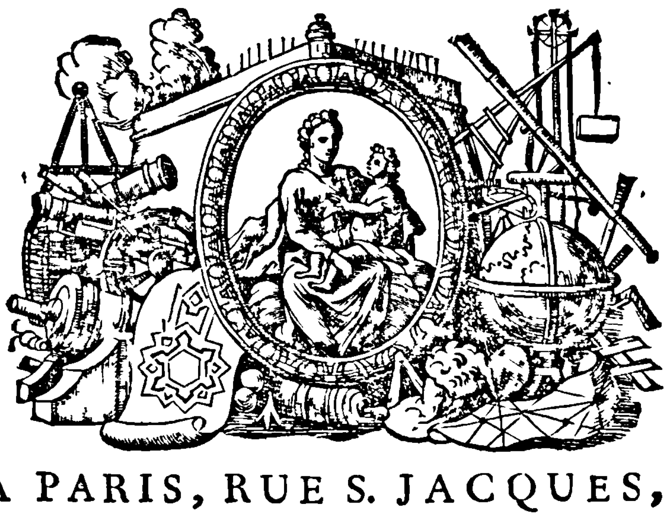
RECUEIL
DES PIECES
QUI ONT REMPORTÉ LE PRIX
DE L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES
Depuis leur fondation jusqu'à present.

Avec quelques pieces qui ont été composées à l'occasion de ces Prix.

TOME SECOND.

Qui contient les Pieces depuis 1727 *jusqu'en* 1732.



À PARIS, RUE S. JACQUES,
Chez CLAUDE JOMBERT, au coin de la ruë des Mathurins, à l'Image Notre-Dame.

M. DCC. XXXII.

Avec Approbation & Privilege du Roy.

CATALOGUE

Des Ouvrages contenus dans ce Second Volume.

Avis au Relieur pour placer les Figures de ce Recueil.

Tome Second.

Les planches 15, & 16 seront placées à la fin de *Meditationes super problemate nautico*, &c. après la page 48.

Les planches 17, 18, & 19 à la fin de la piece qui a concouru en 1727 par M. Camus, après la page 63.

Les planches 20,& 21 à la fin de *De causa gravitatis physica generali*, &c. en 1728. après la page 40

Les planches 22, & 23 à la fin de la piece de 1729. par M. Bouguer, après la page 72.

La planche 24 à la fin de la piece de 1730 par M. Bernoully, après la page 44

Les planches 25 & 26 à la fin de la piece de 1731 par M. Bouguer, après la page 67.

Les planches 27 & 28 se placent à la fin de l'entretien sur l'inclinaison des Planetes, par M. Bouguer, après la page 63

MEDITATIONES

SUPER

PROBLEMATE NAUTICO,

DE IMPLANTATIONE MALORUM,

QUÆ PROXIME ACCESSERE

Ad præmium anno 1727. à Regia Scientiarum Academia promulgatum.

PARISIIS,

Apud CLAUDIUM JOMBERT, Bibliopolam, Via San-Jacobæa, ſub ſigno Beatæ Mariæ.

M. DCC. XXVIII.

Cum Approbatione & Privilegio Regis.

Errata quamvis leviora hæc sunt.

Pag.	*Lin.*	*Errat.*	*Lege.*
10 §. XVI. . .	13.	lineæ,	linea.
14	3.	Spina,	Spinæ.
21	7	inclinadam,	inclinandam.
eadem §. XXXVI.	6.	eo	ea.
23	7. & 8.	incomputum,	in computum.
25 §. XLV. . .	3.	aſſenſus,	aſcenſus.
29 §. LIII. . .	6.	Romanis,	Rhenanis & *ſic deinceps pone ubique Rhenanis pro Romanis, ſcil. pp.* 30, 39, 40.
35 *penultim. & ultim.*		denominatione,	denominatore.
38 §. LXXIII. .	2.	$\frac{nacz}{nz + mff}$	$\frac{nacz}{naz + rff}$
ibidem. .	7, 8, 10.	lconſl,	l. conſt. *id eſt, Logarithm. Conſt.*
39 §. LXXVI. .	1.	indigitas,	indigitat.
48 . .	*antepenult.*	iſta,—propoſitos.	iſtas—propoſito.

MEDITATIONES
SUPER
PROBLEMATE NAUTICO,
Quod Illuſtriſſima Regia Pariſienſis Academia Scientiarum propoſuit.

Omnes enim trahimur, & ducimur ad cognitionis & ſcientiæ cupiditatem, in quâ excellere pulchrum putamus. *M. T. Cicero de Officiis.*

PROBLÊME

Quelle eſt la meilleure maniére de mâter les Vaiſſeaux tant par rapport à la ſituation qu'au nombre & à la hauteur des Mâts.

§. I.

A CONSTITUTIONE & collocatione malorum, potiſſimùm univerſa navigatio dependet in navibus quæ non à remis ſed ſolis velis propelluntur. Vela ſcilicet antennis alligata malis applicantur, & vento obverſa, ejus impetum ſuſtinendo navem promovent. In implantatione malorum in hoc eſt incumbendum, ut navis, quâ abſque diſcrimine poteſt maximâ, velocitate incedat, quod ut obtineatur, ad locum, altitudinem, & numerum malorum, diligentiſſime eſt attendendum. Quod ad locum primo attinet, in ejus determinatione opera atque ſtudium ſummum eſt adhibendum, ut gubernaculum, cujus actione de navis celeritate ſemper quicquam detrahitur, ſi ejus uſus plane evitari nequeat, minimam, quam poſſibile eſt vim, impendere debeat. Vocatur linea in navibus ſuper ſentina à prora ad puppim ducta, ſpina navis, & Gallicè *la quille*, in hâc inſeruntur mali ut quilibet ſit in medio navis. Si navis ſecundùm directionem ſpinæ iſtius movetur, gubernaculo opus non erit ad navem in iſto ſitu continendam, ubicumque mali, modo in ſpina, ſint plantati. Verum cum navis non juxta ſpinam promovetur, ſed directio motus navis cum ſpina angulum conſtituit, qui angulus, deviationis angulus, & Gallicè *l'angle de la dérive* appellatur, tum non ita, ubicumque ſiti ſint mali in ſpina, navis iſtum deviationis angulum conſervabit, ſeu eandem poſitionem, ſed ad hanc retinendam peculiaris malorum locus eſt determinandus, qui malorum locus alius eſſe deberet, in quolibet alio angulo deviationis. Et ita cum naves in aqua progrediendo, ut ad optatum perveniant locum, modo hanc, modo aliam deviationem recipere debeant, pro quovis angulo alius malis tribuendus eſſet locus. Quod autem in navibus malis ſemel erectis cum fieri nequeat, malis immotis manentibus, ope gubernaculi efficiendum eſt, ut navis in eodem deviationis angulo conſervetur.

§. II.

Cum autem gubernaculum agere debet, reſiſtentia quâ navi reſiſtitur augetur, & ita celeritas navis minuitur, idque eo magis quo major à gubernaculo effectus efficiendus eſt, ſcilicet igitur quo magis ſitus malorum ab eo ſitu differt, quem habere deberent ad id, ut gubernaculo plane opus non sit. Ne ergo nimiùm excrescat vis gubernaculi, talis malis assignandus est locus, qui in illis navis deviationibus, quas navis crebriùs habet, ab illo loco, quo gubernaculum non in usum vocandum esset, non multum discrepet, quo fiet ut gubernaculi actione celeritas navis nunquam sensibiliter decrementum patietur.

§. III.

Verum quotquot in nave positi sint mali, semper erit punctum in spina navis ubi si collocetur malus unicus altitudinis quæ æqualis est summæ altitudinum illorum plurium totidemque velis instructus, qui eundem effectum edat, istud punctum vocare licet centrum commune virium navem propellentium. Datis vero loco malorum & eorum viribus ope velorum à vento mutuatis, centrum istud facile reperietur, non absimili modo, ei, quo centrum commune gravitatis plurium corporum in eâdem rectâ jacentium reperitur, hoc tantum discrimine, quod ibi capacitas velorum malorum eo loco sumatur, quo in determinatione centri gravitatis pondus corporum consideratur; & ita facilius erit dato centro communi virium promoventium navem locum malorum invenire: in posterum itaque sufficiet unicum istud centrum determinasse, hoc enim noto, quotcunque mali sint navi inserendi, eorum loci facile reperientur.

§. IV.

Plures mali navibus non inseruntur, nisi tantæ altitudinis, quanta requiritur unicus malus haberi nequit, tum enim pluribus efficiendum est quod unicus præstare debuisset: dum ergo altitudo malorum desideratur, altitudo nonnisi unici mali, pluribus æquipollentis determinanda est. Hæc enim, cum cognita fuerit, in tot partes est distribuenda, donec partes illæ tantillæ fiant seu tantæ altitudinis, cujus mali haberi possunt; & sic invenietur numerus malorum & per §. præcedentem quoque eorum locus.

§. V.

Altitudo vero malorum determinanda est quatenus ea capax est velorum, quæ sunt præcipua causa vis impulsivæ; non igitur tam de altitudine malorum, quam de altitudine velorum quæstio est interpretanda: esset quidem nec altitudo velorum contemplanda, si vis navem promovens sola respiciatur, etenim eâdem manente vi propulsivâ, ubicumque ea applicetur sive in unico puncto tota sive in pluribus divisim, sive in locis malorum sublimioribus sive humilioribus; verum ea portio vis venti quæ navem inclinat scilicet proram profundius immergit; crescit quo in altioribus malorum locis vis ea sit applicata: præstat ergo quo latiora fiant vela, ut sufficiens virium quantitas in locis malorum inferioribus possit comprehendi; si enim arctiora fiant & minoris latitudinis in sublimius sese extenderent vela, & ita vis navem inclinans cresceret, quod vero id ipsum est, quod effugiendum in determinatione altitudinis malorum propositum esse debet: quo circa cum altitudo malorum quantum fieri potest, circumscribenda sit, vela malis in locis quoad fieri potest humillimis applicari debent, nisi venti vis ibi sensibiliter diminuta sit, atque velis quantum aliæ circumstantiæ id permittunt, maxima tribuenda est latitudo.

§. VI.

Verum nec hæc observando numerus velorum pro lubitu multiplicari potest, nimis enim aucto velorum numero contingere posset ut navis si non prorsus in aquam prosternatur, tamen proram ulteriùs quam securitas navis permittit, immergat. Quod ut melius concipiatur, notandum est, quamlibet venti potentiam in velis applicatam, duplicem in navem exercere vim, unam quâ navem propel-

Et, alteram quâ navem inclinat, proram profundiùs immergendo; facit scilicet, ut quæ quiescente nave verticalia fuere, nunc dum sit in motu versus proram inclinentur, idque eo magis quo major est venti vis, & quo in sublimiori loco malorum sit applicata; unde fieri potest vi propellente vel nimium aucta vel nimis sublime applicata, ut prora ulterius, quam tutum est, immergatur vel penitus submergatur.

§. VII.

Ne igitur navis nimium inclinetur, terminus est constituendus quousque prora immergi possit absque navis periculo, quo cognito, quærendum est quantum virium à vento sit excipiendum ut navis eousque præcisè & non ulterius inclinetur, unde habebitur vis qua navis promoveri potest maxima, si enim major assumeretur, navis periclitaretur, quia tum navis ulteriùs quam par est, inclinaretur: sin vero minor sumatur vis, navis celeriùs adhuc absque periculo promoveri posset; maxima ergo hoc modo invenietur vis navem propellens, seu invenietur modus malos implantandi, ut navis, quàm possibile est celerrime procedat. Cum itaque hæc de loco atque altitudine malorum ritè excussero, Problemati me satisfecisse persuasus esse potero.

§. VIII.

Meditationes ergo meas in duo ista capita figam, & quæ in ipsis solvenda proponuntur, perpendam, solutionemque tentabo. In primo scilicet Capite de loco malorum mihi agendum erit, ibi in locum centri virium navem propellentium inquiram, ubi illud in collocatione malorum assumendum sit, ut navis motui maxime sit proficuum. In secundo autem Capite tractandum erit de altitudine malorum, seu saltem de altitudine unici mali; pluribus æquipollentis; concipiam nempe nonnisi unicum malum erigendum esse, eumque quæram, ex cujus longitudine inventa facile erit judicare, quot mali sint inserendi, de altitudine ergo mali, seu potiùs de longitudine velorum, data eorum latitudine nobis prospiciendum erit, ut navis quàm absque periculo potest celerrimè procedat. Accedo itaque ad ipsam hujus ænigmatis solutionem atque ILLUSTRISSIMAM AC CELEBERRIMAM ACADEMIAM, ut pro sua pollent, uti in omnibus disciplinis, ita potissimum in scientiis Physico Mechanicis, eruditione atque sagacitate, hasce exiles pagellas attente legere, suumque de eis judicium ferre, haud dedignari velint, humillime atque demisse rogo atque oro.

CAPUT PRIMUM.

De loco ubi assumi debet commune centrum virium navem propellentium.

§. IX.

CUm navis in aqua procedit propulsa à vi venti, ut in eodem situ, eademque deviatione conservetur, & navis non in latera rotetur propter resistentiam ab aqua perferendam, oportet ut centrum commune virium navem propellentium situm sit in linea mediæ directionis vis resistentiæ, ab aqua in navis latera exactæ, scilicet cum hoc centrum in spina navis quoque existere debeat, assumendum erit hoc centrum in puncto spinæ, ubi à linea mediarum directionum resistentiæ secatur. Cum ergo linea ista mediarum directionum cognita fuerit, innotescet quoque centrum virium, locus scilicet ubi collocari debet malus si unicus tantum sit erigendus.

§. X.

Si ex Capite sequente innotuerit plures malos esse implantandos navi, id ex dictis jam ita fiet, sicque eorum loci invenientur, primum in spina sunt collocandi & dein in talibus ab isto centro distantiis, ut summa factorum ex capacitate venti uniuscujusvis mali in distantiam ejus à centro ab una parte istius centri sit æqualis, summæ similium factorum ex altera parte. Cum enim istæ summæ factorum æquales fuerint vires sese in æquilibrio conservabunt, ut navis circa centrum illud gyrari nequeat. Hoc ergo in collocatione malorum observato, navis perpetuò eandem deviationem conservabit, ita ut opus non sit gubernaculi adminiculo, quamdiu scilicet idem flat ventus vel saltem quandiu ventus, si vela exactè sint expansa ut planam superficiem constituant, eandem velorum superficiem scilicet eam puppi obversam ferit, modo enim vela eundem conservent situm si sint exacte expansa, navis quoque versus eundem locum dirigitur, quisquis ventus flaverit, modo non cum linea directionis navis angulum recto æqualem vel majorem constituat.

§. XI.

Verum cum commoditas navigandi postulaverit ut navis in aliam deviationem collocetur, quia tum positio lineæ mediarum directionum resistentiæ mutatur, quoque locus centri virium navem propellentium alibi assumendus esset, vel proræ propiùs vel vero puppi admovendo, quomodo vero mutatâ deviatione navis locus centri virium mutandus sit investigabo. Ponam primo angulum deviationis pristino majorem fieri, & linea mediarum directionum resistentiæ versus puppim magis cum spina concurret & inde centrum virium navem propellentium ad puppim magis assumendum esset. Quod si non fiat, nec gubernaculo succurratur, navis in sua positione non permanebit, sed rotando angulum deviationis augmentabit, donec velorum superficies à vento avertantur, sin vero nova illa deviatio priore minor ponatur angulus deviationis diminuetur continuò donec evanescat.

§. XII.

Hisce vero impediendis inservit gubernaculum, quod ad conservandam eandem navis deviationem, eo majorem vim impendere debet, quo centrum commune virium assumtum magis ab illo quod assumtum esse deberet discrepat. Verum cum sic resistentia augeatur & proinde celeritas navis diminuatur, alio remedio huic incommodo occurri poterit, mutando reipsa locum centri virium, quod duplici modo fieri potest; primo ipsos malos de loco movendo, secundo autem manentibus malis immotis eorum capacitatem venti mutando vela nova vel super addendo vel jam expansa contrahendo. Priori modo mederi possent, si non omnes saltem unicus malus mobilis redderetur; quod fieri posset & locum ubi locatur & ea loca quibus funibus alligatur ita fabricando, ut aliquantulum malus de loco reptare possit vel ad proram, vel ad puppim, minima enim loci mutatio sufficiet ad centrum virium sufficienter transvehendum, præsertim si ab initio tale assumtum fuerit centrum virium, quod ab aliis centris quæ in aliis possibilibus navis deviationibus locum habent non multum distat. Cum ergo angulus deviationis major statuatur ac in initio fuerat, cum tum centrum virium puppi accedere deberet, malus iste mobilis ad puppim magis movebitur eousque donec gubernaculo opus non amplius sit. Sin vero angulus deviationis minor evadat, malus hic versus proram promovendus erit.

§. XIII.

Si aliæ circumstantiæ non permittunt ut mali mobiles reddantur, altero modo obviam iri poterit, scilicet transportatione velorum, seu expansione in uno malo, novorum velorum in alio vero ut eadem vis conservetur totidem malorum contractione, hoc enim modo quoque centrum virium in alium transferetur locum. Et quidem cum

cum primo ſuppoſuerim angulum deviationis creſcere, ut centrum virium ad puppim magis accedat, vela ex parte centri verſus proram diminuenda ſunt contractione vel ſaltem diminutione latitudinis quorumdam velorum & contra ex altera centri parte verſus puppim tantundem velorum de novo extendendo vel latitudinem velorum augendo.

In altero vero caſu decreſcentis anguli deviationis, vela verſus puppim diminuenda & ea verſus proram augmentanda erunt. Quantum vero demendum ſit adponendumve, gubernaculum indicabit; eouſque enim addendum detrahendumve eſt velis donec gubernaculum nil amplius agere debeat. Atque tum quoque navis in ſuo ſitu abſque interventu gubernaculi conſervabitur.

§. XIV.

Quodcumque autem iſtorum remediorum adhibere lubuerit, ſive primo fabricatione mali mobilis, ſive altero translatione velorum, ſive horum neutro ſed gubernaculo, ne multum opus ſit motione mali mobilis aut tranſlatione velorum, aut ſi tertium remedium adhibeatur, ubi ad hoc quam maxime reſpiciendum eſt, ne gubernaculum valide agere debeat, unde celeritas navis diminueretur, talis eſt in conſtitutione malorum locus centri virium eligendus à quo ſi navis alias deviationes habeat, centra illis deviationibus competentia non multum differant. Tale autem punctum ut determinetur, neceſſe eſt, ut figura navis in computum ducatur, cum reſiſtentia aquæ dependeat potiſſimum à laterum figura, quæ in aquam impingunt.

§. XV.

Ut à ſimpliciſſimis initium ducamus, ſint duo navis latera roſtrum componentia, lineæ rectæ, quæ quidem ſuppoſitio licet navi accuratè non competat, tamen hîc nobis ubi non fixum aliquod punctum quæritur, aliquam

B

Fig. I. lucem fœnerari poterit. Sit ergo ABHC navis figura, A ejus prora, H autem puppis, AH ſpina angulos A & H biſecans, erunt & latera AB AC æqualia & latera puppis BH & CH. Sint AB & AC partes navis reſiſtentiæ expoſitæ, eæque ſolæ, quod ſemper continget ſi angulus deviationis navis minor erit quam dimidius angulus puppis H. Sit D*d* vel E*e* directio motus navis, impinget navis ſecundum hanc directionem in aquam, ſeu cum res eodem redeat, facilioris conceptus gratia ſupponam navem quieſcere & aquam juxta eandem directionem *d*D vel *e*E eadem celeritate quam habebat navis, in navem impingere, ſcilicet in latera AB & AC, neutrum laterum BH vel CH ferire poterit cum ſit angulus deviationis quem D*d*, cum ſpinâ HA, conſtituit minor quam angulus dimidius puppis H.

§. XVI.

Notum eſt ex hydroſtaticâ aquam in hæc latera reſiſtentiam ſuam normaliter in eadem latera exercituram, & cum aqua in idem latus AB & AC illidens ubique eodem angulo incidat, erit centrum virium eidem lateri AB vel AC impreſſarum in earum medio D & E. In his ergo punctis totam reſiſtentiam tanquam congregatam concipiam, eritque directio reſiſtentiæ cum ſit in latera normalis in latere AB linea DG & in AC linea EG quæ ſunt ſigillatim normales in latera AB & AC. Hæ duæ directiones ubi ſeſe mutuo ſecant, erit centrum commune virium reſiſtentiæ; concurrunt autem ut palam eſt ob latera AC & AB æqualia in puncto ſpinæ G per quod tranſit lineæ æquilibrii mediarum directionum reſiſtentiæ; quamcumque autem hæc linea habeat poſitionem, ſecabit ea ſpinam AH in puncto G. Erit ergo punctum G id ipſum centrum quod quæritur, de quo hoc notandum eſt, quod ſit ſemper conſtans, quæcumque ſit navis deviatio, modo ejus angulus angulum puppis BHC dimidium non excedat.

§. XVII.

Si ergo navibus hujuſmodi figura tribueretur, maximum hoc commodum obtineretur quod, loco centri virium manente fixo, navis abſque gubernaculi ope in quolibet deviationis angulo, malis ſemel ritè conſtitutis conſervari poſſet, modo, ut jam aliquoties notavi, angulus deviationis minor ſit quam angulus puppis dimidius. Atque ſi ex re erit majores deviationis angulos uſurpare eo majores quoque puppis anguli conſtrui poſſent, ad id, ut aqua latera BH atque CH nunquam lambat. Punctum vero G quomodo definiatur, facile colligi poteſt, ſcilicet biſecando alterutrum laterum roſtrum navis, componentium, & ex biſectionis puncto in idem latus perpendicularem erigendo, erit factum quod quæritur; punctum enim G erit ubi iſta perpendicularis ſpinam navis ſecat.

§. XVIII.

Si hæc figura ob alias cauſas incommoda videretur quæ navi tribuatur, poſſum inſuper alias figuras indigitare, quæ navibus dari poſſent ut abſque gubernaculi adminiculo immotis malis & velis, navis eandem deviationem obtineat, ſeu ut centrum commune virium in eodem loco maneat; nil aliud enim ad hoc requiritur quam ut, exiſtente figura navis aquam ferientis ex lineis rectis conflata, perpendiculares ex punctis mediis ſingulorum navis aquam ferientium laterum, in eadem latera, conveniant omnes in eodem ſpinæ puncto, ſeu ut omnia iſta latera ſint chordæ ejuſdem circuli centrum in ſpina navis habentis, tum enim in hoc centro convenient omnes perpendiculares in medium cujuſvis lateris navis in aquam impingentis, unde centrum iſtud circuli ipſum erit centrum virium quæſitum. Sit ACEDB circulus, centrum ejus G & diameter quæ pro ſpina navis accipietur, AGH. Ducantur chordæ ex utrâque parte ſpinæ quot Fig II.

quæcumque lubuerit ut AB BD & AC CE, ducanturque lineæ proram constituentes DH & EH, habebitur figura navis hanc prærogativam habens ut centrum virium in eodem maneat loco, utcumque mutato deviationis angulo, modo deviationis versus plagam E angulus, angulum AHE non excedat & deviationis versus plagam D angulus, angulum AHD non excedat; centrum vero virium erit in G.

§. XIX.

Hoc usum quidem habere posset in constructione navium, sed cum de hoc non sit quæstio, propius ad figuram navium receptam accedendum est. Contemplabor eam post Virum celeberrimum Joannem Bernoullium tanquam duo segmenta circularia æqualia super eadem chordâ; in hac vero hypothesi multo difficilius pro quovis deviationis angulo centrum virium determinatur, cum ideo quod latera navis resistentiam sentientia, sint mutabilia in alio deviationis angulo, tum quod figura sit curvilinea, adeoque incidentiæ angulus in quovis puncto alius est. Hic mihi quia non pro qualibet deviatione centrum virium cognitum habere opus est, necesse non erit modum tradere centrum virium in ista hypotesi pro quovis deviationis angulo determinandi, sed sufficiet si duo saltem centra in duabus deviationibus quarum una possibilium maxima est, altera minima determinavero, quæ duo centra limitum adinstar esse possunt, quos inter determinandum est punctum illud loco centri communis virium accipiendum, quod quæritur. Assumo ergo hasce duas deviationes minimam illam possibilium seu illam cujus angulus est æqualis nihilo seu evanescit, & alteram possibilium maximam pro qua accipiam angulum rectum seu 90 graduum, ultra hunc angulum deviatio navis crescere nequit, cum puppis in proram & prora in puppim converteretur. Pro utraque si determinavero centra, certus sum, inter ea id quod quæritur contineri, magis autem versus centrum pro priori deviatione, quæ nulla est, inventum, assumendum est, quam versus posterius, ubi directio motus navis cum spina constituit angulum rectum, cum anguli deviationum navis magis consuetarum propius semper sint angulo evanescenti quam 90 gradubus. Ac subinde cum sit liberum assumere inter ista duo centra illud quod desideratur seu quod sit centrum commune virium in maxime consuetis deviationibus, tale quoque assumendum est, quod facile & sine multo labore construi possit.

§. XX.

Indagabo itaque primo centrum cum deviatio est graduum 90. Sit FAMD navis, F prora, FM spina, N centrum arcus FAM, ex centro N ducatur NGA spinam bisecans in G, bisecabit ea quoque arcum FAM; eritque in spinam normalis. Moveatur ergo navis juxta directionem NA in aqua, ita ut angulus deviationis sit 90 grad. palam est, quia arcus AM similis est & æqualis arcui AF, atque tantam quantam hic resistentiam patitur, fore ipsam AN lineam æquilibrii resistentiæ, adeoque punctum G ubi spina FM ab NA secatur fore centrum commune virium, in isthac navis deviatione. Habeo itaque jam centrum commune virium navis cum ejus motus directio cum spina angulum 90 graduum constituit; pro deviatione autem evanescente magis erit arduum istud centrum definire, unde meam quam dabo constructionis analysim hic non subjungam, ne nimium sim prolixus, sed ejus demonstrationem ex Cl. D. Bernoullii *Manœuvre des Vaisseaux*, depromam. Fig. III.

§. XXI.

Ponamus itaque navem secundum directionem spinæ MF moveri in aqua, verum quidem est ubicumque centrum virium in spina accipiatur, hanc navis deviationem, quæ nulla est, conservatam iri. Quæritur autem, illud punctum in spina FM in quo secatur spina à lineæ æquilibrii mediarum directionum resistentiæ arcus FA tantùm, qui hac in parte spina FM solus resistentiam patitur; nam in A erit navis directio tangens AT, secundum quam resistentiam perfert; etenim in eodem puncto spinæ FM quo à linea æquilibrii resistentiæ arcus AF secatur, secabitur quoque à linea mediarum directionum seu æquilibrii resistentiæ quam arcus DF perfert, quia hi duo arcus AF & DF similes sunt & æquales & aquæ resistentiam æqualiter sufferunt. Et hinc punctum illud, quo spina FM à linea æquilibrii mediæ resistentiæ arcus AF secatur, verum erit centrum virium navis cum deviatio evanescit. Et hoc punctum proinde etiam erit terminus centrorum in omnibus navis deviationibus; versus proram seu istud centrum præ omnibus aliis proxime accedit ad proram.

§. XXII.

Sic autem istud centrum determino. Ex centro N ducatur recta NL arcum AF bifariam secans in L, spinamque FM in I; producatur ea in K usque ut sit IK = IN producatur quoque radius AN, in eaque sumantur puncta E & Y; ut sit EY = NE = AN. Jungantur puncta E & I rectâ EI: huicque paralella ducatur ex K linea KH, quæ producta transibit per punctum Y, nam quia KI=IN occurret illa linea producta in aliquo puncto quod tantum distat ab E, quantum E distat ab N, ob NI = IK; hoc punctum ergo ipsum erit punctum Y. Punctum autem H in spina navis FM, ubi ea à linea KY secatur, erit centrum commune virium, cum nempe navis secundum directionem spinæ movetur.

§. XXIII.

Rationem hujus constructionis petere est ex Cel. Bernoullii *Manœuvre des Vaisseaux*, ex Capitis XIII. paragrapho 4. ubi centrum mediæ resistentiæ, quam quilibet arcus circularis subit, determinat. Quem paragraphum, ne Illustrissimi Judices opus habeant, aliunde demonstrationis meæ constructionem quærere, ipsissimis celeb. Auctoris verbis una cum ejus figura hîc adjungo, sic se habent ejus verba. „ Soit donné un arc de cercle quel- « conque APF mû dans l'eau suivant la tangente AT, N « est le centre de cet arc, NA le rayon au point d'attou- « chement, FG perpendiculaire, sur NA, AE le diamê- « tre du même arc APF. Prolongez AE en Y en sorte que « EY = au rayon. Prenez NR égal aux trois quarts de « la troisiéme proportionelle de YG à EG. Elevez la per- « pendiculaire RS & la faites égale aux trois quarts de « GF. Tirez enfin NS. Je dis que le point S sera le centre « de la resistance moyenne, & NS l'axe de l'équilibre «, de la resistance moyenne. « Fig. IV.

§. XXIV.

Linea ergo ista æquilibrii mediæ resistentiæ NS ubi ea secat spinam FG, ibi, nempe in H erit centrum commune virium resistentiæ. Ex mea autem constructione idem reperiri punctum H ex eo patere potest quod linea GH in utraque constructione æqualiter determinetur; quod ita demonstro. In constructione Bernoullianâ est $GH = \frac{RS.\ NG}{RN}$ ob triangula similia NRS, NGH; est autem $RS = \frac{3}{4}$ GF & $NR = \frac{3}{4}\frac{EG^2}{YG}$. Unde his valoribus substitutis erit $GH = \frac{GF.\ NG\ YG}{EG^2}$.

§. XXV.

Ex meâ vero constructione fundata in Bernoullianâ, Fig. III. est $GH = \frac{GI.\ YG}{EG}$ ob triangula similia EGI, & YGH; lineæ enim EI & YH sunt paralellæ. Ducatur EF, erit ea paralella lineæ NL, bisecat enim LN arcum AF, unde cum N sit centrum illius arcus, erit arcus AL mensura anguli ANL ; cum vero sit NA = NE erit punctum E in peripheria ejusdem circuli & inde anguli AEF mensura erit dimidius arcus AF, id est, arcus AL; est ergo angulus ANL = angulo AEF, adeoque linea NI paralella lineæ EF; sunt ergo triangula NGI & EGF similia, quocirca erit $GI = \frac{GF \cdot NG}{EG}$ quod substitutum in superiore æquatione loco GI, proveniet $GH = \frac{GF \cdot NG \cdot YG}{EG^2}$. Cum itaque in figuris III. & IV. punctis respondentibus eædem appositæ sint literæ, erit GH in figura III. eadem cum GH in figura IV. ideoque punctum H idem quoque erit in utraque figura. Unde concluditur illud à me recte esse determinatum.

§. XXVI.

Determinati ergo sunt duo centrorum limites, nempe puncta G & H, inter quæ assumendum est illud quod quæritur centrum cujus respectu mali in navibus collocentur. Propius vero versus punctum H quam versus G sumendum illud est, cum deviationes navium sæpius sint infra angulum 45 graduum, quam eum superent. Est autem inter puncta G & H punctum I jam determinatum, quod observo semper propius esse puncto H quam puncto G ; distantia enim HI se habet ad distantiam GI ut EY ad EG, id est, cum EY sit æqualis EN, erit illa ratio ut EN ad EG quæ est semper minoris inæqualitatis. Unde autumo si illud centrum quæsitum in circa in puncto I assumatur, haud multum à scopo aberratum iri ; nam præterquam quod puncto H propius sit quam puncto G, idem deprehenditur cum eo quod inveniretur, si latera AF & DF tanquam lineæ rectæ considerentur, quodque centrum jam determinatum est : punctum enim I hîc determinabitur bisecando latus alterutrum AF & ex bisectio-

nis

nis puncto L in AF normalem erigendo, punctum enim in quo est concursus linearum LN & spinæ FM, erit istud punctum I. Facillime ergo inveniri poterit punctum istud in posterum pro centro habendum.

§. XXVII.

Manifestum ergo est, me non monente vim velorum versus proram multo majorem fore, quam ad puppim, cum centrum I semper in prora navis reperiatur. Si itaque in nave unicus tantum erigendus sit malus, ille ponetur in puncto isto I. Si duo mali, unus ex una parte puncti I, alter ex altera parte, in talibus distantiis ab I quæ sint reciproce ut vires quas à vento excipiunt. Eodem modo se res habebit si plures mali in nave sint erigendi. Atque sic locus malorum optimus & utilissimus est indigitatus. Restat ad hoc Caput plane absolvendum, ut addam qualem angulum cum horisonte, mali constituere debeant.

§. XXVIII.

Cum mali verticales ventum ad angulos rectos excipiant, si nimirum linea venti in planum velorum perpendicularis est, quæ est vis maxima venti, utpote quæ crescit in duplicata ratione sinus anguli incidentiæ cæteris paribus, utique mali maxima vi navem propellendi gaudebunt, absque longa igitur disquisitione mali ita sunt constituendi, ut cum navis in pleno motu fuerit, mali tum sint verticales. Cum itaque detur angulus ad quem navis inclinari debeat, mali ab initio versus puppim angulo isto inclinari debent, ut cum navis plene moveatur, proraque ad datum angulum submergatur, mali tum fiant verticales, verum cum funes versus puppim à vi quam à vento sustinere debent extendantur magis, unde fit ut mali protinus ad proram inclinent, cui autem facile, ut & aliis quæ hìc impedimentum quoddam creare possint, intelligentes Naupegi, mederi poterunt.

CAPUT ALTERUM.

De altitudine malorum, seu quantitate virium navem propellentium.

§. XXIX.

SI navis à vento vela inflante propellitur, duplicem in navem exerceri vim experientiâ constat. Unam qua navis promoveatur, alteram vero qua navis inclinetur versus proram seu qua prora profundiùs immergitur. Prioris effectus gratia vela adhibentur, ne operoso remigando navis propelli debeat. Posterior effectus merum est incommodum in navigationibus, cum propter illum vis impellens non pro lubitu augeri queat, ne prora prorsus aut saltem tantum quam sine periculo nequit immergatur.

§. XXX.

Huic autem incommodo obviam eundo, & navem extra omne periculum ponendo, tanta velorum copia est admittenda quæ faciat ut navis ad certum aliquem & fixum gradum inclinetur quo sit & perseverare possit sine ullo discrimine, cum proinde ista navis inclinatio non solum à velorum quantitate, verum etiam & præcipuè à loco applicationis & latitudine velorum dependeat, determinandus est inter omnes illos casus quibus navis ad datum gradum seu ad datum inclinationis angulum inclinetur, ille qui navem celerrimè promovet, seu qui velorum maximam admittit copiam; hoc enim casu, palam est fore ut navis quantum absque periculo potest celerrime promoveatur.

§. XXXI.

Cum itaque proponatur angulus inclinationis ſeu ille angulus, quem conſtituere debent ea in nave cum linea verticali, quæ nave quieſcente in ipſa verticali fuere, oportet ut determinetur quantitas velorum quæ malis applicata, navi ad propoſitum angulum inclinandæ præciſe par ſit. Verum ad vis iſtius quantitatem determinandam, quum quælibet venti vis duplicem in navem exerat effectum, neceſſe eſt ut primum inquiramus quanta vis venti portio navi promovendæ deſtinata ſit & quanta navi inclinandæ. Hoc autem ut inveniam, ſequenti modo ratiocinor.

§. XXXII.

Primo, cum prævideam reſiſtentiam aquæ ad iſtum effectum multum conferre, ponam aquam navi plane nullam reſiſtentiam opponere, ſed navem liberrime tranſmittere, manente tamen eâdem aquæ gravitate. Patet in hac hypotheſi nullam venti portionem in nave inclinanda conſumi, ſed totam venti vim navi propellendæ inſervire; ponamus enim navem aliquantulum tantùm inclinari, ſcilicet ex ordinario ſitu quo centrum gravitatis ad infima quæ poteſt deſcendit, detorqueri, patet navem hoc in ſitu permanere non poſſe utcunque celeriter navis deferatur; navis enim cum in ſitu iſto non naturali perſeverare nequeat, rurſus in naturalem reverti conabitur; quod duplici modo fieri poterit, vel ſi mali retrocedant & ita proram rurſus ex aqua extollent, donec ſitus naturalis obtineatur, vel autem ſi navis ipſa celerius quam mali progrediendo ex ſitu coacto erumpat & ita ſeſe reſtituat; prius fieri nequit cum ventus malos regredi non permittat, poſterius navis facillimè peraget, cum nullam inveniat reſiſtentiam, quæ reſtitutionem iſtam impedire poſſet, & ita navis hoc modo in aqua non reſiſtente progrediendo plane non inclinabitur quantacunque venti vis adhibeatur adeoque tota vis, quam ventus in vela exerit, in nave promovenda insumetur, & nulla in nave inclinanda.

§. XXXIII.

Transeo jam ad alterum extremum & suppono aquam navi infinitam resistentiam facere, scilicet concipi potest aqua in glaciem durissimam conversa, cavitas autem cui insistit navis politissima, hoc modo enim fiet ut navis promoveri nequeat ob resistentiam respectu aquæ resistentiam infinitam, attamen inclinari poterit navis; motui enim inclinationis non resistetur ob superficiem glaciei perfectè lævigatam. Expansis itaque velis patet totam venti vim in nave inclinanda occupatam fore.

§. XXXIV.

Hisce duobus extremis consideratis, pervenio ad aquam naturaliter consistentem, quæ est tanquam medium inter duo extrema ista; nec enim plane nullam obvertit navi resistentiam nec infinitam, unde jam palam esse potest, cum ab utroque extremorum aqua aliquid participet, venti vim & navem propellere debere & navem quoque inclinare. Perpendendum ergo est quanta vis venti portio in promovenda, & quanta in inclinanda nave occupetur, quæ duæ portiones totam vim venti adæquare debent, cum effectus suos secundum easdem directiones edant. Est itaque vis venti navem propellens aucta vi venti navem inclinante æqualis totæ venti vi.

§. XXXV.

Si effectus venti aliter consideretur, patet partem potentiæ venti consumi in superanda resistentia aquæ, atque partem in promovenda nave; quæ duæ partes, cum effectus suos quoque secundum eandem directionem edant, simul sumptæ totam venti vim adæquant. Comparando ergo istam distributionem cum eâ quam in §. præcedente instituimus, inveniemus, summam virium venti ejus quæ navem inclinat & ejus quæ navem promovet, æqualem esse summæ virium venti ejus quæ aquæ resistentiam superat & ejus quæ navem promovet; demta ex hac æquatione utrinque vi navem propellente, emerget vim venti resistentiam aquæ superantis æqualem esse vi venti navem inclinantis. Atque ita patet quanta vis ad inclinadam navem impendatur, nempe tanta, quanta superandæ resistentiæ aquæ par est. Cum ergo sit resistentia navis in duplicata ratione celeritatis ejus, erit quoque vis superandæ resistentiæ destinata, & hinc quoque vis navem inclinans erit in duplicata ratione celeritatis navis; quo celerius ergo navis procedit, eo magis quoque navis inclinabitur, & in ipso motus initio cum celeritas navis adhuc est infinite parva, erit quoque vis navem inclinans infinite parva, & crescente navis celeritate angulus inclinationis augmentabitur.

§. XXXVI.

Quemadmodum corpora cadentia paulatim majorem acquirant celeritatem à vi gravitatis continuo ea ad descensum sollicitante nec illis subito celeritas ea quam tandem acquirunt communicatur & sicut lignum torrenti injectum ab initio infinite parvam quidem habet celeritatem, eo vero continuo augetur, sic quoque vento vela impellente ab initio navis celeritas est infinite parva, crescit autem ea continuo, donec tandem tantam acquirat celeritatem quæ ulterius augeri nequit, si enim aqua nullam opponeret navi resistentiam, tandem navis acquireret celeritatem æqualem celeritati venti, resistente autem aquâ celeritatem tandem post tempus infinitum quidem acquiret navis minorem venti celeritate, tanto scilicet minorem ut ventus celeritate residuâ vela petens præcisè superandæ resistentiæ par sit. Dico post tempus demum infinitum, sed jam post aliquantum temporis spatium, tantam acquirit navis celeritatem quæ sensibiliter ulteriùs non crescit.

§. XXXVII.

Cum ergo navis motu accelerato procedat, resistentia quoque crescit & tunc vis superandæ resistentiæ destinata etiam crescit; & proinde quoque vis navem inclinans, ut adeo angulus inclinationis continuo crescat donec tandem cum navis celeritas eadem permanserit, immutatus remaneat; nave autem uniformiter procedente, tota vis vela propellens in superanda aquæ resistentia consumitur, & tunc quoque tota venti vis, cum navis celeritas maxima fuerit, in inclinanda nave consumetur.

§. XXXVIII.

Cum autem proponatur angulus ad quem navis inclinari debet, procul dubio hic angulus maximus esse debet eorum ad quos navis inclinatur, seu debet esse angulus inclinationis cum navis fuerit in pleno motu; si enim isti angulo æqualis fieret inclinationis angulus mox ab initio motus, tum angulus inclinationis protinus cresceret, & tandem multo fieret major ac erat propositum; maximum ergo inclinationis angulum inposterum pro cognito habebimus, nempe eo dato investigabimus quantitatem vis à vento mutuandæ quæ navi tandem ad propositum angulum inclinandum par sit, seu cum iste angulus dein idem permaneat, requiritur vis quæ navem ad hunc usque angulum inclinatam conservare possit.

§. XXXIX.

Ut istud commodius detegam, unicum tantum malum navi infixum supponam, & in ejus puncto aliquo, circa quod quaqua versum vela & proinde vis venti æqualiter sunt dispersa, totam venti vim admittendam congregatam considerabo, quod punctum ergo instar centri communis velorum, quemadmodum in posterum quoque vocabitur, erit. Quo autem facilius vim ad navem ad propositum angulum inclinandum requisitam inveniam loco venti pondus in computum ducam, quod in eodem centro communi velorum applicatum ponam, atque malum horiſontaliter, quod ope trochleæ fieri poterit, trahens, atque ſic determinandum eſt pondus, quod navi ad datum angulum inclinandum par ſit, quo facto poſtmodum tradam methodum vim venti cum ponderibus comparandi, ut loco ponderis inventi, ventum rurſus in computum introducam, atque ſic determinem quantum virium à vento excipiendum ſit ut navis ad propoſitum angulum inclinetur.

§. XL.

Cum autem jam notum ſit quantum virium inclinationi navis deſtinatum ſit, proinde navem tanquam quieſcentem conſiderare potero, ſeu quod eodem redit, aquam tanquam in glaciem congelatam conſiderabo, ita tamen lævigatam ut navis in cavitate ſua liberrimè abſque ulla ſtrictione inclinari & reclinari poſſit; hoc enim modo navis tanquam in medio infinite reſiſtente conſtituta erit conſiderata, & proinde ea vis ſola, quæ inclinandæ navi inſervit in centro velorum applicata navem eodem modo inclinabit, ac ſi navis in aqua naturali proceſſerit. Hic ergo quoque, ubi loco venti pondus in computum duco, navem eodem modo collocatam in glacie contemplabor, & indagabo pondus quod navem ad propoſitum angulum inclinare poſſit.

§. XLI.

Non ſufficit autem ad pondus quæſitum inveniendum proponere angulum inclinationis; ſed præterea requiritur ut cognoſcatur figura navis, pondus atque locum centri gravitatis ejus. Quod ad pondus navis & locum centri gravitatis attinet, ea generaliter tractabo ut ad quoſlibet ſpeciales caſus applicari poſſint; per pondus navis autem non intelligo pondus navis vacuæ ſed oneratæ, & eodem modo centrum gravitatis oneratæ navis intelligo. Quod autem ad figuram navis, ſpinam ejus tanquam in arcum circularem curvatam concipio, modo ea ejus pars sit arcus circuli, quæ in aquam intrat; sufficit hujus curvaturæ radius in computum ducetur, seu potius distantia centri curvaturæ spinæ à centro navis gravitatis. Si spinæ curvedo non exactè sit circularis non multum refert, sed pro ea curvatura assumenda est curvatura circularis ad eam quam proxime accedens.

§. XLII.

Fig. V. His positis sit AMHNB navis seu potius ejus spina, B prora & A puppis, MN superficies aquæ: sitque navis ita inclinata ut linea *mr*, quæ in statu quietis navis in horisontem perpendicularis fuerat cum verticali *rn*, nunc faciat angulum *mrn*. Sit C centrum gravitatis totius navis, & G centrum arcus AMNB, seu si arcus AMNB non fuerit exacte circularis, G est centrum arcus circularis curvaturæ spinæ proxime æqualis seu talis arcus qui transit per puncta M & N, & segmentum sub chorda MN comprehendit, æquale ipsi MHN; GH est linea verticalis in isto navis situ quæ erit in MN normalis & proinde eam quoque ut & arcum MHN bisecat. GC est distantia centri gravitatis C à centro curvaturæ G. EF est malus verticalis in quo sit F centrum commune velorum, in isto puncto loco venti sit applicatum pondus P, quod circa trochleam R malum secundum directionem horisontalem FR trahit, quærendum est quantum debeat esse pondus P quod navem in ista positione conservare possit.

§. XLIII.

In situ navis naturali descendit centrum gravitatis C ad locum, quam possibile est infimum. Patet autem cum semper æqualis arcus MHN sub linea MN seu superficie aquæ contineatur, centrum C gravitatis magis descendere non posse quam cum sit in ipsa verticali GH; cum enim distantia GC semper eadem maneat & punctum

tum G immutatum quoque sit, totam navis molem in C congregatam concipiendo, manifestum est pendulum GC quiescere non posse nisi sit punctum C in linea verticali GH. Linea ergo GC fuit in statu quietis verticalis, unde angulus CGH erit angulus inclinationis navis & proinde æqualis angulo *mrn*.

§. XLIV.

Ut autem inveniam quantitatem ponderis P quod cum nave in isto situ non naturali in æquilibrio consistat, pono pondus P aliquantulum descendere per lineolam infinite parvam P*p*, cum navis progredi non posse supponitur ob aquam in glaciem mutatam, in sua cavitate circa centrum cavitatis G aliquantulum vertetur ut ex situ AMHNB in situm, *a*MHN*b* veniat, & malus EF in *ef*; ita ut sit F*f* = P*p*. Centrum gravitatis C perveniet in *c*, ita ut ducta G*c* angulus CG*c* æqualis sit angulo FE*f*. Ex *c* demittatur verticalis, *cd*, horisontali per C transeunti in *d* occurrens, ascendit centrum gravitatis navis per altitudinem *cd*, triangulum autem C*cd* simile erit triangulo *rmn*, nam quia linea *cd* paralella est lineæ GH, erit summa angulorum G*cd* & HG*c* æqualis duobus rectis; angulus vero C*c*G est rectus, ergo angulus C*cd* plus angulo *c*GH constituit unum rectum; cum autem triangulum C*cd* in *d*, sit rectangulum, erit summa angulorum C*cd* & *c*C*d* quoque recto æqualis, unde erit angulus *c*C*d* æqualis angulo HG*c*, seu cum nonnisi infinitesima parte differant angulo CGH, seu angulo *mrn*; præterea anguli *d* & *n* æquales sunt, quia uterque rectus est, unde triangula *rmn* & C*cd* sunt similia.

§. XLV.

Sed notum est ex Mechanica, duo pondera utcunque sita sese in æquilibrio conservare cum vel tantillum mutata eorum positione, assensus centri gravitatis unius se habeat ad descensum centri gravitatis alterius reciprocè,

D

ut pondus prioris ad pondus posterioris, seu directè, ut pondus posterioris ad pondus prioris. Hoc applicando in nostro exemplo, cum navis & pondus P se quoque in æquilibrio servare debeant, erit pondus navis quod Q vocabitur, ad pondus P ut descensus hujus Pp, ad ascensum centri gravitatis navis cd, unde erit $P. Pp = Q. cd.$ seu ob $Pp = Ff$ erit $P. Ff = Q. cd.$

§. XLVI.

Quia autem angulus FEf æqualis est angulo CGc, & angulus EFf est rectus ob EF verticalem & FR horisontalem, erunt triangula GCc & EFf similia adeoque $Ff : EF = Cc : CG$ unde $Ff = \frac{EF. Cc}{CG}$ consequenter $P. EF. Cc = Q. CG. cd.$ seu $P = \frac{Q. CG. cd}{EF. Cc}$ verum ob triangula rmn, Ccd similia, est $Cc : cd = rm : mn$, id est; ut sinus totus ad sinum anguli inclinationis, quæ ratio cum sit proposita, ponatur, ea ut $1 : s$ erit $P = \frac{Q. CG. s}{EF}$. Sit distantia centri gravitatis C à centro curvaturæ spinæ G, nempe $CG = b$, EF, quæ est dimidia mali altitudo cum sit F centrum velorum, & vela supponantur ubique ejusdem latitudinis, ponatur autem tota mali altitudo (mali scilicet unius, cui, si plures sint navi inserendi, æquipollere debent) quæ hîc nobis determinanda proponitur, æqualis, z. erit ergo $EF = \frac{1}{2} z$, & habebitur $P = \frac{2Qbs}{z}$.

§. XLVII.

Determinatum ergo est pondus P, quod navem in dato inclinationis angulo conservare potest; huic ponderi æquivalere debet vis à vento excipienda: ad hanc ergo quoque definitionem necesse est ut primum inquiram in rationem quam vis venti ad pondera habeat, seu ut vim venti in ponderibus exprimam. Hoc quidem experientia institui posset, verum etiam à priori ex theoria proportionem deduci posse monstrabo. Experientia hoc sequenti modo fieri potest. Fiat malus utcunque brevis AH circa punctum A mobilis, huic sit alligatum velum planum EH, quod vento exponatur, qui secundum directionem RF in illud impingat, malumque circa polum A rotari conetur; applicetur autem in puncto F centro veli, funiculus FR qui circa trochleam R trahatur à pondere P ita ut malus ab isto pondere retrahatur, determinetur autem experientiâ pondus P ei addendo vel subtrahendo donec malus in situ verticali conservetur, & tum erit pondus P quod vento istud velum EH inflanti æquipollet, & cum innotuerit capacitas veli & celeritas venti, ex inde facile comparatio in aliis venti celeritatibus & aliis velis vel majoribus vel minoribus institui poterit. Fig. VI.

§. XLVIII.

Generaliter autem ratio inter vim venti & pondera à priori ex theoria hoc modo innotescere poterit, ut generalius rem complectar, abstraham à vento seu aëre & ejus loco quodlibet fluidum contemplabor, ejusque percussiones cum ponderibus comparare tentabo. Sit vas cylindricum EADBF, isto fluido usque in EF repletum, basis autem ACBD sit horisontalis, patet, fundum istud premi à fluido incumbente, ita ut perforato ubivis hoc fundo, fluidum tanta celeritate efflueret quantam acquirere potest corpus cadendo ex altitudine FB. Quemadmodum Clar. Hermannus in suis annexis ad Phoronomiam, Celeberrimo Bernoullio suppeditante, primus publice demonstravit, fundum ergo sustinet pressionem fluidi ferendo, idem ac si idèm fluidum ea celeritate qua efflueret per foramen, in illud impingeret. Fig. VII.

§. XLIX.

Demonstravit autem modo citatus acutissimus Bernoulli apud Michelottum in Libro *De separatione fluidorum*, fluidum per foramen effluens dimidiæ saltem densitatis censendum esse, ejus quam in vase habebat; inter duos enim globulos seu atomos fluidi effluentis contineri tantundem vacui, ita ut globuli quæ in vase contigui fuerant; in egressu separentur, ita ut in æquali spatio saltem dimidium contineatur fluidi in exitu ex foramine, quam ejus in vase, unde rationem reddit celebris phænomeni de contractione fili fluidi ex vase erumpente. Hoc ergo in nostro casu applicato, dicendum est fundum vasis ferendo pressionem fluidi in vase contenti, idem sustinere ac si fluidum duplo rarius celeritate, æquali ei quam grave ex altitudine FB descendendo acquirere potest, in id irrueret.

§. L.

Habeo ergo rationem seu proportionem inter pondera & vim percussionis fluidorum; ex hisce enim concluditur, cum fluidum quodvis celeritate quacumque in planum directè seu perpendiculariter irruit, planum idem sustinere ac si in situ horisontali positum sufferret pressionem fluidi duplo densioris & altitudinis tantæ, ex qua grave cadendo celeritatem æqualem celeritati fluidi allabentis aquirere potest: cum ergo innotuerit pondus hujus fluidi duplo densioris baseos æqualis plano dato & altitudinis dictæ, habebitur pondus vi fluidi illius allabentis æquivalens.

§. LI.

Applicetur hoc ad ventum, & patebit vela ventum directe excipiendo idem sustinere ac si in situ horisontali posita perferrent pressionem fluidi quod aëre duplo densius est, & altitudinis ex qua grave cadendo acquirere potest celeritatem æqualem celeritati venti. Sit v celeritas venti ea scilicet qua vela petit seu celeritas respectiva. Experientia autem constat grave ex altitudine 15 pedum

Rhenanorum descendendo celeritatem adipisci qua cum tempore unius minuti secundi percurrere possit 30 pedes, ut celeritatem venti v, exeffectu seu spatio percurso dato tempore metiamur, designet v numerum pedum Rhenanorum quos tempore unius minuti secundi percurrere potest.

§. LII.

Cum altitudines in descensu corporum sint ut quadrata celeritatum acquisitarum, & corpus ex altitudine 15 pedum descendendo acquirat celeritatem ut 30 fiat ut 900 quadratum ipsius 30 ad vv quadratum celeritatis venti respectivæ, ita 15 pedes ad $\frac{15\,vv}{900} = \frac{vv}{60}$ ped. quæ est altitudo ex qua corpus cadendo acquirere potest celeritatem æqualem celeritati venti v.

§. LIII.

Habeo itaque altitudinem illius fluidi quod suo pondere æquivalet vi venti. Basis erit superficies velorum; est autem eorum longitudo quæ eadem est cum altitudine mali, jam posita æqualis z. Sit præterea latitudo velorum $= a$, erit ergo basis illa æqualis az. Sunt autem a & z etiam in pedibus Romanis exprimenda cum v jam sit ita expressa, erit ergo moles fluidi illius suo pondere æquivalentis vi venti $= \frac{azvv}{60}$ pedibus cubicis.

§. LIV.

Restat ergo ad pondus vi percussivæ venti æquipollens inveniendum, ut gravitatem fluidi illius inquiramus; quia autem fluidum illud duplo densius ponitur quam aer, erit etiam duplo gravius, unde cum pes cubicus aeris ponderet quam proxime $\frac{1}{12}$ libræ, ponderabit pes cubicus illius fluidi $\frac{1}{6}$ libræ, unde $\frac{azvv}{60}$ pedes cubici pondere æquabunt $\frac{azvv}{360}$ libras, & hoc eſt pondus, quod trahendo eundem effectum præſtare valet ac ventus celeritate ut v vela impellente; hoc ergo pondus æquale ponendum eſt ponderi P. quod quoque loco vis venti poſitum fuit, & erit $P = \frac{azvv}{360}$.

§. LV.

Inventum autem fuerat §. 46. $P = \frac{2Qbs}{z}$. Unde erit $\frac{2Qbs}{z} = \frac{azvv}{360}$, ſeu $azzvv = 720Qbs$. Ut autem perfecta reperiatur uniformitas, b in pedibus quoque Romanis & Q in libris exprimenda ſunt. Nempe diſtantia centri gravitatis à centro curvaturæ in pedibus, & pondus navis in libris, ut omnia ad eandem referantur unitatem, æquatio autem ad hanc reducetur extrahendo utrinque radicem quadratam, $zv = 12\sqrt{\frac{5Qbs}{a}}$ unde invenitur $z = \frac{12}{v}\sqrt{\frac{5Qbs}{a}}$.

§. LVI.

En ergo jam æquationem, ex qua altitudo quæſita malorum z determinari poteſt. Datis primo pondere navis Q in libris. Secundo diſtantia b centri curvaturæ ſpinæ à centro gravitatis navis in pedibus. Tertio latitudine velorum ſeu longitudine antennarum quæ ubique eadem ſupponitur a, in pedibus quoque. Et quarto celeritate venti relativa, nempe ea qua navem petit; cum enim navis quoque celeritatem habeat, aer ſua celeritate in navem impingere nequit, ſed vela petit celeritate, qua celeritas venti celeritatem navis excedit; hæc autem velocitas v exprimenda eſt in pedibus itidem Rhenanis, ſcilicet indigitat ea quot pedes ventus uno minuto ſecundo emetiatur celeritate respectiva, prætereà angulus inclinationis nempe sinus ejus s existente sinu toto $=1$ per se datus est. Et sic altitudo mali z determinari poterit.

§. LVII.

Notandum est in expressione mali z resistentiam aquæ non in computum venire, & hinc eo facilius erit altitudinem mali supputare. Cum autem requiratur vis venti cum navis jam fuerit in pleno, motu à celeritate venti detrahenda est celeritas navis & habebitur celeritas v; & hinc mirum non est quod resistentia aquæ non in computum ineat; ejus enim loco introducta est celeritas respectiva v. Ad hanc enim determinandam data venti celeritate, requiritur navis celeritas, ad cujus cognitionem utique resistentia aquæ & partes navis in quas aqua impingit in computum duci debent.

§. LVIII.

Cum autem difficile sit data venti celeritate navis celeritatem prævidere ut celeritas venti respectiva haberi possit, quæ in expressione altitudinis mali cognita esse debet, necesse est ut methodum tradam navis celeritatem quovis peracto spatio inveniendi. Sufficeret equidem celeritatem navis maximam seu eam quam acquirit spatio infinito percurso indicasse, cum v sit celeritas venti respectiva, cum navis maximam jam acquisierit celeritatem. Verum cum hîc commoda offeratur occasio, & celeritas navis maxima exinde facillime inveniri queat, modum inveniendi navis celeritatem quovis peracto spatio, hîc in medium proferam; ex eo enim legem accelerationis navis videre erit, & cum naves non quidem infinitum spatium percurrere debeant, ut uniformiter procedant, sed aliquanto spatio perverso jam tantam acquirunt celeritatem quæ sensibiliter postmodum non crescit, patebit quoque quantum spatium navis percurrere debeat, ut sensibiliter uniformi motu procedat.

§. LIX.

Ad hoc vero inveniendum necesse est ut resistentia aquæ in computum ducatur. Quia autem navium figura talis non est quæ nave in aquâ motâ, aquam normaliter percutiat, sed oblique & in uno loco obliquius quam alio, aquæ resistentiam patiatur. Non ergo pro ratione superficiei navis aquam stringentis resistentiam metiri licet, cum ea quoque in alio deviationis angulo alia sit, ad huic inconvenienti occurrendum assumam aliquod planum quod aquam ea qua navis movetur celeritate, normaliter feriendo, eandem cum nave resistentiam subeat. Hoc modo enim facilius erit resistentiam navis contemplari, cum angulus incidentiæ supponatur semper rectus, & spatium aquam feriens constans, nonnisi ergo ad celeritatem qua in aquam impingit attendendum erit.

§. LX.

Pro hoc autem plano eandem cum nave resistentiam patiente absque sensibili errore assumi posse video sectionem navis transversalem maximam, ejus scilicet navis partis quæ in aqua degit, hæc quidem cum navis secundum spinæ directionem movetur aquam normaliter feriendo, multo majorem sufferret resistentiam quam navis, & hinc istam sectionem pro illo plano assumendo in excessu peccaretur, verum nave obliquè motâ, resistentia ejus quoque augetur atque cum prora navis profundius submergitur superficies navis aquam findens incrementum accipit, unde resistentia quoque augebitur, præcipuè cum gubernaculo utuntur. Quocirca resistentia, quam sectio illa transversalis aquam normaliter feriendo major vixerit, nisi planè sit æqualis aut aliquantulum minor, quam resistentia navis. Et proindè sectio illa transversalis maxima non totius navis sed saltem partis ejus aquæ immersæ, pro plano eandem cum nave resistentiam patiente absque sensibili errore accipi poterit.

§. LXI.

§. LXI.

Sit itaque ista sectio æqualis ff, est autem ff exprimenda in pedibus quadratis, sit præterea altitudo parallelepipedi cujus basis est ff quod capacitate seu mole partem navis sub aqua mersam adæquat $= h$, quæ altitudo etiam in pedibus est exprimenda, cum comparanda sit cum latitudine velorum & altitudine eorundem quæ in pedibus exprimuntur. Erit ergo moles partis navis aquæ immersæ æqualis hff pedibus cubicis, erit enim hff moles parallelepipedi illius quod partem navis aquæ mersam adæquat.

§. LXII.

Ponatur materia navis ejusque onus per omnes partes navis æqualiter dispersa, ut navis tanquam corpus homogeneum considerari possit, ejusdem nempe ubique densitatis, immutato tamen ejus pondere sit ratio istius navis densitatis ad densitatem aquæ ut K ad m, & ad densitatem aeris ut K ad n. Erit ergo pars navis aquæ immersa quoad massam ut $Khff$. Totius vero navis massa cum ut homogenea consideretur, se habet ad partem navis submersam ut densitas aquæ m ad densitatem navis K; erit ergo massa totius navis ut $mhff$. Hisce positis sic ad cognitionem celeritatis navis pervenio.

§. LXIII.

Sit navis jam in motu, & percurrerit spatium y pedum; sit ejus celeritas tum acquisita $= v$, indicat nempe v numerum pedum quos corpus celeritate v motu uniformi minuto secundo percurre potest, sit celeritas venti $= c$ eodem modo c exprimetur per numerum pedum quos ventus uno minuto secundo absolvere potest, unde venti celeritas respectiva erit $= c - v$. Est autem capacitas velorum $= az$ & spatium seu planum quod in aquam impingit, & resistentiam excipit $= ff$.

§. LXIV.

Promoveatur navis per distantiam infinite parvam, nempe per elementum spatii descripti *y*. Scilicet per *dy* & quæratur acceleratio dum navis per *dy* promovetur. Patitur autem interea navis impulsum à vento, quo navis acceleretur, retardatur vero etiam à resistentia aquæ. Est ergo ab incremento celeritatis à vento generato subtrahendum decrementum celeritatis à resistentia aquæ productum. Et habebitur elementum seu incrementum celeritatis navis dum per spatiolum *dy* pergit.

§. LXV.

Quia aer celeritate *c*, quæ major est navis celeritate, promovetur, impetus fit ab aere in vela & inde navis celeritas augetur, istud vero incrementum celeritatis ex lege communicationis motus in collisione corporum inveniri potest, cum corpora sunt elastica, aer enim & vela uti & deinceps aqua & partes navis in aquam irruentes tanquam corpora elastica sunt consideranda, si non integra tamen particulæ eorum minimæ ex quibus sunt conflata, cum enim nave semel mota, vela æqualiter semper expansa supponantur, & navis figura immutata quoque maneat, necesse est ut vela & superficies navis si eorum figura ab aere impingente & aqua resistente aliquo modo immutetur, tamen sese statim restituant, & ita pro elasticis haberi queant.

§. LXVI.

Aerem ad hoc contemplor ut congeriem globulorum infinite parvorum quorum diameter æqualis sit elemento quo navis promovetur nempe ipsi *dy*, tanta ergo copia hujusmodi globulorum, quantum vela capere possunt celeritate *c*, impinget in vela celeritate *v*, pergentia. Datis ergo mole navis & mole aeris in vela irruentis, celeritas navis post conflictum reperietur, si scilicet dum navis per *dy* fertur reſiſtentia aquæ tolleretur abs qua ſi dematur priſtina celeritas ſeu ea quam habebat dum eſſet in procinctu per *dy* promoveri, remanebit elementum celeritatis, quod per ſpatiolum *dy* navis acquireret, demta reſiſtentia aquæ.

§. LXVII.

Conſtat autem ex regulis communicationis motus, ſi corpus A incurrat celeritate ut & in corpus B celeritate *b* motum, tum fore poſt conflictum celeritatem corporis B æqualem, $\frac{2A\& + \overline{B - A}\,b}{A + B}$ ut hoc ad noſtrum caſum applicem & A maſſa aeris incidentis, hæc autem maſſa eſt ut volumen ductum in denſitatem aeris quam poſueram, ut *n*, volumen autem aeris incidentis; erit aerea lamina craſſitiei $= dy$ & tanta quanta velis implendis ſufficit, velorum ſuperficies ventum excipiens eſt $= az$ & inde volumen aeris impingentis erit *azdy*, conſequenter maſſa aeris impingentis eſt *nazdy*, hic valor loco A eſt ſubſtituendus.

§. LXVIII.

Pro & autem celeritate corporis A ponetur *c*, celeritas venti & pro corpore B ponenda erit totius navis maſſa quippe quæ à vento propellitur, erit ergo B $= mhff$, etenim §. 62. inventum fuit maſſam navis æquari *mhff*, loco autem celeritatis *b* poni debet *v* celeritas navis. His valoribus ſubſtitutis reperietur celeritas navis poſt conflictum $= \frac{2nazcdy + mhffv - nazv\,?}{nazdy + mhff}$ ab hac celeritate ſi detrahatur ea ante conflictum, nempe *v* reperietur incrementum celeritatis per ſpatiolum *dy*, ab impulſu venti productum nempe $\frac{2naczdy - 2navzdy}{nazdy + mhff}$. Cum autem ſit in denominatione *nazdy* reſpectu *mhff* infinite parvum, evanescet illud & denominator erit solum $mhff$; erit ergo incrementum celeritatis à vento ortum $= \frac{\overline{c - v}.\ 2naz dy}{mhff}$.

§. LXIX.

Hoc est ergo incrementum celeritatis à vi venti productum; inveniendum restat decrementum celeritatis à vi resistentiæ aquæ effectum. Hoc eodem quoque modo arguendo innotescet, supponam nimirum aquam consistere ex globulis, quorum diameter sit $= dy$, patet cum navis per dy movetur, in tot navem impingere globulos, idque normaliter ad directionem motus navis, quot planum ff capere potest; suppono enim, cum ut jam ostensum est eodem redeat, navem eandem pati resistentiam, quam suffert planum ff directè aquam eadem celeritate percutiendo. Erit ergo volumen aquæ in quod navis impingit $= ffdy$, quod ductum in densitatem aquæ m, dabit massam illius aquæ; erit nempe ea $= mffdy$.

§. LXX.

Cum vero aqua quiescens supponatur, navis vero celeritate v procedens ex isto lemmate celeritas navis post conflictum elucescet posito quod per spatiolum dy, nihil à vento excipiat navis. Si corpus A celeritate & in corpus B quiescens impingat, erit post conflictum celeritas corporis A residua $= \frac{\overline{A - B}.\ \&}{A + B}$. Hic massa navis $mhff$ cum A est comparanda, ejus celeritas vero v, cum &, massa vero aquea resistens $mffdy$ cum B comparanda est; erit ergo celeritas navis residua post conflictum $=$ $\frac{mhffv - mffvdy}{mhff + mffdy}$ quæ si auferatur à celeritate navis v, ante conflictum habebitur decrementum celeritatis, quo navis celeritas per spatiolum dy pergendo à resistentia aquæ imminueretur, si non novum incrementum à vento acciperet, erit nempe celeritas amiſſa per dy, $= \frac{2mffvdy}{mhff + mffdy}$ $=$ [evaneſcente, $mffdy$, reſpectu $mhff$] $\frac{2mffvdy}{mhff} = \frac{2vdy}{h}$.

§. LXXI.

Navis itaque pergendo per elementum dy, à vento accipit celeritatis elementum $\frac{\overline{c-v}\,2nazdy}{mhff}$. Amittit autem de ſua celeritate in ſuperatione reſiſtentiæ $\frac{2vdy}{h}$. Unde ſubtrahendo elementum retardationis motus navis ab elemento accelerationis, reperietur incrementum celeritatis navis v, dum per dy fertur, nempe $dv = \frac{\overline{c-v}.\,2nazdy}{mhff} - \frac{2vdy}{h} = \frac{\overline{c-v}.\,2nazdy - 2mffvdy}{mhff}$.

§. LXXII.

Patet hinc incrementum celeritatis eſſe manente dy, conſtante, ut $\overline{c-v}.\,naz - mffv$, ſeu ut $naz.\,c - v.\,\overline{naz + mff}$ quo magis ergo creſcit celeritas navis v, eo magis decreſcit elementum celeritatis donec ſi fuerit $v = \frac{nacz}{naz + mff}$ tum celeritas ulterius non creſcat, ſed eadem maneat; eſt ergo hæc celeritas quam navis acquirere poteſt, maxima iiſdem manentibus celeritate venti, capacitate velorum & ſpatio reſiſtentiam aquæ excipiente, unde concluditur celeritatem navis maximam cæteris paribus eſſe ut celeritatem venti, eamque ſe habere ad venti celeritatem ut naz ad $naz + mff$. Quo magis ergo capacitas velorum augetur, eo magis quoque celeritas venti augebitur manente ſpatio ſeu plano ff eodem, & manente az capacitate velorum eadem ut & ff, celeritatem navis fore eandem, ſive vela ſint latiora, ſive arctiora, modo ejuſdem ſint capacitatis, hinc concluditur.

§. LXXIII.

Sic ergo inventa est celeritas navis maxima æqualis $\frac{nacz}{naz + mff}$ ad determinandum vero celeritatem navis quovis percurso spatio, æquatio §. 71 inventa integranda est, ad hoc efficiendum eam ad hanc reduco $\frac{2dy}{mhff} = \frac{dv}{c.naz - v\overline{naz + ff}} = \frac{-1}{naz + ff} \cdot \frac{-dv\ naz + mff}{naz - v\ naz + nff}$ hujus æquationis integrale per logarithmos habetur $\frac{2y}{mhff} = \frac{-1}{naz + mff}[lc.\overline{naz - v(naz + mff)} - lconst.]$ Seu reducendo $\frac{2nazy + 2mffy}{mhff} = lconst - lc\overline{naz - v(naz + mff)}$ ad determinationem constantis ponatur $y = o$ & debet esse v æquari nihilo. Unde erit $lconst = lcnaz$. Erit ergo $\frac{2nazy + 2mffy}{mhff} = lcnaz - l\overline{cnaz - v.(naz + mff.)}$

§. LXXIV.

Dicatur celeritas, qua celeritas v à celeritate, quam navis acquirere potest maxima, differt, u, erit $v = \frac{nacz}{naz + mff} - u$ hoc valore substituto loco v erit $\frac{2nazy + 2mffy}{mhff} = lcnaz - lu.\overline{naz + mff} = lc - lu + lnaz - l\overline{naz + mff}$. Et hinc inveniri poterit distantia y; qua absoluta corpus acquisierit velocitatem utcunque parum à celeritate maxima differentem, ut haberi possit spatium quo percurso celeritas navis absque sensibili errore pro maxima haberi queat; determinatis vero literis in numeris, logarithmi eorum non Ulaquiani aut Briggiani assumi debent, sed logarithmi hyperbolici qui habentur. Si logarithmi Ulaquii ducantur in 2.302585093 quam proxime.

§. LXXV.

Sed revertamur ad æquationem altitudinem mali z, exprimentem, cum ibi reperiaturquantitas v, quæ indicat celeritatem venti reſpectivam, cum navis promovetur celeritate maxima, invenietur ergo celeritas v. Si à celeritate venti c ſubtrahatur celeritas navis maxima nempe $\frac{na'z}{naz + mff}$; erit ergo $v = \frac{mcff}{naz + mff}$.

§. LXXVI.

Indigitas autem hîc c numerum pedum Romanorum quos ventus uno minuto ſecundo percurrere poteſt, nempe cum naves pro vehementioribus ventis, quippe quibus ſpirantibus naves in periculo eſſe poſſunt, inſtrui debeant, pro c poni poteſt ſpatium 80 uſque ad 100 pedum, quemadmodum experimentis à variis celebribus viris inſtitutis concludere licet, quod nempe venti vehementiſſimi tempore unius minuti ſecundi ſpatium 80 uſque ad 100 pedum abſolvant.

§. LXXVII.

Ponatur autem valor loco v inventus in æquatione §. 55 inventa $zv = 12 \sqrt{\frac{5Q^{bs}}{a}}$, & habebitur $\frac{mcffz}{naz + mff} = 12 \sqrt{\frac{5Q^{bs}}{a}}$ ex qua reperietur altitudo mali quæſita $z =$

$$\frac{12mff\sqrt{\frac{5Q^{bs}}{a}}}{cmff - 12na\sqrt{\frac{5Q^{bs}}{a}}}.$$

Hic ergo habemus æquationem perfectiſſimam, ex qua altitudo z in meris cognitis determinari poteſt, ſcilicet in pedibus.

§. LXXVIII.

Ulterius adhuc æquatio inventa reduci poteſt exterminando m & n; cum enim sit m ad n ut densitas aquæ ad densitatem aeris *i. e.* quam proxime ut 800 ad 1. ponatur loco m 800, & loco n, unitas, & reperietur ista æquatio $z =$

$$\frac{9600ff\sqrt{\frac{5Qbs}{a}}}{800cff - 12a\sqrt{\frac{5Qbs}{a}}} = \frac{2400ff\sqrt{\frac{5Qbs}{a}}}{200cff - 3a\sqrt{\frac{5Qbs}{a}}}$$ sc. pedibus.

§. LXXIX.

Datis ergo in nave primo sectione maxima transversa portionis navis aquæ immersæ ff in pedibus quadratis Rhenanis. Secundo distantia centri curvaturæ spinæ à centro gravitatis navis totius b in pedibus. Tertio latitudine velorum seu longitudine antennarum a itidem in pedibus Romanis. Quarto pondere totius navis Q in libris ut & quinto spatio c quod ventus minuto secundo percurrere potest in pedibus quoque, pro quo ab 80 ad 100 usque pedes assumi possunt, hîc ego pro c ponam $36\sqrt{5}$ ut & numerator & denominator per $\sqrt{5}$ dividi queat.

§. LXXX.

Hoc posito habebitur altitudo mali $z = \frac{800ff\sqrt{\frac{Qbs}{a}}}{240cff - a\sqrt{\frac{Qbs}{a}}}$

$= \frac{800ff\sqrt{Qabs}}{240caff - a\sqrt{Qabs}}$ multiplicato & numeratore & denominatore per a, ex hac æquatione determinabitur altitudo quæsita z in pedibus Rhenanis; quæ altitudo cum inventa fuerit, si sit major quam ut unicus malus tantus construi possit, distribuenda ea erit in tot partes donec mali tanti haberi queant qui æquales sunt illis partibus respectivè. Et sic ex hac æquatione determinatur quoque numerus malorum. Hi vero mali sic determinati navem inclinabunt ad tantum angulum cujus sinus se habet ad sinum totum ut s ad 1. Hæc ratio autem antea est assumenda & quidem talis ut angulus iste sit inter omnes illos angulos ad quos navis

navis absque periculo inclinari possit maximus, ut maxima quoque inveniatur vis propellens.

§. LXXXI.

Ex ista æquatione altitudinem mali definiente hæc consectaria deducere licet, quæ in fabricatione atque oneratione navium ut & confectione velorum magnum usum habere possunt, seu exinde concludi potest quomodo sint naves formandæ atque onerandæ quæcunque velis sit latitudo danda, ut maxima quam fieri potest, reperiatur vis ad navem ad propositum angulum inclinandam.

§. LXXXII.

Patet igitur primo statim quo major sit *b* distantia centri curvaturæ spinæ navis à centro gravitatis ejusdem, eo majorem quoque posse assumi altitudinem malorum, sive eo majorem à vento excipi posse vim. In oneratione ergo navium in id est attendendum ut centrum gravitatis in loco quo fieri potest infimo sit positum, quod obtinebitur, si merces specifice graviores in loco navis quoad fieri potest infimo collocentur, atque ut in usu est, carina gravi oneretur sabulo, unde fiet ut centrum commune gravitatis ad infimum locum descendat, adeoque distantiæ ejus à centro curvaturæ augeatur & proinde quoque vis venti admittenda.

§. LXXXIII.

Pro navibus vero fabricandis sequitur utilissimum esse quo spina minus incurvetur, ne quis autem putet hinc sequi optimum fore si spina fieret linea recta seu sectio navis secundum longitudinem rectangulum, spina enim quæ sub aqua continetur, continuus debet esse arcus circuli, sic autem esset composita ex tribus lineis rectis, unde hæc conclusio deduci nequit: cum itaque dico utilissimum esse promotioni navis, quo spina minus incurvetur, id ita est intelligendum quo longior sit navis seu quo longior sit spina, manente altitudine partis navis submerſæ eadem, ſic enim diſtantia centri curvaturæ elongabitur magis, & proinde ejus diſtantia à centro gravitatis.

§. LXXXIV.

Si contra naves ita breves fiant, manente altitudine partis navis immerſæ eadem, ſeu ſpina in arcum tam exigui circuli incurvetur ut centrum gravitatis & centrum curvaturæ coincidant, patet ex æquatione, plane tum nullam à vento excipi poſſe vim; vis enim minima navi ſubvertendæ prorſus par erit.

§. LXXXV.

Et hinc quoque concludi poteſt, cum curvatura tranſverſalis navis valde magna ſit, ſeu cum ſectio navis tranſverſalis ſit ſegmentnm circuli valde parvi reſpectu circuli cujus portio eſt ſectio navis ſecundum ſpinam, eo magis ultra fixum terminum navem inclinatum iri quo major ſit angulus deviationis. Quæ enim ſupra de curvatura ſpinæ dicta ſunt nonniſi valent quam cum navis ſecundum ſpinæ directionem promovetur; cum autem angulus deviationis navi datus fuerit, loco curvaturæ ſpinæ ponenda erit curvatura lineæ in fundo navis ductæ ſecundum directionem motus navis & navem biſecantis, quam lineam, ſpinam imaginariam nuncupare licet.

§. LXXXVI.

Cum navis itaque habuerit deviationem *b* ſignificat diſtantiam centri gravitatis à centro curvaturæ ſpinæ imaginariæ, & cum ſpinæ iſtæ imaginariæ ſint arcus eo minorum circulorum quo deviatio navis major eſt, erit quoque tum centrum curvaturæ ſpinæ imaginariæ centro gravitatis propius, ut inde linea *b*, quoque decreſcat, & igitur altitudo malorum ſeu vis navem propellens eo magis erit diminuenda, quo deviatio navis fiat major; maxime ergo erit periculoſum navibus magnam tribuere deviationem, ſi enim manſerit vis impellens, navis valde ultra angulum propositum inclinabitur.

§. LXXXVII.

Huic incommodo obviam eundi ergo, & ne altitudo malorum aut velorum copia in deviationibus navis minuenda sit, naves aliquantum magnæ latitudinis construi possent ut differentia inter curvaturam spinæ veræ & spinæ imaginariæ cum navis deviatio fuerit 90 graduum, non sit valde magna, ut proinde spinæ imaginariæ in solitis navis deviationibus à spina vera quoad curvaturam non differant, & proinde distantia b centri gravitatis navis à centro curvaturæ spinæ, sensibiliter non imminuatur cum navis in deviatione promota fuerit.

§. LXXXVIII.

Observo deinde, quod si navis tantæ longitudinis fabricetur, seu spina sit arcus tanti circuli, ut distantia b, centri gravitatis à centro curvaturæ spinæ sit æqualis $\frac{5760000f^4}{Q45}$ ped. tum infiniti mali constitui debeant aut unus infinitæ altitudinis ad hoc ut navis ad datum angulum inclinetur, & si b, fuerit major quam $\frac{5760000f^4}{Q45}$ pedes nec infinitam vim fore parem navi ad angulum propositum inclinandæ.

§. LXXXIX.

Cum enim fuerit $b = \frac{5760000f^4}{Q45}$. In æquatione §. 80. data, nempe $z = \frac{-800ffVQ4bs}{2400aff - aVQ4bs}$ denominator fractionis cui z æqualis, evanescit & inde z fiet infinite longa. Hinc ergo patet quantam prærogativam habeant naves longiores præ brevioribus; si enim longitudo tanta fuerit ut b sit æqualis $\frac{5760000f^4}{Q45}$ mali seu numerus velorum pro arbitrio multiplicari poterit absque periculo navis.

§. XC.

Dein quod ad latitudinem velorum a ex æquatione deducitur, quod quidem paradoxum videtur, sed nihilominus verissimum est, quo magis augeatur velorum altitudo, eo magis quoque altitudinem malorum z, augeri absque navis periculo, cum tamen navis non ultra propositum angulum inclinetur. Patet enim cum a, crescat, numeratorem quidem fractionis altitudinem z, exprimentis, diminui; est enim illa fractio $\frac{246cff\sqrt{\frac{5Qbs}{a}}}{200cff - 3a\sqrt{\frac{5Qbs}{a}}}$. Verum notandum, alteram denominatoris partem $3a\sqrt{\frac{5Qbs}{a}}$ seu $3\sqrt{5Qabs}$ signo — affectam in eadem ratione crescere, & cum denominatoris pars $200cff$ signo + affecta maneat, denominator totius in majore ratione decrescit quam numerator, unde fractio ipsa & eo ipso altitudo z, aucta latitudine velorum seu longitudine antennarum augebitur.

§. XCI.

Hinc ergo patet quanti sit emolumenti antennas, quantum fieri potest, longas adhibere, cum inde quantitas virium navem propellentium quoque augeri possit. Si latitudine velorum aucta, mali ejusdem altitudinis reliqui possent, magnum hoc esset commodum ad augendam navis celeritatem; verum aucta latitudine velorum, non solum altitudo malorum eadem manere potest, sed ea præterea augeri poterit, unde aucta latitudine velorum vis propellens navem multo magis augebitur, & proinde quoque celeritas navis, absque periculo navis.

§. XCII.

Quin imo si latitudo velorum a fiat $= \frac{5760000f^4}{Qbs}$ pedum reperietur longitudo malorum z, ob denominatorem evanescentem infinita, & hinc altitudo malorum atque numerus pro lubitu multiplicari poterit absque navis periculo; utcunque enim augeatur altitudo & numerus malorum navis tamen non ad propositum angulum inclinabitur, cum demum vis infinita navi ad istum angulum inclinandæ par sit, si nempe fuerit latitudo velorum $= \frac{5760000f^4}{Qbs}$ sin autem ea major insuper fuerit, nec vis infinita sufficiet ad navem ad angulum cujus sinus est ad sinum totum ut s ad 1 inclinandam.

§. XCIII.

Pervenio tandem ad angulum inclinationis, & noto quo major ille assumatur, eo majorem posse à vento accipi vim; ut igitur aliquantulum ingens assumi posset, oportet ut navis in nullo sit periculo, licet prora profundius immergatur; ad hoc igitur efficiendum, ut scilicet angulus inclinationis magnus assumi possit absque navis periculo utile esse potest si prora navis magis elevata fiat quam reliqua navis pars, sic enim navis non periclitabitur, etsi, prora aliquo usque immergatur, & hinc angulus inclinationis aliquantus assumi poterit.

§. XCIV.

Vel etiam ad idem obtinendum, maxima & gravissima quibus navis onerari debet, onera puppi sunt immittenda; hoc enim modo puppis deprimetur & prora elevabitur, ut adeo major restet proræ pars extra aquam, quæ sine navis periculo aquæ immergi potest, & hoc modo angulus inclinationis major quoque assumi poterit. Ex

F iij

hisce ergo consectariis patet, quænam observanda sint cum in fabricatione & oneratione navium, tum in confectione velorum ut navis quâ absque periculo potest maxima promoveatur celeritate, & non dubito quin ista in praxi magnum usum habere queant si observentur. Atque ex ista meâ theoriâ, proposita quavis nave, inveniri poterit absque multo labore, & altitudo & numerus malorum, ut navis non sit in periculo & tamen maxima celeritate deferatur.

§. XCV.

Cum itaque determinata sit altitudo malorum z, prævideri facile poterit navis celeritas maxima. Est enim ea ut inventum est, æqualis $\frac{nacz}{nff + naz}$ seu cum sit $m = 800$. & $n = 1$ erit ea $= \frac{acz}{800ff + az}$ Est autem $z = \frac{2400ff\sqrt{\frac{5Qbs}{a}}}{200cff - 3a\sqrt{\frac{5Qbs}{a}}}$ quemadmodum §. 78 reperi, si iste valor loco z substituatur reperietur, celeritas navis maxima $\frac{2400acff\sqrt{\frac{5Qbs}{a}}}{160000cf^4}$ seu $\frac{3\sqrt{5Qbs}}{200ff}$ seu navis celeritas tanta erit ut tempore unius minuti secundi percurrere possit spatium pedum $\frac{3\sqrt{5Qbs}}{20cff}$.

§. XCVI.

Cum venti celeritas non ingrediatur expressionem celeritatis navis maximæ, patet navem hac celeritate processuram quacumque celeritate ventus flaverit, modo navem ad angulum propositum inclinandam par fuerit. Patet denuo exinde celeritatem navis maximam esse in ratione subduplicata latitudinis velorum, nempe si ea quadruplæ latitudinis conficiantur, tum navem duplo celerius processuram, eodem modo celeritas navis est quoque in subduplicata ratione distantiæ centri gravitatis totius navis à centro curvaturæ spinæ, atque etiam in subduplicata ratione sinus anguli inclinationis navis. Dein quoque si plures sint naves perfecte similes, sed diversæ magnitudinis, cum pondera earum sint in ratione sesquiplicata superficierum & proinde erit Q ut f^3. Erunt earum navium celeritates cæteris paribus in ratione reciproca subduplicata longitudinum navium earumdem, quo minores ergo conficiuntur naves, quoque velocius propelluntur cæteris paribus, scilicet si fuerint per omnia similes.

§. XCVII.

Jam aliquoties memoravi, si altitudo z tanta reperiatur ut unus malus tantæ altitudinis haberi nequeat, tum plures esse sumendos quorum altitudines junctim sumtæ inventæ z æquales sint qui plures mali tum eundem effectum edent, ac unicus longitudinis z. Si haberi potuisset, si nempe latitudo velorum ubique fuerit, eadem nempe æqualis ipsi a.

§. XCVIII.

Quod autem illi plures eundem edant effectum, exinde patet quod manente facto ex latitudine velorum in altitudinem seu longitudinem eodem, sive manente capacitate velorum ut & latitudine eadem, vis cum propellens tum inclinans navem eadem quoque permaneat, quemadmodum ex jam allatis colligere licet, sive ergo plures sive pauciores constituantur mali, modo eadem velorum magnitudo seu copia eademque latitudo maneat factum illud ex longitudine & latitudine velorum idem permanebit adeoque navis eodem modo tum quoad celeritatem tum quoad inclinationem promovebitur.

§. XCIX.

Suppono vero hic vela malis ad infimum usque locum applicari, quod vero cum fieri nequeat, ob venti vim vel ibi in inferioribus scilicet partibus malorum vel plane impeditam vel maxime debilitatam, altitudo malorum major erit quam longitudo velorum, quæ autem in theoria æquales consideratæ fuerant; cum itaque centrum velorum supra punctum malorum medium cadat, necesse est tum fore si capacitas velorum esset æqualis *az*, ut navis ultra propositum angulum inclinetur: verum cum longitudo velorum minor sit quam *z*, capacitas velorum quoque minor erit quam *az*, unde propemodum compensationem fieri existimandum est ut navis tamen non ultra propositum angulum inclinetur, sed sic cum longitudo velorum minor fuerit quam altitudo malorum, vis navem propellems minor erit ac in theoria positum fuerit. Eoque minor erit quo plures fuerint mali in nave erecti, mali ergo si plures fuerint inserendi altissimi quam fieri potest sumantur, ut ita numerus malorum restringatur.

§. C.

Hic tandem hisce meis meditationibus finem impono, cum uti videtur materiam in problemate propositam satis perpenderim, problematique satisfecerim. Haud opus esse existimavi istam meam theoriam experientiâ confirmare, cum integra & ex certissimis & irrepugnabilibus principiis Mechanicis deducta, atque adeo de illa dubitari, an vera sit ac an in praxi locum habere queat, minime possit. Si autem ea applicaretur ad exemplum aliquod speciale, longitudinem malorum pro nave propositâ investigando, statim apariturum foret, eam haud fallere. Si forte ILLUSTRISSIMA ACADEMIA ista, pagellas dignaretur pretio propositos nomen Autoris & locum ubi degit, ex apposita schedula cognoscere erit.

FINIS.

Pl. 1.

Piece q. a. c. 1727. Meditationes.

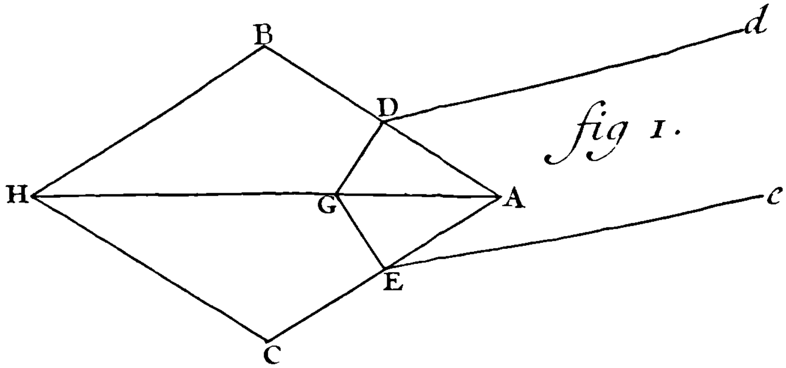


fig 1.

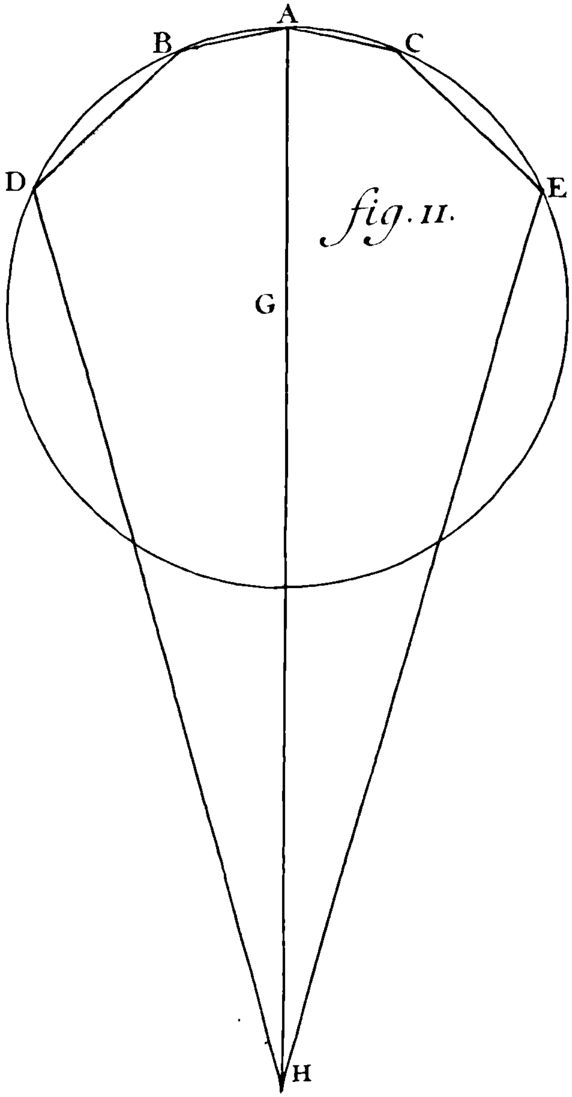


fig. II.

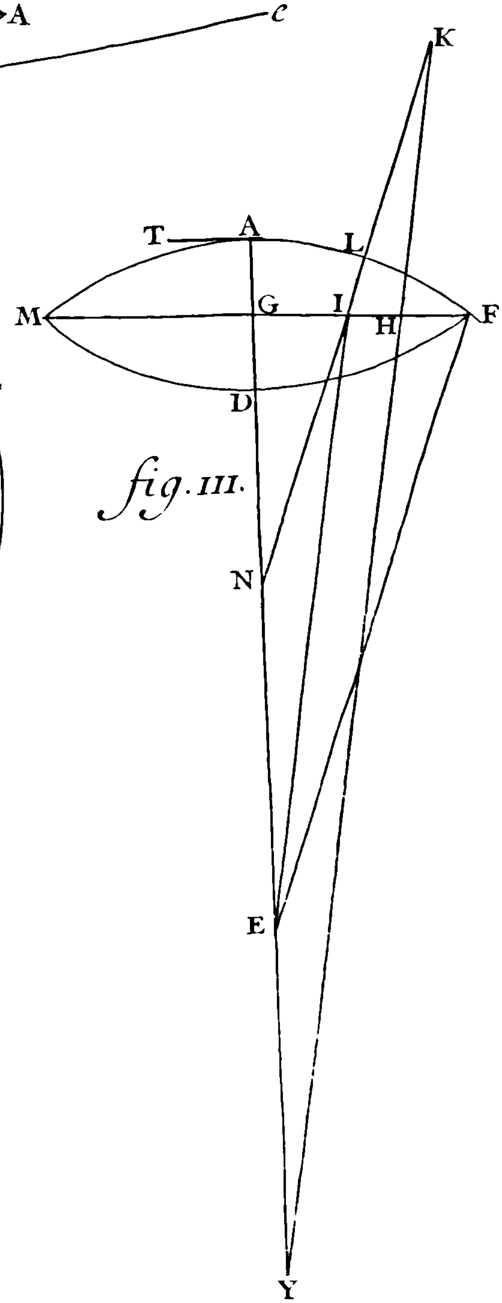
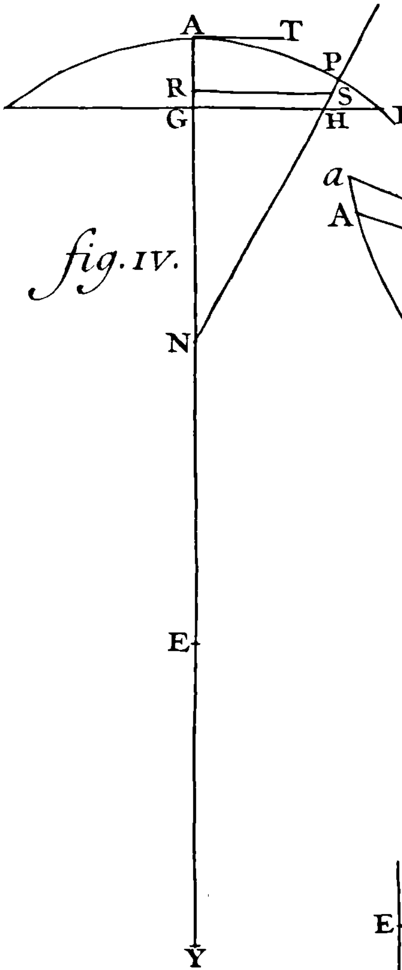
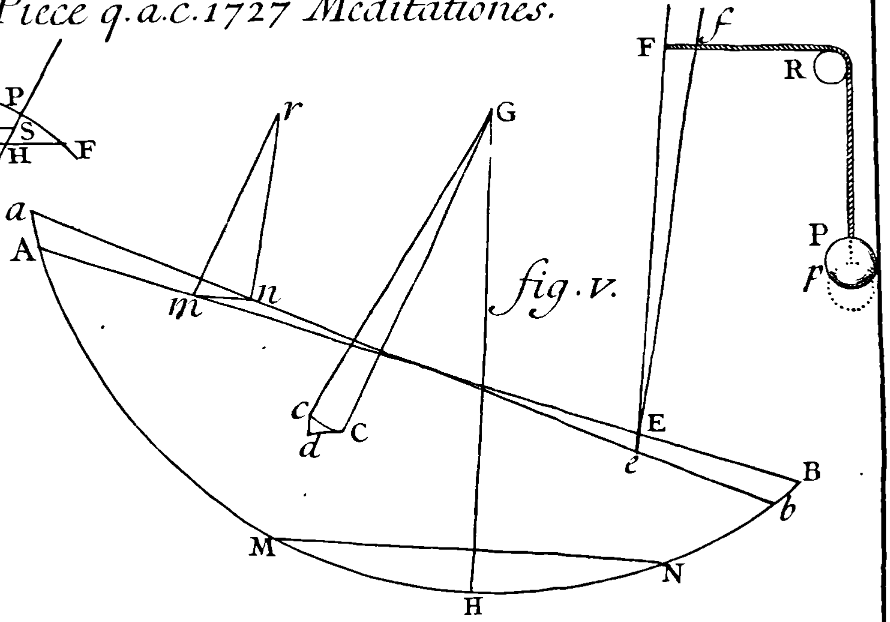
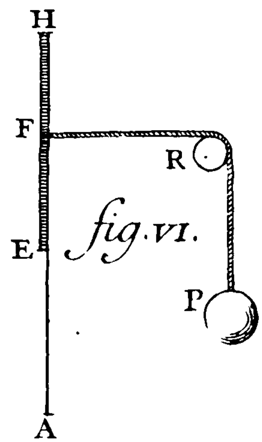
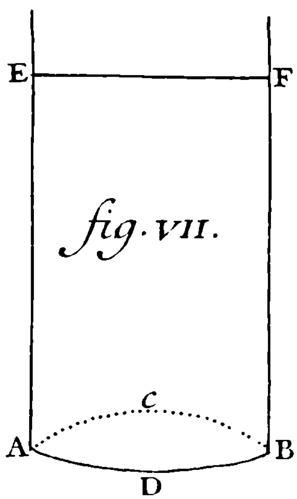


fig. III.


A
T
P
R
S
G
H
F
fig. IV.
N
E
Y


F
f
R
P
r
r
G
a
A
fig. V.
m
n
c
d
C
E
e
B
b
M
N
H


H
F
R
E
fig. VI.
P
A


E
F
fig. VII.
c
A
B
D

DE LA MATURE

DES

VAISSEAUX,

PIECE QUI A CONCOURU à l'occasion du Prix proposé l'an 1727. par Messieurs de l'Academie Royale des Sciences.

A PARIS, RUE S. JACQUES,

Chez CLAUDE JOMBERT, Libraire, au coin de la ruë des Mathurins, à l'Image Notre-Dame.

M. DCC. XXVIII.

Avec Approbation & Privilege du Roi.

MEMOIRE

OU L'ON EXAMINE

Quelle est la meilleure maniere de mâter les Vaisseaux, tant par rapport à la situation qu'au nombre & à la hauteur des Mâts.

Illi robur & æs triplex
Circa pectus erat, qui fragilem truci
Commisit pelago ratem
Primus, *Horat. l. 1. Od. 3.*

LA meilleure maniere de mâter les Vaisseaux consiste, 1°. à disposer les Mâts de telle sorte que la resistance de l'eau contre le Vaisseau soit toujours en équilibre sur le Mât, s'il n'y en a qu'un, ou sur le centre de force de tous les Mâts, s'il y en a plusieurs.

2°. A disposer les Mâts de telle sorte qu'ils ne se nuisent point les uns aux autres, autrement il seroit inutile d'en mettre plusieurs sur un même Vaisseau; mais qu'ils puissent également recevoir le vent, & qu'ils en puissent recevoir le plus qu'il est possible.

3°. A proportionner si bien les hauteurs des Mâts aux places qu'ils occupent, que les Vaisseaux ne tanguent point trop, c'est-à-dire, qu'ils ne donnent point trop du nez dans l'eau.

4°. Enfin à bien proportionner les hauteurs des Mâts de differens Vaisseaux, à leur longueur, & à leur gabarit, afin qu'on en tire tout l'avantage possible dans la navigation.

C'est ce que nous allons examiner dans ce Memoire, après avoir fait voir quelle est la resistance qu'un corps solide en mouvement trouve dans un liquide qui est en repos.

CHAPITRE PREMIER.

Où l'on examine la resistance qu'un corps solide en mouvement rencontre dans un fluide en repos.

ARTICLE I.

Lorsqu'un corps solide est mû dans un fluide, il y trouve une resistance égale à l'effort que le fluide feroit sur lui s'il étoit en repos, & que le fluide se mût contre lui avec une vîtesse égale dans une direction opposée.

Ainsi au lieu de supposer que le corps solide se meut dans un fluide en repos, on peut supposer que c'est le fluide qui se meut contre le corps avec la même vîtesse que l'on auroit attribuée au corps, mais dans une direction contraire.

ARTICLE II.

Lorsqu'un plan se meut dans un fluide, il y trouve une resistance perpendiculaire à lui-même, quelque inclinaison qu'il ait à la direction de son mouvement.

DEMONSTRATION.

1°. Si le plan est perpendiculaire à la direction de son mouvement, il est évident qu'il trouvera dans le fluide une resistance perpendiculaire à lui-même. Fig. 1.

2°. S'il est oblique à la direction de son mouvement, je dis qu'il trouvera aussi une resistance perpendiculaire à lui-même. Car soit un plan AB, ou plûtôt le profil d'un plan qui se meut suivant la direction CD dans un fluide quelconque, comme l'on peut supposer (suivant l'article premier,) que c'est le fluide qui se meut contre le plan suivant la direction DC, il est évident que le plan sera poussé par chaque filet CD du fluide qui a la direction DC. D'un point quelconque P de cette direction DC, soit tirée PQ perpendiculaire au plan AB, & PO parallele au même plan; & soit achevé le parallelogramme POCQ. Il est évident que l'effort que le filet fait suivant la direction PC de son mouvement étant exprimé par PC, se décompose en deux autres efforts dont l'un est PQ perpendiculaire au plan, & l'autre PO parallele au même plan; mais l'effort PO étant parallele au plan ne fait aucune impression sur lui. Donc il ne reste que l'effort PQ qui fasse impression sur le plan. Donc un filet qui se meut obliquement contre un plan, fait contre lui un effort perpendiculaire.

Donc un plan qui se meut obliquement dans un fluide y trouve une resistance perpendiculaire à lui-même.

COROLLAIRE I.

Puisque l'effort du filet DC étant representé par PC Fig 1.

ſe decompoſe en deux forces exprimées par PO, & PQ, il eſt évident que l'effort abſolu du filet DC, c'eſt-à-dire, l'effort qu'il feroit contre un plan perpendiculaire à ſa direction, eſt à l'effort qu'il fait contre le plan AB comme PC eſt à PQ; mais PC eſt à PQ comme le ſinus de l'angle droit PQC eſt au ſinus de l'angle PCQ que la direction DC du mouvement fait avec le plan AB.

Donc la force ou reſiſtance abſoluë d'un filet d'eau eſt à l'effort qu'il fait contre un plan comme le ſinus total eſt au ſinus de l'angle que la direction du mouvement fait avec le plan qui ſe meut.

COROLLAIRE II.

Fig. II. Si deux ſurfaces planes AB, MN differemment inclinées ſe meuvent ſuivant la même direction CD, la reſiſtance que le filet DC fera au plan AB ſera à la reſiſtance qu'il fera au plan MN, comme le ſinus de l'angle DCB eſt au ſinus de l'angle DCN.

Car ſi l'on appelle p l'effort abſolu du filet DC, c'eſt-à-dire, l'effort qu'il feroit contre un plan perpendiculaire à ſa direction;

f, l'effort qu'il fait contre le plan AB,

Et φ; l'effort qu'il fait contre le plan MN, & r, le ſinus total, l'on aura ſuivant le Corollaire premier,

$p : \varphi :: r :$ au ſinus de l'angle DCN

l'on aura auſſi par le même corollaire

$f : p ::$ ſinus de l'angle DCB $: r$.

Donc l'on aura, en multipliant par ordre,

$f : \varphi ::$ le ſinus de l'angle DCB : eſt au ſin. de l'angle DCN.

C'eſt-à-dire, que les reſiſtances f, φ que le même filet fait à deux plans AB, MN differemment inclinez, ſont comme les ſinus des angles que ces plans font avec la direction CD de leur mouvement.

ARTICLE III.

Si pluſieurs plans égaux AB, AC ſont differemment inclinez aux directions MN de leur mouvement, les quantitez d'eau qui leur reſiſteront ſeront comme les ſinus des angles que ces plans feront avec les directions MN ou AF de leurs mouvemens. Fig. III.

Car ſi de l'extremité A commune à ces deux ſurfaces l'on decrit un arc de cercle par l'extremité B du plan AB; cet arc paſſera par l'extremité C du plan AC, parce que AB = AC. Et ſi l'on tire BD, CF perpendiculairement à la direction AF du mouvement des deux plans AB, AC, ces perpendiculaires exprimeront les quantitez d'eau qui s'oppoſeront aux plans AB. AC. & ſeront en même-tems les ſinus des angles FAB, FAC que les plans font avec la direction AF de leur mouvement. Donc les quantitez d'eau qui reſiſtent à deux plans égaux differemment inclinez à la direction AF de leur mouvement, ſeront entr'elles comme les ſinus des angles BAF, CAF que ces plans font avec la direction de leur mouvement.

COROLLAIRE.

Donc ſi pluſieurs plans inégaux AB, AM ſont differemment inclinez à la direction AN de leur mouvement, les quantitez d'eau qui leur reſiſteront ſeront comme les longueurs AB, AM des plans multipliées par les ſinus BD; CF des angles qu'ils font avec la direction AN de leur mouvement. Fig. IV.

