

Ecole Polytechnique.

2^e Division.

1881-82.

Cours de Physique

Rédigé par les Elèves.

M^{re} Cornu Professeur.

Première année.

1^{re} Leçon.

L'enseignement de la Physique a un double but: d'abord faire connaître les principaux phénomènes et leurs applications, puis de familiariser l'esprit avec la méthode d'investigation dans les sciences physiques. Nous nous trouvons en face d'objets que nos impressions seules nous permettent de

Connaître; il ne faudra donc pas essayer de deviner, à moins de longues études et d'un esprit déjà exercé. Faraday disait: « Je trouve qu'il est plus simple et plus court d'interroger la nature que de chercher à la deviner. » C'est la marche qu'il faut suivre: au reste si l'on examine la marche historique d'une branche quelconque de la physique, on reconnaîtra toujours 4 périodes.

Dans la première on voit les physiciens occupés à l'observation pure et simple, sans idées préconçues sur les causes et les lois, les grandes qualités à déployer sont alors la patience et l'impartialité; La seconde est encore une période d'observation mais où l'on entre dans la mesure précise des phénomènes; dans la troisième on coordonne les phénomènes précisés par des mesures et on applique le calcul aux données numériques des expériences, on recherche des lois empiriques, traductions mathématiques d'un résultat physique assez simple, mais qui ne comportent aucune idée sur la nature du phénomène: comme la loi de Mariotte, ou la loi des attractions et répulsions électriques, énoncée par Coulomb. La quatrième période comprend la synthèse mathématique et mécanique, où l'on réduit les causes des phénomènes au plus petit nombre possible, qu'on appelle principes, et dont on peut déduire les phénomènes comme conséquences. Quand une branche de la « philosophie naturelle, » suivant l'expression de Newton, a passé par les quatre périodes, elle se détache pour former une science.

Prenez comme exemple l'astronomie; la première période a commencé avec les temps les plus reculés; la seconde dès qu'on a pu construire des instruments: des gnomons, des cercles divisés avec alidade, on a relevé les positions angulaires des astres. La troisième a été longue et très laborieuse: elle a été remplie, par différentes hypothèses faites sur le mouvement, celle des cercles, des épicycles, etc., qu'une observation nouvelle venait bientôt détruire. Après avoir compté Hipparque, Ptolémée, Copernic, Tycho-Brabé, elle se termina par Kepler qui résuma toutes les connaissances de son temps par ses trois lois empiriques, celle des ellipses, celle des aires, et enfin celle de la proportionnalité des carrés des temps des révolutions ou cubes des grands axes. La quatrième période s'est ouverte par Newton, qui a remplacé ces trois lois par le principe de la gravitation universelle: en le soumettant au calcul avec des données empruntées à l'expérience on retrouve le phénomène. Enfin Laplace

a réuni toute l'astronomie planétaire en un seul corps de doctrine en y faisant rentrer tous les cas qui semblaient s'en éloigner.

Nous aurions pu suivre les mêmes progrès sur la mécanique. Actuellement des différentes branches de la physique, l'optique est la plus avancée et on entrevoit déjà le moment où elle ne sera plus qu'un chapitre de la mécanique. L'acoustique rentre dans la théorie de l'élasticité; en électricité et en magnétisme, en chaleur, il faut admettre encore trop de principes fondamentaux pour que leur étude soit déjà rationnelle. Aussi nous suivrons toujours dans l'exposition de chaque partie une marche analogue à la marche historique. Nous commencerons toujours par examiner les phénomènes et enregistrer les faits sans idée préconçue, en exposant les méthodes d'observation et d'expérimentation; puis nous étudierons les divers aspects du phénomène, en cherchant quels sont les éléments à mesurer et la manière de les mesurer. En troisième lieu, nous discuterons les résultats numériques c'est-à-dire les principales lois empiriques; et enfin la manière de les ramener à des causes rationnelles, et le calcul en sens inverse, par lequel on retrouve les phénomènes.

La méthode que nous trouvons dans le progrès des sciences physiques est la méthode d'induction; il ne faut jamais oublier de soumettre les inductions à un contrôle sérieux de l'expérience. Si le fait est d'accord avec l'hypothèse, on peut pousser plus loin; sinon on doit chercher ailleurs. Il ne faut jamais négliger aucune vérification, et une des plus efficaces est de passer aux conséquences extrêmes dans les cas limites des phénomènes. Dans l'exposition de la physique, certains esprits préfèrent procéder par déduction; il admettent sans difficultés les principes généraux comme absolus, et en déduisent comme conséquences mathématiques les lois empiriques et les phénomènes observés. Chez les mathématiciens surtout, la déduction est le mode favori de démonstration; mais dans les sciences physiques, on a à étudier non plus un certain nombre d'objets restreints et définis, mais des causes agissantes toujours insuffisamment connues: la déduction ne convient donc pas à l'investigation dans les sciences physiques; nous croyons qu'elle convient encore moins à l'enseignement: Poser à priori des résultats généraux auxquels les physiciens ne sont arrivés

qu'après une étude longue et difficile, c'est presque de la mauvaise foi, c'est vouloir cacher le chemin qui conduit du fait au principe. C'est dans tous les cas priver l'auditeur des moyens de résoudre les mêmes difficultés dans des cas analogues.

Nous avons à étudier les phénomènes qui résultent de nos impressions et qu'on a classés d'après le sens qui les a révélés, ainsi l'optique et l'acoustique, qui après avoir été l'étude des phénomènes de la vue et de l'ouïe, tendent à devenir des théories vibratoires générales, indépendantes de nos organes. Le toucher a donné l'impression du froid et du chaud, et a conduit à l'étude de la chaleur où se trouvent, comme dans l'électricité et le magnétisme, groupés des phénomènes en apparence différents, mais qui sont tous des modifications des mêmes causes se ramenant toujours à un mouvement

Chaleur

Les impressions de chaleur et de froid révélées par le toucher, sembleraient ne pouvoir être étudiées que par le toucher : mais il n'en est rien ; ces causes qui donnent l'impression de chaud et de froid peuvent aussi impressionner la vue ou l'ouïe ; car au fond elle est beaucoup plus générale, c'est comme on le verra bientôt un mouvement. Il est facile de montrer par une expérience que non-seulement les yeux, mais que l'oreille elle-même peut être impressionnée quelquefois dans les phénomènes calorifiques. C'est l'expérience de Crovelyan : on chauffe une gouttière en bronze et on la pose sur un anneau de plomb bien découpé, le bronze se refroidit et tend à se raccourcir, les points de contact avec l'anneau changent dans le mouvement et on entend un bruit, qui résulte d'un mouvement vibratoire de la masse du bronze. On continue néanmoins à définir la chaleur, les causes qui donnent l'impression de

chaud et de froid. Cette définition ne ressemble pas à une définition mathématique, on ne peut rien en conclure, rien en déduire. Nous allons tâcher en partant des faits de nous élever aux principes généraux en suivant la méthode indiquée précédemment.

Voici d'abord les faits fondamentaux.

- 1^o Nous avons conscience de deux corps inégalement ou également chauds
- 2^o Nous avons idée d'une continuité parfaite dans l'état de ces corps plus ou moins chauds.
- 3^o Nous avons notion d'un état calorifique absolu, d'un corps qui resterait dans un état fixe, bien que notre toucher puisse nous le faire croire plus ou moins chaud. On l'appelle température.

L'organe de la vue vient en aide à celui du toucher.

4^o Ces corps se dilatent généralement en devenant plus chauds d'où l'idée de substituer à nos impressions celles d'un thermoscope fondé sur la dilatation, dont les variations de volume indiqueraient les états calorifiques différents. Nous abandonnons le toucher pour ce sens artificiel.

5^o Deux corps inégalement chauds mis en présence finissent par devenir également chauds, il s'établit une sorte d'équilibre qu'on ne saurait actuellement définir; on l'appelle équilibre de température. Le thermoscope est mis en présence d'un corps; une fois l'équilibre de température obtenu, sa température est la température finale du corps. Cette substitution présente plusieurs avantages: l'élimination des erreurs causées par les sens, la sensibilité, puis par son volume il présente un élément de mesure, mais que mesure-t-il? Un autre thermoscope donnerait une autre mesure, il faudrait que tous les corps se dilatassent proportionnellement pour qu'on se trouvât en présence d'un effet caractéristique et qu'on puisse apprécier la cause. Or il ne se dilatent pas ainsi, la variation de volume d'un corps n'est pas très-près d'être proportionnelle que pour les gaz parfaits, c'est-à-dire très-loin de leur point de liquéfaction. Nous prendrions donc un thermomètre à gaz ou à air, qui fournirait des mesures ayant vraisemblablement une relation intime avec la valeur de l'agent.

En pratique on se servira du thermomètre à mercure

dont au moyen d'une comparaison préalable on ramènera les mesures à celles du thermomètre à air. Si nous appelons t la température de l'air, V son volume, V_0 et V_1 ses volumes dans ses états calorifiques définis (glace fondante et eau bouillante) qu'on caractérise d'après un usage empirique par 0 et 100, on aura:

$$t = 100 \frac{V - V_0}{V_1 - V_0}$$

ou la pression étant proportionnelle dans un gaz parfait au volume

$$t = 100 \frac{P - P_0}{P_1 - P_0}$$

La chaleur présente au point de vue de la mesure deux caractères, la qualité et la quantité. La notion de la quantité est immédiate, si on prend n becs de gaz identiques, ils donneront n fois plus de chaleur qu'un seul. La notion de la qualité se présente dans l'étude de la combustion de la flamme du gaz; brûlant naturellement dans l'air il rougit un fil de platine; alimenté par un courant d'air il le chauffe au rouge blanc, alimenté par un courant d'oxygène il le fond avec peine; la quantité de gaz brûlé reste la même; on verra que la quantité de chaleur est également constante dans les trois cas mais la qualité de la chaleur est très différente; ainsi on obtient dans le troisième cas un effet que cent becs dans le premier état n'auraient pu produire et inversement cent becs chaufferaient une salle, ce qu'un seul même capable de fondre le platine ne pourra jamais produire.

Il y a donc deux notions distinctes. On peut faire une comparaison avec l'hydrostatique, les vases communiquant: la qualité ou température est représentée par le niveau dans chaque vase avant communication, la quantité de chaleur est représentée par le volume. Il ne faudrait pas pousser l'assimilation trop loin. cela revient à supposer que le mélange est homogène, il faudrait admettre l'indestructibilité de la chaleur, ce qui n'est pas exact. Il peut y avoir disparition de chaleur apparente comme dans la fusion de la glace, ou réelle dans d'autres.

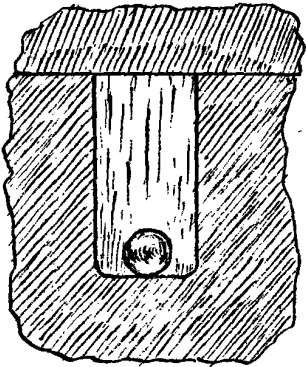
2^e Leçon.

Des chaleurs spécifiques.

Nous avons distingué dans la chaleur, la qualité et la quantité; la qualité n'est autre chose que la température. Nous allons maintenant mesurer la quantité.

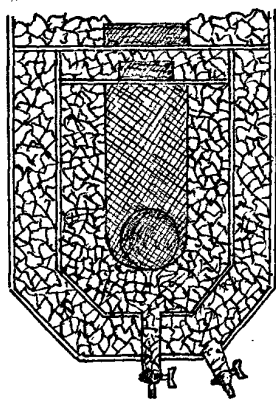
Méthode du Calorimètre à glace. — La première méthode est indépendante de la considération des températures; le principe est dû au physicien anglais Black. Il a eu l'idée de mesurer la chaleur en l'employant à fondre de la glace à 0° et à produire de l'eau à 0°. Il a pris comme unité calorifique, la quantité de chaleur nécessaire pour faire fondre l'unité de poids de glace.

Méthode du puits de glace. — Dans un gros bloc de glace on creuse avec un fer rouge une cavité dont les parois doivent être aussi lisses que possible. La face supérieure du bloc de glace est plane. Une lame de glace dont la face inférieure est également plane sert de couvercle.



Supposons qu'on veuille évaluer la quantité de chaleur contenue dans un boulet de bronze porté au rouge; on place le boulet dans la cavité préalablement essuyée avec un linge refroidi, et on ajoute le couvercle. Les parois fondent, le couvercle fond partiellement au bout d'un temps suffisant, on fait couler l'eau fondue et l'on éponge les parois avec du papier buvard. Le poids d'eau recueillie exprime la quantité de chaleur contenue dans

Méthode de Savoisier et Laplace - Savoisier et Laplace faisaient usage d'un vase métallique à parois minces qu'on remplissait de glace concassée; un robinet permet de faire couler



l'eau provenant de la fusion de cette glace; au milieu de ce vase on place un grillage en fils métalliques muni d'un couvercle destiné à recevoir le corps sur lequel on veut opérer. Un second vase extérieur au premier également rempli de glace est destiné à préserver le calorimètre de l'échauffement des corps voisins. La mesure de ces quantités de chaleur donne une notion nouvelle: elle indique ce qu'on appelle la capacité calorifique d'un corps entre deux températures.

C'est la quantité de chaleur que ce corps abandonne en passant de la température supérieure à la température inférieure.

Inconvénients de ces méthodes. - Les méthodes fondées sur l'emploi de la glace sont peu commodes et peu exactes, et cela pour plusieurs raisons.

1^o Il est difficile surtout dans la méthode de Black de supprimer l'influence de la chaleur extérieure. On doit donc opérer à des températures voisines de 0° ce qui est peu commode dans la pratique.

2^o La fusion de la glace exige beaucoup de chaleur, le poids d'eau formée est toujours assez faible, et les erreurs de l'expérience ont une influence sensible.

3^o Dans la dernière méthode, la glace retient toujours une certaine quantité d'eau adhérente aussi bien au commencement qu'à la fin de l'expérience; mais comme le volume et la forme des fragments de glace qui retiennent cette eau varient, rien ne prouve que ces deux quantités d'eau soient équivalentes.

Méthode des mélanges. - Elle repose sur une considération très simple.

Les quantités de chaleur absorbée par un corps, sont en général proportionnelles aux variations de température du corps lorsqu'elles sont très petites.

Soit Q la quantité de chaleur que renferme un corps, P son poids et t sa température.

$$Q = P f(t)$$

Soit Q_0 la quantité de chaleur que ce corps renferme à une température t_0 plus petite que t .

Ecrivons

$$Q = P f(t_0 + t - t_0)$$

Et développons cette expression par la formule de Taylor.

$$Q = P \left(f(t_0) + (t - t_0) f'(t_0) + \frac{(t - t_0)^2}{1.2} f''(t_0) + \dots \right)$$

Mais on a :

$$Q_0 = P f(t_0)$$

En faisant passer Q_0 dans le premier membre et divisant par P .

$$\frac{Q - Q_0}{P} = (t - t_0) \left(f'(t_0) + \frac{t - t_0}{1.2} f''(t_0) + \dots \right)$$

Si donc nous supposons les deux températures t et t_0 suffisamment voisines et les dérivées de la fonction finies, nous pourrions sans erreur sensible arrêter le développement au premier terme.

$$\frac{Q - Q_0}{P(t - t_0)} = f'(t_0)$$

Ce quotient tend donc vers une limite constante C et C' on peut écrire

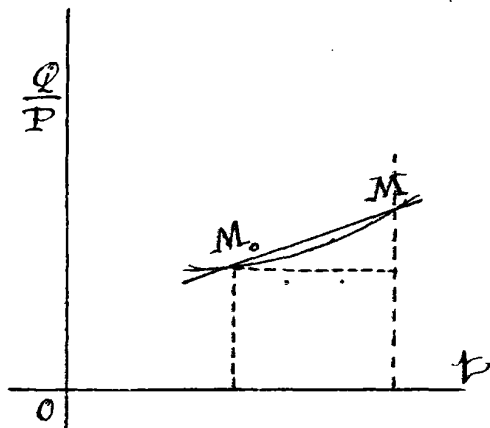
$$Q - Q_0 = PC(t - t_0)$$

Ce coefficient C a reçu le nom de Chaleur spécifique

Faisons $P = 1$ et $t - t_0 = 1$. On a dès lors.

$$Q - Q_0 = C$$

La chaleur spécifique d'un corps est donc la quantité de chaleur nécessaire pour élever d'un degré la température de l'unité de poids du corps.



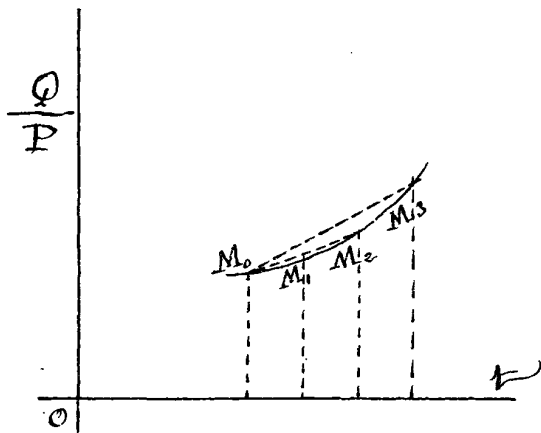
Ces résultats peuvent se démontrer par des considérations géométriques très-simples. Traçons deux axes de coordonnées prenons des abscisses proportionnelles aux températures et des ordonnées proportionnelles à $\frac{Q}{P}$. On obtient ainsi une certaine courbe. L'expression $C = \frac{Q - Q_0}{P(t - t_0)}$ représente le coefficient angulaire de la corde MM_0 . Si

la température t_0 se rapproche indéfiniment de la température t , C prend pour valeur le coefficient angulaire de la tangente à la courbe au point M .

À un point de vue rigoureux, le coefficient C n'est pas constant. On doit l'écrire $C_{t_0}^t$ et l'on a la chaleur spécifique moyenne de t_0 à t .

Si l'on connaît un certain nombre de ces coefficients $C_{t_0}^{t_1}$, $C_{t_0}^{t_2}$, $C_{t_0}^{t_3}$ on peut construire la courbe $\frac{Q}{P} = f(t)$.

Par le point M_0 on mène des droites ayant pour coefficients angulaires $C_{t_0}^{t_1}$, $C_{t_0}^{t_2}$, $C_{t_0}^{t_3}$ et on prend les points de rencontre de ces droites avec des parallèles à l'axe des $\frac{Q}{P}$ menées à des distances de l'origine respectivement égales à t_1 , t_2 , t_3 .



On pourrait même connaître la chaleur spécifique vraie correspondant à la température t_0 . On mène la tangente en M_0 , et on prend son coefficient angulaire

Le résultat qu'on obtiendrait ainsi graphiquement serait peu exact à cause de l'incertitude qui existe sur la position de la tangente. Il vaut mieux chercher l'équation d'une courbe passant par les points M_0, M_1, M_2, M_3 et en dérivant, on a le coefficient angulaire de la tangente.

La méthode des mélanges résulte de l'égalité de la qualité de chaleur reçue par un corps à celle perdue par l'autre.

Soient deux corps dont les poids sont P et P' les chaleurs spécifiques C et C' et les températures t et t' .

Mettions ces deux corps en contact; au bout d'un certain temps l'équilibre s'établit; soit θ la température finale. Soit $t > t'$. La quantité de chaleur perdue par le premier corps est:

$$\Delta Q = PC(t - \theta)$$

La quantité de chaleur gagnée par le second est

$$P'C'(\theta - t')$$

Donc
$$PC(t - \theta) = P'C'(\theta - t')$$

D'où l'on tire
$$\theta = \frac{Pct + P'c't'}{PC + P'C'}$$

Ce phénomène peut être comparé à celui que présentent deux vases communiquant. Les températures sont représentées par la hauteur des niveaux des liquides, et les quantités de chaleur transmises par le volume de liquide, qui passe d'un vase dans l'autre.

Si les coefficients C et C' n'étaient pas indépendants de la température, il faudrait mettre les limites de température entre lesquelles ils ont été considérés $C_{\theta}^t, C_{t'}^{\theta}$.

On peut faire servir cette équation à la détermination de la chaleur spécifique d'un corps en choisissant convenablement l'autre. On doit prendre un liquide, car on peut agiter, et ainsi répartir uniformément la température; la chaleur spécifique C' de ce liquide C' doit être sensiblement constante, et l'on pourra déterminer la valeur de C_{θ}^t .

Il semble qu'il y ait un cercle vicieux puisque pour avoir la quantité de chaleur gagnée ou perdue par un corps il faut connaître la chaleur spécifique et qu'il faut connaître la quantité de chaleur échangée pour savoir que le coefficient C' est constant. — Cependant on peut déterminer par l'expérience suivante les cas où ce coefficient ne varie pas sensiblement. On prend un poids p du liquide calorimétrique, qu'on porte à la température t ; on le mélange à une autre portion de ce liquide de poids p' et de température t' ; soit θ la température finale; si $C_{\theta}^t = C_{t'}^{\theta}$, on devra avoir

$$\theta = \frac{Pt + p't'}{p + p'}$$

Lorsqu'on opère sur différents liquides, on trouve que bien peu satisfont à cette relation. Le mercure s'en écarte notablement: les différences deviennent bien plus considérables quand on prend l'alcool et les essences. Il se trouve par une coïncidence fort heureuse, que l'eau est, de tous les liquides, celui qui donne les meilleurs résultats, et entre 0 et 50° les quantités sont sensiblement proportionnelles aux élévations de température.

On prend alors comme unité de chaleur, la quantité nécessaire pour élever de 1 degré ou mieux de 0° à 1° l'unité de poids d'eau distillée. — On a donné à cette unité de chaleur le nom de calorie. L'unité de poids considérée est tantôt le gramme, tantôt le kilogramme.

Soit donc un corps dont le poids est P, et la chaleur spécifique est α . Nous le portons à la température T, et nous le plongeons dans une masse d'eau dont le poids est M et la température t; la chaleur spécifique de l'eau est l'unité, soit θ la température finale: théoriquement on devrait avoir

$$P\alpha(T-\theta) = M(\theta-t).$$

Mais il y a bien des perturbations. — L'eau doit être contenue dans un vase qui s'échauffe avec elle; un thermomètre donne la température du liquide, et un agitateur la répartit uniformément.

De plus pour être bien sûr que le corps dont on veut déterminer la chaleur spécifique possède la même température sans toute sa masse, on le concasse en petits fragments; il faut une corbeille pour maintenir ces fragments.

Le calorimètre doit reposer sur des supports; il prendra donc de la chaleur par conductibilité. Enfin, même en faisant abstraction des supports, il perdra de la chaleur par rayonnement.

Soit p le poids de la petite corbeille, c la chaleur spécifique de la substance qui le compose. Sa quantité de chaleur cédée est alors:

$$(P\alpha + pc)(T-\theta)$$

Soit μ le poids du calorimètre γ sa chaleur spécifique μ' le poids du thermomètre γ' la chaleur spécifique moyenne

du mercure et du verre); soit μ'' le poids de l'agitateur γ'' sa chaleur spécifique. Soit K la quantité de chaleur perdue par rayonnement. - L'équation qui donne se est

$$(Px + pc)(T - \theta) = (M + \mu \gamma + \mu' \gamma' + \mu'' \gamma'') (t - \theta) + K + R.$$

Les chaleurs spécifiques $C' \gamma \gamma''$ se rapportent à des substances souvent étudiées; on peut donc les regarder comme connues. - D'ailleurs on doit s'efforcer de rendre ces termes correctifs aussi petits que possible.

La corbeille est en laiton; on la plonge dans l'acide azotique qui la corrode et la rend très-légère.

Le vase calorimétrique est en laiton très mince, ou en platine; le platine est plus dense que le laiton mais comme la chaleur spécifique est beaucoup plus petite, il y a plus que compensation.

Le thermomètre a une très petite masse, de manière à se mettre rapidement en équilibre de température avec le milieu ambiant.

L'agitateur se compose simplement d'une lame de clinquant placée au bout d'un manche de bois.

Le terme R représentant la perte de chaleur par conductibilité se néglige à cause des difficultés de la correction. On s'efforce seulement de le rendre aussi petit que possible. Pour cela on soutient le calorimètre à sa base par quatre fils tendus horizontalement et on le maintient à son sommet par quatre pointes de bois.

Reste maintenant le rayonnement. - On cherche d'abord à diminuer R autant qu'on le peut. Pour cela on polit la surface extérieure du calorimètre avec soin ce qui rend son pouvoir émissif très faible (les corps polis rayonnent moins que les corps mats); on le place dans un deuxième vase de laiton poli intérieurement, et qui lui renvoie par réflexion presque tous les rayons qu'il émet.

On s'arrange en outre à opérer rapidement, et à produire une élévation de température aussi petite que possible. Mais le thermomètre si sensible qu'il soit a une limite de précision, et les erreurs relatives deviennent importantes. En outre, dans certains cas, l'équilibre de température est très-long à s'établir.

Exemple. - Détermination de la quantité de chaleur dégagée dans une réaction chimique assez lente.

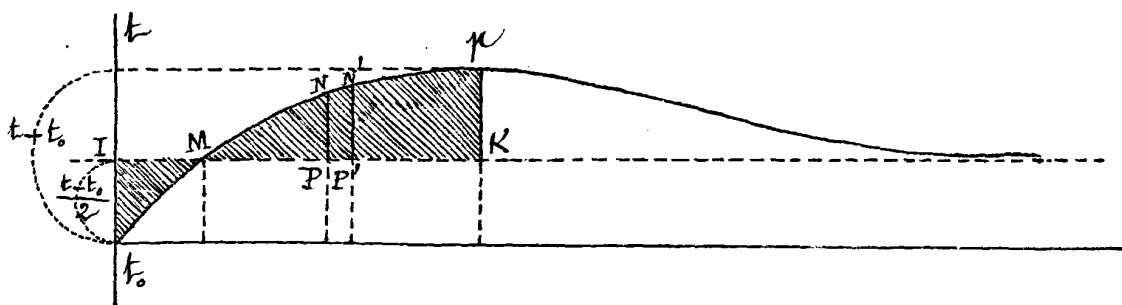
Il faut donc faire une correction relative au rayonnement.

La première méthode, due à Rumford, est une méthode non de correction mais de compensation. Les quantités de chaleur échangées pendant l'unité de temps entre deux corps, d'inégale température, sont sensiblement proportionnelles à la différence des températures. — C'est Newton, qui a posé ce principe vérifié presque rigoureusement par l'expérience quand la différence des températures est assez petite. —

Rumford a eu l'idée de refroidir le calorimètre au-dessous de la température ambiante, de la moitié du nombre de degrés dont le thermomètre du calorimètre doit s'élever.

L'expérience peut se diviser en deux périodes; dans la première l'enceinte extérieure cède de la chaleur au calorimètre; dans la seconde le calorimètre lui en rend. Rumford admettait que ces échanges inversés se faisaient compensation.

Mais si on veut obtenir des résultats d'une grande précision il faut néanmoins faire une correction. La durée des deux périodes n'est pas la même. Soient t_0 et t les températures



initiale et finale du calorimètre $\frac{t_0 + t}{2}$ la température extérieure. Construisons une courbe en prenant pour abscisses les temps et pour ordonnées les températures correspondantes. La température du calorimètre s'élève d'abord rapidement, passe par un maximum et décroît; la courbe devient asymptotique à la droite $y = \frac{t - t_0}{2}$. Je dis que les quantités de chaleur sont représentées par des aires. — Soit à un moment quelconque τ , l'excès $u = NP$ de la température du calorimètre sur la température ambiante pendant un temps $\Delta \tau$ compté à partir de τ , la quantité de chaleur ΔQ perdue par rayonnement est:

$$\Delta Q = A \Delta \tau u$$

Mais $u \Delta \tau$ est l'aire du petit rectangle $NN'PP'$; la température qu'on observe est celle du maximum; les quantités de chaleur gagnée et perdue sont donc proportionnelles aux aires MOI et $M\mu K$. La seconde est beaucoup plus grande que la première - Pour qu'il y ait compensation, il faudrait faire en sorte que ces deux aires fussent égales et il est impossible d'obtenir pratiquement ce résultat.

Il faut donc calculer le terme correctif R ; on observe les températures du thermomètre à des intervalles assez rapprochés $\tau_0, \tau_1, \tau_2, \dots$ soit u_0, u_1, u_2 les excès de la température du calorimètre sur la température ambiante. La quantité de chaleur perdue de τ_0 à τ_1 peut être représentée par l'expression

$$\Delta Q = A (\tau_1 - \tau_0) \frac{u_0 + u_1}{2}$$

Faisons la somme de toutes les expressions analogues.

$$\Sigma \Delta Q = R = A \Sigma (\tau_n - \tau_{n-1}) \frac{u_{n-1} + u_n}{2}$$

Pour déterminer A on donne au calorimètre disposé avec tous les accessoires une certaine température supérieure à la température ambiante, et on le laisse refroidir: on observe les températures aux instants $\tau_0, \tau_1, \dots, \tau_n$ etc. Soit u_0, u_n les excès de la température du calorimètre sur la température ambiante au commencement et à la fin de l'expérience on a

$$R = (M + \Sigma \mu \gamma + P\alpha + \gamma^e) = A \Sigma (\tau_{m-1} - \tau_m) \frac{u_{m+1} + u_m}{2}$$

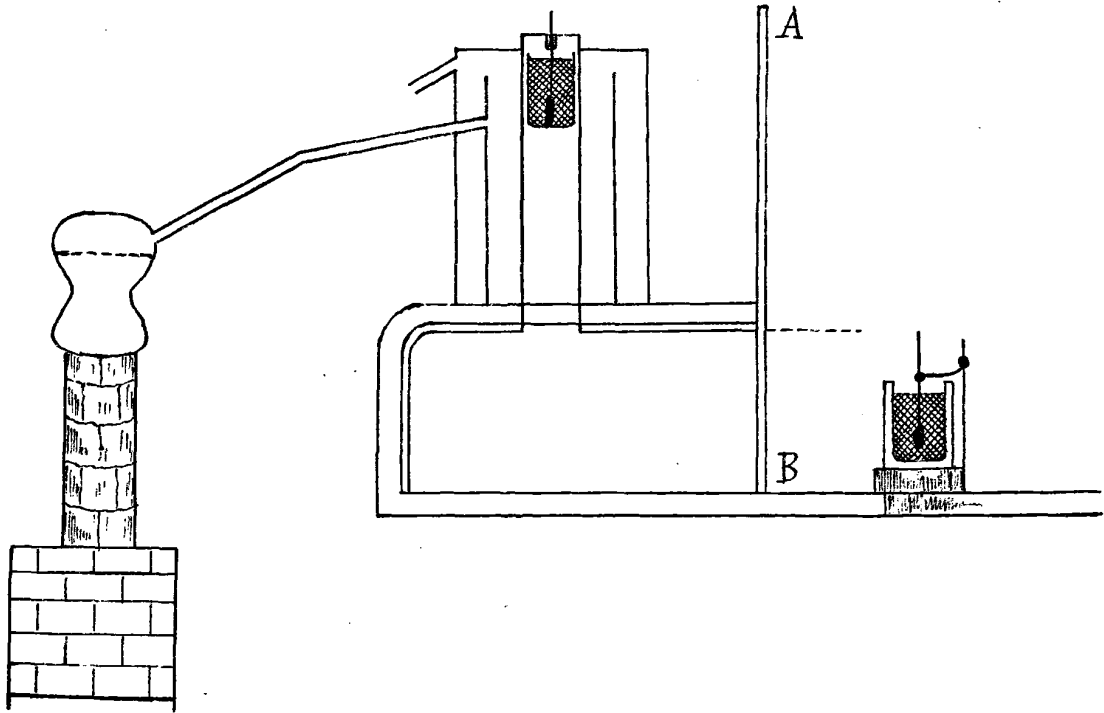
on remplace α par sa valeur déterminée approximativement et on en tire la valeur de A .

On voit qu'on calcule α en quelque sorte par la méthode des approximations successives. On détermine d'abord grossièrement la chaleur spécifique du corps et on corrige cette valeur, en tenant compte de toutes les causes d'erreur.

Appareil de Regnault. - Il se compose d'une étuve cylindrique en métal à double parois: le corps à échauffer est dans un tube central; on y fait passer dans la double enveloppe un courant de vapeur d'eau fournie par un alambic. La corbeille contenant le corps dont on veut déterminer la

Chaleur spécifique est disposée au milieu de l'étuve, un thermomètre dont le réservoir est au centre de la corbeille donne la température du corps.

Au-dessous d'une étuve est une espèce de rail sur lequel on peut faire glisser un petit chariot portant le vase calorimétrique présentant la disposition que nous avons indiquée :



un banc métallique creux et plein d'eau froide protège le calorimètre contre le rayonnement de l'étuve et de la chaudière.

Au moment d'opérer on soulève la trappe contenue dans la cloison A B, et on amène le calorimètre sous l'étuve on enlève un tiroir qui fermait l'étuve à sa partie inférieure et on fait descendre la corbeille avec précaution. On agite et on note les températures successives à des intervalles de temps suffisamment rapprochés.

Chaleur spécifique des gaz.

La masse de gaz est très petite par rapport à leur volume,

on doit donc opérer sur de grandes quantités, si l'on veut avoir une élévation de température appréciable.

Expériences de Delaroché et Bérard. - Ses gaz traversaient un tube chauffé par de la vapeur d'eau bouillante. Au sortie de ce tube les gaz chauds pénétraient dans un calorimètre c'est-à-dire dans un vase en cuivre plein d'eau froide, et circulaient à travers un serpentín. Là ils se refroidissaient et échauffaient l'eau. Au sortie du serpentín ils reentraient dans l'appareil. Les gaz voyageaient ainsi entre deux vessies, qu'on comprimait alternativement. Ces deux vessies étaient placées dans des ballons de verre ou l'on faisait arriver de l'air, au moyen de vases de Mariotte convenablement disposés. On pouvait donc opérer avec la même masse de gaz.

Delaroché et Bérard ont imaginé une méthode très-ingénieuse, la méthode des températures stationnaires. Soit t la température initiale du calorimètre qui n'est autre chose que la température ambiante. Faisons maintenant passer le courant de gaz chauds avec une vitesse uniforme; la température s'élève peu à peu, atteint une valeur t' et reste stationnaire. Alors la quantité de chaleur cédée au calorimètre par les gaz chauds pendant l'unité de temps, est égale à la quantité de chaleur perdue par la conductibilité et par rayonnement. On est obligé de négliger la conductibilité ou plutôt de la confondre avec l'effet du rayonnement; la chaleur perdue par rayonnement pendant l'unité de temps est $A(t-t')$; dans les expériences faites sur l'air par Delaroché et Bérard, la température t étant 10° et t' était $11^\circ 2'$.

Soit maintenant P le poids de gaz à T degrés s'écoulant pendant l'unité de temps et la chaleur spécifique de ce gaz; la quantité de chaleur qu'il cède au calorimètre est $Pc(T-t)$

Donc:
$$A(t-t') = Pc(T-t')$$

Le Coefficient A se détermine par une expérience faite a blanc. On porte le calorimètre à une température t' plus grande que la température ambiante, et on observe les températures successives à des intervalles également espacés.

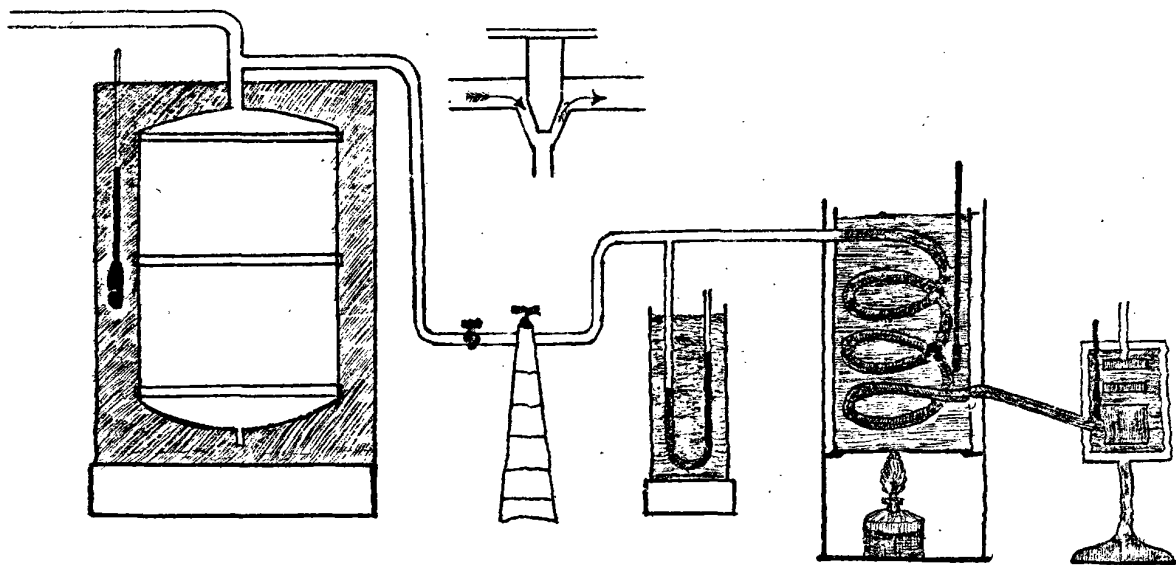
Cette méthode présente un point faible. Tout changement

2^e Division - 1881-82

Physique - 5^e Feuille.

de pression dans un gaz déterminé une élévation de température. On le démontre par l'expérience du briquet à air; c'est un tube de verre épais fermé à une extrémité dans l'intérieur duquel se meut un piston. Si l'on enfonce brusquement le piston, on a un dégagement de chaleur suffisant pour enflammer un morceau d'amadou placé à sa partie inférieure.

Expériences de Régnault. — Ses expériences de Delucroche et Bérard ont été reprises par Régnault; le principe de la méthode est le même; la disposition de l'appareil est seule changée. — Régnault préparait une très grande quantité de gaz qu'il comprimait fortement dans un réservoir de sorte qu'il n'était pas obligé d'opérer toujours avec la même masse. — L'écoulement du gaz se réglait au moyen d'une valve formée par un cylindre métallique qu'on enfonçait plus ou moins en faisant mouvoir la tête d'une vis.



En disposant convenablement la vis on peut faire en sorte que la pression du gaz à sa sortie du gazomètre reste constante; cette pression se mesure au moyen d'un petit manomètre à eau. Les gaz traversent un serpentin placé dans un bain d'eau ou d'huile dont la température rendue uniforme par un agitateur est donnée par un thermomètre pénétrant ensuite dans le calorimètre où ils abandonnent leur chaleur et s'échappent au dehors.

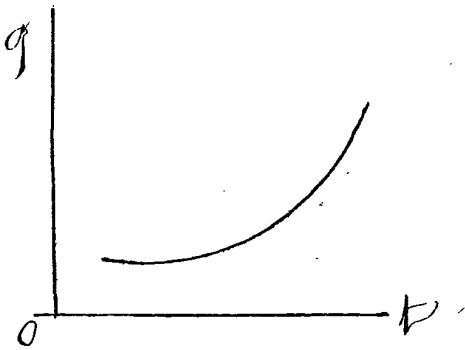
3^e Leçon.

Résultats des recherches sur les chaleurs spécifiques.

Solides. - Le choix des échantillons influe d'une manière très-notable sur la chaleur spécifique. Indépendamment de la pureté chimique, il existe des conditions physiques qui ont une grande importance; ainsi les métaux peuvent être fondus et recuits lentement ou trempés, cristallisés, martelés ou passés à la filière. En général l'écrasement diminue la chaleur spécifique: pour le cuivre recuit elle est de 0.0950, pour le cuivre martelé de 0.0936. On prendra en général le résultat donné par le métal fondu et refroidi assez lentement pour laisser reprendre aux molécules leur équilibre naturel. Il y a d'autres influences physiques comme celles qui donnent naissance aux variations observées par M^r. Regnault sur la chaleur spécifique du soufre: celle du soufre cristallisé naturel est de 0.1746 s'il a été fondu deux ans avant on trouve 0.1761; 0.1863 s'il est fondu depuis deux mois; 0.1844 s'il vient de l'être. C'est que le soufre change facilement de constitution moléculaire, comme le prouvent ses divers états cristallins pouvant se transformer peu à peu l'un dans l'autre. Un autre exemple de l'importance dont jouit l'état d'agrégation nous est fourni par le carbone: la chaleur spécifique du diamant est 0.947; celle du graphite 0.202; celle du charbon des cornues 0.200; celle du bois 0.241; enfin, celle du noir animal 0.261.

La chaleur spécifique est fonction de la température, mais les variations de cette dernière exercent peu d'influence sur elle lorsque le corps est solide. La variation va en

croissant lorsque la température s'élève, ce qui se manifeste par ce fait que la courbe des chaleurs spécifiques tourne sa convexité vers l'axe des températures et que par suite



le coefficient angulaire de la tangente va en croissant. Ainsi Dulong et Petit ont trouvé pour le fer, entre 0 et 100°, 0,1088; entre 0 et 200, 0,1218. Cette différence ne peut être attribuée à des erreurs d'expériences, car la perte de chaleur du corps avant d'arriver au calorimètre va en croissant avec

la température et tend à diminuer le nombre trouvé comme chaleur spécifique.

Liquides. - La chaleur spécifique augmente en général rapidement avec la température; telles sont celles de l'alcool, du mercure, etc. Pourtant celle de l'eau est presque constante si la température n'est pas très élevée au-dessus de zéro: M. Régnault a représenté sensiblement la quantité de chaleur absorbée par l'unité de poids de 0 à t° par la formule:

$$q = t + 0,0002 t^2 + 0,0000003 t^3$$

On peut remarquer que l'eau est, de tous les corps liquides et solides celui dont la chaleur spécifique est la plus élevée, d'où un nouvel avantage de ce corps sur les autres comme liquide calorimétrique, puisque sa température varie peu.

La chaleur spécifique varie au moment des changements d'état; ainsi la glace n'a plus comme chaleur spécifique que 0,474, la vapeur d'eau 0,481. On voit donc que ce sont les liquides qui présentent les plus grandes anomalies; c'est ce qui paraîtra aussi dans l'étude des lois générales sur les chaleurs spécifiques.

Gaz et vapeurs. - Il faut distinguer ici les gaz parfaits des gaz voisins de leur point de liquéfaction. Pour les premiers la chaleur spécifique est constante à toutes les températures

et indépendante de la pression donnée au gaz en supposant toujours qu'on évite les variations brusques de pression, qui sont des sources de chaleur étrangère. En d'autres termes elle ne dépend pas de l'écartement des molécules.

Pour les gaz facilement liquéfiables, les courbes des chaleurs spécifiques ont une convexité très marquée tournée vers l'axe des températures : l'acide carbonique à 0,18427 entre 30° et 100°; $0,21692$ entre 10° et 200°. Le coefficient croît en général plus rapidement que le coefficient de dilatation.

Lois générales sur les chaleurs spécifiques.

Loi de Dulong et Petit. — Le produit de la chaleur spécifique des corps simples par leur équivalent est un nombre constant. Ce produit est appelé souvent chaleur atomique, car on sait que les équivalents sont regardés comme des nombres proportionnels aux poids des atomes ou dernières parties insécables des corps. La loi ne peut s'appliquer qu'aux solides et aux gaz, à cause des variations de chaleur spécifique des liquides.

Pour vérifier cette loi Dulong et Petit avaient formé un tableau des chaleurs spécifiques des solides et principalement des métaux; ils constatèrent que l'ordre de grandeur était inverse de celui des équivalents chimiques et que le produit des deux quantités était toujours sensiblement égal à 3,2 ainsi pour le fer on a $E = 28$, $C = 0,1138$; $E \cdot C = 3,18$, pour le zinc on trouve 3,13; pour le mercure 3,33; enfin pour l'argent on trouve 6,16 et pour le potassium, l'iode, le brome, le phosphore et l'arsenic, des nombres également voisins de 6. On voit donc que les exceptions à la règle sont de deux sortes: 1°. Les six derniers corps donnent un produit double des autres: on se l'explique en remarquant que les équivalents ne nous sont généralement connus qu'à un facteur constant près; ainsi plusieurs chimistes ont voulu donner à l'oxyde d'argent AgO la formule Ag^2O , à cause des analogies avec le cuivre dont le sulfure a pour formule Cu^2S ; l'équivalent de l'argent serait alors 54 et ce métal rentrerait dans la loi de Dulong.

2^o. L'égalité des autres produits n'est pas rigoureuse, mais cette différence tient en première ligne à la diversité d'états physiques; c'est peut-être au moment de la combinaison que les chaleurs atomiques sont égales: cette hypothèse semble confirmée si l'on observe que le carbone par exemple s'écarte d'autant plus de la loi de Dulong qu'il est à un état moins susceptible d'entrer en combinaison; lorsqu'on le chauffe vers 1000°, la chaleur spécifique atteint 0,45 qui donne pour produit 2,70.

La loi de Dulong et Petit s'applique aux gaz simples, à part quelques anomalies analogues aux précédentes; ainsi, l'oxygène donne 1,74 moitié du produit ordinaire, ce qui a conduit à prendre pour nouvel équivalent 16 correspondant au symbole O. Le brome donne la chaleur atomique 4,52, qui diffère des autres à cause du peu de stabilité de la constitution moléculaire.

Équivalents thermiques. - Ce sont les équivalents définis par la condition de satisfaire à la loi de Dulong.

Loi de Delaroché et Bérard. - La capacité calorifique des gaz simples sous pression constante est la même sous le même volume. Cette loi correspond à la loi de Gay-Lussac sur l'égalité des coefficients de dilatation des gaz elle nous donne une propriété générale de la matière, indépendante de sa nature particulière.

Voici quelques exemples: on calculera la capacité calorifique des gaz sous l'unité de volume en divisant la chaleur spécifique (rapportée à l'unité de poids) par le volume de l'unité de poids, ce qui équivaut à multiplier la chaleur spécifique par le poids spécifique $C_v = C_d$.

Oxygène	$C_v = 0,2407$	} gaz parfaits
Azote	$= 0,237$	
Hydrogène	$= 0,236$	

Chlore	$C_v = 0,296$	} gaz liquéfiables.
Brome	$= 0,304$	

Extension de la Loi de Dulong aux corps composés. - De ses études sur les alliages, M. Regnault a conclu que le produit de la chaleur spécifique d'un corps par son équivalent thermique moyen est constant et égal à la chaleur atomique des éléments simples.

Prenons pour exemple un sulfate, celui de baryte $BaSO_4$; en adoptant l'équivalent thermique $\Theta = 16$ il s'écrira $BaSO_2$. Sa chaleur spécifique est 0,112; son équivalent moyen sera $\frac{116,5}{4}$ dont le produit par 0,112 donne 3,30. On avait déjà trouvé avant Regnault la constance de la chaleur atomique des diverses classes des corps, comme les sulfates, mais lorsqu'on prenait l'équivalent moyen, l'emploi de 8 pour équivalent de l'oxygène empêchait d'arriver au résultat attendu.

Cette loi peut s'énoncer en disant que la capacité calorifique des atomes simples n'est pas modifiée par la combinaison; elle porte alors le nom de loi de Westyn. Soit un corps d'équivalent P et de chaleur spécifique C ; soient p, p', p'' les équivalents des composants simples, m, m', m'' le nombre des équivalents de chacun d'eux qui entrent dans la combinaison, c, c', c'' leurs chaleurs spécifiques. Évaluons de deux manières la quantité de chaleur perdue par un équivalent P du corps dans un abaissement de température de 1° :

$$1 \times PC = m p c + m' p' c' + m'' p'' c''$$

Mais d'après la loi de Dulong

$$p c = p' c' = p'' c'' = K$$

Si p, p', p'' sont les équivalents thermiques,

$$\text{D'où} \quad PC = (m + m' + m'') K$$

$$\frac{P}{M} C = K$$

Où $\frac{P}{M}$ est précisément ce que nous avons appelé l'équivalent thermique moyen. La loi s'étend aux gaz. Ainsi le protoxyde d'azote AzO s'écrivant Az^2O a pour équivalent moyen $\frac{44}{3}$; sa chaleur spécifique est 0,2242; le produit donne 3,46. Les gaz voisins de leur point de liquéfaction s'écartent naturellement davantage de la loi; ainsi la vapeur d'eau

donne 2.87 ; l'ammoniaque 2.16 ; en revanche l'acide sulfurique 3.30 ; c'est pourtant une vapeur facilement liquéfiable.

III^e Leçon.

Les lois relatives aux chaleurs spécifiques, ont par elles-mêmes et par leurs conséquences une importance en chimie. Elles conduisent à déterminer les poids atomiques des corps simples et les poids moléculaires des corps composés.

I. Corps simples. - 1^o. Poids atomiques déterminés par les équivalents thermiques. - On appelle poids atomique d'un corps le poids le plus petit de ce corps qui puisse entrer en combinaison. Il ne correspond pas toujours à l'équivalent adopté. L'équivalent du carbone, par exemple, est 6, en prenant l'équivalent de l'hydrogène pour unité ; mais on a remarqué que 6, n'est pas le plus petit poids de carbone qui puisse entrer en combinaison ; en chimie organique, particulièrement, le nombre des équivalents de carbone est toujours pair dans un composé.

$C^4 H^6 O^2$ - alcool, $C^2 H^4$ Hydrogène protocarboné

$C^4 H^4$ hydrogène bicarboné, $C^4 H^4 Cl^2$ liqueur des Hollandais

On adopte alors comme poids atomique du carbone le nombre 12. Ce poids atomique se désigne par le symbole C.

Pour les corps simples on admet purement et simplement la loi de Dulong et Petit, et on est convenu de nommer poids atomique l'équivalent qu'on en déduit : c'est l'équivalent thermique.

Presque toujours, on prend les poids atomiques par rapport à l'hydrogène ; l'hydrogène est le corps qui a le plus petit équivalent. Le chimiste anglais, avait trouvé que les équivalents de tous les corps étaient des multiples exacts de celui de l'hydrogène ; mais la rigueur n'est pas absolue.

Pour le chlore, on a trouvé le nombre 35,48, ou 35,50 ;
et de même pour plusieurs autres corps.

Ce serait une loi très remarquable au point de vue de la constitution de la matière ; cela voudrait dire que la matière est une, et que la matière la plus simple est un corps dont le poids atomique serait moitié de celui de l'hydrogène : l'hydrogène serait donc la matière élémentaire ; sa chaleur spécifique est d'ailleurs la plus forte de toutes celles qu'on connaît : elle est égale à 3,33 environ.

La loi de Dulong a éclairci un certain nombre de cas douteux et levé bien des difficultés : en effet les poids atomiques coïncident presque toujours avec les équivalents thermiques.

2°. Détermination des poids atomiques par les densités gazeuses. La loi de Delaroche et Berard (égalité des chaleurs spécifiques des gaz simples dans l'unité de volume) conduit à l'expression

$$Cd = \text{const.}$$

d'où
$$\frac{d}{E} = \text{const} = \frac{D_H}{1}$$

La constante étant précisément le poids spécifique de l'hydrogène

Si l'on divise les deux membres par le poids d'un litre d'air les lettres d, D_H représentent les densités gazeuses.

D'où l'on conclut les énoncés suivants qui sont équivalents.

— Le poids spécifique des gaz simples est proportionnel à l'équivalent thermique ou poids atomique.

— La densité de l'hydrogène rapportée à celle de l'hydrogène est représentée par le même nombre que leur équivalent par rapport à ce gaz.

— Il a le même nombre d'atomes dans l'unité de volume de tous les gaz simples. (Loi d'Ampère et d'Avogadro qui s'étend même aux gaz composés, comme on va le voir).

Vérification. — Ainsi la vérification simultanée de la loi de Delaroche et Berard et celle de Dulong et Petit exige la vérification de la loi d'Ampère.

2^e Division - 1881-82

Physique - 7^e Feuille.

— Exemples d'accord simultané. —

Hydrogène	$E = 1$	$D_H = 0,0693$	$= D_H \times 1$
Azote	14	$d = 0,972$	$\times 14$
Oxygène	16	1,106	$\times 16$
Mercur	100	6,97	$\times 100$
Cadmium	56	3,94	$\times 56$

— Exemples de divergences corrélatives. —

Phosphore	31	$d = 4,42$	$= D_H \times 31 \times 2$
Arsenic	75	10,6	75×2

Or le produit $E \cdot C$ est doublé : ainsi en doublant l'équivalent 8 de l'oxygène et diminuant ceux du phosphore et de l'arsenic, c'est-à-dire en adoptant l'équivalent thermique on rétablit la concordance avec la loi d'Ampère.

Mais il y a des divergences inconciliables.

Chlore	$E = 35,5$	$d = 2,45$	$= D_H \times 35,5$	<table border="0"> <tr> <th colspan="2">Produit $E \cdot C$</th> </tr> <tr> <td>Etat gazeux</td> <td>- Etat solide</td> </tr> <tr> <td>4,30</td> <td>6,70</td> </tr> <tr> <td>4,52</td> <td>6,67</td> </tr> </table>	Produit $E \cdot C$		Etat gazeux	- Etat solide	4,30	6,70	4,52	6,67
Produit $E \cdot C$												
Etat gazeux	- Etat solide											
4,30	6,70											
4,52	6,67											
Brome	80	5,48	$\times 79$									
Iode	127	8,72	$\times 126$									

les densités gazeuses et les équivalents ordinaires satisfont à la loi d'Ampère : pourtant les équivalents devraient être redoublés pour satisfaire à la loi de Dulong (à l'état solide).

Voici des divergences curieuses.

Soufre	$E = 16$	$d = 2,22$	$= D_H \times 2 \times 16$	<table border="0"> <tr> <th colspan="2">$C \cdot E$</th> </tr> <tr> <td>3,28</td> <td>3,33</td> </tr> </table>	$C \cdot E$		3,28	3,33
$C \cdot E$								
3,28	3,33							
Selenium	39,7	3,4	2×39					

II. Corps composés. — Comment, en chimie, déterminer on les équivalents, ou poids moléculaires, des corps composés ? Le poids moléculaire d'un corps composé est la quantité la plus petite de matière qui constitue une combinaison en prenant pour unité le poids 1 d'hydrogène ; elle est égale à la somme des poids atomiques des corps composants.

La considération de la chaleur spécifique ne nous donne rien pour les poids moléculaires; nous avons vu que l'équivalent moyen multiplié par la chaleur spécifique donne un produit constant; or tous les corps isomères ont le même équivalent moyen: il n'y a donc pas possibilité de déterminer leur poids moléculaire pour cette loi: cette loi se vérifie du reste à cet égard car les isomères ont sensiblement la même chaleur spécifique; la divergence très petite que l'on observe s'explique par une différence dans les conditions physiques.

Mais la densité d'un gaz composé permet de déterminer son poids moléculaire: les densités des gaz ou vapeurs, loin de leur point de liquéfaction, prises par rapport à l'hydrogène, représentent la moitié de leur poids moléculaire E :

$$\frac{\Delta}{\Delta_H} = \frac{E}{2}$$

C'est la loi expérimentale adoptée par les chimistes.
Exemples: L'eau - H^2O equiv. 18 $\Delta = 0.618$ $\Delta_H = 0.0693$ $\Delta = 9$ Δ_H

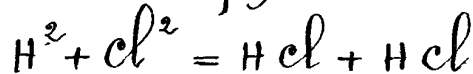
L'acide carbonique - CO^2 - 44 - 1.529 _____ 22

L'acide acétique $C^2H^4O^2$ - 60 - 2.082 _____ 30

Cette loi paraît au premier abord en désaccord avec celle qui a été établie pour les corps simples: en effet, en désignant par E le poids atomique on a

$$\frac{\Delta}{\Delta_H} = E$$

On fait alors une hypothèse. On suppose que les atomes des corps simples ne peuvent entrer à l'état de liberté, et qu'ils sont toujours combinés deux à deux; les combinaisons de deux corps sont donc en réalité des phénomènes de substitution:



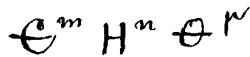
au lieu de $H + Cl = HCl$.

Il en résulterait alors que le poids atomique d'un corps simple ne soit plus être considéré comme le poids d'un atome mais bien de deux atomes, alors la loi s'appliquera à ces corps. Pour l'oxygène:

$$\frac{\Delta}{\Delta_H} = 16$$

L'oxygène libre aura pour poids moléculaire 32; la molécule est formée de deux atomes.

Soit un composé

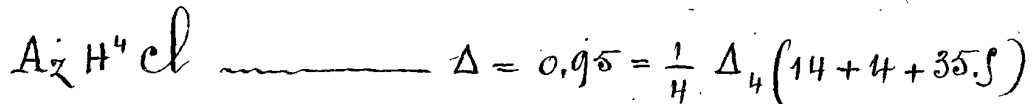


On devra donc avoir:

$$\Delta = \Delta_{\frac{H}{2}} (12m + n + 16p) \quad \Delta_{\frac{H}{2}} = 0,03465.$$

L'expérience vérifie généralement cette expression. Quand il y a un écart, on trouve toujours le double ou la moitié.

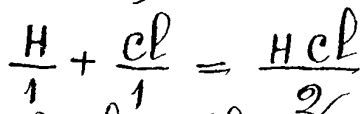
Le nombre des substances qui présentent une anomalie est très-restrict; les uns admettent ces anomalies, les autres les expliquent: ainsi:



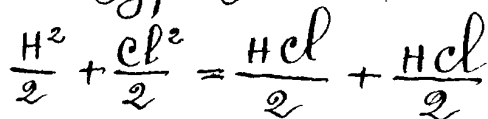
C'est la moitié du nombre qu'on devrait trouver.

La loi des densités de vapeurs se déduit d'ordinaire de la loi d'Ampère et d'Avogadro: Tous les corps gazeux présentent le même nombre de molécules sous le même volume.

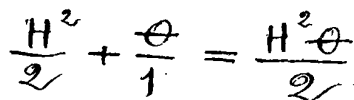
Si nous considérons, les combinaisons gazeuses, elles s'effectuent toujours dans des rapports simples en volume, et le composé résultant a un volume dans un rapport simple avec les volumes des composants:



Dans la nouvelle hypothèse:



Il y a le même nombre de molécules dans le même volume d'acide chlorhydrique, de chlore, d'hydrogène.
Prenons le cas où il y a réduction de volume.



$$\frac{H^2}{2} + \frac{H^2}{2} + \frac{O^2}{2} = \frac{H^2O}{2} + \frac{H^2O}{2}$$

On encore:

$$\frac{A_2}{1} + \frac{3H}{3} = \frac{A_2H^3}{2} \quad \frac{A_2^2}{2} + \frac{H^2}{2} + \frac{H^2}{2} + \frac{H^2}{2} = \frac{A_2H^3}{2} + \frac{A_2H^3}{2}$$

Cette loi conduit à une généralisation de celle de Dela-
roche et Berard.

Si n est le nombre d'atomes que contient une molécule
du composé,

$$\frac{E}{n} \cdot C = \text{constante } (K)$$

$\frac{E}{n}$ est l'équivalent moyen. Si je désigne par C la chaleur
spécifique sous l'unité de volume, pour les corps simples C ,
est une constante.

$C_1 = C d$ ——— d est le poids spécifique.

On a en outre

$$C = K \frac{n}{E}$$

E est le poids moléculaire.

$$d = d_H \frac{E}{2}$$

d_H étant le poids spécifique de l'hydrogène.

D'où

$$C_1 = K d_H \frac{n}{2}$$

Or $K d_H$ est la constante qui correspond aux gaz simples.
Elle est égale à 0,2409 pour l'oxygène; 0,2370 pour l'azote;
0,2359 pour l'hydrogène

Pour les corps composés, si $n=2$, on trouve le même
nombre:

CO ——— $C_1 = 0,2370$ ——— (oxyde de carbone)

AzO ——— 0,2406 ——— (bioxyde d'azote)

HCl ——— 0,2333 ——— (acide chlorhydrique)

Ceux pour lesquels $n=3$ ont, pour l'unité de volume une
autre chaleur spécifique: $\frac{3}{2} K d_H$

Az^2O ——— 0,3447 ——— (protoxyde d'azote)

CO^2 ——— 0,3307 ——— (acide carbonique)

On ne trouve donc plus $C_1 = K d_H$ mais $C_1 = K d_H \frac{n}{2}$; c'est la loi générale pour les gaz composés.

Mais cette loi dépend beaucoup de la constitution moléculaire; le carbone étant un corps assez mal défini, on trouve des écarts dans beaucoup de ses composés;

$C H^4$ ——— 0.3277 (hydrogène protocarboné) c'est-à-dire $\frac{4}{3}$ au lieu de $\frac{5}{2}$

$C^2 H^4$ ——— 0.4106 (hydrogène bicarboné) ——— $\frac{7}{4}$ ——— $\frac{6}{2}$

Il ne faut pas s'étonner de ces discordances elles supposent la connaissance du groupement des atomes dans les corps composés; il est certain que les réactions chimiques nous apprennent quelque chose à ce sujet, mais l'interprétation arbitraire des faits joue un grand rôle. Il en résulte que nous n'avons aucune certitude sur la constitution réelle des corps composés: admettre que cette constitution nous est entièrement connue suivant les règles usitées en chimie c'est certainement outrepasser les conséquences des faits observés.

Comment en effet admettre que l'on connaît le groupement intérieur des atomes lorsque l'accord n'existe même pas sur la formule à donner aux composés.

Quoiqu'il en soit on voit de quelle importance est, en chimie, les connaissances des densités gazeuses.

Détermination expérimentale des densités des vapeurs.

On appelle densité d'une vapeur le rapport du poids d'un certain volume de cette vapeur au poids d'un égal volume d'air, dans les mêmes conditions de température et de pression.

Je désigne par p le poids d'un volume v de vapeur, à la température t et sous la pression H . Si je désigne par a le poids d'un litre d'air, 1.293, à 0° et à la pression de 760, et par ω le poids d'un litre d'air à la température t et à la pression H .

$$\omega = a \frac{H}{760} \frac{1}{1+at}$$

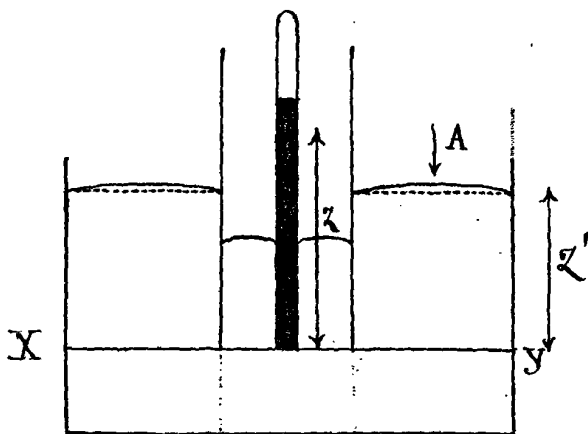
car le poids est proportionnel à la pression, et inversement proportionnel au binôme de dilatation.

$$p = \omega r D$$

$$D = \frac{p 760 (1+at)}{a r H}$$

Pour connaître la densité D par rapport à l'air il faut connaître le poids de la vapeur, son volume, sa température et sa pression.

Méthode de Gay-Lussac. - On emploie une éprouvette graduée, remplie de mercure. La dilatation du verre est connue; on introduit dans l'éprouvette un certain poids d'un liquide dans une ampoule de verre soufflé. Elle monte à la surface du mercure, elle se crée soit par une action mécanique, soit à cause de la température. On a alors de la vapeur dont la pression fait baisser le mercure.



On mesure la pression atmosphérique A . Le tube de verre est entouré d'un manchon d'eau bouillante, on a une température t voisine de 100° . Cette eau déprime le mercure.

Je mène le plan horizontal XY . La pression est la même sur toute l'étendue de ce plan

horizontal. Elle est égale à $A+z'$.

Si H est la pression du gaz, cette pression est égale à $H+z$.

$$A+z' = H+z$$

$$H = A+z'-z = A - (z-z')$$

H est la pression lue par ce moyen; mais il faut corriger. H' , la véritable pression = $\frac{H}{1+\delta t}$.

l est la dilatation du mercure ; la colonne de mercure s'est dilatée.

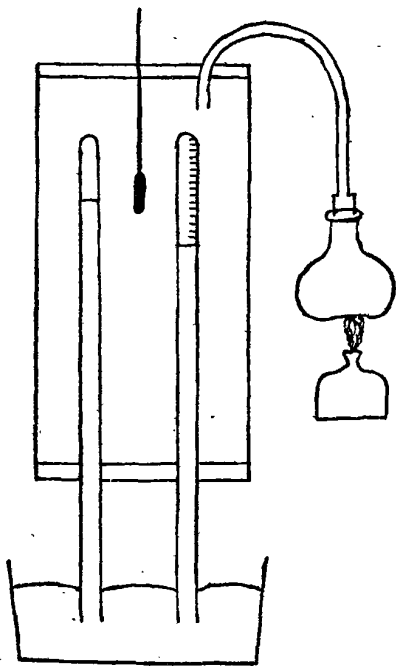
On retranche aussi h'' , la pression due à la vapeur de mercure. h'' est excessivement faible. Finalement :

$$H = A - h' - h''.$$

On a la température du bain avec un thermomètre ; on agit constamment pour qu'elle soit la même partout. Mais le mercure à l'intérieur, n'est pas porté absolument à cette température.

Pour lire le volume occupé par la vapeur, on cesse d'agiter et on lit à travers l'eau ; c'est une des imperfections de la méthode. Il faut aussi tenir compte de h'' qui est très-faible à déterminer. Hoffmann élimine cette correction.

Son appareil se compose de deux baromètres, reposant sur la même cuvette. L'un est un baromètre ordinaire, l'autre est gradué en parties égales de capacité :



On introduit dans celui-ci un poids p du corps liquide dont on veut mesurer la densité de vapeurs. Le manchon est chauffé par de la vapeur d'eau ou si l'on veut des températures supérieures à 100° , par de la vapeur d'aniline ; l'aniline bout à 183° .

La température est donnée par un thermomètre. On mesure la différence de pression h :

$$H = A - \frac{h}{1 + \delta t}.$$

La vapeur de mercure, saturée dans les deux tubes, exerce la même pression. A cette haute température, la vapeur tend à se rapprocher de l'état parfait.

2^e Méthode de M^{re} Dumas. — Au lieu de prendre un poids donné de vapeur pour observer le volume, on prend

volume donné et on observe le poids.

L'appareil employé par M. Dumas est un ballon à col effilé d'un demi-litre environ. On le plonge dans un bain porté à une assez haute température; le liquide introduit dans le ballon se volatilise, et on est sûr à la fin que la vapeur a exactement la pression atmosphérique, lorsque l'on ne peut plus la voir sortir (ou le reconnaît en l'enflammant à sa sortie, ou en la sentant avec la main). On connaît cette pression H et le volume v .

Avec une lampe, on fond la pointe effilée, on ferme.

Pour en connaître le poids, on pèse le ballon, qu'on a pesé préalablement plein d'air sec.

Si ensuite on le plonge dans l'eau froide, après avoir cassé la pointe, l'appareil se remplit d'eau; on peut négliger la petite quantité de liquide qui peut y rester, si l'eau est parfaitement bouillie, on n'aperçoit pas de bulle d'air dans le ballon. On pèse de nouveau.

Dans ces pesées, on prend comme tare un ballon semblable ayant le même volume extérieur: c'est la méthode du ballon compensateur. On évite ainsi les variations de poids de l'air atmosphérique.

Soit τ cette tare. Nous lui faisons équilibre dans les poids pesés avec le ballon, en ajoutant des poids marqués $\omega, \omega', \omega''$, suivant le cas.

Soit b le poids du verre; le ballon est plein d'air sec:

$$\tau = b + v_0 (1 + \kappa t) \alpha \frac{H}{760} \frac{1}{1 + \alpha t} + \omega (1 - \sigma)$$

v_0 est le volume à 0°K le coefficient de dilatation du verre. $(1 - \sigma)$ la correction inhérente aux poids marqués ω et σ est le poids de l'air déplacé.

On remplit ensuite le ballon de vapeur:

$$\tau = b + p + \omega' (1 - \sigma)$$

On pèse ensuite plein d'eau, à la température t' :

$$\tau = b + v_0 (1 + \kappa t') \frac{\rho_0}{1 + \epsilon t'} + \omega'' (1 - \sigma)$$

$1 + \epsilon t'$ est le binôme de dilatation de l'eau; on le trouve dans les tables

Il faut connaître p . En ajoutant la seconde équation à la 3^e on a une relation entre v_1 et p (b et c sont éliminés).
On a v_1 en ajoutant la 1^{re} et la 3^e.

Cette méthode a été appliquée par M. Deville aux expériences à une très-haute température; le verre devient alors pâteux et se ramollit. Il a remplacé le ballon de verre par un ballon en porcelaine, avec un bouchon en porcelaine. Pour boucher le ballon, on fond la porcelaine et son bouchon au chalumeau à gaz hydrogène et oxygène.

On a placé à côté un second ballon plein d'air qui sert de thermomètre à air. On opère en même temps sur l'air et la vapeur; le poids d'air qui reste à cette température est caractéristique de la température t ; mais ce poids est si faible que la température est très mal déterminée. M. Deville remplace alors l'air par la vapeur d'iode, environ 8 fois plus lourde.

On a les résultats généraux suivants:

1^o La densité des vapeurs n'est pas constante, quelque soit la température et la pression; cela tient à ce que les gaz ne suivent ni la loi de Mariotte, ni la loi de Gay-Lussac.

2^o Elle converge vers une limite fixe, lorsque la température s'élève et que la pression s'abaisse; les vapeurs tendent vers l'état de gaz parfaits.

3^o La limite vers laquelle converge la densité des vapeurs est ordinairement la vapeur théorique donnée plus haut (expériences de M. Cahours).

L'acide acétique $C^2H^4O^2$ bout à 100° ; à 124° — $\Delta = 3,194$
à 200° — $2,248$
à 236° — $2,82$

À partir de 236° , la densité Δ reste constante.

La densité théorique calculée par la formule donnée plus haut est 2,79.

Pour l'eau, H^2O , qui bout à 100° :

à 107° — $\Delta = 0,649$
à 200° — $0,619$
à 230° — $0,618$

La densité théorique est 0,624.

5^e Leçon.

Changements d'Etat.

Phénomènes apparents.

Nous avons étudié les propriétés de la chaleur au point de vue de la mesure de la qualité et de la quantité : nous allons maintenant aborder l'étude de ses effets sur les différents corps.

Un corps solide soumis à l'action de la chaleur, prend l'état liquide, il entre en fusion, à une température plus élevée il prend l'état gazeux, il se vaporise.

Il est très remarquable que tous les corps connus passent successivement par les trois états et dans le même ordre ; on peut donc fondre et volatiliser tous les corps solides.

L'opération présente souvent de grandes difficultés ; les corps rentrant dans cette catégorie sont dits réfractaires : parmi les métaux nous pouvons citer le platine, parmi les bases métalliques, la chaux, l'alumine et la magnésie.

Les différents foyers employés, peuvent être rangés d'après la température qu'ils produisent. Une lampe à alcool donne peu de chaleur : un fil de platine placé au milieu de la flamme, est porté au rouge sombre ; un brûleur de Bunsen permet d'atteindre le rouge blanc ; si on prend le chalumeau à gaz oxygène et hydrogène, le platine entre en fusion, mais non la chaux ; celle-ci ne fond que sous l'action de l'arc électrique. Mais la source de chaleur la plus remarquable est le foyer d'un miroir concave de grandes dimensions, exposé aux rayons solaires. Des considérations très générales au rôle que le soleil joue ou a joué dans les transformations des

corps physiques à la surface de la terre tendent à faire supposer qu'on ne pourra guère dépasser l'intensité calorifique de cet astre.

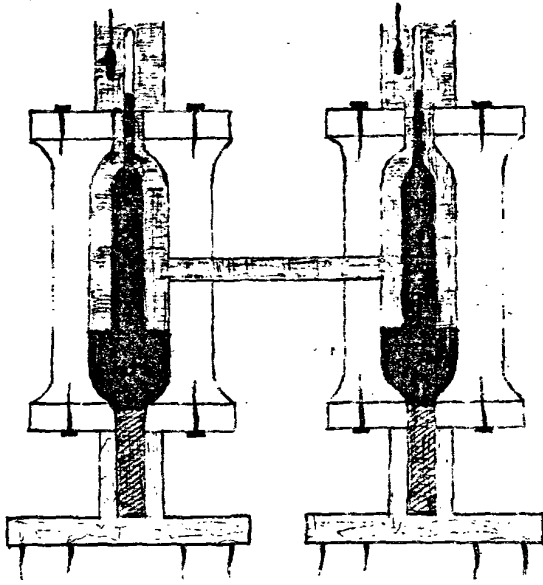
Inversement on peut liquéfier et solidifier la plupart des corps en comprimant et refroidissant suffisamment les gaz ou les faire passer tous à l'état liquide. L'un des exemples les plus remarquables est fourni par l'acide carbonique, que Faraday est parvenu à liquéfier en 1823 ; depuis la liquéfaction a été opérée en grand par Lehmann en employant un appareil de fonte capable de résister à des pressions énormes, dans lequel il faisait réagir un acide sur un carbonate ; le gaz acide carbonique, renfermé dans cet espace étroit acquiesc une tension considérable, et finissait par se liquéfier. Si maintenant à l'aide d'un robinet, on mettait en communication l'intérieur du récipient avec l'atmosphère, une partie de l'acide carbonique se solidifiait, par suite du froid produit par la détente.

Jusqu'à dans ces derniers temps, il restait cinq gaz, l'azote, l'oxygène, l'hydrogène, l'oxyde de carbone et le bioxyde d'azote absolument réfractaires aux actions les plus énergiques ; on les désignait sous le nom de gaz permanents ou incoercibles ; non qu'ils eussent leur liquéfaction impossible ; on pensait que s'ils avaient conservé l'état gazeux c'était faute de moyens d'action de compression ou de refroidissement assez puissants ; aujourd'hui depuis les expériences de M. M. Cailletet et Pictet, on admet qu'ils ont tous été liquéfiés.

Il est probable que ces gaz avaient été liquéfiés auparavant mais sans qu'on s'en fut aperçu. Il y a environ 30 ans, un physicien français Cagnard-Latour, a eu l'idée de chauffer des liquides volatils en vases clos ; il enferma divers liquides volatils en particulier de l'éther, dans un appareil en verre pouvant résister à de fortes pressions, qu'il porta à des températures croissantes ; l'expérience a été répétée depuis par plusieurs physiciens ; si l'on observe avec soin la surface de séparation du liquide et de la vapeur. On voit que le ménisque d'abord fortement concave, devenait plan, puis légèrement convexe, comme dans le cas du mercure ; enfin à la température de 150° pour l'éther la surface de séparation disparaît ; laissant refroidir on la voit réapparaître. Ces fait

S'expliquent en remarquant qu'un liquide ne se distingue d'un gaz, que par la différence de l'indice de réfraction. La pression augmentant, l'indice de réfraction du gaz augmente aussi et finit par devenir égal à celui du liquide. En même temps les liquides fortement chauffés au-dessus de leur température d'ébullition perdent leurs propriétés distinctives. Thilorier avait remarqué que l'acide carbonique conservé liquide jusqu'à la température ordinaire dans un tube de verre scellé à la lampe, se dilatait d'une manière énorme, même plus qu'un gaz parfait. Ces observations avaient rencontré beaucoup d'incrédules. Mais quelques années plus tard, Orion étudia la dilatation de liquides très volatils: il opéra sur l'éther chlorhydrique bouillant à $+11^{\circ}$, l'acide hypoazotique à $+22^{\circ}$ et l'acide sulfureux à -8° . Dans les très basses températures, les coefficients de dilatation avaient certainement d'assez grandes valeurs, mais étaient encore comparables à ceux des autres liquides; ils croissaient rapidement avec la température et devenaient supérieurs à ceux des gaz permanents.

Ainsi les propriétés des liquides placés dans ces conditions anormales se rapprochent de celles des gaz. Ces faits ont été mis en évidence de la manière la plus nette par un physicien anglais Andrews; il soumettait des gaz comme l'acide carbonique à des pressions croissantes, la température restant constante. — Il se servait d'un tube de verre très-épais aux deux bouts et présentant un renflement au milieu; il plongeait l'ouverture inférieure dans du mercure et par l'ouverture supérieure faisait arriver un courant de gaz sur lequel il voulait opérer; il fermait la partie supérieure à la lampe et plaçait le tube dans un appareil de fer forgé très résistant; l'intérieur de l'appareil contenait du mercure dans lequel plongeait le tube de verre et au-dessus du mercure se trouvait de l'eau; une vis qu'on pouvait mettre en mouvement au moyen d'une manivelle et faire pénétrer à l'intérieur permettait de produire de fortes pressions. A côté de ce premier appareil on en plaçait un second semblable au premier: seulement le tube de verre au lieu de contenir le gaz sur lequel on voulait opérer était plein d'air; ces deux appareils étaient mis en communication de telle sorte que la pression y était toujours la même. Le tube contenant de l'air pouvait servir de manomètre; on ne pouvait pas compter sur des résultats bien exacts, car on ne sait si la loi de Mariotte



est applicable sous ces hautes pressions, mais quand le volume de l'air est réduit par exemple au centième, on peut admettre que la pression est 100 atmosphères.

Ses deux tubes de verre étaient entourés de manchons contenant de l'eau, de telle sorte que la température du gaz et de l'air était constante; Andrews pouvait donc évaluer la pression de l'acide carbonique, son volume et sa tempé-

rature. Si les gaz étaient parfaits, ils devraient satisfaire aux lois de Mariotte et de Gay-Lussac, prenons l'unité de poids du gaz: soit v son volume, p sa pression, t sa température, v_0 le volume à 0 et p_0 la pression on doit avoir:

$$\frac{v p}{1 + \alpha t} = v_0 p_0$$

Représentons graphiquement cette loi, en prenant pour abscisses les volumes et pour ordonnées les pressions, remplaçons v par x , p par y , et $v_0 p_0$ par C ; on a

$$xy = C (1 + \alpha t)$$

Equation d'une hyperbole rapportée à ses asymptotes.

Faisons $x = y$

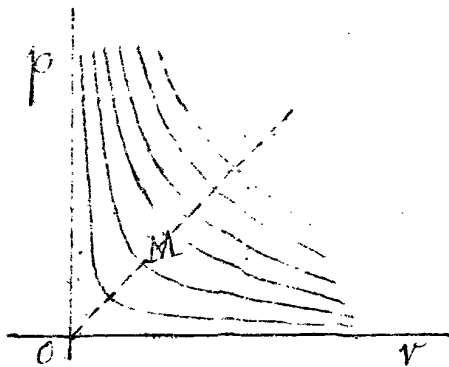
$$x^2 = C (1 + \alpha t)$$

$$2x^2 = OM^2 = 2C \sqrt{1 + \alpha t}$$

$$OM = K \sqrt{1 + \alpha t}$$

La distance de l'origine au sommet de l'hyperbole est donc proportionnelle à l'expression $\sqrt{1 + \alpha t}$.

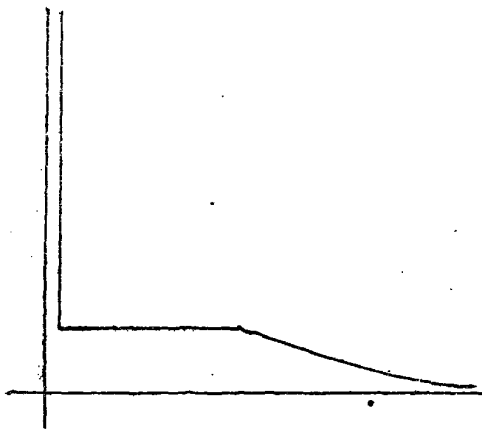
Pour différentes températures nous aurons différentes hyperboles qui auront leurs plus éloignées de l'origine. Les températures seront plus élevées.



Nous pouvons chercher la loi que suit une vapeur dans le voisinage de son point de liquéfaction, la pression ne change pas; si ensuite on veut réduire le volume

le liquide formé, il faut le soumettre à des pressions énormes, les diminutions dans le volume sont toujours très faibles.

Prenez donc une vapeur à une température donnée occupant un grand volume et ayant une faible tension: cette vapeur suit à peu près la loi de Mariotte. On aura donc



d'abord une branche d'hyperbole. Sa pression augmentant la liquéfaction commence; à partir de ce moment elle reste constante jusqu'à ce que la liquéfaction soit complète et on a comme courbe représentative un segment de droite parallèle à l'axe des x. Bientôt il n'y a plus que du liquide; et il faut soumettre ce liquide à de fortes pressions pour réduire son volume; de telle sorte qu'on a une branche de courbe presque parallèle à l'axe des y.

Si la température était très élevée, la vapeur se comporterait comme un gaz parfait et la courbe représentative serait une hyperbole.

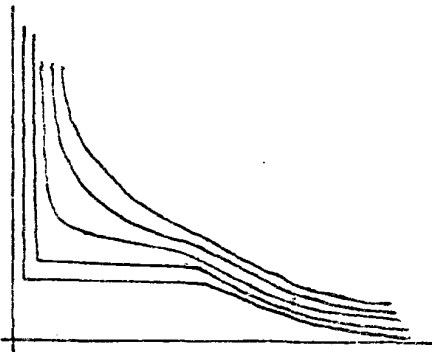
Cherchons ce qui se passe dans l'intervalle et appliquons ces remarques à l'acide carbonique.

À une basse température (0° par exemple) l'acide carbonique comprimé sous une pression d'un million de mètres de hauteur.

se liquéfie, et l'on distingue très-nettement le passage de l'état gazeux à l'état liquide. En même temps la température reste constante pendant toute la durée du changement d'état; le liquide obtenu est peu compressible.

Si on élève la température à 10 ou 12° il y a moins de netteté dans le passage de l'état gazeux à l'état liquide, la température ne reste pas absolument constante pendant toute la durée de la liquéfaction et le liquide obtenu est plus compressible.

Au delà de 30° l'acide carbonique paraît suivre à peu près la loi de Mariotte: il se comporte comme un gaz permanent et on peut le comprimer indéfiniment sans qu'on puisse le voir se liquéfier. Et cependant à cette température l'acide carbonique est réellement liquide, car si



après l'avoir fortement comprimé on diminue un peu la pression qu'il supporte on voit des bulles se produire dans toute la masse comme dans le cas d'un liquide en ébullition. — D'après ce que nous avons vu, les travaux d'Andrews ont pu être intitulés à juste titre: Etude de la continuité entre l'état liquide et l'état gazeux

Il y a seulement deux ans, M. Cailletet a pensé qu'en refroidissant et comprimant fortement les gaz; puis les soumettant à la détente, on pourrait faire passer à l'état liquide les gaz réputés permanents.

L'appareil de M. Cailletet n'est autre chose qu'un appareil d'Andrews mis en communication avec une presse hydraulique. La pression était donnée par un manomètre métallique, de plus une petite soupape permettait de supprimer presque instantanément la pression. On comprime donc le gaz à une pression insuffisante pour le liquéfier: on ouvre brusquement la soupape, le gaz est ramené à la pression atmosphérique; cette détente produit un tel refroidissement que les molécules gazeuses prennent l'état liquide.

C'est une expérience inverse de celle du briquet à air la compression d'un gaz produisant une élévation de température, la décompression devra produire une diminution.

On voit donc dans l'intérieur du tube de verre, une sorte de buée qui disparaît peu à peu sous l'influence du rayonnement extérieur. Des expériences qui ont porté sur les gaz les plus difficilement liquéfiables, l'azote, l'oxygène et l'hydrogène, ont établi l'existence de ce brouillard, ce qui donne à penser qu'ils ont été liquéfiés.

M. Raoul Pictet est parvenu de son côté à liquéfier et peut être à solidifier l'oxygène et l'hydrogène. Son appareil est trop compliqué pour que nous puissions le décrire complètement; M. Pictet possède une usine de construction d'appareils frigorifiques à Genève; il liquéfie de l'acide sulfureux par la pression et le fait évaporer rapidement, ce qui donne un abaissement considérable dans la température; Ses machines reposant sur ce principe, et qu'on a vu fonctionner à l'exposition universelle de 1878, peuvent produire plusieurs milliers de kilogrammes de glace à l'heure. — M. Pictet a profité d'un moment où il avait dans son usine six grandes machines frigorifiques qu'on lui avait commandées, pour exécuter ses expériences. — De l'acide sulfurique refroidi à -6° par une évaporation rapide sert à abaisser la température d'une seconde masse d'acide sulfureux, qu'on expose également; ce dernier produit la liquéfaction d'acide carbonique qu'on refroidit de la même manière. On obtient ainsi une température de 140° degrés au-dessous de 0° . Dans cette masse d'acide carbonique liquide et même solide, on place un tube en acier très épais, communiquant avec une cornue en fer forgé où s'effectuait la réaction chimique qui devait donner le gaz à liquéfier. L'oxygène était produit par la calcination du chlorate de potasse et l'hydrogène par la réaction du formiate de potasse sur la potasse caustique. On ouvrait ensuite un robinet placé à la partie inférieure du tube dans le cas de l'oxygène, le jet gazeux tenait en suspension des gouttelettes liquides; dans le cas de l'hydrogène, il semblait contenir des parcelles d'hydrogène solide.

