PROBLÈMES

SUR

L'ÉLECTRICITÉ

PROBLÈMES

SUR

L'ÉLECTRICITÉ

RECUEIL GRADUÉ

COMPRENANT

TOUTES LES PARTIES DE LA SCIENCE ÉLECTRIQUE

PAR

ROBERT WEBER

DOCTEUR ÈS SCIENCES

PROFESSEUR DE PHYSIQUE A L'ACADÉMIE DE NEUCHATEL

PARIS

LIBRAIRIE POLYTECHNIQUE

BAUDRY ET Cie ÉDITEURS

RUE DES SAINTS-PÈRES, 15

MÊME MAISON A LIÈGE

1888

PRÉFACE

Ce recueil gradué de problèmes sur l'électricité comble une lacune que j'ai mainte fois constatée dans la pratique de mon enseignement. Afin de familiariser davantage les élèves avec les termes techniques et les formules employées dans cette branche de la physique, j'ai pensé qu'il serait utile de réunir un nombre considérable d'exercices, de les ordonner avec soin et de varier autant que possible les questions qui y sont traitées. Ainsi ce recueil permettra d'illustrer le cours théorique par de nombreux exemples, d'exercer l'intelligence des élèves et de graver dans leur mémoire les lois et les formules de l'électricité dont les applications si multiples tendent à prendre une place toujours plus grande dans notre existence. Je ne puis mieux rendre ma pensée qu'en reproduisant les lignes suivantes empruntées à sir William Thomson et parues dans *Electrical Units of Measurements* (1883) :

« On ne saurait commettre une plus grave erreur que de considérer superficiellement les applications pratiques des sciences. Ces applications sont l'âme et la vie de la science, et, de même que les grands progrès des sciences mathématiques ont été provoqués par le besoin de résoudre des problèmes d'une haute utilité pratique, de même la plupart des progrès les plus importants réalisés dans les sciences physiques, depuis leur origine jusqu'à nos jours, doivent être attribués au vif désir d'appliquer la connaissance des propriétés de la matière à quelque chose d'utile à l'humanité. — Il m'arrive souvent de dire que l'on sait déjà quelque chose d'un phénomène si on peut le mesurer et l'exprimer en nombres, tandis que l'on ne possède sans cela qu'une très légère et très incomplète notion, à peine une conception scientifique du sujet, quel qu'il soit. »

Les problèmes, surtout dans le domaine des sciences mathématiques et physiques, ne servent pas seulement à donner plus de solidité à nos connaissances, à interpréter avec plus de facilité et de sûreté les formules apprises, ils prêtent encore à la branche étudiée un intérêt puissant qu'elle ne saurait avoir par l'enseignement théorique pur. Pour cela, il est nécessaire que les conditions et les mesures indiquées dans les exercices ne soient point purement imaginaires, mais qu'elles se rapprochent le plus possible de celles fournies par l'expérience. Dans ce recueil les données numériques employées sont le plus souvent le résultat de mesures faites dans des conditions identiques à celles des problèmes proposés et je me suis toujours servi des unités électriques et des désignations fixées par le Congrès international des électriciens en 1884.

La plupart des tables ajoutées à cette collection d'exercices sont tirées des travaux des physiciens les plus estimés et présentent ainsi toutes les garanties voulues d'exactitude.

Pour la rédaction de ce recueil je me suis inspiré de plusieurs excellents ouvrages de physique, entre autres Ganot, Jamin, Schœntjes, Cadiat et Dubost, Gariel, Kittler, Kohlrausch, Wüllner, Day et surtout Serpieri, ce qui m'a permis de donner un choix d'exercices beaucoup plus varié.

Je ne me fais aucune illusion sur les difficultés de la tâche que j'ai entreprise. D'un côté, dans bon nombre d'écoles, on n'est pas fixé sur la part qu'on veut et qu'on peut faire à l'enseignement pratique de l'électricité ; de l'autre, les traités d'électricité ne sont pas encore d'accord sur l'importance relative à donner aux différents chapitres de cette branche. Malgré cela, j'espère que ce recueil rendra quelques services aux personnes qui désireront se familiariser plus complètement avec cette partie si intéressante de la physique et qu'il servira de complément aux ouvrages, qui, tout en traitant cette matière, ne peuvent donner beaucoup d'extension à des exercices et à des problèmes.

Neuchâtel, juin 1888.

Robert Weber.

RECUEIL GRADUÉ DE PROBLÈMES

SUR

L'ÉLECTRICITÉ

I. — ÉLECTRICITÉ STATIQUE

§ 1. De l'électricité.

1. — Deux sphères métalliques, chargées l'une de 0,0015 coulomb, l'autre de 0,0057 coulomb, sont mises en contact. Quelle est la charge résultante : 1° si les deux sphères sont chargées d'électricité de même nom ; 2° si elles sont chargées d'électricité de nom contraire?

Réponse : — Dans le premier cas, rien n'est détruit ou compensé, donc $Q = 0{,}0072$ coulomb ; dans le second cas, il y a destruction partielle et $Q = \pm\, 0{,}0042$ coulomb.

2. — Trois corps à surface métallique sont chargés le premier de $0{,}0123 \times 3.10^9$ U. E. S, le second de $0{,}0075 \times 3.10^9$, le troisième de $0{,}0048 \times 3.10^9$. Quelle est la charge résultante, si l'on met les trois corps en contact et si l'on

suppose que l'électricité sur le premier corps est de nom contraire à celle des deux autres ?

RÉPONSE : — On a $Q = +0,0123 \times 3.10^9 - 0,0075 \times 3.10^9 - 0,0048 \times 3.10^9 = 0$.

§ 2. Idée de l'unité de force et de travail.

3. — Combien faut-il de dynes pour contre-balancer l'effet de la pesanteur sur 1 gramme de matière ?

RÉPONSE : — Par définition, la dyne ne devant produire qu'une accélération de 1 cm et la pesanteur produisant sur 1 gramme une accélération de 981 cm, cette force équivaut donc à 981 dynes.

4. — Quelle fraction la dyne est-elle de la force qu'exerce la pesanteur sur une masse de 1 kg ?

RÉPONSE : — Puisque 981 dynes équivalent à 1 gramme, la fraction demandée est 1 dyne $= \frac{1}{981.10^3}$ kg.

5. — Quelle est en dynes la force qu'exerce la terre sur 376,23 gr.

RÉPONSE : — Cette force est égale à 376,23.981 dynes = 369081,63 dynes.

6. — Exprimer en dynes la pression qu'exerce un milligramme ?

RÉPONSE : — La pression de 1 gramme étant de 981 dynes, celle d'un milligramme sera de 0,981 dyne, soit environ de 1 dyne.

7. — Quel rapport y a-t-il entre la pression d'un kg et la force d'une mégadyne ?

Réponse : — La force attractive de 1 kg. est égale à 1000.981 dynes ou 981000 dynes = 0,981 mégadyne, soit environ 1 mégadyne.

8. — Quelle force en dynes faut-il pour soulever une masse-gramme au Pôle, à Paris, à l'équateur ?

Réponse : — Suivant la valeur de g en ces lieux, 1 gramme vaut 983,11 ; 980,94; ou 978,10 dynes.

9. — Exprimer en dynes la pression barométrique moyenne au niveau de la mer, cette pression étant de 760 mm.

Réponse : — Le poids d'une colonne de mercure de 760 mm est de 1033 masses-gr., soit de 1033. 981 dynes = $1{,}013.10^6$ dynes.

10. — Trouver l'effet de la force centrifuge à l'équateur sur une masse de 6 grammes.

Réponse : — La formule donnant la force centrifuge est $f = m\frac{v^2}{r} = m\,r\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$; et, dans le cas spécial,

$$f = 6.6{,}38.10^8\left(\frac{2\pi}{86164}\right)^2 = 20{,}34 \text{ dynes } \left[\frac{\text{cm. gr}}{\text{sec}}\right]$$

11. — Une dyne fait déplacer de 1 cm son point d'application ; quel est le travail accompli ?

Réponse : — D'après la définition le travail accompli, est de 1 erg.

12. — 981 dynes déplacent un corps de $\frac{4}{3}$ cm ; quel est le travail accompli ?

Réponse :

Ce travail est $= 981 \cdot \frac{4}{3}$ Unités $\left[\frac{\text{cm. gr}}{\text{sec}}\right] = 1308$ ergs.

13. — La masse-gramme tombe d'une hauteur de 1 cm sous l'action de la pesanteur ; quel est le travail accompli ?

Réponse : — La force étant de 981 dynes, le travail

$$= 981.1 \text{ Unités} \left[\frac{\text{cm. gr}}{\text{sec}}\right] = 981. \text{ ergs.}$$

14. — Quel est le travail x gr-cm ?

Réponse : — 1 gr-cm faisant 981 ergs, x gr-cm feront 981 . x ergs.

15. — Exprimer en ergs le travail de 267 gr. cm.

Réponse : — Le travail de 1 gr-cm étant de 981 ergs, celui de 267 gr-cm sera de 267.981 = 0,262 mégaergs.

16. — Exprimer en ergs le travail de ; *a*) 1 mgr. ; *b*) 1 mkg ; *c*) 562 mgr. ; *d*) 4,2 mkg. ; *e*.) 75 mkg. ; *f*) 2 chevaux et 46 mkg.

Réponse : — On a :

a) 1 mgr = 100 cm-gr = 98100 ergs.

b) 1 mkg = 100. 1000 cm-gr = 98100000 ergs = 98,1 mégaergs.

c) 562 mgr = 562. 100 cm-gr = 55,13 mégaergs.

d) 4, 2 mkg = 4, 2. 100. 1000 cm-gr = 412,02 mégaergs.

e) 75 mkg = 75. 100000 cm-gr = 7357,5 mégaergs.

f) 2 HP + 46 mkg = (2. 75 + 46) mkg = 196 mkg = 19227,6 mégaergs.

17. — Combien 1 erg vaut-il d'U. E. M.?

RÉPONSE : — 1 erg = 1 U. E. M. parce que l'erg étant l'unité de travail, il est indépendant des systèmes électrostatique ou électrodynamique.

18. — Combien 1 erg vaut-il en U. E. S?

RÉPONSE : — 1 erg = 1 U. E. S.

19. — Si 424 kgm peuvent produire une quantité de chaleur de 1 calorie (kg-degré), quel est l'équivalent d'un erg en cal-gr et en cal-kg ?

RÉPONSE :

1 mkg = 981.10^5 ergs, 424 mkg = $424.981.10^5$ ergs, lesquels produisent 1 calorie. kg; 1 erg produira donc une quantité de chaleur = $\frac{1}{424.981.10^5}$ cal.kg. = 24.10^{-12} cal-kg; d'autre part, la cal-gr étant la millième partie de la cal-kg, 1erg = $1000.\ 24.10^{-12}$ cal-gr. = 24.10^{-9} cal-gr.

20. — Combien 1 cal-gr. produit-elle de travail ?

RÉPONSE : — Le numéro précédent donne :

$$1 \text{ cal-gr} = \frac{10^9}{24} \text{ ergs} = 0{,}418.10^8 \text{ Unités} \left[\frac{\text{cm. gr}}{\text{sec}}\right]$$
$$= 0{,}418.10^8 \text{ ergs.}$$

21. — Un kg de charbon produit en brûlant complètement 76.10^5 cal-gr; à quel travail ce pouvoir calorifique correspond-il ?

RÉPONSE : — Ce travail sera de $76.10^8 \times 0{,}418.10^8$ ergs = 32 38, 3.10^6 mkg = 432 10^5 chevaux.

§ 3. Idée de l'unité de quantité d'électricité.

22. — Une sphère de rayon $R = 9$ kilomètres est en communication avec l'un des pôles d'un élément Daniell (1 volt), tandis que son autre pôle est à la terre; quelle est la quantité d'électricité que recevra cette sphère ?

Réponse :

Comme $Q = CV$, on aura $Q = 900000$ cm. $\times$ 1 volt $=$

$$= 900000 \frac{1}{3.10^2} \text{ U.E.S.} = 3000 \text{ U.E.S.} = \frac{3000}{3.10^9} \text{ coulomb}$$
$$= 10^{-6} \text{ coulomb.}$$

23. — 1500 éléments Daniell (1 volt) sont accouplés en série ; l'un des pôles est en communication avec le globe terrestre, l'autre pôle laisse s'écouler l'électricité qui est absorbée d'une manière quelconque; quelle est la quantité d'électricité que le globe terrestre finira par contenir ?

Réponse : — $Q = CV = 636{,}3.\ 10^6$ cm $\times$ 1500 volts

$$= 6363.10^5 \times \frac{1500}{3.10^2} \text{ U.E.S.} = 31815.\ 10^8 \text{ U.E.S.} =$$
$$= \frac{31815.10^8}{3.10^9} \text{ coulomb} = 1{,}0605 \text{ coulomb.}$$

24. — Une boule de 1 cm de rayon a été mise en communication avec un élément Daniell, quelle charge a-t-elle pu prendre ?

Réponse :

$$1 \text{ volt} = \frac{1}{300} \text{ U.E.S} ; \ Q = 1.\ \frac{1}{300} \text{ U.E.S.} = \frac{1}{300} \text{ U.E.S.}$$

§ 4. Idée de l'unité de capacité.

25. — Pour un disque circulaire de densité électrique uniforme, on a la formule $V = \frac{2}{R} Q$, ou $Q = \frac{R}{2} V$, expression dans laquelle le facteur de V représente la capacité; quelle est la capacité d'un tel disque si le potentiel V et la quantité Q sont égaux chacun à l'unité? et quel doit être le rayon du disque pour que sa capacité soit égale à 1. U. E. S.?

Réponse : — La formule nous donne : $1 = \frac{R}{2} . 1$; ce qui ne peut être que si $C = \frac{R}{2} = 1$; — puis comme $\frac{R}{2} = 1$, $R = 2$ cm, c'est-à-dire que le disque circulaire, dont la capacité est 1, a un rayon de 2 cm.

26. — Quel doit être le rayon d'un disque circulaire pour que sa capacité soit de 1 farad?

Réponse : — Puisque $C = \frac{R}{2}$, on a 2 farads = R, ou

$$2 \times 9.10^{11} \text{ U E S} = R \text{ ; donc } R = 18.10^{11} \text{ cm}$$
$$= 18000000 \text{ km.}$$

27. — La capacité d'une sphère étant égale à son rayon, quel doit être le rayon d'une sphère pour que sa capacité soit de 1 microfarad?

Réponse : — On a R = 1 microfarad $= 9. 10^5$ U. E. S.
$R = 9. 10^5$ cm $= 9$ km.

28. — Trouver la capacité du globe terrestre ?

RÉPONSE :

Le rayon du globe terrestre étant $R = \frac{4000000000}{2\pi}$ cm,

la capacité sera $C = 6363.10^5$ U.E.S. $= \frac{6363.10^5}{9.10^5}$ microfarad

$= 707$ microfarads $= 0{,}00071$ farad.

29. — Quel est le rayon de la sphère dont la capacité est de 1 farad ?

RÉPONSE : — Le rayon étant égal à la capacité, et le farad étant de 9.10^{11} U.E.S. $= 9.10^{11}$ cm, la sphère aura un rayon de 9000000 km = 1400 rayons terrestres.

30. — Un condensateur a été chargé avec une pile Daniell donnant une force électro-motrice de 1 volt; la quantité d'électricité qu'il donne dans la décharge est de $1{,}33.\ 10^{-6}$ coulomb; quelle est sa capacité ?

RÉPONSE : — La différence de potentiel étant de 1 volt, le nombre de farads doit être égal au nombre de coulombs; $Q = CV$, donc $C = 1{,}33$ microfarad.

§ 5. Loi de Coulomb.

31. — Deux sphères métalliques sont chargées d'électricité positive, l'une de la quantité $+ M$, l'autre de la quantité $+ m$; la distance de leurs centres est de a cm. Une petite balle en sureau, suspendue par un fil de cocon dans la ligne des

centres, est placée de sorte qu'elle ne s'approche ni de l'une ni de l'autre des deux sphères; à quelle place se trouve-t-elle ?

RÉPONSE : $-x+y=a$; $\frac{M}{x^2}=\frac{m}{y^2}$;

$$x=\frac{a\,M \pm a\sqrt{M\,m}}{M-m}; \quad y=\frac{-a\,M \pm a\sqrt{M\,m}}{M-m}.$$

32. — Où la balle de sureau se trouve-t-elle, lorsqu'elle-même est chargée positivement ainsi que M, tandis que m est négatif ?

RÉPONSE : — On a des équations analogues à celles du problème précédent ; la petite balle, du reste, doit se trouver en dehors des deux sphères :

$$x-y=a$$
$$\frac{M}{x^2}=\frac{m}{y^2};$$

La résolution de ces équations nous donne :

$$x=\frac{a\,M \pm a\sqrt{M\,m}}{M-m}; \quad y=\frac{a\,m \pm a\sqrt{M\,m}}{M-m}.$$

33. — Deux sphères de charges $-m$ et $+mx$ sont placées l'une au-dessous de l'autre à une distance de a cm ; le poids de la première est p gr.; quelle charge mx doit avoir la boule supérieure pour faire équilibre au poids de l'inférieure ?

RÉPONSE : — On a évidemment :

$$\frac{m.x\ m \text{ dynes}}{a^2} = p.\ 981 \text{ dynes}$$

$$\text{d'où } x = \frac{981.\ p.\ a^2}{m^2} \text{ et } m\,x = \frac{981\ p.\ a^2}{m}.$$

Exemple : $m = \frac{1}{500}$ U.E.S. ; $a = 2$ cm ; $p = \frac{1}{4}$ gr :

alors $m\,x = 49.10^4$ U.E.S.

§ 6. Du Potentiel.

34. — Sur une demi-circonférence de rayon r sont placées cinq boules métalliques, chargées d'électricité positive ; deux des boules contenant les masses $+m_1$ et $+m_5$ sont situées aux extrémités du diamètre, les trois autres, contenant les masses $+m_2$, $+m_3$, $+m_4$, sont intercalées sur l'arc et équidistantes ; au centre se trouve la masse électrique $M = 1$. Quel est le potentiel en ce point ?

RÉPONSE : — Par définition, nous avons :

$$V = \frac{1}{r}(m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5)$$

35. — Quel est le potentiel et quelle est l'intensité de la force résultante dans le cas où toutes les masses sont égales à l'unité ?

RÉPONSE :

$$V = \frac{5}{r}, \quad \text{et } R = \sqrt{[\Sigma\,(P_i \cos \alpha_i)]^2 + [\Sigma\,(P_i \sin \alpha_i)]^2},$$

$$\text{ou } R = 2.\,0 + 2.\frac{1}{r^2}\cos 45 + \frac{1}{r^2} = 2{,}414\,\frac{1}{r^2}.$$

36. — Quel est le potentiel au centre lorsque les m_i étant positives, la charge M est égale à + 1 ?

Réponse : — Tous les termes de l'expression $V = \Sigma \left(\frac{m}{r}\right)$ changeant de signe, le résultat sera $V = -\frac{5}{r}$.

37. — Une boule métallique de 30 cm de rayon est chargée de 10^{-6} coulombs ; quel est le potentiel : *a*) au centre ; *b*) à la distance $\frac{R}{2} = 15$ cm du centre ; *c*) à la distance 2 R = 60 cm ?

Réponse :

$$a)\ V_1 = \frac{Q}{R} = \frac{10^{-6}\text{coulomb}}{30\text{ cm}} = \frac{3.10^9 \times 10^{-6}}{30\text{ cm}}\text{U.E.S.} =$$
$$= 100\text{ U.E.S.} = 100.\ 3.10^2\text{ volts} = 30000\text{ volts.}$$

b) $V_2 = 30000$ V aussi, puisque le potentiel est constant pour tous les points situés dans l'intérieur d'une sphère.

$$c)\ V_3 = \frac{10^{-6}\text{ coulomb}}{60\text{ cm}} = 15000\text{ volts.}$$

38. — Une sphère de 20 cm de rayon est chargée de 240 U. E. S. Quels sont les rayons des sphères concentriques à la sphère électrisée et dont les potentiels soient exprimés par des nombres entiers ?

Réponse : — Les rayons cherchés se tirent de la formule V R = Q, dans laquelle on donne à V des valeurs entières et successives, à partir de la valeur du potentiel sur la sphère électrisée elle-même. Cette dernière est :

$$V = \frac{240}{20 \text{ cm}} \text{ U.E.S.} = 12 \text{ U.E.S.}$$

Les autres valeurs à donner à V seront donc :

$$11, 10, 9 \ldots 2, 1, 0, \text{ et l'on aura}$$
$$11 = \frac{240}{x_{11}}, 10 = \frac{240}{x_{10}}, \ldots 0 = \frac{240}{x_0},$$
$$\text{ou } x_{11} = 21{,}818 \text{ cm}, x_{10} = 24 \text{ cm}, \ldots x_0 = \infty$$

39. — Une série de points, contenant chacun l'unité d'électricité, sont situés à des distances $0, \frac{R}{2}, \frac{2R}{2}, 3\frac{R}{2}$, du centre O d'une couche sphérique infiniment mince contenant M unités d'électricité. Quel est le potentiel en chacun de ces points? et quelle est la force exercée par M sur eux ?

RÉPONSE : — Le potentiel à l'intérieur est $\frac{M}{R}$ = constante ; pour l'extérieur, il est de $\frac{M}{d}$; — la force, au contraire, est nulle à l'intérieur de la sphère et, à l'extérieur, elle a pour expression $\frac{M}{d^2}$.

40. — Une boule électrisée de rayon $R_1 = 10$ cm est chargée de $6 \cdot 10^{8}$ coulomb ; elle se trouve dans une sphère métallique creuse, dont les rayons sont $R_2 = 18$ cm et $R_3 = 22$ cm, et concentrique avec elle ; quel est le potentiel de la plus petite surface, si tout le système est isolé de la terre ?

Réponse : — Par influence, les surfaces ont des charges égales à $+Q$, $-Q$, $+Q$. Le potentiel sera donc :

$$V = \frac{Q}{R_1} - \frac{Q}{R_2} + \frac{Q}{R_3} =$$

$$= \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{18} + \frac{1}{22}\right).6.10^{-8} \times 3.10^{+9} \text{U.E.S.} = 4855 \text{ volts}$$

41. — Quel est le potentiel pour une épaisseur double de la sphère creuse et une épaisseur moitié de la couche isolante? soit donc pour $R_1 = 10$ cm ; $R_2 = 14$ cm ; $R_3 = 22$ cm.

Réponse : — On a :

$$V = \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{14} + \frac{1}{22}\right) 6.\ 10^{-8} \text{ coulomb} = \frac{1026}{77} \text{ U.E.S.} =$$

$$= 4000 \text{ volts.}$$

42. — Quel est le potentiel dans le cas où la sphère creuse communique avec la terre?

Réponse : — Dans ce cas :

$$V = \frac{Q}{R_1} - \frac{Q}{R_2} + 0$$

ce qui donne pour le cas du n° 40 $V = 2400$ volts et pour celui du n° 41 $V = 1543$ V.

43. — Quel est le potentiel à la surface intérieure de la sphère creuse?

Réponse : — Pour un point de cette surface, la charge $+Q$ de la petite sphère agit, comme si elle était concentrée en son centre, c'est-à-dire à une distance R_2 ; la charge $-Q$ de la surface intérieure de la boule creuse ajoute au potentiel la quantité $-\frac{Q}{R_2}$; la charge $+Q$ de la surface extérieure ajoute : $\frac{Q}{R_3}$ et le potentiel est donc :

$$V = \frac{Q}{R_2} - \frac{Q}{R_2} + \frac{Q}{R_3} = \frac{Q}{R_3} = \frac{3.10^9 \times 6.10^{-8}}{22} \text{ U.E.S.} =$$
$$= 409 \text{ volts.}$$

44. — Quel est le potentiel à la surface extérieure de la sphère creuse ?

Réponse :

$$V = \frac{Q}{R_2} - \frac{Q}{R_3} + \frac{Q}{R_3} = \frac{Q}{R_3} = 409 \text{ volts.}$$

45. — Une sphère métallique pleine de rayon $r = 10$ cm est concentrique à une sphère creuse infiniment mince et de rayon $R = 12$ cm la pre-

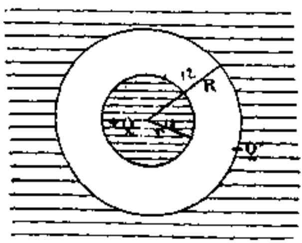

FIG. 1.

mière a une charge de $+Q = 6.\ 10^{-8}$ coulombs et la seconde de $10.\ 10^{-8}$, y compris l'effet de l'influence de la petite sphère sur la grande. Quels sont les potentiels sur les deux sphères ?

Réponse : — Pour la sphère intérieure, on a :

$$V = \frac{Q}{r} - \frac{Q'}{R} = \left(\frac{6.10^{-8}}{10} - \frac{10.10^{-8}}{12}\right) 3.10^9 \text{U.E.S.} =$$
$$= -2100 \text{ volts.}$$

et pour la grande sphère :

$$V' = \frac{Q}{R} - \frac{Q'}{R} = \left(\frac{6.10^{-8} - 10.10^{-8}}{12}\right) 3.10^9 \text{U.E.S.} =$$
$$= -3000 \text{ volts.}$$

46. — Quel est le potentiel en un point de la petite surface si $Q = Q' = 6.\ 10^{-8}$ coulombs, et quelle est sa capacité ?

Réponse : — Comme cas spécial du problème précédent, nous avons :

$$V = Q\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right) = Q\,\frac{R-r}{Rr} = 3.\text{ U.E.S.} = 900 \text{ volts.}$$

Pour la capacité, nous savons que $Q = C\,V$, donc :

$$Q = \frac{Rr}{R-r}\,V. \text{ et } C = \frac{Rr}{R-r} = 60 \text{ cm.}$$

47. — Quel est le potentiel au centre d'une circonférence de rayon R_1 sur laquelle la masse Q est répandue ?

Réponse : — D'après la définition, nous savons que

$$V = \Sigma\left(\frac{q}{r}\right) = \frac{1}{R_1}\Sigma(q) = \frac{Q}{R_1}$$

48. — Quel est le potentiel en un point de la même *circonférence*?

Réponse : — $V = \dfrac{Q}{R_1}$

49. — Quel est le potentiel en un point qui se trouve à *a* cm au-dessous du centre d'une cir-

conférence de rayon R_1 et chargée de Q U. E. S?

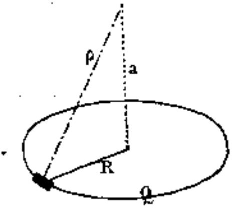

FIG. 2.

RÉPONSE : — Représentons par ρ la distance du point à la circonférence, nous aurons $\rho = \sqrt{R^2 + a^2}$ et par suite :

$$V = \Sigma\left(\frac{q}{\rho}\right) = \frac{1}{\rho}\Sigma(q) = \frac{Q}{\rho} = \frac{Q}{\sqrt{R^2 + a^2}}$$

30. — On demande le potentiel d'un anneau circulaire par rapport à un point situé à a^{cm} au-dessus de son centre, si les rayons limites sont R_1 et R_2 et si la densité électrique est la même sur toute l'étendue de l'anneau ?

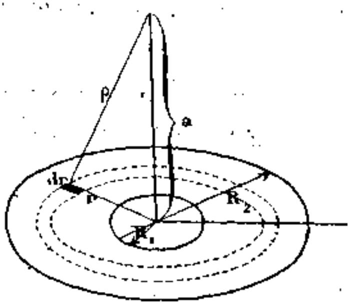

FIG. 3.

RÉPONSE : — En représentant par e l'épaisseur de la couche électrique et par δ la densité électrique moyenne, l'élément électrique sur un anneau élémentaire, situé à la distance r et d'épaisseur dr, sera :

$$dQ = 2\pi\, r\, dr\, e\, \delta$$

Et le potentiel élémentaire :

$$dV = \frac{dQ}{\rho} = \frac{2\pi\, r\, dr\, e\, \delta}{\sqrt{r^2 + a^2}}$$

$$\text{et } V = \int_{R_1}^{R_2} \frac{2\pi\, e\, \delta\, r\, dr}{\sqrt{r^2 + a^2}} = \pi\, e\, \delta \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr^2}{\sqrt{r^2 + a^2}} =$$

$$= 2\pi\, e\, \delta \left[\sqrt{r^2 + a^2}\right]_{R_1}^{R_2} =$$

$$V = 2\pi\, e\, \delta \left\{\sqrt{R_2^2 + a^2} - \sqrt{R_1^2 + a_2}\right\} =$$

$$= 2Q \left\{\frac{\sqrt{R_2^2 + a^2} - \sqrt{R_1^2 + a^2}}{R_2^2 - R_1^2}\right\},$$

$2\pi \left\{R_2^2 - R_1^2\right\} e\, \delta = Q$ désignant la charge totale.

51. — Quel est le potentiel au centre d'un anneau circulaire dont les rayons sont R_1 et R_2 et sur lequel la charge électrique Q est uniformément répartie ?

Réponse : — C'est un cas spécial du numéro précédent ; nous avons :

$$V = 2\,Q\,\frac{R_2 - R_1}{R_2^2 - R_1^2} = \frac{2\,Q}{R_2 + R_1},$$

c'est-à-dire qu'il est égal au potentiel d'une circonférence de rayon $\frac{R_1 + R_2}{2}$.

52. — Quel est le potentiel en un point situé à a cm au-dessus du centre d'un cercle de rayon R, si l'on suppose que la densité électrique δ est constante ?

RÉPONSE : — C'est encore un cas spécial du numéro 50. On a ici $R_1 = 0$; d'où :

$$V = \frac{2\,Q}{R^2} \left\{ \sqrt{R^2 + a^2} - a \right\}$$

53. — Quel est le potentiel au centre d'un cercle de rayon R, si la charge électrique est uniformément répartie sur ce cercle ?

RÉPONSE : — La solution du numéro précédent nous donne pour $a = o$:

$$V = \frac{2\,Q}{R}$$

c'est-à-dire qu'on a le même potentiel que si la charge Q était répartie sur une circonférence de rayon $\frac{R}{2}$.

54. — Quel est le potentiel en un point quelconque du cercle différent du centre ?

RÉPONSE : — Le potentiel est le même que pour le centre.

55. — Quel est le potentiel du cercle de rayon R, chargé d'une quantité Q, si ce cercle est entouré par un anneau circulaire concentrique infiniment grand, mais de rayon intérieur égal à R′ et chargé d'une quantité d'électricité égale à — Q′ ?

Réponse : — Le potentiel se compose de deux parties :

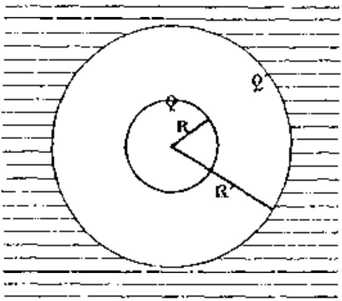

FIG. 4.

l'une provenant du petit cercle : $V_1 = \frac{Q}{R}$; la seconde provient de l'anneau et donne $V_2 = -\frac{Q'}{R'}$; donc :

$$V = V_1 + V_2 = \frac{Q}{R} - \frac{Q'}{R'}$$

Si l'on suppose $Q = Q'$ et que les électricités soient de noms contraires, on a :

$$V = Q\,\frac{R' - R'}{RR'}$$

56. — Trouver le potentiel d'une surface cylindrique de rayon R et de longueur l très grande par rapport à R, si la surface a une charge de Q unités électriques ?

Réponse : — Pour un cylindre très long nous pouvons supposer que la densité électrique δ est constante en tous les points de la surface. Soit P le point pour lequel nous calculons le potentiel. La quantité d'électricité sur l'élé-

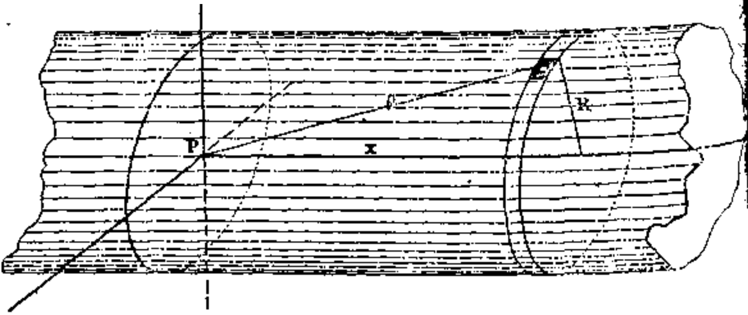

FIG. 5.

ment cylindrique de surface est $d\,Q = \delta\, 2\pi\, R\, dx$, le potentiel élémentaire devient par suite :

$$dV = \frac{\delta\, 2\pi\, R\, dx}{\rho} = \frac{\delta\, 2\pi\, R\, dx}{\sqrt{R^2 + x^2}}$$

et le potentiel cherché est :

$$V = 2\pi\, \delta\, R \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} \frac{dx}{\sqrt{R^2 + x^2}} =$$

$$= 2\pi\, R\, \delta\, 2 \Big[\log\ \text{nat} \left(x + \sqrt{R^2 + x^2} \right) \Big]_0^{\frac{l}{2}}$$

$$V = 4\pi\, R\, \delta \left\{ \log\ \text{nat}\ \frac{\frac{l}{2} + \sqrt{\frac{l^2}{4} + R^2}}{R} \right\} =$$

$$V = \frac{2Q}{l} \log\ \text{nat}\ \frac{l + \sqrt{l^2 + 4\,R^2}}{2R} = \frac{2Q}{l} \log\ \text{nat}\ \frac{l}{R}$$

57. — Quel est le potentiel en un point d'un cylindre entouré concentriquement et à une certaine distance par une masse conductrice infini-

ment grande, à cavité cylindrique, r et R étant les rayons du cylindre intérieur et de la cavité, l la longueur commune et Q et Q' les charges respectives ?

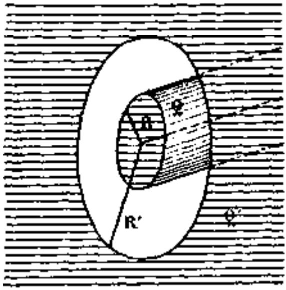

FIG. 6.

RÉPONSE : — Comme les masses électriques se trouvent sur des conducteurs elles se portent à la surface, si toutefois leurs signes sont contraires ; on a alors d'après le numéro précédent :

$$V = \frac{2Q}{l} \log \text{nat} \frac{l}{r} - \frac{2Q'}{l} \log \text{nat} \frac{l}{R}.$$

Si on fait spécialement $Q = -Q'$, il vient :

$$V = \frac{2Q}{l} \log \text{nat} \frac{R\,l}{l\,r} = \frac{2Q}{l} \log \text{nat} \frac{R}{r}$$

$$V = Q \frac{2 \log \text{com} \frac{R}{r}}{0{,}4343\, l}$$

La **capacité électrostatique** d'un câble se déduit de là et de la formule $V = \frac{Q}{C}$ ou $Q = C\,V$.

$C = \dfrac{0{,}4343\, l}{2 \log \text{com} \frac{R}{r}}$ et pour le cas où les deux couches métalliques sont séparées par une couche isolante,

$$C = \frac{0{,}4343\ k\ l}{2 \log \text{com} \frac{R}{r}},$$

ou k désigne le coefficient inducteur spécifique.