Pour le démontrer, ſoit tiré un arc BQ & les perpendiculaires BD, CF, MN ſur la direction AN du mouvement des plans, les deux perpendiculaires BD, MN exprimeront les quantitez d'eau qui s'oppoſent au mouvement des plans AB, AM & les perpendiculaires BD; CF ſeront les ſinus des angles BAN, MAN que les plans

A iij

AB, AM font avec la direction AN de leur mouvement. Ainsi il s'agit de démontrer que les perpendiculaires BD, MN qui expriment les quantitez d'eau resistantes, sont entr'elles comme AB X BD & AM X CF

Or BD : CF : : BD : CF :

CF : MN : : AC : AM : : AB : AM

Donc en multipliant par ordre

BD : MN : : AB X BD : AM X CF

C'est-à-dire, que les quantitez d'eau BD, MN qui resistent aux plans AB, AM sont entr'elles comme les longueurs AB, AM de ces plans multipliées par les sinus BD, CF des angles qu'ils font avec la direction AN de leur mouvement.

ARTICLE IV.

Si deux plans inégaux AB, AC *se meuvent avec la même vîtesse suivant la direction* AN *à laquelle ils sont differemment inclinez ; je dis que les resistances qu'ils trouveront seront comme leurs longueurs* AB, AM *multipliées par les quarrez des sinus des angles qu'ils font avec la direction* AN *de leur mouvement.*

DEMONSTRATION.

Fig. IV. Si l'on suppose le fluide divisé en une infinité de filets PR, PR paralleles à la direction AN du mouvement des plans ; il est évident que la resistance du fluide au plan AB, sera égale à la resistance que lui feroit un filet PR multipliée par la quantité BD des filets qui lui resistent.

De même la resistance du fluide au plan AM est égal à la resistance d'un filet PR multipliée par la quantité MN des filets qui lui resistent.

Ainsi en nommant

f, la resistance qu'un filet d'eau fait au plan AB,

φ, la resistance que le même filet fait au plan AM ;

p, la quantité des filets d'eau qui resistent au plan AB,
ϖ, la quantité de filets qui resistent au plan AM,
fp sera la resistance que le plan AB trouvera dans le fluide,
$\varphi\varpi$, sera la resistance que le plan AM trouvera dans le même fluide en se mouvant avec la même vîtesse.

Mais suivant le Cor. II. de l'Art. II.
$f : \varphi :: BD, CF$ & suivant le Corollaire de l'Article III.
$p = BD : \varpi = MN :: AB \times BD : AM \times CF$.

Donc en multipliant par ordre

$$fp : \varphi\pi :: AB \times \overline{BD}^2 : AM \times \overline{CF}^2.$$

C'est-à-dire, que les resistances fp, $\varphi\varpi$ que les plans AB, AM rencontrent dans un fluide où ils se meuvent avec la même vîtesse, sont entr'elles comme leurs longueurs AB, AM multipliées par les quarrez $\overline{BD}^2$, $\overline{CF}^2$ des sinus des angles qu'ils font avec la direction AN de leur mouvement. *C. Q. F. D.*

COROLLAIRE.

Si les plans AB & AM sont égaux au lieu de

$$fp : \varphi\pi :: AB \times \overline{BD}^2 : AM \times \overline{CF}^2$$

l'on aura $fp : \varphi\pi :: \overline{BD}^2 : \overline{CF}^2$.

C'est-à-dire, que les resistances fp, $\varphi\varpi$ que les plans égaux trouveront dans le même fluide où ils se meuvent avec la même vîtesse seront entr'elles comme les quarrez des sinus des angles que ces plans font avec la direction AN de leur mouvement.

CHAPITRE II.

Où l'on recherche la direction de la resistance composée qu'une figure donnée rencontre dans le fluide où elle se meut, & le point par lequel doit passer cette direction.

ARTICLE I.

DEterminer la direction de la resistance composée qu'un parallelepipede trouve dans un fluide où il se meut parallelement à sa face superieure ou inferieure, & déterminer le point par lequel passe cet effort composé.

SOLUTION.

Tirez EN perpendiculairement sur le milieu de la face AD, & FM perpendiculairement sur le milieu de
Fig. V. l'autre face CD, le point P sera celui par lequel doit passer la direction de la resistance composée que le parallelepipede ABCD rencontre dans le fluide.

Car quelle que soit la direction du mouvement du corps, le fluide resistera toujours perpendiculairement à ses faces AD, CD suivant l'Article II. mais les efforts ou resistances qui se font sur les faces AD, CD sont réunis au milieu E, F de ces faces. Donc EN étant perpendiculaire sur le milieu de la face, AB sera la direction de la resistance qui se fait contre AD; & FM étant perpendiculaire sur le milieu de CD, sera la direction de la resistance qui se fait contre le plan CD.

Donc le point P où se rencontrent ces deux perpendiculaires est celui par lequel doit passer la direction de la resistance composée. Voyons maintenant quelle est cette direction.

Sur les perpendiculaires EN, FM, prenez PN & PM en en raison des résistances que l'eau fait aux faces AD, CD. Et ayant achevé le parallelogramme PMON, tirez la diagonale OP, & cette diagonale sera la veritable direction de la résistance composée.

Mais nous avons vû dans l'Article IV. du Chapitre precedent, que la résistance que l'eau fait au plan AD & la résistance qu'elle fait au plan CD sont entr'elles, comme les longueurs de ces plans multipliées par les quarrez des sinus des angles que les plans font avec la direction de leur mouvement. Ainsi supposant que le mouvement se fait suivant AH ou GI, si l'on fait $AD = DG$ & que l'on tire HDI perpendiculairement à la direction AH du mouvement, l'on aura (en prenant $AD = DG$ pour le sinus total,) HD pour le sinus de l'angle HAD que le plan AD fait avec la direction AH, & DI sera le sinus de l'angle DGI que le plan CD fait avec sa direction GI.

Donc il faut faire $PN : PM :: AD \times \overline{DH}^2 : CD \times \overline{DI}^2$.

Maintenant si le parallelepipede est rectangle, l'on aura $DI = AH$, parce que les triangles AHD, DIG seront semblables & égaux.

Donc on aura, $PN : PM :: AD \times \overline{DH}^2 : CD \times \overline{AH}^2$

Mais $\overline{DH}^2 : \overline{AH}^2 :: KD : AK$

Et par consequent

$AD \times \overline{DH}^2 : CD \times \overline{AH}^2 :: AD \times KD : CD \times AK ::$ $\overline{DH}^2 : CD \times AK$.

Donc il faut faire $PN : PM :: \overline{DH}^2 : CD \times AK$.

Et la diagonale OP sera la veritable direction de la résistance composée que le parallelepipede rectangle ou plûtôt sa section horisontale rencontre dans le fluide où il se meut.

B

COROLLAIRE.

Donc si le parallelepipede ABCD est rectangle, la direction de la résistance composée de celles que toutes ses faces trouvent passera par son milieu.

Car il est évident que la direction de l'effort ou résistance que trouvera chaque face passera par le milieu du parallelepipede rectangle, & par conséquent la direction de la résistance composée des résistances qui se font à toutes les faces passera aussi par le milieu du parallelepipede.

ARTICLE II.

Fig. VI. & VII. *Determiner la direction de la résistance composée qu'un fluide fait à une lozange ou rhombe qui se meut parallelement à son plan.*

SOLUTION.

Soit le rhombe ABCD qui se meut dans son plan parallelement à AH; si l'on tire HDI perpendiculaire sur HA, DH sera le sinus de l'angle DAH que la face AD fait avec la direction AH; & DI sera le sinus de l'angle DCI que la face DC fait avec la direction CI ou AH.

Donc si après avoir tiré ENP perpendiculairement sur le milieu de AD, & FMP perpendiculairement sur le milieu de CD, l'on fait $PN : PM :: \overline{DH}^2 : \overline{DI}^2$, c'est-à-dire, comme la résistance que trouve la face AD, est à la résistance que trouve la face CD; & qu'on acheve le parallelogramme PMON, sa diagonale PO sera la direction de la résistance composée que trouve le rhombe ABCD en se mouvant parallelement à AH.

COROLLAIRE I.

Il eſt évident que la direction PO de la réſiſtance composée qu'un rhombe trouve dans un fluide, ne paſſera pas toujours par le milieu T du rhombe, mais qu'elle y paſſera dans un cas, ſçavoir quand la direction AH du mouvement du rhombe diviſera un angle du rhombe en deux parties égales, & pour lors la direction du mouvement du rhombe ſe confondra avec la direction de la reſiſtance composée qu'il trouvera dans le fluide.

COROLLAIRE II.

Soit EP perpendiculaire ſur le milieu de AD, il eſt évident que la direction de l'effort ou réſiſtance composée paſſera par le point P où cette perpendiculaire coupe la diagonale AC, tant qu'il n'y aura que les faces AD, DC qui ſouffriront la réſiſtance du fluide, conjointement ou ſéparement. Fig. VI.

ARTICLE III.

Etant donné un poligone ſemblable à un poligone inſcrit dans la coupe horiſontale d'un Vaiſſeau, determiner la direction de la reſiſtance composée qu'il trouve en ſe mouvant dans un fluide.

SOLUTION.

Soit ABCQFED le poligone proposé tel que AB=AD, Fig. VIII
BC=DE, CQ=EF & les angles ABC=ADE, tel en un mot que la quille GA le diviſe en deux parties ſemblables & égales. Il s'agit de déterminer la direction ϖp de la réſiſtance composée qu'il trouve dans le fluide; pour cela.

Soit tiré KPN perpendiculairement ſur le milieu de BA & LPM perpendiculairement ſur le milieu de AD, enſuite ſoit fait PN : PM : : $\overline{AH}^2 : \overline{AI}^2$. Et le parallelogramme MN étant achevé, ſoit tirée la diagonale PO : cette diagonale exprimera la réſiſtance composée de celles que les deux faces AB, AD trouvent dans le fluide.

Soit preſentement XRS perpendiculaire ſur le milieu de BC, laquelle rencontre en R le prolongement OT de la diagonale PO, & ſoit fait

RS : PN : : BC X $\overline{\lambda\mu}^2$: BA X $\overline{HA}^2$, c'eſt-à-dire, comme la réſiſtance que trouve le côté BC eſt à la réſiſtance que trouve le côté BA.

Enfin ayant pris RT = PO ſur le prolongement de PO. Soit achevé le parallelogramme TS : ſa diagonale RV, ſera la réſiſtance composée des trois réſiſtances que trouvent les trois côtez AD, AB, BC.

Enfin ayant fait une perpendiculaire Yσ ſur le milieu de CQ, & ayant prolongé la diagonale RV juſqu'à ce que l'on ait $\varpi\delta$ = RV; ſoit $\varpi\sigma$: PN : : comme la réſiſtance que trouve le côté QC, eſt à la réſiſtance que trouve le côté AB, c'eſt-à-dire, comme QC X $\overline{\gamma\varepsilon}^2$: eſt à BA X $\overline{HA}^2$ & ſoit achevé le parallelogramme $\delta\sigma$; ſa diagonale $\varpi\rho$ ſera la réſiſtance composée des reſiſtances que trouvent les côtez AD, AB, BC, CQ. *Ce qu'il falloit trouver.*

ARTICLE IV.

Trouver la direction de la réſiſtance composée qu'une courbe quelconque trouve dans le fluide où elle ſe meut dans ſon plan.

SOLUTION.

Soit AMD une courbe qui ſe meut dans ſon plan ſuivant la direction AF. que AB perpendiculaire à la direction AF du mouvement ſoit priſe pour la ligne des coupées, & PM, *pm* paralleles à la direction du mouvement ſoient priſes pour les ordonnées.

Pour avoir la direction de la résistance composée que la courbe trouve, il est évident qu'il n'y a qu'à trouver la somme de toutes les résistances que la courbe trouve parallelement à la ligne des coupées, & la somme des resistances que la même courbe trouve parallelement aux ordonnées, ensuite faire un parallelogramme HG dont les côtez adjacents BG, BH soient proportionnels à ces deux sommes, & en même-tems paralleles aux coupées & aux ordonnées. Cela posé, la diagonale LB sera parallele à la direction de la résistance composée que la courbe trouve en se mouvant dans le fluide avec une direction AF. Fig. IX.

Soient deux ordonnées infiniment proches PM, *pm*. Et deux filets d'eau MF, *m*F aussi infiniment proches.

Et soit fait la coupée AP $= x$

l'ordonnée MP $= y$

la differentiele P*p* ou MC de la coupée $= dx$

la differentiele C*m* de l'ordonneé $= dy$

& la differentiele M*m* de la courbe $= dz$

Soit la force absoluë d'un filet d'eau MF $= f$.

l'on aura la force absoluë de l'eau MFF*m* qui s'oppose au mouvement de la differentiele M*m*; $= f \times$ MC $= fdx$.

Mais la force absoluë de l'eau est à la résistance qu'elle fait au mouvement d'un plan comme le sinus total est au sinus de l'angle que le plan fait avec la direction de son mouvement. (Chap. I. Art. II. Cor. I.)

Ainsi nommant φ la résistance que l'eau FM*m*F fait au mouvement de la differentiele M*m*. L'on aura $fdx : \varphi ::$ comme le sinus total est au sinus de l'angle FM*m* ou M*m*C. :: *m*M $= dz$: MC $= dx$.

C'est-à-dire, que l'on aura $fdx : \varphi :: dz : dx$

D'où l'on tire $\varphi = \frac{f\overline{dx}^2}{dz}$. Et en faisant la force absoluë f égale à l'unité, l'on aura $\varphi = \frac{\overline{dx}^2}{dz}$ pour la résistance que le fluide fait à chaque differentiele de la courbe.

Mais cette réſiſtance $\varphi = \frac{\overline{dx}^2}{dz}$ étant perpendiculaire à la differentiele M*m* ſe décompoſe en deux réſiſtances, dont l'une eſt ſuivant MQ parallele aux coupées, & l'autre ſuivant MP parallele aux ordonnées PM.

Or ces deux forces ſuivant MP, & MQ étant nommées p, π

L'on aura $\varphi = \frac{\overline{dx}^2}{dz} : p :: \mathrm{MS} : \mathrm{MP} :: dz : dx$.

Donc la réſiſtance p que chaque differentiele de la courbe trouve parallelement à ſes ordonnées eſt égale $\frac{\overline{dx}^3}{\overline{dz}^2}$.

L'on aura de même $\varphi = \frac{\overline{dx}^2}{dz} : \pi :: \mathrm{MS} : \mathrm{MQ} :: dz : dy$.

Donc la réſiſtance ϖ que chaque differentiele de la courbe trouve parallelement aux coupées eſt égale $\frac{dy\overline{dx}^2}{\overline{dz}^2}$.

Donc l'integrale $\int \frac{\overline{dx}^3}{\overline{dz}^2}$ eſt la réſiſtance que la courbe trouve parallelement aux ordonnées MP; & $\int \frac{dy\overline{dx}^2}{\overline{dz}^2}$ la réſiſtance qu'elle trouve parallelement aux coupées AP.

Maintenant ſi par un point quelconque B l'on fait BH parallele aux ordonnées MP, & BG parallele aux coupées AP; & que l'on faſſe $\mathrm{BH} : \mathrm{BG} :: \int \frac{\overline{dx}^3}{\overline{dz}^2} : \int \frac{dy\overline{dx}^2}{\overline{dz}^2}$.

En achevant le paralellogramme HG, ſa diagonale LB ſera parallele à la réſiſtance composée que la courbe AMB trouve en ſe mouvant ſuivant la direction AF.

Appliquons maintenant ce raiſonnement à une courbe donnée, par exemple, à un arc de cercle.

EXEMPLE.

Soit la courbe AMD un arc de cercle qui se meut dans un fluide parallelement à AF, & dont le centre soit en S.

Soit tirée SE parallelement à la direction AF du mouvement & aux ordonnées PM, & soit tirée SG parallelement à la ligne AB des coupées. Fig. 10.

Cela posé soient les raïons SG, SA, SM, SE $= r$
L'ordonnée PM . . . . $= y$
La coupée AP . . . . $= x$
Les lignes AH, PI, BL . . . $= b$
La ligne AB ou HL . . . $= a$
La ligne SH . . . . $= c$

L'on aura $\overline{AH}^2 = \overline{SA}^2 - \overline{SH}^2$ ou $bb = rr - cc$.
Et $SI = SH - AP = c - x$
L'on aura $IM = PI + PM = b + y$.
Donc

$$\overline{IM}^2 = (bb + 2by + yy) = \overline{SM}^2 - \overline{SI}^2 = (rr - cc + 2cx - xx)$$

& mettant, bb, en la place de son égale, $rr - cc$,

L'on aura $\overline{IM}^2 = bb + 2by + yy = bb + 2cx - xx$.

D'où l'on tire $y = \sqrt{2cx - xx + bb} - b$

Et par conséquent $dy = \frac{cdx - xdx}{\sqrt{2cx - xx + bb}}$.

Cela posé, voyons quelle est la somme $\int \frac{dy\overline{dx}^2}{\overline{dz}^2}$ des résistances qui se font parallelement à AP.

A cause des triangles semblables mCM, MIS l'on aura $\overline{MC}^2 = \overline{dx}^2 : \overline{Mm}^2 = \overline{dz}^2 :: \overline{IM}^2 = bb + 2cx - xx : \overline{SM}^2 = rr$

. Donc $\frac{\overline{dx}^2}{\overline{dz}^2} = \frac{bb + 2cx - xx}{rr}$ laquelle étant multipliée par l'équation $dy = \frac{cdx - xdx}{\sqrt{2cx - xx + bb}}$, l'on aura $\frac{dy\,\overline{dx}^2}{\overline{dz}^2} = \frac{\sqrt{2cx - xx + bb} \times \overline{c - x} \times dx}{rr}$ dont on trouvera l'integrale comme il suit ;

Soit $u = \sqrt{2cx - xx + bb}$, l'on aura $uu = 2cx - xx + bb$ & par conséquent $cc - 2cx + xx = bb + cc - uu$,

& . . . . $c - x = \sqrt{bb + cc - uu}$

Donc . . . . . $dx = \frac{udu}{\sqrt{bb + cc - uu}}$,

multipliant les deux dernieres équations l'une par l'autre.

L'on aura $\overline{c - x} \times dx = udu$, laquelle équation étant multipliée par celle-ci $\sqrt{2cx - xx + bb} = u$

l'on aura $\sqrt{2cx - xx + bb} \times \overline{c - x} \times dx = uudu$,

& par conséquent $\frac{\sqrt{2cx - xx + bb} \times \overline{c - x} \times dx}{rr} = \frac{uudu}{rr}$

& tirant les integrales, l'on aura

$$\int \frac{\sqrt{2cx - xx + bb} \times \overline{c - x} \times dx}{rr} = \frac{u^3}{3rr} = \frac{\sqrt{2cx - xx + bb} \times \overline{2cx - xx + bb}}{3rr}$$

qui est l'integrale demandée, laquelle exprime la somme de toutes les résistances qui se font parallelement aux coupées AP contre la courbe AM. Mais comme cette integrale ne se détruit point en faisant $x = 0$, & qu'il reste $\frac{b^3}{3rr}$ il faut en retrancher $\frac{b^3}{3rr}$ & le reste

$\frac{\sqrt{2cx - xx + bb} \times \overline{2cx - xx + bb} - b^3}{3rr}$ sera la veritable integrale qui exprime la somme des résistances que l'arc AM trouve parallelement aux coupées AP.

Voyons maintenant quelle est la somme $\int \frac{\overline{dx}^3}{\overline{dz}^2}$ des résistances que l'arc AM trouve parallelement aux ordonnées.

Puisque

Puisque nous avons déja trouvé $\frac{\overline{dx}^2}{\overline{az}^2} = \frac{2cx - xx + bb}{rr}$

l'on aura en multipliant par dx, $\frac{\overline{dx}^3}{\overline{az}^2} = \frac{\overline{2cx - xx + bb} \times dx}{rr}$

& tirant les integrales l'on aura $\int \frac{\overline{dx}^3}{\overline{dz}^2} = \frac{cxx - \frac{x^3}{3} + bbx}{rr}$

laquelle integrale est la somme des résistances que l'arc AM trouve parallelement aux ordonnées PM.

Donc si l'on fait SQ parallele aux coupées, SO parallele aux ordonnées, & que l'on prenne SQ : SO

$:: \frac{\sqrt{2cx - xx + bb} \times \overline{2cx - xx + bb} - b^3}{3rr} : \frac{cx^2 - \frac{x^3}{3} + bbx}{rr}$

$:: \sqrt{2cx - xx + bb} \times \overline{2cx - xx + bb} - b^3 : 3cxx - x^3 + 3bbx$, & qu'on acheve le parallelogramme OQ, sa diagonale ST sera parallele à la direction de la résistance composée que l'arc AM trouve en se mouvant dans un fluide parallelement à AF. *Ce qu'il falloit trouver.*

REMARQUE.

Si le point S d'où partent les proportionnelles SO, SQ aux résistances que la courbe trouve parallelement aux coupées & aux ordonnées est le centre de l'arc, la diagonale TS qui passera par ce centre S, sera la véritable direction de la résistance composée que l'arc AM trouve dans le fluide.

Car la résistance que chaque filet du fluide fait à l'arc AM est perpendiculaire à cet arc, & est par conséquent dirigée vers le centre. Donc la résistance composée de toutes ces résistances passera aussi par le centre.

COROLLAIRE II.

Si l'on veut avoir la résistance composée que tout l'arc AM trouve, il faudra faire AP = AB, c'est-à-dire, $x = a$

& pour lors l'on aura

$SQ : SO :: \sqrt{2ca - aa + bb} \times \overline{2ca - aa + bb - b^3} : 3caa + 3bba - a^3$

& la diagonale ST sera la résistance composée que toute la courbe AMD trouve dans le fluide en se mouvant parallelement à AF.

COROLLAIRE III.

Si l'arc AD devenoit $=$ GD ensorte que la direction AF du mouvement lui fût tangente à l'extremité G.

Il est évident que AH $= b$ deviendroit $= 0$.

& que SH $=$ C deviendroit $= r$. Et AB ou $a =$ LG.

Ce qui changeroit l'analogie du Corollaire précedent en celle-ci

$SQ : SO :: \sqrt{2ra - aa} \times 2ra - aa : 3raa - a^3 :: \sqrt{2r - a} \times a : \frac{\overline{3r - a} \times a}{2r - a} :: \sqrt{\overline{2SG - LG} \times LG} = LD : \frac{\overline{3SG - LG} \times LG}{2SG - LG}$ d'où l'on tire cette construction.

CONSTRUCTION.

Fig. XI. Ayant achevé le demi-cercle ADEX & prolongé DL jusqu'en N en sorte que LN $= 3$ SG $-$ LG, tirez NX & lui menez par le point G une parallele GZ ; vous aurez

$LZ = \frac{\overline{3SG - LG} \times LG}{2SG - LG}$.

Car à cause des paralleles NX, AZ l'on aura

$LX = 2SG - LG : LN = 3SG - LG :: LG : LZ$.

D'où l'on tire $LZ = \frac{\overline{3SG - LG} \times LG}{2SG - LG}$.

Ainsi faisant SQ $=$ LD & SO $=$ LZ, ou en faisant SQ : SO : : LD : LZ & achevant le parallelogramme QO sa diagonale ST sera la direction de la résistance composée que la courbe GD trouve dans le fluide en se mouvant suivant une direction GF qui le touche à son extremité G.

COROLLAIRE IV.

Si la courbe GD, qui eſt touchante par ſon extremité G à la direction de ſon mouvement, étoit un quart de cercle AE; il eſt évident que $LG=a$ deviendroit$=SG=r$ ce qui changeroit l'analogie du Corollaire précedent en celle-ci, Fig. XI.

$$SQ : SO :: r^3 : 2r^3 :: 1 : 2$$

Ainſi en faiſant $SQ : SO :: 1 : 2$ la diagonale ST ſera la direction de la réſiſtance composée que le quart de cercle trouve dans un fluide, lorſque la direction de ſon mouvement le touche à ſon extrémité.

ARTICLE V.

L'angle que fait la quille d'un Vaiſſeau avec la direction de ſon mouvement étant donné : déterminer la direction de la réſiſtance que rencontre une ſection horiſontale de Vaiſſeau terminée par pluſieurs arcs de cercles. Fig. XII.

SOLUTION.

Soit ABCGDE la ſection horizontale terminée par les arcs AB, AH, BC, DE, & ſoit CF, ou BF la direction de ſon mouvement.

Il eſt évident que l'arc AE ſera touché en un point E par la direction EF du mouvement du Vaiſſeau. Ainſi connoiſſant ſon centre H l'on pourra par le Corollaire III. de l'article précedent déterminer la direction KH de la réſiſtance qu'il trouve dans le fluide ſuivant la direction EF, ou AF.

Comme l'arc AB n'eſt point touché par la direction BF, ou AF de ſon mouvement : Si l'on connoît ſon centre I l'on pourra trouver par le Corollaire II. de l'Art. précedent, la direction LI de la réſiſtance qu'il trouve en ſe mouvant ſuivant la direction BF.

L'on pourra de même trouver par le Corollaire II. de l'Article précedent la direction RS de la résistance que trouve l'arc BC.

Maintenant si l'on fait PM à PN comme la résistance composée que trouve l'arc AE est à la résistance que trouve l'arc AB dans le mouvement du Vaisseau suivant AF, & qu'on acheve le parallelogramme MN, sa diagonale PO sera la direction de la résistance composée que trouvent ces deux arcs AE, AB.

Enfin après avoir prolongé cette diagonale PO en V, en sorte que TV = PO, si l'on fait TS à PM comme la résistance composée qui se fait sur l'arc BC est à la résistance composée qui se fait contre l'arc AE & qu'on acheve le parallelogramme VS, sa diagonale TX sera la direction de la résistance composée que la section horisontale ABCDE trouve dans le fluide où elle se meut suivant la direction AF.

REMARQUE.

Il paroît d'abord que cette solution n'est point complette, attendu que les Corollaires II. & III. de l'Article précedent ne donnent point les efforts composez ou résistances composées qui se font contre les arcs de cercles, mais seulement leurs directions. Mais cette difficulté sera bientôt levée si l'on fait attention que nous avons trouvé dans l'exemple de l'Article IV. la somme des efforts ou résistances que l'arc trouve parallelement aux coupées avec la somme des résistances que le même arc trouve parallelement aux ordonnées, & comme les directions de ces deux sommes sont à angle droit, il est évident que la racine quarrée de la somme de leurs quarrez sera la valeur de la résistance composée que l'arc trouve en se mouvant dans le fluide.

Donc l'on pourra prendre PM, PM, TS dans les rapports des résistances composées que les arcs AE, AB, BC trouvent en ſe mouvant dans le fluide ſuivant la direction BC.

CHAPITRE III.

Où l'on examine quel eſt l'endroit le plus avantageux pour planter le mât lorſqu'il n'y en a qu'un.

PRemierement il eſt certain que le Mât doit toujours être planté dans un point de la quille du Vaiſſeau, afin que le Vaiſſeau ait les mêmes avantages des deux côtez de la quille.

2°. Le Mât doit être planté dans un lieu tel que la réſiſtance de l'eau contre le Vaiſſeau ſoit toujours en équilibre ſur le Mât, autrement le Vaiſſeau ne pourroit garder la direction qu'on lui auroit donnée.

Mais la réſiſtance que le Vaiſſeau trouve dans l'eau ne ſçauroit être en équilibre ſur le Mât, que le Mât ne ſoit planté dans la direction de la réſiſtance composée que le Vaiſſeau trouve dans l'eau.

Donc il faut planter le Mât dans la direction de la réſiſtance composée de toutes les réſiſtances que le Vaiſſeau trouve dans l'eau.

Cela posé, nous allons déterminer l'endroit le plus avantageux pour poſer le Mât dans des Vaiſſeaux de differentes figures.

ARTICLE I.

Déterminer l'endroit le plus avantageux pour poſer le Mât dans un Vaiſſeau dont la coupe horiſontale eſt un parallelogramme rectangle.

SOLUTION.

Fig. V. Nous avons vû dans l'Article I. & ſon Corollaire du Chapitre II. que la direction de la réſiſtance composée de toutes les réſiſtances que trouve un rectangle paſſe toujours par ſon milieu. Il s'enſuit donc qu'il faut toujours mettre le Mât dans le milieu du parallelogramme rectangle, c'eſt-à-dire, en un point P qui ſoit au milieu de la quille ES. Et le Mât ainſi placé mettra toujours en équilibre ſur lui-même la réſiſtance que le rectangle trouvera dans l'eau. *C. Q. F. T.*

ARTICLE II.

Déterminer l'endroit le plus avantageux pour planter le Mât lorſque la coupe horiſontale du Vaiſſeau eſt un rhombe.

SOLUTION.

Fig. VI. Nous avons vû dans l'Article II. du Chapitre II. & dans ſon Corollaire que la direction de la réſiſtance composée que trouve le rhombe paſſoit par le point P, où ſe rencontrent les perpendiculaires tirées ſur les milieux des faces AD, CD, qui ſouffrent la réſiſtance.

Mais ce point de rencontre P, par lequel doit paſſer la réſiſtance composée que trouve le rhombe, eſt ſur la quille BD lorſqu'il n'y a que les faces AD, DC, entre leſquelles paſſe la quille BD, qui ſouffrent la réſiſtance du fluide.

Donc il faudroit planter le Mât au point P, ſi le fluide ne réſiſtoit jamais qu'aux faces AD, DC, entre leſquelles paſſe la quille.

Fig. VII. Mais ſi la quille étoit AC comme dans la Figure VII. où le fluide réſiſte aux faces AD, DC qui ſont d'un même côté de la quille ; on ne pourroit point mettre le Mât au point P où se rencontrent les perpendiculaires EP, FP tirées sur le milieu des faces AD, DF ausquelles le fluide résiste; attendu que ce point P ne se rencontre pas sur la quille AC; mais au point S où la direction PO de la résistance composée de celles que souffrent les faces AD, DC, rencontre la quille AC.

Or il est évident que ce point S ne sera pas toujours le même, mais se rapprochera du milieu T, à mesure que l'angle HAC, que la quille fait avec la direction AH de son mouvement augmentera & se rapprochera du point Q à mesure que l'angle HAC diminuëra.

Mais comme le Mât ne sçauroit changer de place à mesure que le point S varie, il lui faut chercher une place fixe, dans laquelle il puisse metre en équilibre avec le secours d'un gouvernail la résistance composée quelconque que le Vaisseau trouve dans l'eau.

Comme la quille ne doit jamais être perpendiculaire à la direction du mouvement du Vaisseau, il faut placer le Mât entre le point T & le point Q, à telle distance du point Q que le gouvernail puisse rendre la résistance composée de l'arriere égale à la résistance composée de l'avant, lorsque cette derniere est la plus grande qu'il est possible pour faire tourner le Vaisseau sur le Mât.

Et c'est ce que je vais déterminer.

Soit le gouvernail GC parallele à la face AB, si l'on fait LO perpendiculaire sur le milieu du gouvernail GC, & EV perpendiculaire sur le milieu de la face AB, & qu'ayant prolongé la face CD en V, l'on fasse VX égale au gouvernail GC, & LO, égale à la face BA. Enfin si l'on tire OX, & que du point R où cette ligne rencontre CD prolongée, l'on tire RS parallele à EV ou LO, cette ligne RS donnera sur la quille un point S, tel qu'en y plantant le Mât il pourra toujours, avec le secours du gouvernail, mettre la résistance de l'eau en équilibre; pourvû cependant que l'angle que la quille fait avec la direction de son mouvement n'approche pas trop de l'an- Fig. XIII.

gle droit, lorſque le point S ne tombe point ſur le point T.

DEMONSTRATION.

Premierement, puiſque le gouvernail GC & la face AB ſont paralleles, ils feront des angles égaux avec la direction du mouvement du Vaiſſeau; ainſi la réſiſtance que la face trouvera, ſera à celle que le gouvernail rencontrera, comme BA : GC.

Mais par la conſtruction BA : GC :: LO : VX :: LR : RV

Donc la réſiſtance que trouve la face BA eſt à la réſiſtance que trouve le gouvernail GC :: LR : RV.

Mais EV, LO étant perpendiculaires ſur les milieux de BA, GC, ſont les directions véritables des réſiſtances que trouvent BA & GC; & les lignes LR, RV ſont égales aux diſtances du point S aux directions LO, EV, des réſiſtances que trouvent le gouvernail & la face.

Donc les réſiſtances que trouvent BA, GC, ſont entr'elles réciproquement comme les diſtances RV, LR de leurs directions au point S. Donc ces réſiſtances feront en équilibre ſur le point S.

Puiſque la réſiſtance que trouve le gouvernail eſt en équilibre ſur le point S avec la réſiſtance que trouve la face BA; il s'enſuit qu'il n'y aura qu'une ſeule diſpoſition de la quille avec la direction du mouvement dans laquelle la réſiſtance composée de celle du Vaiſſeau, & de celle du gouvernail puiſſe être en équilibre ſur le point S, lorſque le gouvernail eſt parallele à la face BA; & le Vaiſſeau eſt dans cette diſpoſition lorſque la direction BF de ſon mouvement eſt parallele à la face BC, c'eſt-à-dire, lorſque le fluide ne réſiſte qu'à la face BA.

Car ſi le Vaiſſeau étoit dans une autre diſpoſition où le fluide réſiſtât encore à la face BC ou à la face DA, la réſiſtance que trouve la face BA étant en équilibre avec la réſiſtance que trouve le gouvernail GC cet équilibre ſeroit rompu par la réſiſtance que trouveroit la face BC, ou ou la face DA, ensorte que la résistance que le Vaisseau trouveroit du côté du gouvernail par rapport au Mât seroit plus grande que celle qu'il trouveroit du côté de la prouë.

Donc la résistance que trouve le Vaisseau du côté de la prouë par rapport au Mât est la plus forte qu'il est possible pour faire tourner le Vaisseau sur un point quelconque S, quand la direction BF du mouvement est parallele à la face BC.

Mais la direction GC du gouvernail dans un rhombe est la plus avantageuse qu'il est possible, lorsqu'il est parallele à la face BA ou CD ; car ne pouvant point faire un plus grand angle GCQ avec la quille que n'en fait la face AB du Vaisseau, attendu que les faces BC, CD du rhombe ne permettent pas au timon du gouvernail de faire un plus grand angle, le courant de l'eau ne sçauroit avoir plus de prise sur lui que sur la face BA.

Donc le point S est tel que le Mât y étant planté, la plus grande résistance que trouve le gouvernail peut augmenter la résistance du Vaisseau du côté de la poupe, jusqu'à ce qu'elle soit en équilibre avec la résistance que le Vaisseau trouve du côté de la prouë lorsque cette résistance a la plus grande qu'il est possible par rapport à celle de la poupe.

Donc il faut planter le Mât au point S.

ARTICLE III.

Un poligone étant inscrit dans la coupe horisontale d'un Vaisseau, déterminer le point de la quille où il faut planter le Mât.

SOLUTION.

Ayant trouvé par l'Article III. du Chapitre précedent la direction $\varpi\rho$ de la résistance composée de toutes les Fig. VIII.

réſiſtances que trouvent les parties du Vaiſſeau ; prolongez cette direction $\pi\rho$ juſqu'à ce qu'elle rencontre la quille & le point de rencontre θ ſera celui où il faudroit planter le Mât ſi la direction de l'effort ou réſiſtance composée que trouve le Vaiſſeau coupoit toujours la quille au même endroit.

Mais comme ce point θ de ſection n'eſt pas toujours le même, il faut chercher quelle eſt l'inclinaiſon de la quille à la direction de ſon mouvement, lorſque ce point θ eſt le plus près de la prouë, ce qui arrive lorſque la quille fait un fort petit angle avec la direction du mouvement; enſuite il faut reculer le même point vers la poupe juſqu'à ce que la plus grande réſiſtance du gouvernail puiſſe augmenter la réſiſtance de la poupe au point que la direction de l'effort composé de toutes les réſiſtances puiſſe encore paſſer par ce point reculé θ.

Mais comme ce point θ eſt fort écarté du milieu de la quille, & que le gouvernail n'a pas toute la force néceſſaire pour le rapprocher du milieu, l'on approche le point θ le plus près qu'il eſt poſſible du milieu lorſqu'il n'y a qu'un Mât, & par le moyen des manœuvres l'on rapproche la vergue, & par conséquent la voile plus ou moins de la poupe ou de la prouë, ſuivant l'exigence de la direction du mouvement du Vaiſſeau par rapport à la quille.

ARTICLE IV.

Déterminer le point θ de la quille le plus avantageux pour y planter le Mât, lorſque la ſection horiſontale du Vaiſſeau eſt terminée par pluſieurs arcs de cercle.

SOLUTION.

Fig. XII. Ayant déterminé dans l'Article V. du Chapitre précédent la direction TX de la réſiſtance composée que trouve la ſection hotiſontale du Vaiſſeau ; prolongez cette direction TX juſqu'à ce qu'elle rencontre la quille en un point θ : Ce point θ ſeroit celui dans lequel il faudroit planter le Mât, ſi la direction TX de la réſiſtance composée que trouve le Vaiſſeau coupoit toujours la quille au même endroit.

Mais comme ce point θ n'eſt point fixe, & qu'il faut planter le Mât dans un point fixe,

Il faut chercher quelle eſt la direction du mouvement par rapport à la quille, dans laquelle le point θ eſt le plus près qu'il eſt poſſible de la prouë, & reculer ce point θ juſqu'à ce que la plus grande réſiſtance du gouvernail puiſſe augmenter la réſiſtance de la poupe au point que la direction de la réſiſtance composée que trouve le Vaiſſeau avec ſon gouvernail puiſſe encore paſſer par ce point reculé θ, alors on pourra mettre le Mât dans ce point θ s'il n'eſt point trop écarté du milieu du Vaiſſeau.

Mais ſi ce point θ quoique reculé, étoit encore trop écarté du milieu du Vaiſſeau, l'on pourroit encore le rapprocher un peu du milieu ; mais dans ce cas il faudroit par le moyen des manœuvres retirer les vergues vers la poupe ou la prouë ſuivant l'exigence de la direction du mouvement du Vaiſſeau par rapport à la quille.

COROLLAIRE.

Il ſuit des quatre Articles précedens qu'il faut mettre le Mât entre le milieu du Vaiſſeau & la prouë, ſans pourtant trop l'écarter du milieu ; car ſi on l'écartoit trop du milieu, il ne pourroit point mettre en équilibre ſur lui la réſiſtance que trouve le Vaiſſeau lorſque la direction de cette réſiſtance paſſe près du milieu, ſçavoir lorſque la direction du mouvement du Vaiſſeau fait avec la quille un angle qui approche de l'ange droit.

SCHOLIE.

Si l'on connoiſſoit exactement la figure d'un Vaiſſeau, il eſt évident que l'on pourroit de cette maniére determiner le point le plus avantageux pour poſer le Mât. Mais les gabaris des vaiſſeaux ſont ſi différens qu'il faudroit un modele de chaque Vaiſſeau pour y déterminer ce point.

Comme il eſt trop difficile de déterminer l'effort composé ou réſiſtance composée de toutes les réſiſtances que trouvent les figures terminées par pluſieurs courbes, je crois qu'il vaudroit beaucoup mieux regarder les Vaiſſeaux comme des ſolides terminez par pluſieurs plans ; car alors ſans beaucoup de Géometrie l'on pourroit déterminer par l'Article III. de Chapitre II. la direction de l'effort composé ou réſiſtance composée que le fluide fait contre les ſections horiſontales du Vaiſſeau, & par conſéquent contre tout le Vaiſſeau lorſque toutes ſes faces ſont perpendiculaires aux ſections horiſontales.

Enfin ſi les faces du Vaiſſeau ne ſont point perpendiculaires à la ſection horiſontale, il faudra chercher les réſiſtances que le fluide fera perpendiculairement à ces faces, & chercher enſuite ce qu'il en réſulte horiſontalement à toutes ces faces.

CHAPITRE IV.

Où l'on examine quelle doit être la ſituation des Mâts, leur hauteur & leur nombre.

NOus avons vû dans le Chapitre précedent quelle étoit la maniére de poſer le Mât d'un Vaiſſeau lorſqu'il n'y en a qu'un ; mais comme le gouvernail auquel il faut avoir recours pour mettre la résistance de l'eau en équilibre sur ce Mât unique, retarde le sillage du Vaisseau. Voyons si nous ne pourrions point appercevoir quelqu'avantage dans la pluralité des Mâts.

Il est évident 1°. qu'en mettant plusieurs Mâts sur un Vaisseau, l'on peut toujours mettre la résistance de l'eau en équilibre sans le secours d'un gouvernail; car si le Vaisseau trouve plus de résistance du côté de l'avant que du côté de l'arriere, il n'a qu'à prendre plus de vent avec les voiles des Mâts d'avant qu'avec celles des Mâts d'arriere; de cette maniére l'on pourra toujours mettre la résistance de l'eau en équilibre sur le centre de force de tous les Mâts.

2°. L'on peut prendre plus de vent avec plusieurs Mâts qu'avec un seul, à moins que le seul Mât qu'on mettroit ne récompensât par sa hauteur, & par la grandeur de ses voiles, le grand nombre de voiles qu'on peut mettre sur plusieurs Mâts. Mais dans ce cas le Mât deviendroit trop élevé & donneroit par conséquent trop d'avantage au vent pour faire pancher le Vaisseau, & même pour le faire capot, comme il est arrivé plusieurs fois; & les vergues devenant trop longues, sortiroient trop hors le Vaisseau, & rendroient par conséquent les manœuvres trop difficiles.

ARTICLE I.

Les intervalles des Masts doivent être comme les sommes des demi-vergues ou des vergues qui passent par ces intervalles.

DEMONSTRATION.

Soit un Vaisseau quelconque dont les Mâts sont placez dans des points quelconques A, G, M, & dont les Fig. XII.

vergues ſoient RB. CI, DQ attachées aux Mâts par leurs milieux ; enſorte que AB. GI, MQ ſoient les demi-vergues.

Quelque ſoit la hauteur des Mâts, il eſt clair que ſi l'on veut profiter de la grandeur des voiles, il faut 1°. qu'elles ne laiſſent point échapper le vent.

2°. Qu'elles ne ſe couvrent point les unes les autres.

Pour cela il faut que la ligne BC qui paſſe par l'extrémité B de la vergue d'artimon, & par l'extrémité C de la grande vergue, ſoit parallele à la ligne ID qui paſſe par l'extrémité I de la grande vergue, & par l'extrémité D de la vergue de miſene, lorſque toutes les vergues ſont paralleles. Car cela poſé, le vent qui ſouffleroit ſuivant BC, ID, ſeroit reçû ſur toutes les voiles qui n'en laiſſeroient point échapper. Voyons maintenant quelles doivent être pour cela les diſtances des Mâts.

Puiſque les vergues RB, CI, DQ, ſont paralleles, & que les lignes BC, ID du vent ſont auſſi paralleles, les quatre triangles BAE, CGE, IGF, DMF ſeront ſemblables.

L'on aura donc $CG : GI :: EG : GF$,

Mais $CG = GI$ donc $EG = GF$,

L'on aura $AB : AE :: CG : EG$.

Donc $AB + CG : AE + EG :: CG : EG$,

L'on aura auſſi $CG : EG = GF :: DM : FM$.

Donc $CG + DM : GF + FM :: CG : EG$.

Donc $AB + CG : AE + EG :: CG + DM : GF + FM$.

C'eſt-à-dire, que les intervalles des Mâts ſont comme les ſommes des demi-vergues qui paſſent par ces intervalles, ou pour mieux dire, qui ſont adjacentes à ces intervalles.

ARTICLE II.

Lorſque les voiles d'un même Vaiſſeau ſont ſemblables,

les longueurs des vergues ſont comme les hauteurs des Maſts.

DEMONSTRATION.

Les longueurs des vergues ſont comme les largeurs des voiles, ou plûtôt ſont égales aux largeurs des voiles.

Mais puiſque les voiles ſont ſemblables, les largeurs des voiles ſont comme leurs longueurs. Mais les longueurs des voiles devant occuper les hauteurs des Mâts, ſont comme les hauteurs des Mâts.

Donc les longueurs des vergues ſont comme les hauteurs de leurs Mâts. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

Donc les intervalles des Mâts ſont comme les ſommes des Mâts adjacents à ces intervalles, quand les voiles ſont ſemblables. Car pour lors les vergues étant comme les hauteurs des Mâts, les ſommes des vergues ſont comme les ſommes des Mâts. Mais nous avons vû que les intervalles des Mâts ſont comme les ſommes des vergues adjacentes. Donc ces intervalles ſont comme les ſommes des Mâts adjacens.

Comme il eſt aſſez ordinaire de faire des voiles ſemblables, ſur tout les voiles des huniers & les voiles baſſes du grand Mât & du Mât de miſene, je ſuppoſerai toujours dans la ſuite que les longueurs des vergues ſont comme les hauteurs des Mâts.

ARTICLE III.

Les diſtances SP, QP, RP *des Maſts au point* P, *par lequel doit paſſer leur centre de force étant données, déterminer le meilleur rapport dans lequel on puiſſe faire les hauteurs de ces Maſts.* Fig XIV.

SOLUTION.

Quoiqu'il y ait une infinité de rapports dans lesquels les Mâts étant faits leur centre de force passera toujours par le point P, les Mâts étant toujours aux points S.Q.R. Il n'y a cependant qu'un seul rapport dans lequel ces Mâts puissent être faits le plus avantageusement qu'il est possible; & c'est ce meilleur rapport qu'il faut déterminer.

Pour trouver ce meilleur rapport, il faut sçavoir qu'il ne suffit pas que le centre de force des Mâts passe par le point P, mais il faut encore que les intervalles des Mâts soient comme les sommes des vergues qui sont aux extremitez de ces intervalles. 2°. Que les hauteurs des voiles soient comme les hauteurs des Mâts, ainsi qu'on le pratique, du moins dans les trois huniers & dans le grand Mât, & le Mât de misene. Cela posé, si l'on prend pour les hauteurs des Mâts leur partie qui est hors le Vaisseau.

Soit { la hauteur du grand Mât . . . . . $= x$
la hauteur du Mât de misene . . . . . $= y$
la hauteur du Mât d'artimon . . . . . $= z$.

Soit aussi { la longueur de la vergue du grand Mât . . $= V$
la longueur de la vergue de misene . . . $= u$
la longueur de la vergue de fougue d'artimon . $= v$

Soit enfin { la distance QP du grand Mât au point P . . $= r$
la distance SP du Mât de misene au point P $= p$
la distance RP de l'artimon au point P . . $= q$

L'on aura { la distance QS du grand Mât au Mât de misene $= r + p$
la distance QR du grand Mât à l'artimon . $= q - r$

Mais suivant l'Article I. ces intervalles $r + p$, $q - r$ de Mâts doivent être comme les sommes $V + u$, $V + v$ des vergues

vergues qui sont aux extrémitez de ces intervalles.

On aura donc $r + p : q - r :: V + u : V + v$.

Mais les voiles étant semblables, l'on aura les longueurs V, u, v, des vergues comme les hauteurs $x . y . z$ des Mâts. Et par conséquent $V + u : V + v :: x + y : x + z$.

Donc $r + p : q - r :: x + y : x + z$,

ce qui donne $rx + px + rz + pz = qx - rx + qy - ry$

d'où l'on tire $\left\{ \begin{array}{l} x = \dfrac{qy - ry - rz - pz}{p + 2r - q} \\ y = \dfrac{2rx + px - qx + rz + pz}{q - r} \end{array} \right.$

Mais le centre de force des trois Mâts $x : y : z$ devant se trouver au point P où la Quille est coupée par la direction de la résistance que le Vaisseau trouve dans l'eau, il faut que l'énergie du Mât de Misene y qui se trouve d'un côté de ce point soit égale à la somme des énergies du grand Mât x, & du Mât d'Artimon z qui se trouvent tous deux de l'autre côté du même point P.

Mais puisque par l'hypothêse les longueurs des vergues, & par conséquent les largeurs des voiles, sont comme les hauteurs des Mâts, & que les hauteurs des voiles doivent être aussi comme les hauteurs des Mâts, il est évident que les surfaces des voiles seront comme les quarrez des hauteurs des Mâts, & par conséquent les efforts que le vent fera contr'elles seront aussi comme les quarrez des hauteurs des Mâts.

On pourra donc prendre les quarrez xx, yy, zz des hauteurs des Mâts x, y, z, pour les efforts que le vent fait contre les voiles de ces Mâts.

Donc si l'on multiplie ces quarrez xx, yy, zz des Mâts par leurs distances QR, SP, RP ou r, p, q au point P.

On aura le produit $\left\{ \begin{array}{l} rxx \text{. pour l'énergie du grand Mât,} \\ pyy \text{. pour l'énergie du Misene,} \\ qzz \text{. pour l'énergie de l'Artimon,} \end{array} \right.$

E

Mais nous avons dit que l'énergie du Mât de misene devoit être égale à la somme des énergies du grand Mât & du Mât d'artimon.

On aura donc cette égalité,

$$pyy = rxx + qzz$$

Mais nous avons trouvé $\left\{ \begin{array}{l} x = \dfrac{qy - ry - rz - pz}{p + 2r - q} \\ y = \dfrac{2rx + px - qx + rz + pz}{q - r} \end{array} \right.$

quarrant ces deux égalitez l'on aura,

$$1^{\circ}.\ xx = \frac{qqy^2 - 2qry^2 + r^2y^2 - 2qryz + 2r^2yz + rrzz - 2pqyz + 2pryz + 2przz + p^2z^2}{\overline{p + 2r - q}^2}$$

$$2^{\circ}.\ yy = \frac{\overline{4qr + 4pr + pp - 4qr - 2pq + qq} \times xx + \overline{4rr + 6pr - 2qr + 2pp - 2pq} \times xz + \overline{r + p}^2 \times zz}{qq - 2qr + rr}$$

Maintenant si l'on substituë l'une après l'autre, ces valeurs de xx & de yy dans l'équation $pyy = rxx + qzz$.

Lon aura les deux égalitez suivantes. Donc l'une ne contiendra point de x & l'autre point de y.

$$3^{\circ}.\ \overline{pyy - qzz} \times \overline{p + 2r - q}^2 = rqqy^2 - 2qr^2y^2 + r^3yy$$
$$- 2qr^2yz + 2r^3yz + r^3zz - 2pqryz + 2prryz + 2prrzz + rppzz.$$

$$4^{\circ}.\ \overline{rxx + qzz}\,.\ \times\ .\overline{qq - 2qr + rr} = 4pr^2x^2 + 4pprx^2$$
$$+ p^3x^2 - 4pqrx^2 - 2p^2qx^2 + q^2x^2p + 4prrxz + 2pprxz$$
$$- 2pqrxz + prrzz + 4pprxz + 2p^3xz - 2ppqxz + 2pprzz$$
$$+ p^3zz.$$

Si l'on ordonne la premiere de ces deux équations par rapport à y, & la seconde par papport à x, l'on aura,

$$5^{o}.\ yy \times \left\{\begin{array}{l} \overline{p+2r-q}^{2} \times p \\ -rqq \\ +2qrr \\ -r^{3} \end{array}\right. + y \times \left\{\begin{array}{l} +2qrrz \\ -2r^{3}z \\ +2pqrz \\ -2prrz \end{array}\right. = zz \times \left\{\begin{array}{l} \overline{p+2r-q}^{2} \times q \\ +r^{3} \\ +2prr \\ +rp^{2}. \end{array}\right.$$

$$6^{o}.\ xx \times \left\{\begin{array}{l} +qqr \\ -2qrr \\ +rrr \\ -4prr \\ -4ppr \\ -p^{3} \\ +4prq \\ +2ppq \\ -pqq \end{array}\right. + x \times \left\{\begin{array}{l} -4prrz \\ -2pprz \\ +2pqrz \\ -4pprz \\ -2p^{3}z \\ +2ppqz \end{array}\right. = zz \times \left\{\begin{array}{l} -q^{3} \\ +2qqr \\ -qrr \\ +prr \\ +2ppr \\ +p^{3}. \end{array}\right.$$

La premiere de ces deux égalitez nous fournira la valeur de y, & la ſeconde nous fournira la valeur de x. dans leſquelles valeurs il n'y aura point de . x . ni de . y . ſçavoir,

$$7^{o}.\ y = \sqrt{\frac{\overline{p+2r-q}^{2} \times qzz + \overline{r+p}^{2} \times rzz}{\overline{p+2r-q}^{2} \times p + \overline{q-r}^{2} \times -r} + \overline{\frac{qrrz - r^{3}z + pqrz - prrz}{\overline{p+2r-q}^{2} \times p + \overline{q-r}^{2} \times -r}}^{2}}$$

$$\frac{-qrrz + r^{3}z - pqrz + prrz}{\overline{p+2r-q}^{2} \times p + \overline{q-r}^{2} \times -r}$$

$$8^{o}.\ x = \sqrt{\frac{\overline{p+r}^{2} \times pzz + \overline{q-r}^{2} \times -qzz}{\overline{q-r}^{2} \times r + \overline{p+2r-q}^{2} \times -p} + \overline{\frac{\overline{-3pr-2r^{2}+qr-pp+pq} \times pz}{\overline{q-r}^{2} \times r + \overline{p+2r-q}^{2} \times -p}}^{2}}$$

$$\frac{\overline{+3pr+2rr-qr+pp-pq} \times pz}{\overline{q-r}^{2} \times r + \overline{p+2r-q}^{2} \times -p}$$

$$9^{o}.\ z = z$$

Donc ſi l'on multiplie les ſeconds membres des équations 7^{e}, 8^{e} & 9^{e}, par $\overline{p+2r-q}^{2} \times p + \overline{q-r}^{2} \times -r$, & qu'enſuite on les diviſe par z.

On aura les hauteurs $x : y : z$ des Mâts dans les rapports ſuivans.

$$\left.\begin{array}{c} x \\ \\ - \\ \\ y \\ \\ - \\ \\ z \end{array}\right\} :: \left\{\begin{array}{l} \sqrt{\overline{\overline{p+r}^2 \times -p+\overline{q-r}^2 \times q} . \times \overline{\overline{p+2r-q}^2 \times p+\overline{q-r}^2} \times \overline{-r+3p^2r+2pr^2-pqr+p^3-p^2q}^2} \\ -3p^2r-2prr+pqr-p^3+ppq \\ \hline \\ \sqrt{\overline{\overline{p+2r-q}^2 \times q+\overline{r+p}^2 \times r} . \times . \overline{\overline{p+r-q}^2 . \times . p+\overline{q-r}^2} . \times . \overline{-r+qrr+r^3-pqr-prr}^2} \\ -qrr+r^3-pqr+prr \\ \hline \\ \overline{p+r-q}^2 \times p+\overline{q-r}^2 \times -r \end{array}\right.$$

qui ſont les plus avantageux pour mettre les Mâts en équilibre ſur le point P où la Quille eſt coupée par la direction de la réſiſtance que le Vaiſſeau trouve dans l'eau. *Ce qu'il falloit trouver.*

REMARQUE I.

Il faut remarquer que le rapport que nous venons de déterminer convient mieux aux Mâts de hunes & au perroquet d'artimon qu'au grand Mât, au Mât de Miſene & à l'Artimon. Puiſque l'on ne met jamais en équilibre ſur le point P l'Artimon, le grand Mât & la Miſene. Attendu que l'Artimon, ſe trouvant du même côté que le grand Mât par rapport au point P deviendroit trop petit, & ſeroit par conſéquent incapable de gouverner le Vaiſſeau. L'on fait même la hauteur de l'artimon égale à la hauteur du Mât de Miſene ; & afin que ſa voile ſoit la plus grande qu'il eſt poſſible ſans couvrir la grande voile, l'on incline ſa vergue d'environ 45° : enſorte que ſa voile qui eſt triangulaire laiſſe aiſément paſſer le vent ſur la grande voile.

Mais comme l'on doit cependant toujours conſerver l'équilibre, on y ajoute un quatriéme Mât à la prouë qui fait équilibre avec l'excès de la grandeur de la voilure d'Artimon ; ou ſi l'on ne ſçauroit ſe ſervir de la voile du

Beaupré qui est à la prouë, l'on cargue la voile basse du grand Mât jusqu'à ce que l'Artimon fasse équilibre avec le Mât de Misene.

Nous verrons ensuite de l'Article suivant dans quel rapport il faut faire la hauteur & la vergue du Beaupré, afin qu'il puisse faire équilibre avec l'excès de la voilure d'Artimon.

REMARQUE II.

Comme j'ai donné la maniere de trouver la direction de la résistance composée que trouve le Vaisseau, il est évident que l'on peut trouver le point où la Quille est coupée par la direction de cette résistance. Si on ne peut déterminer ce point géométriquement, l'on peut du moins le faire méchaniquement, sçavoir en mettant le Vaisseau que l'on veut mâter à la traine d'un autre Vaisseau, en lui attachant le cable qui le traîne à son bord entre l'éperon & le maître Beau, car pour lors la direction de la corde coupera la Quille dans le point où la direction de la résistance que trouve le Vaisseau la coupe.

Car puisque l'effort de la corde est en équilibre avec la résistance que trouve le Vaisseau; il est clair que la direction de la corde doit être la même que la direction de la résistance que trouve le Vaisseau.

ARTICLE IV.

Les hauteurs de trois Mâts étant données, déterminer leurs situations les plus avantageuses.

SOLUTION.

Quoiqu'il y ait une infinité de points dans lesquels les trois Mâts donnez étant plantez, ils pourront faire équilibre sur le point P, il n'y en a cependant que trois où Fig. XIV.

l'on puiſſe les planter le plus avantageuſement qu'il eſt poſſible.

Pour déterminer ces points géometriquement, il faut ſçavoir qu'il ne ſuffit pas que les trois Mâts faſſent enſemble équilibre ſur le point P, c'eſt-à-dire, que leur centre P de force ſoit dans la direction de la réſiſtance que le Vaiſſeau trouve dans l'eau ; mais qu'il faut encore 1°. que les diſtances des Mâts ſoient comme les ſommes des vergues qui paſſent par ces diſtances (Art. I.)

2°. Que les longueurs des vergues ſoient comme les hauteurs de leurs Mâts. Par l'Article II.

Mais la poſition du Mât de Miſene étant déterminée naturellement à l'extrémité de la Quille, il n'y a que deux points où les Mâts d'Artimon & le grand Mât étant plantez.

1°. Les Mâts pourront faire équilibre ſur le point P.

2°. Les intervalles des trois Mâts ſeront comme les ſommes des vergues qui peuvent occuper ces intervalles.

3°. Les longueurs des vergues des trois Mâts ſeront comme les hauteurs des Mâts.

Ce ſont donc ces deux points avec l'extrémité de la Quille qui ſont les trois points les plus avantageux pour poſer les trois Mâts. Ainſi ce ſont eux qu'il s'agit de trouver. Pour cela.

Soit la hauteur du grand Mât . . . . $= g$
La hauteur du Mât de Miſene . . . $= m$
La hauteur du Mât d'Artimon . . . $= a$

La longueur de la vergue du grand Mât $= V$
La vergue du Mât de Miſene . . . $= u$
La vergue d'Artimon . . . . . $= v$

La diſtance QP du grand Mât au point P $= x$
La diſtance SP du Mât de Miſene au point P $= y$
La diſtance PR du Mât d'Artimon au point P $= z$

On aura $\begin{cases} \text{La distance QS du grand Mât au Mât de Misene} = x + y \\ \text{La distance QR du grand Mât au Mât d'Artimon} = z - x \end{cases}$

Mais suivant l'Article I. les intervalles QS, QR des Mâts doivent être comme les sommes $V + u$, $V + v$ des vergues qui doivent occuper ces intervalles. L'on aura donc

$$QS = x + y : QR = z - x :: V + u : V + v$$

Mais les longueurs $V : u : v$ des vergues étant comme les hauteurs $g : m : a$ des Mâts.

On aura $V + u : V + v :: g + m : g + a$.

Donc $x + y : z - x :: g + m :: g + a$,

ce qui donne cette égalité,

$$gz + mz - gx - mx = gx + gy + ax + ay$$

D'ou l'on tire,

$$x = \frac{gz + mz - gy - ay}{a + 2g + m}$$

$$y = \frac{gz + mz - 2gx - mx - ax}{a + g}$$

$$z = \frac{ax + 2gx + mx + ay + gy}{g + m}$$

Mais le centre de force des trois Mâts devant se trouver au point P où la Quille est coupée par la direction de la résistance que le Vaisseau trouve dans l'eau; il faut que l'énergie du Mât de Misene qui est d'un côté de ce point P soit égale à la somme des énergies du grand Mât & du Mât d'Artimon qui sont de l'autre côté de ce même point P.

Mais puisque les longueurs des vergues sont comme les hauteurs des Mâts, si l'on fait les hauteurs des voiles comme les hauteurs des Mâts, & les largeurs des voiles comme les longueurs des vergues, ainsi qu'on le pratique; les surfaces des voiles seront comme les quarrez des hauteurs des Mâts, & par conséquent les efforts que le vent fera contr'elles seront aussi comme les quarrez des hauteurs de leurs Mâts.

Cela posé, l'on pourra toujours prendre les quarrez des hauteurs des Mâts pour les efforts que le vent fait contre leurs voiles.

Ainsi multipliant les quarrez gg, mm, aa des hauteurs des Mâts par leurs distances x, y : z au point P sur lequel les puissances des Mâts doivent être en équilibre, l'on aura,

g^2x = à l'énergie du grand Mât,

m^2y = à l'énergie du Mât de Misene,

aaz = à l'énergie du Mât d'Artimon.

Mais nous avons dit que l'énergie du Mât de Misene devoit être égale à la somme des énergies du grand Mât & du Mât d'Artimon. L'on aura donc cette égalité,

$$m^2y = g^2x + a^2z$$

Maintenant si l'on substituë dans cette équation la valeur de $x = \frac{gz + mz - gy - ay}{a + 2g + m}$ que nous avons trouvée.

On aura

$$am^2y - a^3z + 2gm^2y - 2ga^2z + m^3y - ma^2z = g^3z + g^2mz - g^3y - g^2ay$$

D'où l'on tire,

$$1^o.\ y = \frac{g^3z + g^2mz + a^3z + 2ga^2z + ma^2z}{am^2 + 2gm^2 + m^3 + g^3 + ag^2}$$

$$2^o.\ z = \frac{am^2y + 2gm^2y + m^3y + g^3y + ag^2y}{g^3 + g^2m + a^3 + 2ga^2 + a^2}$$

Substituant aussi dans la même équation $mmy = g^2x + a^2z$ la valeur de $y = \frac{gz + mz - 2gx - mx - ax}{a + g}$ que nous avons trouvée.

On aura $m^2gz + m^3z - 2m^2gx - m^3x - am^2x = ag^2x + g^3x + a^3z + ga^2z$ de laquelle on tire cette équation,

$$3^o.\ x = \frac{m^2gz + m^3z - a^3z - ga^2z}{ag^2 + g^3 + 2m^2g + m^3 + am^2}.$$

Substituant de même dans l'équation $mmy = g^2x \pm a^2z$ la la valeur de $z = \frac{ax + 2gx' + mx + ay + gy}{g + m}$ l'on aura

$a^3x + 2ga^2x + ma^2x + a^3y + a^2gy = gm^2y + m^3y - g^3x - mg^2x$

de laquelle on tire.

$$4^o.\ x = \frac{gm^2y + m^3y - a^3y - a^2gy}{a^3 + 2ga^2 + ma^2 + g^3 + mg^2}$$

Les seconds termes des deux équations numérotées 1°. & 3°. ayant tous deux même dénominateur & étant multipliez tous deux par z, l'on aura cette analogie,

$y : x :: g^3 + g^2m + a^3 + 2ga^2 + ma^2 : m^2g + m^3 - a^3 - ga^2$

Les seconds termes des équations numérotées 2°. & 4°. ayant aussi toutes deux même dénominateur & étant multipliez par y, l'on aura cette analogie,

$x : z :: gm^2 + m^3 - a^3 - a^2g : am^2 + 2gm^2 + m^3 + g^3 + ag^2.$

Multipliant ces deux analogies par ordre, l'on aura,

$y : z :: g^3 + g^2m + a^3 + 2ga^2 + maa : am^2 + 2gm^2 + m^3 + g^3 + ag^2$

Donc les distances QP : SP : RP ou $x : y : z$ des trois Mâts donnez sont dans des rapports connus, sçavoir ;

$$\left.\begin{matrix} x : \\ y : \\ z \end{matrix}\right\} :: \left\{\begin{matrix} gm^2 + m^3 - a^3 - a^2g : \\ g^3 + g^2m + 2ga^2 + ma^2 + a^3 : \\ am^2 + 2gm^2 + m^3 + g^3 + ag^2 \end{matrix}\right.$$

Ce qu'il falloit trouver.

COROLLAIRE I.

Comme les rapports des indéterminez x, y, z sont trouvez, il est évident que si l'on détermine celle que l'on voudra de ces trois indéterminées, les deux autres seront aussi déterminées.

Mais les Mâts devant être les plus écartez qu'il est possible, afin que leurs voiles ne se couvrent point les unes les autres ; il faut nécessairement poser un des trois Mâts à l'extrémité de la Quille, ce qui détermine sa distance au point P, & par conséquent aussi les distances des deux autres Mâts au même point P.

Donc en plaçant un des Mâts à l'extrémité de la Quille du côté de la Prouë, les distances des trois Mâts seront déterminées par l'Article précedent, de telle sorte qu'ils seront posez le plus avantageusement qu'il est possible.

Corollaire II.

Si les hauteurs du grand Hunier, du Hunier de Misene, & du Perroquet de Fougue, c'est-à-dire d'Artimon sont données; & qu'on les veuille mettre en équilibre sur le point P, ensorte que leurs distances soient les plus avantageuses qu'il est possible, afin qu'ils ne laissent point échapper le vent. Comme la position du Mât de Misene est déterminée à l'extrémité de la Quille vers la Prouë, la distance de son Hunier au point P est donnée, & par conséquent les distances du grand Hunier & du Perroquet d'Artimon au point P sont aussi déterminées par l'Article précedent, ensorte que ces trois Huniers seront placez le plus avantageusement qu'il est possible.

Corollaire III.

Si les voiles des trois Huniers sont en équilibre sur le point P, il est évident que si l'on veut mettre aussi les voiles des trois grands Mâts en équilibre sur le même point P; il faudra faire les voiles des trois grands Mâts dans le même rapport que les voiles des Huniers.

Mais les voiles des Huniers étant semblables sont entr'elles comme les quarrez de leurs bases, c'est-à-dire, comme les quarrez des vergues qui les bordent par le bas.

Donc les surfaces des voiles des trois grands Mâts doivent être comme les quarrez des vergues qui bordent les voiles de leurs Huniers.

Mais les voiles du Hunier de Misene, du grand Hunier, & du Hunier d'Artimon ou Perroquet de Fougue sont bordées par la vergue de Miſene, la grande vergue, & la vergue de Fougue.

Donc ſi l'on veut mettre les voiles du Mât de Miſene, du grand Mât & du Mât d'Artimon en équilibre ſur le point P, il faut que leurs ſurfaces ſoient comme les quarrez des vergues de Miſene, du grand Mât, & de Fougue.

Mais ſi l'on envergue les voiles baſſes à ces vergues, & que les hauteurs des Mâts ſoient comme les longueurs de ces vergues, les voiles ſeront comme les quarrez des longueurs de ces vergues, auſquelles elles ſont enverguées. C'eſt-à-dire, comme les quarrez des vergues qui bordent les voiles des Huniers; ou comme les ſurfaces des voiles des Huniers, qui ſont en équilibre entr'elles.

Donc ſi l'on veut mettre les voiles baſſes des trois grands Mâts en équilibre ſur le point P, ſur lequel les voiles des trois Huniers ſont en équilibre, il faut que les hauteurs du Mât de Miſene, du grand Mât, & du Mât d'Artimon ſoient entr'elles comme les longueurs de la vergue de Miſene, de la grande vergue, & de la vergue de Fougue, ou comme les hauteurs de leurs Mâts de Hune qui ſont comme ces vergues.

COROLLAIRE IV.

Donc ſi les voiles du grand Mât, & du Mât de Miſene ſont entr'elles comme les voiles de leurs Huniers; mais que la voile d'Artimon ne ſoit point à celle de ſon Perroquet comme la voile du grand Mât eſt à celle de ſon Hunier. Les voiles baſſes ne ſeront point en équilibre ſur le point P, où les voiles de leurs Huniers ſont en équilibre.

Comme les hauteurs du Mât de Miſene & du grand Mât, ſont entr'elles comme les hauteurs de leurs Mâts de Hune, leurs voiles ſeront dans la même raiſon, avec les voiles de leurs Huniers.

Mais le Mât d'Artimon n'eſt point au grand Mât comme la hauteur du Hunier d'Artimon eſt à la hauteur du grand

Hunier; outre cela la voile d'Artimon n'eſt point enverguée à la vergue de Fougue qui borde la voile du Hunier d'Artimon, mais elle eſt beaucoup plus longue. Donc la voile d'Artimon & la voile du grand Mât ne feront point entr'elles comme les voiles de leurs Huniers.

Donc la voile de Miſene, la grande voile & la voile d'Artimon ne feront point en équilibre ſur le point P où les voiles dés Huniers de Miſene, du grand Mât, & d'Artimon ſont en équilibre.

C'eſt pourquoi ſi l'on veut rétablir l'équilibre ſur le point P, il faudra augmenter la voilure de l'avant dans le rapport que nous allons déterminer, après avoir fait les remarques ſuivantes ſur la voilure de l'Artimon & celle du Beaupré.

REMARQUE.

Comme l'Artimon & le Beaupré doivent ſervir comme de gouvernail pour tenir le Vaiſſeau dans une direction donnée, il faut que les voilures de ces Mâts ne ſoient point trop petites; autrement le Vaiſſeau n'en ſentiroit point aſſez la force, & il faudroit avoir recours au gouvernail, ce qui rétarderoit le ſillage du Vaiſſeau.

Mais en faiſant le Mât d'Artimon d'une certaine élevation par exemple, égal au Mât de Miſene (je prens les longueurs des Mâts depuis le pont juſques aux hunes, c'eſt-à-dire, que je prends les parties des Mâts qui ſortent du vaiſſeau pour les veritables hauteurs des Mâts) il couvriroit le grand Mât & le rendroit non-ſeulement inutile, mais le centre de force des Mâts ſe trouvant trop à l'arriere, il faudroit avoir recours au gouvernail, ce qui retarderoit encore le ſillage du Vaiſſeau.

Pour remedier à cet inconvenient qui naîtroit de la hauteur du Mât d'Artimon, & pour avoir cette hauteur conſidérable, afin de pouvoir mieux manier le Vaiſſeau; on ne fait point la vergue de l'Artimon parallele aux autres vergues, mais on l'incline de 45°. ou environ, ensorte que le vent peut toujours passer sur les voiles des autres Mâts malgré la hauteur du Mât d'Artimon, & malgré la grandeur de sa voile qui est un triangle rectangle isoscelle dont l'hypothénuse est occupée par la vergue inclinée de 45°.

Cela posé, l'on pourra faire la hauteur du Mât d'Artimon égale à la hauteur du Mât de Misene. Et comme sa voile est triangulaire, l'on pourra faire sa surface égale à la moitié de la voile de Misene & même égale à la moitié de la voile du grand Mât.

Pour la voilure du Beaupré, il faut remarquer qu'elle doit faire équilibre avec l'excès de la voilure d'Artimon, c'est-à-dire, avec ce que le Mât d'Artimon a trop de voilure pour faire équilibre avec le grand Mât & le Mât de Misene sur le point P. Voyons donc quel est l'excès de la voilure d'Artimon.

Nous avons vû que pour mettre l'équilibre entre les Mâts, il falloit que les voiles basses fussent comme les hautes, c'est-à-dire, que la voile du Hunier du grand Mât fût à la voile du grand Mât comme la voile du Hunier d'Artimon est à la voile d'Artimon, lorsque les voiles hautes sont en équilibre sur le point P.

Donc si l'on appelle m la voile du grand Mât, μ la voile de son Hunier, p la voile d'Artimon, ϖ la voile de son Hunier ou Perroquet. Si l'on veut que les Mâts inferieurs fassent équilibre comme les superieurs,

On aura $m : \mu :: p : \varpi$, ou $\mu : \varpi :: m : p$:

Mais $\mu : \varpi$: : le quarré du grand hunier : est au quarré du Perroquet d'Artimon, parce que les voiles étant semblables, sont comme les quarrez de leurs hauteurs.

Donc $m : p$: : le quarré du grand hunier : est au quarré du Perroquet d'Artimon.

Ainsi en appellant h le grand Hunier, & f le Hunier d'Artimon ou Perroquet de Fougue, l'on aura $m : p :: hh : ff$.

D'où l'on tire $p = \frac{mff}{hh}$.

C'eſt-à-dire, que la voile p : d'Artimon doit être égale $\frac{mff}{hh}$ pour faire équilibre avec la voile du grand Mât & celle du Mât de Miſene.

Mais ſi l'on fait la voile p d'Artimon égale à la moitié de la grande voile ; la voile d'Artimon ſera trop grande pour faire équilibre avec la voile du grand Mât & celle de Miſene, de toute la quantité dont $\frac{m}{2}$ ou la moitié de la grande voile ſurpaſſe $\frac{mff}{hh}$ qui eſt la grandeur que devroit avoir la voile d'Artimon pour faire l'équilibre dont nous venons de parler.

Il faut donc augmenter la voilure de l'avant de telle ſorte que l'augmentation faſſe équilibre avec $\frac{m}{2} - \frac{mff}{hh}$ qui eſt l'excès dont la moitié de la grande voile, ou dont la voile d'Artimon ſurpaſſe la grandeur qu'elle devroit avoir.

Or, cette augmentation de la voilure de l'avant ne ſe peut faire que par l'addition d'un Mât que l'on nomme Beaupré, lequel on incline afin qu'il ſaille hors le Vaiſſeau, & que ſa voile ſoit par conſéquent plus écartée du Mât de Miſene qui la couvriroit ſi elle en étoit trop proche. Il s'agit donc de déterminer la grandeur de la voile du Beaupré afin qu'elle puiſſe faire équilibre avec la puiſſance $\frac{m}{2} - \frac{mff}{hh}$. C'eſt ce que je vais faire.

ARTICLE V.

Déterminer la voilure du Beaupré.

On fait ordinairement ſaillir le Beaupré de maniére que l'Eperon ſe trouve à peu près au milieu de ce Mât.

Connoiſſant donc la diſtance de l'Eperon au Mât de Miſene, le double de cette diſtance ſera la diſtance du Mât de Miſene à la Hune du Beaupré, ou ce qui eſt le même, la diſtance du Mât de Miſene au point d'attache de la vergue de Beaupré.

Mais nous avons vû que les diſtances des Mâts, ou ce qui eſt le même, les diſtances des vergues doivent être comme les ſommes des vergues qui paſſent par ces diſtances. Fig. XIV.

Donc ſi l'on appelle V la vergue du grand Mât,
u la vergue de Miſene,
q la vergue de Beaupré.

Si l'on appelle b la diſtance SQ du Mât de Miſene au grand Mât, laquelle eſt trouvée: c, la diſtance de la vergue de Beaupré au Mât de Miſene laquelle eſt donnée.

On aura $b : c :: V + u : u + q$,

Et par conſéquent $bu + bq = cV + cu$,

D'où l'on tire $q = \frac{cV + cu - bu}{b}$.

Maintenant ſi l'on nomme d la diſtance de la vergue de Beaupré au point P ſur lequel il faut que les Mâts ſoient en équilibre.

Et ſi l'on nomme l la diſtance RP du Mât d'Artimon au point P, & s la hauteur de la voile de Beaupré.

L'on aura $sq = \frac{scV + scu - sbu}{b}$ pour la ſurface de la Sivadiere ou voile de Beaupré, parce que nous avons appellé q la vergue de Beaupré.

Et multipliant cette ſurface par ſa diſtance d, au point P le produit $dsq = \frac{dscV + dscu - dsbu}{b}$ ſera l'énergie que la voile de Beaupré a ſur le point P.

Mais puiſque les voiles du Beaupré doivent être en équilibre avec $\frac{m}{2} - \frac{mff}{bb}$ qui eſt l'excès de la voile d'Artimon, il faut que l'énergie de cet excès ſoit égale à l'énergie de la voile du Beaupré.

Il faut donc multiplier cet excès $\frac{m}{2} - \frac{mff}{bb}$ de la voile d'Artimon par la diſtance l, au point P, & le produit $\frac{lm}{2} - \frac{lmff}{bb}$ ſera l'énergie de cet excès qui doit être égale à l'énergie du Beaupré, ce qui donne cette égalité.

$$\frac{lm}{2} - \frac{lmff}{bb} = \frac{dscV + dscu - dsbu}{b}.$$

D'où l'on tire $s = \frac{\overline{\frac{lm}{2} - \frac{lmf}{bb}} \times b}{dcV + dcu - dbu}$ qui eſt la hauteur de la Sivadiere ou voile de Beaupré.

Donc il faut incliner le Mât de Beaupré de maniére que l'on y puiſſe mettre une voile dont la hauteur ſoit

$$= s = \frac{\overline{\frac{lm}{2} - \frac{lmf}{bb}} \times b}{dcV + dcu - dbu}.$$

Et que la longueur q de ſa vergue ſoit $= \frac{cV + cu - bu}{b}$

Comme la longueur de l'Eperon eſt toujours donnée, la diſtance c de la vergue de Beaupré eſt auſſi donnée, puiſqu'on la fait double de la longueur de l'Eperon : c'eſt-à-dire, double de la diſtance de l'Eperon au Mât de Miſene, il eſt évident que toutes les grandeurs qui ſe trouvent dans les valeurs de s & de q ſont connuës.

C'eſt-

C'eſt-à-dire, que l'on connoît quelle doit être la longueur q de la vergue de Beaupré, & quelle doit être la hauteur s de ſa voile, & par conſéquent quelle doit être l'élevation du Beaupré, puiſque cette élevation doit permettre une voile dont la hauteur ſoit $s = \frac{\overline{\frac{lm}{2} - \frac{lmff}{kh}} \times b}{dcV + dcu - dbu}$

ARTICLE VI.

Quel doit être le nombre des Maſts.

Il y a des Vaiſſeaux où l'on ne met que deux Mâts, comme dans les Balandres; d'autres où l'on n'en met qu'un, comme dans certains Hyaks d'Angleterre; mais dans tous les grands Vaiſſeaux qui ont beſoin de vîteſſe l'on met toujours quatre Mâts inferieurs, ſçavoir le grand Mât, le Mât de Miſene, l'Artimon & le Beaupré; ſur ces quatre Mâts l'on ente quatre Mâts de Hune, dont deux ſe nomment Perroquets; ſçavoir le Mât de Hune d'Artimon qui ſe nomme Perroquet de Fougue, & le Mât de Hune de Beaupré qu'on nomme Perroquet de Beaupré.

On ente auſſi des Perroquets ſur les Mâts de Hune, du grand Mât, & du Mât de Miſene.

1°. Si l'on fait attention que la voilure élevée eſt excellente dans un beau tems, & très-mauvaiſe dans un tems gros, l'on appercevra tout d'un coup les avantages des Mâts de Hunes dont on peut amener les voiles dans un mauvais tems & dont l'on peut ſe ſervir dans le beau.

2°. Si l'on remarque que l'uſage de la voilure eſt non-ſeulement de faire avancer le Vaiſſeau, mais auſſi de le gouverner, & qu'ainſi il faut qu'il y ait des voiles que l'on puiſſe manier facilement; l'on ſentira la néceſſité de mettre quatre Mâts inferieurs.

Car si l'on ne mettoit que deux Mâts dans un Vaisseau, il faudroit que ces deux Mâts pussent recevoir autant de vent que quatre, autrement ils n'auroient pas les mêmes avantages que quatre Mâts. Il faudroit donc que les voiles de ces deux Mâts fussent aussi grandes que les voiles des quatre Mâts, sçavoir du grand Mât, du Mât de Misene, du Mât d'Artimon & du Beaupré.

Mais les voiles de ces deux Mâts étant trop grandes, on ne pourroit point 1°. les manier comme l'on fait la voile d'Artimon, dans les differentes manœures. 2°. La voilure deviendroit trop élevée & donneroit par conséquent trop d'avantage au vent pour renverser le Vaisseau.

Donc quatre Mâts sont plus avantageux que deux, lorsque les Vaisseaux sont grands, & que l'on peut mettre les Mâts à une distance suffisante les uns des autres pour qu'ils puissent tous recevoir le vent.

On trouve par la même raison, plus d'avantage dans quatre Mâts que dans deux. Car premierement la voilure du Beaupré ne nuisant point à la voilure des autres Mâts, il est évident qu'on ne peut le retrancher sans perdre gratuitement tous les avantages qu'on en pourroit tirer. Mais l'on trouve beaucoup plus d'avantage dans les trois autres Mâts que dans deux, attendu qu'avec trois Mâts l'on peut faire les voiles du grand Mât & celle du Mât de Misene fort grandes, & que l'on peut réserver le Mât d'Artimon pour gouverner le Vaisseau dans un gros tems, lorsqu'on ne peut pas se servir des autres Mâts, & même pour le gouverner dans un beau tems.

On m'objectera que la grande voile demeure souvent inutile, sçavoir lorsque l'on a le vent en poupe, ou qu'il ne fait qu'un petit angle avec la Quille du Vaisseau; & qu'ainsi il faudroit reculer le grand Mât, & par conséquent retrancher le Mât d'Artimon qui en seroit trop près, parce qu'en reculant le Mât d'Artimon, l'on pourroit nuire à la barre du gouvernail qui a besoin d'être longue.

Je répons à cela que dans ce cas la voile d'Artimon reçoit le vent comme celle du grand Mât le recevroit si le grand Mât étoit en la place de l'Artimon, car la voile du grand Mât n'étant que double de celle d'Artimon, l'on ne pourroit tout au plus, que recevoir une fois plus de vent avec le grand Mât qu'avec l'Artimon. Je dis plus, qu'on ne pourroit recevoir plus de vent avec la voile du grand Mât reculé qu'on n'en reçoit avec la voile d'Artimon. Car dans ce cas, la voile du grand Mât devant faire l'office de la voile d'artimon, il la faudroit faire plus petite pour la rendre plus facile à manier.

Donc quand les Vaisseaux sont grands, il faut mettre quatre Mâts, sçavoir le grand Mât, le Mât de Misene, le Mât d'Artimon & le Mât de Beaupré, sur lesquels on ente des Mâts de Hune, & sur les Mâts de Hune du grand Mât & du Mât de Misene, l'on ente des Perroquets.

Il est évident qu'un plus grand nombre de Mâts que quatre seroit inutile, & même nuisible; attendu que les voiles se couvriroient les unes les autres.

Nous avons vû dans les deux Articles précedens dans quel rapport il falloit faire les hauteurs de ces Mâts lorsque leur position est donnée; & dans quel rapport il falloit faire leurs distances au point P, quand leurs hauteurs sont données. Enfin nous avons fait voir dans quel rapport il falloit faire la hauteur du Beaupré & la longueur de sa vergue par rapport aux autres Mâts. Fig. XIV.

CHAPITRE V.

Où l'on examine quelle proportion on doit observer dans la Mâture de differens Vaisseaux.

IL faut garder dans la Mâture de differens Vaisseaux une proportion telle que le vent n'ait pas plus d'avantage pour faire pancher un petit Vaisseau qu'un grand. Pour cela il faut examiner quelle est la résistance qu'un Vaisseau fait au vent qui le fait pancher ; & quelle est la force du vent pour le faire pancher : ensuite je déterminerai dans quel rapport doit être la hauteur des Mâts de différens Vaisseaux.

ARTICLE I.

Quelle est la résistance qu'un Vaisseau fait au vent qui le fait pancher.

Lorsqu'un Vaisseau quelconque flotte librement dans l'eau ou sur l'eau, le centre de gravité de ce Vaisseau & le centre de gravité du volume d'eau qu'il occupe sont dans la même verticale.

DEMONSTRATION.

L'eau que le Vaisseau a chassé pour en occuper la place fait pour reprendre sa place un effort égal à celui que le Vaisseau a fait pour l'en faire sortir, c'est-à-dire, égal à la pesanteur du Vaisseau, ensorte que ces deux efforts font équilibre entr'eux : mais lorsque deux forces sont en équilibre entr'elles, elles sont opposées dans leurs directions. Donc la pesanteur ou force verticale du Vaisseau qui est reunie à son centre de gravité, est opposée à l'effort de l'eau qui est aussi réuni à son centre de gravité.

Donc les centres de gravité du Vaisseau & de l'eau dont il occupe la place sont dans la même verticale.

Ce qu'il falloit démontrer.

COROLLAIRE.

Fig. XV. Donc si l'on fait sortir le centre de gravité P du Vaisſeau de la verticale CZ qui paſſe par le centre de gravité C du volume d'eau qu'il occupe; 1°. ce Vaiſſeau fera effort pour prendre une ſituation telle que ſon centre de gravité P & le centre de gravité C du volume d'eau qu'il occupera ſoient dans la même verticale CZ.

2°. L'énergie de cet effort ſera égal à la peſanteur du Vaiſſeau multipliée par la diſtance CR du centre de gravité C, du volume d'eau qu'il occupe à la direction verticale RP de ſon centre de gravité P.

Car lorſque le centre de gravité du Vaiſſeau eſt retenu par quelque puiſſance hors la verticale du centre de gravité C de la place qu'il occupe; la peſanteur du Vaiſſeau & cette puiſſance ſont en équilibre ſur le centre de gravité C de la place que le Vaiſſeau occupe. Ainſi l'énergie du Vaiſſeau eſt égale à ſa peſanteur multipliée par la diſtance CR du centre de gravité de la place que le Vaiſſeau occupe dans l'eau; à la direction PR du centre de gravité du Vaiſſeau.

ARTICLE II.

Quelle eſt la proportion qu'il faut obſerver dans la hauteur des Mâts de deux Vaiſſeaux ſemblables & ſemblablement chargez.

Soient deux Vaiſſeaux ſemblables & ſemblablement chargez dont les longueurs ſoient Fig. XV. & XVI.

chargez dont les longueurs ſoient	l, λ
les largeurs	r, ρ
les hauteurs des Mâts . . .	m, μ
les ſurfaces des voiles . . .	u, v
& les peſanteurs . . .	p, π

La mâture de ces deux Vaiſſeaux doit être telle qu'étant expoſez au même vent avec leurs voiles, l'un ne panche pas plus que utre.

Soient donc les deux Vaisseaux proposez exposez au même vent & également inclinez.

Comme ces deux Vaisseaux sont semblables, les places qu'ils occuperont dans l'eau seront semblables, ensorte que les centres de gravité de ces Vaisseaux & des places qu'ils occuperont seront semblablement posez. L'on aura donc $CR : cr :: DE : de :: r : \rho :: l : \lambda$

Donc . . $CR : cr :: l : \lambda$

Mais puisque les Vaisseaux sont semblables $p : \pi :: l^3 : \lambda^3$ c'est-à-dire, que leurs pesanteurs sont comme les cubes de leurs longueurs.

Donc en multipliant ces deux analogies

$$p \times CR : \pi \times cr :: l^4 : \lambda^4$$

C'est-à-dire, que les énergies que des Vaisseaux ont pour reprendre leur situation naturelle sont comme les quatriémes puissances l^4, λ^4 de leurs longueurs, lorsqu'ils sont semblables & semblablement inclinez.

D'un autre côté puisque la force du vent est la même pour ces deux Vaisseaux, les énergies que le vent aura pour les faire pancher seront comme les surfaces des voiles multipliées par les hauteurs des Mâts, c'est-à-dire, comme mu, μv.

Mais les énergies du vent pour faire pancher ces Vaisseaux sont comme les énergies que ces Vaisseaux ont pour se redresser.

L'on aura donc $mu : \mu v :: l^4 : \lambda^4$.

D'ou l'on tire cette formule $mu\lambda^4 = \mu v l^4$. qui nous fournira le rapport qu'il doit y avoir entre les Mâts de differens Vaisseaux semblables, comme nous allons le voir dans les Corollaires suivans.

COROLLAIRE I.

Si les longueurs & les largeurs des voiles sont comme les longueurs des Vaisseaux, leurs surfaces seront comme

les quarrez des longueurs des Vaiſſeaux, c'eſt-à-dire, qu'on aura $u : v :: ll : \lambda\lambda$.
ce qui donne $u\lambda\lambda = vll$.
& diviſant par cette égalité la formule $mu\lambda^4 = \mu v l^4$.

On aura $m\lambda^2 = \mu l^2$ de laquelle on tire $m : \mu :: l^2 : \lambda^2$; c'eſt-à-dire, que les hauteurs des Mâts de deux Vaiſſeaux ſemblables doivent être comme les quarrez des longueurs des Vaiſſeaux, lorſque les hauteurs & les largeurs des voiles ſont comme les longueurs des Vaiſſeaux.

Corollaire II.

Si l'on fait les longueurs & les largeurs des voiles comme les hauteurs des Mâts.

On aura leurs ſurfaces $u : v :: mm : \mu\mu$

Ce qui donne $u\mu\mu = vmm$.

Et diviſant par cette égalité la formule $mu\lambda^4 = \mu v l^4$.

On aura $\frac{m\lambda^4}{\mu\mu} = \frac{\mu l^4}{mm}$ ou $m^3\lambda^4 = \mu^3 l^4$.

D'où l'on tire $m^3 : \mu^3 :: l^4 : \lambda^4$.

C'eſt-à-dire, que quand les hauteurs & largeurs des voiles ſont comme les hauteurs des Mâts, les cubes des hauteurs des Mâts doivent être comme les quatriémes puiſſances des longueurs des Vaiſſeaux que je ſuppoſe ſemblables.

Corollaire III.

Si les hauteurs des voiles ſont comme les hauteurs des Mâts, & leurs largeurs comme les longueurs des Vaiſſeaux.

On aura les ſurfaces des voiles $u : v :: ml : \mu\lambda$.

Ce qui donne $u\mu\lambda = vml$.

Et diviſant par cette égalité la formule $mu\lambda^4 = \mu v l^4$.

On aura $\frac{m\lambda^3}{\mu} = \frac{\mu l^3}{m}$ ou $mm\lambda^3 = \mu\mu l^3$.

D'où l'on tire $mm : \mu\mu :: l^3 : \lambda^3$.

C'est-à-dire, que les quarrez des hauteurs des Mâts doivent être comme les cubes des longueurs des Vaisseaux quand les hauteurs des voiles sont comme les hauteurs des Mâts & leurs largeurs comme les longueurs des Vaisseaux.

ARTICLE III.

Quel rapport il faut observer dans la mâture des Vaisseaux qui sont semblables en gabarits, c'est-à-dire, en hauteur & en largeur seulement, & non en longueur.

SOLUTION.

J'appelle deux Vaisseaux *semblables en gabarits*, lorsque la Section perpendiculaire à la Quille où le profil du maître Beau de l'un est semblable au maître Beau de l'autre, qu'après avoir encore coupé ces deux Vaisseaux perpendiculairement à leur Quille, de maniére que ces Quilles soient coupées dans la même raison, l'on trouve les Sections semblables & dans le même rapport que les Sections des maîtres Beaux.

Comme il arrive souvent de faire de tels Vaisseaux sans faire leurs longueurs dans le même rapport que leurs largeurs, il faut examiner quel rapport on doit observer dans la hauteur de leurs Mâts.

Soient deux Vaisseaux semblables en gabarits & soit

leur longueur . . .	l, λ
leur largeur	$r : \rho$
leur pesanteur . . .	$p : \pi$
la surface de leurs voiles . .	$u : v$
la hauteur de leurs Mâts . .	$m : \mu$

Puisque les Sections perpendiculaires à la Quille sont semblables,

semblables, elles seront entr'elles comme les quarrez des largeurs des Vaisseaux.

Cela posé, soient les sections moyennes de ces Vaisseaux . . . . $g : \gamma$

On aura . . . $g : \gamma :: rr\ \rho\rho$

Donc . . . $lg : \lambda\gamma :: lrr : \lambda\rho\rho$

C'est-à-dire, que les solides lg $\lambda\gamma$ de ces Vaisseaux seront comme leurs longueurs multipliées par les quarrez de leurs largeurs.

Mais si les Vaisseaux sont chargez semblablement, leurs charges p ; π seront comme leurs solides, c'est-à-dire, comme les produits faits de leurs longueurs & des quarrez de leurs largeurs. Donc $p : \pi :: lrr : \lambda\rho\rho$.

Les parties des Sections perpendiculaires à la Quille qui enfoncent dans l'eau étant aussi semblables, les centres C, c de gravité des places que les Vaisseaux occupent dans l'eau sont semblablement posez dans les Sections correspondantes où ils se trouvent, parce que les Sections sont semblables, & que l'on suppose ces Vaisseaux semblablement posez dans l'eau.

Mais les centres de gravité des Vaisseaux se trouvent dans la même Section que les centres de gravité des volumes d'eau qu'ils occupent, & y sont semblablement posez.

Donc les distances CR, cr des centres de gravité des places que les Vaisseaux occupent dans l'eau, aux directions verticales PR, pr des centres de gravité P. p des mêmes Vaisseaux sont dans des Sections semblables, & sont entr'elles comme les largeurs des Vaisseaux ou de ces Sections. Ainsi . . $CR : cr :: r : \rho$

Mais nous avons vû que . $p : \pi :: lrr : \lambda\rho\rho$

Donc l'on aura $p \times CR : \varpi \times cr :: lr^3 : l\rho^3$.

Mais $p \times CR$ & $\pi \times cr$ sont les énergies que les Vaisseaux ont pour se redresser.

Donc ces énergies sont comme les produits faits de leurs longueurs & des cubes de leurs largeurs.

H

D'un autre côté les efforts que fait le même vent sur deux differens Vaisseaux étant comme les surfaces des voiles, les énergies du vent pour les renverser seront comme les surfaces des voiles multipliées par les hauteurs des Mâts, c'est-à-dire :: um, $v\mu$.

Mais puisque l'effort que fait le vent pour pancher le Vaisseau est en équilibre avec l'effort que fait le Vaisseau pour se redresser.

Il faut que l'énergie du Vaisseau soit égale à l'énergie du vent.

Donc $lrrr : \lambda\rho\rho\rho :: um : v\mu$

Ce qui donne cette formule $lr^3v\mu = \lambda\rho^3um$

Dans laquelle on peut trouver le rapport qu'il faut mettre entre les Mâts de deux Vaisseaux semblables en gabarits, comme on le va voir dans les Corollaires suivans.

COROLLAIRE I.

Si les hauteurs & les largeurs des voiles sont comme les longueurs des Vaisseaux, les surfaces u, v des voiles seront comme les quarrez ll, $\lambda\lambda$ des longueurs des Vaisseaux, c'est-à-dire, que $u : v :: ll\ \lambda\lambda$

Ce qui donne $vll = u\lambda\lambda$

Divisant par cette égalité la formule $lr^3v\mu = \lambda\rho^3um$.

On aura $\frac{r^3u}{l} = \frac{\rho^3m}{\lambda}$.

D'où l'on tire $m : \mu :: \frac{r^3}{l} : \frac{\rho^3}{\lambda}$;

C'est-à-dire, que les hauteurs m μ des Mâts doivent être comme les cubes des largeurs des Vaisseaux divisez par les longueurs; lorsque les hauteurs & les largeurs des voiles sont comme les longueurs des Vaisseaux.

COROLLAIRE II.

Si les hauteurs & les largeurs des voiles sont comme les largeurs r, ρ des Vaiſſeaux, l'on aura $u : v :: rr\ \rho\rho$.

Et par conſéquent $vrr = u\rho\rho$

Diviſant par cette égalité la formule $lr^3v\mu = \lambda\rho^3um$

On aura . . . . $lr\mu = \lambda\rho m$.

D'où l'on tire . . . $m : \mu :: lr : \lambda\rho$.

C'eſt-à-dire, que les hauteurs m, μ des Mâts doivent être comme les produits lr, $\lambda\rho$ des longueurs des Vaiſſeaux par leurs largeurs, quand les hauteurs & les largeurs des voiles ſont comme les largeurs des Vaiſſeaux.

COROLLAIRE III.

Si l'on fait les hauteurs & les largeurs des voiles comme les hauteurs m, μ des Mâts, l'on aura $u ; v :: mm : \mu\mu$ & par conſéquent $vmm = u\mu\mu$

Diviſant par cette égalité la formule $lr^3v\mu = \lambda\rho^3um$.

On aura $\frac{lr^3\mu}{mm} = \frac{\lambda\rho^3m}{\mu\mu}$, ou $lr^3\mu^3 = \lambda\rho^3m^3$.

D'où l'on tire $m^3 : \mu^3 :: lr^3 : \lambda\rho^3$

Ou bien $m : \mu :: r\sqrt[3]{l} : \rho\sqrt[3]{\lambda}$

C'eſt-à-dire, que les hauteurs m, μ des Mâts doivent être entr'elles comme les largeurs des Vaiſſeaux multipliées par les racines cubiques de leurs longueurs, quand les hauteurs & les largeurs des voiles ſont comme les hauteurs des Mâts.

COROLLAIRE IV.

Si l'on fait $u : v :: lr : \lambda\rho$, c'eſt-à-dire, les ſurfaces des voiles comme les produits des longueurs & des largeurs des Vaiſſeaux, l'on aura $vlr = u\lambda\rho$.

Diviſant par cette égalité la formule $lr^3v\mu = \lambda\rho^3um$.

On aura $r^2\mu = \rho^2m$.

D'où l'on tire $m ; \mu :: rr : \rho\rho$;

C'eſt-à-dire, que les hauteurs des Mâts doivent être comme les quarrez des largeurs des Vaiſſeaux, quand les ſurfaces des voiles ſont comme les produits des longueurs & des largeurs des Vaiſſeaux.

COROLLAIRE V.

Si l'on fait $u : v : lm : \lambda\mu$, c'eſt-à-dire, les ſurfaces des voiles comme les produits des longueurs des Vaiſſeaux & des hauteurs des Mâts, l'on aura $vlm = u\lambda\mu$.

Diviſant par cette égalité la formule $lr^3v\mu = \lambda\rho^3um$.

On aura $\frac{r^3\mu}{m} = \frac{\rho^3 m}{\mu}$, ou $r^3\mu\mu = \rho^3 mm$.

D'où l'on tire $mm : \mu\mu : : r^3\rho^3$

C'eſt-à-dire, que les quarrez des hauteurs des Mâts doivent être comme les cubes des largeurs des Vaiſſeaux, quand les ſurfaces des voiles ſont comme les produits des longueurs & des largeurs des Vaiſſeaux.

COROLLAIRE VI.

Si l'on fait $u : v :: mr : \mu\rho$, c'eſt-à-dire, les ſurfaces des voiles comme les produits des hauteurs des Mâts, & des largeurs des Vaiſſeaux, l'on aura $vmr = u\mu\rho$.

Et diviſant par cette égalité la formule $lr^3u\mu = \lambda\rho^3um$.

On aura $\frac{lr^2\mu}{m} = \frac{\lambda\rho^2 m}{\mu}$, ou $lr^2\mu^2 = \lambda\rho^2m^2$;

D'où l'on tire $mm : \mu\mu :: lrr : \lambda\rho\rho$,

C'eſt-à-dire, que les quarrez des hauteurs des Mâts doivent être comme les ſolides faits des longueurs des Vaiſſeaux par les quarrez de leurs largeurs.

COROLLAIRE VII.

Si l'on fait $u : v :: lrm : \lambda\rho\mu$, c'eſt-à-dire, les ſurfaces des voiles comme les ſolides faits des hauteurs des Mâts, des longueurs, & des largeurs des Vaisseaux;

On aura $vlrm = u\lambda\rho\mu$.

Divisant par cette égalité la formule $lr^3v\mu = \lambda\rho^3um$

On aura $\frac{rr\mu}{m} = \frac{\rho\rho m}{\mu}$, ou $rr\mu\mu = \rho\rho mm$ ou $r\mu = \rho m$,

D'où l'on tire $m : \mu :: r : \rho$,

C'est-à-dire, que les hauteurs des Mâts doivent être comme les largeurs des Vaisseaux quand les surfaces des voiles sont comme les solides faits des hauteurs des Mâts, des longueurs & des largeurs des Vaisseaux.

Il est donc évident que l'on pourra toujours détermi-miner par ces deux articles quel rapport il doit y avoir entre les hauteurs des Mâts de differens Vaisseaux, dans quelque rapport que l'on varie les dimensions des voiles ou leurs surfaces. Car l'Article II. fournira toujours une formule pour les Vaisseaux semblables en gabarits & en longueur. Et le III. Article fournira une formule pour les Vaisseaux qui sont seulement semblables en gabarits.

REMARQUE GENERALE.

Avant de finir absolument ce Memoire, il est bon de faire quelques remarques sur les principales choses que nous y avons traitées, & sur celles que nous y avons supposées.

Dans le Chapitre premier.

Nous avons examiné de quelle maniere un fluide résistoit au mouvement des plans, & dans quels rapports se faisoient ces résistances.

Dans le second Chapitre.

Nous avons cherché la direction de la résistance composée de toutes les résistances qu'une figure rectiligne quelconque, & une figure terminée par des arcs de cercle, trouvoit dans un fluide, ce qui étoit abſolument néceſſaire pour ſçavoir où l'on devoit planter le Mât.

Dans le troiſiéme Chapitre.

Nous avons examiné quel étoit l'endroit le plus avantageux pour planter le Mâts lorſqu'il n'y en avoit qu'un, & nous avons déterminé qu'il le falloit placer dans un point de la Quille où elle eſt coupée par la direction de la réſiſtance compoſée de toutes les réſiſtances que le Vaiſſeau trouve dans l'eau. Mais comme ce point n'eſt pas toujours le même, nous avons dit qu'il en falloit choiſir un tel que le gouvernail y pût toujours faire paſſer la direction de la réſiſtance compoſée que trouve le Vaiſſeau, & nous avons déterminé ce point dans le rhombe.

Dans le Chapitre quatriéme.

Nous avons examiné tout ce qui peut concerner les hauteurs, le nombre & les ſituations des Mâts d'un même Vaiſſeau ; car

1°. Dans l'Article I. nous avons démontré que les intervalles des Mâts doivent être comme les ſommes des demi-vergues qui ſont aux extrémitez de ces intervalles.

Dans l'Article II. nous avons démontré que les hauteurs des Mâts étoient comme les longueurs des vergues quand les voiles ſont ſemblables, ce que nous avons ſuppoſé dans les articles ſuivans.

Dans l'Article III. nous avons déterminé les hauteurs les plus convenables des Mâts lorſque leur ſituation eſt donnée.

Dans l'Article IV. nous avons déterminé les places les plus avantageuſes qu'il falloit donner aux Mâts quand leur hauteur eſt donnée.

Dans l'Article V. nous avons examiné les proprietez

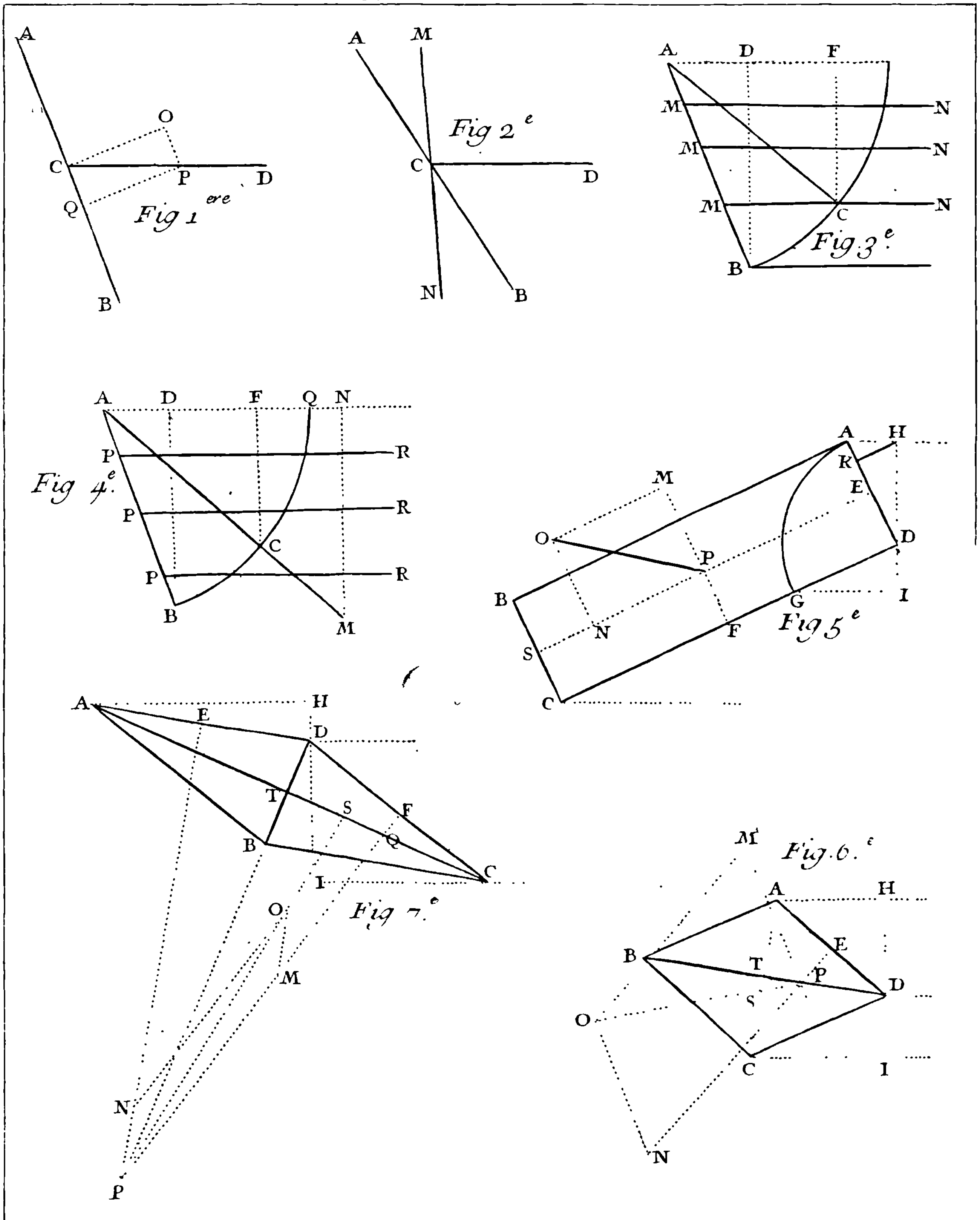


Fig 1.ere
A C O P D Q B
Fig 2.e
A M C D N B
Fig 3.e
A D F M N M N M N C B
Fig 4.e
A D F Q N P R P R C P R B M
Fig 5.e
A H K E M O P D B N F G I S C
Fig 7.e
A E H D T S F B Q C I O M N P
Fig 6.e
M A H E B T P D S O C I N

Planche. 2e. Piece qui a Concourue en 1727. par Mr C.