Voilà ce qui se rapporte aux phénomènes apparents; nous allons maintenant passer aux phénomènes calorifiques: Nous les diviserons en trois groupes.

Phénomènes thermométriques, calorimétriques et mécaniques.

2^e Division - 1881-82.

Physique - 11^e Feuille.

Phénomènes Thermométriques.

La température d'un corps reste stationnaire pendant toute la durée d'un changement d'état direct (fusion ou volatilisation), aussi bien que pendant le changement d'état inverse (Condensation, solidification), quelle que soit l'énergie de la source de chaleur ou de froid à laquelle le corps est soumis.

Cette température est caractéristique d'un changement d'état effectué dans des conditions déterminées de pression; elle est la même dans le cas d'un changement d'état direct ou inverse.

Ainsi si on chauffe de la glace pour la convertir en eau, et qu'on agite constamment la masse, la température reste 0° jusqu'à ce que la dernière parcelle de glace soit fondue.

Il en est de même pour l'ébullition: la température ne peut dépasser 100°, tant que l'eau n'est pas complètement réduite en vapeur.

Nous donnons ici les températures de fusion et d'ébullition de quelques corps.

	Température de fusion.	Température de vaporisation.
Mercuriel	- 40°	360°
Eau	0	100
Phosphore	44	290
Soufre	110	440
Cadmium	500	860
Plomb	326	Rouge blanc

Les températures de fusion de la glace, et d'ébullition de l'eau, sont employées comme points fixes du thermomètre.

Les températures d'ébullition du soufre et du mercure sont souvent employées en chimie.

Les changements d'état sont en général brusques et discontinus ; cependant il y a quelques exceptions ; les corps pâteux comme le phosphore ont une température de fusion assez incertaine de même certains corps passent d'une manière insensible de l'état gazeux à l'état liquide.

Nous avons posé le principe de la constance du point de fusion et de solidification pour un même corps dans les mêmes conditions de pression. Cependant en prenant certaines précautions l'eau peut conserver l'état liquide au-dessous de 0° .



Prenez un tube de verre scellé à la lampe dans l'intérieur duquel se trouve de l'eau et un thermomètre donnant la température du liquide. On voit le thermomètre s'abaisser à plusieurs degrés au-dessous de 0° , et même on a pu aller jusqu'à 12° degrés. Mais si on vient à agiter l'appareil, la solidification est instantanée et le thermomètre remonte dans le voisinage de 0° .

Si le tube était resté ouvert, on aurait pu déterminer la solidification, en laissant tomber un petit cristal de glace.

Cet abaissement dans la température ou point de fusion porte le nom de surfusion.

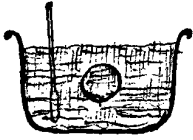
L'expérience se fait très facilement avec l'acide acétique entrant en fusion à $+15^{\circ}$; on peut le placer dans la glace fondante, sans qu'il perde l'état liquide. Sa solidification peut se déterminer soit par une brusque agitation soit par l'action d'une parcelle d'acide solide.

Le phosphore et le soufre entrent aussi en surfusion et se solidifient par l'action d'un petit morceau du corps solide.

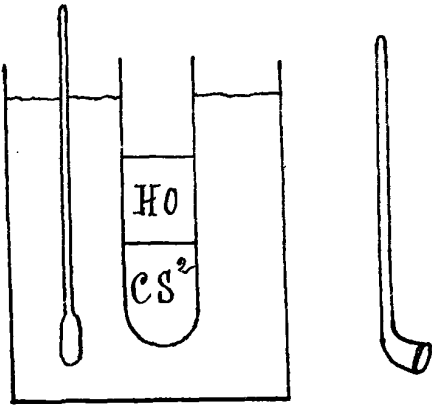
Des retards analogues peuvent être apportés dans la température d'ébullition.

Un physicien suisse M. Dufour, a pu porter de l'eau à 180° , sans qu'elle entrât en ébullition. — Il prenait un mélange d'essence de girofle, (densité 1,07) et d'huile de lis,

sensité 0.93), ayant exactement même sensité que l'eau et non miscible avec elle ; au milieu de ce mélange il introduisait un peu d'eau, qui prenait la forme d'une sphère. On pouvait porter le vase à 180° sans que l'eau entrât en ébullition ; la présence d'une bulle gazeuse déterminait immédiatement l'ébullition.

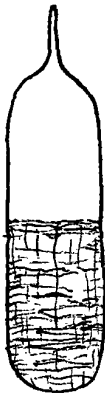


Si on faisait passer à travers de cette goutte d'eau un courant électrique, il se produisait une sorte d'explosion, par suite de la présence de bulles gazeuses, provenant de la décomposition de l'eau. L'expérience suivante de M. Gernez montre bien, comment



la pression des gaz favorise l'ébullition. On prend du sulfure de carbone liquide plus dense que l'eau, entrant en ébullition à 45° ; on verse par dessus une couche d'eau privée d'air par l'ébullition. On peut chauffer jusqu'à 55° ou 60° , sans qu'aucune effervescence se produise ; si on introduit dans le sulfure de carbone une petite cloche

de verre et contenant de l'air, on voit des bulles de vapeur partir de l'extrémité de la clochette, et, aussitôt qu'on l'enlève l'ébullition cesse.



La solidification des corps en surfusion, présente de grandes analogies avec la cristallisation des dissolutions salines sursaturées. — On enferme une dissolution de sulfate de soude saturée à 33° dans un tube de verre on la chauffe de manière à chasser l'air, et on ferme le tube à la lampe ; on laisse refroidir et on casse la pointe ; la dissolution cristallise.

La cristallisation des dissolutions salines sursaturées, se fait, d'après M. Gouzez par l'action de corps chimiquement isomorphes. — Un cristal de sel marin pur n'aurait aucun effet. Mais comme le sulfate de soude est très répandu dans la nature, un grain de poussière quelconque, un morceau de craie peuvent déterminer la cristallisation d'une solution sursaturée de sulfate de soude. — Cette cristallisation est accompagnée d'un dégagement de chaleur très-sensible.

6^e Leçon

Phénomènes calorimétriques accompagnant les changements d'état.

Au moment où un corps change d'état, c'est-à-dire passe de l'état solide à l'état liquide, ou de l'état liquide à l'état gazeux, il y a une absorption de chaleur considérable, mais cette absorption est insensible au thermomètre.

Quand un liquide se transforme en vapeur, la température reste constante pendant tout le temps de l'ébullition, il faut donc que la chaleur fournie par le foyer soit employée à effectuer la transformation.

Il y a là une sorte de paradoxe, les anciens chimistes appelaient chaleur latente de vaporisation ou de fusion, la chaleur que l'unité de poids du corps absorbe ainsi pour se vaporiser ou se liquéfier.

Il y a égalité entre la quantité de chaleur qu'un corps absorbe pour se volatiliser et celle qu'il dégage en passant de l'état de vapeur à l'état liquide. De même les chaleurs latentes de fusion et de solidification sont égales.

Cette chaleur latente que le thermomètre n'indique pas peut être mesurée au moyen du calorimètre, un corps fondu en reprenant l'état solide dégage une certaine quantité de chaleur que l'on peut apprécier.

Ordinairement un dégagement de chaleur est accompagné d'une élévation de température, mais il peut ne pas en être ainsi et cela arrive lorsque la chaleur dégagee est à la même température que le thermomètre. Chaque quantité de chaleur est en effet caractérisée par une certaine qualité qui n'est autre que sa température.

Détermination des chaleurs latentes

On détermine les chaleurs latentes au moyen du calorimètre.

Considérons un corps gazeux dont la chaleur spécifique est C'' supposée constante jusqu'au point de condensation de température V . A ce moment le corps dégage une quantité de chaleur y . Pendant l'état liquide sa chaleur spécifique est C' supposée constante jusqu'au point de solidification de température F à ce moment le corps dégage une quantité de chaleur latente x et à l'état solide sa chaleur spécifique est C .

Déterminons la chaleur latente de fusion par exemple. Pour cela on prend le corps liquide à une température T ($V > T > F$) on a un poids P , on le plonge dans la masse d'eau du calorimètre à la température t . La température finale est θ .

On aura entre ces diverses quantités la relation suivante en négligeant les accessoires et prenant simplement l'équation théorique :

$$M(\theta - T) = P'c'(T - F) + Pa + Pc(F - \theta) ,$$

La quantité de chaleur gagnée par le calorimètre est égale à celle perdue par le corps.

Cette équation donnera α si c et c' sont connus.

On peut en opérant sur le corps à l'état solide déterminer c . Pour déterminer c' on peut prendre un calorimètre assez chaud, pour que le corps soit toujours à l'état liquide, mais en général on ne s'abstient pas à cette difficulté.

On prend une température T' notablement différente de T , mais telle que le corps soit toujours à l'état liquide et on recommence l'expérience.

On a ainsi une seconde équation de coefficients différents de ceux de la première, et de ces deux équations on pourra tirer c' et α .

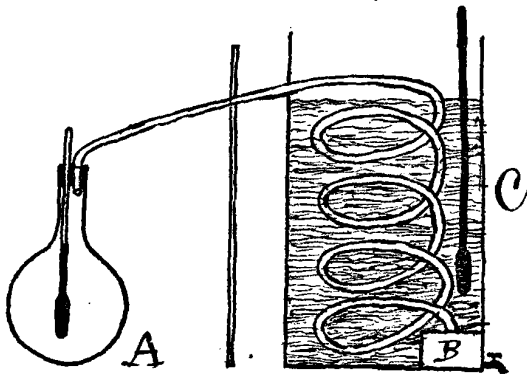
M. M. de la Provostaye et Desormes ont spécialement opéré sur de l'eau; ils ont trouvé pour chaleur latente de fusion de la glace 79.2.

1 kilogramme de glace exige 79 calories et pour se transformer en un kilogramme d'eau à zéro.

1 kilogramme de glace et 1 kilogramme d'eau à 79 calories donnent 2 kilogrammes d'eau à zéro.

S'il s'agit de déterminer la chaleur latente de condensation on a une formule analogue.

On se sert d'un appareil particulier, le liquide sur lequel on opère est mis dans



lequel on opère est mis dans un vase A communiquant par un tube incliné avec un calorimètre C où il passe dans un serpentin, et à l'extrémité du serpentin se trouve un réservoir B où l'on recueille le liquide qui s'est volatilisé.

Un agitateur et un

Thermomètres permettent d'avoir la température moyenne du calorimètre.

On peut aussi vérifier en pesant le liquide recueilli en B et celui en A avant et après l'expérience que l'on a bien recueilli tout le liquide qui s'était vaporisé.

On a trouvé que pour l'eau la chaleur latente de vaporisation est 537 Calories. 1 kilogramme de vapeur peut élever de 1 degré 637 kilogrammes d'eau à zéro si on ajoute les 100 calories cédées par l'eau pour passer de 100 à 0° il y a égalité pour les passages inverses : la chaleur latente est la même pour la fusion ou la solidification, pour la condensation et la volatilisation.

Pour le démontrer on se sert du même appareil que précédemment. On place le liquide volatil en B et on fait le vide en A, le liquide se volatilise et prend de la chaleur à l'eau qui l'entoure. L'abaissement de température fait connaître la quantité de chaleur absorbée.

On mesure ainsi la chaleur latente de vaporisation et on constate qu'elle est bien égale à la chaleur latente de condensation.

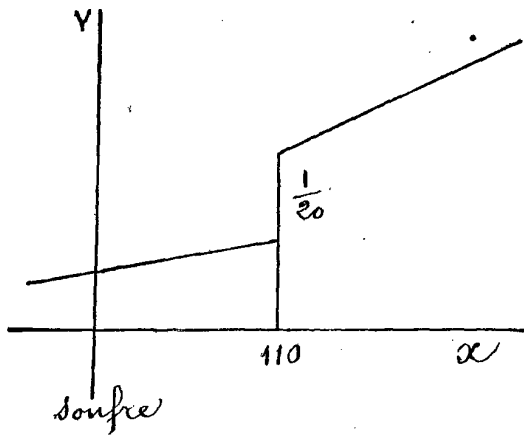
Phénomènes volumétriques ou mécaniques.

Phénomènes mécaniques accompagnant les changements d'état. — En général il y a changement de volume au moment du changement d'état. Certains corps augmentent de volume, d'autres se contractent.

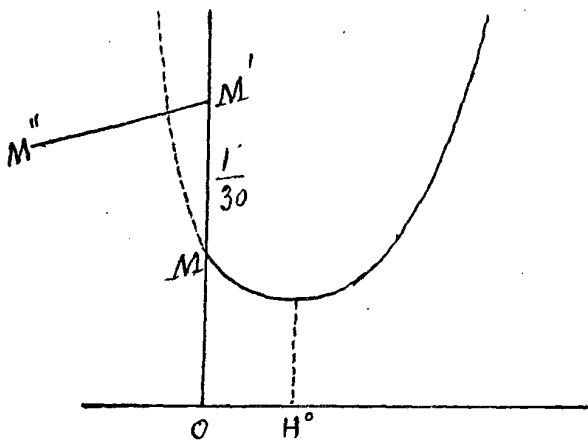
Le soufre en fondant augmente de $\frac{1}{20}$ de son volume, la glace diminue d'environ $\frac{1}{30}$.

Pour nous faire une idée du phénomène prenons deux axes rectangulaires portons pour abscisses les températures et pour ordonnées les volumes.

Le soufre se dilate d'une façon assez régulière jusqu'au point de fusion alors son volume augmente de $\frac{1}{20}$ et à l'état liquide, la loi de dilatation change: le corps se dilate plus rapidement qu'à l'état solide.



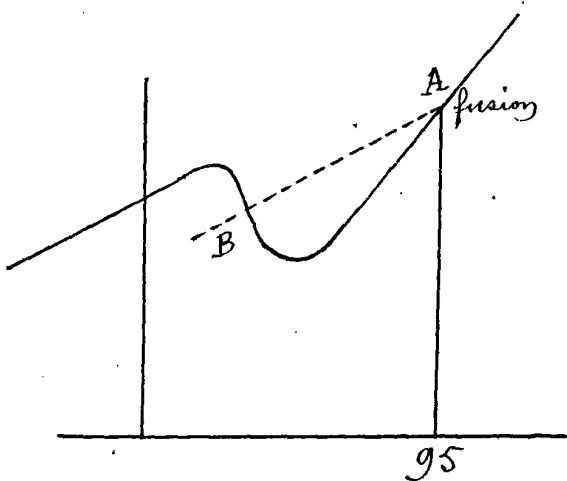
Si l'eau présente une courbe singulière, elle présente un minimum de volume vers 4° et si on la maintient liquide par la surfusion, on a une courbe présentant la forme d'une parabole à axe vertical.



Mais si à zéro on la fait congeler elle augmente de volume d'environ $\frac{1}{30}$ et ensuite elle a une dilatation à peu près régulière $M'M''$ comme les solides son volume augmente avec la température.

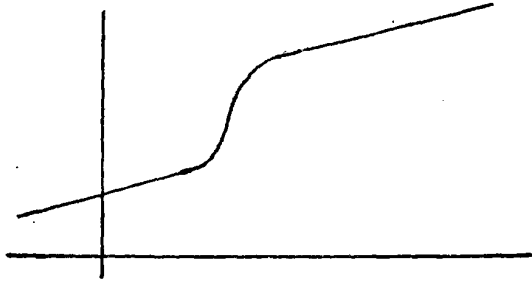
Cette augmentation de volume fait qu'au moment de la congélation les tubes de conduite d'eau sont souvent crevés; un canon de fusil hermétiquement fermé peut de même être fendu.

On peut répéter l'expérience avec l'alliage fusible de Baccet (Bismuth, étain et plomb).



Cet alliage fond à 95° et présente un maximum et un minimum de volume. On le coule dans des tubes de verre et on le laisse refroidir. Soit AB la courbe de dilatation du verre, les deux courbes se rencontrent en B et à partir de ce moment c'est-à-dire

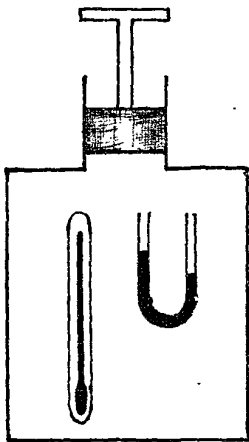
à 30° ou 40° le volume augmente plus que celui du verre et le verre casse.



Les corps à fusion pâteuse comme le phosphore, le verre, donnent lieu à des lignes ne présentant pas de points anguleux, seulement le volume varie plus rapidement aux environs du point de fusion.

Influence de la pression sur la température des changements d'état.

Expérience de W.W. William et James Thomson. — Ces deux physiciens comprimèrent de la glace à moitié liquéfiée dans un piézomètre à l'intérieur duquel se trouvait un thermomètre enfermé dans un tube de verre pour éviter la compression du verre du thermomètre.



Les pressions étaient mesurées par un petit manomètre à air comprimé.

Ils constatèrent que la température du point de fusion s'abaissait quand la pression s'élevait.

Voici les résultats de leurs expériences

Pression.

1 atm _____ 0

8 " _____ 0,049

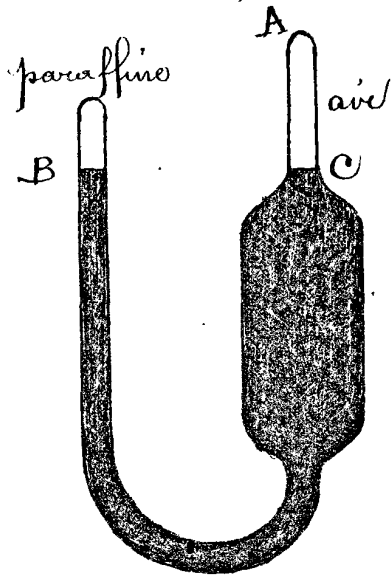
16,8 " _____ 0,129

Point de fusion.

Pour d'autres substances au contraire comme la paraffine,

Le point de fusion est élevé par la pression.

Pour faire l'expérience on prend un tube recourbé fermé en B et portant un renflement dans la branche A.



On introduit la paraffine solide en B on remplit de mercure et l'on ferme à la lampe en A de façon à isoler dans le tube C un certain volume d'air.

On porte l'appareil dans un bain dont on connaît la température, le mercure se dilate et comprime la paraffine ainsi que l'air contenu dans la branche A. On fait varier la température jusqu'à ce que la paraffine entre en fusion ce que l'on reconnaît à sa transpa-

rence on note à ce moment la température et on calcule la pression de l'air qui se trouve dans AC.

On trouve alors les résultats suivants :

Pression	Point de fusion
1 atm	46.3
89 "	48.9
100 "	49.9

La compression abaisse le point de fusion de la glace qui diminue de volume en fondant, et augmente celui de la paraffine qui au contraire se dilate en passant de l'état solide à l'état liquide.

En résumé :

La compression ^{abaisse}/_{élève} le point de fusion des substances qui se ^{contractent}/_{dilatent} par l'action de la chaleur en fondant. Il y a là une sorte d'équivalence entre les actions mécaniques et la chaleur.

On peut dire d'une façon générale :

Une action mécanique qui ^{favorise}/_{contrarie} le déplacement des

molécules dans le sens où il doit se produire pendant la fusion, compense partiellement ^{l'élévation} _{l'abaissement} de température nécessaire pour produire le phénomène.

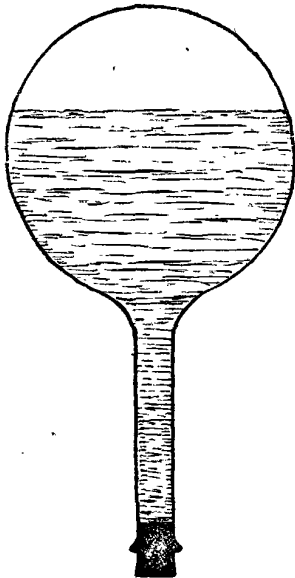
Si l'on ne peut élever la température que jusqu'à $0^{\circ},129$ et qu'on veut faire fondre de la glace, on obtiendra cette fusion en la comprimant à 16 atm. 8.

Inversement on a de la paraffine sous une pression supérieure à 100 atmosphères et à la température de 49°C . On veut la faire fondre, et on ne peut pas augmenter la température. Pour la faire fondre, il suffira de faire le vide.

En sorte que d'une façon un peu vulgaire on peut dire : Ses actions mécaniques peuvent faire la besogne de la chaleur.

Influence de la pression sur la volatilisation.

La volatilisation correspond à une augmentation de volume, la compression donnera toujours lieu à un retard dans le point d'ébullition et au contraire le vide produit sur la surface d'un liquide doit lui permettre de bouillir à une plus basse température.



Ainsi l'on prend un ballon muni d'un long col et l'on y fait bouillir de l'eau un temps suffisant pour chasser l'air. Si ensuite on bouche le ballon et on le retourne, la température diminuant, la vapeur se condense, et l'ébullition se produit à une température inférieure à 100° .

On peut faciliter l'expérience en refroidissant la partie supérieure du ballon.

La diminution de la pression

est employée dans l'industrie, pour concentrer les dissolutions sucrées qu'il ne faut pas faire bouillir au-dessus de 60° sous peine de brunir le sucre. On peut faire bouillir l'eau à basse température dans le vide mais comme la volatilisation a lieu avec absorption de chaleur cette chaleur ne peut être empruntée qu'à l'eau et au vase, en sorte que l'eau peut se refroidir assez pour congeler.

Expérience de Leslie. Leslie faisait cette expérience dans le vide de la machine pneumatique, il absorbait la vapeur d'eau à l'aide de l'acide sulfurique concentré et bientôt les bulles de vapeur s'échappaient de la masse moitié solide.

Ce procédé de formation de la glace a été rendu industriel au moyen de l'appareil cavé. Une disposition spéciale permet d'agiter l'acide sulfurique et de rendre aussi plus rapide l'absorption de la vapeur d'eau; on peut ainsi obtenir en cinq minutes une carafe frappée.

Inversement si la pression augmente, la température d'ébullition s'élève, marmite de Papin, employée dans l'industrie pour retirer la gélatine des os, il faut chauffer à 150° .

Si l'on comprime de la glace, celle-ci fond, mais la glace se reforme dès que la compression cesse, en sorte que l'on peut mouler la glace.

Expérience de Tyndall permettant d'avoir des lentilles de glace, au moyen de petits morceaux de glace - Marche des glaciers.

État sphéroïdal. - Caléfaction de l'eau.

Expériences de Boutigny. - Lorsque l'on met de l'eau sur une plaque fortement chauffée, celle-ci se met sous forme de gouttelettes qui ne touchent pas la paroi. M^{rs} Boutigny croyait avoir trouvé un nouvel état des corps, l'état sphéroïdal.

Mais il n'en est pas ainsi: la gouttelette d'eau est tenue ainsi dite suspendue par la vapeur qui se forme, et ne touche pas la plaque.

On peut le reconnaître en la mettant sur une plaque percée l'eau ne traverse pas; ou bien encore on prend une plaque plane

et l'on peut apercevoir la flamme d'une bougie entre la plaque et la bulle.

On peut en introduisant un thermomètre sensible, vérifier que la température de la bulle d'eau n'est que de 92 à 93°.

Si on laisse refroidir la plaque, à un moment il n'y a plus assez de vaporisation pour soutenir la bulle : celle-ci touche la paroi vers 130 à 140° et alors l'eau se volatilise avec rapidité.

Ce fait donne lieu à un résultat assez curieux, la formation de la glace dans un creuset rouge. Pour cela on fait rougir un creuset de platine, et on y verse de l'acide sulfurique liquide, qui bout à une température inférieure à zéro ; cet acide prend l'état sphéroïdal et se vaporise lentement : si on y verse un peu d'eau, l'eau se congèle immédiatement et en renversant le creuset, on a de la glace faite dans un creuset chauffé au rouge.

La califaction a été aussi donnée comme explication de certaines explosions de machines à vapeur. L'eau se trouve séparée des parois par une croûte de substances salines qui peut se rompre pour une cause ou pour une autre, et l'eau se trouve alors en contact d'une plaque rouge qui la maintient à l'état sphéroïdal sans toucher la paroi : mais si pour un motif quelconque la plaque se refroidit un peu l'eau se volatilise et la vapeur se produisant avec rapidité peut déterminer l'explosion.

7^e Leçon.

Etude de la formation des vapeurs
et des lois qui les régissent.

Il y a un grand nombre de mots dans la langue

française pour exprimer le phénomène de la formation des vapeurs.

Évaporation: formation lente en présence de l'atmosphère.

Vaporisation: formation rapide par l'action de la chaleur.

Ébullition: quand on voit les bulles gazeuses se former au sein du liquide pour venir crever à la surface.

Volatilisation: réduction en vapeur presque instantanée.

Sublimation: qui est le passage direct de l'état solide à l'état de vapeur: par exemple l'iode, l'arsenic, le sel ammoniac; ces corps deviendraient liquides si l'on augmentait la pression qu'ils supportent; cela veut dire tout simplement que la pression atmosphérique est trop faible pour les maintenir à l'état liquide, de même que nous avons vu l'eau se vaporiser et entrer en ébullition quand on fait le vide au-dessus.

L'expérience est très-nette avec l'iode que l'on chauffe dans un ballon et qui vient se déposer sur les parois en petits cristaux d'aspect métallique formant une couronne. Le passage inverse s'appelle liquéfaction, quand il a lieu sous l'influence de la pression, et condensation sous l'influence du froid.

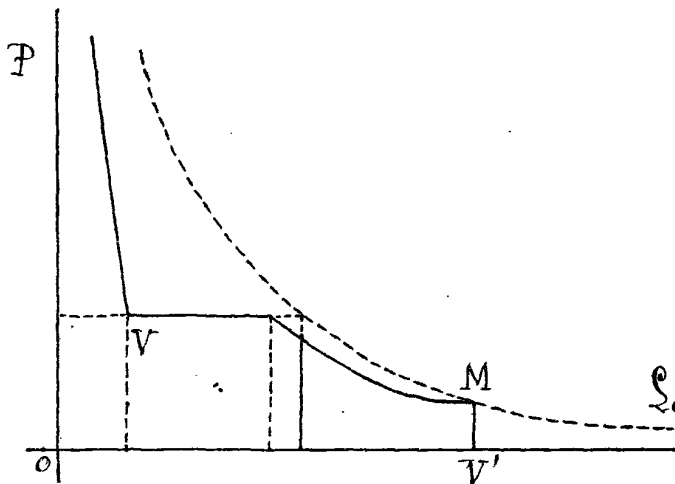
On peut produire ces divers phénomènes successivement en introduisant une goutte d'un liquide volatil dans le vide de la machine pneumatique; il s'évapore d'abord puis entre en ébullition; et, si la pression devient rapidement extrêmement faible se volatilise.

L'expérience fondamentale de la formation des vapeurs, dans le vide est la suivante:

On prend un tube d'un mètre plein de mercure; quand au-dessus on a le vide. Introduisons avec une pipette une bulle d'un liquide volatil, immédiatement le mercure est déprimé; la vapeur a une certaine force élastique qui, dans des circonstances données de température et de pression ne dépasse pas une limite déterminée bien que l'on ajoute au liquide ou qu'on augmente l'espace laissé à la vapeur.

Représentons le phénomène par une courbe.

Introduisons l'unité de poids du liquide dans le vide, le volume étant OV la pression est alors VM ; diminuons le volume, pendant un certain temps la vapeur suit sensiblement la loi de Mariotte, généralement elle se



Loi de Mariotte

Comprimé plus que ne l'indique la loi; puis on a une droite, la pression étant constante jusqu'au moment V où il n'y a plus que du liquide de sorte qu'on ne peut diminuer le volume qu'en

introduisant une pression considérable.

Cherchons que va devenir la force élastique de la vapeur en changeant la température.

Dalton est arrivé aux lois suivantes :

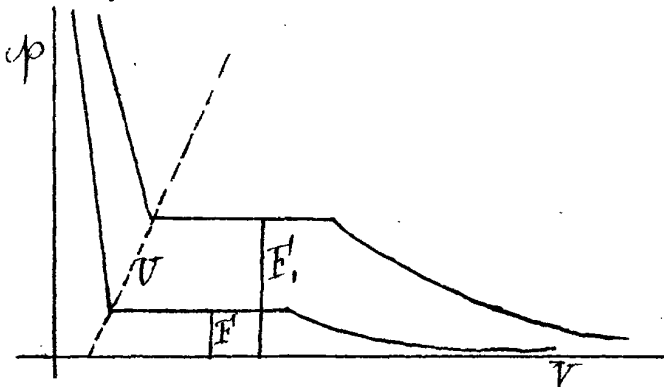
1^o La force élastique maxima de la vapeur croît avec la température et varie à peu près en progression géométrique quand la température croît en progression arithmétique.

2^o La force maxima n'est atteinte que lorsque le liquide générateur est en excès et est indépendant de cet excès.

On sait que pour les gaz la loi de Mariotte complète est

$$\frac{pV}{1 + \alpha t} = \text{const.} \quad pV = p_0 V_0 (1 + \alpha t)$$

En construisant les courbes qui expriment cette loi à diverses températures on obtient une série de hyperboles équilatères.



En opérant de même pour les vapeurs, le volume du liquide changeant peu mais croissant pointant peu à peu les points V se trouvent sur une ligne inclinée légèrement comme le montre la figure

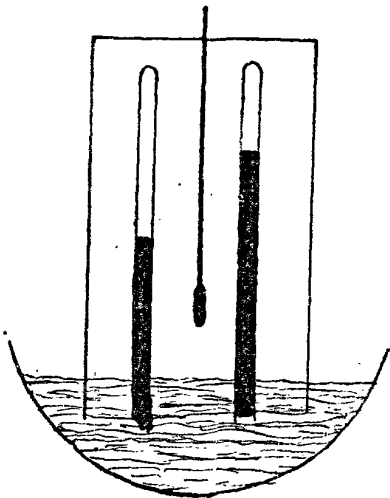
les quantités F, F_1, \dots désignent chaque courbe, elles varient suivant la loi :

$$F = F_0 a^t.$$

Expériences de Dalton.

Dalton a pris deux baromètres, l'un ordinaire, l'autre contenant du liquide; il les enveloppait d'un manchon de verre reposant sur le mercure et où il pouvait verser une certaine quantité d'eau; un agitateur et un thermomètre.

La différence de niveau du mercure donne la pression, la température est d'ailleurs connue. A mesure qu'on élève la température, le baromètre à alcool baisse beaucoup la force élastique du gaz qui est la tension maxima croissant très rapidement le baromètre vide ne doit pas baisser du tout; seulement comme on a versé de l'eau sur le mercure, la vapeur d'eau pénètre par capillarité et vient en général exercer sa pression; c'est l'inconvénient de ce procédé.



M. Raemytz, ayant à étudier les tensions au point de vue météorologique a simplement mis les deux baromètres sur une même planchette sans manchon et a profité des variations de température du laboratoire de -26° à $+36$ pour étudier le phénomène pendant des années; l'eau étant dans un tube très-étroit et en repos a pu descendre jusqu'à ces basses températures sans

prendre l'état solide.

M. Regnault a disposé son appareil de la manière suivante :

Une large caisse métallique où on peut mettre de l'eau enveloppe la partie supérieure des deux tubes ; en avant se trouve une glace qui permet de relever au cathétomètre les différences de niveau. Il a étudié ainsi les tensions de 0 à 50° : son appareil n'a d'ailleurs qu'un intérêt historique.

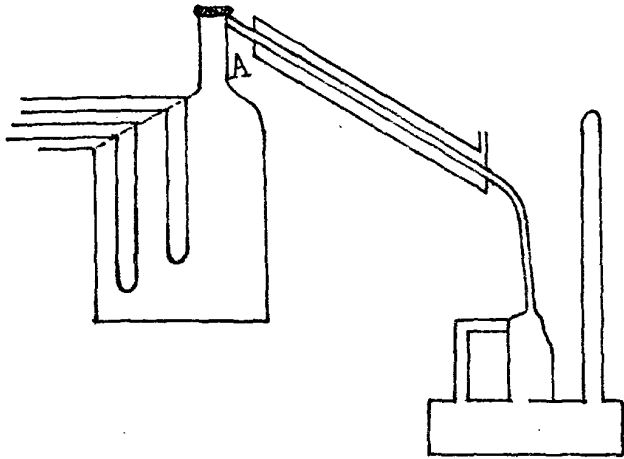
Expériences de Dulong et Arago.

Une chaudière en fonte était placée sur un fourneau avec du liquide à moitié ; deux thermomètres donnaient l'un la température du liquide, l'autre celle de la vapeur ; la tige des thermomètres était recouverte et par surcroît de précaution, la partie extérieure entourée d'un manchon ou circulait de l'eau. Un tube vertical communiquait avec un vase en fonte contenant du mercure ; ce mercure faisant soupape pouvait comprimer de l'air dans un tube entouré d'un manchon plein d'eau véritable manomètre à air comprimé. On chassait d'abord l'air de l'appareil par ébullition en cassant l'ouverture A, puis on fermait A et sous l'influence du foyer de chaleur la température et la tension de la vapeur s'élevaient graduellement. Pour faire une mesure on arrêtait le feu et on bouchait toutes les issues pour que la température montât et redescendit ensuite ; il y avait alors un moment stationnaire où l'on lisait la température.

à 100°	-----	1 atmosphère
121° 4	-----	2
133° 1	-----	3
145° 4	-----	4
153° 1	-----	5
-----	-----	-----
181° 1	-----	10

L'accroissement est rapide de sorte que les différences successives des nombres de degrés d'élevation de température apportant un accroissement d'une atmosphère de pression va en diminuant. Dulong et Arago ont vu que les résultats ne

concordaient pas avec la loi de Dalton et ont proposé une formule d'interpolation différant de l'exponentielle qui sera donnée plus loin.



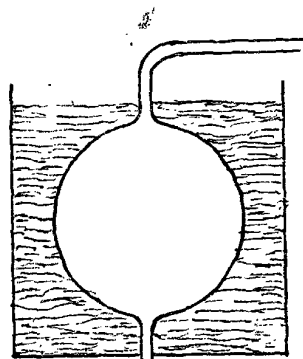
Cette méthode employée pour la vapeur d'eau n'est pas pratique pour les liquides un peu rares.

Dulong en a imaginé une autre reprise plus tard par Regnault qui est fondée sur la loi douteuse, que voici.

L'ébullition d'un liquide a lieu quand la force élastique maxima de la vapeur

est égale à la pression extérieure.

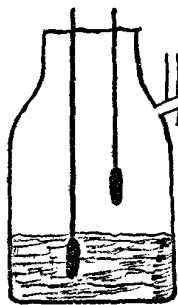
On a une chaudière C; un tube 'T T' entouré d'eau froide où la vapeur se condense pour retomber à l'état liquide dans la chaudière, un réservoir R où l'on comprime ou rarefie l'air à l'aide de pompes, enfin un manomètre à air est mis en communication avec le réservoir R par P.



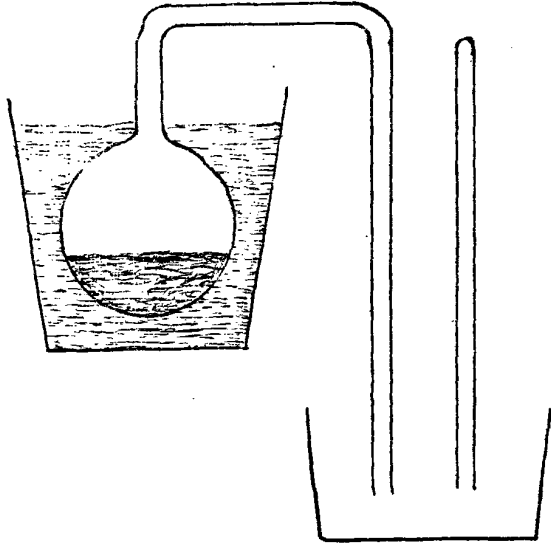
Des tubes de fer remplis d'huile et plongés au sein de la vapeur contiennent des thermomètres à mercure: il suffit de lire la pression du manomètre et sous cette pression la température d'ébullition.

Pour les températures très-basses, Gay-Lussac s'est servi du principe de la paroi froide du Watt.

Lorsqu'un point d'une enceinte saturée est à une température inférieure à celle correspondant à la force élastique de la vapeur le liquide s'y condense, si la paroi froide est disposée de façon à retenir le liquide, il s'y accumule



et finalement la force élastique dans l'enceinte correspond à la tension maxima de la vapeur à la température de la paroi froide.



Gay-Lussac a soude au baromètre de Dalton un réservoir de grand volume qu'il enveloppe d'un mélange réfrigérant à -10° le mercure remonte avec une grande rapidité et sa hauteur finale indique la tension maxima de la température de -10° .

Dalton avait énoncé la loi suivante qui n'est qu'approximative. À des températures également distantes de leur point d'ébullition sous la pression normale de l'atmosphère,

tous les liquides ont à peu près la même force élastique maxima.

Ses expériences très précises de M^r Regnault ont montré que cette loi donne une valeur approchée des forces élastiques de vapeurs connaissant la loi de l'une d'elles mais non exactement.

Résultats numériques.

Lorsqu'on admet les lois suivantes :

1^o F' croît en progression géométrique quand t croît en progression arithmétique.

$$F = F_0 a^t$$

Si T est la température d'ébullition à F₀

$$760 = F_0 a^T$$

$$\frac{F}{760} = a^{t-T}$$

2^o À des distances égales au point d'ébullition la force élastique de divers liquides est la même

$$\frac{F'}{760} = a^{t'-T}$$

On aura $F = F'$ pour $t - T = t' - T'$.

Il en résulte $a^{t-T} = a'^{t'-T'}$ donc en prenant les logarithmes.

$$a = a'$$

Si les deux lois étaient exactes tous les liquides seraient régis par la même loi, la base de l'exponentielle étant la même.

En réalité il n'en est pas ainsi, on est obligé d'avoir recours à des formules empiriques.

M. Roche a proposé $F = A a^{\frac{t}{1+mt}}$

Dulong

$$F = (a + bt)^m$$

Biot

$$\log. \frac{F}{760} = A + B a^t + (p^t + \dots)$$

Biot a été conduit à cette forme en prenant les logarithmes des deux membres de l'équation de Dalton.

$$\frac{F}{760} = a^{t-T}$$

$$\log \frac{F}{760} = (t-T) \log. a = A + t \log. a = A + Bt).$$

$\log \frac{F}{760}$ croît plus vite que Bt de sorte qu'à la place de Bt , Biot a été conduit à mettre une fonction croissant plus vite que $B a^t$.

M. Regnault a construit une courbe d'après les données de ses expériences et en relevant 5 points il a obtenu les constantes de la formule de Biot. Dans une foule de cas on peut se contenter des trois premiers termes: M. Regnault a trouvé qu'alors le coefficient a est sensiblement le même pour tous les liquides qu'il a observés.

Application de ces tables à la correction du point 100.

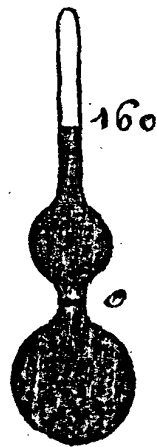
La température d'ébullition de l'eau varie avec la pression

101°	787.63	27.62
100°	760.00	
99°	723.21	27.79

Jamais la pression ne varie jusqu'à ces limites extrêmes ces 3 nombres suffisent pour corriger; l'interpolation est très-

2^e Division - 1881-82

Physique - 16^e Feuille.



Simple car les parties sont à peu près proportionnelles $27^{\text{m}}7$ par 1.

On a utilisé cette variation pour remplacer le baromètre.

Hypsomètre. - C'est un thermomètre présentant un renflement qui permet de le substituer à un thermomètre très-long, il ne donne les températures que de 90° à 102° ; on

mesure à quelle température il s'arrête pour l'eau bouillante et en cherchant dans les tables on a la pression correspondante.

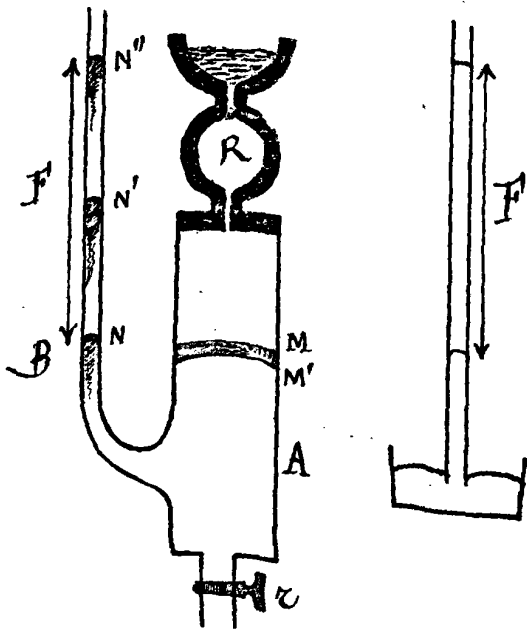
Formation des vapeurs dans un espace rempli de gaz.

Les lois que suit alors la formation des vapeurs sont à peu près les mêmes que dans le vide; les vapeurs peuvent saturer à la longue un espace rempli de gaz; elles acquièrent alors une force élastique maxima égale à celle qu'elles acquièrent dans le vide. La pression définitive est égale à la pression initiale augmentée de la tension de la vapeur.

On le prouve au moyen de l'appareil de Gay-Lussac.

L'appareil se compose d'un tube de forte section A et d'un tube de moindre diamètre B qui communique avec lui, à la partie supérieure de A est un robinet à goutte R, qui permet d'introduire goutte à goutte le liquide contenu dans une coupe placée au-dessus, à la partie inférieure de A est un robinet C.

Supposons que l'appareil renferme une certaine quantité de gaz; on amène le mercure dont l'appareil est partiellement rempli à avoir le même

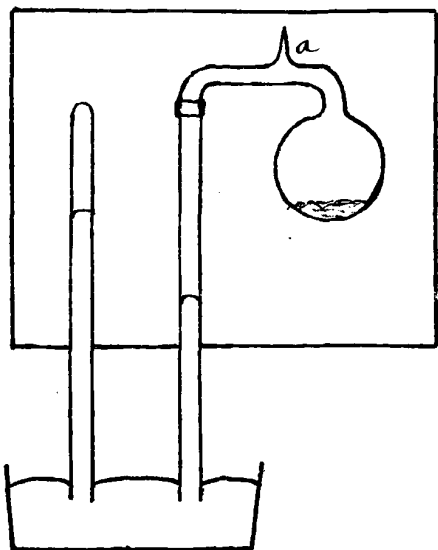


niveau dans les deux branches, il arrivait alors en MN . Puis on fait tomber goutte à goutte un peu de liquide en excès; le mercure a alors baissé jusqu'en M' dans A et a monté en N' dans B .

On ajoute du liquide par B de manière à avoir dans A le niveau primitif; le mercure s'élève alors en N'' dans B , et l'on constate que la hauteur NN'' est égale à la hauteur FM' dont le mercure baisse dans un baromètre lorsqu'on y introduit dans les mêmes conditions de température le liquide en question. La loi énoncée se trouve donc vérifiée.

L'expérience a été répétée par Regnault.

Il prend deux baromètres dans la même cuvette.



L'un d'eux est muni d'une garniture avec un tube communiquant avec un ballon. Une caisse pleine d'eau enveloppe l'appareil. On peut faire un vide plus ou moins parfait par un tube communiquant avec une machine pneumatique, et qu'on ferme à la lampe. On peut comparer les deux baromètres, ils ne sont pas au même niveau, on mesure la pression initiale du gaz qu'on peut ainsi choisir à volonté.

Dans le ballon on a eu soin de placer une ampoule pleine du liquide. Lorsqu'on a obtenu la pression cherchée dans B on creève l'ampoule en chauffant avec une lampe à alcool, le liquide se volatilise et sa tension s'ajoute à celle du gaz intérieur.

On vérifie la loi de Gay-Lussac comme avec l'appareil précédent. On trouve toujours une petite erreur par défaut, comme s'il fallait un temps infini pour avoir la tension maxima lorsque la vapeur est en présence d'un gaz.

Hygrométrie.

Le but de l'hygrométrie est de déterminer la quantité de vapeur d'eau contenue dans l'atmosphère.

Méthode Chimique: Elle consiste à faire passer au vu d'un vase de Mariotte, un volume donné d'air dans une série de tubes desséchants, et à effectuer des pesées; cette méthode est longue et sans intérêt au point de vue de la physique et difficile à appliquer d'une manière courante en météorologie.

Méthodes physiques:

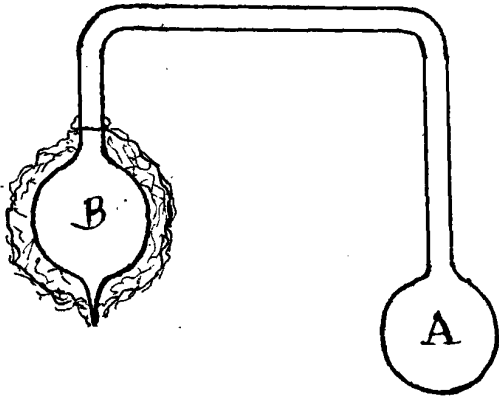
Méthode du point de rosée fondée sur le principe de Wa. Un espace incomplètement saturé de vapeur d'eau le devient complètement si l'on abaisse suffisamment la température.

En effet la force élastique d'une vapeur croît avec la température; si on met une certaine quantité de liquide dans un espace donné, il n'y aura qu'une certaine température pour laquelle cette quantité de liquide saturera exactement l'espace.

Si on chauffe trop fort le liquide se volatiliserait tout entier mais ne saturerait pas l'espace; si on laisse refroidir il y aura un moment où l'espace sera saturé; si on refroidit davantage, immédiatement une partie de la vapeur passe à l'état liquide.

C'est cette température que l'on nomme le point de rosée. A ce moment du point de rosée nous sommes sûrs que la vapeur a exactement la force élastique maxima correspondant à la température. Les vapeurs se comportent comme des gaz lorsqu'elles ne sont pas saturées; nous connaissons la force élastique de la vapeur à toute température pourvu qu'elle ne soit pas saturée.

Hygromètre de Daniell (Physicien Anglais). L'appareil se compose d'un tube deux fois recourbé terminé à l'une de ses extrémités par une boule en verre noir A. Le tube est terminé à son autre extrémité par un



Boule B munie d'une pointe effilée.

On a placé dans A de l'éther qu'on a fait bouillir pour chasser tout l'air, alors on a fermé la pointe de B à la lampe.

On enveloppe B de mousseline et on fait couler dessus un liquide volatil; par suite du froid produit par l'évaporation la pression diminue en B.

Le liquide s'évapore en A et abaisse la température. La boule A renferme un thermomètre que l'on surveille avec soin et on lit la température au moment où la brée commence à apparaître sur A; on lit la force élastique maxima correspondante, dans les tables et on connaît la force élastique que la vapeur avait dans l'atmosphère.

Inconvénients de cet appareil: le verre est mauvais conducteur et le thermomètre trop petit

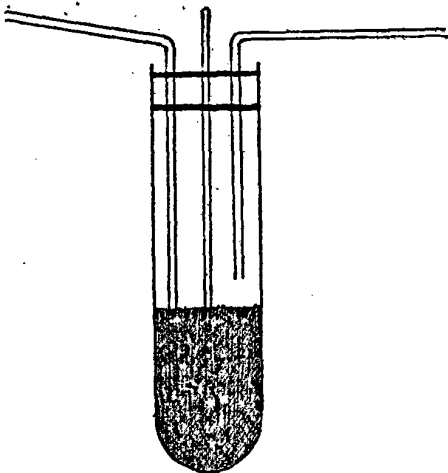
Hygromètre de Regnault.

Il se compose d'un tube de verre mastiqué dans un récipient d'argent poli, fermé par un bouchon on passent trois tubes, le tube d'un thermomètre, un tube plongeant dans l'éther et communiquant avec l'atmosphère et un tube ne plongeant pas dans le liquide et communiquant avec un aspirateur.

On fait le vide partiel dans l'aspirateur, une bulle d'air arrivée de l'atmosphère, traverse le liquide et se charge de vapeur.

Il a donc évaporation et par suite refroidissement.

Pour saisir exactement le moment de la brée on dispose à côté un récipient d'argent tout semblable et dont la surface reste constamment brillante car il ne contient pas de liquide, une lunette permet de viser en même temps les deux récipients.



Lorsqu'on commence à apercevoir la buée on lit le thermomètre. Soit t' la température, elle est un peu plus faible que la température θ cherchée; on arrête le courant d'air, on laisse disparaître la buée et au moment où elle disparaît on lit la température $t'' > \theta$.

On prend $\frac{t'+t''}{2}$ et l'erreur commise est certainement inférieure à $\frac{t''-t'}{2}$.

Connaissant la force élastique maxima à la température θ on peut calculer l'état hygrométrique de l'air:

C'est le rapport de la force élastique actuelle f à la force élastique maxima F à la même température; f est la force élastique obtenue en observant le point de rosée.

L'état hygrométrique s'appelle souvent fraction de saturation.

Calcul du poids d'un volume de gaz humide.

Soit v le volume donné H la pression du gaz, t sa température, Δ sa densité par rapport à l'air. Soit f la tension actuelle de la vapeur d'eau, δ sa densité par rapport à l'air, 0,622, a le poids du litre d'air 1 gr. 293.

Le poids du gaz est P sa pression est $H-f$.

$$P = \frac{V}{1+at} \frac{H-f}{760} \times a \Delta$$

Le poids de la vapeur d'eau est:

$$p = \frac{V}{1+at} \frac{f}{760} \cdot a \delta$$

Si on veut connaître le poids d'air sec contenu dans un volume donné, il suffit de faire $\Delta = 1$ dans la valeur de P .

On a le poids total de l'air humide en faisant la somme $p+P$.

$$P + p = \frac{Va}{(1+at)760} \left(H-f + \frac{5}{8}f \right) \text{ car } 0,622 = \frac{5}{8}.$$

$$P + p = \frac{Va}{(1+at)760} \left(H - \frac{3}{8}f \right).$$

Psychromètre. - C'est un appareil destiné à mesurer $F - f$.

Il est fondé sur ce fait que l'évaporation d'un liquide dans un courant d'air est d'autant plus rapide que l'air est plus sec.

(Un thermomètre humide indique toujours une température trop basse),

On admet que le poids d'eau évaporé dans un temps donné est proportionnel à une constante A multipliée par $F - f$.

$$p = A (F - f).$$

L'évaporation exige de la chaleur; on prend deux thermomètres l'un sec donnant la température extérieure t , l'autre maintenu constamment humide par un linge mouillé et donnant une température θ .

Soit y la chaleur latente de vaporisation du liquide, c la chaleur spécifique de la vapeur, la chaleur absorbée par le liquide est $p \{y + c(t - \theta)\}$, car la vapeur repasse de θ degrés à la température extérieure.

D'ailleurs cette chaleur est égale à celle qui a été cédée par le rayonnement de l'enceinte; en vertu de la loi de Newton elle est $B(t - \theta)$.

On a donc:
$$p(y + c(t - \theta)) = B(t - \theta).$$

On peut négliger $c(t - \theta)$ vis-à-vis de y , car y est voisin de 500 calories tandis que $c(t - \theta)$ ne vaut que quelques calories et en remplaçant p par $A(F - f)$

on a:
$$A(F - f)y = B(t - \theta)$$

$$F - f = \frac{B}{Ay} (t - \theta)$$

On ne peut pas déterminer facilement à priori A et B , surtout B . Le docteur Auguste avait proposé une méthode théorique pour calculer B mais elle est peu sérieuse.

On est obligé de graduer l'appareil par comparaison avec un hygromètre. Il a l'avantage de donner des indications continues.

Nous ne mentionnons que pour mémoire l'hygromètre à Cheven de Samure.

8^e Leçon.

Théorie mécanique de la chaleur.

Il est probable que les phénomènes de chaleur ne sont que des phénomènes de mouvement; nous avons vu qu'il y a une relation intime entre les phénomènes de chaleur et de force.

La compression des gaz produit de la chaleur (Briquet à air).

Les frottements de toute nature montrent une sorte de transformation du travail mécanique en chaleur.

La force mécanique peut faire la besogne de la chaleur et inversement.

Nous voyons donc vaguement qu'il doit y avoir équivalences entre certains phénomènes mécaniques et calorifiques. Il faut étudier sous quelle manifestation de ces deux agents la chaleur et la force, il faut étudier la comparaison.

Nous avons deux notions très-vagues, celles de la chaleur dont nous avons déjà parlé et celle de force mécanique. Cette dernière notion comme la première d'ailleurs nous est donnée par les sens: essayons de la première par des exemples.

La force se présente à nous sous deux types d'effets.

La première c'est la force en repos, un poids, un ressort tendu un gaz comprimé.

Le second c'est la force en mouvement: un wagon lancé sur des rails, un boulet lancé par un canon.

Il y a donc à distinguer l'effort statique, et un effort dynamique provenant du mouvement pur et simple des masses.

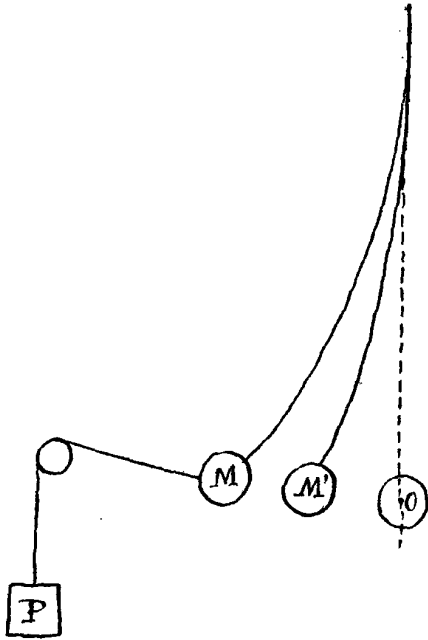
Une force statique peut être évaluée en kilogrammes.

Une force dynamique ne peut l'être car pour l'évaluer il faudrait l'arrêter, et si on l'arrête elle disparaît.

On peut découvrir un mode d'évaluation commun à ces deux manifestations de force.

Considérons par exemple un pendule élastique soustrait à l'action de la pesanteur et mu simplement par un ressort.

Dans ce pendule nous pouvons considérer la force en repos sans vitesse, il suffit pour cela de fixer à la masse M un poids P agissant sur une poulie, si le poids est suffisant le ressort ne pourra avoir son effet.



Quand cette poulie, le corps se met en mouvement et est à chaque instant animé d'une certaine vitesse, et si l'on veut l'arrêter dans une position voisine M' , il faut un effort plus considérable que celui qu'il aurait fallu exercer pour le maintenir au repos si l'on avait primitivement considéré au repos dans cette position. Bien plus lorsque le pendule est en O , il n'est soumis à

aucune force et a cependant une vitesse; aux extrémités, la masse est soumise à une force et a une vitesse nulle.

La force du ressort, d'abord accélératrice devient retardatrice pendant la seconde moitié de l'oscillation, et finit par détruire la vitesse.

On sent que le mouvement se continuerait indéfiniment s'il n'y avait pas d'effort extérieur.

La force statique et la force dynamique se transforment donc l'une dans l'autre rien ne se gagne, rien ne se perd, il y a une certaine conservation de la force.

Il serait donc très intéressant de trouver un mode d'évaluation des deux efforts l'un statique l'autre dynamique de manière que la somme des deux fut constante car on aurait alors une certaine notion de l'équivalence de ces deux efforts.

Cherchons ce mode d'évaluation.

Nous admettrons que la vitesse d'un corps ne varie que si

le corps est soumis à une force et que la variation est proportionnelle à la valeur de la force et au temps et invariablement proportionnelle à la masse.

Soit H la position initiale du mobile M . M la position actuelle, x le chemin parcouru la vitesse $v = \frac{dx}{dt}$.

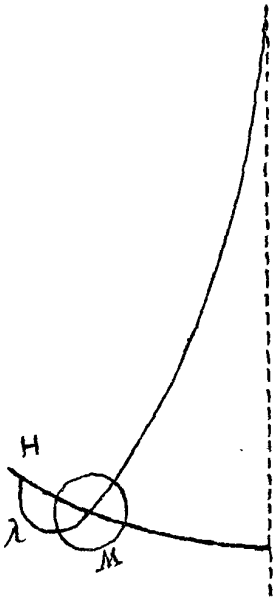
En vertu du principe précédent on a

$$dv = \frac{F dt}{m} \text{ avec } v = \frac{dx}{dt}$$

ce qui donne une relation entre v , F et t ou entre v , F et x : c'est cette dernière relation qui nous intéresse : substituant à dt sa valeur il vient :

$$m v dv = F dx$$

le premier membre est une différentielle exacte la différentielle de $\frac{m v^2}{2}$



$$m \frac{v^2}{2} = \int_{x_0}^x F dx.$$

En appelant force vive le terme $\frac{m v^2}{2}$ et travail élémentaire le produit de la force par le chemin parcouru dans sa direction, la variation de la force vive de la masse est égale au travail correspondant de la force. Cette expression $\int_{x_0}^x F dx$ croît toujours lorsque la force est accélératrice et diminue lorsqu'elle est retardatrice. Une force étant donnée, on voit qu'elle peut produire un travail maximum que nous appelons T .

On a $m \frac{v^2}{2} - \int_{x_0}^x F dx = 0$ ou bien en ajoutant T aux deux membres $m \frac{v^2}{2} + (T - \int_{x_0}^x F dx) = T$

$T - \int_{x_0}^x F dx$ est le travail qui peut se produire jusqu'au maximum. Sa somme de la force vive à un moment donné

et du travail à accomplir pour arriver au maximum du travail que peut produire la force est une quantité constante à chaque instant.

Nous voyons donc que $\frac{m v^2}{2}$ $T - \int_{x_0}^x F dx$ sont des quantités de même nature puisqu'elles peuvent se transformer l'une dans l'autre.

On est donc convenu de les représenter par le même nom : la première énergie actuelle, la seconde énergie disponible T l'énergie totale.

Revenons au pendule. Calculons $\int_{x_0}^x F dx$.

Si nous remarquons que la force est proportionnelle à l'angle d'écart nous aurons $F = K S$.

$$x = S_0 - S$$

$$dx = -ds$$

$$\begin{aligned} \int_{x_0}^x F dx &= - \int_{S_0}^S F ds \\ &= -K \int_{S_0}^S s ds \\ &= -K \left[\frac{s^2}{2} \right]_{S_0}^S \\ &= -K \left(\frac{S^2}{2} - \frac{S_0^2}{2} \right) \\ &= \frac{K}{2} (S_0^2 - S^2) \end{aligned}$$

Le maximum que l'on peut produire est évidemment,

$$T = \frac{K}{2} S_0^2 \text{ car, } S \text{ peut devenir nul}$$

Nous devons donc avoir à chaque instant.

$$m \frac{v^2}{2} + \frac{K}{2} S_0^2 - \frac{K}{2} (S_0^2 - S^2) = \frac{K}{2} S_0^2$$

$$m \frac{v^2}{2} + \frac{K S^2}{2} = \frac{K S_0^2}{2}$$

$m \frac{v^2}{2}$ est l'énergie actuelle $\frac{K S^2}{2}$ est le travail que la force produit pour aller de M à 0 ; leur somme est donc égale à la constante $\frac{K S_0^2}{2}$. Si on a un système quelconque de points sollicités par un système quelconque de forces, on a toujours

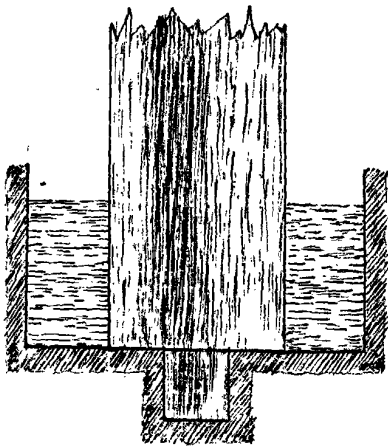
$$\leq \frac{m v^2}{2} + T - \sum \int F ds \cos(F ds) = \text{une constante } T$$

Seulement comme ici il y a plusieurs forces, F et ds font un certain angle.

Ces préliminaires permettent de prévoir que s'il y a lieu de comparer les phénomènes thermiques aux phénomènes mécaniques, nous aurons tout intérêt à comparer les phénomènes thermiques à l'énergie des corps qui les produisent.

Exemples de transformation réciproque de chaleur en énergie mécanique.

On sait depuis toute antiquité que le frottement produit de la chaleur. Rumford, chargé de la fonderie de canons de Munich, se demanda la cause de l'énorme quantité de chaleur développée dans le tournage des pièces. On l'attribuait alors à une variation de chaleur spécifique du métal, plus grande pour le métal en masse que pour le métal réduit en copeaux. Rumford n'admit pas cette explication, et pour prouver qu'elle était défectueuse, il disposa un axe nu par un manège et tournant dans une crapaudine au milieu d'un cylindre plein d'eau. Il parvint ainsi à faire bouillir 18 à 20 livres d'eau sans qu'il y eut une

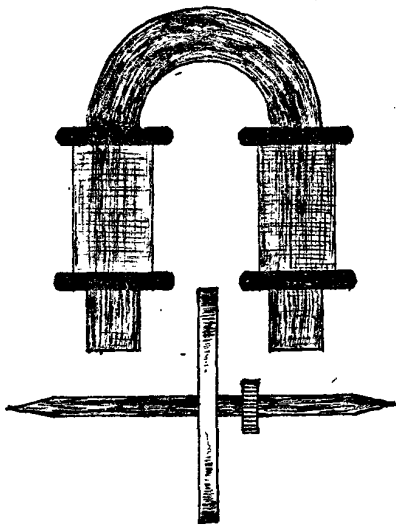


quantité notable de métal réduit en poussière par le frottement. Il alla jusqu'à comparer la chaleur ainsi obtenue avec celle que produisait le fourrage nécessaire à la nourriture du cheval qui produisait le travail ; mais il n'alla pas jusqu'à trouver le rapport

existant entre le travail et la chaleur produite. Il restait donc à mesurer le travail pour le comparer à la chaleur.

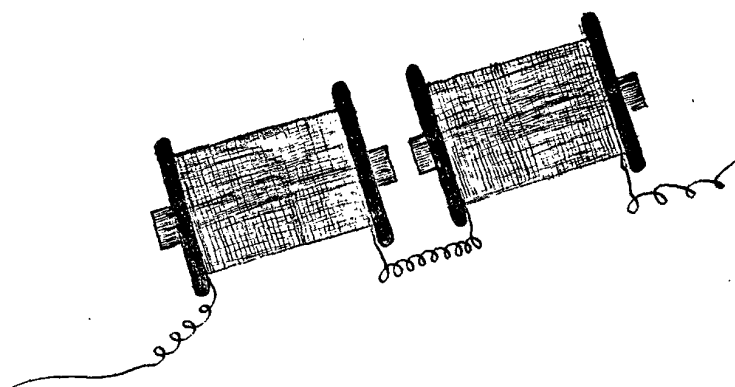
En 1842, Joule en France, Mayer en Allemagne, Colding en Danemark, énoncèrent presque simultanément la proposition suivante : « La chaleur peut être transformée en énergie mécanique et réciproquement ; il existe toujours un rapport constant entre la quantité de chaleur produite ou détruite et l'énergie produite ou détruite ». On désigne ici par énergie soit le travail d'une force statique, soit la force vive d'un corps en mouvement, puisque en vertu du théorème des forces vives l'un correspond à l'autre.

Plusieurs expériences démontrent cet énoncé ! Le briquet à air montre qu'un travail exercé sur une masse gazeuse et ne produisant aucune vitesse peut produire assez de chaleur pour enflammer de l'amadou. On constate aussi qu'en frappant un morceau de plomb à coups de marteau, le travail qui ne fait qu'écraser le plomb échauffe rapidement le métal. L'expérience de Rumford conduisit aussi à voir que le travail se transforme en chaleur. Mais dans cette expérience il y a frottement, l'expérience de Foucault en est indépendante.



Expérience de Foucault. — L'appareil se compose d'un électro-aimant entre les pôles duquel se meut un disque de cuivre animé d'un mouvement très-rapide par des engrenages. Lorsque le courant ne passe pas, le mouvement s'effectue sans peine mais lorsque le courant passe le disque éprouve de la part des aimants une résistance qui rend le mouvement très-difficile. Si on vainc cette résistance, on constate au bout de peu de temps, soit avec la pile thermo-électrique soit à la main que le disque est notablement chaud.

Deux électro-aimants sont reliés l'un à l'autre par un fil



de platine qui rougit lorsque le courant passe; si on écarte brusquement les électro-aimants, le travail nécessaire pour vaincre leur attraction, fait rougir le fil davantage; si on les approche, il s'assombrit,

Une expérience analogue se fait avec une machine de Gramme mue par une pile. Un fil de platine placé dans le courant, rougit si on arrête

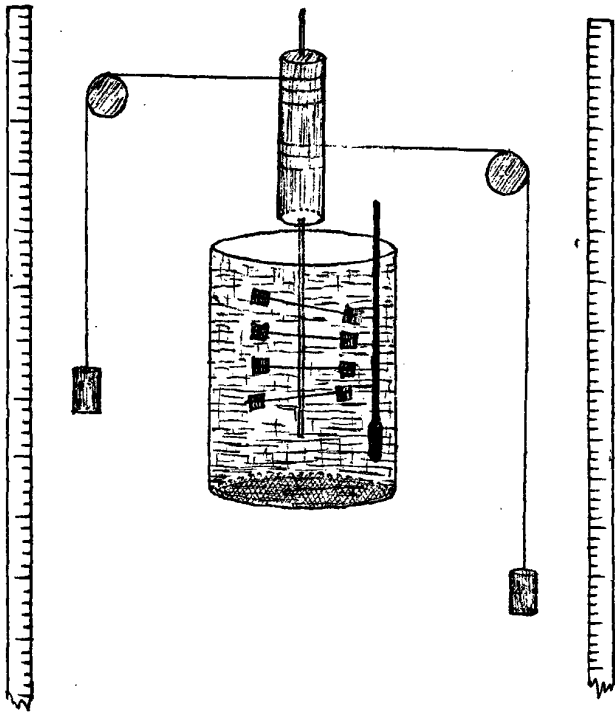
le mouvement de la machine. Si le moteur, au lieu d'être une pile est une seconde machine, on constate les mêmes phénomènes; de plus si on tourne la deuxième machine en sens inverse, le fil peut être fondu.

Ces diverses expériences montrent bien que le travail se transforme en chaleur. Il y avait donc lieu de déterminer le rapport existant entre le travail et la chaleur produite; c'est ce qu'ont fait plusieurs physiciens; c'est ainsi qu'ils ont déterminé l'équivalent mécanique de la chaleur; c'est le nombre de kilogrammètres correspondant à une calorie.

Détermination de l'équivalent mécanique de la chaleur.

1^o Expérience de M^r Joule. Cette expérience consiste à détruire une certaine quantité de travail par un frottement exercé sur un liquide et à mesurer l'échauffement de ce liquide. On appelle travail détruit celui auquel ne correspond pas la force vive donnée par la formule du théorème des forces vives.

L'appareil de M. Joule se compose d'un calorimètre qu'on peut monter ou descendre à volonté et d'un axe muni d'ailettes qui tourne dans l'intérieur du calorimètre au moyen d'un treuil mu par des poids descendant le long de règles



divisées. On soulève le calorimètre et on met les poids en mouvement. Ceux-ci au lieu de descendre avec une vitesse croissante, descendent très lentement, et à un certain instant la vitesse devient constante et égale à u .

Le calorimètre s'échauffe; on fait les corrections nécessaires au métal, au thermomètre, à l'axe et aux palettes, et on a une certaine quantité de chaleur $M\theta$.

Il s'agit de cal-

culer la force vive. Soit P le poids moteur, m sa masse, dx l'élément de chemin parcouru, H la hauteur totale dont il descend nous avons :

$$dv = \frac{P dx}{m}$$

$$\text{ou: } m dv = P dx \frac{dt}{dx}$$

$$= \frac{P dx}{v}$$

$$\text{d'où } m v dv = P dx$$

$$\text{Intégrant } \frac{m v^2}{2} = \int_0^H P dx = PH \text{ expression évidente puisqu'elle}$$

représente le travail de la pesanteur qui est une force constante

Celle est la force vive totale du poids; il faut calculer celle qu'il conserve en arrivant au bas de sa course. Il a une vitesse u , sa masse est $\frac{P}{g}$; sa force vive est donc $\frac{1}{2} \frac{P}{g} u^2$.

Nous avons donc la relation:

$$2PH - \frac{P}{g} u^2 = T + t.$$

en appelant T le travail utile, et celui des résistances passives. M. Joule détermine t en abaissant le calorimètre pour éviter le frottement des palettes et en attachant les poids au treuil de manière qu'ils se fassent équilibrer; il ajoute à l'un d'eux un poids additionnel p et il le choisit de telle sorte que la vitesse du système soit précisément u . Le travail est pH . La force vive restante est: $\frac{2P+p}{2g} u^2$

$$\text{On a donc: } pH = \frac{2P+p}{2g} u^2 + t.$$

t représentant le travail des résistances passives qui est sensiblement le même que dans la première expérience. Retranchant membre à membre les deux équations obtenues dans les deux opérations successives on obtient.

$$(2P-p)H = -\frac{p}{g} u^2 + T$$

u étant très-petit on peut négliger $-\frac{p}{g} u^2$ et on a

$$T = (2P-p)H$$

Si on divise cette force vive disparue par la quantité de chaleur $M\theta$, on obtient le nombre de Kilogrammètres détruits pour l'échauffement d'une calorie; c'est l'équivalent mécanique de la chaleur. M. Joule a trouvé le nombre 423; c'est-à-dire que pour élever 1 Kilogramme d'eau de 0° à 1° , il faut développer un travail capable d'élever 423 Kilogrammes d'eau à 1 mètre de hauteur.

M. Joule a varié son expérience de différentes manières. Il a remplacé l'axe à palettes, par deux plateaux métalliques frottant l'un contre l'autre au milieu du calorimètre; il a trouvé le nombre 426. Cette légère différence entre les deux résultats tient aux difficultés de l'expérience; le peu d'élévation de la température rend les causes d'erreur très-importantes, et il faut faire des corrections très-minutieuses.

9^e Leçon.

L'expérience de Joule donne une mesure de l'équivalent mécanique de la chaleur par une transformation de travail en chaleur : mais on peut opérer la transformation même et mesurer le travail créé équivalent à la quantité de chaleur dissipée.

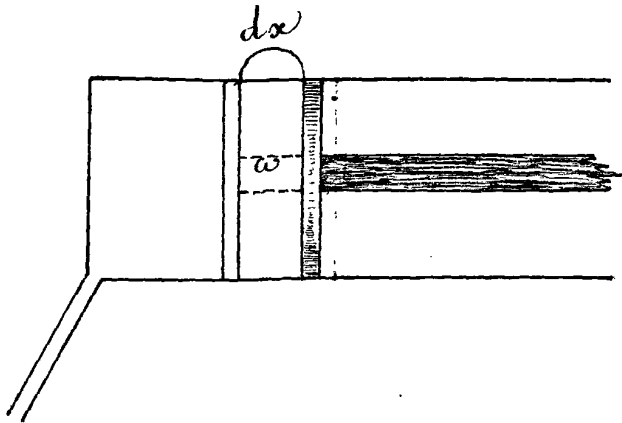
2^o Expérience de M^r Hirn. -

M. Hirn a réussi à réaliser cette expérience non dans un laboratoire, mais dans une usine au moyen d'une machine à vapeur destinée à produire un travail industriel. Il s'est proposé de mesurer la quantité de chaleur dissipée et d'autre part le travail produit. Pour calculer le premier élément, il ne fallait pas compter sur la pesée du combustible, car il entre trop d'éléments complexes sur l'effet calorifique de ce combustible. Il suffisait seulement de connaître au moyen d'un thermomètre la température de la vapeur arrivant dans le cylindre ou piston. Avec cette donnée, connaissant le débit de la chaudière, la chaleur latente de vaporisation de l'eau, on pouvait déterminer la quantité de chaleur nécessaire pour élever à t degrés une quantité d'eau connue en la réduisant en vapeur.

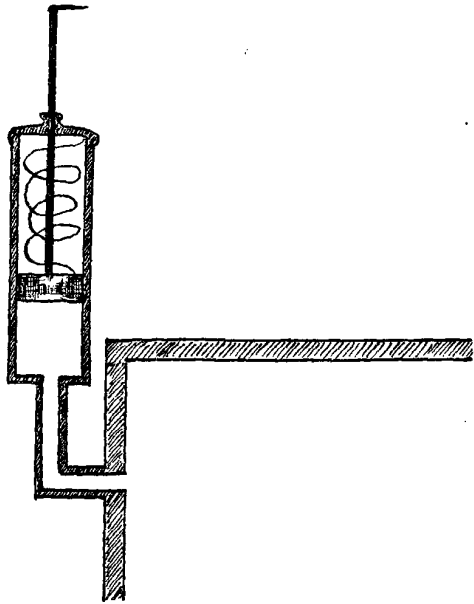
Restait à connaître le travail produit. On ne pouvait le calculer que sur le piston même afin de faire entrer en ligne de compte toutes les résistances passives qu'on ne peut pas bien déterminer. Soit ω la surface du piston, p la pression de la vapeur sous l'unité de surface, dx un déplacement élémentaire du piston. Le travail élémentaire est donc $p \omega dx$. Par suite le travail total est

$$T = \int p \omega dx \\ = \int p dV$$

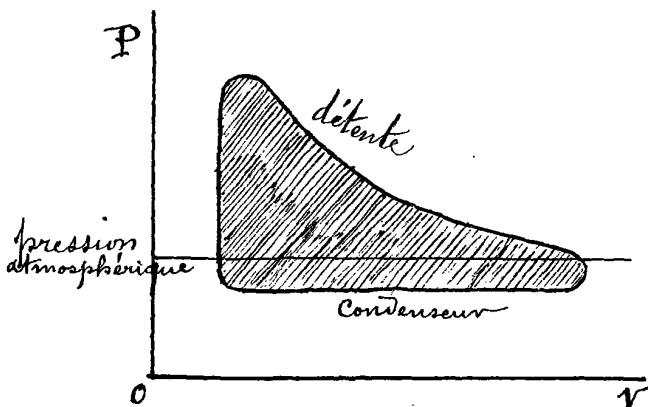
Carr ωdx est l'élément de volume du cylindre $\int p d v$ se calcule au moyen de l'indicateur des pressions de Watt;



il se compose d'un petit piston placé au dessus du corps de pompe et maintenu par un ressort; l'allongement de ce ressort est proportionnel aux pressions. Un crayon est fixé à l'extrémité de ce piston et s'appuie sur un papier dont le mouvement est identique à celui du piston. Il décrit une courbe ayant les volumes pour abscisses et les pressions pour ordonnées; elle a à peu près la forme ci contre. L'aire de la courbe représente précisément $\int p d v$; pour la calculer il suffit de connaître l'échelle des pressions. On la détermine en remplaçant le ressort par un poids connu placé sur la tête du piston.



On a donc tout ce qu'il faut en prenant l'aire de la courbe tracé par l'indicateur, pour connaître le travail produit. Quant à la chaleur perdue, il faut déduire de celle que l'on a obtenue précédemment, la chaleur qui se retrouve dans le condenseur. On la calcule très-facilement en déterminant l'échauffement de l'eau du condenseur. M. Hirn a trouvé pour l'équivalent, mécanique de la chaleur 413.



Cette expérience est l'inverse des expériences de Joule. On peut démontrer par un raisonnement très simple que l'on

soit trouver le même nombre en transformant le travail en chaleur qu'en transformant la chaleur en travail. En effet soit Q la quantité de chaleur produite, T le travail disparu, E l'équivalent mécanique de la chaleur, on a:

$$T = Q E$$

On peut toujours transformer la chaleur Q en une quantité de travail T_1 ; si nous supposons l'équivalent mécanique différent dans les deux cas, nous aurons, en posant $E_1 = E(1+b)$

$$T_1 = Q E_1 = Q E (1+b)$$

Cette quantité de travail T_1 , transformée de nouveau en chaleur donnera une quantité de chaleur égale à:

$$Q(1+b)$$

Si on répète plusieurs fois l'opération on aura successivement les quantités de chaleur:

$$Q(1+b)^2$$

$$Q(1+b)^3$$

$$\dots$$

$$Q(1+b)^n$$

Je dis que b ne peut être ni positif ni négatif. En effet s'il était positif, $(1+b)^n$ croîtrait au-delà de toute limite; donc avec une quantité de travail $E_1 Q$ finie on produirait une quantité illimitée de travail ce qui est évidemment absurde.

Si b était négatif, on ferait les transformations en l'ordre inverse; on aurait le facteur $(\frac{1}{1+b})^n$ qui croîtrait indéfiniment; on aurait le même raisonnement que précédemment. b doit donc être nul, et l'équivalent doit être le même dans les deux cas.

En résumé on peut établir les principes suivants:

1° - Toutes les fois qu'une dépense ou production de travail ou de force vive, en un mot d'énergie, ne paraît avoir

aucun équivalent mécanique, cet équivalent est une consommation ou une production de chaleur.

2^o Toutes les fois qu'un phénomène physique paraît impliquer non seulement une communication mais une production de chaleur, il y a production d'énergie mécanique.

3^o Le rapport d'équivalence entre la chaleur et l'énergie est un nombre constant; la moyenne des expériences a fixé le nombre de 436 kilogrammètres.

- Conséquences de l'équivalence de la chaleur et de l'énergie. -

La chaleur d'après ce que nous avons vu n'est pas un agent particulier mais un mode de mouvement elle est soit de la force vive soit du travail disponible. La communication de la chaleur est de la cession de force vive, c'est-à-dire la modification de la vitesse des molécules du corps, ou une cession de travail c'est-à-dire un changement de distance dans les molécules.

Nature de la chaleur vis-à-vis des corps. -

Pour ne faire aucune hypothèse restrictive nous sommes obligés d'admettre les trois résultats suivants.

1^o les molécules des corps sont en mouvement, soit translatoire, soit vibratoire, soit rotatoire, en effet quand on cède de la chaleur ou cède du mouvement les molécules reçoivent donc du mouvement, les molécules des corps sont donc en mouvement et maintenues par des actions attractives et répulsives.

2^o la cession d'une quantité de chaleur à un corps est une cession d'énergie qui doit se diviser en trois parts la première qui change l'énergie actuelle des molécules, c'est-à-dire leur force vive.

La seconde qui change le travail disponible intérieure, c'est-à-dire la distance des molécules.

La troisième qui modifie le travail des forces extérieures en déplaçant leur point d'application.

En effet les molécules sont soumises aux réactions intérieures et aux forces extérieures, comme elles sont en mouvement toute modification porte sur leur distance ou leur vitesse, et comme les dimensions sont modifiées, les points d'application des forces extérieures, par exemple, de la pression atmosphérique sont modifiées.

3^o l'équilibre calorifique ou équilibre de température est un échange de force vive arrivé à un état permanent, c'est-à-dire tel que les gains compensent les pertes.

On en déduit une équation fondamentale, qui est comme on le verra bientôt vérifiée par l'expérience.

Supposons qu'on cède à un corps une quantité de chaleur quelconque dQ .

C'est comme si on lui cédait une énergie $dQ \times E$.

Nous avons dit qu'elle se séparait en trois parts.

- La 1^{ère} sera représentée par dI c'est celle qui se rapporte au changement d'énergie actuelle,
 - La 2^e par dF , c'est celle qui se rapporte au changement de travail disponible.
 - La 3^e, $d\tau$, c'est celle qui se rapporte au changement des points d'application des forces extérieures.
- Nous pouvons donc poser l'équation :

$$E dQ = dI + dF + d\tau$$

Nous simplifierons cette équation en remarquant que nous ne pouvons pas dans l'état actuel de nos connaissances distinguer les deux 1^{ères} parties, nous les résumerons en un seul terme dV , sans distinguer la partie qui se rapporte à la vitesse et celle qui revient au travail des forces intérieures et nous écrirons :

$$E dQ = dV + d\tau.$$

On peut démontrer à priori que cette fonction inconnue V ne doit être fonction que de deux variables indépendantes. Nous considérerons spécialement les gaz, parce que les lois qui les régissent nous sont mieux connues que pour les solides et les liquides, mais comme il y a continuité

parfaite entre les trois états, la démonstration s'appliquera à tous les corps,

L'état d'un corps est défini lorsqu'on connaît les trois éléments suivants :

La pression P qu'il supporte, son volume V et sa température t .

Nous admettrons que le corps est homogène et isotrope c'est-à-dire identique dans toutes les directions, et de plus que nous opérons sur l'unité de poids.

Nous savons qu'entre les trois variables il existe dans le cas des gaz parfaits la relation suivante :

$$PV - p_0 V_0 (1 + \alpha t) = 0$$

Cette équation est inconnue dans tous les autres cas lorsque le corps est solide, liquide ou à l'état gazeux imparfait. Nous la représentons en général par

$$Q(p, v, t)$$

Cette équation $Q(p, v, t) = 0$ est ce qu'on appelle l'équation caractéristique.

Elle permet de trouver une des trois variables, étant donné les deux autres.

Deux variables suffisent donc à définir complètement l'état physique du corps, l'énergie intérieure des molécules.

La fonction U qui représente l'énergie intérieure des molécules, peut donc être considérée comme une fonction de deux variables seulement.

Nous pouvons prendre P et V ou P et t ou V et t suivant la commodité des circonstances,

$$U = \begin{cases} f(P, V) \\ f_1(P, t) \\ f_2(V, t) \end{cases}$$

Si l'une des trois fonctions, f, f_1, f_2 est connue, évidemment les deux autres le sont.

Généralement nous pouvons mesurer dQ et dC , reste à trouver dU ,

Dans certains cas on peut déterminer U en faisant appel aux propriétés connues des corps, et ces propriétés suffisent pour faire entrevoir les principales propriétés de cette fonction U .

Nous allons faire rapidement le rappel des propriétés des gaz.

Voici les propriétés que nous attribuons aux gaz parfaits.

1^o et 2^o Loi de Mariotte et de Gay-Lussac $PV = p.v.$ (1 + αt) c'est l'équation caractéristique, $\alpha = 0,00366$, $\frac{1}{\alpha} = 273$.

3^o Constante de la chaleur spécifique sous pression constante quelle que soit la température et la pression $dQ = C dt$, $dP = 0$ c'est-à-dire la pression ne variant pas, car les variations de pression élèvent ou abaissent la température.

La quantité de chaleur nécessaire pour élever d'un degré l'unité de poids est indépendante du volume du gaz. La constante C ne dépend ni de P ni de V ni de t .

4^o Loi de Delaroche et Berard $Cv =$ Constante, ou $\frac{C}{v} =$ constante v étant le volume de l'unité de poids.

Il faut prendre pour cela tous les gaz sous le même volume.

Cette loi nous l'avons vu, a d'abord été établie pour les gaz simples, puis étendue aux gaz composés dont la contraction est nulle.

5^o Loi aperçue par Gay-Lussac, complétée par Clément et Desormes, et enfin par Dulong qui lui a donné sa forme actuelle; elle fournit une propriété thermo-mécanique des gaz.

Des volumes égaux de tous les fluides élastiques pris à une même température et à une même pression, étant comprimés ou dilatés d'une même fraction de leur volume exigent ou absorbent la même quantité de chaleur pour conserver leur température primitive.

Si nous prenons un volume d'un gaz quelconque, si nous le comprimons d'une fraction $\frac{dv}{v}$ de son volume si $\frac{dv}{v}$ est la même fraction pour tous les gaz la quantité $\frac{C}{v}$ de

chaleur dégagée est la même pour tous.

C'est l'expression d'un coefficient nouveau.

Si nous désignons par dQ la chaleur dégagée, nous aurons $dQ = l \, dv$, l étant un coefficient constant, le même pour tous les gaz.

Cette loi a été établie par les travaux successifs de Gay Lussac, de Clément et Désormes, et de Dulong.

Comment est-on arrivé à ces considérations? Longtemps avant qu'on ne s'occupât de thermodynamique, on savait que la variation de volume d'un gaz exigeait une cession ou une absorption de température. Quand on cède une quantité de chaleur dQ à un gaz, elle est employée à deux effets, l'un à échauffer les molécules, l'autre à faire varier le volume, autrement dit l'un à l'échauffement du gaz sous volume constant, l'autre à la dilatation du gaz.

$$dQ = c \, dt + l \, dv.$$

$c \, dt$ est la quantité de chaleur nécessaire pour faire varier la température sous volume constant (c n'a pas la même valeur que dans l'équation $dQ = C \, dt$ car ici $d p$ n'est pas seul, la pression varie)

$l \, dv$ est ce qu'on appelle la chaleur latente de dilatation, elle n'échauffe pas les molécules. Nous avons une relation entre c inconnu, l inconnu et C .