58. — Un câble à enveloppe métallique est posé sur terre, sa longueur est de 120 km., l'âme a un diamètre de 0,9 cm, l'enveloppe isolante a une épaisseur de $e = 0{,}6$ cm ; il reçoit la charge de 1/16 de coulomb, quel est le potentiel de l'âme en supposant que la matière isolante ait le même coefficient inducteur que l'air ?

Réponse : — D'après le numéro précédent, on a :

$$V = 1875.\ 10^5 \times \frac{2 \log \text{com} \frac{1{,}05}{0{,}45}}{0{,}4343 \times 12.10^6} = 26{,}5 \text{ volts.}$$

59. — Deux conducteurs de capacités différentes C_1 et C_2, ont des charges inégales Q_1 et Q_2 ; on les met en communication lointaine par un fil métallique mince. Quelle est la charge de chacun des conducteurs, et quel est le potentiel résultant ?

Réponse : — Si nous désignons par V le potentiel commun, et par Q_1' et Q_2' les charges nouvelles nous avons, puisque les capacités n'ont pas pu changer :

$$Q_1' = C_1 V \ ; \quad Q_2' = C_2 V \ ;$$

en outre $Q_1 + Q_2 = Q_1' + Q_2'$. Les deux premières équations donnent $Q_1' : Q_2' = C_1 : C_2$, d'où $Q_1' : (Q_1' + Q_2') = C_1 : (C_1 + C_2)$ et $Q_1' = \frac{C_1\ (Q_1' + Q_2')}{C_1 + C_2}$ ou encore $Q_1 = \frac{C_1\ (Q_1 + Q_2)}{C_1 + C_2}$ et de même $Q_2' = \frac{C^2\ (Q_1 + Q_2)}{Q_1 C_1 + C_2}$ et enfin $V = \frac{Q_1'}{C_1} = \frac{Q_1 + Q_2}{C_1 + C_2}$

60. — Deux sphères de 5cm et de 8cm de rayon sont chargées chacune de $0{,}0039 \times 3.10^9$ U.E.S. avant leur communication. Quelle est leur charge après la communication ?

Réponse : — Sachant que la capacité d'une sphère est égale à son rayon, nous avons en nous basant sur les résultats de l'exercice précédent :

$$Q_1' = \frac{5 \times 0{,}0078 \times 3.10^9}{5 + 8} = 0{,}003 \times 3.10^9 \text{U.E.S,}$$

$$\text{et } Q_2' = \frac{8. \times 0{,}0078 \times 3.10^9}{5 + 8} = 0{,}0048 \times 3.10^9. \text{ U.E.S.}$$

61. — On dispose d'une sphère de 9^{cm} de rayon, à laquelle on donne une charge arbitraire de Q, unités. Voulant enlever le 1/100 de cette charge, on se sert d'une autre sphère; quel doit être le rayon de cette dernière pour qu'on arrive au but proposé ?

Réponse : — Nos deux sphères ont des charges initiales $Q_1 = Q_1$ et $Q_2 = 0$; elles doivent arriver à $Q_1' = 0{,}99\ Q_1$ et $Q_2 = \frac{1}{100} Q_1$; les capacités respectives sont $C_1 = 9$, $C_2 = X$; la formule générale de l'avant-dernier numéro nous donne :

$$Q_2' = \frac{C_2(Q_1 + Q_2)}{C_1 + C_2}, \text{ d'où } \frac{1}{100} Q_1 = \frac{X(Q_1 + 0)}{9 + X} \text{ ; d'où :}$$

$$X = \frac{1}{11} \text{ cm.}$$

ou bien : comme les charges de deux conducteurs au même potentiel sont entre elles comme les capacités, on doit avoir $0{,}99\ Q_1 : 0{,}01\ Q_1 = 9 : X$, d'où $X = \frac{1}{11}$ cm.

62. — Deux sphères de 2cm et de 9cm de rayon sont en communication lointaine et au même potentiel $15000. \frac{1}{3.10^2}$; quelle était la charge de chacune d'elles avant la communication, si la petite sphère était au potentiel initial de $V_1 = 2000. \frac{1}{3.10^2}$?

Réponse :

Sachant que $V = \frac{Q_1 + Q_2}{C_1 + C_2}$ et que $Q_1 = C_1 V_1$, nous pouvons écrire :

$$\frac{15000}{3.10^2} = \frac{Q_1 + Q_2}{2 + 9} \text{ et } Q_1 = 2. \frac{2000}{3.10^2},$$

$$\text{d'où } \frac{165000}{3.10^2} = Q_1 + Q_2 \text{ et } \frac{4000}{3.10^2} = Q_1,$$

$$\text{donc } Q_2 = \frac{165000}{3.10^2}, \text{ ou bien :}$$

$$Q_1 = 0{,}0000000044.3.10^9 \text{ et } Q_2 = 0{,}000000179.3.10^9.$$

63. — Dans le but de déterminer la capacité d'un conducteur, on a chargé une sphère de rayon R au moyen d'une pile à force électromotrice constante donnant :

$$V_0.10^8 \text{ U. E. M.} = V_0. \frac{1}{3.10^2} \text{ U. E. S.}$$

de potentiel. Après avoir mis la sphère en communication avec le conducteur, le potentiel du système est devenu

$$V. \frac{1}{3.10^2} \text{ U. E. S.}$$

Quelle doit être la capacité du conducteur ?

Réponse : — Par la charge on a donné à la sphère une quantité d'électricité égale à $Q_0 = C_0 V_0$

$$Q_0 = R\ V_0 \frac{1}{3.10^2} \text{ U. E. S.}$$

Après la communication lointaine avec le conducteur, il n'est resté sur la sphère que la quantité :

$$Q_1 = R\ V_1$$

en sorte que le conducteur a dû recevoir la quantité :

$$Q_2 = Q_0 - Q_1 = R\ (V_0 - V_1)$$

La capacité du conducteur pourra être tirée de l'équation $Q_2 = C_2 V_1$, dans laquelle on connait Q_2 et où V_1 a la même valeur que pour la sphère :

$$C_2 = \frac{Q_2}{V} = \frac{R\ (V_0 - V_1)}{V_1}$$

§ 7. Champ électrique. — Lignes de force.

64. — Une sphère métallique étant électrisée, comment trouve-t-on la ligne de force qui part d'un point quelconque de cette sphère ?

Réponse : — Les lignes de force étant perpendiculaires à la surface, on n'a donc qu'à prolonger le rayon qui aboutit au point désigné.

65. — Sur un ellipsoïde de révolution on a mis une certaine quantité d'électricité, et l'on demande de déterminer et de tracer le commencement de la ligne de force qui part d'un point donné de la surface.

Réponse : — Les lignes de force étant perpendiculaires à l'élément de surface respectif, il s'agit de tracer une perpendiculaire au point donné. On y parvient en appliquant le théorème qui dit que : « la bissectrice de l'angle formé par les rayons vecteurs allant en ce point, est perpendiculaire à l'élément de surface. »

66. — On dispose d'un grand bassin rempli d'un liquide parfaitement isolant mais très mobile. Au milieu du liquide on pose un cylindre métallique, à section elliptique, de façon que son axe soit perpendiculaire à la surface liquide. Ce cylindre est chargé positivement. En divers points de l'intersection du cylindre et du liquide, on pose de petits corps conducteurs flottant très facilement sur le liquide. Quelles sont les courbes que décriront ces projectiles sous l'influence de leur charge électrique et de celle (de même nom) du cylindre ?

Réponse : — Ces trajectoires seront des lignes de force et, géométriquement parlant, elles formeront un faisceau de sections coniques (hyperboles) confocales.

§ 8. — Densité électrique.

67. — Une boule métallique de 10cm de rayon contient 160 U. E. S. ; quelle est la densité électrique à la surface et quelle est-elle au centre ?

Réponse : — D'après la définition elle est au centre :

$$d = \frac{Q}{S} = \frac{160}{4\pi.10^2} = 0{,}12$$

Au centre, elle est nulle puisque toute l'électricité se porte à la surface dans les corps conducteurs.

68. — Quelle est la densité électrique à la surface d'une boule de R = 5cm, électrisée par une charge Q au potentiel V = 18850 volts ?

Réponse : — On a :

$$d = \frac{Q}{S} = \frac{C\ V}{S} = \frac{R\ V}{S} = \frac{R\ V}{4\pi\ R^2} = \frac{V}{4\pi\ R} =$$

$$= \frac{18850}{4\pi.\ 5 \times 3.10^2}\ \text{U. E. S.} = 1$$

69. — On a deux sphères métalliques de R′cm et R″cm de rayon et contenant ensemble une quantité d'électricité à Q coulombs. Quelle est la densité électrique sur chacune des sphères si elles sont mises en contact ?

Réponse : — Soient Q' et Q'' les charges qu'elles prennent.

On a : $Q' + Q'' = Q$ et en outre $Q' = C'\ V = R'\ V$ et $Q'' = C''\ V = R''\ V$, V désignant le potentiel commun : De là on tire :

$$Q' = Q\,\frac{R'}{R' + R''} \text{ et } Q'' = Q\,\frac{R''}{R' + R''}.$$

Les densités demandées sont proportionnelles aux surfaces.

$$d' = \frac{Q'}{4\pi\,R'^2} = \frac{1}{R'}\cdot\frac{Q}{4\pi\,(R' + R'')}$$

$$\text{et } d'' = \frac{Q''}{4\pi\,R''^2} = \frac{1}{R''}\cdot\frac{Q}{4\pi\,(R' + R'')}$$

70. — Dans quel rapport sont les densités électriques de deux boules dont les rayons sont comme 1 : 20 et qui ont été mises en contact ?

Réponse : — $d' : d'' = 1 : 1{,}55$.

§. 9. Condensateurs sphériques.

71. — Le conducteur d'une machine à frottement donnant un potentiel de 1000 volts est mis en communication lointaine avec une sphère de 2cm de rayon ; celle-ci est entourée d'une autre sphère concentrique, d'un rayon de 4cm. Quelle est la capacité de la petite sphère formant condensateur, comparée à la capacité de la même sphère séparée de l'enveloppe, si, lorsqu'elle forme condensateur, elle atteint une charge de $4{,}44.10^{-6}$ coulomb.

Réponse : — Tant qu'elle est séparée de l'enveloppe, la petite sphère a une capacité égale à son rayon :

$$C_1 = 2 \text{ U E S} = \frac{2}{9.10^{11}} \text{ farads} = \frac{2}{9.10^{5}} \text{ microfarad.}$$

La capacité du condensateur, par contre, se trouve au moyen de la formule $Q = C_2 V$ qui donne :

$$C_2 = \frac{Q}{V} = \frac{4,44}{10^9} \text{ coulomb} \times \frac{1}{10^3 \text{ volts}} =$$

$$= \frac{4,44.3.10^9}{10^9} \times \frac{3.10^2}{10^3} \text{ U.E.S.} = 4 \text{ U.E.S.}$$

Le rapport cherché est donc :

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{4}{2} = 2$$

72. — Quel est, dans le cas du numéro précédent, le rapport des quantités d'électricité nécessaires pour élever les deux fois la petite sphère au même potentiel de $V = 100000$ volts ?

Réponse : — Comme on doit avoir $Q_1 = C_1 V$ et $Q_2 = C_2 V$, on tire :

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{1}{2}$$

73. — Deux sphères concentriques ont des rayons de 5 et de 6cm ; quelle est la capacité électrostatique du système et quelle est la capacité de la plus petite sphère ?

Réponse : — Le potentiel du système est :

$$V = \frac{Q}{r} - \frac{Q}{R} = Q\,\frac{R - r}{Rr},$$

d'où :

$$C = \frac{Rr}{R - r} = \frac{6.5}{6 - 5} = 30 \text{ cm.}$$

La capacité de la petite sphère seule est égale à son rayon :

$$C_1 = 5 \text{ cm.}$$

74. — Trouver la force condensante, c'est-à-dire le rapport des capacités d'une même surface sphérique de rayon $R_1 = 10$cm, si elle est entourée concentriquement d'une surface sphérique de 12cm de rayon, ou d'un rayon infiniment grand $R_2 = \infty$

Réponse : — Le potentiel à la surface intérieure est :

$$V = \frac{Q}{R_1} - \frac{Q}{R_2} \text{ ; en outre } V = \frac{Q}{C}$$

de là, on tire $C = \frac{Q}{V} = \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$, tant que R_1 et R_2 sont des quantités finies ; mais si $R_2 = \infty$, on a :

$$C' = \frac{R_1}{1 - 0} = R_1$$

Le rapport demandé, la force condensante sera donc :

$$\frac{C}{C'} = \frac{R_2}{R_2 - R_1} = \frac{12}{2} = 6$$

75. — Quelle doit être l'épaisseur e de la couche isolante d'un condensateur sphérique de rayon $R = 10$cm pour que sa force condensante soit $n = 100$?

Réponse : — D'après le problème précédent, il faut que :

$$n = \frac{R_2}{R_2 - R_1}, \text{ d'où } R_2 = \frac{n R_1}{n - 1} = \frac{1000}{99} = 10{,}10101 \text{ cm.}$$

L'épaisseur demandée sera donc $R_2 - R_1 = 0{,}10101$ cm.

76. — On forme un condensateur en recouvrant d'une mince couche d'argent les deux faces d'une boule de verre de 12cm de diamètre et d'une épaisseur de 0,004cm ; quelle est la capacité de ce condensateur, le coefficient d'induction du verre étant $k = 2,4$?

RÉPONSE : — En se basant sur la relation précédente, on voit que la couche intérieure, à elle seule, a pour capacité $C' = R_1$ et comme partie du condensateur elle aura une capacité :

$$C = C' \frac{R_2}{R_2 - R_1} = \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1} k =$$

$$C = \frac{6.6,004}{6,004 - 6}.2,4 = \frac{36,024}{0,004}.2,4 = 9006.2,4 \text{ U.E.S.} =$$

$$C = 21614,4 \text{ U E S} = \frac{21614,4}{9.10^{11}} \text{ farad} = \frac{21614,4}{9.10^5} \text{ microfarad}$$
$$= 0,02401 \text{ microfarad.}$$

§ 10. Condensateurs cylindriques.

77. — Un condensateur cylindrique, formé d'un tube de verre rempli d'eau et enveloppé d'étain, a une longueur l de 200cm ; son diamètre intérieur est de 2cm, son épaisseur $e = 0,3$cm. Quelle est sa capacité si le coefficent d'induction du verre est $k = 3,2$?

RÉPONSE : — On a, d'après la formule $C = \dfrac{0,4343\ k\ l}{2 \log \text{com} \dfrac{R}{2}}$

$$C = \frac{0,4343.3,2.200}{2 \log \text{com} \frac{2,3}{2}} \text{ U.E.S.} = 2289,8 \text{ U.E.S.} =$$
$$= 0,00254 \text{ microfarad.}$$

78. — Un câble, système Berthoud, Borel et

C^{ie}, à enveloppe de plomb, pour sonneries, a une longueur de 1200 cm, une âme en cuivre de 0,1cm de diamètre, avec une couche isolante de 0,1cm d'épaisseur ; quelle est sa capacité, la couche isolante ayant le coefficient d'induction $k = 1,88$?

RÉPONSE : — C = 1026,8 U.E.S. = 0,00114 microfarad.

79. — Le câble qui a servi pour les expériences de transmission de force par l'électricité, exécutées par M. M. Despretz entre Paris et Creil, était à enveloppe de plomb ; l'âme en cuivre avait 0,5cm de diamètre, sa longueur était de 112km, l'épaisseur de la couche isolante égalait 0,4cm, et le coefficient inducteur spécifique était égal à $k = 1,88$; quelle était la capacité de ce câble ?

RÉPONSE : — $C = 1,423.10^7$ U.E.S. = 15,8 microfarads.

80. — Une bouteille de Leyde de taille moyenne a une surface de $384 cm^2$; le verre isolant a une épaisseur de 0,1cm et son coefficient d'induction est 3,24 ; quelle est la charge maximale de la bouteille lorsque les deux armatures sont mises en communication avec les deux pôles d'une machine donnant 20000 volts ?

RÉPONSE : — La charge est donnée par la formule :

$$Q = \frac{k\,S\,V}{4\pi\,e} = \frac{3,24.384}{4\pi\,0,1} \cdot \frac{20000}{3.10^2} \text{ U.E.S.} =$$

$Q = 65978$ U. E. S. $= \frac{65978}{3.10^9}$ coulomb $= 0{,}000022$ coulomb.

81. — Une batterie de six bouteilles égales, chacune de $450 cm^2$ de surface, faites en verre de 0,2cm d'épaisseur et ayant un coeficient inducteur spécifique de $k = 3$, est chargée avec une machine au potentiel V = 300 U. E. S. et posée à terre. Quelle est la charge totale de l'armature intérieure et quelle est la capacité de la batterie? (Blavier. *Des grandeurs électriques.*)

Réponse : — La capacité $C = \frac{K\ S}{4\pi\ e} =$

$$C = \frac{3 \times 450 \times 6}{4\pi\ 0{,}2} = 3223 \text{ U.E.S. et la charge}$$
$$Q = C\ V = 3223.300 = 966900 \text{ U E S} =$$
$$Q = 0{,}0001076 \text{ coulomb.}$$

82. — Un câble, système **B. B.** et **C**ie, à âme de cuivre de 0,25cm de rayon, à enveloppe isolante en coton imbibé de paraffine et de résine de 0,15cm d'épaisseur, et à enveloppe protectrice en plomb, est contrôlé pour une différence de potentiel de 8000 volts. Le coefficient d'induction spécifique de la matière isolante étant 1,88, quelle est la charge que ce câble peut recevoir, si sa longueur est de 1km?

Réponse : — La formule nous donne :

$$Q = \frac{K\ S\ V}{4\pi\ e} = \frac{1{,}88.0{,}5\pi.100000}{4\pi\ 0{,}15} \times \frac{8000}{3.10^2} \text{ U.E.S.} =$$
$$= 4{,}18.10^6 \text{ U.E.S.}$$

Si on considère la charge comme étant le produit de la capacité par le potentiel, on arrive au résultat suivant :

$$Q = C\,V = \frac{0,4343.1,88.100000}{2 \log \text{com} \dfrac{0,40}{0,25}} \cdot \frac{8000}{3.10^2} \text{ U.E.S.} =$$

$$= 5,33.10^6 \text{ U. E. S.} = 1,77.10^{-3} \text{ coulomb.}$$

83. — Un câble, dont l'âme a 0,35cm et l'enveloppe isolante 0,70cm de diamètre, a une capacité kilométrique de 0,164 microfarad ; quel est le coefficient d'induction spécifique de la substance isolante ?

RÉPONSE : — On a, d'après la formule connue :

$$C = \frac{0,4343 \text{ K } 10^6}{2 \log \text{com} \dfrac{0,70}{0,35}} \text{ U.E.S.} = 0,164 \text{ microfarad} =$$

$$= 0,164 \times 9.10^5 \text{ U.E.S.} \quad \text{de là, on tire K} = 2,047.$$

84. — Le câble d'Aden à Bombay (1870) a une longueur de 2923,7 kilom., une âme en cuivre de 2,87 mm., une enveloppe isolante de 9,1 mm. de diamètre et une capacité inductive spécifique de 3,6. Que devient sa charge quand on le met en communication avec l'un des pôles d'une pile de 100 éléments Daniell?

RÉPONSE : — Au moyen de la formule ordinaire, on obtient :

$$Q = \frac{3,6 \times 0,4343 \times 29237.10^4}{2 \log \text{com} \dfrac{9,1}{2,87}} \times \frac{100}{3.10^2} \text{ U.E.S.} =$$

$$= 574.10^6 \text{ U.E.S.} = 0,191 \text{ coulomb.}$$

85. — Le câble entre Paris et Creil (n° 79) supportait des différences de potentiel de 6000 volts ; quelle était sa charge si sa longueur était de 112 klm ?

Réponse : — Comme $Q = C\ V$ et d'après ce que nous avons vu au numéro 79 :

$$Q = 15{,}8 \text{ microfarad} \times 6000 \text{ volts} = 0{,}0948 \text{ coulomb.}$$

86. — Un câble sous-marin à enveloppe de gutta-percha, peut être envisagé comme un condensateur dont l'armature extérieure est formée par de l'eau. Quelle est la capacité d'un kilomètre d'un tel câble dont l'âme a 0,25 cm de rayon et l'enveloppe isolante une épaisseur de 0,25 cm et un coefficient d'induction égal à 4,2 ?

Réponse : — $C = 302971$ U E S $= 0{,}3366$ microfarad.

87. — Quelle est la quantité d'électricité que contient un câble pareil à celui du numéro précédent, mais de 3000 km (câble transatlantique 1866) et relié à une pile de 150 éléments Daniell ?

Réponse : — On a :

$$Q = C\ V = 302971 \times 3000 \times \frac{150}{3.10^2} \text{ U.E.S.} =$$
$$= 0{,}15148 \text{ coulomb.}$$

88. — Quelle est la capacité d'un condensateur cylindrique à rayons R et r et de longueur l,

dont l'armature extérieure est en communication avec le sol ?

RÉPONSE : — On a, d'après le numéro 57 :

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{0,4343\ K\ l}{2 \log \text{com} \frac{R}{r}}.$$

89. — Deux surfaces cylindriques de même axe sont à une petite distance l'une de l'autre et séparées par une couche d'air; elles contiennent une quantité d'électricté de 0,48 coulomb. Quelle est la charge qu'elles peuvent prendre quand elles sont séparées par de la gutta-percha ?

RÉPONSE : — Comme la charge est proportionnelle au coefficient d'induction spécifique et que celui-ci, pour la gutta-percha, est de 4,2, la charge que pourra prendre ce condensateur sera :

$$Q = 0,48 \times 4,2 = 2,018 \text{ coulombs.}$$

90. — L'enveloppe isolante d'un câble a pour diamètres intérieur et extérieur a et D cm. On veut, tout en maintenant l'épaisseur d du fil conducteur, diminuer de moitié la capacité du câble ; quelle doit être dans ce cas l'épaisseur de la couche isolante ?

RÉPONSE : — Désignons par K la capacité inductive de la substance isolante. Nous aurons pour la première capacité :

$$C = \frac{K}{2 \log \text{nat} \frac{D}{d}} \text{ et pour la seconde } C = \frac{K}{2 \log \text{nat} \frac{x}{d}};$$

en outre, comme $C' = \frac{1}{2} C$, nous aurons l'égalité :

$$\frac{K}{2 \log \text{nat} \frac{x}{d}} = \frac{1}{2} \frac{K}{2 \log \text{nat} \frac{D}{d}} \text{ ou } 2 \log \text{nat} \frac{D}{d} = \log \text{nat} \frac{x}{d},$$

$$\text{ou } \log \text{nat} \left(\frac{D}{d}\right)^2 = \log \text{nat} \frac{x}{d}, \text{ou } \left(\frac{D}{d}\right)^2 = \frac{x}{d} \text{ et } x = \frac{D^2}{d}.$$

91. — Quel doit être le diamètre du fil conducteur du câble précédent, si l'on veut maintenir le diamètre extérieur de la couche isolante et si la capacité doit être réduite au tiers?

Réponse : — On a l'équation :

$$\frac{K}{2 \log \text{nat} \frac{D}{y}} = \frac{1}{3} \frac{K}{2 \log \text{nat} \frac{D}{d}}, \text{ d'où } y = \frac{d^3}{D^2}.$$

92. — Un câble en gutta-percha a un fil conducteur de 3 mm; quel doit être le diamètre extérieur de l'enveloppe pour que la capacité kilométrique du câble soit 15.10^5. U. E. S. ?

Réponse : — On doit avoir :

$$\frac{4{,}2.0{,}4343.10^5}{2 \log \text{nat} \frac{x}{3}} = 15.10^5, \text{ d'où l'on tire : } x = 3{,}450 \text{ mm.}$$

93. — Quel devra être le diamètre si la capacité n'est que la moitié de ce qu'elle était dans le cas précédent ?

Réponse : — D'après ce que nous avons vu au numéro 90, il vient :

$$x = \frac{3{,}45^2}{3} = 3{,}967 \text{ mm.}$$

§ 11. Condensateurs plans.

94. — En supposant que la capacité d'un condensateur plan soit donnée par la formule $C = \frac{KS}{4\pi e}$, quelle doit être la surface d'un condensateur pour qu'il ait une capacité de 2 microfarads, le coefficient d'induction étant K = 2,4 et l'épaisseur de la couche isolante $e = 0{,}05$ mm ?

RÉPONSE : — De la formule, on tire : $S = \frac{4\pi\, e.\, C}{K} =$

$$S = \frac{4\pi.\ 0{,}05.2.9.10^5}{2{,}4} = 15\pi\ 10^4\ \text{cm}^2 = 47{,}124\ \text{m}^2.$$

95. — Quelle est la capacité d'un carreau fulminant dont les feuilles d'étain ont 25/16 cm et dont la plaque de verre (K = 3,2) est épaisse de 0,1 cm ?

RÉPONSE :

$$C = \frac{3{,}2.25.16}{4\pi.0{,}1} = 1032\ \text{U.E.S.} = 0{,}00115\ \text{microfarad.}$$

96. — Un électrophore a un disque métallique de 20 cm de diamètre ; celui-ci est distant du disque d'ébonite de 0,02 cm en moyenne ; quelle est la capacité électrique ?

RÉPONSE :

$$C = \frac{10^2\pi.1}{4\pi.0{,}02} = 1250\ \text{U.E.S.} = 0{,}0014\ \text{microfarad.}$$

97. — Un condensateur à lames de 2,5 micro-

farads est chargé avec une pile de 300 volts ; quelle charge prend-il ?

Réponse : — D'après la formule $Q = C\,V$, il vient :

$$Q = 2{,}5.300 = 2{,}5.9.10^5 \times \frac{300}{3.10^2}\ \text{U.E.S.} =$$
$$= 22{,}5.\ 10^5\ \text{U. E. S.} = 0{,}00075\ \text{coulomb.}$$

98. — Un carreau fulminant d'une capacité égale à 2, U. E. S. est chargé au moyen d'une machine de Holtz donnant une différence de potentiel de 30000 volts ; quelle sera la quantité d'électricité accumulée ?

Réponse :

$$Q = C\,V = 2.\ \frac{30000}{3.10^2} = 200\ \text{U.E.S.} = \frac{2}{3.10^7}\ \text{coulomb.}$$

99. — On a quatre condensateurs plans A, B, C, D ; le diélectrique de A, B, D est le verre. celui de C la gutta-percha ; D est deux fois plus long et deux fois plus large que les autres, tandis que le verre de B est deux fois plus mince que celui des autres ; quelles sont les capacités de ces condensateurs ?

Réponse : — En désignant par F la capacité de A, celle de B qui a même surface, mais dont le diélectrique est deux fois plus mince, sera deux fois plus grande, c'est-à-dire de 2 F ; — celle de C est à celle de A dans le rapport des coefficients d'induction spécifique de la gutta et du verre : 4,2 : 1,90 ; elle est donc de 4,4 F. — Enfin la capacité de D, dont la surface est quadruple de celle de A, est de 4 F.

§. 12. Distribution d'électricité.

100. — Soient deux surfaces conductrices planes et parallèles, de grandeur infinie, distantes l'une de l'autre de a cm et maintenues aux potentiels V_1 et V_2 ; on demande : 1° la valeur V du potentiel en un point situé entre les deux plans à une distance X de la surface au potentiel V ; 2° la densité superficielle D_1 et de D_2 sur les deux plans ; 3° la charge Q_1 d'une aire S prise dans la région moyenne de la surface V_1.

RÉPONSE : — Maxwell donne, dans son « *Treatise on electricity and magnetisme* », vol. I, seconde édition, p. 172, les expressions suivantes :

$$V = V_1 + (V_2 - V_1)\frac{x}{a} \; ; \; \delta_1 = \frac{V_1 - V_2}{4\pi a} \; ; \; \delta_2 = \frac{V_2 - V_1}{4\pi a}$$

et pour la charge si les deux plans sont séparés par de l'air

$$Q_1 = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{S}{a}(V_1 - V_2)$$

ou quand les surfaces sont séparées par un milieu isolant à coefficient inducteur spécifique égal à K,

$$Q_1 = \frac{K\,S}{4\pi a}(V_1 - V_2)$$

101. — Deux surfaces sphériques concentriques, de rayons R_1 et R_2 ($R_1 < R_2$), sont maintenues à des potentiels V_1 et V_2 ; quels sont : 1° le potentiel en un point distant de r du centre ; 2° la force résultante qui sollicite l'unité d'élec-

tricité en ce point ; 3° les densités superficielles δ_1 et δ^2 ; 4° les charges totales Q_1 et Q_2 ; enfin quelle est la capacité de la sphère intérieure ?

RÉPONSE : — Dans le même traité, cité ci-dessus p. 174, on voit que

$$V = \frac{V_1 R_1 - V_2 R_2}{R_1 - R_2} + \frac{(V_1 - V_2) R_1 R_2}{r (R_2 - R_1)}; \; R = \frac{(V_1 - V_2) R_1 R_2}{r^2 (R_2 - R_1)};$$

$$\delta_1 = \frac{1}{4\pi R_1^2} \cdot \frac{(V_1 - V_2) R_1 R_2}{R_2 - R_1}; \; \delta_2 = \frac{1}{4\pi R_2^2} \cdot \frac{(V_2 - V_1) R_1 R_2}{R_2 - R_1};$$

$$Q_1 = 4\pi R^2 \delta_1 = \frac{(V_1 - V_2) R_1 R_2}{R_2 - R_1} = - Q_2 ; \; C_1 = \frac{R_1 R_2}{R^2 - R_1}.$$

102. — Soit R_1 le rayon de la surface extérieure d'un cylindre conducteur ; soit R_2 le rayon de la surface intérieure d'un cylindre creux ayant même axe que le premier ; soient V_1 et V_2 les potentiels respectifs de ces deux corps, quels sont : 1° le potentiel V en un point distant de r de l'axe ; 2° les densités δ_1 et δ_2 sur les deux surfaces ; 3° les charges Q_1 et Q_2 par longueur l ; 4° la capacité, si l'espace compris entre les deux cylindres est rempli par un diélectrique à pouvoir inducteur spécifique K ?

RÉPONSE : — A la page 176 du traité de Maxwell, on lit :

$$V = \frac{V_1 \log \frac{R_2}{r} + V_2 \log \frac{r}{R_1}}{\log \frac{R_2}{R_1}}; \; \delta_1 = \frac{V_1 - V_2}{4\pi R_1 \log \frac{R_2}{R_1}};$$

$$\delta_2 = \frac{V_2 - V_1}{4\pi R_2 \log \frac{R_2}{R_1}};$$

$$Q_1 = 2\pi R_1 l \delta_1 = \frac{l}{2} \frac{V_1 - V_2}{\log \frac{R_2}{R_1}} = -Q_2 ; C = \frac{l K}{2 \log \frac{R_2}{R_1}}.$$

§ 13. Force électrique.

103. — Le potentiel en un point d'une circonférence de rayon R étant $V = \frac{Q}{R}$, quelle est la valeur de la force électrique; 1° suivant un rayon, et 2°, suivant une tangente au cercle ?

Réponse : — On sait que $F = -\frac{d V}{d N}$, ou

$$F = -\frac{d\left(\frac{Q}{R}\right)}{d N} = -\frac{d\left(\frac{Q}{R}\right)}{d R} = +\frac{Q}{R^2},$$ dans la direction

d'un rayon; la force F' dirigée suivant la tangente est

$$F' = F \cos 90^\circ = \frac{Q}{R^2} \cos 90^\circ = 0.$$

104. — Le potentiel d'un point, situé à a cm au-dessus du centre d'un cercle de rayon R et chargé de Q U. E. S. est donné par la formule : $V = \frac{2Q}{R} \left\{ \sqrt{R^2 + a^2} - a \right\}$. Quelle est la force avec laquelle l'unité électrique est sollicitée en ce point ?

Réponse : — En dérivant V par rapport à la normale et en changeant le signe du résultat, on obtient l'expression de la force :

$$F = -\frac{2\,Q}{R^2}\left\{\frac{a}{\sqrt{R^2 + a^2}} - 1\right\}$$

105. — Quelle est la force avec laquelle l'unité d'électricité est sollicitée, si elle se trouve sur l'enveloppe métallique d'un câble dont les constantes sont R, r, l, et qui est chargé de Q U. E.S. ?

Réponse : — Le potentiel en un point de l'enveloppe du câble a pour valeur :

$$V = \frac{2 \log \text{nat} \frac{R}{r}}{l} . Q ;$$

en différentiant cette expression, on obtient :

$$F = \frac{2\,Q}{l}\left\{\frac{1}{R} - \frac{1}{r}\right\} = \frac{Q\,(R - r)}{2\,l\,r\,R}$$

106. — Quelle est la force avec laquelle s'attirent deux équivalents électrochimiques placés à 500 mètres l'un de l'autre ?

Réponse : — L'équivalent électrochimique, c'est-à-dire le nombre de coulombs nécessaires pour mettre en liberté 1 gr. d'H, est égal à 96000×3.10^9 U E S de quantité. D'après la loi de coulomb ces quantités s'attirent avec une force

$$f = \left(\frac{288000.10^9}{50000}\right)^2 = 3318.10^{16} \text{ dynes} =$$

$$f = 331{,}8.10^{12} \text{ mkg} = 45{,}1.10^{10} \text{ HP}.$$

107. — Sur une sphère (ou tout autre corps) la densité électrique est $\delta = 0{,}26$. Quelle est la force qui tend à enlever l'électricité d'un cm² ?

Réponse : — D'après la formule $F = 4\pi\,\delta$ (loi de Coulomb-Poisson, voir Maxwell II, p. 90) la force demandée est $F = 4\pi.0,26 = 3,2672$ dynes $= 3,2672.0,0010198$ gr. $= 0,003332$ gr.

108. — Dans un tube de Geissler, les fils de platine se terminent par de petites boules de $0,3^{cm}$ de rayon et les restes des fils sont soigneusement enveloppés par du verre. On produit des décharges avec une machine donnant 21600 volts. En supposant que l'air soit un isolant parfait et immobile, quel doit être le degré de vide pour que l'air n'empêche pas les décharges ?

Réponse : — La force avec laquelle l'électricité tend à s'échapper par cm² de surface est, d'après la loi de Coulomb :

$$F = 4\pi\,\delta = 4\pi\,\frac{21600}{4\pi\,0,3}\cdot\frac{1}{3.10^2}\ \text{U.E.S.} = 240 \text{ dynes.}$$

D'autre part, la pression atmosphérique, à une latitude de 45°, équivaut à 1033,3 masse-grammes. = $= 1033,3.980,61$ dynes. $= 1,0133.10^6$ dynes.

Les x cm de force élastique de l'air que nous cherchons auront une pression de $1,0133.10^6\,\frac{x}{76}$. C'est cette dernière qui doit égaler les 240 dynes :

$$240 = 1,0133.10^6\,\frac{x}{76},\ \text{d'où } x = 0,180006 \text{ cm.}$$

109. — On charge le condensateur sphérique du n° 76 avec une machine qui donne une différence de potentiel de 18000 volts ; quelle est la force F, par centimètre carré, avec laquelle l'électricité tend à percer le verre, en supposant que le coefficient d'induction K soit égal à 2,4 ?