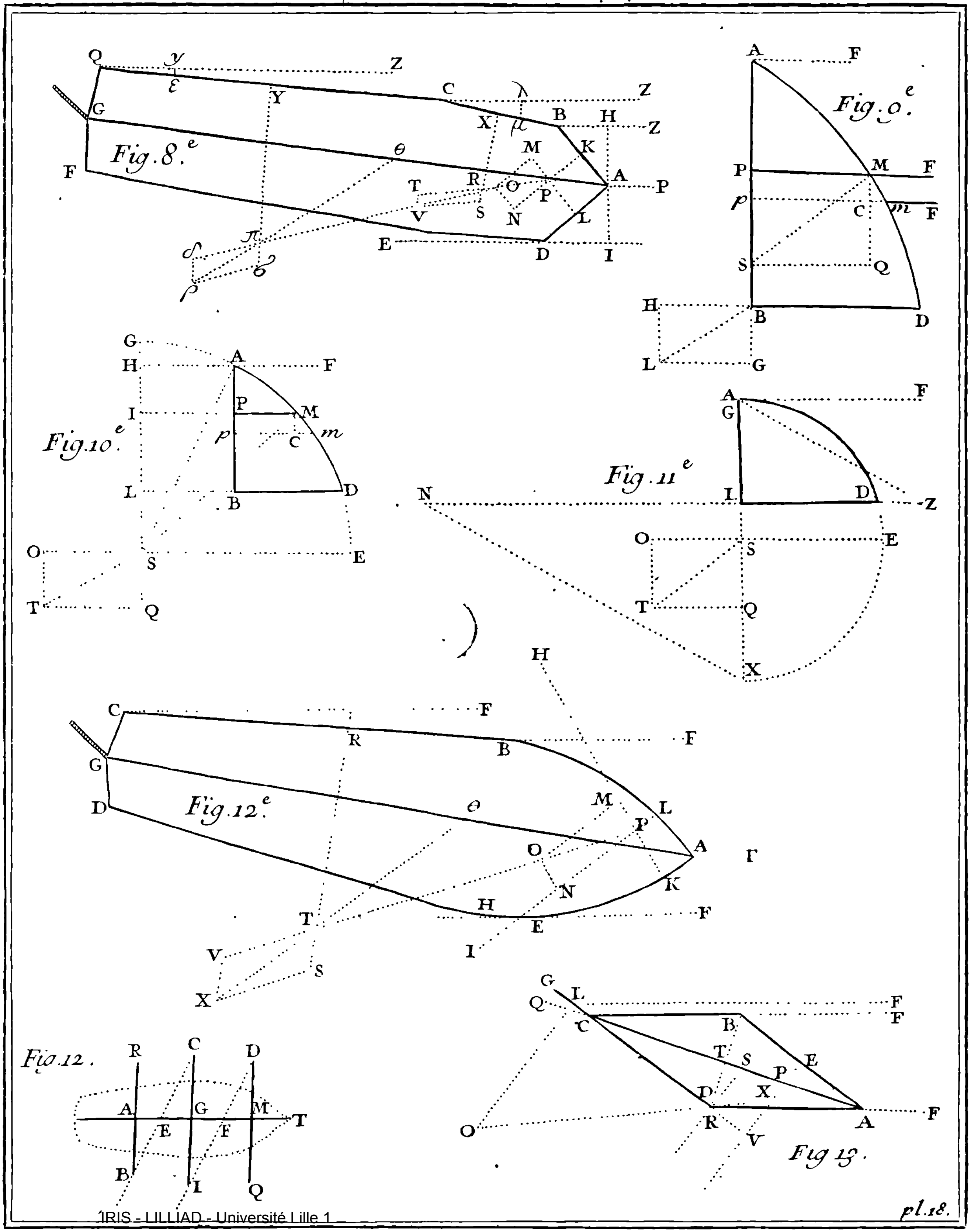
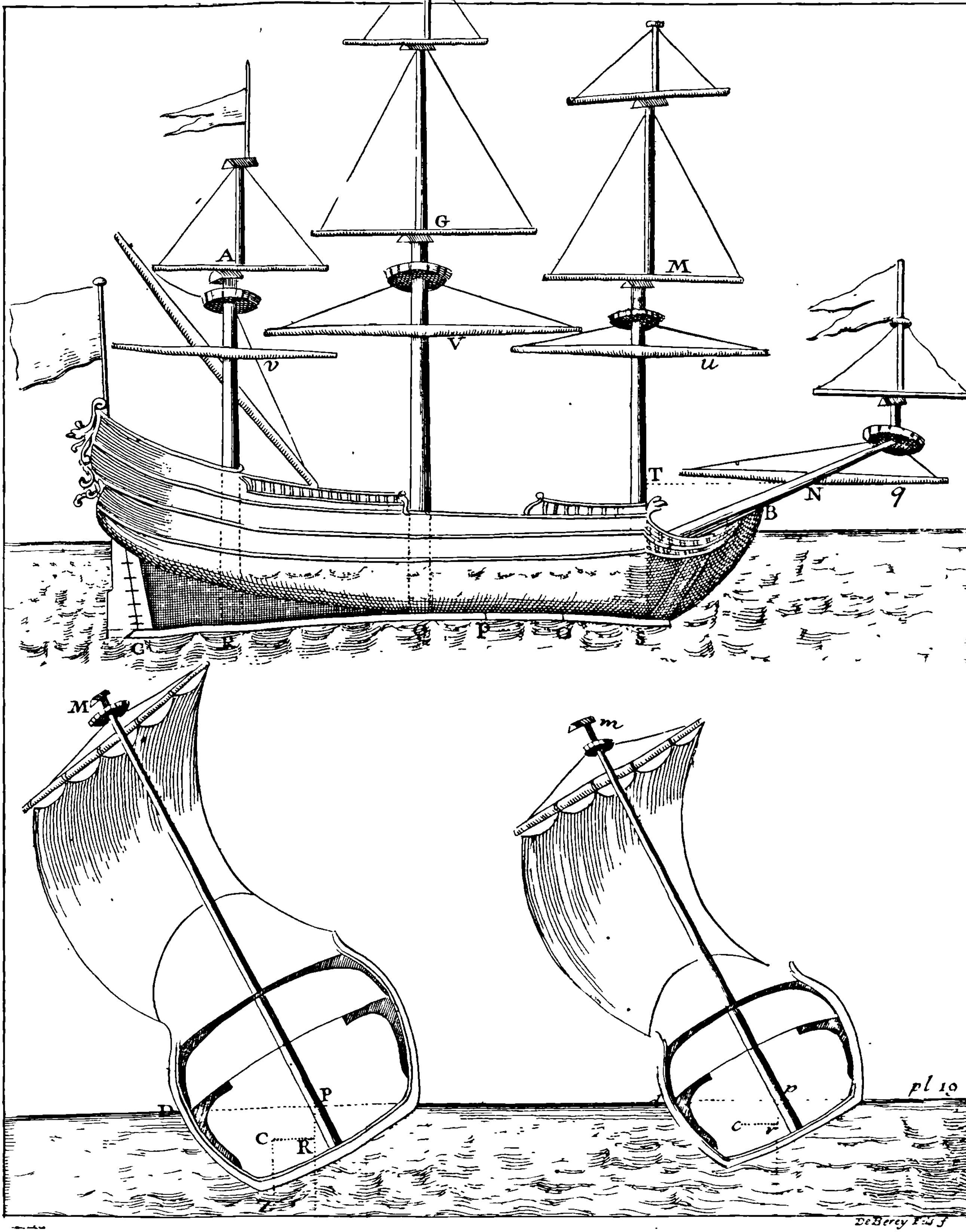


Planche . 3.e

Piece qui a Concourue en 1727.
par M.r C.



du Beaupré, & nous avons déterminé ſa voilure quand ſa diſtance eſt donnée au centre de force.

Et dans l'Article VI. nous avons examiné quel effet produiroit un plus petit nombre de Mâts, & nous avons conclu qu'un plus grand nombre de Mâts que quatre ſeroit inutile.

Dans le Chapitre cinquiéme.

Nous avons examiné le rapport que l'on devoit obſerver pour les hauteurs des Mâts de differens Vaiſſeaux.

Dans l'Article II. nous avons déterminé ce rapport pour les Vaiſſeaux ſemblables en longueur & en gabarits.

Enfin dans l'Article III. nous avons déterminé ce rapport pour les Vaiſſeaux qui ſont ſemblables en gabarits ſeulement, & non en longueur.

Nous n'avons donné dans ce dernier Chapitre & le précedent que des rapports ; car on ne peut rien déterminer abſolument dans ces ſortes de matieres, qu'en connoiſſant, 1°. la peſanteur abſoluë d'un Vaiſſeau, la poſition exacte de ſon centre de gravité, & la poſition du centre de gravité du volume d'eau qu'il occupe ; enfin la plus grande force du vent dont on ſe ſert. Si toutes ces choſes étoient données, l'on pourroit déterminer abſolument toutes les meſures dont nous avons donné les rapports généraux.

FIN.

Approbation de Messieurs de l'Academie.

L'Academie a jugé que cette Piece qui a pour devise : *Omnes enim trahimur & ducimur ad cognitionis & scientiæ cupiditatem, &c.* & la suivante dont la devise est : *Illi robur & æs triplex circa pectus erat, &c.* meritoient d'être imprimées, & qu'il falloit que le Public profitât des recherches curieuses & des nouvelles vûës qu'elles contiennent. En foi de quoi j'ai signé le present Certificat. A Paris le 10. Avril 1728.

FONTENELLE, *Sec. perp. de l'Acad. R. des Sc.*

ERRATA.

Page 6. ligne 1. *de l'Article IV. au lieu de*, Si deux plans inégaux AB, AC, *lisez*, si deux plans inégaux AB, AM.

Page 18. *ligne pénultiéme, au lieu de*, qui le touche, *lisez*, qui la touche.

Page 20. *ligne pénultiéme, au lieu de*, PM, PM, TS, *lisez*, PM, PN, TS.

Page 21. *ligne* 2. *au lieu de*, BC; *lisez*, BE.

DE CAUSA GRAVITATIS PHYSICA GENERALI DISQUISITIO EXPERIMENTALIS.

Quæ Præmium à Regia Scientiarum Academia promulgatum, retulit: anno 1728.

PARISIIS,

Apud CLAUDIUM JOMBERT, via San-Jacobea, ſub ſigno Beatæ Mariæ.

M. DCC. XXVIII.

Cum Approbatione & Privilegio Regis.

temporibus. Refero ad noctis periodum, quicquid antiqui circa hoc argumentum, palpando magis, quam videndo conati sunt. Superiori demùm seculo Aurora illuxit: vivimus in diei vicinia. Cartesius & Hugenius usi diluculo, non pauca rectius distinxerunt, quam eorumdem antecessores fecerant. Nisi nebulas denuo alii vorticibus obfudissent, fortassis non multum nobis ad plenam lucem deesset. Sed confligamur adhuc cum tenebris sæpe: cum nebulis semper: in multis ad vorticum doctrinam pertinentibus nihil, in aliis obscure videmus. Caute igitur hoc negotium agi debet. Necesse est myopem Physicus imitetur. Nihil è longinquo statuere nudis oculis debet. Debet experimentis institutis objecta propius admovere oculis: vel Geometria tanquam tubo interposito visum longius protendere distinctum. Hæc norma erit præsentis scriptiunculæ.

§. II.

Circa gravitatem duas agnosco Philosophantium Sectas. Alteri Phisico-Mechanicam gravitatis naturalis causam quærunt: alteri de illa desperantes, acquiescunt in Phænomenis, vel Metaphysicam gravitati originem adscribunt. Nihil hic in alterius gentis contumeliam dixero. Qui Phænomena corporum totalium & particularium innumera, ex eorumdem posita gravitate derivarunt; gravitatem vero corporibus omnibus ab origine sua divinitus esse ingenitam voluerunt, sine causarum interventu secundarum: illi, ingenue dicam, Geometriæ insignem peritiam in primo ostenderunt argumento: in secundo videntur justo nimium festinasse.

§. III.

Placet hac in re Illustris Neutoni factum. Peregit ille primam, quæ Physici est partem. Agnovit ex Phænomenis naturæ plurimis, dari in corporibus mundi majoribus atque minoribus ſpeciem aliquam gravitatis; ex iiſdem factis eruit Leges quoque & menſuras gravitati illi convenientes: atque has cognitas denuò ad explicanda Phænomena naturæ alia ſolerter tranſtulit. Partem vero alteram, quæ ſit gravitatis hujus origo, & parentes, ſtudioſe non attigit.

§. IV.

Fortaſſis ex eo ipſo patet, non eſſe hoc argumentum humano pervium intellectui? Nolim deſperes. Si ex methodi præſcripto quæras, nunquam ludes laborem tuum. Nemo impoſſibilitatem demonſtravit: neque, ſi vel maxime de illa conſtaret, inutilis eſſet omnis opera, quæ indagandæ gravitatis cauſæ impenditur. Habeat & Phyſica ſuam circuli quadraturam: & ſi perfectam dare non poteſt, eruat approximationes tamen; vel aliud quærendo, aliud inveniat. Nondum Carteſius negotium abſolvit: docuit tamen aliqua, quæ ſcire jucundum eſt. Succeſſerunt illi Hugenius, Saurinus, Malebranchius: ſinguli fecerunt operæ ſuæ pretium, & laudem commeruerunt ingenuam; etſi nullus rem omnem perfecerit. Si eadem noſtra ſors fuerit, gaudebimus, aliquid, in hoc negotio promotum eſſe opella hac noſtra: deducere ſingula ad liquidum, ne quidem præſumimus. Non eſt hoc unius hominis, vel ætatis. Sequamur itaque veſtigia Magiſtrorum artis; vel, ſi malis, inſiſtamus gigantum humeris, ut pumilis nobis longius liceat proſpicere.

§. V.

Quæritur cauſa gravitatis Phyſica generalis. Neceſſum igitur eſt, indicare materias & motus, quibus poſitis oriuntur Phænomena gravitatis. Sufficit vero, tales enarrare, ut generalia gravitatis Phænomena inde poſſint intelligi. Non puto requiri ut facta omnia specialia, ut difficultates omnes, ut quæstiones quæcunque huic argumento connexæ sunt simul evolvantur: non enim hæc generalis tractatio foret; neque hoc ævo est in potestate hominis cujusquam. Existimo, non male me sensum quæstionis penetrare, si existimem requiri tractationem ejusmodi, qualem illustris dederat Hugenius. *Discours sur la pesanteur.*

§. VI.

Phænomena autem gravitatis naturalis generalia ab Hugenio sequentia enarrantur. 1. Corpora terrestria tendunt versus centrum. 2. Actio gravitatis non potest impediri per interpositum corpus utcumque densum. 3. Partes corporis omnes, etiam internæ, augent pondus, sive, pondus est proportionale massæ corporis. 4. Gravia cadentia accelerantur in ratione temporis. 5. Gravitas in diversis telluris locis est diversa: quibus addo Corollarium primi hoc. 6. Corpora gravia componunt nucleum sensibiliter sphæricum. Difficillima sunt primum & sextum. His semel expositis, in plerisque reliquis rebus uti licebit Hugenianis meletematis. Repetamus ab origine rem omnem, sed breviter & eo ordine, quo in ipsa hujus argumenti indagatione progressi sumus.

§. VII.

Fig. 1. Quærendam in motu gravitatis originem, recte Hugenius ostendit. Ex rectilineo versus eandem aliquam plagam motu oriri non potest nisus particularum A. B. C. D. E. F. &c. in diversis positarum locis versus idem punctum O, inter illas ubicumque situm. Sequitur ergo, ut pro simplici compositus examinari motus; & pro recto curvus debeat, idemque in se rediens. Æquum est, ut circularem primo loco expendamus, æqualitas enim gravitatis in diversis circa centrum plagis uniformem videtur causam arguere.

§. VIII.

Cognitum erat antiquis, corpora in gyrum acta concipere conatum discedendi ex orbita, in qua rotantur. Directionem vero illius nisus in singulis viæ punctis esse in linea circulum rotando descriptum ibidem tangente, sequitur ex natura motus simplicis, & directione elementorum circuli. Cognito semel hoc nisu, eodemque ad usus funditorum bellicos translato, non potuit non observari, majores esse conatus corporum homogeneorum & æqualium, sed majori celeritate rotatorum; majores corporum æqualium & æque velocium, sed densiorum; majores denique corporum homogeneorum & æque velocium, sed majorum.

§. IX.

Ista vulgaribus fundarum experimentis ubique innotuerant: sed remotiora erant à similitudine gravitatis, quam ut illa vulgaribus quoque oculis perspici posset. Propius erat alterum, non minus frequens, sed neglectum à Philosophis, Phænomenum. Quando triticum à paleis purgare instituunt agricolæ, videas mixtim illa cribro imponi, & agitari cribrum reciprocis in gyrum conversionibus: eoque fieri, ut in medium paleæ colligantur, solidiora vero ad peripheriam tendant, atque etiam emergant grana. Simile alterum est Keplero allegatum, quo cernimus ligna & paleas vorticibus aquæ innatantes colligi in medium vorticis. *Vid. Epist. Astron. Copern. lib.* 1. *p.* 95.

§. X.

Cartesius ejusmodi aliquod factum transtulit ad gravitatis causam. Concipit sphæram duplicis generis corpusculis repletam, quorum altera ad recipiendum motum concitatum aptiora sint alteris. Fingit, eam spheram celeriter in gyrum agi circa axem aliquem suum: eoque facto contendit, corpuscula motui concipiendo aptiora eniti ad peripheriam, cætera ad centrum compelli, & in nucleum colligi sphæricum. *Conf. Cartesii Epist. Tom. 2. Ep. 32. p. 127. & Epist. 40. p. 167.*

§. XI.

Nova hæc erat Phænomeni applicatio; igitur à multis rejecta, admissa à multis sine sufficienti examine. Longum esset enarrare objectiunculas omnes, & responsiones iisdem oppositas. Fatendum est, nihil esse vorticibus Cartesianis simplicius: igitur omnia putem tentanda prius quam deserantur; atque si omnino servari non possint, velim, ut non nisi minima, quæ fieri potest, mutatio fiat. Animus igitur est inhærere viri magni vestigiis, & non nisi in illis cedere, quæ per argumenta sententiæ opposita, nobis extorquentur.

§. XII.

Duo sunt præcipue Hugenii argumenta, quæ difficultatem faciunt. Alterum: quod in Cartesiano vortice gravium directio non ad centrum spheræ, sed ad axem gyri ferretur; id jam admonuerat ante Cartesii applicationem Keplerus in Epist. Astron. Cop. l. 1. p. 97. Alterum: quod enormis materiæ circa tellurem gyrantis impetus terrestria secum raperet corpora. Dignissima sunt eximia Authoris sui sagacitate, quæ adversus argumenta hæc disputavit vir celeberrimus in Diario Gallico ad an. 1723. mense Jan. & ad annum 1707. Suppl. mensis Maii; denique in Commentariis Academiæ Scientiarum ad an. 1709. Si enim defendi possunt Pergama dextrâ, hac possunt, vel altera non dispari in Actis Erudit. ad annum 1686. m. Febr. & ad annum 1695. m. Decem. pag. 547.

§. XIII.

Non diffiteor, visum mihi ab initio, quod in Cartesiano vortice directiones gravium vergerent versus axem gyri, non ad centrum Sphæræ. Videbatur, particulam in Tropico rotatam concipere nisum recedendi à circulo Tropico secundum tangentem Tropici, non vero secundum tangentem vel Meridiani vel Eclipticæ. Finge enim annihilari utrumque segmentum Sphæræ, ex utraque Tropici parte positum; ita ut solum supersit planum, in quo Tropicus jacet: manebit corpusculo vis sua, fugietque ex Tropico per tangentem Tropici, & directio vis centri fugæ erit in plano Tropici. Qualis autem est corpusculi hujus actio, talem in Sphæra continente reactionem quoque concipiebam; itaque & reactonis directionem in eodem Tropici plano constitui inferebam. Ex eo sequebatur directio corpusculorum cedentium in plano Tropici, ad axem vorticis, non ad centrum ejus: plane uti Keplerus dixerat, & Schematismo quoque expresserat. Fig. II.

§. XIV.

Nolui vero illi ratiocinio acquiescere, postquam tantos contrarium sentire viros comperi. Itaque constitui ad experientiam appellare, tentaturus vorticem: non cylindricum, quem Cel. Dom. Saulmon sufficienter examinavit, sed Sphæricum, ubi scilicet figura nuclei oculis præsens de directione gravium luculenter testaretur. Experimenti capiendi opportunitas se mihi ante biennium obtulit: eoque attento ideam theoriæ sequentis illico mente concepi, & eruditorum compluribus sermone & scripto communicavi. Experimentum hoc est.

§. XV.

Assumo Sphæram vitream majorem cavam, qualis in experimento de luce per affrictum producenda adhibetur ab Hauksbejo, & reliquis; illam per latus unum apertum, & epistomio instructum impleo aqua pene totam, sic ut parva aëris quantitas relinquatur; in eandem simul nonnihil limaturæ Martis conjicio. Applico hanc Sphæram axiculis suis instructam machinæ, cujus ope rotari circa axem Horisontalem pro lubitu possit. Inchoata gyratione observatur.

Fig. III.

1. Chalybeum pulverem efficere Æquatorem aliquem pro illius copia latiorem, vel strictiorem.

2. Eundemque si diversi generis particulis constet, remittente nonnihil gyrationis velocitate, divelli, ut præter Æquatorem, Tropici vel Polares circuli appareant.

3. Aërem in summo Sphæræ constitutum, inchoata gyratione depelli à statione sua versus illam partem, in quam dirigitur gyratio, divisum in guttulas diversi generis.

4. Guttas illas aëreas aquæ intermixtas colligi in figuram quasi cylindricam, ex aqua & aëre mixtis constantem, sic tamen ut multo plus aëris sit ex ea parte, ubi aër descendere cogitur, quam ex altera ubi ascendit.

Fig. IV.

5. Guttulas singulares sæpe circa & cylindrum illum facere motus illis similes, quibus Planetarum loca è terris visa designantur. *Vide Comment. Acad. Scient. ad an.* 1709.

6. Citatiore facta rotatione magis magisque in arctum cogi guttulas aëreas, & colligi versus axem Sphæræ.

7. Denique aërem ab aqua penitus solvi, & cylindricum in medio Sphæræ nucleum exhibere oculis, exactissime formatum.

8. Si quis Sphæræ suæ à nimio pondere & rotationis vehementia metuat, ultimum hoc multo elegantius apparebit, si minor est aquæ quam aëris in vitro quantitas.

9. Manebit quoque Phænomenon, si deinceps remittatur

tatur Sphæræ rotantis velocitas; quin etiam ea quiescente durabit aliquandiu cylindrus: donec scil. motus aquæ per affrictum ad vitri latera consumatur.

Experimenta hæc viderunt Mathematici è primariis, atque etiam illustres eminenti dignitate viri, multa cum sua voluptate.

§. XVI.

Video hic, materiam fluidam spatio sphærico comprehensam, & sive cum superficie concludente, sive absque illa in gyros circa axem aliquem actam, pellere corpora ad motum ineptiora versus loca minoris motûs rotatorii, & colligere illa in nucleum figuræ, non sphæricæ, sed omnino cylindricæ. Video figuram illam distincte: eamdemque ad casus transfero similes, illos scilicet ubi in Sphæra fluida arca axem rotata vis centrifuga in majoribus ab axe distantiis major est, & corpora fortioribus cedentia coeunt in nucleum. Ita vero demum infero, in ejusmodi casibus directiones corpusculorum cedentium tendere non ad centrum Sphæræ, sed ad axem rotationis. Fateor itaque nonnullam in Carteſiano systemate imperfectionem, & de medelis circumspicio.

§. XVII.

Si rotatio circa axem efficit directiones ad axem, pronum est colligere, directiones singulorum corpusculorum versus centrum factas, oriri ex eorumdem rotationibus circa centrum. Itaque Hugenianæ rotationes videntur negotio accommodæ. Fortassis eâdem viâ incidit in sententiam suam vir illustris. Nolo transcribere Hypotesin viri, quæ legi potest in ipsius de gravitate discursu, p. 135. & seq. Quoniam plerique impossibilitatem illius vorticis defendunt, operæ pretium est, dicere de illo sententiam; namque mitius statuo.

§. XVIII.

Per Hugenianam Hypothesin concluditur materia subtilis fluida in spatio aliquo sphærico, & motibus infinite variis agitatur. Videamus, quid in extima fluidi superficie futurum sit? Oriuntur infinitæ particularum fluidi in spatium ambiens sphæricum incursiones, reflexiones, & retroreflexiones. Ex harum commixtione varia non possunt non oriri particularum plurimarum directiones in elementis Perypheriæ concludentis circularibus. Motæ semel eâ directione particulæ continuabunt motus in arcubus circularibus, donec illis impedimenta occurrant. Si occurrant in directionibus etiam circularibus, utraque particucula post ictum denuo movebitur circulariter. Sin alia sit directio, fiet denuo conflictus directionum & reflexionum, donec omnia desinant in directiones sub ista superficie sphærica circulares. Ita tandem obtinemus stratum sub spatio concludente sphærico primum; quod nunc denuo adhibere licet loco superficiei comprehendentis: atque sic deinceps, donec interiora Sphæræ fluidæ omnia motibus agitentur circularibus quidem, sed diversissimis. Ita fingi origo motuum potest circularium.

§. XIX.

Durationi eorum prospexit Hugenius. Motus semel introducti non resolventur in alios circa axem aliquem rotantes; diversi adeoque in consentientes: Postulat enim naturæ lex Hugenio observata, ut non obstantibus conflictibus quibuscumque, eadem motûs totalis quantitas versus eamdem plagam conservetur. Atque hactenus sic satis bene negotium procedit.

§. XX.

Multum vero absumus ab eo, ut idem dici confectum possit. Obstat admonitio viri perspicacis, qui Hugenianum vorticem in Diario Parisino examinavit. Ita ille de motibus fluidi confusis, & sub sphærica concludente superficie in circulares degenerantibus: *Ils doivent devenir circulaires, je vois cela clairement; circulaires autour du centre de l'espace, c'est ce que je ne vois pas.* Nihil hîc dici potest brevius, & exactius. Quæ enim ratio est, ut motus illi confusi inter infinitos motus circulares sub illo spatio concludente sphærico possibiles, præcise degenerent in motus circulorum maximorum? Saltari hîc inferendo extra dubium est attendentibus.

§. XXI.

Quid ergo? Cartesius faciles fabricat vortices: sed illi, licet positi, non sufficiunt Phænomenis. Incipit feliciter, absolvere autem similiter non potest. Hugenius feliciter finit; posito quem fingit, vortice, optatæ gravium directiones sponte succedunt: non inchoat æque feliciter; non enim sequuntur vortices ex hypothesi per illum assumtâ. Hic de novo res geri, atque ita, si fieri potest, peragi debet, ut felix Cartesii initium resolvatur in felicem Hugenii finem. Puto, dari vorticem tertii generis, quem nescio, an ad Cartesianum malis, an ad Hugenianum referre? Fertur circa axes cum Cartesiano, & singula tamen ejus puncta describunt circulos maximos, ut in Hugeniano vortice. In ejus notitiam sic perveni.

§. XXII.

In cylindrica nuclei figura primo hoc deest ad rotunditatem, quod versus Polos extenditur, non in medio

Sphæræ solum continetur. Huic malo remedium afferas, si novam feceris gyrationem quæ partes circa Polos positas colligat in medium. Quid si igitur duplex eodem tempore rotatio fieret circa axes duos, ad se invicem perpendiculares? Brevitatis causâ, & ad similitudinem experimenti mox recensendi, vocabimus axem alterum horisontalem, alterum verticalem. Certum est, per actionem unius vorticis pelli corpuscula cedentia ad axem horisontalem, per actionem alterius pelli ad verticalem: quænam ex combinatis hisce actionibus * nuclei figura oritur?

§. XXIII.

Congruit & satisfacit instituto nostro casus vorticum combinatorum simplicissimus; assumatur Spæra vitrea eadem, quâ supra usi sumus §. XV. gyretur illa uno eodemque tempore circa axem & horisontalem & verticalem, velocitate etiam eâdem, sic, ut eodem tempore absolvatur utraque rotatio; fiat autem rotatio utraque sic, ut punctum quodcunque *p*. ab oculo spectatoris per utramque removeatur, vel ut per utramque versus spectatorem promoveatur: dico, directionem omnium particularum cedentium ferri ad centrum Sphæræ; vim centrifugam

* Amplissimus hic Geometriæ campus aperitur, pro diversis, quæ fieri possunt hypothesibus. Namque duo illi vortices possunt fingi in fluido eodem, possunt in diversis se invicem transfluentibus: possunt concipi æqualiter aut utcumque inæqualiter fortes: potest conatus materiæ cedentis centrifugus assumi comparabilis vel incomparabiliter parvus ad conatum materiæ superantis: potest adeo materia cedens simul obsequi motui vorticis rotatorio, potest concipi ut infinite cedens: possunt conatus centrifugi & centripeti crescere vel decrescere in ratione quacumque distantiarum ab axibus respectivis: possunt duo axes rotationum utcumque ad se invicem inclinari: possunt fingi plures duobus vortices: potest totum systema concipi ut motu aliquo communi agitatum, vel secus: potest datâ vorticum lege inquiri via corpusculi cujusque cedentis; potest figura nuclei ex particulis cedentibus oriundi; potest celeritas descensûs, potest vis, sive pondus particulæ in singulis viæ locis; possunt etiam inverse, ex hisce datis definiri vorticum supponendorum leges, & sic porro. De talibus licebit suo loco disserere: in præsenti opella nonnisi ea tangam, quæ proxime ad institutum pertinent, & experimento ei rei destinato confirmari possunt. Differunt enim à Geometricis Dissertationes Physicæ.

in singulis fluidi particulis esse uti distantiam earum à centro; & nucleum à particulis cedentibus compositum, esse sphæricum.]

§. XXIV.

Hæc ita facile intelliguntur. Si Sphæra ABCD, circa axem AC, BD, simul & æque velociter rotetur, circa axem scilicet AC in directione litterarum *p*, *q*, *r*, *s*, *p*, circa axem vero BD in directione litterarum *p*, *t*, *u*, *x*, *p*: & assumas punctum quodcumque *p* vel *x* in superficie sphærica positum; & mente sequaris viam hujus puncti, donec absolutâ rotatione una redeat in pristinum locum: observabis punctum illud describere circulum in Sphæra maximum, secundum directionem *p*, *y*, *t*, *p*: Patet id, si vel tarde Sphæram convertas, & singulos puncti situs annotes, vel pro singulis puncti sitibus motus rotatorios elementares simplices in totidem compositos, ex receptis motuum compositionibus compingas: ita enim & sensibus & rationi obvia erit puncti illius via, circulum describens maximum. Habemus igitur, singula Sphæræ vitreæ puncta describere circulos in hac rotatione maximos. Fig. V.

§. XXV.

Idem de fluido dicendum est. Resolve enim universum fluidum in orbes sphæricos crassitiei indefinite parvæ Extimus eorum vitro contiguus vel eodem movebitur modo, quo vitrum ipsum, vel diverso. Si eodem, obtinuimus optata. Si diverso, dabitur vitri à fluido quiescente vel aliter moto aliqua translatio; à translatione affrictus; ab affrictu motus. Non igitur proximus vitro orbis fluidus erit in statu manente, donec nulla erit utriusque translatio, hoc est, orbis fluidus vitro contiguus movebitur uti vitrum. Sed & orbis secundus primo contiguus movebitur eodem modo ex iisdem causis. Igitur Sphæra vitrea una cum suo fluido contento, movebitur per modum solidi, quando scilicet ad statum permanentem pervenit.

§. XXVI.

Sunt igitur tempora periodica punctorum in fluido hoc gyrantium quorumcumque æqualia: igitur vires centrifugæ uti celeritates; celeritates vero uti distantiæ à centro. Sunt directiones omnium rotationum in circulis maximis, ergo & directiones particularum cedentium in planis per centrum Sphæræ transeuntibus, & ad centrum illud tendentes. Estque figura nuclei ea, in cujus superficie jacent omnes illæ trajectoriæ quæ ad vias centripetas corpusculorum cedentium sunt orthogonales, hoc est, sphærica.

Per Newt. Prop. IV Cor. 3. l. 1. Princ.

§. XXVII.

Præmisso ratiocinio non evidente minus, quam facili, optabam, ut oculis ista simul exhibere liceret. Pro eo fine amicus aliquis meus sequentem commendavit machinam: fulcra OP & GN ferrea sunt, & firmata ad superiorem machinam. Eorum alteri GN affigitur trochlea immobilis, in quam intrat annuli metallici ABCD axis CT: per alterum OP transit axis annuli, & trochleæ ad annulum fixæ, AEV; sic ut ope funis trans trochleam E ducti ad rotam majorem, in gyrum agatur annulus una cum vitro incluso circa axem horisontalem AC. Eodem vero tempore, quo transfertur vitrum ab annulo, etiam rotatur illud circa axem verticalem BD ope trochleæ HI ad axem vitri affixæ. Ope enim funis HIKFG, qui circa trochlæam HI ducitur, indeque ad trochleas minores, sed æque altas K & k excurrit, atque ab illis ad trochleam immobilem FG ex utroque latere descendit, eamdemque ambit, ope, inquam, hujus funis fit, ut dum annulus cum brachio LMK circa axem AC rotatur, una etiam rotetur trochlea HI, & consequenter

Fig. VI.

vitrum BD, circa axem BD. Necessum vero est pro faciliori effectu, ut distantia K*k* respondeat diametro trochleæ FG. Diameter autem trochleæ HI debet esse ad diametrum alterius FG in ratione reciproca celeritatum, quibus fieri debent rotationes circa axes respectivos, BD & AC. Parato machinæ modulo, vidimus ex voto succedere rotationem utramque, itaque artifici id negotium datum est, ut justâ illam magnitudine efficeret. Sed tarde ea res procedit, ut hæc dimittere cogar, antequam experimenti successum tentare licet. Cogor itaque ratiociniis confidere hactenus expositis.

Si per eas difficultates, quibuscum hæc loci conflictor obtinere machinam justo adhuc tempore possim, curabo ut successum sive prosperum, sive adversum mature possim significare.

§. XXVIII.

Si Mechanica solum quæstio proposita esset: invenire scilicet conditiones materiæ & motuum eas, quibus positis sequantur directiones corporum cedentium versus centrum Sphæræ vorticosæ, & nucleus in illa sphæricus; putarem me instituto penitus satisfecisse. Si Physica specialis tractatio requireretur: abrumperem hoc loco Dissertationis meæ filum, atque ignorantiam faterer ingenue. Quoniam Physica quæritur causa, sed generalis tantum; itaque teneor & audeo aliquid amplius tentare. Nolim promittere, quod reverâ in rerum natura fiant, quæ dicturus sum; ad illum finem speciale & repetitum examen requiritur. Hoc agam, ut generalibus monitis intelligatur, nondum id evictum esse, quod vortices Cartesiani pauxillum inflexi non sufficiant Phænomenis gravitatis & Astrorum generalibus.

§. XXIX.

In experimento usi sumus fluido eodem dupliciter rotato. Si ex abrupto philoſophari de natura, & Deum ex machina evocare ad modum quorumdam eruditorum placeret: fingerem in vortice fluido cœleſti ABCD ſtratum Fig. VII. aliquod intermedium EFGH duplici illâ rotatione ſuperius §. XXIII. expoſitâ, prædıtum divinitus. Ita pro fluido & corporibus omnibus ſtrato illi incluſis, obtinerem directiones gravitati debitas, & pondera in ratione diſtantiarum à centro, plane ut in ſimili caſu Neutonus lib. III. prop. IX. definivit. Ex adverſo pro partibus fluidi ulterioribus facile foret, invenire naturam fluidi, quæ gyrationes efficeret temporibus Planetarum periodicis debitas; quicquid alii de ea re deſperaverint.

§. XXX.

Nimirum conſiderari poteſt ſtratum illud intermedium gyrans una cum fluido contento, uti Sphæra ſolida Neutoni l. II. prop. 52. ſed duplici ſimul rotatione affecta. Namque & hoc loco duorum ſtratorum ulteriorum & contiguorum quorumcumque, ut EFGH & *efgh*, aut ABCD & *abcd* impreſſiones in ſe mutuo factæ debent eſſe invicem æquales, ſi fluidum concipias in ſtatu manente conſtitutum. Jam impreſſio oritur ex affrictu, affrictus ex partium ſeſe contingentium tranſlatione. Itaque ſi fluidum in eadem à centro diſtantia ſit ſimilare, ſed in diverſis diſtantiis inæqualiter denſum, & reſiſtentia tranſlationi oppoſita ſit in ratione quacumque velocitatis: erunt impreſſiones in ratione compoſita ex ſuperficie, ex functione data tranſlationis ſive velocitatis, & ratione aliquâ datâ denſitatis: fingi enim generatim & abſtracte loquendo, major minorve impreſſio poteſt, in ratione quacumque multitudinis partium ſe contingentium: adeoque exprimendo rem in ſymbolis, poſitis I & *i* pro impreſſione, Θ & ϑ pro tranſlatione, Δ & δ pro denſitate, S & $ſ$ pro ſuperficie, *m* & *n* pro exponentibus datis, erunt $I : i = S \times \Theta^m \times \Delta^n : ſ \times \vartheta^m \times \delta^n$.

§. XXXI.

§. XXXI.

Jam quia impressiones debent esse æquales, erunt $S \Theta^m \Delta^n = s \theta^m \delta^n$, adeoque $\theta^m : \Theta^m = S \Delta^n s \delta^n$, & quoniam superficies sunt in ratione duplicata distantiarum à centro, sive $S : s = D^2 : d^2$, erit $\theta^m : \Theta^m = D^2 \Delta^n : d^2 \delta^n$ sive $\theta : \Theta = D^{\frac{2}{m}} \Delta^{\frac{n}{m}} : d^{\frac{2}{m}} \delta^{\frac{n}{m}}$, hoc est, translationes erunt reciproce, uti functiones memoratæ sive $\Theta = D^{-\frac{2}{m}} \Delta^{-\frac{n}{m}}$. Comparatis nunc duorum stratorum motibus angularibus POQ & ROS eodem tempore factis, exprimet TS translationem inferioris strati, & TOS, sive TS divisum per TO exponet differentiam motûs angularis. Habebimus igitur differentias motuum angularium, $\frac{TS}{TO} = D^{\frac{-2-m}{m}} \Delta^{-\frac{n}{m}}$. Fig. VIII.

§. XXXII.

Fiant nunc (ad imitationem Neutonis) ad lineam OT perpendiculares GH, IK, $= D^{\frac{-2-m}{m}} \Delta^{-\frac{n}{m}}$ exprimet area curvæ KIF, HGF, motus totos angulares $= \int D^{\frac{-2-m}{m}} \Delta^{-\frac{n}{m}} \times GI$, sive ponendo $D = x =$ OG, adeoque $GI = dx$, erit motus angularis $= \int x^{\frac{-2-m}{m}} \Delta^{-\frac{n}{m}} dx$, & faciendo $\Delta = D^p = x^p$, habebimus tandem $\int x^{\frac{-2-m-pn}{m}} dx = -\frac{m}{2+pn} x^{\frac{-2-pn}{m}}$

C

neglectâ scilicet additione quantitatis constantis, quam neque signum privativum requirit, neque natura Problematis admittit. Cumque in motu circulari tempora Periodica sint motibus angularibus reciproca, erunt tempora diversorum orbium periodica $= x^{\frac{2+pn}{m}}$, negligendo iterum constantes, in priori formula adhuc obvias.

§. XXXIII.

Hæc jam facile applicantur ad Propositionem Kepleri pro temporibus diversorum Planetarum periodicis. Namque ponendo T & t pro temporibus duorum Planetarum periodicis, per Kepleri regulam est $T : t = D^{\frac{3}{2}} : d^{\frac{3}{2}}$, adeoque $T = x^{\frac{3}{2}}$. Sufficit igitur, ut fiat $\frac{2+pn}{m} = \frac{3}{2}$, hoc est $4 + 2pn = 3m$, quod infinitis fieri modis potest, non solum in genere, ubi & littera m est arbitraria, sed etiam in hypothesi Neutonis, ubi $m = 1$. facit $pn = -\frac{1}{2}$. Atque si etiam $n = 1$, manebit tamen $p = -\frac{1}{2}$ pro lege densitatis; eruntque adeo $\Delta : \delta = \sqrt{d} : \sqrt{D}$, hoc est, densitates in ratione reciproca sub duplicata distantiarum. Ex quo intelligitur, viros quosdam doctissimos præter sufficientes causas rejecisse Saurinianam adversus Neutonis objecta responsionem. *Vide Comment. Acad. Scient. ad an.* 1709. *p. m.* 186. 187. *& Neuton. in Schol. Prop.* LII. *l. II. Princip.*

§. XXXIV.

Neque minus congrua foret hæc nostra fictio ad difficultates alias à vorticibus removendas. Si velocitates semper cum distantiis decrescentibus crescant, incommodum est, quod tandem infinite magnam statuere illam in medio vorticis oporteret, pro obtinendis in tanta Planetarum distantia celeritatibus adhuc sufficientibus. Sin terminare hæc augmenta velis in superficie corporis centralis, atque ab illius vertigine extrorsum continuare velocitates fluidi, Keplerianam regulam sequentis: incommodum est ab eruditissimo Domino Polenio annotatum, quod decrescentibus ab eo principio velocitatibus Planetarum tempora periodica prodeant mirum quantum veris majora. *Vide Dial. de Vort. Cœlestibus*, §. 121. *p.* 114. 115. Utrumque durum est: sequitur autem in hypothesi, quæ easdem vorticis leges per totum extendit vorticem. Sed in memorata § XXIX. fictione potest extra corpus centrale, in spatio inter corpus istum, & primum Planetam vel Satellitem intermedio, assumi stratum illud, eidemque affingi celeritas, quæ conveniat Planetarum gyrationibus: vertigo autem corporis centralis circa axem suum aliis deduci fontibus debet.

§. XXXV.

Neque id me male habet, quandoquidem nec Neutonianæ attractionum, nec Cartesianæ vorticum fictiones producendo motui vertiginis huc usque potuerunt applicari. Facile igitur solatium est in communi infortunio; præcipue hoc loco, quo Thetice non loquimur, sed Hypotheseos solum commoda aut incommoda pervestigamus. Cui accedit, nos infra ostensuros: quod motus vertiginis, etsi ex vorticibus nondum explicari directe possit, non tamen illis repugnet.

§. XXXVI.

Gravior est illa difficultas, quæ ex comparatione duarum, ut vocant, analogiarum in systemate planetico fundamentalium oritur. Analogiam hîc intelligimus, quæ intercedit inter celeritates rotationum debitas diversis vorticum stratis: & analogiam primam vocamus illam, quæ debetur duobus ſtratis, quorum alterum tranſit per Planetam inferiorem in media, vel aliâ quâdam ſuæ orbitæ diſtantiâ poſitum; alterum per Planetam ſuperiorem, in mediâ etiam, vel ſimili aliâ ſuæ orbitæ diſtantiâ conſideratum. Et quoniam parva eſt, diſtantiarum maximæ & minimæ differentia reſpectu ejus diſcriminis, quod inter diſtantias duorum Planetarum intercedit, itaque tempora Periodica horum ſtratorum circularium aſſumimus, uti tempora Planetarum Periodica. Poſitis igitur T & t pro temporibus, S & $ſ$ pro ſpatiis percurrendis, D & d pro diſtantiis ſtratorum, C & c pro celeritatibus, erunt tempora $T : t = D^{\frac{3}{2}} : d^{\frac{3}{2}}$. Jam vero ſpatia percurrenda ſunt $S : s = D : d$, motus autem in circulo eſt æqualis. Igitur celeritates ſunt $C : c = \frac{S}{T} : \frac{s}{t} = D^{1-\frac{3}{2}} : d^{1-\frac{m}{2}} := d^{\frac{1}{2}} : D^{\frac{1}{2}}$. Prima igitur hæc analogia requirit celeritates ſtratorum circularium, in ratione reciproca ſubduplicata diſtantiarum.

§. XXXVII.

Secundam vocamus analogiam, quæ exhibet celeritates ſtratorum diverſorum circularium in ejuſdem Planetæ orbe inæqualiter diſtantium. Eruitur etiam hæc ex temporibus motuum Planeticorum, per alteram ſcilicet Kepleri regulam; vi cujus tempora ſunt ut areæ, quas verrunt radii vectores. Si igitur tempuſcula, quibus Planeta percurrit elementa Pp, & Qq dicantur dT & dt, radii vectores, ſive diſtantiæ à centro vorticis oP & OQ dicantur X & x, arculi circulares $P\varpi$ & $Q\kappa$ ſint dY & dy: erunt ſpatiola $dS : ds = dY : dy$, tempuſcula $dT : dt = XdY : xdy$: adeoque ob motum in tempuſculo infinite parvo æquabilem celeritates $C : c = \frac{dS}{dT} : \frac{ds}{dt} = \frac{dY}{XdY} : \frac{dy}{xdy} = x : X = d : D$. Secunda igitur ana-

Fig. IX.

logia requirit, celeritates stratorum circularium vorticis in ratione simplici reciprocâ distantiarum.

§. XXXVIII.

Duæ, quantum mihi constat, difficultatis hujus solutiones publice prodierunt. Altera discrimen, quod inter hasce celeritatum expressiones invenitur, ideo parvi facit, & contemni jubet, quoniam, si de orbita tantum unius ejusdemque Planetæ quæstio moveatur, radices distantiarum Aphelii & Perihelii à centro communi videantur prope-modum æquales. Insistit itaque hæc solutio analogiæ primæ, & secundæ differentiam non moratur. Sunt quibus hæc nimium heroica videtur responsio. Arbitrantur, etsi differentia inter maximam minimamque unius Planetæ à centro distantiam exigua sit respectu differentiæ inter distantias duorum Planetarum, non tamen exiguam esse respectu velocitatum, seu radicum distantiarum Aphelii & Perihelii. Mercurii enim exemplo celeritates illas esse uti 68 : 55. *Vide Cel. Joh. Poleni Dial. de Vortic.* §. 138. *p.* 131.

§. XXXIX.

Altera est illustrissimi Leibnitii solutio. Putat ille, interrumpi vorticem solarem hac lege, ut per crassitiem orbis cujusque Planetæ obtineat circulatio harmonica, celeritates §. XXXVII. indicatas generans: sed in spatiis vorticis inter hosce orbes mediis, servari leges §. XXXVI. deductas ex temporibus diversorum Planetarum periodicis. Interruptionem ægre tulit Gregorius: & quis non ægre ferat primò auditam? Fateor, & mihi illam displicuisse à principio; & displicere etiamnum, si evitari possit, sine graviori incommodo. Gravius vero incommodum mihi in Physicis videtur, si tenear admittere vires Planetam trahentes, sine subjecto virium, si motus Planetæ regulariter impressos sine impulsu corporis moti in movendum. Itaque duo hîc agenda esse censui; alterum ut inquirerem, an positis vorticibus necessaria sit interruptio memorata? alterum, ut definirem, quales vorticis conditiones esse debeant in singulis locis, ut Phænomenis interruptio satisfaciat. Possunt enim conditiones alteræ præ alteris supponi & tolerari facilius.

§. X L.

Equidem si strata ipsa vorticis gyrantis liceret concipere Elliptica, ad modum orbitarum Planeticarum, liceret evitare interruptionem illam celeritatum. Sint enim
Fig. X. ABCD, & *a b c d* duo ejusmodi strata Elliptica: sit in S locus solis: & habeant areolæ CSE, *c S e* eandem rationem ad suam unaquæque aream totalem: sitque C & *c* aphelium vorticosi strati ABCD & *a b c d*. Repræsentabunt CE & *ce* arculos circulares radiis SC & S*c* descriptos. Eritque adeo.

Tempus per CE ad tempus per *ce*, uti tempus El-
$T : t = D^{\frac{3}{2}}$
lips. ABCD ad tempus per *a b c d*, & denuo, uti areola
$: d^{\frac{3}{2}}$
CSE ad areolam *cSe* ita $CS \times CE : cS \times ce = D \times CE : d.ce$, hoc est $D^{\frac{3}{2}} : d^{\frac{3}{2}} = D \times CE : d \times ce$, adeoque $D^{\frac{1}{2}} : d^{\frac{1}{2}} = CE : ce = Spat : spat.$ unde emergunt celeritates etiam ex una orbita ad aliam: $C : c = \frac{S}{T} : \frac{s}{t} = D^{\frac{1}{2}-\frac{3}{2}} : d^{\frac{1}{2}-\frac{3}{2}} = d : D$

plane uti obtinentur §. XXXVII. pro diversis unius orbitæ locis. Succederent igitur omnia similiter, si vortices tractare liceret, uti Neuto orbitas. Fateor autem, deesse nobis medium, quo strata vorticum dirigere in Ellipses liceat, solem in Foco positum ambientes.

§. XLI.

Agnoscimus itaque, quoniam circularia assumi strata vorticosa debent, evitari illorum diversitatem quoad rotandi celeritates non posse. Id satis patet ex comparatione dictorum §. XXXVI. & XXXVII. Patet etiam exemplis: si enim extendere velles legem §. XXXVII. erutam, ad diversos Planetas, obtinerentur tempora illorum periodica longe justo majora. Cum enim sit $C : c = d : D$, & $S : s = D : d$ essent tempora $T : t = \frac{S}{C} : \frac{s}{c} = \frac{D}{d} : \frac{d}{D} = D^2 : d^2$. Adeoque assumtis Terrâ & Saturno, erit distantia Telluris ad distantiam Saturni, sive $d : D = 2 : 19$, & tempus periodicum telluris annuum $= 1$. unde fieret tempus periodicum Saturni $T = \frac{D^2}{d} = \frac{361}{4} = 90$ annorum. Ex adverso, si analogia duarum orbitarum transferretur ad diversa ejusdem orbitæ loca, ob $C : c = \sqrt{d} : \sqrt{D}$. *vide* §. XXXVI. & ob spatia arculis expressa, obtineremus tempuscula $= dY\sqrt{X}$ contra analogiam alteram §. XXXVII. poterat id ex directa tractatione horum paragraphorum intelligi: sed malui inevitabilitatem interruptionis etiam ex reciproca illatione colligere. *Conf. Jo. Poleni de vorticib. cælest.* §. 136. *& seq. p.* 128. 140.

§. XLII.

Res igitur omnis eò redit, ut tolerabiliorem reddamus isthanc legis rotandi interruptionem, allegando conditiones vorticis huic fini necessarias. Commodum hîc accidit, quod combinari dicta §. XXXIII. & XLI. possint. Finge, fluidum vorticosum ex uno orbe Planetico versus alterum decrescere densitatibus suis, eâ lege ut densitas Δ sit reciproca subduplicata distantiæ, sive $\Delta =$ $D^{-\frac{1}{2}}$: Obtinebimus per §. XXXIII. Tempora periodica & celeritates, quæ debentur analogiæ primæ ad diversos Planetarum orbes pertinenti. Finge secundo loco, fluidum vorticosum per crassitiem orbis cujusque planetici esse uniformiter densum, adeoque in formula §. XXXIII. inventa, esse $m = 1$, $n = 1$, & $p = 0$. ut scil. $\Delta = D^p$ fiat uniformis; invenies $2 + pn = 2m = 2$, & $T : t = D^2 : d^2$. plane uti requiritur per legem celeritatis inter duas ejusdem orbitæ distantias assumtam §. XLI. Omnis igitur illa vorticum interruptio absolvetur hoc uno, ut diversa sit vorticum densitas, constans illa per singulorum orbium crassitiem, & decrescens in eorumdem orbium intervallis.

§. XLIII.

Non dubito quin hoc audito causam requirant Lectores cur eadem sit vorticis densitas per crassitiem orbium Planeticorum, & diversa in spatiis interceptis? Equidem, si & huic quæstioni satis quod est facere liceret, putarem me à plena vorticum assertione parum abesse. Id vero tempori commendo, vel aliorum industriæ. Fortassis aliquæ hîc partes sunt retardationis & accelerationis, quæ diversis fluidi partibus fiunt à Planeta. Cum enim planeta una cum suo vortice particulari deferatur à fluido circa solem gyrante, impelletur ille à fluido, sed per demonstrata & experimentum Cel. Poleni tardius movebitur ab initio, quam ipsum fluidum. Successive tamen accelerabitur, ita ut eâdem cum fluido tandem celeritate deferretur, si fluida in totum illum Planetæ ambitum incurrentis celeritas foret directe proportionalis ad distantias singulorum fluidi, ut sic dicam filorum. Quoniam vero celerius moventur fila fluidi inferiora, quam superiora; itaque redigetur Planeta cum suo vortice particulari ad celeritatem quandam æquatam, quæ cadit inter maximam

ximam & minimam filorum fluidorum deferentium. Ita fiet, ut à tergo Planetæ fluidum inferius retrorsum, à fronte ejus fluidum superius antrorsum impellatur: ex utroque sequitur condensatio, sed partialis. An illa diu continuata sese diffundat, redigatque orbem Planetæ universum ad eandem sensibiliter densitatem, id definire non ausim: æqualem vero orbis cujuscumque densitatem non dubito asserere; siquidem præter dicta §. XLII. eadem quoque necessaria est per Prop. LIII. lib. II. Principiorum Neutoni, quæ postulat, ut corpora quæ in vortice delata in orbem redeunt, ejusdem sint densitatis cum vortice; adeoque propter densitatem Planetæ constantem etiam vorticis densitas sit uniformis & eadem. Cætera, ubi densitatem Planetæ dico, non de crusta loquor sola, sed de universo Planetæ in vortice delati composito.

§. XLIV.

Ut igitur quæ hactenus exposui, in summam ipse redigam: fateor superesse disquisitionem causæ Physicæ, quæ efficiat ut fluidum vorticosum per intervalla æqualiter densum sit, & inæqualiter? Puto autem, intelligi etiam ex superioribus, nullis hucusque contradictionibus involvi vortices cœlestes. Dixi autem ista pro more seculi, quod gravitatem extendere in cœlos solet. Rigorose enim agendo, potuissem ab ista applicatione manum abstinere, & in solo Hugenii instituto (Vid. §. V.) persistere; hoc est, præcipua gravitatis terrestris Phænomena deducere ex vortice jam supposito, & difficultates, si quæ hoc respectu intercedunt, resolvere. Id nunc agere constitui.

§. XLV.

Phænomena gravitatis §. VI. enarrata per vorticem nostrum obtineri posse patet ex superioribus nostris, si conferantur cum Hugenianis. Phænomena primum &

sextum, directiones scilicet gravium versus centrum, & figuram nuclei sphæricam ostendimus §. XXIII. & seq. secundum & tertium, actio nimirum gravitatis trans corpora utcunque densa, & in partes eorum internas æqualiter propagata, ex subtilitate materiæ verticosæ Hugenius recte deduxit. Quartum, de acceleratione secundum tempora, sequitur ex stupenda materiæ agentis celeritate, & distantiarum in quibus experimenta capi possunt, nimiâ parvitate, consentientibus passim eruditis; inter quos velim conferas cum Hugenio Cel. Saurinum in Comment. ad an. 1709. ubi celeritatem eandem ex Kepleri regula, & ex gravium Phænomenis derivat. Quintum ex rotatione circa axem derivamus cum Neutone, Hugenio & aliis omnibus.

§. XLVI.

Difficultates animo hæ succurrunt. Objecit Cartesio Hugenius, quod in ipsius experimento densiora ad peripheriam enitantur corpora, rariora ad centrum concurrant; id plane adversari Phænomeno gravitatis; præterea impetum materiæ gyrantis tantum esse in corpora terrestria, ut illa non possint non simul abripi à torrente, id quod experientiæ refragatur. Posset etiam quæri, cur posito tali vortice duplicato nucleus non sequatur eandem cum fluido rotato viam? Cur motus vertiginis non respondeat directioni & celeritati vorticis?

§. XLVII.

Prima est maxime obvia difficultas, sed nonnisi primo aspectu gravis. In experimento corpora graviora ad peripheriam vergunt, in tellure graviora versus centrum eunt: si in hac appellatione subsistas, minus illa consentiunt. Sed gravitatis vocabulum in vortice demum constituendo est accidentarium: loquamur exactius, & generaliter. Illa corpora emergunt ad circumferentiam, quæ illius vorticis motui maxime obsecundant. Talia sunt in vortice majori corpuscula ætheris, & quæcumque plus ætheris quam terrestris materiæ continent. Igitur in vortice majori versus peripheriam enituntur post ætherem corpuscula terrestrium rariora; namque in illis est plus ætheris; ætherem enim hîc vocabo fluidum illud vorticosum.

§. XLVIII.

Si vorticem feceris in generali vortice peculiarem, cujus adeo motus rotatorii sint diversi à gyratione vorticis generalis: necessum est, illa corpora, quæ plus ætheris, & consequenter plus impulsûs secundum vorticem majorem habent, minus obsequi motui vorticis particularis diverso à priori; corpora autem illa, quæ minus ætheris comprehendunt, minus etiam impediuntur à motu vorticoso generali, adeoque magis abripi possunt à motu vorticoso speciali. Igitur in peculiari vortice pro ratione densitatis corporum ad exteriora emergent densiora corpora, ex ratione eadem, quæ in generali vortice illa versus centrum colligit.

§. XLIX.

Non id ineptum videtur mihi, si dixero, naturam in vorticibus particularibus id facere, quo posito minimum impediatur ætheris inclusi motus secundum præcepta vorticis sui generalis peragendus. Atque hoc obtinet, si rariora versus centrum eant corpora, sive verticalis concipiatur circulus rotationis, sive horisontalis, sive alius quicunque. Particulæ enim in centro positæ non differunt ab aliis extra vorticem quiescentibus, adeoque de motu vorticis particularis nihil participant. Cæteræ, quo sunt axi propiores, eo propius illorum motus ab horum quiete abest; quo remotiores, eo differunt magis, magisque.

§. L.

Fig. XI. Dicam id in speciali casu. Sit axis rotationis horisontalis, & repræsentet ABCD sectionem vorticis ad axem ejus perpendicularem. Sit guttula aëris in summo sectionis circa B. quid rotato vase futurum est? Per affrictum vitri communicabitur aquæ contiguæ impetus rotatorius: idem fit aëri in *bBe* vitrum contingenti. Impinget igitur aqua in spatio *bd* rotata in aërem: aër vero solâ suâ levitate renititur impulsui aquæ & affrictioni vitri. Tuetur igitur summitatem, donec auctâ rotationis celeritate vires hæ extraneæ supra levitatem ejus prævaleant: hoc est, donec impulsus ille tantus sit, quantus moli aëris æquali infra aquam deprimendæ sufficeret. Hoc facto alterutrum necesse est, ut contingat; aut in gyrum ire cum aqua & vitro impellentibus aër debet, aut ad axem cedere. Quæritur, utrum naturæ ejus & vorticis generalis magis conveniat? Atque hîc dico, illam à natura partem seligi, quâ fit, ut massa ætheris toti huic vortici particulari interfusa minimum recedit à legibus & motibus vorticis sui generalis, hoc est, quâ minimum motûs novi & pecularis acquirit. Id obtinet, si medium vorticis occupet corpus æthere plenius.

§. LI.

Comment. Ac. Scient. Alteram difficultatem §. XLVI. ingeniose tractavit vir harum rerum intelligentissimus, loco superius citato. Allegavit profecto, quicquid pro minuendo fluidi in solidum impingentis impetu cum ratione dici potest. Non repeto, quæ legi ibidem melius exposita possunt. Fortassis illud adhuc requiri posset: cur tantus est fluidi illius gyrantis effectus in corpora terrestria, quatenus perpendiculariter ad centrum pelli debent, & nullus est in eadem corpora secundum cursum suum circularem abripienda? Cur ibi in omnes corporis partes finguntur fieri impetus? hîc in nullas ſenſibiliter?

§. LII.

Hugenius utrumque hunc impulſum fieri in corpora gravia, & ſenſibiliter in eadem agere conceſſit: ſed alio deinceps medio alterum denuo ſufflaminavit impulſum. Juſſit ſibi ſuccedere impulſus laterales infinito numero, diverſiſſimos directione ſuâ, oriundos ex rotationibus materiæ ſubtilis confuſiſſime quaqua verſum factos, & conſequenter ſe mutuo deſtruentes. Fateor, nimis hanc videri artificioſam confuſionem, quam ut illi fidere auſim. Itaque illam impulſuum ſucceſſionem non minus quam ipſum Hugenianum vorticem §. XX. ſuo relinquam loco.

§. LIII.

Fallor an hæc eſt via compendioſior, quam nunc inibo? Si eædem ſunt vires centrifugæ fluidi, & corpuſculi fluido innatantis, facta rotatione non cedet corpuſculum verſus interiora vorticis, ſed in circulo ſuo rotabitur una cum fluido. Sin vires cintrifugæ fluidi ipſius, & corpuſculi in fluido conſtituti, v. gr. aquæ & ceræ non ſint multum differentes, cedet quidem fluido nitenti corpuſculum, ſed cedet in linea vehementer ſpirali, plures circa centrum vorticis gyros peractura. Quo major erit virium differentia, eo via corpuſculi magis à circulari recedet, & ad rectilineam directionem accedet: ſic, ut elementa ſemitæ M*m* angulos *m*MC ſemper acutiores faciant, cum radiis MC à centro ductis. Exprimet vero MN viam corpuſculi circularem, & N*m* viam verſus centrum. Finge igitur, corpuſculum, quod vortici fluido innatat, habere vim centrifugam infinities, hoc eſt, incomparabiliter minorem vi fluidi ipſius: evaneſcet angulus *m*MC, incidet via M*m* in radium MC, & MN erit reſpectu M*m* Fig. XII.

incomparabiliter parvum. Corpusculum igitur ex illius fluidi impulsu directe versus centrum perget, sine sensibili motu laterali.

§. LIV.

Quantæcumque igitur virtutis fuerit hoc fluidum; nunquam id efficiet, ut circularem vel lateralem motum consequatur corpusculum cedens. Cum enim impulsus lateralis semper evanescat præ verticali: corpusculum ipsum, si liberum est, recta descendet; sin obstaculo impeditur, tanto nisu versus illud opprimetur, ut lateralis impulsus præ illo evanescat. Cumque hi impulsus in omnes corporum particulas fiant æqualiter, nihil ab hac laterali violentia patietur corporum, etiam mollissimorum, textura.

§. LV.

Illud per se patet, etsi impulsum verticalem incomparabiliter majorem assumam impulsu laterali: non ideo absolutam impulsus verticalis vim statui infinitam. Potest illa assumi, quanta aut quantulacumque arridet; vel potius debet illa definiri tanta, quantam ostendunt Phænomena gravitatis. Res semper salva erit, si memineris, corpusculi terrei vim centrifugam posse concipi adhuc incomparabiliter minorem.

§. LVI.

Atque ita tertiam simul evitavimus difficultatem §. XLVI. Patet enim ex hactenus dictis, cur neque unus vortex motum vertiginis circa axem, neque duplicatus producat motum Planetæ circa centrum suum eo modo, quo ipse vortex rotatur. Semper enim evanescit impulsus in corpuscula cedentia lateralis præ altero verticaliter facto. Nisi igitur aliunde accederet motus vertignis terræ & Planetarum cæterorum, quiescerent illi in vorticibus suis, sine vertigine; & corpora gravia sine motu illo circulari, quo nunc ex vertigine telluris simul afficiuntur, directe descenderent.

§. LVII.

Quoniam & ex motu vertiginis sumitur contra vortices argumentum, placet rationem reddere, cur aliunde illum esse derivandum dixerim. Nego, sequi illum ex actione vorticis generalis. Impedit directio hujus motus: impedit axis vertiginis: impedit consensus vertiginis in Planeta primario & secundario. De tempore periodico nihil dicam, quoniam illius respectu medicinam nondum despero.

§. LVIII.

Sit O locus solis: ABC orbita telluris, secundum ordinem litterarum harumce ex Occidente in Orientem latæ. Erit per regulam Kepleri celeritas fluidi vorticosi major infra lineam ABC, & minor supra illam. Diximus §. XLIII. corpus ipsum telluris *beBf* impelli à fluido impingente, ejusdemque tandiu accelerari motum, donec acquirat celeritatem aliquam constantem, mediamque inter maximam fili fluidi *abc*, & minimam fili *aBγ*. Celerius itaque moveri terram in B, quam fluidum antecedens, adeoque illud circa B*f* impelli à corpore Planetico, & accumulari. Ex adverso tardius moveri terram in *b* quam fluidum insequens: itaque hoc impediri à Planeta, & accumulari circa *eb*. Inde duplex fluidi actio in Planetam. Sit *m* quasi centrum actionis fluidi in *eb* constituti, & *n* centrum reactionis fluidi in B*f* pressi: erunt directiones actionum harum secundum *mp* & *nq*. Itaque rotabitur corpus circa centrum aliquod in linea *nm* centra actionis conjungente positum; & qui- Fig. XIII.

dem secundum directionem litterarum *bfBe*, hoc est; ex Oriente in Occidentem; plane adversus naturæ consuetudinem.

§. LIX.

Ingeniosum est, quod de refluxu vir eruditus dixit: sed Hypotheseos tantum gratiâ excogitatum videtur. Vult fluidum circa *eb* accumulatum refluere in partem vacuam *e*B; & alterum circa B*f* congestum refluere in partem *fb* vacuam: eodemque refluxu simul Planetam rotari in eandem partem. Conveniret id hactenus Phænomeno: sed quærere possis, cur fluidum circa *eb*, pressum à sequenti, potius in partem *e*B feratur, quam in alteram *bf* trans Planetam festinet? cur item, quod circa B*f* premitur fluidum, potius in *fb* fluat, quam in B*e*? Cur porro tantus refluxui effectus tribuatur, ut non solum destruat impulsum fluidi directe venientis, sed motum quoque eidem contrarium Planetæ inducat? Cur in experimentis Cel. Polenii rotatio corpusculi natantis sequatur directionem, quam à fluxu nos deduximus? non eam, quam à refluxu vir ingeniosissimus? De consensu vertiginis in primario & secundario mox dicam. Patet igitur, quod ex actione vorticis generali sequeretur motus vertiginis directione sua contrarius naturali.

§. LX.

Neque id solum. Centrum hujus rotationis foret centrum motus æquali, punctum scilicet lineæ *nm*, per quod ducitur filum fluidi gyrantis illud, quod naturaliter celeritatem habet eam, quam corpus Planeticum ex diversis illis fluidi impulsibus acquisivit. Id, si à centro corporis distat, novas gignit difficultates. Sed finge illud non distare sensibiliter: hoc facto axis rotationis erit ad planum orbitæ perpendicularis; nequaquam inclinatus.

§. LXI.

§. LXI.

Denique rotatio satellitum circa axem suum dirigeretur in plagam contrariam ejus, in quam fertur vertigo primarii. Sit denuo A B C orbita telluris: & A *b* C B A vortex tellurem ambiens, qui per §. LVIII. rotabitur secundum A*b*CBA. Jam porro hujus vorticis eædem sunt leges, quæ prioris, scilicet ut celeritas decrescat cum distantiis crescentibus: igitur Luna per illius actionem rotabitur secundum *s t u x*, dum terra vertitur secundum *o p q r.* illa ex Occidente in Orientem, hæc ex Oriente in Occidentem. Nullus igitur in directione vertiginis consensus foret inter primarium & secundarios Planetas. Neque hic in subsidium advocari refluxus potest; quod si enim primarii directio per illum restituitur, destruitur tamen directio secundarii. Fig. XIV.

§. LXII.

Non igitur vertiginem à vorticibus derivare artificiis hactenus cognitis licet: Neque ideo tamen vortices rejicere; non magis ac Neutonianæ attractiones ideo rejiciuntur, quoniam plura sunt, interque illa etiam §. XXXV. ipse motus vertiginis, quorum origo ex illa theoria nondum explicari potest. Sufficit ostendisse medium, quo evitari contradictio inter vortices, & vertiginis tempora atque directionem potest. Nimirum in nostra hypothesi §. LIII. LIV. & LVI. exposita, vorticibus plane indifferens est, sive quiescat corpus centrale, sive in partem quamcumque vertatur. Hoc vero necessum erat contra objectiones à vertigine: originem vero vertiginis aliam assignare si possumus, bene est; si non possumus, ignorantiam id nostram probat, non falsitatem vorticum.

§. LXIII.

Propero ad finem: itaque non nisi unum adjungo. Si molestum est Lectoribus, quod §. XXIX. ex abrupto duplex rotationis motus affingitur strato alicui, vel orbi fluido; non miror. Sed neque hic subsistendum puto; neque intercedo, si ulteriores harum rotationum causas velint inquirere. Quin ipse id faciendum esse judico, atque, ut fieri facilius possit, nonnihil adminiculi subministrare amplius volo.

§. LXIV.

In experimentis de actione vorticum supra recensitis fieri aliter non potest, quam ut unum idemque fluidum duplici rotatione affici debeat. Sed in natura fieri omnino potest, ut duo fluida diversa sese invicem transfluant sine impedimento sensibili. Adsunt ejus rei exempla. Si vitro cylindrico parvæ altitudinis aquam includas, eandemque circa axem suum verticaliter, vel horisontaliter, vel utcunque positum celerrime rotes, non ideo impedires actionem magnetis ex altero vitri latere positi in acum magneticam ex altera & opposita parte sitam; magnetica vero per vortices explicantur Phænomena. Similiter ferrum ex polo magnetis armato pendulum non ideo cadet, si in gyrum illud circumagas velocissime. Non itaque generaliter repugnat, vorticem unum gyrare trans alterum.

§. LXV.

Quod si ergo fieri possit, ut duo se invicem vortices transfluant, hac lege, ut neuter alterum impediat, uterque autem rotetur celeritate æquali in distantiis æqualibus, & pro distantiis inæqualibus unusquisque habeat celeritates distantiis proportionales, denique in corpusculum cedens sub æqualibus circumstantiis uterque agat æqualiter: dico, fictionem hanc alteram æquipollere illi priori, quam §. XXIX. fecimus. Finge enim corpusculum in loco sphæræ vorticosæ quocunque X constitutum: impelletur illud à fluido utroque: sit corpusculum ejusdem cum fluido utroque densitatis; recipiet illud ab actione fluidi circa axem verticalem BD gyrantis impulsum aliquem rotandi in circulo, qui describitur radio XZ, & cum celeritate ut XZ. Idem corpusculum à fluido circa axem AC rotato recipiet impulsum gyrandi in circulo, qui describitur radio XY, & cum celeritate ut XY. Itaque nisus corpusculi compositus erit in circulo, qui describitur radio XO, & cum celeritate ut XO. Directio itaque corpusculi nec cedentis vortici, nec illum superantis, foret in circulo maximo sphæræ per locum corpusculi descriptæ: igitur directio corpusculi non amplius æque densi, sed fluido utrique nonnihil deorsum cedentis, erit in spirali super illius circuli plano descripta; & directio corpusculi infinite cedentis, erit in recta XO, non minus, atque id supra per alteram invenimus hypothesin. Fig. XV.

§. LXVI.

An tales in natura vortices invenire liceat, non facile dixero. Agnovit alicubi magnus scientiarum instaurator Cartesius duos apud idem sidus materiæ cœlestis vortices, quorum directiones se invicem decussent. Vide Princip. Philos. p. III. §. CVIII. CIX. sed quales §. CX. proponuntur, nostro nondum conveniunt instituto. Atque, licet eorum aliqua accommodare scopo nostro non sit impossibile, cujusmodi forent, si interiorem vorticem ultra maculæ superficiem extenderes, si vorticum per polos gyrantium impulsus finxeris alternativos, & similia: sperari tamen vix potest, ut reliquas vorticum §. LXV. requisitorum leges iisdem liceat asserere. Ita-

E ij

que omnino præstat, de specialibus nihil definire.

§. LXVII.

Manebimus, spero, Philosophi, si de rebus parum compertis taceamus. Dedimus theorema mechanicum, quo mediante præcipua gravitatis Phænomena deducere ex vorticibus licet: ostendimus, quales in natura vortices inveniri debeant, si gravitatem illis, & præcipuos Astrorum motus imputare velis: monuimus, quid in quibusdam contra vortices argumentis desiderari adhuc cum ratione possit: conciliavimus non pauca, quæ minus invicem consentire videbantur. Potuit id fieri tractatione generali, & ut plurimum abstracta. Si specialiora alii, & magis applicata desiderent, illa, fatemur, nondum esse in potestate Fortassis ita defendimus vortices, ut alteri in eorum assertione, alteri in eorumdem reprehensione per hæc nostra confirmentur. Neutrum nos male habebit. Sufficiet honori nostro, si methodum approbaverint, & tantum in hac scriptiuncula novi atque boni deprehenderint Lectores nostri, ut eandem legisse ipsos non pœniteat. Nobis, quæ hic dicta sunt, sæpius emendanda; quæ omissa sunt, lente videntur addenda: symbolum enim huic Dissertationi est illud Leopoliensis Castellani, Andreæ Maximiliani Fredro, prudens monitum.

Vis rem benè habere: lentè fac, & sæpè corrige.

EMENDATIO

Quorumdam Paragraphorum, in Dissertatione cui Lemma est :

Vis rem benè habere : lentè fac, & sæpè corrige.

§. LIII.

VISUM est aliquando, facilem ex hac difficultate exitum esse : sed præcipitato falsus fui judicio. Ita autem primò inferebam. Si corporis fluido immersi, & fluidi ipsius æquales sunt centrifugæ vires : factâ vorticis rotatione corpusculum non cedet versus interiora vorticis, sed in circulo rotabitur una cum fluido sibi contiguo. Sin vires centrifugæ corpusculi solidi sint paulo minores viribus fluidi : cedet utique nitenti ad peripheriam fluido corpusculum illi immersum, sed movebitur in linea spirali, plures circa axem vorticis gyros peractura. Id experimentis docuit Celeber. Saulmon in Comment. Acad. Scient. an. 1715. p. m. & seq. Jam, quo major est virium differentia, eo via corpusculi cedentis à circulari recedit magis magisque, & ad rectilineam accedit ; sic, ut, exponendo viam corpusculi circularem per MN, & centripetam per N*m*, in tempusculo infinite parvo, elementa semitæ M*m* angulos *m*MC semper acutiores faciant cum radio MC. Quod si itaque corpusculum solidum fingatur habere vim centrifugam incomparabiliter minorem vi fluidi ipsius : evanescet angulus *m*MC, incidetque via M*m* in radium MC; erit enim hoc casu MN respectu lineolæ N*m* incompa- Fig. XII.

rabiliter parva. Igitur in tali vortice corpusculum cedens movebitur in linea recta MC, sine sensibili motu laterali, extra illam faciendo.

§. LIV.

Rectè id quidem; sed linea MC ipsa movebitur cum vortice in gyrum. Itaque si motus corpusculi cedentis absolutus considerari debeat; erit ille compositus, ex motu proprio corpusculi in linea MC; & ex motu communi ipsius lineæ MC una cum vortice suo translata. Etsi igitur motus corpusculi proprius fiat in directione MC rectilinea; non id tamen sufficit Phænomeno gravitatis naturalis quoad directionem rectilineam, & horisonti perpendicularem; præcipue in nostris vorticibus, ubi omnes rotationes fiunt in circulis sphæræ maximis.

§. LV.

Quod si igitur cavendum est, ne corpusculum solidum à duplici mea rotatione §. 29. impulsum, præter appropinquationem ad centrum, participes etiam ex motu circulari utrinque impresso, adeoque spirales describat in plano per centrum vorticis transeunte: adhibendum erit medium, quod se à principio statim animo obtulit meo, sed ideo hactenus rejectum, & nonnisi in casum necessitatis asservatum fuit, quoniam id simplicitati hypotheseos præjudicat. Duplicandi sunt denuo vortices nostri, ad exemplum vorticis magnetici. Recte Cartesius & alii duos magneti vortices vindicant, à Polo ad Polum gyrantes, contrarios sibi, & quam proxime æquales; quorum neuter alterum impedit, & quorum opera fit, ut suspensæ circa magnetem sphæricum in capsula positum acus nondum excitatæ, dirigantur in situs ad superficiem magnetis perpendiculares. Equidem, si duo fingas fluida sibi invicem occurrentia rotationibus contrariis, neutrius motum circularem sequi corpusculum poterit: itaque via ejus ex spirali recta fiet ad centrum vorticis directa. Difficile hoc remedium est, fateor, & quo lubens carerem. Cum tamen ejus rei exemplum in magnetibus detur, atque inde jam à Cartesio translatum sit ad sidera, (*vide Princip. Philos. p. III.* §. 110.) præstat hoc, quam nihil, dicere.

§. LVI.

Ita vero & tertiam evitabimus difficultatem. Patet ex dictis, quomodo cavendum sit, ne vortex circa axem unum factus telluri motum vertiginis imprimat, vel vortex circa binos axes rotatus corpori centrali motum imprimat rotatorum; illi enim simplici circa eundem axem simplex alius contrariâ directione latus, huic vero opponendus est alius circa eosdem axes in contrarium gyrans vortex compositus. Ita enim elidentur impulsus fluidorum circulares in corpusculum sibi immersum. Atque adeo, nisi aliunde accederet motus vertiginis Terræ & Planetarum Cœlorum, quiescerent illi in vorticibus suis; & corpora gravia sine motu illo circulari, quo nunc ex vertigine telluris simul afficiuntur, directe descenderent.

§. LXIV.

In experimentis de actione vorticum supra §. 27. recensitis fieri aliter non potest, quam ut unum idemque fluidum duplici rotatione affici debeat. Sed in natura fieri utique potest, ut duo & plura etiam fluida sese invicem sine impedimento transfluant sensibili. Potest igitur si malis, id quod §. 23. & seq. per duplicem unius fluidi rotationem quæsivimus, fieri per duo fluida se invicem decussantia. Fateor rem fieri difficilem, si §. 23. & seq. cum §. LV. componas: ita enim quatuor fluida exsurgent, trans se invicem gyrantia. Neque præsto est exemplum penitus simile: etsi trium vorticum exempla non desint. Si enim vitro cylindrico parvæ altitudinis aquam includas, eandemque circa axem suum verticaliter, vel horisontaliter, vel utcunque positum, celerrime rotes, non ideo impedires actionem magnetis ex alterutro vitri latere siti in acum magneticam ex opposita parte sitam. Habemus vero hîc vortices à magnete duos, & unum aquæ gyrantis. Ita nec rotatio ferri ex polo magnetis armato pendentis impedit actiones vorticis utriusque magnetici.

§. LXV.

Quod si ergo fieri possit, ut plures se invicem vortices transfluant hac lege, ut nullus alterum impediat, singuli autem rotentur celeritate æquali in distantiis æqualibus, & pro distantiis inæqualibus unusquisque habeat celeritates distantiis proportionales, denique in corpusculum cedens sub æqualibus circumstantiis singuli agant æqualiter: dico fictionem hanc novam, æquipollere illis, quas §. 29. & 55. fecimus. Facilitatis gratiâ consideremus duos tantum vortices, quos composito ante memorato §. 29. æquipollentes credimus futuros. Sit corpusculum solidum in loco sphæræ vorticosæ quocunque X constitutum: impelletur illud à fluido utroque: sit corpusculum ejusdem cum fluido vis centrifugæ: recipiet illud ab actione fluidi circa axem verticalem BD gyrantis impulsum aliquem rotandi in circulo, qui describitur radio XZ, & cum celeritate ut XZ. Idem corpusculum, à fluido circa axem horisontalem AC rotato, recipiet impulsum gyrandi in circulo, qui describitur radio XY, & cum celeritate ut XY. Itaque nisus corpusculi compositus erit in circulo, qui describitur radio XO, & cum celeritate ut XO. Directio igitur corpusculi nec cedentis fluido, nec idem superantis foret in circulo sphæræ maximo per punctum X descriptæ. Igitur directio corpusculi nonnihil cedentis foret in spirali super illius circuli plano descripta: &, si singuli vortices duplicentur ex §. 55. directio corpusculi cedentis erit in recta XO, tendens ad centrum vorticis. Ista igitur in abstracto dicta sufficiant.

Fig. XV.

§. LVI.

.... Cartesius duos, imo tres, apud....

FINIS.

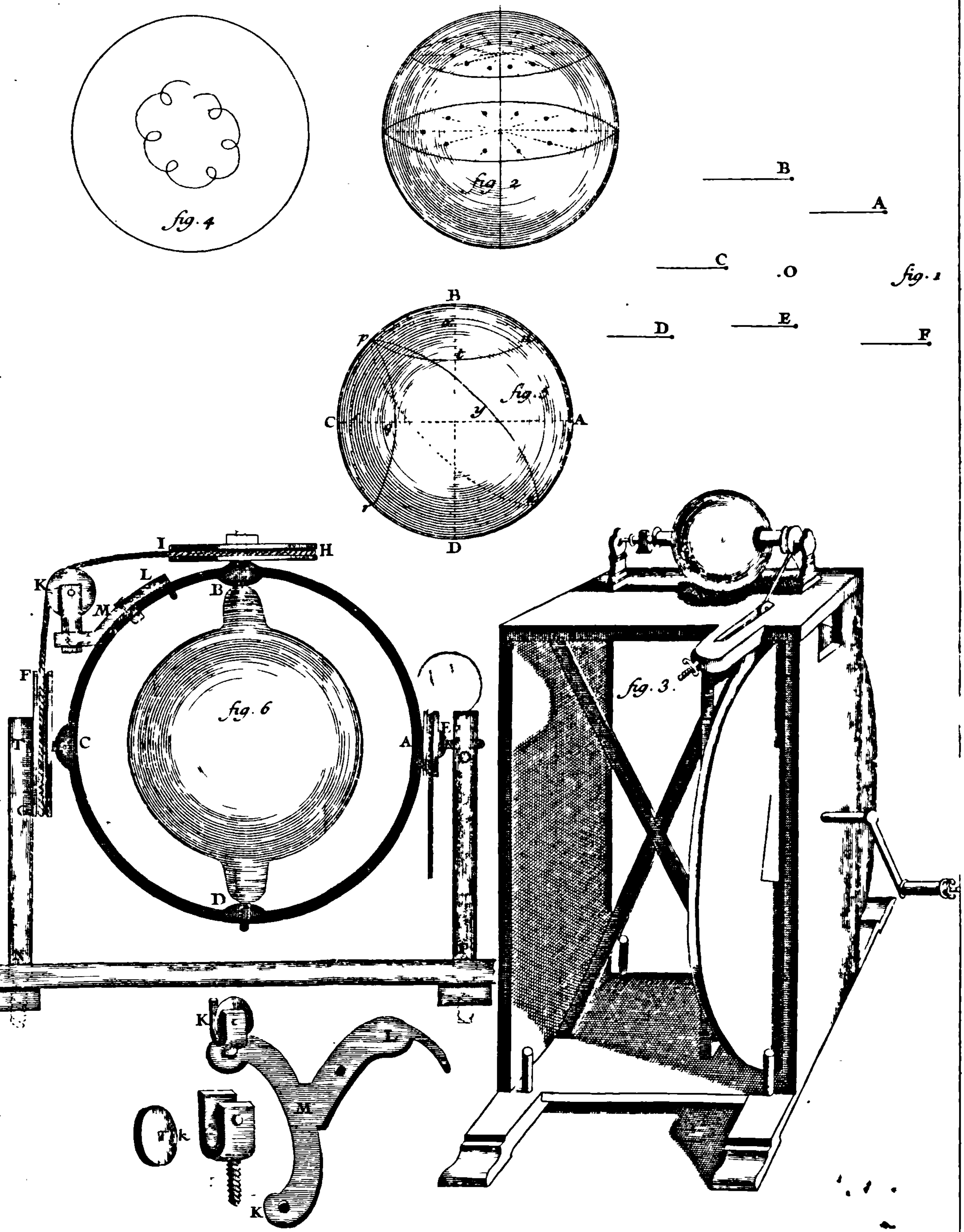


fig. 4
fig. 2
B
A
C
.O
fig. 1
D
E
F
fig. 5
fig. 6
fig. 3

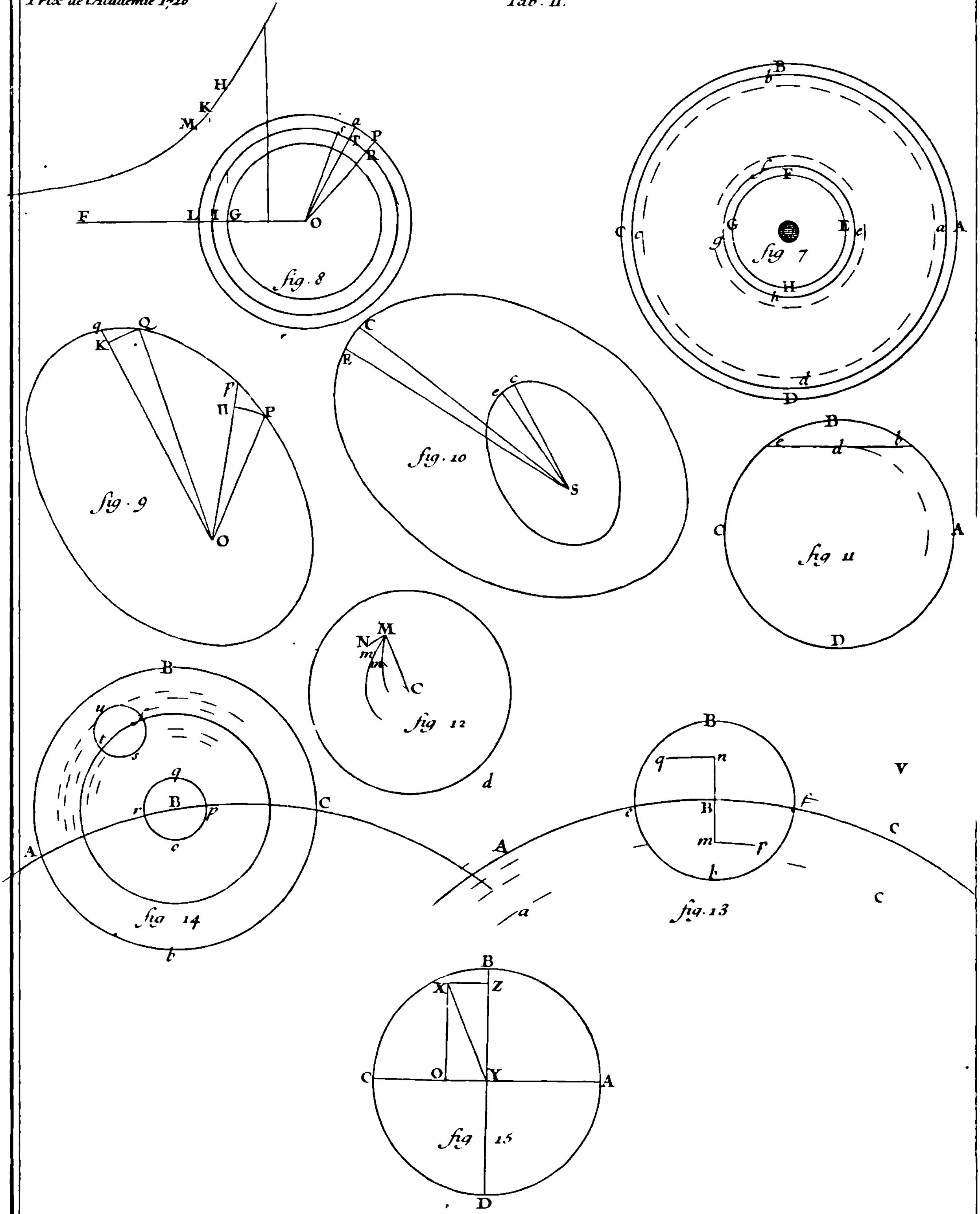
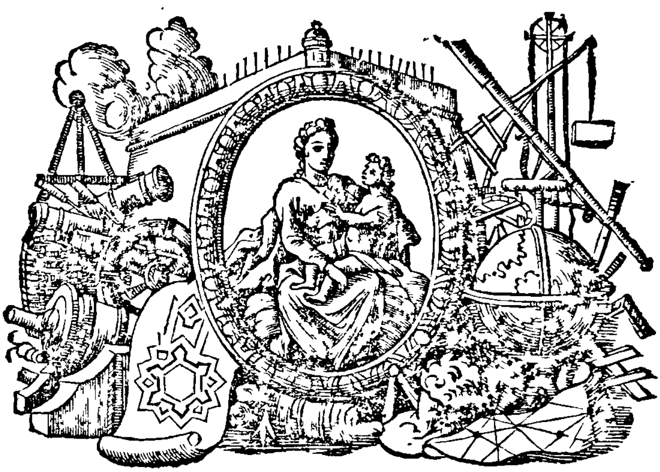


fig. 8
fig 7
fig. 9
fig. 10
fig 11
fig 12
fig 14
fig. 13
fig 15

DE LA METHODE D'OBSERVER EXACTEMENT SUR MER LA HAUTEUR DES ASTRES.

PIECE QUI A REMPORTE' LE PRIX
proposé par l'Academie Royale des Sciences
pour l'année 1729.

Par Monsieur BOUGUER, *Professeur Royal en Hydrographie au Croisic, & Membre de l'Academie Royale de Bordeaux.*



A PARIS, RUE S. JACQUES,
Chez CLAUDE JOMBERT, au coin de la ruë des Mathurins, à l'Image Notre-Dame.

M. DCC. XXIX.

Avec Approbation & Privilege du Roy.

PRIVILEGE DU ROY.

LOUIS par la grace de Dieu Roy de France & de Navarre : A nos amez & feaux Conseillers, les Gens tenans nos Cours de Parlement, Maîtres des Requêtes ordinaires de notre Hôtel, Grand Conseil, Prevôt de Paris, Baillifs, Sénéchaux, leurs Lieutenans Civils, & autres nos Justiciers qu'il appartiendra, Salut. Notre bien amé & feal le *Sieur Jean-Paul Bignon*, *Conseiller ordinaire en notre Conseil d'Etat*, *& Président de notre Académie Royale des Sciences*, Nous ayant fait très-humblement exposer, que depuis qu'il nous a plû donner à notredite Académie, par un Réglement nouveau, de nouvelles marques de notre affection, elle s'est appliquée avec plus de soin à cultiver les Sciences, qui font l'objet de ses exercices; ensorte qu'outre les Ouvrages qu'elle a déja donnez au Public, elle seroit en état d'en produire encore d'autres, s'il Nous plaisoit lui accorder de nouvelles Lettres de Privilége, attendu que celles que Nous lui avons accordées en datte du 6. Avril 1699. n'ayant point de tems limité, ont été déclarées nulles par un Arrêt de notre Conseil d'Etat du 13. Août 1713. Et désirant donner au Sieur Exposant toutes les facilitez & les moyens qui peuvent contribuer à rendre utiles au Public les travaux de notredite Académie Royale des Sciences, Nous avons permis & permettons par ces Présentes à ladite Académie, de faire imprimer, vendre ou débiter dans tous les lieux de notre obéissance, par tel Imprimeur qu'elle voudra choisir, en telle forme, marge, caractére, & autant de fois que bon lui semblera, *toutes ses Recherches ou Observations journaliéres, & Relations annuelles de tout ce qui aura été fait dans les Assemblées*; comme aussi *les Ouvrages, Mémoires ou Traitez de chacun des Particuliers qui la composent*, & généralement tout ce que ladite Académie voudra faire paroître sous son nom, après avoir fait examiner lesdits Ouvrages, & jugé qu'ils sont dignes de l'impression; & ce pendant le tems de *quinze années* consécutives, à compter du jour de la datte desdites Présentes. Faisons défenses à toutes sortes de personnes de quelque qualité & condition qu'elles soient, d'en introduire d'impression étrangere dans aucun lieu de notre Royaume; comme aussi à tous Imprimeurs, Libraires & autres, d'imprimer, faire imprimer, vendre, faire vendre, débiter ni contrefaire aucun desdits Ouvrages imprimez par l'Imprimeur de ladite Académie; en tout ni en partie, par extrait, ou autrement, sans le consentement par écrit de ladite Académie, ou de ceux qui auront droit d'eux : à peine contre chacun des contrevenans de confiscation des Exemplaires contrefaits au profit de sondit Imprimeur : de trois mille livres d'amende, dont un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, un tiers audit Imprimeur, & l'autre tiers au Dénonciateur, & de tous dépens, dommages & interêts; à condition que ces Présentes seront enregistrées tout au long sur le Registre de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris, & ce dans trois mois de ce jour : que l'impression de chacun desdits Ouvrages sera faite dans notre Royaume & non ailleurs, & ce en bon papier & en beaux caractéres, conformément aux Réglemens de la Librairie; & qu'avant de les exposer en vente, il en sera mis de chacun deux Exemplaires dans notre Bibliothéque publique, un dans celle de notre Château du Louvre, & un dans celle de notre très-cher & féal Chevalier Chancelier de France le Sieur Daguesseau; le tout à peine de nullité des Présentes. Du contenu desquelles vous mandons & enjoignons de faire jouir ladite Académie, ou ses ayans cause, pleinement & paisiblement, sans souffrir qu'il leur soit fait aucun trouble ou empêchement. Voulons que la copie desd. Présentes qui sera imprimée au commencement ou à la fin desd. Ouvrages, soit tenuë pour dûëment signifiée, & qu'aux copies collationnées par l'un de nos amez & feaux Conseillers & Secretaires, foi soit ajoutée comme à l'original. Commandons au premier notre Huissier ou Sergent de faire pour l'execution d'icelles tous actes requis & nécessaires, sans demander autre permission, & nonobstant clameur de Haro, Charte Normande, & Lettres à ce contraires. Car tel est notre plaisir. Donné à Paris le 29 jour du mois de Juin, l'an de grace 1717, & de notre Regne le deuxiéme. Par le Roi en son Conseil.

Signé, FOUQUET.

Il est ordonné par l'Edit du Roy du mois d'Août 1686. & Arrêt de son Conseil, que les Livres dont l'impression se permet par Privilege de Sa Majesté, ne pourront être vendus que par un Libraire ou Imprimeur.

Registré le présent Privilege, ensemble la Cession écrite ci-dessous, sur le Registre IV. de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris, p. 155. N. 205. conformément aux Réglemens, & notamment à l'Arrêt du Conseil du 13. Août 1703. A Paris le 3. Juillet 1717.

Signé, DELAULNE, *Syndic.*

Nous soussigné Président de l'Académie Royale des Sciences, déclarons avoir en tant que besoin cedé le présent Privilege à ladite Académie, pour par elle & les differens Académiciens qui la composent, en jouir pendant le tems & suivant les conditions y portées. Fait à Paris le 1. Juillet 1717. *Signé*, J. P. BIGNON.

DE LA MÉTHODE D'OBSERVER EXACTEMENT SUR MER LA HAUTEUR DES ASTRES.

—— Oculosque sub astra tenebat.

Virg. Mar. Ænei. Lib. V.

LORSQUE l'Academie Royale des Sciences propose aux Sçavans de toutes les Nations, de déterminer *quelle est la meilleure Méthode d'observer les hauteurs sur Mer, par le Soleil & par les Etoiles, soit par des instrumens déja connus, soit par des instrumens de nouvelle invention*, Elle montre dans cette rencontre, comme dans toutes les autres, l'extrême attention qu'elle a pour l'utilité publique, & pour la perfection des Arts. Elle ne pouvoit pas choisir en effet de matiere plus importante, & qui interressât davantage les Marins. Car réduits en Mer à ne pouvoir trouver que la seule latitude, avec un peu de précision, les Pilotes ne ſçavent point trop ce qu'ils doivent penſer des inſtrumens dont ils ſe ſervent ; & il ne paroît pas non plus que les Hydrographes aïent pris beaucoup de ſoin de les en inſtruire. Heureuſement rien n'eſt plus propre à porter les Sçavans à faire tous leurs efforts, pour tâcher de ſupléer à ce défaut, que l'invitation que fait aujourd'hui l'ACADEMIE. Je me ſuis auſſi laiſſé entraîner par l'eſperance, peut-être, trop flateuſe, de pouvoir mériter les ſuffrages de cette célébre Compagnie : mais je ne propoſe mes idées, qu'après les avoir examinées avec le dernier ſcrupule ; & qu'après avoir fait attention, que le Tribunal devant lequel j'oſe parler, diſtingue le vrai du faux, à ſes moindres caracteres.

§. I.

On peut diviſer en deux eſpeces différentes, tous les inſtrumens qu'on peut emploïer ſur Mer, pour obſerver la hauteur des Aſtres. Les premiers, qui paroiſſent être d'un uſage beaucoup plus commode à terre, ont un fil à plomb, ou bien ils prennent d'eux-mêmes, par leur peſanteur, une ſituation horiſontale. Nous avons de ce nombre le quart de cercle ordinaire des Aſtronomes, l'aſtrolabe, l'anneau aſtronomique, l'Hémiſphere nautique de *Michel Cognet*, &c. Les autres inſtrumens, comme le bâton aſtronomique de *Gemma*, l'arbaleſtrille, le quartier Anglois, &c. ſont ceux qui ont beſoin d'horiſon & qui ne peuvent ſervir qu'en Mer ; parce que l'Obſervateur eſt obligé, pour les ajuſter, de prendre pour ligne horiſontale, le raïon viſuel tiré de ſon œil à la ſéparation aparente de la Mer & du Ciel. C'eſt de ces derniers inſtrumens dont on ſe ſert depuis aſſez long-tems dans la Marine, mais peut être s'eſt on déterminé un peu trop-tôt en leur faveur ; car eſt-il certain qu'on ne pourroit pas à l'aide d'une bonne ſuſpenſion, garantir les premiers des plus grandes agitations du vaiſſeau ? Ce doute nous engage à examiner principalement les inſtrumens de la premiere eſpece; ceux qui prennent d'eux-mêmes leur ſituation. Nous ferons enſuite nôtre choix : Et afin de ne rien omettre ſur le ſujet dont il s'agit, nous ajouterons une ſeconde Partie, dans laquelle nous parlerons des corrections, dont la hauteur a beſoin.

PREMIERE PARTIE.

Examen des Inſtrumens, qui ſont les plus propres pour obſerver en Mer la hauteur des Aſtres.

CHAPITRE PREMIER.

Deſcription des Inſtrumens qui portent avec eux leur horiſon ; & premierement de l'Aſtrolabe.

§. II.

SI on examinoit d'abord la maniere de ſuſpendre les Inſtrumens de la premiere eſpece, & ſi on trouvoit qu'on ne le peut pas faire d'une maniere aſſez parfaite, on pourroit ſe diſpenſer de parler enſuite de ces ſortes d'Inſtrumens. Mais comme nous nous propoſons toujours d'en dire quelques choſes, nous croïons qu'il eſt plus à propos de ne travailler à leur ſuſpenſion, qu'après que nous aurons choiſi celui qui eſt le plus exact & le plus commode. Les Figures 1, 2, 3, 4 & 5. repréſentent à peu près tous ces Inſtrumens dont on s'eſt ſervi, ou dont on pourroit ſe ſervir dans la Marine. Le premier eſt l'aſtrolabe des Pilotes, bien différent des trois aſtrolabes des Aſtronomes, qui ne ſont autre choſe que des Planiſpheres, qu'on attribuë à *Ptolomée*, à *Gemma*, & à *Royas*. L'aſtro- Fig. 1.

labe des Marins eſt un gros cercle de cuivre de 8 ou 9 pouces de diametre, dont la circonférence eſt partagée en quatre parties égales par les deux diametres KL & HI; & dont chaque partie eſt diviſée en 90 degrez. Il a de plus une allidade ou regle mobile BD apliquée au centre C, & qui porte à ſes deux extremitez, deux pinnules B & D. On ſuſpend cet inſtrument par la boucle A; & dirigeant enſuite l'allidade BD vers l'aſtre, on trouve la hauteur marquée en F ou en E.

§. III.

Il n'eſt pas néceſſaire d'expliquer comment on graduë cet inſtrument; mais il eſt à propos de dire un mot d'un défaut conſidérable que nous avons remarqué dans la conſtruction de tous ceux que nous avons vû. C'eſt qu'au lieu de placer les deux pinnules vers les deux extremitez de l'allidade, en mettant entre elles le plus grand éloignement qu'il eſt poſſible, les Pilotes les faiſoient placer au contraire vers le centre à environ deux pouces de diſtance l'une de l'autre. Le Pere *Fournier* qui autoriſe cet uſage dans ſon *Hydrographie*, veut qu'on s'y conforme, afin que le centre de gravité de l'inſtrument ne ſoit point ſujet à changer de place lorſqu'on fait tourner l'allidade; ou pour me ſervir des propres termes de ce bon Pere, *afin que l'allidade ou regle qui porte les pinnules, ſoit inſenſible en quelque ſituation qu'elle ſoit, au reſpect du poids de l'Inſtrument* Mais il eſt certain qu'auſſi-tôt que l'allidade eſt bien en équilibre, autour du centre C, on peut la faire tourner, ſans craindre que ſon centre de gravité change de place, ni que celui de tout l'Inſtrument en change auſſi. Il n'y a que le centre d'oſcillation qui ne reſte pas toujours dans le même endroit. Mais comme il eſt démontré que ce centre eſt toujours ſitué dans tous les corps, ſur la ligne droite qui paſſe par leur point de ſuſpenſion & par leur centre de gravité, ce centre ne doit faire ſimplement que monter ou deſcendre un peu, le long du diametre K L, lorſqu'on fait tourner l'allidade ; & ainſi ce doit être préciſement la même choſe, que s'il reſtoit toujours dans le même endroit.

§. IV.

Pour nous, nous ſoupçonnerions que les Pilotes n'aprochoient ainſi les deux pinnules l'une de l'autre, qu'afin d'avoir enſuite plus de facilité à diriger l'allidade vers l'Aſtre. Mais ils ne remarquoient pas que cette facilité portoit préjudice à l'exactitude. Ils dirigeoient, il eſt vrai, plus aiſément l'allidade : mais ce n'étoit que parce qu'ils ſe contentoient de le faire avec moins de juſteſſe ; ou que parce qu'ils voïoient moins bien enſuite l'erreur qu'ils pouvoient commettre. En effet ſi dans un grand aſtrolabe, les deux pinnules ſont, par exemple, éloignées l'une de l'autre de 16. pouces, on ne pourra pas en dirigeant l'allidade ſe tromper de 3 ou 4 minutes, ſans qu'on s'en aperçoive auſſi-tôt : car le raïon de lumiere qui paſſe à travers d'une des pinnules, au lieu de venir tomber exactement ſur le milieu de l'autre, en tombera à un ſixiéme ou à un ſeptiéme de ligne, & cette petite quantité commence à être ſenſible. Mais ce ne feroit plus la même choſe, ſi on raprochoit les deux pinnules, & qu'on les mît à quatre ou cinq fois moins de diſtance l'une de l'autre : il eſt évident qu'il faudroit alors, que l'erreur fût quatre ou cinq fois plus grande, pour qu'elle ſe manifeſtât auſſi ſenſiblement. C'eſt pourquoi il n'y a point de doute, qu'on ne doive toujours mettre entre les pinnules, la plus grande diſtance qu'il eſt poſſible.

De l'Anneau Aſtronomique.

§. V.

La ſeconde figure repréſente l'anneau aſtronomique, Fig. 2.