(1) $dQ = c \, dt + l \, dv$ car la pression à la fin est redevenue la même que précédemment.

Ces coefficients ne sont pas indépendants les uns des autres car dv , dp , dt ne sont pas indépendants à cause de la relation $PV - p_0 v_0 (1 + \alpha t) = 0$.

Différentions cette équation $p \, dv + v \, dp - \alpha p_0 v_0 \, dt = 0$

Si nous ajoutons la relation $dp = 0$ il reste la relation.

$P \, dv - \alpha p_0 v_0 \, dt = 0$. Le rapport $\frac{dv}{dt}$ est donc déterminé

La relation (1) devient $C \, dt = c \, dt + l \frac{\alpha p_0 v_0}{p} \, dt$

$$C - c = l \frac{\alpha p_0 v_0}{p}$$

L'analyse du phénomène qui nous a conduit à la détermination de deux nouveaux coefficients n'en introduit en réalité qu'un seul puisqu'ils ont une relation.

Au point de vue expérimental, il n'y a qu'à déterminer c ou l .

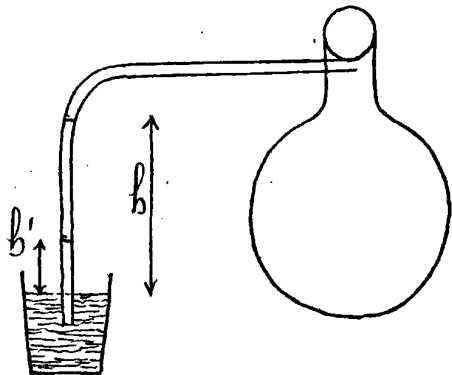
c est pratiquement impossible à déterminer car il faudrait un vase assez résistant pour que le volume ne varie pas, alors il aura une masse trop considérable vis-à-vis de celle du gaz on ne peut donc pas déterminer c directement.

Il faut donc déterminer l .

L'expérience a été faite d'une manière très-élégante par Clément et Desormes. Ils ont pris une masse de gaz dans un ballon et exerçant une certaine pression qui chauffe le gaz; on fait varier le volume de dV , si on connaît la variation de température, on connaît dQ , on a alors:

$$dQ = c dt + l dV.$$

Le ballon est muni d'une garniture à gros robinet de manière à pouvoir rétablir instantanément la pression atmosphérique.



On peut mesurer la pression intérieure à l'aide d'un petit manomètre à eau.

On fait légèrement le vide dans le ballon; le liquide monte jusqu'en b et on attend quelques minutes pour que le gaz ait bien la température de l'atmosphère; le gaz est alors légèrement dilaté.

Pour le comprimer on ouvre rapidement le robinet de manière à rétablir la pression atmosphérique on le referme immédiatement.

On a alors une variation de pression $dp = h$ une variation de volume dV que nous ne pouvons pas connaître et variation de température dt .

Nous avons la relation: $P dV + V h - \alpha p_0 V_0 dt = 0$ (?)

Il suffit de connaître dt c'est le gaz lui-même qui indique sa température ; car après s'être échauffé il se refroidit, se contracte, et le liquide remonte d'une hauteur h' . Nous aurons une variation de pression égale à $-h'$, une variation de volume nulle, $\Delta V = 0$ et une variation de température ΔT égale et de sens contraire à la précédente, $\Delta T = -dt$, puisque le gaz reprend la température initiale.

$$\text{On a donc alors } -v h' + \alpha p_0 v_0 dt = 0. \quad (3)$$

Dans la première phase nous n'avons cédé aucune quantité de chaleur ; on a donc la relation $0 = c dt + l dv$.

$$dv = \frac{-c}{l} dt.$$

$$\text{Substituons dans la relation (2) } \frac{pc dt}{l} + \alpha p_0 v_0 dt - v h' = 0$$

Dans la seconde phase la variation de température est donnée par l'équation (3)

$$\frac{\frac{pc}{l} + \alpha p_0 v_0}{\alpha p_0 v_0} = \frac{h}{h'}$$

$$\frac{pc}{l \alpha p_0 v_0} = \frac{h - h'}{h'}$$

$$l = \frac{pc}{\alpha p_0 v_0} \times \frac{h'}{h - h'}$$

$$\text{Or on a la relation } \frac{c - c}{c} = \frac{l \alpha p_0 v_0}{pc} = \frac{h'}{h - h'}$$

$$\text{On en déduit } \frac{c}{c} = \frac{h}{h - h'}$$

On a fait l'expérience sur plusieurs gaz, et l'on est arrivé à ce résultat que $\frac{c}{c}$ était toujours égal sensiblement à 1.40. Nous arrivons donc à cette loi :

Le rapport de la chaleur spécifique sous pression constante à la chaleur spécifique sous volume constant est le même pour tous les gaz et sensiblement égal à 1.40.

l'expérience de l. $c = \frac{c}{1.40}$ partout cette valeur dans :

$$l = \frac{C(1 - \frac{1}{1.40})}{\alpha p_0 v_0} p$$

$$l = \frac{C}{V_0} \frac{(1 - \frac{1}{1.40}) P}{\alpha P_0}$$

On en conclut que l est constant pour tous les gaz car d'après la loi de Delaroché et Bérard $\frac{C}{V_0}$ est une constante. Revenons à la considération de la fonction U . Nous avons l'équation

$$dQ = c dt + l dv$$

Cette équation doit coïncider avec l'équation suivante obtenue par des considérations tout à fait différentes.

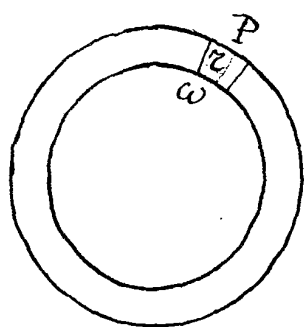
$$E dQ = dU + d\tau$$

Nous allons considérer U comme une fonction du volume et de la température.

$$E dQ = \frac{dU}{dv} dv + \frac{dU}{dt} dt + d\tau$$

L'expression de $d\tau$ est très-facile à déterminer.

En effet l'enveloppe qui contient le gaz supposé à une pression uniforme se dilate: le travail élémentaire est le produit de la force par l'élément décrit par le point d'application. Le déplacement est r le travail élémentaire sur l'élément de surface ω est $P \omega r$.



Nous aurons donc

$$d\tau = \sum P \omega r = P \sum \omega r = P dr$$

$$E dQ = \frac{dU}{dv} dv + \frac{dU}{dt} dt + p dv$$

$$dQ = \frac{1}{E} \frac{dU}{dv} dv + \frac{1}{E} \frac{dU}{dt} dt + \frac{P dv}{E}$$

J'identifie les deux équations

$$\frac{1}{E} \left(\frac{dU}{dv} + P \right) = l \frac{1}{E} \frac{dU}{dE} = c$$

Or on a $l = \frac{(C-c)P}{\alpha p_0 v_0}$ donc l est proportionnel à P

Nous avons de grandes chances pour que $\frac{dU}{dv}$ ne contienne pas P en facteur. Pour que l'équation $\frac{dU}{dv}$ soit vérifiée il faut donc $\frac{dU}{dv} = 0$. Si cela est nous aurons la relation

$$\frac{1}{E} \times P = l = \frac{(C-c)P}{\alpha p_0 v_0}$$

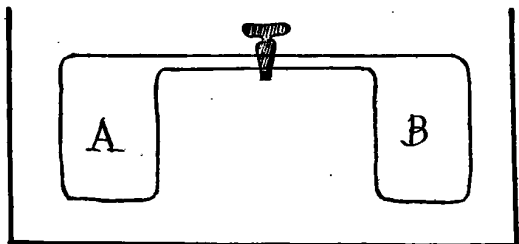
$E = \frac{\alpha P_0 v_0}{C-c}$ équation vérifiée par l'expérience.

Il suffit de substituer $\alpha = 0,00366$ $P_0 = 0,76 \times 1396 \text{ Kg}$ pression normale sur un mètre carré ; pour l' $\frac{1}{v} = d = 1,1056 \times 1 \text{ gr.}^3$

$C = 0,2176 \frac{C}{c} = 1,40$. On trouve $E = 42$ Kilogrammètres, 8, nombre trouvé approximativement dans les diverses expériences.

10^e Leçon.

Nous admettons donc comme fort probable qu'on ait $\frac{dU}{dv} = 0$ ce qui veut dire que l'énergie intérieure d'un gaz est indépendante de son volume. C'est à Joule qu'on doit d'avoir établi cette propriété.



Il prend deux vases, l'un A où l'on peut comprimer de l'air jusqu'à 15 ou 20 atmosphères ; il communique avec

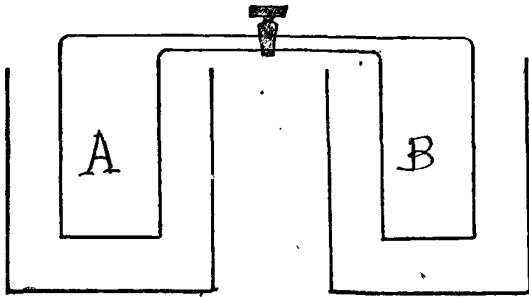
un vase B où l'on peut faire le vide. Ces deux vases sont placés dans une cuve pleine d'eau et on établit en agitant une température uniforme.

On ouvre la communication; il n'y a aucune variation de température ce qui indique que $\frac{dV}{dv} = 0$

$$\text{On a : } E dQ = \frac{dV}{dv} + \frac{dV}{dt} dt + d\tau$$

Or on n'a eue aucune chaleur extérieure donc $dQ = 0$

Il n'y a pas d'élevation de température donc $dt = 0$
il faut donc avoir $\frac{dV}{dv} = 0$.



On pourrait objecter que la variation de température serait si faible qu'on ne la constaterait pas.

Il n'en est rien, car si les vases sont dans des calorimètres séparés on constate que celui qui contient B s'échauffe et que l'autre se refroidit.

On peut encore vérifier autrement que $\frac{dV}{dv}$ est nul.

Je prends un gaz et je le mets dans un vase placé dans un grand calorimètre de façon que l'élevation de température dt soit très-petite et le terme $\frac{dV}{dt} dt$ négligeable. Je le comprime violemment par l'action de coups de piston, si $\frac{dV}{dv} = 0$ on aura :

$$E dQ = d\tau$$

Or soit, ω la surface du piston, la longueur du cylindre où il circule, P la force qui le fait agir :

$$d\tau = \sum P \omega l$$

Soit M la masse du calorimètre & l'élevation de température $dQ = M\theta$ $E = \sum \frac{P \omega l}{M\theta} = 440$ kilogrammètres, valeur très approchée, donc l'hypothèse que nous avons faite que $\frac{dV}{dv}$ est nul, se trouve vérifiée.

V n'est donc plus fonction que de t comme d'ailleurs θ

est une constante absolue $\frac{dV}{dt} = Ec = \text{constante}$.

$$dV = Ec dt$$

$$V - V_0 = Ec(t - t_0)$$

La variation d'énergie intérieure d'un gaz est proportionnelle à sa variation de température et indépendante de son volume.

On peut déterminer avec beaucoup de probabilité les deux constantes par la considération de l'équation caractéristique.

Si cette équation est vraie à toute température, lorsque $t + at$ sera nul, ce qui aura lieu si $t = -273$, on aura $Pv = 0$. Si p est fini $v = 0$ si v est fini $p = 0$. A ce moment là il n'y aura plus d'énergie intérieure.

On aura donc : $V = 0$ pour $t = -273$: c'est le zéro absolu.

$$\text{On aura donc } -V_0 = Ec(-273 - t_0)$$

$$V = V_0 + Ec(t - t_0)$$

$$= Ec(273 + t)$$

Si je pose $273 + t = T$ on aura $V = EcT$
c'est-à-dire l'énergie intérieure d'un gaz est proportionnelle à la température absolue.

Nous avons vu que l'énergie intérieure V d'un gaz est la somme de deux fonctions : l'une I qui est force vive des molécules, l'autre F qui représente le travail disponible intérieure $V = I + F$. Dans l'état actuel de la science, la distinction entre les forces vives moléculaires et le travail intérieur échappe à toute détermination directe, on a alors supposé que l'une des deux quantités I et F était identiquement nulle.

Les molécules des corps solides étant immobiles, on a été conduit à supposer $I = 0$ mais cette hypothèse n'a pas réussi. Au contraire l'hypothèse $F = 0$ réussit pour les gaz parfaits. Bernoulli auquel on la doit admet que les molécules gazeuses n'ont aucune attraction ni répulsion les unes pour les autres, toute l'énergie intérieure provient du

mouvement ; les molécules sont animées de mouvements rectilignes dont la vitesse varie avec la température, la tendance des gaz à l'expansion ou leur élasticité est due au choc des molécules contre les parois, Le point faible de cette théorie c'est qu'il faut supposer les molécules individuellement élastiques c'est-à-dire attribuer à la partie de ce qu'on refuse au tout ou bien admettre les actions à distance dont le mécanisme nous est tout à fait inconnu.

Cette hypothèse permet de retrouver les lois que nous considérons comme définissant l'état gazeux (1)

(1) Note non exigée. - Explication de la tendance des gaz à l'expansion. -

Les molécules gazeuses se meuvent dans tous les sens viennent frapper les parois ; l'ensemble de ces chocs incessamment renouvelés donne l'apparence d'une pression uniforme et continue. La pression p exercée par le gaz sur l'unité de surface est alors proportionnelle à la masse m et à la vitesse u .

$$p = a c m u$$

mais c dépend de deux facteurs 1° Du nombre n des molécules contenues dans l'unité de volume 2° De leur vitesse, donc :

$$c = b n u \quad b \text{ étant constant}$$

d'où
$$p = ab m n u^2 \text{ ou } k m n u^2.$$

Le Coefficient constant $k = ab$ doit être le même pour tous les gaz, car la matière qui constitue les molécules n'influe pas sur leurs trajectoires ni sur la répartition de ces trajectoires.

La formule $p = k m n u^2$ permet de retrouver la loi de Mariotte. Si la température reste constante, il en est de même de u . Faisons varier la capacité d'un vase qui contient n molécules, sa pression varie et est encore donnée par l'expression $p = k m n u^2$. Mais le nombre des molécules qui se trouvent dans un volume

déterminé est proportionnel à la densité. Donc la pression dans le vase est au m proportionnelle à la densité du gaz.
 Imaginons deux gaz en contact, séparés par une paroi fictive permettant l'équilibre de température et de pression.

$$p = K m n u^2$$

$$p' = K m' n' u'^2$$

$$p \text{ étant égal à } p' \quad m n u^2 = m' n' u'^2$$

D'après la loi d'Ampère il y a le même nombre n de molécules dans un même volume de tous les gaz.

$$\text{Donc } n = n' \text{ et } m u^2 = m' u'^2$$

C'est-à-dire qu'à une même température et une même pression la force vive moléculaire des différents gaz est la même, et comme la force vive est caractéristique de la température est la même pour tous les gaz.

Nous savons que $p v = p_0 v_0 (1 - \alpha t)$
 D'autre part nous venons de démontrer que

$$v p = H m u^2$$

H étant une constante pour tous les gaz, on a donc

$$\frac{m u^2}{1 + \alpha t} = \text{Constante} = K$$

$$\frac{m u^2}{\alpha \left(\frac{1}{\alpha} + t\right)} = K$$

Nous savons que $\frac{1}{\alpha} = 273$: Désignons $273 + t$ par T

$$\text{il vient } \frac{m u^2}{\alpha T} = K \quad T = \frac{m u^2}{\alpha K}$$

Ce qui montre que la force vive moléculaire est proportionnelle à la température absolue et qu'à 273 : les molécules ne sont plus animées d'aucun mouvement. — On déduirait facilement aussi les lois de Dulong et Petit, Delaroche et Bérard

Nous avons négligé complètement F c'est-à-dire le travail intérieur mais lorsque les gaz sont à des pressions suffisamment grandes, on admet que les molécules exercent de petites actions, de là vient que les lois de Gay-Lussac et Mariotte ne sont qu'approximées pour les gaz près de leur point de liquéfaction.

Propriétés thermomécanique du corps indépendantes de l'énergie interne. -

Revenons à la fonction V . On peut trouver des propriétés thermo-mécaniques des corps indépendantes de cette fonction; Posons un axiome:

La valeur de l'énergie intérieure d'un corps quelconque est la même quand ce corps repasse par la même température, la même pression le même volume.

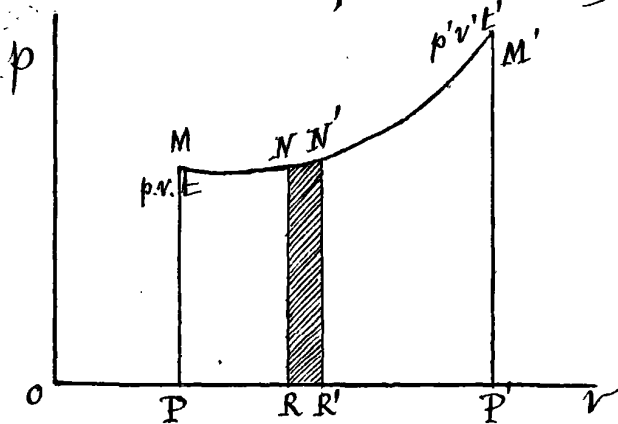
Cela résulte de la manière dont nous concevons un corps. Nous avons montré que V était fonction de trois variables liées entre elles par la relation:

$$f(p, v, t) = 0$$

D'ailleurs si on supposait le contraire ce serait admettre la possibilité du mouvement perpétuel. Admettons qu'au moyen d'une certaine transformation, on puisse ramener un corps à la même pression et au même volume la température n'étant pas la même, il y aura production ou destruction d'une certaine quantité de chaleur qui pourra devenir très-grande en répétant la transformation un nombre suffisant de fois; c'est impossible car le corps serait une espèce de réceptacle d'où l'on pourrait extraire une quantité indéfinie d'énergie.

1^{re} Proposition. - La quantité de chaleur positive ou négative qu'absorbe un corps pour passer de l'état p, v, t à l'état p', v', t' dépend essentiellement de la loi suivant laquelle le passage s'effectue.

Les raisonnements qui suivent seront facilités par un mode de représentation imaginé il y a cinquante ans par Clapeyron. L'état d'un corps pris sous l'unité de poids, défini par les deux variables p et v , sera représenté par un point du plan, p et v étant donnés t l'est aussi puisque $f(p, v, t) = 0$. p représentera la pression en kilogrammes.



par mètre carré V sera le volume en mètre cubes. Réciproquement tout point du plan représentera un état possible du corps.

Je figure le lieu des points qui représentent la pression et le volume qui a successivement possédés les corps pour passer de l'état p, v, t à l'état p', v', t' : l'aire $M P P' M'$ représente le travail extérieur accompli (Le corps est toujours supposé homogène, isotrope, et supporte une pression uniformément répartie sur sa surface).

$$\text{En effet : } E, dQ = dV + d\tau$$

$$\text{on sait que : } d\tau = p dV$$

$$\text{ou } dV = R R', p = R N$$

$$\text{d'où } d\tau = N R R' N'$$

$$\text{et } \tau = \int d\tau = \text{aire } M P P' M'$$

$$\text{Intégrons } E, Q = V - V' + \int_p^{p'} p dV \\ = V - V' + \text{aire } M P P' M'$$

V et V' sont des quantités fixes qui correspondent aux points M et M' , la quantité de chaleur Q variant avec l'aire $M P P' M'$ varie donc bien avec la loi suivant laquelle le passage s'est effectué.

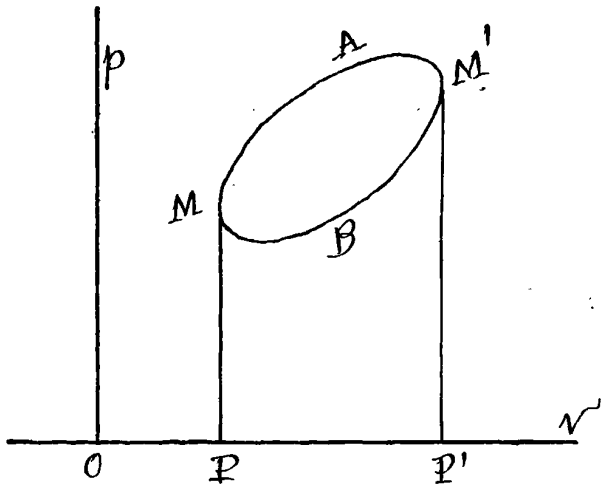
Remarquons que par le choix des unités l'aire représente le travail en kilogrammètres.

2^e Proposition Toute série de transformations effectuées sur un corps quelconque de telle sorte que la ligne représentative de ses états successifs soit une courbe fermée (cycle) absorbe ou dégage une quantité de chaleur indépendante de la nature du corps et équivalente à l'aire de la courbe ou, ce qui revient au même au travail accompli.

En effet nous avons trouvé la relation,

$$E, Q = V - V' + \text{aire } M P P' M'$$

L'état final étant identique à l'état initial $V = V'$ donc



dans le cas actuel.

Et $Q =$ aire MAM'B travail accompli.

Il est très facile d'imaginer des transformations de cette nature et de rendre compte de la signification de ces cycles. Prenons deux exemples : un gaz et un solide.

1^{er} Exemple - Bien que nous connaissions la fonction V pour les gaz, c'est-à-dire

pour les corps soumis à la relation

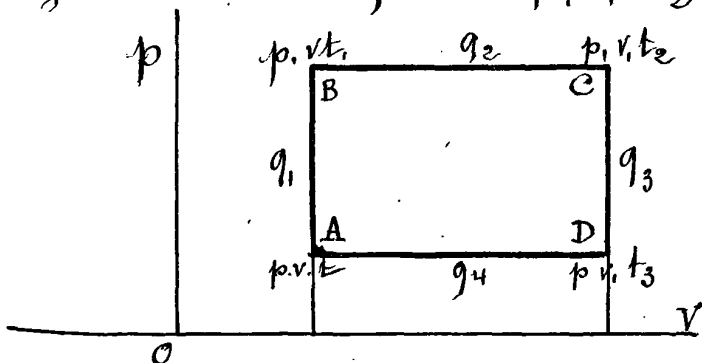
$$p v = p_0 v_0 (1 + \alpha t)$$

Nous allons appliquer la proposition précédente qui élimine justement la fonction V ; mais nous devons retrouver le même résultat que précédemment.

Nous nous appuierons seulement sur ce que C et c sont des constantes.

Prenons un kilogramme de gaz à l'état p, v, t ; élevons sa température en lui cédant de la chaleur et laissons son volume constant. La quantité de chaleur cédée fera varier la pression, la ligne représentative des états successifs sera une ordonnée et l'état final sera caractérisé par le point p_1, v, t_1 .

Continuons à céder de la chaleur; laissons la pression constante le volume augmente; la ligne représentative sera parallèle à ox et le second état final fournira le point p_1, v_1, t_2 .



Faisons maintenant revenir le gaz à état primitif en lui faisant décrire un cycle. Abaissons la température en laissant le volume constant, la pression diminuera, choisissons la température t_3 de

96

telles sorte que la pression revienne p . Refroidissons enfin en laissant la pression constante nous reviendrons enfin à l'état initial p, v, t .

Le travail extérieur accompli = aire du rectangle ABCD.

$$\tau = (v - v_1) (p - p_1)$$

La quantité de chaleur nécessaire pour faire passer l'état du corps de A en B est $q_1 = C(t_1 - t_2)$.

C étant la chaleur spécifique sous volume constant. De même C ----- pression constante,

nous aurons $q_2 = C(t_2 - t_1)$

$$q_3 = C(t_3 - t_2) \quad t_3 - t_2 < 0$$

$$q_3 = C(t - t_3) \quad t - t_3 < 0$$

Nous déduisons les températures de la relation fondamentale.

$$p v = p_0 v_0 \alpha \left(\frac{1}{\alpha} + t \right)$$

$$H p v = a + t \text{ en posant } \begin{cases} \frac{1}{\alpha} = a = 273^\circ \\ \frac{1}{H} = p_0 v_0 \alpha \end{cases}$$

Remplaçons les températures dans les équations précédentes, il vient

$$q_1 = C(H p_1 v - H p v) = C H v (p_1 - p)$$

$$q_2 = C H p_1 (v_1 - v)$$

$$q_3 = C H v_1 (p - p_1)$$

$$q_4 = C H p (v - v_1)$$

$$Q = H (C (p_1 - p) (v - v_1) + C (v_1 - v) (p_1 - p))$$

$$= H (p_1 - p) (v_1 - v) (C - C)$$

$$(1) \quad Q = H \tau (C - C)$$

On voit que la quantité de chaleur est proportionnelle au travail accompli et indépendante de l'énergie intérieure.

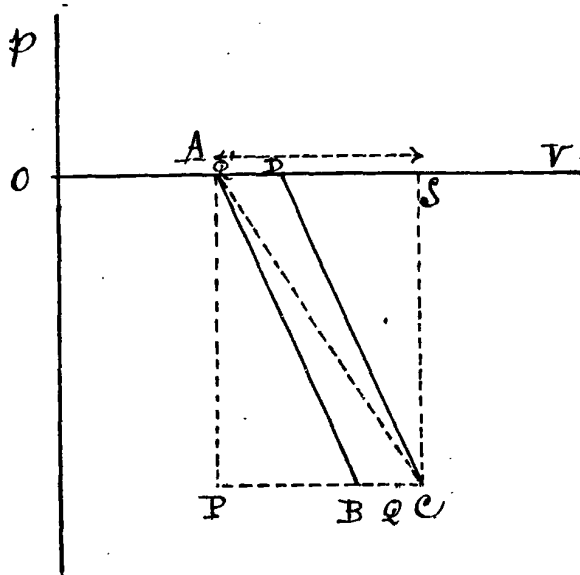
De (*) on tire
$$\frac{\xi}{Q} = \frac{1}{H(c-c')}$$

ou
$$E = \frac{p_0 v_0 \alpha}{c - c'}$$

C'est précisément la relation que nous avons déduite de la loi de Joule en supposant $\frac{dv}{dv'} = 0$.

2^e Exemple. - Prenons un cycle mis en évidence par un physicien suédois M. Edlund dans l'étude des tractions des fils métalliques; nous en déduirons encore comme dans le cas précédent l'équivalent mécanique E.

Représentons les états du fil par une courbe; les ordonnées négatives représenteront les tractions. Prenons le fil à l'état naturel sous une pression nulle, son volume est OA (je néglige la pression atmosphérique H car cela revient à transporter l'axe des volumes parallèlement à lui-même). Tendons le fil



par un poids, il se refroidit, l'air lui cède de la chaleur si on le laisse tendu et le volume augmente de BC. Enlevons la traction le fil ne repasse pas par les mêmes états; il reprend son volume primitif, s'échauffe et arrive échauffé en un point D de traction nulle. Il cède à l'air ambiant la quantité de chaleur que l'action mécanique lui a fournie et revient en H.

Le cycle ainsi obtenu n'est pas utilisable car les courbes diffèrent infiniment peu l'une de l'autre. La quantité de chaleur que le fil cède ou absorbe dans les deux cas est sensiblement la même, la surface du cycle est presque nulle, d'où $Q + Q' = 0$.

98

On peut obtenir un cycle plus considérable en coupant brusquement le fil qui soutient le poids tenseur. Sa tension devient nulle avant que le fil ait eu le temps de se contracter et on a alors le cycle $A B C S$ qui devra nous donner $E Q = C$.

Soit E la quantité dont s'allonge 1^m de fil sous une tension de 1 kilogramme. Soit l la longueur du fil. $P C$ représente l'allongement total du fil donc :

$$P C = l \cdot E \cdot p \text{ poids tenseur}$$

Le travail accompli est représenté par l'aire mixtiligne $A C S$ que je remplace par le triangle $A C S$.

$$\text{aire } A C S = \frac{1}{2} P C \cdot S C = \frac{1}{2} l E p \cdot p \omega = \frac{1}{2} l E p^2 \omega$$

ω étant la section du fil.

Il est remarquable que l'aire de ce triangle est précisément égal au travail que le fil produit en soulevant le poids : en effet, si l'on diminue de $d p \times \omega$ la traction du fil, on diminue la longueur de $l E d p$, par suite à soulever la charge $(p - d p) \omega$ donc à effectuer le travail $l E (p - d p) \omega d p$: intégrant de P à 0 on trouve précisément $\frac{1}{2} l E p^2 \omega$.

Soit Q'' la quantité de chaleur cédée par le fil de S en A

$$Q'' = \frac{Q + Q'}{2}$$

$$\text{On doit donc avoir } \frac{l E p^2 \omega}{2 (Q'' - \frac{Q + Q'}{2})} = E$$

Mr Edlund a obtenu de cette façon les résultats suivants

fil d'argent	443.6
fil de cuivre	430.
fil de laiton	428

La température des fils et par suite la quantité de chaleur produite, grâce à la connaissance de la chaleur spécifique des fils, était mesurée au moyen d'une pile thermo-électrique et d'un galvanomètre à miroir.

11^e Leçon.

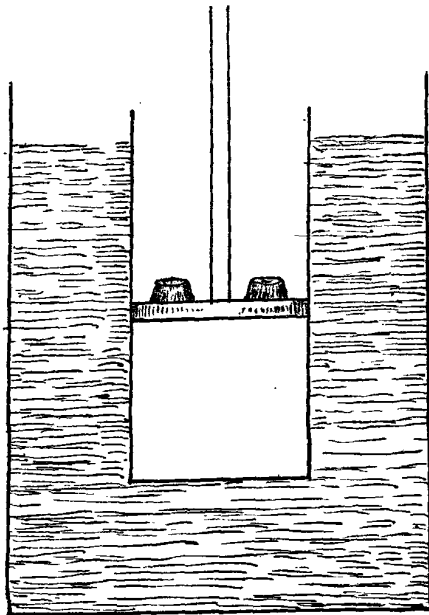
Calcul de la proportion de chaleur que l'on peut transformer en travail.

Après avoir constaté la possibilité de transformer du travail mécanique en chaleur et réciproquement, nous allons chercher maintenant le rapport des quantités de chaleur employées aux quantités de chaleur transformées. Ce problème présente un grand intérêt au point de vue des applications pratiques; le problème inverse de la transformation de l'énergie en chaleur en présente beaucoup moins on a vu d'ailleurs qu'en augmentant les frottements par exemple on peut arriver à transformer intégralement le travail en chaleur.

Peut-on dans tous les cas transformer une quantité donnée de chaleur en travail? La solution de ce problème dépend essentiellement des conditions dans lesquelles on se place.

Etant donné par exemple une quantité de chaleur déterminée à une température donnée on pourra dans certaines conditions la transformer tout entière en travail mécanique.

Prenez une mesure d'eau à l'ébullition; elle dégage des quantités de chaleur à 100° proportionnelles au temps. Dans cette chaudière supposons plongé un cylindre renfermant une masse de gaz, 1 kilogr. par exemple, maintenue par un piston et des poids P.



Le gaz chaud comprimé dans le cylindre est à une pression P .

Enlevons un des poids de p ; le gaz n'étant plus pressé que par un poids $F - p$ soulèvera le piston d'une petite quantité en soulevant le reste du poids en produisant un certain travail; mais en se détendant il se refroidit et est ramené à 100° par la chaleur que lui cède la source. Cette chaleur sert donc à compenser la détente du gaz. -

Mais pour ce gaz on aura

$$p v = p_0 v_0 (1 + \alpha t) = p_1 v_1 - \text{constante puisque la température reste constante.}$$

Le travail exécuté quand la pression varie est à chaque instant $d\tau = p dv$ de sorte que

$$\begin{aligned} \tau &= - \int_P^H v dp = - \int_P^H \frac{p_1 v_1}{p} dp \\ &= p_1 v_1 \int_H^P \frac{dp}{p} \end{aligned}$$

$= p_1 v_1 \log \frac{P}{H}$ telle est l'expression de la quantité de travail effectuée. -

Mais pour les gaz on a vu que l'équation fondamentale

$$E dQ = dU + p \cdot d \cdot v \text{ se réduit à:}$$

$$E dQ = \frac{dU}{dt} dt + p dv.$$

Comme t reste constante il reste:

$$E dQ = p dv.$$

le travail élémentaire $p \cdot d \cdot v$ est donc égal à tout le travail que peut produire la quantité de chaleur dQ employée.

Voilà donc un exemple où une quantité donnée de chaleur

a été transformée en travail intégralement. — En opérant en sens inverse on transformerait tout ce travail en chaleur. — Mais c'est là un cas particulier : nous avons en effet supposé le gaz chaud et comprimé sous la pression P sans chercher de quelle manière on pourrait arriver à ce résultat. Il a fallu pour cela dépenser un certain travail auquel nous n'avons tenu aucun compte.

Il faut au contraire prendre un corps dans des conditions bien définies et le ramener à la fin de l'expérience dans les mêmes conditions. En un mot il faut lui faire décrire un cycle fermé et chercher alors dans quelle proportion on peut avec ce corps transformer de la chaleur en travail.

Ces considérations avaient été imaginées bien longtemps avant qu'on ne connût le principe de l'équivalence de la chaleur et du travail mécanique ; elles se trouvent dans un mémoire de Sadi-Carnot publié en 1824 : « Réflexions sur la puissance motrice du feu. » Mais les idées théoriques d'abord sur la nature de la chaleur n'étaient pas celles d'aujourd'hui, Carnot en effet partait de ce principe que la chaleur est indestructible. —

Ce furent les physiciens Thomson et Clausius qui adaptèrent les travaux et les expériences de Carnot à la théorie mécanique de la chaleur.

Pour la démonstration de tout ce qui va suivre, nous nous appuyerons sur l'axiome suivant dû à Clausius.

Axiome de Clausius. — Il est impossible de faire passer de la chaleur d'un corps froid sur un corps chaud sans dépense de travail.

Nous emploierons le mode de représentation de Clapeyron (Commentaires au mémoire de Carnot — 26^e Cahier du journal de l'École Polytechnique).

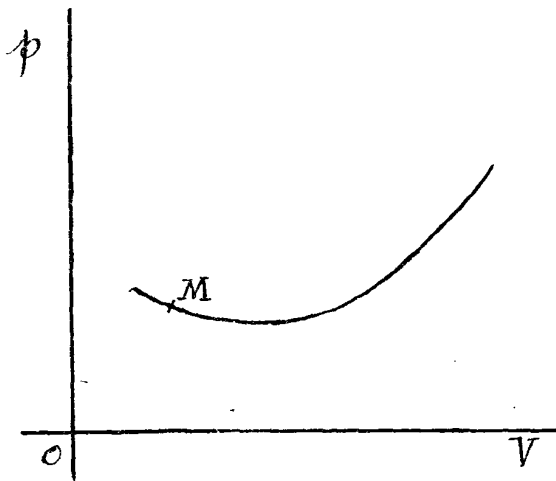
1^{ère} Proposition.

En chaque point du diagramme représentatif d'un corps passe une ligne de nulle transmission et une seule.

On appelle ligne de nulle transmission la ligne des états successifs du corps quand on fait varier son volume et sa pression sans lui céder ni lui enlever de sa chaleur.

On peut supposer pour cela le corps enfermé dans une enveloppe formée de substances absolument non conductrices de la chaleur. -

Si nous supposons la pression uniforme sur toute la surface du corps.



$$E \quad dQ = dU + dW$$

$$dW = p \, dv$$

Comme p et v sont les variables indépendantes.

$$E \quad dQ = \frac{dU}{dv} dv + \frac{dU}{dp} dp + p \, dv$$

$$= \left(\frac{dU}{dv} + p \right) dv + \frac{dU}{dp} dp$$

Comme on ne cède ni enlève au corps aucune quantité de chaleur, $dQ = 0$ donc on aura l'équation :

$$\left(\frac{dU}{dv} + p \right) dv + \frac{dU}{dp} dp = 0$$

Dans cette formule les coefficients de dv et de dp ont des valeurs parfaitement déterminées pour tout point M du diagramme, donc on en déduira une valeur déterminée de $\frac{dp}{dv}$ qui représente le coefficient angulaire de la tangente en M à la ligne de nulle transmission; donc en tout point du diagramme passe donc une de ces lignes et comme la valeur de $\frac{dp}{dv}$ est unique il n'en passe qu'une seule.

On en déduit immédiatement que deux lignes de nulle transmission ne se coupent jamais; car tout point du plan représentant un état très-défini du corps se trouvera donc sur l'un des diagrammes représentant les états successifs de ce corps.

Il n'y aurait exception que si les coefficients de dp et de dv étaient nuls à la fois ce qui n'aura pas lieu en général.

Corollaire. - On peut reconnaître en chaque point du diagramme d'un corps, quand on donne le

send dans lequel on le parcourt si le corps absorbe ou dégage de la chaleur.

En effet pour un axe de nulle transmission on a :

$$0 = \left(\frac{dv}{dv} + p \right) dv + \frac{dv}{dp} dp . -$$

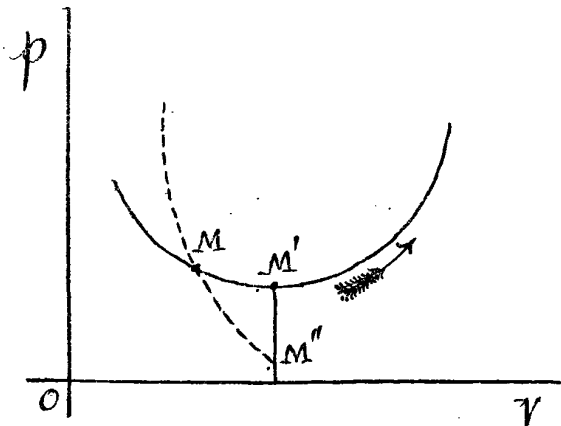
Parcourons le diagramme du corps en prenant pour dv la même valeur, on aura :

$$E \delta Q = \left(\frac{dv}{dv} + p \right) \delta v + \frac{dv}{dp} \delta p$$

retranchant membre à membre comme $\delta v = dv$

$$E \delta Q = \frac{dv}{dp} (\delta p - dp).$$

Or, la figure donnera le signe de $\delta p - dp$; ici il serait une quantité positive car $M M'$ désigne le diagramme et $M M''$ la ligne de nulle transmission; donc si l'on connaît le signe de $\frac{dv}{dp}$ au point M on aurait le signe de δQ .

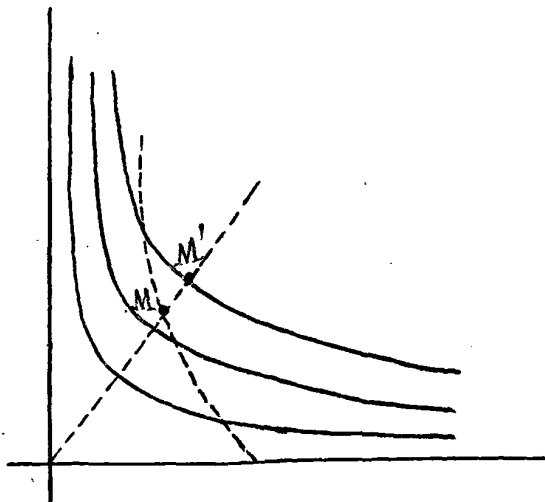


Mais quel que soit ce signe $\delta p - dp$ changera le sien quand le point M passera la ligne de nulle transmission, donc autour du point M d'un côté de la ligne de nulle transmission le corps absorbe, de l'autre côté de cette ligne il dégage de la chaleur.

Pour le distinguer on aura recours à une expérience particulière.

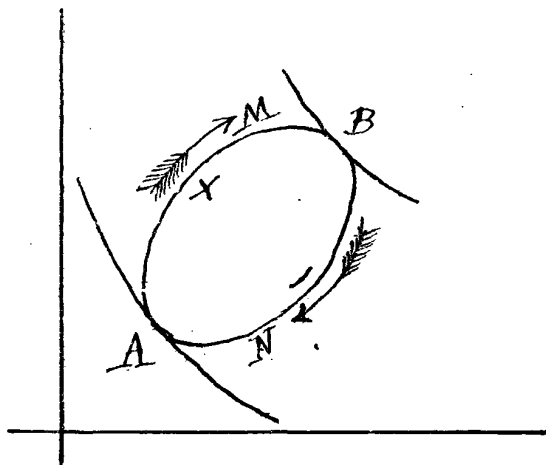
Pour les gaz, par exemple on peut construire facilement les lignes isothermes ou lignes représentatives des états du corps quand sa température reste constante. Elles ont pour équation $p v = \text{Constante}$. Ce sont donc des hyperboles équilatères s'éloignant de l'origine quand la température augmente puisque la distance de l'origine

sommets à l'origine) est proportionnel à $\sqrt{1 + \alpha t}$.



Soit alors M le point considéré : si on joint ce point au point O , OM coupe en M' la parabole isotherme ; et le point M' aura p et t plus grands que le point M donc pour aller de M en M' le corps absorbe de la chaleur ; on a donc ici le côté de la ligne de nulle transmission pour lequel le corps absorbe de la chaleur et par suite de l'autre côté il en cède. —

Donc en un point M du diagramme d'un corps on trace la ligne de nulle transmission, la ligne donnant le sens des températures croissantes et le corps absorbe de la chaleur pour la partie de son diagramme parcourue à partir de la ligne de nulle transmission dans le sens des températures croissantes pour la partie située de l'autre côté de cette ligne et parcourue en sens inverse il en dégage.



Si on considère en particulier le cas d'un cycle fermé on pourra lui mener deux lignes de nulle transmission tangentes ; les points de contact de ces lignes seront des points de séparation d'arcs pour lesquels le corps absorbe et d'arcs pour lesquels il dégage de la chaleur.

Ainsi en le parcourant dans le sens des flèches, il absorbe de la chaleur tout le long de l'arc AMB et en

dégage tout le long de l'arc BNA . —
 Et comme pendant tout ce parcours le travail produit $\int p \, dv$ est équivalent à l'aire de la courbe : si on parcourait

le cycle en sens contraire l'aire de positive deviendrait négative le travail produit serait donc négatif, on aurait donc détruit ou travail pour le transformer en chaleur. —

2^e Proposition.

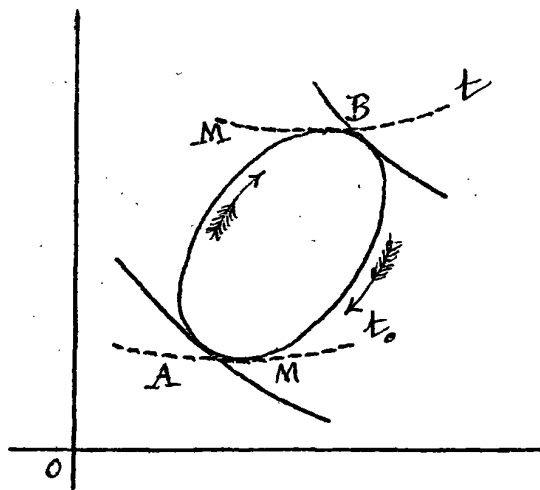
On ne peut faire parcourir à un corps un cycle fermé qu'à la condition de disposer de sources de chaleur et de froid, ou systèmes dégagent ou absorbent de la chaleur à diverses températures. —

En effet nous venons de voir que si un corps parcourt un cycle il absorbe de la chaleur pendant un certain temps et en dégage ensuite et inversement. Ces quantités de chaleur sont à des températures déterminées en chaque point mais qui varient avec les différents points, il faut donc bien des sources de chaleur et de froid.

3^e Proposition.

Si l'on ne dispose que d'une seule source capable de céder et d'absorber de la chaleur à une température déterminée, les cycles que l'on peut faire parcourir au corps ne servent qu'à transformer du travail en chaleur et non réciproquement.

En effet pour que l'aire soit positive il faut faire parcourir le cycle dans le sens des flèches; et l'aire doit être

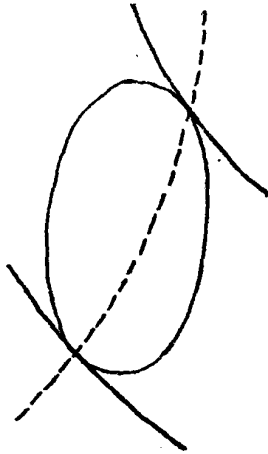


positive puisqu'elle représente le travail que l'on veut produire en transformant de la chaleur. — Prenons les lignes de nulle transmission tangentes; dans l'arc $A M B$ le corps absorbe de la chaleur; elle doit donc lui être fournie par une source de chaleur à une température au moins égale à celle qui caractérise la ligne isotherme supérieure tangente au cycle; car en chaque point

du cycle passe une seule ligne isotherme qui donne la température du corps. en ce point: au delà du point B le corps

dégage de la chaleur et pour la même raison cette chaleur devra être absorbée par une source à une température au plus égale à la température t_0 relative à la ligne isotherme inférieure tangente au cycle. — On ne pourra donc pas avec une seule source à une température déterminée transformer de la chaleur en travail.

Au contraire en parcourant le cycle en sens inverse le corps



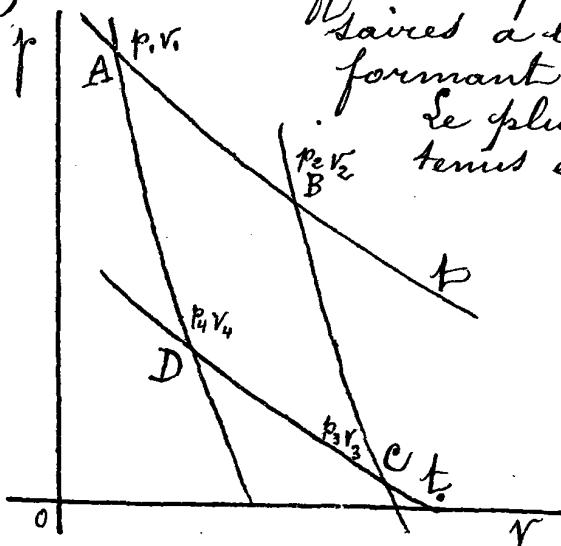
absorbe de la chaleur dans l'arc $A.M.B$ en dégage pendant le parcours $B.M.A$ et l'aire est négative donc le travail l'est aussi on pourra donc transformer le travail en chaleur, il suffira pour cela d'une seule source de chaleur, encore faudra-t-il que la ligne isotherme qui représente la température de cette source passe par les deux points de contact du cycle avec les deux lignes de nulle transmission. Car au-dessous

de cette ligne isotherme le corps peut absorber de la chaleur de la source et au-dessus il peut en rendre.

N^e Proposition.

Il faut au moins deux sources de chaleur à des températures différentes pour réunir les conditions nécessaires à la production d'un cycle transformant de la chaleur en travail.

Le plus simple des cycles ainsi obtenus est le cycle de Carnot.



Cette proposition résulte immédiatement de la proposition précédente. — Les températures des deux sources devront être l'une au moins égale à la température définie par la ligne isotherme supérieure tangente au cycle; l'autre au

plus égale à celle de la ligne isotherme inférieure tangente au cycle en dessous.

Le cycle de Carnot se compose de deux lignes isothermes réunies par deux lignes de nulle transmission.

Ce cycle parcouru dans le sens ABCD servira à transformer de la chaleur en travail car son aire est positive.

Pour le faire parcourir à un corps nous prendrons un gaz à t° ; nous augmenterons son volume en le maintenant à la même température; puis après avoir suivi la ligne isotherme AB nous interrompons toute communication avec la source, nous parcourons la ligne de nulle transmission BC; comprimons le gaz en le mettant en communication avec la source inférieure nous aurons la ligne isotherme CD et enfin interrompant toute communication avec la source et comprimant encore nous parcourons la ligne de nulle transmission DA.

Ce cycle est le plus simple parcequ'il n'exige que deux sources de chaleur à deux températures définies et qu'il ne met en jeu que deux quantités de chaleur, Q_1 cédée par la première source à la température t et Q_0 absorbée par la seconde à la température t_0 .

La première source sera de l'eau bouillante par exemple et la seconde de la glace fondante.

La quantité de chaleur $Q_1 - Q_0$ a été transformée en travail on aura donc,

$$\mathcal{C} = \mathcal{E} (Q_1 - Q_0)$$

La fraction de chaleur utilisée est donc :

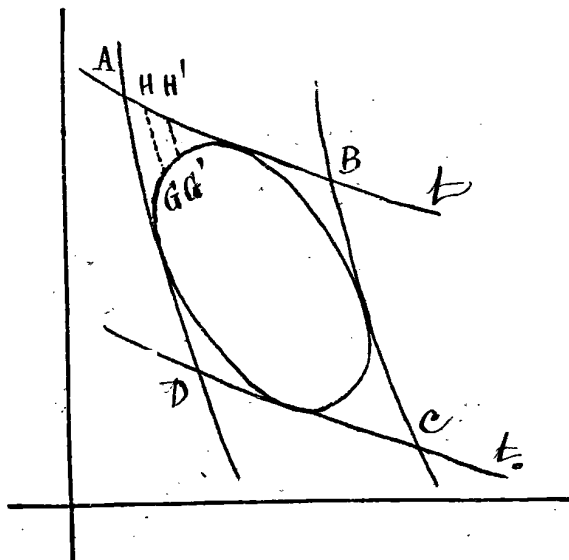
$$\frac{Q_1 - Q_0}{Q_1} = 1 - \frac{Q_0}{Q_1}$$

c'est le coefficient économique du cycle.

Pour augmenter ce coefficient il faut donc rendre Q_1 aussi grand que possible et diminuer Q_0 .

5^e Proposition.

Le Cycle de Carnot présente un coefficient économique plus grand que tout autre fonctionnant entre les mêmes lignes isothermes et les mêmes lignes de nulle transmission.



Prenez par exemple un cycle inscrit dans celui de Carnot. Soit GG' un arc de ce cycle, remplaçons $GHH'G'$ formé par deux arcs de même transmission et la ligne AB .

Quand le corps va de G en G' ou suit le chemin $GHH'G'$ l'énergie intérieure variera de la même quantité.

Soit dQ la quantité de chaleur cédée au corps quand il suit GG' ; dQ' celle cédée quand il suit $GHH'G'$ dQ' sera

plus grand que dQ .

Car le travail produit dans le premier cas est inférieur au précédent de l'aire $GHH'G'$ qui est positive.

On aura dans ces deux cas.

$$E dQ = dV + d\tau$$

$$E dQ' = dV + d\tau' \quad d\tau' > d\tau$$

Soit $E(dQ' - dQ) = d\tau' - d\tau$

On voit donc que tout l'excès de chaleur employé en substituant à l'arc GG' le parcours $GHH'G'$ a été transformé en travail. — Il s'en suit immédiatement que le cycle de Carnot a un coefficient économique plus grand que celui de tout autre cycle fonctionnant entre mêmes limites.

Application au cycle de Carnot au cas des gaz.

Dans le cas des gaz les lignes isothermes nous sont connues.

On a la relation $PV = P_0V_0(1 + \alpha t)$,

Prenez les deux hyperboles correspondant aux températures t_1, t_0 elles auront pour équation, en posant $P_0V_0 = H$

$$PV = H(1 + \alpha t_0)$$

$$PV = H(1 + \alpha t_1)$$

Nous pouvons connaître aussi les lignes de nulle transmission.

On a la relation $E dQ = dU + P dV$.

On a en outre que $dU = E c dt$.

Donc pour les lignes de nulle transmission on a :

$$0 = E c dt + P dV$$

On connaît dt en fonction de dV on a eu en effet :

$$PV = P_0 V_0 (1 + \alpha t)$$

Differentiant $P dV + V dP = P_0 V_0 \alpha dt$

$$0 = \frac{E c}{\alpha P_0 V_0} (P dV + V dP) + P dV$$

D'ailleurs on sait que :

$$\forall P_0 V_0 = (C - c) E$$

Donc :

$$\frac{c}{C - c} (P dV + V dP) + P dV = 0$$

simplifiant

$$C P dV + c V dP = 0$$

Divisant par VP $c \frac{dP}{P} + C \frac{dV}{V} = 0$

Intégrant $C \ln P + c \ln V = \text{constante}$

$$P^c V^C = \text{constante}$$

$$PV^{\frac{C}{c}} = \text{constante}$$

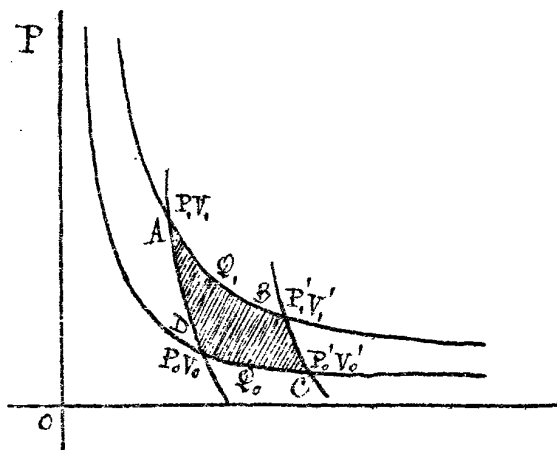
Posons $\frac{C}{c} = 1.40 = \gamma$ $PV^\gamma = \text{constante}$.

Celle est l'équation des lignes de nulle transmission. (*)

En décomposant l'exposant $\gamma = 1.40 = \frac{7}{5}$, en $\gamma = 1.40 = 1 + \frac{2}{5}$ on met l'équation sous la forme

$$p v = \frac{\text{Const}}{\gamma^{\frac{2}{5}}}$$

qui montre qu'à mesure que V grandit les ordonnées de la courbe de nulle transmission sont moindres que celles de la ligne isotherme qu'elle croise (*) voir la note à la page 111.)



Déterminons maintenant le coefficient économique qu'on sait être égal à $\frac{Q_1 - Q_0}{Q_1} = 1 - \frac{Q_0}{Q_1}$
 Q_1, Q_0 représentent les quantités de chaleur absorbées par le corps et cédées par lui.

Calculons Q_1, Q_0

Q_1 est la quantité absorbée par le corps lorsqu'il suit la ligne P, V, P', V'

Nous la calculons par la relation $\int dQ = dU + dW$
 Or $dU = \frac{dV}{\alpha T} dT$ or T est constant lorsque le corps décrit la ligne isotherme.

Donc

$$\int dQ = dU = P dV$$

$$\int Q_1 = \int_{V_1}^{V_1'} P dV ; P = \frac{H(1 + \alpha d)}{V}$$

$$\int Q_1 = H(1 + \alpha T_1) \int_{V_1}^{V_1'} \frac{dV}{V} = H(1 + \alpha T_1) (LV)_{V_1}^{V_1'}$$

$$\int Q_1 = H(1 + \alpha T_1) L \frac{V_1'}{V_1}$$

$$\text{De même } \int Q_0 = H(1 + \alpha T_0) L \frac{V_0'}{V_0}$$

$$\text{Le Coefficient économique } e = 1 - \frac{1 + \alpha T_0}{1 + \alpha T_1} \frac{L \frac{V_0'}{V_0}}{L \frac{V_1'}{V_1}}$$

La valeur du logarithme est la même au numérateur et au dénominateur. En effet on a les relations suivantes:

$P_1 V_1 = P_1' V_1'$ car les points AB sont sur une ligne isotherme

$P_0' V_0' = P_0 V_0$ ----- CD -----

$P_1' V_1'^r = P_0' V_0'^r$ car les points BC sont sur une ligne de nulle compression

$P_0 V_0^r = P_1 V_1^r$ -----

Multiplications membre à membre,

$$V_1 V_1'^r V_0' V_0^r = V_1' V_0' V_0 V_1^r$$

$$V_1'^{r-1} V_0'^{r-1} = V_0'^{r-1} V_1'^{r-1}$$

$$V_1' V_0 = V_0' V_1$$

$$\frac{V_1'}{V_1} = \frac{V_0'}{V_0} \quad \text{L} \quad \frac{V_1'}{V_1} = \frac{V_0'}{V_0}$$

Cel est le coefficient économique du cycle de Carnot dans

les gaz. On peut l'écrire $e = 1 - \frac{\frac{1}{\alpha} + t_0}{\frac{1}{\alpha} + t_1}$

$e = 1 - \frac{T_0}{T_1}$ T_0, T_1 , étant les températures absolues.

On a $\frac{Q_0}{Q_1} = \frac{T_0}{T_1}$. Donc les quantités de chaleur cédées par la source supérieure ou absorbées par la source inférieure sont proportionnelles aux températures absolues de ces sources.

12^e Leçon.

(Suite de l'étude des cycles.)

6^e Proposition.

Le cycle de Carnot appliqué à un corps quelconque est réversible.

On nomme cycle réversible une série de transformations telles que le corps repassant en sens inverse par ses divers états reçoive ou restitue en chaque point non-seulement autant de chaleur qu'il en avait restitué ou reçu dans l'ordre primitif, mais encore de la chaleur à la même température.

(page 109) (*) La relation $p v^\alpha$ a été découverte longtemps avant la thermométrie \therefore on l'établissait ainsi

$$dQ = c dt + l dv = 0$$

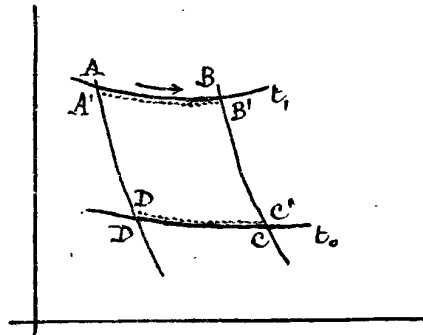
mais l est lié aux coefficients par la relation

$$c - c' = \frac{l \alpha p_0 v_0}{p}$$

Si donc on élimine dt entre l'équation $dQ = 0$ et l'équation caractéristique

$$p dv + v dp = \alpha p_0 v_0 dt$$

on obtient l'équation différentielle ci-dessus, qui a été déduite de la considération de la fonction V .



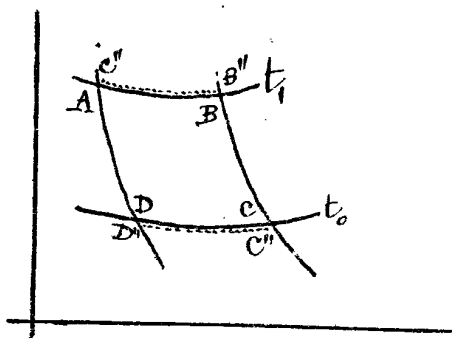
1° Sens direct (aire positive)
C'est la source supérieure qui cède de la chaleur; il faut que la température de la source soit légèrement supérieure à celle du corps, (cette supériorité pouvant d'ailleurs être aussi petite qu'on voudra) soit $t_1 - \Delta t_1$ la température du corps.

Si nous faisons parcourir au corps la ligne isotherme $A'B'$ infiniment voisine de AB la source cédera une quantité de chaleur Q_1 à la température $t_1 - \Delta t_1$.

À partir de B' nous laissons la température s'abaisser jusqu'à une température très peu supérieure à t_0 et je lui fais décrire la ligne isotherme $C'D'$ dont la température est $t_0 + \Delta t_0$. Le gaz restitue une quantité de chaleur Q_0 à la température $t_0 + \Delta t_0$.

2° Sens inverse (aire négative). Dans la transformation inverse les quantités de chaleur seront les mêmes et à la même température, si on néglige toutefois les différences Δt_0 , Δt_1 qui sont aussi petites que l'on veut, et nulle à la limite.

Je fais donc décrire au corps la ligne $D''C''$ dont la température est $t_0 - \Delta t_0$. Il faut lui céder de la chaleur,



car il y a une détente et c'est la source t_0 qui lui cède de la chaleur. Arrivé en C'' je comprime le corps et sans dépenser de chaleur je l'amène en B'' à une température $t_1 + \Delta t_1$, puis je le comprime en le mettant en rapport avec la source t_1 à laquelle il cède de la chaleur.

Dans le premier cas la source t_1 cédaient $+Q_1$ à $t_1 - \Delta t_1$,

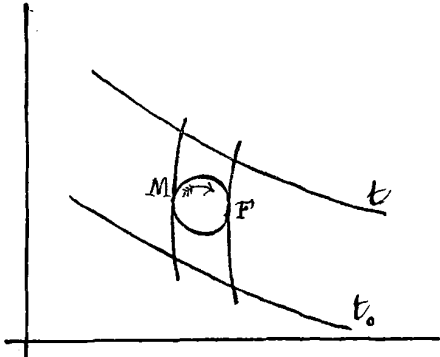
t_0 recevait $-Q_0$ à $t_0 + \Delta t_0$.

La quantité de chaleur transformée en travail était $Q_1 - Q_0$.

Dans le 2° cas c'est la source inférieure t_0 qui donne Q_0 à $t_1 + \Delta t_1$.

La température de la chaleur en négligeant Δt_0 , Δt qu'on peut réduire autant que l'on veut est la même dans les transformations directes et inverses.

Si nous n'avons pas un cycle de Carnot il n'en serait pas de même; prenons un cycle inscrit entre les lignes isothermes, t_0 , t_1 , menons les lignes de nulle transmission tangentielles.



L'absorption de chaleur vient de t_1 , mais il y a une chute de chaleur car le corps n'a pas la température de la source.

Dans la 2^e partie le corps cède de la chaleur à la source t_0 . Nous ne pouvons pas renverser le raisonnement.

Dans la partie supérieure le corps cède de la chaleur; ce ne peut être qu'à la source t_0 .

Dans la partie inférieure MRP le corps absorbe de la chaleur à la source supérieure t_1 , c'est l'inverse de ce qui se passait précédemment. C'est toujours la source supérieure qui cède de

la chaleur et la source inférieure qui en reçoit?

Dans la manière de voir de Carnot c'était la chute de température qui produisait le travail; il regardait la chaleur comme une sorte de masse. Il en était arrivé à ce résultat que pour avoir le maximum de rendement, il faut que la différence de température entre la source et le corps soit toujours la plus petite possible; et nulle, à la limite: Nous avons l'occasion de revenir sur ce point dans la prochaine leçon.

7^e Proposition.

Pour qu'un cycle soit réversible il faut qu'il n'y ait jamais de différence finie de température entre le corps et

la source de chaleur; c'est la conséquence immédiate de la proposition précédente.

Corollaire: Le cycle de Carnot est le seul réversible lorsqu'il n'y a que deux sources de chaleur. Pour qu'il n'y ait pas de différence entre la température du corps et celle de la source, il faut que le corps suive une ligne isotherme. Les lignes isothermes ne se coupant pas il faut compléter par les lignes de nulle transmission qui n'ont pas besoin de mettre en jeu des sources de chaleur.

8^e Proposition.

Deux cycles de Carnot limités par les mêmes lignes isothermes et ayant des surfaces égales mettent en jeu les mêmes quantités de chaleur à la même température.

Considérons un même corps auquel on fait parcourir successivement les deux cycles $ABCD$; $A'B'C'D'$; les travaux

sont $E(Q_1 - Q_0)$ $E(Q'_1 - Q'_0)$

Les aires sont égales, donc aussi les travaux. Donc $Q_1 - Q_0 = Q'_1 - Q'_0$

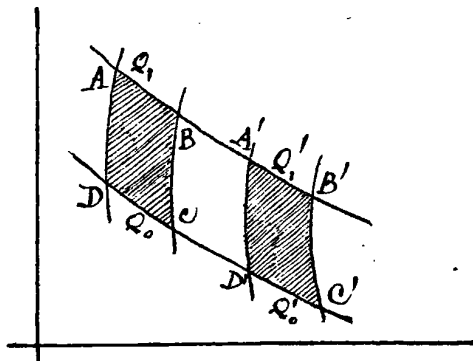
Je vois qu'on a séparément $Q_1 = Q'_1$ & $Q_0 = Q'_0$.

Nous allons nous appuyer sur l'axiome de Clausius:

On ne peut pas faire passer de la chaleur d'un corps froid sur un corps chaud sans dépenser du travail.

Supposons que nous fassions d'abord successivement à un corps, un des cycles dans le sens de la transformation de chaleur en travail puis l'autre dans le sens inverse en suivant le chemin $ABCDAB A'B'C'B'A'BA$ de façon à revenir au point de départ A : dans cette évolution:

il emprunte $- Q_1$ à la source supérieure	} premier cycle $ABCD$
il donne $+ Q_0$ ----- inférieure	



il emprunte $-Q_0$ à la source inférieure }
 il rend $+Q_1$ ----- supérieure } *Deuxième cycle A'D'C'B'*

Il revient au point de départ, le corps est absolument sans le même état qu'au commencement.

Les sources ne seront pas dans les mêmes conditions

l'une a gagné $-Q_1 + Q_0$

l'autre $+Q_1 - Q_0$

Je dis qu'il faut que ces quantités soient nulles. En effet, supposons que $-Q_1 + Q_0$ soit positive (sinon nous ferions décrire les cycles en sens inverse), on a $Q_1 - Q_1' = Q_0 - Q_0'$

Il en résulterait que sans dépense de travail on aurait fait passer de la chaleur d'un corps froid sur un corps chaud, ce qui est impossible.

Donc $Q_1 = Q_1'$ $Q_0 = Q_0'$

Ce raisonnement suppose que les cycles sont réversibles sans quoi la quantité Q_1 de chaleur irait bien sur le corps mais Q_1' ne pourrait pas remonter à la source.

9^e Proposition.

Tous les cycles de Carnot fonctionnant entre deux températures données ont le même coefficient c'est-à-dire

$$\frac{Q_0}{Q_1} = \frac{Q_0'}{Q_1'}$$

En effet, supposons que les aires soient commensurables, décomposons les en petits cycles égaux supposons que la première en m et la 2^e en m'

Dans le parcours de chaque cycle élémentaire la chaleur employée sera la même

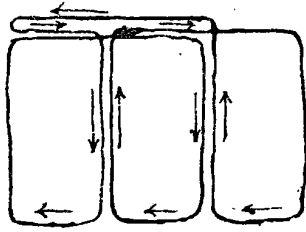
$$Q_1 = m q \quad Q_1' = m' q$$

$$Q_0 = m q_0 \quad Q_0' = m' q_0$$

or on a $1 - \frac{m q}{m q_0} = 1 - \frac{m' q}{m' q_0}$ donc les coefficients

économiques sont les mêmes.

Cette démonstration suppose que lorsqu'on fait décrire successivement les petits cycles, on le cycle total le résultat est le même.



C'est ce dont on peut s'assurer en décrivant les cycles d'un mouvement continu; on voit que les lignes intermédiaires sont parcourues deux fois en sens inverse, et que par suite les chaleurs absorbées ou restituées se détruisent.

10^e Proposition.

Théorème de Carnot.

Le coefficient économique d'un cycle de Carnot fonctionnant entre deux températures t_0 , t_1 est indépendant de la nature du corps et ne dépend que de t_0 et t_1 ; il est représenté par $1 - \frac{t_0}{t_1}$.

Nous avons vu que pour un même corps deux cycles de Carnot fonctionnant entre deux températures données ont le même coefficient économique.

Le raisonnement fait dans la 9^e Proposition ne suppose aucunement que l'on opère sur un même corps.

Nous prenons deux corps et nous leur faisons décrire l'un le 1^{er} cycle, l'autre le 2^e en sens inverse.

(Dans ce cas les lignes isothermes pour les deux corps ne sont pas identiques, mais correspondent aux mêmes températures).

Les deux cycles ont des aires égales; rien n'est changé au raisonnement précédent; on s'appuie toujours sur l'axiome de Clausius.

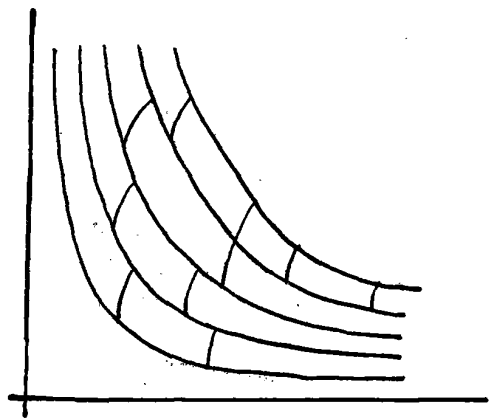
Le coefficient économique étant le même pour tous les corps est $1 - \frac{t_0}{t_1}$ car nous avons vu que telle est sa valeur dans le cas des gaz.

11^e Proposition.

Théorème de Clausius. - Dans un cycle quelconque la somme des quantités de chaleur divisées respectivement par les températures absolues lors de leur entrée ou de leur sortie est rigoureusement nulle.

$$\int \frac{dQ}{T} = 0.$$

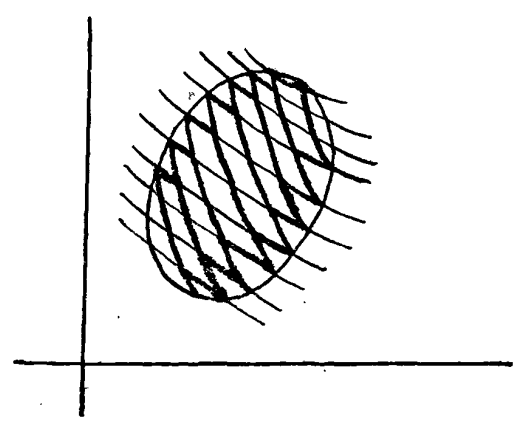
Supposons que nous prenions une série de lignes isothermes et que nous fassions décrire au corps un cycle formé par des branches quelconques de ces lignes isothermes et par des branches de lignes de nulle transmission; on pourra décomposer ce cycle en autant de cycles de Carnot qu'il y a de quadrilatères.



Nous pouvons supposer que le corps décrit successivement tous les petits cycles; en en considérant un à part on a la relation

$$\frac{q_1}{T_1} = \frac{q_2}{T_2} \quad \frac{q_1}{T_1} + \left(\frac{-q_2}{T_2} \right) = 0$$

En prenant dans les cycles $\sum \left(\frac{q_1}{T_1} + \frac{q_2}{T_2} \right) = 0$ des termes portants avec eux leur signe. Toutes les lignes intermédiaires se détruisent; il ne reste que les lignes extérieures pour lesquelles on a $\sum \frac{q}{T} = 0$.



Or un cycle quelconque peut être décomposé en une infinité de cycles de Carnot infiniment petits; l'aire obtenue diffère de l'aire donnée d'un infiniment petit du 2^e ordre.

Le travail et la température sont au 2^e ordre près les mêmes que dans le cycle donné; donc

le théorème est démontré et l'on a

$$\leq \frac{dQ}{T} = 0.$$

C'est ce qu'on nomme quelquefois l'équation du second principe

Traduction analytique des deux principes

Le premier principe nous a conduit à la relation $E dQ = dU + P dv$, $E dQ - P dv$ est donc une différentielle exacte.

Le 2^e principe nous a conduit à l'équation $\int \frac{dQ}{T} = 0$ pour un cycle quelconque; on en conclut que $\frac{dQ}{T}$ est une différentielle exacte; c'est une fonction de deux variables.

(On sait qu'en général une fonction $M dx + N dy$ n'est pas une différentielle exacte; pour qu'elle le soit il faut $\frac{dM}{dy} = \frac{dN}{dx}$. Ici $\frac{dQ}{T}$ est une différentielle exacte parce que $\int \frac{dQ}{T} = 0$ d'y quelle que soit la relation entre les deux variables choisies.)

Nous allons montrer comment on utilise ces deux principes.

Nous avons vu que $dQ = c dt + l dv$ (1)

Le coefficient l est déterminé par les deux principes, si on connaît la fonction caractéristique; en effet:

$dQ - \frac{P}{E} dV$ est une différentielle exacte

Donc $c dt + (l - \frac{P}{E}) dv$ est une différentielle exacte; il faut

donc:

$$\frac{dc}{dv} = \frac{dl}{dt} - \frac{1}{E} \frac{dP}{dt}$$

En vertu de la relation (1)

$\frac{c}{E} dt + \frac{l}{T} dv$ doit être une différentielle exacte de v et de t ,

T est une variable indépendante donc sa dérivée par rapport à v est nulle.

On doit donc avoir $\frac{1}{T} \frac{dc}{dv} = \frac{T \frac{dl}{dt} - l}{T^2}$

$$\frac{dc}{dv} = \frac{dl}{dt} - \frac{l}{T}$$

$$\frac{l}{T} - \frac{1}{E} \frac{dP}{dt} = 0$$

$$l = \frac{T}{E} \frac{dP}{dt}$$

expressions exactes pour tous les corps ; la dérivée partielle $\frac{dP}{dt}$ étant la dérivée de la valeur de P qu'on obtient en résolvant l'équation caractéristique $\varphi(p, v, t) = 0$

Vérification : En appliquant aux gaz comme $PV = P_0 V_0 (1 - \alpha t)$ en différentiant par rapport à t on a

$$\frac{dP}{dt} = \frac{\gamma_0 V_0 \alpha}{V}$$

$$l = \frac{T}{E} \frac{\gamma_0 V_0 \alpha}{V}$$

$$l = \frac{\alpha P_0 V_0 (\frac{1}{\alpha} + t)}{E V}$$

$$l = \frac{E}{P}$$

Si on combine cette relation avec la relation $l = \frac{(c-c')P}{\alpha P_0 V_0}$ on retombe sur la relation connue

$$\frac{1}{E} = \frac{c-c'}{\alpha P_0 V_0}$$

13^e Leçon.

Considérations sur les machines à feu.

Nous avons vu dans les leçons précédentes que le maximum de rendement qu'on pourrait obtenir en transformant de la chaleur en travail était représenté par le coefficient économique :

$$e = 1 - \frac{T_0}{T_1}$$

T_0, T_1 désignant les températures absolues de la source chaude et de la source froide.

Ce maximum n'est atteint que lorsque le corps décrit un cycle de Carnot.

Disons quelques mots d'abord sur les idées qui ont conduit Carnot à découvrir cet important résultat.

En 1824, à l'époque où Carnot publia la brochure intitulée :

« Reflexions sur la puissance motrice du feu. »

On considérait la chaleur comme une sorte de corps indestructible pénétrant les corps matériels ; on croyait donc à la matérialité et à l'indestructibilité du calorique.

Carnot avait assimilé la chaleur à une sorte de poids, et la température au niveau auquel cette masse pondérable était placée.

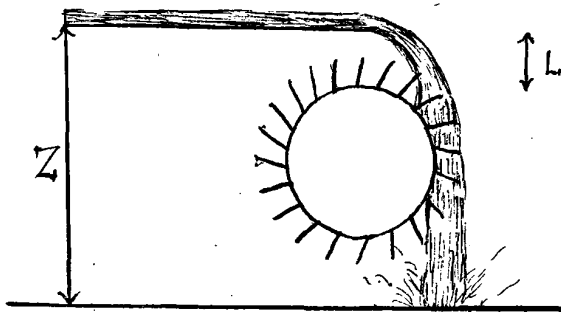
La force motrice était vue alors à une sorte de chute de chaleur, assimilable à la chute de l'eau qui fait marcher les roues hydrauliques.

D'après lui les agents intermédiaires n'avaient aucune influence sur la proportion de la chaleur au travail produit.

« La puissance motrice de la chaleur, disait Carnot, est indépendante des agents mis en œuvre pour la réaliser ; sa quantité est fixée uniquement par les températures des corps entre lesquels se fait, en dernier résultat, le transport du calorique ». (Nouvelle édition p. 20.).

La température de la chaleur avait alors une importance capitale ; la quantité de chaleur n'était plus qu'un simple facteur.

« La production de la puissance motrice est donc vue dans les machines à feu non à une transformation réelle du calorique mais à un transport de la chaleur d'un corps chaud à un corps froid. ».



Carnot a probablement été guidé par la comparaison avec les moteurs hydrauliques la chaleur est considérée en quantité comme une masse d'eau.

Considérons un moteur hydraulique.
Si dans l'unité de temps

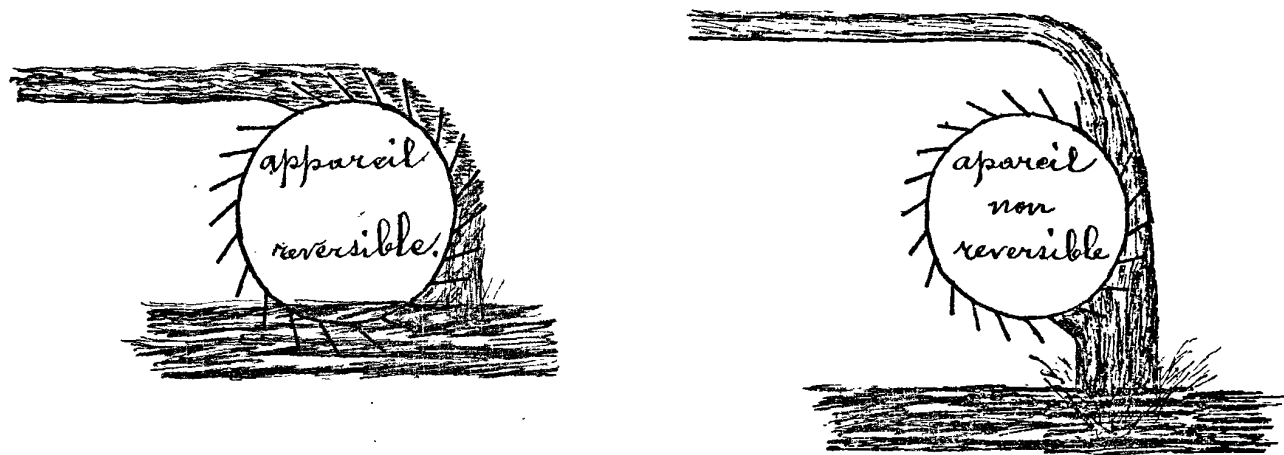
nous avons une masse d'eau M , si la différence entre le niveau supérieur et le niveau inférieur est Z , le travail disponible est MZ .

On peut en utiliser une fraction quelconque et théoriquement on peut utiliser tout.

Pour la chaleur c'est analogue; nous avons une quantité de chaleur Q , à une température t_1 ; quelques perfectionnements qu'on apporte à la machine, nous ne pouvons pas dépasser un travail égal à Q multiplié par une certaine fonction de $(t_1$ et t_0)

$$Q \times f(t_1, t_0).$$

En hydraulique pour qu'un moteur soit le plus parfait possible, il faut qu'il soit réversible, c'est-à-dire que si on fournit



du travail à la roue hydraulique elle puisse remonter l'eau à sa source. Il faut donc qu'il y ait le moins de différence possible entre la chute et le bief d'amont. En effet si il y a une hauteur h entre la chute et le point où l'eau rencontre la roue, nous perdons un travail égal à Mh .

De même au-dessous de la roue, nous perdons un travail égal à Mh' .

Le rendement est donc imparfait, et il est facile de voir que le moteur n'est pas réversible car il ne touche ni le bief d'aval ni le bief d'amont et par conséquent en faisant tourner la roue on ne pourrait pas remonter l'eau. Au contraire si les aubes plongent dans l'eau elles peuvent la remonter.

Carnot a probablement été guidé par ces considérations dans sa conception de la puissance motrice de la chaleur :

Puisque c'est pendant l'abaissement de température que se produit le travail, la transformation de chaleur en travail doit être assimilée à la transformation de chute d'eau en travail.

Une bonne machine à feu doit donc être réversible, c'est-à-dire que si on lui fournit de la chaleur elle doit produire du travail et réciproquement.

On conçoit alors comment Carnot a été conduit à la condition de réversibilité et à la nécessité de ne jamais établir de différence finie de température entre les sources et les corps servant à la production de la force motrice.

Pour Carnot une quantité de chaleur donnée ne vaut que par sa température. Il admettait qu'une quantité de chaleur Q a une valeur proportionnelle à une certaine fonction $f(t)$ de sa température elle vaut donc $Q f(t_1)$. Cette valeur devant être évidemment indépendante de la nature des corps employés pour produire le travail mécanique.

Si on l'abaisse à t_0 elle ne vaut plus que $Q f(t_0)$.

Donc il n'y a eu de disponible qu'une quantité $Q f(t_1) - Q f(t_0)$.

Carnot admettait en effet, ce qui est faux, que la quantité de chaleur est toujours la même ⁽¹⁾. Le Coefficient économique sera donc

$$e = \frac{Q f(t_1) - Q f(t_0)}{Q f(t_1)}$$

$$e = 1 - \frac{f(t_0)}{f(t_1)}$$

En étudiant les cycles réversibles Carnot a montré que ce résultat devait être le même quels que fussent les corps intermédiaires. Il a suffi alors de trouver la fonction $f(t)$ dans un cas particulier.

(1) On a retrouvé dans les manuscrits de Carnot des notes prouvant qu'il était parvenu par la suite à l'idée de la transformation de la chaleur en travail et même à déterminer une valeur approchée (370 Kgm) de l'équivalent mécanique (nouvelle édition des *Réflexions sur la puissance motrice du feu* p. 69.).

Il a trouvé que $f(t) = 273^\circ + t = T$ on l'appelle souvent la fonction de Carnot

$$e = 1 - \frac{T_0}{T}$$

Malgré l'hypothèse fautive de l'indestructibilité du calorique les raisonnements en sont indépendants : aussi Carnot est-il arrivé à un résultat exact qui s'adapte parfaitement aux idées actuelles sur la destructibilité du calorique.

Dans l'état actuel de nos connaissances il n'y a aucun espoir d'arriver à dépasser ce rendement. On sait donc d'avance lorsqu'on connaît la température la plus élevée et la température la moins élevée, le rendement maximum qu'on peut atteindre.

Machines à Vapeur.

La machine à vapeur est une machine thermique permettant de transformer de la chaleur en travail. L'eau fonctionne suivant un véritable cycle.

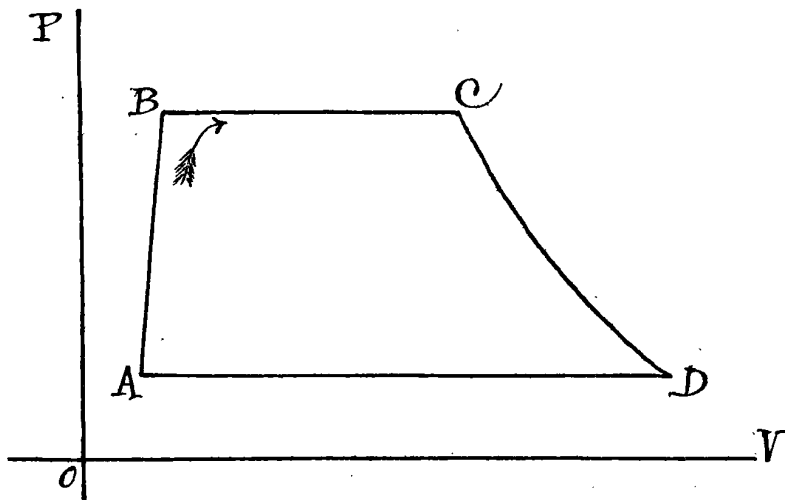
Supposons une machine idéale sur laquelle on puisse opérer sur un poids constant d'eau, toujours le même.

Dans la chaudière se trouve de l'eau portée à la température nécessaire. La vapeur est introduite sous le piston ; de l'autre côté est un espace rarifié. Le piston se déplace et peut par conséquent produire un travail.

Lorsque la vapeur s'est détendue, on la met en contact avec cet espace rarifié ; elle s'y précipite et comme le condenseur est froid elle y perd sa tension et se liquéfie, l'eau liquide est ramenée dans la chaudière par une pompe. Théoriquement c'est donc toujours la même quantité d'eau qui sert ; elle décrit un cycle ; dans les machines des navires, ces conditions sont presque rigoureusement remplies.

Forme du cycle. - Nous partons d'un kilogramme d'eau à la température t_0 .

On la chauffe dans la chaudière jusqu'à la température t , son volume augmente très peu, et cette partie du cycle est représentée par une ligne presque droite et sensiblement parallèle à OP .



Si nous laissons alors la vapeur se former, nous avons un mélange de liquide et de vapeur; la pression et le volume sont indépendants l'un de l'autre.

La température reste constante; la pression aussi; le volume augmente et nous avons une droite BC parallèle

à OV . Arrivé au point C , lorsque tout le liquide est vaporisé, on suppose qu'on intercepte toute communication avec la chaudière nous laissons la vapeur se détendre sans fournir aucune chaleur; la vapeur se refroidit et nous la laissons arriver jusqu'à la température t_0 .

A partir de ce moment nous laissons la température constante, en comprimant la vapeur c'est un mélange de vapeur et de liquide; la pression reste constante jusqu'à ce que toute la vapeur soit liquéfiée; nous avons une droite AB parallèle à OV .

On a cherché à calculer le rendement.

On s'était fait sur le rendement une idée extrêmement fautive.

C'est avec une chaudière à 150° , ce qui correspond à peu près à cinq atmosphères, et un condensateur à 50° , ce qui correspond à peu près à $\frac{1}{5}$ d'atmosphère on avait trouvé qu'on ne transformait en travail que $\frac{1}{20}$ de la chaleur produite, et ceci théoriquement, car les machines n'ayant jamais une perfection absolue le rendement

aurait dû être encore plus faible, ce que d'ailleurs l'expérience ne vérifiait pas.