RÉPONSE : — Nous savons que $F = 4\pi\,\delta =$

$$F = 4\pi \frac{Q}{S} = 4\pi \frac{CV}{S} = 4\pi \frac{9006.2,4}{4.6^2\,\pi} \cdot \frac{18000}{3.10^2} \text{ dynes} =$$

$$F = 36024 \text{ dynes} = 33,72 \text{ gr.}$$

110. — Quelle est l'énergie que renferme le même condensateur du n° 76, et quelle est la quantité de chaleur que peut produire l'électricité accumulée ?

RÉPONSE : — L'expression de l'énergie électrique est la suivante :

$$W = \frac{1}{2} \Sigma (Q_i V_i).$$

(Voir Maxwell, I, p. 97.) Nous avons dans notre cas :

$$W = \frac{1}{2} Q V = \frac{1}{2} C V V = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2} 9006 \left(\frac{18000}{3.10^2}\right)^2 \text{ ergs}$$
$$= 16,2.10^6 \text{ ergs} = 0,165 \text{ mkg.}$$

Pour calculer la quantité de chaleur demandée, rappelons-nous que 1 erg $= \frac{24}{10^9}$ cal-gr, nous avons donc :

$$16,2.10^6 \times \frac{24}{10^9} \text{ cal-gr} = 0,389 \text{ cal-gr.}$$

111. — Les deux armatures (eau et étain) du condensateur du n° 77 sont mises en communication avec les pôles d'une machine Wimshurst donnant une différence de potentiel de 30000 volts.

Quelle est la densité électrique sur le condensateur ?

Réponse : — Par définition on a :

$$\delta = \frac{Q}{S} = \frac{C\,V}{S} = \frac{2289{,}8}{2\pi.1.200} \cdot \frac{30000}{3.10^2}\ \text{U.E.S.} =$$

$$= 183 \left[\text{cm.}^{-\frac{1}{2}}\ \text{gr. sec.}^{-1}\right].$$

112. — Quelle est la force qui tend à écarter l'électricité sur un cm², dans le cas du numéro précédent ?

Réponse : — La loi de Coulomb donne $F = 4\pi\ \delta =$ $= 4\pi.\ 183 = 2200$ dynes $= 2290.0{,}0010198$ gr $= 2{,}33$ gr.

113. — On demande la densité électrique à la surface de l'âme du câble transatlantique (n° 87) ainsi que la force agissant normalement à la surface de l'âme contre l'enveloppe isolante ?

Réponse : $\delta = \frac{C\,V}{S} = \frac{302971}{2.0{,}25\pi\ 10^5} \cdot \frac{150}{3.10^2} = 0{,}96.$

$F = 4\pi\ \delta = 12{,}12$ dynes $= 0{,}012$ gr. par cm².

114. — Quelle était la densité électrique sur l'âme du câble Paris-Creil (n° 85) ? Quelle était aussi l'énergie accumulée, et enfin quelle était la force normale par cm² ?

Réponse : — $\delta = \frac{C\,V}{S} = \frac{Q}{S} = \frac{2844.\ 10^8}{0{,}3\pi.\ 112.10^5} = 10{,}1$;

$$W = \frac{1}{2} Q V = \frac{1}{2} \cdot 2844.10^5 \times \frac{6000}{3.10^2} = 2844.10^6 \text{U.E.S.}$$

$$F = 4\pi\,\delta = 4\pi.\ 16{,}1 \text{ dynes} = 202.2 \text{ dynes} = 0{,}203 \text{ gr.}$$

115. — Une surface cylindrique de rayon R et de longueur l est chargée de Q U. E. S. Quelle est l'intensité de la force qui sollicite l'unité d'électricité dans la direction de l'axe ?

Réponse : — On a :

$$F = \frac{dV}{dl} = \frac{d}{dl}\left\{ Q\,\frac{2 \log \operatorname{nat} \frac{l}{R}}{l} \right\} = \frac{2Q}{l^2}\left\{ 1 - \log \operatorname{nat} \frac{l}{R} \right\}$$

116. — Quelle est l'intensité de la force dans la direction de l'axe, dans le cas où la surface cylindrique est l'armature intérieure d'un condensateur ?

Réponse : — On a $F = \frac{dV}{dl}$, or d'après le numéro 57

$$V = \frac{2Q}{Kl} \log \operatorname{nat} \frac{R}{r},$$

donc :

$$F = -\frac{2Q}{Kl^2} \log \operatorname{nat} \frac{R}{r}.$$

117. — Une sphère pleine de R cm de rayon a reçu une charge de Q U. E. S. ? Quels sont les points pour lesquels le potentiel de la sphère est maximum et quels sont ceux où la force est maxima ?

Réponse : — L'expression générale pour le potentiel d'un point, situé à d cm du centre d'une sphère, est :

$$V = 2\pi \delta R^2 - \frac{2}{3} \pi \delta d^2$$

Cette valeur devient maximale ou minimale pour les valeurs de d qui satisfont à la relation : $\frac{dV}{dd} = 0$, soit à $\frac{4}{3} \pi \delta d. = o$, ce qui ne se peut que si $d = o$; alors $V = 2\pi \delta R^2$. Cela arrive donc pour le centre lui-même.

L'expression algébrique de la force est :

$F = \frac{4}{3} \pi \delta d$, laquelle est maximale pour la valeur maximale de d, c'est-à-dire pour $d = R$; la force est alors $F = \frac{4}{3} \pi \delta R$.

118. — Une couche sphérique de 4 cm de rayon est chargée de 0,0000001 coulomb ou de 300 U. E. S. ; quelle est en dynes la force avec laquelle l'unité d'électricité est sollicitée, si celle-ci se trouve à 1 cm en dehors de la surface ?

Réponse : — $F = \frac{Q}{d^2} = \frac{300}{(4+1)^2} = \frac{300}{25}$ U.E.S. $= 12$ dynes.

119. — Quelle doit être la charge d'une couche sphérique de 20 cm de rayon pour que l'unité d'électricité soit retenue sur elle avec la force de 1 gramme ?

Réponse : — 1 gr $= 981$ dynes $= \frac{Q}{20^2}$ U.E.S. d'où :

$$Q = 392244 \text{ U.E.S.} = \frac{392244}{3.10^9} = 0{,}000131 \text{ coulomb.}$$

120. — Le câble du n° 79 est couché sur terre et chargé de 5000 volts; quelle est la décharge

qu'une personne placée sur terre peut tirer de l'enveloppe extérieure ? Quelle est la décharge possible si le câble est isolé de la terre et porté par deux poteaux télégraphiques ?

RÉPONSE : — Lorsque le câble est couché par terre, une personne touchant la terre n'en pourra pas tirer de décharge, car elle se trouve ainsi que la terre au même potentiel que l'enveloppe extérieure.

Lorsque le câble est isolé, la décharge possible peut avoir toutes les valeurs depuis 0 jusqu'à un certain maximum ; elle dépend de la différence de potentiel entre la terre et le câble. Cette valeur maximale est :

$$15{,}8 \text{ microfarads} \times 5000 \text{ volts} = 0{,}079 \text{ coulomb.}$$

121. — Aux extrémités du grand axe d'une ellipse et aux extrémités des perpendiculaires élevées sur le grand axe par les foyers se trouvent des masses électriques m égales, mais alternativement de signes contraires. Une boule chargée de m' coulombs doit être déplacée d'un foyer à l'autre ; quel est le travail nécessaire ?

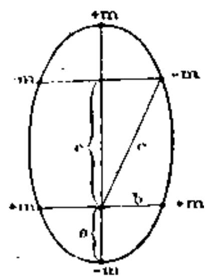

FIG. 8.

RÉPONSE : — Comme le travail est égal à la différence de potentiel entre les deux foyers pour l'unité d'électricité, le travail cherché sera :

$m' V - m' (- V) = 2\, m' V$, où V représente le potentiel d'un des foyers. Ce potentiel a pour valeur :

$$V = +\frac{m}{a} - 2\frac{m}{b} + 2\frac{m}{c} - \frac{m}{c+a} = m\left\{\frac{1}{a} - \frac{2}{b} + \frac{2}{c} - \frac{1}{c+a}\right\}$$

122. — Quel travail faut-il pour transporter la masse électrique Q d'une extrémité d'un diamètre d'une ellipse à l'autre extrémité ?

Réponse : — Sur toute la surface d'une ellipse on a le même potentiel, il ne faut donc aucun travail pour effectuer le transport de Q.

123. — Dans les condensateurs B. B. et C^ie de 1 microfarad, l'étendue d'une armature est d'environ 10000 cm^2 ; l'épaisseur de la couche isolante est $e = 0,1$ cm ; quelle est l'énergie électrique y contenue, si l'une des armatures étant à la terre, l'autre est en communication avec une source au potentiel V = 600 volts ?

Réponse :

$$W = \frac{1}{8\pi}.\frac{S}{e}.V^2 = \frac{1}{8\pi}.\frac{10000}{0,1}.\left(\frac{600}{3\ 10^2}\right)^2 = 15924 \text{ ergs} =$$
$$W = 16,2 \text{ gr-cm.}$$

124. — Quelle est la quantité de chaleur que la décharge du condensateur fournit ?

Réponse :

$$\frac{W}{424} = \frac{15924}{424 \text{ mkg}} = 15924.24.10^{-9} \text{ cal-gr} = 0,000\ 282 \text{ cal-gr.}$$

125. — Une sphère métallique de 9 cm de rayon est au potentiel V = 3000 volts ; quelle est l'énergie qu'elle contient ?

RÉPONSE : — L'énergie potentielle d'un conducteur chargé s'exprime par $W = \frac{C V^2}{2}$, d'où :

$$W = \frac{1}{2} . 9 \times \left(\frac{3000}{3.10^2}\right)^2 \text{U.E.S.} = 1250 \text{ ergs} = \frac{1250}{981} \text{ cm gr.}$$

$$W = 1,27 \text{ cm gr.}$$

126. — Un condensateur B. B. et Cie. a facilement une capacité de 2,5 microfarads ; en supposant qu'il supporte un potentiel de 600 volts, quelle est l'énergie électrique qu'on peut y accumuler ?

RÉPONSE : — $W = \frac{1}{2} . 2,5. 10^{-15} \times (600.10^8)^2$ U.E.M. =

$$= 4500000 \text{ ergs} = 4587 \text{ cm gr.}$$

ou $W = \frac{1}{2}. \ 2,5.9.10^5 \times \left(\frac{600}{3.10^2}\right)^2$ U.E.S. = 4500000 ergs =

$$= 0,046 \text{ kgm.}$$

127. — L'énergie électrique d'une jarre est de 0,6 kgm ; la différence de potentiel entre les deux armatures étant 3000 volts, quelle est la charge et quelle est la capacité de la jarre ?

RÉPONSE : — De la relation :

$$W = \frac{C V^2}{2} = \frac{Q V}{2} = \frac{Q^2}{2 C}, \text{ on tire :}$$

$$Q = \frac{2 W}{V} = \frac{2.60000}{3000 \frac{1}{3.10^2}} = 12000 \text{ U.E.S.} = 4.10^{-6} \text{ coulomb.}$$

En outre :

$$C = \frac{W}{2V^2} = \frac{60000}{2\left(3000.\frac{1}{3.10^2}\right)^2} \text{ U.E.S.} = 3000 \text{ U.E.S.} =$$

$$= \frac{1}{300} \text{ microfarad.}$$

II. — ÉLECTRICITÉ DYNAMIQUE

§ 1. Idée de la force électromotrice et de la quantité d'électricité.

128. — Quelle est la tension d'une colonne de Volta de 80 couples Zn-Cu comparée à celle d'un seul couple ? — et quel est le rapport des quantités en supposant que les pôles soient reliés par un gros fil de cuivre (sans résistance) ?

Réponse : — *a.* elle est quatre-vingts fois plus grande.
b. il est égal à 1, les quantités étant les mêmes dans les deux cas.

129. — Les 40 premiers couples de la colonne sont tournés en sens inverse de celui des 40 autres. Quelle est la tension aux extrémités de la colonne et quelle est-elle entre une extrémité et le milieu ?

Réponse : — *a.* la tension est nulle,
b. elle est égale à quarante fois celle d'un couple.

130. — De 2n couples Zn-Cu, on en dispose

n dans un certain sens et les n autres en sens inverse. Les extrémités (Zn et Zn par exemple) sont réunies par un fil métallique. Quelle tension (différence du potentiel) y a-t-il entre ce fil et le milieu de la colonne ? — et quelle est la quantité comparée à celle d'un seul couple ?

Réponse : — Zn-Cu et Cu-Zn ont la même différence de potentiel de n volts.

La quantité est double de celle fournie par un seul couple.

131. — Comment faut-il disposer 50 couples d'une colonne de Volta, pour avoir une force électromotrice 50 fois plus grande que celle d'un seul couple, et comment pour obtenir une quantité 25 fois plus grande ?

Réponse : — *a*. Il faut disposer tous les couples dans le même sens, c'est-à-dire en série.

b. Il faut disposer les cinquante couples en paires de couples alternativement dans un sens, puis dans l'autre, de la façon suivante :

Zn Cu, Zn Cu, Cu Zn, Cu Zn, Zn Cu, Zn Cu, etc.

En outre, il faut relier tous les zincs doubles et les cuivres doubles par un même fil. La force électromotrice est alors double de celle d'un seul couple, mais la quantité est celle demandée, car la surface des zincs comme celle des cuivres est devenue vingt-cinq fois plus grande que celle d'un seul élément.

132. — Quelle est, d'après les chiffres donnés par Ed. Becquerel, la force électromotrice d'un élément

charbon-cuivre-acide sulfurique, comparé et à la force électromotrice d'un élément charbon-potassium-acide sulfurique ?

RÉPONSE : — La F. É. M. du premier couple étant proportionnelle à 35, la seconde à 173, leur rapport sera égal à 5.

132. — Une pile de 6 éléments Pt-Zn-acide sulfurique doit être remplacée par une pile Pt-Cu-acide sulfurique devant produire la même force électromotrice. Combien d'éléments faudra-t-il ?

RÉPONSE : — Les éléments Pt-Zn-acide sulfurique donnent une F. É. M. proportionnelle à 6.103 = 618 ; les x éléments Pt-Cu-acide sulfurique donneront x. 35 et l'on aura :

$$618 = x \,.\, 35, \text{ d'où :}$$

$$x = \frac{618}{35} = 18 \text{ éléments.}$$

134. — Quel est le rapport de la force électromotrice de trois piles, dont la première se compose de 4 éléments charbon-Fe-acide sulfurique, la seconde de 6 éléments Fe-Zn-acide sulfurique et la troisième de 3 éléments charbon-zinc-acide sulfurique ?

RÉPONSE : — La première pile a une F. É. M. proportionnelle à 4.61 ; la seconde à 6.42 et la troisième à 3.103 ; les F. É. M. seront donc entre elles comme :

244 : 252 : 309.

§ 2. Lois de l'électrolyse.

135. — Dans un même circuit sont intercalés deux voltamètres à électrodes de platine. L'un a 12 cm^2 de surface active, l'autre en a 0,6 cm^2 et les deux contiennent de l'eau acidulée. La quantité de gaz tonnant dégagé dans le premier étant de 40 cm^3, quelle est la quantité fournie par le second ?

Réponse : — Les quantités de gaz dégagé ne dépendant que de l'intensité du courant, comme c'est ici le même courant qui traverse les deux voltamètres, la quantité de gaz dégagé sera la même dans les deux appareils.

136. — Entre les points A et B d'un circuit est intercalée une dérivation dans chacune des branches de laquelle se trouve un voltamètre. Ces branches sont telles que les courants qui y passent sont entre eux comme **2 : 5**. Un troisième voltamètre se trouve avant l'embranchement. La quantité de cuivre déposé par le courant le plus faible étant 0,6 gr., quelles sont les quantités déposées dans le même intervalle de temps dans les deux autres voltamètres ?

Réponse : — Les courants étant entre eux comme 2 à 5, les quantités de Cu déposé seront aussi comme 2 à 5 ; c'est-à-dire :

$$2 : 5 = 0,6 : x, \text{ d'où } x = 1,5 \text{ gr.}$$

Le voltamètre placé avant la dérivation a un courant égal à la somme des courants des deux branches, donc le cuivre qui s'y dépose sera : $0,6 + 1,5 = 2,1$ gr.

137. — Un certain courant dégage 72 cm³ de gaz en 6 minutes dans un voltamètre; un courant d'intensité double passe ensuite dans ce même voltamètre pendant 1 minute. Quelle sera la quantité de gaz dégagé?

RÉPONSE : — Le courant d'intensité double produit une quantité double; dans un sixième de temps, la quantité de gaz ne sera qu'un sixième, donc la quantité cherchée sera : $2 . \frac{1}{6} . 72 = 24$ cm³.

§ 3. Loi de Faraday.

138. — Combien d'argent peut-on déposer avec le courant qui produit 0,6 gr. d'hydrogène?

RÉPONSE : — L'équivalent de l'H étant pris pour unité, celui de l'argent est 108; il se déposera donc dans le voltamètre : $0,6 . 108 = 64,8$ gr. d'argent.

139. — On a pu déposer 200 gr. de cuivre avec un certain courant; quel poids et quel volume d'hydrogène ce courant aurait-il produit?

RÉPONSE : — L'équivalent du Cu étant 31,8, le poids de l'hydrogène dégagé deviendra $\frac{200}{31,8}$ gr. $= 6,29$ gr. Un litre d'H pèse 0,0895 gr.; les 6,29 gr. représentent donc un volume de :

$$\frac{6,29}{0,0895} . 1000 = 70279 \text{ cm}^3.$$

140. — Quelle est la quantité de bismuth que l'on peut déposer avec le courant qui a produit 81000 cm^3 de gaz tonnant?

Réponse : — Ces 81000 cm^3 contiennent : 54000 cm^3 d'H, représentant un volume de 54 litres et un poids de 54. 0,0895 gr = 4,833 gr. ; l'équivalent du bismuth étant 210, le poids déposé sera :

$$4{,}833 \times 210 = 1014{,}93 \text{ gr.}$$

141. — On intercale dans un même circuit un voltamètre à argent, un voltamètre à cuivre et un voltamètre à platine. Pendant une heure il s'est déposé 54 gr. d'argent ; combien s'est-il déposé de cuivre et combien de platine?

Réponse : — La quantité d'H dégagé serait $\frac{54}{108} = \frac{1}{2}$ gr. La quantité de cuivre sera donc : $\frac{1}{2} . 31{,}8 = 15{,}9$ gr. et celle de platine : $\frac{1}{2} . 98{,}6 = 49{,}3$ gr.

142. — Combien un courant qui décompose 5 gr. d'eau peut-il décomposer de sulfate de cuivre ?

Réponse : — Par la décomposition des 5 gr. d'eau il se produira : $\frac{2.1}{2.1 + 1.8} . 5$ gr d'H = 1 gr d'H. ; par suite le même courant fera déposer 31,8 de Cu. et cette quantité de cuivre est contenue dans 127,8 gr. de sulfate de cuivre.

143. — Combien faut-il dépenser de zinc dans une pile qui fait déposer 60 gr. d'argent d'un bain

au nitrate d'argent ($NO_3\ A_g$) en supposant 20 pour 100 du zinc de perdu à cause de son impureté ?

Réponse : — Pour déposer 108 gr. d'argent il faut dépenser 32,7 gr. de Zn. ; les 60 gr. d'Ag. demanderont donc $\frac{60}{108} \cdot 32,7$ gr. $= 18,17$; et en tenant compte de l'usure du Zn ensuite de son impureté : $\frac{5}{4} \cdot 18,17 = 22,71$ gr.

144. — Pour cuivrer une statue en plâtre, on a fait un dépôt de 128 gr. de cuivre ; quel est le prix de revient de cette couche en supposant que le dépôt soit fait avec une pile Daniell et sans compter la main-d'œuvre, les prix du sulfate de cuivre, du zinc et de l'acide sulfurique étant ceux du jour ?

Réponse : — Les 128 gr. de cuivre demandent :
$\frac{128}{31,8}(32 + 4.16 + 31,8) = 515$ gr de sulfate de cuivre au prix de 1 fr. 60 le kg. ce qui fait 82 cnts. — Le Zn usé sera : $\frac{5}{4} \cdot \frac{128}{31,8}(32,7) = 164,5$ gr, à 0,3 cts le gramme, ce qui fait : $164,5 . 0,3 = 49,35 = 50$ cts. — Enfin l'acide sulfurique que demande la pile sera : $\frac{128}{31,8} \cdot 48 = 193,2$ gr. coûtant $193,2 . 0,04$ cts $= 8$ cts. Les dépenses en matières premières s'élèvent ainsi à fs 1.40 cts.

145. — Un coulomb dépose 0,0003307 gr. de cuivre ; combien d'électricité faut-il pour déposer 128 gr. de cuivre ?

Réponse : — Il en faut $\frac{128}{0,0003307} = 387060$ coulombs.

146. — Combien cette quantité d'électricité produit-elle de gaz tonnant, si un coulomb en produit 0,1760 cm^3 ?

Réponse : — Elle en produira :

$$387060 . 0,1760 = 68122 \text{ cm}^3.$$

147. — Une pile servant à l'argenture donne un courant de 0,6 ampères ; quel est le poids de l'argent déposé sur un objet de 350 cm^2 de surface pendant 3 secondes, si un ampère-heure en dépose 4,082 gr? et quelle est l'épaisseur de la couche d'argent?

Réponse : — La quantité d'argent déposée sera :

$$4,082 . 0,6 \frac{3}{60.60} \text{ gr. } 0,002041 \text{ gr.}$$

et le volume de la couche sera : $\frac{0,002041}{10,51} = 0,0002$ cm^3 ; cette quantité d'argent est déposée sur 350 cm^2 de surface ; l'épaisseur de la couche sera donc de

$$\frac{0,0002}{350} = 0,0000006 \text{ cm.}$$

148. — Pendant combien de temps faut-il laisser dans le bain de cuivre une plaque de platine de 200cm^2 de surface pour que l'épaisseur de la couche de cuivre déposée soit de 0,0000005 cm, si le courant est constant et égal

à 0,2 ampères, un ampère-heure déposant 1,191 gr ?

Réponse : — Soit x le nombre de secondes ; il faudra que $1,191.0,2\,\frac{x}{60.60}\cdot\frac{1}{8,94}\cdot\frac{1}{200} = 5.10^{-8}$, d'où

$$x = \frac{5.10^{-8}.36.100.2.100.8,94}{0,2382} = 1,35 \text{ secondes.}$$

149. — Dans un atelier de galvanoplastie, on fait passer le même courant dans un bain de cuivre, dans un bain d'argent, dans un bain d'or et dans un bain de nickel ; quel est le rapport des poids des divers métaux déposés dans un même intervalle de temps ?

Réponse : — Le courant ayant la même intensité et passant pendant le même temps, les quantités déposées seront entre elles comme les équivalents électro-chimiques, donc :

$$\text{Cu : Ag : Au : Ni} = 1,191 : 4,082 : 3,714 : 1,115.$$

ou bien « : : : $= 0,3307 : 1,134 : 1,0316 : 0,3097$

150. — Quel est, pour un même courant, le rapport des temps nécessaires pour déposer un même poids de cuivre, d'argent, d'or, de nickel ?

Réponse : — Ces temps sont entre eux comme

$$\text{Cu : Ag : Au : Ni} = \frac{1}{1,191} : \frac{1}{4,082} : \frac{1}{3,714} : \frac{1}{1,115} =$$
$$= 84 : 24,5 : 27 : 90.$$

151. — Quelle est l'intensité du courant qu'il faut pour décomposer un gramme d'eau par seconde ?

Réponse : — D'après Kohlrausch, un coulomb passant à travers l'eau acidulée dégage 0,0000105 gr. d'H ; le poids de l'eau décomposée dans le même temps et par le même courant est 9.0,0000105 gr. Il faudra donc que les x ampères satisfassent à la condition :

x. 9.0,0000105 = 1 gr., d'où x = 10582 ampères.

152. — Normalement le courant passant dans un bain de cuivre est tel que 0,5 gr. de cuivre sont déposés par cm² et par 24 heures ; avec un dépôt de 1,5 gr., le cuivre est de mauvaise qualité. Quelle est l'intensité du courant qui correspond à ces deux cas ?

Réponse : — D'après Table VI... un coulomb dépose 0,0003280 gr. soit 28,0 gr. par ampère en 24 h. Pour que le dépôt ne soit que de 1/2 gramme le courant normal devra être $\frac{1}{56}$ amp. par cm² de surface, soit $\frac{3}{56}$ ou environ $\frac{1}{19}$ au maximum.

153. — Avec une machine dynamo-électrique, on peut déposer 600 gr. de nickel par heure et par m² ; quelle est l'intensité du courant par cm² de l'objet ?

Réponse : — La quantité de nickel déposée par cm² et par seconde est : $\frac{600}{3600.10000}$ gr., et comme un ampère-seconde dépose 0,0003015 gr., l'intensité demandée sera

$$\frac{600}{3600.10000.0,0003015} = \frac{1}{18} \text{ ampère.}$$

§ 4. Idée de l'unité de courant.

154. — Au centre d'un arc de cercle dont la longueur et le rayon sont de 1 cm, se trouve l'unité de magnétisme ; quelle est l'intensité du courant, si la force attractive est de 1 dyne ?

Réponse : — D'après la définition cette intensité est égale à l'unité électro-magnétique de courant.

155. — Dans une circonférence de 1 cm de rayon circule un courant d'intensité égale à 1 U. E. M. ; quelle est la force avec laquelle ce courant agit sur l'unité de magnétisme placée en son centre ?

Réponse : — Le courant d'une U. E. M. circulant dans un arc de cercle de 1 cm de longueur et de rayon agit sur l'unité de magnétisme placée en son centre avec une force égale à 1 dyne ; dans notre cas la longueur du circuit n'est pas de 1 cm, mais de 2π cm ; la force elle-même sera donc de 2π dynes.

156. — L'unité de courant circule dans une circonférence de rayon r; quelle est la force avec laquelle elle agit sur l'unité de magnétisme placée en son centre ?

Réponse : — Le circuit a une longueur de $2\pi\, r$ cm : mais la distance des éléments du circuit à l'élément de magnétisme étant r fois plus grande que 1 cm, l'effet sera plus petit et cela dans le rapport de $1 : r^2$; on aura donc pour la force, la valeur $\frac{2\pi r}{r^2} = \frac{2\pi}{r}$ dynes.

157. — En supposant m U. E. M. de magnétisme au centre d'un circuit circulaire, parcouru par i U. E. M. de courant, quel doit être le rayon de la circonférence pour que la force soit de 1 dyne ?

Réponse : — La force du courant est $\frac{m\ i\ 2\pi\ r}{r^2}$ dynes ; elle doit être de 1 dyne, on a donc :

$$\frac{m\ i\ 2\pi}{r} = 1, \text{ d'où } r = 2\pi\ m\ i \text{ cm.}$$

158. — Quel doit être le rayon du circuit circulaire de $2\pi r$ de long, si le courant a une intensité de 1 U. E. M. et si le centre est occupé par l'unité de magnétisme, pour que la force qui agit entre les deux éléments soit de 1 dyne ?

Réponse : — Le problème fournit l'équation :

$$1 = \frac{2\pi\ r.1.1.}{r^2}, \text{ d'où } r = 2\pi.$$

159. — Deux demi-circonférences concentriques, mais opposées l'une à l'autre, et de rayon r et R, sont parcourues par un même courant de i U. E. M. ; le centre commun est occupé par m unités de magnétisme ; quelle est

la force avec laquelle le courant agit sur le pôle ?

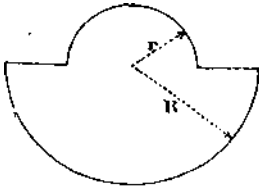

FIG. 8.

RÉPONSE : — On a :

$$f = \frac{\pi\, r\, i\, m}{r^2} + \frac{\pi\, R\, i\, m}{R^2} = \pi\, i\, m \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{R}\right) \text{ dynes.}$$

160. — En faisant, dans le numéro précédent $m = i = 1$, et $R = 2\,r$, quelle doit être la valeur de R pour que $f = 1$?

RÉPONSE :

$$1 = 2\pi\, i\, m \left(\frac{R + r}{R.r}\right) = 2\pi\, \frac{3r}{Rr} = \frac{6\pi}{R},$$

d'où $R = 6\pi$ cm, et $r = 3\pi$ cm.

161. — Le courant d'un circuit circulaire de 5 cm de rayon agit sur 4 U. E. M. placées en son centre avec une force de 0,1 dyne, quelle est, en ampères, l'intensité du courant ?

RÉPONSE : — Désignons par x l'intensité cherchée ; nous avons :

$$2\pi \,.\, \frac{x}{10} \,.\, 4 \,.\, \frac{1}{5} = 0{,}1 \text{ dyne, d'où } x = 0{,}2 \text{ ampère.}$$

§ 5. Idée de l'unité de quantité d'électricité.

162. — Dans un circuit circule un courant de 10 ampères. Quelle est la quantité d'électricité qui traverse par seconde une section de ce fil ?

Réponse : — Comme les 10 ampères sont équivalents à une U.E.M. par définition même, la quantité demandée est de 1 U.E.M.

163. — Un fil conducteur est parcouru par un courant de 200 ampères ; quelle est la quantité d'électricité qui traverse une section du fil dans chaque seconde ?

Réponse : — On a :

$$200 \cdot \frac{1}{10} \cdot 1 \text{ m} = 20 \text{ U.E.M. de quantité} = 200 \cdot 10^{-1} \text{ U.E.M.}$$
$$= 200 \text{ coulombs.}$$

164. — Une pile de 4 éléments Bunsen, accouplés en quantité, a l'un de ses pôles mis à la terre ; l'autre donne continuellement son électricité à des réservoirs convenables. Le courant étant de 40 ampères et la pile restant constante pendant 90 minutes, quelle est la quantité d'électricité qui s'écoule dans la terre pendant ce temps ?

Réponse : — En unités pratiques, la quantité demandée est donnée par la formule : Q coulombs = I ampères $\times$ T secondes, soit $Q = 40 \cdot 90 \cdot 60 = 216000$ coulombs, ou bien, en unités absolues, 1 ampère étant égal à 0,1 U.E.M.

$Q = 40 . 10^{-1} . 90 . 60$ U.E.M. $= 21600$ U.E.M. et comme un coulomb $= 10^{-1}$ U.E.M. $Q = 216000$ coulombs.

165. — L'électricité positive produite dans une machine à frottement a été conduite sur un conducteur sphérique de 6 cm de rayon par un long fil conducteur bien isolé ; au bout de 5 secondes on a pu tirer de la sphère une étincelle de 3 cm de longueur (différence de potentiel = 8000 volts). Quelle était l'intensité du courant qui a traversé le fil, en supposant que la production d'électricité et le courant aient été constants ?

Réponse : — La quantité d'électricité parvenue sur la sphère est $Q = C\,V = 6 . \frac{8000}{10^8}$ U.E.M. $= \frac{48 . 10^{-5}}{10^{-1}}$ coulomb $= 48 . 10^{-4}$ coulomb. Cette quantité a traversé une section quelconque du fil pendant 5 secondes ; en une seconde il en est donc passé :

$$\frac{1}{5} . 48 . 10^{-4} \text{ ampères} = 0{,}96 \text{ milliampère.}$$

§ 6. Idée de l'unité de résistance électrique.

166. — On veut représenter l'U. E. M. de résistance par un fil d'argent recuit, pur, de 2 cm de diamètre ; quelle doit être sa longueur ?

Réponse : — La résistance d'un fil d'argent de 1 m de long sur 1 mm de diamètre est de 0,01937 ohms $= 0{,}01937 . 10^9$ U.E.M. Le fil de 20 mm de diamètre aura une résistance de $20^2 = 400$ fois plus petite, soit de $0{,}0000484 . 10^9$ U.E.M. $= 48400$ U.E.M. Pour trouver la longueur du fil dont la résistance est de 1 U.E.M. il faudra diviser 1000 par ce nombre de 48400 U.E.M. ; cela donne : $\frac{1000}{48400} = \frac{10}{484} = \frac{1}{48}$ mm environ.

167. — Quelle doit être l'épaisseur d'une pièce de 2 sous (2 R = 30 mm.) pour qu'elle présente dans le sens de l'épaisseur, une résistance de 1 U. E. M. ?

Réponse : — 0,046 mm.

168. — Le cuivre du commerce le plus mince a une épaisseur de 0,02 cm, quelle doit être la surface d'une plaque pour qu'elle ait, dans le sens de l'épaisseur une résistance de 1 U. E. M. de résistance ?

Réponse : — Ce cuivre lorsqu'il est laminé a par cm² une résistance de 1 mikrohm = $0{,}000001652 . 10^9$ U. E. M. Pour une épaisseur de 0,02 cm, sa résistance ne sera plus que de $\frac{0{,}000001652}{0{,}02} . 10^9$ U.E.M. = 82600 U.E.M. par cm². Pour que la plaque n'ait qu'une résistance de 1 U.E.M. il faudra que sa surface soit de 82600 cm² = 8,26 m².

169. — Le fil de platine le plus fin ayant une épaisseur de 0,01 mm., quelle doit être sa longueur pour qu'il présente une résistance de 1 U. E. M. ?

Réponse : — La résistance d'un fil de platine de 100 cm de long et de 0,1 cm d'épaisseur étant de 0,1166 ohm, celle d'un fil de x cm de long sur 0,001 cm d'épaisseur sera :

$0{,}1166.10^9 \times \frac{x}{100} \times \frac{1}{(0{,}001)^2} = 1$, puisque le problème le demande ; de là, on tire :

$$x = 0{,}86 \text{ cm}.$$

170. — Quelle doit être la longueur d'un fil de cuivre de 1 mm. d'épaisseur pour que sa résistance soit de 1 ohm ? Quelle doit être encore la longueur d'un fil de fer, d'un fil de platine, d'un fil de nickel, d'un fil d'aluminium et d'un fil de plomb, pour répondre aux mêmes conditions que le fil de cuivre ?

Réponse : — Soit ρ la résistance spécifique de la substance [cm, gr, sec], x la longueur cherchée et 10^9 la valeur de l'ohm, on a :

$$\frac{\rho\, x}{\pi\,(0{,}05)^2} = 10^9 \text{U.E.M.} \left[\frac{\text{cm}}{\text{sec}}\right], \text{ d'où } x = \frac{11}{14} \cdot 10^7 \cdot \frac{1}{\rho} \text{ cm}.$$

Les longueurs demandées sont, par suite, pour le

Cu	Fe	Pt	Ni
de $x = 51{,}49$ m ;	$x = 8{,}454$ m ;	$x = 0{,}038$ m ;	$x = 6{,}594$ m ;

Al	Pb
$x = 28{,}18$ m ;	$x = 4{,}19$ m.

171. — Un cm^3 d'or a une résistance de 2,081 microhms ; exprimer cette résistance en unités absolues.

Réponse : — 1 microhm $= 10^{-6}$ ohm $= 10^{-6}.10^9$ U.E.M. $= 10^3$ U.E.M. et les 2,081 microhms valent alors :

$$2{,}081.10^3 \text{ U.E.M.} = 2081 \text{ U.E.M.}$$

§ 7. Idée de l'unité de force électromotrice.

172. — La force électromotrice d'un élément Daniell est de 1 volt ; on réunit les deux pôles par un fil conducteur homogène ; quelle doit être la longueur de ce fil pour que la force électromotrice entre deux de ses points distants l'un de l'autre de 1 cm soit de 1. U. E. M. ?