A iij

qui eſt un gros anneau de cuivre, qu'on ſuſpend par la boucle A, comme l'aſtrolabe; mais qui a un petit trou en B, par lequel on fait paſſer la lumiere du Soleil; & cette lumiere venant ſe projetter en D, dans la partie interieure de l'anneau, marque la hauteur de l'Aſtre. Le petit trou B doit être éloigné du point de ſuſpenſion A, d'environ 45 degrez ou de la huitiéme partie de la circonférence, afin que l'Inſtrument puiſſe ſervir à obſerver les grandes & les petites hauteurs avec la même exactitude. On voit auſſi aſſez que la ſurface interieure de la demie circonférence GDH, qui eſt ſujette à recevoir les raïons de lumiere, doit être diviſée en 90 parties, pour tenir lieu de degrez; & que ces parties doivent être ſubdiviſées en d'autres plus petites, pour marquer les minutes.

§. VI.

Cette graduation de l'anneau aſtronomique eſt un peu plus difficile à faire que celle de l'aſtrolabe. Car le petit trou B étant pris pour centre, on eſt obligé de décrire le quart de cercle FE, compris entre la ligne horiſontale BE & la ligne verticale BF; & après avoir diviſé ce quart de cercle en degrez, il faut tendre un fil ou bien tirer des lignes droites du centre B à tous les points de diviſion, & ce ſont ces lignes qui déterminent les degrez ſur la demie circonférence GDH de l'anneau. Tous les Auteurs qui ont parlé de cet Inſtrument, preſcrivent ordinairement cette conſtruction. Mais il ne paroît pas qu'ils aïent fait attention à toute la néceſſité qu'il y a de la ſuivre; car ils n'en ont point parlé. Cependant on rendroit preſque toujours la graduation très-défectueuſe, ſi ſans ſe donner la peine de tracer le quart de cercle EDF, & de tirer toutes les lignes BL, BN &c, on ſe contentoit de diviſer immédiatement la demie circonférence GDH en 90 parties égales. Cette méthode reviendroit à l'autre, ſi le demi cercle GDH étoit géométriquement parfait; mais elle s'en éloigneroit presque toujours sensiblement dans la pratique, parce que l'anneau n'est jamais rond dans la derniere rigueur.

§. VII.

Pour voir évidemment ce que nous avançons ici, on n'a qu'à suposer que l'arc G *r* D n'est pas exactement circulaire, & qu'il s'éloigne en *r* de l'arc de cercle GKD de la petite quantité *r* K. Cette quantité peut aller fort aisément à un cinquiéme ou à un quart de ligne sans qu'on s'en aperçoive : car ce n'est pas ici la même chose que lorsqu'il s'agit d'un cercle tracé sur un plan. On peut vérifier sans aucune peine l'exactitude de ce dernier, en apliquant un compas à son centre : mais on ne peut pas vérifier avec la même facilité la rondeur de la surface intérieure de l'anneau ; parce qu'outre que cette surface pourroit être exactement circulaire par ses deux bords, & ne l'être pas par le milieu, il y a encore assez de difficulté à déterminer son centre. Mais suposons donc qu'il s'en faut la quantité *r* K que l'anneau ne soit exactement rond en *r* : il est évident que ce défaut n'empêchera pas qu'on ne détermine, par exemple, exactement le point R du 15me degré de hauteur, si du point L qui marque le 15me degré, sur le quart de cercle EDF, on tire la ligne droite LKB au point B. Mais il y auroit de l'erreur, si pour marquer le 15me degré on prenoit sur la surface interieure de l'anneau, la moitié de l'arc GP qui répond à 30 degrez : car on trouveroit alors le point *r* qui seroit situé sur le sémi-diametre CK & qui différeroit du point R, du petit espace *r* R, presqu'égal à *r*K. Ainsi, si *r*K étoit effectivement d'un cinquiéme ou d'un quart de ligne, *r*R seroit à peu près d'autant, & causeroit parconsequent une erreur assez considérable dans la graduation. C'est ce qui montre qu'on ne doit pas diviser l'anneau astronomique, en se contentant de faire par le moïen du compas tous ses degrez égaux : mais qu'on doit emploïer le quart de cercle E D F, pour trouver principalement les premieres divisions vers G & les dernieres vers H. Au surplus l'anneau astronomique est d'un usage assez commode, aussi-tôt que le peu d'agitation du Vaisseau laisse la liberté de s'en servir. Aussi raporte-t-on que feu M. de Chazelles l'emploïoit avec beaucoup de succès dans ses voïages sur la Méditerranée.

Description de quelques autres Instrumens proposez par différens Auteurs.

§. VIII.

Outre les deux Instrumens précedens dont on a fait un long usage dans la Marine, on en a proposé plusieurs autres, ausquels on attribuoit quelques avantages particuliers. On a de ce nombre l'Hémisphere nautique de *Michel Cognet*, d'Anvers, qui prétendoit non-seulement observer en Mer la hauteur du Soleil, mais qui vouloit aussi que son Instrument servît de Cadran, & qu'il fît trouver en même-tems la latitude de l'endroit où l'on est. Le seul nom d'Hémisphere suffit pour donner une idée de la figure de cet Instrument. On l'orientoit par le moïen d'une Boussole; & la hauteur du Soleil se mesuroit sur un demi cercle mobile qui servoit d'azimuth ou de vertical, & qui représentoit la moitié supérieure d'un astrolabe.

§. IX.

Fig. 3. On voit dans la Figure 3 le demi cercle de M. *Meynier*, actuellement Professeur Royal en Hydrographie au *Havre de Grace*. Ce demi cercle se suspend par la boucle A; & le raïon du Soleil passant par la pinnule C, qui répond au centre, vient se rendre en E dans la partie interieure de l'arc, & fait connoître la hauteur comme dans l'anneau astronomique. Cet instrument peut être aussi d'usage

la

la nuit, pour obſerver la hauteur des Etoiles : mais aparemment qu'on le ſuſpend dans un ſens contraire, & qu'on viſe à l'Etoile par la pinnule du centre & par une autre pinnule ſituée ſur la circonférence. Nous ne connoiſſons ce demi cercle que pour en avoir vû une deſcription très-ſuccinte * : mais nous ne doutons point que ſon ſçavant Auteur ne lui procure une ſituation conſtamment horiſontale, malgré le poid de la pinnule qui eſt ſituée ſur la circonférence, & qu'on eſt obligé de faire monter ou deſcendre ſelon que les hauteurs ſont plus ou moins grandes.

§. X.

La Figure 4 repréſente un quart de cercle, dont on pourroit ſe ſervir de la même maniere que du demi cercle de M. *Meynier ;* mais qui ne ſeroit propre que pour obſerver la hauteur du Soleil. On ſuſpendroit ce quart de cercle par la boucle A, & faiſant paſſer la lumiere du Soleil par le petit trou C, elle viendroit marquer en E la hauteur. Enfin on voit dans la Figure 5 un autre quart de cercle qui ne differe du précédent qu'en ce qu'il ne prend pas de lui-même ſa ſituation & qu'il faut la lui donner, en plaçant horiſontalement ſon côté BC, par le moïen d'un niveau à air HI qui y eſt attaché. On peut apliquer le niveau de la même façon à pluſieurs autres inſtrumens [a] : c'eſt ce qui fut propoſé la premiere fois dans les aſſemblées qui ſe tenoient à Paris, chez le fameux M. *Thevenot*, & ce qu'on communiqua enſuite aux Académies de Londres & de Florence. Fig. 4. Fig. 5.

§. XI.

Au ſurplus, comme tous les Inſtrumens qui portent

* Dans l'Hiſtoire de l'Academie Royale des Sciences de l'année 1724. *pag.* 93.

a Voyez la quatriéme partie des voyages de M. Thevenot.

leur horiſon avec eux, ſe raportent aiſément à ceux dont nous venons de parler, il n'eſt nullement beſoin de nous répandre dans de plus longues deſcriptions, ni de multiplier davantage nos Figures. Nous ne faiſons point mention ici du quart de cercle des Aſtronomes; parce qu'il paroît aſſez que cet Inſtrument, qui eſt très-exact à terre, le ſeroit très-peu ſur un Vaiſſeau, à cauſe de la double agitation à laquelle il ſeroit ſujet; ſçavoir à ſon agitation propre, & à celle de ſon fil à plomb. Il n'en eſt pas de même de la plûpart des Inſtrumens dont on vient de parler; car ils ne ſont expoſez qu'à leurs ſeuls & propres balancemens, & ils ſont donc par cette raiſon beaucoup plus commodes pour la Mer. On ne gagneroit rien auſſi de ſubſtituer à la place du fil à plomb, une regle chargée d'un poid par ſon extremité d'enbas : car outre qu'elle ſeroit expoſée à la même agitation, elle donneroit encore beaucoup plus de priſe au choc du vent. Ainſi dans le deſſein où nous ſommes de marquer quels ſont les Inſtrumens qu'on doit préferer ſur Mer, nous n'avons qu'à examiner ſimplement ceux que nous avons repréſentez dans nos cinq premieres Figures.

CHAPITRE II.

Du choix qu'on doit faire entre les Inſtrumens décrits dans le Chapitre précédent.

§. XII.

IL ſemble d'abord que quelques-uns de ces Inſtrumens ſont préférables aux autres, parce qu'ils peuvent ſervir la nuit pour prendre hauteur aux Etoiles. Mais pour peu qu'on y faſſe attention, on reconnoît qu'il n'y en a aucun de cette eſpece, qui ſoit propre à cette obſervation, & qui ait à cet égard un avantage bien réel ſur les autres.

Qu'on se serve de l'astrolabe ou du demi cercle de la Figure ; en le changeant de disposition, il faudra pour observer la hauteur d'une Etoile, la regarder par deux pinnules ; mais comme la premiere de ces pinnules ne sera percée que d'un très-petit trou, il sera extrémement difficile de viser exactement à l'Etoile, pendant que l'Instrument d'un côté & l'Observateur de l'autre, seront toujours exposez à quelque mouvement. Pour se convaincre de ce que nous disons ici, on n'a qu'à tâcher de prendre à terre la hauteur de quelque Etoile avec l'astrolabe, ou avec quelqu'autre Instrument suspendu de la même maniere : on verra combien on est incommodé par les plus petits balancemens que le vent imprime à l'astrolabe. L'Etoile sera difficile à saisir ; on perdra du tems à diriger la regle mobile ; & l'Instrument une fois agité par le vent ou par la main de l'Observateur, ne reprendra pas ensuite tout d'un coup sa situation verticale. Voilà déja bien des difficultez : mais on en trouvera encore de bien plus considérables, sur un Vaisseau : car l'agitation de l'Instrument sera entretenuë & continuée par le mouvement qu'a toujours le Navire, & le Pilote sera obligé en même-tems, pour se soutenir, de s'apuïer alternativement sur l'une & l'autre jambe, de s'incliner de part & d'autre, & de prendre je ne sçai combien de différentes postures. Il n'est pas possible d'exprimer toutes ces situations : mais il est toujours évident qu'elles ne permettront point de regarder par les pinnules, ni d'apliquer l'œil à l'allidade. Il faut en un mot, pour qu'un Pilote puisse observer en Mer la hauteur des Etoiles, qu'il ôte à son Instrument la liberté de se mouvoir & qu'il l'assujetisse contre son œil, de maniere qu'il ne soit sujet à aucune autre agitation qu'à celle qu'il reçoit lui-même du Vaisseau. Mais il faudroit pour cela que l'Instrument eût raport à l'arbalestrille ou au quartier Anglois : car, comme il ne prendroit plus de lui-même sa situation horisontale, le Pilote seroit obligé, pour la lui donner, de se servir de l'horison sensible ou visuel.

§. XIII.

Il faut remarquer que ceci eſt conforme à ce que penſent les gens du Métier ſur ce ſujet. Car le *Pere Fournier*, par exemple, qui avoit une longue expérience de la Mer, & dont l'autorité doit être par conſequent d'un très-grand poid dans un pareil fait, inſinuë (pag. 370.) de ſon *Hydrographie*, qu'on ne peut point ſe ſervir de l'aſtrolabe, pour obſerver la hauteur des Etoiles. Il eſt vrai qu'on n'avoit point encore réuſſi de ſon tems à diminuer l'agitation de l'Inſtrument, en le ſuſpendant d'une maniere particuliere. Mais on peut aſſurer que quelque parfaite que ſoit la ſuſpenſion qu'on inventera, l'Inſtrument ſera toujours ſujet à quelques balancemens, & à quelques ſecouſſes irrégulieres, qui ne s'accorderont point avec celles de l'Obſervateur : & il eſt clair qu'il n'en faut pas davantage pour empêcher d'apliquer l'œil à une pinnule fort étroite, & de viſer à un objet tel qu'une Etoile.

§. XIV.

Cela ſupoſé, on ne doit conſiderer les Inſtrumens qui portent leur horiſon avec eux, que dans le ſimple uſage qu'on en peut faire pour obſerver la hauteur du Soleil, & on n'a donc ici ſimplement qu'à examiner leſquels ſont les plus propres pour cette obſervation. Il faut choiſir d'abord ceux qui ont de plus grands degrez : car on ſçait que c'eſt de cette grandeur que dépend principalement l'exactitude des opérations. Elle en dépend même de deux manieres ; parce que, 1°. Le Fabricateur commet moins d'erreur en conſtruiſant l'Inſtrument ; & parce que, 2°. L'Obſervateur en commet auſſi moins lorſqu'il s'en ſert. Il eſt certain que quelque ſoin qu'aporte un Ouvrier lorſqu'il place les pinnules, & lorſqu'il fait les diviſions des degrez, il peut toujours ſe tromper de quelques petites quantitez ; au moins de celles qui ſe refuſent à nos regards. Or ces petites erreurs deviennent moins conſidérables à meſure que les degrez de l'Inſtrument ſont plus grands. Si, par exemple, ces erreurs ſont de la dixiéme partie d'une ligne, elles ne produiront qu'une minute dans un certain Inſtrument : au lieu qu'elles en produiroient trois ou quatre dans un autre dont les degrez ſeroient trois ou quatre fois plus petits. Ce ſera auſſi la même choſe pour l'Obſervateur ; il croira que l'allidade ſe trouvera préciſement ſur une certaine diviſion, ou que le raïon de l'Aſtre viendra s'y rendre exactement : mais il s'en manquera toujours quelque choſe ; & cette erreur ſe trouvera d'un plus grand nombre de minutes ſi les degrez ſont plus petits. Voilà ce qui oblige de choiſir les Inſtrumens dont les degrez ont le plus d'étenduë : mais on a auſſi quelqu'autre choſe à conſiderer. Il eſt certain que tout le reſte étant égal, on doit préferer les Inſtrumens qui ſe placent d'eux-mêmes ; ceux qui n'ont point d'allidade ou de regle mobile ; ceux qui n'obligent point l'Obſervateur à partager ſon attention ; ceux enfin qui ſont d'une figure moins embaraſſante.

§. XV.

Mais il ſuffit de conſiderer les Inſtrumens que nous venons de décrire, pour reconnoître que l'anneau aſtronomique & le quart de cercle de la Figure 4 ſont les ſeuls qui ont à peu près tous ces avantages. On voit d'abord que les degrez de l'anneau ſont beaucoup plus grands que ceux de l'aſtrolabe & que ceux du demi cercle de la Figure 3 ; & cette grandeur des degrez nous promet donc déja une plus grande exactitude. Mais une autre raiſon nous engage encore à préferer en particulier l'anneau à l'aſtrolabe : c'eſt qu'il ſuffit de tourner le côté de l'anneau vers le Soleil, pour que la hauteur ſe trouve marquée comme d'elle-même en D ſur la ſurface interieure : au lieu qu'après avoir fait la même chose à l'astrolabe, il faut encore toucher bien des fois à sa regle mobile, avant de pouvoir la diriger exactement vers le Soleil; & on a quelquefois beaucoup de peine à réussir. L'Hémisphere nautique de *Michel Cognet* est sujette à plusieurs défauts, qu'on pourroit peut-être venir à bout de corriger: mais ce même inconvénient lui resteroit toujours; & on peut reprocher aussi quelque chose de semblable au quart de cercle de la Figure 5 proposé chez M. *Thevenot*. S'il est difficile en effet d'ajuster la regle mobile de l'astrolabe, il doit l'être encore incomparablement davantage, & on peut même dire qu'il doit être impossible de mettre sur un Navire le niveau HI, dans une situation exactement horisontale, & de l'entretenir pendant quelque tems, précisement dans le même état. D'ailleurs on est obligé de regarder en deux endroits à la fois lorsqu'on se sert de ce dernier instrument: on est obligé de prendre garde à la situation du niveau, & de considerer en même-tems le point où se termine le raïon de lumiere; & ainsi il faudroit toujours deux personnes pour observer la hauteur.

§. XVI.

Mais ne pourroit-on pas imaginer quelqu'autre Instrument qui n'eût point besoin d'horison, & qui fût encore plus parfait que l'anneau astronomique ou que le quart de cercle de la Figure 4? On voit assez que cela n'est pas possible: car dans une opération aussi simple que celle de prendre hauteur, on ne doit emploïer que des Instrumens très-simples; & de pareils Instrumens ont dû s'offrir les premiers & comme d'eux-mêmes à l'esprit. Ainsi, s'il est très-facile d'en imaginer encore de nouveaux, il n'y a cependant aucun lieu de croire qu'on puisse en inventer de préférables: ou bien ils ne représenteroient pas si naturellement la partie du Ciel qu'on veut mesurer; ou bien ils ne ſeroient pas ſi faciles à ajuſter; ou bien leurs degrez ne ſeroient pas ſi grands à proportion. C'eſt auſſi ce que l'expérience juſtifie en quelque maniere; puiſque dans le genre des Inſtrumens dont il s'agit ici, nous ne voïons pas que ceux qu'on a propoſez depuis un certain tems, comme, par exemple, le quart de cercle de la Figure 5 l'emporte le moins du monde ſur ceux * qui furent mis en uſage il y a trois ſiecles, par les premiers Inſtituteurs de la nouvelle Navigation.

§. XVII.

Ainſi il ne reſteroit plus qu'à choiſir entre l'anneau aſtronomique & le quart de cercle de la Figure 4. Mais ces deux Inſtrumens ſont aſſez égaux : car s'il eſt un peu plus facile de bien graduer le dernier, il paroît auſſi qu'il eſt un peu plus aiſé de bien ſuſpendre l'autre. Cette derniere conſidération fait que nous nous déterminons en faveur de l'anneau. Il s'agit à préſent d'examiner s'il eſt poſſible de lui donner effectivement une ſuſpenſion aſſez parfaite; car cela eſt encore néceſſaire pour qu'on puiſſe s'en ſervir en Mer avec ſuccès, & qu'on ne ſoit pas obligé de revenir aux Inſtrumens qui ſont actuellement en uſage. C'eſt ce que nous allons voir dans le Chapitre ſuivant.

* Les Portugais imaginerent l'Aſtrolabe, & commencerent à s'en ſervir ſous le Regne de Jean II.

CHAPITRE III.

De la suspension de l'Anneau Astronomique, & des autres Instrumens dont on peut se servir pour observer la hauteur des Astres.

§. XVIII.

IL n'est difficile de suspendre les Instrumens de la premiere espece, qu'à cause des secousses ausquelles le Vaisseau est sujet. Il en reçoit dans le sens horisontal & dans le vertical : & comme ces secousses sont produites par l'agitation de la Mer, & par le choc continuel des vagues, il n'est pas possible de les arrêter entierement ; tout ce qu'on peut faire c'est de les rendre moins violentes. On doit esperer qu'on y réüssira mieux maintenant qu'on a des régles plus sûres pour mâter les Vaisseaux. Les trois piéces sur ce sujet qui viennent de paroître par les soins de l'Académie, ne peuvent pas manquer de renfermer beaucoup d'inventions très-utiles. Mais quelque chose qu'on fasse, nous osons cependant assurer qu'on ne pourra jamais détruire toute l'agitation du Vaisseau. Il ne dépend pas de l'adresse des hommes, d'empêcher qu'une vague qui vient choquer le Navire par la prouë, ne l'arrête toujours un peu en lui causant une secousse vers l'arriere ; ni qu'une vague qui le choque par la poupe, ne lui imprime aussi quelques nouveaux degrez de vitesse en le poussant vers l'avant. Outre cela le Vaisseau sera toujours sujet à des secousses dans le sens vertical ; puisqu'en même-tems que les vagues le poussent horisontalement, elles le poussent aussi toujours en haut, à cause de l'inclination de sa proüe & de ses flancs : ainsi il doit s'élever avec force, & retomber ensuite par sa pesanteur lorsque le choq de la vague est accompli. Ce sont ces dernieres secousses

que

que l'Auteur de la premiere des Piéces qu'on vient de citer a bien vû qu'il ne pouvoit pas empêcher ; mais qu'il a tâché de rendre moins irrégulieres & moins dangereuses, en faisant en sorte que le Navire conservât toujours sa situation horisontale lorsqu'il sort de l'eau, & lorsqu'il s'y enfonce.

Remarques sur les différentes suspensions qu'on a proposées jusques ici.

§. XIX.

Il n'est pas nécessaire d'un plus long examen des mouvemens du Vaisseau, pour se mettre en état de mieux juger de la bonté de toutes les suspensions qu'on a proposées jusques ici. On a voulu se servir de *genoux*, de *ressorts* à boudin, de *manches* de cuir, capables d'extension & de compression, &c. Mais il semble qu'on n'a toujours eu en vuë que de remédier aux secousses qui se font dans le sens vertical ; quoique ce ne soient pas celles-là qui alterent le plus la situation des Instrumens. Il est vrai que si elles les surprennent lorsqu'ils sont déja inclinez, elles peuvent faire augmenter leur inclinaison : mais généralement parlant, ce sont les secousses qui se font dans le sens horisontal qui produisent le mal, & qui causent les balancemens, qu'il seroit important d'empêcher. Représentons-nous un Pendule, un poid suspendu à l'extremité d'un fil : ce pendule demeurera exactement vertical tant que le Navire singlera avec un mouvement parfaitement uniforme : mais il commencera à faire des vibrations, aussi-tôt que la vitesse du sillage souffrira quelque changement ; parce que le mouvement du poid ne s'accordera plus avec celui du point de suspension. Si une vague, par exemple, en choquant la proüe, fait diminuer tout à coup la vitesse du Navire d'une certaine quantité ; le poid ira ensuite plus vite que le point de suspension de cette même quantité: & ainsi il avancera vers l'avant, en décrivant un arc de cercle par raport au Navire, jusqu'à ce qu'il ait perdu en montant toute sa vitesse relative. Mais lorsqu'il l'aura perduë, il retournera en arriere par sa pesanteur; il fera donc plusieurs vibrations de part & d'autre, & comme l'agitation de la Mer est continuelle, ces vibrations ne cesseront presque jamais. Or la même chose doit arriver aussi aux Instrumens propres à prendre hauteur: car ce ne sont toujours que des especes de pendules, malgré tous les ressorts & tous les genoux ausquels ils sont attachez. Suposé qu'on suspende, par exemple, l'Instrument à des ressorts AX & AZ (*Fig. 2.*) ces ressorts obéïront un peu lorsque l'Instrument tendra à avancer d'un certain côté: mais le bas de l'Instrument avancera cependant toujours avec beaucoup plus de facilité que le haut.

§. XX.

Il peut venir en pensée de suspendre l'Instrument d'une maniere toute différente; de le poser sur un morceau de bois ou sur quelqu'autre corps léger, & de le faire floter sur une liqueur. Mais lorsqu'après le choc d'une nouvelle vague, l'Instrument avancera avec une vitesse différente de celle du Vaisseau, il trouvera toujours de la difficulté à fendre la liqueur qui le suporte; & ainsi sa partie supérieure avancera plus promptement que l'inférieure, & il sera par conséquent encore sujet à s'incliner, & à faire des balancemens. Lorsqu'on suspend l'Instrument avec des ressorts, ces ressorts après qu'ils se sont comprimez tendent avec force à reprendre leur premier état, & ils font des vibrations qui doivent contribuer à rendre irrégulieres celles de l'Instrument. Ce n'est pas ici la même chose: car après que la liqueur a cedé au mouvement de l'Instrument, elle ne le repousse point en arriere avec la même force qu'un ressort, qui en se restituant est sujet à un retour. C'est pourquoi cette derniere suspension est préférable à la premiere : mais cependant elle doit être encore toujours très-défectueuse ; puisque pendant que le haut de l'Instrument peut avancer avec sa premiere vitesse, le bas n'a pas la même liberté à cause de la résistance de la liqueur.

§. XXI.

En un mot, tant que l'Instrument sera suspendu par un point différent de son centre de gravité, il sera sujet à s'incliner & à faire des balancemens ; parce qu'une de ses extrémitez recevra par l'entremise des ressorts ou de la liqueur les secousses du Navire, au lieu que l'autre ne les recevra pas avec la même facilité, & qu'elle avancera toujours pendant quelque tems avec sa premiere vitesse. Ainsi pour rendre la suspension entierement parfaite, il faudroit pouvoir soutenir l'Instrument par son centre de gravité même : alors une partie ne pourroit point avancer sans l'autre, & comme le Vaisseau communiqueroit ensuite ses agitations à toutes les parties de l'Instrument à la fois, il ne tendroit point à lui faire perdre sa situation verticale. Mais ne tomberoit-on pas aussi dans un autre inconvenient ? Car on sçait qu'un corps suspendu par son centre de gravité n'affecte de lui-même aucune situation particuliere, & qu'il demeure aussi-bien dans un état que dans un autre ; de sorte qu'il ne peut se trouver ensuite de niveau, que par hazard. Il faudroit donc pouvoir réünir ces deux conditions, qui paroissent néanmoins incompatibles : que l'instrument, 1°. Fût suspendu par son centre de gravité, & que, 2°. Il affectât toujours de prendre une certaine situation. Il faudroit qu'il fût suspendu par son centre de gravité ; afin que les secousses du Navire ne lui causassent point de balancemens : & il faudroit qu'il affectât toujours un certain état ; afin qu'il pût toujours se trouver de niveau, & nous tenir continuellement lieu d'Horison.

Maniere de ſoutenir l'Inſtrument par ſon centre de gravité, & de faire cependant enſorte qu'il affecte toujours de prendre une certaine ſituation.

§. XXII.

Si ces deux conditions ne ſont pas incompatibles, il n'y a ſelon toutes les aparences qu'un ſeul moïen de les concilier. C'eſt de faire floter l'Inſtrument ſur une liqueur, comme dans le §. 20: Mais en faiſant enſorte que le centre de gravité du tout, de l'Inſtrument & du corps qui le ſuporte, ſe trouve dans le milieu de la partie
Fig. 6. ſumergée. C'eſt-à-dire, que ſi SQRT (*Fig. 6.*) eſt la ſurface d'une certaine quantité d'eau ou d'huile, contenuë dans un grand vaſe, & que l'anneau aſtronomique ABC ſoit ſoutenu par le corps cilindrique & plat DEGF, qui flote dans le vaſe, il faut que ce corps DEGF ſoit tellement chargé, que le centre de gravité V du tout, ſe trouve enfoncé dans la liqueur & ſitué précisément au milieu de la partie ſumergée QRGF. Il eſt certain que l'Inſtrument affectera enſuite une ſituation conſtante: car le corps DEGF tendra toujours à ſe mettre de niveau, & il s'y metroit quand même le centre de gravité V ſeroit beaucoup plus élevé. D'un autre côté l'Inſtrument & le corps DEGF ſeront comme ſuſpendus par leur centre de gravité V: car l'Hydroſtatique nous aprend que la force de la liqueur qui les ſoutiendra, en pouſſant de bas en haut, agira comme ſi elle étoit réunie, dans le centre de gravité de l'eſpace QRGF qu'occupe la partie ſumergée. Si l'Inſtrument tend auſſi à avancer de côté ou d'autre, la direction de la réſiſtance de la liqueur paſſera par le centre de gravité V; & ainſi cette réſiſtance s'opoſera au mouvement de toutes les parties de l'Inſtrument en même-tems, & elle ne le fera par conſequent point incliner. Voilà ce qui montre que nôtre ſuſpenſion ſatisferoit éga-

lement aux deux conditions qu'il s'agiſſoit de remplir. Fig. 6.

§. XXIII.

Pour rendre ceci encore plus ſenſible, ſupoſons pour un moment, que le corps DEFG s'incline de la plus petite quantité. La force avec laquelle la liqueur le pouſſera en haut, ne ſe réunira plus dans le centre de gravité V, mais dans le centre de gravité de la partie qui ſera alors ſumergée; & cette force agiſſant de bas en haut ſur une direction qui ne paſſera plus par le centre de gravité V, & qui ſera ſituée par raport à ce centre du côté de l'inclinaiſon, travaillera à rétablir la ſituation horiſontale. Il eſt vrai que lorſque le corps DEFG eſt de niveau, la force relative qui l'entretient dans cette ſituation eſt nulle ou infiniment petite: mais il ſuffit que cette force ſoit toujours prête à agir en cas d'inclinaſion, & qu'elle augmente lorſque l'inclinaiſon eſt plus grande. C'eſt en effet préciſement de la même maniere que les Pendules conſervent leur ſituation verticale: car la force relative qui les retient dans le même état, lorſqu'ils ſont ſituez verticalement eſt nulle ou infiniment petite; mais comme cette force augmente à meſure que le poid s'éloigne de la ligne verticale, elle l'oblige toujours d'y revenir. Toute la différence qu'il y a, c'eſt que le pendule ne peut pas conſerver ſa ſituation verticale dans un Navire; parce que comme on l'a déja aſſez dit, ſon poid n'eſt pas diſpoſé à ſuivre ſur le champ tous les mouvemens du point de ſuſpenſion. Au lieu que les ſecouſſes du Vaiſſeau ne doivent pas alterer de la même maniere la ſituation de notre Inſtrument; parce qu'elles doivent ſe communiquer d'abord à ſon centre de gravité, par l'entremiſe de la liqueur, & quelles doivent tendre à faire avancer toutes ſes parties en même-tems.

§. XXIV.

Fig. 6. Pour faire maintenant enforte que le centre de gravité V de l'Inftrument ABC & du corps DEGF, fe trouve effectivement au milieu de la partie fumergée QRGF; on fupofera que ce corps DEGF eft creux comme une boëte ou que c'en eft même une; & que lorfqu'elle eft tout-à-fait vuide & qu'elle n'eft chargée que du poid de l'Inftrument ABC, elle n'enfonce dans la liqueur que jufqu'à la ligne KL. Nous nommerons e la quantité verticale FK ou GL de cet enfoncement; & nous défignerons par la lettre a la hauteur HI du centre de gravité commun H de cette boëte DEGF & de l'Inftrument. Si nous voulons enfuite nous fervir d'une plaque de plomb ou de quelqu'autre métail NOGF, pour charger la boëte & pour faire defcendre le centre de gravité de H en V; nous nommerons z l'épaiffeur NF ou OG de cette plaque, & nous exprimerons par les letres p & q le raport qu'il y a entre les pefanteurs fpécifiques du plomb & de la liqueur dont nous nous fervirons pour foutenir notre Inftrument. Cela fupofé lorfqu'on mettra la plaque de métail dans le fond de la boëte DEGF, l'enfoncement augmentera de la quantité KQ ou LR qui fera égale à $\frac{pz}{q}$. La boëte lorfqu'elle eft vuide n'enfonce que jufqu'à la ligne KL; mais auffi-tôt que fon poid deviendra plus grand, elle enfoncera davantage & elle ne s'arrêtera que lorfqu'elle occupera la place d'un nouveau volume de liqueur qui foit précifement du même poid que la charge qu'on lui aura ajoutée. Or z étant l'épaiffeur FN ou GO de la plaque de métail, & p & q défignant le raport des pefanteurs fpécifiques de ce métail & de la liqueur, il eft évident que $\frac{pz}{q}$ doit marquer ici l'épaiffeur du volume de

liqueur qui eſt de même poid que la plaque NOGF. Fig. 6.
Ainſi $\frac{pz}{q}$ déſigne l'enfoncement KQ ou LR, produit par la peſanteur de cette plaque : & comme la boëte DEGF enfonçoit déja de la quantité FK ou GL $= e$, nous aurons $e + \frac{pz}{q}$ pour l'enfoncement total.

§. XXV.

Mais en même-tems que la plaque de métail NOGF fait que la boëte enfonce d'une plus grande quantité, elle fait auſſi que le centre de gravité H du tout change de place & qu'il ſe trouve plus bas. Pour découvrir le point V où il ſe trouve enſuite, on n'a qu'à faire attention que le centre de gravité commun de l'Inſtrument & de la boëte étant en H, & que celui de la plaque étant en S au milieu de ſon épaiſſeur IP ; le centre de gravité V du tout, doit partager la diſtance HS, en raiſon réciproque de la peſanteur de la plaque, & de la peſanteur de l'Inſtrument & de la boëte : c'eſt-à-dire, que VS doit être à VH, comme le poid de l'Inſtrument & de la boëte joints enſemble, eſt au poid de la plaque NOGF : & il ſuit de-là *componendo* que HS eſt à VH, comme la peſanteur du tout, de l'Inſtrument, de la boëte & de la plaque, eſt à la peſanteur particuliere de la plaque. Mais la boëte étant cilindrique, les enfoncemens ſont proportionels aux peſanteurs qui les produiſent, & ainſi nous pouvons mettre à la place de la peſanteur totale, l'enfoncement total FQ ou GR $= e + \frac{pz}{q}$, & à la place de la peſanteur particuliere de la plaque, l'enfoncement KQ ou LR $= \frac{pz}{q}$ que cauſe ſa peſanteur. On aura donc cette analogie ; HS $=$ HI $-$ SI $= a - \frac{1}{2}z$ | VH || $e +$

Fig. 6. $\frac{pz}{q} \mid \frac{pz}{q}$: & ſi après avoir déduit de cette analogie, la valeur $\frac{\frac{apz}{q} - \frac{pz^2}{2q}}{e + \frac{pz}{q}}$ de VH, on l'ôte de IH $= a$, il viendra $\frac{ae + \frac{pz^2}{2q}}{e + \frac{pz}{q}}$, pour la quantité requiſe IV, dont le centre de gravité V eſt élevé au-deſſus du fond de la boëte. Mais puiſque cette quantité doit être égale à la moitié de FQ ou de GR ($= e + \frac{pz}{q}$), pour que le centre de gravité V réponde au milieu de la partie ſumergée FQRG, nous aurons l'équation du ſecond degré $\frac{ae + \frac{pz^2}{2q}}{e + \frac{pz}{q}} = \frac{1}{2} e + \frac{pz}{2q}$ qui nous fournit la *formule* $z = \frac{-epq + q\sqrt{2ae \times \overline{p^2 - pq} + e^2pq}}{p^2 - pq}$; & cette formule exprime en grandeurs entierement connuës l'épaiſſeur z, qu'on doit donner à la piéce de métail NOGF.

§. XXVI.

On voit aſſez ſans qu'il ſoit néceſſaire que nous le diſions, qu'on ne ſe ſervira de la formule précédente, qu'après qu'on aura déja conſtruit l'inſtrument ABC & la boëte DEGF. On jugera par le poid qu'ils auront enſemble & par la peſanteur ſpécifique de la liqueur, de la quantité FK ou GL $= e$ dont la boëte doit d'abord enfoncer : ou bien pour trouver cette quantité d'une maniére plus ſimple, on la cherchera par l'experience, en faiſant floter l'inſtrument ſur la liqueur. Il ſera auſſi plus commode & plus

plus exact de déterminer le centre de gravité H par l'expérience, que de le chercher par le calcul, sur les dimensions de l'instrument & de la boëte. Enfin on connoîtra aussi toûjours le rapport de p & de q, des pesanteurs spécifiques du métail dont on formera la plaque NOGF, & de la liqueur dont on se servira pour faire floter l'instrument. Ainsi rien n'empêchera d'employer la formule $z = \frac{-epq + q\sqrt{2ae \times p^2 - pq + e^2pq}}{p^2 - pq}$ pour découvrir l'épaisseur que doit avoir la plaque.

§. XXVII.

Au surplus il faudra faire l'Instrument plus ou moins grand, selon qu'on voudra observer les hauteurs avec plus ou moins d'exactitude : mais il suffiroit peut-être de lui donner toujours 17 ou 18 pouces de diametre, & d'en donner 24 à la boëte cilindrique DG, avec 8 de hauteur. Fig. 6.
Supposé qu'on fît cette boëte d'étain & qu'on lui donnât effectivement les dimensions que nous disons, avec une ligne d'épaisseur à son pourtour & à ses deux fonds, elle peseroit environ 37 livres, ausquelles on pourroit ajouter encore 7 livres pour le poid de l'Instrument. Ce seroit en tout 44 livres : cette pesanteur feroit enfoncer la boëte dans l'eau de Mer d'environ $2\frac{1}{3}$ pouces, & le centre de gravité commun H de la boëte & de l'Instrument, seroit élevé au-dessus du fond FG de $6\frac{1}{4}$ pouces. Ainsi il faudroit introduire $6\frac{1}{4}$, & $2\frac{1}{3}$, à la place de a & de e, dans nôtre formule ; & si on se déterminoit à faire aussi la plaque NG d'étain, il n'y auroit qu'à mettre 43 & 6 à la place de p & de q ; parce que les pesanteurs spécifiques de l'étain & de l'eau de Mer, sont à très-peu de chose près comme 43 est à 6. C'est de cette sorte que j'ai trouvé que la plaque NOGF doit avoir un peu plus de $5\frac{1}{3}$ lignes d'épaisseur : & il est facile de voir ensuite qu'elle doit avoir

presque 202 pouces cubiques de solidité, & qu'elle doit peser environ 60 livres 5 onces, à proportion du pied cubique qui pese 516 livres 2 onces. Il sera facile sur ces mesures de donner à la plaque sa juste grandeur : mais comme il peut cependant se glisser toujours quelques erreurs, & que d'ailleurs nous avons aussi négligé quelque chose, afin de rendre notre solution plus simple, il sera à propos de faire la plaque un peu plus pesante, afin que le centre de gravité se trouve un peu trop bas ; & l'on apliquera au haut de l'Instrument un petit poid Z, comme
Fig. 7. on le voit dans la Figure 7, qu'on fera monter ou descendre le long de la vis PQ, jusqu'à ce qu'on reconnoisse par la stabilité de l'Instrument, que le centre de gravité est dans sa véritable place. On a représenté dans la Figure 7 la machine entiere : RO est le vase qui contient la liqueur & qui est soutenu comme les boussoles de Mer ; & DE est la boëte cilindrique qui flote sur la liqueur, & qui porte l'anneau astronomique ABC. On voit bien que nous n'avons pas pu marquer dans cette Figure la plaque d'étain qui doit être dans le fond de la boëte ; n'y représenter des ressorts qu'on doit mettre au tour du vase RO par dedans, pour obliger la boëte DE à demeurer toujours à peu près dans le milieu : mais deux de ces ressorts paroissent en Z
Fig. 6. & en Y dans la Figure 6 ; & il est clair qu'ils doivent répondre au milieu de la partie sumergée de la boëte ; afin que la direction de leur effort, lorsqu'ils agissent, passe toujours précisément par le centre de gravité V.

Remarques sur la suspension précedente.

§ XXVIII.

Enfin on néglige de raporter ici différentes autres précautions, parce qu'elles sont assez faciles à imaginer, & qu'on craint aussi de se trop étendre. Il est, par exemple, évident qu'au lieu de soutenir le vase RO [Fig. 7.) comme les bouſſoles de Mer ou comme les lampes de *Cardan*, on pourroit le faire floter dans un autre vaſe, en faiſant enſorte que ſon centre de gravité & de toute ſa charge ſe trouvât au milieu de la partie ſumergée. Il eſt clair qu'il faut auſſi choiſir l'endroit du Vaiſſeau où il y a le moins de mouvement : cet endroit ſe trouve vers le centre de gravité du Navire ; ou plûtôt vers le centre de gravité de la coupe horiſontale de la carene faite à fleur d'eau, comme on pourroit le démontrer aſſez aiſément. Avec toutes ces attentions on rendroit la machine aſſez parfaite : mais on eſt cependant obligé d'avoüer qu'elle ſera encore toujours ſujette à faire quelques balancemens. Elle conſerveroit ſa ſituation verticale ſi la ſurface de la liqueur reſtoit continuellement de niveau : mais comme cette ſurface ſe trouvera ſouvent inclinée, à cauſe de l'agitation du Navire ; l'Inſtrument ſera auſſi toujours un peu expoſé à perdre ſa ſituation horiſontale.

§. XXIX.

En effet lorſque pluſieurs vagues viennent choquer le Navire, elles doivent faire changer ſenſiblement la viteſſe de ſon ſillage, elles doivent la faire accélerer ou la faire diminuer ; & le changement doit ſe faire par des degrez ſenſiblement égaux, tant que les vagues n'impriment qu'une petite partie de leur viteſſe au Navire ; parce qu'elles doivent toujours le fraper alors à peu près avec la même force. Or ſi la viteſſe du Vaiſſeau ne diminuë, par exemple, que d'un pied dans une ſeconde, la diminution ſe fera par des degrez environ vingt-ſix fois plus petits que ceux qu'imprime la peſanteur aux corps qui tombent ; car la peſanteur communique, comme on le ſçait, environ 26 pieds de viteſſe par ſeconde Mais pendant que le Vaiſſeau perdra ainſi continuellement de petits degrez de ſa viteſſe, les particules de la liqueur contenuës dans le vaſe RTSX (Fig. 8.) tendront à avancer Fig. 8.

avec ces mêmes degrez, puisqu'elles ne peuvent pas faire sur le champ la même perte que le Vaisseau. Ainsi en même-tems que chaque molecule C tendra à descendre verticalement par sa pesanteur CD, elle tendra à avancer horisontalement avec la force CE, qui dans la suposition que nous avons faite, sera la vingt-sixiéme partie de CD: c'est-à-dire donc que chaque molecule tendra à descendre le long de la direction composée CF, par le concours de sa pesanteur & de sa force horisontale: & comme la même chose doit arriver à toutes les autres molecules, il est sensible qu'on peut les considerer comme si leur pesanteur avoit changé de direction, & comme si elle s'exerçoit sur CF au lieu de le faire sur CD. C'est pourquoi la surface AB de la liqueur ne doit plus se trouver de niveau ni être perpendiculaire à CD; mais elle doit l'être à CF: & ainsi elle sera ici inclinée d'environ $2^{deg.}$ 12^{min}; puisque CE étant la vingt-sixiéme partie de CD, la diagonale CF du rectangle ECDF, doit faire avec CD un angle de 2^{o}. $12^{min.}$ Cette inclinaison est déja assez considérable: mais lorsque les vagues seront plus fortes & qu'elles causeront un plus grand changement dans la vitesse du Navire, la surface AB se trouvera encore plus inclinée: & il est clair qu'on ne doit point attendre pendant une semblable disposition de la liqueur, que les corps qui floteront dessus, puissent conserver exactement leur situation verticale. Il est vrai que les choses ne demeureront gueres long-tems dans cet état; mais l'Instrument, avant de reprendre sa situation naturelle, fera plusieurs vibrations de part & d'autre, & peut-être qu'il ne se sera point encore mis en repos, lorsqu'une nouvelle suite de vagues viendra reproduire une nouvelle inclinaison.

§. XXX.

Si encore les vibrations de l'Instrument étoient regulieres; elles n'empêcheroient pas tout à fait d'observer exactement la hauteur. Il n'y auroit qu'à remarquer le point le plus haut & le point le plus bas, où se termineroit le raïon de lumiere ; & deux vibrations immédiates étant sensiblement égales, il n'y auroit qu'à prendre le milieu entre les deux points. Il arriveroit même que les vibrations allant en diminuant, les points où le rayon du Soleil viendroit se rendre, s'aprocheroient de plus en plus les uns des autres ; de sorte que ces points marqueroient continuellement la hauteur avec plus d'exactitude, à peu près de la même maniere que les termes d'une série convergente, donnent toujours avec plus de précision la quantité exprimée par la série. Mais il suffit d'avoir vû la Mer, pour avoüer qu'on ne peut pas compter sur cette régularité des vibrations. Car les ondes ne gardant aucun ordre ni aucune mesure dans leur choc, & imprimant des secousses au Navire vers différens côtez, elles seront cause que les balancemens de notre anneau seront non-seulement irréguliers, mais qu'ils ne se feront point aussi dans le même plan. Ainsi, quoique notre Instrument soit peut-être suspendu de la maniere la plus parfaite qu'il est possible, nous devons craindre qu'il ne puisse pas être d'usage dans toutes sortes de rencontres. C'est à l'expérience à nous en aprendre le succès : mais on a cru qu'on devoit toujours en attendant examiner les Instrumens de la seconde espece ; ceux qui ne se placent pas d'eux-mêmes, mais que le Pilote ajuste par le moïen de l'horison sensible ou visuel.

CHAPITRE IV.

Examen des Instrumens qu'on ajuste par le moïen de l'horison visuel.

§. XXXI.

On peut regarder comme une incommodité dans ces sortes d'Instrumens, que pour les ajuster, on soit obligé de viser à l'horison sensible ou aparent : mais nous ne doutons point qu'il ne soit cependant toujours plus facile de leur donner de cette maniere, la situation qu'ils doivent avoir, que de la leur procurer par le moïen de quelque suspension particuliere. Suposons que le Pilote prenne hauteur avec l'Instrument représenté Fig. 9. dans la Figure 9, qu'on apelle ordinairement *Quartier Anglois*; le Pilote mettra la pinnule E sur un certain nombre de degrez de l'arc BA ; & tournant le dos vers le Soleil, il apliquera l'œil à la pinnule F qui est située sur l'autre arc HD, & il la fera monter ou descendre jusqu'à ce qu'il voïe l'horison par la pinnule C & que l'ombre de la pinnule E tombe en même-tems sur la pinnule C : & la hauteur du Soleil sera mesurée par les deux arcs BE & HF joints ensemble, puisque ces deux arcs mesurent la grandeur de l'angle SCF, formé par le raïon SC de l'Astre & par la ligne horisontale FC. Sans doute que pendant cette observation, le Vaisseau sera exposé au choc de plusieurs vagues; mais l'Instrument ne recevra toujours point d'autres secousses que celles que lui communiquera le Pilote, puisqu'il n'a point ici la liberté de se mouvoir à part & que le Pilote le tient fermement. Je sçai bien aussi que le Pilote sera obligé, pour se tenir debout, de s'incliner de côté & d'autre, & de se mettre successivement en différentes situations : mais on doit remarquer que tous ces mouvemens lui serviront en même-tems pour ne point perdre l'horison de vuë, & que lorsqu'il lui arrivera de s'en écarter, il lui sera toujours facile d'y revenir & de s'y fixer : au lieu qu'une machine qui revient à sa situation naturelle, ne s'y arrête jamais d'abord; parce que l'action de la pesanteur ou des ressorts qui l'y fait revenir, lui communique toujours un mouvement qui la transporte au-delà. C'est ce qui montre que l'homme même, si on peut s'exprimer de la sorte, est la machine de suspension la plus parfaite de toutes. Aussi voïons-nous que si on ne peut pas construire un Instrument qui reste toujours, malgré l'agitation du Navire, dirigé exactement vers un certain point, les Marins ne laissent pas de bien ajuster leurs fusils sur les oiseaux qui sont en l'air, & de les tirer en volant.

§. XXXII.

Ainsi il suffit que l'Instrument soit construit avec soin, & qu'il soit capable de recevoir un certain degré de perfection dans sa graduation, pour qu'on puisse observer la hauteur avec exactitude. On n'entreprend point ici l'examen de tous les Instrumens : cette discussion seroit longue & ennuïeuse; & d'ailleurs il est certain que le quartier Anglois est le meilleur. Nos Pilotes se servent cependant beaucoup de l'arbalestrille; mais outre que les degrez de cet Instrument sont inégaux, ce qui augmente beaucoup la difficulté de le construire exactement, il est encore sujet à plusieurs inconvéniens. Les marteaux ne sont quelquefois pas bien perpendiculaires à la fleche; les marteaux s'usent par les extremitez; la fleche se courbe; & enfin la forme de cet Instrument ne permet pas de le tenir avec assez de force, lorsque le vent est violent. Mais ce qui fait principalement qu'on préfere ici le quartier Anglois; c'est qu'on croit qu'il est plus facile de le perfectioner, en lui faisant quelque changement.

Des changemens qu'il faut faire au quartier Anglois, pour lui donner toute la perfection possible.

§. XXXIII.

Les Pilotes n'ont fait sans doute l'arc BA d'un plus petit raïon que l'arc HD, qu'afin de rendre l'Instrument plus portatif: mais ils l'ont aussi rendu en même-tems beaucoup plus défectueux. Car c'est en vain qu'ils répondent qu'ils ont toujours le soin de mettre la pinnule E sur un nombre juste de degrez, afin que s'il y a des minutes dans la hauteur du Soleil, elles se trouvent marquées sur l'autre arc HD, où elles sont plus faciles à distinguer à cause de la plus grande étenduë des degrez Rien n'est plus foible que cette raison; car une partie de la hauteur est toujours mesurée avec peu d'exactitude, puisque les degrez de l'arc BA sont trés-petits. Il n'est pas nécessaire de répéter ici, ce qu'on a dit dans le §. 14. Il y aura toujours quelque erreur dans la graduation de l'arc BA; le Pilote se trompera toujours de quelque petite quantité en voulant mettre la pinnule E sur un certain nombre de degrez, & il se trompera encore en croïant faire tomber exactement l'ombre de cette pinnule sur la pinnule C du centre. Or ces trois erreurs, quoiqu'elles soient peut-être toujours d'une quantité constante, comme de la cinquiéme ou de la quatriéme partie d'une ligne, seront cependant d'un plus grand nombre de minutes, à mesure que l'arc BA sera d'un plus petit raïon. Ainsi il est très certain qu'on doit augmenter ce raïon; & que pour rendre l'Instrument parfait, il faut ne le faire que d'un seul arc de cercle comme dans la Figure 10. Nous convenons qu'il ne
Fig. 10. sera plus tout-à-fait si commode à transporter: mais on doit aisément sacrifier ce leger avantage, lorsqu'il s'agit d'ôter un défaut considérable dans un Instrument.

§. XXXIV.

§. XXXIV.

Quant à la grandeur qu'on doit donner enſuite à ce quart de cercle, il eſt certain qu'à meſure qu'on l'augmentera on ſe trouvera plus en état de placer exactement la pinnule E, & de diſtinguer les ſcrupules du degré. Mais cette grandeur ne contribuera pas à rendre toutes les Parties de l'obſervation plus exactes : car comme l'œil ſera enſuite plus éloigné de la pinnule C, il ſe peut faire que l'ombre de la pinnule E ne tombe pas ſi exactement ſur la pinnule C ; & que cependant l'obſervateur ne s'en aperçoive point. Quelquefois on tire avantage de toutes les manieres de la grandeur d'un Inſtrument : on le conſtruit avec plus d'exactitude ; & les obſervations ſe font auſſi avec plus de préciſion. C'eſt ce qui a lieu, par exemple, dans la Méridienne que traça autrefois dans l'Egliſe de ſaint Petrone de Boulogne le célébre feu M. Caſſini. La grandeur des degrez donne de la facilité à en diſtinguer les plus petites parties : Mais ſi l'Obſervateur étoit logé au haut de la voute proche du trou par lequel entre la lumiere du Soleil, & qu'il n'eût pas la liberté de deſcendre pour venir conſiderer de près l'endroit où ſe termine cette lumiere, il eſt certain qu'il ne tireroit pas le même fruit de la grande étenduë de l'Inſtrument. Or c'eſt la même choſe pour notre quart de cercle : car en même-tems que le Pilote viſe à l'horiſon aparent par les pinnules F & C, il faut qu'il conſidere ſi l'ombre de la pinnule E tombe exactement ſur C, & il eſt ſenſible qu'il le fait avec moins d'exactitude à meſure que l'Inſtrument eſt plus grand. On nous dira peut-être que la diſtance FC eſt toujours trop petite pour qu'on puiſſe commettre une erreur conſidérable : mais nous ne ſçavons que trop que nous ne voïons pas également bien à toutes les diſtances, lorſqu'il s'agit principalement de diſtinguer de très petits objets, comme l'épaiſſeur d'un cinquiéme ou d'un quart de ligne.

Après cela il eſt permis de faire un peu plus d'attention à l'incommodité que cauſeroit un trop grand quart de cercle ; & on peut donc ſe contenter de lui donner 22 ou 23 pouces de raïon, comme on le fait ordinairement à l'arc HD du quartier Anglois.

§. XXXV.

Au ſurplus il n'eſt pas néceſſaire de parler ici de la force qu'on doit donner aux Piéces qui compoſent cet Inſtrument, pour que fait en bois il puiſſe ſe ſoutenir. Nous ne dirons rien auſſi de la maniere de diviſer les dégrez en minute. Les Fabricateurs d'Inſtrumens de Mathématique, ſçavent que cette diviſion ſe fait en traçant ſur le limbe pluſieurs cercles concentriques, qu'on coupe par des lignes obliques ou tranſverſales qui doivent être courbes, auſſi-tôt que les cercles ſont tous à une égale diſtance les uns des autres ; mais qu'on fait cependant droites ſans erreur ſenſible ; pourvû qu'il y ait peu d'intervale entre les cercles. Ces tranſverſales doivent être dans la rigueur de petites portions de ſpirale (de celle d'Archimede :) mais en rendant inégales les diſtances des cercles ; on peut faire en ſorte que les tranſverſales deviennent des arcs de cercles, & alors on peut diviſer le limbe par une méthode Géométrique & très-connuë. Nous nous propoſions d'apliquer à la pinnule E une eſpece de micrometre, qui nous eût diſpenſé de diviſer le limbe en minutes, & que nous euſſions fait avancer d'un mouvement continu par le moïen d'une vis : mais comme les deux mains du Pilote ſont déja occupées à tenir le quart de cercle, il ſeroit aſſez difficile de ſe ſervir de ce micrometre ; & d'ailleurs cette petite machine ſeroit trop délicate pour pluſieurs Marins. Nous ne pouvons pas non plus enchaſſer dans la pinnule F un verre convexe pour ſervir d'oculaire, & pour mettre l'obſervateur en état de mieux diſtinguer en C le point où ſe termine le raïon de l'Aſtre. Car il faudroit enſuite, comme nous l'aprend la Dioptrique, placer un autre verre au-delà du point C, afin que l'Obſervateur pût auſſi découvrir l'horiſon : mais ce dernier verre formeroit avec le premier une lunette très-incommode & très-facile à déranger.

§. XXXVI.

Tout ce qu'on peut faire pour rendre les obſervations plus exactes, c'eſt d'apliquer à la pinnule E un petit verre convexe, dont le foïer ſe trouve en C ; & on marquéra ſur la pinnule C du centre, non-ſeulement ce foïer, mais on tracera auſſi le contour de l'ombre du corps même de la pinnule E. On a repréſenté ici en grand la pinnule du centre, en lùi faiſant tourner vers nous le côté qu'elle doit préſenter à l'œil de l'Obſervateur. P eſt le trou par le moïen duquel on aplique cette pinnule au centre du quart de cercle, de la même maniere qu'on le fait dans le quartier Anglois : MN eſt une fente d'une vingtaine de lignes de longueur par laquelle on regarde l'horiſon ; C eſt le point où doit venir ſe rendre le raïon du Soleil ; & OQRT eſt l'eſpace où doit ſe faire la projection de l'ombre du corps de la pinnule E. Ainſi lorſque le Pilote voudra prendre hauteur, il n'aura qu'à avoir égard à l'une ou à l'autre de ces choſes ; ou faire tomber l'ombre de la pinnule E ſur le rectangle OQRT, ou faire tomber le raïon de l'Aſtre dans le point C, & viſer enſuite à l'horiſon par la pinnule F & par la fente MN. Si on mettoit la pinnule E en différens endroits, la projection de ſon ombre changeroit conſidérablement de largeur, & ne pourroit pas être renfermée dans le rectangle OQRT : c'eſt pourquoi nous placerons toujours préciſement la pinnule E dans le même endroit au commencement de la graduation ; & il n'y aura donc que la pinnule oculaire qu'il faudra faire gliſſer en haut ou en bas, ſelon que la hauteur ſera plus ou moins grande. Ce mouvement de la pinnule F ſe fera fort aiſément avec le pouce de la main gauche ; parce que cette main sera apliquée sur le limbe proche de la pinnule, pendant que l'autre main sera alongée derriere l'Instrument pour le saisir par quelqu'autre endroit : c'est ce que nous avons éprouvé plusieurs fois sur le quartier Anglois.

§. XXXVII.

Il faut remarquer qu'il est absolument nécessaire de mettre toujours un petit verre convexe à la pinnule E, ou bien de se servir de l'ombre entiere de cette pinnule, afin d'éviter l'erreur que causeroit le pénombre. Nos Auteurs de Marine prétendent qu'on peut fort bien n'avoir égard qu'au bord supérieur de l'ombre, & que comme ce bord est terminé par les raïons qui viennent du haut du disque du Soleil, la hauteur se trouve trop grande du demi diametre aparent du Soleil; & qu'ainsi il faut retrancher ce demi diametre pour avoir la hauteur véritable. Mais on reconnoît fort aisément que ce précepte est tout-à-fait défectueux. Si nos yeux étoient parfaitement bons & pouvoient distinguer les plus foibles degrez de lumiere, sans doute qu'en observant la hauteur du Soleil par l'ombre d'un stile, on trouveroit la hauteur du bord supérieur de l'Astre & non pas la hauteur du centre. Mais comme il s'en faut beaucoup que nos yeux aïent tant de délicatesse, nous prenons toujours une partie de la pénombre pour l'ombre même ; & cela fait que l'erreur de la hauteur n'est jamais égale au demi diametre entier du Soleil. Pour vérifier ce que j'avance ici, j'exposai au Soleil le 19 de Juin de cette année (1728.) un morceau de bois très-plat & large de $5\frac{1}{3}$ lignes & je faisois tomber son ombre à environ deux pieds de distance sur un arc de cercle divisé en degrez & en minutes. Cette ombre se trouva plus étroite que le morceau de bois d'environ $2\frac{2}{3}$ lignes qui valoient environ 26 minutes sur l'arc; & ainsi cette ombre n'étoit pas terminée par des raïons qui venoient des deux bords du Soleil; puisqu'elle eût été dans ce cas plus étroite que le morceau de bois de 31^{min} 38^{sec}, ou de tout le diametre aparent du Soleil. Je ne voulus pas m'en raporter à mes ſeuls yeux ; pluſieurs perſonnes ſe mettant toujours à deux pieds de diſtance de l'ombre, trouverent toutes qu'elle étoit plus étroite que le morceau de bois ; mais de différentes quantitez ; les unes de $2\frac{2}{3}$ lignes, qui valoient, comme je l'ai déja dit, 26 minutes, & les autres de 2 lignes, qui ne valoient que 20 minutes. Or cette obſervation fait voir qu'on ſe trompe très-ſenſiblement lorſqu'on prend la hauteur par le moïen de l'ombre de quelque ſtile ou de quelque marteau, & qu'on retranche enſuite le demi diametre du Soleil ; puiſque l'erreur n'eſt pas égale à ce demi diametre, & qu'elle eſt différente ſelon que les yeux de l'Obſervateur ſont différemment conformez.

§. XXXVIII.

Enfin il n'a été queſtion juſques ici que de la maniere d'obſerver la hauteur du Soleil : mais notre Inſtrument pourra auſſi ſervir à obſerver celle des Etoiles ; pourvû qu'elles ne ſoient point trop élevées. Il faudra faire exprès pour cela un trés-petit trou à l'extremité de la fente de la pinnule C du centre ; on y apliquera l'œil ; & on aprochera les deux pinnules E & F l'une de l'autre, juſqu'à ce qu'on voïe l'horiſon par le bord de l'une & l'Aſtre par le bord de l'autre, & la hauteur ſera enſuite compriſe, comme il eſt évident, entre les deux pinnules. On pourra de cette maniere obſerver la hauteur des Etoiles qui ſont au-deſſous du 10^{me} degré d'élévation, mais lorſqu'elles ſeront plus hautes, cette méthode ne pourra plus être d'uſage ; parce qu'on ne pourra plus gueres voir du même coup d'œil l'Horiſon & l'Etoile. Il faudroit quitter un de ces objets pour regarder l'autre ; on ſeroit même obligé de remuer la tête ; & cela ne pourroit pas manquer de cauſer du dérangement dans la ſituation de l'Inſtrument. Au ſurplus tous les autres Inſtrumens ſeront ſujets au même défaut, & nous avons assez fait voir (§. 12.) que ceux qui prennent d'eux-mêmes leur situation horisontale, sont encore moins propres pour ces sortes d'observations Ainsi tout ce que nous pouvons faire, c'est de choisir des Etoiles qui soient peu élevées ; mais qui soient cependant au-dessus du 2^me degré de hauteur, afin que la réfraction soit plus réguliere & plus connuë. Il reste maintenant à parler de cette réfraction & des autres corrections dont la hauteur a besoin. Nous ne dirons rien de la paralaxe; parce que celle des Etoiles est absolument insensible, & que la plus grande du Soleil n'est que de 10″ selon M. *Cassini*, ou même que de 6″ selon M. *de la Hire*. Mais nous ne pouvons pas nous dispenser de parler de l'inclinaison de l'horison visuel, puisque l'erreur que produit cette inclinaison est particuliere aux Instrumens de la seconde espece. On prend ordinairement pour ligne droite, le raïon visuel conduit de notre œil à l'horison sensible : cependant ce raïon est une ligne courbe ; puisque c'est une portion de la ligne que décrit la lumiere en traversant l'Atmosphere. Il est à propos de considerer ce raïon dans son état de ligne courbe ; quand ce ne seroit que pour reconnoître s'il est permis de négliger sa courbure : mais avant d'examiner cette portion de ligne, il faut que nous tâchions de découvrir la nature de la courbe entiere.

Fin de la premiere Partie.

SECONDE PARTIE.

Des corrections qu'il faut faire à la hauteur aparente des Astres, pour avoir la hauteur véritable.

CHAPITRE PREMIER.

De la réfraction Astronomique.

§. XXXIX.

PLusieurs grands Géometres ont cherché la nature de la *Solaire*, ou de cette ligne courbe que tracent dans l'air les raïons qui nous viennent des Astres : mais ils ont toujours négligé la sphéricité des différentes couches, dont on peut concevoir que l'Atmosphere est formée. Cependant il est certain qu'on doit y faire une expresse attention ; & qu'il ne suffit pas, comme on le pourroit croire d'abord, de chercher la nature de la *Solaire* pour des couches planes, & de courber ensuite cette ligne à proportion qu'on supose que les couches se courbent elles-mêmes pour devenir Sphériques. Car un raïon de lumiere qui avance ici horisontalement, fait avec les couches supérieures des angles de 30 min. d'un degré, de deux degrez &c. & cette diversité d'angles d'incidence, qui vient principalement de la courbure des couches, doit aporter de la différence dans la refraction même. C'est aussi par cette raison qu'on ne peut pas apliquer à l'Atmosphere, le fameux Théorême avancé par M. *Newton* dans son Optique, * qu'un raïon de lumiere qui passe à travers plusieurs milieux de différentes densitez, & compris entre des surfaces paralelles, souffre précisement par le trajet de tous ces milieux, la même réfraction que s'il passoit immédiatement du premier au dernier. Cette proposition n'est vraïe que lorsque les surfaces sont planes, & il s'en faut extrêmement qu'on puisse s'en servir pour déterminer les réfractions astronomiques, ni pour découvrir *le pouvoir refringent* qu'a l'air grossier d'ici-bas, par raport à celui qu'a l'air subtil du haut de l'Atmosphere.

§. XL.

Peut-être donc qu'on entreprend ici de donner la premiere solution légitime du problême de la *Solaire*. Pour
Fig. 11. entrer en matiere, on suposera que KAO (*Fig.* 11.) est une portion de la surface de la terre, dont le point C est le centre : on concevra le semidiametre CA prolongé indéfiniment vers D, & on imaginera une courbe BGI qui ait CD pour axe, & dont les ordonnées AB, FG, DI représentent les différentes dilatations de l'air à chaque hauteur au-dessus de la terre ; ou plûtôt ces ordonnées doivent marquer les diverses dilatations de la matiere réfractive répanduë dans l'air. Concevant après cela un raïon de lumiere NPA, qui à cause de la réfraction continuelle qu'il souffre en passant toujours dans un milieu plus dense, décrit avant de parvenir à nous la courbe NPA, nous considererons les trois parties consécutives & infiniment petites Pp, $p\pi$, $\pi\varpi$; & les aïant prolongées indéfiniment vers le bas, afin d'avoir les trois tangentes PL, pl, $\pi\lambda$ à la courbe NPA, nous abaisserons du centre C de la terre, les trois perpendiculaires CL, Cl, & Cλ sur ces tangentes. Enfin on tirera les lignes CP, Cπ ; & aïant décrit du point C comme centre, les trois arcs PF, Spf,

* Dans la propos. X de la troisiéme Partie du second Livre.

S$\pi\varphi$

$s\pi\varphi$, on élevera perpendiculairement à l'axe CD de la courbe BGI, les trois ordonnées FG, fg, $\varphi\gamma$.

LEMME.

§. XLI.

Cela ſupoſé, il eſt évident qu'à cauſe de l'infinie petiteſſe des épaiſſeurs Ff, $f\varphi$, on peut ſupoſer que l'ordonnée GF exprime la dilatation de l'air ou de la matiere réfractive qui eſt compriſe dans toute la couche ſphérique, dont $FPpf$ eſt une portion, & dont Ff eſt l'épaiſſeur; & que l'ordonnée gf repréſente pareillement la dilatation de la matiere refractive, compriſe dans toute la couche qui eſt imédiatement au-deſſous, & dont $f\varphi$ ou ps eſt la petite épaiſſeur. Ainſi le raïon de lumiere fera le petit trajet Pp ſans ſe courber : mais rendu en p, il s'y rompra, parce qu'il rencontrera en cet endroit de l'air plus condenſé; & par conſequent, au lieu de continuer le long de pL, il ſe détournera ſelon pl; & le détour ſera tel, qu'il y aura même raport de FG au ſinus de l'angle d'incidence que de fg au ſinus de l'angle de réfraction. C'eſt ce qui doit arriver ſelon la loi ordinaire des réfractions : mais ſi on conſidere que Cpl, eſt égal à l'angle d'incidence, & que Cpl eſt l'angle même de réfraction, on conclura que FG eſt à CL, comme fg eſt à Cl; puiſque dans les deux trianges CpL, Cpl qui ont même hypoteneuſe Cp, les côtez CL, & Cl ſont en même raiſon que les ſinus des angles CpL, Cpl, & que par la nature de la réfraction, FG doit être au ſinus de l'angle CpL, comme fg au ſinus de l'angle Cpl. On prouvera avec la même facilité que fg eſt à Cl, comme $\varphi\gamma$ eſt à $C\lambda$: car le raïon étant parvenu en π en faiſant avec la verticale $C\pi$, un angle d'incidence $C\pi l$, il ſouffrira dans ce point un ſecond détour, enſuite duquel il avancera ſelon $\pi\lambda$ & fera avec la même verticale $C\pi$, l'angle de réfraction C

F

$\pi\lambda$. Mais comme les deux triangles rectangles $C\pi l$, $C\pi\lambda$ ont encore une même hypoteneuse $C\pi$, il est clair que Cl sera à $C\lambda$, comme le sinus de l'angle $C\pi l$ sera au sinus de l'angle $C\pi\lambda$: & qu'ainsi les ordonnées gf & $\gamma\varphi$ qui expriment le raport qui doit être entre les sinus des angles d'incidence & de refraction $C\pi l$ & $C\pi\lambda$, exprimeront aussi le raport qui doit se trouver entre Cl & $C\lambda$; & il y aura donc par consequent même raison de gf à Cl, que de $\gamma\varphi$ à $C\lambda$. Or il résulte de tout cela que GF est à CL, comme $\lambda\varphi$ est à $C\lambda$; puisque l'un & l'autre de ces raports, est égal à celui de gf à Cl. Et comme on peut apliquer le même raisonnement à toutes les autres Parties de la solaire ou de la courbe tracée par le raïon de lumiere; il s'ensuit que les perpendiculaires tirées du centre de la terre sur les tangentes de cette courbe, seront continuellement proportionelles aux ordonnées correspondantes de la courbe IGB des dilatations : c'est-à-dire, que si on tire du centre C de la terre des perpendiculaires CR, CM &c. sur les tangentes NR, AM &c. de la Solaire, il y aura continuellement même raport de ID à CR que de AB à CM, que de GF à CL, &c.

Trouver la courbe des dilatations lorsqu'on connoît la Solaire ou la courbe que suit le raïon de lumiere.

§. XLII.

Fig. 11. Cette propriété de la Solaire & de la courbe des dilatations, peut servir également à découvrir la premiere ou la seconde de ces lignes courbes, lorsque l'autre sera donnée. Il sera toujours très-facile de trouver la seconde aussi-tôt qu'on connoîtra la premiere. Car la connoissance qu'on aura de cette premiere, fera qu'on pourra lui tirer des tangentes par tous ses points, & si on mene ensuite du centre de la terre des perpendiculaires sur ces tangentes, elles exprimeront par leurs longueurs combien

l'air ou la matiére réfractive doit être dilatée en chaque point de la Solaire, & il n'y aura donc qu'à faire les ordonnées correſpondantes de la courbe BGI de la même longueur que ces perpendiculaires. Si on cherche par cette méthode quelle proportion il faut que ſuivent les dilatations à différentes hauteurs au-deſſus de la terre, pour que les raïons de lumiere décrivent des logarithmiques ſpirales, en traverſant l'Atmoſphere; on verra tout d'un coup qu'il faut que ces diverſes dilatations ſoient en même raiſon, que les diſtances au centre de la terre; de ſorte que BGI doit être alors une ligne droite. C'eſt ce qui eſt évident. Car la logarithmique ſpirale faiſant toujours le même angle avec ſes apliquées, tous les triangles rectangles CPL, formez par ces apliquées CP, par les tangentes PL & par les perpendiculaires CL à ces tangentes, doivent être ſemblables; & ainſi il y a toujours même raport entre les perpendiculaires CL & les apliquées CP: mais il ſuit de là que les dilatations GF, qui ſont proportionelles aux perpendiculaires CL (ſelon le lemme précédent) le ſont auſſi aux apliquées CP, ou aux diſtances CP au centre de la terre. On trouvera par la même méthode que pour que les raïons de lumiere tracent des arcs d'Epicycloïde, il faut que les dilatations ſoient comme les ordonnées d'une hyperbole, dont C ſeroit le centre, & CD l'axe déterminé prolongé.

Connoiſſant la courbe des dilatations, trouver la ligne courbe que tracent dans l'Atmoſphere les raïons de lumiere.

§. XLIII.

On peut auſſi, mais avec un peu plus de difficulté, réſoudre le problême inverſe du précédent; c'eſt-à-dire, découvrir la courbe que tracent les raïons de lumiere, lorſque les diverſes dilatations de la matiere refractive ſont connuës. Pour donner ici une ſolution générale de ce pro-

blême, on nommera a le raïon CA de la terre; c la perpendiculaire CM abaissée du centre C sur la ligne AM, qui est tangente de la solaire, dans le point A où cette
Fig. 11. courbe parvient à nous. On voit assez que CA étant pris pour le sinus total, cette perpendiculaire $CM = c$ est le sinus de l'angle CAM, qui est le complement de la hauteur aparente de l'Astre; puisque CAM est l'angle que fait la solaire NPA avec la verticale CAD, lorsque nous la recevons ici bas. Nous nommerons de plus a la premiere ordonnée AB de la courbe BGI des dilatations: c'est ce que nous pouvons faire, puisque les ordonnées de cette courbe ne représentent point des grandeurs absoluës, mais simplement le raport des dilatations. Enfin z designera toutes les autres ordonnées, comme GF, DI de la même courbe; y ses abscisses CF, CD qui sont égales aux apliquées CP, CN de la solaire APN; & prenant sur la circonférence de la terre les abscisses AP, AO de cette seconde courbe, on les nommera u. Nous aurons après cela, $dy = Ff = SP$; & $du = eE$.

§. XLIV.

Si on fait maintenant attention au Lemme demontré §. 41. que les ordonnées de la courbe des dilatations sont continuellement proportionelles aux perpendiculaires tirées du centre C sur les tangentes de la solaire, on pourra faire cette proportion $AB = a \mid CM = c \parallel GF = z \mid CL = \frac{cz}{a}$. Ainsi la question se réduit à faire ensorte que la courbe ANP que décrit le raïon de lumiere, ait effectivement dans tous ses points, $\frac{cz}{a}$ pour les perpendiculaires comme CL tirées du centre C, sur ses tangentes PL. Pour cela je cherche la petite ligne ou le petit arc pS, par cette analogie; $CE = a \mid eE = du \mid Cp = y \mid pS =$

$\frac{ydu}{a}$; & ajoutant le quaré de pS avec celui de $SP = dy$, & tirant la racine quarée de la fomme, il me vient $\sqrt{\frac{y^2du^2}{a^2} + dy^2} = \frac{\sqrt{y^2du^2 + a^2dy^2}}{a}$ pour la valeur de pP. La reffemblance du petit triangle pSP & du grand CLP me fait enfuite découvrir la valeur de la perpendiculaire CL par cette analogie, $pP = \frac{\sqrt{y^2du^2 + a^2dy^2}}{a} \mid pS = \frac{ydu}{a} \parallel CP = y \mid CL = \frac{y^2du}{\sqrt{y^2du^2 + a^2dy^2}}$. Et comme cette perpendiculaire CL que nous trouvons ainfi égale à $\frac{y^2du}{\sqrt{y^2du^2 + a^2dy^2}}$, le doit être auffi à $\frac{cz}{a}$, nous aurons l'équation $\frac{y^2du}{\sqrt{y^2du^2 + a^2dy^2}} = \frac{cz}{a}$, dont nous tirons $a^2y^4du^2 = c^2z^2y^2du^2 + a^2c^2z^2dy^2$, & $a^2y^4du^2 - c^2z^2y^2du^2 = a^2c^2z^2dy^2$, & enfin la formule $du = \frac{aczdy}{y\sqrt{a^2y^2 - c^2z^2}}$, ou $du = \frac{czdy}{y\sqrt{y^2 - \frac{c^2}{a^2}z^2}}$. Or on voit affez qu'on peut toujours conftruire aifément la folaire par cette formule; pourvû qu'on fupofe connuë la quadrature des courbes. C'eft ce qu'il n'eft pas neceffaire d'expliquer. Nous pourrions auffi nous difpenfer de dire que pour trouver la valeur de u ou de l'arc AE par le calcul, il n'y a qu'à tirer l'expreffion de z en y, de l'équation qui marque la nature de la courbe BGI des dilatations, & qu'introduifant cette expreffion à la place de z, dans la formule $du = \frac{czdy}{y\sqrt{y^2 - \frac{c^2}{a^2}z^2}}$, le fecond membre ne contiendra plus que y de feule variable avec fa differentielle; ce qui nous permetra toujours d'en prendre l'intégrale, & de trouver au moins par aproximation, la valeur de l'arc u qui répond à chaque apliquée y. Fig. 11.

§. XLV.

On peut non-ſeulement conſtruire de cette ſorte la ligne APN que tracent dans l'air les raïons de lumiere; mais on peut toujours auſſi découvrir la quantité de la réfraction aſtronomique, ou la quantité dont ces raïons ſe courbent depuis leur entrée dans l'Atmoſphere juſqu'à nous. La courbure qu'ils ſouffrent en chaque point p, eſt meſurée par l'angle infiniment petit que font deux tangentes voiſines PL, pl; & la courbure totale eſt égale à l'angle que font les tangentes aux deux extremitez de la courbe. Il ſuit de là que ſi nous abaiſſons du centre C de la terre, des perpendiculaires CL, Cl ſur les deux tangentes PL, pl; nous pourrons regarder le petit arc xX compris entre ces deux perpendiculaires, comme l'élement de la réfraction aſtronomique, puiſqu'il meſurera l'angle LCl, qui eſt égal à celui que font les deux tangentes: & par la même raiſon l'arc entier KZ intercepté entre les deux lignes CMK & CR, qui ſont perpendiculaires aux tangentes AM & NR, aux deux extremitez de la courbe, pourra être pris pour la courbure que ſouffre le raïon dans tout ſon trajet. Or ſi on ſe ſouvient que CL $= \frac{cz}{a}$, on aura $\frac{cdz}{a}$ pour la petite partie LH dont CL ſurpaſſe Cl; & on pourra découvrir la valeur de ce petit arc Xx par cette analogie PL $= \sqrt{\overline{CP}^2 - \overline{CL}^2} = \sqrt{y^2 - \frac{c^2}{a^2}z^2} \mid LH = \frac{cdz}{a} \parallel CX = a \mid Xx$. Il vient de cette ſorte $\frac{cdz}{\sqrt{y^2 - \frac{c^2}{a^2}z^2}}$ pour l'expreſſion de ce petit arc: expreſſion qui eſt générale, & qui convient également à toutes les différentes hypotheſes des dilatations de l'air.

Mais on la réduira, comme on le ſçait, à chaque hypotheſe particuliere, en ſubſtituant à la place de z ſa valeur exprimée en y; & il ne reſtera plus enſuite qu'à en prendre l'intégrale, pour avoir la quantité $\int \frac{cdz}{\sqrt{y^2 - \frac{c^2}{a^2} z^2}}$ de la réfraction aſtronomique.

§. LXVI.

Il ſeroit aſſez facile ſelon cela, ſi on connoiſſoit les diverſes dilatations z de la matiere réfractive à différentes hauteurs au-deſſus de la terre, de découvrir la nature de la courbe que décrivent les raïons de lumiere; & le raport des réfractions : car on n'auroit toujours qu'à ſe ſervir pour la premiere de ces déterminations de la formule $u = \int \frac{czdy}{y\sqrt{y^2 - \frac{c^2}{a^2} z^2}}$ & pour la ſeconde de la formule $\int \frac{cdz}{\sqrt{y^2 - \frac{c^2}{a^2} z^2}}$. Mais malheureuſement on ne connoît point les dilatations de la matiere réfractive, dont on auroit beſoin. On a bien quelque connoiſſance des différentes dilatations de l'air; mais il eſt certain que les réfractions n'en ſuivent pas le raport. En effet l'air pris à une grande hauteur au-deſſus de la terre, eſt mille fois & dix mille fois plus dilaté qu'ici bas; & ainſi, ſi les ſinus des angles d'incidence & de réfraction, ſuivoient le raport ſimple de ces dilatations, comme l'ont ſupoſé preſque toutes les perſonnes qui ont traité ce ſujet, un raïon de lumiere qui ſeroit d'abord horiſontal, devroit ſe rompre ſi conſidérablement dans l'Atmoſphere, qu'il deviendroit preſque vertical, avant de parvenir juſqu'à nous.

C'eſt ce qui nous a obligé de ſupoſer que les réfractions étoient cauſées dans l'Atmoſphere par une matiere différente de l'air, & que nous avons apellée *réfractive.* Mais ſi on ne veut point admettre l'exiſtence de cette matiere, nous ne nous en mettons point en peine. Car les ſinus des angles d'incidence & de réfraction, qui ne ſont point proportionels aux dilatations de l'air, le ſont certainement à quelque puiſſance ou à quelque fonction de ces dilatations : or on n'a qu'à regarder la courbe BGI, comme exprimant les dilatations de l'air élevées à ces puiſſances ou à ces fonctions quelles quelles ſoient.

Déterminer la Solaire pour toutes les Hypotheſes dans leſquelles les dilatations z *ſont proportionelles aux diſtances* y *au centre de la terre, élevées à une puiſſance quelconque* m.

§. XLVII.

Mais enfin, puiſque nous ne connoiſſons point la courbe BGI des dilatations, nous allons ſupoſer que ſes ordonnées FG $= z$ ſont égales à une puiſſance quelconque m des diſtances y au centre de la terre ; c'eſt-à-dire, que nous ſupoſerons $z = y^{m}$, ou plûtôt $z = a^{1-m}y^{m}$, afin d'obſerver la loi des Homogenes. De cette ſorte nous comprendrons dans notre calcul une infinité de différentes hypotheſes de dilatations, puiſque m peut repréſenter une infinité de différentes puiſſances. Cette ſupoſition donne $dz = ma^{1-m}y^{m-1}dy$, & ſi on introduit cette valeur à la place de dz, & $a^{1-m}y^{m}$ à la place de z, dans les formules générales $\frac{czdy}{y\sqrt{y^2 - \frac{c^2}{a^2}z^2}}$ & $\int\frac{cdz}{\sqrt{y^2 - \frac{c^2}{a^2}z^2}}$;

la premiere qui exprime l'élement du des abſciſſes AE ou ou AO de la Solaire, se changera en . . . .

$$\frac{ca^{1-m}y^m dy}{y\sqrt{y^2 - \frac{c^2 a^{2-2m}}{a^2} y^{2m}}} = \frac{ca^{2-m}y^{m-2}dy}{\sqrt{a^2 - c^2 a^{2-2m} y^{2m-2}}}$$ & on aura

donc par conséquent $u = \int \frac{ca^{2-m}y^{m-2}dy}{\sqrt{a^2 - c^2 a^{2-2m} y^{2m-2}}}$, pour ces abscisses, ou pour les arcs AE, ou AO qui répondent à chaque apliquée CP ou CN $= y$. D'un autre côté, la seconde formule $\int \frac{cdz}{\sqrt{y^2 - \frac{c^2}{a^2}z^2}}$, qui exprime la quantité de la réfraction astronomique, se changera par de pareilles substitutions, en $\int \frac{mca^{1-m}y^{m-1}dy}{\sqrt{y^2 - \frac{c^2 a^{2-2m}}{a^2} y^{2m}}} =$ $\int \frac{mca^{2-m}y^{m-2}dy}{\sqrt{a^2 - c^2 a^{2-2m} y^{2m-2}}}$ & c'est donc là la quantité de la réfraction. Il nous reste maintenant à trouver les valeurs de ces deux intégrales $\int \frac{ca^{2-m}y^{m-2}dy}{\sqrt{a^2 - c^2 a^{2-2m} y^{2m-2}}} = u$, & $\int \frac{mca^{2-m}y^{m-2}dy}{\sqrt{a^2 - c^2 a^{2-2m} y^{2m-2}}}$. Mais c'est assez que nous en trouvions une, pour que nous aïons les deux; car on voit qu'elles sont dans un raport constant, que la premiere ou que le progrès horisontal OA du raïon de lumiere à mesurer sur la circonférence de la terre, est à la seconde intégrale ou à la réfraction astronomique, comme l'unité est à m : & c'est ce qui est très-remarquable.

§. XLVIII.

On peut trouver très-aisément ces deux intégrales, en supposant la rectification des arcs de cercle. On n'a d'abord qu'à tirer du centre C de la terre (Figure 12.) une Fig. 12.

G

Fig. 12. ligne CΔ parallele à AM, qui est tangente à l'extremité A de la Solaire NPA; l'arc AΔ sera du même nombre de degrez, que l'angle CAM, qui est le complement de la hauteur aparente de l'Astre; & le sinus droit AΣ sera égal à CM $= c$. Si on regarde ensuite quelque apliquée CP (y) de la Solaire, comme connuë, on n'aura qu'à faire le sinus droit TV $= ca^{1-m}y^{m-1}$, & multiplier l'arc compris entre le point A & le point T par $\frac{1}{m-1}$ pour avoir l'arc AE, par l'extremité E duquel on doit faire passer l'apliquée CP: & multipliant ce même arc AT par $\frac{m}{m-1}$, il viendra la quantité de la réfraction que souffre le raïon de lumiere dans le trajet PA. Pour démontrer cela, je conçois la ligne tv parallele & infiniment proche de TV; & du point t je tire la petite ligne $t6$ parallelement à CΔ. Il est clair que $ca^{1-m}y^{m-1}$ étant la valeur de TV, nous aurons $\sqrt{a^2-c^2a^{2-2m}y^{2m-2}} = \sqrt{\overline{CT}^2-\overline{TV}^2}$ pour celle de CV, & si nous prenons la différentielle de $ca^{1-m}y^{m-1}$, il nous viendra $\overline{m-1} \times ca^{1-m}y^{m-2}dy$ pour T6. Mais comme le grand triangle CVT est semblable au petit T6t, nous pouvons faire cette proportion CV $= \sqrt{a^2-c^2a^{2-2m}y^{2m-2}}$ | CT $= a$ || T6 $= \overline{m-1} \times ca^{1-m}y^{m-2}dy$ | Tt, & nous trouverons de cette sorte que Tt $= \frac{\overline{m-1} \times ca^{2-m}y^{m-2}dy}{\sqrt{a^2-c^2a^{2-2m}y^{2m-2}}}$. Or il suit de là que l'arc entier AT, qui est la somme de tous les petits arcs Tt, sera la valeur de l'intégrale $\int\frac{\overline{m-1} \times ca^{2-m}y^{m-2}dy}{\sqrt{a^2-c^2a^{2-2m}y^{2m-2}}}$; car y étant supposée égale à a, comme cela arrive au point

A, le ſinus TV $= ca^{1-m}y^{m-1}$ ſe trouve égal à $A\Sigma = c$, & l'arc eſt par conſéquent nul ; mais à meſure que y augmente, le ſinus TV s'éloigne de $A\Sigma$, & l'arc AT croît d'une nouvelle partie Tt qui eſt, comme on le voit, continuellement égale à $\frac{\overline{m-1} \times ca^{2-m}y^{m-2}dy}{\sqrt{a^2 - c^2a^{2-2m}y^{2m-2}}}$. Mais enfin puiſque l'arc AT eſt la valeur de l'intégrale . . . $\int \frac{\overline{m-1} \times ca^{2-m}y^{m-2}dy}{\sqrt{a^2 - c^2a^{2-2m}y^{2m-2}}}$, il eſt évident qu'il ne reſte plus qu'à le multiplier par $\frac{1}{m-1}$ pour avoir l'intégrale . . $\int \frac{ca^{2-m}y^{m-2}dy}{\sqrt{a^2 - c^2a^{2-2m}y^{2m-2}}} = u$, qui eſt la valeur de l'abſciſſe AE, qui répond à chaque apliquée CP de la *Solaire* ; & que ſi on multiplie ce même arc AT par $\frac{m}{m-1}$, on aura l'intégrale $\int \frac{mca^{2-m}y^{m-2}dy}{\sqrt{a^2 - c^2a^{2-2m}y^{2m-2}}}$ qui exprime la quantité de la réfraction. Rien n'empêchera de faire la même choſe pour toutes les autres apliquées y. Mais il eſt évident que ſi DN eſt la ſurface ſupérieure de l'Atmoſphere, ou que ſi la matiere réfractive ne change plus de denſité au-deſſus de cette ſurface ; il faudra prendre CN, pour derniere apliquée, puiſque le raïon de lumiere ne ſouffrira aucune réfraction au-deſſus du point N. Ainſi ſi on fait le ſinus droit $\Theta\Xi$ égal à ca^{1-m} CN^{m-1}, ce ſera l'arc $A\Theta$ intercepté entre les ſinus $A\Xi$ & $\Theta\Xi$ qu'il faudra multiplier par $\frac{1}{m-1}$ pour avoir l'abſciſſe correſpondante AO ; & qu'il faudra multiplier par $\frac{m}{m-1}$ pour avoir la réfraction aſtronomique, ou la courbure totale que reçoit le raïon de lumiere, en traverſant toute l'épaiſſeur de l'Atmoſphere, depuis N juſqu'en A. Fig. 12.

Fig. 12.

§. XLIX.

Il ſuit de tout cela qu'il n'importe que l'expoſant m ſoit un nombre poſitif ou négatif, entier ou rompu, & que pourvû qu'il ne ſoit pas irationel, on peut toujours déterminer géometriquement la quantité de la réfraction, & tracer géometriquement la Solaire. Car il ſera toujours poſſible de trouver la valeur $ca^{1-m}y^{m-1}$ des ſinus TV & ΘΞ pour les apliquées CP & CN : & l'arc AT ou AΘ étant déterminé, ou pourra toujours découvrir la réfraction, auſſi-bien que l'arc AE ou AO qui ſert d'abſciſſe à l'apliquée CP ou CN : puiſque ces arcs ſont des multiples ou des ſoûmultiples de l'arc AT ou AΘ, & que nous avons des méthodes géometriques, pour diviſer un arc, ou pour le multiplier, ſelon quel raport nous voulons, auſſi-tôt que ce raport eſt de nombre à nombre. Il faut cependant qu'outre l'irationalité de l'expoſant m, nous exceptions encore un cas, dans lequel la Solaire ſe trouve être une courbe méchanique. C'eſt lorſque les différentes dilatations de la matiere réfractive ſont en même raiſon que ſes diſtances au centre de la Terre. Dans ce cas z eſt égale ou proportionelle à y; m deſigne l'unité, & la Solaire eſt une logarithmique ſpirale. C'eſt ce qu'on reconnoît par la formule $u = \int \frac{ca^{2-m}y^{m-2}dy}{\sqrt{a^2 - c^2a^{2-2m}y^{2m-2}}}$, qui ſe réduit à $u = \frac{c}{\sqrt{a^2 - c^2}} \int \frac{ady}{y}$, laquelle apartient à la logarithmique ſpirale. C'eſt auſſi ce qui eſt conforme à ce qu'on a vû cy-devant, (§. 42.) que pour que les raïons de lumiere ſuivent cette ligne courbe, il faut que les dilatations des différentes couches de l'Atmoſphere, ſoient proportionelles à leurs diſtances au centre de la terre.

De la construction de la Table des réfractions ; & du choix d'une hypothese des dilatations de l'air.

§. I.

On n'insistera pas davantage sur la nature de la Solaire, & on se bornera à parler des réfractions. Il est évident que puisqu'elles sont toujours proportionelles à l'arc AΘ intercepté entre le sinus AΞ (c) du complement de la hauteur aparente, & le sinus ΘΞ ($ca^{1-m}y^{m-1}$) qui a un raport constant avec le sinus AΞ, & qui est toujours égal au produit de ce sinus par $a^{1-m}y^{m-1}$ ou par a^{1-m} CN $^{m-1}$; il est, dis-je, évident qu'il sera toujours facile de les calculer (les réfractions), par le moïen des tables des sinus ; pourvû qu'on connoisse l'exposant m, & la plus grande apliquée CN. On pourra aussi en venir à bout par le moïen des séries : car si continuant de nommer a le semi-diametre CA de la Terre & C le sinus complement AΞ de la hauteur aparente, nous désignons par b le sinus de cette même hauteur, & nous suposons $\frac{1}{h} = \frac{m}{m-1}$ & $1 - g = a^{1-m}$ CN $^{m-1}$; nous aurons $c \times \overline{1-g}$ ou $c - cg$ pour le sinus ΘΞ & la série infinie $\frac{acg}{b} - \frac{ac^3}{2b^3}g^2 + \frac{3ac^5 + ab^2c^3}{6b^5}g^3$, &c. pour la valeur de l'arc AΘ, comme on peut le voir aisément ; & il ne restera donc plus qu'à multiplier cette série par $\frac{1}{h} = \frac{m}{m-1}$ pour avoir $\frac{ac}{bh}g - \frac{ac^3}{2b^3h}g^2 + \frac{3ac^5 + ab^2c^3}{6b^5h}g^3$, &c. pour la quantité de la réfraction. Mais il est clair que faute de connoître les quantitez g & h, nous ne pouvons point faire usage de cette série. Nous ne connoissons point h,

Fig. 11. parce que nous ignorons la valeur de m, ou que nous ne ſçavons pas laquelle de toutes les hypotheſes repréſentées par l'équation $z = a^{1-m} y^m$ eſt la plus conforme à la nature : & nous ne connoiſſons pas non plus g, parce qu'outre que la valeur de m nous eſt inconnuë, nous ne connoiſſons point auſſi la hauteur de l'Atmoſphere, ou la longueur de la plus grande apliquée CN.

§. L I.

Mais rien n'eſt plus facile que de découvrir ces deux grandeurs b & g, auſſi-tôt qu'on a ſeulement trouvé par des obſervations exactes, la réfraction aſtronomique pour deux différentes hauteurs aparentes. Car comparant l'expreſſion générale $\frac{ac}{bh} g - \frac{ac^3}{2b^3h} g^2 + \frac{3ac^5 + ab^2c^3}{6b^5h} g^3$, &c. avec ces deux réfractions connuës par obſervation ; on aura deux différentes équations, & on ſçait qu'il n'en faut pas davantage, pour pouvoir déterminer deux inconnuës. C'eſt ce qu'on va tâcher d'exécuter ici ; mais en emploïant comme cela eſt abſolument néceſſaire la methode des ſuites & celle de leur retour, parce que, comme il s'agit d'arcs & de ſinus, l'opération apartient à la géometrie tranſcendante. Nous ſupoſons d'abord pour une plus grande facilité que la réfraction horiſontale eſt une des deux que nous connoiſſons, & nous la déſignerons par e : l'autre réfraction connue, nous la nommerons f, & nous nommerons q le ſinus de la hauteur aparente & p le ſinus de complement. Si nous introduiſons enſuite q & p à la place de b & de c dans l'expreſſion générale $\frac{ac}{bh} g - \frac{ac^3}{2b^2h} g^2 + \frac{3ac^5 + ab^2c^3}{6b^5h} g^3 -$ &c. des réfractions, nous aurons $\frac{ap}{qh} g - \frac{ap^3}{2q^2h} g^2 + \frac{3ap^5 + ap^2q^3}{6q^5h} g^3 -$ &c. pour la réfraction f qui convient à la hauteur aparente, dont q eſt

Fig. 12.

le ſinus & p le coſinus ; & ainſi nous aurons $f = \frac{ap}{qh} g - \frac{ap^3}{2q^2h} g^2 + \frac{3ap^5 + ap^2q^3}{6q^5h} g^3 -$ &c. Je change cette équation en $h = \frac{ap}{qf} g - \frac{ap^3}{2q^2f} g^2 + \frac{3ap^5 + ap^2q^3}{6q^5f} g^3 -$ &c. & je trouve par la methode qu'on apelle le retour des ſuites ; $g = \frac{qf}{ap} h + \frac{f^2}{2a^2} h^2 - \frac{f^3q}{6a^3p} h^3 - \frac{f^4}{24a^4} h^4 +$ &c. Voilà donc une valeur de g qui nous eſt fournie par la ſeconde hauteur aparente & par la réfraction aſtronomique f qui lui convient : mais la premiere hauteur & la premiere réfraction ; c'eſt-à-dire, la réfraction horiſontale e peut nous fournir auſſi une valeur de g, & il eſt évident que pour la trouver tout d'un coup, nous n'avons qu'à metre e à la place de f ; & *zero* & a à la place de q & de p, parce que lorſqu'un Aſtre paroît dans l'horiſon, le ſinus de ſa hauteur aparente eſt nul, & le ſinus complement de cette hauteur eſt égal au ſinus total a. Il viendra de cette ſorte $g = \frac{e^2}{2a^2} h^2 - \frac{e^4}{24a^4} h^4 +$ &c ; & combinant cette ſeconde valeur de g avec la premiere, on fera diſparoître g, & on aura l'équation $\frac{qf}{ap} h + \frac{f^2}{2a^2} h^2 - \frac{f^3q}{6a^3p} h^3 - \frac{f^4}{24a^4} h^4 +$ &c. $= \frac{e^2}{2a^2} h^2 - \frac{e^4}{24a^4} h^4 + \frac{e^6}{720a^6} h^6 -$ &c. qui ne contient plus que la ſeule inconnuë h. Mais cette derniere équation ſe réduit à $\frac{qf}{ap} = \frac{e^2 - f^2}{2a^2} h + \frac{f^3q}{6a^3p} h^2 - \frac{e^4 + f^4}{24a^4} h^3 - \frac{f^5q}{120a^5p} h^4 +$ &c, & elle donne par le retour des ſuites $h = \frac{2aqf}{p \times \overline{e^2 - f^2}} - \frac{4af^5q^3}{3p^3 \times \overline{e^2 - f^2}^3}$

Fig. 12.

$$\frac{16af^9q^5 + 6aq^3f^3p^2 \times \overline{e^2 - f^2} \times \overline{e^4 - f^4}}{9p^5 \times \overline{e^2 - f^2}^{\,5}}$$

$$\frac{+ 300aq^5p^2f^7 \times \overline{e^2 - f^2} \times \overline{f^4 - e^4} - 400aq^7f^{13} + 36aq^5p^2f^9 \times \overline{e^2 - f^2}^{\,2}}{135p^7 \times \overline{e^2 - f^2}^{\,7}}$$

&c. Ainsi on peut maintenant regarder h, comme connuë ; puisque la série précédente qui l'exprime, n'est formée que de grandeurs connuës, & que d'ailleurs il est facile de voir que cette série est très-convergente. Enfin il ne reste plus qu'à introduire cette valeur de h dans l'équation $g = \frac{e^2}{2a^2}h^2 - \frac{e^4}{24a^4}h^4 + \frac{e^6}{720a^6}h^6$ &c. pour avoir $g = \frac{2q^2e^2f^2}{p^2 \times \overline{e^2 - f^2}^{\,2}} - \frac{8q^4e^2f^6 - 2q^4e^4f^4}{3p^4 \times \overline{e^2 - f^2}^{\,4}}$

$$\frac{+ 400q^6e^2f^{10} + 160q^6e^4f^8 + 8q^6e^6f^6 + 120q^4p^2e^2f^4 \times \overline{e^2 - f^2} \times \overline{e^4 - f^4}}{90p^6 \times \overline{e^2 - f^2}^{\,6}}$$

&c. & il viendra donc $1 - g = 1 - \frac{2q^2e^2f^2}{p^2 \times \overline{e^2 - f^2}^{\,2}} +$

$$\frac{8q^4e^2f^6 + 2q^4e^4f^4}{3p^4 \times \overline{e^2 - f^2}^{\,4}}$$

$$\frac{- 400q^6e^2f^{10} - 160q^6e^4f^8 - 8q^6e^6f^6 - 120q^4p^2e^2f^4 \times \overline{e^2 - f^2} \times \overline{e^4 - f^4}}{90p^6 \times \overline{e^2 - f^2}^{\,6}}$$

$+$ &c.

§. LII.

Connoissant ainsi les valeurs de h & de g, rien n'empêche de trouver à présent la réfraction astronomique, pour quelle hauteur aparente on voudra. On n'a qu'à introduire les valeurs de h & de g dans la formule générale $\frac{ac}{bh}g - \frac{ac^3}{2b^3h}g^2 +$ &c. du §. 50. Ou si on veut découvrir la même chose par les tables des sinus, on multipliera le sinus $AZ = c$ du complement de la hauteur proposée par la valeur de $a^{1-m}y^{m-1}$ ou de a^{1-m} CN^{m-1}

CN^{m-1} que fournit la derniere série du §. 51. en donnant la valeur de $1-g$; & on aura au produit le sinus $\Theta\Xi = ca^{1-m}CN^{m-1}$. On cherchera ensuite dans les Tables à quel arc $\Theta\Delta$ ce sinus répond; & retranchant cet arc de celui $A\Delta$ du complement de la hauteur aparente, il viendra l'arc $A\Theta$, qu'il ne restera plus qu'à multiplier par Fig. 12.

$\frac{1}{h} = \frac{m}{m-1}$, ou qu'à diviser par h, dont la série

$\frac{2aqf}{p \times \overline{e^2-f^2}} - \frac{4af^3q^3}{3p^3 \times \overline{e^2-f^2}}$, &c. est l'expression; & il viendra au quotien la réfraction qu'on vouloit découvrir. On fera la même chose pour toutes les autres hauteurs aparentes, & on trouvera donc de cette sorte toutes les réfractions, en suposant simplement qu'on en connoît deux par les observations; sçavoir l'une (e), lorsque l'Astre paroît dans l'horison; & l'autre (f), lorsque l'Astre est élevé d'une hauteur aparente, dont q est le sinus & p le sinus de complement, pendant que a désigne le sinus total.

§. LIII.

Le Livre de la connoissance des Tems marque 32′ 20″ pour la réfraction horisontale; mais comme les observations donnent presque toujours cette réfraction un peu plus grande, on l'a supofée de 33′ complettes. On a pris ensuite la réfraction qui apartient au 26me degré de hauteur, & on l'a fixée à 2′ 12″, en se conformant aux Tables de M. de la Hire. Si après cela on prend 10000000 pour le sinus total, & qu'on cherche combien valent à proportion les petits arcs de 33′ & de 2′ 12″ de réfraction, on trouvera 95944 & 6400, comme on le peut voir tout d'un coup en cherchant dans les Tables les sinus de ces arcs, parce que leurs sinus leur sont sensiblement égaux. Ainsi 10000000 étant la valeur de a; 95944 sera celle de e & 6400 celle de f; & on aura de plus 4383712 pour le sinus q de 26 degrez, & 8987940 pour le sinus p de complement. Or introduisant ces nombres

H

Fig. 12.

dans la série $1 - g = 1 - \frac{2q^2e^2f^2}{p^2 \times \overline{e^2 - f^2}^2} + \frac{8q^4e^2f^6 + 2q^4e^4f^4}{3p^4 \times \overline{e^2 - f^2}^4}$

$$- \frac{400q^6e^2f^{10} - 160q^6e^4f^8 - 8q^6e^6f^6 - 120q^4p^2e^2f^4 \overline{\times e^2 - f^2} \times \overline{e^4 - f^4}}{90p^6 \times \overline{e^2 - f^2}^6}$$

+ &c, on trouvera $\frac{9978668785}{10000000000}$ pour la valeur de $1 - g$ ou de $a^{1-m} CN^{m-1}$: & il faut remarquer que cette série est si convergente, qu'il n'est pas nécessaire de pousser l'aproximation au-delà du second terme. L'autre série $h = \frac{2aqf}{p \times \overline{e^2 - f^2}^2} - \frac{4af^5q^3}{3p^3 \times \overline{e^2 - f^2}^3}$

$+ \frac{16af^9q^5 + 6aq^3f^3p^2 \overline{\times e^2 - f^2} \times \overline{e^4 - f^4}}{9p^5 \times \overline{e^2 - f^2}^5}$ + &c. qui est également convergente, donnera en même-tems $\frac{22458}{3300}$ pour la valeur de h, & on aura donc $\frac{3300}{22458}$ pour celle de $\frac{1}{h}$ ou de $\frac{m}{m-1}$.

§. LIV.

Ainsi c'est la fraction $\frac{9978668785}{10000000000}$ qui exprime le raport constant des sinus $A\Sigma$ & $\Theta\Xi$, entre lesquels l'arc $A\Theta$ est intercepté, & c'est $\frac{3300}{22458}$ qui marque le raport de cet arc & de la réfraction. C'est-à-dire qu'on doit toujours multiplier le sinus de complement $A\Xi$ de chaque hauteur aparente, par $\frac{9978668785}{10000000000}$ pour avoir le sinus $\Theta\Xi$; & que lorsque l'arc $A\Theta$ est trouvé en degrez, minutes & secondes, il faut le multiplier par $\frac{3300}{22458}$ pour avoir la réfraction requise. Si on nous propose, par exemple, 10 degrez de hauteur aparente, nous multiplierons le sinus complement 9848077 de cette hauteur par $\frac{9978668785}{10000000000}$, ou ce qui est la même chose, nous retrancherons du logarithme 9. 9933515 de ce sinus, le nombre constant 9274, parce que $-$ 9274 est le logarithme de $\frac{9978668785}{10000000000}$. Il nous viendra 9. 9924241, pour le logarithme du sinus $\Theta\Xi$

qui répond à 79°. 19'. 45"; & ainsi l'arc A⊖ sera de 40'. Fig. 12.
15" ou de 2415"; & si on le multiplie par le nombre constant $\frac{2300}{22458} = \frac{1}{h} = \frac{m}{n-1}$ on trouvera 355" ou 5'. 55" pour la quantité de la réfraction qu'on vouloit découvrir. C'est de cette sorte que nous avons calculé la Table suivante.

Nouvelle Table des réfractions Astronomiques.

Hauteurs apa-rentes.	*Réfractions.*		*Hauteurs apa-rentes.*	*Réfractions.*		*Hauteurs apa-rentes.*	*Réfractions.*	
Deg.	Min.	Sec.	D.	Min.	Sec.	D.	Min.	Sec.
0	33		31	1	47	61		35
1	25	20	32	1	43	62		34
2	19	47	33	1	39	63		32
3	15	50	34	1	35	64		30
4	13	1	35	1	32	65		29
5	10	58	36	1	29	66		28
6	9	25	37	1	26	67		27
7	8	5	38	1	23	68		26
8	7	18	39	1	20	69		25
9	6	3	40	1	17	70		24
10	5	55	41	1	15	71		22
11	5	24	42	1	12	72		21
12	4	57	43	1	9	73		20
13	4	35	44	1	6	74		19
14	4	15	45	1	4	75		17
15	3	58	46	1	2	76		16
16	3	41	47	1	0	77		15
17	3	29	48		58	78		13
18	3	17	49		56	79		12
19	3	6	50		54	80		11
20	2	56	51		52	81		10
21	2	47	52		50	82		9
22	2	39	53		48	83		8
23	2	32	54		46	84		7
24	2	25	55		45	85		6
25	2	18	56		43	86		4
26	2	12	57		42	87		3
27	2	6	58		40	88		2
28	2	1	59		38	89		1
29	1	56	60		37	90		0
30	1	52						

Fig. 12.

§. L V.