On a dès lors déclaré que les machines à vapeur étaient des moteurs détestables,

Voici le calcul inexact sur lequel on se fondait.

On se basait sur des déterminations calorimétriques très-exactes par Régnault.

Le problème qu'il s'était proposé était le suivant:

Étant donné un kilogramme d'eau liquide à 0° quelle est la quantité de chaleur qu'il faut lui donner pour le réduire en vapeur à 1° sous une pression constante, celle de la force élastique maxima à cette température.

Pour un kilogramme d'eau liquide porté à l'état de vapeur à 1° il obtint le chiffre suivant: $\lambda = 606,5 + 0,305 t$.

Or on a $\lambda = t + r$ r représentant la chaleur latente de vaporisation de l'eau.

On peut en tirer $r = 606,5 - 0,695 t$.

Cette chaleur latente r diminue lorsque la température augmente et finit par devenir nulle.

La température de la chaudière étant t_1 et la température initiale de l'eau étant t_0 , la quantité de chaleur que nous apporte l'eau sortie de la chaudière est donc $\lambda_1 - t_0$.

La chaleur rendue au condenseur est donc la chaleur obtenue lorsque la vapeur après s'être détendue se condense à t_0 . C'est donc $\lambda_0 - t_0$.

On faisait donc là l'hypothèse (qui était fautive) que la vapeur en se détendant restait toute entière à l'état de vapeur et qu'aucune partie ne se liquéfiait.

Dans ces circonstances le coefficient économique est:

$$e = \frac{Q_1 - Q_0}{Q_1} = \frac{\lambda_1 - \lambda_0}{\lambda_1 - t_0} = \frac{0,305 (t_1 - t_0)}{606,5 + 0,305 t_1 - t_0}$$

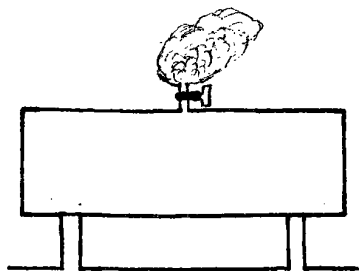
On trouve $e = \frac{1}{20}$ en prenant pour t_1 et t_0 les nombres 150 et 50 . D'après le théorème de Carnot on aurait $e = \frac{100^\circ}{423^\circ} =$ un peu moins de $\frac{1}{4}$. La machine n'étant pas parfaite on arriverait à $\frac{1}{5}$ ou $\frac{1}{6}$.

L'erreur du raisonnement est dans l'évaluation de la chaleur restituée au condenseur.

Là on fait une hypothèse, c'est lorsqu'on suppose que

La vapeur reste toute entière à l'état de vapeur lorsqu'elle se détend.

Carnot avait vu qu'il ne devait pas en être ainsi (nouvelle Édit. p. 18).
La détente doit en effet amener une condensation partielle,
Il arrive alors dans le condenseur non pas la quantité
de chaleur mais une quantité plus faible.



Ces considérations ont été démontrées théoriquement par Clausius, Rankin, et expérimentalement par M. Heilm.

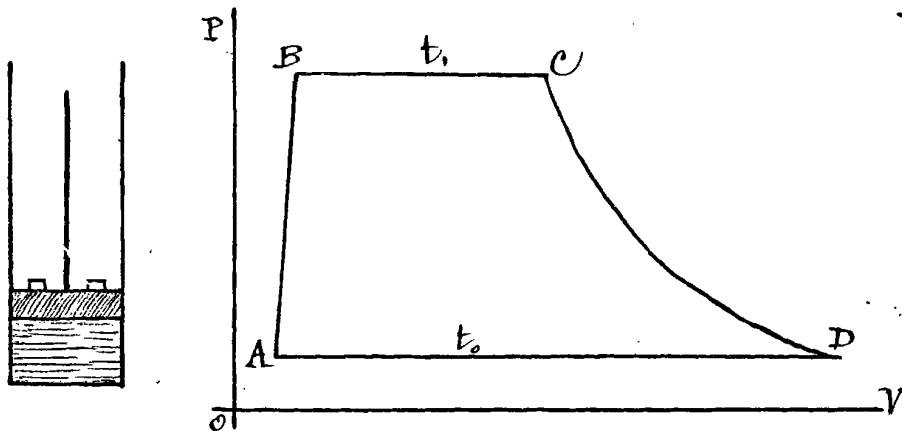
M. Heilm a montré que lorsque la vapeur se détend elle se condense sous forme de brouillard : Il met en commu-

nication avec la chaudière, un tube résistant fermé par des glaces ; le tube est muni d'un robinet latéral, lorsqu'on ouvre ce robinet on voit apparaître un nuage à l'intérieur de la vapeur qui auparavant était transparente ; il se forme des gouttelettes, ce qu'on constate en regardant une lumière au travers de ce nuage ; on voit une sorte de cercle analogue à celui qu'on observe lorsqu'un nuage léger passe devant le soleil ou la lune. On peut faire l'expérience à la température ordinaire ; le vide partiel produit rapidement au-dessus de l'eau fait augmenter rapidement le volume de la vapeur ; il se produit un abaissement de température assez considérable pour qu'une partie de la vapeur se condense en brouillard.

La plupart des liquides peuvent servir à répéter cette

expérience ; cependant il y a des exceptions par exemple pour l'éther.

Ce phénomène est une conséquence du principe de Carnot qui permet même de calculer la proportion



d'eau liquéfiée, à l'aide du théorème de Clausius.

Je considère une machine théorique formée d'une chaudière qui serait le cylindre lui-même; dans ce cylindre se trouve au dessus de l'eau un piston qui ferme exactement le cylindre; on met des poids pour empêcher la dilatation du liquide; quand nous sommes arrivés à une température convenable la pression a augmenté; elle est alors capable de soulever le piston et nous pouvons permettre à la vapeur de se dégager en soulevant petit à petit les poids dont le piston est chargé.

Au début tant que la vapeur ne se dégage pas, nous avons une augmentation de température et de pression considérable, une augmentation de volume très faible; donc ligne AB presque parallèle à OP.

Lorsque la vapeur commence à se dégager; la pression reste constante jusqu'à ce que tout le liquide soit vaporisé; nous avons une ligne horizontale BC. Supposons qu'après nous laissons la vapeur se détendre naturellement sans lui céder de chaleur; la détente aura lieu suivant une loi voisine

$$\text{de } p v^{\gamma} = \text{Constante.}$$

Nous atteignons la température t_0 .

A ce moment nous avons un mélange de liquide et de vapeur - la pression est indépendante du volume primitif en maintenant la température à t_0 .

Le cycle est limité à deux lignes isothermes, ce sont les horizontales correspondant à t_1 et t_0 .

La ligne CD est une ligne de nulle transmission; AB n'est pas une ligne de nulle transmission car on a fourni de la chaleur à différentes températures comprises entre t_1 et t_0 ; nous n'avons donc pas un cycle de Carnot, mais le théorème de Clausius s'applique néanmoins.

Si T est la température absolue de la chaleur, lorsqu'elle entre dans le corps ou en sort, on doit avoir:

$$\int \frac{dQ}{T} = 0$$

En appliquant ce théorème nous allons pouvoir calculer la quantité d'eau condensée pendant la détente.

Nous avons un kilogramme d'eau que nous faisons

passer de t_0 à t_1 ; pour élever sa température de dt il faut une quantité de chaleur égale à dt .

$$\text{Pour la ligne AB} \int \frac{dQ}{T} = \int_{t_0}^{t_1} \frac{dt}{T} = \lg \frac{T_1}{T_0}$$

Pour la ligne BC la température t est constante $\int \frac{dQ}{T} = \frac{1}{T} \int dQ$

C'est la chaleur latente de vaporisation; ce sera donc λ_{1-t_1} , puisque la chaleur spécifique est 1

$$\text{Pour BC} \int \frac{dQ}{T} = \frac{\lambda_{1-t_1}}{T_1}$$

CD est un arc de nulle transmission donc pour CD $\int \frac{dQ}{T} = 0$
 Dans la ligne DA on restitue de la chaleur.

Je désigne par x le poids d'eau condensée durant le parcours CD. Nous avons alors un poids x d'eau à t_0 qui ne cède rien du tout durant le parcours de la ligne DA.

Il reste $1-x$ d'eau à l'état de vapeur elle cède de la chaleur à t_0 .

T_0 est constant il faut calculer $\int dQ$ c'est $\lambda_0 - t_0$

Donc dans la 4^e phase $\int \frac{dQ}{T} = -\frac{\lambda_0 - t_0}{T_0} (1-x)$ le signe est - parce que la chaleur est rendue.

D'après le théorème de Clausius

$$0 = \lg \frac{T_1}{T_0} + \frac{\lambda_{1-t_1}}{T_1} - \frac{\lambda_0 - t_0}{T_0} (1-x)$$

Cette équation donne x . Si nous prenons $t_1 = 150$, $t_0 = 50$, on arrive à :

$$x = 0,177.$$

Il y a donc presque $\frac{1}{5}$ de la vapeur d'eau qui a été condensée et a fourni de la chaleur latente pour permettre la dilatation.

$\lg \frac{T_1}{T_0}$ est très-petit; nous avons donc presque un cycle de Carnot.

Nous devons être très-peu au-dessous du rendement théorique; en calculant on trouve sensiblement $\frac{1}{4}$, qu'il

faut diminuer un peu partout des imperfections inévitables ; M. Hirn a trouvé pratiquement $\frac{1}{5}$ ou $\frac{1}{6}$.

Divers inventeurs ont été conduits par le raisonnement inexact que nous avons signalé, à chercher différentes machines.

On a essayé des machines à air chaud ; l'air traverse des chaudières s'échauffe, augmente sa pression, puis en se détendant, se refroidit et peut décrire des cycles.

On a aussi essayé de la vapeur surchauffée fonctionnant comme les gaz, mais n'ayant pas le même inconvénient que l'air dont l'oxygène surchauffé brûle les chaudières.

On n'a pas obtenu de meilleurs résultats qu'avec la machine à vapeur.

On avait été conduit aux gaz par le raisonnement suivant : On trouvait que tout liquide ayant une chaleur latente considérable était mauvais. Seulement on ignorait que le liquide condensé durant CD cède de la chaleur et permet la détente.

On aimait mieux alors prendre non des liquides, mais des gaz ; on n'a rien obtenu de meilleur, ce qui n'a rien d'étonnant, le rendement ne dépendant que de T_1, T_0 . Le seul inconvénient de l'eau est l'énorme pression qu'exerce sa vapeur, ce qui ne permet pas d'étendre beaucoup l'intervalle $T_1 - T_0$.

On a essayé aussi d'utiliser la chaleur latente de condensation, toujours dans l'idée que cette chaleur latente était inutile ; on a construit des machines à deux liquides, le condenseur servant à volatiliser un liquide plus volatil ; éther, sulfure de carbone avec les condenseurs soigneusement refroidis ; on peut alors faire fonctionner une 2^e petite machine avec ce nouveau liquide. On a alors obtenu un petit accroissement de l'ordre de celui qui était prévu puisqu'on agrandissait l'intervalle $T_1 - T_0$. Mais tous ces liquides volatils sont dangereux à manier ou à respirer.

En résumé, dans toutes les machines à feu on est limité par le coefficient économique de Carnot.

14^e Leçon.

Conductibilité pour la Chaleur.

Nous avons admis comme évidente la possibilité et même la nécessité de la transmission de la chaleur par contact dans les corps. C'est en partant de là que nous avons admis la possibilité de l'équilibre de température entre deux corps.

Le phénomène de la conductibilité n'est bien net et bien précis que dans les solides.

Dans les liquides et les gaz, il y a des courants perturbateurs produits par la chaleur elle-même qui provoque dans les couches une différence de densité.

Il ne s'agit ici que de la transmission produite par le contact et non par le mouvement des molécules.

Nous aurons tantôt la conductibilité intérieure et tantôt extérieure suivant que la chaleur se propage dans un même corps, ou d'un corps à un corps extérieur.

Les phénomènes de conductibilité peuvent être traités d'après une loi mathématique due à Fourier.

Voici les hypothèses que Fourier a faites et qui sont indépendantes de la nature de chaleur, ce qui fait que ces principes pourront être appliqués, en changeant seulement les mots, à l'électricité.

1^o Les corps sont composés de particules ou points matériels rayonnant de la chaleur.

2^o La quantité de chaleur envoyée par une molécule plus chaude sur une molécule plus froide est proportionnelle à la différence de température et à une certaine fonction de la distance, fonction qui décroît très-rapidement à partir d'une certaine limite...

3^e Cette quantité de chaleur rayonnée ne dépend pas de la température absolue de la molécule rayonnante.

4^e Pour simplifier on néglige la dilatation des corps, nous admettrons ces principes comme des axiomes sauf à en vérifier les conséquences; nous n'avons aucun moyen de vérifier directement ces axiomes ils ne font même pas partie des principes de la mécanique rationnelle.

Nous distinguerons d'abord dans la propagation de la chaleur deux états. Le premier est un régime permanent ou stationnaire de la transmission de la chaleur. Chaque point reste à la même température, il cède autant de chaleur qu'il en reçoit. C'est le seul cas que nous considérerons.

Le second est un régime variable; il est plus compliqué; en chaque point la température varie avec le temps, nous allons traiter deux cas de régime stationnaire.

1^{er} Cas du mur indéfini.

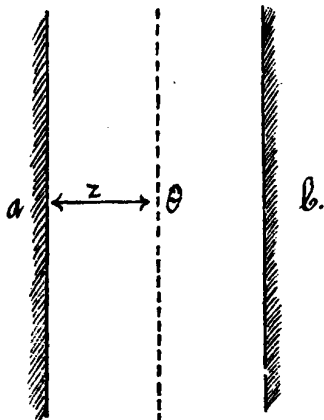
Le corps est supposé limité par deux plans parallèles indéfinis et placé entre deux sources de chaleur dont l'une par exemple est de l'eau bouillante, l'autre de la glace fondante.

On demande 1^o, la loi de répartition de la chaleur lorsque la température est devenue stationnaire; c'est-à-dire la température est devenue stationnaire; c'est-à-dire la température θ d'un point situé à une distance Z du plan; $\theta = \vartheta(Z)$.

Tous les points situés dans un même plan parallèle aux deux plans qui limitent le mur sont à la même température: on connaît les températures a et b des deux faces,

Les surfaces isothermes sont des plans parallèles aux deux faces du mur.

On demande, 2^o, quelle sera la quantité de chaleur Q qui passe pendant l'unité de temps et par l'unité de surface sur chaque surface isotherme. Le cas d'un mur indéfini est le plus

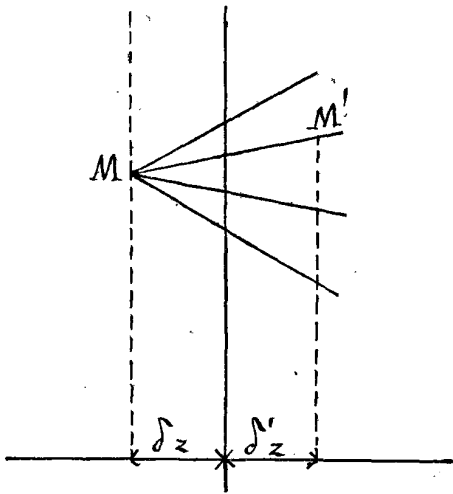


simple parce que la transmission se fait normalement aux surfaces lorsqu'on est très loin des extrémités.

Nous allons considérer une surface isotherme de température θ et nous supposons que lorsqu'on nous donne la coordonnée z d'un point sa température est bien définie.

Considérons deux molécules M, M' dont nous connaissons les coordonnées.

Nous savons que M rayonne une quantité de chaleur que nous désignons par q_1 pendant l'unité de temps et que q_1 est proportionnel à la différence de température $\Delta\theta$ entre M, M' et à une fonction $f(z)$ de la distance



$$q_1 = \Delta\theta f(z)$$

Pour avoir la quantité de chaleur rayonnée par M pendant l'unité de temps nous ferons la somme de toutes les quantités de chaleur rayonnées par M sur les molécules qui se trouvent de l'autre côté, et nous n'aurons pas besoin d'aller bien loin car la fonction $f(z)$ décroît très rapidement avec la distance.

Puisqu'on donne M en position, nous connaissons sa température; j'appelle δz la distance de M à la surface isotherme considérée; la coordonnée de M est $z - \delta z$. La température sera $\theta + \delta\theta$.

Nous connaîtrons cette température si la fonction $\varphi(z)$ était connue.

$$\text{Nous aurons } \theta + \delta\theta = \varphi(z - \delta z)$$

$$\delta\theta = -\varphi'(z) \times \delta z + \dots$$

De même nous déterminerions la température $\theta - \delta'\theta$ en M'

$$\theta - \delta'\theta = \varphi(z + \delta'z)$$

$$\delta'\theta = -\varphi'(z) \times \delta'z + \dots$$

en prenant la somme des différences de températures nous aurons $\Delta\theta$

$$\Delta \theta = \delta \theta + \delta' \theta = - \varphi'(z) (\delta z + \delta' z)$$

$$q_1 = - \varphi'(z) (\delta z + \delta' z) \int (z).$$

Celle est l'expression théorique du rayonnement de M sur M' pendant l'unité de temps.

Prendons un autre M', il faudrait changer δ' en δ'' et ainsi de suite.

Si on fait la somme $\varphi'(z)$ sera en facteur commun, on pourra donc le faire sortir du signe Σ .

Nous prendrons ensuite un autre point M, et nous aurons encore $\varphi'(z)$ en facteur commun, il n'y aura donc sous le signe Σ que $(\delta z + \delta' z) \int (z)$.

Si nous considérons l'unité de surface de la surface isotherme, et toutes les lignes de radiation passant par cette unité de surface, nous aurons

$$Q'' = - \varphi'(z) \Sigma (\delta z + \delta' z) \int (z)$$

Les deux sommes étant faites successivement par rapport à δz et $\delta' z$ Q'' est la quantité de chaleur qui traverse l'unité de surface pendant l'unité de temps.

Nous avons finalement $Q'' = - \varphi'(z) K$.

K étant évidemment positive puisque toutes les quantités qui entrent sous les signes Σ sont positives, et K variant avec chaque corps. La quantité de chaleur qui traverse pendant l'unité de temps l'unité de surface d'une surface isotherme est proportionnelle à la dérivée de la fonction $\varphi(z)$ qui lie la température à la distance de la surface à une origine fixe.

Appliquons ceci au cas où l'état est stationnaire; les quantités de chaleur qui traversent les surfaces isothermes sont les mêmes

$$- \frac{d\theta}{dz} K = Q'' = \text{constante}$$

$$dQ = - \frac{Q''}{K} dz$$

$$\theta = - \frac{Q''}{K} z + C, \text{ C étant une constante.}$$

La loi qui lie la température à la coordonnée z est une loi linéaire, sa représentation serait donnée par une droite.

Pour déterminer C et Q'' on a les équations

$$\theta = a \text{ pour } z = 0 \text{ donc } c = a$$

et $b = -\frac{Q_{11}}{K} e + a$ pour $z = e$ c'est-à-dire l'épaisseur du mur

$$a - b = \frac{Q_{11}}{K} e$$

$$Q_{11} = \frac{a - b}{e} K$$

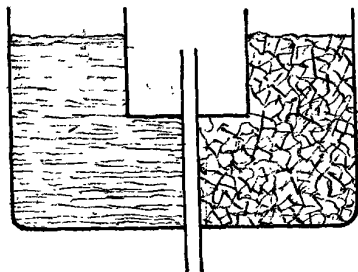
Donc la fonction $\theta(z)$ est la suivante :

$$\theta = -\frac{a - b}{c} z + a$$

Le coefficient K est le coefficient de conductibilité. C'est la quantité de chaleur qui passe pendant l'unité de temps et par l'unité de surface à travers l'unité d'épaisseur par l'effet d'une différence de température égale à un degré. Il n'y a pour le voir qu'à considérer l'expression de Q_{11} .

Il semble que rien ne soit plus facile que de le déterminer. L'expérience a été tentée par Dulong qui s'est servi d'un vase sphérique de grand diamètre. Ses raisonnements sont les mêmes si l'épaisseur est faible par rapport à la surface.

Il a pris un vase de cuivre, l'a rempli de glace fondante et a enfermé l'appareil dans une enceinte d'eau bouillante; mais cette méthode est difficile à appliquer parcequ'il se forme une couche d'eau adhérente aux parois des deux côtés, et on ne peut la renouveler, il faudrait alors déterminer le coefficient de conductibilité non seulement du métal, mais encore de la couche d'eau adhérente, dont on ne connaît pas l'épaisseur; en outre l'eau oppose au passage de la chaleur une résistance bien plus considérable que le métal; ce qui le prouve c'est que si l'on prend un vase d'une épaisseur double on trouve presque la même conductibilité (c'est donc le coefficient de l'eau qu'on mesure et non celui du métal).



Péclet a essayé l'expérience sous sa forme théorique.

Il prit des lames métalliques qu'il plaça entre deux vases contenant l'un de la glace fondante, l'autre de l'eau bouillante,

mais il trouva les mêmes difficultés et ne put les vaincre qu'en employant un mécanisme d'horlogerie mettant constamment en mouvement des broses sur les deux faces de la lame.

La meilleure expérience a été faite sur une plaque de plomb; il a trouvé $K = 3$ calories, 82° .

C'est la quantité de chaleur qui passe en une seconde à travers une plaque de plomb d'un millimètre d'épaisseur et d'un mètre carré de surface, la différence de température étant égale à un degré.

Lorsqu'on connaît un seul coefficient en valeur absolue, il suffit de chercher des méthodes donnant les valeurs relatives.

2^e Cas de la barre allongée.

La méthode employée est fondée sur l'état du régime stationnaire d'une barre allongée chauffée à l'une de ses extrémités; on admet que la barre se refroidit par la surface de sorte que la chaleur d'une tranche ne passe pas toute entière à la suivante.

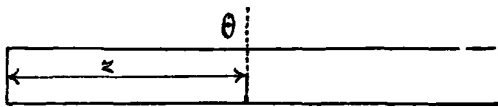
Nous avons affaire à deux sortes de conductibilité: la conductibilité intérieure et la conductibilité extérieure.

Lorsqu'il y a une différence finie de température entre la surface et l'enceinte on admet la loi de Fourier, c'est-à-dire que la quantité de chaleur transmise pendant l'unité de temps et par l'unité de surface est proportionnelle à la différence de température

$$q_{II} = (b-c) \theta.$$

b est le coefficient de conductibilité extérieure.

Nous supposons qu'on demande la loi $\theta = \varphi(z)$ qui lie la température θ d'une section droite de la barre, à sa distance à l'origine.



Il faut se donner K, p , la section droite S et le périmètre p c'est-à-dire la longueur de la section.

Nous allons diviser la barre en tranches infiniment minces; nous serons alors dans les mêmes conditions que pour un mur indéfini.

La quantité de chaleur qui traverse l'unité de section est

proportionnelle à la dérivée de la fonction inconnue.

$$Q_{||} = -SK \varphi'(z) = -SK \frac{d\theta}{dz}$$

En négligeant la petite variation qui peut se produire à la surface.

Si nous prenons une section droite infiniment voisine, ce ne sera plus la même quantité de chaleur qui passera, car une partie aura été rayonnée par l'extérieur.

Désignons par $Q_{||} + dQ_{||}$ la quantité de chaleur qui traverse la surface infiniment voisine; $dQ_{||}$ est une quantité négative car z est plus grand et $dQ_{||}$ est égal en valeur absolue à la quantité de chaleur rayonnée à l'extérieur; Don en vertu de la loi de Fourier $dQ_{||} = -h \cdot p \cdot dz \cdot \theta$, θ étant l'excès de la température de la tranche sur la température ambiante.

D'autre part on a

$$Q_{||} + dQ_{||} = -SK \varphi'(z + dz) = -SK \left(\frac{d\theta}{dz} + dz \frac{d^2\theta}{dz^2} + \dots \right)$$

$$dQ_{||} = -SK \frac{d^2\theta}{dz^2} dz$$

En en conclut $SK \frac{d^2\theta}{dz^2} dz = h \cdot p \cdot \theta \cdot dz$

$$\frac{d^2\theta}{dz^2} = \frac{ph}{KS} \theta$$

Et en prenant $\frac{ph}{KS} = m^2$

$$(1) \frac{d^2\theta}{dz^2} = m^2 \theta$$

ou bien $\frac{d^2\theta}{dz^2} \frac{d\theta}{dz} = m^2 \theta \frac{d\theta}{dz}$

$$\frac{1}{2} \frac{d\theta^2}{dz} = m^2 \left(\frac{\theta^2 + c}{2} \right)$$

$$m dz = \frac{d\theta}{\sqrt{\theta^2 + c}}$$

En intégrant on aurait

$$mz = 4 \log(\theta + \sqrt{\theta^2 + c}) + c'$$

passant des logarithmes aux nombres on aurait la fonction cherchée

On peut y arriver autrement en posant $\theta = e^{\alpha z}$

L'équation (1) devient $e^{\alpha z} \alpha^2 = m^2 e^{\alpha z}$

$$\alpha^2 = m^2 \quad \alpha = \pm m$$

On a donc pour θ les valeurs e^{+mz} et e^{-mz} .
La solution la plus générale sera

$$(2) \theta = Ae^{mz} + Be^{-mz}$$

En effet cette fonction satisfait à l'équation (1).
Pour déterminer les coefficients A, B on a les équations

$$\theta = a \text{ pour } z = 0 \text{ donc } a = A + B$$

$$\theta = b \text{ pour } z = l, \text{ la longueur de la barre} \left. \begin{array}{l} \\ b = Ae^{ml} + Be^{-ml} \end{array} \right\} \text{ on tirerait de là } A, B$$

En substituant la valeur de θ on aurait facilement $\frac{dQ}{dz}$ et par suite Q . Tous les raisonnements ont été faits en partant des hypothèses de Fourier. On peut vérifier par expérience la loi de répartition des températures.

On prend une barre de fer chauffée à une extrémité et on met de petits thermomètres dans des cavités pratiquées à cet effet.

On constate que la courbe obtenue en discutant l'équation (2) est précisément la courbe formée par les sommets des colonnes liquides.

La forme de cette fonction fait que si l'on prend des tranches équidistantes et qu'on détermine leurs températures on a des résultats assez simples.

Prenez des points dont les coordonnées soient $z-i, z, z+i$.
On demande les trois températures consécutives $y_{-1}, y, y+1$.

$$y+1 = Ae^{m(z+i)} + Be^{-m(z+i)}$$

$$y = Ae^{m(z-i)} + Be^{-mz}$$

$$y-1 = Ae^{m(z-i)} + Be^{-m(z-i)}$$

$$\text{On a : } \frac{y+1 + y-1}{y} = \text{Constante.}$$

$$y_{+1} + y_{-1} = Ae^{mz} (e^{mi} + e^{-mi}) + Be^{-mz} (e^{mi} + e^{-mi}).$$

$$\frac{y_{+1} + y_{-1}}{y} = e^{mi} + e^{-mi}$$

Posez $e^{mi} + e^{-mi} = 2n$

$$e^{2mi} - 2ne^{mi} + 1 = 0.$$

$$e^{mi} = n \pm \sqrt{n^2 - 1} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Les deux racines sont} \\ \text{réelles, on prend la plus grande.} \end{array} \right.$$

réelles, on prend la plus grande.

$$m_i = \log (n + \sqrt{n^2 - 1})$$

$$m = \sqrt{\frac{pb}{KS}} = \frac{1}{2} \log (n + \sqrt{n^2 - 1})$$

$$\frac{KS}{pb} = \frac{1^2}{\log^2 (n + \sqrt{n^2 - 1})}$$

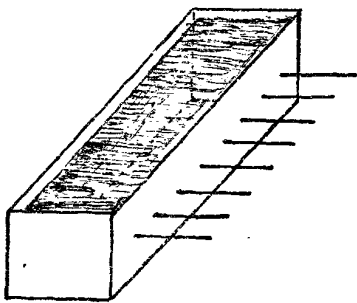
Pour un autre corps on aurait

$$\frac{K'S}{pb} = \frac{z^2}{L^2 (n' + \sqrt{n'^2 - 1})}$$

(pour avoir h identique on recouvre la surface extérieure ou on la recouvre d'une couche d'un métal étranger).

$$\text{On aura donc } \frac{K}{K'} = \frac{\log^2 (n' + \sqrt{n'^2 - 1})}{\log^2 (n + \sqrt{n^2 - 1})}$$

Despretz a opéré sur différents métaux et a trouvé les rapports des coefficients de conductibilité

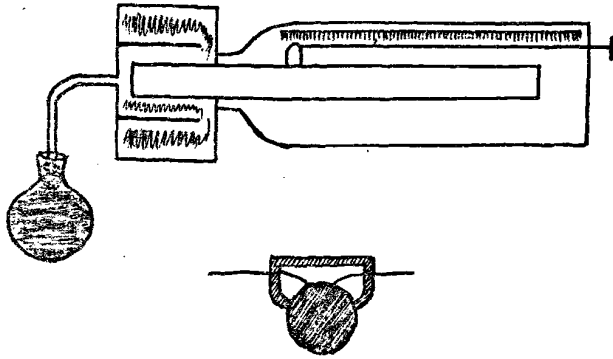


Pour mettre en évidence les différences de conductibilité des divers corps par l'expérience suivante due à Ingenhousz.

On prend une cuve dans laquelle se trouvent fixées des tiges de métal, de bois ou de verre, trempées à l'extrémité

extérieure dans de la cire fondue; on voit la cire fondre de nouveau plus ou moins rapidement suivant les différents corps.

Les expériences de Despretz ont été reprises par M. M. Vidman et Frantz qui se servaient pour observer les températures, d'une pile thermo-électrique. Ils ont ainsi évité de percer la barre, puisqu'il suffisait de promener la soudure de la pile formée d'un fil d'argent et d'un fil de cuivre.



La barre est entourée d'une cloche ou passe à frottement sur, une tige permettant de promener la pile, à l'aide d'une monture isolante représentée à part sur la figure.

On observe des déviations proportionnelles aux différences de température

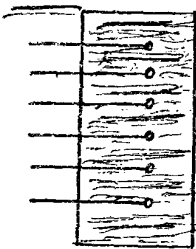
de la barre et de l'enceinte, car la seconde soudure est assez lourde l'enceinte pour avoir la température extérieure.

L'appareil est muni en outre d'une règle divisée qui permet de mesurer la coordonnée Z

Résultats : En prenant la conductibilité de l'argent égale à 100 on a trouvé

Cuivre	77,6
Or ---	53,2
Fe ---	11,9
Pb ---	8,5

Les conductibilités pour la chaleur sont proportionnelles aux conductibilités pour l'électricité.



On a étudié de même la conductibilité dans les liquides et les gaz en chauffant par un courant d'eau chaude, à la partie supérieure du vase pour éviter les courants ascendants qui troubleraient la marche de l'expérience

Courants ascendants qui troubleraient la marche de l'expérience

15^e Leçon.

Magnétisme.

Phénomènes élémentaires.

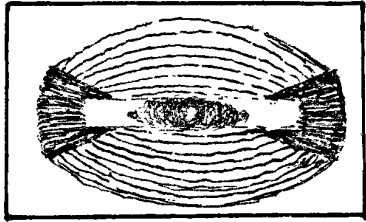
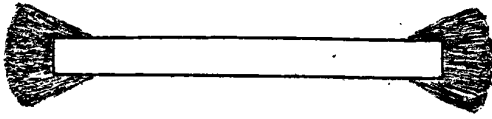
Nous allons consacrer les deux leçons qui vont suivre à l'étude du magnétisme.

La propriété que possèdent certaines pierres naturelles d'attirer le fer est connue de toute antiquité. Ce minéral a pour formule chimique Fe^3O^4 il est souvent magnétique dans la nature, et quand il ne l'est pas, on peut lui communiquer cette propriété par des procédés artificiels. - Il attire à un haut degré le fer, l'acier; et dans ces derniers temps, on a reconnu qu'il attirait le nickel, le cobalt, le manganèse, et beaucoup d'autres substances.

Le fer et l'acier peuvent devenir magnétiques par le contact d'un aimant naturel. Pour le fer le phénomène est temporaire, c'est-à-dire que le métal perd sa propriété magnétique, sitôt qu'il cesse d'être en contact avec le corps aimanté; au contraire pour l'acier, le phénomène est permanent.

Ainsi on a construit des aimants naturels, en enchaînant de l'oxyde de fer magnétique, dans des blocs de fer doux, et des aimants artificiels, en frottant un barreau d'acier avec cet oxyde de fer. On donne ordinairement à ces aimants artificiels une forme allongée; l'intensité magnétique est beaucoup plus grande aux extrémités qu'au centre.

En effet quand on plonge un barreau aimanté dans la limaille de fer, on voit celle-ci adhérer aux deux bouts



Nous concevons ainsi l'existence de deux centres d'attraction qui sont les pôles de l'aimant.

S'il action magnétique peut se transmettre à travers des substances quelconques non magnétiques. — Supposons qu'on place sur un aimant rectiligne une feuille de carton; on projette ensuite de la limaille de fer; on voit se dessiner sur le carton la forme de l'aimant, et les fragments de limaille donneront

Couches très-nettes. C'est là l'expérience du cercle magnétique.

L'étude du magnétisme a conduit à une découverte très-importante en navigation. Elle repose sur la direction que prend un barreau aimanté suspendu par son centre de gravité.

En effet quelque soit le lieu où l'on se trouve sur le globe, la direction du barreau indique, sensiblement la ligne nord-sud. On a donc un instrument précieux, qui permet de connaître à un instant quelconque, la direction de la trajectoire du navire lorsque le mauvais état du temps empêche les observations astronomiques.

Les deux pôles d'un aimant ne sont pas identiques. C'est toujours le même pôle qui se dirige vers le nord, si on met le barreau en mouvement il revient, après une série d'oscillations à sa position primitive. On a donc été conduit à admettre l'existence de deux fluides magnétiques différents.

Maintenant nous étudions les actions mutuelles des pôles de deux aimants, nous constatons que deux pôles de nom différent s'attirent, et que deux pôles de même nom se repoussent.

Lorsqu'on veut expliquer l'action de la terre, on admet qu'elle se comporte comme un aimant contenant au pôle nord du fluide magnétique boréal et au pôle sud du fluide magnétique austral; le fluide magnétique contenu dans le pôle nord de l'aiguille aimantée est de même nature que celui contenu dans le pôle sud de la terre, c'est donc du fluide austral;

il en est de même pour l'autre pôle ; on a donc été naturellement conduit à appeler pôle austral le pôle du barreau, dirigé vers le nord, et pôle boréal, le pôle dirigé vers le sud.

On ne connaît pas d'aimants présentant le même magnétisme aux deux pôles : on a bien construit des aimants ayant plus de deux pôles mais dans ce cas ceux-ci sont toujours alternés

Définition de la masse magnétique.

C'est à Coulomb qu'on doit d'avoir étudié les lois régissant le magnétisme. Il s'est demandé s'il n'y avait pas quelque rapport entre les actions magnétiques, et la gravitation universelle, définie par la loi de Newton. - Les actions mutuelles des corps sont proportionnelles aux masses et en raison inverse du carré des distances ; en désignant par f la force provenant de l'action mutuelle de deux masses égales à l'unité, et placées à l'unité de distance, l'expression de la force attractive F de deux masses m et m' à une distance r est

$$F = f \frac{m m'}{r^2}$$

La masse d'un corps peut-être définie par le poids de ce corps. Mais un barreau d'acier ne pèse pas plus après l'aimantation qu'avant, pourvu qu'on prenne la précaution d'éloigner tous les objets en fer qui peuvent se trouver dans le voisinage ; le fluide magnétique rentre dans la catégorie des agents impondérables. Cependant il fallait trouver l'équivalent de la notion de masse. Coulomb a admis que la propriété magnétique pouvait être assimilée à une sorte de couche d'une certaine épaisseur ou densité. Dans la gravitation universelle il n'y a que des attractions : ici il y a des attractions et des répulsions. Pour l'expliquer Coulomb a imaginé de donner des signes différents aux masses suivant la nature de fluide magnétique qui les compose.

L'action mutuelle de deux masses magnétiques M et M' placées à une distance r est représentée par l'expression

$$F = -f \frac{(\pm M)(\pm M')}{r^2}$$

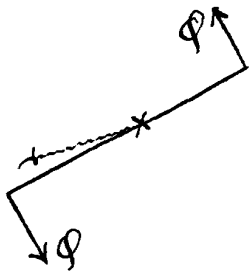
Si celle-ci est positive l'action est attractive, sinon elle est répulsive.

La définition elle-même de la masse ne peut être donnée que par ses effets; Coulomb a pris pour unité de masse, celle qui, agissant sur une masse identique à la première, placée à l'unité de distance produit une force égale à l'unité.

Il est nécessaire de vérifier cette formule par l'expérience; cela est possible; car nous allons voir qu'on peut facilement obtenir une masse magnétique, double ou triple d'une autre, et faire varier la distance à laquelle les actions s'exercent.

Expériences de Coulomb.

L'appareil dont se servait Coulomb est fondé sur les lois de la torsion qu'il avait découvertes. Concevons un fil métallique très-fin placé verticalement et portant une aiguille horizontale de longueur l à sa partie inférieure. Coulomb a trouvé que lorsqu'on cherche à tordre le fil, par l'action d'un couple, l'angle de torsion φ est proportionnel au moment du couple.

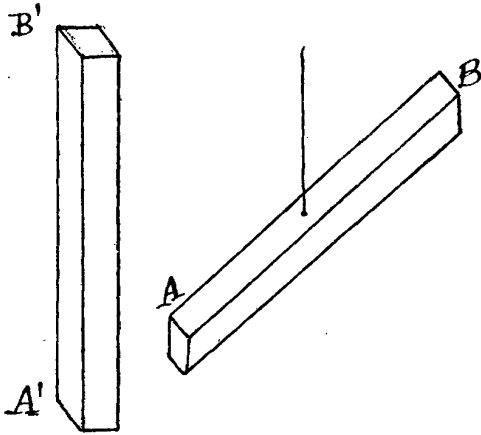


$$H\varphi = 2\phi l$$

Le fil métallique était suspendu à une pince mobile sur un cercle divisé; cette pièce mobile porte une alidade dont le déplacement angulaire, pourra donner l'angle de torsion.

Il y avait bien des difficultés dans ces vérifications expérimentales: la première, c'était d'isoler une masse magnétique. On est obligé de se servir d'un barreau aimanté, ce barreau

Contient deux sortes de magnétisme, et de plus le fluide magnétique n'est pas concentré en un point. Mais si on prend de long barreaux et qu'on approche leurs pôles très-près l'un de l'autre, l'action de l'aimant $A'B'$ sur le pôle A , décroît rapidement en intensité à mesure qu'on va de A' en B' et



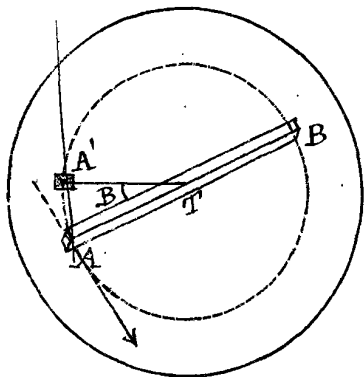
de plus la direction de la force devient très oblique, de sorte qu'en résumé, tout se passe à peu près comme si les masses magnétiques étaient concentrées aux pôles.

Coulomb a surtout opéré dans le cas des actions répulsives; il pourrait alors approcher les deux pôles très près l'un de l'autre et il obtiendrait une position d'équilibre stable; il n'en serait pas

toujours de même dans le cas des actions attractives ou l'équilibre pourrait être instable.

Soit donc AB la position du barreau aimanté suspendu au fil métallique: On approche du pôle A un pôle de même nom A' ; il y a répulsion.

On fait tourner le micromètre placé à la partie supérieure jusqu'à ce que le barreau AB soit ramené dans sa position primitive. L'angle τ dont on a fait tourner le micromètre est l'angle de torsion.



Une autre difficulté expérimentale résulte de l'influence du magnétisme terrestre; un aimant est soumis par la terre à une force directrice dont il faut tenir compte. Mais en disposant convenablement un autre barreau aimanté on peut annuler cette force; l'aiguille aimantée est alors en équilibre dans toutes les positions, on dit qu'elle est astatique. Pour plus de précaution, on opère dans le plan

alors en équilibre dans toutes les positions, on dit qu'elle est astatique. Pour plus de précaution, on opère dans le plan

du méridien magnétique autour duquel elle a été réglée. Le magnétisme terrestre n'a plus qu'une action négligeable.

La distance AA' des deux pôles peut se déduire de l'angle $ATA' = \theta$: le moment du couple s'obtient en multipliant la composante de l'action répulsive ϕ , tangente à la circonférence trajectoire de A , par la demi-longueur du barreau aimanté. On en suppose $A'T = AT$; la corde AA' fait avec la tangente en A un angle $\frac{\theta}{2}$. L'expression du moment du couple est $\phi \cos \frac{\theta}{2} l$ et en désignant par τ l'angle de torsion on a

$$\phi \cos \frac{\theta}{2} l = H \tau.$$

Vérification de la loi des distances. — Soit r la distance des deux pôles. Les masses agissantes restent les mêmes, on devra avoir

$$\phi = \frac{K}{r^2}$$

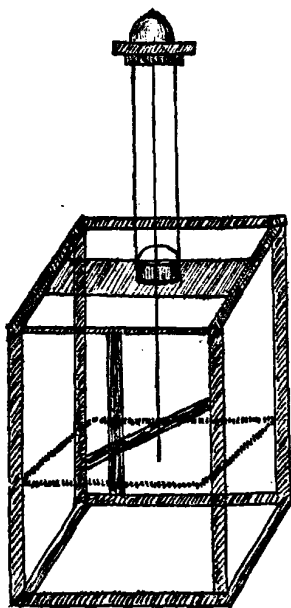
Nous avons désigné par l la demi-longueur du barreau aimanté, on a :

$$r = 2l \sin \frac{\theta}{2} \quad \phi = \frac{H \tau}{l \cos \frac{\theta}{2}}$$

En portant ces valeurs de r et de ϕ dans l'équation $\phi r^2 = K$ on obtient

$$\frac{H \tau}{l \cos \frac{\theta}{2}} \cdot 4l^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} = K$$

$$\tau \times \frac{\sin^2 \frac{\theta}{2}}{\cos \frac{\theta}{2}} = \frac{K}{4lH}$$



Le fil métallique était placé dans une cage en verre soit cylindrique soit parallélépipédique, elle portait des divisions en degrés qui permettaient d'évaluer l'angle θ : on disposait un barreau vertical fixe de sorte que son pôle inférieur se trouvait dans le plan horizontal passant par le barreau mobile. En faisant tourner le micromètre placé à la partie supérieure on faisait

varier à la fois l'angle de torsion et la distance des deux pôles, et l'on trouve que le produit $\tau \frac{\sin^2 \frac{\theta}{2}}{\cos \frac{\theta}{2}}$ est constant, ce qui vérifie la loi

Vérification de la loi des masses. — Soit M la masse magnétique concentrée au pôle A et M' au pôle A' ; soit r la distance AA' : l'expression de la force répulsive est

$$\Phi' = - \frac{M M'}{r^2}$$

Nous approchons du pôle A , un pôle A'' : soit M'' la masse magnétique si nous faisons en sorte que la distance des deux pôles soit la même que précédemment, soit Φ'' l'action répulsive

$$\Phi'' = \frac{M M''}{r^2}$$

Supposons qu'on accole les deux barreaux AA'' de manière qu'ils agissent comme un seul. La masse magnétique est $M' + M''$ l'action répulsive est donc représentée par l'expression

$$\Phi_I = \frac{M(M' + M'')}{r^2}$$

Mais on a en désignant par τ' , τ'' et τ_I les angles de torsion correspondants $\Phi'_I = M$

$$\Phi' = \frac{H}{l \cos \frac{\theta}{2}} \tau'$$

$$\Phi'' = \frac{H}{l \cos \frac{\theta}{2}} \tau''$$

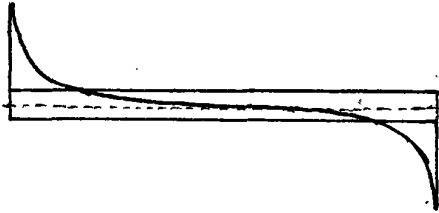
$$\Phi_I = \frac{H}{l \cos \frac{\theta}{2}} \tau_I$$

Si la loi des masses est exacte, on devra trouver $\tau_I = \tau' + \tau''$, c'est ce que vérifie l'expérience.

Etude de la distribution du magnétisme dans un barreau aimanté. — C'est encore avec sa balance de torsion que Coulomb a résolu ce problème. Il approchait successivement du pôle A les différentes régions du barreau $A'B'$ et

il observait chaque fois la force répulsive correspondante.

En chaque point du barreau, élevons une ordonnée proportionnelle à la masse magnétique qu'il contient; nous la regarderons comme positive ou négative suivant la nature du fluide magnétique. Les



ordonnées très-grandes en valeur absolue aux deux extrémités diminuent rapidement de manière à nous donner une forme telle que celle ci. contre.

Définition des pôles. - Nous pouvons maintenant définir plus rigoureusement les pôles d'un barreau aimanté. - Ce sont les points d'application des résultantes des forces produites par une masse magnétique située à l'infini.

En appelant M cette masse magnétique située à l'infini et $d m$ un élément de masse du barreau, nous avons une série de forces parallèles dont l'expression sera $\frac{M \cdot d m}{r^2}$. Chaque des forces est proportionnelle à l'ordonnée de la courbe, et par conséquent, d'après un théorème démontré en mécanique, le point d'application de la résultante est le pied de l'abscisse du centre de gravité de la courbe.

Le point d'application est donc fixe quelle que soit la direction des forces extérieures, et par conséquent les pôles sont bien définis - On aura, puisqu'il y a deux pôles, deux forces égales et de signe contraire constituant un couple. Soit m la masse concentrée au pôle; l'expression de la force passant par ce pôle est $\frac{M m}{r^2}$ ou $I \cdot m$ en posant:

$I = \frac{M}{r^2}$. Si on suppose que cette force est perpendiculaire au barreau, le moment du couple a pour valeur $2 I l m$; le produit $2 l m$ représente le moment magnétique du barreau; nous le représenterons par la lettre μ .

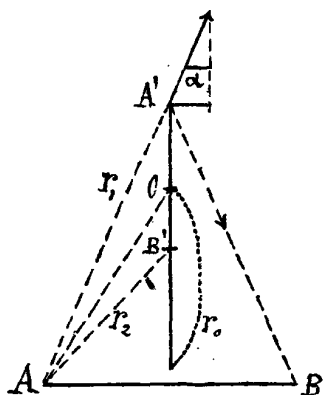
D'après cette définition nous voyons que le produit μI représente le moment du couple magnétique, dans le cas du maximum d'action, c'est-à-dire lorsque la force agissante est perpendiculaire à la direction du barreau.

Cel est l'état dans lequel est restée la question après les travaux de Coulomb. - La loi du produit des masses est une loi nécessaire, résultant d'un certain nombre de faits

observés, et d'abord de l'indépendance des effets des forces. On doit admettre que si l'on met en contact deux masses magnétiques $M'M''$ chacune d'elles va agir comme si elle était seule. Si donc nous reconnaissons, en faisant successivement chacune des deux masses, puis les deux ensemble, à la même distance, que dans le premier cas la force produite est proportionnelle à M' dans le second cas à M'' et dans le troisième cas à $M'M''$ c'est le principe de l'indépendance des effets des forces qui est exact. Pour que cette conclusion soit rigoureuse, il faut montrer l'indépendance des forces magnétiques, il faut prouver que ces forces ne s'influencent pas mutuellement et que c'est bien la somme algébrique des masses qui agit. Pour cela on n'a qu'à considérer un barreau non aimanté: il renferme des quantités équivalentes de fluides boréal et austral; son action est nulle; donc les masses magnétiques s'ajoutent algébriquement. En outre Coulomb a vérifié ce principe en variant l'expérience précédente et même en changeant la ligne du magnétisme de l'un des deux barreaux, c'est-à-dire en prenant deux barreaux avec des pôles opposés.

Méthode de Gauss.

La loi relative au carré des distances, a été démontrée trop imparfaitement par Coulomb pour pouvoir être admise en toute rigueur. Mais une expérience très-élégante de Gauss, permet de démontrer que si $F = -\frac{mm'}{r^n}$, n est égal à 2.



La méthode de Gauss est fondée sur l'évaluation du couple résultant de l'action d'un barreau aimanté très-petit, par un autre barreau également très-petit et très-éloigné. Cette évaluation se fait assez simplement dans le cas où les deux barreaux sont perpendiculaires.

Considérons un barreau aimanté

$A'B'$ en équilibre sous l'action de la terre ; perpendiculairement au premier et symétriquement par rapport au plan du méridien magnétique, nous plaçons un second AB . Nous devons considérer successivement :

L'action de A sur A'

L'action de A sur B'

L'action de B sur A'

L'action de B sur B'

Soient M et M' les masses magnétiques en A et A' , l et l' les demi-longueurs des barreaux.

Soit r_1 la distance des points A et A' . L'action répulsive de A sur A' est

$$\phi = -\frac{M M'}{r_1^n}$$

L'action de B sur A' est

$$\phi = +\frac{M M'}{r_1^n}$$

La résultante de ces deux forces, dirigée parallèlement à AB est

$$2 \phi \sin \alpha$$

en appelant α l'angle $AA'B$.

Mais on a dans le triangle $A'AC$

$$\sin \alpha = \frac{l}{r_1}$$

Le moment du couple résultant est donc représenté par l'expression

$$C_1 = 2 \phi \frac{l}{r_1} l'$$

ou en remplaçant ϕ par sa valeur

$$C_1 = 2 \frac{M M'}{r_1^{n+1}} l l'$$

Pour avoir le moment du couple résultant de l'action de A et B sur B' il suffit de remplacer r_1 par r_2 , r_2 étant la distance de A à B

$$C_2 = \frac{2 M M'}{r_2^{n+1}} l l'$$

Le moment du couple résultant est égal à la somme des moments des couples composants.

$$C_m = C_1 + C_2 = 2MM' ll' \left(\frac{1}{r_1^{n+1}} + \frac{1}{r_2^{n+1}} \right).$$

Nous supposons la longueur des deux barreaux aimantés très-petite par rapport à leur distance. — Soit r_0 la distance de leurs centres. On a sensiblement

$$\frac{1}{r_1^{n+1}} + \frac{1}{r_2^{n+1}} = \frac{2}{r_0^{n+1}}$$

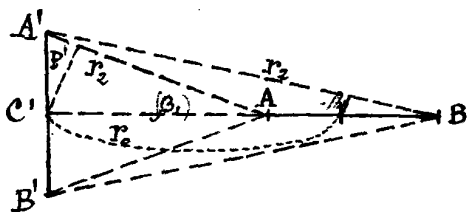
On a dès lors

$$C_m = \frac{4MM' ll'}{r_0^{n+1}}$$

et en désignant par μ μ' les moments magnétiques des deux barreaux.

$$C_m = \frac{\mu \mu'}{r_0^{n+1}}$$

Pour passer de la première à la seconde expérience, il suffit de faire tourner le centre de l'aimant AB , de 90° autour du centre de l'aimant $A'B'$, les deux barreaux sont encore perpendiculaires et le barreau $A'B'$ est encore dans le plan du méridien magnétique.



Étudions d'abord l'action de A sur A' :

$$\phi = \frac{MM'}{r_1^n}$$

Le moment de cette force par rapport au centre C' du barreau $A'B'$ est;

$$\frac{MM'}{r_1^n} C'P'.$$

Mais en désignant par β_1 l'angle $AA'C'$ on a

$$C'P' = l' \cos \beta_1,$$

Dans le triangle $AA'C'$ on a

$$\cos \beta_1 = \frac{r_0 - l}{r_1}$$

r_0 désignant toujours la distance des deux centres
Le moment précédent devient

$$\frac{MM'}{r_1^n} l' \frac{r_0 - l}{r_1}$$

On peut maintenant prendre l'action de A sur B' qui est égale en valeur absolue à la précédente, et l'on voit ainsi que le moment du couple résultant de l'action de A sur A' et B' est

$$\frac{2 M M' l' (r_0 - l)}{r_1^{n+1}}$$

On fait de même pour le moment du couple résultant de l'action du point B et l'on trouve

$$\frac{2 M M' l' (r_0 + l)}{r_2^{n+1}}$$

Les deux couples sont de sens contraire, nous devons donc retrancher leurs moments; pour avoir le moment C_c du couple résultant

$$C_c = 2 M M' l' \left(\frac{r_0 - l}{r_1^{n+1}} - \frac{r_0 + l}{r_2^{n+1}} \right)$$

Réduisons au même dénominateur les termes contenus dans la parenthèse.

$$\frac{r_0 - l}{r_1^{n+1}} - \frac{r_0 + l}{r_2^{n+1}} = \frac{r_0 (r_2^{n+1} - r_1^{n+1}) - l (r_2^{n+1} + r_1^{n+1})}{r_1^{n+1} r_2^{n+1}}$$

Les angles β_1 et β_2 étant très-petits on peut supposer leurs cosinus égaux à l'unité.

$$\cos \beta_1 = \frac{r_0 - l}{r_1}$$

$$\cos \beta_2 = \frac{r_0 + l}{r_2}$$

$$r_1 = r_0 - l$$

$$r_2 = r_0 + l$$

Développons r_1^{n+1} et r_2^{n+1} par la formule du binôme en négligeant les termes contenant les puissances de l supérieures à la première

$$r_1^{n+1} = (r_0 - l)^{n+1} = r_0^{n+1} - (n+1) r_0^n l$$

$$r_2^{n+1} = (r_0 + l)^{n+1} = r_0^{n+1} + (n+1) r_0^n l$$

Ajoutant et retranchant successivement ces deux équations, on a

$$r_2^{n+1} - r_1^{n+1} = 2 (n+1) r_0^n l$$

$$r_1^{n+1} + r_2^{n+1} = 2 r_0^{n+1}$$

La quantité comprise entre parenthèses revient sensiblement,

1/2

$$\frac{2(n+1)r_0^{n+1}l - 2l r_0^{n+1}}{r_0^{3(n+1)}} = \frac{r_0^{n+1} 2nl}{r_0^{2(n+1)}} = \frac{2nl}{r_0^{n+1}}$$

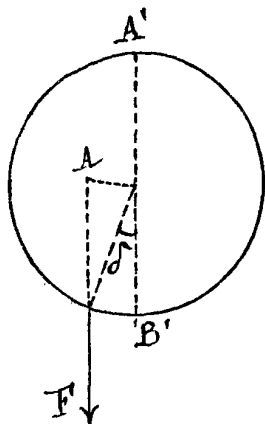
Le couple C_e a pour expression

$$\frac{4MM' ll' n}{r_0^{n+1}}$$

ou en appelant $\mu \mu'$ les moments magnétiques des barreaux

$$C_e = \frac{\mu \mu'}{r_0^{n+1}} n$$

Le rapport des moments des deux couples C_m et C_e est donc égal à n .



Désignons par δ l'angle de déviation, et cherchons le moment du couple résultant de l'action de la terre sur le barreau aimanté $A'B'$. En appelant M la masse magnétique terrestre, m celle du pôle de l'aimant, et R la distance on a

$$F = \frac{Mm}{R^n}$$

Le moment du couple terrestre a donc pour expression puisqu'il est dirigé parallèlement à $A'B'$

$$C = 2T ml \sin \delta$$

en posant

$$T = \frac{M}{R^n}$$

mais $2lm = \mu$; posons $T\mu = H$

$$C = H \sin \delta = H \delta$$

en supposant l'angle δ très-petit

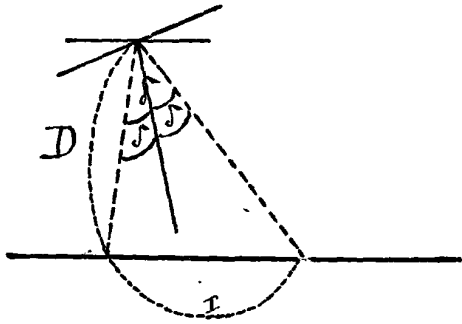
On voit qu'en ce cas, le moment du couple terrestre est proportionnel à l'angle d'écart.

Il résulte que dans la seconde expérience le moment du couple terrestre sera n fois plus grand que dans la première.

Il s'agit donc de mesurer les angles de déviation

l'aimant $A'B'$ étant suspendu à un fil sans torsion de manière

à pouvoir tourner librement dans un plan horizontal. On avait fixé à cet aimant un miroir vertical recevant des rayons normaux, réfléchis sur une règle divisée.



L'angle dont dévie le rayon réfléchi est double de l'angle dont tourne l'aimant. Soit D la distance de l'aimant à la règle et la quantité dont s'est déplacée l'image et delta l'angle de déviation du rayon réfléchi.

$$\text{tang. } \delta = \frac{x}{D}$$

On trouve que dans le second cas la déviation est exactement double de ce qu'elle était dans le premier.

16^e Leçon.

Hypothèses faites sur le magnétisme.

Coulomb supposait que le magnétisme était produit par une couche plus ou moins épaisse d'un fluide répandu à la surface du barreau aimanté.

Il y aurait deux fluides : le fluide austral et le fluide boréal dont la réunion formerait le fluide neutre et pour aimanter un barreau il suffirait de séparer les deux fluides.

D'après Coulomb la distribution du magnétisme était donc tout à fait analogue à celle de l'électricité.

Cette hypothèse n'est pas admissible car on en déduirait que si l'on casse un barreau aimanté, l'une des parties ne doit conserver que du fluide boréal, l'autre que du fluide austral. Cette conclusion est tout à fait contraire à l'expérience, on sait en effet que si l'on

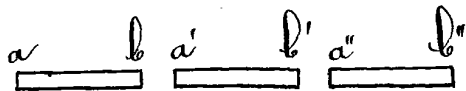
2^e Division - 1881-82.

Physique - 39^e Feuille.

casse une aiguille aimantée, les deux morceaux présenteront chacun deux pôles comme l'aiguille primitive.

Cette expérience s'accorde au contraire très-bien avec l'hypothèse faite par Ampère.

Ampère suppose que les aimants sont formés de particules infiniment petites et enveloppées de quantités égales des deux fluides, sous certaines influences ces molécules s'orientent ou plutôt les fluides glissent à leur surface de telle façon que le fluide boréal se porte partout dans la même direction et le fluide austral dans la direction opposée; on se rend alors très-bien compte de l'existence des pôles.



Si nous considérons une série d'éléments consécutifs a, b, a', b', a'', b'' , l'action de b sera détruite par celle de a' , l'action de b' par celle de a'' et les actions de a et de b'' subsisteront seules et donneront lieu à un pôle à chaque extrémité.

ou barreau.

Dans le fer l'orientation des molécules se faisant très-facilement, le fer s'aimanterait sous la moindre influence et perdrait de même très-facilement son aimantation, dans l'acier au contraire les molécules s'orienteraient plus difficilement mais résisteraient aussi beaucoup mieux aux influences qui tendraient à les désorienter.

D'après la théorie de Coulomb, la quantité de magnétisme ne dépendant que de la surface, on ne devrait pas changer l'état magnétique d'un fil de fer ou d'acier en le tordant, puisqu'on ne change pas sa surface. Ici encore l'expérience constate le contraire et est d'accord avec l'hypothèse d'Ampère; car il est naturel de supposer qu'en tordant le fil on change l'orientation des molécules magnétiques.

Poisson a démontré qu'au point de vue des faits ces deux hypothèses sont équivalentes, c'est-à-dire que l'action résultante des actions des éléments magnétiques d'un barreau aimanté sur une masse magnétique est identique à l'action qu'exerceraient sur cette masse deux quantités égales de fluide austral et de fluide boréal formant sur la masse du 1^{er} barreau deux couches superficielles analogues à celles que forme l'électricité à la surface d'un corps

(On suppose que la distance de la masse magnétique est très-grande par rapport aux dimensions d'un élément magnétique). On adoptera donc de préférence l'hypothèse d'Ampère qui rend compte d'un plus grand nombre de faits.

Magnétisme terrestre.

L'action de la terre est purement directrice, c'est-à-dire qu'elle se réduit à un couple.

On peut le constater en mettant sur un liquide une aiguille fine graissée, la capillarité la forcera à rester à la surface et on verra l'aiguille obéir à un mouvement de rotation mais non de translation.

On constate de plus que deux aiguilles aimantées placées à une certaine distance l'une de l'autre prennent des directions parallèles et que leurs oscillations sont les mêmes, ce qui prouve que la force magnétique terrestre est très éloignée.

La direction de la force magnétique terrestre est la direction des points d'application de cette force sur une aiguille librement suspendue.

Pour déterminer expérimentalement cette direction, on évalue séparément la direction du plan vertical dans lequel elle est située (Déclinaison) et la direction du couple dans ce plan vertical (Inclinaison).

La déclinaison est donc l'angle que fait avec le méridien astronomique du lieu, le plan vertical passant par les pôles de l'aiguille aimantée. Cet angle est actuellement à Paris d'environ 18 degrés vers l'ouest, il change tous les ans d'une manière sensible et éprouve même pendant le cours d'une journée de petites variations.

L'inclinaison est l'angle que forme avec l'horizontale une aiguille aimantée mobile autour d'un axe horizontal, dans le plan du méridien magnétique.

Grandeur de l'intensité magnétique terrestre.

On peut assimiler l'action de la terre à l'action d'un pôle d'aimant de masse M et si l'on désigne par m la masse magnétique de l'aimant sur lequel on fait agir la force terrestre par R la distance, et par l la demi-distance des deux pôles de l'aimant.

La force cherchée sera $\frac{M m}{R^2}$

et le moment du couple $\frac{2 M m l}{R^2}$ (si l'on suppose la direction primitive de l'aimant perpendiculaire à la direction des forces du couple).

On pourra déterminer la valeur absolue de ce couple au moyen de la torsion mais on ne pourra pas évaluer séparément M et R ,

nous poserons donc $\frac{M}{R^2} = \frac{I}{r^2}$ et I représentera alors la masse

magnétique qui à l'unité de distance exercerait sur un pôle d'aimant la même action que la masse magnétique terrestre.

Le moment maximum du couple sera donc : $C = I \mu$ et le moment $C \alpha$ correspondant à l'angle α au lieu de l'angle droit sera : $C \alpha = I \mu \sin \alpha$

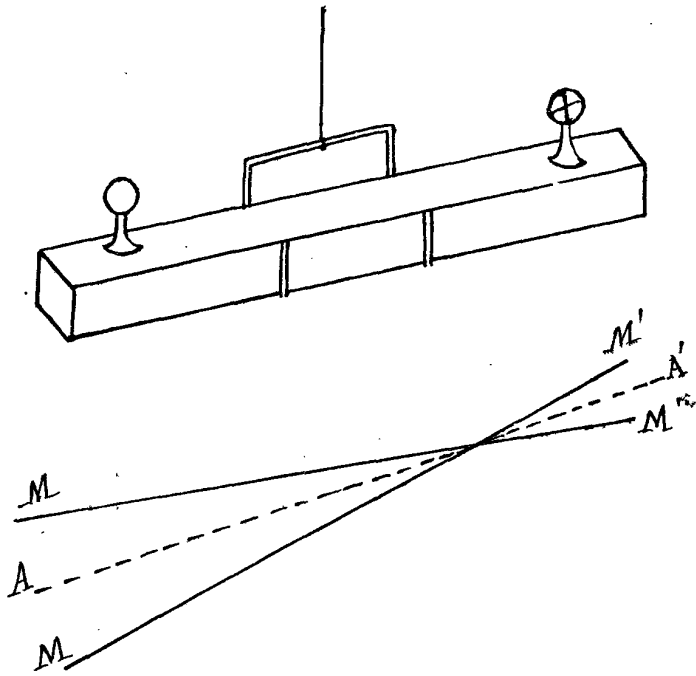
Mesure de la déclinaison.

On prend un barreau aimanté assez mince sur lequel on fixe un objectif et un réticule placé au foyer de cet objectif de telle sorte que viser le réticule avec une lunette revient à viser un point à l'infini sur la direction de la ligne qui joint le centre optique de l'objectif au point de croisée des fils du réticule.

Le barreau est porté par un double crochet supporté par un faisceau de fils de soie sans torsion.

Pour mesurer la déclinaison, on détermine d'abord le méridien

astronomique au moyen du théodolite, puis avec la lunette de ce même théodolite on vise le réticule.

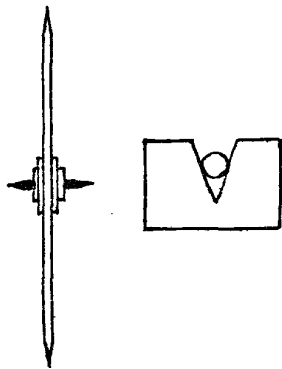


Mais l'angle ainsi obtenu ne serait pas exact parce que la ligne des pôles ne coïncide probablement pas avec la ligne qui joint le centre optique de l'objectif au point de croisement des fils.

Soit AA' la ligne des pôles, MM' la ligne qui joint le centre optique de l'objectif au point de croisement des fils. Si l'on retourne le barreau sans dessus dessous, la direction de la ligne des pôles ne changera pas, MM' viendra en NN' ; si donc

on fait une nouvelle observation après le retournement du barreau; il suffira de prendre la moyenne arithmétique des deux observations.

Mesure de l'inclinaison. — L'aiguille porte des pivots d'acier qui reposent sur deux surfaces d'agate légèrement bombées (afin de diminuer le frottement) l'appareil porte de plus une petite pièce en forme de V que l'on peut manœuvrer au moyen d'un système de leviers et qui soulève alors les pivots de manière à les faire retomber exactement au centre.



L'extrémité de l'aiguille parcourt un limbe gradué vertical sur lequel on mesure l'angle que fait l'aiguille avec la ligne $0^\circ 180^\circ$.

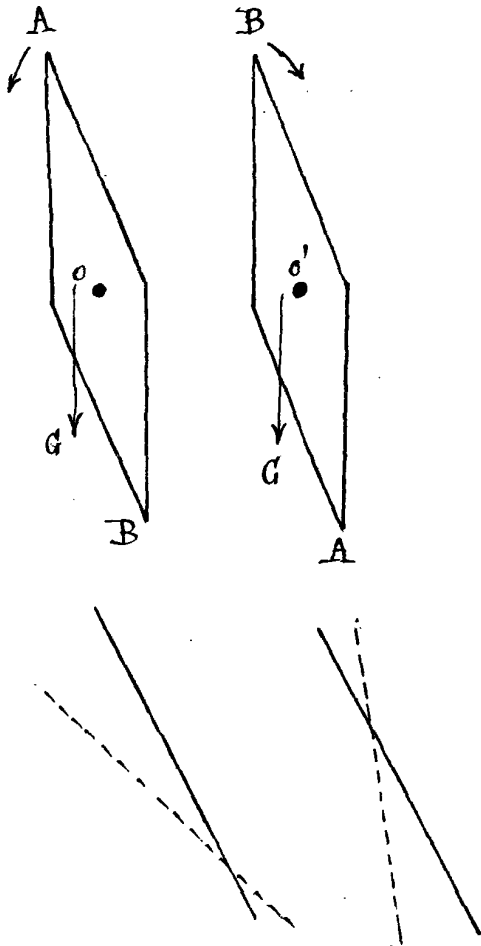
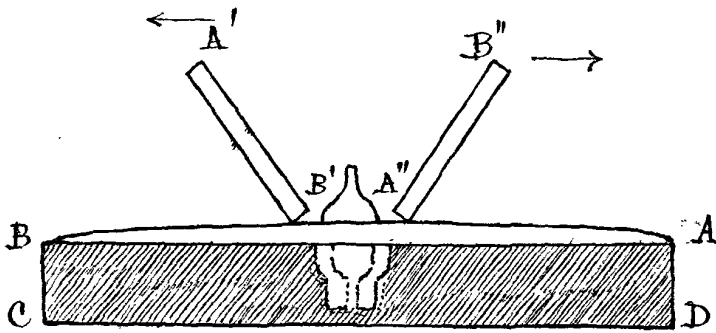
Cette opération est sujette à trois erreurs :

1° La ligne des pôles ne coïncide pas avec l'axe géométrique de l'aiguille.

2^o Le pivot ne passe pas par le centre de gravité.

3^o La ligne $0^{\circ}180^{\circ}$ du limbe n'est pas bien horizontale.

Pour corriger les deux premières erreurs on reverse l'aimantation de l'aiguille et on prend la moyenne des deux observations.



Pour reverse l'aimantation on met l'aiguille AB sur une planchette CD puis partant du milieu on la frotte avec deux aimants inclinés à 45° et dont les pôles sont disposés comme l'indique la figure et en allant chaque fois du milieu vers les extrémités, on retourne ensuite l'aiguille et on répète l'opération le même nombre de fois sur l'autre face.

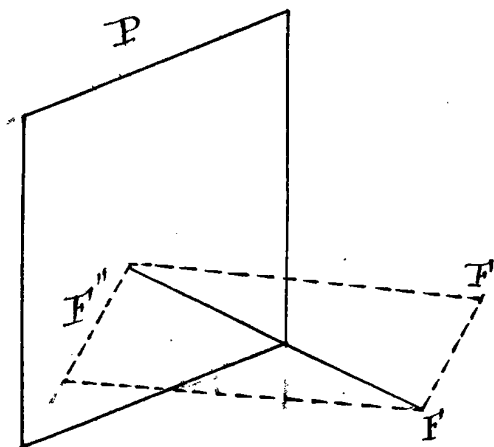
Si avant le reversement de l'aimantation l'aiguille prenait la position BA et l'on voit que si dans le premier cas le poids de l'aiguille produisait une déviation de gauche à droite, il faudra donc prendre la moyenne des deux observations. On voit que cette opération corrige en même temps la première erreur; car si dans la 1^{re} expérience l'axe géométrique est en MN et la ligne des pôles en AB dans la 2^e expérience la ligne des pôles sera en B'A' et l'axe géométrique en N'M'.

Enfin pour corriger la troisième erreur on fait une première observation, puis on en fait une seconde en faisant tourner le limbe de 180° autour d'un axe vertical et on prend la moyenne des deux observations.

Tout cela suppose que le plan vertical dans lequel se meut l'aiguille est le méridien magnétique.

Pour déterminer ce plan on peut se servir de la boussole de déclinaison, ou encore chercher dans quelle position l'aiguille est verticale et prendre la direction perpendiculaire ce sera celle du méridien magnétique.

En effet si nous considérons la force F direction du magnétisme terrestre et un plan quelconque P , pour avoir la direction que prendra l'aiguille dans le plan P il suffit de décomposer la force F en deux l'une F' perpendiculaire à P l'autre F'' qui sera la projection de F sur le plan P et qui donne la direction que prendra l'aiguille dans le plan P .



Si le plan P est le plan méridien perpendiculaire au plan du méridien magnétique, on voit que la projection de F sur ce plan sera verticale, l'aiguille prendra donc la direction de la verticale.

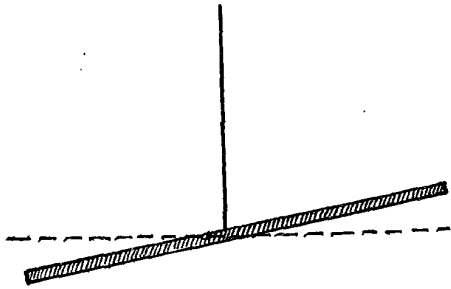
On verrait encore facilement que si l'on fait deux observations dans ses plans verticaux perpendiculaires entre eux, que I' et I'' soient les angles observés dans ces deux plans, l'angle I que l'on

devrait trouver dans le plan du méridien magnétique sera donné par :

$$\text{Cotg}^2 I = \text{Cotg}^2 I' + \text{Cotg}^2 I''$$

Mesure de l'intensité du couple magnétique.

On peut mesurer expérimentalement la valeur de ce couple. Soit C ce couple, p le moment magnétique de l'aimant sur lequel il agit; on a $C = T p$.



Pour déterminer C , on fait osciller un aimant sous l'action de la terre; soit à l'angle d'écart α .
L'accélération angulaire est $\frac{d^2\alpha}{dt^2}$
on en a une seconde expression en divisant la force qui agit sur le barreau $I \mu \alpha$ par le moment d'inertie $\sum p r^2$. on a donc l'équation

du mouvement:
$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} = - \frac{I \mu \alpha}{\sum p r^2} = - \frac{g I \mu \alpha}{\sum p r^2}$$

Posons

$$\frac{g I \mu}{\sum p r^2} = - m^2$$

On a

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + m^2 \alpha = 0$$

Posons

$$\alpha = e^{\beta t}$$

Il vient

$$\beta^2 + m^2 = 0, \beta = \pm m \sqrt{-1}$$

La solution la plus générale est:

$$\alpha = A e^{m t \sqrt{-1}} + B e^{-m t \sqrt{-1}}$$

ou bien

$$\alpha = H \sin m (t - t_0)$$

t étant le moment où commence une oscillation.

Soit θ la durée d'une oscillation; on a

$$\theta = \frac{2\pi}{m}$$

Or, on a

$$m^2 = \frac{g I \mu}{\sum p r^2} = \frac{4\pi^2}{\theta^2}$$

d'où
$$I \mu = \frac{(\sum p r^2) 4\pi^2}{g \theta^2}$$

On obtient θ par l'observation; on déduit $\sum p r^2$ de la forme géométrique du barreau; on calcule ainsi $I \mu$.

Poisson a montré que l'on pourrait avoir séparément en valeur absolue I et μ , au moyen de 2 aimants. Soit M et M' leurs moments magnétiques; en les faisant agir l'un sur l'autre on a

en les faisant osciller sous l'action de la terre on obtient:
$$\frac{M M'}{a} = a$$

$$TM = b \quad \text{et} \quad TM' = c$$

$$\text{On en tire} \quad T^2 = \frac{bc}{a} \quad \text{d'où} \quad T = \sqrt{\frac{bc}{a}}$$

$$M = \sqrt{\frac{ab}{c}} \quad \text{et} \quad M = \sqrt{\frac{ac}{b}}$$

Gauss a montré que l'on pouvait résoudre le problème encore plus simplement. En effet un aimant horizontal suspendu autour d'un axe vertical et faisant l'angle α avec le plan du méridien magnétique est soumis à la force

$$C = H \mu \sin \alpha$$

(H étant la composante horizontale de l'action magnétique terrestre:
($H = T \cos I$, I étant l'inclinaison))

Si on fait équilibre à cette force par l'action d'un autre aimant perpendiculaire au premier, on sait que cette action est représentée par :

$$C_m = \frac{\mu \mu'}{r^3} \quad \text{ou} \quad C_c = 2 \frac{\mu \mu'}{r_0^3} \quad (\text{Voir la leçon précédente})$$

$$\text{On a donc} \quad H \mu \sin \alpha = \frac{\mu \mu'}{r_0^3}$$

$$\text{d'où} \quad \frac{H}{\mu'} = \frac{1}{r_0^3} \sin \alpha$$

L'angle de direction α donne donc le rapport de H à μ' .
D'un autre côté en faisant osciller le 2^e barreau dans un plan horizontal, on a

$$H \mu' = \frac{\sum \mu r^2}{\theta} = \frac{H \pi^2}{g}$$

équation qui fournit le produit $H \mu'$: on obtient donc ainsi H et μ' en valeur absolue.

En 1870 M. M. Cornu et Baille ont déterminé la valeur de T dans les jardins de l'École Polytechnique. Ils ont trouvé les résultats suivants.

$$I = 65^\circ 38'$$

$$H = 0,613$$

$$T = 1,483$$

Ce qui signifie qu'on pourrait remplacer l'action terrestre par le pôle d'un barreau ayant la fraction 1,483 d'unité de masse magnétique, situé à un mètre de distance.

17^e Leçon.

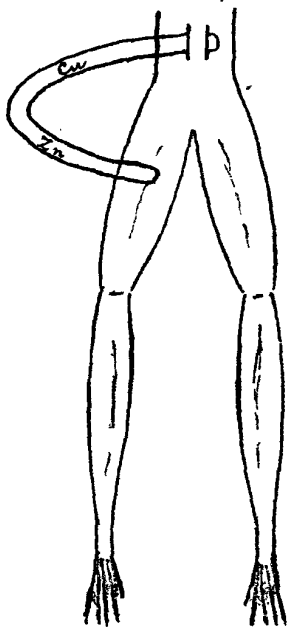
Electricité dynamique.

Les phénomènes électriques sont connus depuis la plus haute antiquité. Ceux dont nous allons nous occuper ne sont cependant connus que depuis les expériences de Galvani et de Volta en Italie; de là le nom d'électricité galvanique ou voltaïque donné à la cause qui produit ces phénomènes.

L'origine des expériences de Galvani n'est pas absolument connue; en voici cependant l'historique probable:

Galvani était un physiologiste qui s'occupait de recherches sur le système nerveux et musculaire des animaux; à cause de sa grande vitalité la grenouille est un de ceux qui se prêtent le mieux aux expériences.

On avait préparé les membres inférieurs d'une grenouille



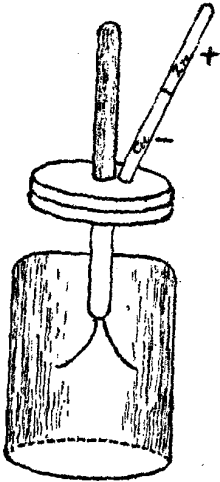
et on les avait suspendu à un fil métallique près d'une machine électrique; à chaque décharge ils se mettaient en mouvement.

Galvani suspendait enfin la grenouille par ses fils de cuivre à une barre de fer; chaque fois que la grenouille venait toucher la barre de fer, il se produisait des mouvements convulsifs, comme lorsqu'on faisait passer des décharges. (1)

(1) Ce phénomène découvert par Galvani en 1781 avait été déjà observé vers 1668 par un naturaliste hollandais nommé Swammerdam: on le trouve en les soins de Boerhaave; cette observation dont on n'avait tiré aucune conséquence était tombée dans l'oubli.

Si on attache la grenouille avec une lame de cuivre, par le nerf lombaire, et qu'on ferme le circuit par une lame de zinc soudée à celle de cuivre, lorsqu'on touche les muscles de la grenouille avec le zinc, les mêmes mouvements convulsifs se produisent.

Volta conclut de là, d'une façon peu exacte d'ailleurs que le contact de deux métaux développait de l'électricité comme une machine électrique. Pour le prouver il inventa l'électroscope condensateur.



Deux feuilles d'or sont soudées à une tige de cuivre qui porte à sa partie supérieure d'une couche isolante de gomme laque; un second plateau enduit à la partie inférieure d'une couche de gomme laque est placée sur le premier et porte une tige de verre.

On a ainsi un véritable condensateur et assez puissant car les quantités d'électricité accumulées sont en raison inverse des distances, et ici la distance est très faible.

Volta mit en évidence des quantités d'électricité notables produites par le contact de deux métaux. Il prit une lame formée de zinc et de cuivre prit le zinc à la main et toucha le plateau supérieur avec le cuivre, mit le plateau inférieur en communication avec le sol, puis fit cesser la communication d'abord avec le sol, ensuite avec la source et vit les feuilles diverger; il constata que les feuilles étaient chargées positivement, il en conclut que le cuivre était négatif et par conséquent que le zinc était positif.

Pour prouver qu'on a bien de l'électricité positive dans les feuilles on approche un bâton de verre frotté, les feuilles divergent davantage; si on approche un bâton de résine, la divergence cesse, puis recommence.

D'après Volta, si au lieu de tenir le zinc on tient le cuivre, il ne doit rien y avoir, il doit y avoir compensation entre les électricités développées par le zinc au contact du cuivre du plateau et de la lame. On constate en effet qu'il n'y a pas d'électricité.

Le phénomène est plus complexe que ne le croyait Volta; les liquides au contact des métaux développent aussi une force électromotrice: ainsi les doigts simplement humides peuvent agir. En effet si l'on prend un plateau en zinc et qu'on le réunisse avec le plateau inférieur par l'intermédiaire des doigts, d'après Volta il ne devrait y avoir aucune électricité; or on voit les feuilles s'élever fortement.

Quoiqu'il en soit, Volta admit qu'il se produit une force électromotrice, l'électricité positive se portant sur le zinc, l'électricité négative sur le cuivre.

Volta a formulé les deux lois suivantes:

1^o Au contact de deux métaux il se produit une différence de tension; c'est ce qu'on appelle la force électromotrice; l'un des métaux prend une charge $+e$ l'autre $-e$ (cette première loi n'est pas exacte).

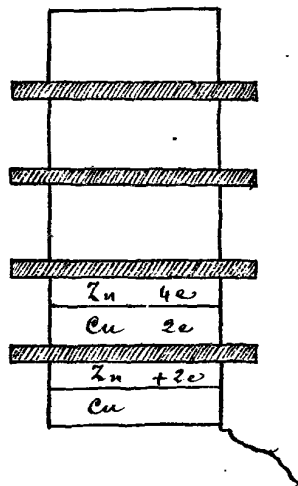
Zn	$+e$
Cu	$-e$

2^o La différence de tension est indépendante de l'état initial (exacte). C'est-à-dire que si

l'on ajoute une charge $A + e$ l'autre aura $A - e$ la différence est toujours $2e$.

Pile de Volta.

On prend un disque de cuivre et un disque de zinc qu'on met en contact.



On met le cuivre en communication avec le sol. La petite quantité $-e$ que possède le cuivre s'échappe dans le sol et comme la différence est toujours $2e$ il y a 0 sur Cu, $+2e$ sur Zn.

On peut doubler l'effet en mettant une rondelle de soie imbibée d'eau acidulée sur le zinc et plaçant un deuxième couple qui a d'abord $2-e$ par

communication; nous aurons alors sur le cuivre $2e$. sur le zinc $4e$ et ainsi de suite.

Finalement s'il y a n couple, la différence entre le premier cuivre et le dernier zinc sera $2nc$.

Volta peut construire ainsi des piles ayant une force électromotrice considérable.

Le contact des métaux n'est pas ce qui produit l'électricité.

La cause de cette action ne tient pas au contact du cuivre et du zinc mais au contact du zinc et du drap humide; c'est donc une action chimique.

Tis à vis au zinc, l'air ou les doigts humides produisent une action, ce qui explique quelques-unes des expériences de Volta.

La divergence qu'on obtient dans l'électromètre lorsqu'on touche avec le doigt le plateau en zinc tient à cette action chimique.

Le métal attaqué est toujours négatif, donc le plateau inférieur doit être chargé positivement.

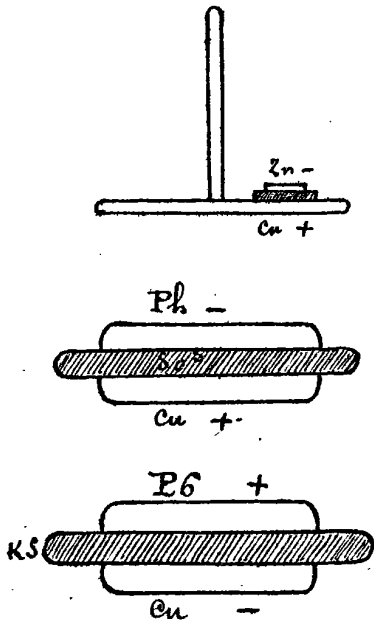
Si au lieu du plateau de zinc on prend le plateau de cuivre on aura de l'électricité en plaçant sur le plateau un disque de drap mouillé, puis un disque de zinc; la distribution sera $+$ sur le cuivre et $-$ sur le zinc.

La théorie de Volta est ainsi renversée: (1)

On peut suivant la nature du liquide renverser le sens de l'électricité.

Si on prend un disque de plomb et un disque de cuivre, avec une rondelle imbibée d'acide sulfurique on a $-$ sur le plomb qui est plus attaqué, et $+$ sur le cuivre.

Avec du drap imbibé de sulfure de potassium on a $-$ sur le cuivre qui est plus attaqué et $+$ sur le plomb.

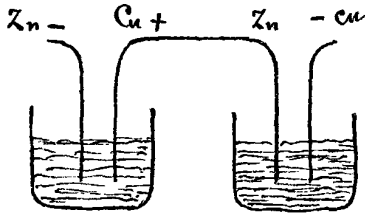


(1) On a récemment avec des appareils très délicats mis en évidence la différence de tension électrique au contact de deux métaux; mais ce n'est pas là le siège de la force électromotrice qui est en jeu dans les piles, c'est celle qui a lieu entre le métal attaqué et le liquide.

Modifications de la Pile de Volta.