RÉPONSE : — On sait que 1 volt $= 10^8$ U.E.M. Comme la F.É.M. diminue proportionnellement à la longueur du fil, et que la diminution doit être par cm du fil de 1 U.E.M. il faudra que le fil conducteur ait une longueur de 10^8 cm ou de 1000 kilomètres.

173. — En supposant qu'on tende un fil conducteur le long de l'équateur, tout autour de la terre, quelle doit être la force électromotrice d'une pile pour que la différence de potentiel entre deux points du fil, distants l'un de l'autre de 1 cm, soit de 1 U. E. M. ?

RÉPONSE : — L'équateur ayant 40000000 m de longueur, il faudra 4.10^9 U.E.M. de F.E.M. $= 40.10^8$ U.E.M. $=$ 40 volts.

§ 8. Idée des unités électriques techniques.

174. — Combien un cheval-heure vaut-il de kilogrammètres ?

RÉPONSE : — Un cheval-heure, c'est le travail fourni par un cheval-vapeur pendant une heure, c'est-à-dire le travail de 75 kgm pendant 3600 secondes ; il vaut donc :

$$75.3600 = 270000 \text{ kgm}.$$

175. — Combien 1 kgm. vaut-il d'ergs ?

RÉPONSE : — Un erg étant le travail d'une dyne le long de 1 cm, et une dyne valant $\frac{1}{981}$ gr, le kgm de 1000 gr et de 100 cm vaudra :

1000.981 dynes le long de 100 cm = 98100000 ergs.

176. — Combien un cheval-vapeur vaut-il d'ergs ?

RÉPONSE : — Le cheval-vapeur ayant 75 kgm et le kgm étant égal à 98100000 ergs, le cheval-vapeur vaudra :

75.98100000 = 737500000 ergs = 737,5 mégaergs.

177. — Quel est l'équivalent calorifique d'un cheval-vapeur, exprimé en calories Kg-degré ?

RÉPONSE : — L'équivalent calorifique d'un kgm étant $\frac{1}{424}$ cal (kg-deg.), celui d'un cheval-vapeur sera

$$\frac{75}{424} = 0{,}17689 \text{ cal (kg-deg)}.$$

178. — Les unités fondamentales de longueur et de masse dans le système des unités pratiques sont 10^9 cm et 10^{-11} gr. Par quelle fraction du méridien terrestre et par quel volume d'hydrogène à 0° et 760 mm ces deux quantités sont-elles représentées ?

RÉPONSE : — 10^9 cm = quadrant du cercle ;

$$10^{-11} \text{ gr} = \frac{1}{10} \text{ mm}^3 \text{ d'H à 760 mm}.$$

179. — Combien vaut en ergs l'unité technique de travail électrique, le volt-ampère, ou watt ?

RÉPONSE :

$$1 \text{ watt} = 1 \text{ volt} \times 1 \text{ ampère} = 10^8 \text{ U.E.M. de F.É.M.} \times 10^{-1} \text{ U.E.M. de courant} = 10^7 \text{ U.E.M. de travail} = 10^7 \text{ ergs.}$$

180. — Combien un kgm. vaut-il de watts ?

RÉPONSE : — $1 \text{ kgm} = 981.10^5 \text{ U E M} = 9,81.10^7 \text{ ergs} = 9,81 \text{ watts.}$

181. — Une machine dynamo donne 20 ampères avec une force électromotrice de 60 volts ; quel est le nombre de kgm qui équivalent à ce travail électrique ?

RÉPONSE : — Le travail électrique $= 20.60 = 1200$ V-A

$$= \frac{1200}{9,81} \text{ kgm} = 122 \text{ kilogrammètres.}$$

182. — Quel est le nombre de calories (kg-deg.) et de calories (gr-deg.) qui équivalent à W volt-ampères ?

RÉPONSE : — On a :

$$W^{\text{V-Amp}} = \frac{W}{9,81} \text{ kgm} = \frac{W}{9,81} \cdot \frac{1}{424} \text{ cal (kg-deg)} = 0,0002404\ W. \text{ Cal (kg-deg).}$$

$$W^{\text{V-Amp}} = \frac{W}{9,81} \text{ kgm} = 1000 \frac{W}{9,81} = 1000 \frac{W}{9,81} \cdot \frac{1}{424} = 0,000\,2404.1000 \text{ cal-gr} = 0,2404 \text{ cal (gr-degré).}$$

183. — Combien faut-il approximativement de volt-ampères pour produire une calorie (gr-degré) par seconde ?

Réponse : — Comme, d'après le numéro précédent, il faut W $^{V\text{-}Amp}$ pour 0,2404 cal (gr-deg), il faudra à peu près 4 watts pour produire 1 cal (gr-degré).

184. — Combien 4 watts valent-ils de coulombs-secondes ?

Réponse : — Par définition 1 Volt-ampère = 1 coulomb-seconde, donc 4 Watts = 4 Volt-ampères = 4 coulomb-secondes = 1 Cal (gr-degré).

185. — Combien faut-il de watts pour porter 1 gramme d'eau de 0° à 100° ?

Réponse : — Cette opération demande 100 cal (gr-degré), donc $\frac{100}{4} = 25$ Watts.

186. — On a 250 grammes d'eau de 12° qu'on veut vaporiser en une seconde par la chaleur produite par un courant électrique. Combien faudra-t-il employer de watts ?

Réponse : — Le nombre de calories nécessaires à cette transformation est de 250 [(100 — 12) + 606] Cal — (gr. deg), ce qui correspond à une énergie électrique de

$$\frac{250.694}{4} = 43375 \text{ Watts.}$$

187. — Quel est le nombre de Watts qu'il faut pour vaporiser en une seconde le même poids de mercure ?

Réponse : — Le nombre de calories nécessaires pour cette vaporisation est 250 [0,0335 (357° — 12°) + 62] cal (gr. deg), ce qui représente 3975 Watts = 397,5 mkg = 5,3 chevaux.

§ 9. Passage d'un système d'unités dans un autre.

188. — Un rectangle a une surface de 0,038 unités (mètre-kilog.-sec.), quelle est sa surface en unités (cm, gr, sec.) ?

Réponse : — La surface s'obtient par le produit de deux longueurs, $S = 0{,}038\ [L^2] = 0{,}038.100^2\ [cm^2]$ = 380 unités (cm, gr, sec) = 380 cm².

189. — La surface d'une sphère est de 876500 unités (cm, gr, sec.); quelle est cette valeur en unités (m, kg, sec.) ?

Réponse : — S = 876000 unités (cm, gr, sec) =

$$=876500.\ \frac{1}{(100)}^2\ [m^2] = 87{,}65\ [m^2].$$

190. — Le volume d'un cylindre étant de 5643 unités (cm, gr, sec.), quel est-il en unités (m, kg, sec.) ?

Réponse :

$$V = 5643\ [cm^3] = 5643.\ \frac{1}{(100)}^3\ [m^3] = 0{,}005643\ [m^3].$$

191. — La densité de l'eau dans le système (cm, gr, sec.) étant D = 1, quelle est cette densité absolue dans le système (m-gr, sec.) ?

RÉPONSE :

$$D = \frac{\text{Masse}}{\text{Volume}} = \frac{1}{1^3}\,[\text{cm, gr, sec}] = \frac{1}{\left(\frac{1}{100}\right)^3}\left[\frac{\text{gr}^2}{\text{m}^3}\right] =$$

$$D = 1000000\left[\frac{\text{m}^3}{\text{g}^2}\right].$$

192. — La densité absolue du platine est 21,50 (cm, gr, sec.), quelle est-elle dans le système (kg, m, ~~minute~~)?

RÉPONSE : $D = 21{,}50\left[\frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}\right] = 21{,}50\,\frac{0{,}001}{(0{,}01)^3}\left[\frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}\right] =$

$= 21500\left[\frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}\right].$

193. — La vitesse d'un corps est de 2,4 (m, minute), quelle est sa vitesse dans le système (cm, sec.)?

RÉPONSE :

$$v = 2{,}4\left[\frac{\text{m}}{\text{min}}\right] = 2{,}4 .\,\frac{100}{60}\left[\frac{\text{cm}}{\text{sec}}\right] = 4\left[\frac{\text{cm}}{\text{sec}}\right].$$

194. — La lumière se propage avec une vitesse de $300000\left[\frac{\text{Kilm}}{\text{sec}}\right]$ quelle est sa vitesse dans le système (quadrant terrestre, minute)?

RÉPONSE :

$$v = 300000\left[\frac{\text{Kl.}}{\text{sec}}\right] = 300000\,\frac{\frac{1}{10000}\ \text{quadr. terrestre}}{\frac{1}{60}\quad \text{minute}} =$$

$$v = 1800\left[\frac{\text{quadrant terrestre}}{\text{minute}}\right].$$

5.

195. — L'accélération de la pesanteur étant de 9,81 m par seconde, quelle est sa valeur dans le système (cm, sec), et quelle est-elle dans le système (klm, minute) ?

Réponse :

$$a = 9{,}81 \left[\frac{m}{sec^2}\right] = 9{,}81 . \frac{100}{1^2} \left[\frac{cm}{sec^2}\right] = 981 . \left[\frac{cm}{sec^2}\right].$$

$$a = 9{,}81 \left[\frac{m}{sec^2}\right] = 9{,}81 \frac{\frac{1}{1000}}{\left(\frac{1}{60}\right)^2} \left[\frac{Km}{min^2}\right] = 35{,}316 \left[\frac{Km}{min^2}\right].$$

196. — L'accélération d'un train descendant une pente est de 2 [klm, min²], quelle est sa valeur dans le système (cm, sec.) ?

Réponse :

$$a = 2 \left[\frac{Klm}{min^2}\right] - 2 . \frac{100000}{60^2} \left[\frac{cm}{sec^2}\right] = 55{,}5 \left[\frac{cm}{sec^2}\right].$$

197. — Quelle est, en unités (cm, gr, sec.) la force avec laquelle un corps de 2,6 klgr est attiré par la terre ?

Réponse : — Comme la force est égale au produit de la masse par l'accélération, on a :

$$f = 2{,}6 \left[Kg \times \text{accélération en } \frac{m}{sec^2}\right] =$$

$$f = 2{,}6 \frac{1000 . 981}{1^2} \left[\frac{gr. cm}{sec^2}\right] = 2550600 \left[\frac{gr. cm}{sec^2}\right].$$

198. — Une certaine force imprime à une masse de 5 milligrammes une accélération de

72 millimètres par minute ; quelle est la valeur de cette force ?

Réponse :

$$f = \frac{5.72}{1^2}\left[\frac{\text{milligr. millim}}{\text{min}^2}\right] = \frac{5.\frac{1}{1000}\times 27.\frac{1}{10}}{1.60^2}\left[\frac{\text{cm gr}}{\text{sec}^2}\right]$$
$$= 0{,}00001\left[\frac{\text{gr. cm}}{\text{sec}^2}\right].$$

199. — Un corps qui doit se déplacer sur une surface éprouve une résistance qui équivaut à 1200 gr ; quel est, en kilogrammètres, le travail dépensé pour un déplacement du corps de 40 cm ?

Réponse : — Le travail est $1200.40\left[\frac{\text{gr. cm}^2}{\text{sec}^2}\right] =$

$$= 48000.\frac{\frac{1}{1000}\left(\frac{1}{100}\right)^2}{1^2}\left[\frac{\text{Kilg. mc}^2}{\text{sec}^2}\right] = 0{,}0048\left[\frac{\text{Kg. m}^2}{\text{sec}^2}\right].$$

200. — Une quantité s'exprime par N_1, en unités de valeur u_1, par quel nombre s'exprime-t-elle en unités de valeur u_2?

Réponse : — Soit N_2 le nombre cherché, nous avons :

$$N_2 [u_2] = N_1 [u_1], \text{ d'où } N_2 = N_1\left[\frac{u_1}{u_2}\right].$$

Ou bien :

Supposons que la grandeur soit exprimée par les unités P, Q, R, et que $N_1 = P^\alpha . Q^\beta . R^\gamma$; supposons, en outre, que les nouvelles unités p, q, r soient reliées aux anciennes par les relations :

$$P = ap \ ; Q = bq \ , R = cr,$$

alors la grandeur donnée sera toujours :

$$= N_1 \, [P^\alpha . Q^\beta . R^\gamma] = N_1 \, [(ap)^\alpha . (bq)^\beta . (cr)^\gamma] =$$

$= N_1 \, a^\alpha . b^\beta . c^\gamma [p^\alpha . q^\beta . r^\gamma] . = N_2 \, [p^\alpha . q^\beta . r^\gamma]$. Le nouveau nombre N_2 par lequel s'exprime la grandeur donnée se trouve donc en multipliant l'ancien nombre par $a^\alpha . b^\beta . c^\gamma$, c'est-à-dire par les puissances respectives des nombres qui indiquent le rapport des anciennes aux nouvelles unités.

201. — Sur deux sphères identiques se trouvent des quantités d'électricité égales et telles qu'à la distance de 0,044 m. elles s'attirent avec une force de 625 dynes ; quelle est la quantité d'électricité dont les sphères sont chargées tant dans le système E. S. (millig, mm, sec.), que dans le système E. S. (cm, gr. sec) ?

Réponse : — La loi de Coulomb nous donne $f = \frac{q^2}{l^2}$ et nous avons 625 dynes $= \frac{q^2}{0{,}044^2}$, d'où nous tirons :

$$q = 0{,}044 \sqrt{625} \left[\text{m. dynes}^{\frac{1}{2}} \right] =$$

$$= 0{,}044.25 \left\{ 1000.1 \right\} \left[\frac{\text{cm}^{3/2} \ \text{gr}^{1/2}}{\text{sec}} \right] =$$

$$= 1{,}1 \left\{ 1000 \, \frac{10^{\frac{3}{2}} \ 1000^{\frac{1}{2}}}{1} \right\} \left[\frac{\text{mgr}^{\frac{1}{2}} \ \text{mm}^{\frac{3}{2}}}{\text{sec}} \right] =$$

$$= 11.10^4 \left[\frac{\text{mgr}^{\frac{1}{2}} \ \text{mm}^{\frac{3}{2}}}{\text{sec}} \right].$$

Et dans l'autre système :

$$q = 11.10^4 \times \frac{0{,}001^{\frac{1}{2}}\ 0{,}1^{3/2}}{1} \left[\frac{\text{cm}^{3/2}\ \text{gr}^{1/2}}{\text{sec}}\right] =$$

$$= 110 \left[\frac{\text{cm}^{3/2}\ \text{gr}^{1/2}}{\text{sec}}\right].$$

202. — Une U. E. S. de quantité d'électricité dans le système (cm., gr., sec.) doit être exprimée dans le système (mgr., mm., sec.) et dans le système (m., gr., min.); quelle est sa valeur dans chacun de ces systèmes ?

Réponse : — On a :

$$q = 1 \left[\frac{\text{gr}^{\frac{3}{2}}\ \text{cm}^{\frac{1}{2}}}{\text{sec}}\right] = 1.\ \frac{1000^{\frac{3}{2}}\ 10^{\frac{1}{2}}}{1} \left[\frac{\text{mm}^{\frac{1}{2}}\ \text{gr}^{\frac{3}{2}}}{\text{sec}}\right] =$$

$$= 10^5 \left[\frac{\text{mm}^{\frac{1}{2}}\ \text{mgr}^{\frac{3}{2}}}{\text{sec}}\right] \text{U.E.S.}$$

et de même :

$$q = 1 \left[\frac{\text{gr}^{3/2}\ \text{cm}^{1/2}}{\text{sec}}\right] = 1.\ \frac{0{,}01^{1/2}\ 1^{3/2}}{\frac{1}{60}} \left[\frac{\text{m}^{\frac{1}{2}}\ \text{gr}^{\frac{3}{2}}}{\text{min}}\right] =$$

$$= 6\ \text{U.E.S.} \left[\frac{\text{m}^{\frac{1}{2}}\ \text{gr}^{\frac{3}{2}}}{\text{sec}}\right],$$

203. — Combien vaut une U. E. M. de quantité d'électricité système (cm., gr., sec.) dans le système (mg, mm, sec) et dans le système (m., gr., min.) ?

Réponse :

$$Q = 1\,\text{U.E.M.}\left[\frac{cm^{\frac{1}{2}}}{gr^{\frac{1}{2}}}\right] = 1.\frac{10^{\frac{1}{2}}}{1000^{\frac{1}{2}}}\,\text{U.E.M.}\left[\frac{mm^{\frac{1}{2}}}{mgr^{\frac{1}{2}}}\right] =$$

$$= 0{,}1\,\text{U.E.M.}\left[\frac{mm^{\frac{1}{2}}}{mgr^{\frac{1}{2}}}\right]$$

et dans l'autre système :

$$Q = 1\,\text{U.E.M.}\left[\frac{cm^{\frac{1}{2}}}{gr^{\frac{1}{2}}}\right] = 1.\frac{100^{\frac{1}{2}}}{1^{\frac{1}{2}}}\,\text{U.E.M.}\left[\frac{m^{\frac{1}{2}}}{gr^{-\frac{1}{2}}}\right] =$$

$$= 10\,\text{U.E.M.}\left[\frac{m^{\frac{1}{2}}}{gr^{-\frac{1}{2}}}\right].$$

204. — La force électromotrice d'un élément est de 1555. 10^5 U. E. M, (cm., gr., sec.), quelle est sa valeur dans le système (mm., mgr., sec.) ?

$$\text{Réponse : — } E = 1555.10^5\,\frac{10^{\frac{3}{2}}\,1000^{\frac{1}{2}}}{1^{2}}\left[\frac{mm^{\frac{3}{2}}\,mgr^{\frac{1}{2}}}{sec^{2}}\right] =$$

$$= 15{,}55.10^{10}\left[\frac{mm^{\frac{3}{2}}\,mgr^{\frac{1}{2}}}{sec^{2}}\right].$$

205. — La force électromotrice d'un Daniell est 1,122. 10^8 U. E. M. (cm., gr., sec.), quelle est sa valeur en (mm., mgr., sec.) ?

$$\text{Réponse : — } E = 1{,}122.10^8\,\frac{10^{\frac{3}{2}}\,1000^{\frac{1}{2}}}{1^{2}}\left[\frac{mm^{\frac{3}{2}}\,mgr^{\frac{1}{2}}}{sec^{2}}\right] =$$

$$= 1{,}122.10^{11}\,\text{U.E.M.}\left[\frac{mm^{\frac{3}{2}}\,mgr^{\frac{1}{2}}}{sec^{2}}\right].$$

206. — Un élément a une force électromotrice de 0,057 U. E. S. (cm., gr., sec.); quelle est sa force électromotrice dans le système (mm., mgr., sec.)?

Réponse : — Les dimensions de la F.É.M. dans le système électrostatique sont : $\left(L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}\right)$ et par suite :

$$E = 0{,}057 \times 10^{\frac{1}{2}}\, 1000^{\frac{1}{2}}\, 1^{-1} \left[\frac{mm^{\frac{1}{2}}\, mgr^{\frac{1}{2}}}{sec}\right] =$$

$$= 5{,}7 \text{ U.E.S.} \left[\frac{mm^{\frac{1}{2}}\, mgr^{\frac{1}{2}}}{sec}\right].$$

207. — La capacité d'une bouteille de Leyde est $C = 2{,}4.10^{1}$ U. E. M. (cm., gr., sec.); quelle est-elle dans le système électro-magnétique (mm, mgr., sec.)?

Réponse : — $C = 2{,}4.10^{-9} \left[cm\right] = 2{,}4.10^{-9}\, 10 \left[mm\right]$

$$= 2{,}4.10^{-8} \text{ U.E.M.} \left[mm\right].$$

208. — La capacité d'un condensateur est de 12.10^{5} U. E. S. (cm., gr., sec.); quelle est-elle dans le système (klm., gr., sec.)?

Réponse :

$$C = 12.10^{5} \left[cm\right] = 12.10^{5} \times 0{,}00001 \text{ U.E.S.} \left[Km\right] =$$

$$= 12 \text{ U.E.S.} \left[Km\right].$$

209. — Une pile donne un courant de 11,2 U. E. S. (mm., mgr., sec.); quelle est la force de

ce courant dans le système (cm., gr., sec), et dans le système (km., gr., min.)?

RÉPONSE : — En électrostatique, les dimensions de l'intensité sont : $\left[L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2}\right]$, on a donc :

$$J = 11,2 \text{ U.E.S. } \left[\text{mm}^{\frac{3}{2}} \text{mgr}^{\frac{1}{2}} \sec^{-2}\right] =$$

$$= 11,2 \times 0,1^{\frac{3}{2}}.0,001^{\frac{1}{2}}.1^{-2} \text{ U.E.S.} \left[\text{cm}^{\frac{3}{2}} \text{gr}^{\frac{1}{2}} \sec^{-2}\right] =$$

$$= 0,0112 \text{ U.E.S. } \left[\text{cm}^{\frac{3}{2}} \text{gr}^{\frac{1}{2}} \sec^{-2}\right],$$

et de même :

$$J = 0,4032.10^{-7} \left[\text{km}^{\frac{3}{2}}, \text{kgr}^{\frac{1}{2}}, \text{min}^{-2}\right] \text{U.E.S.}$$

210. — Un élément Bunsen a un courant de J = 1,8 U. E. M. (cm., gr., sec.), quelle est la valeur de cette intensité dans le système (min., mgr., sec.), et dans le système (km., kgr., min.)?

RÉPONSE : — Les dimensions de l'intensité dans le système électro-magnétique sont $\left[L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}\right]$; par suite :

$$J = 1,8 \text{ U.E.M. } \left[\text{cm}^{\frac{1}{2}}, \text{gr}^{\frac{1}{2}}, \sec^{-1}\right] =$$

$$= 1,8 \times 10.^{\frac{1}{2}} 1000^{\frac{1}{2}} 1^{-1} \left[\text{mm}^{\frac{1}{2}}, \text{mgr}^{\frac{1}{2}}, \sec^{-1}\right] =$$

$$= 180 \text{ U.E.M. } [\text{mm, mgr. sec}] ;$$

et de même :

$$J = 0,0108 \text{ U.E.M. (km, kgr, min).}$$

211. — Une ligne télégraphique a une résistance de 97,45. 10^9 U. E. M. (cm., gr., sec.); quelle

est la valeur de cette résistance dans le système E. M. (klm., gr., sec.)?

Réponse : — Les dimensions de la résistance dans le système électro-magnétique sont $[L^1 T^{-1}]$; on a donc :

$$R = 97{,}45.10^9 \,[\mathrm{cm}', \mathrm{sec}^{-1}] =$$
$$= 97{,}45.10^9 \times 0{,}00001.1^{-1} \,[\mathrm{km}', \mathrm{sec}^{-1}] =$$
$$= 97{,}45.10^4 \text{ U.E.M.} \,[\mathrm{km}, \mathrm{sec}].$$

212. — Une ligne télégraphique a une résistance de 97,45. 10^9 U. E. S. (cm., gr., sec.); quelle est cette résistance en U. E. S. (km., sec.)?

Réponse : — $R = 97{,}45.10^9 \text{ U.E.S.} \left[\frac{\mathrm{sec}}{\mathrm{cm}}\right] =$

$$= 97{,}45.10^9 . \frac{1}{\frac{1}{100000}} \text{ U.E.S.} \left[\frac{\mathrm{sec}}{\mathrm{km}}\right] =$$

$$= 97{,}45.10^{14} \text{ U.E.S.} \left[\frac{\mathrm{sec}}{\mathrm{km}}\right]$$

213 — La différence de potentiel aux pôles d'un élément Daniell est de 0,00374 U. E. S.; qu'elle est-elle en U. E. M. et en unités techniques?

Réponse : — Le rapport entre les U.E.S. et les U.E.M. étant 3.10^{10}, nous aurons :

$$0{,}00374 \text{ U.E.S.} = 0{,}00374 . 3.10^{10} \text{ U.E.M.} = 1{,}112.10^8 \text{ U.E.M.}$$

Comme, en outre 10^8 U.E.M. = 1 volt, la F.É.M. de cet élément sera de 1,112 unités techniques ou volts.

214. — Un élément Bunsen a une force électromotrice de 1,734. 10^8 U. E. M. ; quelle est sa force électromotrice en U. E. S. et en unités techniques ?

RÉPONSE :

$$1,734.10^8 \text{ U.E.M.} = 1,734 \text{ volts} = \frac{1,734.10^8}{3.10^{10}} \text{ U.E.S.} =$$
$$= 0,578.10^{-2} \text{ U.E.S.} = 0,00578 \text{ U.E.S.}$$

215. — Une pile de 200 éléments Beetz a une force électromotrice de 210 volts ; quelle est la valeur de cette force électromotrice en U. E. M. et en U. E. S. ?

RÉPONSE : — 210 volts $= 2,1.10^{10}$ U.E.M. $=$ 0,7 U.E.S.

216. — Une machine de Holtz qui donne des étincelles de 30 cm de long a une force électromotrice de 90 000 volts ; quelle est sa force électromotrice en U. E. S. ?

RÉPONSE :

$$90000 \text{ volts} = 90000.10^8 \text{ U.E.M.} = \frac{90000.10^8}{3.10^{10}} \text{ U.E.S.} =$$
$$= 300 \text{ U.E.S.}$$

217. — Si à une distance explosive de 5mm correspond une différence de potentiel de 56 U. E. S. (cm., gr., sec.), à combien de volts correspond-elle ? et quelle est la différence de potentiel qui correspond à une distance explosive de 32 cm, si l'on admet que les potentiels soient reliés aux distances par la relation $V^2 = cd$?

RÉPONSE : — Une U. E. S. (cm, gr, sec) correspond à 300 volts, les 56 U. E. S. représentent donc 56×300 $= 16800$ volts $= 168.10^{10}$ U. E. M. (cm, gr, sec). Une distance explosive de 32 cm demandera que :

$V^2 = c.32$, ou que $16800^2 = c.32$, d'où $V = 134~~4~~00$ volts.

13440

218. — Un condensateur B.B. et Cie a été chargé par une machine de 400 volts ; quelle est la quantité d'électricité qu'il contient exprimée 1) en unités techniques, 2) en U. E. S., 3) en U. E. M. ?

RÉPONSE : — On a $Q = C\,V = 0{,}0000012.400 =$

$$= 0{,}00048 \text{ coulombs} = 0{,}00048 \times 3.10^9 \text{ U.E.S.} =$$

$$= 0{,}00144.10^9 \text{ U.E.S.} = \frac{0{,}00144.10^9}{3.10^{10}} \text{ U.E.M.} =$$

$$= 0{,}000048 \text{ U. E. M. de quantité.}$$

219. — Quelle est, exprimée en U. E. S. et en U. E. M., la capacité d'un condensateur qui a en unités techniques la capacité de 1,2 microfarad ?

RÉPONSE : — 1,2 microfarad $= 1{,}2.10^{-6}$ farad $=$

$$= 1{,}2.10^{-6}.10^{-9} \text{ U.E.M.} = 1{,}2.10^{-15} \text{ U.E.M.} =$$

$$= 1{,}2.10^{-5}.9.10^{20} \text{ U.E.S.} = 10{,}8.10^5 \text{ U.E.S.} = 1080000 \text{ U.E.S.}$$

220. — Quelle est la capacité de la terre dans les trois systèmes ?

RÉPONSE : — Comme, dans le système électrostatique, la capacité de la terre est égale à son rayon, on a :

$$\frac{4.10^9 \text{ cm}}{2\pi} = \frac{4.10^9}{2\pi} \text{ U.E.S.} = 6{,}36.10^8.\text{U.E.S.} = \frac{6{,}36.10^8}{(3.10^{10})^2} \text{U.E M.}$$

$$= 0{,}707.10^{-1} \text{ U.E.M.} = 0{,}707.10^{-12}.10^9 \text{ farad} =$$

$$= 0{,}000707 \text{ farad} = 707{,}07 \text{ microfarads.}$$

221. — Un conducteur est chargé de 1/3 de coulomb ; combien cela fait-il en U. E. S. et en U. E. M. ?

RÉPONSE : — 1 coulomb $= 3.10^9$ U. E. S, donc

$\frac{1}{3}$ coulomb $= 1000000000$ U.E.S. et de même

1 coulomb $= 0,1$ U. E. M. d'où

$\frac{1}{3}$ coulomb $= \frac{1}{30}$ U. E. M.

222. — Combien 2739 U. E. S. font-elles de coulombs ?

RÉPONSE : — 2739 U.E.S. $= \frac{2739}{3.10^9}$ coulombs $=$

$= 9,13.10^{-7}$ coulomb.

223. — Combien 856 U. E. M. font-elles de coulombs ?

RÉPONSE : — 856 U.E.M. $= \frac{856}{10^{-1}} = 8560$ coulombs.

224. — Un conducteur a une capacité de 0,54 microfarad ; quelle est la valeur de cette capacité en U. E. S. et en U. E. M ?

RÉPONSE : — Puisque 1 farad $= 9.10^{11}$ U. E. S. $=$

$= 10^{-9}$ U.E.M. les 0,54 microfarad $= 54.10^{-8}$ farad $=$

$= 486000$ U. E. S. $= 5,4.10^{-17}$ U. E. M.

225. — On a trouvé qu'un conducteur a, dans certaines conditions, une capacité de 1585.10^2 U. E. S. et dans d'autres conditions, une capacité de $0,75.10^{-11}$ U. E. M. Combien cela fait-il en unités pratiques ?

Réponse : — On a :

$$1566.10^3 \text{ U.E.S.} = \frac{1566.10^3 \times 10^6}{9.10^{11}} \text{ microfarad} =$$

$$= 1,74 \text{ microfarad, et } 0,75.10^{-11} \text{ U.E.M.} = \frac{0,75.10^{-11}}{10^{-9}} \text{ farad}$$

$$= 0,0075 \text{ farad.}$$

226. — Combien 1 U. E. S. fait-elle de volts?

Réponse : — D'après définition le volt équivaut à $\frac{1}{3.10^2}$ U.E.S ; donc 1 U.E.S. = 3.10^2 volts = 300 volts.

§ 10. Intensité du courant.

A. *Mesure par l'effet chimique.*

227. — Quatre éléments Daniell accouplés en série ont précipité 0,458 gr. de cuivre en 36 heures; quelle était l'intensité du courant ?

Réponse : — 1 ampère précipitant 1,191 gr. de cuivre par heure, le courant avait une intensité de

$$\frac{0,458}{36.1,91} = 0,0107 \text{ ampère.}$$

228 — Une machine dynamo donne un courant de 23 ampères; combien peut-elle précipiter d'argent par minute ?

Réponse : — Un ampère précipitant 4,082 gr d'argent par heure, le courant indiqué fournira

$$\frac{23.4,082}{60} = 1,565 \text{ gr. d'argent.}$$

229. — Une machine dynamo a une force

électromotrice de 120 volts. Quelle quantité d'eau peut-elle décomposer en 1 minute dans un circuit de 1 ohm de résistance ?

Réponse : — D'après la loi de Ohm, l'intensité du courant est $I = \frac{120}{1} = 120$ ampères. Le poids de l'eau décomposée étant 9 fois celui de l'H dégagé, il en résulte que le courant de la dynamo décomposera 120.9.60.0,0000104 = 0,674 gr.

230. — Un accumulateur Reynier, modèle II, a été chargé à saturation; la décharge entière s'est effectuée à travers un voltamètre à eau acidulée. Quelle était la quantité d'électricité accumulée si la quantité de gaz tonnant dégagé était de 25 litres ?

Réponse : — Pour dégager 0,1764 cm^3 de gaz tonnant il faut une quantité d'électricité de 1 coulomb; les 25 litres de gaz dégagé demanderont donc $\frac{25000}{0,1764}$ coulombs = 141723 coulombs. Or, comme 1 ampère-heure = 3600 coulombs, la quantité d'électricité accumulée était de

$$\frac{141723}{3600} = 39\frac{1}{2} \text{ ampères-heures.}$$

231. — Quel courant faut-il pour précipiter en une seconde 1 équivalent chimique d'argent, c'est-à-dire 108 gr. ?

Réponse : — L'équivalent électro-chimique de l'argent étant 0,00118 gr., un courant de I ampère précipitera I.0,00118 gr. d'argent; on aura donc I.0,00118 = 108 gr.,

$$\text{d'où } I = \frac{108}{0,00118} = 96500 \text{ ampères.}$$

232. — Une seule cellule d'un accumulateur Epstein, chargée à saturation, fait déposer 163,3 gr. d'argent; quelle est sa capacité électrique en U. E. M. et en unités techniques?

RÉPONSE : — 4,082 gr. d'argent étant déposés par 1 ampère-heure, la capacité a dû être de $\frac{163,3}{4,082} = 40$ ampères-heures, soit de 40.3600 coulombs = 144000 coulombs, ce qui équivaut à 14400 U.E.M.

233. — Un condensateur plan de 3 microfarads de capacité est chargé par une pile donnant 300 volts. Combien la quantité d'électricité produira-t-elle de gaz tonnant?

RÉPONSE : — La quantité d'électricité que prend le condensateur est $Q = C.V = 3.9.10^5 \times 300. \frac{1}{3.10^2}$ U.E.S. $= 27.10^5$ U.E.S. $= \frac{27.10^5}{3.10^9}$ coulombs $= \frac{9}{10000}$ coulombs. Cette quantité d'électricité dégagera $\frac{9}{10000}.0,1764$ cm³ $= 0,000159$ cm³ $= 0,16$ mm³ de gaz tonnant.

234. — Un courant a décomposé 0,50 gr. d'eau en une minute. Quelle est son intensité?

RÉPONSE : — Comme $\frac{1}{9}$ du poids de l'eau est de l'H; l'H dégagé pèsera donc $\frac{0,5}{9}$ gr. = 0,0556 gr. et comme un ampère en dégage 104.10^{-7} gr. par seconde, le courant en question a une intensité de

$$0,0556.\frac{1}{60.0,0000104} = 89 \text{ ampères.}$$

235. — Dans un voltamètre à eau acidulée, on a recueilli en 80 minutes 30 cm³ d'H.; la pression barométrique était 735 mm et la température 15°; quelle était l'intensité du courant?

Réponse : — Le poids d'H dégagé ramené à 0° et à

$$760 \text{ mm est } 30. \frac{0{,}0896\,[(735-1{,}93)-12{,}67]}{(1+0{,}003670.15)\,760} =$$

$$= 26{,}954 \text{ milligrammes.}$$

D'après les mesures faites, un coulomb précipite 0,0105 mgr d'H ; la quantité d'électricité qui a traversé le voltamètre sera donc $\frac{26{,}954}{0{,}0105}$ coulombs et la quantité correspondante à 1 seconde :

$$\frac{26{,}954}{0{,}0105.80.60} \text{ coulombs-secondes} = 0{,}5348 \text{ ampère} =$$

$$= 0{,}05348 \text{ U.E.M.}$$

236. — On a recueilli dans 1 voltamètre 18 cm³ de gaz tonnant en 5 minutes. La pression atmosphérique était de 725 mm et la température de 15°; quelle était l'intensité du courant?

Réponse : — La quantité d'H obtenu dans le voltamètre étant les 2/3 du volume total, le poids d'H sera :

$$\frac{2}{3}.18.\frac{0{,}0896\,[(725-1{,}51)-10{,}43]}{(1+0{,}003670.12)\,760} = 10{,}785 \text{ milligr.}$$

L'intensité du courant en coulombs-secondes ou en ampères sera donc de $\frac{10{,}785}{0{,}0105.300} = 3{,}424$ ampères.