Il n'eſt pas néceſſaire de s'arrêter ici à expliquer l'uſage de cette Table. Tous les Pilotes un peu inſtruits dans la théorie de leur art, ſçavent aſſez que les réfractions ſont communes aux hauteurs meſurées par toutes ſortes d'inſtrumens ; & que puiſque ces réfractions font paroître les Aſtres un peu plus élevez qu'ils ne ſont en effet, on doit toujours retrancher la réfraction de la hauteur aparente, pour avoir la hauteur véritable. On n'inſiſte pas davantage ſur cet article. Mais les Lecteurs ſeront ſans doute bien-aiſes de connoître la valeur de m, afin de ſçavoir le degré de l'équation $z = a^{1-m} y^m$ & de connoître quelle eſt l'hypotheſe qui ſert de fondement à nôtre table.

Nous avons trouvé (§. 15.) que $\frac{1}{n}$ ou $\frac{m}{m-1} = \frac{3300}{22458}$: mais cette fraction $\frac{3300}{22458}$ doit être regardée comme *négative*, parce qu'elle marque le raport de l'arc A☉ à la réfraction aſtronomique, & que l'arc A☉ eſt *négatif*, parce que les ſinus TV ou ☉Ξ diminuent ici à meſure que les apliquées AP, ou AN $= y$ augmentent. Ainſi au lieu de l'équation $\frac{m}{m-1} = \frac{3300}{22458}$, nous avons $\frac{m}{m-1} = -\frac{3300}{22458}$; d'où nous tirons $25758\, m = 3300$ & $m = \frac{3300}{25758}$ & ſi nous mettons cette valeur à la place de m dans l'équation $z = a^{1-m} y^m$ de la courbe BGI des dilatations, il viendra $z = a^{\frac{22458}{25758}} \times y^{\frac{3300}{25758}}$ ou $z^{25758} = a^{22458} y^{3300}$; & c'eſt donc là l'équation qui repréſente nôtre hypotheſe particuliere ; hypotheſe qui eſt préferable à la multitude infinie d'autres renfermées dans l'équation $z = a^{1-m} y^m$. Il eſt vrai que quelque ſiſtême qu'on embraſſe ſur cette matiere, il arrive preſque toujours que les réfractions ſont proportionelles à un arc A☉ intercepté entre deux ſinus AΞ, ☉Ξ qui ont entr'eux un raport conſtant. Mais il suffit que ce raport soit différent, ou que les deux sinus soient pris en quelqu'autre endroit du quart de cercle, pour que les réfractions suivent une autre progression, & que la Table soit différente ; & enfin nôtre hypothese a toujours cet avantage singulier, d'être choisie entre une infinité d'autres. On pouvoit bien avoir fait quatre ou cinq différentes supositions & examiné ensuite laquelle étoit la meilleure : mais ce n'est qu'en suivant une méthode semblable à celle qu'on vient d'expliquer qu'on pouvoit pousser la discussion infiniment plus loin ; & choisir, non pas entre quatre ou cinq hypotheses, mais entre une infinité. Fig. 11.

§. LVI.

Nous pouvons dire aussi à l'avantage de nos calculs, qu'ils s'accordent assez exactement avec les observations des plus sçavans Astronomes. Après que *Tycho* eut donné dans le premier livre de ses *Progymnasmata* des Tables des réfractions déduites de ses observations, personne ne toucha à cette matiere, jusqu'au tems du célébre feu M. *Cassini*, qui l'examina le premier avec des yeux de Géometre, qui inventa une hypothese très-ingénieuse, & qui démontra que les réfractions devoient alterer, jusqu'au zénit, la hauteur des Astres. La Table de la connoissance des Tems est calculée sur cette hypothese ; mais M. *Cassini* qui ne travaille pas aujourd'hui avec moins d'assiduité ni moins de succès que son illustre pere, à perfectioner l'Astronomie, a remarqué que les réfractions sont un peu plus grandes qu'elles ne sont marquées dans la table, lorsque l'Astre est tout-à-fait proche de l'horison ; qu'à très-peu de hauteur, elles deviennent un peu plus petites, & qu'ensuite elles commencent de rechef à surpasser celles de la table. Il suit de là que l'hypothese ancienne ne représente pas bien la progression des réfractions ; & c'est aussi ce qu'a observé feu M. *de la Hire*. Mais si on examine la nouvelle table que nous

Fig. 12. donnons ici, on reconnoîtra que cette progreſſion y eſt beaucoup mieux obſervée ; & nous pourrions montrer en particulier, que nos réfractions ſont effectivement plus petites que celles de la connoiſſance des tems depuis environ la 5^{me} minute de hauteur aparente juſqu'un peu au-deſſous du 4^{me} degré, & qu'enſuite elles deviennent un peu plus grandes. Après tout notre table ne doit être principalement exacte dans ces climats-ci, que pendant l'été ; & il eſt certain que ſi on vouloit en conſtruire une autre pour l'hyver, il faudroit ſupoſer la réfraction horiſontale beaucoup plus forte, & telle qu'on l'obſerve ordinairement dans cette ſaiſon. On ſe ſerviroit également pour cela des ſéries $1 \frac{-2q^2e^2f^2}{p^2 \times \overline{e^2-f^2}^2} + \frac{8q^4e^2f^6+2q^4e^4f^4}{3p^4 \times \overline{e^2-f^2}^4}$ $-$ &c. & $\frac{2aqf}{p \times \overline{e^2-f^2}} - \frac{4af^5q^3}{3p^3 \times \overline{e^2-f^2}^3}$, + &c ; de la premiere pour trouver l'expoſant $1-g$ du raport qu'il faudroit metre entre les ſinus $A\Xi$ & $\Theta\Xi$; & de la ſeconde, pour découvrir l'expoſant $\frac{1}{b}$ ou $\frac{m}{m-1}$ du raport de l'arc $A\Theta$ à la réfraction.

CHAPITRE II.

De l'Inclinaiſon de l'Horiſon viſuel.

§. LVII.

SI on s'étoit déterminé dans la premiere Partie, en faveur d'un Inſtrument qui portat ſon horiſon avec lui, on n'auroit ſimplement qu'à retrancher la réfraction aſtronomique de la hauteur aparente pour avoir la hauteur véritable. Mais comme on a choiſi un Inſtrument d'une autre eſpece, on eſt obligé de faire encore une correction à la hauteur. Car lorſqu'on eſt élevé au-deſſus de la Mer, & qu'on regarde ſon extremité aparente, le raïon viſuel n'eſt pas de niveau, il eſt incliné du côté de la Mer; & il eſt plus ou moins incliné, ſelon qu'on eſt plus ou moins élevé. Or cette inclinaiſon doit alterer la hauteur des Aſtres; puiſque la hauteur n'eſt autre choſe que l'angle formé par le raïon de l'Aſtre & par une ligne parfaitement horiſontale; & qu'au lieu de cette derniere ligne on en emploïe une qui eſt inclinée. Si (par exemple) le cercle ADM (Fig. 13.) repréſente la circonférence de la terre, & ſi un obſervateur eſt ſitué en B & élevé de la quantité AB au-deſſus de la ſurface de la Mer, il n'y a qu'à tirer du point B la ligne BD qui touche la circonférence du cercle en quelque point D, & cette tangente repréſentera le raïon de l'horiſon viſuel: de ſorte que ce ſera au-deſſus de cette ligne que l'obſervateur prendra la hauteur des Aſtres, faute de pouvoir la prendre immédiatement au-deſſus de la ligne FBG, qui eſt parfaitement de niveau. Mais on voit que l'obſervateur ſe trompera de l'angle FBD dont l'horiſon viſuel eſt incliné: & que pour corriger l'erreur, il faut ajouter cet angle FBD à la hauteur aparente de l'Aſtre, lorſqu'on obſerve cette hauteur * *par derriere.*

Fig. 12.

Fig. 13.

§. LVIII.

Nous diſons qu'il faut ajouter à la hauteur obſervée de l'Aſtre, l'inclinaiſon de l'horiſon aparent, lorſqu'on prend hauteur *par derriere*: c'eſt ce qui eſt ſenſible; car ſi l'Aſtre eſt en I & qu'on lui tourne le dos, pour obſerver ſa hauteur, la tangente BD ſera l'horiſon viſuel, & nôtre Inſtrument nous donnera l'angle IBE formé par le raïon

* Prendre hauteur *par derriere*, c'eſt prendre hauteur en tournant le dos à l'Aſtre, comme nous l'avons expliqué au commencement du dernier Chapitre de l'autre Partie, & les Pilotes diſent qu'ils prennent hauteur *par devant* lorſqu'ils viſent à l'Aſtre même, comme nous l'avons expliqué à la fin du même Chapitre, en parlant de la maniere d'obſerver la hauteur des Etoiles.

Fig. 11. IB de l'Aſtre & par le prolongement BE de la tangente BD : mais on voit que cet angle eſt plus petit que celui IBG de la véritable hauteur, de la quantité dont l'horiſon eſt incliné. Ce ſeroit tout le contraire ſi on prenoit *par devant* la hauteur d'un Aſtre H : car on trouveroit par le moïen de l'Inſtrument l'angle HBD qui eſt trop grand ; & ainſi il faudroit alors retrancher l'angle de l'inclinaiſon.

§. LIX.

Au ſurplus il eſt très-facile de calculer cette inclinaiſon de l'horiſon pour toutes les différentes élévations de l'obſervateur au-deſſus de la Mer, auſſi-tôt qu'on ſupoſe que le raïon viſuel eſt une ligne droite. Il eſt ſenſible que cette inclinaiſon eſt égale à l'angle fait au centre de la terre, par la ligne BC & par le ſemi-diametre CD qui ſe rend au point D où le raïon touche la ſurface de la Mer. Ainſi ſi dans le triangle rectangle BCD, on compare le raïon DC de la terre au ſinus total ; BC qui eſt connuë, puiſque c'eſt la diſtance de l'obſervateur au centre de la terre, repréſentera la ſecante de l'angle BCD & en même-tems celle de l'angle de l'inclinaiſon BFD. En un mot on peut toujours faire cette proportion, le raïon de la terre eſt au ſinus total, comme la diſtance BC de l'obſervateur au centre de la terre eſt à la ſecante de l'inclinaiſon, & il n'y aura qu'à renverſer cette analogie pour trouver la diſtance de l'obſervateur au centre de la terre, lorſque l'inclinaiſon de l'horiſon ſera donnée. C'eſt de cette ſorte qu'on a calculé la Table ſuivante.

Table

Fig. 15.

Table des inclinaisons de l'Horison sensible.

Elévations au-dessus de la Mer.		Inclinais. de l'horison visuel.	Elévations au-dessus de la Mer.	Inclinais. de l'horison visuel.	Elévations au-dessus de la Mer.	Inclinais. de l'horison visuel.
Pieds	Pouc.	Min.	Pieds.	Min.	Pieds.	Min.
0	10	1	365	21	1395	41
3	4	2	401	22	1470	42
7	5	3	439	23	1534	43
13	3	4	478	24	1607	44
20	9	5	519	25	1681	45
29	11	6	561	26	1756	46
39	9	7	605	27	1833	47
53	2	8	651	28	1912	48
67	3	9	698	29	1993	49
83	0	10	747	30	2074	50
100	5	11	798	31	2159	51
119	5	12	850	32	2244	52
140	3	13	904	33	2331	53
162	8	14	960	34	2420	54
186	8	15	1017	35	2511	55
212		16	1076	36	2603	56
240		17	1136	37	2697	57
269		18	1198	38	2792	58
299		19	1262	39	2889	59
331		20	1328	40	2988	60

§. LX.

Comme les plus grands Vaisseaux ne sont pas fort élevez au-dessus de la surface de la Mer, il n'y aura que les premiers nombres de la Table précédente qui pourront servir. Les autres seroient seulement d'usage, si étant à terre sur quelque montagne proche de la Mer, on vouloit observer la hauteur des Astres à la maniere des Marins, en prenant pour horison l'extremité aparente de la Mer. Mais dans ce cas la Table précédente ne seroit pas assez exacte : car le raïon visuel BD se courbe sensi-

I

Fig. 13. blement par les réfractions, dans le long trajet qu'il a à faire depuis l'œil jusques vers le point D. Le raïon visuel doit se courber sensiblement, puisqu'il est, comme nous l'avons déja dit à la fin de la premiere Partie, une portion de la *solaire* ou de la ligne courbe que tracent les raïons de lumiere, en traversant l'Atmosphere : & il est clair que cette courbure des raïons, doit rendre les inclinaisons de l'horison un peu plus petites que celles qui sont marquées ci-dessus. Si on étoit, par exemple, élevé au-dessus de la surface de la Mer de 2440 pieds ou de 2460, l'inclinaison de l'horison visuel seroit selon la Table d'environ 54′ 20″ : & cependant M. *Cassini* observa le 12 Mars 1701, au pied de la tour de la *Massane*, qui est proche de *Collioure*, & qui est élevé de 408 $\frac{1}{2}$ Toises ou de 2451 pieds que l'inclinaison de l'horison visuel n'étoit que de 50′ 20″. La différence étant assez considérable, nous avons cru qu'il étoit à propos de nous servir de la Théorie établie dans le Chapitre précedent, pour tâcher de découvrir les inclinaisons de l'horison avec plus d'exactitude. C'est même ce qui nous a engagé à ne traiter ce sujet qu'après avoir examiné les réfractions ; sans cela nous eussions suivi un ordre contraire. Ce que nous avons dit des réfractions nous met en effet plus en état de connoître exactement les inclinaisons de l'horison. Mais cela n'empêche pas que pour avoir la hauteur véritable d'un Astre, on ne doive toujours, à parler dans la rigueur, corriger l'inclinaison de l'horison avant de corriger la réfraction : Car les réfractions qui sont marquées dans la Table, ne sont pas calculées pour des hauteurs mesurées au-dessus d'un horison incliné ; mais pour des hauteurs mesurées au-dessus d'un horison parfaitement de niveau.

De l'Inclinaiſon de l'Horiſon aparent, lorſque les raïons viſuels ſont pris pour des lignes courbes.

§. LXI.

Conſiderons la Figure 14, dans laquelle ✝AE eſt une partie de la ſurface de la terre & BG eſt la courbe des dilatations de l'Atmoſphere; & ſupoſons comme ci-devant (§. 43.) que cette ligne BG eſt tracée de ſorte que ſa premiere ordonnée AB ſoit égale au ſemi-diametre AC de la terre. Cette condition fera que ſi AP eſt une portion de *ſolaire* ou de la ligne courbe que trace dans l'Atmoſphere un raïon de lumiere, & que ſi cette courbe touche la ſurface de la terre en A; les perpendiculaires CR tirées du centre C ſur les tangentes PR de cette ligne, feront non-ſeulement proportionelles aux ordonnées correſpondantes FG de la courbe des dilatations; mais elles leur feront auſſi égales. C'eſt ce qui ſuit de ce qu'on a dit dans le Chapire précédent (§. 41.) car la ſolaire AP rencontrant CA perpendiculairement en A, il doit y avoir même raport de CA à AB que de CR à FG: mais puiſque les deux premiers termes de cette proportion ſont égaux entr'eux, les deux derniers CR & FG le feront auſſi. Si maintenant on fait attention que la courbe AP peut être priſe pour le raïon viſuel d'un obſervateur qui feroit ſitué en P, & qui étendant ſa vuë auſſi loin que lui permettroit la rondeur de la terre, regarderoit l'extremité aparente A de la Mer, on reconnoîtroit que l'angle RPC eſt le complement de l'inclinaiſon de l'horiſon aparent, puiſque le raïon viſuel AP eſt dirigé lorſqu'il entre dans l'œil de l'obſervateur P, comme s'il venoit du point R, & qu'il fait avec la verticale PC l'angle RPC. Il doit donc y avoir par conſequent dans le triangle rectangle CPR, même raport de CP à CR que du ſinus total au ſinus du complement de l'inclinaiſon propoſée de l'horiſon vi- Fig. 14.

Fig. 14. ſuel. Mais pour mettre ce raport entre CP & CR, on n'a qu'à le mettre entre les deux autres lignes CF & FG qui leur ſont égales ; & il eſt clair que pour le mettre entre ces deux dernieres lignes, on n'a qu'à prendre AC pour le ſinus total, & faire AΩ égal au ſinus de complement de l'inclinaiſon propoſée & tirer la ligne CG par le point Ω. Ainſi voici une conſtruction très-ſimple & très-générale. C'eſt de faire l'arc AΨ égal au complement de l'inclinaiſon de l'horiſon ou égal à l'angle RPC qu'on veut que faſſe le raïon viſuel AP avec la verticale CP de l'obſervateur ; & tirant du point Ψ la ligne ΨΩ parallelement à CA, afin de faire ΩA égale au ſinus ΨΦ, il n'y aura qu'à tirer par le point Ω la ligne CG, juſqu'à ce qu'elle rencontre la courbe BG des dilatations en quelque point G ; & menant enſuite l'ordonnée GF parallelement à BA ou perpendiculairement à CF, le point F fera connoître combien il faut que l'obſervateur P ſoit élevé au-deſſus de la Mer, pour que ſon horiſon viſuel ſoit incliné de la quantité preſcrite.

§. LXII.

Pour reſoudre le même problême par le calcul, on continuera de nommer y les diſtances CP ou CF au centre de la terre, & z les ordonnées FG de la courbe des dilatations : & ſi on prend de plus r pour le ſinus total, & i pour le ſinus du complement de l'inclinaiſon qu'on veut qu'ait l'horiſon aparent ; on aura à cauſe du triangle rectangle CRP cette analogie, $r \mid CP = y \parallel i \mid CR = FG = z$: D'où on tire $rz = iy$. Or il ſuffit, comme il eſt ſenſible, d'introduire dans cette petite formule la valeur de z en y, (valeur qu'on connoît toujours, auſſi-tôt qu'on ſçait la nature de la courbe des dilatations,) & il viendra une autre équation qui ne contiendra plus que y de ſeule inconnuë, & dont il n'y aura plus par conſequent qu'à chercher les racines. On a ſupoſé dans l'autre Chapitre $z = a^{1-m} y^{m}$ & on a trouvé qu'entre la

multitude infinie d'hypothefes que cette équation repré- Fig. 14.
fente, c'eft $z = a^{\frac{22458}{25758}} y^{\frac{3300}{25758}}$ qui eft conforme aux obfervations. On n'a donc qu'à introduire $a^{\frac{22458}{25758}} y^{\frac{3300}{25758}}$ ou plus généralement $a^{1-m} y^{m}$ à la place de z dans la formule $rz = iy$: il viendra $r a^{\frac{22458}{25758}} y^{\frac{3300}{25758}} = iy$ ou $ra^{1-m} y^{m} = iy$; & fi à caufe de la trop haute dimenfion de ces équations, on les refoud par les logarithmes, on trouvera $Ly = La + \frac{25758}{22458} \times \overline{Lr - Li}$ ou généralement $Ly = La + \frac{1}{1-m} \times \overline{Lr - Li}$. Or il eft très-facile de trouver par ces formules, combien l'obfervateur doit être élevé au-deffus de la Mer, pour que fon horifon vifuel foit incliné d'une quantité donnée. Il n'y a, comme on le voit, qu'à multiplier par $\frac{25758}{22458}$ ou généralement par $\frac{1}{1-m}$, l'excès du logarithme Lr du finus total fur le logarithme Li du cofinus de l'inclinaifon propofée; & ajoutant le produit au logarithme du femi-diametre terreftre a, il viendra le logarithme de la diftance y de l'obfervateur au centre de la terre : & il ne reftera donc plus qu'à fouftraire de cette diftance y, le femi-diametre a. Cette méthode nous a procuré la Table fuivante.

Fig. 14.

Nouvelle Table des Inclinaisons de l'Horison visuel.

Elévations au-dessus de la Mer.		*Incli-naif. de l'horison sensible.*	*Elévations au-dessus de la Mer.*	*Incli-naif. de l'horison sensible.*	*Elévations au-dessus de la Mer.*	*Incli-naif. de l'horison sensible.*
Pieds	Pouc.	Min.	Pieds.	Min.	Pieds.	Min.
	11	1	420	21	1601	41
3	9	2	459	22	1680	42
8	7	3	504	23	1761	43
15	3	4	548	24	1844	44
23	10	5	595	25	1928	45
34	3	6	645	26	2015	46
46	7	7	694	27	2103	47
60	11	8	747	28	2194	48
77	0	9	801	29	2286	49
95	2	10	857	30	2381	50
115	1	11	915	31	2477	51
136	11	12	975	32	2575	52
160	9	13	1037	33	2674	53
186	5	14	1101	34	2777	54
214		15	1166	35	2881	55
243		16	1234	36	2986	56
275		17	1304	37	3094	57
308		18	1375	38	3203	58
343		19	1448	39	3314	59
381		20	1524	40	3428	60

§. LXIII.

Il paroîtra peut-être que c'est pousser la délicatesse trop loin, de vouloir obliger les Pilotes à ne se servir que de cette seconde Table au lieu de la premiere. Mais cependant il suffit que l'observateur soit élevé de trente pieds, pour que la différence soit déja de près d'une demie minute : & si on étoit obligé de monter dans la hune afin de découvrir la Mer par-dessus quelques isles ou quelques rochers, l'erreur pourroit aller à près d'une minute. Or nous sommes persuadez qu'on ne doit presque rien négliger dans une ſemblable matiere: car quelque ſoin & quelque peine qu'on ſe donne, il arrive qu'on ſe trompe encore ſouvent d'une quantité trop ſenſible. D'ailleurs il étoit toujours néceſſaire d'entreprendre la diſcuſſion précédente, au moins pour ſçavoir, comme on l'a déja dit, ce qu'on doit penſer de l'exactitude de la Table ordinaire. Fig. 14.

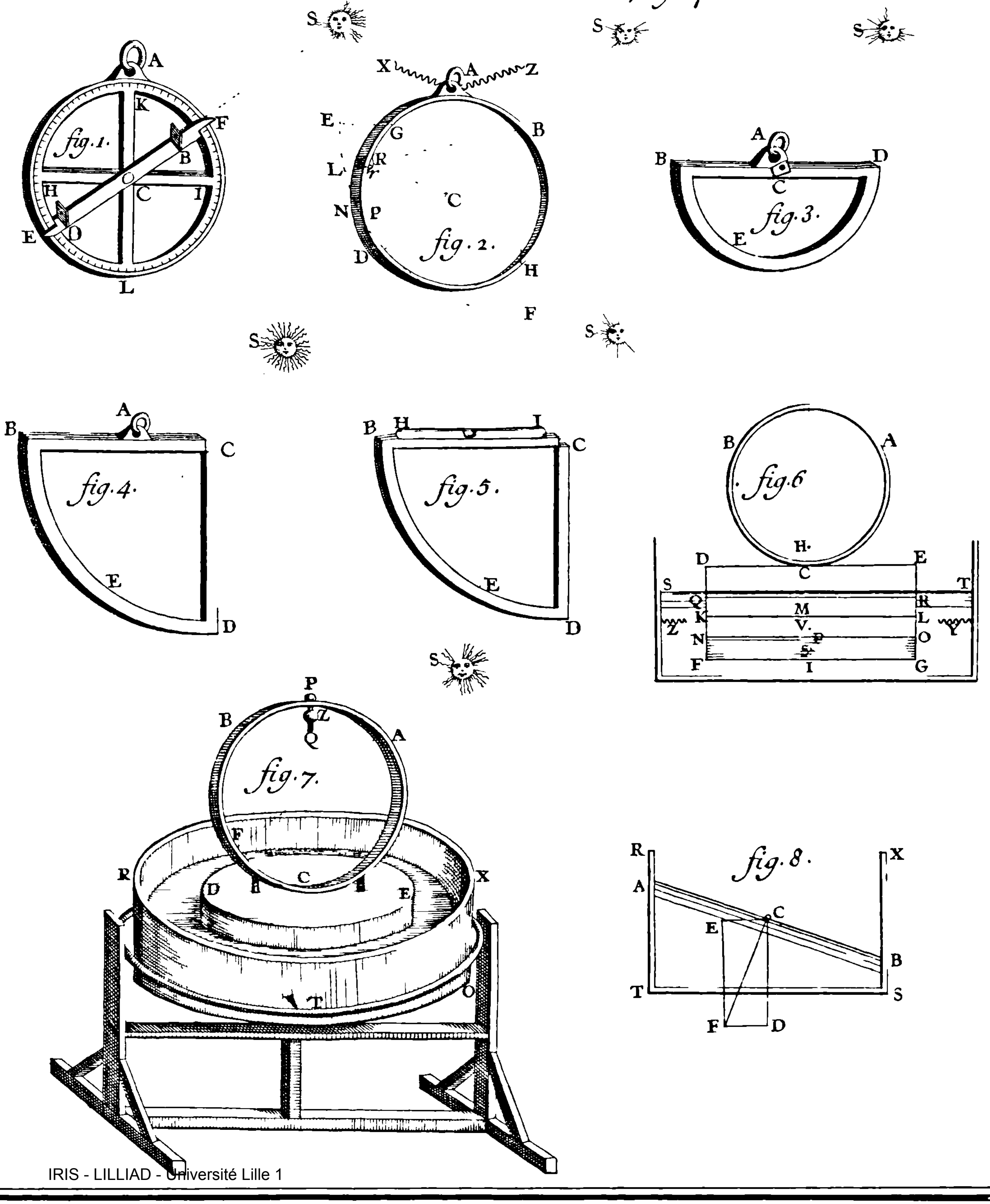
§. LXIV.

Enfin ſi dans la formule $Ly = La + \frac{25758}{22458} \times \overline{Lr - Li}$; ou $Ly = La + \frac{1}{1-m} \times \overline{Lr - Li}$, on traite le coſinus i de l'inclinaiſon de l'horiſon aparent, comme inconnu, on trouvera $Li = Lr - \frac{22458}{25758} \times \overline{Ly - La}$ ou plus généralement $Li = Lr - \overline{1 + m} \times \overline{Ly - La}$; & on pourra aiſément par le moïen de ces nouvelles formules découvrir l'inclinaiſon de l'horiſon aparent, lorſqu'on connoîtra l'élévation de l'obſervateur au-deſſus de la ſurface de la Mer. Après avoir pris l'excès du logarithme Ly de la diſtance de l'obſervateur au centre de la terre, ſur le logarithme La du raïon même de la terre, il faudra multiplier cet excès par $\frac{22458}{25738}$ ou généralement par $1 - m$, & retranchant le produit qu'on trouvera du logarithme Lr du ſinus total, il viendra le logarithme Li du ſinus de complement de l'inclinaiſon de l'horiſon viſuel. Si on vouloit après cela trouver la diſtance à l'horiſon ou à l'extremité aparente de la Mer, il n'y auroit qu'à multiplier le nombre de minutes & de ſecondes de l'inclinaiſon aparente, par $\frac{1}{1-m}$ ou par $\frac{25758}{22458}$; & il viendroit la diſtance requiſe en minutes & ſecondes de grand cercle de la terre. C'eſt ce qu'on ne demontre point, parce que cela n'eſt point néceſſaire à nôtre ſujet: Il ſuffit d'ajouter que

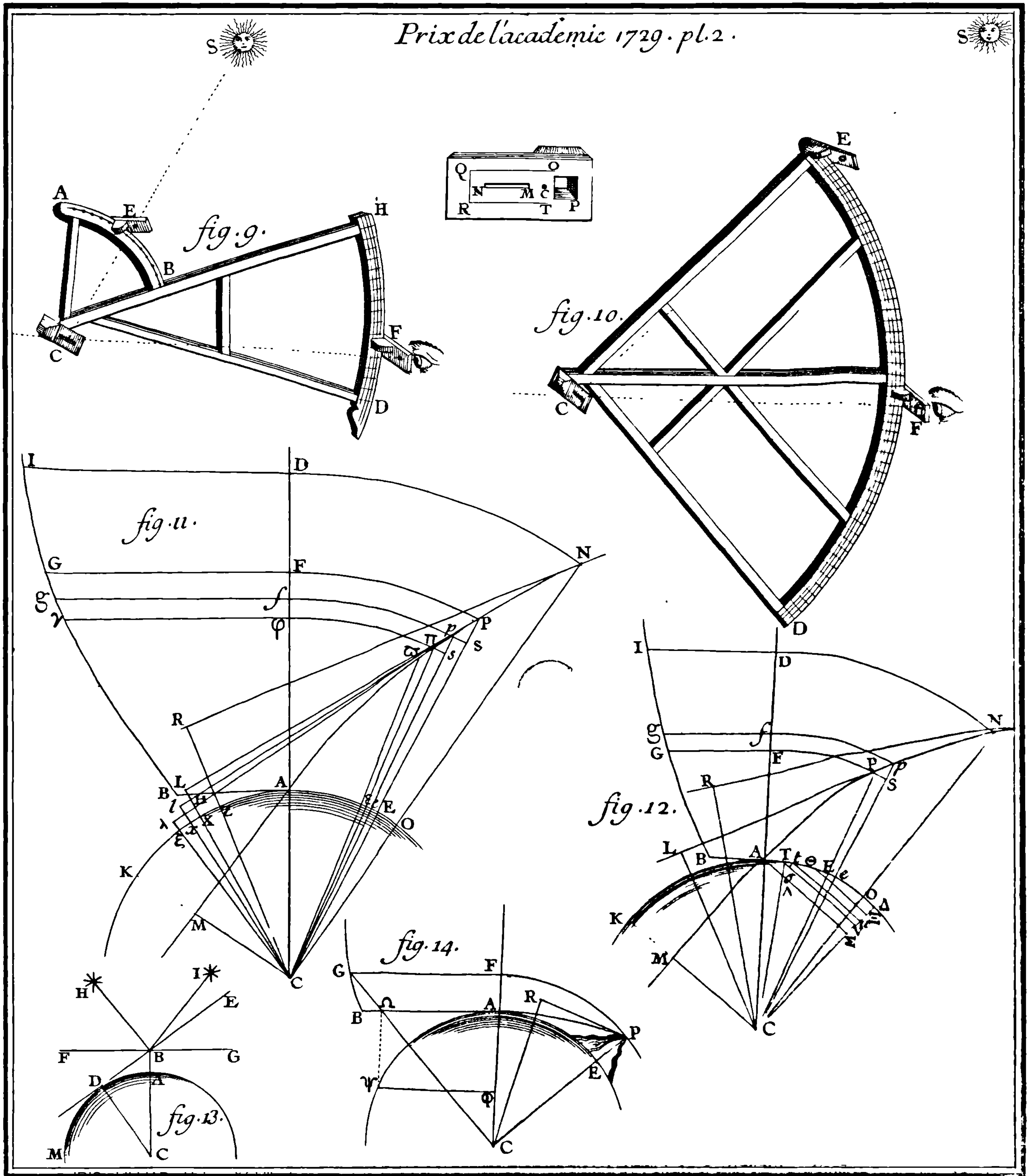
Fig. 14. comme les réfractions ſont ſujettes à pluſieurs irrégularitez, tant à cauſe de la différente quantité de vapeurs qui ſe ſoutiennent dans la partie baſſe de l'Atmoſphere, que parce que la maſſe même de l'air eſt ſujette à changer de hauteur, on ne peut pas promettre que les déterminations précédentes s'accordent toujours dans la derniere rigueur, avec les obſervations qu'on pourra faire. Mais les irrégularitez ſe faiſant tantôt dans un ſens & tantôt dans un autre, les raïons de lumiere doivent être plus ou moins courbes ; & c'eſt donc aſſez, pour que les calculs aïent toute l'exactitude poſſible, qu'ils repréſentent toujours la courbure moïenne des raïons. Or nous avons lieu de croire, que ſi les calculs qu'on a mis en uſage juſques ici n'ont point eu ce degré de perfection, & que s'ils n'ont pas dû faire trouver les quantitez moïennes, parce qu'ils n'ont toujours été faits que dans la ſupoſition que les raïons de lumiere ſont des lignes droites ; ce ne ſera pas tout-à-fait la même choſe des ſuputations que nous avons emploïées.

FIN.

Prix de l'academie 1729 · pl. 1.



Prix de l'academie 1729. pl. 2.



NOUVELLES PENSÉES SUR LE SYSTÊME DE M. DESCARTES,

Et la maniere d'en déduire les Orbites & les Aphélies des Planètes.

PIECE QUI A REMPORTE' LE PRIX PROPOSE' par l'Académie Royale des Sciences pour l'année 1730.

Par M. JEAN BERNOULLI *Professeur des Mathématiques à Bâle, & membre des Académies Royales des Sciences de France, d'Angleterre & de Prusse.*

A PARIS, RUE S. JACQUES.

Chez CLAUDE JOMBERT, au coin de la ruë des Mathurins, à l'Image Notre-Dame.

M. DCC. XXX.

AVEC PRIVILEGE DU ROY.

AVERTISSEMENT.

L'ACADEMIE a trouvé cinq Piéces parmi celles qui lui ont été envoyées, qui méritoient de concourir, & principalement la Piece N°. 13. dont la Devise est :

Me vero primum dulces ante omnia Musæ
Accipiant, Cœlique vias & sydera monstrent.

Les autres sont la Piece N°. 3. dont la Devise est : *Sicut tenebræ ejus, ita & lumen ejus.* La Piece N°. 26. dont la Devise est : *Multa contigit scire, sed non intelligere.* La Piece N°. 20. dont la Devise est : *Cœli enarrant gloriam Dei, & opera manuum ejus annunciat firmamentum.* Et la Piece N°. 27. dont la Devise est : *Ex minimis maxima.*

NOTA. *Page* 16. *après la ligne* 22. au lieu de,

$\frac{vv}{x}$) nous donnera $xdx + \frac{vv}{x} = vvdx$ pour la force centrifuge *lisez*

$\frac{vv}{x}$) nous donnera $xdx \times \frac{vv}{x} = vvdx$ pour la force centrifuge

NOUVELLES PENSÉES
SUR LE SYSTÊME
DE M. DESCARTES,
Et la maniere d'en déduire les Orbites & les Aphélies des Planètes.

Virtus recludens immeritis mori
Cœlum, negata tentat iter via.
Horat. Od. 2. Lib. 3. Carm.

§. I.

L'Illustre Académie des Sciences ayant proposé pour l'année 1730. cette question : *Quelle est la cause de la figure elliptique des Orbites des Planètes, & pourquoy le grand axe de ces Ellipses change de position, ou ce qui revient au même, Pourquoy leur Aphélie, ou* *leur Apogée répond ſucceſſivement à differens points du Ciel?* J'ai cru qu'il m'étoit permis d'eſſayer mes forces ſur ce ſujet. On ſera peut-être ſurpris de voir que j'oſe reproduire ſur la ſcene les Tourbillons céleſtes, dans un tems où pluſieurs Philoſophes, particulierement des Anglois, les regardent comme de pures chimeres, & n'en parlent qu'avec le dernier mépris; mais la ſavante COMPAGNIE à l'éxamen de laquelle je ſoumets mes penſées, jugera ſi on a raiſon de condamner un Syſtême bâti ſur des principes clairs & intelligibles, & de lui en ſubſtituer un autre fondé ſur des principes dont on ne peut ſe former aucune idée; ce qui en matiere de Phyſique me paroit une raiſon ſuffiſante pour rejetter un tel Syſtême, quand il feroit au reſte le plus heureuſement inventé pour l'explication de tous les Phénomènes, ſur tout ſi on a les moyens en main de faire voir que par le premier Syſtême bien ménagé, on eſt en état, non ſeulement de rendre raiſon de ces mêmes Phénomènes; mais auſſi de répondre aux objections les plus fortes qu'on a voulu faire valoir en Angleterre, comme des armes invincibles contre les Tourbillons. Or je montrerai dans ce petit Diſcours qu'on a effectivement ces moyens pour éxécuter l'un & l'autre. Je vais commencer par faire une courte diſcuſſion des differentes idées que l'on a ſur le Syſtême général du Monde; enſuite je répondrai à la prétendue impoſſibilité des Tourbillons fondée ſur deux Propoſitions de M. Newton; En troiſiéme lieu je donnerai la ſolution de la queſtion propoſée, par l'hypotheſe des Tourbillons.

§. II.

Les deux parties que contient cette Queſtion, conſiſtent à déterminer 1°. la cauſe des Ellipſes que les Planètes décrivent dans le Ciel, 2°. la cauſe du changement de poſition des grands axes de ces Ellipſes. On ſuppoſe donc, comme une choſe avérée, que les Orbites des Planètes ont une figure elliptique, & que les Aphélies ſont mobiles.

§. III.

On a raiſon de le ſuppoſer; les Phénomènes démontrent l'un & l'autre, quoique quant aux Planètes principales, le mouvement de leur Aphélie ſoit ſi lent, que pluſieurs, tant Aſtronomes que Philoſophes, ont voulu douter s'il eſt véritable, ou plûtôt apparent; mais je le ſuppoſerai réel & véritable, d'autant plus qu'il découle fort naturellement du Syſtême dont j'entreprends la défenſe.

§. IV.

L'arrangement des parties du Monde, l'ordre & le mouvement des Aſtres, enfin la ſymmetrie entre tout ce qui compoſe l'Univers, eſt ce qu'on nomme communément le Syſtême du Monde; mais comme c'eſt une explication phyſique qu'on demande ſur les deux points en queſtion, on voit bien qu'il ne ſuffit pas de regarder ce grand édifice avec des yeux Aſtronomes, c'eſt-à-dire de ſe contenter de ſavoir le cours & les autres ſymptomes des Aſtres, ſuivant les régles établies par les obſervations & l'idée du Syſtême qu'on adopte, ſans ſe mettre en peine comment ni pourquoy les choſes ſont ainſi faites & point autrement. Il faut de plus pénétrer dans les Cauſes phyſiques, connoître les Loix du mouvement, & les prendre de la ſource, ſi on veut être en état de rendre raiſon des effets obſervés par les Aſtronomes.

§. V.

Cependant comme les Aſtronomes ſont obligés de choisir un Systême qui convienne, autant qu'il est possible, aux Phénomenes célestes dans toutes les particularités qui les accompagnent; aussi les Physiciens ne sont pas moins obligés de s'y tenir préférablement à tout autre; car comment pourroit-on tirer des vérités en raisonnant sur une hypothèse douteuse, ou tout-à-fait fausse? Ainsi je ne m'arrêterai pas au Systême de Ptolomée, ni à celui de Ticho, puisqu'il y a long-tems qu'on reconnoît l'insuffisance de l'un & de l'autre, tant pour l'Astronomie que pour la Physique.

§. VI.

Le Systême de Copernic est celui qui quadre le mieux pour l'Astronomie, comme étant le plus simple. On satisfait par son moyen aux principaux Phénomènes; & il est d'ailleurs confirmé par un grand nombre d'observations & par des découvertes nouvellement faites, depuis qu'on a trouvé moyen d'employer les grands tuyaux optiques pour observer le Ciel. Les Satellites de Jupiter & ceux de Saturne qui font leurs révolutions autour de ces Astres, le mouvement propre de Jupiter, celui de Mars & de Venus sur leur centre, semblable au mouvement diurne de la Terre, les Phases croissantes & décroissantes de Venus, le mouvement du Soleil autour de son centre fixe & immobile, & plusieurs autres découvertes de cette nature, sont autant de preuves presque certaines de la vérité du Systême de Copernic. Aussi les Astronomes les plus habiles & de ce siécle & du passé, l'ont-ils reçû sans difficulté, comme le seul qui puisse expliquer tous ces Phénomènes d'une maniere simple & naturelle.

§. VII.

Mais pour ce qui est des causes Physiques qui produiſent les mouvemens des corps céleſtes & les variétés de ces mouvemens, il s'en faut beaucoup que les Philoſophes ne ſoyent d'accord entre eux. Mon but n'eſt pas d'éxaminer le ſentiment de chacun ; on ne l'éxige pas. Je me propoſe ſeulement, parce que cela me conduit à mon ſujet, de confronter les deux differentes opinions qui ont fait le plus de bruit dans le monde. La premiere eſt celle de M. Deſcartes ; la ſeconde qui eſt la plus en vogue en Angleterre, vient du fameux M. Newton.

§. VIII.

Pour parler de cette derniere, en premier lieu, on ſait que M. Newton l'a bâtie ſur les vûës de Kepler, dont il a emprunté le fondement pour compoſer ſon Syſtême. Il ne faut pas nier qu'il n'ait éxécuté ſon deſſein fort heureuſement par la force centrifuge des Planètes contrebalancée par une force contraire de leur gravitation vers le centre du mouvement. Quant à la premiere de ces deux forces, ſa nature eſt connuë, on en conçoit clairement la cauſe, & perſonne ne fait difficulté d'accorder, qu'une pierre, par éxemple, agitée en rond par une fronde, acquiert un effort continuel pour s'éloigner du centre, parce qu'elle eſt empêchée par la fronde de ſe mouvoir en ligne droite, qui eſt la tangente du cercle en tout point où la pierre ſe trouve, & qui eſt la direction naturelle qu'elle ſuivroit, ſi elle n'étoit point retenuë par la fronde : Et comme il faut une certaine force pour détourner à tout moment la pierre de ſon mouvement rectiligne, il eſt viſible qu'elle doit faire une réſiſtance égale (puiſque l'action & la réaction ſont toujours égales) & c'eſt dans cette réſiſtance que conſiſte la force centrifuge. Ainſi cette force eſt reconnuë & admiſe comme un principe clair & intelligible.

§. IX.

Mais quand il s'agit d'expliquer la cause de la gravitation des Planètes sur le Soleil, & la raison pourquoy elles ne trouvent point de résistance de la part du milieu dans lequel elles se meuvent, il a falu hazarder deux supositions hardies, qui révoltent les esprits accoûtumés à ne recevoir dans la Physique que des principes incontestables & évidens. La prémière de ces suppositions est d'attibuer aux corps une vertu ou faculté *attractive*, par laquelle ils s'attirent mutuellement, sans le secours d'aucune autre action. La seconde consiste à supposer dans le Monde un *vuide* parfait. Voilà donc *l'attraction & le vuide* (comme dit agréablement M. de Fontenelle) *bannis de la Physique par Descartes, & bannis pour jamais selon les apparences, y reviennent ramenés par M. Newton, armés d'une force toute nouvelle, dont on ne les croyoit pas capables, & seulement peut-être un peu déguisés*; deux principes qui tendent directement à rétablir sur le trône le Péripathétisme, qui a tyrannisé si longtems les anciens Philosophes. Aussi M. Newton a-t-il bien senti & prévû les objections qu'on lui feroit, en particulier contre la pésanteur innée des corps, c'est pour cela qu'il proteste en plusieurs endroits, qu'il n'adopte ce sentiment que comme une hypothèse, par exemple, à la page 389. de ses Principes Phil. Nat. Edit. derniere: *Attamen*, dit-il, *gravitatem corporibus essentialem esse minime affirmo*, plus retenu en cela que ses Sectateurs outrés, tels que M. Cottes, qui a fait la Préface devant cette Edition, où il prétend positivement & d'un air impérieux contre les Cartésiens. pag. 8. & 9. *Que la pésanteur n'est pas moins essentielle aux corps que leur étenduë, mobilité & impetrabilité.* On voit là le Disciple plus courageux que le Maître.

§. X.

Mais puiſque cette confiance de parler ne nous oblige en aucune maniere de donner aveuglément dans ces ſentimens incompréhenſibles, il nous ſera permis d'abandonner le Syſtême de M. Newton, quelque ingénieux qu'il ſoit, juſqu'à ce qu'il ſoit délivré de tout ce qui choque la ſaine raiſon, comme en effet, je crois avoir trouvé un expédient tout particulier pour expliquer la gravitation des Planètes par une cauſe purement méchanique, ſans recourir ni à l'attraction, ni au vuide, avec cet avantage, que je me fais fort de montrer clairement, pourquōi les gravitations des Planètes ſur le Soleil doivent être en raiſon renverſée des quarrés des diſtances au centre du Soleil, ce que M. Newton & ſes Sectateurs ont ſeulemenr ſuppoſé comme une hypothèſe ſans pouvoir le démontrer, pour en déduire les Ellipſes, au foyer deſquelles on place le Soleil, ou le centre auquel tendent les gravitations. Mais mes penſées là-deſſus me donneroient matiere à une autre Diſſertation, que j'aurai l'honneur de communiquer à l'illuſtre ACADE'MIE, quand je verrai que celle-ci aura été reçûë favorablement. Je m'attache pour le préſent à convaincre les Adverſaires des Tourbillons, qu'ils ſont beaucoup plus commodes qu'on ne l'a crû juſqu'ici, pour ſauver les Phénomènes, en particulier ceux dont il eſt ici queſtion, ce qui diſſipera en quelque façon les difficultés, auſquelles ce Syſtême étoit ſujet.

§. X I.

Les Tourbillons que M. Deſcartes a introduits, ſont trop connus des Phyſiciens pour en faire une ample deſcription. On ſait que par ces Tourbillons il a prétendu expliquer deux effets principaux, ſavoir le mouvement des Planètes autour du Soleil, & la nature de pésanteur, qui fait descendre les corps grossiers vers le centre de la Terre ou d'une autre Planète. Mais ce Systême tout spécieux qu'il est d'abord, n'a pas manqué de rencontrer ses Antagonistes : on y a trouvé à redire sur tout ; que par les Tourbillons il est très-difficile d'expliquer la Règle de Kepler, que les observations les plus éxactes vérifient d'une maniere admirable. En conséquence de cette Règle les Planètes décrivent au tour du centre du Soleil, non par des cercles excentriques, comme on croyoit, mais des Ellipses, quoique approchantes des cercles ; le Soleil est dans un des foyers de chacune de ces Ellipses ; le tems pour parcourir un arc d'une Ellipse est proportionel à l'aire du Secteur Elliptique formé par cet arc & les deux lignes droites tirées du foyer aux extrémités du même arc ; Les tems périodiques des révolutions entières des Planètes sont en raison sesquipliquée de leurs distances moyennes au centre du Soleil, c'est-à-dire, que les quarrés des tems périodiques, sont comme les cubes de ces distances. D'où il suit, que la vitesse moyenne des Planètes est réciproquement comme la racine quarrée de leur distance moyenne. Enfin tout cela s'observe aussi dans les Planètes sécundaires ou Satellites au tour de leur Planète principale.

§. XII.

D'ailleurs M. Descartes a tâché de rendre quelque raison pourquoy une même Planète est tantôt plus, tantôt moins éloignée du Soleil, ce qui se fait, selon lui & ses Commentateurs, parce que le Tourbillon solaire, entouré de plusieurs autres Tourbillons inégaux, en est pressé inégalement, en sorte que l'interstice par où doit passer la matiere du Tourbillon, étant d'un côté plus étroit, & du côté opposé plus large, il faut que la
Planète

Planète s'approche plus du Soleil, & marche plus vite là où elle est serrée, & qu'elle s'éloigne plus du Soleil, & aille plus lentement à l'endroit où elle est plus au large. Quand on accorderoit cela, on voit bien que les Orbites des Planètes ne seront pas des cercles, & qu'elles auront leurs Aphélies & Perihélies ; mais faut-il pour cela, dira-t-on, que les Orbites soyent justement des Ellipses? Que le Soleil soit justement placé dans un des foyers? Que les Planètes observent si précisément dans leur cours la loi de Kepler? Faut-il aussi que les apsides soyent mobiles, nonobstant que l'inégalité des interstices entre le Soleil & les Tourbillons voisins paroissent par cette explication devoir occuper toujours les mêmes endroits, par raport aux étoiles fixes? Voudra-t-on dire que Dieu a fait exprès un arrangement tout particulier par une espèce de miracle entre les Tourbillons, pour produire ces effets? en vérité cela seroit ce qu'on apelle *Deum accersere ex machina.* On pourroit soûtenir avec le même droit, que Dieu dirige immédiatement par sa Toute-puissance la machine de l'Univers, & que c'est sa pure volonté, que les Corps célestes se meuvent de la sorte, & point autrement; ou bien on pourroit rapeller ces Génies ou ces Intelligences, que Dieu a constituées, selon la grotesque idée de certains Anciens, pour tourner éternellement les Cieux & les Astres, en observant la Règle de Kepler. Mais s'il étoit permis de raisonner sur ce pied-là en entassant hypothèses sur hypothèses, il n'y auroit aucun Phénomène dans la Nature des choses, dont on ne pût imaginer sur le champ quelque explication, semblable à celle que donne par plaisanterie M. Cottes dans sa préface que j'ai alléguée ci-dessus, où pour se rire des Tourbillons Cartésiens, il dit, quoiqu'avec un peu trop de présomption, qu'ils ne sont pas plus propres pour expliquer les mouvemens des Planètes, que seroit l'hypothèse de celui qui pour rendre raiſon pourquoi une pierre jettée en l'air décrit une Parabole, voudroit ſoûtenir, que c'eſt parce qu'il y a une matiere ſubtile qui ſe meut en tous ſens, & toûjours ſur des Paraboles grandes & petites, tellement que la pierre entrainée par le cours de cette matiere, ſera obligée de ſuivre la route de l'une ou de l'autre de ces Paraboles, ſelon la direction & la force avec laquelle la pierre a été jettée.

§. XIII.

Un tel uſage des Tourbillons ſeroit, en vérité, ridicule; mais d'un autre côté on leur feroit grand tort de les rejetter tout-à-fait à cauſe des difficultés qui ſe préſentent d'abord. Si on veut être équitable, il faut voir ſi on ne peut pas les lever par quelque tempérament ou explication raiſonnable. Ce ſeroit une eſpece d'ingratitude, ſi nous ne reconnoiſſions que c'eſt principalement à M. Deſcartes que nous ſommes redevables des premieres idées qu'il nous a données pour raiſonner en Phyſique, ſur des principes qu'on peut entendre clairement, au lieu de tout ce fatras de qualités occultes, de formes ſubſtantielles, de facultés, de vertus plaſtiques, & de cent autres chimeres ſemblables que l'Antiquité nous avoit laiſſées.

§. XIV.

Les Tourbillons ſe préſentent ſi naturellement à l'eſprit, qu'on ne ſauroit preſque ſe diſpenſer de les admettre. Mais pour diſſiper les inconveniens qui réſultent de la manière dont M. Deſcartes veut qu'ils emportent les Planètes, ne fera-t-on pas bien d'y apporter quelque remède, en montrant un autre effet auquel on n'a pas ſongé, qui nous mette en état d'en tirer, d'une manière ſimple & claire, les Phénomènes des Aſtres, comme je tâcherai de faire, lorſqu'après cette diſcuſſion j'aurai l'honneur d'expoſer à mes Juges la nouvelle idée que j'ajoûte au Syſtême de Deſcartes, qui me paroît la plus ſimple & la plus naturelle, tant pour obvier aux difficultés, que pour donner une réponſe convenable au ſujet de la queſtion propoſée par l'ACADE'MIE.

§. XV.

Quoique les Tourbillons Cartéſiens ſoyent, comme nous venons de voir, ſujets à de grandes difficultés, il faut avoüer auſſi qu'il y en a, formées même par des Philoſophes célèbres, qui ne ſont qu'apparentes, & qu'on peut d'abord diſſiper par des réponſes ſolides. En effet, le Savant M. Saurin n'a-t-il pas ſolidement répondu dans les Mémoires de l'ACADE'MIE de 1709. à l'objection de M. Huguens ſur la cauſe de la Peſanteur? lorſque celui-ci avoit prétendu, que ſi la matiere céleſte ſe mouvoit proche de la Terre en même ſens, avec une viteſſe qui devroit être, ſelon ſon calcul, beaucoup plus grande que la viteſſe du mouvement journalier de la Terre au tour de ſon axe, il ne ſeroit pas poſſible que par le continuel effort d'un mouvement ſi rapide, elle n'entrainât avec elle tous les corps qui ſont ſur la ſurface de la Terre, ce qui n'arrive pas. La raiſon que M. Saurin a donnée, pourquoy ce mouvement ſi rapide ne doit pas ſe faire ſentir, ni entrainer les corps qui ſont ſur la Terre, me paroît ſi bonne, qu'elle ne ſauroit être meilleure, ni plus ſatisfaiſante.

§. XVI.

Je paſſe donc à une autre objection, qui paroît d'autant plus importante qu'on l'a voulu fonder ſur une démonſtration géométrique. Elle vient du célèbre M.

Newton, qui a donné deux propositions dans ses Principes de la Phil. nat. ce sont la 51[e] & la 52[e] du second Livre, par lesquelles il prétend démontrer l'impossibilité des Tourbillons. Mais outre la réponse judicieuse de M. Saurin que lon voit à la fin de son Mémoire allégué, je trouve que le raisonnement de M. Newton est un sophisme manifeste, étant fondé sur deux suppositions également fausses. Voici comme il raisonne. Il conçoit d'abord un fluide uniforme & infini en repos, dans lequel il fait tourner un Cylindre, & puis aussi une Sphère solide autour de leur axe. Il divise par la pensée le fluide en une infinité de couches d'une épaisseur égale & infiniment petite, toutes paralleles à la surface du Cylindre, ou de la Sphere. Cette surface en tournant fait une impression continuelle sur la prémière couche qui lui est contiguë, & l'entraine peu à peu : de même cette prémière couche met en mouvement la seconde, celle-ci la troisième, & ainsi consécutivement chacune des couches entrainera par son frottement sa voisine ultérieure, jusqu'à ce qu'une grande partie du fluide soit mise dans une espèce de Tourbillon, qui tourne à chaque distance avec une vitesse permanente & convenable à l'éloignement de l'axe du Cylindre ou de la Sphere. Pour déterminer le tems périodique qui convient à la révolution de chaque couche, M. Newton considere les couches comme solides & d'une petite épaisseur égale, comme je l'ai déja dit ; ensuite il parle ainsi (v. pag. 375. Ed. dernière) „ Quoniam homogeneum „ est fluidum, impressiones contiguorum Orbium in „ se mutuo factæ erunt (per hypoth.) ut eorum translationes ab invicem, & superficies contiguæ in quibus „ impressiones fiunt. Si impressio in orbem aliquem „ major est vel minor ex parte concava quam ex parte „ convexa, prævalebit impressio fortior, & motum orbis vel accelerabit, vel retardabit, prout in eundem

„ regionem cum ipſius motu vel in contrariam dirigitur. Proinde ut orbis unuſquiſque in motu ſuo uniformiter perſeveret, debent impreſſiones ex parte utraque ſibi invicem æquare & fieri in regiones contrarias. Unde cum impreſſiones ſint ut contiguæ ſuperficies & harum tranſlationes ab invicem, erunt tranſlationes inverſe ut ſuperficies (cylindricæ). h. e. inverſe ut ſuperficierum diſtantiæ ab axe, &c.

§. XVII.

Or les dernières lignes de ce Raiſonnement, qui ne ſont qu'une répétition des prémières, contiennent une double erreur. Car 1°. les impreſſions que ſe font les Couches, les unes ſur les autres, conſiſtent dans la réſiſtance que cauſe le frottement, lorſque la ſurface convexe d'une couche ſe ſépare de la ſurface concave de la couche voiſine: mais on ſait que cette réſiſtance dépend uniquement de la force avec laquelle les deux ſurfaces ſont preſſées l'une contre l'autre, & point du tout de la grandeur ou de l'étenduë dans laquelle elles ſe touchent. Nous avons ſur ce ſujet une excellente Diſſertation de feu M. Amontons dans les Mémoires de l'ACADE'MIE de 1699. où il fait voir pag. 212. *Que la réſiſtance cauſée par le frottement des ſurfaces de differentes étenduës eſt toûjours la même, lorſqu'elles ſont chargées de poids égaux, ou ce qui eſt la même choſe, lorſque les preſſions ſont égales.* Cependant M. Newton conſidere ſeulement l'étenduë des Couches & la viteſſe rélative avec laquelle elles ſe ſéparent, ſans faire attention à la quantité de preſſion dont chacune eſt preſſée contre ſa voiſine. 2°. Il néglige entierement de faire intervenir l'action du Levier, dont la conſidération pourtant eſt ici abſolument néceſſaire, étant viſible que la même force appliquée ſuivant la tangente de la Circonference d'une grande rouë, a plus d'efficace pour la faire tourner, qu'elle n'a lorsqu'on l'applique à la circonference d'un rayon plus petit. D'où vient donc que M. Newton, qui regarde ces couches comme autant de rouës solides à tourner sur leur axe commun, ne tire pas en conséquence le raport des distances au centre, qu'observent les forces du frottement dans les couches, pour avoir leur véritable *momentum* ou efficace ? D'où vient aussi qu'il ne met pas en ligne de compte la quantité de pression que chaque couche doit soûtenir, puisque, sans la pression, les Couches ne feroient que glisser l'une sur l'autre sans se frotter, comme il est évident par les expériences de M. Amontons.

§. XVIII.

Voilà deux erreurs qu'on ne sauroit concevoir comment elles sont échapées à la sagacité d'un si grand Géomètre, & moins encore peut-on s'imaginer pourquoy ses zélés Partisans ne se sont point apperçûs pendant si long-tems, jusques-là même qu'ils ont laissé paroître ces fautes dans les trois différentes éditions qu'on a faites en Angleterre de l'Ouvrage de M. Newton, fort long-tems l'une après l'autre. Voyons ce qu'il faut faire pour rémedier à ce double deffaut. Pour cette fin je donne la solution de ses deux Propositions dans les articles suivans ; on jugera si je n'ai pas mieux réüssi.

§. XIX.

Il est évident que chaque couche du fluide entre deux autres voisines, pour qu'elle puisse circuler avec une vitesse uniforme, doit recevoir autant d'efficace par le frottement de la couche inférieure, pour en être avancée ou accélerée, qu'elle en reçoit en sens contraire par le frottement de la ſupérieure pour en être retardée, de ſorte que les décroiſſemens de viteſſe étant à tous momens réparés par des accroiſſemens égaux, la couche conſerve ſa circulation uniforme. Or qu'eſt-ce qui produit ces deux effets égaux & contraires l'un à l'autre ? C'eſt ſans doute la force du frottement que ſouffre chaque couche, en *avant*[2], & en *arriere*[1], par les deux contiguës, la ſupérieure & l'inférieure ; mais cette force d'où vient-elle au frottement, puiſque ni le ſeul attouchement des ſurfaces, ni la viteſſe rélative avec laquelle elles ſe ſéparent, quelque grande qu'elle ſoit, ne produiſent encore aucune force ? Voici donc d'où je dérive cette force. Pendant qu'une couche eſt en circulation, il eſt viſible qu'elle fait un continuel effort pour ſe dilater, à cauſe de la force centrifuge avec laquelle toutes ſes parties cherchent à s'éloigner du centre de la circulation ; mais la dilatation actuelle étant empêchée par la couche voiſine ſupérieure, il eſt naturel que celle-ci en ſera preſſée. C'eſt donc ainſi que la premiere, ou la plus baſſe couche miſe en circulation, preſſe la ſeconde, & la ſeconde aidée de la premiere, preſſe la troiſième ; celle-ci aidée des deux précédentes, preſſe la quatrième, & ainſi de couche en couche par toute l'étendue du Tourbillon. D'où il ſuit que pour eſtimer la quantité de l'impreſſion que chaque couche éxerce ſur la ſurface concave de la ſuivante, il faut prendre la force centrifuge de la matiere, non de la ſeule couche inférieure contiguë, mais de toutes les précédentes, puiſque la derniere des couches doit toûjours ſoûtenir l'effort total de la force centrifuge que toute la matiere du fluide compris ſous elle acquiert par la circulation.

§. XX.

Il ne reſte que le calcul à faire pour trouver com-

bien de preſſion chacune des couches précédentes contribuë à preſſer la derniere ; la ſomme de toutes
Fig. I. ces preſſions donnera la preſſion totale. Soit donc le corps *S* que je ſupoſe premierement cylindrique, & qui par le mouvement au tour de ſon axe produit dans le fluide un tourbillon composé d'une infinité de couches d'épaiſſeur égale & infiniment petite. Prenons deux de ces couches, comme *ERP* & *GMC* éloignées l'une de l'autre de l'intervalle *EG*, & conſiderons *ERP* comme la derniere, dont le rayon *SE* ſoit d'abord d'une longueur déterminée & invariable $= a$, pendant que l'autre couche *GMC* conſidérée comme une des précédentes, a le rayon *SG* indeterminé & variable $= x$, & l'épaiſſeur conſtante $Gg = dx$. Soit *V* la viteſſe abſoluë avec laquelle la couche *GMC* circule au tour de *S*. La quantité de matiere contenuë dans la couche *GMC* eſt proportionelle au produit de *SG* par *Gg*; donc cette quantité s'exprimera par xdx, ce qui étant multiplié par la force centrifuge abſoluë (qui eſt, comme on ſait, en raiſon compoſée de la directe du quarré de la viteſſe & de la réciproque ſimple du rayon, c'eſt-à-dire en raiſon de $\frac{vv}{x}$) nous donnera $xdx \times \frac{vv}{x} = vvdx$ pour la force centrifuge de la matiere contenuë dans la couche *GMC*.

§. XXI.

C'eſt donc avec cette force $vvdx$ que la couche particuliere *GMC* ſans le ſecours des précédentes inférieures fait un effort pour ſe dilater, je veux dire qu'elle preſſe le fluide extérieur contenu dans l'eſpace *RPEGCM*. Or c'eſt un principe d'Hydroſtatique, qu'un fluide qui remplit éxactement quelque eſpace, étant preſſé d'un côté, répand également la même preſſion

preſſion ſur toutes les parties des parois extérieures de l'eſpace qui renferme le fluide Donc pour ſavoir quelle ſera la preſſion que toute la ſurface concave de la Couche *ERP* reçoit de l'effort dilatatif de la ſeule Couche *GMC*, il faut faire cette analogie. *Comme la circonference* GMC *eſt à la circonférence* ERP, *ou*, *comme le rayon* SG (x) *eſt au rayon* SE (a); *ainſi la force centrifuge ou l'effort dilatatif de la Couche* GMC *que nous avons trouvée* $= vvdx$ *eſt à une quatrième* $\frac{avvdx}{x}$, qui montre par conſèquent la preſſion que la ſurface concave de la derniere Couche *ERP* ſouffre de l'effort dilatatif de *GMC*. Donc la Somme ou l'Integrale de $\frac{avvdx}{x}$, c'eſt à dire $a\int\frac{vvdx}{x}$ déſignera la preſſion totale que toutes les Couches inférieures compriſes entre *S* & *GMC* tranſmettent conjointement ſur la concavité de la derniere *ERP*. Faiſons préſentement cette Couche *ERP* variable & contiguë à *GMC*, afin que nous ayons indéterminément la preſſion totale ſur chacune. Ainſi il n'y a qu'à mettre x pour a, & nous aurons $x\int\frac{vvdx}{x}$ = à l'impreſſion totale que le fluide du tourbillon communique à la ſurface concave d'une Couche quelconque, dont le rayon eſt x; donc cet $x\int\frac{vvdx}{x}$ dénotant la force avec laquelle la ſurface convexe d'une Couche eſt preſſée contre la concave de la plus voiſine ſupérieure, doit, ſelon l'expérience & le raiſonnement de M. Amontons, règler la force du frottement que ſe font les deux Couches contiguës l'une à l'autre, ce qui s'exécute en cette maniere.

§. XXII.

Ayant tiré (Fig. II.) une ligne droite *SE* qui coupe les circonférences des Couches A, B, C, &c. aux points L, M, N, O, &c. Que l'on conçoive les arcs LR, MT, NV, OP, &c. qui expriment les vitesses réelles avec lesquelles les Couches font leurs révolutions au tour de S. La Courbe RPF qui passe par les points R, T, V, P, &c. sera nommée la Courbe des vitesses. Considerons une de ces Couches, par éxemple B entre les deux voisines A & C, & tirons les rayons ST & SV qui coupent l'arc MT aux points T & t pour avoir le petit arc Tt, élément de *Translation* comme M. Newton l'apelle, c'est-à-dire la vitesse rélative avec laquelle la Couche B se sépare de ses voisines A & C Soit donc comme auparavant la distance indéterminée SM ou $SN = x$, MT ou $NV = v$; nous aurons $Tt = TM - tM = TM - VN + VN - tM$; Or $TM - VN$ n'est autre chose que la differentielle de l'arc TM prise négativement, je veux dire, que $TM - VN = -dv$, & $VN - tM$ (parce que $SN . NM :: VN . VN - tM$) $= \frac{vdx}{x}$

Et partant $Tt = -dv + \frac{vdx}{x} = \frac{vdx - xdv}{x}$. La même chose se peut conclure en différentiant la vitesse angulaire, dont la mesure est l'angle TSM ou $\frac{v}{x}$; Car $VSN - TSM = -TST = -d\left(\frac{v}{x}\right) = \frac{vdx - xdv}{xx}$: Mais $TST = \frac{Tt}{TS} = \frac{Tt}{x}$, donc $Tt = \frac{vdx - xdv}{x}$ comme auparavant.

§. XXIII.

Tout cela étant ainsi trouvé, il en faut déduire le *momentum* ou l'efficace du frottement des Couches, en prenant les trois raisons, qui en doivent déterminer l'effet total. 1°. La pression des Couches exprimée par $x\int\frac{vvdx}{x}$, 2°. La vitesse rélative de translation ou de séparation de leurs surfaces contiguës, 3°. La longueur du Levier, c'est-à-dire, le rayon des Couches qui est $= x$. Ainsi la raison composée de ces trois raisons $x \times \frac{vdx - xdv}{x} \times x\int\frac{vvdx}{x}$, ce qui fait $\overline{vxdx - xxdv} \times \int\frac{vvdx}{x}$ donnera le *momentum* du frottement, en vertu duquel la surface concave de chaque Couche est poussée en avant, pendant que sa surface extérieure ou convexe en est autant précisément repoussée en arriere; dont l'effet est que la Couche sera conservée dans sa circulation uniforme. Mais afin que cela arrive généralement à toutes les Couches, il n'y a qu'à faire $\overline{vxdx - xxdv} \times \int\frac{vvdx}{x} =$ à une quantité constante que je nommerai cdx. Ainsi j'ai cette équation $\overline{vxdx - xxdv} \times \int\frac{vvdx}{x} = cdx$, qui détermine la nature de la courbe des vitesses *RPF*, par conséquent aussi la loi de la vitesse réelle du tourbillon pour chaque distance au centre *S*. Or comme je remarque que dans le facteur du prémier membre $vxdx - xxdv$ les deux indéterminées v & x montent ensemble à la même dimension, savoir à la seconde, cela me fait connoître que v peut être égal à une certaine puissance de x. Pour la trouver, suposons $v = x^n$, & partant $dv = nx^{n-1}dx$, & substituons ces deux valeurs dans notre équation $\overline{vxdx - xxdv} \times \int\frac{vvdx}{x} = cdx$; le prémier membre $\overline{vxdx - xxdv} \times \int\frac{vvdx}{x}$ (après avoir pris l'Integrale de $\frac{vvdx}{x}$, ou de $x^{2n-1}dx$, qui est $\frac{1}{2n}x^{2n}$) se change en $\overline{x^{n+1}dx - nx^{n+1}dx} \times \frac{1}{2n}x^{2n}$ ou $\frac{1-n}{2n}x^{3n+1}dx$. Nous avons donc cette Equation $\frac{1-}{2n}x^{3+1}$

$dx = cdx$, laquelle doit êtrre identique, afin qu'elle satisfasse à l'équation trouvée, c'est pourquoi il faut faire $3n+1 = o$, & $\frac{1-n}{2n} = c$, ce qui donne $n = -\frac{1}{3}$ & $c = -2$, par conséquent $x^{3n+1} = x^{o} = 1$. La valeur de n étant ainsi déterminée, je dis que notre Equation différentielle $\overline{vxdx - xxdv} \times \int \frac{vvdx}{x} = cdx$ convient à cette autre algébrique $v = x^{-\frac{1}{3}} = \overline{\sqrt[3]{x}}^{\,-1}$.

§. XXIV.

D'où l'on voit que la vitesse v, avec laquelle la matiere du tourbillon circule, est reciproquement proportionelle à la racine cubique de sa distance au centre S. Il est présentement aisé d'en tirer aussi les tems périodiques; car puisque ces tems sont directement comme les circonferences à parcourir & reciproquement comme les vitesses, & que les circonférences sont comme les rayons, le tems d'une circulation sera proportionel à $\frac{x}{v} = x\sqrt[3]{x} = x^{\frac{4}{3}}$. Je dis donc que les tems périodiques des parties du fluide sont en raison sesquitripliquées, ou comme les racines cubiques de la quatrième puissance des distances à l'axe cylindrique, au lieu que M. Newton les a trouvées facilement en raison de simples distances.

§. XXV.

Examinons à présent l'autre cas, où le corps S qui tourne uniformément sur son centre est une Sphère, laquelle formera autour d'elle un tourbillon sphérique, que nous diviserons par la pensée avec M. Newton en une infinité de Couches concentriques d'épaisseur égale & infiniment petite. Il s'agit de trouver la loy des viteſſes que ces Couches auront dans le plan de l'Equateur, je veux dire, dans le plan qui paſſe par le centre perpendiculairement à l'axe, lorſque chacune de ces Couches aura acquis ſon mouvement uniforme. La méthode eſt tout-à-fait la même que celle dont je me ſuis ſervi pour le cas précédent. On conſiderera ſeulement chaque Couche comme diviſée en zones d'une largeur infiniment petite par des cercles parallèles à l'Equateur. Et d'autant que ces zones d'une même Couche doivent achever leur révolution dans le même tems, parce que les Couches ſont regardées comme ſolides, il eſt viſible que nous n'avons qu'à chercher la viteſſe d'une ſeule de ces zones pour en tirer enſuite le tems d'une révolution de toute la Couche ſphérique. Prenons donc la première zone contiguë à l'Equateur. (Fig. I.) D'abord il eſt manifeſte, que ſi GMC répréſente l'Equateur ou le circuit de la zone conſidéré avec ſon épaiſſeur Gg infiniment petite & égale dans toutes les Couches ſphériques, la quantité de matière contenuë dans la zone GMC, dont l'épaiſſeur eſt Gg, ſera ici proportionelle au produit du quarré de SG par Gg, parceque les zones ſemblables en différentes Couches ſphériques ſont comme les quarrés des rayons; & partant ladite quantité de matière ſera exprimée par $xxdx$, ce qui multiplié par la force centrifuge abſoluë $\frac{vv}{x}$, me donne $xxdx \times \frac{vv}{x} = vvxdx$ pour la force centrifuge de la matière qui remplit la zone de l'épaiſſeur Gg. Enſuite pour connoître la preſſion que la ſurface concave de la zone ſemblable ERP priſe ſur la derniere Couche ſphérique doit ſouffrir par l'effort dilatatif de la ſeule zone GMC ſans l'aide des précédentes, il faut faire ici cette analogie. *Comme le quarré de la circonférence* GMC, *au quarré de la circonférence* ERP, *ou comme le quarré du rayon* SG (xx) *eſt au quarré du rayvn* SE (aa), *ainſi l'effort di-*

latatif de la zone GMC ($vvxdx$) *est à un quatrième* $\frac{aavvdx}{x}$, qui marque la pression que ce même effort éxerce sur la surface concave de la zone ERP; Donc l'Integrale de cela qui est $aa\int\frac{vvdx}{x}$ donne la pression totale que toutes les zones semblables des Couches inferieures comprises entre S & GMC transferent conjointement sur la surface concave de la derniere zone ERP. En changeant présentement la déterminée, a, en, x; nous aurons pour ce cas du tourbillon sphérique $xx\int\frac{vvdx}{x}$ pour la force de pression entiere que la zone dont le rayon est x doit soutenir. Et achevant le reste comme dans le cas précédent, nous aurons le *momentum* du frottement pour faire circuler les zones supérieures par les inférieures $= x \times \frac{vdx - xdv}{x} \times xx \int\frac{vvdx}{x} = \overline{vxxdx - x^3dv} \times \int\frac{vvdx}{x}$, ce qui doit être égal à une quantité constante cdx. Suposons ici comme ci-devant, que $v = x^n$ & $dv = nx^{n-1}dx$, nous trouverons en faisant le calcul, que $n = -\frac{2}{3}$ & $c = -\frac{5}{4}$, d'où on conclut que l'équation différentielle $\overline{vxxdx - x^3dvx} \times \int\frac{vvdx}{x}$ se réduit à cette algébrique $v = x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{xx}}$

§. XXVI.

Cela fait voir que, dans un tourbillon sphérique, la vitesse des Couches sous l'Equateur est réciproquement comme la racine cubique du quarré de la distance au centre; ou bien, parce que chaque couche fait sa révolution avec toutes ses parties ensemble comme une Sphere solide qui tourne sur son axe, il est clair que la vitesse sous tel parallele que l'on voudra sera reciproquement proportionelle à la racine cubique du quarré de la distance pérpendiculaire à l'axe. C'est-pourquoi les tems périodiques de différentes Couches étant toûjours proportionels à $\frac{x}{v}$, s'exprimeront dans ce cas par $x^{\frac{5}{3}}$, c'est-à-dire, que les parties d'un tourbillon formé par le tournoyement d'une Sphère font la révolution en des tems qui sont comme les racines cubiques de la cinquiéme puissance de leurs éloignemens du centre de la Sphère. Mais M. Newton les a trouvés par son raisonnement erroné, comme les quarrés de ces éloignemens.

§. XXVII.

On peut remarquer en passant une particularité assés curieuse, c'est que les tems périodiques trouvés par M. Newton, pour le tourbillon cylindrique en raison de x sont trop petits, devant être en raison de $x^{\frac{4}{3}}$, mais au contraire ceux qu'il trouve pour le tourbillon sphérique en raison de xx sont trop grands, puisqu'ils ne sont véritablement que comme $x^{\frac{5}{3}}$. D'où il paroît que son erreur l'a fait écarter de la Regle de Kepler, pour le prémier cas dans le défaut, & pour le second dans l'excés, de part & d'autre plus qu'il n'étoit juste. En effet, chacune de nos deux proportions aproche bien plus de l'éxactitude de cette regle, qui veut, que les tems periodiques des Planètes soient en raison sesquipliquée des distances moyennes, ou comme $x^{\frac{3}{2}}$. Or $x^{\frac{4}{3}}$ que nous avons trouvé, marque une raison un peu plus petite que celle de $x^{\frac{3}{2}}$, & $x^{\frac{5}{3}}$ en donne une un peu plus grande que $x^{\frac{3}{2}}$.

§. XXVIII.

Ne seroit-il donc pas permis de hazarder à cette occasion quelque conjecture en faveur des tourbillons, Cartésiens? On pourroit dire que puisque la figure cylindrique du Soleil donne un peu trop peu, & la figure sphérique un peu trop, il y a peut-être, une figure à donner au Soleil entre le cylindrique & la Sphère, qui produiroit au juste ce qu'il faut. Mais donnera t-on au Soleil une autre figure que celle d'un Globe? Je répondrois, pourquoi non? Les Physiciens d'aujourd'hui ne sont-ils pas du sentiment, que la Terre, les Planètes, enfin tous les Corps célestes qui tournent sur leur centre doivent avoir une figure, non pas tout-à-fait sphérique, mais celle d'un Sphéroïde, soit oblong, comme M. de Mairan en a montré la possibilité (voy. les Mém. de l'Académie de 1720.) soit aplati fait par la conversion d'une Ellipse autour de son petit axe? Au moins, les observations des Astronomes ont vérifié cela dans Jupiter, dont la distance d'un Pole à l'autre a été observée plus petite que le diamètre de son Equateur. Pourquoi donc le Soleil qui tourne aussi sur son axe, témoin le mouvement de ses taches, en seroit-il éxempt? au lieu qu'il semble qu'il devroit être le plus sujet à cet aplatissement vers ses poles, à cause qu'il est vraisemblablement composé d'une matière entiérement fluide: Il faut peut-être peu de différence entre la longueur de son axe & le diamètre de son Equateur, pour que les tems périodiques des Couches du tourbillon solaire suivent éxactement la Règle de Kepler.

§. XXIX.

D'ailleurs nous avons suposé jusqu'ici avec M. Newton une parfaite uniformité dans tout le fluide du tourbillon; mais outre l'inégale fluidité qui s'y trouve selon toutes les aparences, à mesure qu'on s'éloigne du centre, ce que M. Saurin a fort bien remarqué, on peut & même on doit suposer aussi une différente densité dans la matiere céleste, je parle de cette matiere

tiere qui compoſe proprement le tourbillon, & laquelle par le continuel éffort de s'éloigner du centre, retient les Planètes dans leurs Orbites & les entraine, en ſorte que les Planètes occuperont chacune telle ou telle région dans le tourbillon, où la matière céleſte leur eſt convenable en denſité. Car ſi le tourbillon étoit, par toute ſon étenduë, uniformément denſe, & que les Planètes fuſſent auſſi d'une même denſité, il eſt viſible qu'elles feroient toutes également éloignées du Soleil, & feroient leurs périodes en tems égaux. Voyons donc quelle loi de denſité doivent obſerver les differentes couches du tourbillon, afin que les tems périodiques ſuivent précîſément la Règle de Kepler. Le calcul n'en eſt pas trop difficile, après celui que j'ai fait pour l'uniformité de la matière du tourbillon. Le voici en conſidérant le Soleil de figure ſpherique, qui eſt le cas le plus convenable; ſans avoir beſoin de recourir au ſphéroïde oblong ou aplati.

§. XXX.

Puiſque tout revient à bien ſupputer la preſſion, que les couches inférieures communiquent aux ſupérieures, & que nous avons montré §. 25. que ſi toutes les couches étoient également denſes, la preſſion de chacune ſous l'Equateur feroit proportionelle à $xx \int \frac{vvdx}{x}$, il faut ici faire entrer la denſité que je ſupoſe proportionelle à x^p, je veux dire à une certaine puiſſance de la diſtance x, dont je chercherai l'expoſant p. Je raiſonne donc ainſi. La quantité de matiere contenuë dans la zone GVC (Fig. I.) qui eſt contiguë à l'Equateur du tourbillon, ou plûtôt de ſa couche, dont le rayon eſt x, eſt proportionelle au produit, non ſeulement du quarré SG par Gg, mais encore par la puiſſance cherchée de SG, c'eſt-à-dire qu'elle eſt proportionelle à $xx \times dx \times x^p$; Donc cette quantité de matière sera exprimée par $x^{p+2}dx$. D'où l'on tire, comme j'ai fait §. 25. $xx\int vvx^{p-1}dx$ pour la pression entiere de la zone, dont le rayon est x. Ainsi le *momentum* du frottement sera $= x \times \frac{vdx - xdu}{x} \times xx\int vvx^{p-1}$

$dx = \overline{vxxdx - x^3dv} \times \int vvx^{p-1}dx$; faisons cela $=$ cdx, & suposons (pour le réduire à une équation algébrique) que $v = x^n$ & $dv = nx^{n-1}dx$; Nous trouverons que $n = \frac{-p-2}{3}$ & $c = \frac{p-4}{p+5}$; On aura donc la vitesse $v =$

$\frac{1}{\sqrt[3]{x^{p+2}}}$ & le tems périodique $\left(\frac{x}{v}\right) = x\sqrt[3]{x^{p+2}} = x^{\frac{p+5}{3}}$.

Si nous voulons rendre présentement les tems périodiques conformes à la Règle de Kepler, il faut que $x^{\frac{p+5}{3}}$ soit $= x^{\frac{3}{2}}$, & partant $\frac{p+5}{3} = \frac{3}{2}$, ce qui donne p $= -\frac{1}{2}$. Donc afin que cette Règle ait lieu, il faut que la densité de la matiere du tourbillon soit réciproquement comme la racine quarrée des distances au centre substituant cette valeur de $p = -\frac{1}{2}$ dans l'expression de la vitesse $v \frac{1}{\sqrt[3]{x^{p+2}}}$, nous aurons $v = \frac{1}{\sqrt[3]{x^{-\frac{1}{2}+2}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{x^{\frac{3}{2}}}}$

$= \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} = x^{-\frac{1}{2}}$, c'est-à-dire que la vitesse sera aussi comme la racine quarrée des distances, conformément à la Règle de Kepler. Ainsi la vitesse & la densité sont en même raison.

§. XXXI.

On trouvera peut-être étrange que la matiere soit plus dense près du centre que loin de-là, vû qu'il semble, que le fluide du tourbillon étant composé de parties héterogènes, les plus denses ayant une plus grande force centrifuge devroient gagner le dessus, & se ranger vers la circonférence du tourbillon; mais pour obvier à cette difficulté, on peut concevoir deux sortes de densité, l'une qui consiste dans une plus grande grosseur des particules, l'autre dans une plus grande multitude de particules contenuës dans un volume égal, lesquelles, quoique moins grossieres, peuvent être si serrées, que, prises ensemble, elles feront une plus grande quantité de matiere. Or il est fort probable, que vers le centre du tourbillon, les particules, quoiqu'extrêmement subtiles, sont aussi beaucoup plus serrées que celles qui sont vers la circonférence, lesquelles, quoique plus grossieres, ne laissent pas d'être beaucoup plus écartées les unes des autres, nageant dans un fluide infiniment subtil qui passe librement par les plus petits interstices des particules du tourbillon, lequel fluide, par conséquent, ne fait que remplir le vuide, sans faire aucune résistance aux Corps célestes emportés par le tourbillon.

§. XXXII.

Nous voilà donc, enfin, débarassés de la grande objection, que l'on a fait tant valoir contre le Systême des tourbillons. Les Adversaires ne manqueroient pas, sans doute, d'y insister perpétuellement, si je n'avois pas démontré, une bonne fois, la fausseté des deux Propositions de M. Newton, qui ont fourni la matiere à cette objection. Ainsi on m'accordera que j'ai fait voir par des principes incontestables, que l'effet des tourbillons peut conspirer merveilleusement avec la Règle de Kepler, quant à la loi des tems périodiques des Planètes.

§. XXXIII.

Après tout ce détail, dans lequel il m'a falu entrer nécessairement pour mettre les tourbillons à l'abri des objections, & par lequel je ne crois pas avoir fait une chose inutile, ni désagréable aux Fauteurs des tourbillons, qui m'en sauront, peut-être, bon gré, après ce détail, dis je, je me suis frayé le chemin pour rendre raison, avec plus de succès de ce qu'on demande. C'est, sans doute, une autre difficulté, pour le moins aussi grande que celles que nous venons de dissiper, qui est de dire pourquoi les Orbites des Planètes ne sont pas des cercles éxacts, mais des Ellipses; pourquoi le Soleil ou le centre des tourbillons n'est pas aussi le centre de ces Ellipses; Enfin la plus grande difficulté est d'expliquer la cause qui fait que les axes de ces Ellipses sont mobiles, c'est en quoi consiste précisément la question de l'illustre ACADÉMIE. Je vais donc satisfaire aux deux points de notre sujet, selon l'ordre de division que j'ai faite §. 2. en montrant 1°. que la figure Elliptique des Orbites peut fort bien subsister avec les tourbillons dans toutes les circonstances qu'on remarque. 2°. Que les Apsides doivent être mobiles, ou ce qui est la même chose, que le grand axe des Orbites Elliptiques change de position par raport aux étoiles fixes, dont je dois expliquer la cause.

§. XXXIV.

Je ne veux rien changer dans la figure sphérique des Couches du tourbillon solaire; je les laisse même parfaitement concentrique au Soleil, au moins jusqu'à une vaste étenduë au-delà de Saturne, ce qui rendra entierement infructueuse l'objection de M. Newton qui veut prouver que les parties du tourbillon ne peuvent pas décrire des Ellipses; (voy. le *Scholium* à la fin du second Livre de ses Principes) sa démonstration contre laquelle on pourroit faire bien des exceptions, ne nous touche pas. Il est certain qu'une Planète qui seroit d'abord placée dans une Couche, dont la matiere fût avec elle de la même densité, suivroit éxactement le cours de cette Couche, & décriroit par conséquent un cercle parfait au tour du centre du tourbillon. Mais voyons ce qui doit arriver, ſi une Planète au commencement de ſon éxiſtence ne ſe trouve pas placée dans une Couche qui ſoit également denſe que la Planéte ; Il eſt naturel,que ſuivant ce que j'ai expliqué ci-deſſus, cette Planète n'étant pas dans ſon point d'équilibre, elle doit ou deſcendre, ou monter, ſelon qu'elle eſt ou plus, ou moins denſe que la matiere du tourbillon qui l'environne : Remarqués que je prends toûjours le mot de denſité dans le ſens que je lui ai donné §. 31. Mais pendant qu'elle change ainſi de place en ligne droite, par raport au centre du tourbillon ; elle eſt auſſi emportée au tour de ce centre par le mouvement circulaire de la matiere celeſte ; il en réſultera donc dans la Planète un mouvement compoſé, qui lui fera décrire une ligne différente de la circonférence d'un cercle. Il s'agit de faire comprendre que cette ligne ſera une Ellipſe, dont le grand axe ne changera ſenſiblement de poſition qu'après un grand nombre de révolutions.

§. XXXV.

Soit *S* le centre d'un cercle *CAB.* qui repréſente la ſection d'une couche ſphérique, de la même denſité que la Planète *P* placée un peu au-delà de cette couche. Si on fait abſtraction du mouvement circulaire; ou que l'on ſuppoſe que la Planète *P* ſoit empêchée d'être emportée par le tourbillon ; mais en ſorte qu'elle puiſſe pourtant deſcendre ou ſe mouvoir librement ſur le rayon *PS*, on conçoit aiſément qu'elle deſcendra, en effet, avec accéleration, pendant qu'elle ſe trouve encore au-deſſus de *C* dans une matiere moins denſe, & qu'étant parvenuë en *C*, elle aura acquis ſa plus grande viteſſe ; delà elle continuera de deſcendre, mais avec un mouvement retardé, à meſure qu'elle paſſe par des couches plus denſes, juſqu'à ce que le mouvement de deſcente ſoit entierement détruit en *D* par la réſiſtance Fig. III.

de la matiere des couches inférieures ; Or la Planète ne pouvant subsister en *D*, parce qu'elle seroit dans une matiere trop dense, elle sera obligée de remonter en *P* avec un mouvement, d'abord acceleré, & puis retardé. De *P* elle redescendra en *D*, puis remontera, & de cette maniere, il se fera une reciprocation comme les oscillations des Pendules, ou comme les balancemens du vif-argent dans le tuyau du Baromètre, que l'on observe quand on le secouë un peu. Il faut remarquer que *CD* doit être plus petit que *CP*, parce que les couches inférieures ayant plus de densité que les supérieures, la Planète en descendant depuis le point d'équilibre *C* où elle a acquis sa plus grande vitesse, rencontre plus de résistance, qu'en montant du même point *C* avec la même vitesse qu'elle avoit acquise en descendant.

§. XXXVI.

Donnons à présent aussi à la Planète le mouvement translatif, je parle de celui auquel elle s'accommode en entrant successivement dans une autre couche qui l'emporte au tour de *S* par un petit arc élémentaire. Concevons donc que la Planète entrainée par le fluide du tourbillon parte du point de sa plus grande hauteur *P*, en sorte que si elle ne descendoit pas, elle iroit conjointement avec la couche *FHR*, ne faisant autre chose qu'obéïr à son mouvement & recevoir sa vitesse. Mais puisque la Planète est obligée de descendre en même tems qu'elle est emportée par le tourbillon, elle quittera à tout moment la couche où elle est, pour entrer dans une autre dont elle va prendre le mouvement de circulation. Il est manifeste, comme je l'ai déja insinué, que la Planète pour satisfaire à ses deux mouvemens, continuëra son chemin suivant une courbe particuliere *PLEM*, dont je chercherai la figure.

§. XXXVII.

Supoſons d'abord, qu'il faille préciſément le même tems à la Planète pour deſcendre de *P* en *D*, qu'il faut à la matiere céleſte pour lui faire décrire la moitié d'une révolution *PLE*; il ſuit de cette ſupoſition, que pour achever l'autre moitié *EMP*, il faut encore le même tems qui eſt auſſi celui dans lequel la Planète remonteroit de *D* en *P*. Et puiſque les viteſſes accélerées & retardées de *P* en *D* ſont les mêmes dans un ordre renverſé, que celles de *D* en *P*, il faut que la même choſe ſe faſſe à rebours, lorſque la Planète décrit la moitié *EMP*, qui ſé faiſoit en décrivant la premiere moitié *PLE*; Donc ces deux moitiés *PLE* & *PME* ſont deux courbes égales & ſemblables, ou plûtôt deux branches d'une même courbe; Donc elles font enſemble la courbe entière *PLEMP*, en forme d'Ellipſe, qui a pour axe la droite *PE*, dont l'extrêmité *P* eſt l'Aphélie & l'autre *E* le Périhélie. Ayant prolongé l'axe *PE* qui coupera les cercles *PHR* & *CAB* en *E* & *G*, nous aurons $GE = PD$, dont SE $(SG - GE) = SP - PD = SD$, c'eſt-à-dire, que la diſtance de l'Aphélie *P* au Soleil *S* ſurpaſſe celle du Perihélie *E*, de l'intervalle *PD* entre les deux couches extrêmes, qui ſont les limites de toutes celles que la Planète traverſe, en faiſant chaque révolution,

§. XXXVIII.

Mais pour connoître la nature de cette courbe Elliptique *PLEM*, & afin d'être aſſuré que c'eſt une véritable Ellipſe, une des ſections coniques, & que le point *S* en eſt le foyer. On voit bien, ſans que je le diſe, que cela dépend en partie de la viteſſe des couches, qui eſt connuë, étant comme $\frac{1}{\sqrt{x}}$, ou en raiſon ſoudoublée réciproque de leurs diſtances au Soleil, & en partie de la viteſſe accélerée & enſuite retardée de la deſcente de *P* en *D*. Or la loi ſuivant laquelle la variation de cette viteſſe ſe doit faire, afin que ce mouvement combiné avec la circulation des couches, oblige la Planète de décrire une telle Ellipſe, cette loi, dis-je, ſe découvre en faiſant attention, avec combien de force la Planète eſt pouſſée ou repouſſée, quand elle ſe trouve dans une couche d'une d'enſité différente de la ſienne. Connoiſſant ainſi les loix de la viteſſe tranſlative, & de celle de la deſcente, on ſera en état de déterminer la nature de l'Ellipſe *PLEM*. Car ſoit *N* un point quelconque, auquel la Planète ſoit parvenuë, & que l'on tire la droite *SN*, & une autre *Sn*, infiniment proche. Soit auſſi décrit du centre *S* l'arc *NI* & ſon plus proche *ni* qui coupe *SN* au point *e*, il eſt clair que *Ii* ou *Ne* eſt à *ne*, comme la viteſſe acquiſe en *I* ſi la Planète tomboit perpendiculairement de *P* en *I*, eſt à la viteſſe de la couche *IN*; Ainſi le raport de *Ne* à *en* du triangle élémentaire *N en* étant déterminé, on en trouvera la nature de la courbe *PLM* par la méthode des tangentes inverſe. Ou bien on pourra proceder ſynthetiquement, en ſupoſant que *PLM* eſt une Ellipſe ordinaire, dont *S* ſoit le foyer, & chercher enſuite par la méthode différentielle directe le raport de *Ne* à *ne*, pour en tirer la viteſſe requiſe en *I*, afin que nôtre courbe devienne l'Ellipſe ſupoſée. Je n'ajoute pas le calcul, parce qu'il ſeroit long & pénible. Il ſuffit pour la premiere partie de la queſtion, d'avoir indiqué la cauſe qui peut produire la figure Elliptique des Orbites des Planètes, les principes d'où je l'ai déduite ſont clairs, intelligibles & admis de tous ceux qui entendent la Méchanique, c'eſt, je crois, tout ce qu'on prétend ſur cet article, & je ne penſe pas qu'on trouve la moindre difficulté dans la ſuppoſition que je fais, que les oſcillations des Planètes perſeverent ſans être alte-

rées

rées par la réfiftance externe que leur opofe la matiere du tourbillon, comme il arrive à une Pendule agitée dans notre air groffier, où nous voyons que l'étenduë des ofcillations diminuë enfin fenfiblement par la réfiftance de l'air, jufqu'à l'entiere extinction du mouvement. Car l'énorme groffeur des Globes des Pla ètes, jointes à l'extrême rareté de la matiere du tourbillon où elles nagent, fait concevoir aifément, fans le fecours du calcul de M. Newton, que dans une centaine de fiécle, il n'arrivera point de changement fenfible, ni à la durée, ni à l'étenduë des ofcillations que les Planètes ont une fois commencé de faire. Paffons donc à l'autre partie, où on demande pourquoi le grand axe de ces Ellipfes change de pofition, c'eft à quoi il me fera facile de fatisfaire, toute la réponfe pouvant être tirée de mon explication comme un fimple Corollaire, de la maniere qui fuit.

§. XXXIX.

Il eft vifible que les Apfides *P* & *E* répondroient conftament aux mêmes points du Ciel, fi le tems périodique pour achever une révolution enitere *PLMP* étoit précifément égal au tems que la Planète employeroit (fi elle n'étoit point emportée) à defcendre de *P* en *D* & à remonter de *D* en *P*, pouffée & repouffée par la feule force qui vient de l'inégalité de denfité, comme je l'ai expliqué ci-deffus. Mais qu'eft-ce qui empêche de fupofer, que le tems périodique d'une révolution n'eft pas parfaitement égal au tems des deux ofcillations? d'autant plus que nous favons d'ailleurs, que dans la nature des chofes il eft prefque impoffible de trouver deux productions d'une égalité parfaite & prife à la rigueur géométrique. Il nous eft donc pern is de fupofer que la Planète fait fa révolution un peu p û-tôt que deux de fes ofcillations. Ainfi fupofons cela comme une chose fort naturelle, & voyons quel effet il en résultera.

§. XL.

La Planète qui quitte le point P & qui après avoir parcouru tout le Ciel, revient à la ligne SP, n'aura pas encore achevé, tout-à-fait, de remonter à la même hauteur SP, c'est à-dire, il lui manque encore quelque chose pour revenir à son Aphélie. Donc la Planète après la premiere révolution, croisera la ligne SP obliquement, quoique bien après, au-dessous de P, & consumera encore un peu de tems avant que d'atteindre la circonférence PHR dans un point π qui sera le lieu de l'Aphélie après la prémiere révolution. On voit donc une raison physique déduite du Systéme des tourbillons. 1°. Pourquoi les Orbites des Planètes sont des Ellipses. 2°. Pourquoi le grand axe de ces Ellipses change de position, ou pourquoi leur Aphélie répond successivement à différens points du Ciel. Ce sont les deux articles ausquels j'avois à satisfaire.

§. XLI.

Il faut suivant mon explication, que le mouvement de l'Aphélie soit uniforme, & qu'il se fasse d'Occident en Orient selon l'ordre des Signes, au moins pour les Planètes principales; mais ce mouvement est si lent, que le petit arc $P\pi$ (Fig. III.) qui est parcouru dans le tems d'une révolution, est insensible, & qu'il ne peut devenir sensible qu'après un grand nombre de révolutions: Aussi cela fait-il que les Astronomes ne pouvant pas faire des observations assés fréquentes sur ce sujet, ne sont pas d'accord combien il faut donner de mouvement à l'Aphélie de chaque Planète. M. Newton supose comme vrai, que le progrès de l'Aphélie de Mars suivant l'ordre des signes est tel, qu'en cent années il n'avance que de 33. min. 20. ſecondes, en ſorte qu'il faudroit 648. ſiecles pour une ſeule révolution de l'Aphélie de Mars. d'où il conclut par ſa théorie fondée ſur l'attraction mutuelle entre les Planètes, que les Aphélies des autres Planètes inférieures doivent avancer auſſi dans l'ordre des ſignes en raiſon ſeſquipliquée de leurs diſtances au Soleil, en ſorte que dans un ſiecle l'Aphélie de la Terre avancera de 17. min. 14. ſec. celui de Venus de 10. min. 53 ſec. & enfin celui de Mercure de 4. min. 16. ſec. Il ſemble qu'il a établi cette proportion ſeſquipliquée ſur une pure aparence & ſans aucun fondement; car je ne vois pas, & je crois que bien d'autres plus clairvoyans que moi ne voyent pas non plus, comment la gravitation de l'une ſur l'autre (quand on l'accorderoit) demande une telle proportion, d'autant plus que, ſelon lui, cette même gravitation produit ſur l'Aphélie de Saturne un effet entierement irrégulier & contre ſa règle, puiſqu'il veut que cet Aphélie ſoit tantôt avancé, tantôt reculé par l'attraction de Jupiter dans le tems de conjonction de ces deux Planètes. Ne ſemble-t-il pas que M. Newton devroit dire la même choſe de chaque Planète inférieure? Car s'il y avoit une telle attraction, la Terre, par éxemple, étant dans ſon Aphélie, quand elle précède Jupiter, par raport au Zodiaque, en ſeroit retirée, & au contraire elle en ſeroit avancée, quand Jupiter la précède, c'eſt-à-dire, que la même force que Jupiter fait influer ſur la Terre cauſeroit des effets entierement opoſés, avant & après la conjonction de la Terre & de Jupiter; mais on ne remarque rien de ſemblable, & M. Newton lui-même ne l'infere pas de ſon hypothèſe, comme il le devroit faire.

§. XLII.

Quant au mouvement de la Lune, il eſt ſujet à tant d'irrégularités, qu'on a de la peine à le bien mettre en règles. Cela vient de ce que la Lune étant Satellite de la Terre, elle est emportée au tour de celle-ci par son tourbillon particulier, lequel lui-même envelopé dans le tourbillon solaire, & entrainé au tour du Soleil, soufre de grandes variations à bien des égards, ausquelles il ne seroit pas sujet s'il étoit libre & hors d'un autre tourbillon, & que le centre de la Terre fût immobile comme celui du Soleil ou d'une autre Etoile fixe. D'où il est clair 1°. que le tourbillon de la Terre serré comme il est entre les Couches du grand Tourbillon solaire qui le terminent par en haut & par en bas, doit se rétrecir dans la ligne droite tirée par les centres du Soleil & de la Terre, & s'étendre suivant la perpendiculaire à cette ligne, à peu près comme une vessie pressée entre deux plans, se doit aplatir. 2°. Comme la matiere du tourbillon terrestre, quand elle est entre la Terre & le Soleil se meut à contre sens du mouvement de la matiere du tourbillon solaire; mais quand elle circule à l'oposite, où elle est le plus éloignée du Soleil, elle va de même côté avec le grand tourbillon, il est visible que la partie d'en bas du tourbillon terrestre, trouvant plus de résistance, & partant plus de pression que celle d'en haut, il faut que l'interstice entre la Terre & l'extrêmité inferieure de son tourbillon soit plus étroit que l'interstice oposé, qui est entre la Terre & l'extrêmité superieure. D'où il suit 3°. que les sections des Couches qui composent le tourbillon de la Terre, sont d'une figure inégale & différente du cercle, non point pourtant comme les Ellipses ordinaires, qui ont les concavités oposées égales, telles que Descartes & quelques autres ont conçû l'Orbite de la Lune, en plaçant la Terre dans le centre de cet Orbite. Mais je conçois la chose à peu près ainsi.

§. XLIII.

Soit *T* le centre de la Terre (Fig. IV.) *PTS* la ligne droite tirée vers le Soleil, à laquelle ſoit conçûë la perpendiculaire *AIB*. Du centre *T* & ſur *AB* comme ſur le grand axe ſoient décrites deux demi-Ellipſes *ACB* & *AFB*; dont le petit demi-axe ſuperieur *IC* ſoit un peu plus grand que l'autre petit demi-axe inferieur *TF*. La courbe entiere *CAFBC* repreſentera aſſés bien la ſection d'une couche du tourbillon terreſtre; tellement que ſi la Lune étoit de la même denſité que la matiere de cette couche, & qu'elle fût d'abord placée au point *C*, elle ſeroit obligée de ſuivre le cours de la Couche, & décriroit par conſéquent la ligne *CAFB* Mais pour donner une idée générale des principales circonſtances qui accompagnent le mouvement de la Lune, il n'y a qu'à ſupoſer, ſuivant ma Théorie, que la Lune ait été miſe primitivement au delà de *C*, ſavoir en *F* où la matiere du tourbillon de la Terre eſt moins denſe que la Lune, & où les Couches commencent à devenir d'une rondeur plus uniforme & plus aprochante de la figure ſpherique (car il eſt à remarquer qu'à meſure que la matiere du tourbillon eſt plus éloignée du centre de ſon mouvement, par conſéquent moins preſſée par la proximité de la Terre, les Couches affecteront plus la figure ſphérique). Cela étant, concevons le cercle *PHGR* décrit du centre *T* & du rayon *TP*, qu'on pourra nommer la limite des Apogées de la Lune. Soit auſſi *PD* l'intervalle des oſcillations qu'elle feroit, ſi n'étant point emportée par le tourbillon, elle pouvoit deſcendre & remonter à cauſe de la difference de denſité. Il eſt clair que la couche qui paſſe par *D* ſera la limite des Perigées, qui ſera plus aplati que la couche d'équilibre *CAFB*. Ainſi elle coupera le grand axe aux points *I* & *R* plus près de *A* & *B*, que n'eſt le point *D* du point *C*; C'eſt pourquoy l'intervalle des oscillations *HI* & *RR* sera plus petit que l'intervalle *PD*; mais puisque *CD* est un peu plus grand que *FE* & par récompense *FG* un peu plus grand que *PC*, on voit que les deux intervalles *PD* & *GE* doivent être à peu près égaux, comme le sont éxactement les deux autres *HI* & *RR*.

§. XLIV.

Après tous ces préparatifs, considerons la route que doit tenir la Lune dans le tourbillon, & les Phénomènes qui en découlent. Si les oscillations par *PD* & *GE* étoient parfaitement isochrones aux oscillations par *HI* & *RR*, & que le tems de deux oscillations fût aussi parfaitement égal au tems périodique de la Lune, on voit bien qu'en combinant le mouvement translatif avec le mouvement d'oscillation, l'Orbite *PLEM* qui en résultera, devroit être toûjours la même pour chaque révolution, de sorte que l'Apogée *P* & le Perigée *E* arriveroient toûjours dans les syzygies, & les points de moyennes distances dans les quadratures. Mais les intervalles *P D* & *GE* étant plus grands que les intervalles *HI* & *RR*, il est raisonnable de dire, qu'il faut plus de tems pour faire une oscillation par *PD* ou *GE*, que pour en faire une par *HI* ou *RR*. Voici les conséquences que j'en tire.

§. XLV.

Quand la Lune part de son Apogée, que je supose être présentement dans les syzygies, par exemple en *P*, il faudra plus d'une révolution entiere pour qu'ayant fait deux oscillations elle soit remontée à son Apogée, qui sera par conséquent avancé en π. Après une seconde révolution, l'Apogée sera avancé d'avantage en *p*, mais non pas autant qu'il l'étoit après la premiere révolution, parce que les tems des oscillations commencent à diminuer. Et comme ils diminuent juſqu'à ce que l'Apogée ſoit parvenu dans la quadrature, on conçoit que le progrès de l'Apogée doit être retardé juſqu'en *H*, que delà il doit être derechef accéleré juſqu'en *G*, puis retardé juſqu'en *R*, & enfin accéleré juſqu'en *P*. L'avancement moyen ſur chaque révolution de la Lune eſt d'environ $3\frac{1}{2}$ degrès, ce qui fait que l'Apogée principal employe à peu près 9. ans à parcourir tout le cercle *PHGR*. Je dis le principal, pour le diſtinguer des deux autres Apogées particuliers, qui ſe trouvent toûjours dans les quadratures, aux extrêmités du grand axe *AB* de la Couche Elliptique *CAFB*, que l'on peut prendre pour l'Orbite moyenne que la Lune décrit au tour de la Terre, de cette maniere la Lune ſera chaque mois deux fois dans l'Apogée, & deux fois auſſi dans le Perigée. De plus on voit que la Lune doit avoir la plus grande viteſſe dans les ſyzygies, parce que les couches du tourbillon terreſtre étant le plus ſerrées dans ces endroits, doivent ſe mouvoir plus rapidement qu'ailleurs. Et de ces deux plus grandes viteſſes, celle que prend la Lune lorſqu'elle eſt pleine, eſt moindre que quand elle eſt nouvelle, parce que le tourbillon eſt plus preſſé entre *TF* qu'entre *TC*. Par la même raiſon, la plus grande excentricité ſe fait lorſque l'Apogée principal ſe trouve dans les ſyzygies. Je pourrois démontrer par cette Théorie pluſieurs autres particularités, qui ſont vérifiées par les obſervations. Auſſi le mouvement annuel de la Terre environnée de ſon tourbillon, autour du Soleil, cauſe de nouvelles irrégularités dans le mouvement de la Lune autour de la Terre, mais toutes ces particularités ſont hors de notre ſujet, & on ne prétend pas que je donne ici un Syſtême complet de l'Aſtronomie.

§. XLVI.

Pour ce qui eſt des Satellites des deux Planètes ſupérieures, je crois que si on pouvoit les observer de près, & sur les globes-mêmes de ces deux Planètes, on remarqueroit sans doute dans le mouvement des Satellites les mêmes inégalités, que l'on remarque ici-bas dans le mouvement de la Lune, il n'y auroit de différence que du plus ou moins, en ce que le tourbillon de Jupiter, par exemple, étant beaucoup plus étendu, plus rapide & plus fort que celui de la Terre, & au contraire le tourbillon du Soleil à la distance de Jupiter étant beaucoup plus foible que dans la région où nage notre Terre, il est bien naturel que le tourbillon de Jupiter ne souffre pas tant de dérangement dans la figure sphérique de ses couches, que le tourbillon terrestre. Il y auroit bien d'autres réfléxions à faire sur le Systême de la Lune, & celui des Satellites; mais puisque cette matiere me meneroit hors de mon sujet, qui ne doit regarder, à ce que je crois, que les Planètes principales, je prie mes Lecteurs de prendre le peu que j'ai dit sur le mouvement de la Lune & des autres Satellites, comme une legere ébauche d'une ample Théorie, qui mériteroit d'être cultivée & perfectionnée. Mon dessein a été de faire comprendre qu'avec les tourbillons on seroit en état d'expliquer encore d'autres Phénomènes que ceux qui sont le sujet de la question proposée.