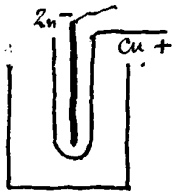
La pile de Volta a l'inconvénient d'être lourde, et par suite l'eau acidulée dont les rondelles de drap inférieures sont imbibées s'écoule.

Pile à tasses ou à couronne, de Volta. - La rondelle de zinc et celle de cuivre sont remplacées par des lames soudées qui plongent dans des tasses pleines d'eau acidulée.



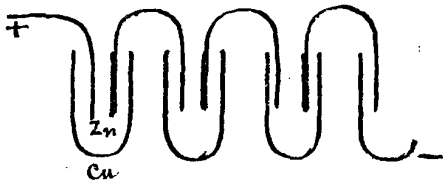
Pile à auge. - les lames des métaux sont martiquées dans une cuve, et séparées par de petites auges pleines d'eau acidulée.

Pile de Wollaston, fondée sur ce principe que moins il y a d'épaisseur de liquide pour séparer les métaux plus la pile est forte.



On prend une lame de zinc épais enveloppée d'une feuille de cuivre et le tout plonge dans l'eau acidulée.

Pile de Munk. - C'est en quelque sorte une série d'éléments de Wollaston disposés comme l'indique la figure.



Toutes ces piles produisent de l'électricité qui ne diffère pas de celle des machines.

Les deux pôles sont analogues aux pôles d'un condensateur toujours chargé.

jours chargé.

Lorsqu'on reunit les pôles extrêmes on a un courant.

Les effets produits par les piles sont identiques sauf la continuité aux effets produits par les machines. Avec la pile de Munk on peut faire rougir et volatiliser un fil de platine.

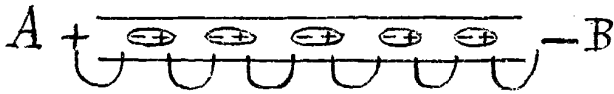
Les commotions électriques obtenues avec les bouteilles de Leyde peuvent aussi être produites par les piles; on peut avec les piles comme avec les batteries produire une lumière assez vive.

L'idée qui s'est présentée aux physiciens est l'idée d'un courant

continu traversant le fil conducteur qui réunit les deux pôles.

On peut se rendre compte de ce courant continu qui se produit dans un fil.

On considère le fil comme formé de molécules qui s'orientent sans l'influence des pôles; il y a ^{au} commencement une orientation complète.



Le passage du courant est la recombinaison des fluides de nom contraire; tout passe comme si un équivalent de fluide positif de A était arrivé en B; une

partie de la charge de A est neutralisée, une partie de celle de B est neutralisée également.

L'analyse des phénomènes électriques n'a fait aucun progrès tant qu'on n'a pas eu de moyens de mesure.

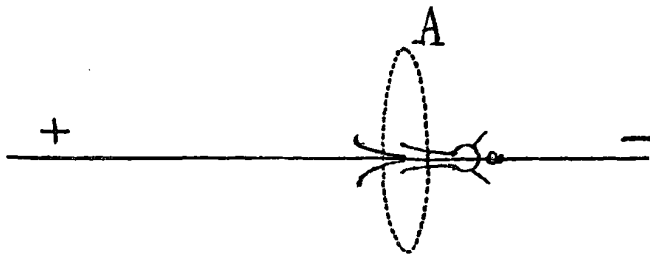
Ampère a remarqué que le fil traversé par un courant agit sur l'aiguille aimantée.

Si on approche le fil d'une aiguille aimantée, celle-ci tend à se mettre en croix avec le courant; si on place le courant sous l'aiguille, elle se met en croix en sens inverse.

Règle d'Ampère

L'aiguille tend à se mettre en croix avec le courant, de telle sorte que le pôle austral soit à la gauche du courant.

Ampère a remarqué qu'on peut attribuer au courant un sens; par définition on suppose que le courant est analogue à un flux qui va du pôle positif au pôle négatif.



Ampère suppose un observateur couché le long du fil les pieds au pôle positif et la tête au pôle négatif. Cet observateur doit toujours regarder l'aiguille aimantée.

Le pôle austral de l'aiguille tend toujours à se diriger à

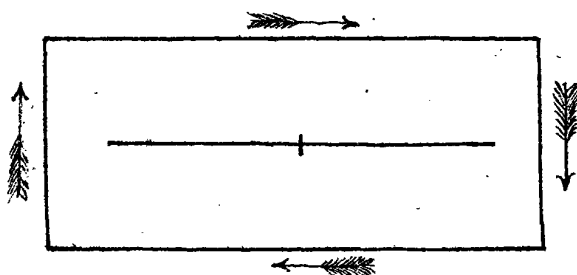
la gauche du courant.

On a profité pour multiplier l'action; si on veut découvrir des courants faibles; il faut multiplier l'action, d'autant plus que

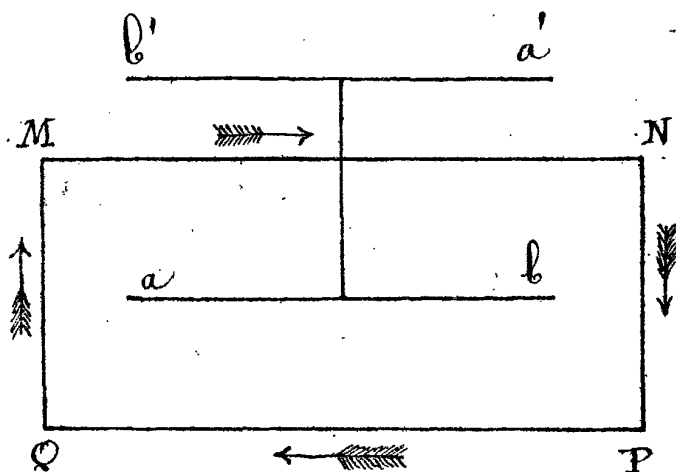
L'action de la terre est une force directrice. (On peut il est vrai annuler l'action de la terre au moyen d'un aimant placé convenablement).

Multiplicateur de Nobili.

On fait passer le courant deux fois en sens inverse au dessus et au dessous de l'aiguille; on double l'action, et de plus les côtés qui complètent le rectangle agissent encore dans le même sens comme il est facile de s'en rendre compte; on fait pour un cadre et on multiplie le nombre des spires; on a ainsi un multiplicateur ou un gal. vanoscope.



astatique c'est-à-dire formée de deux aiguilles aussi semblables que possible et placées en sens inverse, reliées l'une à l'autre d'une manière invariable.



L'aiguille a b seule est entourée par le courant; il est aisé de voir que la partie MN du courant agit sur a' b' dans le même sens que sur ab; les trois autres côtés du rectangle agissent il est vrai en sens inverse sur les deux aiguilles, mais leur action sur a' b' est très faible.

Si on fait passer la décharge de la machine électrique sans le fil du galvanomètre on a les mêmes effets qu'avec le courant d'une pile.

18^e Leçon.

Galvanomètres.

C'est à Fouillet qu'on doit avoir montré que le galvanoscope pouvait donner une définition, une mesure de l'énergie du courant.

On est convenu de prendre la force électro-magnétique, c'est-à-dire la force développée entre le courant et l'aimant comme une mesure de l'intensité du courant.

Nous convenons de mesurer l'intensité du courant, par son action électro-magnétique, c'est-à-dire par le couple développé sur l'aiguille aimantée.

Considérons le multiplicateur de Nobili.

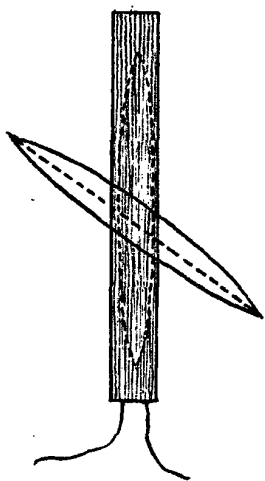
La force qui sollicite l'aimant placé au centre se réduit à un couple puisque tout est symétrique par rapport à cet aimant; on peut lui opposer un couple de torsion.

Si nous plaçons le galvanomètre dans la direction du méridien magnétique, l'aiguille est dans le point moyen du cadre.

L'aiguille est suspendue par un fil métallique à un micromètre muni d'une alidade afin de pouvoir mesurer les angles.

Nous faisons passer le courant; l'aiguille est déviée et pour la ramener dans sa position primitive il faut tordre le fil d'un angle τ , et le couple de torsion est alors égal au couple électro-

magnétique. Le couple de torsion est proportionnel à l'angle de torsion.



$$C = B \tau$$

D'ailleurs l'intensité du courant est proportionnelle au couple électro-magnétique qui est égal au couple de torsion, on a donc

$$I = (AB) \tau = K \tau.$$

On pourra donc mesurer l'intensité du courant par l'angle de torsion: l'appareil pourrait se nommer Boussole de torsion.

Pouillet a imaginé deux autres manières de mesurer ce couple.

La première en se servant de l'action terrestre. On sait que: $C_p = H \rho$. sur δ est le couple magnétique terrestre, correspondant à un angle δ de l'aiguille avec la direction magnétique.

Le cadre est mobile autour d'un axe vertical et porte une alidade qui se meut sur un cercle divisé.

Dans l'état normal le cadre et l'aiguille sont dans la direction du méridien magnétique.

On fait passer le courant; l'aiguille est déviée et on la poursuit avec le cadre jusqu'à ce qu'on l'atteigne; alors le couple électro-magnétique est égal au couple terrestre. Soit δ l'angle dont on a tourné

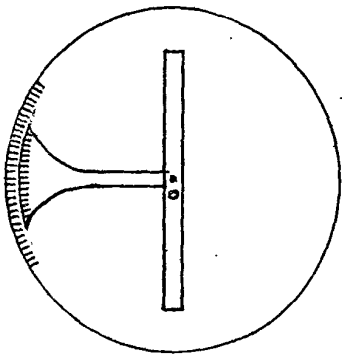
$$i = K + C \delta = (KH \rho) \sin \delta.$$

On peut prendre comme intensité le sinus même de l'angle

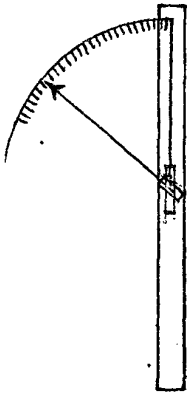
δ ; on a ainsi la Boussole des sinus.

On peut avoir le double de la déviation en renversant le courant; on trouve un autre angle δ' qui devrait être égal à δ ; il en diffère toujours un peu; cela tient à ce que le plan moyen du cadre n'est pas rigoureusement défini; c'est un plan idéal; d'un côté on mesure un angle qui est égal au véritable angle $\delta + \epsilon$. De l'autre - $\delta + \epsilon$; la moyenne donne l'angle δ cherché.

Autre méthode. - La boussole des sinus outre qu'elle exige des mesures délicates demande qu'on déplace l'appareil



ce qui l'ébranle et produit des courants d'air. On a intérêt à ne pas ébranler l'appareil et même de ne pas en approcher.



On prend un très-grand cadre et un très-petit aimant $a b$ un des pôles sera pour ainsi dire toujours à la même distance des différents points du fil; les actions de chaque point du fil sur chaque point de l'aimant seront pour ainsi dire toujours les mêmes, les distances variant d'une manière insensible.

Supposons que l'aimant soit dévié d'un angle δ ; il tend à être ramené par un couple $\delta = H \mu \sin \delta$.

Mais il y a un autre couple dont le moment est proportionnel à l'intensité du courant et dont le bras de levier est $\delta \cos \delta$.

Ces deux couples se font équilibre on a donc

$$K i \cos \delta = H \mu \sin \delta$$

$$\frac{H \mu}{K} \operatorname{tg} \delta = i$$

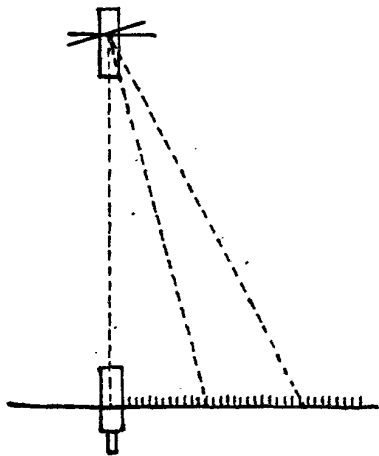
L'intensité est donc mesurée par la tangente des déviations: de là le nom de boussole des tangentes.

Nous renversons le sens du courant et nous déterminons ainsi exactement l'angle δ . Pouillet a vérifié que la boussole des sinus et celle des tangentes donnaient le même résultat.

On a perfectionné le principe de l'appareil en remarquant qu'il n'y a pas besoin d'une aiguille très-petite si elle se déplace très-peu.

Car il est évident que i étant une fonction de δ pour de très-petites variations de δ , i est proportionnel à δ (Formule de Taylor).

On ajoute alors sur l'aimant un niveau sur lequel on observe l'image réfléchie d'une échelle divisée, c'est la boussole de Weber.



172.

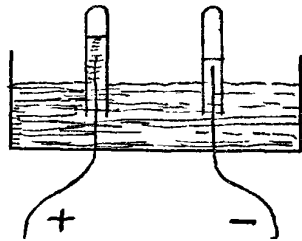
Si la normale fait un angle δ avec le rayon incident et le rayon réfléchi font un angle 2δ .

$$\frac{AA'}{D} = 2 \sin \alpha = 2\alpha \text{ si } \alpha \text{ est assez petit.}$$

Sois des actions chimiques produites par les courants

Les courants des piles sont produits par les actions chimiques. Inversement les courants produisent des actions chimiques et généralement des décompositions.

Les premières expériences furent faites par Carlisle et Nicholson qui décomposèrent l'eau par un courant et trouvèrent la composition indiquée par Cavendish.



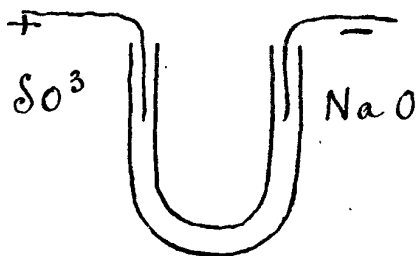
Si on opère sur de l'eau distillée, même avec une forte pile on n'obtient presque rien; si l'eau est acidulée, la décomposition est rapide. Au pôle positif on trouve de l'O et au pôle négatif un volume d'hydrogène double.

La décomposition est d'autant plus vive que l'eau est plus acide.

L'eau distillée est à peine conductrice de l'électricité; l'intensité du courant est par suite bien diminuée; si le liquide est acide, il est conducteur.

La plupart des corps conducteurs sont décomposés, les sels en particulier.

Prenons un tube recourbé contenant NaO SO_3 , si on met le pôle positif dans une branche le pôle négatif dans l'autre, SO_3 s'accumule au pôle positif, NaO au pôle négatif; si on colore le liquide par de la teinture violette de mauve, elle verdit au pôle

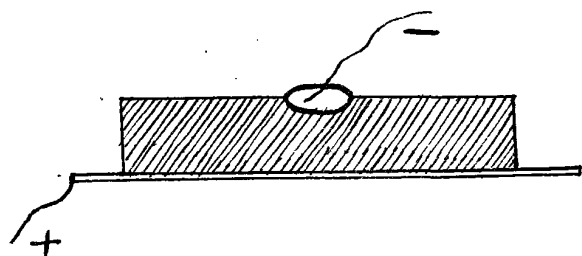


négalif sous l'influence de NaO et rougit au pôle positif sous l'influence de SO_3 .

La décomposition du sulfate de cuivre est encore plus complète.

Au pôle positif on a un dégagement d' O et de l'acide sulfurique; au pôle négatif un dépôt de cuivre; la décomposition paraît donc différente. Avec un courant trop fort le dépôt de cuivre est pulvérulent; il vaut mieux un courant modéré.

C'est par l'électrolyse que Humphry Davy découvrit en 1807 les métaux alcalins. Il plaça un fragment de potasse solide sur une lame de platine communiquant avec le pôle + et plaça dans une petite cavité un globe de mercure ou plongeait l'électrode négative.



Le potassium se porta au pôle négatif et s'amalgama avec le mercure tandis que l'oxygène se dégagait au pôle positif; en distillant l'amalgame dans une atmosphère inerte il obtint le potassium métallique.

On peut répéter l'expérience avec le chlorure d'ammonium.

Le radical AzH^+ se porta au pôle négatif et s'amalgama; le mercure se boursouffla et augmenta considérablement de volume, mais cet amalgame se décompose spontanément assez rapidement.

Cette expérience rend probable l'existence du radical AzH^+ .

Les phénomènes chimiques donnent aussi la notion de l'intensité du courant. On s'est demandé si l'on ne pourrait pas définir l'intensité du courant d'après l'intensité des décompositions; on l'appelle alors intensité électro-chimique.

Définition: L'intensité électro-chimique d'un courant est mesurée par la quantité de substance chimique décomposée par le courant pendant l'unité de temps.

En pratique on est assez limité dans le choix des substances à employer: la substance doit être un composé simple, il faut pouvoir mesurer facilement les progrès de la décomposition, la quantité d'éléments séparés.

Les trois corps qu'on emploie le plus sont d'abord l'eau,

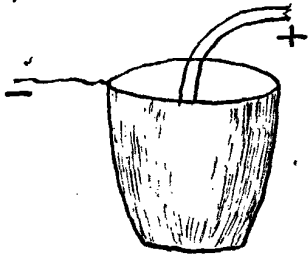
car les produits sont gazeux, le volume est facile à mesurer; on prend pour unité, par exemple l'intensité d'un courant qui donne un centimètre cube d'hydrogène ou un milligramme en une minute. Cette décomposition n'est pas toujours très-exacte, car l'hydrogène et l'oxygène étant à l'état naissant tendent à se recombinaer en solution.

On prend aussi Cu SO_4 ; on peut connaître par la balance le poids de cuivre déposé; on préfère souvent l'azotate d'argent car l'argent est moins attaqué que le cuivre.

Le pôle négatif est formé d'un creuset en argent où l'on place la solution.

Ce pôle positif est formé d'un petit morceau d'argent; l'azotate d'argent est toujours neutre car le pôle positif se dissout peu à peu.

On enveloppe souvent de mousseline le pôle positif afin qu'il n'y ait pas de particules d'argent qui puissent aller se déposer sur le creuset.



L'argent mis en liberté par la décomposition se porte sur le creuset et l'augmentation de poids de celui-ci donne le poids d'argent mis en liberté. Ces appareils portent le nom générique de voltamètres.

On appelle électrodes les deux conducteurs qui plongent dans la substance à décomposer.

Électrolytes, les substances à décomposer

Électrolyse la décomposition

Corps électro-positifs et électro-négatifs

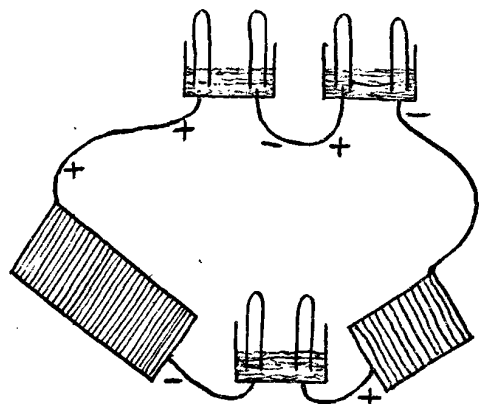
Les corps électro-positifs sont ceux qui se portent au pôle négatif, on les suppose chargés d'électricité positive; ce sont les métaux, l'hydrogène.

Les corps électro-négatifs se portent au pôle positif; ce sont les métalloïdes ou les radicaux composés qui les remplacent.

Propriétés des courants au point de vue Chimique.

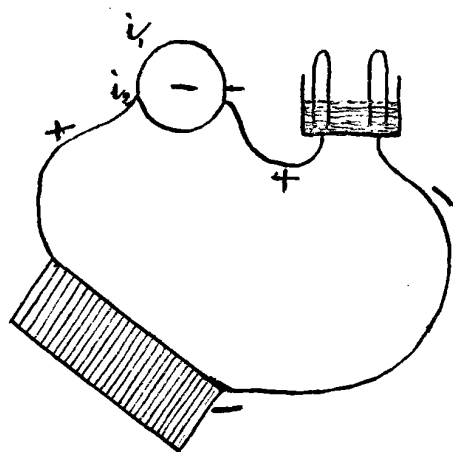
La position de la pile qui peut être plus ou moins voisine du corps à décomposer n'a aucune influence.

Proposition I. - Toutes les parties d'un circuit sont identiques au point de vue électro-chimique.



Prenons par exemple 2 piles à auge et réunissons les en interposant dans le courant des voltamètres quelconques. Tous ces voltamètres décomposent la même quantité d'eau. La mesure de l'intensité électro-chimique s'applique donc à tous les points du circuit?

Proposition II. La mesure électro-chimique de l'intensité d'un courant est proportionnelle à la mesure électro-magnétique



On interpose dans le courant une boussole des sinus ou des tangentes et un voltamètre. Faisons passer un premier courant nous trouvons i_1 pour la boussole i_1 pour le voltamètre; un second courant nous trouvons i_2 pour la boussole i_2 pour le voltamètre.

On constate que l'on a toujours

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{i_2}{i_1}$$

Si au lieu de prendre seulement un voltamètre à eau, un à sulfate de cuivre, un à chlorure d'étain nous avons plusieurs manières de mesurer la décomposition chimique, ces décompositions sont toutes proportionnelles.

Proposition III. Loi de Faraday -

Si on fait passer un même courant à travers une série d'électrolytes, les poids des éléments mis en liberté pendant le même temps sont proportionnels à leur équivalent chimique.

Si on mesure par exemple le poids d'hydrogène dégagé, le poids de cuivre ou d'étain déposé on le trouve dans le rapport des équivalents.

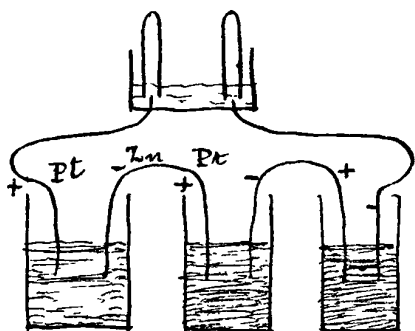
Cette loi ne présente pas de difficultés pour les composés de la forme R^+M^- . Mais si l'on a des composés de la forme R^+M^- qu'arrive-t-il ?

L'expérience a été faite par M. Edmond Becquerel qui a montré que dans ce cas c'est l'élément qui se porte au pôle positif qui donne véritablement l'équivalent; ainsi dans $CuCl_2$, Sb_2Cl_3 , c'est le chlore qui se porte au pôle positif, aussi $CuCl$, $Sb\frac{2}{3}Cl$ sont décomposés dans le même temps.

Il se produit souvent des groupements secondaires ainsi dans $CuO SO_3$, l'élément équivalent est SO_4 . Dans HO^2 , c'est bien l'oxygène qui est l'élément électro-négatif, on croirait donc que HO et $H\frac{1}{2}O$ sont décomposés dans le même temps, comme pour $CuCl$ et $Sb\frac{2}{3}Cl$, il n'en est rien HO et HO^2 sont décomposés dans le même temps.

Proposition IV. - A chaque équivalent d'éléments, électrolysés dans l'un quelconque des voltamètres du circuit extérieur, correspond un élément de zinc dissous dans l'un quelconque des éléments de la pile.

Si on prend une pile formée de plusieurs éléments (on y remplace souvent le cuivre par du platine qui est moins attaqué, comme l'a conseillé M. Smée, physicien anglais) si l'on interpose dans le circuit un voltamètre, on trouve que toutes



les fois qu'il y a un équivalent d'hydrogène mis en liberté, il y a un équivalent de zinc dissous dans chacun des éléments de pile. Donc il y a une sorte d'équivalence entre les décompositions d'un côté et les recompositions de l'autre.

Dans la pratique cette loi est difficile à vérifier car le zinc du commerce se dissout continuellement.

Mais si l'on prend du zinc bien pur, ou comme l'a montré M. de la Rive du zinc amalgamé, il ne se dissout que quand le courant passe.

Pour vérifier la loi c'est donc avec du zinc pur ou amalgamé qu'il faut opérer; lorsque le courant passe, l'oxygène se porte sur le zinc et l'hydrogène sur le platine.

Avec le zinc ordinaire l'hydrogène se dégage lorsque le courant passe et même lorsqu'il ne passe pas.

Si on dispose deux petites cuves l'une avec du zinc pur et de la cuivre ou du platine et l'autre avec du zinc impur, voici ce qui se passe.

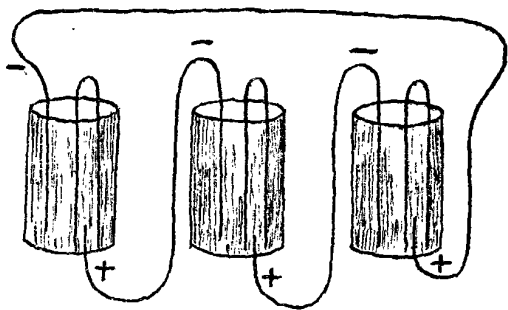
Dans la première rien ne se produit lorsque le courant ne passe pas; lorsqu'il passe, un dégagement d'hydrogène a lieu sur le cuivre, et le long du zinc un courant de ZnO et SO^2 qui ayant une densité plus forte que le liquide tombe au fond.

Dans la seconde, lorsque le courant ne passe pas, il se dégage de l'hydrogène sur le zinc et rien sur le cuivre; lorsque le courant passe il s'en dégage aussi sur le cuivre et c'est celui-là seul qui correspond au courant.

Le zinc du commerce est impur et contient de petits corpuscules plus ou moins conducteurs; il se forme donc de petits courants secondaires qui expliquent le dégagement continu d'hydrogène.

Proposition V. - Loi de Daniell

A chaque équivalent de zinc dissous dans la pile correspond un équivalent d'hydrogène dégagé sur l'autre pile.



On peut pour vérifier cette loi construire une pile formée de zinc et de platine, et le fil de platine est recouvert d'une éprouvette où se dégage l'hydrogène.

Si on pèse tous les zincs avant et après le passage du courant on constate qu'à chaque élément de zinc dissous correspond un élément d'hydrogène mis en liberté. Il faut employer du zinc pur.

Cette loi est vraie quelles que soient les dimensions des éléments, dans tous les éléments. Pour un équivalent de zinc dissous il y a un équivalent d'hydrogène dégagé.

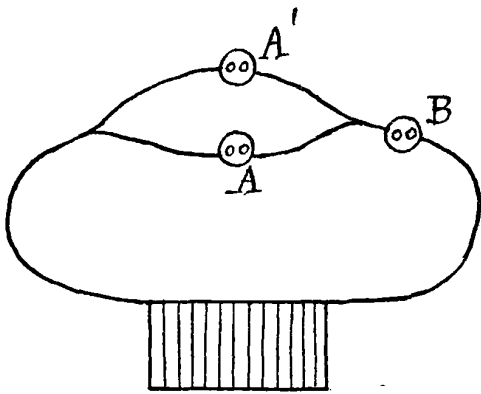
Notion de la quantité d'électricité

Les quantités de substances électrolysées sont entre elles comme leurs équivalents chimiques et à chaque solution de continuité il y a dépôt d'un équivalent de la substance électrolysée.

Faraday admet que la quantité d'électricité qui a passé dans toutes les électrolytes est la même, il admet en outre comme définition que la quantité de substance électrolysée est proportionnelle à la quantité d'électricité qui est supposée avoir traversé le circuit.

Nous admettrons que lorsqu'il y a un équivalent d'hydrogène dégagé il y a un équivalent d'électricité qui a passé.

Pour justifier sa définition Faraday considère un circuit et dans le circuit il introduit un premier voltamètre, puis il bifurque le courant et introduit deux voltamètres AA' égaux à B.



Si le courant est un flux quelconque, il va se partager en deux et les quantités d'électricité seront moitié dans les deux branches.

Si la définition de Faraday est en accord avec les faits nous devons avoir un courant d'intensité moitié moindre et si q est la quantité de substance décomposée dans B nous aurons $\frac{1}{2} q$ dans chacun des voltamètres

AA'; c'est ce qu'on observe.

Il n'est pas nécessaire que les voltamètres soient égaux; si q' q'' sont les quantités d'électricité qui passent dans AA', q la quantité qui passe dans B on doit avoir

$$q' + q'' = q$$

ce que l'expérience vérifie effectivement.

Nous en concluons l'énoncé suivant:

L'équivalent d'électricité est la quantité d'électricité qui est supposée parcourir le circuit pendant la décomposition d'un

équivalent d'électrolyte dans chacun des voltamètres ou la dissolution d'un équivalent de zinc dans chacun des couples de la pile.

Puisque la quantité q d'électricité est proportionnelle au poids de substance décomposée p on a $q = Kp$ puisque l'intensité électro-chimique est proportionnelle à p
 $i = K'p$ on a en éliminant p :

$$q = \frac{K}{K'} i$$

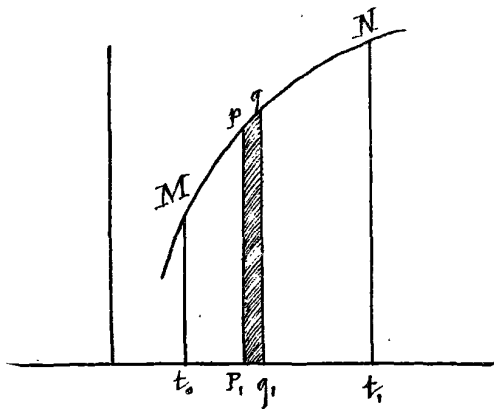
p est la quantité décomposée pendant l'unité de temps.

Pendant le temps t on aura $q = K'it$ en posant $K = \frac{K}{K'}$

On a ainsi une concordance complète entre les trois définitions posées jusqu'ici car nous avons déjà constaté un accord parfait entre l'intensité électro-chimique et l'intensité électro-magnétique.

On peut mesurer l'électricité soit par un galvanomètre soit par un voltamètre. Inconvénients et avantages des deux procédés.

Dans le cas d'un courant constant, ils se valent, sauf que le galvanomètre est plus sensible.



Si l'intensité varie avec le temps on a par exemple $i = f(t)$ et la loi sera représentée par ex: par la courbe ci-jointe. Si nous ne disposons que d'un galvanomètre il faut à chaque instant noter le temps et la déviation correspondante.

Le voltamètre donne l'aire de la courbe, il totalise le produit idt .

Soit dQ la quantité d'électricité qui passe pendant le temps dt on a

$$dq = Ki dt$$

pendant l'instant suivant $dq_1 = Ki_1 dt_1$.

Or idt représente l'aire élémentaire $p q p_1 q_1$.

Si on fait la somme depuis l'époque t_0 jusqu'à l'époque t_1 , on a

$$q = K \int_{t_0}^{t_1} i dt.$$

Le galvanomètre donne à chaque instant l'abscisse et l'ordonnée, le voltamètre donne l'aire de la courbe.

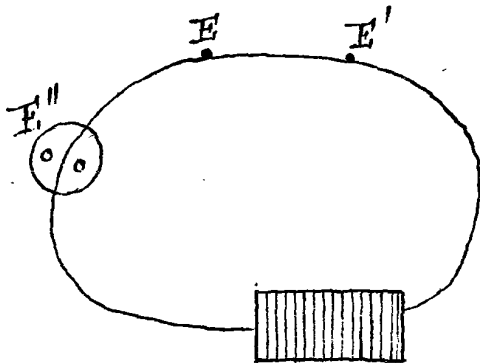
Lorsqu'on veut connaître la somme totale d'électricité qui a passé pendant le temps t on prend le voltamètre; si on veut connaître la variation d'intensité à chaque instant on prend le galvanomètre.

On peut aussi avoir la loi suivant laquelle varie l'intensité par le voltamètre, car si on détermine à chaque instant la fonction $q = \psi(t)$, et qu'on l'exprime sous forme d'une fonction empirique en prenant la dérivée de cette fonction on aura

$$\frac{dq}{dt} = \psi'(t) = ki$$

Si on connaît une des deux fonctions on connaît l'autre par le fait même.

Résumé: La production d'un équivalent d'électricité par la pile entraîne la dissolution d'un élément de zinc dans chaque couple et la séparation d'un équivalent de l'élément électro-négatif dans chaque voltamètre.



Quand un équivalent d'électricité a passé à chaque solution de continuité métallique, (c'est-à-dire à chaque électrolyte ou à chaque pile) à chaque électrolyte il y a équivalent d'élément électro-négatif dégagé et à chaque pile un équivalent de zinc dissous.

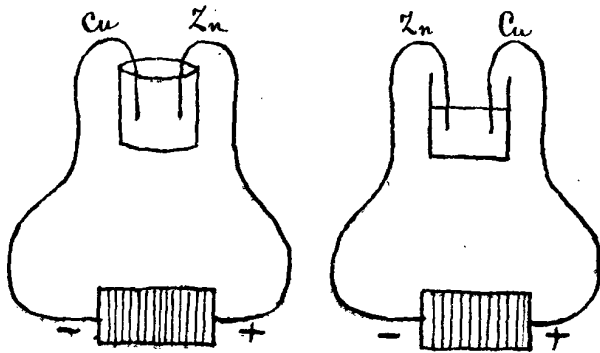
Si on appelle travail chimique intérieur la dissolution du zinc dans chaque couple, travail chimique extérieur la décomposition dans les électrolytes. On dit quelquefois qu'il y a équivalence entre les travaux extérieurs et les travaux intérieurs.

Ceci ne veut pas dire qu'il y a équivalence entre la somme totale des travaux intérieurs et extérieurs; il vaut mieux dire qu'il y a égalité entre les travaux à chaque solution de continuité métallique du circuit.

Ces travaux seront positifs, c'est-à-dire produiront une séparation dans les électrolytes, et négatifs, c'est-à-dire produiront une recombinaison dans les piles:

L'expérience suivante due à Daniell achèvera de faire comprendre le sens de cet énoncé.

On peut introduire dans le courant des voltamètres et même des couples qui pourront fonctionner comme des piles ou comme des voltamètres suivant la manière dont ils seront placés.



Si nous plaçons un couple formé de cuivre et de zinc dans de l'eau acidulée, si nous mettons le zinc en communication avec le pôle positif et le cuivre en communication avec le pôle négatif l'hydrogène se dégage sur le cuivre, l'oxygène sur le zinc, et le couple fonctionne comme un élément de pile.

Si on met le pôle positif en communication avec le cuivre, et le pôle négatif en communication avec le zinc l'hydrogène se dégage sur le zinc et l'oxygène se portera sur le cuivre qui sera attaqué, le couple fonctionne comme un voltamètre, sa force électro-motrice se retranche de celle de la pile.

19^e Leçon.

Sur les Piles

Mécanisme hypothétique des décompositions électriques et des réactions chimiques produisant les courants.

Grothius a imaginé une représentation symbolique qui permet de se rendre compte des faits électrochimiques de les retenir et de les lier.

1^o Electrolyse - Lorsqu'on décompose l'eau il se dégage des bulles d'hydrogène au pôle négatif, des bulles d'oxygène au pôle.

positif, entre les deux rien.

Pour expliquer ce fait, Grothus a supposé que chaque molécule était formée de deux éléments, et que l'action chimique qui les réunit était une action électrique. L'eau est formée d'oxygène qui serait alors chargée d'électricité négative, d'hydrogène chargé d'électricité positive.

Si on met les pôles d'une pile dans l'eau, selon Grothus, les molécules s'orientent, les éléments négatifs tendant à se diriger vers le pôle



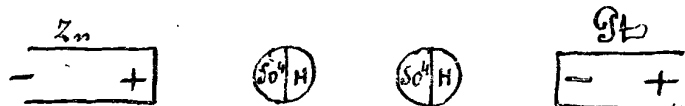
positif; elles s'orientent sous l'influence des pôles et sous leur influence mutuelle.

S'il y a une action assez forte, finalement l'oxygène se porte sur le pôle négatif, il se forme de proche en proche une nouvelle recombinaison; c'est comme si une molécule s'était séparée en ses deux éléments, l'un se portant au pôle négatif, l'autre au pôle positif.

Il se produit alors une nouvelle orientation des molécules, nouvelle séparation et ainsi de suite.

Cette manière de voir rend bien compte de la propagation de l'électricité c'est-à-dire le transport apparent de fluide positif dans un sens, ou négatif dans l'autre, dans les courants.

2.° Reversibilité de l'action. Elle permet encore d'expliquer la production d'électricité dans une pile contenant SO^4H . Grothus admet, comme Ampère, que les propriétés du zinc sont dues



à un état électrique qui lui est propre; nous supposerons qu'il est chargé d'électricité posi-

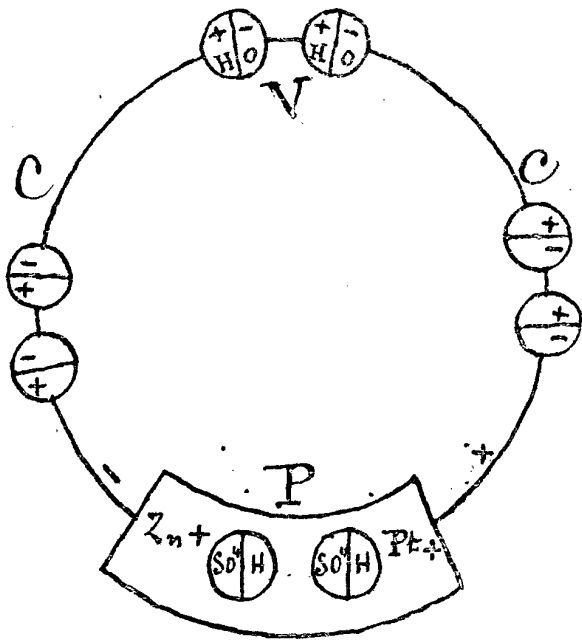
tive. Nous plaçons Zn dans SO^4H .

L'électricité moléculaire propre de Zn étant positive attire l'électricité négative de SO^4 , et repousse H qui est positif; l'action du zinc sur SO^4 étant plus forte que celle du positif de H sur le négatif de SO^4 , SO^4 se sépare de H et se porte sur Zn; H devient libre, se combine avec SO^4 de la molécule suivante et ainsi de suite, jusqu'à ce que l'H positif de la dernière molécule attire le négatif du platine et repousse le positif dans le conducteur, à chaque équivalent du zinc dissous

Correspond une quantité d'électricité négative mise en liberté sur le zinc, c'est l'électricité négative qui était retenue par la charge positive propre au zinc; car le zinc libre étant en communication primitive avec le sol n'avait aucune charge; de même à l'autre pôle il y aura une quantité d'électricité positive mise en liberté et ces deux quantités sont égales.

L'hypothèse de Grothius fournit un lien simple entre les lois de Faraday et Daniell.

Nous savons que lorsqu'un équivalent de zinc est dissous un équivalent d'électricité négative se propage dans le circuit et un équivalent de substance électro-négative est mise en liberté dans tous les électrolytes: On peut continuer un diagramme figurant tous ces éléments: Une pile P, un voltamètre V et les conducteurs CC avec la représentation de la propagation électrique indiquée précédemment. L'électricité négative de la pile propagée par le conducteur attire H positif; elle attire une molécule d'hydrogène pour chaque molécule de zinc dissoute, et si l'on admet que les équivalents des différents corps contiennent le même nombre de molécules, pour chaque équivalent de zinc consommé il y

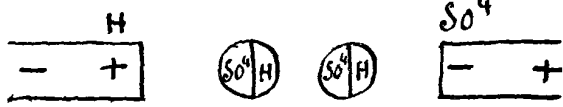


aura un équivalent d'H dégagé dans le voltamètre et aussi au pôle positif de la pile.

Reversibilité du raisonnement. - Ce raisonnement est réversible et permet aussi d'expliquer certains phénomènes secondaires.

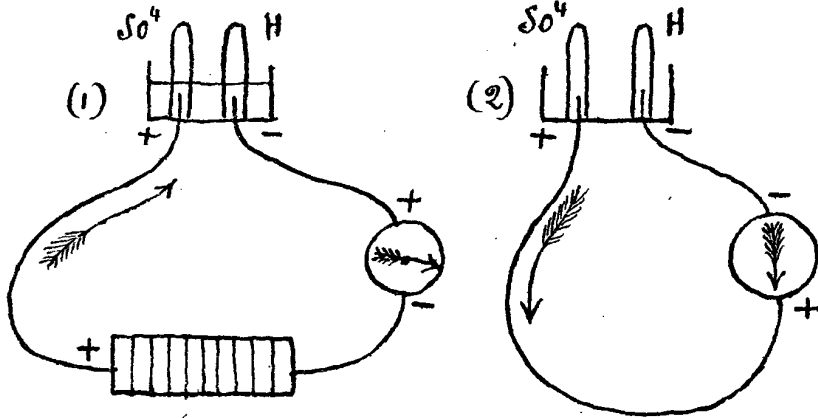
Si nous produisons une décomposition finalement H vient avec sa charge positive se placer sur l'électrode négative, et SO_4 avec sa charge négative se place sur l'électrode positive. Revenons le raisonnement. Plaçons sur une électrode une molécule d'hydrogène avec sa charge d'électricité propre positive et une charge de non contraire maintenue par la

la précédente plaçons SO^4 avec son électricité négative sur l'autre électrode et sa charge opposée; mettons les deux électrodes dans de l'eau acidulée, l'hydrogène joue le rôle du zinc dans une pile ordinaire, et il se développe sur l'électrode où se trouve l'hydrogène.



Considérons une molécule voisine $SO^4 H$; l'H de l'électrode tend à se combiner avec SO^4 né-

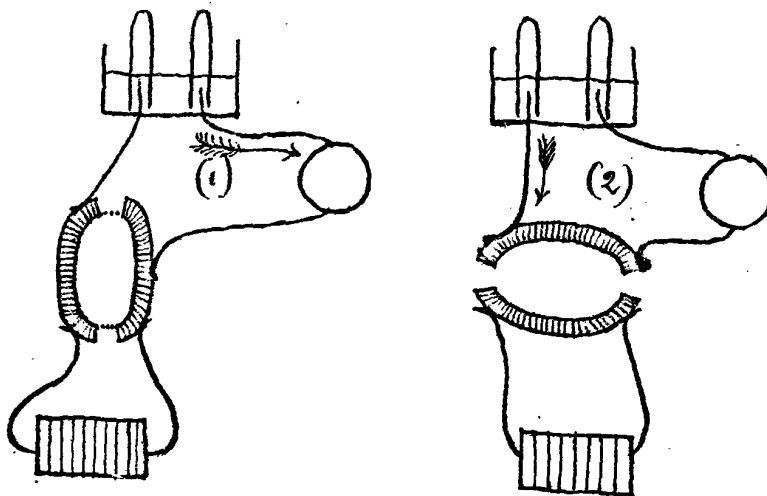
gatif de la molécule; en abandonnant la charge négative dissimulée la combinaison se fait de proche en proche, et la dernière molécule d'hydrogène devenue libre se combine avec SO^4 de l'autre électrode, sur laquelle, par un raisonnement semblable est abandonnée la charge positive dissimulée; on forme donc ainsi un véritable couple.



Si on met une pile en communication avec un voltamètre et que dans le courant on introduise en outre un galvanomètre, on observe une certaine déviation (fig. 1).

Si on ferme le circuit du voltamètre en interrompant la communication avec la pile, on observe une déviation inverse (fig. 2).

En effet, lorsque le voltamètre communique avec la pile, SO^4 se porte au pôle positif, H au pôle négatif; si on fait cesser la communication, il se développe sur l'électrode correspondant à SO^4 une électricité positive sur l'électrode correspondant



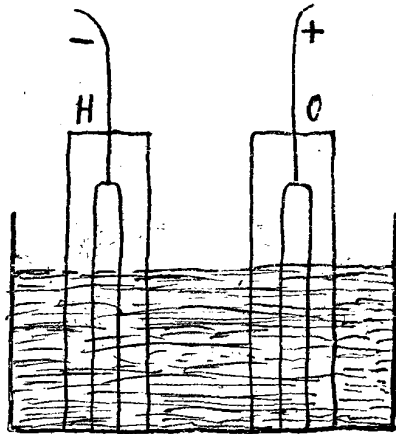
à H de l'électricité négative le courant est donc renversé.

Pour renverser le courant on se sert d'un commutateur; c'est un disque fermé de deux arcs cylindriques métalliques isolés l'un de l'autre et sur lesquels les conducteurs viennent s'appliquer à ressort.

Dans la position (1) le voltamètre est en communication avec la pile; dans la position (2) le courant de la pile est fermé sur lui-même et le courant du voltamètre et du galvanomètre est également fermé sur lui-même.

Piles à gaz, Polarisation des Electrodes.

C'est en se fondant sur ce que nous venons de dire que le physicien anglais Grove est arrivé à construire des véritables piles à gaz. On place des électrodes en platine dans



des éprouvettes renversées sur de l'eau acidulée; on fait arriver H dans une des éprouvettes, on a un pôle négatif; on fait arriver O dans l'autre, on a un pôle positif; on a ainsi une véritable pile, mais très-faible.

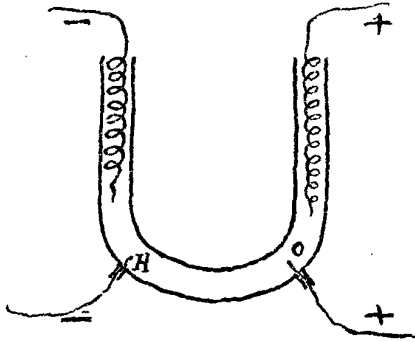
On recouvre généralement le platine d'une couche de noir de platine parce que l'absorption est alors plus complète.

Ce phénomène d'inversion du courant s'est appelé long-

temps polarisation des électrodes on pensait que les électrodes s'imprégnaient de la substance électrique et acquièrent des propriétés nouvelles. On croyait que la substance même des électrodes était modifiée; il n'en est rien c'est simplement le dépôt des éléments qui produit ces propriétés nouvelles. En effet on peut produire ces phénomènes sans que les

electrodes aient été traversées par le courant.

On prend un tube en U plein d'eau acidulée; les pôles d'une pile arrivent dans chaque branche à la partie inférieure; on plonge des spirales de platine dans l'eau acidulée; elles arrêtent les bulles de gaz, mais ne sont pas traversées par le courant; ces spirales peuvent former ensuite une véritable pile.



Ce qui avait donné l'idée de polarisation c'est que les métaux comme le Platine et le Palladium absorbent les gaz et en particulier l'hydrogène; on avait beau laver on ne pouvait détruire les traces de polarisation; cela tenait surtout

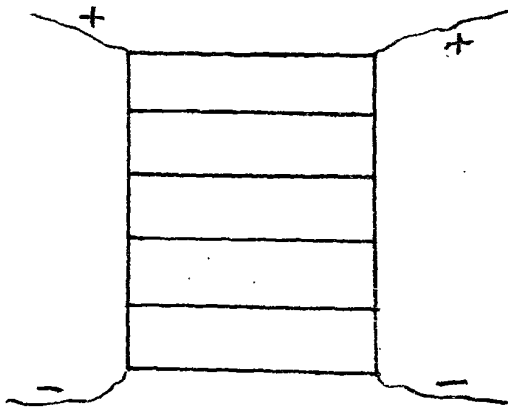
à la mauvaise métallurgie des métaux; depuis qu'on fond le platine, sa perméabilité est beaucoup amoindrie.

C'est à Becquerel qu'on doit d'avoir montré que la polarisation est due au dépôt.

Il prenait deux lames de platine bien lavées, chauffées, afin de détruire toute trace de polarisation antérieure, et les plongeait dans NaOSO_3 . Si on ferme le circuit et qu'on mette un galvanomètre, il n'y a aucune déviation.

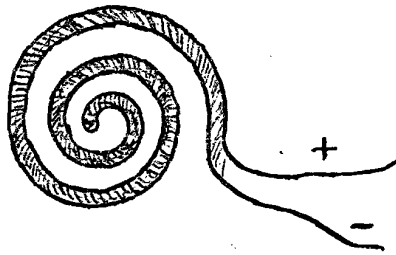
Si nous avons électrolysé NaOSO_3 nous aurions en d'un côté NaO et de l'autre SO_3 . Nous pouvons mettre l'une des lames dans NaO , l'autre dans SO_3 et nous pouvons ensuite produire un courant comme si on avait électrolysé. On peut renverser le courant en lavant les lames et les plongeant dans les liqueurs inversées.

Le phénomène des contre courants avait été observé par le physicien allemand Ritter. Il avait empilé des disques de cuivre et de zinc ou de carton mouillé ce qui formait une colonne avec un seul métal, il mettait les extrémités en communication avec les pôles d'une pile; puis si on enlève la pile l'appareil fonctionne comme une pile pendant quelque temps, et avec les mêmes pôles que la pile employée.



Ceci s'explique, il y a autant de voltamètres que de disques de carton, et dépôt des substances électriques positives et négatives sur les deux faces des lames de cuivre.

Ces expériences ont été reprises par M. Plante.



Il prend deux feuilles de plomb séparées par un morceau d'étoffe mouillée d'eau acidulée; puis il enroule ces feuilles et met les deux lames de plomb en contact avec les pôles d'une pile; les surfaces étant très grandes il peut s'y attacher beaucoup de gaz; avec une communication

convenable on peut décharger ces piles et produire un courant capable de faire rougir un fil de platine.

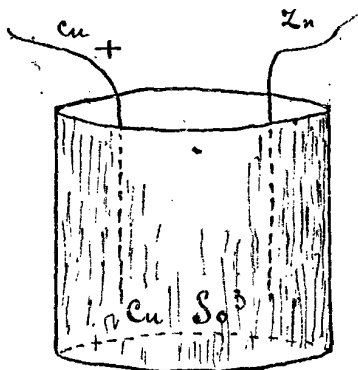
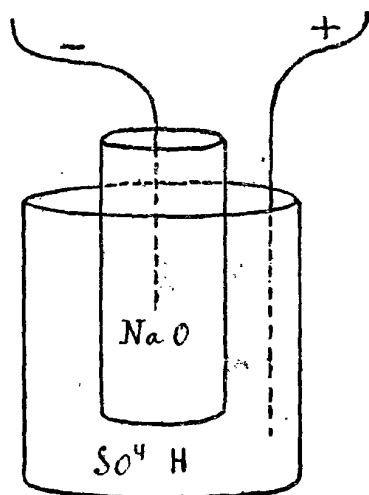
M. Plante a eu l'idée de charger à la fois un très grand nombre d'éléments. Il les charge en surface, en mettant toutes les surfaces de même nom en contact ensemble, on charge, ce qui se fait très lentement à cause de la grandeur des surfaces; puis par un commutateur on met en communication les pôles de nom contraire de chaque pile (le pôle + de l'une avec le pôle - de la suivante). On a chargé les éléments en surface, on les décharge en tension; on peut avoir un courant très intense pendant un temps assez court, faire rougir à blanc un gros fil de platine et produire la lumière électrique.

Les couples voltaïques qu'on peut employer pour produire les courants sont en nombre indéfini; toute espèce de réaction chimique peut servir à produire un courant électrique. - Toute combinaison chimique permet de construire un couple voltaïque; le métal ou l'oxyde étant le pôle négatif, le métalloïde ou l'acide étant le pôle positif.

Si faible que soit la réaction il y a toujours production de courant.

Si on plonge un fil de zinc dans de l'eau acidulée même dans de l'eau pure on aura un pôle négatif au zinc et le liquide sera pôle positif; si l'on plonge un fil de platine bien moins attaqué que le zinc on a un pôle positif.

Combinaison directe. - Soit par exemple à utiliser une combinaison directe: par exemple SO^4 et Na .



On met dans un vase $\text{SO}^4 \text{H}$ à l'intérieur on place un vase poreux en porcelaine régourdie ou l'on met de la soude et un fil de platine; il est le pôle négatif; si on met un fil de platine dans $\text{SO}^4 \text{H}$, il donne le pôle positif.

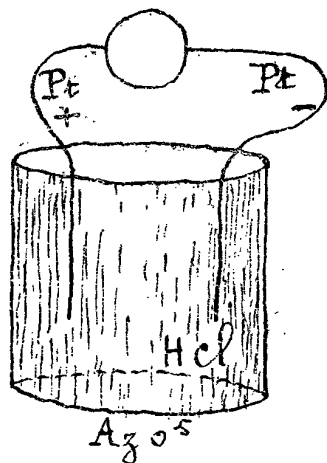
On pourrait faire de même en faisant agir du chlore sur un métal.

Combinaison indirecte. - Substitution. - Le zinc étant plus attaqué que le cuivre le chasse de ses combinaisons.

Plongeons dans du sulfate de cuivre une lame de cuivre et une lame de zinc, le zinc est le pôle négatif car il est attaqué, le cuivre non attaqué est le pôle positif.

Les liquides sont dans ce cas les électro-moteurs. Pour montrer que le courant électrique est bien dû à ce que l'un des métaux est attaqué par un acide, Becquerel a imaginé l'expérience suivante:

Il prend deux fils d'or plongeant dans AzO^5 concentré et les réunit par un fil de platine qui contient un galvanomètre; il n'y a pas d'action, le fil d'or n'étant pas attaqué, et tout étant symétrique il ne se produit aucun courant.



Mais si on ajoute une goutte d'acide chlorhydrique le long des fils, il se produit de l'eau régale, le fil est attaqué et devient un pôle négatif, l'autre fil est un pôle positif; si on mélange bien le liquide, plus de courant et si l'on ajoute une goutte d'acide

chlorhydrique à côté de l'autre électrode, le courant change de sens.

On peut aussi faire l'expérience en faisant couler l'acide chlorhydrique le long du vase dans le voisinage d'une des électrodes, il se produit alors un courant, et si l'on fait tourner le vase doucement de manière à amener l'eau régale en contact avec l'autre électrode, le courant change de sens.

Cette expérience renverse la théorie de Volta sur le contact des métaux.

Les partisans de la théorie de Volta ont dit qu'il n'y avait pas besoin d'avoir contact de deux métaux, qu'il suffisait du contact de deux liquides ou d'un métal et d'un liquide; cela est possible, mais cette création d'une force électro-motrice indéfinie par simple contact est contraire aux idées actuellement reçues sur la mécanique.

Si deux conducteurs polarisés exercent une action chimique sur le liquide où ils sont plongés, le sens du courant correspond à la réaction la plus énergique, le métal le plus attaqué est le pôle négatif.

Les deux métaux sont presque toujours attaquables, sauf lorsqu'on prend pour l'un d'eux, des métaux tels que l'or et le platine.

Rappelons l'expérience obtenue en construisant une pile de Volta avec du cuivre et du plomb, et des rondelles de drap mouillé; le sens du courant change suivant que le liquide employé est SO^4H ou du sulfure de potassium; dans le premier cas c'est le plomb, dans le second c'est le cuivre qui est attaqué et forme par conséquent le pôle négatif; d'après la théorie de Volta, les métaux n'étant pas changés, le courant devrait rester le même dans l'un et l'autre cas.

Phénomènes chimiques secondaires qui se produisent dans les couples des piles.

Lorsqu'on monte une pile telle qu'une pile à couronne ou une pile de Smée, la pile d'abord très-énergique s'affaiblit rapidement.

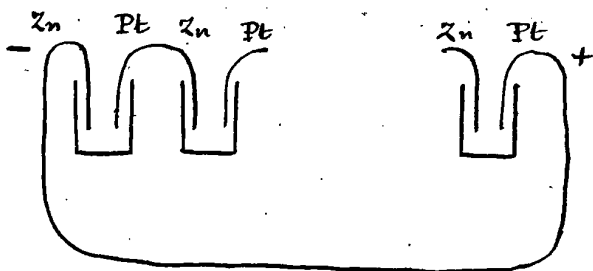
Cela tient d'abord à ce que les liquides sont employés dans les réactions et s'affaiblissent.

Autre cause: Dans une pile composée de plusieurs couples associés en tension, l'effet du courant sur l'un d'eux tend à produire une action chimique inverse de celle que produit le courant.

L'action qui tend à produire le courant est la dissolution ou

Zinc et le dégagement d'H sur le platine.

Considérons le premier élément, isolons par la pensée et considérons-le comme un électrolyte.



Il se produit l'électrolyse de $Zn\ O\ S\ O^3$ et de $S\ O^4\ H$; il se dépose Zn et H au pôle négatif qui dans ce cas est le platine et $S\ O^4$ au pôle positif qui est le zinc.

Au bout d'un certain temps il y a sur le platine ou zinc qui joue le rôle d'une lame de zinc et

tend à produire une action inverse puisque si nous n'avions que deux lames de zinc il n'y aurait pas de courant. Si le pôle positif est au cuivre bien recouvert on aperçoit très-bien ce dépôt de zinc; si on l'enlève, la pile reprend son énergie primitive.

C'est donc surtout à ce phénomène qu'est dû l'affaiblissement des piles à un seul liquide.

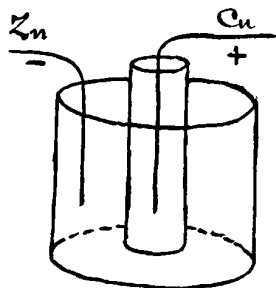
On peut éviter ce phénomène en se servant de piles à deux liquides; la théorie en est très simple, il suffit d'empêcher le platine ou le cuivre de se recouvrir d'H et de zinc; l'hydrogène a l'inconvénient de déposer sur l'électrode des bulles; il y a donc une diminution de conductibilité.

Le dépôt de zinc tend à rendre les deux pôles identiques.

On entoure le pôle positif d'un liquide absorbant H et dissolvant le zinc

Différents éléments de pile employés.

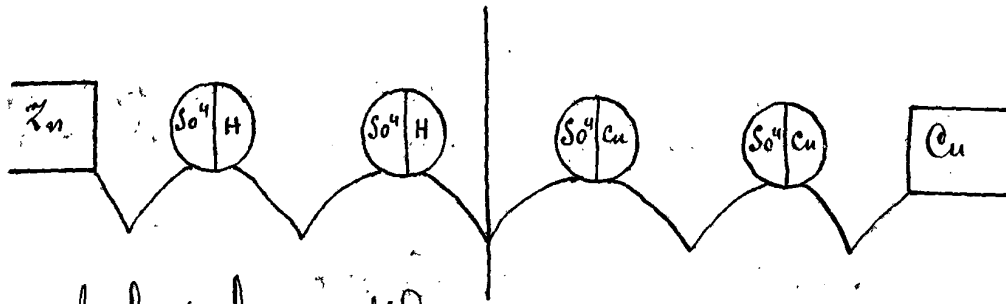
Pile de Daniell. (inventée en même temps par Daniell et Becquerel)
Le zinc plonge dans $S\ O^4\ H$ et le cuivre plonge dans un vase poreux contenant $Cu\ S\ O^4$.



Il ne peut se déposer sur le cuivre ni H ni Zn. D'après Grothius, le zinc provoque l'orientation des molécules de $S\ O^4\ H$.

Si on interpose une lame poreuse derrière laquelle se trouve $Cu\ O\ S\ O^3$, l'orientation se continue H s'unit à $S\ O^4$ puis Cu à $S\ O^4$ suivant et enfin le dernier élément de cuivre se porte sur l'élec-

trode en cuivre.



La pile est formée d'un vase en faïence contenant $So^4 H$ où plonge un cylindre de zinc amalgamé for-

mant le pôle négatif

À l'intérieur de ce cylindre est un vase poreux contenant $So^4 Cu$ on plonge le cuivre pôle positif.

Avec deux métaux plongeant dans la solution de leurs sulfates, on peut avoir des piles, pourvu que ces métaux n'aient pas même affinité chimique.

Ni	So^4	Ni	Cu	So^4	Cu	(Marie Davy)
Cad.	So^4	Cad	Cu	So^4	Cu	
Cad	So^4	Cad	Zn	So^4	Zn	
Zn	So^4	Zn	Hg	So^4	Hg	

On pourrait prendre aussi bien des azotates, des chlorures.

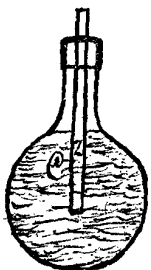
Le plus commode est l'élément Daniell $Zn So^4 Zn . Cu So^4 Cu$.

Cela ne change rien de considérer $So^4 Zn$ ou $So^4 H$; l'orientation est la même. L'avantage du sulfate de zinc sur l'acide sulfurique est de n'attaquer le zinc que lorsque le circuit est fermé.

Grave a modifié la pile de Smée en entourant le platine d'un vase poreux contenant AzO^5 , AzO^5 absorbe H et dissout Zn; la réaction symbolique est la même que précédemment mais $So^4 H$ rencontre AzO^4 et il y a dégagement d'acide hypoazotique au pôle positif, on a ainsi un couple énergétique.

Bunsen a remplacé le platine par un prisme de charbon de corne qui conduit bien l'électricité et coûte bien moins cher.

Pile au bichromate de Potasse. - Elle est formée d'une



lamme de zinc et d'un prisme de charbon plongeant dans une dissolution de bichromate de potasse dans $So^4 H$, l'acide chromique empêche les dépôts d'hydrogène et de zinc sur le charbon. La pile fonctionne comme une pile à deux liquides bien qu'il

n'y en ait qu'un; elle donne un courant assez énergique, mais moins constant que les précédentes.

Elle ne donne lieu à aucun dégagement de gaz et un système de tiges permet de ne plonger le zinc que lorsque le courant doit passer.

20^e Leçon.

Lois de Ohm et Pouillet.

Le problème qu'ils se sont proposé est le suivant:

Étant donné un système de couples électriques de dimensions et de nature déterminées peut-on a priori calculer l'intensité du courant qui traverse le circuit?

Ohm dès 1827 publia un grand mémoire où il assimila la propagation de l'électricité à la propagation de la chaleur et il a transporté de toutes pièces en électricité la théorie de Fourier sur la conductibilité de la chaleur.

Il n'a pas assez insisté sur la possibilité d'assimiler les deux phénomènes, ses travaux n'ont eu d'importance qu'après que Pouillet eut de son côté trouvé la loi fondamentale par l'expérience seule. Néanmoins nous adopterons ses idées en les précisant.

Ohm transporta aux conducteurs électriques la même théorie et les mêmes formules que pour la propagation de la chaleur dans le mur indéfini de Fourier.

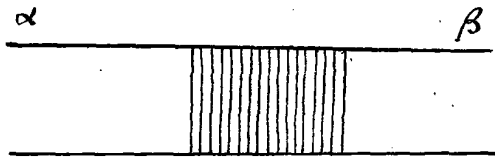
On ne parle d'un mur indéfini que pour pouvoir considérer la transmission comme normale, et si on applique la théorie à des cas on peut certainement négliger la propagation latérale, il n'y a pas besoin de s'occuper d'un mur indéfini.

En chaleur nous avons vu que la cause qui produit le passage est

la différence de température.

On admet qu'en électricité ce qui peut être assimilé à la température c'est la tension de la pile; il admet que dans la propagation du courant il y a quelque chose d'analogue à la différence de température.

Il considère un conducteur divisé en tranches extrêmement minces et à chaque tranche il applique la formule du mur indéfini.



$$q_1 = \frac{\kappa S (a-b)}{e}$$

Si Q_1 est la quantité d'électricité qui traverse le conducteur pendant l'unité de temps, nous savons qu'on peut la prendre pour mesure de l'intensité on a $Q_1 = \frac{\kappa S (a-b)}{e}$. a, b étant les tensions aux extrémités du fil, l la longueur de ce fil, κ un coefficient particulier appelé coefficient de conductibilité, S la section du fil.

Nous avons vu aussi la formule $\theta = a - \frac{a-b}{l} z$ de l'origine; nous aurons de même en électricité $\theta = a - \frac{a-b}{l} z$

Au premier abord cette assimilation entre les phénomènes paraît impossible.

D'abord on a affaire à un fil d'assez faible section qu'il paraît impossible d'assimiler à un mur indéfini.

La difficulté disparaît si l'on admet que le flux est normal et qu'il n'y a pas de déperdition à l'extérieur; le raisonnement de Fourier s'applique très-bien; les intervalles particuliers étant infiniment petits par rapport au diamètre du fil.

Si l'on admet avec Faraday que l'intensité du courant est proportionnelle à la quantité d'électricité qui traverse le circuit dans l'unité de temps, nous en concluons que l'intensité du courant est proportionnelle à la différence de température électrique aux deux extrémités, à la section et à la conductibilité, et en raison inverse de la longueur du fil.

Il est probable que a, b a une relation très-intime avec la force électro-motrice de Volta et q_1 avec la quantité électrochimique de Faraday.

On a fait encore une autre objection à cette théorie.

On peut en effet dire que l'assimilation est impossible à cause de la différence d'action; la chaleur est un agent unique dont le mode de propagation est toujours le même; elle va du plus chaud

au plus froid.

L'électricité au contraire paraît binaire; elle se propage ou positif au négatif, et du négatif au positif; il y a une sorte de croisement.

Mais ce sont là seulement des manières de parler; on peut dire aussi que l'agent calorifique est double, la chaleur et le froid; on pourrait dire que le froid se dirige vers la chaleur comme on dit que la chaleur se dirige vers le froid. Il y a d'ailleurs des physiciens qui n'admettent qu'une seule électricité.

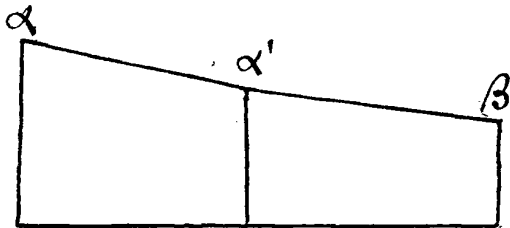
Nous allons déduire de ces lois quelques conséquences et voir si elles sont vérifiées par l'expérience.

1^o Circuit simple. - Quand α et β sont données, q , et par suite i sont déterminés; quand aux températures électriques, si on peut les mesurer, elles donneront la loi linéaire.

$$\theta = \alpha \frac{\alpha - \beta}{l}$$

Voilà pour le cas d'un seul conducteur.

2^o Circuit composé. - Considérons deux conducteurs mis bout à bout; au point de jonction nous avons une certaine température électrique α' que nous ne connaissons pas.



Toute la quantité d'électricité qui traverse le premier conducteur traverse également le second.

Dans le 1^{er} on a:

$$q_1 = \frac{KS(\alpha - \alpha')}{l}$$

$$q_1 = \frac{K'S'(\alpha' - \beta)}{l'}$$

$$KS \frac{\alpha - \alpha'}{l} = \frac{K'S'(\alpha' - \beta)}{l'} = i$$

Posons $\frac{l}{KS} = \lambda$ $\frac{l'}{K'S'} = \lambda'$ Cette quantité λ est appelée longueur réduite du conducteur; c'est au point de vue de la transmission: la longueur qu'il faudrait supposer à un conducteur équivalent de conductibilité et de section égales à l'unité; on l'appelle aussi résistance.

$$i = \frac{\alpha - \alpha'}{\lambda} = \frac{\alpha' - \beta}{\lambda}$$

Quand λ augmente i diminue; si on prend un conducteur dont les températures extrêmes soient constantes et qu'on augmente la longueur réduite, cette longueur apporte une résistance.

Des équations précédentes on déduit $i = \frac{\alpha - \beta}{\lambda + \lambda'}$, résultat extrêmement simple s'étendant évidemment à un nombre indéfini de conducteurs juxtaposés:

$$i = \frac{\alpha - \alpha'}{\lambda} = \frac{\alpha' - \alpha''}{\lambda'} = \dots = \frac{\alpha'' - \beta}{\lambda''} = \frac{\alpha - \beta}{\sum \lambda}$$

Reste toujours la notion nouvelle de température électrique. Volta admet qu'il se développe au contact de 2 éléments chimiques une force électro-motrice, si la différence de charge était la différence de température, $\alpha - \beta$ serait la force électro-motrice.

Vérification expérimentale de la première relation.

Si nous voulons vérifier ces lois cherchons à le faire dans le cas des piles et supposons que $\alpha - \beta$ ne soit autre chose que la force électro-motrice; nous arrivons à ce résultat que l'intensité d'un courant est proportionnelle à la force électro-motrice de la pile et inversement proportionnelle à la somme des résistances du circuit.

On peut faire cette vérification en mesurant l'intensité du courant d'une pile dans le circuit de laquelle on introduit diverses résistances.

Nous prenons une pile à courant constant et nous introduisons diverses résistances ce qui est très facile; nous prendrons un même fil qui formera en même temps le cadre du galvanomètre et le conducteur, nous observons une première intensité $i = \frac{\alpha - \beta}{\lambda}$ avec une résistance λ' — — — — — $i = \frac{\alpha - \beta}{\lambda + \lambda'}$

et ainsi de suite en introduisant successivement diverses résistances; nous n'avons qu'une inconnue $\alpha - \beta$ qu'il est très facile d'éliminer

$$i \lambda = \alpha - \beta = i' (\lambda + \lambda')$$

$$\frac{i}{i'} = \frac{\lambda + \lambda'}{\lambda}$$

Autant de vérifications que de combinaisons deux à deux.

Si on ne prend aucune précaution, la vérification n'a pas lieu car on n'a pas tenu compte de la résistance de la pile. Il faut attribuer à la pile une certaine résistance que nous représenterons par α , ce qui n'introduit qu'une inconnue de plus, et il sera facile de l'éliminer.

On trouve alors que la loi est satisfaite.

Or on n'ayant pas de pile à courant constant, et de plus ne tenant pas compte de la résistance de la pile n'a pu faire que des expériences de peu de valeur.

Nous pouvons considérer les formules comme vérifiées et admettre comme très-probables les hypothèses que nous avons faites, et nous précisons deux notions nouvelles, la notion de quantité et la notion de qualité de l'électricité.

Pour calculer a priori l'intensité ou courant il faut connaître certaines constantes expérimentales $\alpha - \beta$ la conductibilité et α .

Pour mesurer une résistance ou une conductibilité, nous prenons deux conducteurs l'un KS l'autre $K'S'$; nous nous arrangeons de manière que la substitution de ces deux conducteurs ne change pas l'intensité.

$$\text{Alors} \quad \lambda = \frac{l}{KS} = \lambda' = \frac{l'}{K'S'}$$

$$\frac{K}{K'} = \frac{l S'}{l' S}$$

Nous avons donc le rapport des conductibilités, ce qui est suffisant.

Calcul de la force électro-motrice $\alpha - \beta$ que nous représenterons par E . Il suffit de connaître le rapport des forces électromotrices de différentes piles.

Nous avons $i = \frac{\alpha - \beta}{\lambda + \alpha}$ posons $= \frac{E}{\alpha + \lambda}$, α étant la résistance de la pile; on détermine facilement α en intercalant une nouvelle résistance; on peut donc le considérer comme connu, pour une autre pile on aura

$$i = \frac{E}{\alpha_1 + \lambda_1}$$

$$\frac{E}{E_1} = \frac{i(\alpha + \lambda)}{i_1(\alpha_1 + \lambda_1)} = \frac{i \lambda (1 + \frac{\alpha}{\lambda})}{i_1 \lambda_1 (1 + \frac{\alpha_1}{\lambda_1})}$$

Si λ est assez grand pour pouvoir négliger $\frac{\alpha}{\lambda}$ vis à vis de l'unité, si de plus $\lambda = \lambda_1$, on arrive à cette formule très simple.
(Méthode de Fechner).

$$\frac{E}{E_1} = \frac{\lambda}{\lambda_1}$$

Ce qui permet de calculer facilement le rapport des forces électro-motrices correspondant à différents éléments de pile.

Remarque. - L'étude des conductibilités conduit à un résultat intéressant, au point de vue de l'assimilation de la transmission calorifique et de la transmission électrique.

Les coefficients de conductibilité électrique pour les métaux sont proportionnels aux coefficients de conductibilité calorifique.

Si la conductibilité de l'argent est représentée par 100 pour la chaleur et l'électricité.

Celle du cuivre sera	73,5	-----	"	-----
----- fer	11,9	-----	"	-----
----- plomb	8,4	-----	"	-----

Les conductibilités relatives sont donc proportionnelles.

Il y a un certain nombre de corps qui ne conduisent pas sensiblement l'électricité, le verre la porcelaine, les minéraux, les corps vitreux; cependant ils conduisent la chaleur d'une manière notable.

La proportionnalité ne s'étend donc pas à ces corps mauvais conducteurs.

Il y a toujours néanmoins une grande probabilité pour que le mécanisme de la transmission soit le même, plus on a poussé loin l'étude des lois de Ohm plus la concordance est parfaite.

Vérification de la 2^e relation. - Les vérifications que nous avons faites ont porté sur la quantité de chaleur et d'électricité; nous avons vérifié la formule $q_1 = \frac{KS}{l} (a-b)$. Occupons-nous maintenant de la formule $\theta = a - \frac{a-b}{l} z$ c'est-à-dire de la loi de répartition des températures.

Nous avons vérifié la formule $i = \frac{\alpha - \beta}{\sum \lambda}$ en remplacement $\alpha - \beta$ par un certain coefficient E , que nous avons appelé force électro-motrice; mais nous n'avons pas encore défini la température électrique.

Nous allons nous occuper maintenant de sa définition et de sa mesure.

Nous partons de l'idée de Volta que les pôles d'une pile sont le siège d'une force électro-motrice et que la différence de charge ou de tension est indépendante de la charge totale imposée à l'élément.

Volta considère la pile comme une batterie toujours chargée; la

Différence de tension des pôles est toujours la même ; nous avons ainsi deux sources d'électricité, l'une d'électricité positive, l'autre d'électricité négative.

Si l'on assimile à la chaleur, ce seront comme deux sources dont la différence de température reste constante.

En chaleur, pour mesurer la température, nous avons le thermomètre, ressource que nous n'avons pas en électricité.

Mais en chaleur, sans thermomètre on pourrait mesurer la température par le calorimètre ; quand on cède de la chaleur à un corps sa température s'élève, et l'élévation de température est proportionnelle à la quantité de chaleur cédée.

En électricité nous ne savons pas jusqu'ici ce qu'est la température, mais nous pouvons mesurer les quantités d'électricité cédées, et si nous admettons que l'élévation de température est proportionnelle à la quantité d'électricité cédée nous avons une mesure de l'élévation de température électrique.

Les deux pôles d'une pile sont deux sources d'électricité.

Lorsqu'on a une source de chaleur, et qu'on la met en contact avec un corps conducteur, lorsque l'équilibre s'est établi c'est-à-dire lorsque la source ne cède plus de chaleur au conducteur, la source et le conducteur sont à la même température.

En électricité, si nous mettons un pôle en communication avec un conducteur, lorsqu'il y aura équilibre, c'est-à-dire lorsque la pile ne cédera plus d'électricité il y aura égalité de température électrique entre la pile et le conducteur.

Or on sait que si q est la quantité d'électricité, C le coefficient de capacité électrique du conducteur θ , la température initiale du conducteur θ_1 la température finale $q = C(\theta - \theta_1)$

Si on connaît θ_1 et q on connaîtra θ .

Les différences de température électrique sont mesurées par les quantités cédées par la source au conducteur, et on pourra effectuer cette mesure par des électromètres.

, Nous pouvons simplifier en posant $\theta_1 = 0$.

Il suffit pour cela de mettre le conducteur en contact avec le Sol avant de faire l'expérience, puis de supprimer cette communication au moment où l'on opère.

Nous pouvons prendre cet état électrique inconnu mais constant comme 0 et nous aurons alors $q = C\theta$ connaissant C et q nous connaîtrons θ .

Les premières expériences ont été faites en Allemagne il y a une trentaine d'années par Kohlrausch.

Il a constaté que les mesures électro-métriques donnant $\alpha - \beta$ donnent des résultats proportionnels aux mesures de la force électromotrice E par le galvanomètre.

Il prend une pile formée d'une lame de cuivre et d'une lame de zinc plongeant dans l'eau acidulée; il met le pôle cuivre en communication avec le sol; la température électrique de l'autre

pôle donne alors la différence de température entre les deux pôles.

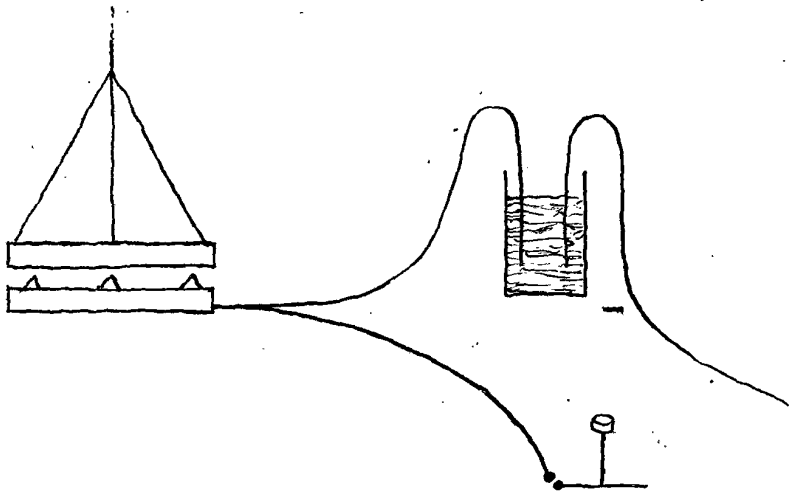
On fait communiquer le pôle zinc avec un condensateur isolé qui se charge on mesure la quantité d'électricité cédée on trouve $q = c \theta$.

On connaît donc $\theta = \alpha - \beta$ la différence de température électrique entre les deux pôles.

Si on opère ainsi, on trouve des quantités d'électricité extrêmement faibles, et qu'il est difficile de mesurer.

Pour avoir des mesures plus faciles, Kohlrausch a pris un condensateur analogue à celui de Volta; il se composait de deux plateaux séparés non par une couche mais par trois petites cales de gomme laque, afin d'avoir entre les plateaux une distance bien constante; le plateau inférieur était en communication avec le pôle zinc de la pile, le plateau supérieur avec le sol; on accumulait alors une quantité d'électricité considérable; qui devenait libre lorsque l'on enlevait le plateau supérieur; le plateau inférieur était d'ailleurs en communication avec une balance de torsion. D'après l'angle de torsion on déduisait la quantité d'électricité d'après la loi de Coulomb.

En effet la boule fixe de la balance de torsion prend une fraction h de la quantité q d'électricité que possédait le plateau du condensateur. La boule mobile vient au contact puis est repoussée, et les deux boules qui sont identiques possèdent alors chacune une quantité d'électricité égale à $\frac{hq}{2}$. Elles se repoussent alors avec une force $\frac{(\frac{hq}{2})^2}{R^2}$ qui est mesurée par le couple de torsion $K \theta$:



$$\frac{\left(\frac{bq}{2}\right)^2}{R^2} = K \theta$$

$$\left(\frac{bq}{2}\right)^2 = R^2 K \theta$$

$$q = \sqrt{\frac{4 K \theta R^2}{b^2}}$$

Si la distance des boules est ramenée à une grandeur fixe R cette quantité d'électricité est mesurée par la racine carrée de l'angle de torsion.

Cette quantité mesure la température électrique de l'un des pôles et par suite la différence de température entre les deux pôles de la pile.

Kobbrausch a mesuré la différence de température par l'électromètre et la force électro-motrice par le galvanomètre; les mesures ont toujours été proportionnelles.

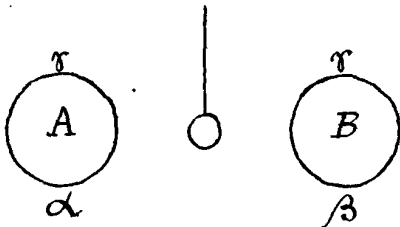
Il a mesuré par cette méthode la température en un point quelconque du conducteur et il a vérifié la loi linéaire

$$\theta = \alpha - \frac{\alpha - \beta}{l} x$$

Les expériences de Kobbrausch ont l'inconvénient d'être délicates, il est plus simple de se servir de l'électromètre de William Thomson.

Cet appareil est fondé sur la loi de Coulomb sur le produit de masses électriques.

Supposons deux corps égaux à la même température électrique γ entre les deux, et à la même distance des deux, un corps mobile chargé d'une quantité d'électricité Q .



Mettons A en communication avec une source de température électrique α qui lui cède une

quantité $q = C (\alpha - \gamma)$.

Mettons B en communication avec une source de température β qui lui cède $q' = C (\beta - \gamma)$ le corps intermédiaire est attiré par l'une et l'autre et obéit à la différence des forces

$$F = C \frac{(\alpha - \gamma) Q}{R^2}$$

$$F' = C \frac{(\beta - \gamma) Q}{R^2}$$

$$F - F' = C \frac{(\alpha - \beta) Q}{R^2}$$

La différence des deux forces est proportionnelle à la différence de température entre les deux conducteurs quelle que fut d'ailleurs leur température initiale, l'action dépend de deux coefficients l'un $\frac{C}{R^2}$ l'autre Q que nous pouvons rendre très-grands ; c'est une sorte de multiplicateur qui joue le rôle du condensateur de volta.

La forme adoptée par Thomson est la suivante :

On s'arrange de façon à ce que le corps intermédiaire se déplace assez peu pour que la valeur de R reste sensiblement la même.

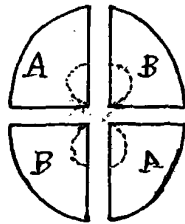
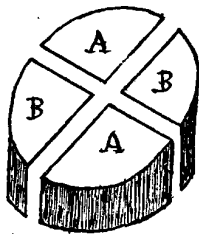
Le conducteur est formé d'une sorte de boîte cylindrique coupée suivant deux diamètres rectangulaires

Elle forme deux conducteurs AA qui seront mis en communication entre eux formeront l'un, BB sera l'autre.

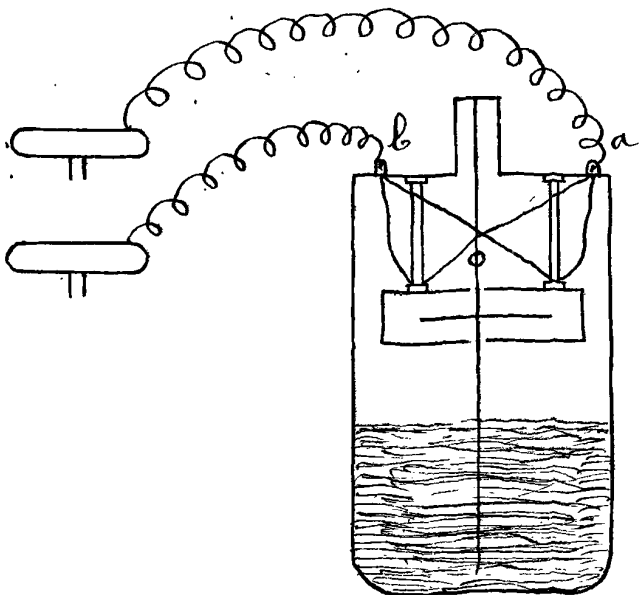
Le corps léger est une aiguille en aluminium, très légère et ayant la forme d'un 8.

L'aiguille est mise en communication avec une source de température électrique très-élevée ; elle est suspendue à un fil de torsion et soutient un fil de platine qui plonge dans de l'acide sulfurique, servant à dessécher l'appareil et formant l'armature intérieure d'une sorte de bouteille de Leyde formée par la cloche de verre qui contient l'appareil et dont l'armature extérieure est formée par une feuille d'étain.

Cette disposition permet d'accumuler beaucoup d'électricité dans l'acide sulfurique et par suite dans l'aiguille dont la charge pourra rester constante pendant très longtemps. Les quadrans sont supportés par des tiges en verre



et soutient un fil de platine qui plonge dans de l'acide sulfurique, servant à dessécher l'appareil et formant l'armature intérieure d'une sorte de bouteille de Leyde formée par la cloche de verre qui contient l'appareil et dont l'armature extérieure est formée par une feuille d'étain.



Les quadrans AA communiquent avec une même borne à BB avec une autre borne b et pour ne pas déranger l'appareil en attachant les fils aux bornes, celles-ci sont mises d'une manière constante en communication avec des conducteurs isolés.

L'aiguille porte un miroir qui réfléchira un faisceau lumineux sur une règle divisée.

Les conducteurs isolés seront mis en communication avec les deux pôles d'une pile.

Les indications de l'appareil seront proportionnelles aux différences de charge de AB.

L'action de A et celle de B sur l'aiguille s'ajoutent et tendent à la faire tourner; on fera varier la sensibilité de l'appareil en faisant varier la charge de l'aiguille.

On observera la déviation à l'aide du miroir ou d'une lunette.

Si l'on veut le double de la déviation on intervertit la communication avec les deux pôles.

On peut avec cet appareil vérifier la loi linéaire de Ohm.

On peut aussi mesurer le rapport des forces électro-motrices de divers éléments, par exemple, d'un Bunsen ou d'un Daniell.

Enfin on peut vérifier que si l'on dispose en tension plusieurs éléments, les forces électro-motrices s'ajoutent, de sorte que la force électro-motrice de l'ensemble est proportionnelle au nombre des éléments.