B. Mesure de l'intensité par la boussole des tangentes.

237. — Quelle est la valeur du couple déterminé par le magnétisme terrestre, sur une aiguille aimantée dont les pôles sont situés à 3 cm. de distance l'un de l'autre, et dont la masse magnétique est de $\frac{1}{2}$ U. E. M. ?

Réponse : — Pour l'Europe centrale H = 0,2, donc

$$M = 0{,}2.3.\frac{1}{2} = 0{,}3 \text{ U.E.M.}$$

238. — Une boussole des tangentes a un fil circulaire de rayon = 17cm et une aiguille aimantée de 2,4 cm de longueur et de $\frac{1}{2}$ U. E. M. de magnétisme; le fil est parcouru par un courant de 1,5 ampère; quel est le moment déterminé par ce courant?

Réponse : — La force qui agit sur le pôle de l'aimant est de $\dfrac{2\pi .\ 17.\ \frac{1}{2}\ .\ 1{,}5}{17^2.10}$; le bras du couple étant de 2,4 cm,

$$M = 2{,}4.\ \frac{2\pi .\ 17.\ \frac{1}{2}\ .\ 1{,}5}{17^2.10} = 0{,}066\left[\frac{\text{cm}^2.\ \text{gr}}{\text{sec}^2}\right].$$

239. — Quel est le couple dans le cas du

n° 237, si la déviation de l'aiguille est de 90°, de 30°, de 0° ?

RÉPONSE :

$$M_1 = 0{,}3 \sin 90° = 0{,}3\,;$$
$$M_2 = 0{,}3 \sin 30° = 0{,}15\,;$$
$$M_3 = 0{,}3 \sin 0° = 0.$$

240. — Comment le moment du couple varie-t-il, dans le cas du n° 238, si les déviations de l'aiguille sont de 90°, de 60°, de 0° ?

RÉPONSE :

$$M_1 = 0{,}066 \cos 90° = 0\,;$$
$$M_2 = 0{,}066 \cos 60° = 0{,}033\,;$$
$$M_3 = 0{,}066 \cos 0° = 0{,}066.$$

241. — Quel est l'angle pour lequel les deux moments des n^{os} 237, 238 sont égaux ?

RÉPONSE : — Il faut que :

$0{,}066 \cos \alpha = 0{,}3 \sin \alpha$, d'où $\alpha = 12°\,24'\,26''$.

242. — Une boussole des tangentes de 32 fils circulaires de 17 cm de rayon agit avec un courant de 0,425 ampère sur une aiguille aimantée dont les pôles sont situés à 3 cm de distance l'un de l'autre et dont la masse magnétique est de 0,5 U. E. M. ; quelle est le moment du couple ?

RÉPONSE : — La force étant :

$$\frac{2\pi .\ 17.\ 32.\ 0{,}5.\ 0{,}425}{17^2.\ 10} = 0{,}1256 \left[\frac{\text{cm, gr}}{\text{sec}^2}\right]$$

et, le bras de 3 cm, le moment du couple sera :

$$3.0,1256 = 0,3768 \left[\frac{\text{cm}^2, \text{gr}}{\text{sec}^2}\right].$$

243. — Une boussole des tangentes à 32 fils enroulés sur un cadre circulaire de 12 cm de rayon et une aiguille aimantée contenant $\frac{1}{2}$ U. E. M. de magnétisme. Quelle est la constante de cette boussole ?

RÉPONSE : — Le coefficient d'une tangente s'exprime par la formule $\frac{hr}{2\pi\, n}$; dans notre cas, nous aurons donc : $\frac{0,2.12}{2\pi.\ 32} = 0,0119.$

244. — Quel est le rayon r et le nombre de fils n, qu'il faut donner à une boussole pour que l'intensité I du courant soit égale à la tangente de l'angle de déviation?

RÉPONSE : — Pour que $I = \text{tg}\alpha$, il faut que $\frac{hr}{2\pi\, n} = 1$, ou que $0,2r = 2\pi\, n$, ou $n = \frac{0,2r}{2\pi} = 0,03181\ r$; donc

$$\text{si}\quad n = \quad 1, \qquad 2, \qquad 3,$$
$$r = 31,4^{\text{cm}}\ ;\ 62,8^{\text{cm}}\ ;\ 94,2^{\text{cm}}$$

245. — Dans quel sens la sensibilité d'une boussole des tangentes varie-t-elle si le magnétisme de l'aiguille est augmenté et quelle influence ce changement a-t-il sur la déviation de l'aiguille ?

RÉPONSE : — Le nombre d'unités de magnétisme n'entrant point dans la formule qui donne l'intensité, ladite augmentation n'aura point d'effet sur les déviations de l'aiguille; mais l'un et l'autre des deux moments qui se font équilibre augmentant dans le même rapport, la sensibilité de l'instrument n'en sera donc pas changée.

246. — Un élément Daniell fait dévier l'aiguille d'une boussole des tangentes de 23°; un autre élément Daniell produit, avec un même circuit extérieur une déviation de 49°. Quel est le rapport des deux intensités et de quoi une telle différence d'intensité peut-elle provenir?

RÉPONSE : — Comme on a affaire les deux fois à un seul élément Daniell, la F. É. M. sera la même, ainsi que la résistance extérieure; le changement d'intensité provient donc de la résistance intérieure, soit de la grandeur de l'élément.

Le rapport demandé sera :

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_2}{\operatorname{tg} \alpha_1} = \frac{\operatorname{tg} 23^\circ}{\operatorname{tg} 49^\circ} = 0{,}369.$$

247. — Dans un même circuit sont intercalés une pile, une boussole des tangentes et un voltamètre à argent. Pendant 30 minutes, la déviation de l'aiguille de la boussole est maintenue à 23°; la quantité d'argent déposé est de 1,234 gr. Quelle est la constante de la boussole des tangentes?

RÉPONSE : — On a pour la boussole la relation :

$$I = x \operatorname{tg} \alpha^\circ = x \operatorname{tg} 23^\circ,$$

et d'autre part, au moyen de l'équivalent électro-chimique de l'argent, qui est de 4,082 par ampère-heure, on a :

$I. \frac{1}{2} \cdot 4{,}082 = 1{,}234$ gr. En éliminant I entre les deux équations, on arrive à $x = 1{,}4277$.

248. — **Le centre de l'aiguille aimantée d'une boussole se trouve à l cm du centre du cercle de la boussole et sur une perpendiculaire à son plan. Le rayon du cercle étant R cm, quelle est la constante de cette boussole et quelle doit être la valeur de l pour que la sensibilité de l'instrument soit $\frac{1}{n}$ le rayon R restant le même?**

Réponse : $C = \frac{(\sqrt{l^2 + R^2})^3}{2\pi\ R^2}$ H.

On arrive à cette formule de la manière suivante :

Appelons M le nombre d'unités magnétiques contenues dans l'aiguille, ρ sa distance à un élément de courant, I l'intensité du courant qui passe dans le cadre et α la déviation de l'aiguille sous l'influence de ce courant. La force avec laquelle le courant agit alors sur l'aiguille est :

$$\frac{2\pi .\ R.\ MJ}{\rho^2}$$

Cette force est la somme des forces élémentaires produites par les éléments de courant. Ces éléments sont dirigés perpendiculairement à la ligne qui joint l'élément de courant au pôle magnétique. En considérant deux de ces éléments qui se trouvent aux extrémités d'un même diamètre, et en les décomposant en deux composantes dont une est perpendiculaire et l'autre parallèle au plan du circuit, on voit que les premières s'ajoutent.

6.

tandis que les dernières se détruisent. La valeur de cette composante s'obtient en multipliant la force par le cosinus directeur $\frac{R}{\rho}$; puis en multipliant cette force par le cosinus α, on obtient le moment statique du circuit par rapport au pôle :

$$\frac{2\pi \text{ R M I}}{\rho^2} \cdot \frac{\text{R}}{\rho} \cdot \cos \alpha$$

et celui-ci est égal au couple M H sin α formé par la

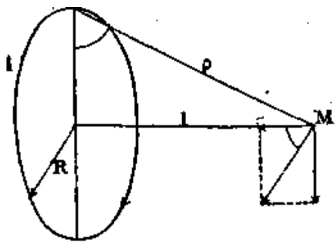

FIG. 9.

composante du magnétisme terrestre ; ce qui nous donne l'équation

$$\frac{2\pi \text{ R}^2 \text{ M I.}}{\rho^3} \cos \alpha = \text{M}. \pi \sin \alpha,$$

d'où

$$\text{I} = \frac{\rho^3}{2\pi \text{ R}^2} \text{ H tang } \alpha,$$

et la constante cherchée est alors

$$\text{C} = \frac{\left(\sqrt{l^2 + \text{R}^2}\right)^3}{2\pi \text{ R}^2} \text{ H}.$$

La réponse à la deuxième question s'obtient en remarquant que si $l = o$, I est alors égal à

$$\text{I} = \frac{\text{H R}}{2\pi} \cdot \text{tg } \alpha.$$

Pour que la sensibilité de la boussole soit n fois plus petite, il faut que

$$I = n \frac{(l^2 + R^2)^{3/2}}{2\pi R^2} H \operatorname{tg} \alpha$$

et par suite :

$$H R \operatorname{tg} \alpha = \frac{n (l^2 + R^2)^{3/2}}{2\pi R^2} H \operatorname{tg} \alpha,$$

d'où

$$l = R \frac{\sqrt{1 - \sqrt[3]{n}}}{\sqrt[2]{n}}.$$

249. — On possède une boussole des tangentes dont la constante est $C = 0{,}50$; quelles sont en U. E. M. les intensités des courants qui font dévier son aiguille de 1°, 2°, 3°, 4°, 5°, etc. ?

Réponse : — En appliquant la formule $J = C \operatorname{tg} \alpha = 0{,}5 \operatorname{tg}$, on obtient :

pour	$\alpha_1 = 1°$,	$I_1 = 0{,}0088$ U.E.M.	$= 0{,}088$	ampère.
	$\alpha_2 = 2°$,	$I_2 = 0{,}0176$ U.E.M.	$= 0{,}0176$	»
	$\alpha_3 = 3°$,	$I_3 = 0{,}0264$ »	$= 0{,}0264$	»
	$\alpha_4 = 4°$,	$I_4 = 0{,}0352$ »	$= 0{,}0352$	»
	$\alpha_5 = 5°$,	$I_5 = 0{,}0440$ »	$= 0{,}0440$	»

250. — Une certaine pile constante fait dévier l'aiguille d'une boussole des tangentes de 35°. En intercalant dans le circuit un interrupteur cylindrique, tournant rapidement, la déviation de l'aiguille n'est plus que de 28° 30′. Quel est le rapport entre les largeurs des pièces isolantes et les pièces conductrices de l'interrupteur ?

Réponse : — Comme les quantités d'électricité débitées dans les deux cas sont dans le même rapport que les largeurs des pièces de l'interrupteur, et d'autre part comme les quantités débitées sont entre elles comme les moyennes des intensités, soit comme les tangentes des angles de déviation, on doit avoir

$$l_0 : l_1 = \text{tg } 35^\circ : \text{tg } 28^\circ\ 30', \text{ d'où } \frac{l_0}{l_1} = 1{,}29.$$

C. *Mesure de l'intensité au moyen de la boussole des sinus.*

251. — Quelle est la valeur de la constante d'une boussole des sinus de 24 fils enroulés sur un cadre circulaire de 7 cm de rayon ?

Réponse : $C = \frac{r\,H}{2\pi\,n} = \frac{7.0{,}2}{2\pi.\,24} = 0{,}0093.$

252. — Une boussole des sinus de 32 fils avec un cadre circulaire de 12 cm de rayon et une aiguille aimantée contenant 0,6 U. E. M., indique une déviation de 24°. Quelle est l'intensité du courant ?

Réponse :

$$I = \frac{r\,H}{2\pi\,n} \cdot \sin\alpha = \frac{12.0{,}2}{2\pi.\,32} \cdot \sin 24^\circ = 0{,}004855 \text{ U.E.M.}$$

253. — Quelle est l'intensité du courant le plus fort que l'on peut encore mesurer avec la boussole des sinus du numéro 251 ?

Réponse : — Comme on doit obtenir une valeur positive de I, il faut que I limite soit plus petit que la valeur maximale de $\frac{2\ H}{2\pi n}$ sin α, mais le maximum de $\frac{r\ H}{2\pi\ n}$ sin α étant $\frac{r\ H}{2\pi\ n}$, il faut que $I < \frac{r\ H}{2\pi\ n}$, soit plus petit que $\frac{7.0.2}{2\pi.24}$, ou que $I < 0{,}00928$ U.E.M., ou $I < 0{,}0928$ ampères.

254. — Combien de fils doit avoir une boussole des sinus si le rayon du cercle ne doit pas être plus petit que 5cm et si l'on veut pouvoir mesurer des courants jusqu'à 1 ampère?

Réponse : — Il faudra que I ampère $=$ I. 10^{-1} U.E.M.

$$< \frac{r\ H}{2\pi\ n}\ ;\ \text{ou que}\ \frac{1}{10} < \frac{r\ H}{2\pi x},\ \text{d'où}\ x < \frac{5.0.2.10}{2\pi};$$

c'est-à-dire $< 1{,}5$.

255. — On veut construire deux boussoles des sinus, l'une à 1, l'autre à 12 fils; la première pour mesurer des courants jusqu'à 1 ampère; la seconde pour des courants jusqu'à $\frac{1}{50}$ d'ampère; quels sont les diamètres de la première et de la seconde boussole?

Réponse : — On doit avoir : 1 ampère $< \frac{x.0.2}{2\pi.1.}$ pour la première boussole et $\frac{1}{50}$ ampère $< \frac{y.0.2}{2\pi.12}$; il s'ensuit que x, le rayon de la première, est de $3{,}14^{cm}$ et que y, le rayon de la seconde, doit avoir $0{,}75^{cm}$.

256. — La constante d'une boussole des sinus

est C = 0,0098 ; quelles sont les intensités en U. E. M. et en ampères, qui correspondent aux angles de 1°, 2°, 3°... , 10°, 20°, 30°... 90°?

Réponse : — En résolvant l'équation $I = C \sin \alpha = 0{,}0098 \sin \alpha$, pour chaque cas proposé, on trouve

pour $\alpha_1 = 1°$, $I_1 = 0{,}000171$; $\alpha_2 = 2°$, $I_2 = 0{,}000342$; $\alpha_{10} = 10°$, $I_{10} = 0{,}001702$; $\alpha_{20} = 20°$, $I_{20} = 0{,}003352$ U. E. M.

§ 11. Résistance.

A. *Influence de la longueur et de l'épaisseur du conducteur.*

257. — La résistance d'un fil télégraphique de 32 km est de 250 ohms ; quelle est la résistance de 7,2 km de ce même fil ?

Réponse : — 32 km : 7,2 km = 250 ohms : x ohms,

$$\text{d'où } x = \frac{7{,}2}{32} \cdot 250 = 56{,}25 \text{ ohms.}$$

258. — Un fil de cuivre do 1,000 mètres de long et de 1 mm d'épaisseur a une résistance de 20,57 ohms ; quelle doit-être la longueur de ce fil pour que sa résistance soit de 0,11 ohms ?

Réponse :

$$20{,}57 \text{ ohms} : 0{,}11 \text{ ohms} = 1000 \text{ m} : x \text{ m},$$

$$\text{d'où } x = \frac{0{,}11}{20{,}57} \cdot 1000 = 5{,}35 \text{ m.}$$

259. — Si la résistance de 32 km de fil télégraphique de 4 mm est de 250 ohms, quelle sera la résistance d'une même longueur de fil de 2 mm de diamètre ?

RÉPONSE : — Les résistances sont inversement proportionnelles aux sections, donc :

250 ohms : x ohms $= 2^2 : 4^2$, d'où $x = 1000$ ohms.

260. — Un fil de zinc de 1 mm de diamètre et de 50 m. de longueur a une résistance de 3,622 ohms ; quelle est l'épaisseur d'un fil de zinc de même longueur ayant une résistance de 36,22 ohms ?

RÉPONSE : — On a :

3,622 ohms : 36,22 ohms $= x^2 : 1^2$, d'où $x = 0{,}3162$ mm.

261. — Comment trouve-t-on la résistance d'un fil de nickel de 200 m. de long et de $\frac{1}{8}$ mm de diamètre, sachant que 1,5 km de ce fil de 2 mm d'épaisseur a une résistance 60,15 ohms ?

RÉPONSE : — La résistance d'un fil est donnée par la formule $R_1 = c_1 \frac{l_1}{s} = c_1 \frac{l_1}{d_1^2}$; pour un autre fil on a $R = c_2 \frac{l_2}{d_2^2}$. Pour deux fils de même nature $c_1 = c_2$, et le rapport des résistances est alors $\frac{R_1}{R_2} = \frac{l_1}{l_2} \cdot \frac{d_2^2}{d_1^2}$, d'où

$R_2 = \frac{l_2}{l_1} \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2$, et dans notre cas $R_2 = 60{,}15 . \frac{200}{1500} \left(\frac{2}{\frac{1}{8}}\right)^2 =$

$= 2053{,}12$ ohms.

262. — Deux fils de laiton doivent avoir la même résistance ; leurs longueurs sont de 18 m. et de 0,5 m. ; quel doit être le diamètre du plus long, si le plus court a une épaisseur de 0,75 mm ?

Réponse : — En résolvant la formule du numéro précédent par rapport au diamètre, il vient :

$$d_2 = d_1 \sqrt{\frac{R_1 l_2}{R_2 l_1}}$$, et comme $R_1 = R_2$, on aura

$$d_2 = 0{,}75 \sqrt{\frac{18}{0{,}5}} = 4{,}5 \text{ mm.}$$

263. — De deux fils de platine, le premier a une longueur de 70 m. et une épaisseur de 1,2 mm ; le second une épaisseur de 0,3 mm et une résistance moitié de celle du premier ; quelle est la longueur du second ?

Réponse : — La formule

$$l_2 = l_1 \frac{R_2}{R_1} \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 \text{ donne } l_2 = 70 . \frac{2}{1} \left(\frac{0{,}3}{1{,}2}\right)^2 = 8{,}75 \text{ m.}$$

264. — Quelle est la résistance d'une ligne télégraphique en fer de 4 mm de diamètre et de 80 km de long ?

Réponse : — 1 cm de fil de fer de 1 mm² de section a une résistance de $\frac{1}{7{,}8.106}$ ohm ; le diamètre de 4 mm donne une section de $\pi 2^2$ mm² $= 12{,}56$ mm² ; le cm de fil télégraphique aura donc une résistance de

$\frac{1}{7{,}8} \cdot \frac{1}{106} \cdot \frac{1}{12{,}56}$ ohm. Les 80 km. demandés auront donc

$\frac{1}{7{,}8} \cdot \frac{1}{106} \cdot \frac{1}{12{,}56} \cdot 8000000 = 773{,}7$ ohms de résistance.

265. — Le câble transatlantique (1866) a une longueur de 3000 klm, son âme en cuivre a 2,5 mm de rayon, quelle est sa résistance ?

Réponse : — 2468,4 ohms.

266. — Les bobines des électro-aimants des appareils Morse portant 1940 m. de fil de cuivre de 0,2 mm d'épaisseur ; quelle est la résistance de ces bobines ?

Réponse :

$$R = \frac{1}{55,86} \cdot \frac{100}{106} \cdot \frac{1}{\pi \left(\frac{1}{10}\right)^2} \cdot 940 = 505 \text{ ohms.}$$

267. — Un câble à enveloppe de plomb, a une âme de cuivre de 2 mm, une enveloppe isolante de 6 mm d'épaisseur et une couche protectrice de 10 mm de diamètre extérieur ; sa longueur est de 1 km ; quelle est la résistance de l'âme et quelle est celle de l'enveloppe ?

Réponse :

Pour le cuivre $R_1 = \frac{1}{55,86} \cdot \frac{100}{106} \cdot \frac{1}{\pi\, 1^2} 1000 = 5,3$ ohms.

Pour le plomb $R_2 = \frac{1}{4,8} \cdot \frac{100}{106} \cdot \frac{1}{\pi\,(5^2 - 3^2)} 1000 =$
$= 3,9$ Ohms.

268. — En 1854, M. Hipp a posé dans le lac des Quatre-Cantons un câble de 6,4 km de longueur, dont l'âme en fer avait 0,35 cm d'épais-

seur la couche isolante 0,9 cm et l'enveloppe protectrice en bandes de fer enroulées en spirale sur la couche isolante avait un diamètre extérieur 1,1 cm ; quelle est la résistance de l'âme et quelle est celle de l'enveloppe protectrice ?

RÉPONSE : — $R_1 = 65,35$ ohms ; $R_2 = 20,01$ ohms.

269. — Le circuit secondaire d'une bobine d'induction est en fil de cuivre de 0,2 mm d'épaisseur et a une résistance de 100000 ohms ; quelle est sa longueur ?

RÉPONSE :

$$100000 = \frac{1}{55,86} \cdot \frac{100}{106} \cdot \frac{1}{\pi (0,1)^2}\, l; \text{ d'où } l = 280896 \text{ m.}$$

270. — L'électro-aimant d'une dynamo porte des fils de 0,8 mm d'épaisseur ; la résistance de ce fil est de 20 ohms ; quelle est sa longueur et son poids ?

RÉPONSE : — $l = 597$ m ;
poids $= 59700.\ \pi.\ 0,0016.8,94 = 2682$ gr.

271. — La résistance d'un fil de cuivre simple d'une boussole des tangentes de 24 cm de diamètre est 0,01 ohm ; quelle est sa section ?

RÉPONSE :

$$0,01 = \frac{1}{55,86} \cdot \frac{100}{106} \cdot \frac{1}{x} \cdot 0,24\pi; \text{ d'où } x = 0,13 \text{ mm}^2$$

272. — Quelle est la résistance du mercure

contenu dans un tube de verre de 56 cm de long et de 14 mm. de diamètre intérieur?

RÉPONSE : — $R = \frac{1}{106} \cdot 56 \cdot \frac{1}{\pi\, 7^2} = 0,0034$ ohm.

B. *Influence de la nature du conducteur.*

273. — Quelle est la résistance d'un fil d'antimoine, de fer, de cuivre, d'argent, de zinc de 106 cm de long et de 1 mm² de section?

RÉPONSE : — D'après la table VIII on a :

Pour l'antimoine : $R_1 = \frac{1}{2,05} = 0,478$ ohm ;

Pour le fer. . . . $R_2 = \frac{1}{9,68} = 0,103$ ohm;

Pour l'argent. . . $R_3 = \frac{1}{63,80} = 0,0156$ ohm;

Pour le cuivre . . $R_4 = \frac{1}{55,86} = 0,0179$ ohm;

Pour le zinc . . . $R_5 = \frac{1}{16,64} = 0,0601$ ohm;

274. — Dans quel rapport la résistance d'une ligne télégraphique change-t-elle si l'on remplace le fil de fer par du fil de cuivre de mêmes dimensions?

RÉPONSE : — Ce rapport est l'inverse du rapport des coefficients de conductibilité : $\frac{9,685}{55,86} = 0,174$.

275. — On peut choisir entre trois couples thermo-électriques de mêmes dimensions ; le premier est formé de nickel-cuivre, le second d'or-argent ; le troisième de platine-fer ; le second des métaux indiqués a une longueur triple du premier. Quel est le rapport des conductibilités des trois couples ?

RÉPONSE : — Si la longueur du second métal est 3 a cm pour a cm du premier, les conductibilités seront respectivement :

Ni — Cu	p. 3.55,86 + p. 1.7,374 = p. 174,954 ;
Or — Ag	p. 3.62,12 + p. 1.44,06 = p. 230,42 ;
Pl — Fe	p. 3.7,861 + p. 1.6,073 = p. 29,656.

Les rapports demandés seront donc :

$$\mathrm{I} : \mathrm{II} : \mathrm{III} = 175 : 230 : 30 = 35 : 46 : 6.$$

276. — On veut remplacer une ligne télégraphique en fer de 4 mm de diamètre par une ligne en bronze siliceux dont la conductibilité est 40 fois celle du mercure ; quel doit être son diamètre pour que sa résistance soit la même que celle de la ligne en fil de fer ?

RÉPONSE : — La longueur et la résistance devant être les mêmes, les sections devront être entre elles inversement comme les coefficients de conductibilité, c'est-à-dire comme

$S_f : S_b = C_b : C_f$ ou $\pi 2^2 : \pi x^2 = 40 : 7,86$, d'où $x = 0,88$ mm et le diamètre demandé $= 1,75$ mm.

C. *Influence de la longueur, du diamètre et de la nature du fil.*

277. — Quelle est la résistance d'un fil de fer de 1 m. de long et de 2 mm de diamètre ?

Réponse : — La table VIII nous indique que la résistance spécifique du fer est 0,1251 ohm; la résistance d'un mètre de 1 mm de diamètre est donc 0,1251 ; celle de 1 m de 2 mm de diamètre, c'est-à-dire d'une section 4 fois plus grande sera $R = \frac{1}{4} \cdot 0,1251 = 0,0313$ ohm.

278. — Quelle est la résistance d'un fil de fer de 1525 m. de longueur et de 3 mm de diamètre ?

Réponse : — $R = 21,14$ ohms.

279. — La résistance d'un fil de cuivre de 1 mm de diamètre est de 0,02057 ohm ; quelle est la longueur de ce fil ?

Réponse : — D'après la table VIII cette résistance est celle d'un fil de 1 m de long.

280. — La résistance d'un fil de cuivre de 5 mm de diamètre est de 0,02057 ohm ; quelle est sa longueur ?

Réponse : — Le fil de 1 mm de diamètre et de la résistance proposée aurait 1 m de long ; le fil ayant 5 mm, soit 25 fois plus de section, sa longueur sera 25 fois plus grande, soit de 25 m.

281. — Quelle est la longueur d'un fil de cuivre de 0,1 mm. de diamètre et de 0,02057 ohm de résistance ?

RÉPONSE : — La section étant 100 fois plus petite, la longueur l sera $\frac{1}{100}$ de 1 m ou 1 cm.

282. — La résistance spécifique par cm³ étant 19,85 microhms pour le plomb, quelle est la résistance d'un fil de ce métal de 1 mm de long et de 1 mm² de section ?

RÉPONSE :

$$R_2 = R_1 \frac{l_2}{l_1} \left(\frac{s_1}{s_2}\right) = 19,85. \frac{100}{1} \left(\frac{100}{1}\right) \text{ microhms} =$$
$$= 0,198500 \text{ ohm.}$$

283. — La résistance spécifique de l'aluminium étant 2945, 10⁶ U. E. M. (cm, gr, sec.), quelle est la résistance d'un fil de 30 mm de diamètre et de 0,3 de longueur ?

RÉPONSE :

$$R = 2945.10^6 \frac{0,3}{1} \left(\frac{1}{\left(\frac{3}{2}\right)^2 \pi}\right) \text{ U. E. M.} = 0,125.10^9 \text{ U. E. M.}$$
$$= 0,125 \text{ ohm.}$$

284. — Un fil de fer a 3 mm² de section et la même résistance qu'un fil de cuivre de 1000 m de long et d'une section de $\frac{1}{2}$ mm². En supposant

la conductibilité du fer $= \frac{1}{7}$ de celle du cuivre, quelle doit être la longueur du fil de fer ?

RÉPONSE : — On a : $R_1 = \frac{l_1}{\rho_1 s_1} = \frac{l_2}{\rho_2 s_2} = R_2$; donc :

$$l_1 = l_2 \frac{\rho_2}{\rho_1} \cdot \frac{s_1}{s_2} = 1000 \frac{\frac{1}{7}}{1} \cdot \frac{3}{\frac{1}{2}} = 857 \text{ m.}$$

285. — Un fil de cuivre de 3,6 m. de long et 1,20 gr. a une résistance de 1,12 ohms ; quelle sera la résistance d'un fil de cuivre de 25 cm et pesant 0,80 gr. ?

RÉPONSE : — Soient p_1 et p_2 les poids des deux fils de longueurs l_1 et l_2 et de sections s_1 et s_2 ; on aura :

$\frac{p_1}{p_2} = \frac{l_1 s_1}{l_2 s_2}$ et $\frac{s_1}{s_2} = \frac{l_2 p_1}{l_1 p_2}$; en substituant cette valeur de $\frac{s_1}{s_2}$ dans l'équation générale $\frac{R_1}{R_2} = \frac{c_1}{c_2} \cdot \frac{l_1}{l_2} \frac{s_2}{s_1}$ et en remarquant que $c_1 = c_2$, il vient :

$\frac{R_1}{R_2} = \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^2 \frac{p_2}{p_1}$, d'où $R_1 = 1{,}12 \left(\frac{25}{360}\right)^2 \frac{1{,}20}{0{,}80} = 0{,}008$ ohm.

286. — La résistance d'un fil de cuivre pur de 1 m de long et de 1 gr. de poids est égale à 0,1469 ohm, tandis que la résistance d'un fil de cuivre du commerce de 4 m et de 0,88 gr. est de 2,814 ohms. Quelle est leur conductibilité par rapport au cuivre pur, et quelle est leur conductibilité relative ?

RÉPONSE : — En supposant d'abord le second fil également en cuivre pur, sa résistance doit être :
$R_1 = 0{,}1469 \left(\frac{4}{1}\right)^2 \frac{1}{0{,}88} = 2{,}671$ ohms. La conductibilité du fil du commerce est donc :

$$K = \frac{2{,}671}{2{,}814} = 94{,}9 \text{ p. } 100.$$

287. — Un fil de cuivre de 263 cm pèse 5,21 gr. *et il a une résistance de 0,2250 ohm ; un autre* fil a 176cm et pèse 4,44 gr., sa résistance étant de 0,1145 ohm ; quelle est leur conductibilité par rapport au cuivre pur et quelle est leur conductibilité relative?

RÉPONSE : — Si le premier fil était en cuivre pur, il aurait une résistance de $0{,}1469 \left(\frac{263}{100}\right)^2 \frac{1}{5{,}21} = 0{,}1950$; et le second de $0{,}1469 \left(\frac{176}{100}\right)^2 \frac{1}{4{,}44} = 0{,}1025$; leurs conductibilités sont donc respectivement :
$K = \frac{0{,}1950}{0{,}2250} = 86{,}68$ p. 100 et $K = \frac{0{,}1025}{0{,}1145} = 89{,}51$ p. 100.

La conductibilité relative est $K' = 96{,}8$ p. 100.

288. — Un fil de fer de 4mm de diamètre pèse 82,32 kgr par km ; sa résistance kilométrique est 13,24 ohms ; quelle est sa conductibilité par rapport à celle du cuivre pur ?

Réponse : — La résistance kilométrique d'un fil de cuivre pur est $R = 0,02104.\ 1000\ \frac{1}{4^2} = 1,315$ ohm ; celle du fer étant 13,24 ohms, le rapport des conductibilités est $\frac{131.5}{1324}$ $= 9,91$ p. 100.

289. — La résistance d'un fil de cuivre de 2,5 mm de diamètre est de 5,3 ohms ; quelle est sa longueur?

Réponse : — Un fil de cuivre de 1 mm de diamètre et de 1 m de long a une résistance de 0,02057 ohm ; un fil de 1 m et de 2,5 mm de diamètre (soit de section $\frac{25}{4}$ fois plus grande) aura la résistance de $\frac{4}{25}$ 0,0257 ; et pour que le fil proposé ait la résistance de 5,3 ohms, il faut qu'il ait une longueur de $\frac{5,3.2,5}{4.0,02057} = 1610$ m.

290. — La résistance d'un fil de platine de 1m de longueur est 0,1166 ohm ; quelle est son épaisseur?

Réponse : — La résistance spécifique du platine étant 0,1166, ledit fil devra avoir un diamètre de 1 mm.

291. — La résistance d'un fil de platine de 16 m. de long est 0,1166 ohm ; quelle est son épaisseur?

Réponse : — Un fil de platine de 16 m et de 1 mm a la résistance de 16.0,1166 ohm ; pour une épaisseur de x mm la résistance devient $\frac{16.0,1166}{x^2}$, laquelle doit être $= 0,1166$; il en résulte que $x = 4$ mm.

7.

292. — La résistance d'un fil de platine de 35 cm est 1,36 ohm ; quel est son diamètre?

RÉPONSE : — La résistance du fil est :

$$\frac{0,35.0,1166}{x^2} = 1,36, \text{ d'où } x = 0,173 \text{ mm.}$$

293. — Quelle est la longueur d'un fil de cuivre dont le diamètre est de 0,6 mm et dont la résistance est égale à celle de 1525 m d'un fil de fer de 3 mm d'épaisseur?

RÉPONSE : — La résistance du fil de fer est :

$\frac{1525.0,1251}{9}$ ohms ; la longueur du fil de cuivre étant x m, il faudra que :

$$\frac{x.0,02057}{0,6^2} = \frac{1525.0,1251}{9}, \text{ d'où } x = 371 \text{ m.}$$

294. — Une bande d'étain de 21 cm de longueur de 0,02 cm d'épaisseur doit être introduite dans un circuit pour faire une résistance de 10 ohms. ; quelle doit être sa largeur?

RÉPONSE :

$$10 \text{ ohms} = \frac{1}{8,24} \cdot \frac{100}{106} \cdot \frac{21}{0,2\ x\ 100}, \text{ d'où } x = 0,012 \text{ mm.}$$

295. — Quelle est la résistance d'un filament de charbon de 9 cm de longueur et de 0,04 cm d'épaisseur : 1) à froid (15°), et 2) à chaud (900°)?

Réponse :

$$R_f = \frac{1}{0{,}02(1 + 0{,}0003.15)} \cdot \frac{100}{106} \cdot \frac{1}{\pi\, 0{,}2^2} \cdot \frac{9}{100} \text{ ohms}$$
$$= 33{,}6 \text{ ohms.}$$

$$R_c = \frac{1}{0{,}02(1 + 0{,}0003.900)} \cdot \frac{100}{106} \cdot \frac{1}{\pi\, 0{,}2^2} \cdot \frac{9}{100} \text{ ohms}$$
$$= 26{,}6 \text{ ohms.}$$

296. — Une lampe à incandescence Siemens, type A, a une résistance à froid de 60 ohms ; le filament à 12 cm de long ; quelle est sa section ?

Réponse :

$$60 = \frac{1}{0{,}02\,(1 + 0{,}0003.15)} \cdot \frac{100}{106} \cdot \frac{1}{x} \cdot \frac{12}{100}, \text{ d'où}$$
$$x = 0{,}09 \text{ mm}^2.$$

297. — Quelle doit être la longueur du filament de charbon dans une lampe Siemens, type A, pour que sa résistance soit de 3 ohms ?

Réponse : — Comme le diamètre du filament ne varie pas, c'est la longueur à elle seule qui doit être proportionnelle à la résistance : 12 cm : x cm $=$ 60 ohms : 3 ohms ; d'où :

$$x = 0{,}6 \text{ cm.}$$

298. — Pour faire un rhéostat, on veut se servir de fil de fer de 4 mm, de 3 mm et de 2 mm de diamètre ; quelle sera la longueur de chacun de ces fils qui correspond à 1 ohm ?