§. XLVII.

Avant que de finir ce Discours, je proposerai ici par surcroit une maniere de se réprésenter en quelque façon à l'œil la génération des Orbites des Planètes, & l'avancement de leur Aphélie, par une expérience, moyennant un Pendule. Par les Théorêmes de M. Huguens, qu'il a mis a la fin de son excellent Ouvrage *de Horologio oscillatorio*, & qui ont été démontrés dans ses œuvres posthumes, & par plusieurs autres personnes; on sçait que les Pendules de différentes longueurs qui font des circulations

circulations coniques d'une égale hauteur, achevent leurs circulations en tems égaux, c'eſt-à-dire, que tous ces Pendules circulans ainſi, ſont iſochrones; c'eſt le Théorême 7ᵉ. Mais par le 9ᵉ Théorême, on voit que le tems périodique d'une circulation très petite, qui ſe fait lorſque le fil du Pendule fait un angle fort aigu avec la verticale qui paſſe par le point de ſuſpenſion, & qui eſt l'axe du cone, que le Pendule décrit, on voit, dis-je, que le tems périodique eſt égal au tems d'une double oſcillation laterale très petite, que le même Pendule fait, lorſqu'il eſt agité dans un plan vertical, qui paſſe par le point de ſuſpenſion.

§. XLVIII.

Soit donc le fil du Pendule *AP* ſuſpendu en *A*, faiſant avec la verticale *AC* un angle quelconque *PAC*, & qu'on donne au poids *P* une viteſſe convenable ſuivant la tangente du cercle *PDEF* décrit du rayon *CP*, afin qu'avec cette viteſſe le Pendule *AP* décrive en l'air la ſurface conique, dont la baze eſt le même cercle *PDEF*; Cette viteſſe doit être (ce qu'on déduit aiſément des Théorêmes 5ᵉ & 7ᵉ de M. Huguens) à la viteſſe que le poids *P* pourroit acquérir en tombant de la moitié de la hauteur *AC*, comme le rayon *PC* eſt à la hauteur entiere *AC*. Avec une telle viteſſe une fois imprimée, le poids *P* continuera de circuler toûjours ſur la circonférence *PDEF*, ſupoſé que l'air ne faſſe point de réſiſtance: Car dans ces circonſtances le poids *P* eſt retenu ſur l'Orbite circulaire *PDEF* par deux forces qui ſe contrebalancent, l'une qui eſt la centrifuge du poids *P*, cherchant à dilater l'angle *PAC*, & l'autre force eſt ſa propre peſanteur, qui tendant à deſcendre, fait effort pour diminuer le même angle *PAC*. Mais dès qu'on donne au poids *P* une viteſſe un peu plus petite, ou qu'il perd quelque choſe de celle qu'on lui avoit d'abord

Fig. V.

imprimée, il ne circulera plus ſur l'Orbite circulaire *PDEF*, mais il la changera en une autre qui aura la figure d'une Ellipſe *PGEH* décrite ſur la ſurface ſphérique, dont le centre eſt *A*, & le rayon *AP*. Cependant cette Ellipſe pourra être regardée comme plane, pourvû que l'angle *PAC* ſoit médiocrement aigu par ex. de 12. ou 15. dégrés.

§. XLIX.

En obſervant ce mouvement, on verra avec plaiſir, que le grand axe de cette Ellipſe *PE* change de poſition après chaque révolution, tellement qu'après la prémiere, les deux extrêmités de l'axe *P* & *E*, ſe trouveront avancées en *π* & *ε* en même ſens que ſe fait la circulation, & les avancemens de ces deux points continueront ainſi, juſqu'à ce qu'après pluſieurs révolutions du Pendule ils ayent parcouru toute la circonférence *PDEF*, pourvû que durant ce mouvement la réſiſtance de l'air ne trouble pas ſenſiblement cet effet. Ainſi voilà le poids *P* répréſentant une Planète qui fait ſes révolutions ſur l'Orbite Elliptique *PGEH*, dont l'Aphélie *P* ou E avance peu à peu, juſqu'à faire tout le tour du cercle *PDEF*, & cela du même côté que ſe font les révolutions, il n'y a guères de différence dans cette comparaiſon avec le mouvement des Planètes, ſinon qu'ici les Apſides *P* & *E* ſont tous deux des Aphélies par raport au centre *C* conſidéré comme le Soleil, & la comparaiſon conviendroit parfaitement, ſi les forces centrales avec leſquelles les Planètes ſont pouſſées vers le Soleil étoient directement comme leurs diſtances; car les Orbites des Planètes ſeroient des Ellipſes, dont le centre & non pas le foyer ſeroit la place du Soleil. Quant au reſte la mobilité & l'avancement de l'Aphélie *P* dans notre expérience, vient évidemment de la cauſe que j'ai indiquée en expliquant la mobilité de l'Aphélie des Planétes.

§. L.

Pour en être aſſuré, on conſiderera que le poids *P* n'ayant pas aſſés de viteſſe initiale pour décrire un cercle, la force de ſa peſanteur prévaudra à la force centrifuge; Donc il ſera obligé de ſe raprocher du centre pendant qu'il circule en même tems, ce qui lui fait décrire l'arc *PG* entre *PC* & *PD*, juſqu'à ce que la diſtance *CG* ſoit aſſés petite, & la viteſſe aſſés grande; (car il doit s'accelerer à cauſe de ce ſurplus de force qui le pouſſe vers le centre) pour que la force centrifuge reprenant le deſſus, repouſſe le poids à la diſtance *CE* égale à *CP*, & ainſi le poids continuera à décrire l'Ellipſe *PGEH*. Or c'eſt ce ſurplus de force qui feroit faire au Pendule *AP* des oſcillations laterales très petites dans le plan vertical, & puiſque *AP* eſt 7 *AC*, le tems d'une de ces oſcillations doit être un peu plus grand que le tems d'une oſcillation laterale très petite d'un Pendule de la longueur *AC*. Donc le tems d'une circulation conique du Pendule *AP* (lequel tems eſt égal par le Théorême 9^e^. au tems d'une double oſcillation laterale très petite d'un Pendule de la longueur *AC*) ſera un peu plus petit que le double du tems qu'il faut au poids *P* pour parvenir en *G* où il eſt le plus près du centre *C*, & pour s'en éloigner à ſa plus grande diſtance en *E*.

§. LI.

D'où il paroît que quand le poids *P* a achevé une révolution entiere ſur l'Ellipſe *PGEH*, il ne ſera pas encore revenu tout-à-fait à ſon premier plus grand éloignement; il ſe trouvera donc un peu plus avant en π lorſqu'il aura atteint ce point du plus grand éloignement. C'eſt ainſi que le point *P* qui repréſente un des Aphélies paroîtra parcourir la circonférence *PDEF* après un bon nombre de révolutions du Pendule, & cela dans le même sens que se font les révolutions elles-mêmes, tout comme on l'observe dans le mouvement des Planètes principales, avec cette difference seulement, que les Planètes ne passent en chaque révolution qu'une fois par l'Aphélie, & une fois par le Périhélie, au lieu qu'ici le Pendule a deux Aphélies en *P* & *E*, & deux Perihélies en *G* & *H*, par lesquels on le voit passer en chaque révolution.

§ LII.

Si l'angle *PAC* est fort aigu, en sorte que la longueur du Pendule *AP* ne differe pas sensiblement de la hauteur verticale *AC*, alors la force centrale qui pousse continuellement le poids *P* vers le centre *C*, est par tout proportionelle à sa distance *PC*, comme il seroit aisé de le prouver, ce qui fait que la Courbe *PGEH* devient une véritable Ellipse, conformément à la proposition *X* du premier Livre des Principes de M. Newton, & l'axe des Aphélies *PE* ne change plus de position. En effet, on remarque que le mouvement du Pendule commençant à s'affoiblir par la résistance de l'air, les petites Ellipses continuent de se décrire pendant plusieurs révolutions, sans que les Aphélies *P* & *E* avancent sensiblement.

FIN.

Prix de l'Academie.

1730.

Fig I.

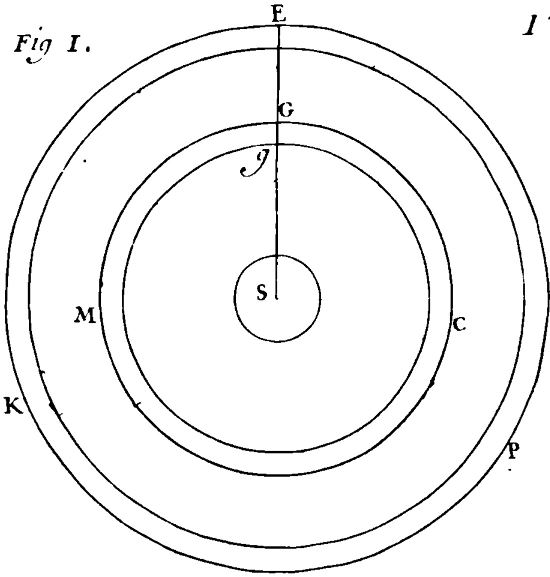


Fig II

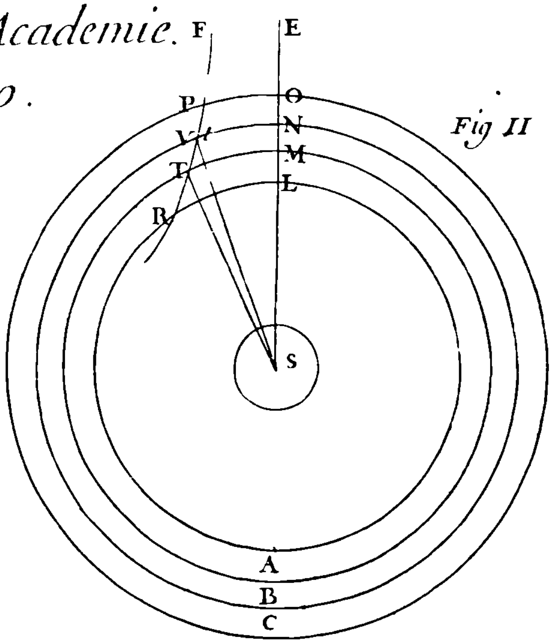


Fig. III.

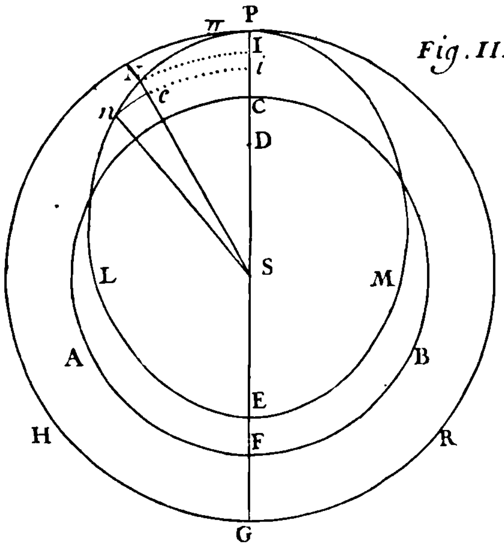


Fig. IV.

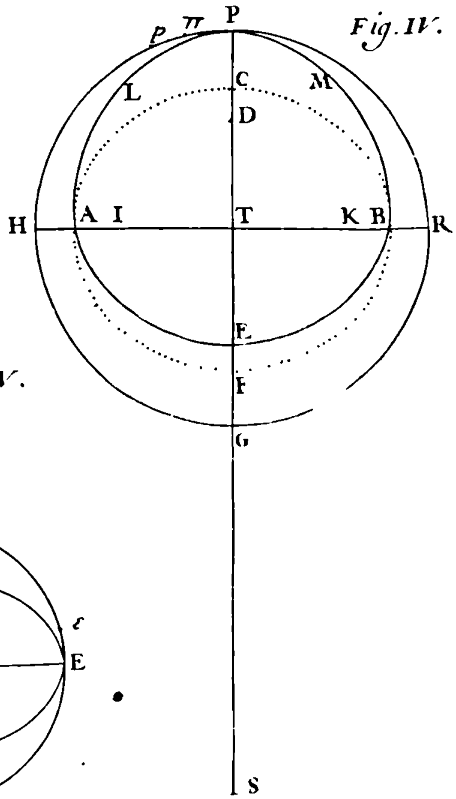
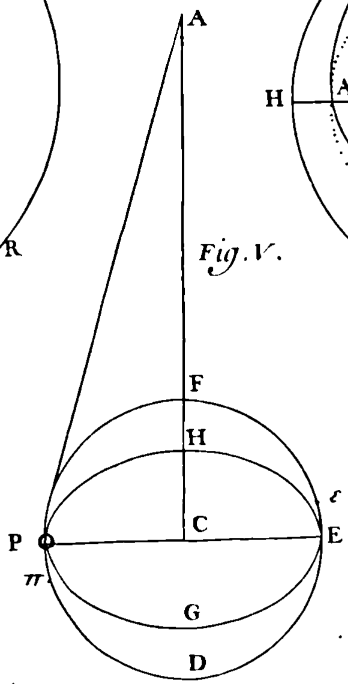


Fig. V.



DE LA ME'THODE
D'OBSERVER EN MER
LA DE'CLINAISON
DE LA BOUSSOLE.

PIECE QUI A REMPORTE' LE PRIX
proposé par l'Académie Royale des Sciences
pour l'année 1731.

Par Monsieur BOUGUER, *Hydrographe du Roy au Havre de Grace, & Membre de l'Académie Royale de Bordeaux.*

A PARIS, RUE S. JACQUES,
Chez CLAUDE JOMBERT, au coin de la ruë des Mathurins,
à l'Image Notre-Dame.

M. DCC. XXXI.

Avec Approbation & Privilege du Roy.

AVERTISSEMENT.

L'Academie a jugé qu'après la piece qui a remporté le Prix, celle qui en a le plus approché, eſt celle qui a pour Deviſe, *Omnibus oblatum, cunctis acquirere fas eſt.* num. 3. & enſuite la piece Latine, num. 8. qui a pour Deviſe, *Nova ſi nigri videas miracula ſaxi &c.* Claudian. Epigr. XIV.

PRIVILEGE DU ROY.

LOUIS par la grace de Dieu Roy de France & de Navarre : A nos amez & feaux Conseillers, les Gens tenant nos Cours de Parlement, Maîtres des Requestes ordinaires de notre Hôtel, Grand Conseil, Prevôts de Paris, Baillifs, Senechaux, leurs Lieutenans Civils & autres nos Justiciers qu'il appartiendra, Salut. Notre bien amé & feal le *Sieur Jean-Paul Bignon, Conseiller ordinaire en notre Conseil d'Etat, & Président de notre Académie Royale des Sciences*, Nous ayant fait très-humblement exposer, que depuis qu'il nous a plû donner à notredite Académie, par un Réglement nouveau, de nouvelles marques de notre affection, elle s'est appliquée avec plus de soin à cultiver les Sciences, qui font l'objet de ses exercices ; ensorte qu'outre les Ouvrages qu'elle a déja donnez au Public, elle seroit en état d'en produire encore d'autres, s'il nous plaisoit lui accorder de nouvelles Lettres de Privileges, attendu que celles que Nous lui avons accordées en datte du 6. Avril 1699. n'ayant point de tems limité, ont été déclarées nulles par un Arrêt de notre Conseil d'Etat du 13. Août 1713. Et désirant donner au Sieur Exposant toutes les facilitez & les moyens qui peuvent contribuer à rendre utiles au Public les travaux de notredite Académie Royale des Sciences, Nous avons permis & permettons par ces Présentes à ladite Académie, de faire imprimer, vendre & débiter dans tous les lieux de notre obéïssance, par tel Imprimeur qu'elle voudra choisir, en telle forme, marge, caractere, & autant de fois que bon lui semblera, *toutes ses Recherches ou Observations journalieres, & Relations annuelles de tout ce qui aura été fait dans les Assemblées ;* comme aussi *les Ouvrages, Mémoires ou Traitez de chacun des Particuliers qui la composent*, & généralement tout ce que ladite Académie voudra faire paroître sous son nom, après avoir fait examiner lesdits Ouvrages, & jugé qu'ils sont dignes de l'impression ; & ce pendant le tems de *quinze années* consécutives, à compter du jour de la datte desdites presentes. Faisons défenses à toutes sortes de personnes de quelque qualité & condition qu'elles soient, d'en introduire d'impression étrangere dans aucun lieu de notre Royaume ; comme aussi à tous Imprimeurs, Libraires & autres, d'imprimer, faire imprimer, vendre, faire vendre, débiter, ni contrefaire lesdits Ouvrages imprimez par l'imprimeur de ladite Académie, ou de ceux qui auront droit d'eux : à peine contre chacun des contrevenans de confiscation des Exemplaires contrefaits au profit de sondit Imprimeur : de trois mille livres d'amende, dont un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, un tiers audit Imprimeur, & l'autre tiers audit Dénonciateur, & de tous dépens, dommages &

interêts, à condition que ces Présentes seront enregistrées tout au long sur le Registre de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris, & ce dans trois mois de ce jour: que l'impression de chacun desdits Ouvrages sera faite dans notre Royaume & non ailleurs, & ce en bon papier & en beaux caracteres, conformément aux Réglemens de la Librairie, & qu'avant que de les exposer en vente, il en sera mis de chacun deux exemplaires dans notre Bibliotheque publique, un dans celle de notre Château du Louvre, & un dans celle de notre très-cher & feal Chevalier Chancelier de France le Sieur Daguesseau; le tout à peine de nullité des Présentes. Du contenu desquels vous mandons & enjoignons de faire jouir ladite Académie, ou ses ayans cause, pleinement & paisiblement, sans souffrir qu'il leur soit fait aucun trouble ou empêchement. Voulons que la copie desdites Présentes, qui sera imprimée au commencement ou à la fin desdits Ouvrages, soit tenuë pour dûëment signifiée, & qu'aux copies collationnées par l'un de nos amez & feaux Conseillers & Secretaires, foi soit ajoûtée comme à l'original. Commandons au premier notre Huissier ou Sergent de faire pour l'execution d'icelles, tous actes requis & necessaires, sans demander autre permission, & nonobstant clameur de Haro, Charte Normande & Lettres à ce contraires. Car tel est notre plaisir. Donné à Paris le 29. jour du mois de Juin, l'an de grace 1717. & de notre Regne le deuxiéme. Par le Roy en son Conseil.

Signé, FOUQUET.

Il est ordonné par l'Edit du Roy du mois d'Août 1686. & Arrêt de son Conseil, que les Livres dont l'impression se permet par Privilege de Sa Majesté, ne pourront être vendus que par un Libraire ou Imprimeur.

Registré le présent Privilege, ensemble la Cession écrite ci-dessous sur le Registre IV. de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris, p. 155. N. 205. conformément aux Réglemens, & notamment à l'Arrêt du Conseil du 23. Août 1703. A Paris le 3. Juillet 1717. Signé, DELAULNE, *Syndic.*

Nous soussigné President de l'Académie Royale des Sciences, déclarons avoir en tant que besoin cedé le présent Privilege à ladite Académie, pour par elle & les différens Académiciens qui la composent, en joüir pendant le tems & suivant les conditions y portées. Fait à Paris le 1. Juillet 1717. *Signé*, J. P. BIGNON.

DE LA METHODE
D'OBSERVER EN MER
LA DECLINAISON
DE LA BOUSSOLE.

Nec frustrà signorum obitus speculamur & ortus.
Virg. Mar. G. 1.

SI les Modernes n'ont fait quelquefois par leurs plus grands travaux qu'ajoûter quelques degrez de perfection aux connoissances qu'ils avoient reçûës des Anciens, ils ont fait bien davantage dans l'Art de naviger, en inventant la Boussole, & en l'employant avec méthode dans les voyages de long cours. Heureux de vivre dans un siécle où l'on joüit de cette admirable découverte,

& où l'on ſçait s'en ſervir avec plus de ſuccès qu'on ne faiſoit d'abord ; nous traverſons ſans crainte les plus vaſtes Mers, dont nous oſerions à peine perdre les rivages de vûë. L'uſage de cet inſtrument a comme raproché de nous toutes les parties de la Terre ; il nous a appris qu'il y a des hommes au-delà de l'Ocean dans des endroits où nous n'en ſoupçonnions pas ; & il a établi de la communication entre eux & nous, quoique la Nature, nous eût, ce ſemble, deſtinés à n'en point avoir. Il s'agit cependant encore d'aſſurer la Navigation par une connoiſſance plus éxacte de la route que ſuivent les Vaiſſeaux, en perfectionnant, s'il eſt poſſible, la méthode d'obſerver en Mer la déclinaiſon à laquelle la Bouſſole eſt ſujette. Invité par l'importance de cette recherche, & par l'avantage qui peut en revenir au Public, j'ai l'honneur de préſenter mes Réflexions à l'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES ; en même temps, je l'avoüe, que j'y ſuis auſſi fort excité, non pas par la récompenſe attachée au Prix, mais par la gloire qu'il doit y avoir, à le recevoir des mains d'une Compagnie, dont les jugemens ſont d'un ſi grand poids chez toutes les Nations ſçavantes. Je me renferme dès à préſent dans mon ſujet ; & m'interdiſant toutes diſcuſſions phyſiques ſur les proprietez de l'aiman, & ſur la cauſe générale de la déclinaiſon de l'aiguille, quoiqu'elles puſſent être de quelque utilité, je diviſe mes Remarques en trois parties. Je parle dans la premiere de la conſtruction des Bouſſoles ; je tâche dans la ſeconde de rendre plus éxacts & plus commodes les moyens d'obſerver la déclinaiſon ou variation de ces inſtrumens, & j'entreprends dans la troiſiéme de choiſir entre ces divers moyens, ou de déterminer ceux qu'on doit employer préférablement dans chaque rencontre.

PREMIERE PARTIE.

De la conſtruction des Bouſſoles & des Compas de variation.

COmme la Bouſſole eſt un inſtrument aſſez connu, il ſeroit très-inutile de nous arrêter à en faire une deſcription entiere, & à parler de la conſtruction de toutes ſes parties ; d'autant plus qu'on peut preſque toujours dans les choſes de pratique, s'en raporter ſur pluſieurs points à l'expérience des Ouvriers. Notre principal objet doit être, ſans doute, d'éxaminer la diſpoſition qu'on doit donner au morceau de fer qui anime cet inſtrument, & la maniere de l'aimanter. Cet éxamen nous intereſſe ; puiſqu'il eſt de la derniere conſequence que toutes les Bouſſoles ayent éxactement la même variation, & qu'il arrive très-ſouvent qu'elles en ont de differentes.

I.

De la figure qu'on doit donner à l'aiguille.

PLuſieurs cauſes peuvent mettre de l'inégalité dans la vivacité où la force avec laquelle l'aiguille aimantée tend à ſe diriger : mais il ſemble que cet inſtrument ne devroit toujours affecter que la ſeule ſituation, qui eſt conforme au cours de la matiere magnétique, de cette matiere dont la Phyſique nous apprend l'éxiſtence, & qui circule continuellement d'un Pole à l'autre de la Terre. La différence ne peut venir que de la diſpoſition des pores du morceau de fer ou d'acier qu'on aimante : La matiere magnétique trouvant, ſelon toutes les aparences, plus de facilité à ſe mouvoir dans le fer que dans tous les autres corps, ſe meut ſelon la longueur du morceau ; mais elle ne la ſuit éxactement que lorſqu'elle peut ſuivre en même temps le fil du fer, ou que c'eſt dans ce ſens que les pores ont le plus de rectitude. Pluſieurs expériences que je me diſpenſe de raporter, établiſſent cette plus grande facilité que trouve la matiere magnétique à traverſer le fer dans un ſens que dans un autre. Je me contenterai de dire qu'ayant fait faire pluſieurs aiguilles de ce fer batu qu'on nomme *tole*, j'ai remarqué que celles dont la longueur n'avoit pas été priſe ſelon le fil, étoient ſujettes à une variation différente, & qu'elles s'écartoient toujours du Méridien magnétique du côté que je l'avois prévû.

La figure premiere repreſente une de ces aiguilles, & les hachures dont elle eſt couverte, marquent les eſpeces de fibres que forment par leur arrangement les parties du fer forgé. Le mouvement de la matiere magnétique ſe faiſoit ſelon la longueur *A B*, mais il s'accommodoit auſſi un peu à la diſpoſition des eſpeces de fibres, & c'eſt ce qui étoit cauſe que cette aiguille ne ſe dirigeoit pas éxactement ſelon *D E*, comme le faiſoient les autres, qui avoient été priſes de fil dans la tole. Outre cela cette aiguille avoit peu de vertu, quoiqu'elle eût été touchée à l'un des meilleurs aimans qu'on ait en Europe ; ce qui montre que la diſpoſition des pores empêchoit non ſeulement la matiere magnétique de ſe mouvoir éxactement le long de la ligne *A B*, mais qu'elle étoit cauſe encore que cette matiere ne couloit pas en ſi grande quantité dans l'aiguille.

Il ſuit de-là qu'il n'eſt point à propos de donner aux morceaux de tole qu'on veut aimanter, la figure d'un lozange vuidé par le milieu, comme dans la figure 2; puiſque la matiere magnétique tend à ſe mouvoir ſelon les côtez de ce lozange, à cauſe de leur longueur, & qu'elle y trouve beaucoup de difficulté, parce que le plus grand nombre des pores n'eſt pas diſpoſé dans ce ſens. Ainſi ces ſortes d'aiguilles ne doivent aporter que peu de vivacité dans leur mouvement; & il vaut mieux, comme on le fait dans la Marine, former le lozange avec du ſimple fil d'archal, parce que toutes les parties de ce fer ſont aſſujetties à un certain arrangement qui s'accorde avec la longueur. Cependant il s'en faut encore beaucoup que ces dernieres bouſſoles ſoient dans un état parfait. Car la matiere magnétique eſt obligée d'abandonner ſon cours naturel ou la direction qu'elle a ſur la ſurface de la Terre, pour ſuivre les côtez du lozange. De plus les deux moitiés ſe contrarient, & tendent à détruire leur vertu en ſe touchant en *A* & en *B*, par des extrêmitez qui ont de l'antipatie l'une pour l'autre. Et enfin au lieu qu'une bonne aiguille n'eſt pas plus ſujette à avoir une déclinaiſon irreguliere, lorſqu'elle a perdu de ſa vertu qu'auparavant, & qu'elle ne fait ſimplement que ſe mouvoir avec plus de lenteur; celle-ci en perdant de ſa force, prend ſouvent une ſituation plus ou moins differente du Méridien; & cela même ſans que le frotement du pivot y ait aucune part.

C'eſt que chaque partie *DA*, *EA*, &c. du fil de fer fait effort pour ſe placer en particulier ſur le Méridien magnétique, & que ſi chacune ne s'y place pas, ce n'eſt que parce qu'elle en eſt empêchée par les autres: De ſorte que le lozange ne reſte dans une certaine ſituation que lorſque les quatre efforts ſont en équilibre. Mais ſi la vertu d'une des parties vient à recevoir quelque altération, ce qui peut arriver par pluſieurs cauſes, l'équilibre ne ſubſiſtera plus, & il faudra que l'aiguille prenne une autre ſituation par raport au cours de la

A iij

matiere magnétique. Supoſé, par éxemple, que les trois côtez *A D*, *D B*, *B E*, perdent toute leur vertu, pendant que le côté *E A* conſerve encore quelque choſe de la ſienne, rien ne s'oppoſera enſuite à l'effort que fera ce côté pour ſe placer ſur le Méridien magnétique & on ſera donc ſujet à ſe tromper d'une quantité exceſſive dans la déclinaiſon, ſi on continuë, comme on ne peut pas manquer de le faire, de prendre toujours la diagonale *A B* pour la ligne Nord & Sud de la Bouſſole. Ainſi on voit que ces ſortes d'aiguilles ne ſe gâtent pas ſimplement en perdant peu à peu de leur vivacité, mais en paſſant auſſi par une infinité d'états dans leſquels elles ne ſont propres qu'à en impoſer aux Marins; puiſqu'elles leur indiquent, dans la variation ou dans le cours de la matiere magnétique, des changemens qui n'y ſont point arrivés.

On peut expérimenter d'une maniere très-ſimple ce que nous diſons ici, en aimantant un lozange *A D B E* (fig. 3.) formé de quatre morceaux de fil de fer, & en remarquant la ſituation qu'il prend lorſqu'il a la liberté de tourner ſur un pivot *C*. Si on ôte enſuite un des quatre morceaux, par éxemple *A E*, les deux *D* & *B* qui ſont paralleles, & qui tendent à ſe diriger également ſelon le cours de la matiere magnétique, n'en ſeront plus empêchés que par le fil *B D* qui tend auſſi à ſe mettre dans la même ſituation; mais qui ayant moins de force, parce qu'il eſt ſeul, doit ceder un peu: De ſorte que le point paſſant en *a*, & le point *b* en , les deux morceaux de fer *A D* & *E B* prendront une ſituation plus aprochante de la direction de la matiere magnétique, pendant que *D B* prendra une ſituation un peu plus differente. J'en ai fait l'expérience pluſieurs fois. Mais il eſt évident que ſi la roüille ou quelqu'autre cauſe trouve plus de facilité à détruire la vertu d'un des quatre morceaux de fer *A E*, que des trois autres, cela produira à peu près le même effet que ſi on ôtoit ce morceau. C'eſt ce qui montre qu'il vaut infiniment mieux ne faire l'aiguille que d'une ſeule piece, comme dans la figure 1, & être attentif en même temps à prendre ſa longueur, ſelon le fil de la tole. Alors l'aiguille aimantée ne ſera point ſujette à avoir differentes variations, à meſure qu'elle perdra la qualité que lui a communiqué l'aiman; & outre cela elle poura conſerver ſa vertu plus long-temps; Car on ſçait qu'un morceau de fer diſpoſé ſelon le Méridien, peut en acquerir une nouvelle lorſqu'il demeure un tems conſidérable dans la même ſituation: au lieu que ce n'eſt pas la même choſe dans la figure 3, où il n'y a aucune partie ſituée ſelon le cours de la matiere magnétique. Il eſt vrai qu'une pareille aiguille n'eſt pas ſi propre à ſoutenir la roſe ſur laquelle les rumbs ſont tracés: Mais on peut mettre un lozange de fil de leton à la place de celui de fer, & on ne doit pas craindre que l'aiguille conſtruite comme nous le diſons, & faite d'acier non trempé, n'ait toujours aſſez de force pour animer l'inſtrument.

II.

De la maniere d'aimanter la Bouſſole.

QUant à la qualité de la pierre d'aiman & à la maniere de *toucher*, il n'y a pas lieu de croire, malgré ce qu'en ont dit quelques Auteurs, qu'elles puiſſent aporter de la différence dans la variation. Auſſitôt que l'aiguille ſera faite d'une ſeule lame terminée en pointe, & que ſes pores ſeront bien dirigés ſelon ſa longueur; on ne peut en ſe ſervant d'une pierre d'une moindre ou d'une meilleure qualité, communiquer que plus ou moins de vertu à cette aiguille, ſans qu'il y ait pour cela de changement dans ſa déclinaiſon ; puiſqu'elle doit toujours ſe placer ſelon le cours de la matiere magnétique. C'eſt l'obliquité du cours de cette matiere qui eſt la cauſe générale de la variation des Bouſſoles : Notre Globe étant extrêmement hétérogène, la matiere magnétique eſt détournée du plan des Méridiens, & ſuit quelquefois des lignes très-différentes. Comme nous ne pouvons pas changer la direction de ce cours, nous ne devons pas prétendre auſſi pouvoir garantir nos Bouſſoles de variation : mais il ſuffit au moins que nous prenions les précautions que nous avons marquées, pour que dans le même tems & dans le même lieu, les aiguilles ne déclinent toutes que de la même quantité. Il eſt cependant toujours à propos de leur communiquer le plus de vertu qu'il eſt poſſible, afin qu'elles puiſſent ſurmonter plus aiſément le frotement du pivot, qui les empêche quelquefois de ſe diriger.

On ſçait que lorſqu'on touche l'aiguille, c'eſt la derniere partie touchée qui acquere la plus grande vertu : mais on ne fait pas, ce me ſemble, toujous aſſez attention à diſpoſer l'aiguille pendant l'attouchement ſelon le cours de la matiere magnétique, qui forme le tourbillon particulier de la pierre. Si *NCS* (fig. 4) eſt un aiman, & que *S* ſoit le Pole qui ſe tourne vers le Sud, on ſçait que c'eſt ſur ce Pole qu'on doit toucher la partie de la Bouſſole qui eſt deſtinée à indiquer le Nord ; mais il ne faudroit pas diſpoſer l'aiguille *ns* comme dans la figure 4, & la faire gliſſer ſur l'armure, en commençant par l'extrêmité *s* du Sud, & en finiſſant par celle *n* du Nord : Cette derniere extrêmité n'acquerroit de cette ſorte que peu de vertu ; parce que la matiere magnétique qui paſſe de l'armure dans l'aiguille, eſt beaucoup plus diſpoſée à couler de *S* en *N*, qu'à couler en ſens abſolument contraire. C'eſt pourquoi il vaut mieux placer l'aiguille perpendiculairement à l'axe de la pierre ; mais il eſt encore beaucoup plus

plus avantageux de la placer comme dans la figure 5, & de la faire gliſſer, juſqu'à ce que ſon extrêmité *s* touche l'autre armure *N* Ici preſque toute la matiere magnétique qui ſort du Pole *S* de la pierre coule le long de l'aiguille, pour aller ſe rendre à l'autre Pole *N*; & ſi quelque partie de cette matiere coule de *a* en *n*, la diſpoſition qu'elle donne à la portion *an* de l'aiguille, ne peut être que foible, & doit être détruite ſur le champ, lorſque tous les points de *an* paſſent auſſi à leur tour ſur le Pole *S*, & qu'ils avancent vers le milieu de la pierre. En effet comme la matiere magnétique ſe meut en plus grande quantité ou de *S* en *N*, ou de *N* en *S*, elle eſt beaucoup plus en état de ſe frayer un chemin dans l'aiguille, & d'y faire des traces profondes.

Ainſi la longueur la plus convenable que doit avoir une aiguille pour pouvoir s'aimanter d'une maniere parfaite, c'eſt la diſtance qui ſe trouve entre les deux armures : & il eſt à propos qu'elle ne ſoit pas plus longue, afin que ſon extrêmité *S* vienne ſimplement toucher l'armure *N*, & qu'elle ne gliſſe point deſſus. Ce mouvement donneroit occaſion à la matiere magnétique de couler en ſens contraire dans la portion de l'aiguille qui iroit au-delà, & de détruire la qualité déja communiquée. Tout ce qu'il y a, c'eſt que les armures ordinaires ne ſont faites que pour donner à l'aiman une plus grande force pour ſoûtenir des poids: Au lieu qu'on pouroit, peut-être, leur donner une autre figure qui ſeroit plus avantageuſe, lorſqu'on veut toucher de longues aiguilles. Il n'y auroit vraiſemblablement qu'à faire terminer l'armure *S* par un plan incliné en dehors, au lieu qu'elle eſt terminée par un plan parallele à l'axe de la pierre, & il faudroit en même temps donner plus de longueur à l'armure *N*, afin que l'aiguille pût venir la toucher, lorſque l'extrêmité *n* ſeroit renduë en *S*. Rien n'empêcheroit auſſi d'avoir différentes armures, pour pouvoir aimanter les aiguilles de toutes sortes de longueurs.

III.

Que la maniere qui est en usage d'observer sur le Compas de variation, l'azimuth des Astres qui sont dans l'Horison, est aussi parfaite qu'il est possible.

JUsques ici il n'a été question que de la principale partie de la Boussole; mais il nous faut maintenant parler des autres parties, ou plutôt de l'usage qu'on est obligé d'en faire, lorsqu'on veut découvrir la variation. On se sert pour cela d'une Boussole particuliere (fig. 6) qu'on nomme *Compas de variation*, qui a deux pinnules *L* & *H* sur les deux côtez oposez de sa boëte *AQCB*. un fil *LH* est tendu horisontalement d'une pinnule à l'autre, & la circonference de la Boussole est divisée en degrez. Pour observer avec cet instrument dans quel azimuth ou dans quel rumbs paroît un astre qui se leve ou qui se couche, un Pilote vise à cet astre par les deux pinnules, & un autre Pilote ne fait simplement qu'éxaminer combien le fil qui est tendu d'une pinnule à l'autre, differe de la ligne Est & Oüest. On a de cette sorte avec facilité l'azimuth ou l'amplitude qu'on peut nommer *observée* où *magnétique*, pour la distinguer de l'autre que fournit le calcul, qui est la distance du lever ou du coucher de l'astre aux vrais points de l'Est ou de l'Oüest. Cette observation se feroit cependant encore plus aisément à Terre; une seule personne en viendroit à bout, parce que rien ne l'empêcheroit de remarquer la situation du fil, après qu'elle auroit visé à l'astre par les pinnules. Mais en Mer ce n'est pas la même chose: comme le Vaisseau change continuellement d'état, on eſt obligé de faire ces deux choſes abſolument à la fois, de diriger la bouſſole & de compter ſur la circonference de la roſe les degrez de l'amplitude ; ce qui éxige de la maniere dont les Compas ſont conſtruits, l'attention actuelle de deux perſonnes. Il ſeroit inutile d'un autre côté de changer la forme des Bouſſoles : car on feroit perdre à ces inſtrumens toute leur ſimplicité, & cela empêcheroit que l'operation devint plus éxacte.

IV.

Que ce n'eſt pas la même choſe des moyens d'obſerver ſur la Bouſſole l'azimuth des aſtres qui ſont à une hauteur conſiderable.

MAis ſi les Pilotes obſervent avec autant de préciſion qu'il eſt poſſible, l'azimuth des aſtres qui ſont dans l'Horiſon, on peut aſſurer qu'il n'y a rien de plus défectueux que les moyens qu'ils employent, lorſque les aſtres ſont à quelque hauteur. On auroit de la peine à le croire ſi on ne le ſçavoit que trop, par le témoignage que forment tous les Traitez de Marine, que quoique le fil *LH* (fig. 6.) qui eſt tendu d'une pinnule à l'autre, ne ſoit élevé tout au plus que d'un demi pouce au-deſſus de la roſe, & qu'il ne ſoit gueres poſſible de le mettre plus haut, à cauſe de la difficulté qu'il y auroit enſuite de le faire toujours répondre éxactement au-deſſus du centre, les Marins ſe contentent pour le diriger ou pour le mettre dans le vertical du Soleil, de faire en ſorte que ſon ombre *NO* paſſe par le milieu de la *chape G* qui occupe le centre. Je laiſſe à penſer ſi un pareil moyen doit être bon dans la pratique, & ſi lorſque l'aſtre eſt conſidérablement élevé, on ne doit pas être exposé à se tromper de 3 ou 4 degr. ou même de 5 à 6 dans son azimuth. Il suffit en effet que le Soleil soit à 45 degr. de hauteur, pour que le point *M* dont l'ombre doit tomber sur la chape, ne soit éloigné du milieu *D* du fil, que de la distance *MD* d'un demi pouce, égale à l'élevation *DG* du fil au-dessus de la rose. Mais quand même on se tromperoit alors assez considérablement dans la disposition de la Boussole, pour que le fil *LH* prît la situation *lh* différente de 3 degr. de celle qu'il devroit avoir, l'erreur ne seroit point encore assez grande pour se manifester. Car le point *M* ne changeroit de place que de la petite quantité *Mm* qui ne seroit pas d'un tiers de ligne, & il ne s'en manqueroit donc aussi que cette même quantité, qui n'est pas sensible dans cette rencontre, que l'ombre du fil ne passât toujours par le centre. Lorsque la hauteur du Soleil sera plus grande, le point *M* sera cependant encore moins éloigné du milieu de la Boussole, & il est clair que s'il en est deux ou trois fois plus proche, on pourra commettre des erreurs encore deux ou trois fois plus fortes, sans qu'elles se fassent sentir davantage. En un mot l'observation se fait toujours avec aussi peu d'éxactitude que si on ôtoit à la Boussole presque toute sa grandeur, & qu'on ne lui donnât que *DM* pour rayon, ou qu'un pouce ou un pouce & demi de diametre, au lieu de 7 à 8 qu'elle a ordinairement dans les Compas de variation.

On ne peut pas compter davantage sur les autres moyens proposés par quelques Auteurs, du moins de la maniere dont ils les ont expliqués; de se servir de l'ombre d'un fil à plomb ou de quelque stile élevé verticalement sur le bord de la Boussole. Ces Auteurs, faute d'avoir assez éxaminé la cause de l'agitation des instrumens qu'on porte en Mer, ont crû que parce qu'on réüssit à terre à faire qu'un fil à plomb demeure dans une ſituation verticale, lorſqu'on le charge d'un poids conſidérable, il n'y a qu'à faire auſſi la même choſe ſur un Vaiſſeau. On réüſſit à terre, parce que les vibrations des inſtrumens n'y ſont ordinairement cauſées que par la ſeule agitation de l'air; au lieu que les vibrations dont il s'agit ici, n'étant produites que par le défaut d'uniformité qui ſe trouve toujours dans la viteſſe du Navire, il eſt fort inutile de donner une plus grande charge à l'inſtrument; car il ne ſera pas plus diſpoſé à prendre ſur le champ tous les mouvemens du point de ſuſpenſion, lorſque le choc de quelques vagues accelerera ou retardera tout à coup la marche du Vaiſſeau. Ce n'eſt donc pas en Mer par l'action de la peſanteur ni par quelque ſuſpenſion particuliere qu'on peut procurer à un fil ou à un ſtile, une ſituation éxactement verticale. Il vaut infiniment mieux que ce ſoit l'Obſervateur qui ſoutienne lui-même ſon inſtrument, & qui le diſpoſe en ſe ſervant de l'Horiſon ſenſible ou viſuel, à peu prés comme il diſpoſe déja ſon Arbaleſtrille ou ſon Quartier Anglois, lorſqu'il obſerve la hauteur des Aſtres. De cette ſorte la Bouſſole ne ſera point ſujette à des balancemens irreguliers, comme le ſeroit en Mer un inſtrument qui n'affecteroit une certaine ſituation, que parce qu'il y ſeroit néceſſité par une cauſe purement phyſique. Si le Pilote eſt obligé de changer ſans ceſſe de poſtures pour ſe tenir debout & pour s'empêcher de tomber, il prendra toujours précisément les mêmes attitudes que s'il ne penſoit & ne travailloit qu'a conſerver à la Bouſſole une ſituation conſtante.

V.

Moyen plus éxact d'observer sur la Boussole l'azimuth des astres qui sont élevés.

AInsi pour observer l'azimuth du Soleil lorsque cet astre est à une hauteur considérable, il n'y a qu'à se servir encore d'un Compas qui ait un stile, qu'on mettra au-dessus de la pinnule *H*. Ce stile ne sera si on le veut, qu'un simple fil de leton, & il sera toujours facile de le situer de maniere qu'il soit perpendiculaire au côté *CE*. Mais après cela il ne faudra pas s'arrêter, comme on l'a fait jusqu'à present, à la situation à peu près horisontale que prendroit l'instrument par sa propre pesanteur, puisqu'il est certain que le plus leger défaut dans cette situation peut causer des erreurs tout à fait grandes dans l'observation de l'azimuth. Pour faire donc la chose avec plus de précision, on appliquera l'œil à la pinnule *H*, & tournant ensuite le dos vers le Soleil, on fera ensorte que l'ombre du stile tombe sur l'autre pinnule, & qu'on voye en même temps l'horison sensible par le bord *AF* du Compas. Cette opération n'a rien de plus difficile que lorsqu'on prend la hauteur d'un astre par derriere. Dans l'une comme dans l'autre, on n'est toujours obligé de faire attention qu'à deux choses; qu'à viser à l'Horison, & qu'à faire tomber l'ombre d'un marteau ou d'un stile sur un certain endroit. Or en observant ici ces deux conditions, en regardant l'extrêmité aparente de la Mer par le bord oposé *AF* de la Boussole, lorsque l'œil est appliqué à la pinnule *H*, & en faisant tomber en même temps sur la pinnule *L* l'ombre du stile que nous supposons élevé en *H*, il est clair que quoique ce ſtile puiſſe pancher conſidérablement à cauſe de l'inclinaiſon de l'Horiſon viſuel, ſon ombre ne laiſſera pas d'être toujours éxactement dans le plan du vertical du Soleil, de même que le fil *LH*; parce que l'inclinaiſon ne ſe fera que dans le plan même de ce vertical. Ainſi un ſecond Obſervateur n'aura donc qu'à éxaminer ſur la circonference de la Bouſſole qui eſt diviſée en degrez, combien le fil *LH* differe de la ligne Eſt & Oüeſt, pour avoir l'azimuth magnétique.

VI.

Moyen d'obſerver en même temps l'azimuth & la hauteur d'un aſtre.

AU lieu d'élever un ſtile ſur un des côtez de la Bouſſole, on pouroit ſe ſervir auſſi d'un quart de cercle de 18 ou 20 pouces de rayon, qu'on mettroit au-deſſus, comme nous l'avons repreſenté dans la figure 7; & alors on auroit l'avantage de pouvoir obſerver l'azimuth de l'aſtre & ſa hauteur tout à la fois. La Bouſſole & le quart de cercle ſeroient attachés par des vis, & il ſeroit facile de faire enſorte que le tout ne peſât pas plus qu'un quartier Anglois ordinaire, puiſqu'il ne ſeroit point néceſſaire que la Bouſſole fût renfermée dans une double boëte, ni qu'elle fût entourée de ces cercles de cuivre qu'on nomme balanciers, qui ſervent à la ſuſpendre. Après tout ſi l'inſtrument peſoit un peu trop, pour qu'on pût en y appliquant les deux mains, le ſoutenir à la hauteur de l'œil, il n'y auroit qu'à l'apuyer ſur quelque choſe qui ſuportât ſon poids, ſans empêcher qu'on pût le diriger aiſément. Enfin on mettroit ſur le quart de cercle, entre les deux pinnules *G* & *H*, la hauteur apparente qu'on voudroit qu'eût l'aſtre au temps de l'obſervation ; & lorſque cet aſtre ſeroit ſur le point d'y parvenir, le Pilote viſeroit à l'horiſon par les pinnules *G* & *F*, en attendant le moment que l'ombre de la pinnule *H* tombât ſur la pinnule *F* du centre, & un autre Obſervateur compteroit en même temps les degrez de l'azimuth ſur la circonference de la Bouſſole. Il faut remarquer que les trois pinnules *G*, *H* & *F*, doivent être conſtruites comme celle du quartier Anglois ; mais qu'il eſt bon que la derniere ait une fente de 28 à 30 lignes ne longueur, au lieu d'une de 15 à 16 qu'on lui donne ordinairement ; & cela afin qu'en découvrant une plus grande partie de l'Horiſon ſenſible, on ſoit plus en état de mettre avec exactitude le quart de cercle verticalement. On poura auſſi ſe ſervir la nuit de ce même inſtrument pour obſerver l'azimuth des étoiles, pourvû qu'elles ne ſoient point trop élevées, & qu'en regardant par la pinnule *F* du centre, on puiſſe voir du même coup d'œil l'Horiſon par la pinnule *G* d'en bas, & l'aſtre par celle *H* d'en haut. Tout cela eſt déformais trop ſimple pour que nous nous y arrêtions davantage : Nous allons maintenant traiter des moyens de découvrir la variation.

SECONDE

SECONDE PARTIE.

Des moyens de déterminer en Mer la déclinaiſon de l'aiguille aimantée.

I.

Que toutes les methodes de trouver la variation de la Bouſſole ſe réduiſſent à comparer la vraye ſituation qu'a l'aſtre par raport aux régions du Monde, avec la ſituation qu'il a par raport aux rumbs du Compas.

IL eſt ſenſible qu'on doit toujours avoir recours à quelques obſervations aſtronomiques pour découvrir la déclinaiſon de la Bouſſole, & que les obſervations qu'on doit employer, ſont celles qui peuvent ſervir à déterminer la ligne Méridienne ; puiſque la variation ou déclinaiſon de l'aiguille n'eſt autre choſe que la quantité dont elle differe de cette ligne. En général, il faut toujours connoître la ſituation éxacte & préciſe de quelque aſtre par raport aux Regions du Monde, & obſerver en même temps ſi l'aſtre eſt ſitué de la même maniere par raport aux principaux points du Compas ; afin de pouvoir comparer ces deux diverſes ſituations. C'eſt à cela que ſe réduiſent infailliblement toutes les méthodes. Ainſi ſans nous mettre en peine d'en faire un dénombrement inutile, nous n'avons, pour tâcher de répandre par nos réfléxions quelque nouveau jour sur cette matiere, qu'à travailler à rendre plus éxacts ou plus faciles les moyens de trouver la distance des astres aux vrais points de l'Orient ou de l'Occident; puisque nous avons déja assez parlé de la maniere d'observer leurs distances aux points de l'Est ou de l'Oüest de la Boussole.

II.

De l'équation qu'il faut appliquer à la Table des Amplitudes, lorsqu'on observe les astres dans l'horison sensible & visuel.

NOus pouvons considerer les astres dans deux cas differens, ou lorsqu'ils sont dans l'horison, ou lorsqu'ils sont à une certaine hauteur Quelques personnes zelées pour le Public, ont déja dispensé les Pilotes de faire aucun calcul dans le premier cas. Elles ont construit des Tables des Amplitudes qui marquent la distance du lever ou du coucher des astres au vrai Est ou au vrai Oüest, pour toutes les differentes déclinaisons, & pour tous les degrez de hauteur polaire des endroits où l'on peut se trouver. Ces Tables sont trop communes, pour que nous les inserions ici; elles sont imprimées dans presque tous les Livres de Pilotage. Tout ce qu'il y a, c'est qu'elles sont ordinairement construites dans la seule supposition que les astres sont éxactement dans l'horison rationel; & cependant on n'observe presque toujours l'amplitude en Mer que lorsque les astres sont dans l'horison sensible, & beaucoup au-dessous du terme dans lequel la Table les supose. C'est sur cette disconvenance que nous nous proposons d'insister un peu; afin de faire ensorte, s'il est possible, qu'elle ne cause aucune erreur dans les Observations.

Le premier moyen est d'appliquer une équation ou correction à l'amplitude des Tables, afin de la rendre propre au temps précis du lever ou du coucher apparent: & comme la principale difference qu'il y a entre l'horison sensible & le rationel, vient de la réfraction horisontale qui est dans ces climats ci de 32 ou 33 minutes, quelques personnes ont cru qu'il suffisoit de régler l'équation sur cette quantité. Mais outre que la réfraction est differente selon les endroits de la terre où l'on est situé, vers l'équateur ou vers les poles, & qu'elle change par les saisons; l'horison sensible se trouve aussi plus ou moins incliné, selon qu'on est plus ou moins élevé au-dessus de la surface de la Mer; ce qui contribuë encore à faire que les astres sont plus ou moins abaissés au-dessous de l'horison rationel, lorsqu'ils nous paroissent se lever ou se coucher. Si l'on est, par éxemple, vers le milieu de la zone torride, la réfraction horisontale ne sera que d'environ 20. minutes, & si on est dans un Navire élevé de 8 pieds, le rayon visuel conduit de l'œil à la séparation apparente de la Mer & du Ciel, ne sera incliné que d'environ 3 minutes. Ainsi lorsque l'astre paroîtra dans l'horison, il ne sera que d'environ 23 minutes au-dessous, & ce ne sera que sur le pied de ces 23 minutes qu'il faudra corriger la Table des Amplitudes. Au lieu que si on étoit à l'extrêmité de la zone temperée vers le cercle polaire où la réfraction est de 59 ou 60 min. & qu'on fût outre cela à 25 ou 30 pieds de hauteur au-dessus de la surface de la Mer, l'astre paroîtroit se coucher, lorsqu'il seroit déja descendu de 65 ou 66 min. au-dessous de l'horison; & son amplitude differeroit donc alors beaucoup plus, par cette seule raison, de celle qui lui est attribuée dans la Table. S'il est vrai d'un autre côté que les réfractions horisontales soyent tellement irregulieres, qu'on ne puiſſe jamais les bien connoître, il n'éſt pas moins conſtant que les corrections qu'il faut appliquer à l'amplitude, doivent être au moins toujours reglées ſur ce qu'on ſçait avec certitude ſur cette matiere, & que rien n'eſt móins excuſable que de ſupoſer que l'aſtre eſt toujours abaiſſé de la même quantité, lorſqu'on ſçait qu'il eſt abaiſſé d'une quantité très-différente. C'eſt pourquoi les équations ou corrections dont il s'agit, doivent être calculées néceſſairement comme dans la Table ſuivante, pour divers nombre de minutes d'abaiſſement; afin de pouvoir ſervir dans tous les lieux & dans toutes les ſaiſons, & de pouvoir ſervir auſſi à des Obſevrateurs plus ou moins élevés au-deſſus de la ſurface de la mer.

TABLE

Des Equations qu'il faut appliquer aux vrayes amplitudes, lorſque les aſtres ſont au-deſſus de l'horiſon.

AMPLITUDES.

Hauteurs Polaires.	Minutes dont les Astres sont au-dessous de l'Horison	0	10	20	30	25	40	45	50	55
		D. M.	D. M.	D .M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.
Degres. 10	20	0. 4	0. 4	0. 4	0. 4					
	30	0. 5	0. 5	0. 5	0. 6					
	40	0. 7	0. 7	0. 8	0. 8					
20	20	0. 7	0. 7	0. 8	0. 8					
	30	0. 11	0. 11	0. 12	0. 12					
	40	0. 15	0. 15	0. 16	0. 16					
30	20	0. 11	0. 11	0. 12	0. 13					
	30	0. 17	0 17	0. 18	0. 20					
	40	0. 23	0. 23	0. 24	0. 26					
	50	0. 29	0. 29	0. 30	0. 33					
35	20	0. 14	0. 14	0. 15	0. 16					
	30	0. 21	0. 21	0. 22	0. 24					
	40	0. 28	0 28	0. 30	0. 32					
	50	0. 35	0. 35	0. 37	0. 40					
	60	0. 42	0. 43	0. 45	0. 48					
40	30	0. 25	0. 25	0. 27	0. 29	0. 30				
	40	0. 33	0 33	0. 36	0. 39	0. 40				
	50	0. 41	0. 42	0. 45	0. 48	0 51				
	60	0. 50	0. 51	0. 54	0. 58	1. 1				
45	30	0. 30	0. 30	0. 32	0. 34	0. 37				
	40	0. 40	0. 40	0. 42	0. 46	0. 49				
	50	0. 50	0. 50	0. 53	0. 58	1. 1				
	60	1. 0	1. 1	1. 4	1. 9	1. 14 1. 13				
50	30	0. 36	0. 36	0. 38	0. 41	0. 43	0. 46			
	40	0. 48	0. 48	0. 50	0. 55	0 58	1. 1			
	50	1. 0	1. 0	1. 3	1. 9	1. 13 1. 12	1. 18 1. 17			
	60	1. 12	1. 13	1. 16	1. 23	1. 28 1. 27	1. 34 1. 32			
55	30	0. 43	0. 43	0. 45	0. 49	0. 52	0. 56	1. 1 1. 0		
	40	0. 57	0. 58	1. 1	1. 7 1. 6	1. 10 1. 9	1. 15 1 14	1. 22 1 20		
	50	1. 11	1. 12	1. 16	1. 23 1. 22	1. 28 1. 26	1. 34 1. 32	1. 42 1. 39		
	60	1. 26	1. 27	1. 32 1. 31	1. 40 1. 38	1. 46 1. 44	1. 53 1. 50	2. 3 1. 59		
60	30	0. 52	0. 53	0. 55	1. 0	1. 4 1. 3	1. 8 1. 7	1. 14 1. 13	1. 22 1. 20	1. 32 1. 29
	40	1. 10	1. 11	1. 14	1. 21 1. 20	1. 25 1. 24	1. 31 1. 30	1. 39 1. 37	1. 50 1. 46	2. 4 1. 58
	50	1. 27	1. 28	1. 32	1. 41 1. 40	1. 47 1. 45	1. 55 1. 52	2. 4 2. 1	2. 18 2. 12	2. 36 2. 27
	60	1. 44	1. 46	1. 51 1. 50	2. 1 1. 59	2. 9 2. 5	2. 18 2. 14	2. 30 2. 24	2. 47 2. 37	3. 9 2. 55

Pour rendre ſenſible l'uſage de cette Table, nous ſupoſerons que la hauteur polaire eſt de 55 degrez, que la réfraction jointe avec l'inclinaiſon de l'horiſon viſuel fait 40 min. & que la vraye amplitude eſt de 45. degrez. Nous chercherons les 40 min. dans la ſeconde colonne proche de 55. degr. de hauteur polaire qui ſont marqués dans la premiere ; & les faiſant couvenir avec l'amplitude marquée au haut, nous aurons 1. deg. 22. min. & 1. deg. 20. min. pour les deux équations qu'il faut appliquer à l'amplitude, ſelon qu'elle eſt du côté du Pole élevé ou du Pole abaiſſé. La premiere doit être ajoûtée, & la ſeconde ſouſtraite ; de ſorte que l'amplitude ſera de 46. deg. 22. min. ou de 43. degr. 40. min. non pas pour l'inſtant que l'aſtre touche à l'horiſon rationel, puiſque nous avons ſupoſé qu'elle eſt alors de 45 degr. mais dans le moment que l'aſtre paroît ſe lever ou ſe coucher, & qu'il eſt 40 min. au-deſſous du vrai horiſon. Il nous étoit facile d'étendre cette Table: mais il nous paroît qu'au lieu de modifier ainſi la vraye amplitude, & de n'obſerver l'aſtre ſur la Bouſſole qu'à ſon lever ou à ſon coucher, il vaut mieux ſe ſervir de la vraye amplitude même ; mais avoir auſſi le ſoin d'obſerver l'aſtre, lorſqu'ayant quelque hauteur aparente, il eſt éxactement dans l'horiſon rationel. Il n'y aura de cette ſorte point tant à craindre des irregularitez de la réfraction, non plus que de la diverſité des diſtances de l'Obſervateur à l'extrêmité apparente de la Mer. Car on peut démontrer que ce n'eſt pas dans la rigueur, l'inclinaiſon de l'horiſon viſuel ; mais la diſtance à l'extrêmité apparente de la Mer, réduite en minutes de grand cercle, qu'il faut ajoûter à la refraction horiſontale, pour avoir la quantité dont les aſtres ſont réelement au-deſſous de l'horiſon, lorſqu'ils paroiſſent ſe lever ou ſe coucher.

III.

Qu'au lieu d'aporter, comme nous venons de le faire, quelque modification à la Table des amplitudes, il vaut mieux tâcher d'obſerver les aſtres lorſqu'ils ſont éxactement dans l'horiſon rationel.

POur ſe convaincre que ce ſecond expédient eſt préférable au premier, on n'a qu'à remarquer que la réfraction horiſontale eſt ſujette à des irrégularitez de 17 ou 18 min. pendant qu'à un demi degré de hauteur apparente, la réfraction ſouffre à peine des variétez de 9 ou 10 min. On peut conſulter ſur cela les Obſervations du ſçavant M. Caſſini, qui trouva le 19 de Décembre 1712. à 2 min. 40 ſec. de hauteur, que la réfraction étoit de 51 min. 4 ſec. plus grande de 18 ou 19 min. que celle qu'on trouve ordinairement: Au lieu qu'on peut regarder comme les deux réfractions les plus differentes qu'on ait obſervées à 31 min. de hauteur, celle de 36 min. 9 ſec. & l'autre de 27 min. l'une le 19 Novembre 1712, & l'autre le 24 Aouſt de l'année ſuivante. Or lorſqu'on obſerve les aſtres ſur la Bouſſole dans l'inſtant qu'ils paroiſſent ſe lever ou ſe coucher, & qu'on aporte pour cela quelque modification à l'amplitude qui eſt marquée dans la Table, on s'expoſe à ſe tromper beaucoup; puiſqu'il ſe peut faire qu'on employe l'équation qui convient à 32. min de réfraction, quoiqu'elle ſoit alors effectivement de 40 ou 50 min. Mais ce n'eſt pas la même choſe, ſi on laiſſe l'amplitude des Tables dans l'état où elle eſt, & qu'on ſoit éxact en même temps à n'obſerver l'aſtre que lorſqu'il eſt dans l'horiſon rationel; car il faut pour cela qu'il ſoit à près d'un demi degré de hauteur apparente, & les anomalies de la réfraction sont alors environ deux fois plus petites. Ainsi au lieu d'alterer les amplitudes pour les accommoder au temps de l'observation, il vaut beaucoup mieux accommoder l'observation au moment préfix pour lequel la Table est construite.

Mais comme on se dispense souvent dans les choses de pratique de suivre rigoureusement les regles, sans que les opérations en deviennent pour cela moins éxactes, il suffit ici d'observer le Soleil lorsque le bord inférieur de son disque paroît élevé au-dessus de l'horison, à la vûë simple, d'environ la moitié de son diametre apparent; & alors cet astre sera à peu près dans l'horison rationel. Quand on voudra faire les choses dans la derniere précision, & ne rien négliger, il n'y aura qu'à se servir de l'instrument representé dans la figure 7, pour mesurer la hauteur. La réfraction qui éleve en Eté de 32 ou 33 min. les astres, lorsqu'ils sont au-dessous de l'horison rationel de cette même quantité, ne les éleve que d'environ 28 min. lorsqu'ils sont dans l'horison rationel même. Ainsi c'est à cette hauteur apparente qu'il faut les observer, pour qu'ils n'ayent point effectivement de hauteur; après cependant y avoir ajoûté l'inclinaison de l'horison visuel, qui contribuë encore à les faire paroître un peu plus haut. Supofé donc qu'on fût à 20 pieds d'élevation au-dessus de la surface de la Mer, ce qui donne environ 5 min. d'inclinaison à l'horison visuel, il faudroit mettre environ 33 min. entre les deux pinnules *G* & *H* du quart du cercle, & appliquant ensuite l'œil à la pinnule *F* du centre, il faudroit attendre qu'on pût voir l'horison par la pinnule *G* & l'astre par la pinnule *H*. L'astre seroit alors éxactement dans l'horison rationel, & auroit l'amplitude que lui attribuë la Table. C'est pourquoi il n'y auroit donc plus, pour découvrir la déclinaison de l'aiguille, qu'à comparer cette amplitude

plitude avec celle qu'on obſerveroit ſur la Bouſſole.

IV.

Que comme on ne peut pas toujours trouver la variation de la Bouſſole par la comparaiſon des amplitudes, il eſt abſolument néceſſaire de ſe ſervir quelquefois des aſtres qui ont quelque hauteur.

MAis ſi cette méthode de trouver la variation eſt toujours aſſez éxacte, il arrive d'un autre côté, qu'on n'a pas toujours la liberté de l'employer, parce que le Ciel n'eſt pas aſſez pur proche de l'horiſon. Quelquefois le Soleil paroît tout le jour dans tout ſon éclat, & que ce n'eſt qu'à ſon coucher où il eſt attendu par le Pilote impatient, qu'il ſe couvre de nuages, qui ne permettent plus de le voir: de ſorte qu'il n'eſt pas ſans éxemple que pendant un mois de la plus belle ſaiſon, on n'ait pû l'obſerver que deux ou trois fois. Il ſeroit cependant à ſouhaiter qu'on pût le faire tous les jours; car le Navire qui ſingle à pleine voile, & qui avance en 24. heures quelquefois de cent lieuës, paſſe continuellement dans des endroits où la déclinaiſon de l'aiguille eſt differente, & tant qu'on ne pourra pas la découvrir très-ſouvent, on connoîtra non ſeulement avec moins d'éxactitude le rumbs ſur lequel on fait route; mais on laiſſera encore dans le même état, & ſans en retirer aucune utilité, la partie de la ſcience magnétique, qui peut avoir un raport plus immédiat au Probléme des longitudes Hydrographiques. Il eſt donc abſolument néceſſaire d'avoir quelquefois recours aux aſtres, lorſqu'ils ſont à une hauteur conſiderable au-deſſus de l'horiſon. On ſçait que nous le pouvons faire avec quelque apparence de ſuccès; puiſque nous avons vû dans la premiere partie une maniere aſſez éxacte de trouver alors ſur la Bouſſole l'azimuth ou le rumbs dans lequel les aſtres répondent. Je ſçai bien que le calcul qu'il faut faire en même tems pour découvrir le vrai azimuth ou la ſituation de l'aſtre par raport au vrai Eſt ou au vrai Oüeſt, paroîtra toujours trop long à quelques Pilotes, pour qu'ils l'entreprennent volontiers; Mais ce ne ſera point là au moins un obſtacle pour ceux de cette profeſſion, qui aiment à remplir leur devoir, & qui ne ſe diſpenſoient de ſe ſervir en Mer de cette méthode, que parce qu'ils la trouvoient défectueuſe

---

V.

Moïen, en ſe ſervant d'une Table, de trouver la variation, par les aſtres qui ſont dans le cercle horaire de 6 heures.

C'Eſt pour en faciliter encore l'uſage, que nous avons calculé l'azimuth des aſtres qui ſont dans le cercle horaire de ſix heures; ce qui mettra les Marins en état d'obſerver beaucoup plus ſouvent la déclinaiſon de l'aiguille, puiſque le Ciel eſt preſque toujours plus ſerein & plus pur à une certaine hauteur, qu'il ne l'eſt à l'horiſon. La Table que nous inſerons ici eſt conſtruite pour toutes les hauteurs polaires juſqu'à 80 degr. & s'étend à tous les aſtres qui ne ſont pas éloignés de l'équateur de plus de 24 degr. Elle indique deux choſes; la hauteur à laquelle doit être l'aſtre, lorſqu'il faut l'obſerver, & l'angle que fait alors ſon azimuth avec le premier vertical; ou ce qui revient au même, la diſtance de l'aſtre au vrai Eſt ou au vrai Oüeſt, à meſurer ſur l'horiſon. Si on eſt, par éxemple, par 62 degrez de hauteur polaire, & que l'aſtre ait 9 degr. de déclinaiſon, on trouvera dans la Table 7 degr. 56 min. & 4 degr. 15 min. Le premier de ces nombres nous apprend la hauteur vraie à laquelle il faut obſerver l'aſtre pour qu'il ſoit dans le cercle horaire de ſix heures, & le ſecond 4 degr. 15 min. exprime la diſtance au vrai Eſt ou au vrai Oüeſt. De ſorte que ſi l'aſtre ſe trouve à cette même diſtance de l'Eſt ou de l'Oüeſt de la Bouſſole & du même côté, ce ſera une marque que les rumbs du compas répondent à ceux du Monde, & qu'il n'y a par conſéquent point de variation.

TABLE de la hauteur des Aſtres & de l'angle formé par leur Azimuth & le premier vertical ; lorſque ces Aſtres ſont dans le cercle horaire de ſix heures.

HAUTEURS POLAIRES.

	DE'CLINAISONS											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
D.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.
2	0. 2	0. 4	0. 6	0. 8	0. 11	0. 13	0. 15	0. 17	0. 19	0. 21	0. 23	0. 25
	1. 0	2. 0	3. 0	4. 0	5. 0	6. 0	6. 59	7. 59	8. 59	9. 59	10. 59	11. 59
4	0. 4	0. 8	0. 13	0. 17	0. 21	0. 25	0. 29	0. 33	0. 38	0. 42	0. 46	0. 50
	0. 59	1. 59	2. 59	3. 59	4. 59	5. 59	6. 59	7. 59	8. 59	9. 58	10. 58	11. 58
6	0. 7	0. 13	0. 19	0. 25	0. 32	0. 38	0. 44	0. 50	0. 57	1. 3	1. 9	1. 15
	0. 59	1. 59	2. 59	3. 59	4. 58	5. 58	6. 58	7. 57	8. 57	9. 57	10. 56	11. 56
8	0. 9	0. 17	0. 26	0. 34	0. 43	0. 50	0. 58	1. 6	1. 15	1. 23	1. 31	1. 39
	0. 59	1. 59	2. 59	3. 58	4. 57	5. 56	6. 55	7. 55	8. 54	9. 54	10. 53	11. 53
10	0. 11	0. 20	0. 32	0. 41	0. 52	1. 2	1. 13	1. 23	1. 34	1. 43	1. 54	2. 4
	0. 59	1. 58	2. 57	3. 56	4. 55	5. 55	6. 54	7. 53	8. 5	9. 51	10. 50	11. 49
12	0. 13	0. 24	0. 37	0. 50	1. 2	1. 15	1. 28	1. 40	1. 52	2. 4	2. 17	2. 29
	0. 58	1. 57	2. 56	3. 55	4. 54	5. 52	6. 51	7. 50	8. 48	9. 47	10. 46	11. 45
14	0. 14	0. 29	0. 44	0. 59	1. 12	1. 27	1. 42	1. 56	2. 10	2. 25	2. 39	2. 53
	0. 58	1. 56	2. 55	3. 53	4. 51	5. 40	6. 47	7. 46	8. 44	9. 42	10. 41	11. 39
16	0. 16	0. 34	0. 50	1. 7	1. 22	1. 39	1. 56	2. 12	2. 28	2. 45	3. 1	3. 17
	0. 57	1. [illegible]	2. 53	3. 51	4. 48	5. 46	6. 44	7. 42	8. 39	9. 37	10. 35	11. 33
18	0. 19	0. 38	0. 56	1. 15	1. 32	1. 51	2. 10	2. 28	2. 46	3. 5	3. 23	3. 41
	0. 57	1. 54	2. 51	3. 48	4. 46	5. 42	6. 39	7. 37	8. 34	9. 31	10. 28	11. 26
20	0. 21	0. 42	1. 2	1. 23	1. 42	2. 3	2. 24	2. 44	3. 4	3. 25	3. 45	4. 5
	0. 56	1. 53	2. 49	3. 46	4. 42	5. 38	6. 35	7. 31	8. 28	9. 25	10. 21	[illegible]
22	0. 23	0. 46	1. 8	1. 31	. 52	2. 1	2. 37	2. 59	3. 21	3. 44	4. 6	4. 28
	0. 56	1. 51	2. 47	3. 43	4. 38	. 34	6. 30	7. 25	8. 2	9. 17	10. 13	11. 9
24	0. 25	0. 50	1. 14	1. 39	2. 2	2. 27	2. 50	3. 14	3. 38	4. 3	4. 27	4. 51
	0. 55	1. 50	2. 44	3. 29	4. 34	5. 29	6. 24	7. 19	8. 14	9. 9	10. 4	10. 59
26	0. 27	0. 54	1. 20	1. 46	2. 11	2. 38	3. 3	3. 29	3. 55	4. 22	4. 48	5. 14
	0. 54	1. 48	2. 42	3. 36	4. 30	5. 24	6. 18	7. 12	8. 6	9. 0	9. 54	10. 49
28	0. 29	0. 57	1. 25	1. 53	2. 21	2. 49	3. 16	3. 44	4. 12	4. 41	5. 8	5. 26
	0. 53	1. 46	2. 2	3. 32	4. 25	5. 1	6. 11	7. 4	7. 57	8. 51	9. 44	10. 38
30	0. 31	1. 0	1. 30	2. 0	2. 30	3. 0	3. 29	3. 59	4. 29	4. 59	5. 28	5. 58
	0. 52	1. 44	2. 36	3. 28	. 2	5. 12	6. 4	6. 56	7. 48	8. 41	9. 33	10. 26
31	0. 32	1. 3	1. 33	2. 4	2. 35	3. 6	. 36	4. 6	4. 37	5. 8	5. 38	6. 9
	0. 52	1. 43	2. 35	3. 26	4. 1[illegible]	5. 9	6. 1	6. 52	7. 44	. 36	9. 27	10. 20
32	0. 32	1. 5	1. 36	2. 8	2. 40	3. 12	3. 43	4. 13	4. 45	5. 17	5. 48	6. 20
	0. 51	1. 42	2. 33	3. 24	4. 15	5. 6	5. 57	6. 48	7. 39	8. 30	9. 21	10. 13
33	0. 33	1. 7	1. 39	2. 12	2. 4	3. 17	3. 49	4. 20	4. 53	5. 26	5. 58	6. 31
	0. 51	1. 41	2. 31	3. 22	4. 12	5. 3	5. 53	6. 44	7. 34	8. 25	9. 15	10. 7
34	0. 34	1. 8	1. 42	2. 15	2. 49	3. 22	3. 55	4. 27	5. 1	5. 35	6. 8	6. 41
	0. 50	1. 40	2. 29	3. 19	4. 9	4. 55	5. 49	6. 39	7. 29	8. 19	9. 9	10. 0
35	0. 3	1. 10	1. 44	2. 18	2. 53	3. 27	4. 1	4. 34	5. [illegible]	5. 44	6. 18	6. 51
	0. 49	1. 39	2. 27	3. 16	4. 6	4. 56	5. 45	6. 3	7. 24	8. 14	9. 3	9. 53
36	0. 35	1. 11	1. 46	2. 21	2. 57	3. 32	4. 7	4. 41	5. 17	5. 53	6. 27	7. 1
	0. 48	1. 37	2. 25	3. 14	4. 3	4. 52	5. 40	6. 29	7. 18	8. 8	8. 56	9. 45
37	0. 36	1. 12	1. 48	2. 24	3. 1	3. 37	4. 13	4. 48	5. 25	6. 1	6. 36	7. 11
	0. 48	1. 36	2. 23	3. 12	4. 0	4. 48	5. 36	6. 24	7. 13	8. 2	8. 50	9. 38
38	0. 37	1. 14	1. 51	2. 28	3. 5	3. 42	4. 19	4. 55	5. 32	6. 9	6. 44	7. 21
	0. 47	1. 35	2. 22	3. 9	3. 56	4. 44	5. 3[illegible]	6. 19	7. [illegible]	7. 5[illegible]	8. 43	9. 31
39	0. 38	1. 16	1. 54	2. 31	3. 9	3. 47	4. 25	5. 2	5. 39	6. 17	6. 53	7. 31
	0. 46	1. 34	2. 20	3. 7	3. 53	4. 4[illegible]	5. 27	6. 14	7. 1	7. 48	8. 36	9. 23
40	0. 39	1. 17	1. 56	2. 34	3. 13	3. 52	4. 30	5. 8	5. 46	6. 25	7. 2	7. 41
	0. 46	1. 32	2. 18	3. 4	3. 50	4. 36	5. 22	6. 9	6. 55	7. 41	8. 28	9. 15
41	0. 39	1. 19	1. 58	2. 37	3. 17	3. 57	4. 35	5. 14	5. 53	6. 33	7. 11	7. 51
	0. 45	1. 31	2. 16	3.	3. 47	4. 3	5. 18	6. 4	6. 49	7. 35	8. 21	9. 7
42	0. 40	1. 20	2. 0	2. 40	3. 21	4. 1	4. 40	5. 20	6. 1	6. 41	7. 20	8. 0
	0. 44	1. 29	2. 1	2. 58	3. 43	4. 28	5. 13	5. 58	6. 43	6. 28	8. 13	8. 59
43	0. 41	1. 22	2. 3	2. 44	3. 25	4. 6	4. 46	5. 2	6. 8	6. 49	7. 29	8. 9
	0. 44	1. 23	2. 11	2. 56	3. 40	4. 24	5. 8	5. 5	6. 26	7. 21	8. 6	8. 51

TABLE de la hauteur des Astres & de l'angle formé par leur Azimuth & le premier vertical, lorsque ces Astres sont dans le cercle horaire de six heures.

	DE'CLINAISONS.											
	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
D.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.
2	0. 27 12. 59	0. 29 13. 59	0. 31 14. 59	0. 33 15. 59	0. 35 16. 59	0. 37 17. 59	0. 39 18. 59	0. 41 19. 59	0. 43 20. 59	0. 45 21. 59	0. 47 22. 59	0. 49 23. 59
4	0. 54 12. 58	0. 58 13. 58	1. 2 14. 58	1. 6 15. 58	1. 10 16. 58	1. 14 17. 58	1. 18 18. 57	1. 22 19. 57	1. 26 20. 57	1. 30 21. 57	1. 34 22. 57	1. 38 23. 57
6	1. 21 12. 56	1. 27 13. 56	1. 34 14. 55	1. 40 15. 55	1. 46 16. 55	1. 52 17. 54	1. 58 18. 54	2. 2 19. 54	2. 8 20. 54	2. 14 21. 54	2. 20 22. 53	2. 26 23. 53
8	1. 48 12. 52	1. 56 13. 52	2. 4 14. 52	2. 12 15. 51	2. 20 16. 51	2. 28 17. 50	2. 36 18. 50	2. 44 19. 49	2. 52 20. 49	3. 0 21. 48	3. 8 22. 48	3. 16 23. 47
10	2. 15 12. 48	2. 25 13. 48	2. 35 14. 47	2. 45 15. 46	2. 54 16. 45	3. 4 17. 44	3. 14 18. 44	3. 24 19. 43	3. 34 20. 42	3. 44 21. 42	3. 54 22. 41	4. 3 23. 41
12	2. 41 12. 44	2. 53 13. 42	3. 5 14. 41	3. 17 15. 40	3. 29 16. 39	3. 41 17. 38	3. 52 18. 37	4. 4 19. 36	4. 16 20. 35	4. 28 21. 34	4. 40 22. 33	4. 51 23. 32
14	3. 7 12. 37	3. 21 13. 36	3. 35 14. 34	3. 49 15. 33	4. 3 16. 31	4. 17 17. 30	4. 30 18. 28	4. 44 19. 27	4. 58 20. 25	5. 12 21. 24	5. 26 22. 23	5. 39 23. 22
16	3. 33 12. 31	3. 49 13. 29	4. 5 14. 27	4. 21 15. 24	4. 37 16. 23	4. 53 17. 21	5. 8 18. 19	5. 24 19. 17	5. 40 20. 15	5. 56 21. 13	6. 11 22. 11	6. 26 23. 10
18	3. 59 12. 23	4. 17 13. 20	4. 35 14. 17	4. 53 15. 15	5. 11 16. 12	5. 29 17. 10	5. 46 18. 8	6. 4 19. 6	6. 22 20. 3	6. 39 21. 1	9. 56 21. 59	7. 13 22. 57
20	4. 25 12. 14	4. 45 13. 11	5. 5 14. 8	5. 25 15. 5	5. 45 16. 2	6. 5 16. 59	6. 24 17. 56	6. 44 18. 53	7. 3 19. 50	7. 22 20. 47	7. 41 21. 44	8. 0 22. 42
22	4. 50 12. 5	5. 12 13. 1	5. 34 13. 57	5. 55 14. 53	6. 17 15. 49	6. 39 16. 46	7. 0 17. 42	7. 22 18. 39	7. 43 19. 35	8. 4 20. 32	8. 24 21. 28	8. 45 22. 26
24	5. 15 11. 54	5. 39 12. 50	6. 2 13. 45	6. 25 14. 41	6. 49 15. 36	7. 13 16. 32	7. 36 17. 28	8. 0 18. 24	8. 22 19. 20	8. 45 20. 16	9. 7 21. 12	9. 30 22. 8
26	5. 39 11. 43	6. 5 12. 38	6. 30 13. 32	6. 55 14. 27	7. 21 15. 22	7. 47 16. 17	8. 12 17. 12	8. 37 18. 7	9. 1 19. 2	9. 36 19. 57	9. 50 20. 52	10. 15 21. 48
28	5. 3 11. 31	6. 31 12. 25	6. 58 13. 18	7. 25 14. 12	7. 53 5. 6	8. 20 16. 0	8. 47 16. 54	8. 14 17. 49	9. 40 18. 43	10. 17 19. 38	10. 33 20. 33	11. 0 21. 28
30	6. 27 11. 18	6. 57 12. 11	7. 26 13. 4	7. 55 13. 57	8. 25 14. 50	8. 54 15. 43	9. 22 16. 36	9. 51 17. 30	10. 19 18. 23	10. 48 19. 17	11. 16 20. 11	11. 44 23. 5
31	6. 39 11. 11	7. 10 12. 4	7. 40 12. 56	8. 9 13. 49	8. 40 14. 41	9. 10 15. 34	9. 39 16. 26	10. 9 17. 20	0. 38 18. 13	11. 8 19. 6	11. 37 20. 0	12. 5 20. 53
32	6. 51 11. 4	7. 22 11. 56	7. 53 12. 48	8. 23 13. 40	8. 55 14. 32	9. 26 15. 24	9. 56 16. 16	10. 27 17. 9	10. 57 18. 2	11. 27 18. 55	11. 56 19. 48	12. 26 20. 41
33	7. 3 10. 57	7. 34 11. 49	8. 6 12. 40	8. 38 13. 31	9. 10 14. 23	9. 42 15. 15	10. 13 16. 6	10. 45 16. 58	11. 16 17. 51	11. 46 18. 43	12. 16 19. 36	12. 47 20. 29
34	7. 14 10. 50	7. 46 11. 41	8. 19 12. 31	8. 52 13. 22	9. 25 14. 13	9. 57 15. 5	10. 30 15. 56	11. 2 16. 47	11. 34 17. 39	12. 5 18. 31	12. 36 19. 23	13. 8 20. 16
35	7. 25 10. 42	7. 58 11. 33	8. 32 12, 23	9. 5 13. 13	9. 40 14. 4	10. 13 14. 55	10. 46 15. 45	11. 19 16. 36	11. 52 17. 28	12. 24 18. 19	12. 56 19. 10	13. 29 20. 3
36	7. 36 10. 34	8. 10 11. 24	8. 45 12. 14	9. 19 13. 4	9. 55 13. 54	10. 28 14. 44	11. 2 15. 34	11. 36 16. 25	12. 10 17. 15	12. 43 18. 6	13. 16 18. 57	13. 50 19. 49
37	7. 47 10. 27	8. 22 11. 16	8. 58 12. 5	9. 33 12. 54	10. 9 13. 45	10. 43 14. 33	11. 18 15. 23	11. 53 16. 13	12. 28 17. 3	13. 2 17. 53	13. 36 18. 44	14. 10 19. 35
38	7. 58 10. 19	8. 34 11. 7	9. 11 11. 55	9. 46 12. 44	10. 23 13. 33	11. 58 14. 22	11. 34 15. 11	12. 9 16. 0	12. 45 16. 50	13. 20 17. 40	13. 55 18. 30	14. 30 19. 20
39	8. 9 10. 11	8. 46 10. 58	9. 23 11. 46	9. 59 12. 34	10. 37 13. 22	11. 13 14. 11	11. 49 14. 59	12. 26 15. 48	13. 2 16. 37	13. 38 17. 26	14. 14 18. 16	14. 50 19. 5
40	8. 19 10. 2	8. 57 10. 49	9. 35 11. 36	10. 12 12. 23	10. 51 13. 11	11. 28 13. 59	12. 5 14. 47	12. 42 15. 35	13. 19 16. 23	13. 56 17. 12	14. 33 18. 2	15. 2 18. 50
41	8. 29 9. 53	9. 8 10. 40	9. 47 11, 26	10. 25 12. 13	11. 4 13. 0	11. 43 13. 47	12. 20 14. 34	12. 58 15. 22	13. 36 16. 9	14. 14 16. 58	14. 51 17. 46	15. 29 18. 34
42	8. 39 9. 44	9. 19 10. 30	9. 59 11. 16	10. 38 12. 2	11. 17 12. 48	11. 57 13. 35	12. 35 14. 21	13. 14 15. 8	13. 52 15. 55	14. 31 16. 43	15. 8 17. 30	15. 46 18. 18
43	8. 49 9. 35	9. 30 10. 20	[illegible] 11. 5	[illegible] 11. 51	[illegible] 12. 36	12. 11 13. 22	12. 50 14. 8	13. 30 14. 54	14. 9 15. 41	14. 48 16. 28	15. 27 17. 15	16. 5 18. 2

HAUTEURS POLAIRES.

TABLE de la hauteur des Astres & de l'angle formé par leur Azimuth & le premier vertical, lorsque ces Astres sont dans le cercle horaire de six heures.

DE'CLINAISONS

HAUTEURS POLAIRES.

D.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.
44	0. 41	1. 23	2. 5	2. 47	3. 29	4. 10	4. 52	5. 33	6. 15	6. 57	7.37	8.28
	0. 43	1. 26	2. 9	2. 53	3. 36	3. 20	4. 3	5. 46	6. 30	7. 14	7.58	8.42
45	0. 42	1. 24	2. 7	2. 50	3. 32	4. 15	4. 57	5. 39	6. 22	7. 4	7.45	8.27
	0. 42	1. 25	2. 7	2. 50	3. 33	4. 16	4. 58	5. 41	6. 24	7. 7	7.50	8.33
46	0. 43	1. 25	2. 9	2. 53	3. 36	4. 19	5. 2	5. 45	6. 29	7. 11	7.53	8.36
	0. 41	1. 23	2. 5	2. 47	3. 29	4. 11	4. 53	5. 35	6. 17	6. 59	7.41	8.24
47	0. 44	1. 27	2. 12	2. 56	3. 40	4. 23	5. 7	5. 51	6. 35	7. 18	8. 1	8.45
	0. 41	1. 22	2. 3	2. 44	3. 25	4. 6	4. 47	5. 29	6. 10	6. 52	7.33	8.15
48	0. 45	1. 29	2. 14	2. 59	3. 43	4. 27	5. 12	5. 57	6. 41	7. 25	8. 9	8.54
	0. 40	1. 20	2. 0	2. 41	3. 21	4. 1	4. 41	5. 22	6. 3	6. 44	7.25	8. 6
49	0. 45	1. 30	2. 16	3. 1	3. 46	4. 31	5. 17	6. 2	6. 47	7. 32	8.17	9. 2
	0. 39	1. 19	1. 58	2. 38	3. 17	3. 57	4. 36	5. 16	5. 56	6. 36	7.16	7.57
50	0. 45	1. 31	2. 17	3. 3	3. 49	4. 35	5. 21	6. 7	6. 53	7. 39	8.24	9.10
	0. 38	1. 17	1. 55	2. 34	3. 13	3. 52	4. 31	5. 10	5. 49	6. 38	7. 7	7.47
51	0. 46	1. 33	2. 20	3. 6	3. 53	4. 39	5. 26	6. 13	6. 59	7. 46	8.32	9.18
	0. 37	1. 16	1. 53	2. 31	3. 9	3. 47	4. 25	5. 4	5. 42	6. 20	6.58	7.37
52	0. 46	1. 35	2. 22	3. 9	3. 57	4. 43	5. 31	6. 19	7. 5	7. 53	8.39	9.26
	0. 37	1. 14	1. 51	2. 28	3. 5	3. 42	4. 19	4. 57	5. 34	6. 12	6.49	7.27
53	0. 47	1. 37	2. 24	3. 12	4. 0	4. 47	5. 36	6. 24	7. 11	8. 0	8.46	9.34
	0. 36	1. 13	1. 49	2. 25	3. 1	3. 37	4. 13	4. 50	5. 27	6. 4	6.40	7.17
54	0. 48	1. 38	2. 26	3. 15	4. 3	4. 51	5. 41	6. 29	7. 17	8. 6	8.53	9.41
	0. 35	1. 11	1. 46	2. 21	2. 56	3. 32	4. 7	4. 43	5. 19	5. 55	6.31	7. 7
55	0. 49	1. 39	2. 28	3. 17	4. 6	4. 55	5. 45	6. 34	7. 23	8. 12	9. 0	9.48
	0. 34	1. 9	1. 43	2. 18	2. 52	3. 27	4. 2	4. 37	5. 12	5. 47	6.22	6.57
56	0. 50	1. 40	2. 20	3. 20	4. 9	4. 59	5. 49	6. 39	7. 28	8. 18	9. 7	9.55
	0. 33	1. 7	1. 40	2. 14	2. 48	3. 22	3. 56	4. 30	5. 4	5. 38	6.12	6.47
57	0. 51	1. 41	2. 32	3. 22	4. 12	5. 3	5. 53	6. 43	7. 33	8. 24	9.13	10. 2
	0. 32	1. 6	1. 38	2. 11	2. 44	3. 17	3. 50	4. 23	4. 56	5. 29	6. 3	6.37
58	0. 51	1. 42	2. 34	3. 24	4. 15	5. 6	5. 57	6. 47	7. 38	8. 29	9.19	10. 9
	0. 32	1. 4	1. 35	2. 7	2. 39	3. 11	3. 43	4. 15	4. 47	5. 20	5.53	6.26
59	0. 52	1. 43	2. 35	3. 26	4. 18	5. 9	6. 1	6. 51	7. 43	8. 34	9.25	10.16
	0. 31	1. 2	1. 33	2. 4	2. 35	3. 6	3. 37	4. 8	4. 39	5. 11	5.43	6.15
60	0. 52	1. 44	2. 36	3. 28	4. 20	5. 12	6. 4	6. 55	7. 47	8. 39	9.31	10.22
	0. 30	1. 0	1. 30	2. 0	2. 30	3. 1	3. 31	4. 1	4. 31	5. 2	5.33	6. 4
62	0. 53	1. 46	2. 39	3. 32	4. 25	5. 18	6. 11	7. 9	7. 56	8. 49	9.42	10.34
	0. 28	0. 56	1. 24	1. 53	2. 21	2. 50	3. 18	3. 46	4. 15	4. 44	5.13	5.42
64	0. 54	1. 48	2. 42	3. 36	4. 30	5. 24	6. 18	7. 11	8. 5	8. 58	9.52	10.46
	0. 26	0. 53	1. 19	2. 45	2. 11	2. 38	3. 5	3. 32	3. 58	4. 25	4.52	5.19
66	0. 55	1. 50	2. 44	3. 39	4. 34	5. 29	6. 24	7. 18	8. 13	9. 7	10. 2	10.57
	0. 24	0. 49	1. 13	1. 38	2. 2	2. 27	2. 51	3. 16	3. 41	4. 6	4.31	4.56
68	0. 56	1. 52	2. 47	3. 42	4. 38	5. 34	6. 30	7. 25	8. 20	9. 15	10.11	11. 7
	0. 22	0. 45	1. 7	1. 3	1. 52	1. 15	2. 38	3. 1	3. 24	3. 47	4.10	4.33
70	0. 56	1. 53	2. 49	3. 45	4. 42	5. 38	6. 36	7. 31	8. 27	9. 23	10.20	10.16
	0. 20	0. 41	1. 1	1. 22	1. 42	2. 3	2. 24	2. 45	3. 6	3. 27	3.48	4. 9
72	0. 57	1. 54	2. 51	3. 48	4. 45	5. 42	6. 40	7. 36	8. 33	9. 30	10.27	11.24
	0. 18	0. 37	0. 55	1. 14	1. 33	1. 52	2. 10	2. 29	2. 48	3. 7	3.26	3.45
74	0. 58	1. 55	2. 53	3. 50	4. 48	5. 46	6. 44	7. 41	8. 38	9. 36	10.34	11.31
	0. 16	0. 33	0. 49	1. 6	1. 23	1. 40	1. 56	2. 13	2. 30	2. 47	3. 4	3.21
76	0. 58	1. 56	2. 54	3. 52	4. 51	5. 49	6. 47	7. 45	8. 43	9. 41	10.40	11.38
	0. 14	0. 29	0. 43	0. 58	1. 12	1. 27	1. 42	1. 57	2. 12	2. 27	2.42	2.57
78	0. 5	1. 57	2. 56	3. 54	4. 53	5. 52	6. 50	7. 49	8. 48	9. 47	10.45	11.44
	0. 12	0. 25	0. 37	0. 50	1. 2	1. 15	1. 27	1. 40	1. 53	2. 6	2.19	2.32
80	0. 59	1. 58	2. 57	3. 56	4. 55	5. 55	6. 53	7. 53	8. 52	8. 51	1.50	11.49
	0 10	0. 21	0. 31	0. 42	0. 52	1. 3	1. 13	1. 24	1. 34	1. 45	1.56	2. 7

TABLE de la hauteur des Astres & de l'angle formé par leur Azimuth & le premier vertical, lorsque ces Astres sont dans le cercle horaire de six heures.

HAUTEURS POLAIRES.

	DÉCLINAISONS.											
	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
D.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M	D M	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M	D. M.
44	8. 59 9. 26	9. 41 10. 10	10. 22 10. 54	11. 3 11. 39	11. 43 12. 24	12. 24 13. 9	13. 5 13. 54	13. 45 14. 40	14. 25 15. 26	15. 5 16. 12	15. 45 16. 59	16. 24 17. 46
45	9. 9 9. 17	9. 51 10. 0	10. 33 10. 44	11. 15 11. 28	11. 56 12. 12	12. 37 12. 56	13. 19 13. 41	14. 0 14. 26	14. 41 15. 11	15. 22 15. 57	16. 3 16. 43	16. 43 17. 29
46	9. 19 9. 7	10. 1 9. 50	10. 44 10. 33	11. 27 11. 16	12. 9 11. 59	12. 50 12. 43	13. 33 13. 27	14. 15 14. 11	14. 57 14. 56	15. 38 15. 41	16. 20 16. 26	17. 1 17. 11
47	9. 28 8. 57	10. 11 9. 39	10. 55 10. 22	11. 39 11. 4	12. 21 11. 47	13. 3 12. 30	13. 47 13. 13	14. 29 13. 56	15. 12 14. 40	15. 54 15. 25	16. 37 16. 9	17. 18 16. 53
48	9. 37 8. 47	10. 21 9. 28	11. 6 10. 10	11. 50 10. 52	12. 33 11. 34	13. 16 12. 16	14. 0 12. 58	14. 43 13. 41	15. 27 14. 24	16. 10 15. 8	16. 5[illegible] 15. 51	17. 35 16. 35
49	9. 46 8. 37	10. 31 9. 17	11. 16 9. 58	12. 1 10. 40	12. 45 11. 21	13. 29 12. 2	14. 13 12. 44	14. 57 13. 26	15. 42 14. 8	16. 26 14. 51	17. 10 15. 34	17. 53 16. 17
50	9. 55 8. 26	10. 41 9. 6	11. 26 9. 46	12. 12 10. 27	12. 57 11. 7	13. 42 11. 48	14. 26 12. 29	15. 11 13. 10	15. 57 13. 52	6. 42 14. 34	17. 26 15. 16	18. 9 15. 58
51	10. 4 8. 16	10. 50 8. 55	11. 36 9. 34	12. 23 10. 14	13. 8 10. 54	13. 54 11. 34	14. 39 12. 14	15. 24 12. 54	16. 1 3. 35	16. 56 14. 16	17. 4 14. 58	18. 25 15. 39
52	10. 12 8. 5	10. 59 8. 42	11. 46 9. 22	12. 33 10. 1	13. 19 10. 40	14. 6 11. 19	14. 42 11. 58	15. 37 12. 38	16. 15 13. 18	17. 10 13. 58	17. 56 14. 39	18. 41 15. 20
53	10. 20 7. 54	11. 8 8. 32	11. 56 9. 10	12. 43 9. 48	13. 30 10. 26	14. 18 11. 4	14. 54 11. 42	15. 50 12. 21	16. 38 13. 1	17. 24 13. 40	18. 11 14. 20	18. 57 15. 0
54	10. 28 7. 43	11. 17 8. 20	12. 5 8. 57	12. 53 9. [illegible]	13. 41 10. 11	14. 29 10. 49	15. 16 11. 26	16. 3 12. 4	16. 51 12. 43	17. 38 13. 22	18. 26 14. 1	15. 13 14. 40
55	10. 36 7. 32	11. 25 8. 8	12. 14 8. 44	13. 3 9. 21	13. 52 9. 57	14. 40 10. 34	15. 28 11. 10	16. 16 11. 47	17. 4 12. 25	17. 52 13. 3	18. 40 13. 41	19. 28 14. 20
56	10. 44 7. 21	11. 33 7. 56	12. 23 8. 31	13. 13 9. 7	14. 2 9. 42	14. 51 10. 18	15. 39 10. 54	16. 28 11. 30	17. 17 12. 7	18. 5 12. 44	18. 54 13. 21	19. 42 13. 59
57	10. 52 7. 10	11. 41 7. 44	12. 32 8. 18	13. 22 8. 53	14. 12 9. 27	15. 1 10. 2	15. 50 10. 37	16. 40 11. 13	17. 29 11. 49	18. 18 12. 25	19. 8 13. 1	19. 56 13. 28
58	11. 0 6. 59	11. 49 7. 32	12. 41 8. 5	13. 31 8. 38	14. 22 9. 12	15. 11 9. 46	16. 1 10. 20	16. 51 10. 55	17. 41 11. 30	18. 31 12. 5	19. 21 12. 40	0. 10 13. 16
59	11. 7 6. 47	11. 57 7. 19	2. 49 7. 52	13. 40 8. 24	14. 31 8. 57	15. 21 9. 30	16. 12 10. 3	17. 2 10. 37	17. 53 11. 11	18. 44 11. 45	19. 34 12. 20	20. 24 2. 55
60	11. 14 6. 35	12. 5 7. 6	12. 57 7. 3[illegible]	13. 49 8. 10	14. 40 8. 42	15. 31 5. 14	16. 22 9. 46	17. 13 10. 19	18. 5 10. 52	18. 56 11. 25	19. 47 11. 59	20. 37 12. 33
62	1. 26 6. 11	12. 19 6. 41	13. 12 7. 1[illegible]	14. 5 7. 40	14. 58 8. 10	15. 49 8. 40	16. 41 9. 11	17. 33 9. 42	18. 26 10. 13	19. 18 10. 44	20. 10 11. 16	21. 1 11. 48
64	11. 38 5. 46	12. 33 6. 14	13. 27 6. 42	14. 20 7. 10	15. 13 7. 38	16. 7 8. 6	17. 0 8. 35	17. 53 9. 4	18. 47 9. 33	19. 40 10. 3	20. 3[illegible] 10. 3[illegible]	21. 25 1. 2
66	11. 52 5. 22	12. 46 5. 48	13. 41 6. 13	14. 35 6. 39	15. 29 7. 5	16. 24 7. 32	17. 18 7. 58	18. 13 8. 2[illegible]	19. 7 8. 52	20. 1 9. 20	20. 55 9. 48	21. 49 10. 16
68	12. 2 4. 56	12. 57 5. 20	13. 53 5. 44	14. 48 6. 8	15. 43 6. 32	16. 39 6. 5[illegible]	17. 34 7. 21	18. 29 7. 46	19. 24 8. 11	20. 19 8. 36	21. 1[illegible] 9. 2	22. 5 9. 28
70	12. 12 4. 30	13. 38 4. 52	14. 5 5. 14	15. 1 5. 36	15. 57 5. 58	16. 53 6. 2[illegible]	17. 49 6. 43	18. 45 7. [illegible]	19. 41 7. 29	20. 37 7. 52	21. 3 8. 16	22. 28 . 0
72	12. 21 4. 4	13. 17 4 2	14. 15 4. 44	15. 12 5. 4	15. 8 5. 24	17. 5 5. 44	18. 2 6. 4	18. 5[illegible] 6. 2[illegible]	19. 56 6. 46	20. 53 7. 7	21. 49 7. 28	22. 45 7. 50
74	12. 29 3. 38	13. 26 3. 56	14. 24 4. 13	15. 22 4. 3	15. 19 4. 49	17. 16 5. 7	18. 14 5. 2[illegible]	19. 11 5. 44	20. 9 6. 2	21. 7 6. 21	22. 4 6. 4[illegible]	23. 1 7. [illegible]
76	12. 36 3. 12	13. 34 3. 27	14. 32 3. 42	15. 3[illegible] 3. 58	16. 29 4. 14	17. 27 4. 30	18. 2[illegible] 4. 46	19. 2[illegible] 5. [illegible]	20. 21 5. 18	21. 19 5. 35	22. 17 5. 52	23. 15 6. 9
78	12. 42 2. 45	13. 41 2. 58	14. 39 3. 11	15. 39 3. 25	16. 37 3. 38	17. 35 3. 52	18. 34 4. 6	19. 33 4. 20	20. 31 4. 34	21. 30 4. 48	22. 28 5. 2	23. 27 5. 17
80	12. 48 2. 18	13. 47 2. 29	14. 46 2. 40	15. 45 2. 51	16. 44 3. 2	17. 43 3. 14	8. 42 3. 25	19. 41 2. 37	20. 40 3. 49	21. 39 4. 1	22. 38 4. 13	23. 37 4. 25

VI.

Moyen de se servir de la Table ordinaire des amplitudes pour trouver la variation de la Boussole, par les astres qui sont dans le premier vertical.

NOus pouvons encore fournir aux Marins une autre occasion de trouver la déclinaison de l'aiguille, par l'azimuth d'un astre qui est élevé, & cela sans qu'ils soient obligés d'entrer dans aucun calcul. C'est lorsque les astres passent dans le premier vertical; & pour les prendre dans le moment précis de ce passage, il n'y a qu'à les observer à une certaine hauteur qu'on trouvera par le moyen des Tables ordinaires des amplitudes. Après avoir pris le complement de la hauteur polaire, on le fera convenir dans la Table comme si c'étoit une hauteur polaire même, avec la déclinaison de l'astre, & au lieu d'avoir l'amplitude, on trouvera la hauteur de l'astre, lorsqu'il passe dans le premier vertical. Cette pratique est fondée sur ce que cette hauteur qu'on veut découvrir, est l'hypotheneuse d'un triangle spherique rectangle, dont on connoît un des angles obliques, & le côté oposé, & sur ce qu'on peut se servir dans une pareille circonstance, de toutes les Tables qui sont déja construites pour donner l'hypoteneuse de quelqu'autre triangle spherique, dont on connoît également un des angles obliques, & le côté oposé. Supofé donc qu'on soit par 40 degr. de hauteur polaire, & que l'astre soit éloigné de l'équateur de 6 degr. il n'y a qu'à chercher dans la Table ordinaire des amplitudes, dans celle qui est inferée, par exemple, dans le Livre de la Connoissance des temps de 1729, & des années précédentes ; il n'y a, dis-je, qu'à chercher 50 degr. au haut, & 6 degr. dans la premiere colonne, & on aprendra que l'astre est élevé de 9 deg. 22 min. lorsqu'il passe dans le premier vertical. Ainsi lorsqu'on l'observera à cette hauteur, il indiquera le point du vrai Est ou du vrai Oüest, & il n'y aura donc qu'à éxaminer en même temps la situation de la Boussole. Lorsque le Soleil est du côté du Pole abaissé, on ne le voit point passer par le premier vertical ni par le cercle horaire de six heures ; ce qui empêche de se servir alors de cet astre dans les deux cas marqués : mais il y a toujours du côté du Pole élevé plusieurs étoiles qui sont propres à ces sortes d'observations.

VII.

Qu'il est assez difficile de trouver éxactement la variation par des instrumens qu'on orienteroit à peu près comme on dispose certains cadrans portatifs.

ENfin si on n'a point eu la commodité de découvrir la variation de la Boussole dans l'une de ces trois occasions, ou lorsque l'astre se levoit ou se couchoit, ou lorsqu'il passoit par le cercle horaire de 6 heures, ou lorsqu'il passoit par le premier vertical, il faudra avoir recours au calcul pour trouver par la trigonometrie sphérique le vrai azimuth. C'est ce qui est expliqué trop au long dans plusieurs Traitez de Marine, pour que nous soyons obligés d'insister sur la maniere de faire ce calcul. Nous nous contenterons de dire qu'il n'y a gueres lieu d'esperer qu'on puisse éviter la longueur de l'opération, en se servant de quelques figures, ou en employant quelques instrumens particuliers : On ne peut toujours parvenir par tous

tous ces moyens qu'à une détermination trop grossiere & trop éloignée d'une certaine éxactitude. Nous ne sçaurions croire, par éxemple, qu'on puisse se servir avec succès de l'anneau astronomique universel, placé au-dessus d'une boussole ainsi qu'on le voit representé dans quelques Livres, comme dans le Traité, *Pratical Navigation, or an introduction to the wol Art* de M. Seller Hydrographe Anglois. On oriente cet instrument, comme pour observer l'heure, & l'anneau situé alors selon les Régions du Monde, rend sensible la variation de la Boussole qui est placée au-dessous. Mais outre qu'on n'a point de cette sorte égard à la réfraction, & qu'on ne peut pas d'un autre côté donner une grandeur suffisante à l'anneau; quelle difficulté ne doit-il pas y avoir encore à l'orienter sur un Navire, où il n'est pas possible qu'un instrument prenne de lui-même une situation éxactement verticale?