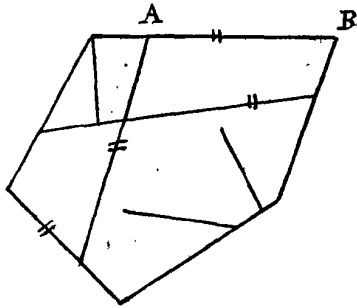
21^e Leçon.

Recherche de l'intensité du courant électrique dans un conducteur quelconque faisant partie d'un réseau comprenant des forces électro-motrices quelconques.

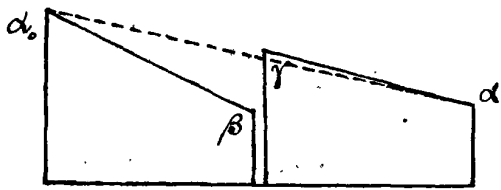
Ce problème a été résolu à l'aide de deux théorèmes dus à Kirchhoff.

Quand nous avons un conducteur linéaire composé de parties d'inégales résistances r_1, r_2, r_3, \dots nous considérerons toujours la résistance totale λ .

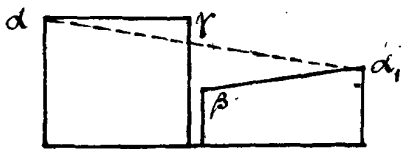
Quand dans une région AB il y a une force électro-motrice, une pile, nous réduirons toujours la force électro-motrice à un point électro-moteur, le siège de la force électro-motrice est au contact du zinc et du liquide; le reste de la pile est un simple conducteur; si les deux métaux sont attachés par le liquide il y a deux forces électro-motrices et une résistance intercalaire



Supposons un conducteur, soit α_0, α_1 les températures aux deux extrémités, s'il n'y a pas de force électro-motrice, la ligne représentative des températures électriques est une ligne droite; s'il y a une force électro-motrice, il y a une discontinuité brusque et nous avons les deux lignes $\alpha_0, \beta, \gamma, \alpha_1$



Si on renverse la pile, la différence $\gamma - \beta$ est toujours la même, mais il y a une disposition inverse, et α_0, α_1 ne sont plus les mêmes..



On convient d'appeler températures positives et températures basses les températures négatives.

On convient d'appeler températures positives et températures basses les températures négatives.

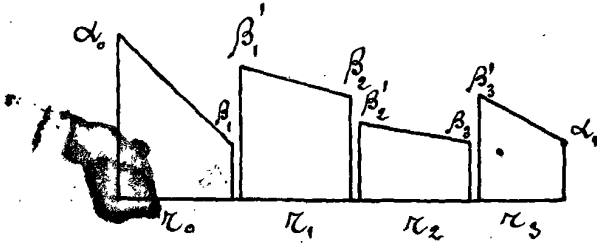
Remarque. - Dans une portion de circuit unifilaire siège d'une série de forces électro-motrices, et dont les extrémités sont à des températures électriques α_0, α_1 l'intensité du courant est représentée par l'expression:

$$i = \frac{\alpha_0 - \alpha_1 + \sum E}{\sum r}$$

Ceci est destiné à montrer qu'on peut toujours remplacer une suite de conducteurs par un conducteur unique dont la force électro-motrice

serait $\mathcal{E} = \sum E$ et la résistance unique $\lambda = \sum r$.

Portons en ordonnée les températures électriques $\beta'_1 - \beta_1$, représente la force électro-motrice E , de même pour $\beta'_2 - \beta_2$, etc....



Considérons chaque segment, l'intensité du courant est la même en chaque point du circuit et d'après la première loi de Ohm on a :

$$\begin{aligned}
 q_1 = i &= \frac{\alpha_0 - \beta_1}{r_0} = \frac{\beta'_1 - \beta_2}{r_1} = \frac{\beta'_2 - \beta_3}{r_2} = \frac{\beta'_3 - \alpha_1}{r_3} \\
 &= \frac{\alpha_0 - \alpha_1 + (\beta'_1 - \beta_1) + (\beta'_2 - \beta_2) + \beta'_3 - \beta_3}{r_0 + r_1 + r_2 + r_3}
 \end{aligned}$$

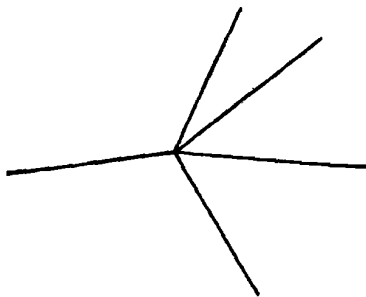
Si nous convenons de donner aux forces électro-motrices leur signe, nous avons :

$$i = \frac{\alpha_0 - \alpha_1 + \sum E}{\sum r} = \frac{\alpha_0 - \alpha_1 + \mathcal{E}}{\lambda}$$

Ceci simplifie beaucoup le problème, puisque dans un conducteur linéaire il n'y aura à considérer qu'une résistance et qu'une force électro-motrice.

Théorèmes de Kirchhoff.

1^{er} Théorème. - En chaque point de croisement de plusieurs conducteurs linéaires faisant partie d'un réseau de fils traversé par un courant électrique, la somme algébrique des intensités des courants qui traversent chacun d'eux est égale à zéro.



$$\sum i = 0$$

En effet les intensités représentent les quantités d'électricité qui passent pendant l'unité de temps,

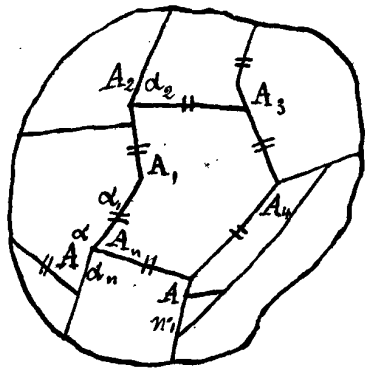
On appelle positives les intensités qui apportent de l'électricité.

On appelle négatives les intensités qui emportent de l'électricité.

Il ne peut évidemment sortir que ce qui est entré. Donc la

la somme des intensités positives est égale à la somme des quantités négatives, donc la somme algébrique est nulle.

2^e Théorème. — Si l'on considère dans un réseau de conducteurs une portion quelconque formant un contour fermé, la somme algébrique des produits de la résistance de chaque conducteur par l'intensité du courant qui le traverse est égale à la somme algébrique des forces électro-motrices du contour considéré.



J'isole par la pensée un contour fermé quelconque.

Dans chaque conducteur peut se trouver une force électro-motrice quelconque; soit A_0 sa température.

Nous aurons dans le premier conducteur une intensité i_1 . Si α_1 est la température électrique en A nous aurons d'après le lemme

$$\lambda_1 i_1 = \alpha_0 - \alpha_1 + E_1$$

$$\lambda_2 i_2 = \alpha_1 - \alpha_2 + E_2$$

$$\lambda_n i_n = \alpha_{n-1} - \alpha_n + E_n$$

$$\lambda_1 i_1 + \dots + \lambda_n i_n = E_1 + E_2 + \dots + E_n \text{ car } \alpha_n = \alpha_0$$

$$\sum i \lambda = \sum E$$

Avec ces deux théorèmes on a les équations nécessaires et suffisantes pour déterminer l'intensité dans chaque conducteur.

En effet si l'on a assez d'équations pour déterminer les intensités dans un réseau quelconque, si on ajoute un conducteur quelconque de plus, on introduit assez d'équations; ceci est facile à voir en remarquant qu'il n'y a que trois cas à considérer.

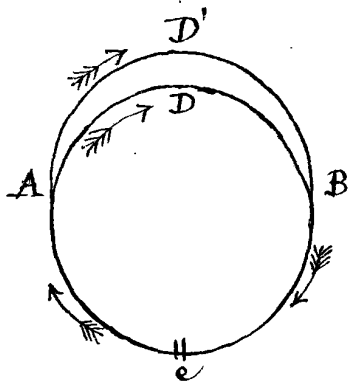
Celui où on joint un point multiple et un point quelconque, deux conducteurs, deux équations.

Celui où on joint deux points multiples, un conducteur, une

équation.

Nous n'insisterons pas davantage sur cette démonstration

Applications. — Considérons un couple voltaïque et un circuit quelconque. Introduisons un nouveau conducteur, nous avons un circuit dérivé.



Dans la portion restante du circuit primitif nous avons une intensité I , une résistance R , dans ADB et

dans $AD'B$ une résistance r , une intensité i .

Dans les problèmes pour éviter les erreurs il faut toujours donner à i un signe déterminé sauf à vérifier ce signe après la résolution des équations.

Écrivons toutes les équations que donnent dans ce cas les théorèmes de Kirchhoff.

$$1^{\text{er}} \text{ Théorème } \begin{cases} A & I + (-i) + (-i) = 0, I = i + i, \\ B & \text{-----} I = i + i, \end{cases}$$

Les deux équations sont identiques.

$$2^{\text{e}} \text{ Théorème } \begin{cases} \text{circuit } ADBC : I R + i r = E \\ \text{circuit } AD'BC : I R + i_1 r_1 = E \\ \text{circuit } ADBD' : i r - i_1 r_1 = 0 \text{ conséquence} \end{cases}$$

des deux précédentes

La dernière équation peut s'écrire $\frac{i}{i_1} = \frac{r_1}{r}$ c'est-à-dire que les intensités se partagent en raison inverse des résistances. Nous supposons connus E, R, r, r_1 , il faut trouver I, i, i_1 . On les trouve en résolvant les trois équations :

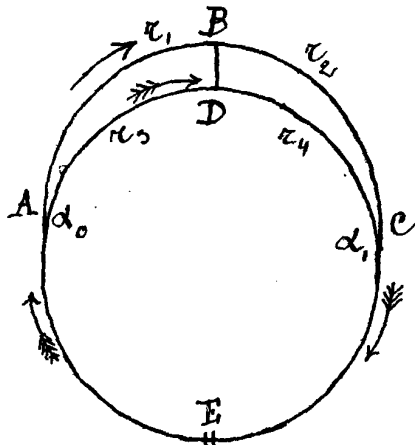
$$\begin{array}{l} I R + i r = E \quad r_1 \\ I R + i_1 r_1 = E \quad r \\ I = i + i_1 \end{array} \quad \text{d'où } \begin{cases} I = \frac{E (r + r_1)}{R r + R r_1 + r r_1} \\ i = \frac{E r_1}{R r + R r_1 + r r_1} \\ i_1 = \frac{E r}{R r + R r_1 + r r_1} \end{cases}$$

On aurait facilement la répartition des températures électriques dans les circuits dérivés.

Balace de Wheatstone. - Mesure des résistances.

Les considérations de la répartition des températures dans ces deux conducteurs dérivés conduit à un réseau très-simple

connu sous le nom de balace de Wheatstone.



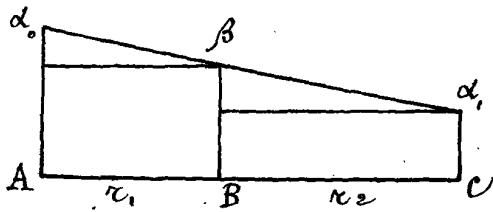
On prend deux circuits dérivés on les réunit par un conducteur BD. Si on cherche à annuler le courant qui traverse BD il existe entre les résistances r_1, r_2, r_3, r_4 la relation:

$$r_1 r_4 = r_2 r_3$$

Déployons les résistances r_1, r_2 et portons les ordonnées α_0, α_1 , la distribution des températures est figurée par une droite.

Si on prend un point B sur AC et qu'on cherche sa température on l'aura par la relation:

$$\frac{\alpha_0 - \beta}{r_1} = \frac{\beta - \alpha_1}{r_2}$$



Développons de même r_3, r_4 et prenons un point D sa température sera donnée par la relation:

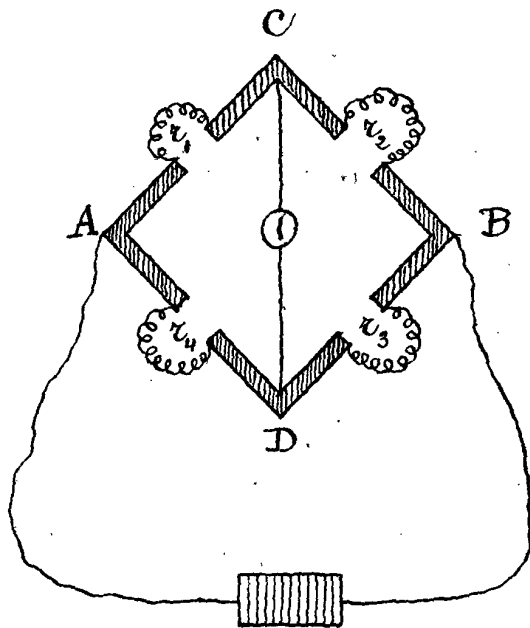
$$\frac{\alpha_0 - \beta'}{r_3} = \frac{\beta' - \alpha_1}{r_4}$$

Si dans un réseau on joint deux points dont la température électrique est la même, il n'y a aucun courant qui passe l'intensité est nulle

Supposons que $\beta = \beta'$ et divisons membre à membre les deux équations précédentes, nous obtenons la relation

$$\frac{r_1}{r_3} = \frac{r_2}{r_4} \quad r_1 r_4 = r_2 r_3$$

Cet appareil a reçu le nom de balance parcequ'on peut équilibrer les résistances.



Pour équilibrer des résistances on prend des barres de cuivre de forte section, de manière à avoir une résistance à peu près nulle, et on en forme une sorte de parallélogramme interrompu en quatre endroits.

Dans les intervalles laissés libres on fixe des fils de fer ou d'autre métal servant de résistance.

On veut savoir si entre ces résistances on a la relation

$$r_1 \cdot r_4 = r_2 \cdot r_3$$

On joint C D par un fil contenant un galvanomètre et en A B on fixe des pôles d'une pile; s'il n'y a pas de déviation la relation est satisfaite.

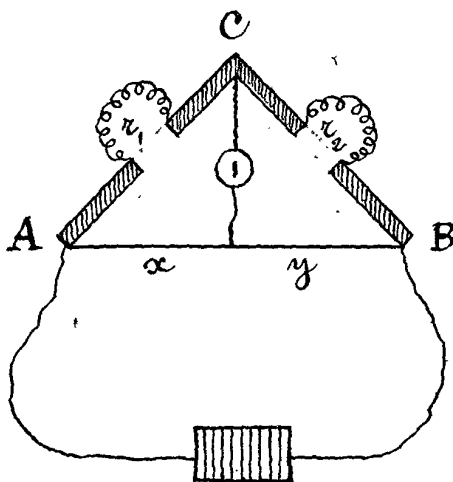
Si l'on suppose par exemple que $r_4 = r_3$ et s'il y a une déviation on saura d'après le sens de la déviation si r_1 est plus petit ou plus grand que r_2 .

On peut ainsi comparer, copier, multiplier des résistances

Pour avoir une résistance égale par exemple à 10 fois r_2 on prendra une résistance r_4 et une résistance $r_3 = 10$ fois r_4 et on cherchera à satisfaire $\frac{r_1}{r_2} = \frac{r_3}{r_4}$ alors $r_1 = 10 r_2$.

On peut toujours avoir le rapport de deux résistances r_1, r_3 ; pour cela on remplace le parallélogramme par un triangle; on place r_1 et r_2 , on remplace r_3 et r_4 par un seul fil tendu ou divisé en parties d'égale longueur.

On fixe le fil du galvanomètre en C et en un point de A B. Si la déviation est nulle on a $r_1 \cdot y = r_2 \cdot x$.



$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{x}{y}$$

On a ainsi le rapport $\frac{x_1}{x_2}$: Pour plus de sûreté on peut renverser le courant.

Autre application des équations de Kirchhoff.

Calcul de l'effet de l'accouplement des piles. Le problème est celui-ci, disposer des couples de façon à avoir l'intensité maximum.

Supposons d'abord qu'on les dispose en tension, c'est-à-dire en accouplant deux à deux les pôles de nom contraire des éléments.

Nous avons une force électromotrice E répétée n fois et un circuit de résistance R . Chaque pile a une résistance propre égale à r

Soit I l'intensité on a

$$I(R + nr) = nE$$

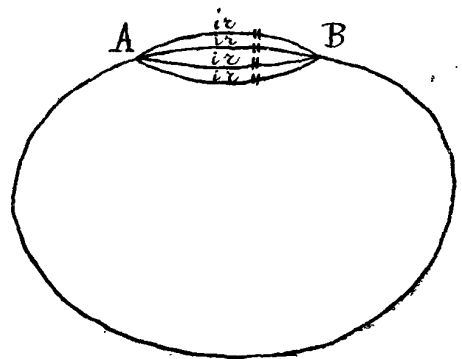
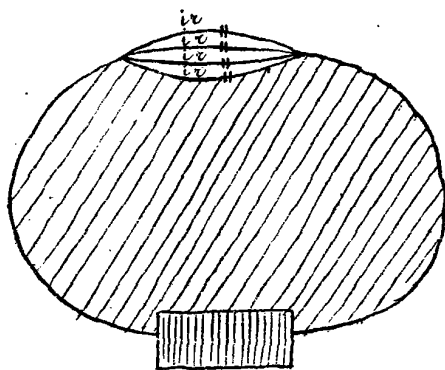
$$I = \frac{nE}{R + nr}$$

Si R est très petit et tend vers 0 il reste à la limite

$$I = \frac{nE}{nr} = \frac{E}{r}$$

Donc si R est très petit on n'a pas intérêt à avoir un grand nombre de couples; si R est très grand vis-à-vis de nr on a sensiblement $I = \frac{nE}{R}$ il vaut donc mieux prendre un grand nombre de couples.

On peut aussi disposer les couples en quantité ou en surface.



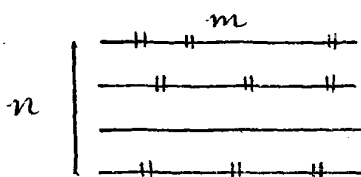
On réunit en un seul pôle tous les pôles de même nom.

1^{re} Equation $n i = I$ pour les deux points A B.

2^e Equation $I R + i r = E$ pour un circuit quelconque

$$I = \frac{n E}{n R + r}$$

Si R est très grand il reste $I = \frac{E}{R}$ il n'y a pas intérêt à avoir plus d'un couple. Si R est très-petit on a intérêt à avoir beaucoup de couples.



On pourrait encore prendre m couples répétées n fois et chercher le maximum d'intensité; ce maximum a lieu lorsque $R = \frac{n r}{m}$

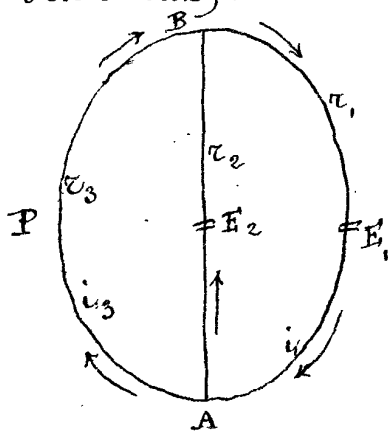
Mesure de la force électromotrice d'un élément de pile.

1^{re} Méthode d'opposition. — On peut prendre par exemple un élément Bunsen et le mettre en opposition avec un grand nombre de couples très-faibles.

Cette méthode comme la suivante est une méthode de réduction au zéro. Dans ces méthodes on emploie des galvanomètres qui n'ont pas besoin d'être bien gradués, il suffit qu'ils soient sensibles.

On les construit avec une aiguille et un miroir extrêmement légers suspendus par un seul fil de soie (galvanomètre Thomson).

2^o Méthode de compensation. Soit à avoir la force électromotrice relative de deux couples. (nous supposons qu'ils ne sont pas dans le voisinage de l'égalité, sans quoi il faudrait prendre deux de l'un d'entre eux).



On prend le couple le plus fort et on forme un circuit, soit E_1 , la force électromotrice de ce couple.

On forme un courant dérivé en joignant deux points et on y place le couple le plus faible E_2 .

On s'arrange, en changeant la résistance des différentes parties de façon à annuler le courant de

cette branche.

Soit $r_1, r_2, r_3, i_1, i_2, i_3$ les résistances et les intensités des différentes parties.

Nous devons avoir $i_2 = 0$

D'après l'équation $\sum i = 0$ il faut avoir $i_1 = i_3$

Il faut encore une relation

Prenons le contour extérieur $E B P A$ $i_1 r_1 + i_3 r_3 = E_1$

Prenons le contour $E_2 B P A$ $i_3 r_3 + \dots = E_2$ car $i_2 = 0$

Comme $i_1 = i_3$ la première relation donne $i_1 (r_1 + r_3) = E_1$,

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{r_1 + r_3}{r_3}$$

Comme r_1, r_3 sont difficiles à déterminer, on commence par amener le galvanomètre ou courant AB à être au 0, en mettant des résistances quelconques. Puis on ajoute des résistances connues ρ_1, ρ_3 de façon à amener de nouveau l'aiguille au 0 on a alors évidemment

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{r_1 + r_3}{r_3} = \frac{r_1 + \rho_1 + r_3 + \rho_3}{r_3 + \rho_3} = \text{par suite } \frac{\rho_1 + \rho_3}{\rho_3}$$

L'appareil est disposé de la manière suivante :

Un conducteur en cuivre rouge représente BA dans ce conducteur sont intercalés la pile E_2 et le galvanomètre, au point B est une borne, ou sont

fixés deux fils métalliques tendus

Sur ces fils peuvent glisser deux tubes de verre fermés par des bouchons et remplis de mercure, à ces tubes de verre sont fixés les deux pôles de la pile E_1 .

En faisant glisser ces tubes sur les fils, on augmente ou on diminue à volonté les résistances.

On commence par amener au 0 l'aiguille du galvanomètre G . Puis on fait glisser le tube T ce qui apporte la résistance ρ_1 qu'on connaît, ensuite on fait glisser T' jusqu'à ce que l'aiguille soit de nouveau au 0.

On introduit ainsi une nouvelle résistance connue ρ_3 et le rapport des forces électro-motrices est donné par la relation.

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\rho_1 + \rho_3}{\rho_3}$$

22^e Leçon.

Phénomènes calorifiques produits par les courants.

Toutes les fois qu'un courant traverse un fil, il l'échauffe; si les conditions de l'expérience sont favorables, il le porte au rouge, et peut même le fondre et le volatiliser.

Nous avons donc là un nouveau mode de mesure de l'intensité d'un courant. Nous appellerons intensité électro-thermique, la quantité de chaleur développée dans un conducteur pendant l'unité de temps.

Nous devons nous demander quelle est la relation entre l'intensité électro-thermique, et l'intensité électro-magnétique ou électro-chimique. Cette relation est exprimée par la loi de Joule.

Loi de Joule.

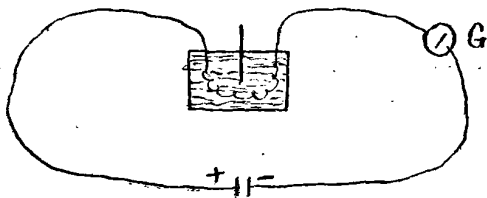
La quantité de chaleur q , dégagée pendant l'unité de temps dans un conducteur, est proportionnelle à la résistance r , et au carré de l'intensité électro-magnétique.

$$q = H r i^2.$$

Ce qu'il y a de remarquable c'est que ce coefficient H est le même, quelle que soit la nature de la résistance employée.

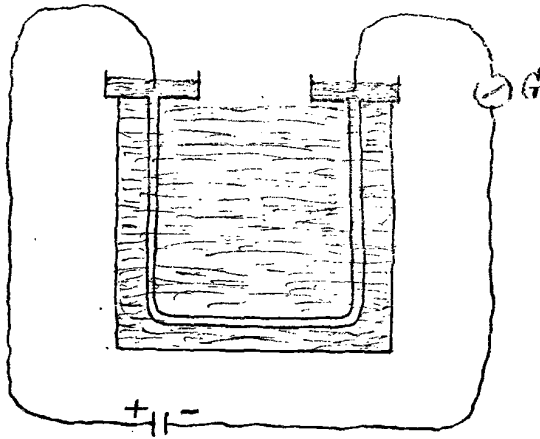
Verifications expérimentales.

La loi de Joule a été vérifiée expérimentalement par Lenz en Russie et Ed. Becquerel en France. Le circuit de la pile est formé par un gros fil dont la résistance est négligeable et par un fil très-fus



présentant une grande résistance, et plongé dans un calorimètre à eau. L'intensité électro-magnétique est mesurée par un galvanomètre, et l'élévation de température du calorimètre, par un thermomètre.

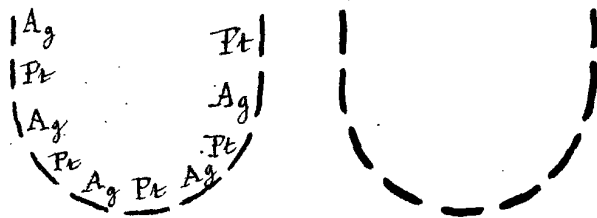
La loi de Joule s'applique non-seulement aux métaux mais encore aux liquides. Pour la vérifier dans ce dernier cas, on se sert



d'un tube en U présentant à ses parties supérieures de larges cuvettes, dans lesquelles on fait plonger les électrodes - De cette manière les gaz résultant de la décomposition du liquide se dégagent facilement tandis que si on avait fait plonger les électrodes dans la partie étroite du tube en U, les gaz restant interposés dans le circuit auraient modifié notablement les résultats par les modifications qu'ils apportent tant comme résistance

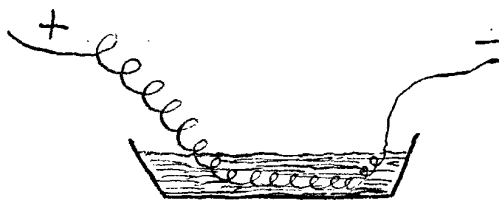
ou liquide que comme force électro-motrice de polarisation.

Expériences de Children. Pour mettre en évidence l'influence de la résistance sur la quantité de chaleur dégagée, on forme des chaînes métalliques, en alternant des chaînons de même diamètre, mais de conductibilité différente, (tels que l'argent ou le platine), ou bien des chaînons de même conductibilité, mais de diamètres différents.



Si on fait passer le courant les seuls chaînons qui rougissent sont ceux qui présentent la plus grande résistance (platine) ou le plus petit diamètre.

Expérience d'Ed. Becquerel. - Cette expérience montre les modifications que les variations de température peuvent apporter à la conductibilité des métaux;



on contourne un fil de platine de manière à former deux spirales telles que si l'on fait passer le courant, la spirale inférieure

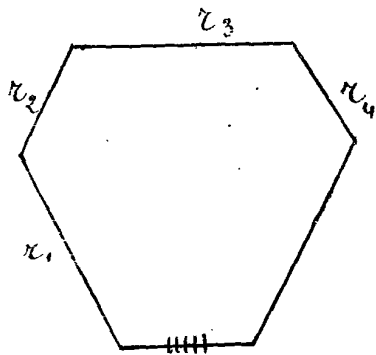
2^e Division - 1881-82

Physique - 34^e Feuille.

rougisse fortement et la supérieure à peine.

Si l'on plonge la première dans l'eau froide, l'autre rougit bien davantage. Ce phénomène qui au premier abord paraît paradoxal, tient à ce que la résistance augmente avec la température. En refroidissant la spirale inférieure, on augmente sa conductibilité et par suite l'intensité du courant, en même temps que la quantité de chaleur dégagée.

Conséquence de la loi de Joule. Prenons un circuit formé de plusieurs conducteurs de résistances r_1, r_2, r_3, \dots et soit q_1, q_2, q_3, \dots les quantités de chaleur dégagée dans chacun des conducteurs pendant l'unité de temps. Soit i l'intensité du courant. D'après la loi de Joule on a :



on a :

$$q_1 = H r_1 i^2$$

$$q_2 = H r_2 i^2$$

$$q_n = H r_n i^2$$

En ajoutant membre à membre on a pour la chaleur totale dégagée dans le r - circuit pendant l'unité de temps.

$$Q = \sum (q) = H i^2 \sum (r).$$

Mais en appelant A force électro-motrice produisant le courant, on a

$$i = \frac{A}{\sum (r)}$$

$$\sum (r) = \frac{A}{i}$$

Remplaçant $\sum (r)$ par cette valeur dans l'égalité précédente, il vient

$$Q = H i A.$$

et si l'on veut la quantité de chaleur dégagée pendant le temps t , on obtient

$$Qt = H A i t = A e$$

e désignant la quantité d'électricité, qui a passé dans le circuit pendant un temps quelconque t .

D'où la loi suivante :

La quantité de chaleur dégagée pendant un temps quelconque, dans le circuit tant intérieur qu'extérieur, est proportionnelle au

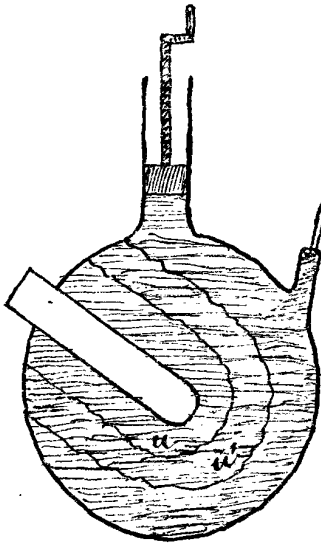
provenit de la force électro-motrice de la pile, par la quantité d'électricité, qui a passé dans le circuit.

Cette formule peut encore être généralisée, si l'on dispose des courants d'une manière quelconque on aura pour la chaleur dégagée

$$W = H \Sigma (A)e$$

$\Sigma (A)$ représentant la somme des forces électromotrices.

Vérification expérimentale. - Elle a été faite par M. Fabre à l'aide d'un calorimètre d'une forme spéciale (calorimètre de Fabre et Silbermann) appelé quelquefois thermomètre à calories. Une boule en fonte de grande dimension est pleine de mercure, et



porte un tube de verre capillaire. Des cavités cylindriques, ou mouffles peuvent recevoir les corps dégagant de la chaleur.

Le calorimètre de Fabre et Silbermann jouit de la propriété que l'augmentation de volume de la masse de mercure (augmentation qui sera observée dans le tube de verre capillaire) est proportionnelle à la quantité de chaleur absorbée, et cela quelle que soit la loi de distribution des températures.

Séparons par la pensée le mercure en petites zones u, u' , recevant des accroissements de température θ, θ' par rapport à leur température initiale. Soit $\Delta u, \Delta u'$ les augmentations de volume de ces masses, et K le coefficient de la relation du mercure.

$$\Delta u = K u \theta$$

$$\Delta u' = K u' \theta$$

$$\Sigma (\Delta u) = K \Sigma (u \theta)$$

Faisons maintenant la somme des quantités de chaleur absorbées par l'appareil. La quantité de chaleur absorbée par la zone u est

$$\Delta Q = u D C \theta'$$

et en faisant la somme.

$$Q = \Sigma (\Delta Q) = DC \Sigma (n \theta)$$

On voit donc que les quantités $\Sigma (\Delta Q)$ et $\Sigma (n)$ sont proportionnelles quelle que soit la distribution de la température.

En désignant par ω la section du tube capillaire et x la longueur dont s'est avancée l'extrémité de la colonne mercurielle, on a :

$$\omega x = \Sigma (\Delta u)$$

Donc $x = M Q$, M étant une constante.

Il est difficile de déterminer bien exactement cette constante. On verse dans le moufle un poids connu d'eau à une température donnée. On peut déterminer dans ce cas l'accroissement de volume, en même temps que la quantité de chaleur cédée au calorimètre; le quotient de ces deux quantités donne la valeur de la constante M .

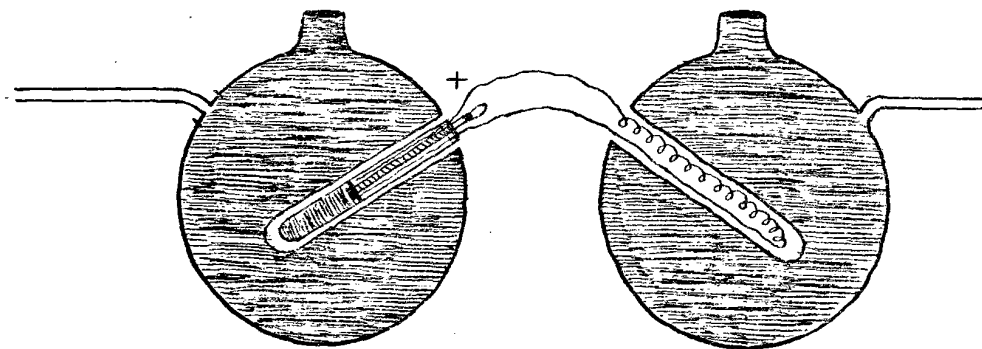
Voici comment avec cet appareil M. Fabre a pu vérifier expérimentalement l'exactitude de la formule :

$$W = H A e$$

Si nous avons dans un circuit de pile, une faible résistance, l'intensité du courant est grande; elle s'affaiblit quand on augmente les résistances; par suite on devra attendre beaucoup plus de temps dans le second cas que dans le premier, si l'on veut opérer sur des quantités d'électricité équivalentes, mais dans les deux cas, on devra obtenir la même quantité de chaleur.

M. Fabre a divisé les mesures en 2 parties. Il employait deux calorimètres semblables; dans l'un il plaçait un élément de pile et dans l'autre, le circuit extérieur, et il déterminait les quantités de chaleur cédées à chaque calorimètre.

La pile se composait simplement d'un tube de verre, fermé par un bouchon, et contenant de l'eau acidulée dans laquelle on



faisait plonger une lame de zinc et une lame de cuivre. Pour déterminer la quantité d'électricité qui passe dans le circuit on utilise la loi de Daniell, à savoir que la production d'un

équivalent d'électricité engendre la dissolution d'un équivalent de zinc et le dégagement d'un équivalent d'hydrogène. Or pour mesurer la quantité d'hydrogène dégagée, il suffit d'adopter une petite éprouvette. Voici le résultat d'une série d'expériences de M. Fabre : chaque fois il attendait jusqu'à ce qu'un gramme d'hydrogène fut dégagé.

	Circuit intérieur	Circuit extérieur	Somme
Résistance nulle	18137 calories	0	18137
Résistance variable	11690	6557	18247
	10439	7746	18185
	8381	9685	18060

La chaleur totale dégagée, est donc constante et égale sensiblement à 18200 calories.

On voit donc que la chaleur totale se partage proportionnellement aux résistances.

On peut maintenant vérifier que la chaleur totale dégagée dans un circuit est proportionnelle à la somme des forces électro-motrices. M. Favre en prenant successivement 1, 2, 3, --- Couples zinc, cuivre a vu que la quantité de chaleur dégagée devenait double, triple, etc; il a même disposé les forces électro-motrices négatives, c'est-à-dire des piles disposées en sens inverse, et il a toujours vérifié la loi de proportionnalité.

Si nous convenons de définir la force électro-motrice d'une pile, par la quantité de chaleur que celle-ci peut dégager nous ramenons la mesure des forces électro-motrices à des mesures calorimétriques.

Nous n'insisterons pas davantage sur ces considérations, et nous nous contenterons pour résumer ce sujet, d'énoncer la loi suivante.

Le courant électrique a pour effet définitif de transporter dans tout le circuit la chaleur résultant de la combinaison chimique effectuée dans l'intérieur de la pile proportionnellement aux résistances.

Ainsi contrairement à ce que pensait Volta, c'est la dissolution du zinc qui détermine la production du courant, et c'est la chaleur de combinaison qui est employée conjointement à la circulation de l'électricité et qui se répartit dans le courant proportionnellement aux résistances.

Courants thermo-électriques.

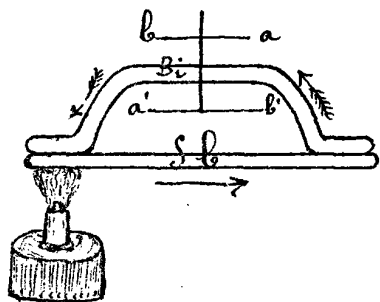
Le phénomène de production d'un courant étant accompagné

La Division - 1881-82

Physique - 11^e Feuille.

de transport de chaleur, on peut se demander, si inversement, un transport de chaleur donne de l'électricité. La question a été résolue affirmativement et l'on a donné aux courants produits par la chaleur, le nom de courants thermo-électriques. Seulement, ce qu'on ne pouvait pas prévoir à priori, c'est qu'il faut que le circuit soit hétérogène: jamais dans un circuit parfaitement homogène, la chaleur ne peut déterminer la production d'un courant.

Les courants thermo-électriques ont été découverts par Seebeck, il prenait deux lames d'antimoine et de bismuth, soudées à leurs extrémités; il chauffait l'une des soudures avec une lampe à alcool. Il se produit un courant qui va dans le bismuth de la soudure froide à la soudure chaude.

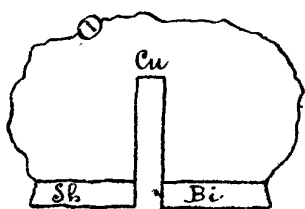


On le démontre à l'aide d'une aiguille astatique $a b$ $a' b'$ qui se met en croix avec la direction du courant; le sens du courant est donné par la position des pôles de l'aiguille.

Tous les métaux peuvent produire des courants thermo-électriques, mais d'intensité variable. En appelant métal positif, un métal qui tend à donner un courant allant de la soudure froide à la soudure chaude, on a pu ranger les métaux usuels dans l'ordre suivant.

+ Bismuth.	Etain.	Antimoine).
Mercur.	Plomb.	- Tellure.
Platine.	Zinc.	
Or.	Argent.	
Cuivre.	Fer.	

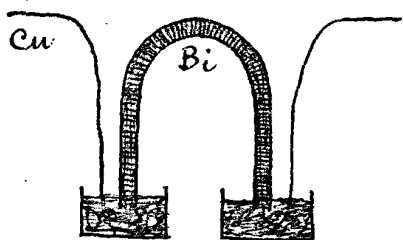
Chaque métal est négatif par rapport à ceux qui le précèdent et positif par rapport à ceux qui le suivent.



Ainsi prenons deux cylindres d'antimoine et de bismuth réunis par une lame de cuivre le circuit est complet par un fil de cuivre; un galvanomètre détermine le sens du courant?

Si je touche successivement avec la main le cuivre et le bismuth, j'obtiens des déviations de signe contraire.

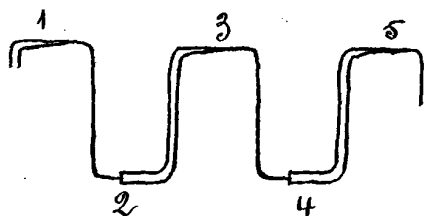
La pile thermo-électrique employée par Pouillet se composait d'un morceau de bismuth taillé en fer à cheval, soudé à deux gros fils de cuivre. L'une des soudures était portée à 100° au moyen d'eau bouillante, et l'autre était plongée dans de la glace fondante qui maintenait sa température à 0° . Or l'intensité des courants thermo-électriques est la plupart du temps proportionnelle à la différence de température des deux soudures.



Pouillet disposait donc d'une somme d'électricité rigoureusement constante, et c'est grâce à cette disposition qu'il a pu

découvrir en même temps que Ohm, la loi qui permet d'exprimer l'intensité d'un courant produit par une pile de force électro-motrice A et traversant un fil de section S de longueur l et de conductibilité C , $i = \frac{eS}{l}$. Au moment où Pouillet faisait ses expériences, on ne connaissait pas encore les piles à deux liquides, et l'on sait que les courants donnés par les piles à un seul liquide, s'affaiblissent peu à peu.

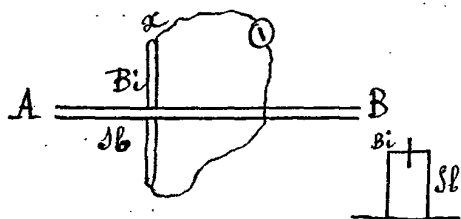
On a pu obtenir des piles thermo-électriques assez énergiques en soudant un certain nombre de lames de bismuth et d'antimoine



On dispose les éléments en tension, et l'on plonge dans l'eau bouillante toutes les soudures paires tandis que les soudures impaires restent à la température ordinaire.

Les piles électro-électriques suivent d'ailleurs les mêmes lois que les piles hydro-électriques.

Les courants thermo-électriques sont très-employés en chaleur. C'est à Melloni qu'on doit cette application. Nous avons vu l'utilisation des courants thermo-électriques dans les expériences d'Edlund, et dans l'étude de la conductibilité.



Il n'est pas nécessaire que les métaux hétérogènes soient soudés : il suffit qu'ils soient mis en communication par un conducteur. Pour obtenir la température d'un fil AB il suffit donc de

toucher deux points voisins de ce fil avec une pince thermo-électrique formée par deux lames de bismuth et d'antimoine, soudées à l'une de leurs extrémités. L'intensité du courant qui va se produire assurera la différence de température entre les points de contact et les soudures x, y .

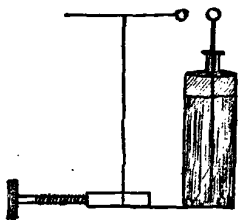
Expériences de Riess.

Nous allons terminer cette leçon en montrant l'analogie complète entre la chaleur dégagée par l'électricité statique et l'électricité dynamique.

La décharge d'une batterie dégage de la chaleur : ce phénomène avait été étudié avec soin par Riess ; les lois auxquelles il arriva furent peu remarquées : mais quand on connut les lois de Joule et qu'on les compara à celles de Riess on s'aperçut qu'elles étaient identiques.

Riess a pris des batteries de différentes formes et il cherchait à mesurer la quantité de chaleur qu'elles pouvaient dégager au moment de la décharge. Il a pu mener son travail à bonne fin parcequ'il a remarqué qu'il y avait dans l'électricité deux éléments ; la quantité, et la qualité qu'il appelait tension ; mais nous verrons que la tension correspond à la température.

Pour mesurer la quantité d'électricité contenue dans une batterie, Riess se servait de la bouteille électrométrique de Sans. L'électricité repoussée par la matière extérieure de la batterie passe dans une



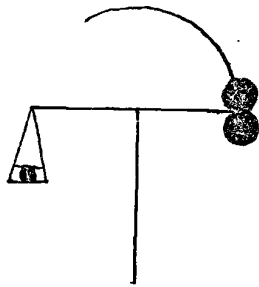
bouteille plus petite présentant une disposition particulière. L'armature externe, porte une tige et un bouton métalliques, qui se trouvent assez près du bouton correspondant à l'armature interne. Lorsque la tension électrique est suffisante une étincelle jaillit et la bouteille est ramenée à l'état neutre. De cette manière le nombre d'étincelles obtenues, peut faire apprécier à l'aide d'une unité arbitraire, la

quantité d'électricité, que contenait la batterie.

Mais la quantité ne suffit pas pour définir l'état électrique, avec les machines à frottement on obtient de grandes étincelles, tandis qu'il

les piles n'en donnent que de très-petites, bien que fournissant une beaucoup plus grande quantité d'électricité.

Riess a adopté pour la mesure de la tension, la racine carrée de la force répulsive entre deux sphères chargées par la même machine et placées à l'unité de distance. Si une des sphères étant fixe, l'autre mobile était fixée au fléau d'une balance, un contrepoids lui faisant équilibre. Soient m m' les masses électriques des deux sphères, r leur distance et \mathcal{F} l'action répulsive



$$\mathcal{F} = \frac{m m'}{r^2}$$

Les deux sphères étant égales, on a $m = m' = p$ et on prend $r = 1$

$$\mathcal{F} = p^2 \quad \sqrt{\mathcal{F}} = p$$

Je dis que ce mode d'évaluation de Riess donne précisément ce que nous avons appelé température électrique. Nous avons vu que l'accroissement de température est proportionnel à la quantité de chaleur absorbée.

$$q = c (\theta - \theta_0)$$

De même la température électrique est proportionnelle à la quantité d'électricité accumulée. C'est précisément p ou $\sqrt{\mathcal{F}}$.

Ce raisonnement est basé sur une assimilation entre la chaleur et l'électricité : nous avons vu qu'elle était permise dans le cas des piles. En est-il de même dans le cas des batteries ? Une expérience faite par Riess, montre l'exactitude de l'hypothèse.

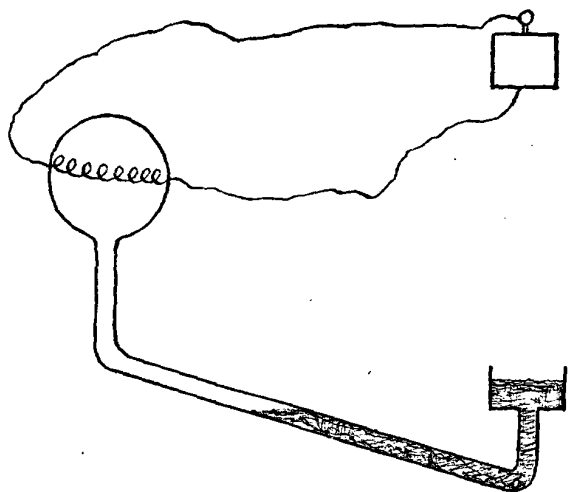
Sur des condensateurs formés de lames isolantes de faible épaisseur et sensiblement identiques, les tensions sont proportionnelles aux quantités d'électricité accumulées, et en raison inverse des surfaces condensantes

$$T = \frac{Ke}{S}$$

La surface condensante d'une batterie est tout à fait analogue à la capacité calorifique d'un corps. Si une capacité calorifique est double d'une autre, il faut fournir au premier corps deux fois plus de chaleur, pour élever sa température d'une même quantité.

Riess réduisait le circuit à un seul conducteur présentant une grande résistance. Pour mesurer la quantité de chaleur dégagée

Dans la décharge d'une batterie, il a imaginé un thermomètre particulière qui porte son nom, et qui au fond, est identique au calorimètre de Favre et Silbermann. — Il se compose d'une boule de verre recouverte par une spirale de platine. A cette boule est soudé un tube de verre capillaire, recourbé deux fois et se terminant à sa partie supérieure par une cuvette plus large. La partie recourbée est remplie par un liquide. Si l'on fait passer la décharge d'une batterie dans la spirale de platine, le déplacement du liquide dans la branche inclinée donne la quantité de chaleur dégagée.



ainsi Riess mesurait la quantité d'électricité par la bouteille électro-métrique de Lane, la quantité par la balance, et la quantité de chaleur par son thermomètre. Le circuit de décharge restant le même, et les batteries seules variant, la chaleur dégagée q dans le conducteur du thermomètre est proportionnelle au carré de la quantité d'é-

lectricité, e , et en raison inverse de la surface de la batterie S .

$$Q = \frac{M e^2}{S}$$

Sous cette forme la loi de Riess n'aurait aucun intérêt, mais quand on a reconnu que la surface de la batterie peut être exprimée en fonction de la tension ou de la température électrique, la loi prend un tout autre caractère.

La tension $\tau = k \frac{e}{S}$

Maïs $q = M e \frac{e}{S} = M' e \tau$

La quantité de chaleur est proportionnelle à la différence de température aux deux armatures.

Les lois de Riess et de Joule sont donc identiques au fond

(23^e Leçon)

23^e Leçon.

Coulomb a transporté en électricité la loi de Newton pour la gravitation universelle ; la force varie proportionnellement au produit des masses et en raison inverse du carré de la distance $F = -K \frac{m m'}{r^2}$. - Et la quantité m , la masse électrique, il l'a définie d'après cette loi en prenant pour unité de masse la masse électrique qui, agissant sur une masse identique à l'unité de distance, produit l'unité de répulsion.

Pour que cette définition puisse être acceptée, il faut vérifier la loi, en faisant varier r d'une part, et de l'autre les valeurs relatives de m et m' . - C'est ce qui se fait au moyen de la balance de Coulomb.

Une petite sphère en moelle de sureau est fixe ; une autre est fixée à l'extrémité d'une aiguille en gomme laque (de longueur) suspendue par un fil de torsion à un micromètre : les deux masses sont primitivement en contact, le micromètre étant tourné d'un angle τ . Puis la boule fixe est électrisée ; introduite dans la

balance, les deux boules se partagent l'électricité, l'aiguille tourne d'un angle δ , et on a, en égalant deux expressions du moment de la force F ,

$$Fl \cos \frac{1}{2} \delta = K (\tau + \delta)$$

1°. Loi du produit des masses.

Sans savoir ce que c'est qu'une masse nous pouvons la partager en deux parties égales, en mettant en contact deux sphères absolument identiques, - et d'une façon générale en n parties égales : il suffit de disposer symétriquement n sphères identiques ; de façon qu'il n'y ait aucune différence de position relative. -

Ceci étant, on fait une première expérience, les deux boules

étant chargées chacune de la quantité M ; puis on en fait une deuxième avec une quantité $\frac{M}{2}$, l'angle τ étant calculé de façon qu'on ait la même déviation, la même distance entre les deux boules que dans le premier cas. Sa valeur de la torsion $\tau + \delta$ devra être 4 fois moindre dans le 2^e que dans le 1^{er} cas.

2^o Loi du carré des distances.

Nous changerons la distance en faisant varier τ , la torsion primitive, la distance est $r = 2l \sin \frac{1}{2} \delta$.

Il faut vérifier que le produit $F r^2$ est constant (les masses restant les mêmes), c'est-à-dire que

$$(\tau + \delta) \operatorname{tg} \frac{1}{2} \delta \sin \frac{1}{2} \delta = \text{Constante}$$

L'humidité de l'air gênerait les observations.

On met de l'acide sulfurique en masse plus ou moins grande dans la cage, et on y fait de plus plonger une boule suspendue au-dessous de l'aiguille, ce qui a l'avantage d'amortir les oscillations.

Conséquence. — On démontre mathématiquement que :

Si l'électricité est un fluide parfaitement mobile, exerçant sur les molécules des actions attractives ou répulsives en raison directe des masses et en raison inverse du carré de la distance l'électricité est toute à la surface.

On peut démontrer inversement (Tomé II du Journal de physique, page 418) que :

Si l'électricité se porte à la surface, la loi élémentaire de actions ne peut être autre que celle de Coulomb.

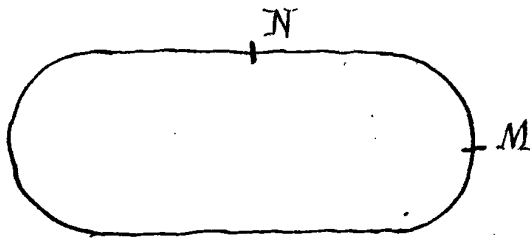
Distribution de l'électricité

On appelle densité électrique ou épaisseur électrique en un point la quantité d'électricité par unité de surface. Pour mesurer la densité Coulomb a imaginé le procédé du plan d'épreuve. Ce plan d'épreuve est une petite lame de clinquant tenue par un manche isolant, qui emporte une quantité d'électricité proportionnelle à celle qui se trouve sur cet élément; ce fait se démontre en étudiant les charges d'une sphère électrisée, on touche successivement cette sphère avec une autre sphère égale et à l'état

neutre et on trouve que les quantités d'électricité enlevées par les plans d'épreuve sont bien dans les rapports $1 \frac{1}{2} \frac{1}{4} \frac{1}{8}$ ----- On démontre au moyen de ce plan d'épreuve que le rapport des quantités d'électricité en deux points d'un conducteur est indépendant de la charge. Ainsi pour un ellipsoïde les quantités d'électricité aux sommets sont proportionnelles aux longueurs des axes.

Ces expériences présentaient des difficultés provenant de la dépendance pour l'air et par les supports. Coulomb élimina les erreurs auxquelles elle pouvait donner lieu en faisant des observations croisées.

Pour cela il appliqua le plan d'épreuve en M puis en N; il l'appliqua ensuite une seconde fois en M, en laissant le même temps entre deux observations consécutives



(Il admettait que la dépendance était proportionnelle au temps.)

Soient q, q', q'' , les quantités révélées par le plan d'épreuve; le rapport des quantités d'électri-

cité en M et N était donné par $\frac{q+q''}{2q'}$. C'est la méthode des contacts alternatifs.

Supposons que l'on mette en contact deux corps chargés d'électricité chargeons par exemple un conducteur avec un électrophore en approchant chaque fois le plateau de la même manière; désignons par Q_1, Q_2 ----- les quantités d'électricité qui se trouvent à la fois sur le plateau et le conducteur à chaque contact. La distribution relative sera toujours la même; si α est le rapport entre la quantité d'électricité qui se trouve sur le conducteur et la quantité totale qui se trouve sur les deux corps, on a en général au $n^{\text{ème}}$ contact

Quantité totale	sur le conducteur	sur le plateau
Q_n	$Q_n \alpha$	$Q_n (1-\alpha)$

Mais on peut facilement déterminer Q_n en allant de proche en

proche			
Au 1 ^{er} Contact	$Q_1 = q + 0$	$Q_1 \alpha$	$Q_1 (1-\alpha)$
au 2 ^e 'il	$Q_2 = q + Q_1 \alpha$	$Q_2 \alpha$	$Q_2 (1-\alpha)$

Au $n^{\text{ème}}$ 'il	$Q_n = q + Q_{n-1} \alpha$	$Q_n \alpha$	$Q_n (1-\alpha)$

Pour avoir l'expression de Q_n , multiplions les équations

ci-dessus respectivement par $\alpha^{n-1}, \alpha^{n-2}, \dots, \alpha, 1$. Il vient

$$Q_n = q (1 + \alpha + \dots + \alpha^{n-1})$$

Pour n infini on a

$$Q_\infty = \frac{q}{1-\alpha}$$

et la limite de charge du conducteur est $\frac{q\alpha}{1-\alpha}$; le plateau conserve $\frac{q(1-\alpha)}{(1-\alpha)} = q$: il remporte sa charge.

C'est là un résultat général. Avec une source d'électricité constante on ne peut charger un conducteur que de la quantité $\frac{q\alpha}{1-\alpha}$, α étant la capacité électrique relative du conducteur vis à vis de l'ensemble du conducteur et du corps qui sert à apporter la charge. Ce phénomène est analogue à celui qui se produit en chaleur; avec une source de température donnée on ne peut céder à un conducteur qu'une quantité déterminée de chaleur.

Cherchons quel est l'élément qui préside au partage de l'électricité.

Nous allons arriver à définir la température de l'électricité comme nous avons défini celle de la chaleur, mais remarquons qu'en chaleur la première notion qui se soit présentée est celle de température et que celle de quantité en a été une conséquence; tandis qu'en électricité c'est la notion de quantité qui nous a conduit à celle de qualité.

Si on cède à un corps une quantité q de chaleur, c étant sa capacité calorifique et θ l'élevation de température; on a:

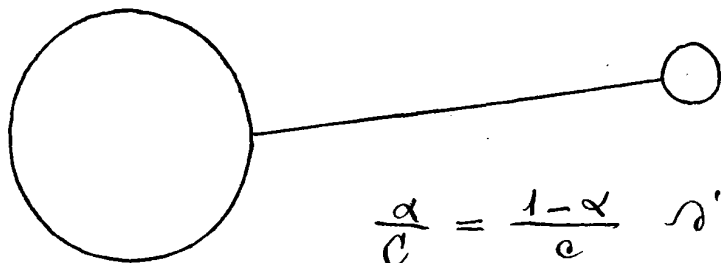
$$q = c \theta \quad \text{d'où} \quad \theta = \frac{q}{c}$$

En électricité, en désignant par Q , C et V les quantités correspondantes à q , c et θ , nous avons

$$Q = CV, \quad \text{d'où} \quad V = \frac{Q}{C}$$

On voit que pour un même conducteur la température électrique est proportionnelle à la quantité d'électricité. La valeur de C dépend du volume du conducteur tandis que celle de C ne dépend que de sa surface; de plus la chaleur ne se transmet facilement qu'au contact et l'électricité se produit à distance; aussi dans la mesure des températures et des capacités électriques on réunit par un long fil les deux conducteurs sur lesquels on opère, afin d'éviter leur influence

reciproque. Si on désigne par C et c les capacités électriques de ces deux conducteurs, le partage se fait proportionnellement aux capacités; on a:



$$\frac{\alpha}{C} = \frac{1-\alpha}{c} \quad \text{d'où} \quad \frac{C}{c} = \frac{\alpha}{1-\alpha}.$$

Dans le cas de sphères le plan d'épreuve permet de déterminer α et cette formule donne la valeur de $\frac{C}{c}$.

Pour aller plus loin l'assimilation et écrivons l'équation d'équilibre on a

$$C(\tau - \theta) = c(\theta - t)$$

Désignons par C, c, V, v_0 et v les éléments correspondant en électricité:

$$\text{on a} \quad C(V - v) = c(v - v_0)$$

On peut supposer $v_0 = 0$; il suffit pour cela que l'un des conducteurs sur lesquels on opère soit en communication avec le sol.

Les formules se réduisent alors à

$$V = \frac{C}{c+C} V_0 = V_0 \frac{1}{1 + \frac{c}{C}}$$

Il n'entre dans cette équation que $\frac{c}{C}$; on aura donc en mesurant V et V_0 un moyen de calculer les capacités électriques.

Si dans cette expérience, on prend une sphère petite, celle qui sert dans la balance de Coulomb par exemple, avec un conducteur relativement considérable C étant très-petit par rapport à C , l'équation se réduit à

$$C \quad v = V_0$$

La température électrique du conducteur est alors mesurée par la quantité d'électricité qui est sur la petite sphère, si on suppose son rayon égal à l'unité.

D'une manière générale, si on cherche pour un conducteur donné sa température et sa capacité électrique entre les deux, inconnues $\frac{c}{C}$ et V_0 , on a au moyen de l'expérience précédente:

l'égalité :
$$V \left(1 + \frac{c}{C}\right) = V_0$$

dans laquelle on mesure V . Recommencant l'expérience après avoir mis la sphère d'épreuve en communication avec le sol on a une température finale V' et

$$V' \left(1 + \frac{c}{C}\right) = V_0$$

Ces deux équations suffisent. On en tire d'abord

$$\frac{V - V'}{V'} = \frac{V_0 - V_0}{V} \quad V_0 = \frac{V^2}{V'}$$

et d'ailleurs
$$\frac{c}{C} = \frac{V - V'}{V'}$$

Ces expériences ont conduit en outre à deux résultats importants :

1^o La capacité électrique d'une sphère est proportionnelle à son rayon ; celle de la terre peut être regardée comme ∞ .

2^o Il importe peu d'établir la communication lointaine par un point ou un autre des deux conducteurs sans quoi la capacité des deux conducteurs en contact est modifiée par leur présence mutuelle d'une manière différente suivant le point de contact.

24^e Leçon.

Principes de la théorie mathématique de la distribution de l'Électricité. - Interprétation de la température électrique.
- Potentiel. -

On peut à l'aide des principes généraux de la mécanique et la loi de Coulomb arriver à retrouver théoriquement les lois que nous avons étudiées expérimentalement jusqu'ici : les lois de Ohm, de Riess et de Joule. Voici un résumé succinct de cette théorie.
Nous parlons de la loi fondamentale de Coulomb exprimée

par l'équation $F = - \frac{m m'}{r^2}$. F' étant la force qui s'exerce entre les masses électriques m et m' situées à la distance r l'une de l'autre.

Première Conséquence: l'électricité se porte à la surface des corps, les masses s'écartent le plus possible, s'accablent à la surface: on peut établir ce résultat mathématiquement: mais, pour abréger, nous nous contenterons de l'énoncer.

Quelle est la condition à laquelle doivent satisfaire les masses électriques pour se mettre en équilibre?

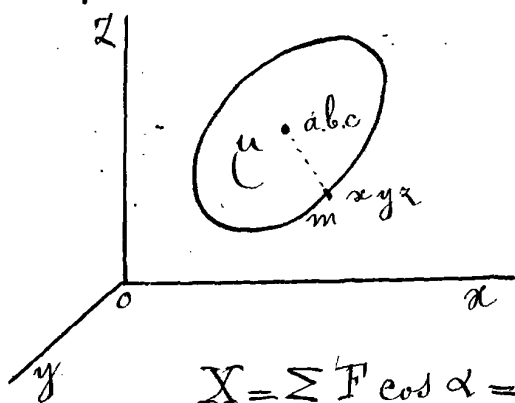
Théorème. - Pour qu'il y ait équilibre sur un conducteur il faut que la résultante des actions exercées par les masses distribuées à la surface sur un point intérieur soit nulle; autrement dit, que le potentiel intérieur des masses électriques soit constant.

S'il y a équilibre, il n'y a pas de mouvement et comme les molécules sont mobiles il n'y a ni attraction ni répulsion sur un point intérieur.

S'il y avait attraction, il y aurait une décomposition de fluide neutre à l'intérieur, il faut que la résultante soit nulle.

J'isole une masse électrique $m(x, y, z)$ prise sur la surface du conducteur c'est-à-dire satisfaisant à l'équation de cette surface $\phi(x, y, z) = 0$

Soit un point $M(a, b, c)$ intérieure quelconque de masse électrique μ . L'action es $F = - \frac{\mu m}{r^2}$ et on a:



$$r^2 = (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2$$

Les composantes suivant les axes sont à cause des relations:

$$\cos \alpha = \frac{x-a}{r} \quad \cos \beta = \frac{y-b}{r} \quad \cos \gamma = \frac{z-c}{r}$$

$$X = \sum F \cos \alpha = - \sum \frac{\mu m}{r^2} \cdot \frac{x-a}{r} = - \mu \sum \frac{m(x-a)}{r^3}$$

$$Y = - \mu \sum \frac{m(y-b)}{r^3}$$

$$Z = - \mu \sum \frac{m(z-c)}{r^3}$$

a, b, c étant des constantes quelconques soumises à une condition: celle que le point M soit intérieure au corps. On aura:

2^e Division - 1881-82

Physique - 38^e Feuille.

$$X = 0 \quad Y = 0 \quad Z = 0$$

Ces trois conditions peuvent se réduire à une seule. En effet, supposons a, b, c variables, x, y, z étant fixes on a :

$$r \, dr = -(x-a) \, da - (y-b) \, db - (z-c) \, dc$$

$$\text{D'où } \frac{dr}{da} = - \frac{x-a}{r} = - \cos \alpha$$

$$\frac{dr}{db} = - \frac{y-b}{r} = - \cos \beta$$

$$\frac{dr}{dc} = - \frac{z-c}{r} = - \cos \gamma$$

$$\text{Donc } \sum \frac{m}{r^2} \cdot \frac{dr}{da} = 0 \quad \text{et par suite } \sum \frac{d}{da} \frac{m}{r} = 0$$

$$\sum \frac{m}{r^2} \frac{dr}{dc} = 0 \quad \sum \frac{d}{db} \frac{m}{r} = 0$$

$$\sum \frac{m}{r^2} \cdot \frac{dr}{dc} = 0 \quad \sum \frac{d}{dc} \frac{m}{r} = 0$$

Soit $V = \sum \frac{m}{r}$, V est une fonction de x, y, z, a, b, c et m de 6 variables au moins ; car x, y, z sont liés par une relation (l'équation de la surface). Les dérivées partielles de V en a, b, c sont nulles ; donc V est constant en a, b, c ; pour tout point M intérieur au conducteur, V a la même valeur.

Cette condition est nécessaire. On démontre aisément qu'elle est suffisante.

La fonction V est ce qu'on appelle le potentiel électrique, relativement au point a, b, c . Comme il est le même en tous les points d'un conducteur en équilibre électrostatique on peut dire le potentiel d'un conducteur sans désigner le point. — Il est souvent facile de le calculer lorsque la distribution est connue.

Si nous avons en plusieurs conducteurs en présence, l'équilibre électrostatique de chacun d'eux dépendrait non seulement des masses électriques de ce conducteur, mais des conducteurs voisins. Le potentiel a une valeur constante dans chaque conducteur, différente lorsqu'on passe de l'un à l'autre.

Théorème 2. — Le potentiel des masses électriques par rapport à un point extérieur quelconque, a', b', c' , n'est pas constant et ses dérivées sont les composantes de l'action électrique exercée sur une unité de masse qui se tiendrait en a', b', c' .

Ainsi les dérivées du potentiel représentent des forces. Les composantes sont :

$$X = - \sum \frac{m \mu}{r^2} \times \frac{x-a'}{r} = \frac{dV}{da'} \text{ pour } \mu = 1$$

$$Y = \frac{\partial V}{\partial b'}$$

$$Z = \frac{\partial V}{\partial c'} \quad \text{C. Q. F. D}$$

Théorème 3. — Le potentiel électrique représente ce que nous avons nommé la température électrique ; autrement dit, la différence des potentiels électriques de deux conducteurs, est la cause du partage de l'électricité.

Nous sommes arrivés à la notion de qualité d'électricité et de température électrique de bien des manières. Nous avons montré que si un conducteur est en communication lointaine avec un électromètre, le partage ne dépend pas du point qui établit la communication ; donc la température électrique du conducteur reste la même en tous ses points comme le potentiel. Nous mettons par un fil conducteur deux corps électrisés de potentiels $\sum \frac{m}{r}$ et $\sum \frac{m'}{r'}$ en communication lointaine. En un point du second conducteur il n'y aura pas déplacement d'électricité car dans le potentiel total, somme des actions $\sum \frac{m}{r} + \sum \frac{m'}{r'}$ $\sum \frac{m}{r}$ est négligeable à cause des grandes valeurs de r .

Plaçons-nous en un point de jonction a, b, c. Au moment que l'équilibre est établi, il n'y a plus transport d'électricité ; les deux corps forment un seul conducteur ; au point de jonction on doit avoir un potentiel identique à celui des points voisins.

$$\text{Or } dV = \frac{\partial V}{\partial a} da + \frac{\partial V}{\partial b} db + \frac{\partial V}{\partial c} dc \dots \text{ Donc}$$

$$\frac{dV}{da} = 0 \quad \frac{dV}{db} = 0 \quad \frac{dV}{dc} = 0$$

Et si le potentiel varie, ces trois composantes de la force ne sont pas nulles toutes les trois ; il n'y aura action répulsive ou attractive et il y aura transport d'électricité. Donc lorsque le potentiel est constant il n'y a pas partage d'électricité la température électrique est donc constante et là où il varie, elle varie aussi. Ces deux causes du transport de l'électricité sont assimilables. Nous verrons de plus qu'elles ont même mesure.

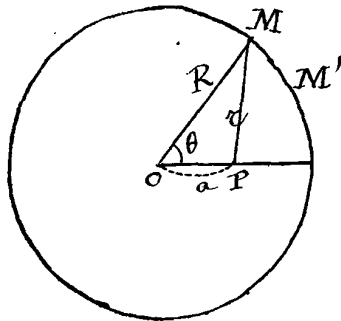
Théorème 4. - Le potentiel est proportionnel à la charge totale du conducteur.

Un élément quelconque de la surface est chargé d'une masse m si l'on multiplie en chaque point la masse électrique par K , l'équilibre électrique ne sera pas rompu car $\sum \frac{m}{r}$ sera une somme de termes K fois plus grand et l'on aura toujours $\frac{dV}{da} = 0$ $\frac{dV}{db} = 0$ $\frac{dV}{dc} = 0$ la charge totale sera seulement devenue K fois plus grande comme le potentiel V ; le potentiel est donc proportionnel à la charge.

Corollaire. Si le potentiel devient K fois plus grand, en chaque point la masse devient K fois plus grande. La densité en chaque point est donc proportionnelle à la charge; on retrouve ainsi une des lois expérimentales de Coulomb.

Cas de la sphère.

C'est le plus simple qu'on puisse se proposer puisque la raison de symétrie fait connaître la distribution.



La densité électrique e est la même en tous les points.

La zone décrite par MM' tournant autour de OP est $2\pi R \sin \theta \times R d\theta$.

L'action sur P est :

$$\frac{2\pi R \sin \theta \cdot R d\theta \cdot e}{r}$$

S'il n'y a en m qu'une unité d'électricité.

$$\text{Le potentiel est } V = \int_{\theta=0}^{\theta=\pi} e \frac{2\pi R \sin \theta R d\theta}{r}$$

$$\text{mais } r^2 = a^2 + R^2 - 2aR \cos \theta$$

$$\text{D'où } r dr = aR \sin \theta d\theta \text{ ou } \frac{R \sin \theta d\theta}{r} = \frac{dr}{a}$$

$$\text{et } V = \int_{r_0}^{r_1} \frac{2\pi R dr}{a} e = \frac{2\pi R}{a} e \int_{r_0}^{r_1} dr = 2\pi \frac{R}{a} e (r_1 - r_0)$$

nous avons changé de variable en substituant r à θ .
 mais $r_1 = r + a$ $r_2 = r - a$ et $V = 4\pi R \epsilon$ il est bien indé-
 pendant de a .

Preons le potentiel au centre; c'est:

$\sum \frac{m}{r} = \sum \frac{m}{R} = \frac{\sum m}{R}$ mais $\sum m = \epsilon \times 4\pi R^2$ car $4\pi R^2$
 est la surface de la sphère. Donc;

$$V = 4\pi \frac{R^2}{R} \epsilon = 4\pi R \epsilon.$$

C'est la plus simple façon de calculer le potentiel d'une
 sphère seule isolée.

Supposons P extérieur à la sphère. On aura $r_1 = R + a$ $r_2 =$
 $a - R$.

D'où $V = \frac{4\pi R^2 \epsilon}{a}$. Calculons les composantes de l'action
 électrique $\frac{dV}{db} = 0$ $\frac{dV}{dc} = 0$ $\frac{dV}{da} = -\frac{4\pi R^2 \epsilon}{a^2}$. Donc

l'action est la même que si la masse $4\pi R^2 \epsilon$ était concentrée
 au centre.

Soit M la quantité d'électricité de la sphère, $\frac{M}{R}$ son poten-
 tiel il varie proportionnellement à la charge et en raison du
 rayon.

On a: $M = RV$ on avait trouvé $M = \theta C$. Or la capacité
 est proportionnelle au rayon, nous l'avons trouvé dans la
 dernière leçon. Donc V est proportionnel à θ . Or le potentiel
 d'un corps se peut mesurer en mettant une petite sphère en
 communication lointaine avec un conducteur. Donc on a des quan-
 tités proportionnelles.

Relations entre le potentiel électrique et le travail
 des forces électriques.

Théorème 5. - Le potentiel électrique d'un conducteur
 par rapport à un point intérieur ou extérieur, est égal au
 travail que produiraient les actions des masses électriques sur
 une masse électrique égale à l'unité venant de l'infini jus-
 qu'au point considéré.

Ainsi, en ce point M , la fonction $\sum \frac{m}{r}$ n'est autre que

L'expression du travail exercé par les forces électriques sur ce point M .
Si ce point est infiniment loin les masses électriques n'ont pas d'action, mais quand il s'approche l'action naît et grandit, le point d'application de la force se déplace, donc il y a travail accompli.

L'expression du travail de la force XYZ agissant sur le point a, b, c qui se déplace, $a + da, b + db, c + dc$ étant la position infiniment voisine, on a :

$$d\tau = X da + Y db + Z dc$$

mais ici XYZ , sont les données partielles du potentiel

$$\text{D'où : } d\tau = \frac{dV}{da} da + \frac{dV}{db} db + \frac{dV}{dc} dc = dV$$

Le travail total est $\tau = V_1 - V_0$ mais $V_0 = 0$ si les distances à la première position sont infinies

$$\text{Donc } \tau = V_1$$

Donc le potentiel représente un travail, et ses dérivées des forces.

Corollaire I. Le travail exercé sur une masse m d'électricité qui passe du potentiel V au potentiel V_1 est représenté par $\tau = m (V_0 - V_1)$.

Corollaire II. Une masse électrique qui se déplace sur la surface d'un conducteur électrisé en équilibre ne produit aucun travail, car $V_0 = V_1$.

Corollaire III. Le déplacement relatif du conducteur considéré donne seul le potentiel; que ce soit le 1^{er} conducteur qui se soit approché du 2^e, ou le 2^e du premier le potentiel du premier conducteur est toujours égal au travail des forces pendant le déplacement.

Théorème 6. - L'énergie d'un système de deux conducteurs possédant des quantités d'électricité égales à q_1 et q_2 , à des potentiels respectivement V_1 et V_2 est égal à

$$\tau = \frac{1}{2} q_1 V_1 + \frac{1}{2} q_2 V_2$$

L'énergie est le travail disponible ou le travail effectif pour avoir des masses électriques en équilibre.

Quel est le travail effectué pour amener les masses électriques dans leurs positions ? Soit μ l'une des masses de q_2 et m l'une des masses qui forment q_1 . Le travail de la masse μ est :

$$\Sigma(\mu \Sigma \frac{m}{r}) = \Sigma(\mu V_2) = V_2 \Sigma \mu V_2 q_2$$

Le travail de toutes les masses m est $V_1 q_1$; on serait tenté d'écrire que le travail total est égal à $V_1 q_1 + V_2 q_2$; mais il n'en est que la moitié, chaque évaluation ayant été faite deux fois :

En effet le potentiel de la masse m par rapport à la masse μ qui entre dans la seconde somme, $V_2 q_2$ ou le travail $\frac{m \mu}{r}$, a été compté deux fois : d'abord dans l'évaluation de $\Sigma \frac{\mu}{r}$, et ensuite dans $\mu \Sigma \frac{m}{r}$. Donc le travail total est :

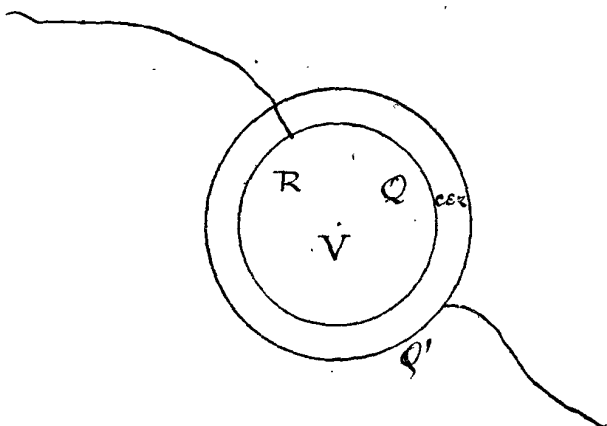
$$T = \frac{1}{2} (V_1 q_1 + V_2 q_2)$$

La démonstration s'applique à un nombre quelconque de conducteurs le facteur numérique est toujours $\frac{1}{2}$.

Corollaire. Lorsqu'un système de deux conducteurs chargés de masses q_1 et q_2 , ayant les potentiels V_1 et V_2 soit éloigné ou rapproché l'un de l'autre ; leurs potentiels deviennent V_1' et V_2' . On dépense du travail dans le premier cas, le travail étant $\frac{1}{2} (q_1 V_1 + q_2 V_2)$ dans le second cas $\frac{1}{2} (q_1 V_1' + q_2 V_2')$ et la variation du travail est :

$$\frac{1}{2} (q_1 (V_1' - V_1) + q_2 (V_2' - V_2))$$

Considérons le cas d'une bouteille de Leyde sphérique qui nous va représenter les batteries de



Priest : nous la considérons comme formée par 2 sphères concentriques l'une de rayon R l'autre de rayon $R + e$, l'extérieure est en communication avec le sol ; l'intérieure en communication avec une source d'électricité ; c'est - à - dire une machine capable de donner des quantités

indéfinies d'électricité à une température V électrique constante. Prenons le potentiel d'un point intérieur; il est égal à V . Le potentiel de l'armature intérieure est $V = \frac{Q}{R} + \frac{Q'}{R+E}$ car il est intérieur aux deux sphères.

Sur la sphère extérieure prenons un point. Pour la sphère de rayon R c'est un point extérieur à une distance $R + E$ du centre. Le potentiel provenant de cette sphère est $\frac{Q}{R+E}$ et sur la sphère extérieure le potentiel est $\frac{Q'}{R+E}$. Donc le potentiel total qui est nul à cause de la communication avec le sol donne :

$$\frac{Q}{R+E} + \frac{Q'}{R+E} = 0$$

ou bien $Q = -Q'$

d'où $V = Q \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R+E} \right) = \frac{Q E}{R(R+E)}$

Le travail disponible est $\tau = \frac{1}{2} Q V$ puisque le second potentiel est nul.

$\tau = \frac{1}{2} \frac{Q^2 E}{R^2}$ mais R^2 est proportionnel à la surface. τ est donc en raison directe du carré de la charge, en raison inverse de la surface. Cette loi est la loi de Riess. Le travail disponible est égal à Q ou E , charge ou quantité d'électricité, multiplié par V ou A différence de température électrique ou force électro-motrice. Le travail disponible ou énergie qui a été accumulée doit se retrouver sous une autre forme lorsqu'on recharge la batterie et qu'on annule la différence de température électrique. C'est sous forme de chaleur qu'on retrouve cette énergie. La chaleur dégagée pendant la recharge est inversement proportionnelle à la surface et directement proportionnelle au carré de la charge (Loi de Riess.).

Courants électriques. - Un courant électrique circule dans un fil, il est produit par deux pôles A et A' . Ils sont à deux températures électriques V et V' . Le potentiel varie d'un point à l'autre du conducteur. Il

s'établit un régime permanent. La quantité d'électricité qui passe en un moment est la même en tous les points, car il n'y a pas accumulation d'électricité. La force motrice doit donc être la même en tous les points. Mais cette force est mesurée par les trois dérivées du potentiel. On a donc $\frac{dV}{da} = \text{const}$ ou :

$$V = K(a - a_0) + V_0.$$

Le potentiel varie uniformément. C'est la distribution linéaire déduite de l'assimilation avec le muve indéfini de Fourier.

Le travail est $d\tau = m \frac{dV}{da} da = m dV$

D'où $\tau = (V - V_0) m$

Le travail effectué par le transport de l'électricité est en raison directe de la différence de potentiel ou de température électrique et de la quantité d'électricité, c'est-à-dire proportionnel à la chûte d'électricité.

Cette loi n'est autre que celle de Joule. En effet il devrait se produire une accélération au mouvement des masses électriques; comme celui-ci est constant il y a donc travail perdu; il se retrouve sous forme de chaleur; la quantité de chaleur dégagée sera donc proportionnelle à $m(V - V_0)$.

Nous avons $W = K r i^2$

Comme $r i = A$ on a :

$$W = K A i$$

d'intensité est bien proportionnelle à la quantité d'électricité et A est $V - V_0$ force électro motrice; c'est donc bien l'expression de la loi de Joule.

25^e Leçon.

2^e Division - 1881-82

Physique - 60^e Feuille.

25^e Leçon.

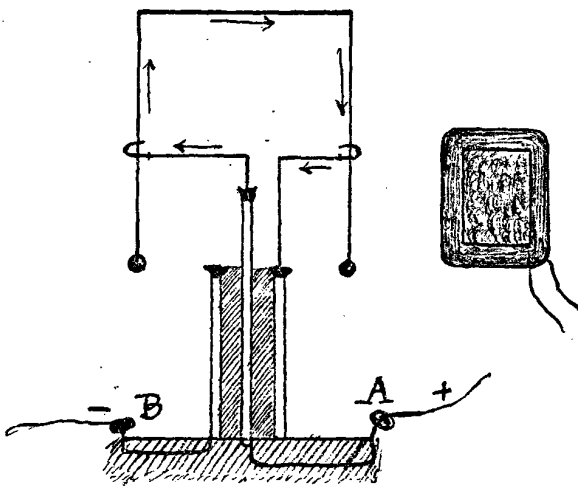
Action des courants sur les courants.

Nous allons nous occuper dans cette leçon de l'action mutuelle des courants.

L'expérience d'Aristée, a montré que les courants agissaient sur l'aiguille aimantée : nous avons vu que le pôle austral de l'aiguille tendait à se porter à la gauche d'un observateur fictif, couché le long du fil, les pieds placés du côté d'où vient le courant.

Ampère a fait l'expérience inverse ; il a approché un pôle austral d'aimant, d'un courant mobile. Le courant tend à se mettre en croix avec la direction du barreau, de telle sorte que l'observateur fictif, ait le pôle austral à sa gauche.

Ainsi nous avons déjà constaté l'action des aimants sur les aimants, des courants sur les aimants, des aimants sur les courants. Si nous complétons la série des combinaisons, nous voyons qu'il nous reste à essayer l'action des courants sur les courants.



Nous nous servirons pour cela de la table d'Ampère modifiée par Obellianne : Sur cette table se trouvent deux bornes qu'on fait communiquer l'une avec le pôle positif d'une pile et l'autre avec le pôle négatif. Le courant passe d'abord dans une colonne métallique terminée par un godet en acier plein de mercure ; le fond de ce godet est formé par un morceau

d'agate. On prend un fil recourbé en rectangle, équilibré convenablement par des contrepois, de manière à pouvoir reposer sur le fond ou godet. L'extrémité de la seconde pointe effleure le mercure contenu dans une rigole annulaire. De cette manière le courant est parfaitement mobile autour d'un axe vertical passant par le point d'appui. La rigole annulaire est portée par une enveloppe métallique, séparée de la première colonne par une enveloppe isolante, et mise en communication avec la seconde borne B.

Une disposition très-simple permet de changer à volonté de sens du courant.

Action des courants parallèles et angulaires.

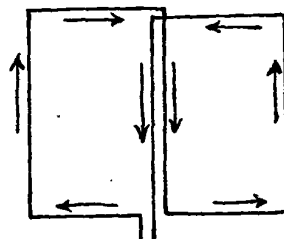
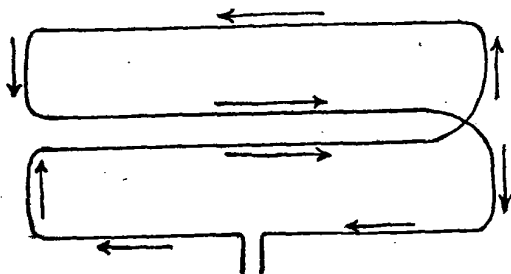
Deux courants parallèles s'attirent lorsqu'ils sont de même sens et se repoussent lorsqu'ils sont de sens contraire.

Deux courants angulaires non situés dans le même plan s'attirent lorsqu'ils vont tous deux vers la perpendiculaire commune et se repoussent lorsqu'ils vont en sens contraire.

Pour mettre en évidence ces lois, il suffit d'approcher de l'appareil déjà décrit, un fil vertical traversé par un courant. Mais afin d'augmenter l'action, on se sert d'un cadre sur lequel est enroulé un fil pendant un grand nombre de tours. On approche une petite verticale de ce cadre et comme l'action attractive ou répulsive diminue rapidement avec la distance (elle est inversement proportionnelle au carré de cette distance) on peut négliger l'action des autres parties du circuit.

Action des courants angulaires. - Deux courants angulaires s'allient s'ils vont dans le même sens par rapport à la perpendiculaire commune; ils se repoussent s'ils vont en sens contraire.

La terre exerce une action directrice sur le courant mobile:

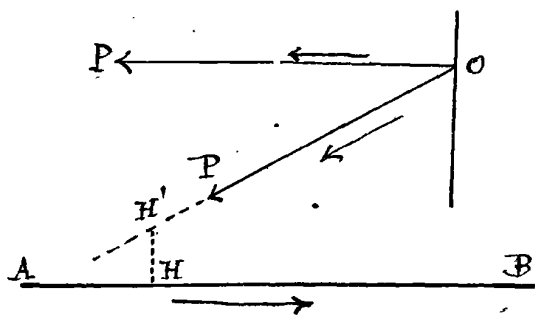


on remarque en effet que le cadre se dirige toujours perpendiculairement à la direction nord-sud magnétique.

On peut faire en sorte que les actions

exercées par la terre soient égales et de sens contraire. Nous représentons ici les deux formes les plus usitées. On a alors des courants astatiques

Rotation continue des courants. - L'action mutuelle des courants parallèles et des courants angulaires suffit pour expliquer tous les mouvements. - Nous allons voir des exemples de rotation continue.



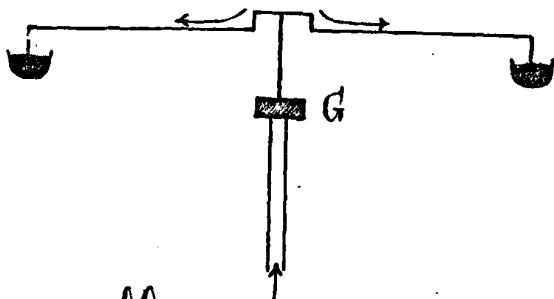
Prenez un courant horizontal OP mobile autour d'un axe vertical. Soumettons-le à l'action d'un courant rectiligne horizontal AB. Soit HH' la perpendiculaire commune. La partie AH agit par attraction et la partie BH par répulsion. Le courant tend donc à pousser dans le sens indiqué par la flèche. On voit facilement

qu'il est impossible de trouver une position d'équilibre pour OP; il y a par suite une rotation continue.

On peut doubler l'action en prenant un courant symétrique au premier par rapport au point O.

Le courant fixe rectiligne peut être remplacé par un courant circulaire.

Le courant mobile est formé par un fil recourbé plusieurs fois à angle droit, reposant sur le fond d'un godet G, plein de mercure. Ses extrémités vont plonger dans une rigole circulaire contenant également du mercure.