RÉPONSE : — On doit avoir :

$$1 \text{ ohm} = \frac{1}{8,3} \cdot \frac{100}{106} \cdot \frac{1}{\pi 2^2} \cdot \frac{x_1}{100}, \text{ d'où } x_1 = 110,6 \text{ m};$$

$$1 \text{ ohm} = \frac{1}{8,3} \cdot \frac{100}{106} \cdot \frac{1}{\pi 1,5^2} \cdot \frac{x_2}{100}, \text{ d'où } x_2 = 62,2 \text{ m};$$

$$1 \text{ ohm} = \frac{1}{8,3} \cdot \frac{100}{106} \cdot \frac{1}{\pi 1^2} \cdot \frac{x_3}{100}, \text{ d'où } x_3 = 27,6 \text{ m}.$$

299. — Quelle est la conductibilité de l'étain en unités absolues (cm, gr. sec.), si elle est 9,874 fois celle du mercure pur et que l'unité de conductibilité du mercure soit $1,060.10^{-5}$ U. E. M. ?

RÉPONSE : — Le rapport des conductibilités du mercure et de l'étain étant donné, la conductibilité cherchée sera :

$$R = 9,874.\ 1,060.10^{-5} \text{ U. E. M.}$$

$$= 10,465.10^{-5} \text{ U. E. M.} \left[\frac{\text{cm}}{\text{sec}}\right].$$

300. — Le sulfate de cuivre ayant une conductibilité de 0,000003 relativement au mercure, quelle est sa conductibilité absolue ?

RÉPONSE : — $K = 3,18.10^{-11}$.

301. — Quelle est en unités absolues la conductibilité d'un fil de platine de 44 cm de long et de 2 mm de diamètre et quelle est sa résistance en ohms ?

RÉPONSE : — En prenant comme conductibilité du platine par rapport au mercure le *chiffre* 8,26, la conductibilité absolue du platine sera : $8,26.1,060.10^{-5}$ U. E. M. $= 8,755.10^{-5}$. Le fil indiqué aura donc une conductibilité de :

$$8,755.10^{-5}\,\frac{1}{44}\,\pi\,0,1^2 = 0,6253.10^{-7} \text{ U. E. M. } \left[\frac{\text{cm}}{\text{sec}}\right].$$

La résistance de ce fil sera :

$$R = \frac{1}{8,26}\,\frac{100}{106}\,44\,\frac{1}{\pi\,1^2} = 1,6 \text{ ohm.}$$

302. — La conductibilité absolue du bismuth étant $0,84.\,10^{-5}$, quelle est sa conductibilité par rapport au mercure ?

Réponse : — Un ohm étant la résistance que présente une colonne de mercure de 106 cm de long et 1 mm² de section, ou bien un ohm étant 10^9 U.E.M., un fil de 1 cm de long et 1 cm² de section aura une résistance de $\frac{10^9}{106.100}$ ou la conductibilité $\frac{106.100}{10^9} = 1,06.10^{-5}$. En la comparant à celle du bismuth, on trouve le rapport 0,792.

303. — Dans un élément Minotto, les deux disques de zinc et de cuivre ont un diamètre de 12 cm, leur distance est de 8 cm ; en prenant comme résistance spécifique de la solution de sulfate de cuivre en U. E. M. le nombre $1,95.\,10^{10}$, quelle est la résistance de la pile ?

Réponse : — La section de la colonne liquide à traverser est $\pi\left(\frac{12}{2}\right)$, sa longueur 8 cm. ; la résistance sera par suite :

$$\frac{1,95.10^{10}.\,8}{\pi.36} \text{ U. E. M.} = 1,38.10^9 \text{ U. E. M.} = 1,38 \text{ ohm.}$$

304. — Dans un cylindre à bases conductrices, mais à parois isolantes, de 10 cm de diamètre, on verse de l'eau avec 20 p. 100 d'acide sulfurique ; quelle doit être la distance des bases pour que la résistance du liquide interposé soit de 1 ohm ?

Réponse : — La Table IX nous apprend que l'eau acidulée à 20 p. 100 a une résistance spécifique de $1,44.10^9$ U. E. M. ; soit de 1,44 ohm par cm³. La section étant π 25 cm² et la largeur x cm il faudra que $\frac{1,44.x}{\pi.25} = 1$ ohm, soit que $x = 7,5$ cm.

305. — La résistance des fils de cuivre sur les inducteurs d'une dynamo est de 26,23 ohms à la température de 15° ; quelle est-elle à 40° ?

Réponse : — D'après les résultats obtenus par Matthiessen, la résistance demandée est :

$$R_{40} = 26,23\,(1 + 0,0038240.25 + 0,000001260.25^2)$$
$$= 28,748 \text{ ohms.}$$

306. — Les anneaux d'une machine Gramme ont à froid une résistance de 38 ohms et à chaud de 45 ohms ; quelle est l'élévation de température du cuivre de ces anneaux ?

Réponse : — On a :

$$45 \text{ ohms} = 38\,(1 + 0,003824\,x + 0,000001260\,x^2)\,;$$
$$\text{d'où } x = 47^\circ.$$

307. — Un fil de cuivre de 9 m. de long, pe-

sant 18 gr a une résistance de 0,700 ohm à la température de 15° C. ; quel est son degré de pureté, soit sa conductibilité spécifique ?

RÉPONSE : — D'après la table VIII la résistance d'un fil de cuivre pur de 1 m. de longueur et pesant 1 gr. à la température de 15° C. est 0,1469. La résistance d'un fil de 1 m. pesant 18 gr. serait donc 0,07345 ohm et celle d'un fil de 9 mètres $9 \times 0{,}07345 = 0{,}6611$ ohm. La conductibilité cherchée s'obtient de la proportion :

$$0{,}700 : 0{,}6611 = 100 : x \text{ ; d'où } x = 94{,}4 \text{ p. } 100.$$

308. — Quelle est la résistance d'une colonne de mercure de 1 m. de long et pesant 1 gr ?

RÉPONSE : — Une colonne de mercure de 1 m. de long et d'un poids de 1 gr. aura un diamètre d tel que :

$$\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 100.13{,}59 \text{ gr.} = 1 \text{ gr.} \text{ ; d'où } d = 0{,}035 \text{ cm.}$$

Comme un cm³ de mercure a $99{,}74.10^{-6}$ ohms de résistance, la résistance cherchée sera :

$$99{,}74.\ 10^{-6}.100 \frac{1}{\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2} = 99{,}74.\ 10^{-6}.100\ (100.\ 13{,}59)$$

$$= 13{,}06 \text{ ohms.}$$

309. — Quelle est la résistance d'une colonne d'une substance de densité δ et résistance absolue ρ U. E. M., ayant 100 cm de long et un poids de 1 gr ?

RÉPONSE : — Le rayon de la colonne se déduit de :

$$\pi r^2\, 100.\delta = 1 \text{ gr.}$$

et la résistance électrique est $R = \rho\ 100 \frac{1}{\pi r^2}$.

En éliminant r, il vient $R = 10^4 \delta \rho$ U.E.M. $= 10^{-5} \delta \rho$ ohms.

310. — Un élément Bunsen de 20 cm de hauteur a une résistance intérieure de $R = 0{,}05$ ohm ; quelle sera la résistance approximative d'un élément Bunsen de 13 cm et d'un autre de 35 cm et quelles seront les intensités maximales des courants que fournissent ces éléments ?

Réponse : — Les éléments Bunsen étant semblables, les sections des éléments, soit les surfaces des zincs et des charbons, ainsi que la résistance intérieure varieront proportionnellement au carré de la hauteur. Les résistances seront donc :

$$R_1 : R_2 : R_3 = 0{,}05 : \left(\frac{20}{13}\right)^2 . 0{,}05 : \left(\frac{20}{35}\right)^2 . 0{,}05 =$$

$$= 0{,}05 : 0{,}12 : 0{,}016 \text{ ohm}.$$

Comme la F.E.M. d'un élément Bunsen est de 1,8 volt, les courants auront respectivement les intensités :

$$I_1 = \frac{1{,}8}{0{,}05} = 36 \text{ amp.} ; \; I_2 = \frac{1{,}8}{0{,}12} = 15 \text{ amp} ;$$

$$I_3 = \frac{1{,}8}{0{,}016} = 112 \text{ amp.}$$

311. — Un élément Daniell de 15 cm de hauteur, ayant une résistance intérieure de 0, 61 ohm, quelle sera la résistance d'un élément de 3 cm de hauteur ? Quels sont les courants que fournissent ces éléments dans un circuit dont la résistance est négligeable ?

RÉPONSE : — Comme dans le numéro précédent, les résistances seront entre elles comme les carrés des hauteurs; donc la résistance demandée sera :

$$R_2 = \left(\frac{15}{3}\right)^2 . 0,61 = 15,2 \text{ ohms}.$$

Les intensités sont :

$$I_1 = \frac{1}{0,61} = 1,64 \text{ amp. } I_2 = \frac{1}{15,2} = 0,06 \text{ amp.}$$

§ 12. Force électromotrice.

A. Mesure au moyen des boussoles.

312. — Dans un circuit qui contient une boussole des tangentes, on intercale deux éléments dont on veut comparer les F. E. M.; on dispose les éléments une fois dans le même sens, une fois en sens inverse l'un de l'autre. Comment parvient-on à exprimer E_1 en fonction de E_2 ?

RÉPONSE : — En intercalant les éléments dans le même sens, on obtient $R\,I_1 = E_1 + E_2$, et en les intercalant en sens inverse $R\,I_2 = E_1 - E_2$. ; d'où l'on tire $I_1 : I_2 = (E_1 + E_2) : (E_1 - E_2)$. ou $E_1 = E_2 \dfrac{I_1 + I_2}{I_1 - I_2}$. En introduisant les angles donnés par la boussole des tangentes, il vient :

$$E_1 = E_2 \frac{\operatorname{tg} \alpha_1 + \operatorname{tg} \alpha_2}{\operatorname{tg} \alpha_1 - \operatorname{tg} \alpha_2} = E_2 \frac{\sin(\alpha_1 + \alpha_2)}{\sin(\alpha_1 - \alpha_2)}$$

313. — Un élément Daniell et un élément Bunsen ont été intercalés dans un même circuit avec une boussole des tangentes. Quand des éléments étaient tournés dans le même sens, la boussole accusait une déviation de $34° = \alpha_2$, tandis que, lorsque les éléments étaient tournés en sens inverse, $\alpha_1 = 11°$. Quelle est la force électromotrice de l'élément Bunsen ?

RÉPONSE :

$$E_B = E_D \frac{\sin 45°}{\sin 23°} = 1,81 \text{ fois celle du Daniell.}$$

314. — On a trouvé que 14 éléments Daniell disposés en série et en opposition avec 11 Leclanchés, également disposés en série, n'ont point donné de courant dans un galvanomètre sensible ; quel doit être le rapport des forces électromotrices des deux espèces d'éléments ?

RÉPONSE : — $E_D : E_L = 11 : 14$.

B. Mesure au moyen de condensateurs.

315. — On veut comparer les forces électromotrices de deux éléments au moyen d'un condensateur ; à cet effet, on le charge avec l'un et l'autre des deux éléments, en mettant chaque fois l'un des pôles de l'élément et l'un des pôles du condensateur à terre ; la décharge du condensateur par

un galvanomètre très sensible donne à celui-ci une fois une déviation de 2° et l'autre fois de 6°; quel est le rapport des forces électromotrices des éléments ?

RÉPONSE : — On a $Q_1 = C V_1$. $Q_2 = C V_2$; d'où

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{V_1}{V_2} \text{, ou } \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{E_1}{E_2} \text{. On a en outre } Q_1 : Q_2$$

$= \sin \frac{\alpha_1}{2} : \sin \frac{\alpha_2}{2}$, donc il est

$$E_1 : E_2 = \sin 1^\circ : \sin 3^\circ ; \text{ d'où } E_2 = E_1 \frac{\sin 3^\circ}{\sin 1^\circ} = 3 E_1.$$

316. — Par la décharge d'un condensateur à travers un galvanomètre, le courant correspondant à un élément Daniell normal (F. E. M. = $11{,}42 . 10^{10}$ U. E. M.) a produit une déviation de l'aiguille de 3° 20' ; quelle est la force électromotrice d'un autre élément qui charge le condensateur de façon à ce que celui-ci par la décharge produise une déviation de 5°34' ?

RÉPONSE : — $E : 11{,}42.10^{10} = \sin \frac{3^\circ 20'}{2} : \sin \frac{2^\circ 34'}{2}$;

d'où $E = 17{,}33.10^{10}$ U. E. M.

317. — Un galvanomètre à miroir devant servir à la mesure des forces électromotrices par la décharge d'un condensateur a été gradué à l'aide d'un Daniell normal (F. E. M. = $11{,}42 . 10^{10}$ U. E. M.); la déviation du miroir a produit un dé-

placement de 216 mm sur une échelle à 300 cm du miroir. Quelle est la constante du galvanomètre ?

Réponse : — La déviation en degré se trouve de $\tan 2u = \frac{216}{3000}$ comme étant $2u = 4° 7' 44''$ et comme la F.E.M. est liée à l'angle de déviation par la formule $E = A \sin \frac{u}{2}$,

$$\text{on a } 11{,}42.10^{10} = A \sin (1° 1' 56'') \text{ ; d'où}$$
$$\log A = 12{,}8062474, \text{ et } A = 6{,}401.$$

§ 13. De la capacité.

318. — Un condensateur a été chargé ; l'un de ses pôles est directement mis à terre, tandis que l'autre communique par un interrupteur et une résistance de 15.10^{7} ohms avec un galvanomètre à miroir très sensible. Le circuit a été fermé toutes les secondes et la déviation a indiqué des courants de $77{,}2.10^{-8}$ ampères, $68{,}3.10^{-8}$ amp., $59{,}4.10^{-8}$ amp., $50{,}5.10^{-8}$ amp. Quelle est la capacité du condensateur ?

Réponse : — Comme la grande résistance a pour effet de rendre constant le décrément logarithmique des intensités du courant dans les décharges successives, et de le rendre proportionnel au temps et au potentiel, et inversement proportionnel à la charge et à la résistance, on obtient la relation $\delta = \frac{tV}{QR}$; et comme d'autre part,

$C = \frac{Q}{V}$, il en résulte que $C = \frac{t}{R\,\delta} =$

$$= \frac{1 \text{ sec}}{(\lg 68{,}3 - \log 59{,}4) \times 15.10^7} = 1{,}0996.10^{-6} \text{ farad}$$
$= 1{,}0996$ microfarad.

319. — Avec une même pile de 62 Daniell, on a chargé successivement un condensateur et une batterie de bouteilles de Leyde; le second pôle et la seconde armature étaient mis à terre; en les déchargeant par un galvanomètre à miroir très sensible, celui-ci a donné des déviations de 786 mm et de 24 mm. sur une échelle distante de 240 cm du miroir. Quelle est la capacité de la batterie?

Réponse : — Désignons par C la capacité inconnue, par V le potentiel de la pile. Les charges du condensateur et de la bouteille sont alors respectivement $Q_1 = 1{,}33.10^{-6}$ V et $Q_2 = C\,V$ coulombs. On a donc : $Q_1 : Q_2 = 1{,}33.10^{-6} : C$. D'autre part les quantités déchargées sont entre elles dans la proportion $Q_1 : Q_2 = \sin\frac{\alpha_1}{2} : \sin\frac{\alpha_2}{2}$, d'où l'on tire C $= 0{,}0422$ microfarad.

320. — En procédant d'après la méthode du pont, indiquée par de Sauty, les deux résistances intercalées ont eu les valeurs de 456 ohms et de 173 ohms. Le premier condensateur ayant une capacité de 1,33 microfarad, quelle est la capacité du second condensateur?

Réponse : — Les dispositions de cette méthode sont telles que l'on a $C_1 : C_2 = R_2 : R_1$; on a donc, dans le cas du problème :

$$C = \frac{1,33.456.}{173} = 3,5066 \text{ microfarads.}$$

§ 14. Formule d'Ohm.

321. — Quelle est la force électromotrice dans un circuit dans lequel la résistance est de 1 ohm et le courant de 1 ampère ?

Réponse : — La formule demande :
1 ampère × 1 ohm = x volt, d'où $x = 1$ volt.

322. — Dans un circuit on intercale 1 élément Daniell normal, une boussole des tangentes à résistance négligeable et une colonne de mercure de 1 mm² de section et de 3 m de longueur ; la boussole indique un courant de 0,27 ampères. Quelle est la résistance intérieure de l'élément Daniell ?

Réponse : — On a la relation

$$0,27 = \frac{1}{\frac{100}{106} 3 + x}, \text{ d'où } x = 0,524 \text{ ohm.}$$

323. — Un élément Daniell de 1 volt de force électromotrice et d'une résistance intérieure de 0,8 ohm est relié par des fils à résistance négligeable à une boussole des sinus, qui indique un courant de 0,012 ampères; quelle est la résistance de la boussole ?

Réponse : — La formule donne directement :

$$0{,}012 = \frac{1}{0{,}8 + x}, \text{ d'où } x = 82{,}5 \text{ ohms.}$$

324. — On dispose d'une boîte de résistance et d'une boussole des tangentes graduée et à résistance connue. On demande la force électromotrice E, la résistance R, et l'intensité I du courant dans un circuit donné, sans que le résultat soit altéré par l'intercalation de la boussole et du rhéostat.

Réponse : — Entre les 3 quantités demandées il y a la relation :

$$I = \frac{E}{R} \qquad (1).$$

Si l'on intercale la boussole des tangentes à résistance r_1 et qu'on obtienne le courant I_1, la relation nouvelle sera :

$$I_1 = \frac{E}{R + r_1} \qquad (2).$$

Par l'intercalation d'une résistance ρ du rhéostat, l'intensité change de nouveau et l'on a :

$$I_2 = \frac{E}{R + r_1 + \rho} \qquad (3).$$

En résolvant les trois équations par rapport à I_1, R_1 et E^1, on a :

$$I = \frac{E}{R} = \frac{I_1 I_2 \rho}{I_2 (r + \rho) - I_1 r_1}; \; E = \frac{I_1 I_2 \rho}{I_1 - I_2};$$

$$R = \frac{I_2 (r_1 + \rho) - I_1 r_1}{I_1 - I_2}.$$

325. — Quelle est l'erreur qu'on commet pour l'intensité en ne tenant pas compte de la résistance de la boussole, et quel est le rapport de l'erreur commise à l'intensité réelle ?

Réponse : — En employant la même notation que dans l'exercice précédent, on a pour l'erreur commise :

$$I - I_1 = \frac{E}{R} - \frac{E}{R + r_1} = \frac{E\, r_1}{R\,(R + r_1)}\,;$$

et le rapport demandé est :

$$\frac{I - I_1}{I} = \frac{E\, r_1}{R\,(R + r_1)} \cdot \frac{R}{E} = \frac{r_1}{R + r_1}.$$

326. — Quand on ne dispose que d'une seule bobine étalonnée de résistance a, d'un galvanomètre gradué et d'une pile à force électromotrice constante, comment peut-on trouver la valeur x d'une résistance ?

Réponse : — En fermant le circuit de façon qu'il ne contienne que la pile et le galvanomètre, on obtient :

$$I_1 = \frac{E}{R}\,;$$

puis, en fermant le circuit après introduction de la résistance connue a, il vient :

$$I_2 = \frac{E}{R + a}$$

et enfin, remplaçant a par x, on a :

$$I_3 = \frac{E}{R + x}$$

Eliminons E et R entre ces trois équations ; il vient alors :

$$x = \frac{I_2\,(I_1 - I_3)}{I_3\,(I_1 - I_2)}\,a.$$

327. — Une lampe Swan a une résistance à chaud de 32 ohms ; elle doit être alimentée par un courant ayant 104 volts à l'entrée de la lampe, quelle est l'intensité qu'elle demande ?

Réponse : — La loi de Ohm demande

$$I = \frac{104}{32} = 3{,}25 \text{ ampères.}$$

328. — Quelle doit être la résistance d'une lampe Edison si elle doit donner une quantité de lumière normale avec un courant de 0,74 ampère et une force électromotrice de 52 volts ?

Réponse : — R = 70 ohms.

329. — Les bobines d'un appareil morse ont une résistance de 608 ohms, ce dernier fonctionne en circuit local avec une pile de 4 éléments, chacun de 0,95 volts ; quelle est l'intensité du courant qui passe dans les bobines ?

Réponse : — $I = \frac{4.0{,}95}{608} = 6$ milliampères.

330. — Combien d'éléments de 0,95 volt faut-il pour les transmissions télégraphiques sur une ligne dont la résistance est égale à celle des bobines de l'appareil Morse, soit de 608 ohms, pour que le courant soit de 17 milliampères ?

RÉPONSE :

$$0,017 \text{ ampère} = \frac{x.0,95.}{2.608}, \text{ d'où } x = 22 \text{ éléments.}$$

331. — Une machine Brush qui alimentait plusieurs lampes à la fois, avait une F. E. M. de 839,02 volts, une résistance intérieure de 10,55 ohms et une résistance extérieure, y compris les lampes, de 73,02 ohms. Quelle était l'intensité du courant ?

RÉPONSE : — $I = \frac{839,02}{10,55 + 73,02} = 10,04$ ampères.

332. — Une dynamo a une résistance intérieure de 0,8 ohm, le courant, qu'elle produit dans un circuit de 3 ohms et contenant 6 lampes à arc en série de 40 volts de force électromotrice contraire, est de 12 ampères. Quelle est la force électromotrice de la machine ?

RÉPONSE : — $12 = \frac{E - 6 \times 40}{0,8 + 3}$, d'où $E = 285,6$ volts.

333. — Deux lampes à arc sont disposées en série. La dynamo a 2,5 ohms de résistance ; elle est à 330 volts et donne 15 ampères. La résistance du circuit étant de 4 ohms, quelle est la résistance apparente moyenne d'une des lampes à arc ?

RÉPONSE : — $330 = 15\,(2x + 2,5 + 4)$; d'où
$x = 7,75$ ohms.

334. — Dans un circuit de 210 ohms de résistance l'intensité du courant d'une dynamo est de 0,5 ampères, la machine étant à 150 volts ; quelle est la résistance intérieure de la machine ?

Réponse : — $0{,}5\ (210 + R_i) = 150$, d'où $R_i = 90$ ohms.

335. — Huit lampes à incandescence de 50 ohms de résistance à chaud sont disposées en série ; le conducteur a une résistance de 4 ohms ; le courant produit par la machine est de 1,25 ampères ; quelle est la force électromotrice de la machine ?

Réponse : — $E = 1{,}25\ (8.50 + 4) = 505$ volts.

§ 15. Formule de Joule.

336. — Un circuit se bifurque en deux branches de même longueur dont les sections sont comme 1 : 2 ; quel est le rapport des quantités de chaleur dégagées ?

Réponse : — Les sections étant comme 1 : 2, les résistances sont comme 2 : 1 et les intensités comme 1 : 2 et par suite les quantités de chaleur comme

$$1 \cdot \frac{1}{9} : \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{9} = \frac{1}{9} : \frac{2}{9} = 1 : 2.$$

337. — Deux portions d'un même circuit ont des résistances qui sont entre elles comme 3 : 10 ; quel est le rapport des quantités de chaleur ?

Réponse : — Les deux portions doivent avoir la même intensité ; donc les quantités de chaleur seront entre elles comme les résistances, comme 3 : 10.

338. — Deux portions d'un même circuit sont formées l'une d'un fil de fer, l'autre d'un fil de cuivre de mêmes dimensions ; quel est le rapport des quantités de chaleur dégagées dans un même temps donné ?

Réponse : — Les quantités de chaleur sont entre elles comme les résistances et celles-ci inversement comme les coefficients de conductibilité ; donc :

$$Q_f : Q_{cu} = R_f : R_{cu} = \frac{1}{C_f} : \frac{1}{C_{cu}} = 0{,}1251 : 0{,}02057 =$$
$$= 5{,}6 : 1.$$

339. — On a dans un même circuit un fil de platine de 20 cm de longueur et de 0,4 mm de diamètre, et un fil d'argent de 400 cm de longueur et de 0,6 mm de diamètre ; quel est le rapport des quantités de chaleur dégagées par le même courant ?

Réponse : — Les quantités de chaleur sont respectivement :

$$Q_1 = c\,\frac{l_1}{d_1^2}\,I^2 \text{ et } Q_2 = c\,\frac{l_2}{d_2^2}\,I^2$$

et leur rapport

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{l_1\,d_2^2}{l_2\,d_1^2} = \frac{20 .\ 0{,}6^2}{400 .\ 0{,}4^2} = 0{,}11.$$

340. — La résistance d'un circuit est de 35

ohms, l'intensité du courant est de 0,4 ampère ; quelle est la quantité de chaleur dégagée par seconde ?

Réponse : — Comme un courant d'un ampère produit 0,24 cal. gr. par seconde, dans un circuit de 1 ohm de résistance, la chaleur dégagée dans les conditions indiquées dans le problème sera :

$$Q = 0{,}4^2 . 0{,}24 . 35 = 1{,}344 \text{ cal. gr. par seconde.}$$

341. — Dans un circuit de $373{,}16 . 10^9$ U. E. M. de résistance, il y a un courant de 3.10^{-6} U. E. M. de courant; quelle est la quantité de chaleur dégagée par minute ?

Réponse : — $Q = \frac{1}{0{,}418.10^8} (3.10^{-6})^2 . 373{,}16.10^9 \times 60$
$= 482.10^{-8}$ cal. gr.

342. — Un tuyau en verre, en forme de T, est fermé en deux de ses extrémités par des crayons de charbon de 0,16 cm de diamètre; la distance des deux bases est de 18 cm et l'intervalle est rempli de mercure. Le thermomètre plongeant dans ce mercure par la troisième branche indique au bout de 10 minutes une augmentation de température de 24°. Quelle était l'intensité moyenne du courant ?

Réponse : — La résistance du mercure est
$R = \frac{96100.18}{\pi . 0{,}0064}$ U.E.M. La quantité de chaleur dégagée par seconde est

$\frac{1}{10.60} \times \pi.0,0064.18 \times 13,59 \times 0,0333 \times 24$; on doit avoir

$$\frac{\pi.0,0064.18}{600} 13,59.0,0333.24 = I^2 \frac{96190.18}{\pi.0,0064} \cdot \frac{1}{0,418.10^8},$$

d'où $I = 0,559.10^{-1}$ U.E.M.

343. — Un fil télégraphique en fer, long de 1 km, épais de 4 mm, est parcouru par un courant continu de 0,05 ampère ; quelle est la quantité de chaleur dégagée par heure ?

Réponse : — Puisque la résistance d'un fil de fer de 1 m de long et de 1 mm² de section est de 0,1251 ohm, la résistance du fil donné sera $R = \frac{0,1251.1000}{4^2}$ et sachant que 1 cal. gr. = 4,18 watts,

$$Q = \frac{1}{4,18} \cdot 0,05^2 \times \frac{0,1251.1000}{16} \times 3600 = 16,8 \text{ cal.-gr.}$$

344. — Partant des balais le circuit d'une dynamo se bifurque en deux branches, l'une formant la bobine excitatrice et l'autre le circuit extérieur ou utile. Le courant induit a une intensité de 18,1 ampères et l'armature une résistance de 2,2 ohms, tant que le circuit excitateur a une résistance R' de 18,5 ohms et le circuit extérieur une autre R" de 10 ohms. Quelle est la quantité de chaleur dégagée par minute dans chacun des circuits ?

Réponse : — Les quantités de chaleur produites sont :

1) dans l'armature $Q = \frac{1}{4,18}\, 18,1^2.2,2 = 172,5$ cal. gr.

Les intensités dans les deux circuits en dérivation sur l'armature sont $I' : I'' = 10 : 18,5$ et comme en outre $I' + I'' = 18,1$ ampères, on a $I' = 6,35$, $I'' = 11,65$ ampères ; et par suite

2) dans le circuit excitateur

$$Q' = \frac{1}{4,18}\, 6,35^2.18,5 = 10708 \text{ cal. gr.}$$

3) dans le circuit extérieur

$$Q'' = \frac{1}{4,18} \cdot 11,65^2.10 = 10482 \text{ cal. gr.}$$

345. — L'armature d'une grande dynamo Edison a une résistance de 0,008 ohm. Quelle est la quantité de chaleur qui y est produite par seconde, si le courant est de 900 ampères ?

Réponse : — $Q = \frac{1}{4,18} \cdot 900^2 .0,008 = 1550$ cal. gr.

346. — Un circuit est relié aux deux extrémités d'un cylindre de mercure de 6 cm de diamètre et de 30 cm de hauteur ; le courant qui y est conduit est de 5 ampères. Quelle est la quantité de chaleur dégagée par seconde ?

Réponse :

$$Q = \frac{1}{4,18} \times 5^2 \times \frac{1,2247.0,30}{60^2} = 0,00061 \text{ cal. gr.}$$

347. — En supposant que le fil de platine de l'amorce électrique à quantité ait 0,01 cm d'épais-

seur et 2 cm de longueur et qu'il y passe un courant de 0,3 ampère pendant 0,2 seconde, quelle est la quantité de chaleur dégagée dans ce fil ?

RÉPONSE : — $Q = \frac{1}{4,18} (0,3)^2 . 0,2332 . \frac{1}{5} = 0,001$ cal. gr.

348. — La différence de potentiel aux charbons d'une lampe à arc est de 40 volts et le courant de 12 ampères ; quelle est la quantité de chaleur dégagée par heure ?

RÉPONSE :

$$Q = \frac{1}{4,18} E.I.t = \frac{1}{4,18} 40.12.3600 = 413400 \text{ cal. gr.}$$

349. — Une lampe Swan à incandescence de 60 volts présente à chaud une résistance de 55 ohms ; quelle est la quantité de chaleur qu'elle débite par heure et combien si 6 p. 100 de l'énergie électrique sont transformés en lumière ?

RÉPONSE : — $Q = \frac{1}{0,418.10^8} . 55.10^9 . \left(\frac{60.10^8}{55.10^9}\right)^2 . 3600 =$ $= 56348$ al. [cm gr. sec. 1° C] et les 6 p. 100 de 56348 cal. sont 3381 cal. ; donc il reste comme chaleur 56348 — 3381 = 52967 cal.

350. — Quelle est la température à laquelle arrive un fil de conductibilité électrique c, de rayonnement spécifique K et de diamètre d, si le courant est de I ampères ?

Réponse : — La température maximale sera atteinte quand la quantité de chaleur produite par le courant sera égale à la quantité de chaleur perdue par rayonnement à la surface. La première vaut $Q = I^2 R$, la seconde est $Q = K.S.t$, d'où $K.S.t = I^2 R$ ou bien, puisque $R = \frac{4\,l}{c\,d^2\,\pi}$ et $S = 4\pi\,d\,l$, l'excès de température du fil sur le milieu ambiant sera

$$t = \frac{4\,I^2}{Kc.\,\pi^2\,d^3}.$$

351. — On utilise un câble à âme de cuivre, substance isolante de résine et enveloppe de plomb, pour transmettre un courant de grande quantité. L'âme en cuivre a 5 mm de diamètre. Quel est le minimun de quantité d'électricité qui ferait fondre la résine (70°) si la température initiale du câble est de 10°?

Réponse : — Il faut donc que $I^2R = K.S.t$, où S est la surface de l'âme, k le coefficient de conductibilité de la résine et t la différence de température entre la résine et l'âme. Comme $S = 2\pi\,r\,l$. et $R = \frac{l}{c\pi\,R^2}$, c étant le coefficient de conductibilité électrique du cuivre, on a

$$I = \frac{\pi}{2}\sqrt{ckt\,d^3}, \text{ d'où}$$

$$I = \frac{22}{2.7}\sqrt{4{,}18.10^7.\ 1{,}620.\ 10^{-6} \times 0{,}14.10^{-3}.(70° - 10°) \times 5^3}$$

$$= 13 \text{ U.E.M.} = 130 \text{ ampères.}$$

352. — Quelle est l'intensité I d'un courant qui fait fondre un fil de rayon r cm?

RÉPONSE : — En désignant par T la température de fusion du métal, par l sa longueur, par t la température ambiante, par a le coefficient de refroidissement et par R la résistance du fil, il faudra que la quantité de chaleur perdue par le rayonnement soit égale à la quantité de chaleur produite par le courant $I^2R = a\,(T-t)\,2\pi\, r\, l$; ou bien, en introduisant la résistance spécifique ρ du métal, il faut que

$$I^2 \frac{\rho . l}{\pi r^2} = a\,(T - t)\,2\pi\, rl, \text{ d'où } I = \sqrt{\frac{2a\,(T - t)\,\pi^2 r^3}{\rho}}.$$

$$\text{En posant } \pi \sqrt{\frac{2a\,(T - t)}{\rho}} = A, \text{ on a } I = A\sqrt{r^3}.$$

353. — Quelle est l'intensité du courant nécessaire pour fondre un fil de plomb de 4 mm d'épaisseur ?

RÉPONSE : — La table XI donne pour le plomb le coefficient $A = 36$, donc, $I = 36\sqrt{4^3} = 288$ ampères.

354. — Quel doit être le diamètre d'un fil de sûreté en platine pour que le courant dans le circuit ne dépasse pas 1,25 ampère ?

RÉPONSE : — $1,25 = 105\sqrt{x^3}$, d'où $x = 0,052^{mm}$ et l'épaisseur demandée $2x = 0,104^{mm}$.

355. — On a un fil de fer de 0,32 mm ; avec quel courant ce fil peut-il être fondu ?

RÉPONSE : — $I = 64\sqrt{0,16^3} = 4$ ampères.

356. — Pour poser une pièce de sûreté dans un circuit, on peut choisir entre un fil de fer, un

fil de cuivre et un fil de laiton. Quel doit être le rapport des épaisseurs de ces fils pour qu'ils satisfassent également bien au besoin?

Réponse : — Le courant limite étant toujours le même on aura pour les trois métaux : $I = A_1\sqrt{r_1^3} = A_2\sqrt{r_2^3} = A_3\sqrt{r_3^3}$.

d'où : $r_2 = \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^{\frac{2}{3}} r_1 = 2{,}2.r_1$; $r_3 = \left(\frac{A_1}{A_3}\right)^{\frac{2}{3}} r_1 = \left(\frac{213}{146}\right)^{\frac{2}{3}} r_1 = 1{,}3r_1$.

357. — Lequel des métaux argent, magnésium, nickel se prête-t-il le mieux pour la fabrication des pièces de sûreté?

Réponse : — Les constantes A étant 250, 107, 115, il semblerait à première vue que le magnésium fût le plus avantageux des trois; mais sa faible ductilité le fait distancer de beaucoup par le nickel.

358. — Un fil de cuivre pur de 1,65 mm de diamètre et de 100 cm de longueur est traversé par un courant de 10 ampères. Quelle est la température limite qu'il peut atteindre si la résistance spécifique du cuivre pur est de 1,65 microhm par cm³ et si le rayonnement par cm² et par degré est environ de $\frac{1}{4000}$ de la différence de température entre le fil et le milieu ambiant?