Puisqu'il est comme décidé que ce n'est qu'en se servant de l'horison sensible ou visuel qu'on peut entretenir un instrument dans un état constant, il faut que ce soit le Pilote qui le soutienne, & afin qu'il l'oriente en même temps sans avoir besoin du secours d'aucune autre personne, il faut qu'en visant à l'horison, il puisse éxaminer si le rayon de l'astre tombe précisément dans l'endroit convenable. Voilà les deux conditions qui doivent, avec une construction éxacte, caractériser un instrument parfait dans ce genre: Et cela suposé, on ne peut gueres lui donner que la forme que nous avons representée dans la figure 8. *AC* est une regle de 18 ou 20 pouces de long, qu'on dispose horisontalement, en appliquant l'œil à la pinnule *B*, & en regardant l'extrêmité apparente de la Mer par la fente de la pinnule *D*. Cette regle porte un demi cercle *EFG* divisé en degrez, qui sert a donner à la regle mobile *CH* attachée au centre *C*, la même situation qu'à l'axe du Monde. On fait glisser le long de cette derniere regle le demi cercle *K N M* qui eſt ſitué perpendiculairement au reſte de l'inſtrument, & qui repreſente un parallele à l'équateur, & on éloigne ce demi cercle du centre *C*, ou on l'en approche, en comptant depuis *C* juſqu'en *L* ſur la regle *C H* que nous ſupoſons graduée, la déclinaiſon du Soleil. On voit aſſez qu'il ſera facile de graduer cette regle; car ſi on prend le ſemidiametre *N L* du demi cercle *K N M* pour ſinus total, les diverſes parties *C L* ſeront les tangentes des differentes déclinaiſons du Soleil, ou des angles, comme *C N L* formés par les rayons de cet aſtre, & par le plan du demi cercle *K N M*, qui eſt parallele à l'équateur. Enfin la conſtruction entiere de l'inſtrument ne ſera pas plus difficile; & ſon uſage ſera auſſi tout-à-fait ſimple, puiſqu'il ſuffira de viſer à l'horiſon par les pinnules *B* & *D*, & de faire tomber le bord de l'ombre du demi cercle *K N M* ſur le point *C*; pour que la regle *A C* ſe trouve diſpoſée dans le plan du méridien, & qu'elle puiſſe faire connoître la variation des Bouſſoles qu'on mettra à côté. Cependant il nous paroît encore que quoique cet inſtrument ait, peut-être, toute la perfection qu'on puiſſe lui donner, il s'en faut beaucoup qu'il doive faire trouver la variation avec la même éxactitude que lorſqu'on ſe ſert du calcul. Car on eſt toujours expoſé à commettre ces erreurs inévitables qui ſe trouvent dans toutes les opérations, & elles doivent être ici à peu près les mêmes que lorſqu'on cherche la hauteur d'un aſtre & ſon azimuth par le moyen de l'inſtrument de la figure 7. On obſerve en effet les mêmes choſes, quoiqu'on le faſſe d'une maniere implicite. Mais la hauteur de l'aſtre & ſon azimuth étant ou déterminés ou comme déterminés, il vaut infiniment mieux déduire le reſte par ſuputation, que de le vouloir trouver par la ſeule conſtruction de l'inſtrument; puiſque cet inſtrument ſera toujours ſujet à quelques défauts dans ſa diſpoſition particuliere, & que ces défauts produiront de nouvelles erreurs que ne produiroit pas le calcul.

VIII.

Du choix que nous avons à faire dans la partie ſuivante.

IL nous reſteroit à parler encore de quelques autres moyens propoſés par differens Auteurs : Mais comme ils ſe réduiſent tous aux mêmes élemens, & qu'ils ſupoſent à peu près les mêmes principes, il n'eſt pas néceſſaire d'étendre davantage cette ſeconde partie, que nous avons bien moins deſtinée à l'explication de pluſieurs moyens déja aſſez connus, qu'à tâcher de leur conferer à tous quelques nouveaux degrez de facilité ou d'éxactitude, en perfectionant les differentes operations dont ils peuvent être formés. Il eſt évident d'ailleurs qu'il n'y a point de méthode qui ſoit d'un uſage plus étendu que celle de trouver la variation par une ſeule obſervation. Ainſi le choix que nous nous propoſons de faire dans la partie ſuivante, ne doit pas tant tomber ſur les divers moyens qu'on peut employer, que ſur les deux differentes applications qu'on peut faire du même. Il s'agit de déterminer en quel endroit du Ciel il faut que l'aſtre ſoit, pour que toute l'operation ſe trouve plus éxacte : Il faut marquer ſi l'aſtre doit être dans l'horiſon ou à une certaine hauteur. On verra auſſi qu'il ſuffit de faire ce choix avec connoiſſance de cauſe, pour pouvoir prononcer ſur le mérite de toutes les autres méthodes de trouver la variation, & pour reconnoître dans quelles circonſtances on peut principalement les employer. Nous pourrions, peut-être, encore promettre davantage ; car nous ſommes perſuadés qu'on ne peut pas réſoudre la queſtion préſente; en entrant dans le dernier détail de la choſe, & en ſe conduiſant d'une maniere un peu rigoureuſe, ſans répandre en même temps quelques lumieres ſur divers points d Aſtronomie. Il eſt toujours certain que nous ne pouvons pas réüſſir dans notre entrepriſe, ſans fournir une méthode reglée de diſtinguer toujours entre pluſieurs conſtructions ou opérations qui ſervent de ſolutions au même problême, celles qui ſont les meilleures dans la pratique; ce qui ne peut pas manquer de contribuer à promouvoir une ſcience comme l'Aſtronomie, qui eſt toute fondée ſur le choix & ſur l'uſage des obſervations.

TROISIE'ME PARTIE.

Du choix entre les divers moyens d'obſerver la variation.

I.

De la maniere dont on peut choiſir entre pluſieurs méthodes qui ſont également bonnes dans la théorie.

LEs défauts des inſtrumens dont nous ſommes obligés de nous ſervir, & l'imperfection de nos ſens, ſont cauſe que nous nous trompons toujours de quelque choſe dans nos opérations. On doit ſans doute ſe propoſer la plus grande juſteſſe ; on doit agir avec une attention auſſi ſcrupuleuſe que ſi on prétendoit ne ſe point tromper du tout : Mais après cela il faut ſe contenter de l'éxactitude qu'on peut obtenir. Il ſuffit ici, par éxemple, de commettre quelque erreur, ou en obſervant ſur la Bouſſole l'azimuth magnétique, ou en prenant la hauteur de l'aſtre, qui ſert à trouver le vrai azimuth, pour ſe tromper dans la déclinaiſon de l'aiguille. On ne doit pas attendre du hazard que ces erreurs ſe corrigent mutuellement, quoique cela puiſſe arriver quelquefois : Mais on peut éxaminer dans quelles rencontres elles tirent moins à conſequence. Il n'y a pour cela qu'à les conſiderer dès leurs origines, éxaminer leurs effets dans chaque partie de l'opération, & les ſuivre juſques dans le dernier réſultat : à peu près de la même maniere que dans le calcul des fluxions, on trouve le changement qu'apporte à une expreſſion algébrique la variabilité de quelqu'une des quantités dont elle eſt formée. Toutes les méthodes qu'il s'agit de comparer, ſont, ſi on le veut, parfaitement légitimes, elles ſont rigoureuſement géometriques, ακριβῶς *geometricæ*: Mais il n'eſt pas ſurprenant que les mêmes erreurs commiſes dans les obſervations dont on a beſoin, & qu'on prend pour fondement du calcul, mettent dans la pratique, en ſe compliquant de diverſes manieres, une grande différence entre des méthodes qui ſont également bonnes dans la ſpéculation.

Ce que nous venons de dire qu'on doit conſiderer les erreurs dès leurs origines, & voir à quoi elles ſe réduiſent en les ſuivant dans leur propagation; à peu près comme on cherche dans le calcul differentiel l'augmentation ou la diminution que reçoit un polinome ou une quantité algébrique, par le changement infiniment petit que ſouffre quelqu'un de ſes facteurs; cela, dis-je, ſuffit pour donner une idée aux Géometres, de la maniere dont nous devons nous conduire dans le choix que nous nous propoſons de faire. Comme les erreurs dont nous voulons découvrir le réſultat, ſont toujours très-petites en comparaiſon des quantités qu'elles alterent, que ces erreurs ne ſont ici que de petits arcs de 10, de 15 ou de 20 minutes, qui ſont ſenſiblement de petites lignes droites, nous pouvons employer le calcul differentiel même, & conſiderer ces erreurs comme ſi elles étoient des fluxions ou des differentielles; parce que ſi elles ſont effectivement plus grandes, elles ſuivent au moins toujours ſenſiblement les mêmes raports. On n'avoit, peut-être, point encore donné cet uſage au calcul différentiel: Il faut convenir qu'il n'y a pas grand mérite à y avoir penſé; mais on oſe cependant aſſurer, qu'on peut tirer de très-grands avantages de cetre nouvelle application.

II.

Moyen de découvrir les erreurs produites dans le calcul de l'azimuth, par les petites quantités dont on est toujours sujet à se tromper dans l'observation de la hauteur de l'astre.

AU lieu de nous servir de la Trigonometrie sphérique, nous employerons la projection Orthographique de la Sphere : Nous suposerons qu'on ait representé tous les cercles sur le plan du Méridien, en abaissant sur ce plan des perpendiculaires de tous leurs points. A & B (fig. 9 & 10) sont les deux Poles du Monde; H & I le Zénith & le Nadir; DE l'horison; FG l'équateur; KQ le parallele à l'équateur sur lequel est l'astre S; MSN est son almicantarath, & l'ellipse $HSLI$ represente son azimuth. Nous désignerons le rayon DC, le sinus total, par la lettre a; le sinus de la hauteur polaire par b; & le sinus de complement de cette hauteur par c. Nous nommerons h le sinus de la hauteur DM, ou NE de l'astre S; c'est-à-dire, que $CV = h$, & nous aurons en même temps $\sqrt{a^2 - h^2} = \sqrt{CM^2 - CV^2}$ pour le sinus MV de complement. z marquera le sinus LC de l'angle que fait l'azimuth de l'astre avec le premier vertical, ou le sinus de la distance de cet astre au vrai Est ou au vrai Oüest, à mesurer sur l'horison. Et enfin e sera l'erreur, commise dans l'observation de la hauteur LS, ou ce qui revient au même, e désignera le petit intervalle Mm ou Nn qu'il y a entre l'almicantarath MSN sur lequel l'astre est effectivement, & l'almicantarath msn sur lequel on croit qu'il est situé, parce qu'on s'eſt trompé de la petite quantité e, en obſervant ſa hauteur.

Il eſt clair que ſupoſé, comme nous le faiſons d'abord ici, qu'on connoiſſe éxactement la latitude du lieu où l'on eſt, & qu'on connoiſſe auſſi dans la derniere préciſion la déclinaiſon de l'aſtre, cette erreur e ſera cauſe qu'on croira l'aſtre en s, pendant qu'il ſera effectivement en S. Ainſi le calcul fera trouver la ſituation de l'azimuth $HslI$, au lieu de donner celle de l'azimuth $HSLI$; & c'eſt donc la difference qu'il y a entre ces deux verticaux qu'il s'agit de découvrir. Or ſi après avoir tiré les deux petites lignes mZ & sP parallelement à HC, & avoir conduit le rayon MC, on conſidere que la reſſemblance du petit triangle MmZ & du grand CMV, fournit cette proportion $MC\ (a).\ MV(\sqrt{a^2-h^2})::Mm(e).mZ$, on aura $\frac{e\sqrt{a^2-h^2}}{a}$ pour la valeur de mZ, & on trouvera $\frac{eh}{a}$ pour celle de MZ par cette autre proportion; $MC(a)\ CV(h)::Mm\ (e).\ MZ$. Dans le petit triangle rectangle sPS, où l'angle s eſt égal à celui de la hauteur polaire, & l'angle S au complement, on poura enſuite trouver PS par cette analogie; le ſinus c de ce dernier angle eſt au côté $Ps = mZ = \frac{e\sqrt{a^2-h^2}}{a}$, comme le ſinus b de l'angle s égal à la hauteur polaire eſt à $PS = \frac{be\sqrt{a^2-h^2}}{ac}$. Et ſi d'un autre côté on fait attention que toutes les ordonnées comme MV du demi cercle $HMDI$ ſont aux ordonnées correſpondantes RV de l'ellipſe $HRlI$, comme DC eſt à lC, ou à LC, & qu'il y a auſſi le même raport des élemens MZ des ordonnées du cercle aux élemens correſpondans RP des ordonnées de l'ellipſe, on poura trouver RP par cette analogie; $DC\ (a).\ lC = LC$

(z)

$(z) :: MZ\left(\frac{eh}{a}\right). RP = \frac{ehz}{aa}$; & si on ajoute RP à PS dont nont nous avons déja trouvé la valeur, nous aurons $RS = \frac{eb\sqrt{a^2-h^2}}{ac} + \frac{ehz}{a^2}$, supofé que l'aftre foit du côté du Pole abaiffé par raport au premier vertical, comme dans la figure 9. Mais il faudra ôter RP de PS, fi l'aftre eft de l'autre côté, comme dans la figure 10, & on aura $RS = \frac{be\sqrt{a^2-h^2}}{ac} - \frac{ehz}{a^2}$: De forte qu'en réüniffant les deux expreffions enfemble, on a $\frac{be\sqrt{a^2-h^2}}{ac} \pm \frac{ehz}{a^2}$ ou $\frac{abe\sqrt{a^2-h^2} \pm cehz}{a^2c}$ pour la valeur de RS, qui eft l'intervale compris entre les deux azimuths HlI, & HLI fur l'almicantarath MN. Enfin comme RS eft à lL, en même raifon que SV eft à LC, ou que MV eft à DC, nous aurons cette analogie $MV(\sqrt{a^2-h^2}. DC(a) :: RS = \frac{abe\sqrt{a^2-h^2} \pm cehz.}{a^2c}$ Ll; ce qui nous donne $\frac{abe\sqrt{a^2-h^2} \pm cehz}{ac\sqrt{a^2-h^2}}$ pour le petit intervale lL compris fur l'horifon.

Mais cet intervale lL mefuré qu'il eft fur le diametre de l'horifon, differe de celui qui eft compris fur l'horifon-même entre les deux azimuths; & c'eft cependant ce dernier que nous devons trouver, dont lL n'eft que la projection. Cet intervale que nous voulons découvrir, eft reprefenté par le petit arc $\Lambda\lambda$ dans la figure 11, où le demi cercle $D\varkappa E$ reprefente une moitié de l'horifon, DE eft la ligne Nord & Sud; $\varkappa$ eft le point du vrai Eft ou du vrai Oüeft, & Λ & λ les deux points où les deux azimuths dont dont HLI & HlI font les projections, viennent rencontrer l'horifon $D\varkappa E$: De forte que $\Lambda\varkappa$ eft la vraye diftance horifontale de l'aftre au vrai Eft ou au vrai Oüeft, & $\lambda\varkappa$ eft la diftance trouvée par le calcul, & qu'on regarde comme vraye, parce qu'on ſe trompe. Si on fait attention après cela que le petit arc $\Lambda\lambda$ peut être pris pour une ligne droite, & qu'il eſt l'hypoteneuſe du petit triangle $\Lambda\theta\lambda$ qui eſt ſemblable au grand $CL\Lambda$, il ne reſtera plus qu'à faire cette proportion, $L\Lambda = \sqrt{\overline{C\Lambda}^2 - \overline{CL}^2} = \sqrt{a^2-z^2}$. $C\Lambda\ (a) :: \theta\lambda = lL = \frac{abe\sqrt{a^2-b^2} \pm cebz}{ac\sqrt{a^2-b^2}}$. $\Lambda\lambda = \frac{abe\sqrt{a^2-b^2} \pm cebz}{c\sqrt{a^2-b^2}\sqrt{a^2-z^2}} = \frac{abe}{c\sqrt{a^2-z^2}} \pm \frac{ebz}{\sqrt{a^2-b^2}\sqrt{a^2-z^2}}$. Ainſi nous connoiſſons maintenant combien une erreur commiſe dans l'obſervation de la hauteur de l'aſtre S, influë dans le calcul qu'on eſt obligé de faire pour découvrir la diſtance horiſontale de l'aſtre au vrai Eſt ou au vrai Oüeſt. Nous voyons qu'en ſe trompant de la quantité e ſur la hauteur, on ſe trompe de la quantité $\frac{abe}{c\sqrt{a^2-z^2}} \pm \frac{ebz}{\sqrt{a^2-b^2}\sqrt{a^2-z^2}}$ dans la ſituation de l'azimuth. Cette derniere erreur réſultant de l'autre, en eſt comme le *moment*.

III.

Que les aſtres qui ſont dans la partie du Nord ſont les plus propres pour l'obſervation de la variation.

CEla ſupoſé, nous pouvons maintenant réſoudre avec beaucoup de facilité pluſieurs problémes qui ne laiſſent pas d'être curieux, & qui ſont encore beaucoup plus utiles. Il ſuffit, par éxemple, de jetter les yeux ſur l'expreſſion $\frac{abe}{c\sqrt{a^2-z^2}} \pm \frac{ebz}{\sqrt{a^2-b^2}\sqrt{a^2-z^2}}$ pour connoître que lorſqu'on veut trouver la variation de la Bouſſole, ou déterminer la ligne méridienne, il vaut beaucoup mieux ſe ſervir des aſtres, qui ſont par raport au premier vertical du côté du pole élevé, que de ceux qui ſont de l'autre côté; c'eſt ce qui eſt de la derniere évidence. Car que l'aſtre ſoit du côté du Nord, ou du côté du Sud, on peut ſe tromper de la même quantité e, lorſqu'on obſerve ſa hauteur; mais cette même erreur e en produit une bien plus grande dans le calcul de l'azimuth, lorſque l'aſtre, par éxemple, eſt ici du côté du Sud, que lorſqu'il eſt du côté du Nord; puiſqu'en général $\frac{abe}{c\sqrt{a^2-z^2}} + \frac{ehz}{\sqrt{a^2-b^2}\sqrt{a^2-z^2}}$ qui appartient au premier cas, eſt plus grand que $\frac{abe}{c\sqrt{a^2-z^2}} - \frac{ehz}{\sqrt{a^2-b^2}\sqrt{a^2-z^2}}$ qui appartient au ſecond. Nous voyons encore que ſi on étoit obligé de ſe ſervir des aſtres qui ſont du côté du Sud, ou du côté du pole abaiſſé, il faudroit préferer ceux qui ſont les plus proches du premier vertical: Car à meſure que le ſinus de leur diſtance au vrai Eſt ou au vrai Oüeſt eſt plus petit, l'erreur $\frac{abe}{c\sqrt{a^2-z^2}} + \frac{ehz}{\sqrt{a^2-b^2}\sqrt{a^2-z^2}}$ qu'on a à craindre, ſe trouve auſſi plus petite. Il vaudroit encore beaucoup mieux avoir recours aux aſtres qui ſont dans le premier vertical-même: le ſinus CL (z) feroit alors nul, & on ne feroit expoſé à ſe tromper dans le vrai azimuth que de la quantité $\frac{be}{c}$ à laquelle ſe reduit alors

$$\frac{abe}{c\sqrt{a^2-z^2}} + \frac{ehz}{\sqrt{a^2-b^2}\sqrt{a^2-z^2}}.$$

IV.

Que dans tous les almicantaraths qui ſont plus élevés que le Pole, il y a un certain point où l'erreur qu'on peut commettre dans la hauteur de l'aſtre, n'influë point du tout dans le calcul de l'azimuth.

Mais il ne faut pas que nous nous contentions de ſçavoir que ce ſont les aſtres qui ſont du côté du Nord ou du côté du pole élevé, qui ſont les plus propres pour la détermination de la ligne méridienne ; il faut que nous tâchions de marquer l'endroit précis où il faut qu'ils ſoient, pour que la détermination ſoit faite avec le plus d'éxactitude qu'il eſt poſſible. Je conſidere d'abord que l'erreur $\frac{abe}{c\sqrt{a^2-z^2}} - \frac{ehz}{\sqrt{a^2-h^2}\sqrt{a^2-z^2}}$ peut être nulle, quoiqu'on ſe trompe toujours de la même quantité e dans l'obſervation de la hauteur ; il ſuffit pour cela que les deux termes $\frac{abe}{c\sqrt{a^2-z^2}}$ & $\frac{ehz}{\sqrt{a^2-h^2}\sqrt{a^2-z^2}}$ ſoient égaux, puiſqu'étant affectez de ſignes contraires, ils ſe détruiront mutuellement. Mais l'égalité de ces deux termes ſe réduit à $\frac{ab}{c} = \frac{hz}{\sqrt{a^2-h^2}}$ dont il nous eſt également libre de tirer ou la valeur de z en ſuppoſant que h eſt connuë, ou celle de h, en ſuppoſant que c'eſt z qu'on connoît. Dans la premiere ſuppoſition il vient $z = \frac{ab\sqrt{a^2-h^2}}{ch}$; dans la ſeconde $h = \frac{a^2b}{\sqrt{c^2z^2+a^2b^2}}$ ou bien $h = \frac{a^2b}{\sqrt{a^2z^2-b^2z^2+a^2b^2}}$.

en mettant a^2-b^2 à la place de c_2; & l'on peut se servir de l'une ou de l'autre de ces deux formules, pour déterminer les points; comme O (fig. 10.) où il faut que soient les astres, pour que l'erreur e qu'on commet dans l'observation de leur hauteur, n'influë point dans le calcul qu'on est obligé de faire, pour découvrir la situation de leur vrai azimuth. La formule $h = \frac{a^2 b}{\sqrt{a^2z^2 - b^2z^2 + a^2b^2}}$ nous fait voir que dans chaque azimuth *HTI* il y a un poiut O qui a cette proprieté, & que ce point se trouve plus ou moins élevé au-dessus de l'horison, selon que l'azimuth differe plus ou moins du premier vertical, ou selon que *CT* (z) se trouve plus ou moins grand. Si l'azimuth *HTI* se confond avec le premier vertical, *CT* sera nul, & la formule $h = \frac{a^2 b}{\sqrt{a^2z^2 - b^2z^2 + a^2b^2}}$ donnera a pour la valeur de h; ce qui nous apprend que le point O est au zenith : au lieu que si on supose $z = a$, ce qui arrive lorsque l'azimuth *HTI* se confond avec la moitié du méridien *HEI*; on trouve b pour la valeur de h, de sorte que le point O est alors à la même hauteur que le pole, & il est donc dans le pole-même. Enfin pour peu qu'on éxamine la nature de ces points, on verra que ce sont ceux de digression de tous les astres, qui dans leurs mouvemens journaliers passent entre le pole & le zenith. Le parallele que décrivent ces astres, est touché dans le point O par l'azimuth *HTI*; là il y a une petite partie O o commune à ces deux cercles, & lorsque l'astre y est parvenu, il monte ou descend sans changer sensiblement de vertical; ce qui fait quon peut se tromper dans l'observation de la hauteur, sans que l'erreur tire à conséquence dans la situation de l'azimuth. Si on cherche le lieu de tous les points O, on verra qu'ils forment la circonference d'une hyperbole dont *C* est le centre, & *CE* & *CF* les deux

Asymptotes. Ces points sont ici sur la ligne courbe, dans la projection : Mais il faudroit élever des perpendiculaires au plan du méridien, pour les avoir sur la surface-même de la Sphere.

V.

Que de tous les Astres qui sont à une même hauteur, & qui sont moins élevés que le Pole, ce sont ceux qui sont sur le cercle horaire de six heures, qui sont les plus propres pour l'observation de la variation.

Ce ne sont que les almicantaraths qui sont au-dessus du Pole, qui ont des points comme *O*, où l'erreur $\frac{abe}{c\sqrt{a^2-z^2}} - \frac{ehz}{\sqrt{a^2-b^2}\sqrt{a^2-z^2}}$ qu'on peut commettre dans le calcul de l'azimuth, se réduit à rien : Mais il peut y avoir au moins dans les autres almicantaraths des points où l'erreur est la plus petite qu'il est possible. Pour trouver la valeur de z qui rend effectivement $\frac{abe}{c\sqrt{a^2-z^2}} - \frac{ehz}{\sqrt{a^2-b^2}\sqrt{a^2-z^2}}$ un *minimum* dans chaque parallele à l'horison ; je prends la différentielle de cette quantité, en regardant simplement z comme variable. Il vient $\frac{abezdz\sqrt{a^2-b^2} - a^2cehdz}{c\sqrt{a^2-b^2} \times \overline{a^2-z^2}^{\frac{3}{2}}}$ & l'égalant à zéro, on trouve $z = \frac{ach}{b\sqrt{a^2-b^2}}$; ce qui fait déja connoître qu'il faut que le sinus *CL* de la distance horisontale de l'astre *S* (fig. 9. & 10.) au vrai Est ou au vrai Oüest soit égal à $\frac{ach}{b\sqrt{a^2-b^2}}$ pour que le calcul de l'azimuth ſe reſſente le moins qu'il eſt poſſible, de l'erreur qui peut ſe trouver dans la hauteur. Mais ſi on fait cette proportion $CE\,(a).\ VN\,(\sqrt{a^2-b^2})::$ $CL = \frac{acb}{b\sqrt{a^2-b^2}}.\ VS = \frac{cb}{b}$, on verra que VS doit être égale à VX, puiſqu'on trouve $\frac{cb}{b}$ pour ſa valeur, & que c'eſt auſſi celle de VX; car dans le triangle XVC, le ſinus b de l'angle VXC qui eſt égal à la hauteur polaire, eſt à $CV\,(b)$ comme le ſinus c de l'angle VCX complement de la hauteur polaire eſt à $VX = \frac{cb}{b}$. Ainſi on voit que de tous les aſtres qui ſont ſur un même almicantarath MN, ce ſont ceux qui paſſent actuellement en X par le cercle horaire de ſix heures, qui ſont les plus propres pour les obſervations qui ont raport à la détermination des lignes méridiennes. Il eſt vrai que ſi on ſe trompe en obſervant la hauteur, on commettra auſſi quelque erreur dans le calcul qu'on fera pour trouver la ſituation de l'azimuth : mais cela n'empêche pas que le point X ne ſoit toujours le plus avantageux ; puiſqu'on ſeroit expoſé à ſe tromper également, en obſervant la hauteur des aſtres qui ſont dans les autres points de l'almicantarath, & que la même erreur influeroit alors beaucoup plus dans la ſituation de l'azimuth. Au ſurplus ſi on introduit $\frac{acb}{b\sqrt{a^2-b^2}}$ à la place de z dans $\frac{abe}{c\sqrt{a^2-z^2}} - \frac{ebz}{\sqrt{a^2-b^2}\sqrt{a^2-z^2}}$, afin de rendre particuliere au point X, cette expreſſion qui convient à tous les points de VN, on trouvera après quelques réductions, $\frac{ae\sqrt{b^2-b^2}}{c\sqrt{a^2-b}}$ ou $\frac{ae}{c}\sqrt{\frac{b^2-b^2}{a^2-b^2}}$, & ce ſera donc là la moindre erreur qu'on aura à craindre ; c'eſt-à-dire, que ce ſera la quantité dont on ſera ſujet à ſe tromper, lorsque l'astre sera en ♊ ou en ♓, &c. dans le cercle horaire de six heures.

VI.

Qu'il y a encore cet avantage à observer les astres qui sont sur le cercle horaire de six heures, que l'erreur qu'on peut commettre dans la hauteur polaire, n'influë point dans le calcul de l'azimuth.

NOus pouvons encore confirmer par une autre raison la propriété singuliere que nous attribuons à tous les points de ce cercle. C'est que si on se trompe dans l'observation de la hauteur polaire, l'erreur qu'on commettra, n'en produira aucune dans le calcul du vrai azimuth; & ce ne seroit pas la même chose, si l'astre étoit dans tous les autres endroits du Ciel. Suposé qu'on se trompe dans la hauteur polaire *AE* (fig. 12.) de la quantité *Aa*, on se trompera également dans la situation de l'équateur *FG*; le parallele *KQ* se trouvera situé en *kq*, & le calcul donnera la situation de l'azimuth *HslI*, comme si l'astre étoit en *s*, quoiqu'il soit effectivement en *S*, & que ce soit *HSLI* son azimuth. Il est facile de trouver la différence des deux, ou la quantité dont on se trompe dans le calcul. Car *CL* (z) sinus de la distance horisontale de l'astre au vrai Est ou au vrai Oüest, étant donné, comme ci devant, de même que le sinus *h* de la hauteur *SL* de l'astre, on n'a qu'à chercher d'abord *VS*, qui est à *CL*, comme *VM* sinus complement de la hauteur de l'astre est au sinus total *CE*. *VS* étant trouvée, on cherchera *VX* par le moyen du triangle *CVX*, dont on connoît tous les angles

&

& le côté CV (h). On trouvera ensuite SY dans le triangle SXY; & après avoir trouvé sP par cette proportion qui est fondée sur la ressemblance des deux secteurs ACa & sYP; CA est à l'erreur Aa commise dans la hauteur polaire, comme SY est à sP, il faudra, en résolvant le petit triangle SPs, chercher son hypoteneuse Ss, qui est l'intervale compris entre les deux ellipses $HSLI$ & $HslI$ sur le parallele MN à l'Horison, & il ne restera plus qu'à achever le reste précisément, comme on l'a fait dans les figures 9. & 10. après avoir découvert RS. On trouve de cette sorte que p désignant l'erreur Aa dans la hauteur polaire, la formule $\frac{bzp}{c\sqrt{a^2-z^2}} \pm \frac{achp}{c\sqrt{a^2-h^2}\sqrt{a^2-z^2}}$ exprime la quantité dont on se trompe dans la situation du vrai azimuth HLI. C'est ce que nous ne faisons qu'indiquer, parce qu'il n'y a rien de difficile dans tout cela, pour ceux qui ont entendu ce que nous avons déja dit. Nous nous contentons de faire remarquer que les deux points S & s, celui où est effectivement l'astre, & celui où on le supose dans le calcul, à cause de l'erreur qu'on commet dans la hauteur polaire, sont d'autant plus éloignés l'un de l'autre, que l'astre est plus éloigné du point Y; & que ces deux poinrs S & s se confondent, & n'en forment plus qu'un seul, aussi-tôt que l'astre est en Y sur le cercle horaire de six heures, parce que c'est en cet endroit où se coupent les deux differentes situations KQ & kq du parallele à l'équateur. Il est donc certain que deux choses contribuënt à nous devoir faire préférer, pour l'observation de la variation de la Boussole, les astres qui sont sur le cercle horaire de six heures. Si l'on n'observe pas leur hauteur dans la derniere éxactitude, l'erreur qu'on commettra, influëra toujours moins dans le calcul de l'azimuth, que si on employoit les astres qui sont dans tous les autres points du même almicantarath; & si on se trompe outre cela dans la hauteur polaire, on n'aura du tout rien à craindre de cette derniere erreur. C'est ce double avantage qui nous a engagé à construire la Table qu'on a vû dans la seconde partie.

VIII.

Que de tous les astres qui sont sur le cercle horaire de six heures, ce sont les plus proches du pole lorsqu'on est à terre, qui sont les plus propres pour la détermination de la variation.

SÇachant de cette sorte que ce sont les points Ξ, Υ, X, &c. (fig. 9. & 10.) du cercle horaire de six heures qui sont les plus propres pour les observations de la variation, il faut que nous choisissions maintenant entre ces points, & que nous déterminions celui où l'erreur qu'on est sujet à commettre, influë encore le moins; celui où le *moment* de l'erreur, si on peut parler de la sorte, est un *minimum minimorum.* Or il est facile de remarquer que pourvû que la quantité e dont on est sujet à se tromper, soit constante, l'erreur $\frac{ae}{c}\sqrt{\frac{b^2-h^2}{a^2-h^2}}$ qu'on commettra * dans la situation de l'azimuth diminuera toujours, à mesure que l'astre sera plus élevé, ou plus avancé vers le pole. Car plus le sinus h de la hauteur est grand, plus la quantité fractionaire $\sqrt{\frac{b^2-h^2}{a^2-h^2}}$ est petite; parce que le numérateur b^2-h^2 reçoit à proportion une plus grande diminution que le dénominateur a^2-h^2. Ainsi on voit

* Voyez l'article V.

qu'entre tous les aſtres Ξ, Υ, X, &c. qui ſont ſur le cercle horaire de ſix heures, on doit préférer pour la détermination de la ligne méridienne, ou pour l'obſervation de la variation, ceux comme ξ qui ont le plus de déclinaiſon, & que c'eſt au pole où l'erreur qui eſt déja plus petite que dans tous les autres points également élevés au-deſſus de l'horiſon, ſe trouve encore moindre, & ſe réduit même à rien. Il faut cependant remarquer qu'on ne doit préférer ainſi les aſtres qui ſont proche du pole, de même que ceux qui ſont dans leur digreſſion en *O*, que lorſqu'on eſt à Terre, & qu'on a la commodité d'avoir des fils à plomb auſſi longs qu'on le veut, dont on peut ſe ſervir pour obſerver avec la même éxactitude l'azimuth des aſtres qui ont une grande hauteur, que l'azimuth de ceux qui ſont moins élevés. En Mer on n'a pas le même avantage; & ce n'eſt qu'après un mûr éxamen, que nous pouvons ſçavoir en quel point du cercle horaire de ſix heures, il eſt alors plus à propos d'obſerver les aſtres. Il n'importe en effet qu'on calcule plus éxactement leur vrai azimuth ou leur diſtance horiſontale au vrai Eſt ou au vrai Oüeſt, ſi on trouve en même temps avec beaucoup moins de préciſion leur azimuth magnétique, ou leur diſtance à l'Eſt ou à l'Oüeſt de la Bouſſole.

VIII.

Examen de l'erreur qu'on peut commettre, en obſervant en Mer ſur la Bouſſole, l'azimuth des aſtres qui ſont élevés.

NOus ne pouvons décider cette queſtion qu'en éxaminant à part les erreurs auſquelles on eſt exposé dans l'observation de ce dernier azimuth, lorsque les astres sont plus ou moins élevés. L'erreur vient principalement de la grande difficulté qu'il y a en Mer de mettre un instrument, le quart de cercle, par éxemple, de la figure 7. dans une situation éxactement verticale. On ne s'assure qu'on lui donne cette situation, qu'en regardant l'horison sensible par la fente de la pinnule *F*; mais comme la partie de l'horison qu'on découvre ne peut jamais être fort grande, il est très-facile de se tromper de 25. ou 30. minutes, & même de 40. ou 50. sans qu'on s'en apperçoive. Si on donne en effet à la fente de la pinnule *F*, 3. pouces de longueur, au lieu de 15. ou 16. lignes qu'on se contente de lui donner dans les quartiers Anglois, & suposé que l'instrument soit incliné d'un demi degré, il ne s'en manquera pas un tiers de ligne que le bord de la fente ne paroisse toucher encore par tout l'horison visuel, & on doit convenir que cette quantité n'est pas sensible, lorsqu'on la regarde du point *G*, & qu'on reçoit outre cela toujours quelque mouvement de l'agitation du Vaisseau. Quoiqu'il en soit, si le quart de cercle *A B C* (fig. 13.) au lieu d'être mis dans une situation éxactement verticale, & d'être bien dirigé vers le Soleil *S*, est incliné comme a *C B* d'un certain nombre de minutes, le point *E* dont l'ombre doit tomber sur le centre *C*, se trouvera en *e*, & son ombre ne tombera plus ensuite sur le centre, mais en *c* à la distance *C c* qui sera égale à *E e*, puisque le grand éloignement de l'astre est cause que tous ses rayons sont ici paralleles. Ainsi l'Observateur dont la principale attention est de faire en sorte que le centre reçoive l'ombre du point *e*, sera obligé de transporter ce centre de *C* en *c*, & de donner à son instrument la situation *a c b*, en faisant passer le côté a *C* en *a c* qui lui est parallele, & en mettant *C B* en *c b*. Après cela il croira son instrument bien disposé; & prenant *c b* pour le rumbs auquel répond l'astre, il se trompera néanmoins de l'angle CPc dans la situation de l'azimuth ; & c'est donc cet angle qu'il reste à découvrir. Mais Ee étant égal à Cc, l'angle EPe qui represente l'inclinaison de l'instrument, de même que l'angle ACa auquel il est égal, doit être à l'angle CPc, dont nous avons interêt de trouver la quantité, en raison inverse de PE à PC, puisqu'on peut considerer ces deux angles comme infiniment petits, & qu'ayant des bases égales, ils doivent être en raison reciproque de leurs côtés ; c'est-à-dire, que si CP est la moitié ou le tiers de PE, l'angle CPc sera double ou triple de EPe. Si on prend par consequent i pour désigner le nombre de minutes de l'angle ACa, ou de l'angle EPe, nous aurons cette proportion ; CP est à PE comme i est à la valeur $i \times \frac{PE}{CP}$ de l'angle CPc. Mais EP étant le sinus de la hauteur de l'astre, sinus que nous avons deja marqué par h, & CP étant le sinus de complement $= \sqrt{a^2 - h^2}$, Nous changerons $i \times \frac{PE}{CP}$ en $\frac{ih}{\sqrt{a^2 - h^2}}$ qui exprime donc toujours le même angle CPc, ou l'erreur que commet le Pilote, en observant sur la Boussole l'azimuth magnétique, avec un quart de cercle acb, incliné d'un nombre de minutes désigné par i.

IX.

Que ce n'eſt pas ſur les Vaiſſeaux comme à Terre, & que de tous les aſtres qui ſont ſur le cercle horaire de ſix heures, ce ſont les plus proches de l'équateur, qui ſont les plus propres, lorſqu'on eſt en Mer, pour la détermination de la variation.

IL eſt très-poſſible que le Pilote commette encore quelques autres erreurs : mais nous pouvons les négliger; non pas parce qu'elles ſont peu conſiderables, mais parce qu'il n'eſt pas néceſſaire d'y faire attention, auſſi-tôt que les differentes circonſtances de l'obſervation ne les font ni augmenter ni diminuer. C'eſt pourquoi nous nous contentons d'ajoûter $\frac{ih}{\sqrt{a^2-h^2}}$ à la quantité $\frac{ae}{c}\sqrt{\frac{b^2-h^2}{a^2-h^2}}$ dont nous avons vû ci-devant * qu'on peut ſe tromper dans le calcul du vrai azimuth, lorſque l'aſtre eſt dans le cercle horaire de ſix heures; & j'ai $\frac{ih}{\sqrt{a^2-h^2}} + \frac{ae}{c}\sqrt{\frac{b^2-h^2}{a^2-h^2}}$ pour l'erreur totale qu'on peut commettre dans la détermination de la déclinaiſon de la Bouſſole. On nous objectera, peut-être, que les deux erreurs particulietes $\frac{ih}{\sqrt{a^2-h^2}}$ & $\frac{ae}{c}\sqrt{\frac{b^2-h^2}{a^2-h^2}}$ ne ſe joignent pas toujours enſemble, & qu'au contraire elles ſe corrigent quelquefois l'une & l'autre : ſi au lieu de trouver, par exemple, 40. degrez pour la diſtance de l'aſtre à l'Oüeſt de la Bouſſole, on trouve 40. de-

* Art. V.

grez 10. minutes, & qu'on ſe trompe auſſi de 10. minutes de trop ſur la diſtance de 60. degrez de l'aſtre au vrai Oüeſt, on aura 20. degrez pour la variation de la Bouſſole, tout comme ſi on ne s'étoit pas trompé des deux quantités $\frac{ih}{\sqrt{a^2 - h^2}}$ & $\frac{ae}{c}\sqrt{\frac{b^2 - h^2}{a^2 - h^2}}$, chacune de 10. minutes. Cependant nous les ajoûtons, parce que nous trouvons toujours de cette ſorte la plus grande erreur à laquelle on eſt expoſé, & qu'auſſi nous pouvons nous diſpenſer d'éxaminer ici les differentes manieres dont les erreurs particulieres peuvent ſe combiner; ce qui nous engageroit à calculer les divers degrez de probabilité de chaque combinaiſon. Enfin puiſque $\frac{ih}{\sqrt{a^2 - h^2}} + \frac{ae}{c}\sqrt{\frac{b^2 - h^2}{a^2 - h^2}}$ repreſente toute l'erreur qu'on a à craindre dans l'obſervation de la déclinaiſon de l'aiguille, lorſqu'on ſe ſert pour cela des aſtres les plus convenables, c'eſt-à-dire, de ceux qui ſont ſitués ſur le cercle horaire de ſix heures; nous n'avons plus qu'à voir ſi cette quantité a un *minimum*. Or prenant ſa differentielle $\frac{a^2 idh\sqrt{b^2 - h^2} - acehdh}{\sqrt{b^2 - h^2} \times \overline{a^2 - ^2}^{\frac{3}{2}}}$ & l'égalant à zéro, on en déduit $h = \frac{abi}{\sqrt{a^2 i^2 + c^2 e^2}}$: mais attribuant enſuite cette valeur à h, on trouve que l'erreur $\frac{ih}{\sqrt{a^2 - h^2}} + \frac{ae}{c}\sqrt{\frac{b^2 - h^2}{a^2 - h^2}}$ ne ſe réduit qu'à $\frac{b}{c}\sqrt{i^2 + e^2}$; au lieu que lorſqu'on fait $h = o$, ou qu'on ſuppoſe que l'aſtre eſt en C dans l'horiſon, la même erreur ſe réduit à $\frac{be}{c}$, qui eſt beaucoup plus petite.

Ainſi au lieu ne trouver un *minimum*, on trouve un *maximum*, & il faut par conſequent que l'erreur totale $\frac{ib}{\sqrt{a^2-h^2}} + \frac{ae}{c}\sqrt{\frac{b^2-h^2}{a^2-h^2}}$ ſe trouve proche de l'horiſon, de plus grande en plus grande, à meſure qu'on prend des points plus élevés dans le cercle horaire de ſix heures. C'eſt ce qui paroît auſſi lorſqu'on examine la differentielle $\frac{a^2idh\sqrt{b^2-h^2} - acehdh}{\sqrt{b^2-h^2} \times \overline{a^2-h^2}^{\frac{3}{2}}}$: Car lorſque l'aſtre eſt en C dans l'horiſon, le ſinus h devient nul, & le ſecond terme de la differentielle qui eſt affecté du ſigne moins, le devient auſſi ; de ſorte qu'il ne reſte que le premier terme qui eſt poſitif, & qui fait augmenter l'erreur, auſſi-tôt qu'elle reçoit quelque changement. L'erreur continuë à augmenter juſqu'à ce qu'elle ſoit parvenuë au *maximum*, qui eſt ſon terme de grandeur, ou tant que le premier terme de la différentielle ſurpaſſe le ſecond, & il eſt ſenſible qu'elle doit aller enſuite en diminuant. Mais au Pole elle ne l'a point encore aſſez fait, pour être auſſi petite qu'elle l'étoit d'abord : Car ſupoſant le ſinus h de la hauteur de l'aſtre égal au ſinus b de la hauteur du Pole, on trouve que l'erreur $\frac{ib}{\sqrt{a^2-h^2}} + \frac{ae}{c}\sqrt{\frac{b^2-h^2}{a^2-h^2}}$ ne ſe réduit encore qu'à $\frac{ib}{\sqrt{a^2-h^2}}$, ou à $\frac{bi}{c}$ qui eſt certainement plus grande que $\frac{be}{c}$; puiſque la quantité i dont on peut ſe tromper dans la ſituation verticale de l'inſtrument eſt toujours beaucoup plus grande que la quantité e, dont on peut ſe tromper dans la hauteur même de l'aſtre. Tout cela montre que ce n'eſt pas dans les Vaiſſeaux comme à Terre, & que la difficulté qu'il y a en Mer à obſerver ſur la Bouſſole l'azimuth des aſtres qui ſont à quelque hauteur, fait qu'on ne doit pas préférer ceux qui ſont en ξ vers le Pole ; mais ceux qui ſont proche du vrai Eſt ou du

vrai

vrai Oüeſt, & qu'il n'eſt aucun endroit dans tout le Ciel plus propre que ces deux points, pour les obſervations dont il s'agit. C'eſt ce qui ne peut arriver que parce que l'erreur $\frac{ae}{c}\sqrt{\frac{b^2-h^2}{a^2-h^2}}$ à laquelle on eſt expoſé dans le calcul du vrai azimuth, ne ſouffre pas encore une aſſez grande diminution de C en Y, pour détruire l'augmentation que reçoit l'autre erreur $\frac{ih}{\sqrt{a^2-h^2}}$ qu'on peut commettre en obſervant ſur la Bouſſole l'azimuth magnétique : de ſorte que l'erreur totale qu'on a à craindre dans la détermination de la variation augmente plus par ce dernier côté, qu'elle ne diminuë par l'autre.

X.

Qu'il nous reſte à éxaminer en quel endroit de ſon parallele il eſt plus à propos d'obſerver chaque aſtre particulier.

IL nous reſte maintenant à éxaminer en quel endroit de ſon parallele il eſt plus avantageux d'obſerver chaque aſtre : Car comme il n'a été queſtion juſques ici que de choiſir entre pluſieurs aſtres, lorſqu'ils paroiſſent en même temps, ou de marquer d'une maniere abſoluë les points du Ciel les plus avantageux, tout ce que nous avons dit n'eſt point aplicable aux divers points du même parallele, qui ſont tous dans différens almicantaraths, & qui ne répondent point au cercle horaire de ſix heures. Ainſi quoique nous venions de voir qu'il vaut mieux ſe ſervir d'un aſtre qui eſt en C (fig. 9.) au point du vrai Eſt ou du vrai Oüeſt, que d'un autre qui feroit situé en Υ, cela n'empêche pas qu'il ne soit, peut-être, plus avantageux d'observer ce dernier astre en Υ, qu'à son lever ou à son coucher en Σ; parce que l'erreur est beaucoup plus grande dans le calcul de l'azimuth, lorsque l'astre est en Σ que s'il étoit en C. Voilà donc un nouveau problême qui est important, & que nous n'avons point encore pensé à résoudre. Il faut que nous nous servions maintenant de la formule $\frac{abe}{c\sqrt{a^2-z^2}} \pm \frac{ehz}{\sqrt{a^2-h^2}\sqrt{a^2-z^2}}$ que nous avons trouvée d'abord (vers la fin de l'art. 11.) pour l'expression générale de l'erreur qu'on commet dans le calcul du vrai azimuth, lorsqu'on se trompe de la quantité e sur la hauteur de l'astre. Il faut que nous nous servions de cette formule générale; puisqu'il ne s'agit plus de comparer simplement les differens points du cercle horaire de six heures, les uns avec les autres. Nous devons avoir aussi égard à l'erreur $\frac{bpz}{c\sqrt{a^2-z^2}} \pm \frac{achp}{c\sqrt{a^2-h^2}\sqrt{a^2-z^2}}$ dont nous avons fait mention cy-devant (art. 6.) que produit la quantité p, dont on est sujet à se tromper dans la hauteur du Pole. Et enfin il faut encore joindre à ces deux premieres erreurs qui se trouvent dans le vrai azimuth, celle $\frac{ih}{\sqrt{a^2-h^2}}$ qui se trouve dans l'azimuth magnétique, & qu'on commet à part en observant un astre à diverses hauteurs au-dessus de l'horison, avec un instrument qui est toujours incliné de quelque quantité i.

XI.

Moyens de trouver les erreurs ausquelles on est exposé en observant le même astre en differens points de son parallele.

IL est clair que voulant comparer entre eux les divers points du même parallele KQ, nous devons introduire la déclinaison de l'astre dans l'expression des deux premieres erreurs; afin que regardant comme constante la déclinaison, nous n'ayons qu'à rendre variable ou la hauteur ou l'azimuth, pour faire convenir ces deux expressions à tous les points du parallele. Si nous nommons f le sinus CY (fig. 9. & 10.) de la distance FK, ou GQ de l'équateur au parallele, nous trouverons dans le Triangle rectangle $CY\Theta$, le côté $C\Theta$ pour cette analogie, le sinus b de l'angle Θ, qui est égal à celui ACE de la hauteur du Pole, est à $CY(f)$, comme le sinus a de l'angle Y, le sinus total, est à $C\Theta = \frac{af}{b}$. Otant ensuite $C\Theta$ de $CV(h)$, ou CV de $C\Theta$, selon que l'astre est du côté du Sud, ou du côté du Nord par raport au premier vertical, on aura $\pm h \mp \frac{af}{b}$ pour l'expression générale de ΘV, & dans le triangle rectangle ΘVS, on trouvera VS par cette analogie; le sinus c de l'angle S qui est égal au complement de la hauteur polaire, est à $\Theta V = \pm h \mp \frac{af}{b}$, comme le sinus b de l'angle Θ est à $VS = \pm \frac{bh}{c} \mp \frac{af}{c}$. Enfin VM ou $VN = \sqrt{a^2-b^2}$ étant par la nature de l'ellipse, à CD, ou à CE (a) comme VS est à CL, on aura $\pm \frac{abh}{c\sqrt{a^2-b^2}} \mp \frac{a^2f}{c\sqrt{a^2-b^2}}$ pour la valeur de CL

qui eſt, comme on le ſçait, le ſinus de l'angle que fait l'azimuth avec le premier vertical, ou le ſinus de la diſtance horiſontale de l'aſtre au vrai Eſt ou au vrai Oüeſt.

Ainſi nous n'avons qu'à introduire cette valeur à la place de z dans les deux formules $\frac{abe}{c\sqrt{a^2-z^2}} \pm \frac{ebz}{\sqrt{a^2-b^2}\sqrt{a^2-z^2}}$ & $\frac{bpz}{c\sqrt{a^2-z^2}} \pm \frac{abbp}{\sqrt{a^2-b^2}\sqrt{a^2-z^2}}$ & nous les transformerons en d'autres qui ne contiendront plus z, mais qui contiendront f. Il vient après quelques legeres réductions $\frac{a^2be - afbe}{\sqrt{a^2-b^2}\sqrt{a^2c^2-af^2+2abfh-a^2h^2}}$ pour la premiere, c'eſt-à-dire pour l'erreur que cauſe dans la ſituation du vrai azimuth, l'erreur e commiſe dans la hauteur de l'aſtre; & $\frac{\pm a^2bp \mp abfp}{c\sqrt{a^2c^2-a^2f^2+2abfh-a^2h^2}}$ pour celle que produit auſſi de ſon côté, la quantité p dont on ſe trompe dans la hauteur polaire.

XII.

Que c'eſt à leur lever ou à leur coucher qu'il vaut mieux dans ces païs-cy obſerver les aſtres, dont la déclinaiſon eſt méridionale.

CEla ſupoſé, nous reconnoiſſons fort aiſément que lorſqu'un aſtre eſt ſur un parallele kq qui eſt du côté du Pole abaiſſé, que lorſque le Soleil eſt, par éxemple, dans la partie d'Hyver, on doit beaucoup plutôt l'obſerver à ſon lever ou à ſon coucher en Π, que lorſqu'il eſt en Δ à une hauteur conſidérable. Car le Soleil étant du côté du Sud, le ſinus f de ſa déclinaiſon eſt négatif, & l'erreur $-\frac{a^2be-afhe}{\sqrt{a^2-h^2}\sqrt{a^2c^2-a^2f^2+2abfh-a^2h^2}}$ dans laquelle f eſt ſupoſé poſitif, ſe change alors en $\frac{a^2be+afhe}{\sqrt{a^2-h^2}\sqrt{a^2c^2-a^2f^2-2abfh-a^2h^2}}$ qui doit être d'autant plus grande, que h eſt plus grand; puiſque l'augmentation de h cauſe en même temps celle du numérateur $a^2be + af\,e$, & la diminution du dénominateur . . . $\sqrt{a^2-h^2}\sqrt{a^2c^2-a^2f^2-2abfh-a^2h^2}$. Plus le ſinus h eſt donc grand, ou plus l'aſtre eſt élevé, plus l'erreur à laquelle on eſt expoſé dans le calcul de l'azimuth eſt grande; & comme l'erreur qu'on commet dans l'azimuth magnétique en l'obſervant ſur le compas, eſt auſſi plus conſidérable, il eſt évident de toutes les manieres, que la circonſtance la plus convenable pour trouver la variation de la Bouſſole, eſt le lever ou le coucher Π de l'aſtre; d'autant plus que c'eſt auſſi alors que l'erreur qui vient de la hauteur polaire eſt la moindre. Il eſt vrai que ſi la Sphere eſt fort oblique, & que ſi le parallele kq du Soleil eſt outre cela fort éloigné de l'équateur, il vaudroit beaucoup mieux chercher la variation, par le moyen de quelques étoiles qui euſſent peu de déclinaiſon ſeptentrionale; & ſupoſé qu'on ne pût pas les voir dans l'horiſon, il n'y auroit qu'à les prendre à leur paſſage par le cercle horaire de ſix heures. Mais il n'eſt pas moins certain que ſi l'on veut abſolument ſe ſervir du Soleil dans le cas dont il s'agit, il ne ſoit toujours beaucoup plus avantageux d'obſerver alors cet aſtre à ſon lever ou à ſon coucher, que d'attendre qu'il ait quelque hauteur.

C'eſt ce que j'ai voulu éxaminer d'une maniere particuliere, en ſupputant toute l'erreur qu'on a à craindre par la latitude d'Uranibourg, par 55. degr. 34. min.

de latitude ſeptentrionale, lorſqu'au ſolſtice d'hiver le Soleil eſt dans l'horiſon, & qu'enſuite il monte à 5. & à 10. degrez. Nous ſuppoſerons pour cela que l'erreur *p* qu'on peut commettre dans la hauteur polaire eſt de 10 minutes, parce que c'eſt ordinairement la plus grande quantité dont les Marins habiles ſe trompent, dans la hauteur des aſtres qui paſſent par le méridien à quelque diſtance du zénith. Comme les aſtres ſont alors quelque temps ſans changer ſenſiblement de hauteur, le Pilote peut faire ſon obſervation avec plus d'éxactitude : Mais comme le changement de la hauteur eſt beaucoup plus ſubit vers l'Orient ou vers l'Occident, & qu'on n'a pas le moindre temps pour la vérifier, j'ai ſupoſé de 15. minutes l'erreur *e*, qu'on peut commettre dans les hauteurs obſervées dans ces dernieres circonſtances ; & je la ſupoſe toujours conſtante, parce que s'il eſt un peu plus difficile d'obſerver les grandes hauteurs que les petites, on a auſſi d'un autre côté moins à craindre des irregularitez de la réfraction. Or on trouve que les 15. minutes dans la hauteur de l'aſtre produiſent à l'horiſon environ 31. min. d'erreur dans le calcul de l'azimuth ou de l'amplitude, & que les 10. min. d'incertitude dans la hauteur polaire produiſent $14\frac{1}{2}$ minutes ; d'où il ſuit qu'on eſt expoſé à commettre une erreur totale de 44. ou 45. minutes. Mais ſi l'aſtre eſt élevé de 5. degrez, on peut ſe tromper d'environ 42. minutes d'une part, & d'environ 24. de l'autre, ce qui fait un degré 6. minutes, & l'erreur monte à 2. degrez 17. minutes, lorſque l'aſtre eſt à 10. degrez de hauteur. Ainſi quoique nous ne faſſions point encore ici attention à l'inclinaiſon de 30. minutes qu'on pourroit donner, ſans qu'on s'en apperçût, au quart de cercle de la fig. 7. ou aux autres inſtrumens dont on ſe ſerviroit pour obſerver l'azimuth magnétique, nous voyons que l'erreur dans laquelle on peut tomber en déterminant la variation, augmente conſidérablement, à meſure que le Soleil s'éleve. Il eſt certain d'ailleurs que ſi les ſupoſitions que nous avons faites, ne ſont pas abſolument conformes à la vérité, elles ne doivent pas s'en éloigner ſenſiblement.

XIII.

Que lorſque la déclinaiſon d'un aſtre eſt ſeptentrionale, il vaut mieux dans ces païs-cy obſerver cet aſtre dans le cercle horaire de ſix heures, que dans l'horiſon; ſurtout lorſque la hauteur polaire eſt fort grande.

ENfin ſi l'aſtre eſt par raport à l'équateur du côté du Pole élevé, il ſera beaucoup plus difficile de déterminer le point précis, où il ſera à propos de l'obſerver; & cela parce que les differentes erreurs qu'on a à craindre, n'augmentent plus toutes en même temps, comme elles le faiſoient, à meſure que l'aſtre s'éleve. Les deux erreurs auſquelles on eſt expoſé dans le calcul du vrai azimuth, ſont alors

$$\frac{a^2be - afhe}{\sqrt{a^2-h^2}\sqrt{a^2c^2-a^2f^2+2abfh-a^2h^2}} \quad \& \quad \frac{-a^2hp+abfp}{c\sqrt{a^2c^2-a^2f^2+2abfh-a^2h^2}}$$

comme nous les avons trouvées dans l'article XI. Et ſi on les ajoûte enſemble avec la quantité $\frac{ih}{\sqrt{a^2-h^2}}$ dont on peut ſe tromper d'un autre côté, en obſervant ſur la Bouſſole l'azimuth magnétique, il viendra

$$\frac{\overline{a^2bce - acfhe - a^2hp + abfp}\sqrt{a^2-h^2} + cih\sqrt{a^2c^2-a^2f^2+2abfh-a^2h^2}}{c\sqrt{a^2-h^2}\sqrt{a^2c^2-a^2f^2+2abfh-a^2h^2}}$$

pour toute l'erreur qu'on peut commettre dans la détermination de la variation. C'eſt cette quantité qu'il s'agiroit de rendre la moindre qu'il eſt poſſible. Mais comme elle eſt formée de trois quantitez particulieres, dont les progrez ſont differens ; que la derniere augmente à meſure que les aſtres s'élevent au-deſſus de l'horiſon ; que la ſeconde diminuë en même temps, juſqu'à ce que les aſtres ſoient parvenus au cercle horaire de ſix heures, & que la premiere diminuë encore un peu au delà, comme on peut le reconnoître ſans beaucoup de peine ; il arrive que cette complication des trois erreurs qui contribuë à rendre le probléme d'un degré plus élevé, fait en même temps que nous pouvons nous diſpenſer de le réſoudre. L'une de ces erreurs augmentant lorſque l'autre diminuë, cela eſt cauſe que l'erreur totale n'eſt jamais ſi grande, & qu'on n'eſt pas ſi fort intereſſé à déterminer l'endroit précis de ſon *minimum.* C'eſt pourquoi nous pouvons nous contenter d'éxaminer ſimplement, s'il eſt plus avantageux d'obſerver l'aſtre dans l'horiſon ou dans le cercle horaire de ſix heures ; d'autant plus qu'à l'aide de la Table des amplitudes, & de celle que nous avons donnée dans la partie précédente, nous avons une plus grande facilité d'obſerver la variation dans ces deux cas. Pour avoir l'erreur qu'on peut commettre, lorſque l'aſtre eſt dans l'horiſon, on n'a qu'à effacer tous les termes où ſe trouve le ſinus h, devenu nul, on trouvera $\frac{bce + bfp}{c\sqrt{c^2 - f^2}}$: & ſi au lieu de ſupoſer $h = o$, on le ſupoſe $= \frac{bf}{a}$, valeur qu'il a dans le cercle horaire de ſix heures, (comme on le ſçait par cette analogie ; le ſinus total a eſt au ſinus $C\Upsilon = f$ de la déclinaiſon de l'aſtre Υ, comme le ſinus b de l'angle $C\Upsilon\Psi$ égal à celui de la hauteur du Pole, eſt au ſinus $C\Psi$ (h) ($= \frac{bf}{a}$) de la hauteur de l'aſtre) ; ſi on ſupoſe d'environ $34\frac{1}{2}$ minutes : à 15. degrez de 32'. 16''; & enfin à 19. degrez 11. minutes, lorſque le Soleil ſera parvenu au cercle horaire de ſix heures, elle ſera encore un pèu plus petite, elle ſera de 31'. 55''. Or pour peu qu'on ſoit par une latitude plus grande, la diminution ſe fera encore d'une maniere plus ſubite : Car l'erreur $\frac{bce + bfp}{c\sqrt{c^2-f^2}}$ feroit, par éxemple, d'environ un degr. 6. min. par 60. degr. de latitude, le Soleil étant dans l'horiſon ; au lieu que cet aſtre étant dans le cercle horaire de ſix heures, à 20. degr. 11. min. de hauteur, l'erreur ne feroit plus que d'environ 36. minutes, comme on le trouve par la formule $\frac{abe\sqrt{a^2-f^2}+bcfi}{c\sqrt{a^4-b^2f^2}}$. Il y a lieu de croire outre cela que dans ces païs fort avancés vers le Pole, les réfractions horiſontales ſont beaucoup plus irregulieres qu'elles ne le ſont ici ; & c'eſt une nouvelle raiſon qui doit déterminer encore à n'obſerver les aſtres, que lorſqu'ils ſont un peu élevés.

XIV.

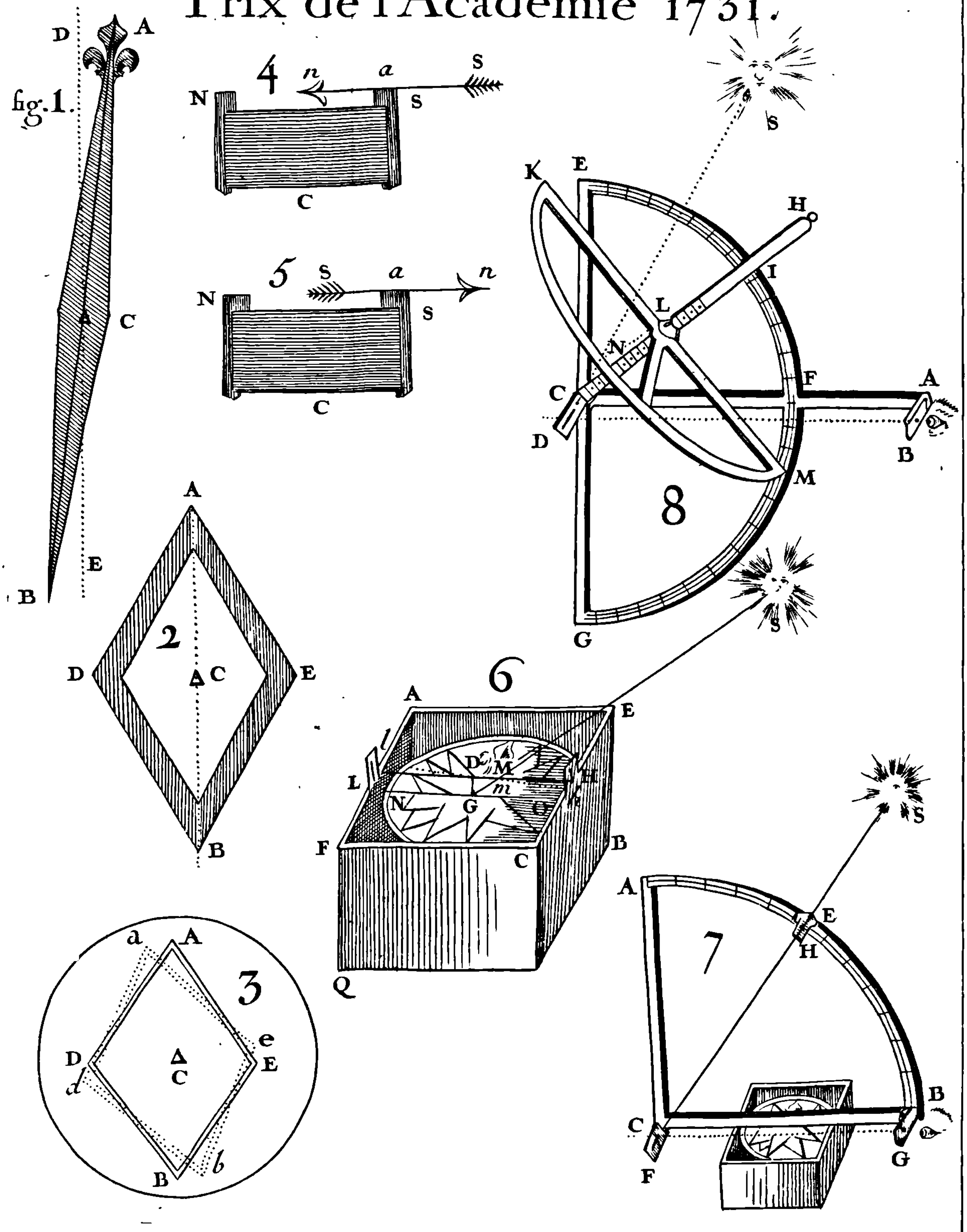
Que les réfléxions précédentes peuvent ſervir auſſi lorſqu'on obſerve la variation par deux hauteurs correſpondantes.

AU ſurplus, en déterminant, comme nous venons de le faire, les endroits du Ciel, où doivent être les aſtres, lorſqu'on veut découvrir en Mer la variation de l'aiguille par une ſeule obſervation, nous marquons auſſi aſſez les endroits qu'il faut préferer, lorſqu'on en employe pluſieurs. On en multiſupoſe, dis-je, $h = \frac{bf}{a}$, ou que l'aſtre eſt dans le cercle horaire de ſix heures, l'erreur totale ſe trouvera alors exprimée par $\frac{abe\sqrt{a^2 - f^2} + bcfi}{\sqrt{a^4 - b^2 f^2}}$. Ainſi il ne s'agit que de comparer $\frac{bce + bfp}{c\sqrt{c^2 - f^2}}$ & $\frac{abe\sqrt{a^2 - f^2} + bcfi}{c\sqrt{a^4 - b^2 f^2}}$.

On pourroit déterminer dans quelles rencontres ces quantités ſont égales, en cherchant la déclinaiſon que doit avoir l'aſtre, lorſque la hauteur polaire eſt donnée; ou en cherchant la hauteur polaire, lorſqu'on connoît la déclinaiſon. Sans ſe donner cette peine, on peut prendre pour régle, qu'il vaut toujours mieux obſerver l'aſtre lorſqu'il eſt dans le cercle horaire de ſix heures, que lorſqu'il eſt dans l'horiſon; remarquant néanmoins que l'avantage eſt ſi peu conſidérable, qu'il n'importe preſque point de ſe ſervir plutôt de l'une de ces circonſtances que de l'autre, dans tous les lieux qui ne ſont éloignés de l'équateur que de 45. ou 50. degrez. Dans les endroits qui ſont au-delà, l'obliquité de la Sphere (ſurtout ſi l'aſtre a une grande déclinaiſon) rend la difference plus ſenſible, en faiſant augmenter beaucoup dans l'horiſon, & l'erreur qui vient de la quantité dont on ſe trompe toujours dans la hauteur polaire, & celle qui eſt produite par la quantité dont on ſe trompe dans la hauteur même de l'aſtre; & alors la préférence eſt beaucoup plus décidée, pour le cas où l'aſtre ſe trouve dans le cercle horaire de ſix heures. Si l'on eſt, par éxemple, vers le ſolſtice d'Eté par 55. degrez 34. minutes de latitude ſeptentrionale, l'erreur totale qu'on aura à craindre, lorſqu'on obſervera la variation par le lever ou le coucher du Soleil, ſera de 45 minutes. Mais l'erreur diminuëra à meſure que l'aſtre s'élevera: car à 5. degrez de hauteur, l'erreur ne ſera que de 39. minutes: à dix degrez de hauteur, elle ne ſera que

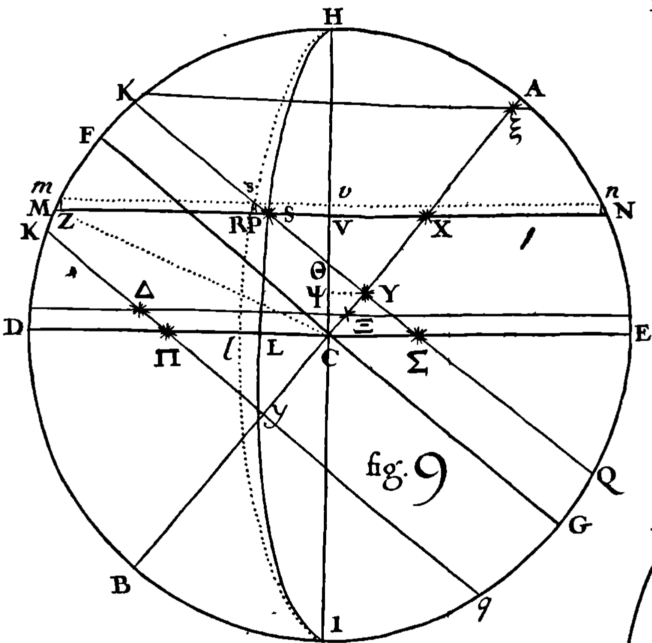
Pl. 1.

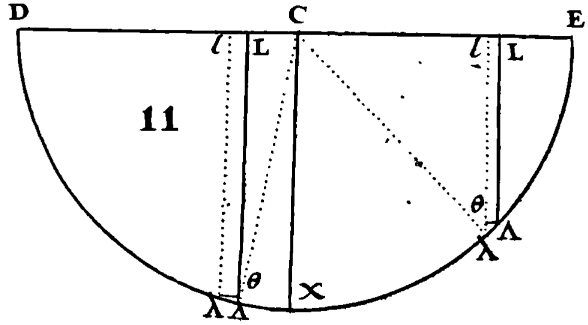
Prix de l'Académie 1731.

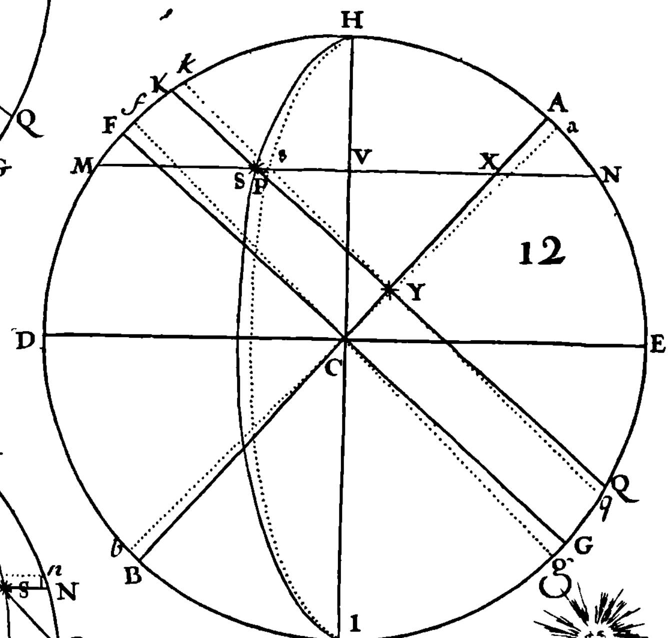


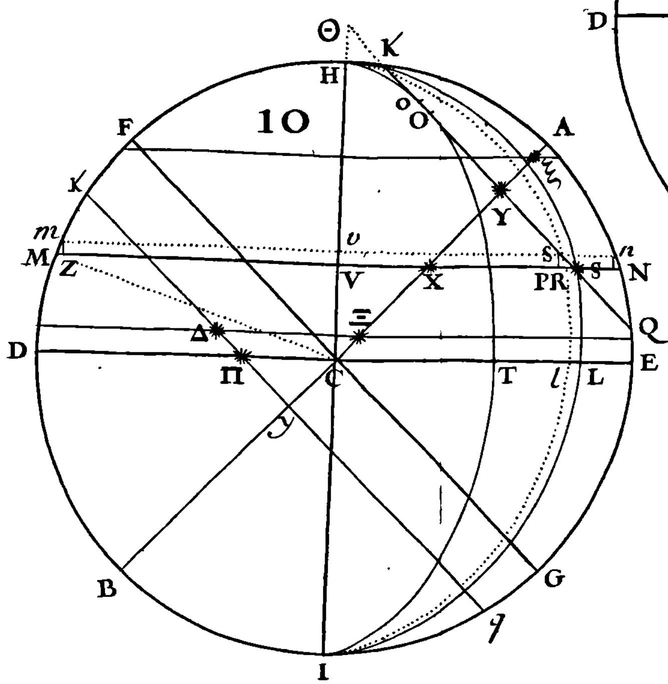
pl. 25.

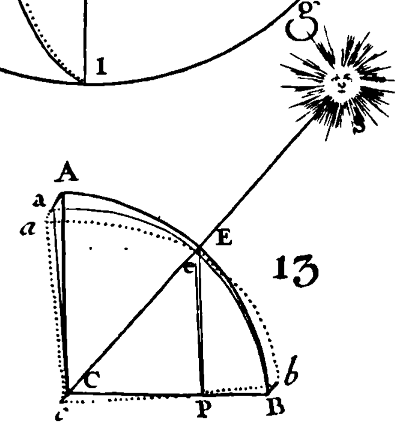
Prix de l'Académie. 1731.











plie quelquefois mal-à-propos le nombre, sans penser que c'est presque toujours multiplier les occasions de se tromper. Ce n'est pas la même chose lorsqu'on observe l'astre dans deux hauteurs correspondantes; il faut seulement qu'il y ait un temps considérable entre les deux observations, puisqu'elles doivent être faites de part & d'autre, ou dans l'horison, ou dans le cercle horaire de six heures, afin que les petites quantitez dont on est toujours sujet à se tromper, soient d'un moindre *moment*, ou tirent moins à conséquence. Mais dans un intervale de 10. ou 12. heures, il peut arriver souvent que la hauteur polaire & la déclinaison de l'astre changent d'une quantité sensible, & même aussi quelquefois la variation; & alors cette méthode qui paroît très-simple, parce qu'elle ne supose la connoissance d'aucun principe, cesse d'être immédiate, & devient très-compliquée, par l'attention expresse qu'on est obligé de faire aux changemens survenus entre les deux observations. Enfin comme tous les moyens d'observer la variation de la Boussole, engagent dans les mêmes opérations, il est constant que les remarques que nous venons de faire, sont non-seulement propres à nous apprendre ce que nous en devons penser, mais à nous faire connoître aussi dans quelles occasions on peut principalement les employer. Cet usage de nos réfléxions sera toujours facile, & comme elles sont d'ailleurs assez étenduës, il est temps de les terminer Nous les soumettons avec d'autant plus de plaisir au jugement de l'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES, que nous sçavons que cette célébre Compagnie ne se fait pas moins admirer par la sagesse de ses décisions sur tout ce qu'on lui présente, que par l'extrême beauté des differentes découvertes qu'elle produit elle-même tous les jours, & dont elle enrichit continuellement le Public.

FIN.

ENTRETIENS
SUR LA CAUSE
DE L'INCLINAISON
DES ORBITES
DES PLANETES.

Où l'on répond à la Queſtion propoſée par l'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES, pour le ſujet du Prix des années 1732. & 1734.

Par M. BOUGUER *de la même Academie, & Hydrographe du Roy au Havre de Grace.*

A PARIS, RUE S. JACQUES.
Chez CLAUDE JOMBERT, au coin de la ruë des Mathurins, A l'Image Notre-Dame.
M. DCC. XXXIV.

PRIVILEGE DU ROY.

LOUIS par la grace de Dieu Roy de France & de Navarre : A nos amés & feaux Conſeillers les gens tenant nos Cours de Parlement, Maîtres des Requêtes ordinaires de notre Hôtel, grand Conſeil, Prévôt de Paris, Baillifs, Sénéchaux, leurs Lieutenans Civils, & autres nos Juſticiers qu'il appartiendra, Salut. Notre Académie Roïale des Sciences nous a très-humblement fait expoſer, que depuis qu'il nous a plû lui donner par un Reglement nouveau de nouvelles marques de notre affection, elle s'eſt appliquée avec plus de ſoin à cultiver les Sciences qui font l'objet de ſes exercices; en ſorte qu'outre les Ouvrages qu'elle a déja donnés au Public, elle feroit en état d'en produire encore d'autres, s'il nous plaiſoit lui accorder de nouvelles Lettres de Privilege, attendu que celles que Nous lui avons accordées en datte du ſixiéme Avril 1699. n'aïant point eu de tems limité, ont été déclarées nulles par un Arrêt de notre Conſeil d'Etat du treiziéme Août 1713. celles de 1704. & celles de 1717. étant auſſi expirées. Et déſirant donner à notredite Académie en Corps & en particulier, & à chacun de ceux qui la compoſent, toutes les facilités & les moïens qui peuvent contribuer à rendre leurs travaux utiles au Public : Nous avons permis & permettons par ces Préſentes à notredite Académie de faire imprimer, vendre ou débiter dans tous les lieux de notre obéïſſance, par tel Imprimeur ou Libraire qu'elle voudra choiſir, en telle forme, marge, caracteres, & autant de fois que bon leur ſemblera, toutes les recherches ou Obſervations journalieres, & Relations annuelles de tout ce qui aura été fait dans notre Académie Roïale des Sciences; comme auſſi les Ouvrages, Mémoires ou Traités de chacun des Particuliers qui la compoſent, & généralement tout ce que notredite Académie jugera à propos de faire paroître, après avoir fait examiner leſdits Ouvrages, & jugé qu'ils ſont dignes de l'Impreſſion. Et ce pendant le tems & eſpace de ſix années conſécutives, à compter du jour de la datte deſd. Préſentes. Faiſons défenſes à toutes ſortes de perſonnes de quelque qualité & condition qu'elles ſoient d'en introduire d'impreſſions étrangeres dans aucun lieu de notre obéïſſance, comme auſſi à tous Imprimeurs, Libraires, & autres, d'imprimer, faire imprimer, vendre, faire vendre, débiter, ni contrefaire leſd. Ouvrages ci-deſſus ſpécifiés, en tout ni en partie, ni d'en faire aucuns extraits, ſous quelque prétexte que ce ſoit d'augmentation ou correction ; changement de titre, même en feüillets ſéparés, ou autrement, ſans la Permiſſion expreſſe & par écrit de notre Académie, ou de ceux qui auront droit d'elle, ou ſes aïans cauſe ; à peine de confiſcation des exemplaires contrefaits, de dix mille livres d'amende contre chacun des contrevenans, dont un tiers à Nous, un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, l'autre tiers au dénonciateur, & de tous dépens, dommages & interêts ; à la charge que ces Préſentes ſeront enrégiſtrées tout au long ſur le Regiſtre de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris dans trois mois de la datte d'icelles ; que l'impreſſion deſdits Ouvrages ſera faite dans notre Roïaume & non ailleurs, & que notredite Académie ſe conformera en tout aux Réglemens de la Librairie, & notammment à celui du 10. Avril 1723. & qu'avant de les expoſer en vente les Manuſcrits ou Imprimés qui auront ſervi de copie à l'impreſſion deſd. Ouvrages, ſeront remis dans le même état avec les approbations & certificats ès mains de notre très-cher & féal Chevalier Garde des Sceaux de France le ſieur Chauvelin, & qu'il en ſera enſuite remis deux exemplaires de chacun dans notre Bibliothéque Publique, un dans celle de notre Château du Louvre, & un dans celle de notre très-cher & féal Chevalier Garde des Sceaux de France le ſieur Chauvelin ; le tout à peine de nullité des Préſentes : du contenu deſquelles Nous mandons & enjoignons de faire joüir notred. Académie, ou ceux qui auront droit d'elle ou ſes aïans cauſes, pleinement & paiſiblement ſans ſouffrir qu'il leur ſoit fait aucun trouble ou empêchement. Voulons que la copie deſd. Préſentes qui ſera imprimée tout au long au commencement ou à la fin deſd. Ouvrages, ſoit tenuë pour dûëment ſignifiée, & qu'aux copies collationnées, par l'un de nos amés & féaux Conſeillers & Sécrétaires, foi ſoit ajoûtée comme à l'original. Commandons au premier notre Huiſſier ou Sergent de faire pour l'exécution d'icelles, tous actes requis & néceſſaires. Car tel eſt notre plaiſir.

Donné à Paris le 21. jour de Janvier l'an de grace mil ſept cens trente quatre, & de notre régne le dix-neuviéme. Par le Roi en ſon Conſeil.

SAINSON.

Contrôlé,

PRÉFACE.

DEPUIS que j'eus le bonheur il y a environ deux ans de poſſeder à la campagne mes trois amis Ariſte, Théodore & Eugene, à qui je dois les Entretiens ſuivans, il ne m'a pas été poſſible de les raſſembler, & je n'ai même pû recevoir des nouvelles que d'Eugene. Les deux autres ont entrepris différens voyages qui ont interrompu un commerce que je ne pouvois pas manquer de cultiver avec ſoin. C'eſt ce qui m'oblige de ſoumettre au jugement de l'ACADEMIE la Piéce que j'avois déja eu l'honneur de lui préſenter en 1731; & j'y joins ſeulement cette Préface, qui en contiendra une eſpéce d'extrait, avec la confirmation de divers Articles. Si j'avois pû avoir le conſentement de Théodore, j'eus retranché différentes choſes du premier Entretien, qui tendent à prouver que les attractions de M. Newton bien loin d'être contraires à la Philoſophie de M. Deſcartes, en ſont plutôt le ſuplément, & la perfection; en ce qu'elles peuvent appartenir auſſi-bien au Méchaniſme que les loix du mouvement. L'abſence de Théodore m'a empêché de rien changer: mais au ſurplus, plus j'ai éxaminé le fond des trois entretiens, plus je me ſuis confirmé dans la penſée où j'étois, qu'il n'eſt pas poſſible d'expliquer autrement l'obliquité du cours des Planetes. Il m'eſt permis de parler de la ſorte, & mes trois amis le pouroient faire auſſi; puiſqu'ils n'ont rien avancé & que je n'ai auſſi rien écrit, que ſur la foy des démonſtrations, & qu'après y avoir été comme forcé par le dégré d'évidence, dont ces matieres ſont ſuſceptibles. Mais ce n'eſt pas malheureuſement aſſez pour qu'un ouvrage ſoit bon, qu'il ne contienne que des véritez démontrées, autant qu'elles le peuvent être; il faut encore que ces véritez ſoyent expliquées avec clarté, & qu'elles ſoienr miſes dans une certaine diſpoſition qui leur eſt preſque toujours néceſſaire, pour qu'elles puiſſent fraper l'eſprit des Lecteurs. Sur cela je dois avoüer ingénument ma faute, & déclarer que les trois Entretiens que je préſente, ne peuvent pas manquer d'avoir perdu beaucoup de leur prix, en paſſant entre mes mains. Tout ce qui me raſſure, c'eſt que ſi la vérité expoſée avec peu d'adreſſe, tombe quelquefois dans l'obſcurité; ce n'eſt pas devant un Tribunal auſſi éclairé que celui qui doit prononcer dans cette rencontre.

Remarques ſur le premier Entretien.

J'ai dit que ſi j'avois cru le pouvoir faire pendant l'abſence de Théodore, j'eus ſuprimé une grande partie du premier Entretien, dans lequel il s'agit des attractions. Ce n'eſt pas que je ne croye que les raiſonnemens de Théodore ne ſoient aſſez fondés: Car il me paroît qu'il faut ſuivre néceſſairement la voye qu'il indique, pour découvrir toutes les loix de la nature. M. Deſcartes vouloit qu'on fermât les yeux, qu'on rentrât en ſoi-même; & qu'en éxaminant dans le ſilence des ſens extérieurs les propriétez de la matiere ou de l'étenduë, on tâchât de deviner comment les choſes ont été faites Mais on ne peut point aprendre de cette ſorte ſi l'Etre supreme s'eſt contenté d'établir une ſeule loy; cette loy par éxemple, que tous les corps doivent ſe mouvoir en ligne droite; ou s'il a jugé à propos d'en établir pluſieurs autres, qui doivent modifier celle-cy. Nous croyons donc qu'il faut faire usage des sens, qu'il faut ouvrir les yeux, faire une grande attention aux Phénomenes; & que si l'on parvient à démontrer qu'il y en a qu'on ne peut point expliquer par les loix du mouvement, il faut alors avoir nécessairement recours à quelque autre principe qui doit trouver également sa force & son efficacité dans la volonté toute-puissante de celui qui fait tout ce qu'il veut. Mais si cet article du premier Entretien ne laisse pas d'être éxact, on peut le regarder d'un autre côté comme formant une digression un peu longue, & nous sommes persuadés que Théodore, malgré son zéle pour la Philosophie Angloise, en conviendroit maintenant. D'ailleurs on ne fait dans tout le reste presqu'aucun usage des attractions, & il est outre cela certain, comme le prouve Euge e, que ces attractions bien loin d'être la cause de l'inclinaison de l'orbite des Planetes, elles ont dû travailler toujours au contraire à la diminuer un peu.

On prouve aussi dans le premier Entretien que l'inclinaison dont il s'agit, n'est pas causée, comme l'ont enseigné plusieurs Cartésiens, par le fluide qui se trouve resserré entre les Planetes, lorsqu'elles passent vis-à-vis les unes des autres, & qui les pousse chacune de leur côté par l'effort qu'il fait pour s'étendre. Cette cause, comme on le démontre, ne peut que faire varier un peu les inclinaisons, les faire tantôt augmenter & tantôt diminuer; mais ne peut pas les avoir produites, ni les avoir portées au point où elles sont. Enfin après avoir fait plusieurs réfléxions sur les divers changemens que peuvent recevoir les inclinaisons, & sur la maniere de reconnoître si elles sont causées par un fluide trop resserré qui pousse les Planetes en dehors, ou par les attractions qui tendent à les raprocher; on démontre que les Planetes suivent toujours sensiblement la direction du fluide qui les entraîne; & que pour peu qu'elles s'écartassent de cette direction à droit ou à gauche, elles y seroient bien-tôt ſenſiblement ramenées, par le choc lateral du fluide.

Remarques ſur le ſecond Entretien.

Tout cela confirme d'une maniere inconteſtable le ſentiment qu'on tâche d'établir dans le ſecond Entretien. On peut, en ſuivant l'Hypotheſe des Tourbillons du fameux Deſcartes, embraſſer deux différentes opinions ſur l'obliquité dû cours des Planetes, & du mouvement des couches à peu près Shériques, dont les tourbillons ſont formés. Ou bien dans le commencement des choſes; toutes les parties de chaque tourbillon circuloient éxactement dans le même ſens, & elles ont enſuite un peu changé de chemin: ou bien toutes les parties de matieres, mûës par une premiere impreſſion, ſuivoient d'abord une infinité de diverſes routes; mais après s'être choquées une infinité de fois, elles ont pris des directions moins obliques les unes par raport aux autres; & ſi elles ne s'accordent pas encore à ſe mouvoir ſenſiblement dans le même ſens, c'eſt parce qu'elles n'ont pas eu tout le temps de s'y aſſujettir. Les choſes, ſelon ces deux opinions, partent de deux points bien différens, pour venir à l'état d'obliquité où nous les voyons; elles partent ou du plus éxact parallelifme ou de la plus grande diverſité de directions. Mais il me paroît que le premier ſentiment n'eſt pas ſoutenable. Si toute la matiere du tourbillon s'étoit mûë d'abord dans le même ſens, rien enſuite ne l'auroit pû faire changer de chemin, & on verroit encore toutes les Planetes circuler aujourd'hui dans le plan de l'écliptique, & tourner toutes auſſi ſur leur propre centre éxactement dans le même ſens. Il eſt vrai que lorſque les Planetes ſe trouveroient heliocentriquement en conjonctions, il arriveroit quelque changement dans leurs cours par la réaction du fluide qui ſe trouveroit reſſerré entre deux; mais le changement ne ſeroit que paſſager, & ſeroit ſujet à une alternative continuelle; à peu près comme celui des 20. minutes qu'on obſerve dans la plus grande latitude de la Lune.

Nous devons ajoûter encore cette nouvelle conſidération, que ſi les Planetes pouvoient être détournées de leurs directions, le Soleil qui occupe le centre du tourbillon, devroit au moins toujours faire ſes circulations ſur ſon propre centre dans le même ſens; & ce ſeroit auſſi la même choſe de chaque Planete conſidérée par raport au petit tourbillon qui l'envelope. Notre petit tourbillon, par éxemple, doit circuler vers ſes extrêmitez à peu près dans le ſens de l'écliptique, c'eſt ce que nous ſçavons par le mouvement de la Lune : au lieu que nous voyons que notre terre fait ſes révolutions journalieres ſelon une direction qui différe de 23 deg. 29 min. de l'écliptique. Or peut-on imaginer quelque cauſe, qui ait pû faire tourner la Terre ſur ſon centre dans un ſens ſi éloigné, de celui que ſuit toute la matiere étherée qui nous environne? Supoſons même que la direction des couches ſuperieures de notre petit tourbillon ait été un peu changée par quelque agent extérieur; ſupoſons qu'elle ait été alterée de cinq ou ſix degrez : la Terre devroit toujours faire ſes révolutions ſur ſon propre centre dans le même ſens, ou n'auroit tout au plus changé de directions, que de cinq ou ſix degrez. En effet ſi une boule tourne ſur ſon centre, pendant qu'un fluide tourne autour d'elle préciſément dans le même ſens; il eſt certain que ſi l'on cauſe quelque changement dans le cours du fluide, ce changement ne ſe communiquera qu'en partie à la boule; & que la boule n'en recevra jamais un plus grand.

Ainſi bien loin de croire que toutes les parties de matiere, ont été mûës dans le commencement des choſes préciſément dans le même ſens, & qu'elles ont enſuite perdu cette conformité de directions; nous devons aſſurer au contraire, & nous devons regarder cela comme démontré, que les parties d'éther ont été portées de différens côtés par la premiere impreſſion qu'elles ont reçûës ; & que ſi nous voyons que preſque toutes les Planetes ſuivent encore dans leur circulation annuelle autour du Soleil, & dans leur révolution particuliere ſur leur propre centre, des directions fort différentes, c'eſt un reſte de l'eſpece de confuſion ou de déſordre dans lequel étoit d'abord toute la matiere. C'eſt ce qui s'accorde parfaitement avec la Tradition des Egyptiens que Hérodote nous a conſervée, que l'équateur de notre terre étoit autrefois perpendiculaire à l'écliptique. Cependant nous dirons ſimplement que notre ſentiment eſt comme démontré : Car outre que les choſes de Phyſique ne ſont pas ſuſceptibles comme celles de Géometrie, de démonſtrations rigoureuſes, nous ſommes encore très-perſuadés qu'on ne doit rien avancer qu'avec beaucoup de réſerve, lorſqu'on entreprend de pénétrer dans le ſécret de l'origine des choſes. Mais enfin ſi les tourbillons n'ont point été formés de la maniere dont nous le diſons : il eſt toujours très-certain que tout eſt actuellement diſpoſé, comme ſi la matiere avoit d'abord été mûë ſelon une infinité de divers ſens. Les parties qui forment chaque couche ſphérique, ont dû s'obliger aiſément par le choc à ſuivre éxactement le même chemin ; c'eſt pourquoi toutes ces parties ont décrit preſque dès le commencement, des cercles éxactement paralleles. Mais il eſt évident que les couches n'ont pas pû aſſujettir de la même maniere leurs voiſines à prendre la même direction : Car elles ne peuvent agir que très-peu les unes ſur les autres ; elles ne peuvent agir que par voye de friction, & que parce qu'il y a toujours entr'elles, malgré l'extréme fluidité de l'éther, quelque eſpece d'engrainement. Ainſi, quoique le mouvement des unes influë toujours un peu ſur le mouvement des autres, & que leurs directions deviennent continuellement plus conformes, il n'eſt point étonnant que nous remarquions encore aujourd'hui une grande obliquité dans tous les mouvemens céleſtes.

Ce que nous disons ici se trouve confirmé, autant qu'il peut l'être, par l'état où nous voyons les choses. Il est certain que la grandeur de l'action des couches d'un rourbillon les unes sur les autres, dépend du plus ou du moins de vitesse de ces couches; & aussi sçavons-nous qu'il y a une plus grande conformité de directions, dans tous les tourbillons particuliers où il y a plus de mouvement. Nous pouvons juger, par éxemple, par la grande vitesse avec laquelle tourne Jupiter sur son centre, & par la promptitude de la circulation de ses satellites, que les couches sphériques dont le tourbillon particulier qui environne cette Planete, est formé, ont dû agir avec une grande force les unes sur les autres, & mettre une prompte conformité entre leurs directions. C'est ce qui est cause qu'il se trouve moins d'obliquité dans Jupiter que dans toutes les autres Planetes, entre l'équateur selon lequel se font les révolutions journalieres, & l'Orbite selon laquelle se font les circulations annuelles autour du Soleil. Si nous éxaminons maintenant le petit tourbillon particulier qui environne la Terre, & que nous fassions attention qu'il tourne avec beaucoup moins de vitesse, nous reconnoîtrons que l'action des couches les unes sur les autres, doit être beaucoup plus foible, & qu'elle a dû travailler par conséquent avec moins d'efficacité à détruire l'obliquité des directions. C'est ce qui s'accorde encore avec l'expérience: Car la Terre en tournant sur son propre centre, & les couches d'éther qui nous environnent, suivent des routes fort différentes. Enfin si nous considerons que le tourbillon particulier de Vénus doit tourner avec une extrême lenteur, puisque Vénus qui n'est pas plus grosse que la Terre, employe cependant 23. ou 24. fois plus de temps à faire une révolution sur son centre, nous conclurrons que les couches sphériques dont ce tourbillon est formé, doivent agir encore beaucoup moins les unes sur les autres; & aussi sçait-on par les Observations de M. Bianchini, que l'équateur de cette

Planete fait encore un angle extrêmement grand, un angle d'environ 75. degrez, avec le plan de ſon Orbite.

Ce ſeroit un problême très-important à réſoudre pour l'Aſtronomie Phyſique, mais qui eſt d'une diſcution trop longue pour être traité avec la derniere éxactitude dans une Préface; que de chercher par quels dégrez les directions des couches dont un tourbillon eſt formé, doivent s'aprocher les unes des autres. Au lieu de conſidérer des ſurfaces ſphériques, nous nous contenterons d'éxaminer ici en paſſant des ſurfaces planes, que nous ſupposerons gliſſer de côté les unes ſur les autres; & nous chercherons les changemens qui doivent arriver à leurs directions par le frotement. Soient donc deux plans horiſontaux mis l'un ſur l'autre, & qui ſe touchent immédiatement dans tous leurs points, & que l'un ſe meuve ſelon la direction horiſontale A B, & de la quantité A B, pendant que l'autre ſe meut ſelon la direction horiſontale A C de la quantité A C égale à A B. *figure* 1. Comme ces deux plans ne ſont pas cenſés ſe toucher par des ſurfaces parfaitement Mathématiques, ils ſeront ſujets à une friction réciproque & continuelle, & il eſt évident que le point A de l'un & le point A de l'autre, en ſe rencontrant en A, ſe heurteront avec la viteſſe reſpective BC; puiſque ces deux points s'éloignent l'un de l'autre de la quantité B C. pendant que le premier parcourt l'eſpace A B, & que le ſecond parcourt l'eſpace égal A C. En effet les deux plans ont déja quelque conformité dans leurs mouvemens: ils s'accordent à avancer ſelon A D; & on peut dire qu'ils ne ſe meuvent point l'un par raport à l'autre ſelon cette détermination. Mais ce n'eſt pas la même choſe du mouvement lateral, de l'un ſelon D B, & de l'autre ſelon D C: Ces deux mouvemens ſont contraires, & il eſt clair que les points des deux plans doivent ſe heurter avec la viteſſe B C, ſomme des deux viteſſes laterales D B & D C. Or cet eſpece de choc qui ſe fait ainſi

ainsi entre les points des deux plans, doit faire diminuer leur vitesse respective, & doit toujours la faire diminuer d'une quantité proportionnelle, pourvû qu'il ne se fasse par le frotement aucun changement dans les petites inégalitez des deux surfaces. C'est-à-dire donc, qu'après que la vitesse respective B C sera diminuée, par éxemple, d'une dixiéme partie B b d'un côté, & d'une dixiéme partie C c de l'autre, la nouvelle vitesse respective b c qui sera plus petite, diminuëra également dans un temps égal de deux de ses dixiémes parties. Ainsi on voit évidemment, que lorsque les directions A B & A C se changent continuellement en d'autres A b & A c, les détours successifs ne sont point égaux; mais qu'ils sont continuellement proportionnels à la vitesse respective. Il suit delà que les lignes D B, D b, &c. qu'on peut prendre pour les tangentes de la moitié des angles B A D de l'obliquité des directions, diminuënt en progression Géometrique, ou diminuent en même raison que les Ordonnées de la ligne courbe, qu'on nomme logistique ou logarithmique.

Mais il n'a point encore été question jusques à présent de la vitesse absoluë avec laquelle les deux plans glissent l'un sur l'autre. Il me paroît que cette vitesse n'aporte aucune différence dans l'action particuliere de chaque point contre chaque point. Car que A B & A C soient deux fois plus grandes ou deux fois plus petites; la soutendante B C sera aussi deux fois plus grande ou deux fois plus petite, de même que les petits détours B b & C c; mais les angles B A b & C A c seront toujours les mêmes. Cependant l'action devient plus grande ou plus petite; mais c'est simplement parce qu'il y a dans un temps égal un plus grand ou un moindre nombre de points qui se heurtent ou qui se froissent : De sorte qu'eu égard à tout, les détours B b & C c, causés dans chaque instant par la friction totale, sont proportionels aux produits des vitesses absoluës A B ou A C par les tangentes DB de la moitié des angles BAD de l'obliquité des directions. Ainsi si nous nommons la ligne constante AD; x la ligne variable DB, & a ses diminutions momentanées B ; t les temps pendant lesquels se font les changemens de directions, & les parties infiniment petites de ces temps, nous aurons $x\sqrt{a^2+x^2}$ ($= BD \times AB = BD \times \sqrt{AD+DB}$) pour le produit qui est continuellement proportionel à la petite diminution dx que reçoit sans cesse ; & nous pourons faire cette analogie, la constante a ou plutôt ^{2} (afin d'observer l'Homogené té) est à dt, comme $x\sqrt{a^2+x^2}$ est à dx : ce qui donne $dt \times x\sqrt{a^2+x^2} = a^2dx$, & $dt = \frac{a^2dx}{x\sqrt{a^2+x^2}}$. Or cette équation différentielle apartient à l'Hyperbole équilatere comparée à son second axe; & si l'on veut pour la facilité des aplications qu'on en voudra faire, la transformer en une équation logarithmique, on n'a qu'à prendre une nouvelle inconnuë s; & supofez qu'elle est telle que $x = \frac{2\sqrt{2} \times a^2 s}{2s^2 - a^2}$, ou que $S = \sqrt{\frac{1}{2}} \times \frac{a^2 + a\sqrt{a^2+x^2}}{x}$. On trouvera effectivement, en introduisant $\frac{2\sqrt{2a^2s}}{2s^2-a^2}$ à la place de x, & $\frac{4\sqrt{2a^2s^2ds}+2\sqrt{2a^4ds}}{\overline{2s^2-a^2}^2}$ à la place de dx, cette autre équation $dt = \frac{ads}{S}$; & on aura par conséquent $t = Ls$; ou si l'on rétablit x, on aura $t = L\sqrt{\frac{1}{2}} \times \frac{a^2+a\sqrt{a^2+x^2}}{x}$, ou à cause de la nature des logarithmes, $t = L\frac{a^2+a\sqrt{a^2+x^2}}{x} - \frac{1}{2}L2$.

Cette derniere équation qui nous aprend que les temps t que les directions AB & AC mettent à changer de situation, sont proportionels aux logarithmes de

$\frac{a^2+a\sqrt{a^2+x^2}}{x}$ moins la moitié du logarithme de 2, nous indique en même temps une proprieté fort ſimple & fort remarquable. Car ſi du point A comme centre, & de l'intervale AD, on décrit le demi-cercle LDM, & qu'après avoir prolongé BA juſqu'en M, on tire au point M une tangente MN au cercle, & qu'on le conduiſe juſqu'à la rencontre de BC prolongée en N, on aura MN pour la valeur de $\frac{a^2+a\sqrt{a^2+x^2}}{x}$; puiſque la reſſemblance des triangles rectangles ADB & NMB, donne cette proportion, $BD = x\ AD = a :: MB = MA + AB = a + \sqrt{a^2+x^2}.\ MN = \frac{a^2+a\sqrt{a^2+x^2}}{x}.$ Ainſi les temps t, qui ſont proportionels aux logarithmes de $\frac{a^2+a\sqrt{a^2+x^2}}{x}$ moins la moitié du logarithme de 2, ſont auſſi proportionels aux logarithmes de MN moins la moitié du logarithme de 2. Il eſt évident d'un autre côté que MN eſt la tangente du complement du quart de l'obliquité des directions AB, & AC; Car l'angle MAN eſt le complement de l'angle ANM, qui eſt la moitié de l'angle BNM, & ce dernier angle eſt égal à l'angle BAD de la derniere obliquité. On voit donc qu'il n'y a qu'à prendre les log. tang. compl. du quart de l'obliquité des directions, & en retrancher la moitié du log. de 2, ou le nombre conſtant 1505150; & que les reſtes ſeront proportionels aux temps t; & par conſéquent les différences de ces reſtes, ou les différences mêmes des log. tang. ſeront proportionelles aux différences ou aux parties de temps, correſpondantes.

Si l'on veut maintenant appliquer cette premiere ébauche de Théorie à quelque tourbillon particulier, comme par éxemple, à celui de la Terre, on acquerra au moins quelque notion de la lenteur avec laquelle toutes les couches d'éther travaillent mutuellement à mettre de la conformité dans leurs directions. Si l'on considére les couches les plus éloignées de nous, & celles qui en sont les plus proches, on trouvera une obliquité d'environ 23 deg. 29 min. & on poura suposer que cette obliquité diminuë maintenant d'environ une minute par siécle. Or si l'on veut trouver après cela combien l'équateur de notre terre auroit dû employer de temps, pour passer de l'état de perpendicularité qu'il avoit autrefois par raport à l'écliptique, selon les Egyptiens, à l'état où il est à présent, nous n'avons qu'à faire cette analogie; la différence 3115. des log. tang. compl. des quarts de 23 deg. 29 min. & de 23. deg. 28 min. est à un siécle, comme la différence 6051225 des log. tang. compl. des quarts de 90 deg. & de 23 deg. 29 min. est à environ 1942 siécles ou à 194. mille ans; & tel seroit donc le temps écoulé depuis l'époque dont parle Hérodote. Mais comme cette durée est beaucoup trop longue, pour s'accorder avec ce que nous sçavons d'ailleurs, on peut soupçonner que l'équateur n'a jamais été perpendiculaire, ni presque perpendiculaire à l'écliptique : De sorte que la Tradition des Egyptiens ne peut être vraye qu'en cela; que dans le commencement des choses, l'angle que formoient ces deux cercles, étoit beaucoup plus grand.

On peut chercher de la même maniere combien il faut de temps pour que l'obliquité diminuë d'une certaine quantité, pour qu'elle se réduise, par éxemple, à 20 degrez justes. Il n'y aura simplement qu'à faire cette analogie; 3115 est à un siécle, comme la différence 701500 des log. tang. compl. des quarts de 23 deg. 29 min. & de 20 degr. est à 225 siécles & un cinquiéme; de sorte qu'il faut environ 22520 ans, pour que l'inclinaison de l'équateur pat raport à l'écliptique, ne se trouve plus que de 20 degr. On voit par la lenteur de la diminution qu'il faudroit une suite étonnante de siécles, pour faire disparoître toute l'obliquité : mais en faisant un peu plus d'attention à la nature du Problême, on s'aperçoit que l'obliquité ne doit jamais se détruire entierement, & que les directions des couches ne peuvent devenir que sensiblement paralleles.

Si nous passons des tourbillons particuliers au grand tourbillon qui les renferme tous, & qui a le Soleil pour centre, nous pourons faire aussi à peu près les mêmes remarques; & si nous trouvons qu'il y a beaucoup plus de conformité entre ses directions, il nous sera facile de reconnoître que cela vient de la rapidité du mouvement, & de ce que les couches par leurs plus grandes actions, se sont assujeties beaucoup plutôt à se mouvoir à peu près dans le même sens. On remarque encore des effets de cette action dans le progrès des nœuds, & peut-être aussi dans le changement d'inclinaison des Planetes. Enfin toutes les parties s'acheminent sans cesse, mais avec lenteur, vers cet état d'uniformité, ou si l'on veut, de perfection, dans lequel tous les mouvemens s'accompliroient dans le même sens. L'écliptique même, ou la route que trace la terre, ne doit joüir d'aucune exception particuliere; & il est constant que comme elle est plus éloignée du chemin commun, elle doit être aussi plus exposée à l'action des couches d'éther, qui sont au-dessus & au-dessous. Ce n'est en effet que par un reste de Péripatétisme qu'on a pû s'imaginer que l'écliptique devoit être absolument immobile, pendant que les Orbites de toutes les Planetes changent continuellement de place. Par une prévention à peu près semblable, quelques Auteurs ont crû que si l'écliptique changeoit de situation, il devoit le faire sur les deux points des équinoxes; au lieu qu'on fait voir que ce doit être sur des points très-différens; sur des points situés vers le commencement de *Gemini* & d'*Arcitenens*.