Le courant arrivant par le godet G se bifurque et passe dans la rigole.

La terre imprime à ce courant une rotation continue.

On peut obtenir une rotation plus rapide, en enroulant un fil sur un cadre circulaire extérieur, et lui faisant faire un nombre

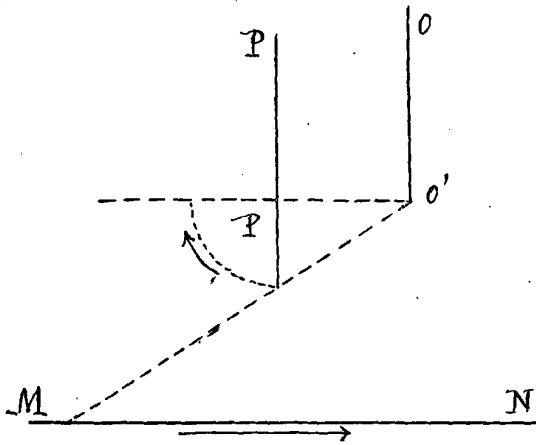
considérable de tours.

Étudions maintenant l'action d'un courant horizontal sur un courant vertical PP' mobile autour d'un axe vertical OO'.

Il y aura équilibre quand le plan OO' PP' sera parallèle

au courant fixe. — Il y aura par suite deux positions d'équilibre, l'une stable et l'autre instable,

Mais si au lieu d'un courant rectiligne, on prend un courant circulaire, il y a rotation continue.



On le démontre à l'aide du même appareil que précédemment; seulement on donne plus de longueur aux branches verticales du courant mobile de telle sorte que l'action du courant s'exerce principalement sur ces branches verticales, tandis que dans le premier cas, c'était sur les branches horizontales.

Mode d'action de la terre. —

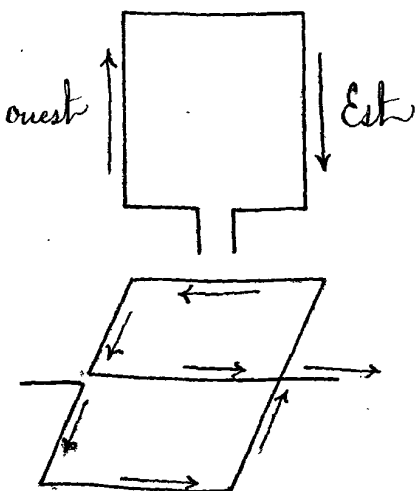
Jusqu'à présent nous avons envisagé la terre, comme un aimant dont le pôle boréal était placé au nord, et le pôle austral au sud. Ampère a montré qu'on pouvait aussi bien expliquer les phénomènes par l'hypothèse d'un courant électrique intérieur.

1^o L'action terrestre peut être assimilée à celle d'un courant très éloigné allant de l'est à l'ouest magnétique.

C'est ceci qui rend compte de la déviation de l'aiguille aimantée.

2^o Ce courant est-ouest est situé dans un plan perpendiculaire à l'aiguille d'inclinaison.

Ainsi si l'on prend un cadre non astatique, traversé par un courant, on reconnaît qu'il se dirige de l'est à l'ouest, de manière que la branche verticale orientale soit traversée par un courant descendant et la branche occidentale par un courant ascendant.



Les actions sur les branches horizontales se détruisent.

On a donc la une boussole électro-dynamique de déviation.

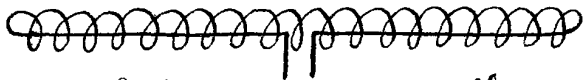
Ampère a essayé d'obtenir une boussole électro-dynamique d'inclinaison, il prend pour cela un circuit rectangulaire mobile autour d'un axe passant par son centre de gravité. Cette condition est très-difficile à réaliser dans la pratique, aussi les indications de l'instrument

sont toujours exécutées. En supposant l'appareil parfait, il s'oriente perpendiculairement à l'aiguille d'inclinaison, sous l'influence du couple résultant de l'action de la terre sur les branches horizontales.

Solénoïdes.

Ampère a été plus loin dans l'assimilation des phénomènes électrodynamiques aux phénomènes magnétiques, il a montré qu'on pourrait obtenir des systèmes de conducteurs très-simples, jouissant de toutes les propriétés des aimants : il leur a donné le nom de Solénoïdes.

Un solénoïde peut être formé par un fil enroulé en hélice et terminé par deux parties rectilignes. Ce système peut être assimilé à un ensemble formé d'un grand nombre de courants circulaires parallèles. On aura alors une véritable boussole de déclinaison (en supplant l'appareil mobile autour d'un axe vertical) : le solénoïde prendra la direction nord-sud magnétique.



Les solénoïdes jouissent de propriétés.

tout à fait analogues à celles des aimants : on peut leur donner un pôle austral et un pôle boréal ; si l'on étudie leurs actions mutuelles, on trouve que deux pôles de nom contraire s'attirent et que deux pôles de même nom se repoussent.

Ampère réduit donc ainsi au point de vue théorique, l'étude du magnétisme à celle de l'électricité dynamique ; il suppose et nous aurons à développer cette idée dans une prochaine leçon que le magnétisme est dû à des courants électriques moléculaires. — Dès lors il était naturel de se demander si l'électricité pouvait développer du magnétisme dans un corps. Si l'on dispose un barreau d'acier dans un solénoïde et qu'on fasse passer le courant, on constate dans le barreau l'existence d'un pôle austral à la gauche du courant, et d'un pôle boréal à sa droite. L'aimantation est instantanée.

Il arrive quelquefois dans le cas d'une aimantation irrégulière qu'un barreau peut avoir plus de pôles ; par exemple deux pôles de même nom aux extrémités et un pôle de nom contraire au centre. Mais cette disposition était assez difficile à obtenir par les procédés ordinaires d'aimantation. Au contraire, si l'on se sert des courants il suffit de prendre un solénoïde présentant plusieurs parties enroulées en sens contraire.

Compiègne et Arago ont eu l'idée de remplacer l'acier par du fer doux. Dès que le courant traverse le fil, il se produit une aimantation très-forte, qui cesse aussitôt qu'on l'interrompt. On a là un électro-aimant. Les électro-aimants ont été bientôt employés pour les télégraphes électriques.

Télégraphe électrique.

La télégraphie électrique est devenue une branche industrielle très-importante. — Nous décrirons seulement le télégraphe de Morse. Dans tout télégraphe on distingue deux parties, le récepteur destiné à recevoir les dépêches et le manipulateur destiné à les transmettre.

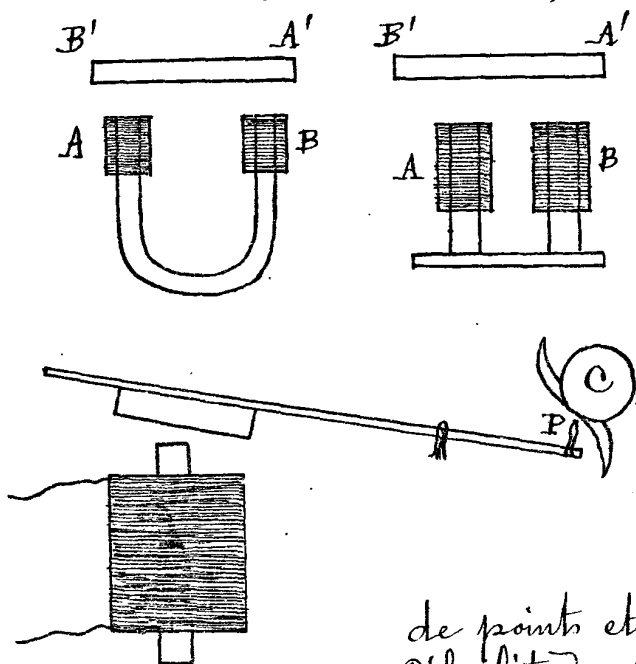
Le récepteur se compose d'un électro-aimant recouvert en fer à cheval: quelquefois, on se sert d'un système formé par deux barreaux de fer doux, réunis par une lame métallique. Au-dessus est placé un levier en fer doux. Lorsque le courant passe il tend à se développer

dans la tige deux pôles de nom contraire ceux qui se trouvent en regard il y a alors attraction. Le levier porte une pointe P qui est soulevée, et va s'appuyer pendant tout le temps que passe le courant sur une bande de papier animée d'un mouvement uniforme.

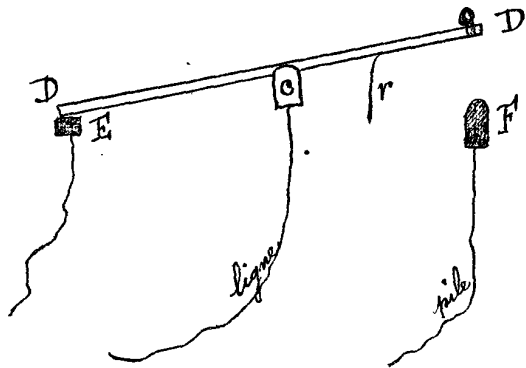
Par suite de cette pression le papier se trouve gaufré, et suivant la durée du passage du courant; on obtient un point ou un trait. — Morse a imaginé un alphabet composé seulement

de points et de traits. Il suffit d'acquiescer un peu d'habitude pour lire couramment les mots écrits de cette manière.

Le manipulateur est simplement un levier BD mobile autour d'un point C pressé par un ressort sur un bouton F; on peut le mettre en communication avec F' au moyen d'une pression exercée sur l.



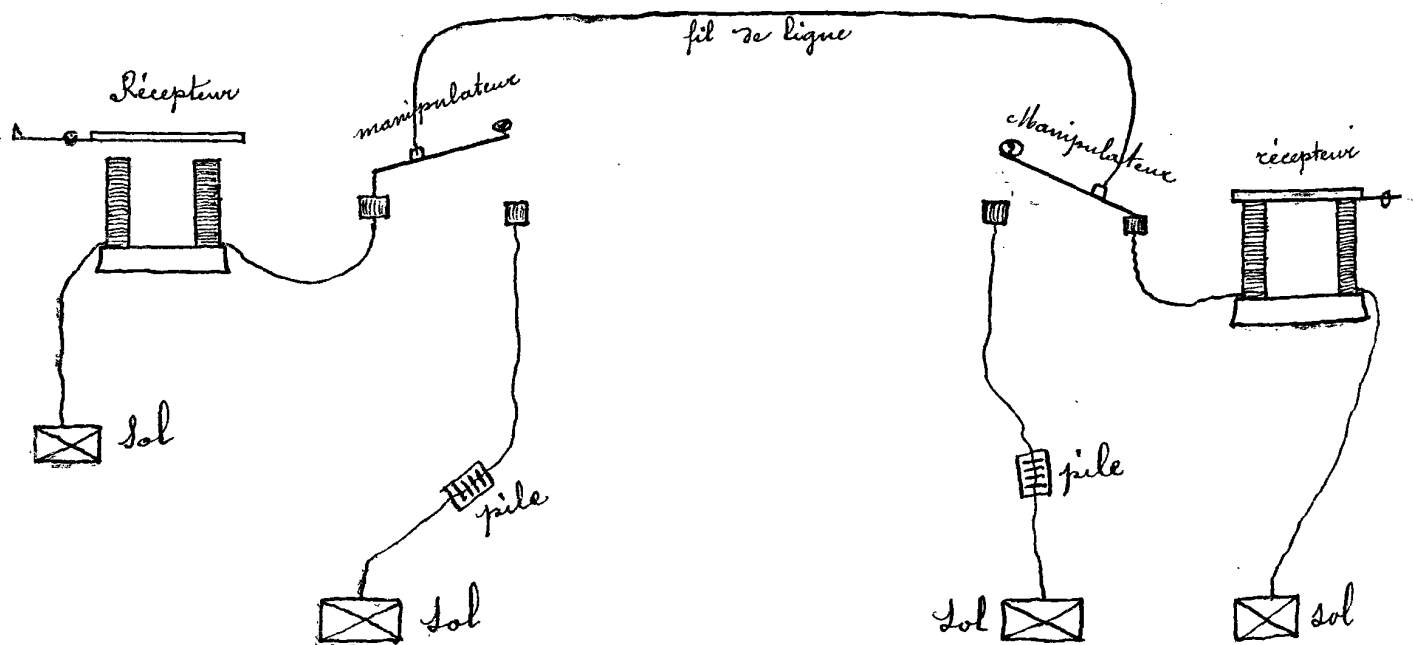
poignée D : or le bouton F communique avec la pile et le point C avec le récepteur de l'autre poste : De cette manière le courant passera quand on mettra en contact les points D et F.



Chaque station télégraphique doit se trouver un récepteur et un manipulateur, et les deux stations devraient être mises en communication par 4 fils, deux pour l'aller, deux pour le retour. On a d'abord essayé de remplacer les deux fils de retour par les rails de chemin de fer mais on a vite reconnu qu'on pourrait parfaitement les supprimer pourvu qu'on mit en communi-

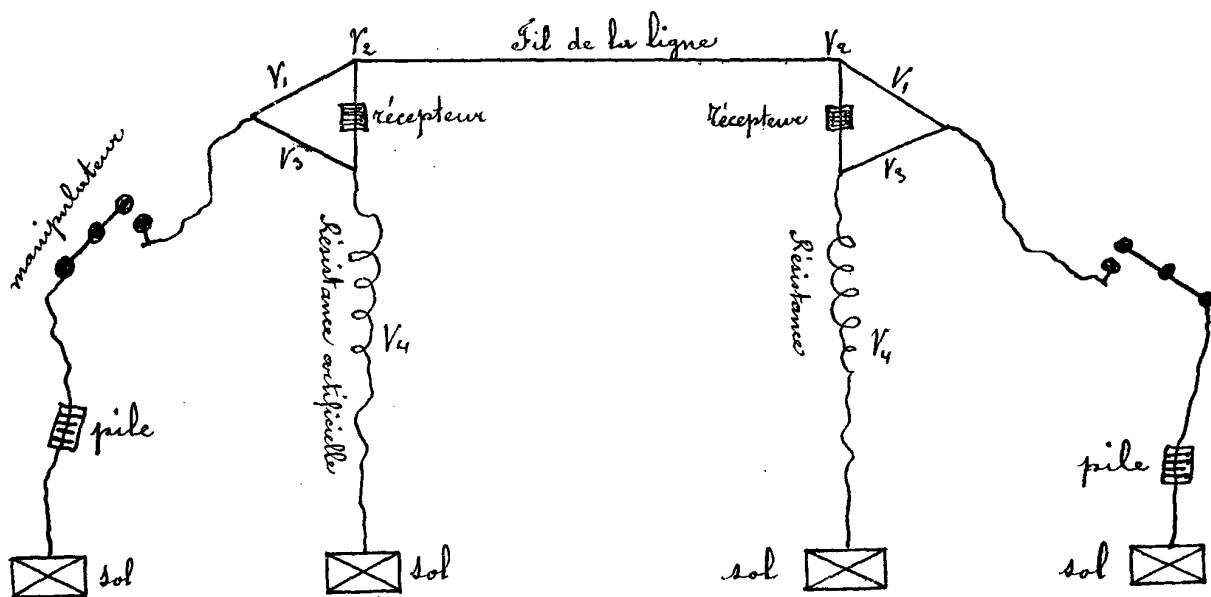
cation avec le sol, le pôle négatif de la pile au départ, et le fil de la ligne à l'arrivée.

On peut même n'avoir qu'un fil, pourvu qu'on ne fasse jamais de signaux des deux postes à la fois. Les deux extrémités du fil vont s'attacher au milieu du levier formant le manipulateur. Les extrémités

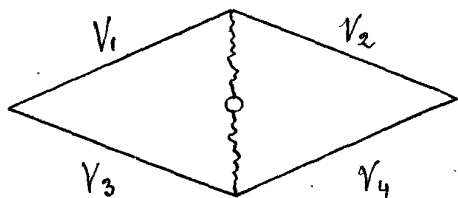


du manipulateur communiquent l'une avec la pile, puis avec le sol l'autre avec le récepteur et le sol. Dès lors il suffit de presser sur le manipulateur de l'une des deux stations pour envoyer le courant dans le récepteur de l'autre.

On est allé plus loin : on a pu arriver à faire passer dans un même fil deux dépêches à la fois. En ce cas à chaque station se trouvait deux employés destinés l'un à recevoir les signaux, l'autre à les transmettre; sans s'inquiéter aucunement de ce que fait son collègue de l'autre poste. On se sert pour cela du pont ou balance de Wheatstone. —



À l'aide de résistances convenables on fait en sorte que la diagonale du pont ne soit traversée par aucun courant. Pour cela il faut avoir $V_1 V_4 = V_2 V_3$. Les deux branches $V_2 V_4$ sont ici la ligne télégraphique, et une résistance artificielle convenable, en communication avec le sol.



On voit facilement que grâce à cette disposition le récepteur d'un poste ne sera affecté que par les signaux venant de l'autre.

Nous devons encore citer le système des appareils synchroniques. Si un des appareils ne communique avec l'autre que pendant

un temps très court ($\frac{1}{5}$ de seconde par exemple) et pendant ce temps, il peut envoyer des signaux rapides préparés d'avance pendant les $\frac{4}{5}$ de seconde où le fil est utilisé ailleurs : puis dans l'intervalle suivant c'est le premier poste qui reçoit les dépêches et ainsi de suite.

Moteurs électriques.

On cherche à utiliser mécaniquement la force attractive des électro-aimants; bien des dispositions ont été imaginées: mais leur description nous entraînerait trop loin. — Nous nous contenterons d'énoncer le principe de ces appareils. Devant une roue portant des plaques de fer doux, on dispose une série d'électro-aimants, et l'on s'arrange de manière que les électro-aimants attirent les palettes, mais les laissent s'éloigner sans les retenir. — La roue prendra alors un mouvement de rotation continue qu'on pourra utiliser comme on voudra.

26^e Leçon.

Théorie d'Ampère sur l'action mutuelle des courants.

Nous avons déjà eu l'occasion plusieurs fois de rappeler que le progrès des diverses branches scientifiques consistait à faire rentrer les phénomènes dans des lois de plus en plus générales. Ampère est parvenu à ramener l'action mutuelle des courants aux lois ordinaires de la mécanique, non pas d'une manière absolue, c'est-à-dire en s'appuyant seulement sur les principes déjà admis comme base de la mécanique rationnelle mais en faisant intervenir quelques nouveaux pour définir les nouveaux éléments en présence. L'action réciproque de deux courants est alors ramenée à une question de calcul intégral.

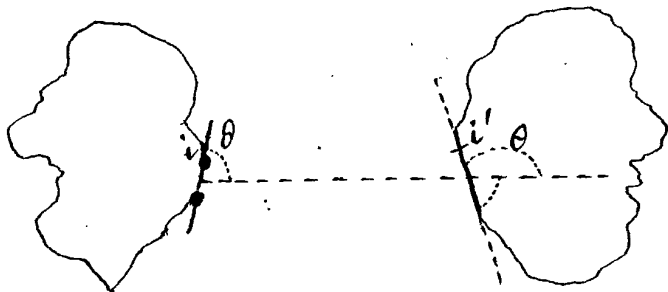
Nous n'avons pas l'intention de traiter complètement cette question qui exigerait de grands développements; nous nous bornerons aux principes de cette théorie en laissant de côté les développements purement analytiques.

L'action réciproque se ramène évidemment à un couple et à une résultante unique. Mais le nombre des données de la

question est très-grand, et c'est ce qui la rend si compliquée au premier abord. Outre la forme des conducteurs, nous devons faire intervenir l'intensité des courants. Ampère a cherché si l'on pourrait appliquer les lois newtoniennes à ces phénomènes. Nous avons vu l'extension faite par Coulomb, et justifiée par l'expérience, de lois de l'attraction universelle, aux actions mutuelles des masses électriques et magnétiques. Mais dans ces deux cas il n'y a que trois éléments: une masse m une seconde masse m' et la distance r . L'action mutuelle est représentée par l'expression $F = \frac{K dm dm'}{r^2}$. En nommant toutes les expressions analogues on peut calculer l'action d'une masse quelconque. Ici nous n'avons pas la même simplicité: nous pouvons bien décomposer le conducteur en éléments, mais la direction de ces éléments n'est plus indifférente; et cependant par des considérations assez simples. Ampère a pu exprimer l'action de deux portions infiniment petites d'un circuit.

Soient donc ds ds' les longueurs de deux éléments, i i' les intensités des courants qui les traversent: pour définir complètement la position respective de ces éléments nous devons nous donner les angles θ θ' qu'ils font avec la ligne qui les joint, et Σ l'angle des plans passant par la ligne qui joint les deux éléments et par chacun d'eux.

Il semble très-probable que l'action doit être proportionnelle aux longueurs des éléments: si l'on considère un élément de longueur double, la cause de l'action mutuelle doit entrer deux fois en jeu: l'expression cherchée contiendra donc en facteur la longueur de l'élément ds considéré; par raison de symétrie la longueur ds' de l'élément opposé par suite le produit $ds ds'$, le produit des intensités $i i'$ des deux courants doit aussi être facteur: en outre il y aurait pour un motif analogue des chances pour que la loi du carré des distances pût être essayée directement, mais cependant, pour plus de généralité nous admettrons que l'action est inversement proportionnelle à la $n^{\text{ème}}$ puissance de la distance.



Il y a de grandes chances pour que la force soit proportionnelle aux intensités des courants. Enfin cette force est une certaine fonction des angles θ θ' Σ que nous désignerons

par f et nous aurons pour l'expression de l'action mutuelle :

$$F = \frac{c ds di i' f}{r^n} (\theta \theta', \Sigma)$$

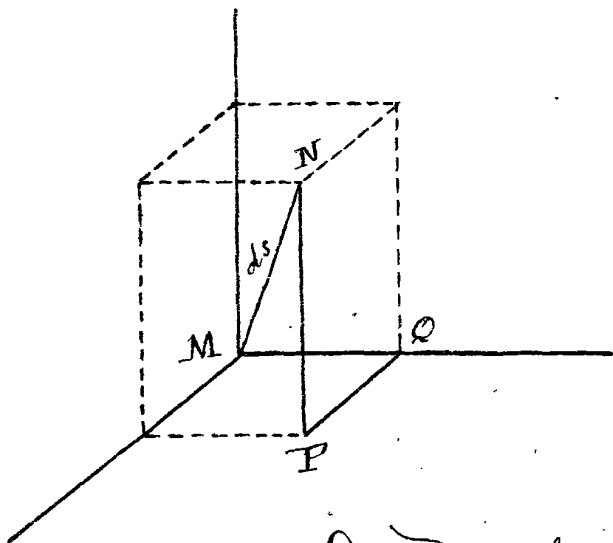
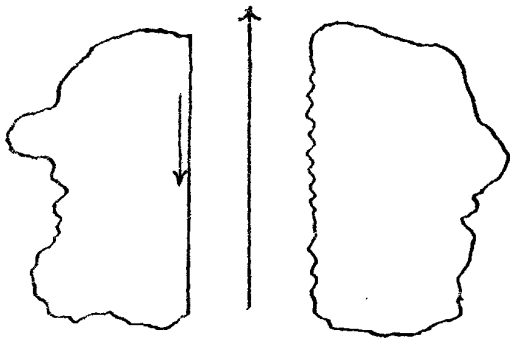
Ampère s'est demandé si l'on pourrait remplacer un élément de courant par ses projections sur trois axes rectangulaires; la question serait alors beaucoup simplifiée, puisqu'on serait ramené à l'étude de l'action d'éléments parallèles ou perpendiculaires.

Pour faire cette substitution, Ampère s'est appuyé sur l'axiome suivant; vérifié expérimentalement.

On peut substituer à un courant rectiligne un courant sinusoïdal qui en diffère très peu.

Prenez deux courants parallèles de même sens l'un rectiligne

l'autre sinusoïdal. — A égale distance des deux courants, placez-en parallèlement un troisième qui soit mobile. Il y a équilibre stable si les actions sont répulsives, instable si les actions sont attractives.

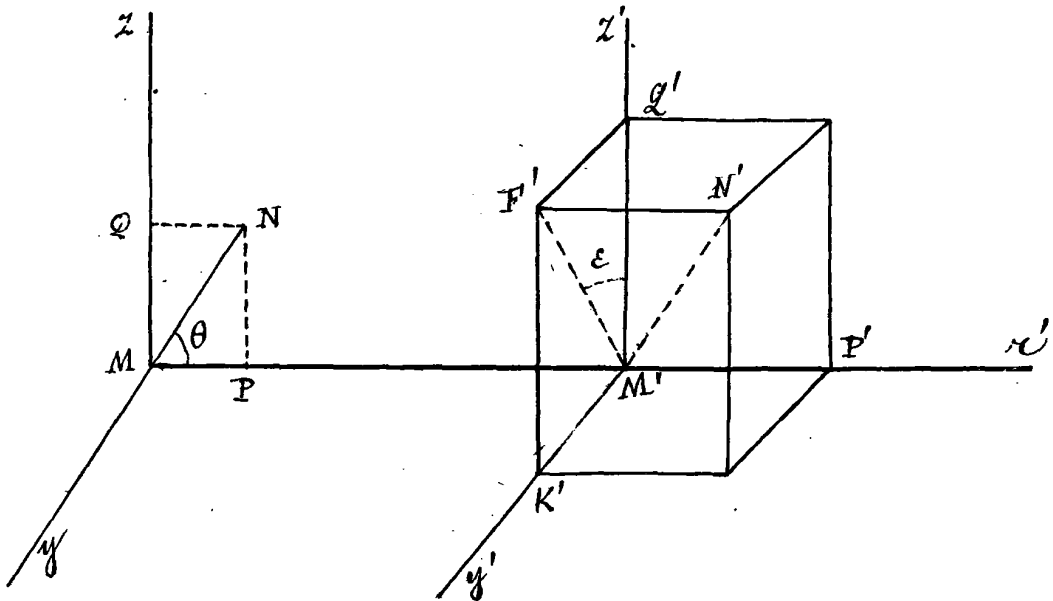


Dès lors on peut remplacer un élément de courant MN , par trois autres éléments allant d'une extrémité à l'autre. Il suffit de considérer MN comme la diagonale d'un parallélépipède rectangle; MPN sera un courant sinusoïdal dont l'action sera sensiblement la même que celle du courant rectiligne MN .

Ainsi au point de vue mathématique on peut substituer à un élément des projections de cet élément sur trois axes rectangulaires passant par son milieu.

Considérons maintenant deux éléments de courant (pour simplifier nous ne prendrons que la moitié de chaque élément). Je prends pour axe des x la droite MM' joignant les milieux de ces éléments, pour plan des xz le plan déterminé par la droite MM' et l'un des éléments MN dont la longueur est ds .

Je peux remplacer cet élément par la somme des éléments MP et MQ . Soit $M'N'$ le second élément, $M'P'$ sa projection sur l'axe des x' , $M'K'$ sur l'axe des y' et $M'Q'$ sur l'axe des z' . L'élément $M'N'$



peut être remplacé par la somme des deux éléments qui sont ses projections.

Nous aurons donc à considérer successivement les actions suivantes :

$$MP \text{ sur } \begin{cases} M'P' \\ M'K' \\ M'Q' \end{cases}$$

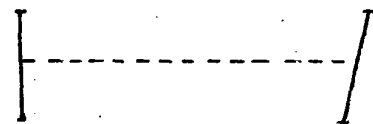
$$MQ \text{ sur } \begin{cases} M'P' \\ M'K' \\ M'Q' \end{cases}$$

Il est facile de démontrer par des considérations de symétrie, aidées d'un principe expérimental, que l'action des éléments rectangulaires doit être nulle. Pour cela on part d'un axiome que nous avons eu l'occasion de vérifier plusieurs fois dans la dernière leçon. Etant donné deux courants en présence, le renversement dans le sens d'un courant, change le sens de l'action réciproque sans changer son intensité. Il suffit de rappeler les lois qui régissent les courants rectangulaires :

Action de MP sur $M'K'$

Action de MQ sur $M'K'$

Dans le premier cas ils sont dans le même plan ; dans le second ils déterminent avec la ligne qui joint leurs milieux deux plans rectangulaires.



Prenons le premier cas. Supposons que je change le sens d'un des courants,

l'action reste la même, car il suffit de supposer l'observateur placé en arrière au lieu d'être placé en avant. — Mais d'après le principe énoncé précédemment, l'action doit changer de sens. — On a donc $F = -F$ ou $2F = 0$. — La force est nulle.

La démonstration serait la même dans le second cas.

Ceci peut paraître au premier abord assez étonnant; on a en effet deux courants angulaires, et l'on sait que les courants angulaires ont des actions mutuelles. — Mais ce qui on a dit ne s'applique qu'à des éléments finis. — Si les éléments sont infiniment petits le couple de rotation à un moment négligeable; la loi appelant ds les longueurs des éléments, le bras ou levier du couple appliqué au second est $\frac{ds'}{r}$; le moment du couple est proportionnel à l'expression $ds \frac{ds'^2}{r^2}$; il est infiniment petit du troisième ordre, et par suite négligeable devant les attractions et les répulsions qui sont du second ordre.

Par suite il ne nous reste plus à considérer que des éléments parallèles sur le prolongement l'un de l'autre (MP et $M'P'$), ou parallèles sans être sur le prolongement l'un de l'autre, (MQ et $M'Q'$).

Soit r la distance MM' , on a $MP = ds \cos \theta$ $M'P' = ds' \cos \theta'$. — L'action mutuelle est donc :

$$F = A \frac{ds ds' \cos \theta \cos \theta'}{r^n} \quad ii'$$

car $\theta = 0$ $\theta' = 0$ $\epsilon = 0$. La fonction $f(\theta \theta' \epsilon)$ se réduit à une constante. Étudions maintenant l'action de MQ sur $M'Q'$

$$MQ = ds \sin \theta \quad M'Q' = M'P' \cos \epsilon = ds' \sin \theta \cos \epsilon.$$

Nous avons donc pour l'action de MQ sur $M'Q'$ l'expression :

$$F'' = \beta \frac{ds ds' \sin \theta \sin \theta' \cos \epsilon}{r^n} \quad ii'$$

L'action mutuelle des deux éléments $MN, M'N'$ s'obtient en faisant la somme de ces deux expressions.

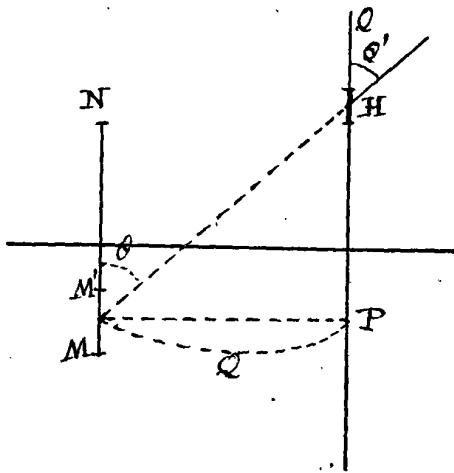
$$F = H \frac{ii' ds ds'}{r^n} (\sin \theta \sin \theta' \cos \epsilon + K \cos \theta \cos \theta').$$

Nous allons maintenant nous proposer de déterminer d'après l'expérience les deux constantes n et K de cette formule.

Détermination de la constante n de la formule d'Ampère.

Par analogie avec la loi de Newton, il y a de grandes chances pour que l'on ait $n = 2$: Ampère a montré par une expérience bien simple que la valeur de cette constante était très-voisine de 2; on peut dès lors accepter cette valeur comme parfaitement exacte: on verra dans la leçon suivante une démonstration expérimentale précise de ce point.

Nous allons prendre un cas simple dans lequel l'intégration puisse s'effectuer facilement; cherchons l'action normale attractive ou répulsive d'un courant rectiligne indéfini PQ sur un courant parallèle fini MN.



Nous disons action normale parceque tout est symétrique, par rapport à une perpendiculaire à MN menée par son milieu; il n'y a pas de raison pour que la résultante soit dirigée d'un côté de l'axe de symétrie plutôt que de l'autre.

Prenons à partir du point M un élément MM' dont la longueur est ds et du milieu de cet élément abaissons une perpendiculaire sur le courant indéfini: Soit P son pied.

Prenons maintenant sur PQ un élément H; soit $PH = ds'$, et ds' la longueur du second élément. — Soit θ et θ' les angles aigus de MN et de PQ avec MH, $\theta = \theta'$. Les deux courants étant dans un même plan $\epsilon = 0$.

L'action mutuelle des deux éléments est donc:

$$F = \frac{H i i' ds ds'}{r^n} (\sin^2 \theta + K \cos^2 \theta)$$

Nous projetons cette force sur la droite MP du système

$$F \sin \theta = H i i' \frac{ds ds' \sin \theta}{r^n} (\sin^2 \theta + K \cos^2 \theta)$$

de l'action de MM' sur le courant PQ

La résultante normale s'obtient en faisant la somme de toutes les expressions analogues (on suppose ds constant et ds' variable)

$$N = H i i' ds \int_{\theta=0}^{\theta=n} \frac{ds'}{r^n} \sin \theta (\sin^2 \theta + K \cos^2 \theta)$$

Dans le triangle MPH on a

$$PH = MP \cotg \theta \quad s = a \cotg \theta$$

On en déduit:

$$ds' = -a \frac{d\theta}{\sin^2 \theta}$$

Dans le même triangle on a:

$$MP = MH \sin \theta \quad \text{ou} \quad a = r \sin \theta \quad \frac{1}{r} = \sin \frac{\theta}{a}$$

Remplaçons ds' et r par ces valeurs dans l'expression de N .

$$\begin{aligned} N &= H i i' ds \int_0^\pi a \frac{d\theta}{\sin^2 \theta} \frac{\sin^{n+1} \theta}{a^n} (\sin^2 \theta + K \cos^2 \theta) \\ &= \frac{H i i' ds}{a^{n+1}} \int_0^\pi -\sin^{n-1}(\theta) d\theta (\sin^2 \theta + K \cos^2 \theta). \end{aligned}$$

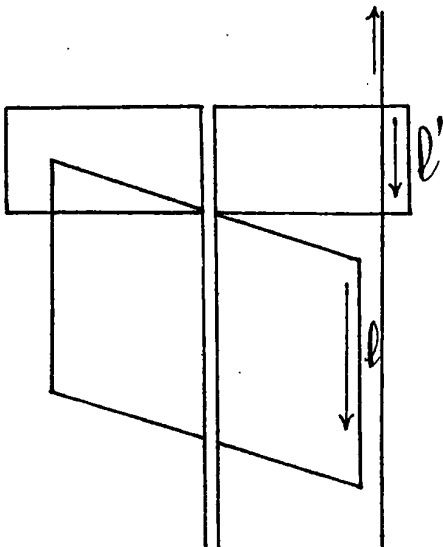
Cette intégrale définie pourrait s'obtenir facilement, mais sa valeur n'est pas utile pour le but que nous nous proposons. Nous la désignerons par I. -

$$N = \frac{H i i' ds}{a^{n-1}} I$$

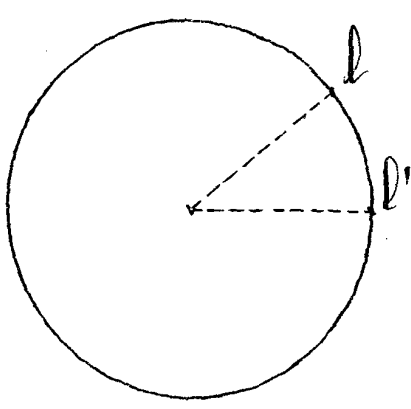
Pour obtenir l'expression de la résultante totale il suffit d'intégrer cette expression en faisant varier s , de 0 à l , l désignant la longueur MN

$$R = \frac{H i i' l}{a^{n-1}} I$$

Supposons maintenant que l'on prenne un système astatique composé de deux cadres faisant entre eux un certain angle, les parties horizontales ont même longueur; il n'en est pas de même des parties verticales; Soient l et l' ces dernières longueurs. Entre les deux cadres on dispose un courant vertical fixe supposé indéfini de telle sorte que ce courant fixe soit à la même distance de l'axe du courant mobile.



que les parties verticales l & l' . On trouve une position d'équilibre stable si les actions mutuelles sont répulsives, instable si elles sont attractives:



L'expérience montre que dans le cas de l'équilibre, en désignant par a & a' les distances respectives du courant fixe aux parties verticales mobiles, on a:

$$\frac{l}{a} = \frac{l'}{a'}$$

Le calcul nous donne pour les actions du courant fixe sur les deux cadres

$$N = \frac{H i i' l}{a^{n-1}} I$$

$$N' = \frac{H i i' l'}{a'^{n-1}} I$$

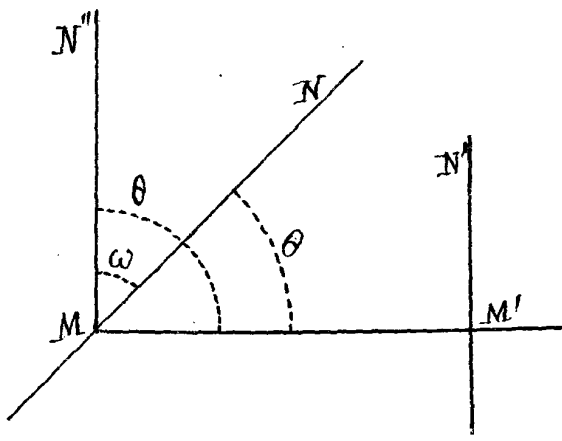
Pour qu'il y ait équilibre, il faut que les deux actions soient égales, ou bien

$$\frac{l}{a^{n-1}} = \frac{l'}{a'^{n-1}}$$

Si l'on compare ce résultat au précédent, on trouve:

$$n - i = 1 \quad \text{d'où} \quad n = 2$$

Détermination de la deuxième constante de la formule d'Ampère. - Nous allons d'abord faire une transformation qui rend la formule indépendante des axes de coordonnées. Remarquons d'abord que nous pouvons simplifier la formule d'Ampère; qui donne l'expression de l'action mutuelle de deux éléments de courant.



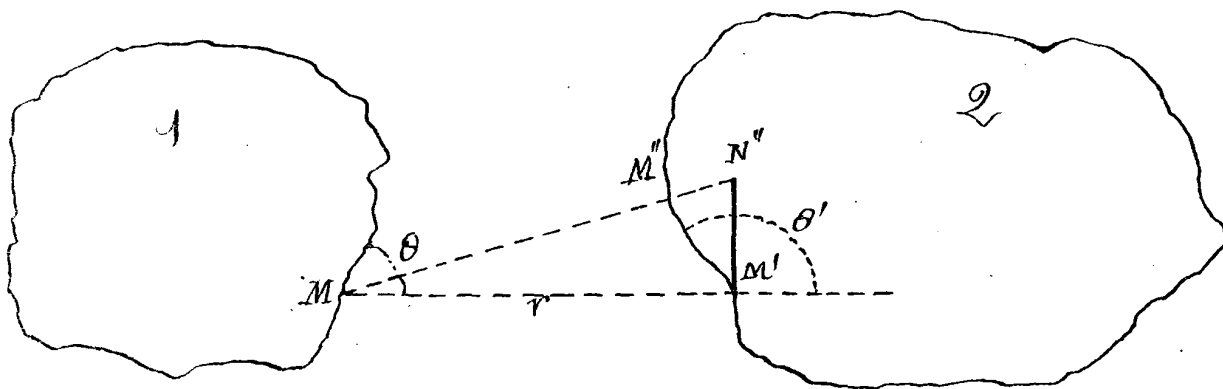
Menons par M une parallèle MN'' à $M'N'$. - Soit ω l'angle des deux éléments de courant. Sa formule fondamentale de la trigonométrie sphérique appliquée au tétraèdre $MM'NN''$ donne $\cos \omega = \cos \theta \cos \theta' + \sin \theta \sin \theta' \cos \epsilon$ - mais on a trouvé:

$$F = H i i' \frac{ds ds'}{r^n} (\sin \theta \sin \theta' \cos \varepsilon + K \cos \theta \cos \theta')$$

En tenant compte de la relation précédente; cette formule devient:

$$F = H i i' \frac{ds ds'}{r^n} (\cos \omega + (K-1) \cos \theta \cos \theta')$$

Considérons deux circuits traversés par des courants; la forme du courant 1 permet de trouver une relation entre r et θ et réciproquement si on connaît cette relation on peut en déduire la forme du courant; il en est de même pour le courant 2.



Soit M un point du courant 1, $M' M''$ deux points voisins du courant 2; prenons sur $M M''$ une longueur $M N'' = M M'$ et considérons le triangle $M'' N'' M'$. - En supposant le point M fixe on a:

$$M'' N'' = M' N'' \sin M'' M' N'' \quad \text{Or: } M N'' = r \quad M'' N'' = dr \quad M' M'' = ds'$$

$$\text{Donc:} \quad \cos \theta' = \frac{dr}{ds'}$$

$$\text{De même} \quad \cos \theta = - \frac{dr}{ds}$$

Cherchons maintenant à exprimer $\cos \omega$ de la même manière. Soit x, y, z les coordonnées du point M , x', y', z' celles du point M'

$$r^2 = (x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2$$

Prenons la dérivée de cette expression par rapport à s'

$$r \frac{dr}{ds'} = - (x - x') \frac{dx'}{ds'} - (y - y') \frac{dy'}{ds'} - (z - z') \frac{dz'}{ds'}$$

$$r \frac{d^2 r}{ds ds'} + \frac{dr}{ds} \frac{dr}{ds'} = \frac{dx}{ds} \frac{dx'}{ds'} - \frac{dy}{ds} \frac{dy'}{ds'} - \frac{dz}{ds} \frac{dz'}{ds'}$$

Je vais montrer que le second membre représente précisément le cosinus de l'angle ω , changé de signe.

Soient $\alpha \beta \gamma$, $\alpha' \beta' \gamma'$ les angles des éléments MM' avec les axes de coordonnées, ω est l'angle des deux éléments.

$$\cos \omega = \cos \alpha \cos \alpha' + \cos \beta \cos \beta' + \cos \gamma \cos \gamma' . -$$

$$\text{Mais } \cos \alpha = \frac{dx}{ds} \qquad \cos \alpha' = \frac{dx'}{ds'}$$

$$\cos \beta = \frac{dy}{ds} \qquad \cos \beta' = \frac{dy'}{ds'}$$

$$\cos \gamma = \frac{dz}{ds} \qquad \cos \gamma' = \frac{dz'}{ds'}$$

$$\text{D'où } \cos \omega = \frac{dx}{ds} \frac{dx'}{ds'} + \frac{dy}{ds} \frac{dy'}{ds'} + \frac{dz}{ds} \frac{dz'}{ds'}$$

$$\text{On a donc: } \frac{d^2 r}{ds ds'} + \frac{dr}{ds} \frac{dr}{ds'} = - \cos \omega$$

La formule d'Ampère devient:

$$F = H i i' \frac{ds ds'}{r^2} \left[- r \frac{d^2 r}{ds ds'} - \frac{dr}{ds} \frac{dr}{ds'} - (\kappa - 1) \frac{dr}{ds} \frac{dr}{ds'} \right]$$

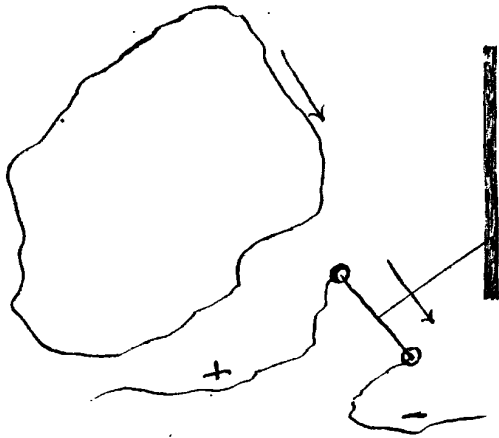
$$F = - H i i' \frac{ds ds'}{r^2} \left[r \frac{d^2 r}{ds ds'} + \kappa \frac{dr}{ds} \frac{dr}{ds'} \right]$$

Cette formule ne contient plus que des éléments indépendants des coordonnées x, y, z ni x', y', z' elle ne dépend que de la distance des deux éléments, et de la loi suivant laquelle varie cette distance, quand on se déplace sur l'un ou l'autre des deux circuits.

Nous arrivons maintenant à la proposition sur laquelle Ampère s'est appuyé pour déterminer la valeur de κ .

L'action tangentielle d'un courant fermé sur un élément de courant est nulle.

On dispose deux bulles de mercure sur lesquelles on peut faire flotter un petit fil métallique mobile autour d'un axe vertical, de manière à ne pouvoir subir que des déplacements tangentiels:



Dans les globules on fait arriver un courant électrique, qui traverse le petit fil.

On peut approcher de ce système un circuit fermé traversé par un courant aussi intense qu'on veut, sans que le moindre mouvement se produise.

Écrivons maintenant ce cas par le Calcul.

Nous avons à prendre la somme de toutes les actions tangentielles du courant fermé sur l'élément ds : soit ds' un élément de ce courant, F l'action des deux éléments; on doit calculer l'expression:

$$\mathcal{C} = \sum (F \cos \theta)$$

ou bien:

$$\mathcal{C} = M \left[-H i i' \frac{ds ds'}{r^2} \cos \theta \left(r \frac{d^2 r}{ds ds'} + K \frac{dr}{ds} \frac{dr}{ds'} \right) \right]$$

$$\text{Mais, } \cos \theta = - \frac{dr}{ds}$$

$$\mathcal{C} = H i i' ds \int \frac{ds'}{r^2} \cos \theta \left(r \frac{d^2 r}{ds ds'} + K \cos \theta \frac{dr}{ds'} \right)$$

$$= H i i' ds \int \frac{u}{r^2} (r du + K u dr),$$

ou en posant $\cos \theta = u$ et remarquant qu'on peut prendre r et u comme variable

$$\frac{dr}{ds'} ds' = dr \quad \frac{du}{ds'} ds' = du$$

$$\mathcal{C} = H i i' ds \int \frac{u}{r^2} (r du + K u dr)$$

Mais l'expérience a montré que quelle que soit la forme du contour fermé c'est-à-dire quelle que soit la relation entre r et θ ou entre u et r , l'expression de \mathcal{C} est nulle.

Or pour que l'expression $M du + N dr$ soit une différentielle exacte ou bien ce qui est la même chose pour que l'expression $\int M du + N dr$ soit bien définie et ait toujours la même valeur, quelle que soit la manière dont on fait varier u et r , il faut que:

$$\frac{dM}{dr} = \frac{dN}{du}$$

Faisant l'application à l'expression $\frac{u}{V} du + K \frac{u^2}{V^2} dr$ il vient :

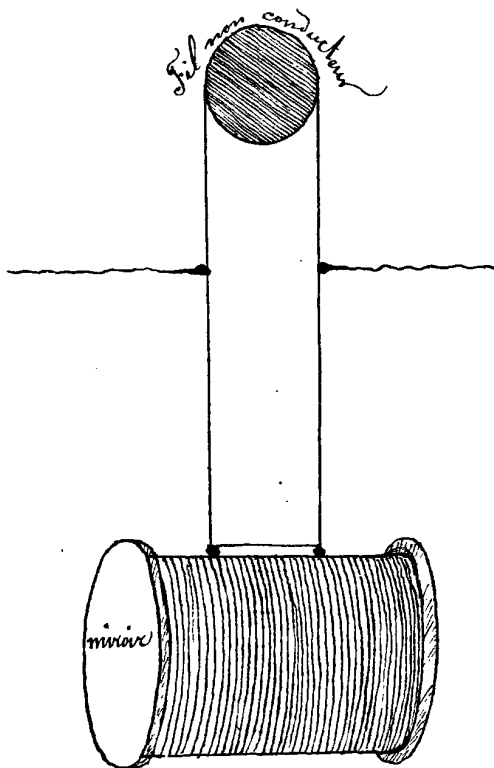
$$- \frac{u}{V^2} = 2 \frac{Ku}{V^2} \quad K = - \frac{1}{2}.$$

27^e Leçon.

Verification expérimentale des lois d'Ampère.

Expériences de Weber.

Nous allons brièvement terminer ce qui se rapporte à la vérification des lois d'Ampère. La méthode employée pour la détermination de la valeur de la première constante n , était trop imparfaite pour que ses résultats fussent acceptés sans discussion, aussi les expériences ont-elles été reprises en Allemagne par Weber; qui a suivi une méthode tout à fait analogue à celle de Gauss remplaçant les actions magnétiques par des actions électro-dynamiques.



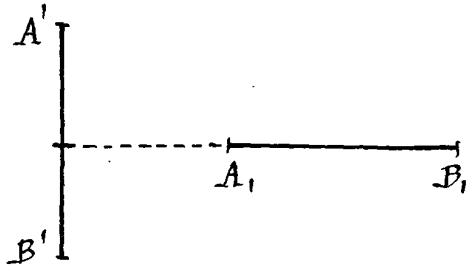
Weber se servait de solénoïdes dont il connaissait la disposition géométrique, c'est-à-dire le nombre de spires de l'hélice, le pas, R le rayon.

L'un de ces solénoïdes est suspendu horizontalement, de manière à être mobile autour d'un axe vertical; afin de pouvoir faire passer un courant dans ce solénoïde mobile, Weber se servait d'une suspension bifilaire. Les deux fils conducteurs α et β sont réunis par une portion de fil non conducteur, qui passe sur une espèce de poulie: les fils communiquent avec les pôles d'une pile.

Weber a traité la question par le calcul: il a étudié l'action mutuelle de deux solénoïdes, l'un fixe, l'autre mobile, tous deux définis géométriquement. —

Les calculs sont longs et pénibles, mais ne présentent pas de difficultés; on peut d'ailleurs souvent se contenter d'un résultat approximatif en supposant le rayon des spires très-petit, par rapport à la longueur du solénoïde.

On trouve que le couple résultant de l'action des deux solénoïdes est le même que dans le cas des aimants; Rappelons les deux expériences de Gauss.



L'aimant mobile $A'B'$ étant suspendu librement et l'aimant fixe AB placé symétriquement par rapport au plan du méridien magnétique, le moment résultant était $C_m = \frac{\mu\mu'}{r_0^{n+1}}$.

Dans le second cas, l'aimant fixe étant placé en A, B , sur la perpendiculaire élevée au milieu de AB on avait $C_e = \frac{\mu\mu}{r_0^{n+1}} n$.

Dans le cas des solénoïdes nous avons deux constantes de plus qui sont les intensités des deux courants. L'action élémentaire étant $F = \frac{ii' ds ds'}{r^n} f(\theta\theta'\epsilon)$. Si l'on intègre cette expression on

obtient un couple de la forme

$$C = \frac{ii'}{r^{n+1}} f$$

et dans la seconde expérience:

$$C' = \frac{ii' \times f}{r^{n+1}} n$$

f étant un certain facteur, le même dans les deux cas.

On peut simplifier le résultat en faisant passer le même courant dans les deux solénoïdes. Alors $i = i'$

$$C = \frac{i^2 f}{r^{n+1}}$$

$$C' = \frac{i^2 f \times n}{r^{n+1}}$$

Donc le moment du couple résultant est proportionnel au carré de l'intensité, et à la $(n+1)^{\text{ème}}$ puissance de la distance.

Donnons maintenant un aperçu sur les expériences de Weber une pile fournit un courant qui passe successivement dans le solénoïde fixe et dans le solénoïde mobile. La suspension bifilaire peut être assimilée à un simple fil de torsion; car si l'on fait osciller le solénoïde; on reconnaît que les oscillations sont isochrones et que par suite la force développée est proportionnelle à l'angle d'écart; le moment du couple résultant sera dès lors proportionnel à cet angle d'écart.

Dans le circuit on intercale un galvanomètre G qui donne l'intensité du courant, un commutateur C , qui permet de changer le sens du courant

dans le solénoïde. L'appareil ainsi disposé porte le nom d'électrodynamètre de Weber; je fais passer le courant (fig. 1) le solénoïde mobile est dévié, on

Figure 1.

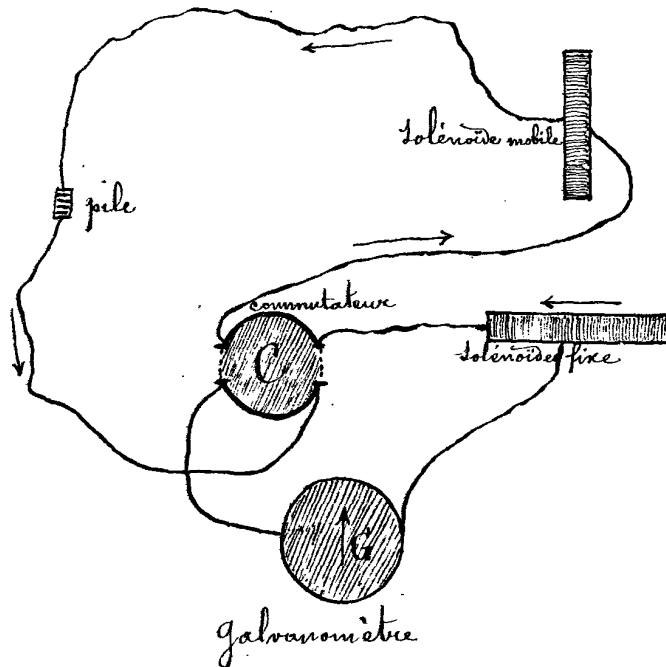
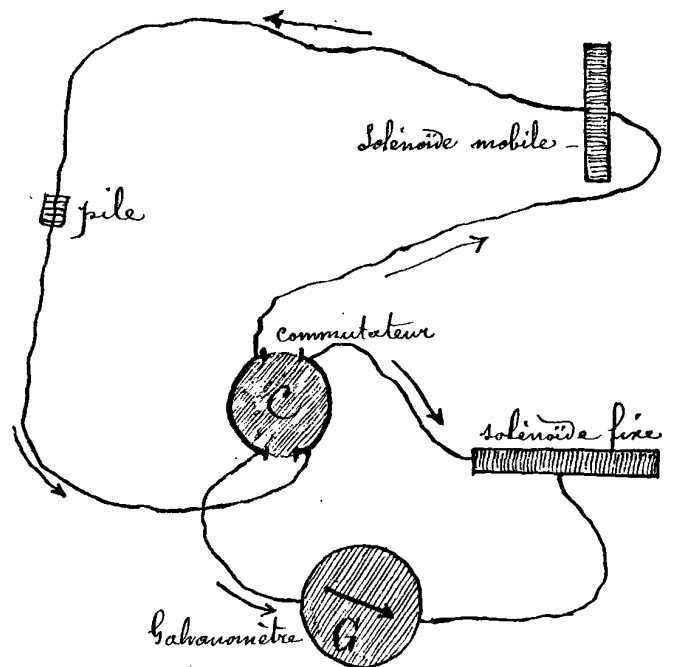


Figure 2.



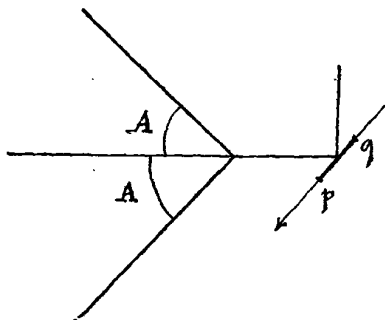
fait tourner le commutateur de 90° (fig. 2), l'écart se manifeste en sens inverse; l'angle des deux positions donne le double de l'angle de déviation. Or, opérant comme Gauss, on trouve que l'angle de déviation est deux fois plus grand dans la seconde expérience que dans la première $C' = 2C$ d'où $n = 2$.

Weber a fait alors varier les distances; et il a trouvé que le moment du couple résultant était comme pour les aimants inversement proportionnel au cube r lorsque la distance des centres est très grande d'où l'on déduit encore $n = 2$.

Enfin en faisant varier l'intensité, il a vérifié que l'action était proportionnelle au carré de cette intensité, ce qui démontre le fait que dans la leçon précédente, nous avions accepté comme ayant de grandes chances d'être exact.

Identification des solénoïdes et des aimants - Loi de Laplace - Expériences de Biot et Savart. - Après la découverte d'Aristote et celle d'Ampère; Biot et Savart se proposèrent de déterminer expérimentalement la grandeur de la force qu'un courant exerce sur un aimant: la règle d'Ampère montrait déjà que la résultante sur un pôle d'aimant devait être perpendiculaire au plan contenant le courant puisque l'aiguille aimantée

tenus à se mettre en croix avec le courant. Ils se servirent de la méthode des oscillations qui permet de déterminer la grandeur de la force qui agit sur le corps oscillant. A cet effet ils placèrent un très-petit barreau aimanté



à p q horizontal (suspendu à un fil sans torsion et rendu astatique par la présence d'un barreau aimanté convenablement placé) près du sommet d'un conducteur formé d'un fil rectiligne plié, disposé dans un plan vertical, chaque branche formant un angle A avec leur bisectrice horizontale dirigée vers le centre de l'aimant.

L'aimant se mettait en croix avec le plan du courant et oscillait d'autant plus vite que le courant c'est-à-dire électromagnétique était plus énergique. De la durée θ d'une oscillation on déduit la valeur C du couple qui agit sur le barreau aimanté pour un déplacement angulaire α mesuré par un arc égal à l'unité



$$\theta = 2\pi \sqrt{\frac{\sum pr^2}{gC}}$$

Cette formule s'obtient en intégrant l'équation différentielle

$$\frac{\sum pr^2}{g} \frac{d^2\alpha}{dt^2} = -C\alpha$$

où $\frac{\sum pr^2}{g}$ représente le moment d'inertie du système oscillant (voir la 16^e leçon - Méthode de Gauss pour l'intégration de cette équation).

On en conclut que la force électromagnétique Φ exercée par le courant et sur chaque pôle d'aimant, force qui tend à ramener à la position d'équilibre par un couple dont le moment est égal à $2l\Phi \sin \alpha$ ou $2l\Phi \alpha$ est donnée par la formule:

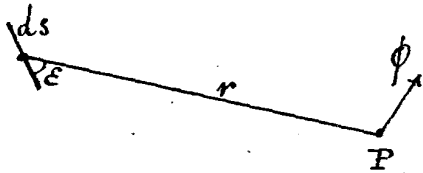
$$2l\Phi = \frac{4\pi^2}{\theta^2} \left(\frac{\sum pr^2}{g} \right)$$

Poisot et Savart avaient disposé l'aimant à une distance variable a du sommet et trouvèrent expérimentalement que la force variait en raison inverse de a et à peu près comme l'angle A des deux courants angulaires

$$\Phi = K \frac{A}{a}$$

Laplace qui paraît avoir conseillé et guidé les expérimentateurs en déduisit par induction que la loi élémentaire devrait être de la forme

$$\Phi = K ds \frac{\sin \epsilon}{r^2}$$



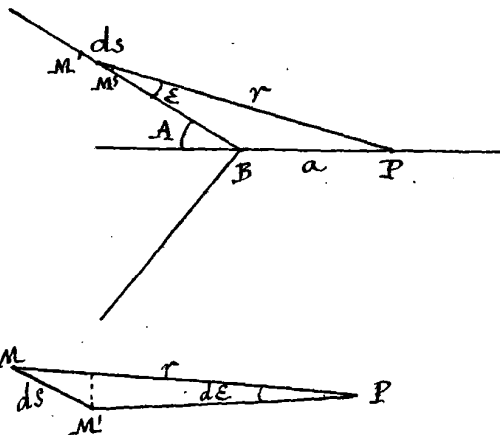
C'est-à-dire que la force ϕ exercée par un élément de courant ds sur un pôle d'aimant est proportionnel à la longueur ds au sinus de l'angle que cet élément fait avec la droite qui le joint au pôle et en raison inverse du carré de la distance.

La force ϕ est en outre dirigée perpendiculairement au plan de l'élément.

La constante K dépend bien entendu de l'intensité i du courant qu'on ne savait pas mesurer à cette époque et de la masse magnétique m du pôle d'aimant. Nous connaissons maintenant la manière dont les deux éléments doivent figurer dans cette formule: par la définition de l'intensité, i doit être proportionnelle à ϕ et par toutes les observations galvanométriques on sait que ϕ est aussi proportionnelle à m' . On écrira donc

$$\phi = K m i \frac{\sin \epsilon}{r^2}$$

Laplace démontra le premier par le calcul suivant que la loi de résultats expérimentaux de Biot et Savart



Soit MM' l'arc ds : la force électromagnétique développée par ds sur le pôle P étant perpendiculaire au plan de la figure, la résultante R de tous les arcs ds c'est-à-dire de tout le circuit sera la somme

$$R = \int K m i ds \frac{\sin \epsilon}{r^2} = K m i \int \frac{ds \sin \epsilon}{r^2}$$

On a d'ailleurs dans le triangle BPM la relation

$$\frac{\sin \epsilon}{a} = \frac{\sin A}{r}$$

et dans le triangle PMM' la relation

$$- r d\epsilon = ds \sin \epsilon$$

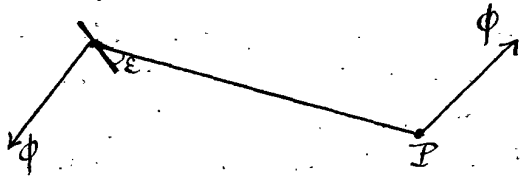
Substituant les valeurs de r et de ds en fonction de ϵ il vient, en prenant les limites de 0 à A et doublant les résultats pour obtenir l'effet des deux branches

$$\begin{aligned} R &= -2 \frac{K m i}{a \sin A} \int_A^0 d\epsilon \sin \epsilon = \frac{2 K m i}{a \sin A} [\cos \epsilon]_A^0 = \frac{2 K m i}{a \sin A} (1 - \cos A) \\ &= \frac{2 K m i \cdot 2 \sin^2 \frac{A}{2}}{2 a \sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2}} = \frac{2 K m i}{a} \tan \frac{A}{2} \end{aligned}$$

Cette formule, vérifiée ultérieurement par Biot et Savart reproduit comme on voit leur première formule empirique, où le défaut de précision

empêchait de distinguer $\tan \frac{A}{2}$ d'avec $\frac{A}{2}$ entre zéro et 45° .

De l'action d'un élément de courant sur un pôle d'aimant on déduit



la valeur de la réaction du pôle d'aimant sur l'élément de courant: elle est évidemment égale, de sens opposé et appliquée à l'élément de courant

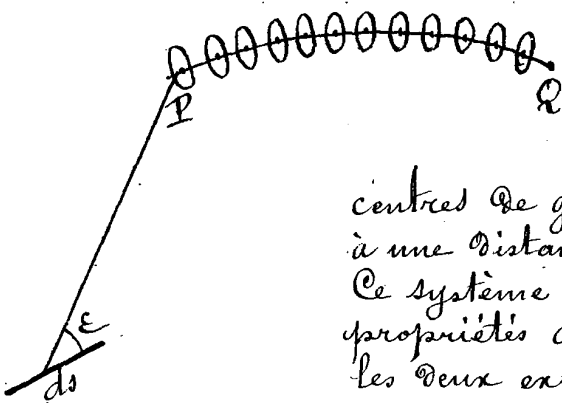
Cette conclusion qui donne pour réaction une force qui n'est pas direc-

tement opposée à l'action a d'ailleurs été vérifiée par des expériences nombreuses dans le détail desquelles le cadre restreint de ces leçons ne nous permet pas d'entrer (1)

Formule d'Ampère sur l'action d'un pôle de solénoïde. -

Ampère n'a pas tardé à montrer par le calcul que les lois pourant définir un système de circuits qu'il a nommé solénoïdes ou cylindres électrodynamiques exerçant sur un élément de courant une action représentée en grandeur et en direction par une loi identique à celle de Laplace.

Il a trouvé que si l'on imagine une série de courants fermés d'intensité i , très petits (mais non pas infiniment petits) plans ayant la même surface σ normaux à une même courbe de façon à ce que les centres de gravité de ces circuits soient sur cette courbe à une distance constante égale à λ (également très-petite). Ce système de courant jouit absolument des mêmes propriétés qu'un aimant dont les deux pôles seraient les deux extrémités P Q de la courbe directrice,



(1) Note non exigée. - Un calcul simple permet de montrer que si la loi élémentaire donne une réaction non directement opposée à l'action, la loi intégrale ne présente plus la même anomalie car la résultante de l'action d'un pôle d'aimant sur un courant fermé passe par ce pôle. On démontre aisément le résultat en calculant le moment de la résultante de cette action autour d'un axe passant par le pôle de l'aimant: on le trouve nul pour un courant fermé. Il en résulte qu'un courant fermé est invariable ne peut se mouvoir sous l'influence d'un pôle d'aimant. Mais si on lie invariablement une portion du circuit à ce pôle et qu'on laisse le reste du circuit mobile; le moment de la partie mobile n'est pas nul et une rotation continue peut se produire, ce que l'expérience vérifie de tout point. (Consulter Voidet cours de l'École Polytechnique. Tome 1^{er} page 277).

En effet chaque pôle P exerce sur un élément de courant ds , d'intensité i une action représentée par

$$d\mathcal{F} = H i ds \frac{\sin \epsilon}{r^2}$$

C'est-à-dire précisément les lois de Laplace, la constante H dépendant uniquement de la construction du solénoïde; elle a pour valeur

$$H = \frac{H}{2} \frac{i' \sigma'}{\lambda'}$$

H étant la constante figurant dans la formule d'Ampère représentant l'action de deux éléments de courant.

Le calcul montre que si l'extrémité Q de la courbe s'éloigne à l'infini; il se présente ce qui arrive avec un aimant indéfini, c'est-à-dire que l'action se réduit à celle d'un pôle unique P placé à l'extrémité P de la courbe.

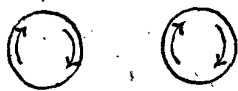
La démonstration complète de cette formule se trouve dans l'appendice à la fin de la leçon.

Construction hypothétique des aimants. - Ampère a conclu de ses expériences et de ses calculs que l'hypothèse de fluides magnétiques spéciaux devenait inutile et qu'on pouvait substituer la considération de circuits électriques équivalents.

Dans cette manière de voir les molécules des corps magnétiques seraient le siège de courants fermés, orientés sans loi lorsque le corps serait non aimanté, orientés parallèlement lors de l'aimantation.

Un aimant pourrait donc être considéré comme un assemblage de solénoïdes puisqu'on peut toujours grouper les circuits en fils continus normalement à une même ligne.

On serait tenté d'objecter qu'alors les pôles des aimants devraient être aux extrémités de ces fils, ce qui n'a pas lieu. Mais Ampère a fait remarquer que l'orientation produite par l'aimantation est le résultat d'un équilibre entre les actions extérieures et les actions mutuelles. Or il existe une force répulsive entre les parties les plus voisines de deux courants contigus identiques: les solénoïdes élémentaires qui seraient rigoureusement parallèles sous l'action extérieure d'aimantation si elle existait seule, se repoussant mutuellement par leurs pôles tendent à s'infléchir comme le montre la figure. De la même distribution complexe des pôles élémentaires dont la



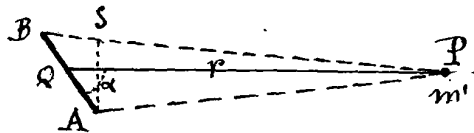
résultante n'est plus à l'extrémité du barreau

Une molécule magnétique équivaut à un petit circuit fermé et plan. — On sait par l'expérience de l'aimant brisé, qu'en réduisant de plus en plus la longueur d'un aimant chaque fragment présente toujours deux pôles de nom contraire, de là la notion de la molécule magnétique. De même un solénoïde quelle que soit sa longueur c'est-à-dire le nombre de petits circuits qu'il renferme présente toujours deux pôles. On arrive ainsi à l'idée qu'un seul petit circuit doit être l'équivalent d'une molécule magnétique.

Pour prouver cette équivalence nous allons chercher quelle est l'action d'une molécule magnétique sur un pôle d'aimant; d'autre part nous calculerons l'action d'un petit circuit fermé sur un pôle de solénoïde et nous vérifierons que l'identification peut-être complète.

Action d'une molécule magnétique sur un pôle d'aimant.
— Pour simplifier ce calcul, nous ferons usage de la considération du potentiel magnétique d'un système de masse magnétique relativement à un point où se trouverait l'unité de masse magnétique.

Les forces magnétiques suivant les mêmes lois que les forces électriques toutes les considérations développées dans la 21^e leçon s'appliquent sans démonstration nouvelle.



Soit une molécule magnétique AB c'est-à-dire un petit aimant chargé de deux masses magnétiques $+m$ en A et $-m$ en B et P un pôle magnétique chargé de la masse m'

Le potentiel magnétique en P sera $V = \sum \frac{m}{r}$ sur l'unité de magnétisme

$$V = \frac{m}{AP} - \frac{m}{BP} = m \frac{BP - AP}{AP \cdot BP}$$

Or $BP - AP = BS = 2l \cos \alpha$, $2l$ représentant la distance des pôles substituant et remarquant que $2lm$ représente le moment magnétique de l'aimant = μ on aura

$$V = \mu \frac{\cos \alpha}{r^2}$$

Pour obtenir la composante de la force agissant au pôle P c'est-à-dire sur la masse m' à une direction donnée il suffit comme on l'a vu en électrostatique de prendre la dernière partielle de cette fonction V par rapport à la variable qui représente cette direction.

Prenons 3 directions rectangulaires passant par P : celle des x dans la direction PQ celle des z dans le plan ABP et celle des y normale à ce plan on aura pour les trois composantes :

$$X = m' \frac{\partial V}{\partial x} \quad Y = m' \frac{\partial V}{\partial y} \quad Z = m' \frac{\partial V}{\partial z}$$

Où x représente précédemment r : y n'est représentée par aucune des variables ϵ et r et quant à z on a évidemment en devant en P une perpendiculaire dz

soit l'on conclut ? $r d\alpha = dz$

$$X = m' \frac{\partial V}{\partial r} = - 2 m' \mu \frac{\cos \alpha}{r^3}$$

$$Y = m' \frac{\partial V}{\partial y} = 0$$

$$Z = m' \frac{\partial V}{\partial z} = m' \frac{\partial V}{\partial \epsilon} \times \frac{1}{r} = - m' \mu \frac{\sin \alpha}{r^3}$$

Celles sont les trois composantes qu'on obtiendrait, mais un peu moins facilement par la considération directe des forces

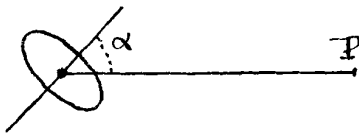
Action d'un circuit fermé, plan très-petit sur un pôle de solénoïde.
- On calcule facilement (voir l'appendice à la fin de la leçon) par la formule d'Ampère : On trouve en désignant par σ l'aire du petit circuit et α l'angle que la normale au plan du circuit fait avec la droite qui joint le circuit au pôle P

$$X = 2 H \sigma \cdot \frac{\cos \alpha}{r^3}$$

$$Y = 0$$

$$Z = - H \sigma \frac{\sin \alpha}{r^3}$$

$$\text{avec } H = \frac{H}{2} \frac{i \sigma'}{\lambda'}$$



C'est-à-dire précisément les mêmes formules aux signes près : la concordance des lignes s'établirait par le sens des axes coordonnés de façon à ce qu'on eût $dz = - r d\alpha$ et par le sens des courants qui n'a pas été défini.

L'identification s'obtient en égalant les coefficients

$$m' \mu = \frac{H}{2} i \sigma \cdot \frac{i \sigma'}{\lambda'}$$

Si l'on remarque que λ' est la distance de deux circuits dans le solénoïde ce qui caractérise le nombre de molécules magnétiques du solénoïde, c'est-à-dire ce qu'on peut appeler la longueur de la molécule électrodynamique, le produit $\lambda' m'$ doit être considéré comme un véritable moment magnétique μ' .

$$\text{On aura donc : } \mu \mu' = \frac{H}{2} i \sigma i \sigma'.$$

Il en résulte que si l'on pose $\frac{H}{2} = 1$ c'est-à-dire si l'on adopte pour la constante de la formule d'Ampère sur l'action de deux éléments et courants la valeur 2

$$F = \frac{i i' ds ds'}{r^2} \left[2 \sin \theta \sin \theta' \cos \epsilon - \cos \theta \cos \theta' \right]$$

on pourra écrire séparément.

d'où le théorème important qui résume tout ce qui précède

Un courant fermé, très petit, plan mais de forme quelconque équivalent à un aimant très-petit dont le moment magnétique est égal au produit de la surface σ du circuit par l'intensité i du courant qui le traverse.

Nous verrons dans la leçon suivante qu'en adoptant les unités qui ont servi à définir les unités absolues de magnétisme et d'intensité cette équivalence est indépendante du choix des unités mécaniques de longueur de temps et de force ou de masse.

Appendice non exigé.

Démonstration de quelques résultats relatifs à l'identification des solénoïdes et des aimants.

I^o Théorème - La résultante normale qu'un courant fermé quelconque exerce sur un élément de courant ds' est définie par :

$$R = \frac{H}{2} i i' ds D \sin \epsilon$$

D étant un coefficient représenté par une droite (directrice) dont la grandeur et la direction ne dépendent que de la forme et de la position du courant fermé et ϵ étant l'angle que l'élément ds' fait avec cette droite.

La formule d'Ampère a été mise précédemment sous la forme :

$$F = H i i' ds ds' \left[r \frac{\partial^2 r}{\partial s \partial s'} - \frac{1}{2} \frac{\partial r}{\partial s} \frac{\partial r}{\partial s'} \right]$$

Soit s l'arc du circuit fermé comme ds' est constant l'intégration portera donc sur l'expression précédente considérée

comme fonction de s ou des variables avec lesquelles s (ou ds) peut être exprimé.

La parenthèse est évidemment à un facteur près la dérivée prise par rapport à s de :

$$\int r^{-\frac{1}{2}} \frac{dr}{ds}, \text{ c'est-à-dire } r^{-\frac{1}{2}} \frac{\partial^2 r}{\partial s \partial s'} - \frac{1}{2} r^{-\frac{3}{2}} \frac{\partial r}{\partial s} \frac{\partial r}{\partial s'}$$

multipliant le numérateur et le dénominateur par ce facteur qui n'est autre que $r^{-\frac{3}{2}}$ la formule d'Ampère prend la forme :

$$F = H i' ds ds' r^{-\frac{1}{2}} \frac{\partial}{\partial s} \left(r^{-\frac{1}{2}} \frac{\partial r}{\partial s'} \right) = H i' ds r^{-\frac{1}{2}} d \left(r^{-\frac{1}{2}} \frac{\partial r}{\partial s'} \right)$$

expression qui ne contient plus ds mais une différentielle équivalente, celle de $\left(r^{-\frac{1}{2}} \frac{\partial r}{\partial s'} \right)$ qui on peut exprimer avec telles variables que l'on veut. Adoptons pour variables les coordonnées x, y, z de la courbe représentant le circuit ds liés par deux équations, qui il est inutile d'écrire explicitement. L'expression $\frac{\partial r}{\partial s'}$ représente comme on l'a vu $\cos \theta'$ θ' étant l'angle de la direction que fait ds avec r appelant μ, ν les angles que fait ds' avec les trois axes, on aura :

$$\frac{\partial r}{\partial s'} = \cos \theta' = \frac{x}{r} \cos \lambda + \frac{y}{r} \cos \mu + \frac{z}{r} \cos \nu$$

qu'on substituera dans F

Les trois composantes X, Y, Z de la résultante sur ds' s'obtiennent en sommant la valeur de F préalablement multipliée par $\cos(\vec{F}, x)$, $\cos(\vec{F}, y)$, $\cos(\vec{F}, z)$ c'est-à-dire $\frac{x}{r}$, $\frac{y}{r}$, $\frac{z}{r}$.

Le calcul étant symétrique bornons nous à la valeur de X

$$X = H i' ds \int \frac{x}{r} r^{-\frac{1}{2}} d \left[r^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{x}{r} \cos \lambda + \frac{y}{r} \cos \mu + \frac{z}{r} \cos \nu \right) \right] \\ = H i' ds' \left[\cos \lambda \int x r^{-\frac{3}{2}} d(x r^{-\frac{1}{2}}) + \cos \mu \int x r^{-\frac{3}{2}} d(y r^{-\frac{1}{2}}) - \cos \nu \int x r^{-\frac{3}{2}} d(z r^{-\frac{1}{2}}) \right]$$

La première intégrale est celle d'une différentielle exacte : elle est identiquement nulle quelle que soit les relations entre x, y, z c'est-à-dire quelle que soit la forme et la position du circuit pourvu qu'il soit fermé, parce que les deux limites de l'intégration sont les mêmes.

La seconde s'obtiendra au moyen de l'intégration par parties

$$\int u dv = (uv)' - \int v du \\ \int x r^{-\frac{3}{2}} d(y r^{-\frac{1}{2}}) = \int \frac{x}{y} \cdot y r^{-\frac{3}{2}} d(y^{-\frac{3}{2}}) = \frac{x}{y} \cdot \frac{(y r^{-\frac{3}{2}})^2}{2}$$

$$-\frac{1}{2} \int (y r^{-\frac{3}{2}})^2 d\left(\frac{x}{y}\right) = -\frac{1}{2} \int y \frac{dx - x dy}{r^3}$$

Cette intégrale s'obtiendra si l'on connaît les deux équations qui définissent la courbe; l'expression de la troisième s'écrira évidemment en changeant z en y ; en permuttant circulairement les lettres on obtiendra les valeurs des intégrales qui figurent dans X, Y et Z: elles se réduisent à trois qui Ampère désigne, pour abréger, égales par les trois lettres ABC

$$A = \int \frac{y dz - z dy}{r^3} \quad B = \int \frac{z dx - x dz}{r^3} \quad C = \int \frac{x dy - y dx}{r^3}$$

Les trois intégrales étendues au circuit fermé forment trois coefficients qui ne dépendent que de la forme et de la position du circuit. Quant aux différentielles intégrées, elles donnent zéro parce que le circuit est fermé.

Les trois composantes de l'action de ce courant sur ds' se réduisent donc aux expressions très simples.

$$X = H \frac{ii'ds'}{2} [C \cos \mu - B \cos \nu]$$

$$Y = H \frac{ii'ds'}{2} [A \cos \nu - C \cos \lambda]$$

$$Z = H \frac{ii'ds'}{2} [B \cos \lambda - A \cos \mu]$$

Ces trois composantes satisfont à deux conditions très-simples: la première

$$X \cos \lambda + Y \cos \mu + Z \cos \nu = 0$$

exprime que la résultante R est perpendiculaire à l'élément de courant: c'est la condition qui on a prise pour point de départ et qui a servi à établir la valeur $R = -\frac{1}{2}$ de la formule d'Ampère; la seconde

$$\frac{A}{D} \frac{B}{D} \frac{C}{D} \text{ avec } D = \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}$$

C'est la directrice, définie par les 3 intégrales A, B, C.

Quant à la valeur de la résultante elle est égale à

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} = \frac{H ii'ds}{2} \sqrt{A^2(\cos^2 \mu + \cos^2 \nu) + B^2(\cos^2 \nu + \cos^2 \lambda) + C^2(\cos^2 \lambda + \cos^2 \mu) - 2BC \cos \mu \cos \nu - 2AC \cos \nu \cos \lambda - 2BA \cos \lambda \cos \mu}$$

avec les relations $\cos \lambda + \cos^2 \mu + \cos \nu = 1$

Remplaçant $\cos^2 \mu + \cos^2 \nu$ par $1 - \cos^2 \lambda$ et de même dans les expressions analogues, il vient

$$R = \frac{H ii'ds}{2} \sqrt{A^2 + B^2 + C^2 - [A \cos \lambda + B \cos \mu + C \cos \nu]^2}$$

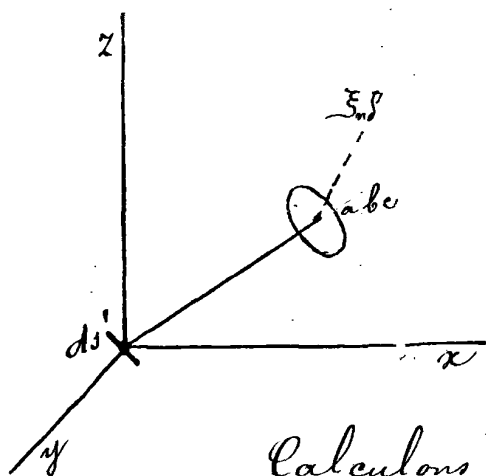
Si l'on désigne par ϵ l'angle qui fait ds' avec la directrice on aura :

$$\cos \epsilon = \frac{A}{D} \cos \lambda + \frac{B}{D} \cos \mu + \frac{C}{D} \cos \nu$$

Le radical est donc égal à $\sqrt{D^2 - D^2 \cos^2 \epsilon} = D \sin \epsilon$

D'où $R = H \frac{ii'}{2} ds' D \sin \epsilon$ c. q. f. d.

II^e: Action d'un circuit fermé plan et très-petit sur un élément de courant.



Soient a, b, c les coordonnées du centre de gravité d'un petit circuit plan dont la normale fait avec les axes x, y, z des angles dont les cosinus sont ξ, η, ζ

Les coordonnées d'un point de la courbe seront

$$x = a + u$$

$$y = b + v \quad \text{avec la condition } u\xi + v\eta + w\zeta = 0$$

$$z = c + w$$

pour que le circuit soit plan.

Calculons l'une des intégrales, par exemple C ,

$$C = \int \frac{y dx - x dy}{r^3}$$

On aura d'abord $dx = du$ $dy = dv$ $dz = dw$

$$r^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(au + bv + cw) + u^2 + v^2 + w^2$$

Comme le circuit est très-petit on négligera le carré du rayon vecteur de la courbe $\sqrt{u^2 + v^2 + w^2}$ à la distance $\rho = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ de sorte qu'on aura simplement

$$r^2 = \rho^2 \left[1 + \frac{2}{\rho^2} (au + bv + cw) \right]$$

$$\text{et } \frac{1}{r^3} = \frac{1}{\rho^3} \left[1 + \frac{2}{\rho^2} (au + bv + cw) \right]^{-\frac{3}{2}} = \frac{1}{\rho^3} \left[1 - \frac{3}{\rho^2} (au + bv + cw) \right]$$

substituant dans C

$$\begin{aligned} C &= \frac{1}{\rho^3} \int [(b+v) du - (a+u) dv] \left[1 - \frac{3}{\rho^2} (au + bv + cw) \right] \\ &= \frac{1}{\rho^3} \int b du - \frac{1}{\rho^3} \int dv + \frac{1}{\rho^3} \int (v du - u dv) - \frac{3}{\rho^5} \int (b du - a dv) (au + bv + cw) \end{aligned}$$

plus une intégrale dont les éléments contiennent des produits u^2 uv uw etc...

qui sont négligeables à l'aire d'approximation adoptée.

Les deux premières intégrales sont évidemment nulles pour un circuit fermé: la troisième représente le double de la projection sur le plan des x, y de l'aire du circuit (1) si l'on désigne par σ cette aire et comme plus haut par ζ le cosinus de l'angle de la normale au circuit avec l'axe des z la 3^e intégrale a pour valeur

Effectuant les produits indiqués dans la quatrième intégrale après avoir tiré la valeur de w de l'équation des conditions ci-dessus

$$w = \frac{1}{\zeta} (u \xi + v \eta)$$

on rencontre des différentielles exactes $u du, v dv$ qui donnent lieu à l'intégration et il restera à intégrer

$$\frac{1}{\zeta} \left[b(b\zeta - c\eta) v du - a(a\zeta - c\xi) u dv \right]$$

Sous cette forme l'expression n'est pas intégrable; mais on peut y mettre en facteur $(v du - u dv)$ en y ajoutant une différentielle exacte $K(v du + u dv)$ qui disparaîtra par l'intégration, et K une constante indéterminée: on déterminera cette constante K par la condition que le coefficient de $v du$ soit égal et de signe contraire à celui de $u dv$.

$$b^2 \zeta - bc\eta + K = a^2 \zeta - ac\xi - K$$

$$\text{D'où} \quad K = -\frac{ac}{2} \xi + \frac{bc}{2} \eta + \frac{a^2 b^2}{2} \zeta$$

et la différentielle à intégrer devient

$$\frac{1}{2\zeta} \left[(a^2 + b^2) \zeta - bc\eta - ac\xi \right] (v du - u dv)$$

qui devient symétrique si l'on ajoute et qu'on retranche $c^2 \zeta$

$$\frac{1}{2\zeta} \left[(a^2 + b^2 + c^2) \zeta - c(a\xi + b\eta + c\zeta) \right] (v du - u dv)$$

D'où l'on conclut finalement, toutes réductions faites

$$C = -\frac{\sigma \zeta}{\rho^3} + \frac{c\sigma}{\rho^3} (a\xi + b\eta + c\zeta) \quad (2)$$

et par permutation circulaire:

(1) Il suffit de transformer u et v en coordonnées polaires $u = \rho \cos \omega$, $v = \rho \sin \omega$ et d'exprimer du, dv en fonctions de $d\rho$ et $d\omega$ il vient: $v du - u dv = -\rho^2 d\omega$ qui est évidemment le double de l'aire comprise entre deux rayons vecteurs inclinés de $d\omega$.