Réponse : — Un mètre du fil de cuivre indiqué aura la résistance de $\frac{1{,}65.10^{-6} \times 100}{\pi.\ 0{,}0825^2} = 7{,}7.10^6$ U.E.M. et par suite la quantité de chaleur dégagée sera :

$$Q = \frac{1}{0,418.10^3} \times 7,7.10^6 \times (10.10^{-1})^3 = \frac{7,7}{0,418}\,10^{-2} =$$
$$= 0,1857 \text{ Cal. gr.}$$

D'autre part 1m de ce fil aura une surface de : $\pi.0,165.100 = 51,8$ cm² et la quantité de chaleur dégagée par seconde et par cm² de surface sera : $\frac{0,1857}{51,8} = 0,00358$ Cal. gr. En désignant par x_0 la température maximale à laquelle le fil peut arriver, la perte maximale en suite du rayonnement sera $\frac{x_0}{4000}$ par cm². La température du fil restera constante quand la quantité de chaleur fournie par le courant sera égale à la quantité perdue par le rayonnement, quand $\frac{x_0}{4000} = 0,00358$. d'où $x = 14,32°$ Cels. ; c'est-à-dire qu'à l'air libre la température de ce fil ne s'élève pas au-dessus de 14°,32.

359. — Dans un circuit devant avoir au plus 7,2 ampères, on intercale un fil de plomb comme pièce de sûreté ; quel doit être le diamètre de ce fil si la résistance spécifique est 19,85. 10^{-6} ohm par cm³ et si le point de fusion du plomb est à 335° ?

Réponse : — Désignant par x le diamètre du fil, sa résistance par cm de longueur sera $= 19,85.\ 10^{-6}\ \frac{4}{\pi x^2}$ ohm, et la quantité de chaleur dégagée par seconde et par cm² sera

$$Q = \frac{1}{0,418.10^6} \cdot \frac{19,85.\ 10^{+3}.4}{\pi x^2} \cdot (7,2.10^{-1})^2 \text{ Cal. gr.}$$

Or, la surface de 1 cm du fil étant πx cm², la quantité de chaleur dégagée par cm² sera $\frac{Q}{\pi x}$ Cal. par seconde. Pour que la quantité de chaleur produite soit égale à celle perdue par rayonnement, et cela à la température la plus basse, réglable d'après celle de la fusion du plomb, il faudra donc choisir x de façon que

$$\frac{335}{4000} = \frac{Q}{\pi x} = \frac{4.19850.\ 0,72^2}{0,418.\ 10^8\ \pi^2 x^3}\ \text{d'où}\ x = 0,106\ \text{cm}.$$

360. — Une pièce de sûreté en plomb est intercalée dans un circuit dans lequel le courant ne doit pas dépasser 20 ampères ; quel doit être le diamètre du fil ?

Réponse : — $x = 0,209$ cm.

361. — Les pièces de sûreté en plomb dans les installations électriques d'éclairage à incandescence, système Edison (Milan), ont 3,2 cm de large, 0,3 cm d'épaisseur sur environ 7 cm de long ; quelle est l'intensité du courant qui ferait entrer une telle pièce en fusion ?

Réponse : — Ce ruban de plomb de 7 cm de long aura une résistance de $\frac{19,85.\ 10^3.7}{0,3.\ 3,2}$ et si l'on désigne par x l'intensité maximale du courant, la quantité de chaleur dégagée par seconde sera

$$Q = \frac{1}{0,418.10^8}\ \frac{19,85.\ 10^3.\ 7}{0,3.\ 3,2}\left(\frac{x}{10}\right)^2\ \text{Cal. La pièce entre}$$

en fusion seulement à 335° et quand la chaleur rayonnée est égale à la chaleur produite. La surface de la pièce étant 49 cm², il faudra que

$$\frac{335}{4000} = \frac{1}{49} = \frac{1}{0,418.10^6} \cdot \frac{19,85.10^3.7.x^2}{0,3.3,2.100}$$

d'où $x = 344$ ampères.

362. — Un fil de cuivre est intercalé comme pièce de sûreté dans un circuit dont le courant ne doit pas dépasser 500 ampères. Le point de fusion du cuivre étant à 1050° Celsius, quel doit être le diamètre du fil?

Réponse : — $d = 0,53$ cm.

363. — Un bâton de zinc doit être intercalé dans un circuit comme pièce de sûreté pour un courant de 500 ampères; quel est le diamètre qu'il doit présenter si son point de fusion est à 422° et si sa résistance spécifique par cm³ est de 5,689 microhms?

Réponse : — $d = 1,09$ cm.

364. — Un élément Grove a une force électromotrice de 1,9 volt et sa résistance intérieure est de 0,4 ohm. Quel est le rapport de la quantité de chaleur dégagée en fermant le circuit avec une résistance de 3 ohms à la quantité dégagée en fermant le circuit avec une résistance de 30 ohms?

Réponse : — $Q_1 : Q_2 = c.I_1^2R_1 : c\ I_2^2\ R_2 = I_1^2 : I_2^2$, puisque la résistance dans l'élément reste la même. Les intensités du courant dans les deux cas sont $I_1 = \frac{1,9}{3,4}$ et $I_2 = \frac{1,9}{30,4}$; de sorte que

$$Q_1 : Q_2 = (30,4)^2 : (3,4)^2 = 304^2 : 34^2 = 80 : 1.$$

365. — On intercale successivement une résistance de 20 ohms et une de 5 ohms dans le circuit d'une dynamo qui a 2,2 ohms de résistance intérieure ; la force électromotrice de la machine est de 126 volts ; quel est le rapport des quantités de chaleur dégagées les deux fois dans l'armature de la machine ?

Réponse : — $Q_1 : Q_1 = (22,2)^2 : (7,2)^2 = 9,5 : 1.$

366. — Le courant d'une pile de Beetz de 240 éléments, ayant chacun une force électromotrice de $1,101 . 10^8$ U. E. M. et une résistance intérieure de $18,3 . 10^9$ U. E. M. passe dans les fils d'un galvanomètre dont la résistance est $96,82 . 10^9$ U. E. M. Quelle est la chaleur dégagée dans ces bobines pendant 3 minutes ?

Réponse : — Le courant que fournit la pile est

$$I = \frac{240 . 1,101 . 10^8}{240 . 18,3 + 96,82 . 10^9} \text{ U.E.M.} = 0,05887 . 10^{-1} \text{ U.E.M.}$$

Ce courant pourra produire une quantité de chaleur égale à

$$Q = \frac{1}{0,418 . 10^8} . 0,005887^2 . 96,82 . 10^9 . 180 \text{ Cal. gr.} =$$
$$= 14,45 \text{ Cal. gr.}$$

367. — Dans la bobine d'un électro-aimant en forme de cloche passe un courant de 3,6 ampères. La bobine est formée de fils de cuivre de 0,7mm d'épaisseur et présentant une résistance de 4 ohms et une température initiale de 12°. Quelle sera la température de cette bobine après 5 minutes ?

Réponse : — La quantité de chaleur dégagée par le courant est $Q = \frac{1}{4,18} \cdot 3,6^2.4.300$ cal. gr. $= 3720$ cal. gr.

La longueur du fil de cuivre se déduit de son diamètre et de sa résistance $4 \text{ ohms} = 0,02104.\, l \left(\frac{1}{0,7}\right)^2$, d'où $l = 95,05$ m.

Désignons par T la température du cuivre ; la quantité de chaleur qu'il a dû absorber est alors :

$$\pi\,(0,07)^2.9505.\ 8,8.\ 0,0952\ (T - 12^\circ) \text{ Calories-grammes.}$$

Comme cette quantité est identique avec celle fournie par le courant, on a :

$$\pi.\ 0,07^2.\ 9505.\ 8,8.0,0952\ (T - 12^\circ) = 3720,$$

d'où $T = 42^\circ\ 35$.

368. — Un fil de platine de 43,2 cm de long et de 0,062 cm de diamètre est développé dans un vase en verre rempli d'air et bien protégé contre les influences du rayonnement et de la conductibilité. Ce vase communique avec un long tuyau horizontal gradué en dixièmes de cm³ et ouvert à l'autre extrémité. Avant le passage du courant l'indice de mercure a déterminé un volume d'air de 842,4 cm³ ; après 10 minutes

l'indice s'était avancé de 14,3 divisions. Quelle était l'intensité du courant ?

Réponse : — La loi de Mariotte-Gay-Lussac nous fournit d'abord l'élévation de température, car le tube étant ouvert, la pression initiale est égale à la pression finale et la formule $v = v_0 (1 + \alpha t)$ donne

$$(842,4 + 14,3) = 842,4 \left(1 + \frac{1}{273} t\right), \text{ d'où } t = 4^{\circ},635$$

La quantité de chaleur nécessaire pour une telle élévation de température est :

$$Q = 842,4.\ 0,001293.\ \overset{\frown}{0,2377}.\ \overset{\frown}{4,635} = 1,200 \text{ cal. gr.}$$

Comme cette quantité de chaleur est produite par le courant d'intensité i U.E.M, il faudra que

$$1,200 = \frac{1}{0,418.10^8}.0,1166.10^9.\frac{43,2}{100}.\frac{1}{(0,62)^2} i^2.600.$$

d'où i = 0,02526 U.E.M = 0,2526 ampères.

§ 16. Magnétisme.

369. — Deux aimants rectilignes et placés en ligne droite ont leurs pôles de même nom placés en regard. Les masses magnétiques étant a et b et la distance des aimants d, où faut-il placer une petite boule en fer doux pour qu'elle ne s'approche ni de l'un ni de l'autre des aimants ?

Réponse : — Etant x et y les distances de la boule aux pôles de l'aimant, il doit être

$$x + y = d\,;\ \frac{a}{x^2} = \frac{b}{y^2};\ y = \frac{d}{b-a}\left\{b \pm \sqrt{ab}\right\}.$$

370. — Deux aimants rectilignes se trouvent dans une même verticale; l'aimant supérieur est fixe et son pôle a la masse magnétique m. L'aimant supérieur qui pèse p gr. lui présente son pôle de nom contraire, ayant la masse μ. A quelle distance de l'aimant supérieur cet aimant flotte-t-il dans l'air ?

RÉPONSE : — $\frac{m\,\mu}{x^2} = 981\,p$; $x = \sqrt{\frac{m\,\mu}{981\,p}}$.

371. — Quelle est l'intensité du champ magnétique que produit un pôle de masse $m = 100$ unités, en un point de l'axe distant de 3 cm?

RÉPONSE : — $f = \frac{180.1}{3^2} = 20$ dynes.

372. — Quelle est l'intensité du champ magnétique déterminé par deux pôles de même nom de 70 et de 110 unités à la distance de 5 cm, pour un point situé à $r = 2$ cm du pôle à masse $= 70$ unités ?

RÉPONSE : — $f = \frac{70}{2^2} - \frac{110}{3^2} = \frac{190}{36} = 5{,}3$ dynes.

373. — n aimants de même longueur l et de même force sont rangés en une ligne droite. Les pôles contenant chacun la masse m se trouvent distants de $\frac{1}{10}\,l$ et alternent quant aux signes. Quel est le potentiel au milieu de la ligne et quel est-il à l'une des extrémités ?

Réponse : — Pour le point situé au milieu de la série, il y a toujours deux masses égales et de signes contraires qui agissent sur lui mais dont l'effet est nul, on a donc :

$$\sum\left(\frac{m}{r}\right) = V = 0.$$

Pour le point situé à l'une des extrémités, il vient :

$$\sum\left(\frac{m}{r}\right) = \frac{m}{0{,}1\,l} - \frac{m}{0{,}9\,l} + \frac{m}{1{,}1\,l} - \frac{m}{1{,}9\,l} + \dots =$$
$$= \frac{10\,m}{l}\left(1 - \frac{1}{9} + \frac{1}{11} - \frac{1}{19} + \dots\right).$$

374. — Quel est le potentiel au centre d'un polygone régulier de six côtés, si les sommets ont : 1° des pôles de même nom ; 2° des pôles de noms contraires ?

Réponse : — Comme dans les deux cas, il y a sur un même diamètre des pôles égaux et de signes contraires, l'effet est $\sum\left(\frac{m}{r}\right) = 0$.

375. — n aimants de même longueur l ont les pôles S disposés sur une première circonférence de rayon r et les pôles N sur une seconde circonférence concentrique à la première, les aimants étant dirigés suivant des rayons. Quel est le potentiel au centre ?

Réponse : — $V = +\frac{m}{r} + \frac{m}{r} + \dots - \left(+\frac{m}{r+l} + \frac{m}{r+l}\right)$

$$= \frac{n\,m}{r} - \frac{n\,m}{r+l} = n\,m\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r+l}\right) = \frac{l\,m\,n}{r\,(r+l)}.$$

376. — Quel est le potentiel si les pôles alternent sur chacune des périphéries?

RÉPONSE :

$$V = +\frac{m}{r} - \frac{m}{r} + \dots - \frac{m}{r+l} + \frac{m}{r+l} - \dots = 0.$$

377. — Sur une planche qui flotte sur l'eau sont placés plusieurs aimants identiques de longueur e, de direction α, de masse magnétique m et à égale distance d les uns des autres. Quelle est la valeur du moment magnétique correspondant à cet angle α, si tous les pôles de même nom sont tournés du même côté; et si n_1 pôles sont opposés aux n-n_1 autres, par rapport à l'extrémité du premier aimant?

RÉPONSE : — Un aimant détermine le moment magnétique $m.H.l.\sin\alpha$ et les n aimants auront dans le premier cas un moment magnétique égal à $n.m.H.l.\sin\alpha. = M.$; tandis que dans le second cas, le moment n'est plus que :

$$M^1 = n_1\, m\, H\, l \sin\alpha - (n - n_1)\, m\, H\, l \sin\alpha =$$
$$= (2\, n_1 - n)\, m\, H\, l \sin\alpha.$$

378. — Les arêtes d'un cube, placé sur une planche flottant sur l'eau, sont formées par 12 aimants égaux dont les 4 verticaux ont les pôles S en bas et dont les 4 dans les plans horizontaux se touchent par les pôles de noms contraires. Quel est le moment magnétique du système que détermine le magnétisme terrestre, par rapport à l'une des arêtes verticales?

Réponse : — L'effet des arêtes verticales est nul, chaque aimant ayant deux pôles de noms contraires qui doivent rester dans la verticale. Dans chacun des plans horizontaux, on trouve huit moments statiques qui ont tous la même force. Leur moment résultant se compose de deux fois huit moments qui ne se distinguent que par le sens de rotation, en vertu de la nature des pôles. En exprimant les bras des moments composants par la longueur de l'arête et l'angle que l'une d'elles forme avec le méridien magnétique, on trouve que la somme des bras des moments tournant dans le sens positif est égale à la somme des bras des moments tournant dans le sens négatif, quelle que soit la valeur de l'angle. Il s'ensuit que le moment résultant est nul.

379. — En deux lieux différents du globe ayant comme angle d'inclinaison β et β', une même aiguille aimantée a comme durées d'oscillation t et t'. Quel est le rapport des intensités du magnétisme terrestre ?

Réponse : — $H : H' = t'^2 \cos \beta' : t^2 \cos \beta$.

380. — Deux aiguilles aimantées ont le même moment magnétique, mais des longueurs différentes l et l' ; quel est le rapport de leurs masses magnétiques?

Réponse : — $2\, l_1\, \mu_1\, H = 2\, l_2\, \mu_2\, H$; donc $\frac{\mu_1}{\mu_2} = \frac{l_2}{l_1}$.

§ 17. Effet des courants sur les aimants.

381. — Une aiguille aimantée très courte et un fil de cuivre de $2\,l$ cm se trouvent dans un même plan vertical ; le pôle magnétique contient m U. E. M. et il est à h centimètres au-dessous du milieu du fil de cuivre. Dans celui-ci passe un courant de i U. E. M. Quelle est la force avec laquelle le courant agit sur le pôle et quelle serait cette force pour une longueur infinie du fil ?

RÉPONSE : — D'après la loi de Savart, l'effet élémentaire est $\frac{m.\ i.\ dl}{h^2 + x^2} \sin \delta$, en désignant par δ l'angle que forme dl avec la direction du pôle, et où x désigne la distance de dl au milieu du fil. On voit que $x = h \cot \delta$, donc $dx = -\frac{h\, d\,\delta}{\sin^2 \delta}$ et $h^2 + x^2 = \frac{h^2}{\sin^2 \delta}$; en sorte que l'effet élémentaire peut s'écrire $-\frac{m\, i}{h} \sin \delta\, d\delta$; cela donne par intégration de $-l$ à $+l$, la valeur $f = \frac{2m\,i\,l}{h\sqrt{l^2 + h^2}} = \frac{2\,m\,i}{h\sqrt{1 + \frac{h^2}{l^2}}}$; posant $l = \infty$, la force devient $f = \frac{2\,m\,i}{h}$.

382. — Dans la boussole de M. Denzler se trouvent deux aiguilles aimantées, l'une au-dessus, l'autre au-dessous du milieu d'un fort cadre rectangulaire, dont deux côtés sont horizontaux,

les deux autres verticaux et dont le plan est orienté dans le méridien magnétique. Quel est l'effort d'un courant i sur une aiguille à m U. E. M. et placée à h cm et h_1 cm respectivement des côtés horizontaux?

Réponse : — Comme l'effet des deux côtés verticaux s'annule, on aura d'après le numéro précédent :

$$f = 2\, m\, i\, l \left\{ \frac{1}{h \sqrt{h^2 + l^2}} - \frac{1}{h_1 \sqrt{h_1^2 + l^2}} \right\}$$

§ 18. Electro-aimants.

383. — La bobine d'un électro-aimant est parcourue successivement par un courant de 2,5 ampères et de 10 ampères; comment l'intensité du champ magnétique varie-t-elle?

Réponse : — Comme l'intensité du champ est proportionnelle à l'intensité du courant, toutes autres choses égales d'ailleurs, les deux intensités seront entre elles comme $\frac{5}{2}$: 10, ou comme 1 : 4.

384. — Dans quelle proportion l'intensité magnétique d'un électro-aimant varie-t-elle si l'on maintient l'intensité du courant, mais si l'on augmente le nombre de spires de 250 à 650?

Réponse : — L'intensité magnétique étant proportionnelle au nombre de spires, la proportion est 25 : 65 = 1 : 2,6.

385. — Un électro-aimant avait 2 couches de 60 spires; on lui a donné 5 couches de 50 spires; que devient l'intensité du champ magnétique comparée à la première, si l'intensité du courant est restée la même dans les deux cas?

Réponse : — Le nombre de spires étant 120 et 250, le rapport des intensités magnétiques est de $12 : 25 = 1 : 2,1$.

386. — Comment peut-on maintenir l'intensité d'un électro-aimant si l'on réduit le nombre de spires au tiers?

Réponse : — Il faut augmenter dans la même proportion l'intensité du courant.

387. — Une barre de fer doux de 20 cm de longueur et de 2 cm d'épaisseur est entourée de 540 spires et aimantée par ce courant de 0,3 U. E. M.; quelle est l'intensité du magnétisme engendré en se basant : 1° sur la formule de v. Waltenhofen; 2° sur la formule de Müller modifiée par v. Waltenhofen?

Réponse : — La première formule $M = 0,12 \sqrt{l^3 d.}\, n\, J$ donne, en comptant J en ampères

$$M = 24590 \text{ U.E.M},$$

et la seconde $$M = 14,4\, l.\, d^2 \operatorname{arc\,tg.} \left(\frac{n\sqrt{l}}{5300\, d^{3/2}} J\right),$$

en comptant J en ampères et l'arc en degrés, donne

$$M = 20720 \text{ U.E.M.}$$

388. — Un électro-aimant retient, avec un

courant de 2,5 ampères, une armature de 1 kgr. ; combien pourra-t-il porter avec un courant de 10 ampères ?

Réponse : — Comme la force portative est proportionnelle au carré de l'intensité du courant, il pourra retenir :

$$\left(\frac{10}{2,5}\right)^2 . 1 = 16 \text{ Kg.}$$

389. — Deux électro-aimants sont intercalés en série dans le même circuit ; l'un a un noyau de diamètre double de celui de l'autre, le nombre de spires étant le même ; quel est le rapport de leurs forces portatives ?

Réponse : — La force portative est, toutes choses égales d'ailleurs, proportionnelle au diamètre ; on aura donc :

$$F_1 : F_2 = 1 : 2.$$

390. — Un électro-aimant à noyau de 1 cm de diamètre et recouvert par 3 couches de 100 spires doit être remplacé par un autre de noyau de 2,5 cm et de 7 couches de 90 spires ; le courant n'ayant pour celui-ci que $\frac{1}{5}$ de l'intensité du courant pour le premier, quel est le rapport des moments magnétiques des électro-aimants ?

Réponse :

$$M_1 : M_2 = \sqrt{1}.300.J : \sqrt{2,5}.630. \frac{J}{5} = 20 : 21.$$

391. — Un électro-aimant de télégraphe Morse

(modèle suisse) a un noyau en forme de fer à cheval de 0,9 cm de diamètre et 8 *couches* de 52 spires; il porte, avec un courant de 0,2 ampère, 4 kg.; quelle est la force portative d'un autre électro-aimant dont le noyau est de 4 cm d'épaisseur et qui porte 8 couches de 74 spires, le fil ayant un diamètre tel que le courant prend une intensité double?

RÉPONSE : — On a pour le premier électro-aimant; c étant une constante : $\left[c\sqrt{0,9} \times 8.52 \times 0,2\right]^2 = 5$ Kg;
et pour l'autre : $\left[c\sqrt{4} \times 8.74 \times 0,4\right]^2 = x$ Kg;
d'où $x = 18$ Kg.

392. — Un électro-aimant porte 73 kg. avec un courant de 2,1 ampères et 46 kg. avec 1 ampère; quelles seront les constantes de cet électro-aimant d'après la formule de Fröhlich $M = \frac{J}{a + b.J}$ et d'après la formule de Sohncke $M = \frac{1}{\alpha} J e^{-\beta J}$ et quelle serait la force portative correspondant à un courant de 1,6 ampère?

RÉPONSE : — Il vient d'après Fröhlich :

$$\sqrt{73} = \frac{2,1}{a + b.\,0,4} \text{ et } \sqrt{46}\ \frac{1,0}{a + b.1,05},$$

d'où $a = 0,057$ et $b = 0,09$. — Pour J = 1,64 amp. la force portative est = 64 kg.

La formule de Soncke donne :

$$\sqrt{73} = \frac{1}{\alpha}\, 2{,}1 .\, e^{-\beta . 2,1} \quad \text{et} \quad \sqrt{46} = \frac{1}{\alpha}\, 1{,}0 .\, e^{-\beta . 1,0}$$

d'où $\beta = + 0{,}4650$ et $\alpha = 10{,}805$, et alors pour un courant de 1,6 amp. la force portative est $= 67{,}4$ kg.

393. — Un électro-aimant a un moment magnétique = 2070 U. E. M. avec un courant de 2,87 U. E. M. et un moment de 4110 U. E. M. avec 6,28 U. E. M. de courant; 1) quelles sont les constantes d'après Fröhlich? 2) quelles sont-elles d'après Sohncke? 3) quel est le moment magnétique qui correspond à un courant de 30 U. E. M., d'après l'une et l'autre formule?

Réponse : — D'après Fröhlich $a = 792{,}7$, $b = 0{,}0345$ et d'après Sohncke $\alpha = 0{,}001278$, $\beta = 0{,}0285$.

Les moments magnétiques correspondant à 30 U.E.M. sont $M_1 = 11686$ U.E.M. et $M_2 = 9986.$, tandis que l'expérience a donné le résultat $M_3 = 10570.$ U.E.M.

§ 19. Accumulateurs.

394. — Quel est le travail que peut accumuler une pile secondaire Planté, dont le plomb pèse 15 kg. s'il dépose jusqu'à complet épuisement 0,18 gr. de cuivre et si l'on suppose qu'on ne puisse utiliser que les 2/3 de la décharge pour rester au-dessus de 2 volts?

Réponse : — Comme 1 coulomb dépose 0,0003307 gr. de cuivre, la quantité d'électricité contenue dans la pile secondaire était de 0,18 : 0,0003307 = 514 coulombs. Cette quantité représente une énergie de $514 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2$ watts = 68,4 kgrm. — L'énergie accumulée par kgr. de plomb

est donc de $\frac{68,4}{15} = 4,56$ kgrm.

395. — Pendant la charge et pendant la décharge d'un accumulateur, système Daniell ($Cu - SO_4Cu - SO_4Zn - Zn$), on a observé toutes les 5 minutes l'intensité du courant respectivement jusqu'à charge et jusqu'à décharge complètes. La quantité d'électricité ainsi fournie fut trouvée de Q = 4147 ampères-secondes et Q' = 2845 ampères-secondes. Quel est le rendement de l'appareil ?

Réponse : — $r = \frac{Q'}{Q} = \frac{2845}{4147} = 68,6$ p. 100.

396. — Un accumulateur du même système, mais à plus grande surface, a donné Q = 14325, Q' = 12777 coulombs ; quel est son rendement ?

Réponse : — $r = 89$ p. 100.

397. — Quelle est la quantité d'électricité nécessaire pour mettre en liberté l'acide sulfurique qui doit former (pendant la charge) l'électrode positive d'un accumulateur Faure-Sellon-Volkmar ?

Réponse : — L'hydrogène qui se dégage au pôle négatif réduit l'oxyde de plomb d'après l'équation

$$Pb_3\,O_4 + 4\,H_2 = 4\,H_2\,O + 3\,Pb,$$

tandis qu'au pôle positif la réaction se fait d'après l'équation :

$$Pb_3\,O_4 + SO_4 = 2\,(Pb\,O_2) + Pb\,SO_4.$$

En supposant toute la surface composée de $Pb_3\,O_4$, la formation d'H et d'O est très faible, mais elle existe. L'accumulateur aura reçu sa charge maximale quand tout le minimum sera transformé en $Pb_2\,O$ et en Pb métallique. Soit m_1 gr. la masse de $Pb_3\,O_4$. Son poids moléculaire étant $3.207 + 4.16 = 685$, la masse de Pb métallique contenue dans m_1 sera $\frac{621}{685}\,m_1$ gr ; un tiers de ce plomb, soit $\frac{207}{685}\,m_1$, se combine avec SO_4 et demande une masse de SO_4 égale à $\frac{207}{685}\,m \cdot \frac{96}{207} = \frac{96}{685}\,m_1$ gr. La quantité d'électricité nécessaire pour mettre cette masse d'acide sulfurique en liberté est $Q = \frac{96}{685}\,m_1 \cdot \frac{1}{0{,}005}$ U.E.M. $= 28{,}03\,m_1$ U. E. M. ; car 1 U. E. M. d'électricité met en liberté 0,000104 gr. d'H ou bien $\frac{1}{2}\,(32 + 4.16)\,0{,}000104$ gr. $= 0{,}005$ gr. d'acide sulfurique. $Q = 28{,}03\,m_1$ U.E.M, si m_1 est exprimé en grammes et $28030\,m_1$ U.E.M si m_1 est exprimé en kilogrammes.

398. — Quelle est la charge théorique maximale que peut prendre un accumulateur Faure-Sellon-Volkmar, qui est composé de 8 feuilles plomb de 2 kg. chacune ?

RÉPONSE : — D'après le numéro précédent,

$$Q = 28030.16 \text{ U.E.M} = 0,45.10^6 \text{ U.E.M} =$$
$$= 0,45.10^7 \text{ coulombs.}$$

399. — Quelle est la quantité théorique d'électricité *nécessaire* pour former l'électrode négative d'un accumulateur Volkmar?

RÉPONSE : — Désignant par m_2 gr. la masse de l'électrode négative, elle doit contenir $\frac{64}{685}\, m_2$ gr. d'oxygène. Pour saturer cette masse il faut $\frac{1}{8} \cdot \frac{64}{685}\, m_2$ gr. d'hydrogène. — La quantité d'électricité nécessaire pour mettre cet hydrogène en liberté est :

$$Q = \frac{1}{86}\, m_2 \frac{1}{0,000104} = 111,8\ m_2 \text{ U.E.M} =$$

$= 1118\ m_2$ coulombs. — Ordinairement $m_1 = m_2$ pour des raisons pratiques.

400. — Quel est le travail qu'il faut théoriquement dépenser pour charger complètement un accumulateur Faure-Sellon-Volkmar ?

RÉPONSE : — Le travail étant égal au produit de la F.E.M. par l'intensité du courant dans chaque élément de temps, le travail total demandé sera $W = \Sigma\,(E\,I)$, à prendre sur tous les éléments de temps. Comme pendant la charge la F.E.M. est constante, il est $W = E.\,\Sigma(I)$. La $\Sigma(I)$ prise sur tous les éléments de temps n'est autre chose que la quantité totale d'électricité qui a été fournie à l'accumulateur, soit $\Sigma\,(I) = Q$ ou Q est déterminée dans le numéro 397. On a donc $W = E.Q = 28,03\ E\,m_1$. U. E. M. (cm, gr, sec).

401. — Quel est le travail qu'il faut dépenser pour charger avec une force électromotrice de 2,05 volts un accumulateur de 8 feuilles de plomb de 2 kg. chacune?

Réponse :

$$W = 28{,}03.16000 \times 2{,}05.10^8 \text{ U.E.M.} = 9193{,}84.10^{10} \text{ ergs}$$
$$= 9193{,}84.10^{10} \times 102.10^{-10} \text{ kgr. m sec} =$$
$$= 937772 \text{ kgm.sec.} = 3{,}5 \text{ chevaux-heures.}$$

402. — Quelle est la somme à dépenser pour les n accumulateurs devant alimenter L lampes Siemens (F. E. M. = 100 volts, I = 0,6 ampère) si un accumulateur revient à f francs[1].

Réponse : — Une lampe Siemens absorbe $100 \times 0{,}6$ watts et les L lampes demanderont donc $W = 60$ L. watts. Comptant 10 p. 100 de perte d'énergie par les conduits, le travail demandé par les lampes sera $W = 66$ L watts. Les accumulateurs même absorbent une quantité d'énergie proportionnelle au carré de l'intensité du courant 0,6 L et proportionnelle à leur résistance intérieure $\left(r = \frac{1}{40} \text{ ohm}\right)$,

soit $W^1 = (0{,}6\,L)^2 \times n\,r. = 0{,}36\,L^2.\,\frac{n}{40} = 0{,}009\,n\,L^2$ watts.

D'autre part chaque accumulateur ayant une différence de potentiel de 2,0 volts, la batterie des n accumulateurs produira une différence de potentiel totale de 2,0 n volts, et comme elle doit alimenter les L lampes à 0,6 ampères, elle doit fournir 0,6 L amp., soit une énergie de $2{,}0\,n \times 0{,}6$ L watts. En égalant les deux énergies il vient :

$$66\ L + 0{,}009\ n\ L^2 = 2{,}0.\ n.\ 0{,}6\ L.,\ \text{d'où}$$

$n = \dfrac{66}{1{,}2 - 0{,}009\ L}$ et comme 1 accumulateur revient à f francs, le prix demandé sera $S = n\,f = \dfrac{66\,f}{1{,}2 - 0{,}009\ L}$.

403. — Une batterie d'accumulateurs, ayant une différence de potentiel de 115 volts aux pôles, 0,12 ohm de résistance intérieure, a la propriété de donner à la décharge un courant suffisant à tous les besoins. Si les fils conducteurs ont 0,3 ohm de résistance, quel est le nombre de lampes Edison A (F. E. M. = 100 volts, R = 120 ohms) qu'il faut prendre pour que le courant soit de 0,82 ampère dans chacune?

Réponse : — Soit l le nombre de lampes ; le nombre d'ampères donné par les accumulateurs doit être égal à celui demandé par les lampes, soit :

$$\frac{115}{0{,}12 + 0{,}3 + \frac{120}{l}} = l.\ 0{,}82,\ \text{d'où}\ l = 48\ \text{à}\ 49\ \text{lampes.}$$

404. — Un accumulateur F. S. V. de 5 plaques a une capacité de 48 ampères-heures et il permet un courant de décharge de 7 ampères à une différence de potentiel de 2 volts. Les plaques, dont 2 positives et 3 négatives, ont une surface active de 13,18 cm². Quelles sont les dimensions minimales d'un accumulateur de ce genre qui peut fournir 0,4 ampère

dans un circuit de 10 ohms de résistance, et quelle est sa capacité ?

RÉPONSE : — Pour que le débit puisse être de 0,4 ampère avec 10 ohms de résistance, la loi d'ohm demande une *f. e. m.* telle que $E = 0{,}4.10 = 4$ volts. On pourra suffire à cette condition en employant 2 accumulateurs accouplés en série.

L'accumulateur a une surface active de 8×234 cm² $=$ 1872 cm², ce qui fait une décharge de $\frac{7}{1872} = 0{,}0037$ amp. par cm² ; les 0,4 ampère demanderont une surface active de $\frac{0{,}4}{0{,}0037} = 108$ cm². En construisant des accumulateurs avec 4 faces actives (2 plaques négatives et 1 positive), celles-ci devront avoir une surface de $\frac{108}{4} = 27$ cm² et les dimensions 3×9 cm².

La capacité sera $\frac{2 \times 48.108}{1872} = 5{,}5$ amp. heures.

§ 20. Couplage des piles.

405. — On dispose de deux éléments Daniell de force électromotrice $0{,}955.\ 10^8$ et de $0{,}85.\ 10^9$ résistance intérieure ; quel est le courant qu'on obtient dans un circuit extérieur de 5.10^9 U.E.M. de résistance si :

1. On n'emploie qu'un seul élément?
2. On emploie les deux éléments en tension?
3. On emploie les deux éléments en quantité ?

Réponse : — L'intensité du courant est :

dans le 1er cas

$$J_1 = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{0,955.10^8}{5.10^9 + 0,85.10^9} = 0,17.10^{-1};$$

dans le 2e cas

$$J_2 = \frac{2.0,955.10^8}{5.10^9 + 2.0,85.10^9} = 0,3.10^{-1};$$

dans le 3e cas

$$J_3 = \frac{0,955.10^8}{5.10^9 + \frac{1}{2}.0,85.10^9} = 0,185.10^{-1}.$$

406.—Ayant six éléments Bunsen de force électromotrice $1,734.10^8$ et de $0,15.10^9$ résistance intérieure; quelles sont les intensités qu'on obtient par les différentes combinaisons de ces éléments dans un circuit extérieur de 5.10^9 U. E. M. de résistance; et quel est le courant que fournit un seul élément?

Réponse :

Pour un seul élément

$$J_1 = \frac{1,734.10^8}{5.10^9 + 0,15.10^9} = 0,336.10^{-1};$$

Pour les éléments en série

$$J_{6s} = \frac{6.1,734.10^8}{5.10^9 + 6.0,15.10^9} = 1,76.10^{-1};$$

Pour les 3 éléments en série

$$J_{3s} = \frac{3.1,734.10^8}{5,10^9 + \frac{3}{2}.0,15.10^9} = 0,9956.10^{-1};$$

Pour les 2 éléments en série

$$J_{213} = \frac{2.1,734.10^8}{5.10^9 + \frac{2}{3}.0,15.10^9} = 0,680.10^{-1}.$$

Pour 1 élément

$$J_{216} = \frac{1,734.10^8}{5.10^9 + \frac{1}{6}.0,15.10^9} = 0,3448.10^{-1}.$$

407. — Dans un circuit dont la résistance extérieure est 80. 10^9 U. E. M., est intercalée une batterie de 6 éléments Leclanché de 1,481. 10^8 U. E. M. et de 0,5. 10^9 résistance intérieure ; quelles sont les intensités qu'on peut réaliser par couplage des éléments tout en employant toujours les six ?