Il nous reste à répondre à une objection tirée du mouvement des Cometes, qui paroissent s'éloigner souvent par l'obliquité de leurs cours, de la direction que doit avoir la matiere Celeste ; & nous sommes d'autant plus obligés de satisfaire à cette difficulté, qu'elle a été comme attachée * au sujet du Prix, par M. Cassini, un des plus illustres Membres de l'Académie des Sciences. Mais ce même Académicien a lui-même fourni la meilleure des réponses, en montrant & en prouvant que la grande obliquité, par raport à l'écliptique, qu'on observe dans l'Orbite des Cometes, n'est le plus souvent qu'apparente, & qu'elle vient du mouvement de la Terre, qui doit même quelquefois nous faire paroître les Cometes rétrogrades, de même que les Planetes supérieures. C'est ce que nous avons aussi trouvé en rapellant au calcul un assez grand nombre d'Observations. Il se peut faire outre cela que quelques Cometes, au lieu d'apartenir à notre tourbillon Solaire, apartiennent à quelques tourbillons voisins, & dans ce cas elles doivent suivre le cours de ces tourbillons, qui peut être fort oblique par raport au cours du nôtre. Il n'y a pas lieu de croire que les tourbillons soient éxactement sphériques ; ils peuvent être fort applatis vers les poles : Car nous ne voyons rien qui puisse empêcher de leur apliquer la plus grande partie des Remarques que fait M. de Maupertuis dans son ingénieux Discours sur la figure des Astres. Or si les tourbillons ont la forme d'une espece de meule, par la grande force centrifuge qu'ils ont dans leur équateur ; une Comete qui nous paroît à quelque distance de l'écliptique, peut fort bien n'être pas fort éloignée de nous, & circuler cependant dans un autre tourbillon. Elle peut être, ou une Planete principale, ou un Satellite d'une Planete principale ; & être par conséquent sujete aux mêmes loix dans ce tourbillon que toutes nos Planetes dans le nôtre.

* Dans l'assemblée publique d'après Pâques de 1730.

Remarques sur le troisiéme Entretien.

Mais nous voici enfin parvenus au troisiéme Entretien ;

dont il ne nous reste plus qu'à faire un court extrait. Cet Entretien est destiné à l'explication de différentes choses particulieres & détachées. Il s'agit d'abord de la précession des équinoxes, & on fait voir qu'on ne peut l'attribuer qu'à l'action des couches les unes sur les autres de notre petit tourbillon ; action qui se transmet à la fin jusqu'à notre globe. On montre à cette occasion que la Terre en tournant autour du Soleil de même que les autres Planetes, tend par elle-même à conserver un éxact parallelisme dans la situation de son axe & de son équateur : De sorte qu'on prétend que ces especes de vis * qu'a imaginé M. Descartes, pour donner aux Planetes une situation constante, sont absolument inutiles.

* La matiere canelée.

Ce qu'on dit à ce sujet, peut recevoir un nouveau degré de confirmation par quelques expériences très-simples. Si l'on prend une assiéte parfaitement ronde, & qui ne soit point godronnée, & qu'après l'avoir renversée, on la soûtienne sur la pointe d'une aiguille, on poura en la portant ainsi, se promener dans la chambre, faire plusieurs tours, aller & revenir ; & on verra avec quelque espece d'étonnement que l'assiete malgré tous les mouvemens, aura conservé sa premiere situation ; ce qu'on reconnoîtra à quelque marque qu'on aura faite. Pour rendre l'expérience encore plus conforme à ce qui se passe dans le Ciel, on n'a qu'à faire floter dans un vase rempli d'eau, un corps parfaitement rond, comme une boule de bois dont on aura poli la surface ; & il sera facile de remarquer, lorsqu'on transportera le vase, que la boule affecte toujours la même situation, & qu'elle ne reçoit qu'avec difficulté les mouvemens irréguliers du vase, par l'entremise de l'eau. Or tout cela fait toucher au doigt cette vérité importante, & cependant méconnuë des Cartésiens, que notre transport continuel autour du Soleil, ne doit point empêcher la Terre de conserver éxactement le parallelisme de son axe. Ainsi c'est l'éther qui nous environne, qui peut seul produire le leger changement de ſituations que nous obſervons: Mais comme l'éther eſt incomparablement plus fluide que l'eau du vaſe dont nous venons de parler, les mouvemens de ſes couches n'influent preſque point les uns ſur les autres ; & c'eſt ce qui fait que la ſituation ne change gueres.

On montre auſſi la dépendance ſécrete qu'il y a entre la préceſſion des équinoxes & le retardement des nœuds de la Lune ; & on explique enſuite les changemens que reçoit l'inclinaiſon de cette petite Planete : Mais nous n'inſiſterons que ſur la remarque qui finit cet Entretien, parce qu'elle nous paroît mériter une attention particuliere. Eugene après avoir parlé des latitudes de la Lune, entreprend de marquer les effets que doivent produire les changemens de latitude ſur la viteſſe de ce Satellite de la Terre. Il préſume qu'outre les augmentations de viteſſe qu'on remarque proche des Syzygies, & que Tycho a obſervé le premier, on doit trouver encore une plus grande augmentation, lorſque la Planete a peu de latitude ; parce qu'elle paſſe alors dans l'endroit de notre tourbillon le plus étroit, & où elle doit recevoir le plus de mouvement de la matiere éthe-rée qui la tranſporte autour de la Terre. Cette remarque eſt ſi conforme aux principes de la plus ſure Méchanique, que nous ne pouvons pas la regarder comme une penſée purement hazardée : Mais ce qui nous perſuade encore plus qu'elle ne doit point être mépriſée des Aſtronomes, c'eſt qu'en r'éxaminant depuis le même ſujet, nous avons eu le plaiſir de voir qu'il ſe paſſe quelque choſe de ſemblable dans les conjonctions des Planetes principales, qui doivent toujours agir un peu les unes ſur les autres par leur rencontre, & qui ne le font cependant d'une maniere ſenſible, que lorſqu'elles ſe trouvent en conjonctions proche de leurs nœuds mutuels, ou proche de l'interſection réciproque de leurs Orbites.

Saturne

Saturne pouſſe aſſez loin l'irrégularité dans ſes mouvemens, pour qu'on pût ſoupçonner, il y a quelque temps qu'il avoit perdu de ſa viteſſe par la ſuite de ſes révolutions. C'eſt ce qui réſultoit, ce ſemble, des obſervations faites vers le milieu du dernier ſiécle par le Pere Riccioli & par Hévélius, depuis 1642. juſqu'en 1671. Le mouvement de cette Planete a enſuite augmenté juſqu'au commencement de ce ſiécle, après lequel il a diminué derechef. Ce changement a paru ne ſuivre aucune regle, & ne peut point être attribué aux conjonctions en général, puiſqu'il s'en fait dans toutes les révolutions: Mais nous croyons avoir indiqué la vraye cauſe de l'irrégularité dont il s'agit, en diſtinguant entre les conjonctions, celles qui ſe font proche des nœuds mutuels. Toutes les fois que des Planetes, telles que Jupiter & Saturne, qui ſont environnées de tourbillons particuliers fort étendus, paſſent vis-à-vis les uns des autres, elles rétreciſſent le paſſage de la matiere étherée du grand tourbillon qui les tranſporte autour du Soleil, & cette matiere qui ne peut pas manquer de ſe mouvoir avec plus de viteſſe, doit en communiquer aux Planetes, qui ſe trouveront enſuite pendant long-temps un peu plus avancées. Mais il faut remarquer que cet effet ne devient aſſez grand pour être ſenſible, que lorſque les deux Planetes ſe trouvent en conjonctions proche de leur nœud mutuel; parce que c'eſt alors que ſe trouvant l'une éxactement au-deſſus de l'autre, le paſſage de la matiere étherée eſt plus conſidérablement rétreci. Ainſi ſi en comparant les obſervations de 1671. avec celles de 1700. & de 1701, Saturne paroît être allé un peu plus vite; nous en avons la cauſe dans ſa conjonction avec Jupiter, qui s'eſt faite en 1683, fort proche du nœud mutuel de ces deux Planetes, qui ſe trouve au ſeptiéme degré du Signe du Lion. Une autre conjonction ſe fera encore aſſez proche de ce même nœud en 1742; & la viteſſe de Saturne ſe trouvera encore alors un peu augmentée. Au ſurplus, quoique toutes ces choſes nous paroiſſent tout-à-fait évidentes, nous attendrons néanmoins le Jugement de L'ACADEMIE; pour ſçavoir le Jugement que nous en devons porter nous-mêmes.

Le 1. *d'Aouſt* 1733.

ENTRETIENS
SUR LA CAUSE
DE L'INCLINAISON
DES ORBITES DES PLANETES.

PREMIER ENTRETIEN.

Après avoir fait une digreſſion ſur la nature des attractions; on montre qu'elles ne ſont pas propres à réſoudre la Queſtion propoſée par l'Académie, & on fait voir que les explications qu'ont donné quelques Cartéſiens, ne ſont pas plus ſuffiſantes. On prouve enſuite que les Planetes ſe meuvent autour du Soleil préciſément dans le même ſens que le Fluide qui les entraîne.

IL y avoit déja quelques jours que Théodore, Ariſte & Eugene étoient chez moi à la campagne où ils ſe délaſſoient des embarras de la Ville, lorſque nous aprîmes par une Lettre de Paris que l'Académie Royale des Sciences propoſoit pour ſujet du Prix qu'elle doit diſtribuer en 1732 *, d'expli-

* On écrivoit ceci vers le commencement de 1731.

quer pourquoi les Planetes ne se meuvent pas précisément dans le même sens, en faisant leur révolution autour du Soleil. Nous joüissions d'un grand loisir; nous n'avions rien de mieux à faire; & comme je sçavois que mes trois amis s'entretenoient volontiers des choses de Physique, je ne laissai point échaper cette occasion de les jetter sur une matiere qui me fait à moi-même beaucoup de plaisir, quoique je ne la possede que bien peu. Théodore par la lecture des Ouvrages de Képler & de ceux de Newton, ce grand Géometre dont la mémoire vivra toujours, est devenu Partisan zélé des attractions: Il admire sans cesse cette heureuse convenance qui fait qu'il suffit de les suposer, pour pouvoir expliquer sans peine les Phénomenes les plus difficiles. Ariste & Eugenes sont Cartésiens; le premier l'est rigoureusement; mais le second plus libre dans ses sentimens, s'éloigne souvent de ceux de Descartes. Il prétend seulement avec ce Philosophe que rien ne s'éxecute dans l'Univers matériel que par la configuration des corps, & que par leur mouvement. Au reste je pourois ajoûter que ces trois Messieurs sont d'une parfaite probité; & que s'ils cultivent l'homme Sçavant, ils cultivent encore beaucoup plus l'homme Moral.

Je leur demandai, si ce seroit un Sectateur de Descartes ou de Newton, qui résoudroit la question proposée par l'Académie. Un des Cartésiens, je ne me souviens pas lequel, répondit que l'Académie s'étoit déja assez expliquée sur les attractions; & que quoiqu'elle sentît parfaitement toute la beauté de la Philosophie que désormais on peut appeller Angloise, elle ne reconnoissoit cependant dans la Physique que les seules causes Méchaniques. Il n'en fallut pas davantage pour exciter tout le zéle de Théodore, qui trouva extraordinaire que les Cartésiens, après avoir éprouvé une infinité de fois l'insuffisance ou l'infécondité de leurs principes, refusassent encore d'admettre les attractions, & de les regarder comme une loy de la Nature. Vous ne faites pas attention, dit-il, que ce n'eſt pas renoncer au méchaniſme que d'avoir recours à un nouveau principe, lorſqu'il le faut abſolument; c'eſt reconnoître ſeulement que le Méchaniſme contient plus de différentes loix qu'on ne l'a crû juſqu'ici. Or vos tourbillons ne s'accordent point avec les différentes circonſtances du mouvement des Aſtres: Vous n'avez rien dit de plauſible ſur la peſanteur des Graves; vous ne réüſſiſſez pas mieux à expliquer certaines proprietés de la lumiere; vous ne.... Rien ne prouve mieux qu'outre les regles ordinaires de la Méchanique, il y en a quelqu'autre dans la Nature que vous ne connoiſſez pas, & qui fait cependant partie du Méchaniſme.

Les deux Cartéſiens vouloient interrompre notre Partiſan des attractions; mais il ne leur fut pas poſſible. Je vois bien, continua-t-il, que vous voulez m'objecter que c'eſt revenir aux vertus ou facultés occultes qui ont regné ſi long-temps dans l'Ecole, & qu'on en a enfin proſcrites. Mais remarqués que chaque faculté ou chaque vertu n'étoit imaginée que pour rendre raiſon d'un effet particulier, & qu'outre cela on la regardoit comme une eſpece de ſubſtance qui éxiſtoit indépendamment & à part de la choſe qu'elle affectoit. Mais les attractions telles qu'elles ſont ſupoſées par les Anglois, ou telles qu'elles le doivent être, ne ſont pas faites pour n'expliquer qu'un ſeul Phénomene: leur uſage eſt preſque auſſi étendu que celui des loix du mouvement. Enfin il ſuffit de déclarer que leur force *attirante* ou *mouvante* n'eſt autre choſe que la volonté même de l'Auteur de la Nature, pour prévenir l'erreur où l'on pouroit tomber, de les confondre avec les qualités Péripatéticienes. J'ajoûte encore à l'avantage des attractions, que l'obſcurité que vous croyez y voir, n'eſt qu'apparente, & qu'elle vient de ce que vous voulez les expliquer par les loix du mouvement; ne faiſant pas attention que cette entreprife n'eft pas plus légitime, que fi vous prétendiez déduire les loix du mouvement de celles des attractions. Les loix de la Nature font paralleles: Ce font des fources qui mêlent fouvent leurs eaux; mais qui font elles-mêmes féparées, & au-delà defquelles on ne doit point aller en Phyfique; de même qu'en Géometrie, on ne remonte point au-delà des axiomes, & qu'on ne les explique point les uns par les autres.

Au furplus, continua Théodore, les loix du mouvement ne font-elles pas elles-mêmes auffi fujettes à quelque difficulté, lorfqu'on les confidére d'une certaine façon? N'eft-il pas furprenant, par éxemple, qu'un corps pouffé en même temps felon deux différentes directions, embraffe toujours fur le champ, & avant qu'on s'en foit aperçû, la diagonale d'un certain parallelograme, fans tenter jamais aucune autre voye, ni en changer pour venir enfin à cette diagonale? Si je vous faifois bien fentir toute cette difficulté, & fi nous l'éxaminions enfuite attentivement, vous verriez qu'elle tire fon origine, de même que plufieurs autres, de ce qu'il y a de Métaphyfique dans l'établiffement des loix-mêmes du mouvement; ou pour m'expliquer en d'autres termes, qu'elle vient de ce qu'on veut mal-à-propos donner une explication Phyfique d'une chofe qui n'a point de caufe corporelle, & qui ne s'éxecute que par l'efficacité que l'Etre fuprême eft Maître d'attacher aux loix qu'il établit. Il fe trouve une pareille obfcurité dans les attractions; mais on peut auffi y faire la même réponfe: Car fi les corps s'attirent mutuellement, & s'ils s'attirent felon certaines regles, c'eft parce que toute la Nature eft obéïffante aux loix que fon Auteur lui impofe; & c'eft auffi par la même raifon que les corps fe communiquent du mouvement, lorfqu'ils fe choquent.

Théodore avança plufieurs autres chofes, dont je ne puis pas affez me fouvenir; mais il nous dit enfin qu'il fe taifoit, & qu'il alloit nous écouter avec toute l'attention dont il étoit capable. Nous devons vous être trop obligés de cette grace, repartit Eugene, pour que nous ne nous hâtions pas d'en profiter. Vous ſupoſés toujours que les principes ordinaires de la Méchanique n'ont pas aſſez de fécondité pour pouvoir produire en ſe combinant de toutes les manieres, cette charmante variété que nous admirons dans l'Univers. Mais c'eſt ce que perſonne n'a encore prouvé, quoiqu'il fallût commencer par-là, pour ſe mettre en droit d'établir un nouveau principe. Ce ſeroit-là vous offrir une trop vaſte carriere : mais faites-nous voir ici ſeulement, puiſque l'occaſion s'en préſente, qu'il n'eſt pas poſſible avec les loix vulgaires du Méchaniſme, d'expliquer la différente Inclinaiſon des Planetes. Cela bien démontré, nous commencerons à reconnoître que les regles ordinaires du mouvement ne ſuffiſent pas, & qu'ainſi elles ne ſont pas les ſeules de la Nature : Nous trouvant enſuite forcés d'en admettre quelques autres, il ne nous coûtera rien pour vous faire plaiſir, de donner la préférence aux attractions.

Vous faites en vérité parfaitement bien vos conditions ; répondit Théodore. Je ne doute pas qu'on ne puiſſe donner une explication complete de pluſieurs Phénomenes, en ne ſupoſant que les loix ordinaires du mouvement ; de même qu'en n'employant que quelqu'une de ces dernieres loix, on vient à bout de rendre raiſon de certains effets. Mais il ſuffit que nous trouvions un ſeul Phénomene, un ſeul cas, qu'on ne puiſſe pas abſolument expliquer avec un pareil ſecours, pour que nous ſoyons en droit de conclure, que la Nature nous a fait un ſecret de quelques autres de ces regles, dont elle ſçait ſe ſervir dans l'occaſion. D'ailleurs les Cartéſiens mitigés comme vous, Eugene, rendent aiſément raiſon de chaque choſe priſe ſéparément ; & cela parce-qu'ils ſe permettent tant de différentes ſupoſitions, qu'à la fin les principes Cartéſiens deviennent aſſez féconds, pour produire ſeuls l'effet qu'on veut expliquer. S'agit-il, par éxemple, de tourbillons; l'un de vous ſupoſera la matiere étherée plus denſe vers le centre, pendant qu'un autre qui voudra donner la cauſe de quelqu'autre Phénomene, rendra cette matiere plus denſe vers la circonférence; & un troiſiéme ſera encore bien reçû à ſupoſer par tout une denſité uniforme. Je ne puis pas m'empêcher après cela de vous comparer tous à une troupe d'Horlogers qui entreprendroient de faire une Pendule, mais qui y travailleroient ſéparément, ſans s'aſſujettir à la même meſure, ni aux différens raports que doivent avoir toutes les parties. Vous agiſſez à peu près de la même maniere: L'un explique la cauſe de la peſanteur, l'autre la cauſe de la dureté des corps; & je vous vois en train de parler de l'Inclinaiſon des Planetes: mais tout cela, ce ſont différentes parties de la Pendule qu'on ne poura jamais raſſembler; parce qu'elles ne ſont pas faites les unes pour les autres. De ſorte qu'après avoir donné des explications ſur tout, vous verrez avec étonnement qu'il n'y aura rien d'expliqué, & que vous ſerez enfin obligés de vous faire Newtoniens.

Mais pour répondre à l'invitation que vous venez de me faire, de montrer que les regles vulgaires du Méchaniſme ne ſuffiſent pas; je vais non ſeulement refuter toutes les différentes explications qu'on a données juſques à préſent de la cauſe de la peſanteur, mais vous faire voir auſſi par un dénombrement éxact de tous les autres moyens qui ſont conformes aux idées de Deſcartes; que ce Phénomene n'eſt point explicable, tant qu'on n'admet que les ſeuls principes de cet Auteur. Si vous l'aimez mieux, je prendrai quelqu'autre point de Phyſique: Car il y en a pluſieurs qui ſont également propres à mon deſſein. Voulez-vous que nous éxaminions l'excentricité des . . . . , ? Oh non, dirent nos deux Cartéſiens: Pour une pareille entrepriſe, il nous faudroit un plus grand loiſir; la diſcution ſeroit longue, & vous

ſçavez

ſçavez que nous devons ce ſoir nous en retourner. Mais comment voulez-vous donc, réprit Théodore, que je réponde à la Queſtion propoſée par l'Académie? Je me ſers des attractions ſans les établir, ma Piéce ne ſera point admiſe; & malheureuſement je ne puis réüſſir à montrer que ces ſortes de forces ont lieu dans la Nature, qu'en faiſant différentes incurſions ſur toutes les parties de la Phyſique, afin de faire voir que les principes ordinaires n'ont pas toute la fécondité néceſſaire. Ma foy, reprit Ariſte en riant, vous ferez tout auſſi-bien de renoncer de bonne grace aux honneurs du Triomphe, ou bien rendez-vous Cartéſien pour quelque temps: Car il y a lieu de croire, & il paroît que vous en convenez, que l'Inclinaiſon des Planetes eſt un de ces Phénomenes dans leſquels l'attraction n'a que peu de part. Il eſt cependant vrai que la ſuppoſition de ce principe vous fournit différentes choſes fort ingénieuſes ſur le mouvement des nœuds, & ſur le changement d'Inclinaiſon de la Lune & des autres Satellites. Mais vous ne réüſſiſſez pas également, lorſque vous traitez de l'inclinaiſon des Planetes principales. Quoiqu'il n'y ait rien de régulier ni dans ces Inclinaiſons, ni dans la ſituation de ces nœuds, vous prétendez que toutes ces choſes ſont encore préciſément dans le même état, que lorſqu'elles ſortirent des mains du Créateur. Vous ne faites pas attention que l'extrême irrégularité qu'on y remarque, montre avec la derniere évidence que les cauſes ſecondes y ont eu part.

Je crois, interrompit Eugene, qu'on peut dire quelque choſe de plus, contre l'uſage que Théodore auroit peut-être envie de faire des attractions dans la Queſtion dont il s'agit: Je crois que ſi les attractions avoient lieu, elles détruiroient bien-tôt toute l'Inclinaiſon qu'on veut expliquer. M. Newton nous aſſure que l'action des Planetes les unes ſur les autres, que cette force avec laquelle elles s'attirent mutuellement, ne fait naître dans la ſituation de leurs Orbites que quelques inégalitez qu'on peut négliger *, *inæqualitates aliquæ, ſed quæ ob parvitatem hic contemni poſſunt.* Pour moi je vous avoüe que comme ce grand Mathématicien n'admet aucun fluide, ni aucun autre obſtacle qui puiſſe s'oppoſer le moins du monde à l'effet des attractions, il me paroît qu'elles devroient avoir bientôt fait diſparoître l'obliquité des Orbites, & obligé tout le Syſtême Planétaire à ſe mouvoir éxactement dans le même ſens. Il n'importe que cette force n'agiſſe que très-peu ; auſſi-tôt qu'elle agit, & qu'elle produit quelques inégalitez, *inæqualitates aliquæ* : Dès-lors toutes les Planetes doivent avoir à ſuivre le même chemin, une eſpece d'inclination que rien n'eſt capable d'arrêter ; puiſqu'elles ſe meuvent comme dans le vuide ; & que leur tendance vers le Soleil n'eſt du tout point contraire au mouvement lateral, par lequel l'obliquité de leurs Orbites diminuëroit. Je ne conviens point de tout cela, repartit Théodore ; j'aurois même beaucoup de choſes à vous répondre ; mais je vois bien que vous ne voulez pas que je prétende au Prix. Je ne ſçai cependant ſi l'opinion de Deſcattes miſe dans un plus grand jour, ſera beaucoup plus propre à ſatisfaire l'Académie des Sciences ?

* Vid. Proper. XIV. libr. III. ſecun. Edit.

M. Deſcartes, reprit Ariſte, s'eſt contenté d'indiquer les principes qui peuvent ſervir à réſoudre cette queſtion, ſans l'avoir éxaminé d'une maniere particuliere ; mais les Sectateurs de ce grand homme, comme M. Gadrois * & quelques autres, en ont donné une explication qui me paroît tout-à-fait évidente. Vous convenez avec nous de Syſtême ſur le mouvement des Planetes, entre leſquelles nous mettons la Terre : Vous êtes trop habile Aſtronome pour n'en pas convenir. Vous ſçavez que toutes les Planetes ſuſpenduës à différentes diſtances du Soleil, circulent autour de cet Aſtre en mettant plus ou moins de temps à achever leur révolution, ſelon qu'elles en ſont plus ou moins éloignées.

* Pag. 185 & ſuiv. du Syſt. du Monde.

Je me dispense aussi de prouver l'éxistence des tourbillons en général, & celle en particulier du tourbillon Solaire. On voit aussi-tôt qu'on renonce à toutes especes de vertus ocultes; que si la Terre & les autres Planetes ne se meuvent pas en ligne droite; que si elles font leur révolution autour du Soleil, ce n'est que parce qu'elles sont retenuës par un fluide qui les oblige par la rapidité de son cours, à circuler avec lui. Chacune en effet iroit bien-tôt se perdre vers les extrêmitez du Monde, si elle n'étoit transportée que par sa propre vélocité. Et si elle n'étoit pas détournée sans cesse par l'éther qui forme ce vaste tourbillon, qui s'étend jusques vers les étoiles fixes, & dont le Soleil est le centre. Il est clair outre cela que les parties de ce fluide, après avoir suivi différentes directions, & après s'être choquées mutuellement différentes fois, ont dû à la fin circuler toutes précisément dans le même sens. Ainsi il ne reste plus qu'à vous montrer pourquoi les Planetes ne suivent pas éxactement le cours de la matiere céleste ou étherée qui les transporte.

C'est parce qu'elles se trouvent souvent en conjonctions les unes avec les autres par raport au Soleil, & qu'alors elles rétrecissent le passage de la matiere éthérée; matiere qui ne peut pas être pressée, sans repousser les Planetes chacune de leur côté, ni sans les détourner de la direction qu'elles suivoient.

Il me paroît, interrompit Eugene, que l'Inclinaison des Planetes demande absolument une autre cause : Car celle-cy rendroit l'Inclinaison sujette à une vicissitude continuelle. Vous en conviendrez aussi-tôt que vous ferez attention, que la conjonction de deux Planetes doit produire des effets tout contraires, selon qu'elle se fait en deçà ou en delà de leurs nœuds mutuels. Il est vrai que si deux Planetes se trouvent vis-à-vis l'une de l'autre, après avoir déja passé par un de leurs nœuds réciproques, ou par l'interfection mutuelle de leurs orbites, la matiere étherée qui se trouvera resserrée entre elles, &

qui accelerera un peu ſa viteſſe, les pouſſera, comme vous le dites, de part & d'autre en dehors, & tendra à augmenter leur Inclinaiſon, ou à ouvrir l'angle formé par leurs Orbites qui étoient divergentes. C'eſt ce qu'on peut voir aiſément ſur la figure que je trace *fig* 2..... E & F ſont les deux Planetes; AB l'Orbite de la premiere; AC celle de la ſeconde, & A le nœud mutuel que ces Planetes ont déja paſſé. Je n'ai que faire d'obſerver que ſi une de ces deux lignes repréſente une des deux Orbites, l'autre ligne ne repréſentera pas l'autre; mais ſimplement ſa projection, puiſque l'une des deux Orbites eſt au-deſſus de l'autre. Quoiqu'il en ſoit, la matiere étherée qui paſſe entre les deux Planetes, & qui conformément à la regle de Képler, ſe meut moins vite que l'inférieure, mais plus promptement que la ſupérieure, doit accelerer ſa viteſſe dans le paſſage plus étroit, & doit en pouſſant en dehors les deux Planetes, leur faire ſuivre des lignes Eb & Fc qui ont une plus grande Inclinaiſon, que n'en avoient les premieres AB & AC. Mais remarqués que ce ſera tout le contraire, ſi les Planetes ſe trouvent en conjonction dans le voiſinage d'un de leurs nœuds mutuels A, avant que d'y être parvenuës. Car la matiere étherée qui ſe trouvera preſſée, & qui les pouſſera encore de part & d'autre en dehors; travaillera alors à diminuer la convergence de leurs directions, ou à éloigner le point *a fig*. 3. d'interſection de ces deux lignes; ce qui ne peut avoir lieu, ſans que leur Inclinaiſon réciproque ne diminuë. Or comme les conjonctions ſe font ſucceſſivement dans différens points du Zodiaque, il eſt conſtant que s'il y en a un certain nombre qui occaſionnent l'augmentation de l'inclinaiſon des Orbites, parce qu'elles ſe font après la rencontre des nœuds réciproques; il y en a préciſément le même nombre qui occaſionnent la diminution, parce qu'elles ſe font avant la rencontre des nœuds: Ainſi on ne peut expliquer de cette ſorte que les legeres variations que ſouffrent vraifemblablement les Inclinaifons de toutes les Planetes; mais on ne peut pas rendre raifon de l'Inclinaifon même.

Vous ne remarqués pas, répondit Arifte, que l'obliquité dont il s'agit, a pû fort bien n'être produite, qu'après plufieurs révolutions. J'y penfe, reprit auffitôt Eugene; car fi nous prenons pour éxemple les conjonctions de Saturne & de Jupiter, il me feroit facile de vous montrer que, quoique ces deux Planetes fe rencontrent tous les vingt-ans, elles ne fe rencontrent cependant proche de leurs nœuds mutuels, qu'environ de 60. en 60. ans, après que la premiere a fait un peu plus de deux circulations, & la feconde un peu plus de cinq. Mais enfin pouffés le nombre des révolutions fi loin que vous le voudrez, s'il fe trouve des conjonctions qui font propres à faire augmenter l'Inclinaifon, il s'en trouvera le même nombre qui feront propres à la faire diminuer; puifqu'elles fe fuccedent toutes d'une façon reglée, & qu'il s'en fait autant avant l'interfection des Orbites, qu'il s'en fait après. Saturne & Jupiter dans ces derniers temps fe font trouvés en conjonction dans des points fort proches de leur nœud mutuel qui eft dans le figne du Lion; ils s'y font trouvés en 1563, en 1623, en 1683, & ils s'y trouveront encore en 1742: Et dans trois ou quatre fiécles, fçavoir en 1961, en 2020 & 2140, ils fe joüeront autour de l'autre nœud qui eft dans le Signe du Verfeau. Mais je le repete encore une fois, fi entre ces conjonctions les unes étoient capables de produire l'obliquité de 1 degr. 16 min. que l'Orbite de Saturne a par raport à celle de Jupiter, les autres feroient également capables de reduire à leur tour cette obliquité à rien. Cette alternative feroit déja arrivée un très-grand nombre de fois; elle feroit arrivée en dernier lieu en 1683, & elle n'eût fans doute pas échapée aux regards attentifs des Aftronomes, qui obfervent continuellement le Ciel.

Au ſurplus, continua Eugene, ſi les conjonctions ne cauſent pas, comme vous le prétendiez, Ariſte, cette obliquité conſidérable que nous remarquons dans le mouvement des Planetes, il ſeroit très-curieux & très-important d'éxaminer ſi elles ne la rendent pas au moins un peu variable. Je me conſolerois, répondit Ariſte, ſi j'avois donné occaſion à cette découverte. Peut-être que la variation dont-il s'agit, n'eſt pas aſſez grande pour être aperçûë, & qu'elle ſe refuſera toujours aux recherches des Obſervateurs les plus éxacts. Mais combien n'y a-t-il pas auſſi de petites irrégularitez dans le Ciel, qu'on rejette ſur le défaut des inſtrumens, & qu'on ne remarque point, parçe qu'on ne s'y attend pas; au lieu qu'elles ſe manifeſteroient ſans peine, ſi nous ſçavions en faire l'objet de notre curioſité & de notre attention. Je ſuis même le plus trompé du monde ſi ceci ne pouroit pas ſervir au jugement du grand procès qui eſt entre Théodore & nous, ou plutôt entre Newton & Deſcartes. Nous venons de voir que lorſque les Planetes ſe rencontrent après avoir paſſé le point où leurs Orbites ſe coupent, leur obliquité réciproque doit augmenter; au lieu qu'elle doit recevoir quelque diminution, lorſque les Planetes ſe rencontrent avant que d'être parvenuës à ce point: Mais il me ſemble qu'il arriveroit tout autrement, ſi les attractions étoient une loy de la Nature, & que tous les corps y fuſſent ſujets. En effet lorſque deux Planetes ſe rencontrent, après avoir paſſé leur nœud, & qu'elles vont en s'éloignant l'une de l'autre, leur attraction mutuelle rendroit leurs directions moins divergentes; puiſqu'elle tendroit à les raprocher réciproquement: Et au contraire, lorſque les Planetes ne ſeroient point encore arrivées à l'interſection de leurs Orbites, la force avec laquelle elles s'attireroient mutuellement, rendroient leurs directions encore plus convergentes, & feroit par conſéquent augmentet leur Inclinaiſon. Vous voyez donc qu'auſſitôt que les Aſtronomes réuſſiroient à apercevoir le changement de directions que reçoivent les Planetes, lorsqu'elles passent vis-à-vis les unes des autres proche de leur nœud; il sera facile de reconnoître par la nature de ce changement, s'il est causé par un fluide qui accelere sa vitesse, & qui pousse de part & d'autre en dehors lorsqu'il est resserré; ou s'il est causé au contraire par les attractions Newtonienes, qui font que tous les corps pesent les uns vers les autres, & tendent à s'aprocher.

Théodore qui écoutoit la conversation fort attentivement, parut approuver la remarque d'Ariste. Apparemment, dit-il, qu'on n'a point fait attention que les variations dont il s'agit, doivent se faire en différens sens dans l'un & dans l'autre Systême : Car on ne s'est point encore avisé de remarquer quelle conséquence on peut tirer de celles qu'on observe dans les Satellites de Jupiter, lorsque cette Planete se trouve en conjonction avec Saturne. Mais pour revenir à la premiere cause de l'Inclinaison, je ne sçai, continua-t-il, comment Eugene à son tour viendra à bout de l'expliquer : Car quand même les Planetes seroient quelquefois détournées de la direction du tourbillon, elles seroient bientôt obligées d'y revenir par la rapidité extrême du cours de l'éther. M. Newton a démontré que les fluides qui ne laissent aucun intervale entre les petites molécules dont ils sont formés, font par leur choc une impression beaucoup plus grande qu'on ne le pense ordinairement. Or lorsqu'une Planete avance selon une direction qui differe de 4 ou de 5 degrez de celle du fluide qui la transporte, elle est exposée à une impulsion laterale capable d'un très-grand effet. Quelle puissance Eugene veut-il employer pour soûtenir la Planete contre une pareille impulsion, & l'empêcher de ceder entierement au courant qui l'entraîne ?

Ne soyez point si fort en peine de ce que je pense, repliqua Eugene : Je suis de votre sentiment en ceci; & je vous dirai même qu'ayant eu il y a quelque temps occasion de discuter toutes ces matieres, j'ai fait le calcul de l'impulſion laterale dont vous parlés, & que je l'ai trouvé trop grande, pour qu'elle ne doive pas obliger les Planetes à ſuivre éxactement le cours du tourbillon. Il ſuffiſoit de faire ce calcul pour une ſeule Planete, & je l'ai fait pour Venus. Il tira en même temps un papier, ſur lequel il y avoit différentes ſuputations, avec une figure ſemblable à celle que je mets ici. *fig.* 4. Supoſons, pourſuivit-il, que A B repréſente & la direction que ſuit la matiere ètherée, & l'eſpace qu'elle parcourt dans un certain temps; & que A C à peu près égal à A B, ſoit le chemin fait par Vénus dans le même temps ſur la direction A C, qui differe de celle du fluide de la quantité de l'Inclinaiſon; c'eſt-à-dire, de 3 degrez 23 ou 24 minutes. Il eſt évident que la ſouſtendente B C de l'angle de l'Inclinaiſon repréſentera la viteſſe reſpective de la Planete par raport au fluide; puiſque le fluide & la Planete s'éloignent l'un de l'autre de la quantité de cette ſouſtendente, pendant qu'ils parcourent les eſpaces A B & A C. On trouve en réſolvant le triangle B A C, que B C eſt environ la dix-ſeptiéme partie de A B; de ſorte que la Planete rencontre le fluide de côté avec la dix-ſeptiéme partie de ſa viteſſe abſoluë; ce qui produit préciſément le même effet que ſi la Planete étoit en repos, & que la matiere ètherée vint la rencontrer en ſens contraire, & la pouſſer de C vers B, avec une pareille viteſſe.

Peut-être m'objectera-t-on que la matiere ètherée ne fait pas un auſſi grand effort par ſon choc que le prétend M. Newton; & que l'impulſion qui réſulte de la dix-ſeptiéme partie de ſa viteſſe totale n'eſt pas fort conſidérable. Mais la réponſe à cette difficulté eſt toute prête: Car je puis montrer qu'une viteſſe qui n'eſt qu'environ la huitiéme partie de celle-ci, ou que la cent-quarantiéme partie de la viteſſe totale produit un effet ſenſible. On ſçait que toutes les Planetes, comme Mercure, Vénus, &c. ne font pas leurs révolutions autour du du Soleil d'un mouvement uniforme; elles en augmentent depuis leur Aphélie jusqu'à leur Périhélie : mais d'où peut venir cette augmentation, si ce n'est de la plus grande rapidité qu'ont les différentes couches d'éther, dans lesquelles les Planetes passent continuellement ? On n'a cependant qu'à éxaminer dans Vénus combien la vitesse de la matiere éthérée est plus grande vers le Périhelie que vers l'Aphelie, & on trouvera par la regle de Képler, que la différence n'est pas de la cent-quarantiéme partie ; de sorte que ce n'est tout au plus qu'avec cet excès de vitesse, que l'éther peut agir sur Vénus, pour lui imprimer un plus grand mouvement. Or je demande, si lorsque l'éther choque la Planete de côté à cause de sa déviation, & qu'elle employe pour la faire revenir sur AB une vitesse huit fois plus grande, laquelle rend l'impulsion 64 fois plus forte; (car on sçait que les impulsions sont comme les quarrez des vitesses,) je demande si la Planete peut persister à suivre sa direction oblique, & si en partant d'un de ses nœuds avec une Inclinaison de 3 ou 4 degrez, par raport au cours du tourbillon, elle peut revenir à l'autre nœud avec cette même obliquité. Je crois donc que les Planetes suivent éxactement le cours du fluide qui les entraîne, sans qu'il y ait d'autre différence que ces variations dont nous avons vraisemblablement trouvé la cause dans les conjonctions. Eugene vouloit encore dire quelque chose ; mais il survint de la compagnie qui dîna avec nous, & qui nous interrompit.

Fin du premier Entretien.

SECOND ENTRETIEN.

On montre dans cet Entretien, que l'Inclinaiſon des Planetes ne peut venir que de ce que les couches d'éther qui les entrainent, & dont le tourbillon Solaire eſt formé, ne ſe meuvent pas préciſément dans le même ſens ; & l'on fait voir que les changemens les plus conſidérables qu'on apperçoit, ſoit dans les Inclinaiſons, ſoit dans la ſituation des nœuds, ſont cauſés par l'action des couches les unes ſur les autres, qui tendent mutuellement par leur friction, à mettre une plus grande conformité dans leurs mouvemens.

LA frugalité de notre repas le rendit plus court ; & auſſitôt que nous nous trouvâmes ſeuls, Théodore prenant la parole nous dit : Qu'il voyoit bien qu'Eugene faiſoit dépendre l'Inclinaiſon des Planetes de la différente obliquité du cours des couches Sphériques, dont le tourbillon eſt formé. Vous l'avez dit, repartit Eugene ; & quoiqu'Ariſte attaché qu'il eſt aux ſeuls ſentimens de M. Deſcartes, ſe ſoit d'abord déclaré contre cette Theſe, il ne peut pas maintenant ſe diſpenſer de l'adopter. Je tremble, je vous l'avouë, pour nos tourbillons, répondit Ariſte, & je crains que toute la diſpoſition ne s'en trouve alterée. Vous éxagerez votre crainte, repliqua Eugene, & cependant il n'eſt plus temps de le faire : Car vous êtes convenu que l'Inclinaiſon des Planetes ne peut pas être produite par leurs conjonctions, & que quand même les Planetes ſeroient quelquefois détournées de la direction de l'éther par quelque cauſe paſſagere, elles feroient bien-tôt forcées d'y revenir par le choc continuel de ce fluide. Vous ne pouvez pas douter après cela que l'Inclinaifon dont nous cherchons la caufe, ne vienne du tourbillon-même, & que fes différentes couches ne circulent felon différens fens.

Si vous éxaminez, par éxemple, le petit tourbillon particulier qui environne la Terre, vous ferez forcé de reconnoître que la direction de l'éther qui eft proche de nous, eft indiquée par le mouvement même de la Terre qui tourne fur fon centre en 24 heures, & qu'ainfi il fe meut ici-bas dans le fens de l'Equateur : Mais puifqu'il n'eft pas moins certain que l'Orbite de la Lune nous montre à peu près la direction qu'a la matiere étherée à quatre-vingt-dix mille lieuës ou à cent mille lieuës d'ici, il eft comme démontré qu'il s'en faut beaucoup que toutes les couches du fluide qui circule autour de nous, fuivent éxactement le même chemin ; & on voit affez que ce doit être à peu près la même chofe dans le grand tourbillon qui environne le Soleil, & qui emporte la Terre & toutes les autres Planetes autour de cet Aftre.

Au furplus, continua-t-il, on reconnoît aifément que les chofes doivent être ainfi, auffitôt qu'on éxamine la génération des tourbillons. Si dans le débroüillement du Cahos, toutes les parties de matiere qui forment chaque couche Sphérique, ont dû s'accorder à fe mouvoir précifément dans le même fens, les différentes couches n'ont pas pû s'affujettir de la même maniere à fuivre éxactement la même direction. Les parties de la même couche font expofées à fe heurter fans ceffe, tant qu'elles ne décrivent pas des cercles parfaitement paralleles ; de forte que c'eft par le choc qu'elles s'obligent à ne fuivre qu'un feul chemin, qu'une direction moyenne ou compofée, qui réfulte de la compofition des mouvemens particuliers qu'elles avoient toutes. Mais comment voulez-vous enfuite que les couches fe follicitent à embraffer toutes la même direction? Elles ne le peuvent faire que par leur frotement ou leur friction mutuelle : mais ce frotement ne peut être que très-foible dans une matiere aussi fluide que l'éther. Je ne dis pas que dans la premiere institution des tourbillons, lorsque les couches circuloient d'abord dans des sens très-différens ; le frotement ne fût capable d'effet plus considérable, & qu'il ne fit diminuer par des dégrez très-sensibles l'obliquité des directions. Mais à présent ce ne doit plus être la même chose : Car la friction mutuelle de deux couches doit être moindre à mesure que leurs mouvemens deviennent plus conformes. Outre cela il s'est pû faire dans les parties-mêmes de l'éther quelque changement, qui contribuë encore à la diminuer ; c'est ce qui est peut-être cause qu'il est si difficile de découvrir des vestiges de cette friction, maintenant que la machine de l'Univers est comme parvenuë depuis plusieurs siécles à un certain état de permanence. Ainsi vous voyez que les Planetes n'ont différentes Inclinaisons, que parce que les couches du grand tourbillon ne circulent pas éxactement dans le même sens ; vous voyez encore que cette diversité de directions dans l'éther, vient originairement du desordre ou du dérangement où étoit d'abord la matiere ; & de ce que l'action des couches les unes sur les autres, n'a pas été assez forte, pour mettre une parfaite conformité dans leurs mouvemens.

J'entre à la fin dans vos raisons, reprit Ariste ; il me paroît tout comme à vous, que si les couches de la matiere étherée étoient séparées par des surfaces infiniment polies, elles ne pouroient jamais influer sur le mouvement les unes des autres ; puisqu'en suivant chacune leur direction, elles glisseroient l'une sur l'autre, sans se faire la moindre résistance. Mais aussitôt que leurs surfaces ne seront pas parfaitement polies, & qu'elles seront sujettes au moindre petit engrainement, la friction mutuelle des parties d'éther qui les composent, les assujettira peu à peu à suivre le même chemin. C'est de cette ſorte que la matiere de tous les tourbillons a pû s'accorder à circuler à peu près dans le même ſens; & ce doit être encore là le grand principe de tous les changemens qui arrivent dans leurs circulations; puiſque les couches dont ils ſont formés, ne peuvent agir les unes ſur les autres que par cette ſeule voye.

Ce principe, pourſuivit-il, dans le moment-même que je vous parle, me dévoile, ou je ſuis le plus trompé du monde, la cauſe de je ne ſçai combien de miſteres d'Aſtronomie & de Phyſique. Je puis, par éxemple, par ſon moyen, ſans même porter ma vûë au dehors du petit tourbillon particulier qui nous environne, expliquer comment s'eſt pû faire le changement d'obliquité que pluſieurs Aſtronomes prétendent qu'a ſouffert l'écliptique par raport à l'équateur. J'avois toujours trouvé quelque obſcurité dans un endroit des Principes de M. Deſcartes, où ce grand Philoſophe en parlant de l'axe de la Terre, dit en des termes * que j'ai encore préſens à l'eſprit : *Interim tamen, quia duæ converſiones Terræ, annua ſcilicet & diurna, commodiùs peragerentur, ſi fierent circa axes parallelos, cauſſæ hoc impedientes paulatim utrimque immutantur; unde fit, ut ſucceſſu temporis declinatio Eclipticæ ab Æquatore minuatur.* Je reconnois maintenant que l'écliptique ne peut gueres changer de ſituation: car il faudroit une cauſe bien puiſſante pour détourner la Terre de la route qu'elle ſuit en circulant autour du Soleil; & d'ailleurs les changemens qu'on croit avoir aperçûs dans la latitude de quelques étoiles fixes, ne s'accordent pas aſſez entre eux, pour juſtifier ce détour. Mais il me paroît que l'équateur doit être beaucoup plus variable, puiſqu'il réſulte du mouvement journalier de la Terre ſur ſon propre centre, & qu'il s'en faut beaucoup que ce mouvement ne ſe faſſe dans le même ſens que tournent autour de nous toutes les différentes couches d'éther qui nous environnent. Il y a bien de l'aparence que vers les limites de notre tourbillon particulier, les couches d'é-

* CLVI. Part. tert. Princ. Philoſ.

ther ſe meuvent dans le même plan que celles du tourbillon Solaire. Mais ſi l'on conſidére un point de notre tourbillon, moins éloigné, ſi l'on deſcend juſques à la Lune, on trouvera, comme vous venez de nous le faire remarquer, que la matiere étherée ne ſe meut plus dans le même ſens, & que l'obliquité eſt de plus de cinq degrez ; & ſi l'on deſcend encore plus bas, ſi l'on vient juſqu'à la Terre, on verra que la différence des directions eſt encore plus grande, & qu'elle va à près de 23 degrez & demi. Or ſupoſant que la friction mutuelle des parties d'éther ſoit capable de quelque effet, il eſt certain qu'elle ne peut pas travailler à aſſujettir peu à peu toute la matiere de notre tourbillon particulier à ſe mouvoir préciſément dans le même ſens, ſans tendre à faire changer auſſi de ſituation à l'équateur de la Terre, & à la rendre moins oblique par raport à l'écliptique. Ce ne ſera, je le ſçai bien, qu'après une longue ſuite de ſiécles que ces deux cercles ſe confondront : mais pour peu qu'on reconnoiſſe la cauſe qui fait diminuer l'obliquité, on ne craindra pas avec quelques Philoſophes, que ce premier changement puiſſe être ſuivi d'un autre, qui ſe faſſe en ſens contraire. C'eſt pourquoi lorſque la choſe ſera une fois arrivée, les hommes joüiront d'un perpetuel équinoxe.

Je m'applaudis fort, interrompit Eugene, de vous voir ainſi commenter M. Deſcartes, & je reconnois avec plaiſir par le *commodiùs converſiones peragerentur*, que ce Philoſophe a fait attention au principe que nous employons. Au reſte je ſuis très-convaincu que ſi l'Inclinaiſon de l'équateur par raport à l'écliptique, a ſouffert effectivement quelque diminution, il n'eſt pas poſſible d'en aſſigner une autre cauſe. La Terre tournant tous les jours ſur ſon propre centre, doit tendre à le faire continuellement dans le même ſens, par ce principe de Phyſique ou plutôt de Métaphyſique, que chaque choſe perſiſte dans ſa maniere d'être. C'eſt pourquoi ſi la Terre ne fait plus ses circulations journalieres selon la même direction qu'elle les faisoit autrefois, il faut absolument que ce soit le fluide qui nous environne qui produise le changement, & il ne le peut faire que par voye de friction. Mais si vous le voulez, nous prendrons les choses de plus loin; nous éxaminerons d'une façon particuliere les effets du frotement; & afin de ne pas mêler si souvent la Terre avec le Ciel, nous appliquerons d'abord nos remarques au grand tourbillon dont le Soleil est le centre.

Je supose que ACBED *fig.* 5. représente une sphere qui circule de C vers E & vers D sur les deux poles A & B; de sorte que le grand cercle CED qui est autant éloigné d'un pole que de l'autre, marque la direction précise du mouvement. Cette Sphere est renfermée dans une autre qui est creuse, qui la touche dans tous les points de sa surface, & qui tournant sur le pole L, a le cercle CMD pour équateur & pour direction de son mouvement. Cette seconde Sphere doit être ici considérée comme transparente, & comme je ne puis pas la représenter, c'est à votre imagination à y suppléer. Je prends maintenant au hazard un point G sur la surface convexe de la premiere Sphere; & je considére que pendant qu'il parcourt dans un temps infiniment petit, le petit espace GH qui est une portion du parallele FGK par tout également éloigné du pole A, le point G de la Sphere extérieure parcourt autour du pole L le petit espace GO. D'où il suit que ces deux points qui se touchoient, se meuvent l'un par raport à l'autre de la quantité OH, puisque c'est de cette quantité dont ils s'éloignent, pendant qu'ils parcourent les petits espaces GH & GO. C'est-à-dire donc que pendant que le point G de la Sphere intérieure fait le petit chemin GH, il doit recevoir le même frotement que s'il demeuroit en repos en H, & que si le point correspondant de l'autre Sphere avançoit de H vers O. Mais que doit-il arriver de ce frotement? Il est clair que le point G de la Sphere intérieure sera sollicité à avancer de la quantité HO, & que si la friction n'est pas assez puissante pour lui faire parcourir tout ce petit espace, elle tendra au moins à lui en faire parcourir une partie HQ. Ainsi vous voyez que pendant que le point G de la surface convexe de la premiere Sphere tend par sa propre vélocité à parcourir GH, le frotement qu'il souffre de la part du point G de la surface concave de l'autre Sphere, tend à lui faire prendre le petit détour HQ : Et si l'on compose ou si l'on réünit ces deux mouvemens, il se trouvera que tout bien compté, le point G qui tendoit d'abord à parcourir GH, tend maintenant à parcourir GQ.

Cela est évident, interrompit Théodore; & je vois par la même raison que le point G de la Sphere extérieure, au lieu de suivre GO, tend à cause de la friction qu'il reçoit, à parcourir GR; parce que la Sphere intérieure se meut par raport à l'extérieure de O vers H, & tend par le frotement qu'elle produit, à causer le petit détour OR dans le mouvement GO du point G. Je vois aussi qu'on peut dire la même chose de tous les autres points des deux Spheres. Ainsi il est certain que la diversité qui se trouve dans leur direction, doit disparoître peu à peu; puisque l'angle HGO de l'Obliquité se réduit à l'angle QGR qui est plus petit, ou qu'au moins il s'y réduiroit si la diminution d'obliquité étoit éxactement la même dans tous les autres points des deux surfaces Sphériques. Il ne resteroit plus, ajoûta-t-il, qu'à donner une certaine forme à ce raisonnement pour en faire une démonstration éxacte du principe que vous avez supofé, & dont Ariste a même déja voulu faire usage; que dans l'hypothese des tourbillons, la friction travaille continuellement à mettre une plus grande conformité dans le mouvement de toutes les couches.

C'est ce qui n'avoit pas grand besoin de démonstration, reprit Eugene; mais si vous le voulez, nous allons continuer notre éxamen. Je demande sur quel point

se.

ſe fera le changement de directions de nos Spheres; c'eſt-à-dire, que je veux ſçavoir ſi lorſque l'angle de l'obliquité ECM formé par les deux équateurs des deux Sphéres, ſe réduit à un angle plus petit, tel que *ecm*, les nouveaux équateurs ſe coupent toujours dans les mêmes points C & D; ou s'ils ſe coupent dans quelques autres. Je demande en un mot ſi pendant que l'Inclinaiſon diminuë, les nœuds mutuels conſervent la même place, ou s'ils ont quelques progrès? Mais, répondirent Théodore & Ariſte, il y a bien de l'apparence qu'ils doivent avancer dans le même ſens que tournent les Sphéres. je le croyois d'abord comme vous, reprit Eugene: Cependant après y avoir ſerieuſement penſé, j'ai reconnu qu'ils n'ont aucun mouvement.

Pour vous en convaincre, vous n'avez qu'à conſiderer deux à deux les points des deux Spheres; éxaminez en même temps le mouvement du point G & celui du point *g*, où ſe coupent encore les deux cercles FIK & YNX. Le point G de la Sphere intérieure tend à ſuivre GQ, & le point *g* tend dans la même Sphere à ſuivre *gq*; parce que la friction à laquelle il eſt ſujette, produit le petit détour *hq* dans ſon mouvement *gh*; en même temps que la friction que ſouffre le point G, produit les détours HQ dans ſon mouvement GH. Il n'eſt pas néceſſaire que je diſe que les détours HQ & *hq* ſont éxactement égaux, de même que les petits eſpaces GQ, & *gq*: Car les points G & *g* ſont expoſez à des frictions parfaitement égales, à cauſe de la conformité de leur ſituation. Mais puiſque les points G & *g* tendent à parcourir les petits eſpaces GQ & *gq*, nous n'avons qu'à prolonger leurs directions juſques à ce qu'elles ſe rencontrent, & ſi nous compoſons enſuite leurs mouvemens, nous ſçaurons ce qui doit réſulter de leur commun effort. Ces directions prolongées ſe coupent en S, qui eſt également éloigné de G que de *g*, & qui répond au Méridien ALIMB, qui paſſe par les poles des deux couches, & qui mesure l'angle de l'Inclinaison E C M, en passant par les points de limite E & M. Outre cela les deux directions G S T & sg, sont situées de la même maniere de part & d'autre du plan de ce Méridien. Ainsi si nous les composons, en faisant attention que les quantitez de mouvement G Q & gq, sont parfaitement égales, il résultera une direction moyenne S V, qui coupera par la moitié l'angle g S T que font les deux directions, & qui sera perpendiculaire au plan du Méridien A L E M B. C'est-à-dire donc, que si chaque point G & g tend, pris séparément à suivre une direction oblique par raport au Méridien, ils tendent cependant joints ensemble à se mouvoir selon un sens perpendiculaire au plan de ce cercle; parce que leurs obliquités se détruisent mutuellement. Or comme c'est la même chose de tous les autres points de la Sphere A C E D B, il est évident que si cette Sphere change de direction dans ses révolutions; que si elle se meut selon C e D, au lieu de le faire selon C E D, son mouvement se fera toujours perpendiculairement au plan du même Méridien A E B. Le nouvel équateur C D passera donc par les mêmes points C & D, qui sont les poles de ce Méridien: Et comme on peut prouver de la même maniere que le nouvel équateur C D de la Sphere extérieure sera également perpendiculaire au Méridien A E B, il faudra qu'il passe aussi toujours par les mêmes points C & D; d'où il suit que les nœuds mutuels ne seront sujets à aucun changement.

Voilà, dit Ariste, une espece d'emblême, dont il est maintenant aisé de faire l'application. Vos Spheres intérieures & extérieures représentent les différentes couches dont les tourbillons sont formés; elles nous montrent que deux couches qui se touchent immédiatement, doivent conserver leurs nœuds mutuels: D'où il suit que les Orbites de deux Planetes voisines, comme Saturne & Jupiter, doivent toujours se couper dans les mêmes endroits. Mais ce ne ſont que les nœuds mutuels qui doivent être ainſi immobiles; ces nœuds qui ſont vers le ſeptiéme degré du Lion & du Verſeau. Car tous les autres points des deux Orbites étant ſujets à changer, il eſt évident qu'elles couperont ſans ceſſe l'écliptique dans différens endroits, & qu'ainſi ces derniers nœuds qui ſont les ſeuls que les Aſtronomes ayent coûtume d'obſerver, auront un mouvement continuel. Ce que vous dites, reprit Eugene, de l'immobilité des nœuds mutuels, ſeroit éxactement vrai, ſi le mouvement de chaque couche n'étoit pas alteré en même tems par la friction des couches qui ſont au-deſſus & au-deſſous; ce qui apporte de la complication dans tous les changemens qu'elle reçoit. Mais c'eſt ce que vous verrez beaucoup mieux en jettant les yeux ſur la figure que voici, qui repréſente le Zodiaque comme étendu & développé.

J'ai tracé dans cette figure *, continua-t-il, les routes de toutes les Planetes, & même auſſi la route des taches du Soleil. Toutes ces routes paroiſſent ici courbes; mais leur courbure ne vient que de la façon dont j'ai fait le développement; j'ai voulu rendre droite la route de la Terre. Une autre choſe dont je dois vous avertir, c'eſt que j'ai beaucoup éxageré l'Inclinaiſon des Planetes; afin de rendre la figure moins confuſe, & elle ne l'eſt encore que trop : mais cela n'empêche pas qu'elle ne puiſſe repréſenter tous les nœuds également bien: Cela ſuppoſé, ſi nous cherchons vers le ſeptiéme dégré du Lion l'interſection M des Orbites de Saturne & de Jupiter; nous verrons que ſi la friction mutuelle que ſe font les couches d'éther qui tranſportent ces deux Planetes, eſt capable d'action, elle doit faire retarder par raport aux étoiles fixes, les nœuds de Saturne, & faire diminuer ſon Inclinaiſon. Car la friction tendant à faire approcher les deux Orbites l'une de l'autre, ou à diminuer l'angle PMN qu'elles forment en M, elle ne peut pas produire en cela le moindre effet, ſans donner une

* Voyez la Planche qui eſt à la fin de ces Entretiens, *figure 6.*

ſituation comme M à l'orbite de Saturne, & une ſituation Mπ à celle de Jupiter; ce qui rendroit plus petite l'Inclinaiſon de Saturne par raport à l'écliptique, & ce qui feroit en même temps paſſer ſon nœud de N en *n*. Mais nous ne pouvons rien ſtatuer ſur cet article; parce que ne ſçachant pas qu'elle eſt la direction des couches d'éther ſupérieures, nous ignorons ſi elles contribuent à augmenter cet effet, ou à le détruire, ou à en produire un contraire. Cependant pluſieurs Aſtronomes, comme Logomontanus & M. Boüillaud font retarder conſidérablement les nœuds de cette Planete; & dans ce cas ſon Inclinaiſon iroit en diminuant. M. Boüillaud comparant quelques obſervations faites de ſon temps avec celle de Tycho, & avec une autre faite à Athenes 1085 ans auparavant, trouve que le nœud avance par an de 26 ſecondes; mais c'eſt par raport au point mobile des équinoxes, qui retarde, comme vous le ſçavez, par raport aux étoiles fixes d'environ 51 ſecondes. Ainſi quoique le nœud avance par raport au point de l'équinoxe, il retarde réellement, & il le fait de 25 ſecondes. Si ce retardement a lieu, la diminution annuelle de l'Inclinaiſon doit être d'environ 4 ſecondes: C'eſt ce qu'on trouve en réſolvant le triangle Sphérique NM*n*.

Mais, reprit Ariſte, vous pouvez beaucoup mieux juger du changement que doit ſouffrir l'Orbite de Jupiter; puiſque vous ſçavez la direction de Saturne qui eſt au-deſſus, & celle de Mars qui eſt au-deſſous. Cependant comme il me paroît ſur votre figure que les Orbites de ces deux Planetes ſont ſituées de différens côtés par raport à celles de Jupiter, les effets doivent être contraires, & il doit être difficile de déterminer lequel peut prévaloir. Je n'en diſconviens pas, répondit Eugene; mais on ne laiſſe pas néanmoins de voir par pluſieurs raiſons que la couche d'éther qui entraîne Mars, doit plus agir ſur le mouvement de Jupiter, que n'agit celle qui entraine Saturne. D'abord Jupiter eſt beaucoup plus proche de la premiere de ces Planetes que de l'autre. Mais outre cela la ſituation particuliere du nœud mutuel Q de Jupiter & de Mars, contribuë encore à rendre l'action plus conſiderable, au moins par raport au mouvement du nœud P de l'Orbite de Jupiter & de l'écliptique. Les couches d'éther qui tranſportent Mars autour du Soleil, tendent à faire prendre à l'Orbite de Jupiter la ſituation Qp, qui paſſe toujours conformément à ce que nous avons démontré, par le nœud mutuel Q; & d'un autre côté les couches d'éther qui entrainent Saturne, & dont la direction coupe l'Orbite de Jupiter au point M, tendent à faire prendre à cette même Orbite la ſituation Mπ. Mais quand même ces couches ſupérieures & inférieures qui tranſportent Saturne & Mars, ſuſpendroient à peu près leurs effets par raport à l'Inclinaiſon de Jupiter, qu'elles tendent à alterer en ſens contraire, elles ne le ſuſpendroient pas également par raport à la ſituation du nœud P. Car ſi l'angle du changement PQp produit dans l'Orbite PQ par l'action des couches inférieures, eſt égal à l'angle PMπ produit en ſens contraire par les couches ſupérieures, le retardement Pp produit par les premieres couches, ſera plus grand que le progrès Pπ cauſé en ſens contraire dans le même nœud par les ſecondes; & cela dans le même raport que le ſinus de la diſtance QP eſt plus grand que le ſinus de la diſtance PM. C'eſt pourquoi l'Inclinaiſon de Jupiter par raport à l'écliptique peut fort bien ne point changer; parce que les couches ſupérieures & inférieures ſe font mutuellement obſtacle à cet égard; mais cela n'empêche pas que le nœud ne doive aller de P vers p, & retarder par raport aux étoiles fixes; ce qui s'accorde avec le ſentiment de preſque tous les Aſtronomes.

Tout ceci, continua encore Eugene, ſeroit ſuſceptible de différentes recherches Géometriques; mais ce n'eſt point ici le lieu de vous rendre compte de toutes les diſcutions dans leſquelles je ſuis entré; c'eſt aſſez que je vous expose mes vûës générales. Si l'on éxamine de la même maniere le mouvement des autres Planetes, on verra que l'Inclinaison de Mars doit un peu diminuer, & que ses nœuds doivent nécessairement avancer par raport aux étoiles fixes. Que ceux de Vénus doivent au contraire retarder, mais que son Inclinaison peut demeurer dans le même état, parce que si les couches inférieures d'éther tendent par leur friction à la faire augmenter, les supérieures tendent en même temps à la faire diminuer. Quant à Mercure son Inclinaison doit diminuer un peu, & ses nœuds doivent avancer avec moins de lenteur que ceux des autres Planetes; ce qui se trouve confirmé par toutes les observations. Enfin le chemin que suivent les taches du Soleil, doit aussi changer un peu de direction; son obliquité doit diminuer, & ses nœuds doivent nécessairement retarder par raport aux étoiles. Voilà les effets que doit avoir la friction, suposé qu'elle soit capable d'en avoir.

Je pourrois, poursuivit-il, pour donner du poids à ce que j'avançe, alleguer le sentiment des Astronomes qui m'est favorable dans presque tous les points. Mais il faut l'avoüer, que le défaut des observations anciennes fait que la Physique est beaucoup plus en état de nous instruire dans cette rencontre que ne l'est l'Astronomie. Il est vrai, dit Théodore, que nous ne pouvons gueres compter sur l'éxactitude des observations faites avant Tycho. C'est de quoi se plaignoit Képler; & comme sa Physique n'alloit pas tout-à-fait si loin que vous prétendez que va la vôtre, il laissoit à la postérité à prononcer sur toutes ces choses. *Cum igitur aestituamur idoneis observationibus Antiquitatis, cogit nos ipsa rei conditio, hanc disputationem, ut multa alia relinquere posteritati.* Il faut donc avoüer, continua-t-il en souriant, que vous ne travaillez pas ici comme les autres Physiciens, à expliquer des faits connus; mais que vous nous donnez des especes de Propheties, en nous annonçant comment les chofes doivent arriver dans les fiécles futurs les plus éloignés; c'eft-là prétendre enchaîner l'avenir. Mais malheureufement les changemens dont il s'agit, fe font avec une lenteur qui eft capable d'impatienter, & pour que vos prédictions foient vérifiées, il faut que le Monde ait encore une durée extrêmement confidérable : *Si quidem*, pour me fervir une feconde fois des termes de Képler, qui croyoit toujours bonnement que toutes ces chofes ne pouvoient être fçûës que par les obfervations poftérieures; *fi quidem Deo placuerit juftum humano generi fpatium temporis in hoc mundo indulgere, ad refidua ifta perdifcenda.*

Je m'aperçois, repliqua Eugene, que les réfléxions que j'ai faites ne font pas abfolument mauvaifes; puifqu'au lieu de les combatre par des raifons, vous vous contentez de vous divertir de la trop grande hardieffe avec laquelle vous feignez que je les avance. Mais raillez tant qu'il vous plaira, je crois vous avoir prouvé dans l'hypothefe des tourbillons, que fi les Orbites des Planetes changent de place, & que fi elles en changent d'une façon uniforme, fans le faire par fault, ni tantôt dans un fens & tantôt dans un autre, ce qui montreroit que les conjonctions y auroient part, cela ne peut venir que de ce que les couches d'éther alterent réciproquement leurs directions, en tendant par leur friction à mettre une plus grande conformité dans leurs mouvemens. Il n'en eft pas du changement d'Inclinaifon des Planetes, ni du progrès de leurs nœuds, comme du mouvement de leur aphélie & de leur perihelie. Un leger défaut de commenfurabilité entre la durée des révolutions, & l'efpece de mouvement d'ofcillation par lequel chaque Planete tantôt s'approche & tantôt s'éloigne du Soleil, fuffit pour faire changer de place à la ligne des apfides. Mais auffitôt que l'Inclinaifon augmente ou diminuë, & que les nœuds fe meuvent; il faut néceffairement que toute l'Orbite change de place, & que la Planete fe détourne de ſa direction vers la droite ou vers la gauche, pour circuler dans un autre plan ; & il eſt certain qu'un pareil détour ne peut être cauſé que par un agent extérieur, qui pouſſe de côté avec force.

Au ſurplus je ne vous affirme point encore que la friction produiſe actuellement des effets ſenſibles : elle en a ſans doute produit autrefois ; autrement il y auroit beaucoup plus de diverſité que nous n'en remarquons dans le cours de toute la matiere céleſte dont les tourbillons ſont formés : mais ſi les couches d'éther peuvent ſe mouvoir maintenant ſans agir ſenſiblement l'une ſur l'autre, par leur frotement mutuel, leurs directions ne ſeront pas ſujettes à être alterées, & les Orbites des Planetes ſeront immobiles, à ces accidens près dont nous avons parlé, qui ſe doivent faire tantôt dans un ſens & tantôt dans un autre, & qui ſont cauſés par les conjonctions. Ne ſoyez point étonné, interrompit bruſquement Ariſte, ſi Théodore n'approuve pas la mobilité que vous attribués aux Orbites. Vous devez vous reſſouvenir qu'il ne peut pas manquer de ſoutenir que tout le Syſtême Planétaire n'eſt ſujet qu'à très-peu de changement, puiſqu'il ne juge de l'immobilité même des étoiles fixes, que parce qu'elles conſervent à peu près la même ſituation par raport aux principaux points de ce Syſtême. Il imite un Nautonnier qui ayant fait pluſieurs fois le voyage de la Jamaïque en Angleterre, au lieu de conclure qu'il a toujours fait à peu près le même chemin, puiſqu'il a toujours paſſé proche de la Bermude ; concluëroit au contraire que cette Iſle n'a du tout point changé de place, parce qu'il l'a toujours trouvé vers le même endroit de ſa route. Mais vous tardez trop à reprendre le fil de votre diſcours : je crois qu'en nous parlant des Planetes, vous avez paſſé de Mars à Venus en oubliant la Terre. Elle eſt cependant une des plus conſidérables ; & celle, je m'imagine, pour laquelle vous prenez le plus d'interêt.

Nous

Nous y ſommes trop attachés, malgré toute notre Philoſophie, répondit Eugene, pour que nous puiſſions l'oublier ſi aiſément. Je ne l'ai au contraire laiſſée là derriere que pour vous en entretenir plus au long. Il eſt très-ſingulier, que preſque tous les Aſtronomes prétendent en même temps, que les Orbites des Planetes changent de place, & que celles de la Terre ſoient toujours la même; quoiqu'elle doive être naturellement dans le même cas que toutes les autres. D'où lui viendroit cette exception? Il eſt vrai qu'elle eſt comme placée au milieu; mais ſi elle eſt ainſi ſituée, il s'en faut beaucoup, qu'eu égard à l'Inclinaiſon, elle ſuive une direction moyenne: C'eſt elle au contraire & Mercure; qui s'écartent le plus de la route commune. Supoſé donc que les Orbites de toutes les Planetes ſoient mobiles, ce qui ne peut pas manquer d'arriver, ſi leurs nœuds ont quelque mouvemens, il eſt inconteſtable que l'écliptique, ou que le chemin que fait la Terre autour du Soleil, ſouffre auſſi quelque mutation; & qu'ainſi les latitudes des étoiles ne ſont pas abſolument conſtantes. Il y a même lieu de croire que la route de la Terre eſt encore plus variable que les Orbites des autres Planetes; & il ſuit de-là que ſi l'on obſerve quelque variation dans les nœuds de ces dernieres, il doit y en avoir auſſi néceſſairement dans l'Orbite de la Terre. Au reſte, comme le changement ne peut être cauſé que par l'action des couches d'éther qui ſont au-deſſus & au-deſſous de celle qui nous emporte autour du Soleil, & que nous pouvons juger de la direction de ces couches par le chemin que ſuivent Venus & Mars; il ſuffit de jetter les yeux ſur notre figure, pour voir que les deux points A & B, ſur leſquels le changement ſe peut faire, ſont ſitués vers le commencement de *Gemini* & d'*Arcitenens*. C'eſt pourquoi les étoiles qui ſont vers ces deux points, doivent toujours conſerver leur même latitude; & ce ſont celles qui ſont ſituées vers le commencement des Signes de *Virgo*

& de *Pisces*, qui doivent en changer le plus.

Il eſt vrai, pourſuivit Eugene, que Tycho & quelques autres Aſtronomes ont déja ſoutenu que l'écliptique étoit ſujet à changer; mais ils s'imaginoient que c'étoit ſur les points des équinoxes, ne faiſant pas attention que ces points ſont purement accidentels; & que s'ils dépendent de la ſituation de l'écliptique, ils dépendent autant de celle de l'équateur qui n'a aucun raport immédiat avec cet autre cercle. En effet, que la Terre tourne dans un certain ſens ou dans un autre, ſur ſon propre centre, pendant qu'elle eſt entraînée autour du Soleil par le grand tourbillon; cela peut-il cauſer quelque changement dans cette derniere route, ſurtout ſi le mouvement qu'elle a ſur ſon propre centre, différe beaucoup de celui qu'a vers ſes limites le petit tourbillon dans lequel elle eſt renfermée? Mais on ſera ainſi toujours ſujet à ſe tromper dans l'Aſtronomie, tant qu'on n'aura point recours aux lumieres de la Phyſique, pour diſtinguer les choſes qui dépendent immédiatement les unes des autres, de celles qui n'ont que des raports éloignés. Il ſuffit de conſiderer ici la détermination des différentes couches du tourbillon Solaire, pour voir que ſi l'écliptique change de place, ce ne peut être que parce que les couches ſupérieures & inférieures à celle qui nous entraîne, conſpirent également à nous faire embraſſer un chemin plus approchant de celui qu'elles tiennent. D'un autre côté il eſt également clair, ſur ce que nous avons prouvé cy-devant, que le changement ne ſe peut faire que ſur les points A & B, que nous avons déja indiqués, vers leſquels les directions de ces couches rencontrent la direction que nous ſuivons.

Aparemment, dit Ariſte, que ce n'eſt que la prévention où l'on a été pour les points des équinoxes, qui a principalement empêché qu'on n'ait déja prononcé d'une maniere déciſive ſur la mutabilité ou l'immutabilité de l'écliptique. On s'eſt attendu à trouver un plus grand changement dans la latitude des étoiles, qui sont situées vers les points des solstices, & un moindre dans celles des étoiles qui sont vers le commencement d'*Arie.* & de *Libra*; au lieu que c'est tout le contraire : & cela a fait attribuer aux observations défectueuses des Anciens, toutes les différences qu'on a aperçûës. Maintenant que j'y pense, M. Boüillaud & le P. Riccioli sont tombés dans cette erreur. Pour nous, si nous ne voulons pas décider absolument la question, nous pouvons au moins mettre la posterité en état de le faire aisément: C'est un service que nous ne sçaurions lui refuser, puisque ce n'est que de nous qu'elle peut le recevoir. Nous n'avons qu'à observer dans la derniere précision la latitude d'un certain nombre d'étoiles, situées dans les endroits où se doivent faire les plus grands changemens. J'approuve fort votre pensée, reprit Eugene; le cœur du Lion, *Regulus* & *Fomaham* sont à peu près dans la situation que vous demandés. M. de la Hire donne 27'. 6" de latitude Boreale à la premiere de ces étoiles, & 21°. 5'. 23" de latitude Australe à la seconde : Ainsi nos Neveux n'auront qu'à vérifier ces deux distances.

Ce n'est que de cette sorte, continua Eugene, qu'on pourra démêler les différentes causes qui font varier l'obliquité de l'écliptique par raport à l'équateur. Vous voyez que le changement est compliqué : l'écliptique ne conserve pas la même situation, & l'équateur en change aussi; mais la variation totale doit être moins considerable, parce que les changemens particuliers se font en sens contraires. Comme dans le petit tourbillon particulier qui environne la Terre, les couches supérieures se meuvent à peu près dans le sens de l'écliptique, elles travaillent sans cesse à diminuer l'obliquité du mouvement des couches inférieures : ce qui ne se peut pas faire, sans que l'équateur de la Terre ne s'approche un peu de l'écliptique, ainsi que vous l'avez vous-même expliqué. Mais si vous jettez les yeux sur notre Zodiaque ; vous verrez que dans le grand tourbillon qui nous entraine avec toutes les Planetes autour du Soleil, la friction des différentes couches tend à aprocher de l'étoile R, qui est *Regulus*, l'écliptique, ou la route que trace la Terre : & il est évident que l'écliptique ne peut pas s'approcher de cette étoile, dont la latitude & la déclinaison sont Septentrionales, sans s'éloigner en même temps de notre équateur. Ainsi si l'obliquité n'est pas la même qu'elle a été autrefois ; & si l'on y a déja observé une diminution de 23 ou 24 minutes, c'est une marque que le tourbillon particulier de la Terre a plus fait avancer l'équateur vers l'écliptique, que le tourbillon Solaire n'a fait reculer ce dernier cercle. C'est aussi ce qui s'accorde parfaitement bien avec la constitution particuliere des deux tourbillons : car comme les couches dans le petit circulent, ainsi que nous l'avons déja remarqué, selon des directions plus différentes ; leur friction doit produire des accidens plus marqués, & l'équateur doit être maintenant beaucoup plus sujet à recevoir du changement que l'écliptique.

Fin du second Entretien.

TROISIEME ENTRETIEN.

On se sert dans cet Entretien des principes établis cydevant, pour expliquer différentes particularités du mouvement des Planetes ; la précession des Equinoxes ; la stabilité des nœuds des Satellites de Jupiter ; les differentes inclinaisons de l'Orbite de la Lune, &c.

NOus interrompimes la conversation pour donner à Eugene le temps de se reposer : Nous joüâmes quelques parties d'Echets. Le jeu étant fini, nous recommençâmes notre Entretien ; & Eugene nous dit, que nous pouvions toujours douter de l'efficacité de la friction des parties d'éther les unes contre les autres, parce que nous n'en avions encore vûs aucun indice absolument certain : Mais ajoûta-t-il, puisque nous en sommes au mouvement de la Terre, je vais vous parler d'une des affections de ce mouvement, qu'on ne peut, ce me semble, expliquer que par cette cause. C'est la précession des équinoxes, & je suis persuadé que sur la seule exposition du fait, que vous connoissez aussi-bien que moi ; mais dont il faut cependant que je vous renouvelle l'idée, vous tomberez d'accord de ce que j'avance. S (dit-il, en nous montrant la figure que vous voyez ici) *fig.* 7. représente le Soleil ; IMNK est la Terre, qui tournant continuellement autour de son propre centre T, est emportée avec son tourbillon particulier ABCD sur la circonférence de l'écliptique CEFG. La Terre en faisant ses révolutions journalieres sur son propre centre, ne tourne pas ſelon le cercle IMNK, mais ſelon KLM; de ſorte que c'eſt KLM qui eſt l'équateur, ou plutôt la moitié de ce cercle qui eſt expoſée à notre vûë. Dans l'état où ſont ici toutes les choſes, le Soleil eſt dans le plan de l'équateur, parce qu'il répond éxactement à la ſection de ce cercle & de l'écliptique. C'eſt la ligne MK qui repréſente cette ſection, laquelle étant prolongée, paſſe par le Soleil, & va ſe rendre à quelque étoile P, que je ſupoſe ſe trouver éxactement au commencement d'*Aries*. Il faut 365 jours 6 heures 9 ou 10 minutes à la Terre pour achever ſa révolution entiere autour du Soleil, & pour que ſon centre revienne éxactement en T : c'eſt ce qu'on appelle l'année Syderale; parce que le Soleil paroît ſe retrouver vis-à-vis de la même étoile P. Mais comme l'équateur change un peu de ſituation pendant ce temps-là, qu'il ſe trouve en mLk, & que ſa commune ſection avec l'écliptique n'eſt plus la ligne MK, mais mk, qui en différe de l'angle KTk, qui eſt d'environ 51 ſecondes, il ſuffit que la Terre ſoit revenuë en t, qui eſt éloigné de T de 51 ſecondes meſurées ſur l'orbe annuel, pour que notre année (l'année tropique de 365 jours 5 heures & environ 49 minutes) ſoit révoluë, & pour que le Soleil paroiſſe dans l'équateur. Nous en convenons, interrompit Ariſte, & il n'eſt pas néceſſaire de pouſſer le détail plus loin. La Terre étant d'abord en T, le Soleil s'eſt trouvé ſur l'équateur, & a paru vis-à-vis de l'étoile P, qui a été priſe pour le commencement d'*Aries*. Mais un an après, la terre n'eſt encore arrivée qu'en t, lorſque le Soleil paroît également ſur l'équateur, à cauſe du changement de ſituation de ce cercle; & c'eſt le point p, vis-à-vis duquel cet Aſtre ſe trouve, qui eſt pris cette ſeconde fois pour point de l'équinoxe. De ſorte que le commencement d'*Aries* conſideré comme Dodecatemorie, *précéde* ou va contre l'ordre des ſignes de la quantité Pp de 51''; & comme on ne s'aviſoit pas d'abord d'attribuer ce changement à la Terre, on a cru pendant long-temps que les étoiles fixes changeoient de place, & qu'elles avançoient ſelon l'ordre des Signes de la même quantité.

Mais dites-moi maintenant, reprit Eugene, s'il vous paroît qu'on puiſſe expliquer cette variation de l'équateur en employant quelque autre principe que l'action des couches de notre tourbillon particulier, les unes ſur les autres ? La Terre eſt entrainée autour du Soleil ; mais ſa révolution achevée, il ſe trouve que notre équateur a changé de place, ou que nous ne tournons plus préciſément dans le même ſens ſur le centre de notre globe. Quelle peut être encore une fois la cauſe de ce Phénomene ſingulier ? Il ne faut pas la chercher dans notre globe même : car comme il tend à tourner toujours dans le même ſens, il faut abſolument une cauſe étrangere pour lui faire changer de direction. Il faut donc que la préceſſion des équinoxes vienne de notre tourbillon particulier. Comme toutes ſes couches ne ſuivent pas le même mouvement, elles agiſſent les unes ſur les autres, & il n'eſt pas ſurprenant que leur action faſſe retarder les nœuds K & M de la Terre, de la même maniere que la friction dans le tourbillon Solaire doit faire retarder les nœuds propres du Soleil, quoiqu'on n'ait point encore obſervé ce retardement. Remarquez qu'il ſeroit fort inutile de chercher une cauſe plus éloignée ; de la faire dépendre, par éxemple, de quelques preſſions ou de quelques chocs du tourbillon Solaire. Car que peuvent produire tous ces chocs ? Faire accelerer ou retarder le mouvement des couches qui ſont les plus éloignées de nous, & faire changer leur direction. Mais comment voulés-vous après cela que ces changemens ſe tranſmettent aux couches inférieures & à notre globe, ſi ce n'eſt par la friction ? Ainſi ce ſeroit retomber dans mon ſentiment. Tout cela conſideré, je ne feindrai point de vous dire, que comme il me paroît impoſſible de rendre raiſon autrement de la variation de notre équateur, je regarde ce Phénomene comme un indice aſſuré, que les couches d'éther agiſſent les unes ſur les autres. Je doutois que leur friction mutuelle fût capable de produire des altérations conſidérables, tant que je n'éxaminois que l'obliquité de l'écliptique, ou que le mouvement des nœuds des Planetes principales; j'en doutois, parce que ces faits ſont conteſtés. Mais l'action de la friction ſe trouve décelée ici, & on eſt forcé de reconnoître qu'elle eſt encore maintenant capable de ſe faire appercevoir par ſes effets.

Pour moi, interrompit Théodore, quoique je n'entreprenne pas, & que je fuſſe même fâché de troubler votre confiance, je vous avoüerai que je ne ſuis point tant étonné de voir * que le diametre MK, dans lequel l'équateur coupe l'écliptique, change de ſituation de 51″ pendant le cours de l'année, que de voir qu'il n'en change pas davantage, & qu'il ne ſe trouve point abſolument dérangé par la révolution de la Terre autour du Soleil, il me ſemble que c'eſt-là vous propoſer une grande difficulté: Car ne vous paroît-il pas comme à moi, que la même cauſe qui tranſporte un corps, je ne dis pas le long d'une ligne droite, mais le long d'une ligne courbe, doit alterer continuellement ſa ſituation? Deſcartes & ſes Sectateurs zélés, ſont obligés d'avoir recours à la matiere canelée, qu'ils font deſcendre ſelon l'axe de chaque tourbillon; mais leur explication n'atteint pas même à la moindre vraiſemblance. La difficulté que vous propoſés, reprit Eugene, n'eſt pas grande; d'ailleurs on peut la faire avec autant de droit à un Newtonien qu'à un Cartéſien. Je l'ai ſentie, & j'ai cherché à la réſoudre; parce qu'il m'a paru effectivement qu'on ne pouvoit pas ſans l'éclaircir, concevoir le parallelisme de l'axe des Planetes tant principales que ſecondaires, ni différentes autres particularités de leur mouvement.

* Voyez la figure précédente.

Conſiderez cette figure, *fig.* 8. dans laquelle ABDE eſt

est une Sphere qui est transportée de C en N par une puissance appliquée à son centre : il est évident que le diametre BE se trouvera situé en MP parallelement à sa premiere situation. Car le mouvement doit se distribuer également dans la Sphere vers B & vers E de part & d'autre du centre; & il n'y a aucune cause qui doive faire avancer une des extrêmitez du diametre BE plus promptement que l'autre. Mais supposons maintenant que le Globe étant parvenu en N, une nouvelle puissance appliquée encore au même point, détourne selon la ligne NT, le mouvement; toutes les parties de la Sphere étant situées également de part & d'autre du centre, auront une égale part au détour; & ainsi elles parcourront toutes des lignes paralleles & également longues: D'où il suit que le diametre BE se trouvera situé en RS, en conservant toujours un éxact parallelisme. Or ce sera la même chose, quelque nombre de détours qu'on imagine; & ce sera donc aussi le même cas, si le globe est transporté le long d'une ligne courbe, puisque cette courbe ne sera toujours que l'assemblage d'une infinité de petites lignes droites.

Il n'y aura non plus aucune différence, lorsque la puissance qui transporte le globe, au lieu d'être appliquée au centre, sera appliquée sur sa surface. Que PQRS *fig. 9.* soit un Globe qui tourne sur son centre C, & que ABOE soit un autre Globe beaucoup plus petit, renfermé dans le grand, en un espace creux ABOE, qui ne soit précisément capable que de le recevoir; & suposons de plus, que la surface convexe du petit Globe & la concave qui la touche, soient parfaitement polies, de maniere qu'il n'y ait aucun frotement. Je dis que le petit Globe pendant qu'il sera transporté par le grand autour de son centre C, conservera toujours éxactement sa même situation. Aussi-tôt que le frotement est absolument nul, le grand globe ne peut agir en aucune maniere sur le petit, pour alterer le parallelisme de ses axes comme B E. Car si la force qui transporte le petit Globe, est appliquée à sa surface, elle est toute employée à le faire circuler autour de C; sans qu'il s'en fasse aucune décomposition, qui puisse occasioner le moindre piroüetement. En un mot la direction de cette force, passe éxactement par le centre K, c'est la même chose que si elle ne s'éxerçoit que sur ce point; & c'est donc le même cas qu'auparavant. Il resulte de tout cela que l'axe de la Terre doit conserver son parallelisme, & l'équateur sa même situation, malgré notre transport continuel autour du Soleil: C'est ce que demande la premiere institution de la chose. De sorte que s'il y arrive quelque alteration, s'il y arrive le plus petit changement possible, c'est une nécessité qu'il soit produit par une cause extérieure, par l'action des différentes couches du tourbillon les unes sur les autres, & enfin par l'action des dernieres couches sur notre Globe. Mais comme l'éther est extrêmement fluide, & que toutes les couches glissent les unes sur les autres avec une si grande facilité, qu'elles n'alterent presque point leurs directions, la Terre se trouve toujours comme laissée à elle-même: & c'est pourquoi la situation de son axe & de son équateur ne reçoit presque point d'alteration, & qu'elle ne change pendant toute une année que d'environ 51 secondes.

Je vois bien, interrompit Ariste, qu'il faut assurer la même chose, non seulement de toutes les autres Planetes, mais aussi de leurs tourbillons particuliers, & de toutes les couches qui les forment. C'est-à-dire, que les axes & les équateurs doivent affecter par tout un éxact parallelisme, & qu'il est toujours nécessaire d'une autre cause que du transport général autour du Soleil, pour que les axes & les équateurs changent de situation. C'est ce qui est très-certain, reprit Eugene, & c'est ce qui se trouve confirmé d'une maniere particuliere par les circonſtances que nous ſçavons du tourbillon de Jupiter. La friction ne peut pas agir ſur les nœuds des Satellites de cette Planete ; parce que tous ces nœuds ſe répondent éxactement, & que comme nous l'avons vû cy-devant, deux couches qui ſe touchent immédiatement, ne peuvent par leur action l'une ſur lautre, que faire changer leur inclinaiſon mutuelle. C'eſt la même choſe d'une troiſiéme & d'une quatriéme couche, auſſi-tôt qu'elles ont toutes les mêmes nœuds ; & auſſi voyons-nous que les Orbites des quatre petites Lunes, coupent encore l'Orbite de la Planete principale au milieu du quinziéme degré du Lion & du Verſeau, comme elles le faiſoient en 1650. du temps du célébre feu M. Caſſini ; quoique Jupiter ait fait depuis ſix à ſept révolutions autour du Soleil. Je trouve bien de la différence, dit Théodore, dans le petit tourbillon qui environne la Terre : Car les nœuds de la Lune, ou les interſections de ſon Orbite & de l'écliptique, retardent par an de plus de 19. degrés ; rétrogradation qui eſt extrêmement conſidérable par raport à celle des nœuds propres de la Terre. Ce qui m'étonne encore plus, c'eſt que pendant que les nœuds de la Lune ont un ſi grand mouvement, la ſituation de ſon Orbite, par raport à l'écliptique, ne change que très-peu. Mais nous ne ſçavons pas, répondit Ariſte, combien notre tourbillon particulier s'étend au-delà de la Lune : peut-être qu'il ne s'y étend que bien peu, & que l'obliquité des couches qui ſont dans cet eſpace, change par ſault & d'une maniere ſubite ; ce qui fait augmenter conſidérablement les effets de la friction, quant au mouvement des nœuds. Dans le grand eſpace qui eſt entre la Lune & nous, la différence de l'obliquité des couches peut être mieux diſtribuée ; elle peut ſe faire par des degrez ſi inſenſibles, que la friction ſe trouve comme nulle, & que la Terre n'en reſſente preſque point l'effet.

Il n'en faut pas douter, reprit Eugene, qu'on ne puiſſe imaginer une infinité de diverſes diſpoſitions dans les directions des couches de notre tourbillon particulier, qui ſoient également propres à expliquer pourquoi les nœuds de la Lune rétrogradent ſi conſidérablement, pendant que l'inclinaiſon de cette petite Planete eſt à peu près conſtante par raport à l'écliptique. Nous avons vû cy-devant en éxaminant le tourbillon Solaire, comment il ſe peut faire qu'une couche ſoit entre deux autres, qui ſuſpendent mutuellement leur effet, eu égard à l'Inclinaiſon, & qui ne le ſuſpendent pas également, eu égard au mouvement du nœud. Au reſte vous n'ignorez pas que l'obliquité de l'Orbite de la Lune, n'eſt pas abſolument conſtante, & qu'elle varie d'environ une vingtaine de minutes, depuis 5 degrez 1 minute, juſqu'à 5 degrez 20 min. Cette variation, puiſqu'elle eſt ſujette à une alternative continuelle, ne peut être cauſée que par les Syzygies qui ſe font proche des nœuds, conformément à ce que nous avons dit ce matin. Notre tourbillon particulier étant fortement comprimé du côté du Soleil & à l'oposite, prend une figure ovale, dont le petit axe eſt dirigé vers cet Aſtre. La Lune qui n'eſt pas tout-à-fait ſituée à l'extrêmité de ce tourbillon, ne s'aſſujettit pas, comme le penſoit M. Deſcartes, à tracer une ovale parallele à celle-là; mais toutes les fois qu'elle s'approche des Syzygies, elle ſe reſſent de la plus grande viteſſe qu'a la matiere étherée dans ces endroits retrecis, & il eſt évident par les raiſons que nous avons alleguées, que l'éther qui ſe trouve comprimé, & dont la viteſſe eſt principalement accelerée dans le ſens de l'écliptique, doit alterer l'Inclinaiſon de l'Orbite de la Lune en divers ſens, ſelon que cette Orbite ſe trouve convergente ou divergente avec l'écliptique, ou pour m'expliquer en d'autres termes, ſelon que la Lune avance vers ſon nœud, ou ſelon qu'elle l'a déja paſſé. Nous apprenons auſſi par les Obſervations de tous les Aſtronomes, que l'obliquité dont il s'agit, augmente, lorſque les nœuds approchent de la ligne des Syzygies; & qu'au contraire elle diminuë, lorſque les nœuds s'éloignent de cette ligne. Deſorte que le terme qui fait la ſéparation de l'augmentation & de la diminution, ſe trouve toujours placé dans le paſſage des nœuds par l'endroit le plus reſſerré de notre petit tourbillon.

Je ne ſouhaiterois plus, continua-t-il, qu'une choſe qui n'a pas un raport immédiat à ce que nous diſons ici; mais qui y a cependant raport, & qui peut contribuer à perfectionner la Théorie de la Lune. Je ſouhaiterois que les Aſtronomes obſervaſſent ſi cette Planete ne prend pas une plus grande viteſſe dans ſes Syzygies, lorſqu'elle a peu de latitude, que lorſqu'elle en a beaucoup. Il y a déja long-temps qu'on a reconnu que tout le reſte étant égal, elle ſe meut plus vite dans les conjonctions & oppoſitions, que dans tout autre temps. C'eſt qu'elle reçoit un nouveau mouvement en paſſant dans des endroits de notre tourbillon où l'éther ſe meut avec plus de rapidité. Mais qu'on l'éxamine avec ſoin; je ſuis perſuadé qu'elle en reçoit encore plus, lorſqu'elle a moins de latitude, ou lorſqu'elle paſſe plus préciſément dans l'endroit le plus reſſerré, dans l'endroit où le cours de l'éther eſt le plus rapide. Or lorſque cette Planete a une fois reçû un plus grand mouvement, elle doit aller un peu plus vite pendant toute ſa révolution; & ainſi toutes les circonſtances étant d'ailleurs les mêmes, les mois ſinodiques & périodiques doivent être un peu plus courts, lorſque les nœuds ſont dans la ligne des Syzygies. Vous voyez donc qu'à toutes les choſes avec leſquelles on ſçait que la viteſſe de la Lune a raport, il faut joindre encore la ſituation des nœuds dont cette viteſſe dépend. Il ſuit de-là que l'argument de la latitude eſt un des élemens dont on ne doit pas ſimplement ſe ſervir, comme on l'a fait jufques ici, lorfqu'on veut réduire à l'écliptique le lieu de la Lune ; mais qu'on doit l'employer auffi dès la premiere inftitution du calcul, pour déterminer le lieu même de cette Planete dans fon Orbite.

Ici mes trois amis remarquerent que le Soleil étoit fur le point d'achever fa courfe, & que l'Occident déja tout en feu, s'étoit, pour ainfi dire, paré de toutes fes couleurs, afin de mieux recevoir cet Aftre. Ils changerent d'entretien, & la converfation en très-peu de temps, roula fur différens fujets. Ils parlerent de cette Divine Sageffe qui fe manifefte fi clairement dans la difpofition de toutes les parties de l'Univers : Ils dirent qu'il étoit bien facile de reconnoître que ce magnifique Chef-d'œuvre n'étoit pas l'ouvrage du hazard, comme le penfoient Epicure & Lucrece. Ce n'eft au contraire, s'écrierent-ils, qu'une Intelligence infinie qui a pû difcuter tous les moyens, & difcerner entre une infinité de loix poffibles, celles qui étoient les plus propres par leur établiffement, à répandre de la varieté & de la fymmétrie, & à lier entre elles toutes ces parties innombrables, qui ont des raports trop marqués, pour qu'on puiffe douter qu'elles n'ayent été faites les unes pour les autres. Enfin avant que de partir, Eugene demanda à Théodore ce qu'il penfoit des différentes explications qu'Arifte & lui venoient de donner. Théodore répondit qu'il lui paroiffoit effectivement qu'on ne pouvoit gueres dire d'autres chofes dans l'hypothefe des tourbillons ; mais qu'il valoit beaucoup mieux s'en raporter au jugement d'une COMPAGNIE SÇAVANTE, aux lumieres de laquelle les Philofophes de toutes les Sectes, fe faifoient gloire de déferer. Il n'y a, ajoûta-t-il, qu'à prier notre cher Hôte, qui n'eft fufpect à aucun de nous, & qui nous a écouté avec toute l'attention d'un Difciple de Pitagore, de faire un précis

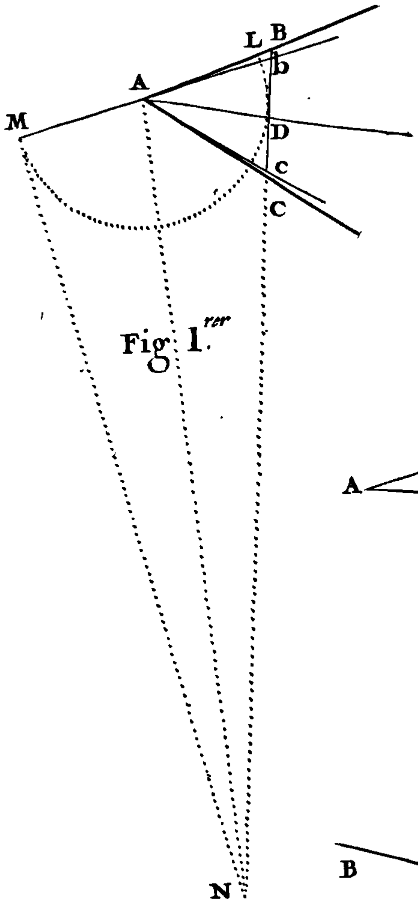


Fig. 1.^rer

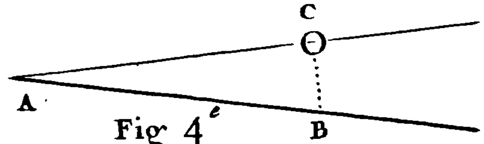


Fig 4^e

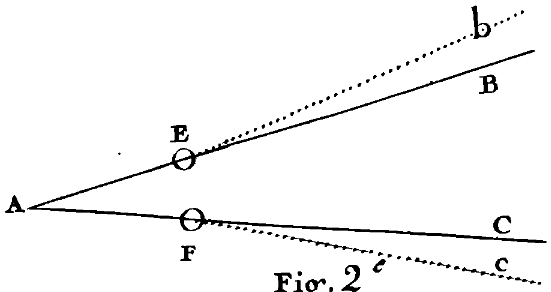


Fig. 2^e

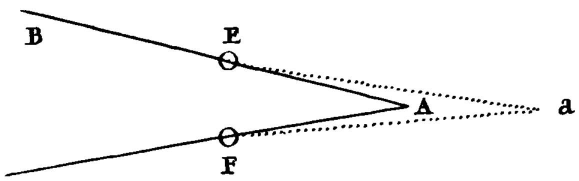


Fig. 3^e

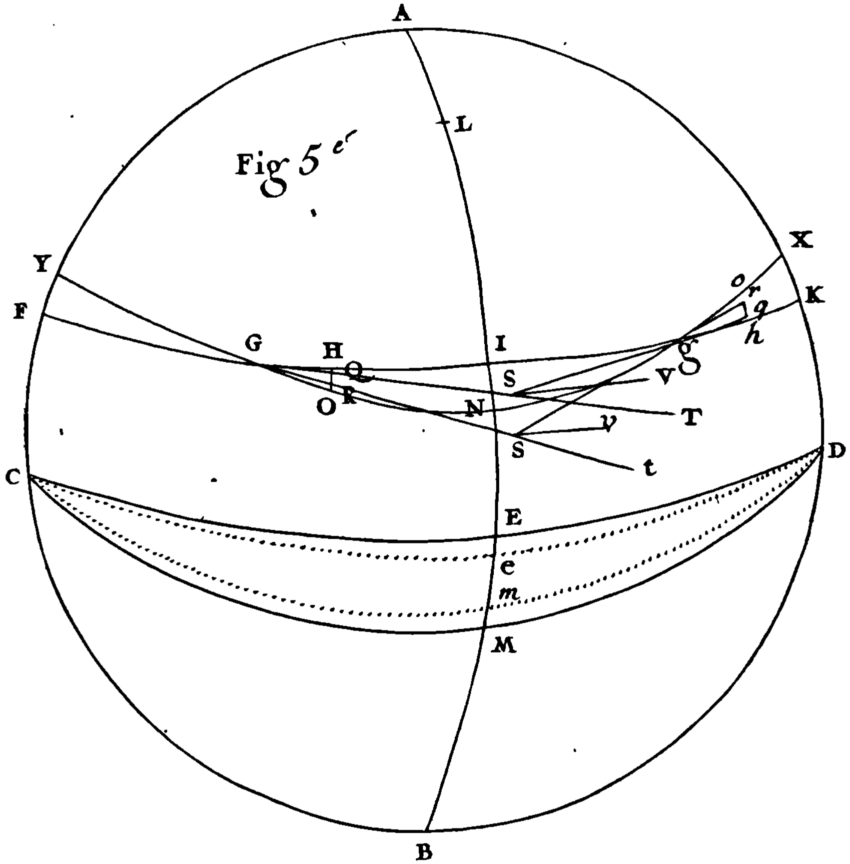


Fig 5^e

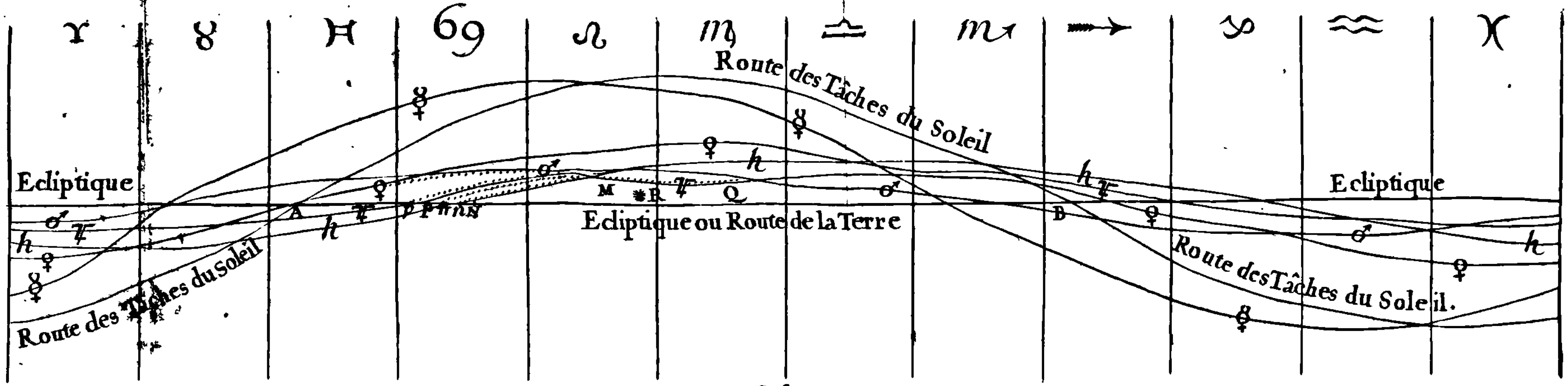


Fig. 6e

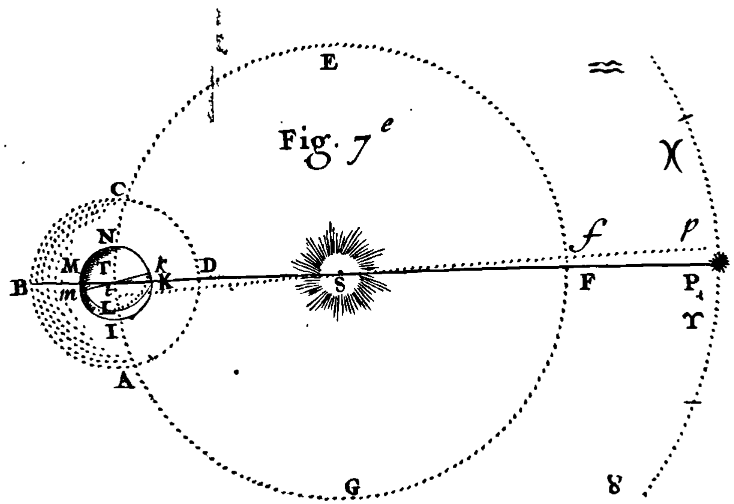


Fig. 7e

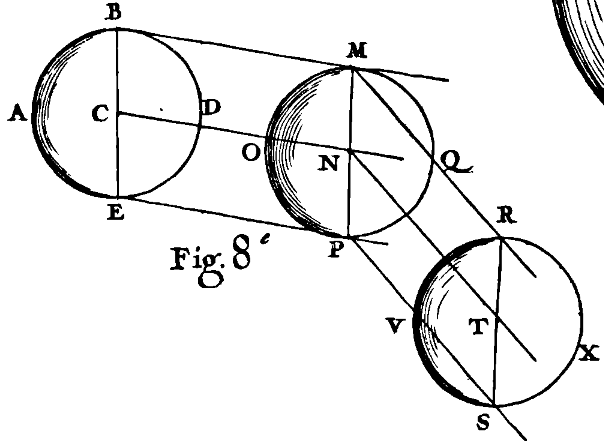


Fig. 8e

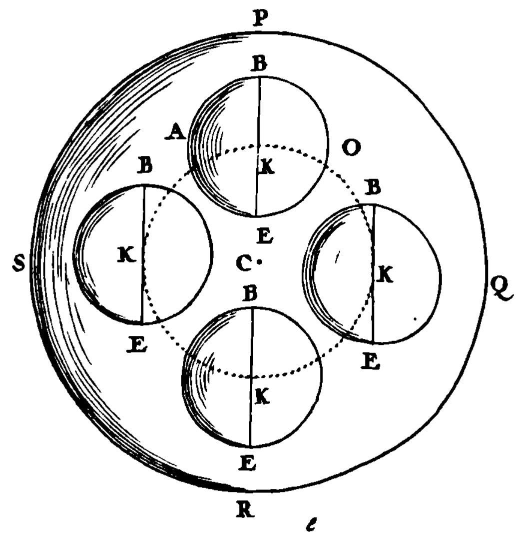


Fig. 9e

de notre Entretien. Mais j'éxige une condition : Je veux, dit-il, qu'il n'oublie absolument rien de ce que j'ai avancé en faveur des Attractions ; je veux de plus, qu'il avertisse que vous m'avez non seulement empêché de faire usage de ce principe, mais même de démontrer qu'il fait partie du Méchanisme.

Fin du troisiéme & dernier Entretien.

Le 12. Juillet 1731.

Deus autem noster in Cælo, omnia quæcumque voluit, fecit.

EXTRAIT DES REGISTRES

DE L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES.

Du 19. *May* 1734.

MOnsieur BOUGUER ayant demandé à L'ACADEMIE son Approbation pour l'Impression d'une Piéce présentée au dernier Prix, dont le N°. est 26. * & la Devise, *Deus autem noster in Cælo, omnia quæcumque voluit, fecit*, & qu'il a déclaré avoir été composée par lui, & présentée avant qu'il eût été reçû dans l'Academie, ce qui a été averé ; la Compagnie a jugé qu'il ne lui falloit point d'autre Approbation, que sa déclaration publique qu'elle avoit faite, que cette Piéce étoit la premiere des trois qui avoient le plus approché du Prix. En foi de quoi j'ai signé le présent Certificat. A Paris ce 22. May 1734.

FONTENELLE, *Sec. perp. de l'Ac. Roy. des Sc.*

* M. Fontenelle met un numero à chaque Piéce qu'il reçoit; celle-ci a eu le numero 26. parce qu'elle est arrivée le vingt-sixiéme.