(2) On remarquera que $a\xi - b\eta + c\zeta$ est la distance de l'origine au plan du courant.

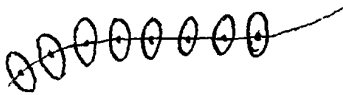
$$B = -\frac{\sigma \eta}{l^3} + \frac{3b\sigma}{l^3} (a\xi + b\eta + c\zeta)$$

$$A = -\frac{\sigma \eta}{l^3} + \frac{3a\sigma}{l^3} (a\xi + b\eta + c\zeta)$$

Ces trois coefficients substitués dans les valeurs de XYZ donnent les 3 composantes cherchées d'un petit circuit fermé sur un élément de courant ds'

III. Action d'un pôle de solénoïde sur un élément de courant.

L'action d'un solénoïde s'obtiendra en continuant la sommation des éléments des intégrales ABC et en les étendant à tous les petits circuits égaux et normaux à une courbe



$$\Psi_1(a, b, c) = 0$$

$$\Psi_2(a, b, c) = 0$$

lieu du centre a, b, c de l'élément déjà considéré.

Considérons un arc infiniment petit dh de cette courbe

Soit λ la distance constante de deux circuits consécutifs on aura donc $\frac{dh}{\lambda}$ pour le nombre de ces circuits dans l'axe dh ; il faudra

Donc prendre la somme de l'expression précédente de C multipliée par $\frac{dh}{\lambda}$ d'où

$$C = \sigma \int \frac{dh}{\lambda} \left(-\frac{\zeta}{l^3} + \frac{3c}{l^3} (a\xi + b\eta + c\zeta) \right)$$

Mais l'axe dh étant normal au plan des petits circuits on a évidemment

$$da = \xi dh \quad db = \eta dh \quad dc = \zeta dh$$

et comme

$$a^2 + b^2 + c^2 = l^2$$

On a :

$$a da + b db + c dc = l dl$$

D'où :

$$C = \frac{\sigma}{\lambda} \int \left(-\frac{dc}{l^3} + \frac{3cdl}{l^4} \right) = -\frac{\sigma}{\lambda} \int d\left(\frac{c}{l^3}\right)$$

et finalement : $C = -\frac{\sigma}{\lambda} \left(\frac{c}{l^3}\right)_{c_0}^{c_1} = \frac{\sigma}{\lambda} \left[\frac{c_0}{l_0^3} - \frac{c_1}{l_1^3} \right]$
 d. c_0 et l_0 , c_1 et l_1 étant les valeurs initiales et finales de l et c c'est-à-dire des deux extrémités du solénoïde.

Pour un solénoïde prolongé à l'infini d'un côté $l_1 = \infty$ $c_1 = \infty$,

mais $\frac{c_0}{l_0^3} = 0$
 Il reste $C = \frac{\sigma}{\lambda} \frac{c}{l^3} \quad B = \frac{\sigma}{\lambda} \frac{b}{l^3} \quad A = \frac{\sigma}{\lambda} \frac{a}{l^3}$

272

Substituant dans les valeurs de XYZ il vient :

$$X = \frac{1}{2} i i' ds' \frac{G}{\lambda} \frac{1}{r^2} \left(\frac{a}{l} \cos \mu - \frac{b}{l} \cos \nu \right)$$

$$Y = \frac{1}{2} i i' ds' \frac{G}{\lambda} \frac{1}{r^2} \left(\frac{a}{l} \cos \nu - \frac{c}{l} \cos \lambda \right)$$

$$Z = \frac{1}{2} i i' ds' \frac{G}{\lambda} \frac{1}{r^2} \left(\frac{b}{l} \cos \lambda - \frac{a}{l} \cos \mu \right)$$

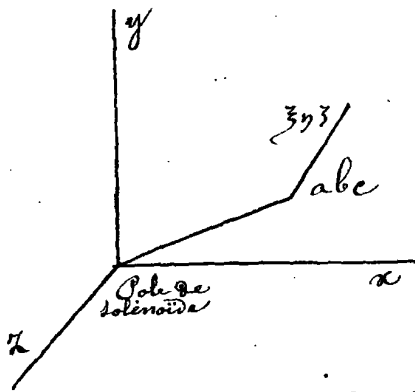
Où l'on conclut: $X \frac{a}{l} + Y \frac{b}{l} + Z \frac{c}{l} = 0$

$$X \cos \lambda + Y \cos \mu + Z \cos \nu = 0$$

A. $F = \frac{1}{2} i i' ds' \frac{G}{\lambda} \frac{\sin \epsilon}{r^2}$ avec $\cos \epsilon = \frac{a \cos \lambda + b \cos \mu + c \cos \nu}{l}$

C'est-à-dire l'expérience même de la loi de Laplace. Elle représente aussi bien l'action que la réaction.

IV. Action d'un circuit fermé plan très-petit sur un pôle de solénoïde
Mêmes notations que ci-dessus pour le petit courant



$$x = a + u$$

$$y = b + v \quad \text{avec } u\xi + v\eta + w\zeta = 0$$

$$z = c + w$$

La force exercée par l'élément ds sur le pôle de solénoïde indéfini composé de petits circuits d'aire σ' à des intervalles égaux à λ' est donnée par la formule précédente

$$F = \frac{i i'}{2} \frac{G}{\lambda'} ds \frac{\sin \epsilon}{r^2} \quad \text{ou pour abrégir } = H i ds \frac{\sin \epsilon}{r^2}$$

Elle est dirigée perpendiculairement au plan de ds et de la droite l et passe par le pôle: si on désigne par m, n, p les cosinus de cette direction on a les conditions suivantes:

1° Perpendicularité à ds c'est-à-dire dx, dy, dz ou du, dv, dw

$$m du + n dv + p dw = 0$$

2° Perpendicularité à la droite qui joint l'origine à ds

$$m(a+u) + n(b+v) + p(c+w) = 0$$

3° Enfin:

$$m^2 + n^2 + p^2 = 1$$

Résolvant les deux équations du premier degré on en tire toute réduction faite.

$$\frac{m}{(c+w)dv - (bw)dv} = \frac{n}{(a+u)dw - (c+w)du} = \frac{p}{(b+v)du - (a+u)dv} =$$

$$\frac{1}{ds r \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{dr}{ds}\right)^2}} = \frac{1}{r ds \sin \varepsilon}$$

en posant: $\cos \varepsilon = \frac{x}{r} \frac{dx}{ds} + \frac{y}{r} \frac{dy}{ds} + \frac{z}{r} \frac{dz}{ds}$
 & étant l'angle défini plus haut.

Les 3 composantes X Y Z de l'action de l'élément ds sur le pôle de solénoïde s'obtiendront en multipliant la force ci-dessus donnée par les cosinus m n p et en sommant

$$X = \int F_m = H i \int ds \frac{\sin \varepsilon}{r^2} m = H \int \frac{(c+u) dx - (b+w) dz}{r^3}$$

c'est-à-dire

$$X = H \int \frac{z dy - y dz}{r^3}$$

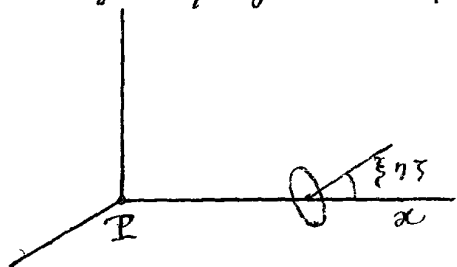
qui n'est autre que l'intégrale déjà calculée A pour l'action d'un petit courant fermé sur un élément de courant substituant les valeurs trouvées ci-dessus, il vient:

$$X = H i \sigma \left[-\frac{\xi}{l^3} + \frac{3a}{l^5} (a\xi + b\eta + c\zeta) \right]$$

$$Y = H i \sigma \left[-\frac{\eta}{l^3} + \frac{3b}{l^5} (a\xi + b\eta + c\zeta) \right]$$

$$Z = H i \sigma \left[-\frac{\zeta}{l^3} + \frac{3c}{l^5} (a\xi + b\eta + c\zeta) \right]$$

Comme il n'y a plus d'intégration à effectuer on n'a pas besoin de conserver la symétrie des trois coordonnées. Prenons donc l'axe de x suivant la ligne qui joint le pôle et le centre du circuit.



$$a=l \quad b=0 \quad c=0$$

et le plan des xz passant par la normale au circuit

$$\eta=0$$

Il reste:

$$X = H i \sigma \frac{2\xi}{l^3}$$

$$Y = 0$$

$$Z = -H i \sigma \frac{\xi}{l^3}$$

Si on donne un autre nom à l'angle dont le cosinus est ξ avec l'axe des x et qu'on l'appelle α , on aura

$$X = 2 H i \sigma \frac{\cos \alpha}{l^3}$$

$$Y = 0$$

$$Z = -H i \sigma \frac{\sin \alpha}{l^3}$$

$$\text{avec } H i = \frac{1}{2} i' \frac{C}{r}$$

C'est le résultat annoncé ci-dessus.

2^e Division - 1881-82

Physique - 69^e Série.

28^e Leçon.

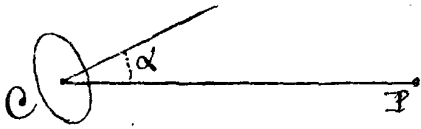
La considération du potentiel magnétique ou électrodynamique d'un pôle magnétique relativement à un circuit fermé très-petit conduit à des conséquences très importantes.

Théorème. - Le potentiel électromagnétique d'un circuit fermé très-petit, plan mais de forme quelconque sur un pôle chargé de l'unité de masse magnétique et représenté par l'angle solide sous lequel du pôle on voit le circuit, multiplié par l'intensité du courant.

On a en effet d'après l'identification des solénoïdes et des aimants, la valeur

$$V = \sigma i \frac{\cos \alpha}{r^2}$$

C'est la valeur du potentiel d'une molécule magnétique sur l'unité de magnétisme dans laquelle le moment magnétique μ est remplacé par le moment électrodynamique σi d'un petit circuit fermé plan dont l'aire est σ , l'intensité i et dont la normale fait un angle α avec la



droite qui en joint le centre au pôle magnétique P chargé de l'unité de magnétisme.

Si l'on décrit du point P une sphère de rayon égal à l'unité la perspective sphérique du circuit aura pour aire la mesure σ' de l'angle solide indiqué plus haut. Or on aura

$$\frac{\sigma'}{1} = \frac{\sigma \cos \alpha'}{r^2}$$

Donc :

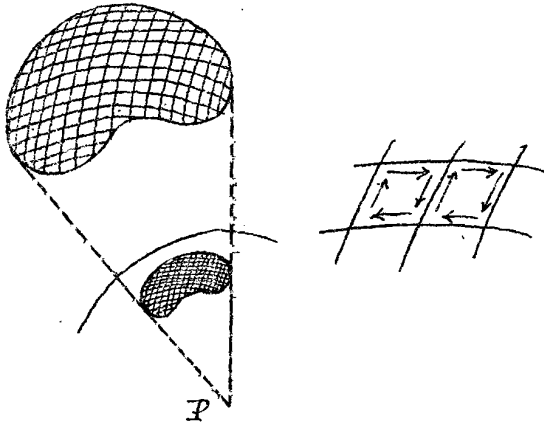
$$V = \sigma' i \quad \text{c. q. f. d.}$$

Ce théorème est général et s'applique à un courant fermé quelconque.

Théorème. - Le potentiel électromagnétique d'un circuit fermé quelconque sur un pôle chargé de l'unité de magnétisme est représenté par l'angle solide sous lequel, du pôle, on voit le circuit multiplié par l'intensité du courant.

En effet on peut, avec Ampère, remplacer le circuit fermé par

une infinité de petits circuits contigus sensiblement plans, présentant les mêmes circuits que le courant il suffit pour cela d'imaginer une surface de forme arbitraire limitée au contour du circuit et de tracer sur cette surface deux séries de courbes qui se coupent.



Il est évident que sur chaque côté de ces circuits les courants s'annulent à cause du sens inverse suivant lequel ils le parcourent dans deux circuits contigus ; et cela a lieu pour tous à l'exception de ceux formant le contour extérieur qui ne présentent aucun circuit contigu.

Le potentiel total étant la somme totale des potentiels :

$$V = \sum \sigma' i = i \sum \sigma' \quad \text{c. q. f. d.}$$

Rappelons que la connaissance du potentiel ⁽¹⁾ permet de calculer la force électromagnétique exercée sur un pôle d'aimant ou de solénoïde chargé d'une masse magnétique m . Les trois composantes parallèlement à trois axes seront

$$X = m \frac{\partial V}{\partial x} \quad Y = m \frac{\partial V}{\partial y} \quad Z = m \frac{\partial V}{\partial z}$$

Note non exigée. — Cette démonstration est la traduction géométrique d'un théorème du à Ampère qui devient alors évident d'après ce qui a été dit plus haut.

L'action d'un courant fermé sur un pôle magnétique est identique à l'action qu'exerceraient deux surfaces de forme quelconque infiniment voisines l'une de l'autre, limitées toutes deux par le courant lui-même et chargées de fluides magnétiques contraires de façon que : 1^o, la surface chargée de fluide austral soit à la gauche d'un observateur traversé par le courant des pieds à la tête et tourné vers l'intérieur de l'espace limité par le courant. 2^o, la charge d'un élément superficiel de grandeur constante pris sur chaque surface soit en raison inverse de sa distance à l'autre surface comptée suivant la normale.

Une double surface ainsi constituée s'appelle quelquefois aussi un feuillet magnétique.

Action réciproque de deux courants fermés.

Théorème. - Deux courants fermés de forme quelconque agissent mutuellement comme deux feuillets magnétiques limités aux contours des circuits.

La décomposition précédente donne la définition d'un feuillet magnétique.

Les considérations montrent que les actions électrodynamiques entre courants fermés se ramènent aux lois des actions magnétiques: et comme celles-ci ne sont fonctions que des distances elles sont susceptibles d'être représentées par une seule fonction W dont les dérivées partielles prises par rapport à des variables convenables donnent les composantes de translation XYZ de l'action réciproque et les composantes L, M, N des couples de rotation.

Cette fonction W se nomme encore potentiel on démontre qu'elle est représentée par l'intégrale double

$$W = 2ii' \iint \frac{ds ds' \cos \omega}{r} \quad \omega \text{ angle de } ds \text{ avec } ds'$$

les deux intégrales étant étendues aux deux circuits fermés.

Unités électriques.

Les progrès de l'électricité comme ceux de toutes les branches de la physique ont pour résultat l'introduction de plus en plus complète des principes de la mécanique dans l'étude des phénomènes électriques.

Les grandeurs électriques sont liées aux grandeurs unités en mécanique: or comme elles représentent toutes des manifestations de force et de mouvement, il y a lieu de se demander quelle est la nature de ces relations. La manière suivant laquelle les grandeurs électriques sont constituées avec les grandeurs mécaniques est très intéressante par ce que la connaissance de cette constitution peut apporter quelque lumière sur le mécanisme encore inconnu des phénomènes électriques.

Unités irréductibles de la mécanique: La mécanique n'emploie que quatre sortes de grandeurs; longueur, temps, force et masse; et comme il existe une relation entre ces quatre espèces de grandeurs

$$F = m \gamma = P = m \frac{l}{t^2}$$

(relation entre la force, la masse et l'accélération) il n'y a en réalité que trois unités irréductibles ou indépendantes.

Mesure de grandeur. - On ne peut faire entrer dans les calculs

que des rapports de grandeurs : la mesure d'une grandeur est pour le rapport à une unité de même espèce pour les grandeurs irréductibles. Pour les grandeurs dérivées, l'unité dérivée dépendra de la relation avec les unités des grandeurs irréductibles :

Dans ce qui va suivre, toutes les unités dérivées seront exprimées en fonction des unités irréductibles de force de longueur et de temps. On représentera ces unités par les indéterminées F, L, T . On les appelle quelquefois unités absolues parcequ'elles sont exprimées en fonctions d'unités absolument indépendantes.

Electrostatique - **Unité de masse électrique**. - L'unité de masse électrique est définie par la loi de Coulomb.

$$F = \frac{Q Q'}{r^2}$$

C'est la masse électrique Q qui à l'unité de distance L agissant sur une masse identique produit l'unité de F d'après la relation entre les unités Q, L, F .

$$F = \frac{Q^2}{L^2} \quad \text{ou} \quad Q = F^{\frac{1}{2}} L$$

à l'aide de la balance de torsion on peut si l'on connaît la valeur du couple de torsion K du fil en unités irréductibles de la mécanique on peut mesurer la quantité d'électricité répartie sur les deux boules en valeur absolue⁽¹⁾

Unité de Potentiel électrostatique. - Un potentiel électrostatique en un point est en général $V = \sum \frac{Q}{r}$ Appelant également V (pour ne pas multiplier les notations) l'unité de potentiel et Q l'unité de masse électrique on aura entre les unités la relation

$$V = Q L^{-1} = (F^{\frac{1}{2}} L) L^{-1} = F^{\frac{1}{2}}$$

Capacité électrostatique. - On a $Q = CV$ d'où

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{F^{\frac{1}{2}} L}{F^{\frac{1}{2}}} = L$$

Magnétisme. - Les unités étant dérivées comme en électrostatique de la loi de Coulomb dont l'expression est la même, les unités magnétiques présenteront les mêmes relations avec les unités irréductibles.

(1) Note (non exigée) Pour déterminer ce couple il suffit de donner au levier une forme géométrique qui permette de calculer le moment d'inertie $\sum \frac{pr^2}{g}$ alors de la durée T d'une oscillation complète on déduit K par la formule établie précédemment.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\sum pr^2}{gK}}$$

Masse magnétique

$$m = F^{\frac{1}{2}} L$$

Potentiel magnétique

$$W = F^{\frac{1}{2}}$$

Capacité magnétique

$$C' = F^{\frac{1}{2}} L^2$$

On y adjoindra l'unité de moment magnétique produit de l'unité de masse magnétique par l'unité de longueur.

Moment magnétique

$$\mu = F^{\frac{1}{2}} L^2$$

Electromagnétisme. - La première grandeur qui a été définie est l'intensité. On l'a considérée comme ayant pour mesure la force qui s'exerce entre le courant à mesurer et les masses magnétiques de l'aiguille aimantée formant le galvanomètre.

Les études précédentes nous ayant donné la forme précise qui existe entre ces éléments nous la prendrons pour définition: C'est la loi de Laplace

$$F = m i \frac{ds \sin E}{r^2}$$

Nous supprimons la constante de proportionnalité comme inutile et nous adopterons pour unité d'intensité i l'intensité d'un courant agissant

sur une longueur égale à l'unité L à la distance unité L sur un pôle présentant l'unité de magnétisme en suivant une force égale à l'unité F .

Pratiquement ce serait l'action d'une portion de courant circulaire de longueur L de rayon L sur un pôle m situé au centre: on voit alors que $\sin E = \sin 90^\circ = 1$ partout

car E est l'angle que fait chaque

élément de courant avec la direction qui le joint au pôle. On aura donc entre les unités la relation

$$F = m \cdot \frac{i L}{L^2} = m i L^{-1}$$

ou en substituant la valeur, l'unité de masse magnétique $m = F^{\frac{1}{2}} L$ il reste

$$i = F^{\frac{1}{2}}$$

Ainsi l'unité d'intensité est la racine carrée de l'unité de force. On mesurerait donc directement les intensités en unité absolue avec un galvanomètre de torsion (voir la 18^e Leçon) dont le couple de torsion du fil aurait été mesuré en unités mécaniques irréductibles, à la condition de connaître

le moment magnétique de l'aiguille aimantée ce qu'on obtient par la méthode de Gauss (16^e Leçon).

Unité de résistance .- La loi de Joule fournit l'unité de résistance r : en effet on a pour la quantité de chaleur Q développée

$$Q = H r i^2 t$$

Multiplications les deux membres par l'équivalent mécanique de la chaleur H : le premier membre deviendra le travail mécanique correspondant

$$H Q = H E r i^2 t$$

Convenons que l'unité de résistance soit définie par la condition que l'expression $r i^2 t$ représente le travail accompli sous forme de chaleur en unités mécaniques on aura d'abord $H E = 1$ d'où $H = \frac{1}{E}$ et en suite la relation suivante entre les unités : l'unité de travail étant le produit de l'angle de force par l'unité de longueur :

$$\text{Travail} = F L = r i^2 T = r (F^{\frac{1}{2}})^2 T$$

$$\text{D'où } r = L T^{-1}$$

L'unité de résistance coïncide avec l'unité de vitesse.

Unité de force électromotrice .- Elle est donnée par la loi de Ohm

$$i = \frac{e}{r} \quad \text{D'où } e = r i$$

Substituant les unités :

$$e = L T^{-1} \cdot F^{\frac{1}{2}}$$

Unité de quantité d'électricité Dynamique .- La définition de Faraday $q = i t$ conduit immédiatement à la relation

$$q = F^{\frac{1}{2}} T$$

Unité de capacité de l'électricité Dynamique .- On peut charger un condensateur (Electromètre de Volta, Cables sous marins, etc) avec une pile : la charge q est proportionnelle à la force électromotrice e de la pile et à la capacité C du condensateur

$$q = e C \quad \text{D'où pour l'unité de } C$$

$$C = \frac{q}{e} = \frac{F^{\frac{1}{2}} T}{F^{\frac{1}{2}} L T^{-1}} = L^{-1} T^2$$

Resumé des résultats...

Résumé des résultats obtenus

Electrostatique	Magnétisme	Electromagnétisme
Charge $Q = F \frac{1}{2} L$	Charge $m = F \frac{1}{2} L$	Intensité $i = F \frac{1}{2}$
Potentiel $V = F \frac{1}{2}$	Potentiel $W = F \frac{1}{2}$	Résistance $r = L T^{-1}$
Capacité $C = L$	Moment magnétique $\mu = F \frac{1}{2} L$	Force électromotrice $e = F \frac{1}{2} L T^{-1}$
		Quantité d'électricité $q = F \frac{1}{2} T$
		Capacité $c = L^{-1} T^2$

Ces formules permettent de calculer la grandeur de l'unité dérivée lorsqu'on change les unités irréductibles et par suite d'obtenir immédiatement les facteurs de transformation.

Remarques et conséquences. Les définitions ont établi une liaison nécessaire entre les unités magnétiques et les unités électromagnétiques par l'intermédiaire de la masse magnétique; mais les unités électrostatiques forment un système absolument indépendant.

Cette indépendance n'est pas réelle, car les faits établissent entre les phénomènes électrostatiques et électromagnétiques une relation nécessaire. On sait en effet que la décharge d'un condensateur agit comme le courant d'une pile sur l'aiguille d'un galvanomètre; on a donc été conduit à supposer que ce qui constitue une masse électrostatique se trouve dans la constitution d'une quantité d'électricité dynamique; de là on s'est proposé de rechercher combien il faut d'unités d'électricité statique Q pour produire l'effet (sur un galvanomètre, par exemple), d'une unité q d'électricité dynamique.

C'est à Weber et Kohlrausch qu'on doit la première détermination de ce genre: la méthode qu'ils ont suivie consistant à charger un condensateur d'une quantité d'électricité statique connue mesurée avec l'électrostatique définie plus haut puis à faire passer la décharge à travers un galvanomètre mesurant l'intensité en unité électromagnétique donnée ci-dessus. On observe une déviation de l'aiguille aimantée, une sorte d'impulsion mesurée par l'angle d'écart. Cette impulsion, comme on le démontrera dans la leçon suivante est proportionnelle à $\int i dt$ c'est-à-dire à la quantité d'électricité dynamique qui a passé.

On obtient donc ainsi deux évaluations de la décharge c'est-à-dire de la même quantité d'électricité, l'une α (représentant αQ) en unité électrostatique, l'autre β (représentant βq) en unité électromagnétique.

Le quotient γ de ces deux évaluations $\gamma = \frac{\alpha}{\beta}$ paraît être un coefficient purement numérique comme α et β mais les unités Q et q n'étant pas constituées de même le quotient n'est qu'en apparence.

numérique, et dépend des unités avec lesquelles Q et q sont exprimées.

$$\text{En effet } \alpha Q = \alpha F^{\frac{1}{2}} L, \quad \beta q = \beta F^{\frac{1}{2}} T$$

Donc si l'on veut trouver le rapport qui permet de transformer l'évaluation numérique faite avec q comme unité en évaluation faite avec Q comme unité, on devra poser $\frac{\alpha Q}{\beta q} = \gamma V$, V étant l'unité avec laquelle γ , coefficient purement numérique doit être compté : substituant les valeurs des unités Q et q il vient

$$\frac{\alpha F^{\frac{1}{2}} L}{\beta F^{\frac{1}{2}} T} = \gamma V = \frac{\alpha}{\beta} \frac{L}{T}$$

Donc l'unité avec laquelle γ est comptée et l'unité de vitesse $\frac{L}{T}$ elle-même : autrement γ ne serait plus un coefficient indépendant des unités adoptées.

En résumé : le rapport des évaluations d'une même quantité d'électricité en unité électrostatique et en unité électromagnétique est une vitesse.

L'expérience a donné comme résultat une valeur qui ne diffère pas sensiblement de la vitesse de la lumière c'est-à-dire 300.000 kilomètres à la seconde : le coefficient γ est donc égal à 3×10^{10} lorsqu'on prend comme plus loin pour unité le centimètre pour unité de longueur. Nous ne développerons pas les conséquences remarquables qu'on a tiré de ce rapprochement (1)

On dit quelquefois pour abrégé que le rapport des unités q et Q est égal à la vitesse de la lumière : mais il est inexact car le rapport de Q à q est l'unité de vitesse par simple division.

Choix des unités mécaniques. — Une discussion approfondie a conduit les physiciens de l'association britannique (Sir W. Thomson, Maxwell, etc...) à adopter pour unités

T = une seconde de temps moyen

L = le centimètre

M = la masse du gramme

Ils ont répété comme Gauss, le gramme comme unité de force,

(1) Note non exigée. — On démontre aisément par la nécessité de passer par les quantités équivalentes αQ et βq d'électricité que le rapport apparent des unités de force électromotrice et de potentiel électrostatique dans les deux systèmes $\frac{e}{V}$ est encore la même vitesse et que le rapport des capacités $\frac{C}{e}$ en est le carré. En effet un même travail est représenté par αQV en unités électrostatiques βqe en unités électromagnétiques d'où $\frac{e}{V} = \frac{\alpha Q}{\beta q} = \gamma V$ le rapport est le même. De même pour le rapport des capacités $\frac{C}{e} = \frac{\alpha Q}{\beta q} \times \frac{e}{V} = \gamma^2 V^2$.

parce que l'attraction terrestre change avec la latitude : au contraire le gramme-masse est invariable. L'unité de force devient une unité dérivée.

$$F = MLT^{-2}$$

qu'on doit substituer dans toutes les valeurs précédentes.

Elle représente la force qui, agissant sur l'unité de masse, c'est-à-dire sur la masse du 1^{er} produit une accélération de 1 centimètre par seconde et cette unité de force se nomme Dyne. On reconnaît aisément que cette force équivaut à Paris où l'accélération de la pesanteur est 9^m,8096 ou 980^g,96 à l'attraction que la pesanteur exerce sur $\frac{1g}{980,96}$ ou environs un milligramme. Ce système d'unités est désigné par les initiales (CGS) (Centimètre gramme seconde).

Unités pratiques. - (multiples décimaux particuliers des unités absolues.)

Unité de résistance. - L'unité de résistance donnée (CGS) est beaucoup trop petite pour les usages pratiques, car un cube de cuivre de 1 centimètre de côté dont la résistance serait considérée comme négligeable dans les expériences ordinaires possède une résistance d'environ 1600 unités absolues; le fer 9.800. On a adopté une unité 10⁹ fois plus grande (vitesse de un quart de méridien terrestre par seconde) qui est voisine de l'unité proposée par Pouillet et construite actuellement par Siemens en Allemagne. On la nomme Ohm en l'honneur du Physicien allemand de ce nom.

L'unité de Pouillet-Siemens (une colonne de mercure de 1^m de long et de 1 millimètre carré de section à zéro) vaut à peu près 0^{ohm} 96 Cent mètres de fil télégraphique en fer galvanisé de 4 mm de diamètre ont une résistance de un Ohm environ.

Force électromotrice - L'unité (CGS) est également beaucoup trop petite. L'unité pratique a été choisie égale au multiple par 10⁸: on l'appelle Volt en souvenir de Volta, qui a découvert l'addition algébrique des forces électromotrices. Un couple Daniell présente une force électromotrice très voisine de un Volt (1^{volt} 07).

Intensité. - Le multiple de l'unité d'intensité est déterminé par les deux choix précédents puisque l'on doit avoir la relation

$$i = \frac{e}{r} = \frac{\text{Volt}}{\text{Ohm}} = \frac{10^8}{10^9} = 10^{-1} = \frac{1}{10}$$

On nomme Ampère l'unité d'intensité qui équivaut à $\frac{1}{10}$ d'unité absolue C.G.S. (*)

En résumé, une force électro-motrice de un Volt, établie entre les extrémités d'un conducteur ayant une résistance de un Ohm produit un courant dont l'intensité est un Ampère.

Importance du choix des unités absolues. - La production de l'électricité étant en définitive une transformation d'énergie, les unités absolues fournissent des mesures exprimées directement en unités mécaniques, par suite immédiatement comparables aux éléments mis en jeu dans les machines fournissant le travail mécanique.

L'emploi de l'unité de masse au lieu de l'unité de force cause bien un peu d'embaras au début, à cause du facteur $g = 981$ cent. parcequ'on a l'habitude de prendre le kilogramme comme unité de force mais lorsqu'on est prévenu et qu'on se rappelle que

1 gramme vaut ~~1000~~ 1000 dynes

la transformation est faite. Elle est particulièrement simple dans le cas de la transformation de l'évaluation du travail (dyne-centimètre) en kilogrammètres.

Exemple. Calcul de l'énergie dépensée par un arc électrique
 L'arc électrique produit entre deux charbons présente une différence de potentiel, c'est-à-dire une force électromotrice d'environ 50 Volts. Sous l'influence d'un courant dont l'intensité est 10 Ampère. On demande l'évaluation de l'énergie électrique dépensée (sous forme de chaleur et de lumière) dans cet arc par seconde.

Note non exigée. - On a donné aussi un nom aux unités de quantité et de capacité électromagnétiques

Quantité on a $q = it$: l'unité est celle qui passe par seconde dans un circuit ayant une intensité d'un Ampère : c'est évidemment $\frac{1}{10}$ de l'unité absolue C.G.S. On la nomme Coulomb.

Capacité Un condensateur chargé avec une pile d'une force électromotrice égale à un Volt et qui contient un Coulomb présenterait une capacité un : on nomme Farad l'unité de capacité.

$$\text{Comme on a : } C = \frac{q}{e} = \frac{10^{-1}}{10^{-9}} = 10^{-8}$$

Le Farad vaut donc 10^{-9} C.G.S. Cette unité est trop grande dans la pratique : on en prend encore un sous-multiple par 10^{-6} qu'on appelle Microfarad. Un mille c'est-à-dire 1872 mètres de cables sous-marins présente une capacité d'un tiers de Microfarad.

L'énergie ou le travail étant représenté par ri^2t ou e^2t ou a
 d'après la définition du Volt et de l'ampère

$$E = (50 \text{ volt} \times 10^8) (10 \text{ ampère} \times 10^{-1}) \times 1 = 500 \times 10^7 \text{ exprimées en unités CGS.}$$

Ce chiffre 500×10^7 représente des Dyne centimètres, c'est l'unité de travail
 CGS on la nomme quelquefois erg (du grec signifiant, travail, ouvrage) Si
 on veut transformer en Kilogrammètres il suffit de se rappeler que 1 gr.
 vaut 98 dynes

$$\text{une Dyne vaut } \frac{1 \text{ gr.}}{g} = \frac{10^{-3} \text{ Kilogramme}}{g} = \frac{10^{-3} \text{ Kilogramme}}{981 \text{ centimètres}}$$

$$\text{un centimètre} \quad \text{---} \quad 10^{-2} \text{ mètres}$$

Le facteur par lequel il faut multiplier le nombre ci-dessus est

$$\frac{10^{-3}}{981} \times 10^{-2} = \frac{10^{-5}}{981} = \frac{10^{-7}}{9.81}$$

et comme il y avait un facteur le nombre 10^{+7} les puissances de 10
 disparaissent et il reste :

$$E = \frac{50 \text{ volt} \times 10 \text{ ampère}}{9.81} = \frac{500}{9.81} = \text{sensiblement } \frac{500}{10} = 50 \text{ kilogramme par seconde}$$

La règle pour exprimer en Kilogrammètres l'énergie électrique
 exprimée par le produit d'un nombre de Volts par un nombre d'Am-
 pères est de diviser ce produit par $g = 9.81$.

Divisant par 75 on aura le travail ou Cheval vapeur ici ;
 $E = 0.67$ environ.

29^e Leçon.

Phénomènes d'induction.

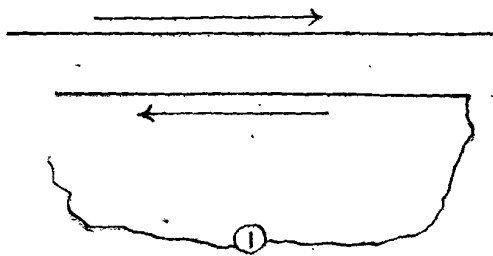
Les phénomènes d'induction ont été découverts par un physicien
 anglais, dont le nom est venu déjà plusieurs fois dans ces leçons,

Faraday. Il pensait qu'on ne pouvait pas représenter une action à distance, sans supposer un milieu intermédiaire existant dans tous les corps, même dans le vide barométrique. Nous verrons du reste que l'existence de ce milieu se présente comme une nécessité en optique, attendu que la lumière se propage aussi bien et même mieux dans le vide que dans un milieu considérable. Ce fluide se nomme en optique l'éther.

L'hypothèse de l'existence d'un semblable milieu a conduit Faraday à découvrir les phénomènes d'induction; voici son raisonnement; si dans ce milieu, on met un corps aimanté, électrisé, ou un courant; il doit se produire une modification dans la nature du milieu qui dure tout le temps que ce système reste fixe; mais si l'on déplace ce système, l'état dynamique du milieu se modifie: il en est de même si l'on déplace brusquement un conducteur qui est lui-même imprégné de ce milieu; ce conducteur doit éprouver une modification intérieure, et par suite, il est naturel de supposer qu'il se produit dans le conducteur, un courant, qui ne dure que pendant le déplacement, car bientôt s'établit un nouvel équilibre dynamique.

L'expérience a vérifié ces conceptions théoriques: si on approche un courant rectiligne d'un conducteur parallèle, il se produit dans le conducteur un courant de sens contraire. On dit alors qu'il se produit un courant induit inverse ou courant inducteur.

Si au lieu d'approcher le courant inducteur on l'éloigne, le courant induit est direct.



Ces courants ne durent d'ailleurs que pendant la durée du déplacement; ils cessent dès qu'on laisse immobile le système des deux corps.

Deux circuits étant en présence, si on lance un courant dans le premier, il se produit un courant induit inverse; si on le fait cesser, le courant induit est direct.

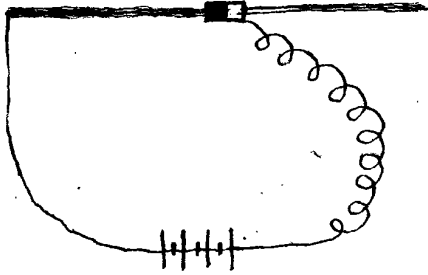
En général, avec une disposition analogue, toute variation dans l'intensité d'un courant, occasionne la production d'un courant induit.

Puisque les aimants sont assimilables à des solénoïdes si l'on approche un aimant d'un circuit, il tend à se développer un courant inverse de celui qui existe dans le solénoïde équivalent à l'aimant, et direct si on l'éloigne.

Pour les vérifications expérimentales, on se sert de courants cir-

-culaires, faisant un grand nombre de tours, de manière à former une bobine, ce qui multiplie l'action, un galvanomètre placé dans chaque circuit donne le sens des courants.

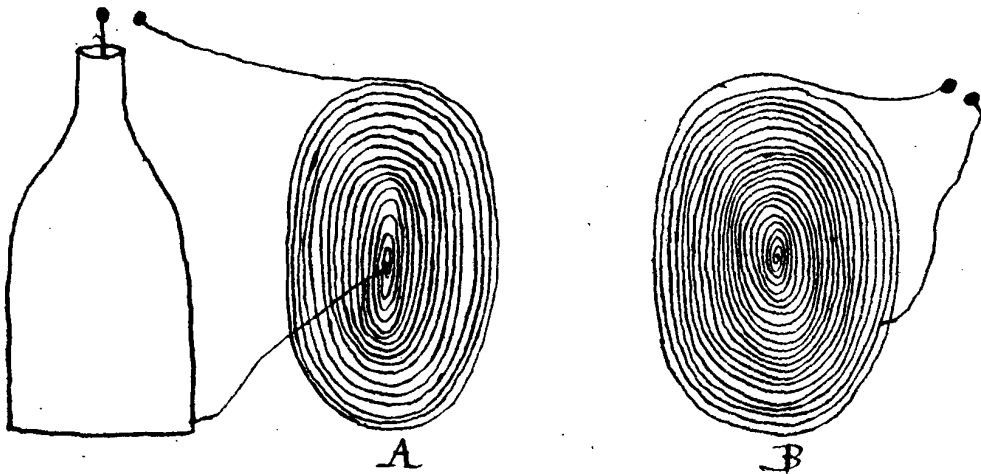
Pour produire des variations dans l'intensité d'un courant on se sert d'un Rhéocorde comme ceux employés pour les masses de résistance ou de forces électromotrices et qui ont été décrits à la fin de la 23^e Leçon. Un tube contenant du mercure glisse sur un fil de platine très-fin présentant une grande résistance: le fil passe dans l'axe de ce tube et suivant la longueur intercalée dans le circuit fait varier la résistance et par suite l'intensité du courant.



Si dans un système de deux bobines l'une inductrice et l'autre induite, on interpose un faisceau de fer doux, l'action inductrice est beaucoup plus considérable. Cette propriété sera utilisée plus tard.

Les phénomènes d'induction ne s'appliquent pas seulement à l'électricité des piles, mais encore à celle des machines.

Pour le montrer, on se sert de spirales plates, formées d'un fil très-fin, enroulé un grand nombre de fois; l'un A communique



avec l'armature extérieure d'une bouteille de Leyde, et porte un bouton en regard du bouton de l'armature intérieure; il est appliqué, le long d'un autre plateau B, dont le fil se termine par deux boules placées en regard; on charge la bouteille; toutes les fois

que l'étincelle jaillit entre les deux premières boules ; elle jaillit entre les autres.

Le courant qui traverse B au moment de l'étincelle peut lui-même induire un autre courant, il suffit de placer à côté de lui un troisième plateau semblable.

Si le circuit était avant l'induction le siège du passage d'un courant, il y a superposition.

Ces phénomènes d'induction paraissent d'abord assez complexes. Leur mode d'action a été découvert par un physicien Russe Senz. Il a trouvé une loi qui permet de prévoir dans quel sens et dans quelles conditions se produit le courant induit. On peut alors étudier l'action d'un circuit inducteur de forme quelconque, sur un circuit induit également quelconque. Nous ferons remarquer qu'on obtient les mêmes résultats, en laissant immobile le courant induit au lieu du courant inducteur.

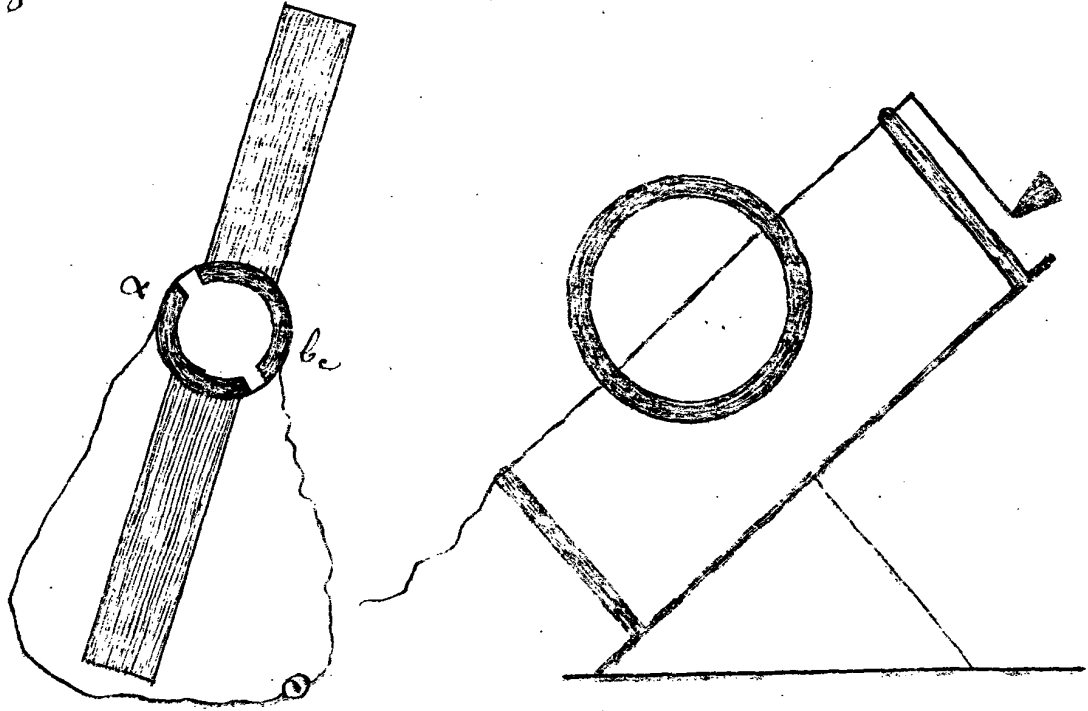
Loi de Senz. - Toutes les fois qu'on donne à un conducteur, un mouvement quelconque relativement à un courant il se développe dans le conducteur un courant d'induction inverse de celui qui tendrait à lui imprimer le même mouvement sous leur influence réciproque.

Eclaircissons cet énoncé par des exemples simples : nous pouvons passer en revue tous les systèmes de conducteurs ayant servi à la démonstration de l'action mutuelle des courants. Ainsi deux courants parallèles s'attirent quand ils sont de même sens, et se repoussent s'ils sont de sens contraire : il en résulte que si l'on approche un conducteur d'un courant parallèle, le courant induit est inverse du courant inducteur.

Ces vérifications expérimentales vont être particulièrement intéressantes, en se servant comme courants inducteurs de ceux qui peuvent remplacer l'action terrestre ; un cadre circulaire mobile autour d'un axe vertical ou horizontal, et traversé par un courant, s'oriente sous l'influence terrestre. Dès lors si ce cadre circulaire étant à l'état neutre, on le met en mouvement il tend à se produire un courant. - De là l'expérience suivante due à Faraday. On prend un faisceau de fils placé sur une table, on le retourne sans dessus dessous ; si l'on dispose d'un galvanomètre assez sensible, on constate la production d'un courant.

On peut faire l'expérience d'une manière encore plus nette. Nous allons faire tourner un courant circulaire autour d'un axe

Horizontal perpendiculaire au plan du méridien magnétique.
 Cherchons quelle serait l'orientation de ce courant sous l'influence terrestre; comme on peut remplacer la terre par un courant éloigné, allant de l'est à l'ouest et situé dans un plan perpendiculaire à l'aiguille d'inclinaison; le plan du cadre se placerait perpen-



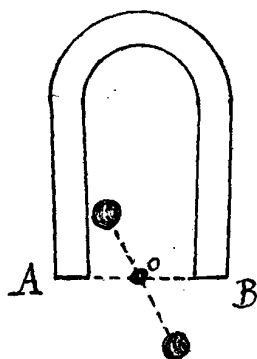
dicairement à l'aiguille d'inclinaison. Si l'on imprime au cadre une rotation continue on aura un courant, qui d'après la loi de Lenz, changera de sens à chaque demi-révolution; si on recueillait simplement ces courants dans un circuit, ils se détruiraient en quelque sorte, et l'aiguille du galvanomètre ne serait pas déviée. Mais on peut transformer ce courant intermittent en un courant continu; il suffit de placer sur l'axe de la roue un commutateur C. C'est un système de deux demi-anneaux conducteurs collés sur un anneau isolant d'ivoire. Les extrémités du fil enroulé sur le cadre circulaire, sont en contact avec deux points fixes de ces demi-anneaux; deux ressorts a et b viennent s'appuyer sur le commutateur; ils sont réunis par un conducteur. Le commutateur est entraîné dans le mouvement de rotation; les points d'interruption suivent en face des ressorts a et b, au moment où le cadre est perpendiculaire à l'aiguille d'inclinaison, c'est-à-dire au moment où le courant change de sens; le galvanomètre accuse alors une déviation.
 Si l'axe n'était pas perpendiculaire à l'aiguille d'inclinaison

il y aurait encore induction mais plus faible, et si l'axe devenait parallèle à cette aiguille, il ne se produirait plus rien. Dans cette position le courant est astatique; la terre ne le dirige plus, par conséquent d'après la loi de Lenz elle ne peut produire sur le circuit aucune induction, on a beau faire tourner le cadre aussi rapidement que possible, l'aiguille du galvanomètre n'est pas déviée.

Des machines électromagnétiques.

Les phénomènes d'induction ont donné naissance d'abord à des appareils de cabinet puis à des appareils industriels.

Machine de Clarke. - Clarke a utilisé les courants, qui



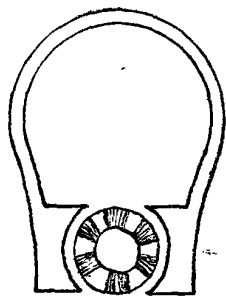
— Clarke a utilisé les courants qui se produisent sous l'influence des aimants. Devant les deux pôles d'un aimant en fer à cheval, peuvent circuler les fers doux d'un électro-aimant auxquels on imprime un rapide mouvement de rotation autour d'un axe horizontal O.

Quand un des électro-aimants arrive devant l'un des pôles de l'aimant fixe, son noyau de fer doux est aimanté et il se produit dans la bobine un courant inverse; c'est-à-dire de même sens que le premier quand la bobine a tourné de 90° et ainsi

de suite. Le courant d'induction change de sens, mais à l'aide d'un commutateur on le redresse.

Ces machines ont été rendues industrielles pour la production de la lumière électrique. On accouple un certain nombre de machines de Clarke et on a alors la machine magnéto-électrique de la compagnie d'Alliance qui a été longtemps employée pour l'éclairage des sphères. Les bobines sont mises en mouvement par une machine à vapeur de la force de 5 à 6 chevaux.

Machine de Gramme. - Cet appareil se compose d'un aimant très-énergique dont les pôles sont renforcés par des



plaques de fer doux. La partie in-
 suite est un tore en fer doux entou-
 ré d'un fil, ce fil forme une série
 de bobines. Si l'on imprime un ra-
 pide mouvement de rotation, un
 observateur placé sur une bobine
 verra passer successivement un pôle
 boréal, une ligne neutre, puis un
 pôle austral, la bobine sera par
 suite le siège d'un courant alterna-
 tif, qu'on recueille à l'aide d'un

Commutateur, de manière à avoir un courant continu.

On peut remplacer l'aimant en fer à cheval par un électro-ai-
 mant quelconque. On peut même alimenter cet électro-aimant avec
 le courant induit, de sorte que sans magnétisme apparent, on
 peut obtenir une quantité d'électricité indéfinie, pourvu que la machine
 soit amorcée. Ordinairement le magnétisme permanent (*) suffit;
 on nomme ce genre de machines dynamoélectriques.

Les courants induits ne sont bien entendu que l'équivalent
 du travail dépensé et la preuve c'est que toutes ces machines sont
 réversibles.

Si on les met en mouvement, elles fournissent de l'électricité;
 et si on leur fournit de l'électricité, elles se mettent en mouvement,
 et peuvent produire un certain travail.

On peut disposer l'expérience d'une manière encore plus cu-
 rieuse: On met en mouvement une machine Gramme, et l'on
 fait par le courant qu'elle produit, dans les bobines, d'une
 seconde machine; qui se met alors en mouvement; ainsi avec deux
 machines de Gramme, on peut transporter du travail d'un en-
 droit à un autre.

(*) On donne ce nom à la petite quantité de magnétis-
 me, qui reste toujours dans un électro-aimant, quelque soit
 le soin avec lequel on ait purifié le fer qui le forme.

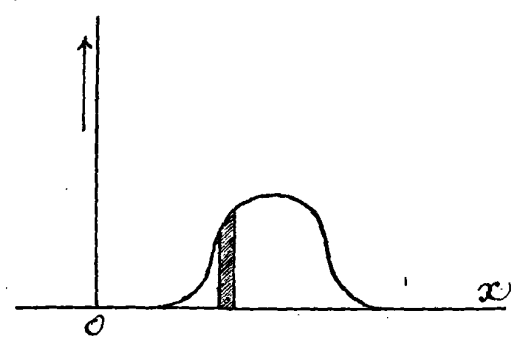
30^e Leçon.

Lois expérimentales des courants induits.

Nous allons nous occuper dans cette dernière leçon des lois qui régissent les courants d'induction. Cette étude nous conduira à montrer l'identité absolue de l'électricité statique et de l'électricité dynamique.

Les courants induits ont la propriété de varier avec le temps; on devrait donc toujours avoir en vue cette propriété.

Prenons pour abscisses le temps et pour ordonnées les intensités du courant induit, nous aurons une certaine courbe représentant la loi de variation de l'intensité du courant. On pourrait se proposer de déterminer expérimentalement dans chaque cas la fonction; mais la question est très compliquée; il est beaucoup plus simple de chercher l'aire de la courbe; l'aire d'un élément a pour expres-



sion $i dt$ c'est la quantité d'électricité dq , qui a traversé le courant pendant dt

$$dq = i dt \quad q - q_0 = \int i dt.$$

Or $\int i dt$ représente l'aire comprise entre l'axe des x et la courbe; c'est la quantité totale d'électricité induite.

Pour déterminer expérimentalement cette quantité, on peut se servir d'un voltamètre; c'est une méthode suivie par Faraday; le poids de substance chimique décomposée est proportionnel à la quantité d'électricité qui a passé dans le circuit. Mais son courant pour décomposer les substances chimiques doit avoir une certaine intensité, et souvent on se trouve dans le cas de courants très-faibles. Il vaut mieux alors se servir du galvanomètre. L'emploi de cet appa-

ceil est fondé sur la proposition suivante.

Pour un même galvanomètre l'impulsion initiale due à un courant instantané est proportionnelle à la quantité totale d'électricité, qui a passé dans le circuit.

Supposons donc un barreau aimanté mobile autour d'un axe vertical; il se place dans le plan du méridien magnétique; si on le dévie d'un angle α assez petit, le couple qui tend à le ramener à sa position primitive est $C\alpha$, en désignant par C la valeur maximum du couple terrestre; c'est-à-dire la valeur de ce couple lorsque le barreau est perpendiculaire au plan du méridien magnétique.

Quant à la force résultant de l'action mutuelle de l'aimant et du courant i , et au moment magnétique M du barreau.

Si nous désignons par Σ le moment d'inertie du barreau l'équation du mouvement est

$$\Sigma \frac{d^2\alpha}{dt^2} = Mi - C\alpha.$$

Supposons que l'intensité soit une certaine fonction du temps et intégrons cette expression entre les limites 0 et θ , θ désignant la durée du passage du courant induit:

$$\Sigma \int_0^\theta \frac{d^2\alpha}{dt^2} dt = M \int_0^\theta i dt - C \int_0^\theta \alpha dt$$

Or le courant induit ne passant que pendant un temps très-petit, tandis que le mouvement de l'aiguille exige un temps fini, l'angle de déviation α restera sensiblement nul pendant le temps très-petit du passage du courant; le terme $\int \alpha dt$ est négligeable; l'aiguille a acquis une vitesse initiale que nous désignons par $\left(\frac{d\alpha}{dt}\right)_0$; nous avons

$$\Sigma \left(\frac{d\alpha}{dt}\right)_0 = Mg.$$

La vitesse initiale est donc proportionnelle à la quantité d'électricité, mise en jeu par le courant instantané.

Dans la seconde phase, le courant a cessé de passer; l'aiguille se met en mouvement par suite de la vitesse d'impulsion.

L'équation du mouvement est alors:

$$\Sigma \frac{d^2\alpha}{dt^2} = -C\alpha$$

Avec la condition que pour $\alpha = 0$,

$$\Sigma \left(\frac{d\alpha}{dt} \right)_0 = Mq.$$

Multiplions les deux membres de l'équation par $\frac{d\alpha}{dt}$

$$\Sigma \frac{d^2\alpha}{dt^2} \frac{d\alpha}{dt} = -C\alpha \frac{d\alpha}{dt}$$

et en intégrant

$$\Sigma \left(\frac{d\alpha}{dt} \right)^2 = -C\alpha^2 + K$$

Nous allons déterminer la constante en remarquant que pour $\alpha = \alpha_1$, α_1 représentant l'élongation initiale, la vitesse est nulle.

$$0 = -C\alpha_1^2 + K$$

L'équation du mouvement est alors

$$\Sigma \left(\frac{d\alpha}{dt} \right)^2 = C(\alpha_1^2 - \alpha^2)$$

Si l'on voulait avoir la loi générale du mouvement il faudrait faire une nouvelle intégration, mais comme nous voulons seulement avoir la valeur α_1 nous allons procéder plus simplement.

Faisons dans l'équation précédente $\alpha = 0$.

La vitesse initiale étant $\frac{Mq}{\Sigma}$ ou α :

$$\Sigma \frac{M^2 q^2}{\mu} = C\alpha_1^2$$

$$\alpha_1 = \frac{M}{\sqrt{\Sigma C}} q$$

L'impulsion initiale est donc proportionnelle à la quantité d'électricité induite. On remarquera que tous les éléments de l'expérience pouvant être mesurés en unités mécaniques absolues, on obtient l'expression de q en valeur absolue (voir la 28^e leçon).

Ce procédé de mesure a permis d'observer les lois suivantes:

1^{ère} Loi. — Les quantités d'électricité ou courant induit direct et ou courant induit inverse sont égales et de signe contraire.

Cette loi peut se vérifier par le galvanomètre et le voltamètre.

Si nous employons les courants induits à décomposer l'eau, nous trouverons dans les deux éprouvettes, des quantités égales de gaz tombant

2^e Loi. — La quantité d'électricité mise en circulation dans les courants induits est proportionnelle à l'intensité du courant

inducteur : ou ce qui revient au même en vertu de l'identité des solénoïdes et des aimants à la masse magnétique de l'aimant inducteur.

3^e Loi. - La quantité d'électricité induite est indépendante du temps pendant lequel l'action a lieu.

Cette loi est facile à vérifier, mais en prenant une précaution on augmente artificiellement le moment d'inertie en ajoutant en croix sur le barreau une tige munie de deux masses pesantes symétriques, de cette manière on augmente beaucoup la durée des oscillations.

4^e Loi. - La quantité d'électricité induite ne dépend que des positions extrêmes des deux conducteurs, et non du chemin suivi pour les rapprocher ou les éloigner.

Note non exigée. - Ces lois ont des conséquences très-importantes, que nous allons énoncer succinctement.

1^{re} Conséquence. L'intensité moyenne d'un courant induit est, toutes choses égales d'ailleurs inversement proportionnelle à la durée de l'induction. - Car $I = \frac{\int_0^{\theta} i dt}{\theta} = \frac{q}{\theta}$.

2^e Conséquence. - Les courants induits par approche ou éloignement du courant inducteur ont une intensité moyenne, proportionnelle à la vitesse relative des deux circuits.

Soit θ le déplacement : la vitesse moyenne $v = \frac{\theta}{\theta}$.

$$\text{Mais } \theta = \frac{q}{I} \quad \text{d'où } I = \frac{q}{v} \theta$$

Cette application se vérifie tous les jours, quand on emploie des machines électro-magnétiques. L'intensité du courant induit est proportionnelle à la vitesse de rotation.

3^e Conséquence. - Les courants induits produits par la variation d'intensité du courant inducteur, ont à chaque instant, une intensité proportionnelle à la dérivée $\frac{di}{dt}$ de l'intensité du courant inducteur prise par rapport au temps. - Soit donc I l'intensité du courant induit à celle du courant inducteur. Soit dq la quantité d'électricité traversant le circuit pendant le temps dt .

$$dq = I dt$$

Mais d'après la première loi on a

$$dq = K di$$

$$\text{d'où } I = K \frac{di}{dt}$$

De là un procédé très simple pour représenter graphiquement l'intensité du courant induit.

Théorie thermodynamique des courants d'induction. - Nous considérerons le cas le plus simple, auquel se ramène d'ailleurs facilement tous les autres, celui de l'induction par un pôle d'aimant sur un circuit fermé. Ce cas offre un intérêt tout spécial par son application aux machines magnéto ou dynamo électriques.

Helmholtz, dans son mémoire sur la conservation de la force. (1847) a eu l'idée de considérer la variation de la dépense calorifique qu'un courant induit produit dans le conducteur ou il est développé comme l'équivalent du travail positif et négatif des forces électromagnétiques qui s'exercent entre le courant et le pôle d'aimant inducteur.

Pendant un temps dt l'énergie dépensée par un circuit de résistance τ produit par une force électromotrice E et une intensité I est égale à

$$\tau I^2 dt \quad \text{ou} \quad E I dt \quad \text{car} \quad E = \tau I$$

Si l'on déplace un pôle d'aimant d'une quantité infiniment petite pendant dt , il y aura à la fois travail $d\mathcal{E}$ des forces électromagnétiques réciproques et changement de l'intensité du courant qui deviendra i :

L'énergie dépensée par le courant sera $\tau i^2 dt$ elle devra être équivalente à l'énergie dE produite par la pile et au travail électromagnétique $d\mathcal{E}$.

$$\tau i^2 dt = dE + d\mathcal{E}$$

Mais $dE = E i dt$ puisque la force électromotrice des couples de la pile reste fixe. Quant à $d\mathcal{E}$ il est égal à la variation du potentiel magnétique (voir la 28^e Sec^{on}). Au pôle d'aimant dans le passage de la première à la seconde position d'où

$$d\mathcal{E} = m dV = m i dS$$

m étant la masse magnétique du pôle d'aimant i l'intensité du courant et dS la variation de l'angle solide sous lequel au pôle on voit le circuit

$$\tau i^2 dt = E i dt + m i dS$$

$$\tau i dt = E dt + m dS$$

Mais $i dt = dq$ quantité de l'électricité induite.

Si l'on retranche l'effet dû à la pile, ce qui revient à dire $\mathcal{E} = 0$, c'est-à-dire à considérer ce qui se passe dans un conducteur non parcouru par un courant, on aura

$$r dq = m dS$$

Intégrant pour un déplacement quelconque du pôle indépendamment du temps puisque dt a disparu

$$r q = m (S_1 - S_0)$$

S_1 et S_0 étant les angles sous lesquels, au pôle, on voit le circuit dans les deux positions extrêmes.

Ainsi on retrouve les quatre lois expérimentales énoncées plus haut.

De plus comme $r q$, m et S_1 , S_0 sont exprimés en unités mécaniques absolues on a une relation nécessaire utilisable dans une foule de circonstances.

Ainsi l'unité de résistance a été déterminée par Weber d'abord puis par les physiciens de l'association britannique à l'aide de l'induction. On a pu vérifier ainsi que la constante H de la loi de Joule

$$Q = H r i^2 t$$

est bien égale comme on l'a vu précédemment (28^e Leçon) à l'inverse de l'équivalent mécanique de la chaleur.

Remarque. - Si au lieu d'envisager la variation $d\mathcal{E}$ comme produite par la variation de distance on la considèrerait comme produite par la variation de magnétisme on aurait l'expression

$$r dq = S dm.$$

et comme le pôle d'aimant peut être remplacé par un pôle de solénoïde défini par la condition $\lambda m = \sigma i'$ (voir la 27^e Leçon) σ étant l'axe des petits courants constituant le solénoïde et λ leur distance, la variation dm correspond à la variation di' : d'où

$$r dq = S \frac{\sigma}{\lambda} di'$$

d'où

$$r \frac{dq}{dt} = S \frac{\sigma}{\lambda} \frac{di'}{dt}$$

Donc l'intensité $i = \frac{dq}{dt}$ du courant induit est proportionnelle à la dérivée prise par rapport au temps de l'intensité du courant inducteur.

On retrouve ainsi la loi élémentaire qui fournit la loi intégrale donnée ci-dessus comme 3^e Conséquence des expériences d'induction :
(voir la note précédente)

Induction par la terre. - L'application de ces lois à l'induction par l'action de la terre présente une grande simplicité par suite de la simplicité à laquelle se réduit l'expression du potentiel de l'action réciproque d'un pôle d'aimant très-énergique situé très-loin. En effet le potentiel d'une masse m magnétique sur un courant plan infiniment σ est représenté par

$$m \frac{\sigma \cos \alpha'}{r^2} i$$

(voir la 18^e Leçon) Cette fonction représentant un travail s'applique aussi bien au déplacement du pôle m relativement à un courant fixe qu'au déplacement du courant relativement à un pôle fixe.

Dans le cas de la terre, m est supposé très-grand ainsi que r^2 mais de telle manière que le quotient $\frac{m}{r^2}$ reste fini : on l'a désigné plus haut (16^e Leçon) par I : le pôle unique (pôle boréal) qui remplace l'action terrestre est situé très-loin dans la direction de l'aiguille d'inclinaison.

Le potentiel ci-dessus serait donc

$$I \sigma \cos \alpha \times i$$

Or $\sigma \cos \alpha$ représente évidemment la projection p de l'axe du courant sur le plan perpendiculaire à l'aiguille d'inclinaison.

La formule s'applique donc immédiatement à un circuit fini quelconque et la substitution dans la formule de Helmholtz donne donc

$$e q = I (p_1 - p_2)$$

Donc la quantité d'électricité induite est proportionnelle à la variation de l'aire de la projection du circuit.

La démonstration des résultats présentés par l'expérience devient intuitive à l'aide de ce théorème *

* Note non exigée. - L'intensité magnétique terrestre I pouvant être exprimée en unités absolues (voir la 16^e Leçon) l'équation ci-dessus permet de déterminer r en valeur absolue si l'on mesure q avec ces unités.

Les déterminations de Weber et celles de l'association britannique pour la fixation de l'unité de résistance ont été faites précisément en utilisant l'induction par la terre. La disposition employée par l'association britannique et qui est due à Sir William Thomson est particulièrement

Comme application directe de cette formule on peut citer les méthodes de Gauss et Weber pour déterminer la valeur de l'inclinaison par le quotient de deux impulsions d'un galvanomètre sous l'influence de la rotation de 180° d'un cadre de fil autour d'un axe vertical ou horizontal, perpendiculaire au méridien magnétique.

Application des lois de Ohm aux courants induits.

Un courant électrique est produit par une différence de potentiel ou de température électrique, en deux points d'un circuit: on peut donc dire qu'il se développe dans le fil induit une véritable force électro-motrice d'induction mesurable par une différence de potentiel électrique

$$i = \frac{A}{r}$$

A désignant la somme des forces électro-motrices et r la somme des résistances.

Si nous appelons maintenant I l'intensité moyenne d'un courant induit et A la force électro-motrice d'induction nous aurons

$$I = \frac{A}{r}$$

intéressante parcequ'elle dispense de la détermination d'intensité magnétique terrestre qui se trouve éliminée par le mode même de mesure.

L'appareil se compose, en principe, d'un cadre tournant autour d'un axe vertical au centre duquel se trouve un très-petit aimant suspendu à un fil de soie et muni d'un miroir.

Ce cadre de rayon R est constitué par un fil de longueur totale L formant n tours: lorsque les deux extrémités du fil sont réunies, il se développe par la rotation du cadre un courant d'intensité variable qui exerce sur l'aimant une action toujours dirigée du même côté du méridien magnétique; si la rotation est suffisamment rapide l'aimant prend une position moyenne fixe c'est-à-dire une déviation δ correspondant à l'équilibre entre l'égalité et entre le moment de l'action terrestre $\mu I \cos I \sin \delta$ et la valeur moyenne du moment de l'action électromagnétique, qui par une intégration facile est trouvée égale à $\mu I \cos I \cos \delta \frac{\pi^2 n}{r} \frac{L}{t}$, r étant la résistance du fil L en valeur absolue et t la durée d'une rotation

$$r = \frac{\pi^2 n}{\tan \delta} \left(\frac{L}{t} \right)$$

On retrouve ainsi directement que la valeur d'une résistance est une vitesse

Mais l'intensité moyenne est en raison directe de la quantité d'électricité induite, et en raison inverse de la durée de l'induction

$$I = \frac{q}{\theta}$$

Remplaçant I par cette valeur dans l'équation précédente il vient

$$A = \frac{qV}{\theta}$$

Nous arrivons donc ainsi à avoir une idée parfaitement nette d'un élément nouveau, la force électro-motrice des courants d'induction.

Jusqu'à présent nous avons supposé fermé le circuit induit; qu'arrivera-t-il si l'on a un circuit ouvert. Aux deux points de rupture, on peut supposer que, comme aux deux pôles d'une pile, on trouvera une différence de potentiel A : c'est précisément ce qui arrive. En choisissant convenablement q & θ on peut avoir des différences de potentiel si considérables que de longues étincelles jaillissent. On sait que la longueur d'une étincelle est sensiblement proportionnelle, à la différence de potentiel aux deux points extrêmes. Les piles ne donnent jamais d'étincelles jaillissantes d'une longueur appréciable car l'intensité fournie par les pôles présente une très faible différence de potentiel; (*) Au contraire les machines à frottement, quoique fournissant une quantité d'électricité beaucoup moins grande que les piles donnent de longues étincelles parce que cette électricité est à un haut potentiel.

Moyen pratique pour accroître la différence de potentiel aux extrémités du fil induit.

Au premier abord, la formule $A = \frac{qV}{\theta}$ semble indiquer, qu'on pourra augmenter indéfiniment la force électro-motrice d'induction. Ainsi on devra prendre des courants induits d'une grande intensité; car c'est à cette intensité que la quantité d'électricité

(*) M. Cassiot et M. Warren de la Rue sont parvenus à obtenir des étincelles jaillissantes de plusieurs millimètres de longueur en accouplant suivant la règle de Volta, plusieurs milliers d'éléments de pile.

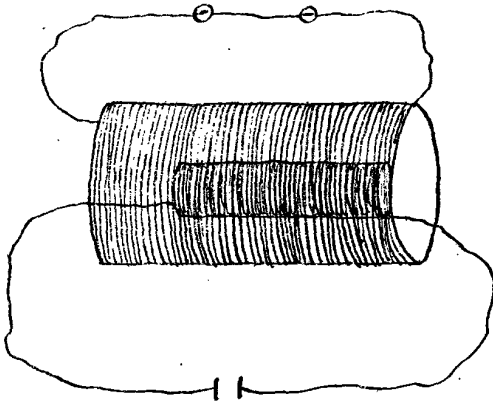
D'après les expériences de Sir William Thomson les machines électriques donnant des étincelles de 0,30^{cent.} de longueur produisent entre leurs armatures une différence de potentiel égale à 30 unités électrostatique C.G.S. de potentiel (voir la 28^e Section); la règle pratique est donc que la longueur en centimètres de l'étincelle mesure la différence de potentiel en unités absolues C.G.S.

induite est proportionnelle.

On est maître également d'augmenter la résistance en formant le circuit inuit d'un fil très fin et très long. - Ceci peut paraître singulier au premier abord, mais quand on y réfléchit, on voit que si l'on admet que la différence de potentiel des deux éléments consécutifs du fil est constante, cette différence sera multipliée par la longueur du circuit.

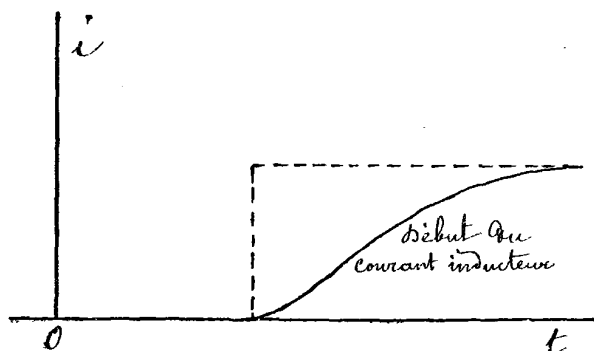
Enfin on devra s'efforcer de rendre la durée θ de l'induction aussi petite que possible. - C'est à ce dernier point qu'est le siège de la difficulté, car la quantité θ n'est pas absolument indépendante des deux autres. Si l'on veut prendre un fil très long, il faut absolument l'enrouler en hélice.

La bobine inductrice sera placée à l'intérieure de la première, et aussi près que possible. Mais il se produit alors des phénomènes secondaires, qui dans le cas de la rupture ou de la fermeture du circuit inducteur, retardent l'établissement du régime permanent et par suite augmentent beaucoup la durée du courant induit. C'est l'induction des spires de l'hélice sur elles-mêmes. Voici en effet, ce qui se passe. - L'électricité fournie par la pile arrive dans la première spire; il se développe alors dans la seconde spire

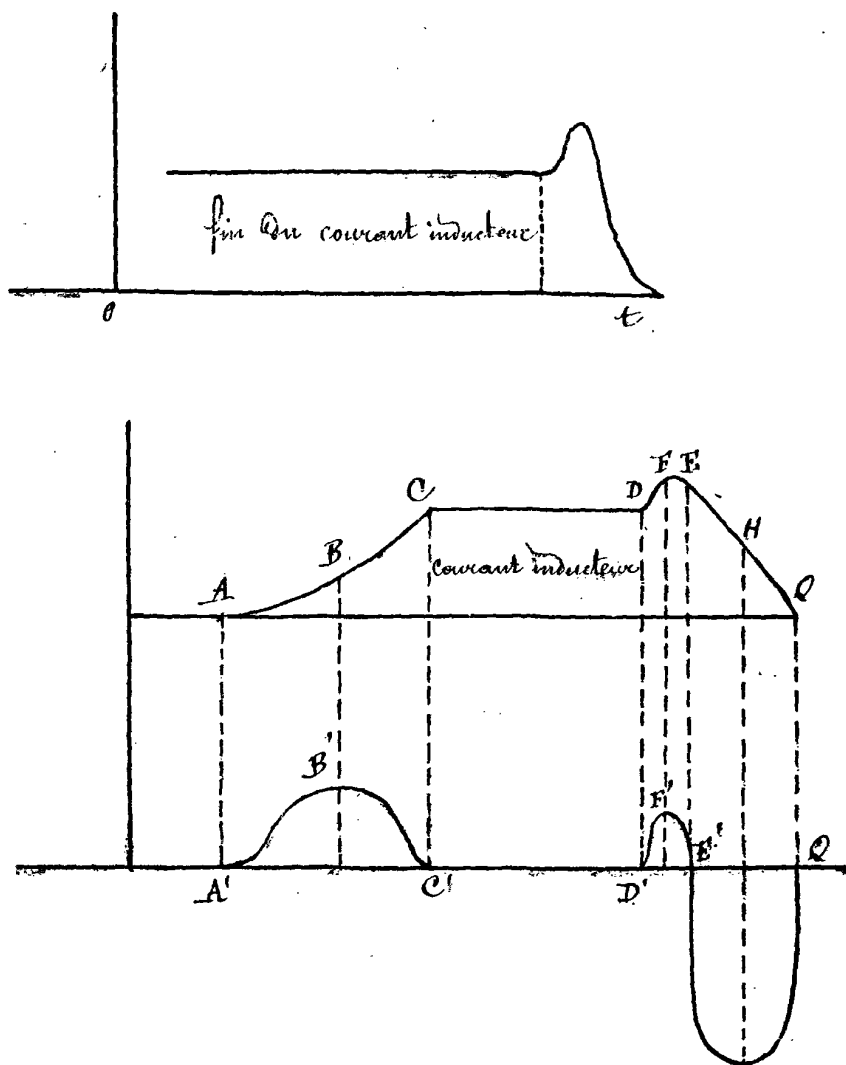


un courant d'induction inverse, et ainsi de suite de proche en proche.

L'intensité du courant n'augmente donc que lentement par suite de ces phénomènes secondaires au lieu de devenir presque instantanément constant.



Il en est de même lors de la rupture du circuit. On est tenté de croire que le courant va cesser immédiatement. - C'est le contraire qui a lieu. - Par suite de l'induction des spires sur elles-mêmes l'intensité augmente d'abord, atteint un maximum et décroît jusqu'à 0 .



Dès lors au moment de la fermeture du circuit nous avons un courant induit inverse $A'B'C'$. Au moment de la rupture nous avons d'abord un courant induit inverse $D'E'F'$ puis un courant induit direct $E'H'Q'$.

Comme les quantités d'électricité induite, sont représentées par les aires des courbes d'intensité, et que ces quantités sont égales pour le circuit direct et pour le circuit inverse (2^e). Soit on aura:

$$\text{Aire } A'B'C' = \text{aire } E'H'Q' - \text{aire } D'E'F'$$

Faraday et Edlund, ont mis en évidence expérimentalement l'exactitude de ces conceptions théoriques, ils ont montré que l'induction d'un cou-

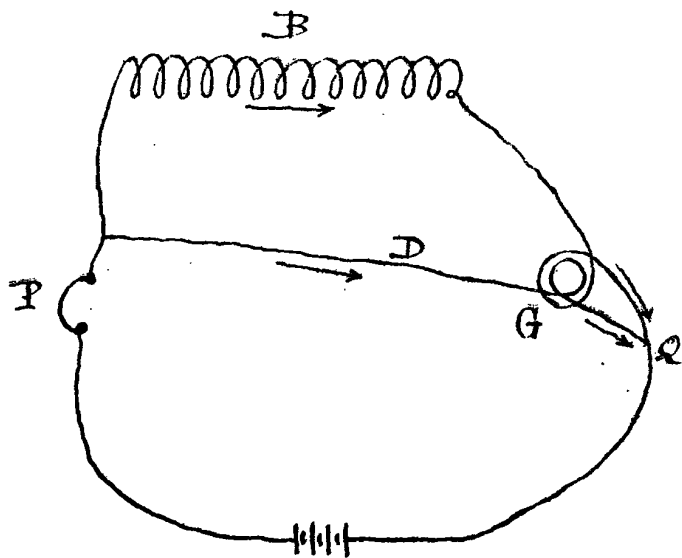
rant sur lui-même était soumise aux mêmes lois que l'induction sur un circuit fermé. Voici comment Edlund a opéré; la grande difficulté était de démêler les effets du courant inducteur, et des courants induits. Une bobine B était le siège de l'induction; une clef P permettait d'ouvrir ou de fermer à volonté le circuit. Un circuit dérivé D présentait exactement la même résistance que la branche principale B; un galvanomètre différentiel G donnait donc la différence des intensités des courants traversant les parties B et R.

Comme les résistances des deux branches sont les mêmes, les intensités sont aussi les mêmes, et par suite le galvanomètre est au zéro lorsque le régime permanent est établi.

Mais si maintenant on ouvre le circuit, l'induction des spires de la bobine sur elles-mêmes produit un courant induit direct,

2^e Division - 1881-82.

Physique - 16^e Série.



et les actions sur le galvanomètre sont concordantes, de sorte que la valeur de l'impulsion de l'aiguille donnera la quantité totale d'électricité induite à la fermeture et à la rupture, étaient bien égales et de signe contraire.

On peut facilement mettre en évidence l'accroissement d'intensité du courant lors de la rupture du circuit. Il suffit de faire passer le courant d'une pile dans une bobine

ou mieux dans un électro-aimant.

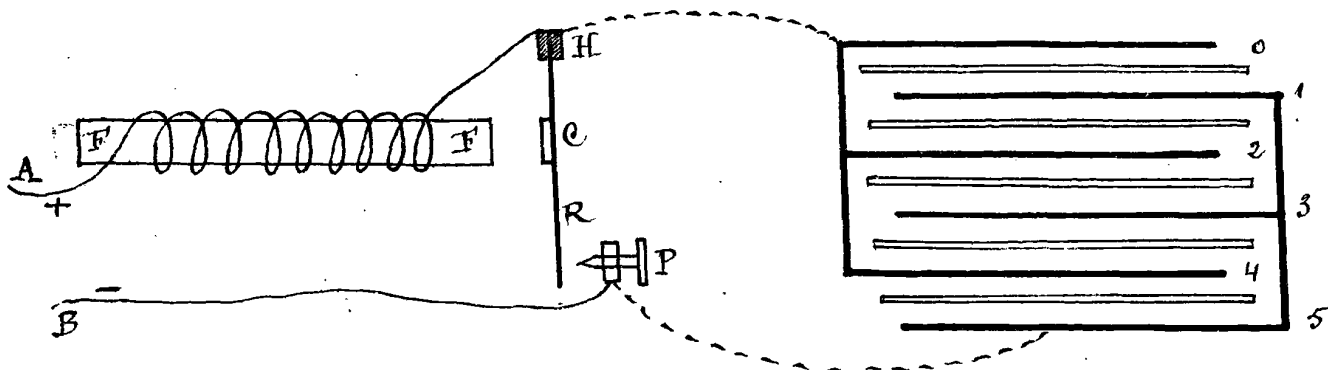
Au moment de la fermeture, il ne produit pas d'étincelle; au moment de la rupture, l'induction du courant sur lui produit une étincelle longue que Faraday a appelée étincelle d'entra-courant.

Bobine de Ruhmkorff.

C'est l'appareil définitif permettant d'obtenir ces grandes différences de potentiel que donne l'électricité statique. Il a été imaginé par Watson et perfectionné par un habile constructeur Ruhmkorff.

Le courant inducteur est formé d'une bobine de fil assez gros enveloppant un noyau de fer doux, ou un faisceau de fils de fer. Ce noyau s'aimantant quand le courant passe, et se désaimantant lors de l'interruption augmente beaucoup l'action inductrice. La bobine induite est formée par un fil très-fin et très long; recouvert d'un enduit isolant.

Le courant est ouvert et fermé alternativement par un interrupteur.

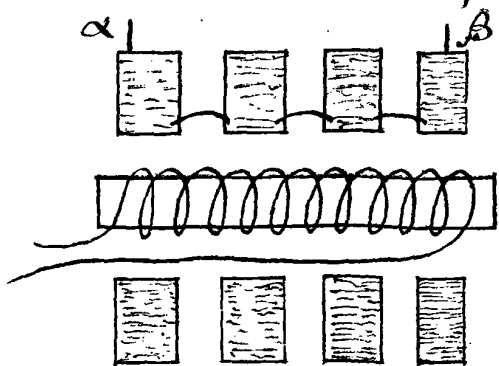


leur automatique dont le principe est dû à Foucault. Un fer doux FF le plus souvent celui même de la bobine inductrice forme électro-aimant par le passage du courant inducteur dans les spires qui le développent, l'extrémité A du fil communique à l'un des pôles de la pile l'extrémité H à un ressort HR fixe en H et buttant sur la pointe P; le courant suit le fil le ressort et revient à la pile par P et B; l'électro-aimant s'aimante, attire le contact de fer doux C fixé au ressort; mais alors le ressort quitte la pointe et rompt le circuit; l'attraction cesse et le ressort vient toucher la pointe, le courant est rétabli et ainsi de suite.

On voit à la pointe P jaillir l'étincelle d'entre courant qui a l'inconvénient de retarder beaucoup la durée de la période variable de fermeture du circuit.

M. Sigeau a imaginé d'annuler l'entre courant en employant l'électricité induite dans les spires, à charger un condensateur. Ce condensateur de grande capacité est formé de feuilles d'étain séparées par du taffetas ou du papier paraffiné: les armatures d'ordre pair sont en communication avec la borne H et celles d'ordre impair avec la pointe P. On évite ainsi notablement la durée de la rupture du circuit, par suite on augmente beaucoup l'intensité moyenne du courant induit direct. Un second perfectionnement dû à Foucault consiste à placer la pointe P au milieu d'un liquide isolant (eau, alcool); la rupture du circuit est encore plus nette; au grand bénéfice du courant induit.

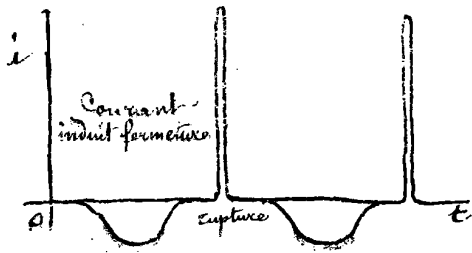
Enfin l'un des plus importants perfectionnements consiste à cloisonner les bobines de fil induit.



Autrefois on construisait les bobines en enroulant le fil par couches superposées qui allaient d'une extrémité à l'autre et qui revenaient au point de départ; il en résultait que deux fils superposés, étaient séparés par une longueur très-grande la différence de tension était très grande et pouvait briser l'enduit isolant qui les séparait. Pour remédier à cet inconvénient on fractionne la bobine en un

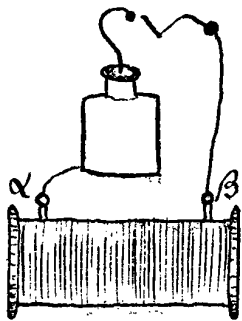
grand nombre juxtaposés, de sorte que la longueur de fil comprise entre deux fils juxtaposés soit très-faible. Chaque bobine communique avec la suivante le commencement α du fil de la première ainsi que la fin β de la dernière forme les deux pôles ou extrémités du fil induit de la bobine

Propriétés de la bobine d'induction. — Si l'on produit lentement la fermeture et la rupture du circuit induit, il ne jaillit d'étincelle entre les 2 pôles α et β qu'au moment de la rupture; il y a pourtant induction au moment de la fermeture; mais la différence de potentiel est beaucoup plus faible;



l'étincelle ne peut jaillir que si les deux pôles α et β sont extrêmement rapprochés. Cela tient à ce que la durée de l'état variable est très long à la fermeture du circuit; le courant induit est formé dans les deux cas par des quantités d'électricité égales l'axe de la courbe i est le même au signe près mais la durée du phénomène étant beaucoup plus courte à la rupture (grâce aux perfectionnements de M. Lizeau et de Foucault) l'ordonnée moyenne est beaucoup plus grande.

La bobine d'induction réalise donc la transformation de l'électricité des piles en électricité des machines et montre l'identité des deux espèces de phénomènes; les deux pôles de la bobine forment deux sources d'électricité statique discontinues toutefois comme les deux armatures d'une machine électrique.



Aussi peut-on avec une bobine d'induction charger une bouteille de Leyde, il suffit de mettre l'une des armatures de la bouteille et un des pôles α et faire jaillir de l'autre pôle β des étincelles sur le conducteur de l'autre armature.

Les grandes bobines d'induction produisent des effets supérieurs aux meilleures machines électriques cela tient à la grandeur du rapport qui existe entre l'unité d'électricité dynamique et l'unité d'électricité statique la différence de potentiel entre les pôles de la bobine atteint celle des machines à frottement mais la quantité de l'électricité produite à chaque étincelle est incomparablement plus grande (*) ainsi une batterie de 6 à 9 jarres se charge à saturation avec quelques étincelles d'une grande bobine d'induction tandis qu'il faut un temps relativement considérable pour produire le même effet avec des machines.

(*) Note non exigée — Voici un exemple de ces comparaisons. Un courant, ayant une intensité d'un Ampère (il en faut 10 environ pour produire un arc électrique) décompose en une seconde $0,010415$ ^{milligrammes} ou en général une fraction de l'équivalent d'un corps (rapporté à l'hydrogène) exprimé en milligrammes. Or l'évaluation en unité électrostatique C.G.S. de cette quantité d'électricité dynamique s'obtiendra en multipliant par 3×10^{10} (vitesse de la lumière exprimée en centimètres par seconde) le nombre d'unités électromagnétiques d'électricité correspondant à un Ampère par seconde, c'est à dire un coulomb ou 10^{-1} d'unité absolue C.G.S. (voir la 28^e leçon)

ce qui donne 3×10^9 unités électrostatiques, l'action répulsive de cette masse sur une semblable masse d'électricité placée à un centimètre de distance serait $(3 \times 10^9)^2 = 9 \times 10^{18}$ unité de force (dyne) à 1 centimètre de distance : comptant la dyne comme un milligramme environ ou 10^{-3} gramme-force on trouve 9×10^{15} grammes, ou 9×10^{12} kilogrammes : à un kilomètre de distance l'action serait encore de $9 \times 10^{10} \times (10^{-5})^2 = 9 \times 10^2$ ou 900 kilogrammes.

L'unité d'intensité C.G.S qui correspond à 10 ampères décomposerait par seconde 0,9373 milligr^g d'eau c'est-à-dire près de 1 milligramme donnerait une force 100 fois plus grande ou d'environ 90000 kilogrammes.