Réponse :

$$I_{611} = \frac{6.1,481.10^8}{80.10^9 + 6.0,5.10^9} = 0,107.10^{-1} ; \; I_{312} = 0,055.10^{-1} ;$$

$$I_{213} = 0,037.10^{-1} ; \; I_{116} = 0,0185.10^{-1}.$$

408. — Un bain de galvanoplastie présente une résistance de 0,6. 10^9; on dispose de 6 éléments Grove, ayant la force électromotrice 1,956. 10^8 et la résistance intérieure 0,12. 10^9; quelles sont les intensités qu'on peut réaliser par couplage ?

Réponse : — $I_{611} = 8,89.10^{-1}$; $I_{312} = 7,52.10^{-1}$;
$I_{213} = 5,75.10^{-1}$; $I_{116} = 3,15.10^{-1}$.

409. — Quelle est la formule générale donnant l'intensité du courant I de n éléments iden-

tiques, accouplés en série, ayant chacun la force électromotrice e, et la résistance intérieure r, la résistance extérieure étant R ?

RÉPONSE : — $J_t = \dfrac{n.e}{n.r + R}$.

410. — Quelle est la formule générale donnant l'intensité J de n éléments identiques, accouplés en quantité, ayant chacun la force électromotrice e et la résistance intérieure r; la résistance extérieure étant R ?

RÉPONSE : — $J_q = \dfrac{n.e}{r + nR}$.

411. — Quelle est la condition générale sous laquelle l'intensité du courant est la même que les éléments soient couplés en tension ou en quantité ?

RÉPONSE : — On demande que $J_t = J_q$, autrement dit que $\dfrac{n.e}{n.r + R} = \dfrac{n.e}{r + nR}$ il faut pour cela $nr + R = r + nR$ ou $(n - 1)\, r = (n - 1)\, R$, ou enfin $r = R$.

412. — Quel est le couplage le plus avantageux : 1) quand $r > R$; 2) quand $r < R$?

RÉPONSE : — Si l'on écrit les formules pour I_t et I_q comme suit :

$$I_t = \frac{n.e}{(r + R) + (n - 1)\, r};\ I_q = \frac{n.e}{(r + R) + (n - 1)\, R},$$

on voit que pour $r > R$ on a $I_t < I_q$.

413. — n éléments identiques ayant les constantes e et r, en combien de séries s faut-il les accoupler pour avoir le maximun d'effet si la résistance extérieure est R ?

Réponse : — L'intensité du courant sera, d'après la formule d'Ohm

$$I = \frac{\frac{n}{s} \cdot e}{R + \frac{r}{s} \cdot \frac{n}{s}} = \frac{n.\,s.\,e}{s^2\,R + n.r}.$$

Cette fraction est maximum pour $s^2R + n.r$ minimum, donc, comme on trouve par les règles connues maximum pour

$$s = \frac{n.r}{\sqrt{n.r.R}} = \sqrt{\frac{n.r}{R}},$$

en substituant, cette intensité maximum devient

$$I = \frac{e}{2}\sqrt{\frac{n}{r.R}}.$$

414. — n éléments identiques ayant les constantes e et r, en combien de séries σ faut-il les accoupler pour avoir le maximum d'énergie, si la résistance extérieure est R ?

Réponse : — L'énergie libre est donnée par le produit de la force électro-motrice par l'intensité, donc

$$W = I.\,\frac{n.}{\sigma}\,e = \frac{n\sigma e}{\sigma^2 R + n.r} \cdot \frac{n.e}{\sigma} = \frac{n^2 e^2}{\sigma^2 R + n.r}.$$

Cette fraction devient maximum pour $\sigma = \sqrt{\frac{n.r}{R}}$; et l'énergie maximale est :

$$W = \frac{n.e^2}{2.r}.$$

415. — On dispose de 40 éléments Daniell ayant une résistance intérieure de $0,30.\ 10^9$; comment faut-il les coupler pour avoir le maximum d'effet avec une résistance extérieure de $3.\ 10^9$?

Réponse : — D'après la formule on a I maximum pour $s = \sqrt{\frac{0,30.40.10^9}{3.10^9}} = 2$; on fera donc deux séries de 20 éléments chacune.

416. — Six éléments Bunsen de $1,734.\ 10^8$ force électro-motrice et $0,15.\ 10^9$ résistance se trouvent placés dans les sommets et dans les milieux d'un triangle équilatéral, ils sont accouplés 3, ensuite 2 et enfin 1, en quantité et les 3 groupes forment une série. Quelle est l'intensité du courant si la résistance du circuit extérieur est $5.\ 10^9$?

Réponse : — D'après la formule d'Ohm,

$$I = \frac{3 \times 1,734.10^8}{5.10^9 + \frac{1}{3} \cdot 0,15.10^9 + \frac{1}{2} \cdot 0,15.10^9 + 1.0,15.10^9} =$$

$$= 0,986.10^{-1}.\ \text{U.E.M.}$$

417. — On a chargé 30 éléments secondaires Planté de $0,05.\ 10^9$ résistance intérieure pour les accoupler en série dans un circuit dont la résistance extérieure est $8.\ 10^9$. Quelle est l'intensité

du courant de décharge si chaque élément a une force électro-motrice constante de $2,02.10^8$?

Réponse : — En couplant les 30 éléments en série, on aura une F.E.M. de $30.2,02.10^8 = 60,6.10^8$ et par suite,

$$I = \frac{60,6.10^8}{8.10^9 + 30.0,05.10^9} = 6,37.10^{-1} \text{ U.E.M.}$$

418. — On veut remplacer un élément Bunsen dont la force électromotrice est 1,8 volt et la résistance 0,11 ohm, par une pile de petits éléments Daniell dont la force électromotrice est 0,9 volt et la résistance intérieure 11 ohms. En supposant que la résistance du circuit extérieur soit nulle, combien faut-il de ces éléments Daniell ?

Réponse : — (Schoentjes) Pour que la F.E.M. des Daniell soit égale à celle de l'élément Bunsen, il faut les coupler à deux, en série, car :

$$E_D = 2.\ 0,9 \text{ volt} = 1,8 \text{ volt} = E_B$$

Pour fournir le même courant que l'élément Bunsen, soit $I = \frac{E}{R} = \frac{1,8}{0,11}$ ampère $= 16,363$ ampères, il faudra prendre un nombre N de Daniell tel que N. $\frac{0,9}{2.11}$ ampère soit égal à 16,363, soit $N = 400$. Le courant fourni par l'élément accouplé en série avec un autre est $\frac{0,9}{2.11}$ et non $\frac{11}{0,9}$, car la résistance du circuit a été doublée. Donc 400 élements Daniell couplés en 200 séries de 2 éléments résolvent le problème.

§ 21. Dérivation.

419. — Un courant électrique arrivant par un fil A se bifurque en un point O de ce fil en deux branches B et C qui accusent dans un galvanomètre des courants de $0{,}08.\ 10^{-1}$ et de $0{,}62.\ 10^{-1}$. U.E.M. Quelle est l'intensité du courant en A?

Réponse : — $0{,}08.10^{-1} + 0{,}62.10^{-1} = 0{,}7.10^{-1}$. U. E. M.

420. — Trois branches viennent se rencontrer en un point O, l'une amène un courant de $0{,}16.\ 10^{-1}$; la seconde enlève un courant de $0{,}38.10^{-1}$, U. E. M. quel est le rôle que joue la troisième branche?

Réponse : — La troisième branche doit amener un courant d'une intensité telle que :

$0{,}16.10^{-1} + x = 0{,}38.10^{-1}$ soit de $0{,}22.10^{-1}$. U. E. M.

421. — En un point viennent se rencontrer 9 fils dont 5 sont en communication avec les pôles de même nom de cinq piles, la première ayant un élément Daniell ($0{,}17.\ 10^{-1}$) la seconde deux éléments, etc., la cinquième cinq éléments accouplés en quantité. Dans les circuits des 4 autres fils se trouvent des résistances de 4.10^{9}, 8.10^{9}, 12.10^{9} et 16.10^{9} U. E. M. Quelles sont les intensités des courants qui s'écoulent par ces 4 fils?

Réponse : — Le courant qui arrive au point de rencontre a l'intensité $(1 + 2 + 3 + 4 + 5).\ 0{,}17.10^{-1} = 15.0{,}17.10^{-1} = 2{,}55.10^{-1}$ U. E. M. Ce courant se répartira en portions qui sont inversement proportionnelles aux résistances qu'elles rencontrent. Celles-ci étant entre elles comme $1 : 2 : 3 : 4$, le premier fil

aura le courant $\frac{4}{10} \cdot 2{,}55.10^{-1} = 1{,}02.10^{-1}$ U. E. M.;

le second aura $\frac{3}{10} \cdot 2{,}55.10^{-1} = 0{,}765.10^{-1}$ U. E. M.;

le troisième aura $\frac{2}{10} \cdot 2{,}55.10^{-1} = 0{,}51.10^{-1}$ U. E. M.;

le quatrième aura $\frac{1}{10} \cdot 2{,}55.10^{-1} = 0{,}255.10^{-1}$ U. E. M.

422. — Entre deux points d'un même circuit se trouvent deux branches dont les résistances sont r_1 et r_2, la somme du courant transmis étant i, quel est le courant dans chacune des branches ?

Réponse : — En application du second lemme de Kirchhoff, on a $i_1\, r_1 + i_2\, r_2 = o$; de plus, on doit avoir $i_1 + i_2 = i$; il résulte de ces équations

$$i_1 = \frac{i\, r_2}{r_2 - r_1} \text{ et } i_2 = \frac{i . r_1}{r_1 - r_1}.$$

423. — Un circuit se bifurque en un de ses points en n branches de même résistance. Au lieu d'intercaler une résistance de r ohms dans le circuit principal, on préfère intercaler des résistances dans les branches. Quelle doit être

10.

la résistance intercalée dans chaque branche pour que l'effet soit le même que celui qu'on obtient en intercalant les r ohms dans le circuit principal ?

Réponse : — Si l'on s'imagine intercalé un fil de 1 m. dans le circuit principal, l'affaiblissement du courant sera plus fort que celui qu'on réalise en ajoutant 1 m. de ce fil dans chaque branche ; car, réunis en un seul faisceau, ces n. 1 m. feraient un toron de section n fois plus grande. La résistance sera donc la même que si l'on intercale dans chaque branche n mètres de ce fil. Autrement dit, une résistance unique de r ohms dans le circuit principal équivaut à $n.r$ ohms dans chacun des n circuits identiques.

424. — Un circuit se bifurque en deux branches dont les résistances sont r_1 et r_2. Quelles sont les résistances à intercaler dans ces branches pour qu'elles équivalent à une résistance unique R intercalée dans le circuit principal ?

Réponse : — En supposant que les deux branches soient obtenues par la réunion de p et de q branches identiques, ces nombres p et q devront satisfaire à $r_1 : r_2 = q : p$. La résistance R dans le circuit principal peut être remplacée par $(p + q)$ R unités de résistance dans chacune des $p + q$ branches imaginées, ou bien par $\frac{(p + q)}{p}$ R unités dans la branche des r_1 et $\frac{(p + q)}{q}$ R unités dans la branche des r_2. Comme la proportion $r_1 : r_2 = q : p$ nous donne $\frac{p + q}{p} = \frac{r_1 + r_2}{r_2}$ et $\frac{p + q}{q} = \frac{r_1 + r_2}{r_1}$ les résistances à intercaler sont : $(r_1 + r_2)\frac{R}{r_2}$ dans la branche des r_1 et $(r_1 + r_2)\frac{R}{r_1}$ dans la branche des r_2.

425. — Un circuit se bifurque en deux branches, dont les résistances sont r_1 et r_2 respectivement ; quelle est la résistance unique X qui remplace ces r_1 et r_2 dans le circuit ?

Réponse : — Soit J l'intensité qui se divise en i_1 et i_2 et e la force électromotrice entre les deux points de bifurcation, on doit avoir :

$$e = i_1 r_1 = i_2 r_2 = JX$$
$$\text{et } J = i_1 + i_2.$$

En éliminant i_1 et i_2 il vient : $J = J\left(\frac{X}{r_1} + \frac{X}{r_2}\right)$ ou $X = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}$.

Autre déduction. — Le courant J rencontre une fois la conductibilité $\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}$ et l'autre fois $\frac{1}{X}$; comme ces conductibilités doivent être égales on a $\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = \frac{1}{X}$,

d'où $X = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}$.

426. — On a intercalé parallèlement deux lampes à incandescence de 140 et 120 ohms entre deux points d'un circuit électrique. Quelle est la résistance résultante qu'elles présentent ?

Réponse : — D'après le problème précédent, c'est :

$$\frac{120.140}{120 + 140} = 64,6 \text{ ohms.}$$

427. — Si un circuit se divise en un point en n branches dont les résistances sont respectivement r_1, r_2,... r_n, quelle est la résistance unique X qui a le même effet que ces n résistances quand on veut remplacer les n branches par une ligne ?

Réponse : — Par récursion le numéro 425 donne :

$$X = \frac{r_1 r_2 r_3 \ldots r_n}{(r_1 r_2 \ldots r_{n-1}) + (r_1 r_3 \ldots r_{n-2} r_n) + \ldots\ldots} ;$$

c'est-à-dire que la résistance cherchée X est égale au rapport du produit des n résistances r_1 divisé par la somme des produits de ces mêmes résistances combinées $(n\text{-}1)$ à $(n\text{-}1)$.

La seconde solution du numéro 425 donne :

$$\frac{1}{X} = \sum \left(\frac{1}{r_i}\right)$$

428. — Dans un petit rhéostat Siemens, l'une des extrémités du fil de chacune des 3 bobines est fixée au serre-fil A_0 ; les autres extrémités aboutissent à des serre-fils spéciaux A_1, A_2 et A_3. Les résistances de ces bobines sont : $A_0 A_1 = 11{,}6$ ohms ; $A_0 A_2 = 26{,}2$ ohms ; $A_0 A_3 = 105$ ohms. Quelles sont les résistances qu'on obtient en intercalant ces bobines parallèlement : 1° deux à deux ; 2° les trois ?

Réponse : — $R_{1/2} = 8{,}04$ ohms ; $R_{1/3} = 10{,}45$ ohms ;
$R_{2/3} = 20{,}97$ ohms ; $R_{1/2/3} = 7{,}47$ ohms.

429. — Quatre fils de 5,5, de 18,0, de 3,7 et de

2,9 ohms de résistance sont disposés parallèlement. Quelle est leur résistance résultante ?

Réponse : — X = 1,17 ohm.

430. — Quelle est la résistance X qui équivaut à la résistance de n branches identiques dont chacune a une résistance de r ?

Réponse : — $X = \frac{r^n}{n . r^{n-1}} = \frac{r}{n}$.

431. — Entre deux points d'un circuit on a disposé parallèlement 8 lampes Edison, chacune de 120 ohms. Quelle est la résistance qu'on a intercalé par ce fait dans le circuit principal ?

Réponse : — $X = \frac{120^8}{8.120^7} = 15$ ohms.

432. — Dans le circuit d'une dynamo de 0,01 ohm de résistance sont disposées parallèlement 600 lampes Siemens de 100 ohms et demandant 0,9 ampère chacune ; quelle doit être la différence de potentiel aux bornes de la machine ?

Réponse :

$$E = 600.0,9 \times \left(0,01 + \frac{100}{600}\right) = 95,4 \text{ volts.}$$

433. — Les trois branches partant d'un même point ont les résistances r_1, r_2, r_3 ; quelles sont les résistances à intercaler dans chacune des trois

a 2,4 ohms de résistance. Quelle doit être la force électromotrice de la machine ?

RÉPONSE :

$$E = I.R. = 20.0,50. \left(2,4 + 4,6 + \frac{3.208}{20}\right) = 382 \text{ volts.}$$

438. — On demande le nombre d'éléments Daniell (F. E. M = 1 volt, R = 5 ohms) qui peuvent remplacer une machine Brush donnant 839 volts et ayant R = 10,55 ohms.

RÉPONSE : — Soit x le nombre d'éléments par série et y le nombre des séries. La force électromotrice d'une série sera donc x volts, et d'après l'énoncé du problème $x = 839$. La résistance de la batterie sera $R = \frac{839.5}{y}$ et d'après le problème $R = 10,55$, d'où $y = 397,63$. Le nombre d'éléments Daniell nécessaires est donc 397,63.839 = 333 612.

439. — Les deux branches d'un même circuit ont des résistances r_1 et r_2 ; l'intensité du courant dans l'une des branches est i_1, quelle est l'intensité dans l'autre ?

RÉPONSE : — Désignons cette intensité par i_2 et soit i celle du circuit principal, on aura (numéro 422) :

$$i_1 = \frac{i\, r_2}{r_2 - r_1}\,;\; i_2 = \frac{i\, r_1}{r_2 - r_1},\ \text{d'où } i_1 : i_2 = r_2 : r_1,$$

$$\text{ou bien, } i_2 = \frac{i_1\, r_1}{r_2}.$$

440. — On veut que le courant dans l'une des branches soit $\frac{1}{n}$ du courant dans l'autre, celle-ci ayant la résistance r_1 comment faut-il faire?

RÉPONSE : — Nous venons de voir que les intensités sont inversement proportionnelles aux distances, il faudra donc que $r_1 : r_2 = \frac{1}{n} i_1 : i_1$, ou bien que

$$r_2 = \frac{r_1 i_1}{\frac{1}{n} i_1} = n . r_1 .$$

441. — On veut que le courant dans l'une des branches soit $\frac{1}{n}$ du courant dans le circuit principal?

RÉPONSE : — En supposant i l'intensité du courant dans le circuit principal, celle de l'une des branches sera d'après condition $i_1 = \frac{1}{n} i$; et celle de l'autre $i_2 = \frac{n-1}{n} i$. Ces intensités seront réalisées si les résistances dans les branches leur sont inversement proportionnelles, si donc

$$r_1 : r_2 = \frac{n-1}{n} i : \frac{1}{n} i, \quad \text{ou si } r_1 : r_2 = (n-1) : 1,$$

$$\text{ou si } r_1 = (n-1) r_2 .$$

442. — Comment faut-il construire les branches pour que le courant dans l'une soit 0,01 du courant total?

RÉPONSE : — D'après le n° précédent il faut que la résistance dans cette branche soit $r_1 = (100 - 1) r_2 = 99 r_2$.

443. — Pour mesurer l'intensité du courant dans un circuit, on a intercalé en dérivation à l'aide d'un shunt un galvanomètre de $148{,}5 . 10^9$

résistance et un fil de $1,5.\ 10^9$. Le galvanomètre indiquant $0,0078.\ 10^{-1}$ U. E. M., quelle est l'intensité du courant principal ?

Réponse : — Le nombre n qui indique combien de fois le courant principal est plus intense que le courant passant par le galvanomètre est rattaché aux résistances des deux branches par $185.10^9 = (n - 1)\ 1,5.10^9$, d'où il résulte $n = 100$ et $i = 100.0,0078.10^{-1} = 0,78.10^{-1}$ U. E. M.

444. — Deux points A et B sont reliés par trois fils ; le premier contient la pile Bunsen de F. E. M. $1,734.\ 10^8$ et en tout, la résistance est $0,66.10^9$; les deux autres fils ont la résistance $16.\ 10^9$ et $2.\ 10^9$. Quelles sont les intensités dans les trois branches ?

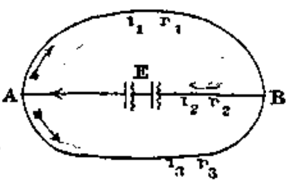

FIG. 10.

Réponse : — Le premier lemme de Kirchhoff donne

$$i_2 = i_1 + i_3 ;$$

et le second,

$$i_1 r_1 + i_2 r_2 = E ;$$
$$i_1 r_1 + i_3 r_3 = 0.$$

En résolvant ces trois équations par rapport à i_1, i_2, i_3 il vient :

$$i_1 = \frac{r_3 E}{r_1 r_3 + r_2 r_3 + r_1 r_2} ;$$

$$i_2 = \frac{(r_3 + r_1).\ E}{r_1 r_3 + r_2 r_3 + r_1 r_2} ; \quad i_3 = \frac{r_1\ E}{r_1 r_3 + r_2 r_3 + r_1 r_2} .$$

En substituant les chiffres aux lettres il vient :

$i_1 = 0,124.10^{-1}$; $i_2 = 1,110,10^{-1}$; $i_3 = 0,996.10^{-1}$ U. E. M.

445. — On intercale un élément Daniell ($1,079.\ 10^8$) dans le premier, un élément Grove ($1,956.\ 10^8$) dans le second de trois fils qui relient les mêmes deux points A et B. Les résistances

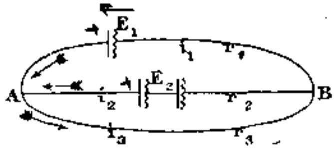

FIG. 11.

dans ces branches sont $r_1 = 5.\ 10^9$; $r_2 = 11.\ 10^9$; $r_3 = 23.\ 10^9$ U.E.M. Quelles sont les intensités i_1, i_2, i_3 des trois branches en supposant le pôle positif des deux éléments tourné vers le même point A?

RÉPONSE : — Les lemmes de Kirchhoff nous donnent

$$i_1 + i_2 = i_3 ;$$
$$i_1 r_1 + i_3 r_3 = E_1 ;$$
$$i_2 r_2 + i_3 r_3 = E_2 ;$$ en résolvant ces

équations par rapport à i_1, i_2, i_3 il vient :

$$i_1 = \frac{(r_2 + r_3) E_1 - r_2 E_2}{r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3} = - 0,022.10^{-1} ;$$

$$i_2 = \frac{(r_1 + r_3) E_2 - r_3 E_1}{r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3} = 0,078.10^{-1} ;$$

$$i_3 = \frac{r_1 E_2 + r_2 E_1}{r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3} = 0,1.10^{-1} \text{ U. E. M.}$$

446.— Les trois côtés d'un triangle sont formés par les fils d'un circuit, chacun des sommets est en outre relié à un point O à l'intérieur. Le côté BC contient un élément de force électromotrice E ; les résistances des différentes branches BC, AC, AB, OA, OB, OC sont respectivement égales à r_1, r_2, r_3, r_4, r_5, r_6 ; quelles sont les intensités ?

RÉPONSE : — Les lemmes de Kirchhoff fournissent,
$i_1 - i_5 - i_3 = 0$; $i_3 + i_4 - i_2 = 0$; $i_2 + i_3 - i_1 = 0$;
$i_3 r_3 - i_4 r_4 - i_5 r_5 = 0$; $i_4 r_4 + i_3 r_2 - i_6 r_6\ 0$;
$i_1 r_1 + i_2 r_2 + i_3 r_3 = E$.

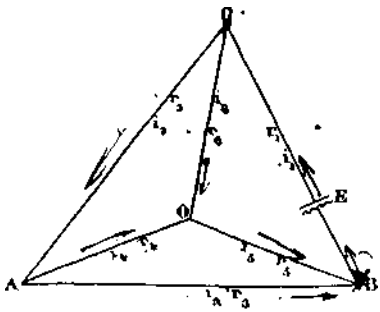

FIG. 12.

On en déduit :

$$i_1 = \frac{E\,[r_4\,(r_2 + r_3 + r_5 + r_6) + (r_2 + r_6)\,(r_3 + r_5)]}{N} ;$$

$$i_2 = \frac{E\,[r_4\,(r_5 + r_6) + r_6\,(r_3 + r_5)]}{N} ;$$

$$i_3 = \frac{E\,[r_4\,(r_5 + r_6) + r_5\,(r_2 + r_6)]}{N} ;$$

$$i_4 = \frac{E\,(r_2\,r_5 - r_3 . r_6)}{N} ;$$

$$i_5 = \frac{E\,[r_4\,(r_2 + r_3) = r_3\,(r_1 + r_2)]}{N} ;$$

$$i_6 = \frac{E\,[r_4\,(r_2 + r_3) + r_2\,(r_3 + r_5)]}{N} .$$

Dans ces formules,

$$N = r_1\,r_4\,(r_2 + r_3 + r_5 + r_6) + r_1\,(r_2 + r_6)\,(r_3 + r_5) + r_4\,(r_5 + r_6)\,(r_2 + r_3) + r_5\,r_6\,(r_2 + r_3) + r_2\,r_3\,(r_5 + r_6).$$

447. — En supposant ce même embranchement tétraédrique, quelle est la forme des formules pour les intensités i_1, i_2,... i_6; si la pile se trouve dans une des branches partant du point O ?

Réponse : — La forme des formules est la même que dans le n° précédent ; car, les branches formant les arêtes d'un tétraèdre, chacune joue le même rôle par rapport aux autres ?

448. — On demande de trouver l'expression des intensités dans chacune des branches d'un

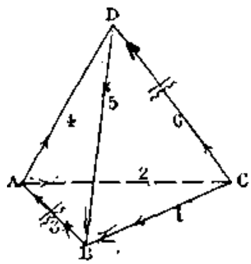

FIG. 13.

embranchement tétraédrique si deux piles sont intercalées dans deux branches (arêtes du tétraèdre) qui sont opposées l'une à l'autre ?

Réponse : — Les lemmes de Kirchhoff donnent les équations :

$$
\begin{array}{ll}
i_1 + i_5 - i_3 = 0, & i_3 r_3 + i_4 r_4 + i_5 r_5 = E_3, \\
i_2 + i_4 - i_3 = 0, & i_4 r_4 - i_5 r_5 - i_6 r_6 = E_6, \\
i_4 - i_5 + i_6 = 0, & i_1 r_1 + i_3 r_3 + i_2 r_2 = E_3.
\end{array}
$$

On en tire :

$$i_5 = \frac{r_4 \left\{ [r_1 r_2 + r_1 r_4 + r_1 r_6 + r_2 r_6] E_3 - [r_1 r_4 + r_2 r_3 + r_2 r_4 + r_3 r_4] E_6 \right\}}{(r_2 r_5 - r_1 r_4)(r_1 r_4 - r_3 r_6) + (r_5 r_6 + r_1 r_4 + r_4 r_5 + r_4 r_6)(r_1 r_4 + r_2 r_4 + r_3 r_4 + r_2 r_3)} ;$$

$$i_3 = \frac{r_4 \left\{ (r_1 r_2 + r_1 r_4 + r_1 r_6 + r_2 r_5 + r_2 r_6 + r_4 r_5 + r_4 r_6 + r_5 r_6) E_3 + (r_2 r_5 - r_1 r_4) E_6 \right\}}{(r_2 r_5 - r_1 r_4)(r_1 r_4 - r_3 r_6) + (r_5 r_6 + r_1 r_4 + r_4 r_5 + r_5 r_6)(r_1 r_4 + r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3)} .$$

449. — Quel est le changement qu'entraîne le renversement de l'un des éléments ?

Réponse : — Aucun, car la figure est tout à fait symétrique.

450. — Les fils sont disposés comme les arêtes d'un tétraèdre tronqué ; un élément galvanique

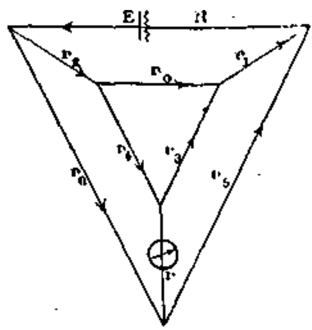

FIG. 14.

se trouve dans l'une des arêtes de la base. Quel est le rapport des résistances dans les différentes branches si l'on réalise la condition que le courant soit nul dans l'arête opposée et non parallèle à celle dans laquelle se trouve l'élément ? (Pont double de sir W. Thomson.)

Réponse : — En désignant les résistances comme dans la figure, et en prenant les lettres correspondantes pour les intensités, tout en posant $i = o$, les lemmes de Kirchhoff donnent :

$$i_3 = i_4 \;;\; i_5 = i_6 \;;\; I = i_1 + i_5 = i_2 + i_6 \;;\; \text{d'où } i_1 = i_2.$$

En outre les mêmes lemmes de Kirchhoff donnent :

$$i_1 = i_0 + i_3$$
$$i_0 r_0 - i_3 r_3 - i_4 r_4 = 0$$
$$i_1 r_1 - i_5 r_5 + i_3 r_3 = 0$$
$$i_2 r_2 + i_4 r_4 - i_6 r_6 = 0$$

Il en résulte $\dfrac{r_5}{r_6} = \dfrac{i_1 r_1 + i_3 r_3}{i_1 r_2 + i_3 r_4}$

ou bien en remplaçant $i_1 = \dfrac{i_3}{r_0}(r_0 + r_3 + r_4)$:

$$\frac{r_5}{r_6} = \frac{r_1 + \dfrac{r_0 r_3}{r_0 + r_3 + r_4}}{r_2 + \dfrac{r_0 r_4}{r_0 + r_3 + r_4}}$$

En choisissant les r_3, r_4, r_5, r_6 de façon qu'on ait :

$$r_3 : r_4 = r_5 : r_6 = n$$

on a aussi $r_1 : r_2 = n$

Le rapport n étant réalisé et r_1 étant connu, il vient :

$$r_2 = \frac{r_1}{n}.$$

§ 22. Induction.

451. — Sur une bobine de Rhumkorff est enroulé un fil fin de 100 kilomètres de longueur ;

elle donne des étincelles de 15cm de long (40000 volts); le diamètre de la dernière couche extérieure est 14 cm. Quelle est la différence de potentiel entre deux points les plus rapprochés de deux spires voisines?

RÉPONSE :

La longueur totale du fil étant 10000000 cm, la différence de potentiel par cm sera $\frac{40000}{10^7} = 4.10^{-3}$ volts. Une spire ayant $14.\pi$ cm, les deux points demandés auront une différence de potentiel qui correspond à celle de deux points distants de $14.\pi$ cm. La différence de potentiel sera par suite $14.\pi.\ 4.10^{-3}$ volts $= 0{,}176$ volt.

452. — Quelle est la différence de potentiel de deux points le plus rapprochés, avec maximum de différence de potentiel, mais appartenant à des spires concentriques, l'une sous l'autre. Longueur de la bobine (du fil enroulé), 30 cm; épaisseur du fil isolé, 0,02 cm?

RÉPONSE : — Les spires qui ont le maximum de différence de potentiel se trouvent à l'une des extrémités de la bobine; la distance de deux points comptée sur fil tendu se trouve en calculant la somme des longueurs des fils enroulés sur la première et la seconde couche. Elle est :

$$\frac{30}{0{,}02} \cdot 14\,\pi + \frac{30}{0{,}02} \cdot (14 - 2.0{,}02)\,\pi = 131811 \text{ cm.}$$

La différence de potentiel est par suite :

$$131811.4.10^{-3} \text{ volts} = 527{,}2 \text{ volts.}$$

453. — Un cadre circulaire portant 18 fils est disposé de manière à pouvoir tourner autour d'un axe vertical, le rayon moyen est $r = 15$ cm, la résistance $R = 0,4.\ 10^9$ U. E. M. Quelle est l'intensité du courant induit dans le champ magnétique terrestre à un moment où l'intensité de la composante horizontale est $\varphi = 0,\ 2$ dyne, si la vitesse de rotation du cadre est uniforme et égale à $\omega = 8$ cm?

Réponse : — Si une bobine n'a qu'une spire d'aire F et si elle se meut dans un champ d'intensité uniforme ρ, il y aura un courant induit par chaque rotation dont la force électromotrice est

$$E = 2\ F\rho.$$

Si la vitesse de rotation devient ω, si la bobine a n spires et que chacune a un rayon de r, la même relation prend la forme

$$I\ R = E = 2\pi\, r^2.\ n.\ \omega.\ \rho.$$

Il suit :

$$I = \frac{2\pi\ n\ \omega\ r^2\ \rho}{R}.$$

Dans le cas de l'exemple donné l'intensité du courant induit sera $I = 1{,}018.10^{-4}$ U.E.M.

454. — Un cadre circulaire fait 100 tours par seconde dans un champ magnétique uniforme dont l'intensité est $\rho = 0{,}2$ dyne ; son rayon moyen est $r = 14$ cm et le nombre de tours de fil qu'il porte est $n = 8$. On veut que l'intensité

du courant induit soit $I = 0{,}001$ U. E. M., quelle doit être la résistance R du fil ?

Réponse : — $R = 1{,}238.10^9$ U.E.M.

455. — Quelle est la force électromotrice induite dans une barre horizontale de 3m de longueur qui tombe parallèlement à elle-même et d'une vitesse uniforme de 200 cm, en un lieu où la composante horizontale du magnétisme terrestre est 0,200 U. E. M. ?

Réponse : — Comme la F.E.M est proportionnelle à toutes les quantités introduites, et comme le plan de déplacement est perpendiculaire à la direction des lignes de force, on a $E = 0{,}200.200$ cm. 300 cm = 12000 U.E.M = 12000.10^{-8} volts = 0,00012 volts.

456. — Dans un électro-aimant en forme de cloche les lignes de force coïncident avec les rayons du cylindre. Le long de la surface intérieure et parallèlement à ses génératrices se meut un fil métallique de 5 cm de long qui est relié à l'axe métallique par deux tiges perpendiculaires à celui-ci et de 3 cm de longueur. Si l'axe fait 1800 tours par minute ses extrémités montrent une différence de potentiel de 16 volts, quelle est l'intensité du champ magnétique ?

Réponse : — La relation $E = H. v. l. \sin \rho$ nous permet d'écrire immédiatement

$$16.10^8 \text{ U. E. M.} = H. \frac{2\pi.3.1800}{60}. 5. \sin 90^\circ,$$

$$\text{d'où } H = 560000 \text{ U. E. M.}$$

457. — Quelle est la force électromotrice induite par l'électro-aimant du numéro précédent si, toutes choses égales d'ailleurs, le simple fil de 5 cm est remplacé : 1° par 4 fils égaux et équivalents ; 2° par un cylindre creux de même rayon 3 cm et hauteur 5 cm ?

Réponse : — La force électromotrice ne dépend pas du nombre des fils, celui-ci n'influe que sur la quantité d'électricité induite par tour de l'axe.

§ 23. Travail.

458. — Quelle est la quantité d'eau que l'on peut décomposer au maximum avec un cheval-vapeur par heure ?

Réponse : — Un cheval-vapeur équivaut à 75 mkg. ; d'après Everett il faut 14416 mkg. pour décomposer un gramme d'eau par seconde ; il en faudra donc $\frac{14416}{3600}$ par heure. La quantité décomposée sera donc $75 . \frac{3600}{14416}$ gr. par heure et par cheval, soit 18,7 grammes.

459. — Combien de vapeur d'eau (en poids) peut-on produire par heure et par cheval, en supposant que l'eau ait initialement 10°, que la pression atmosphérique soit 760 mm et que toute l'énergie de 1 cheval-vapeur soit transformée en chaleur pour vaporiser l'eau.

Réponse : — La quantité de chaleur nécessaire pour vaporiser x grammes d'eau est $x\,[1.(100-10)+637]$ calories gr. Un cheval-vapeur par heure est égal à l'énergie de 75 mkg. $= 75.981.10^5 = 7{,}36.10^9$ ergs. L'équivalent d'une calorie gramme est 424.10^2 (cm, gr) $= 424.10^2.981$ ergs $= 415944.10^2$ ergs.

Le cheval-vapeur produira donc la chaleur 17694,7 cal. gr., et le nombre de grammes d'eau qu'il pourra vaporiser sera donné par :

$$x\,(90+637) = 17694{,}7, \text{ d'où } x = 24{,}3 \text{ grammes.}$$

460. — Quelle est l'énergie nécessaire en watts et en mkg. pour décomposer 1 gramme d'eau par seconde, si la différence de potentiel des électrodes est de 2 volts ?

Réponse : — La décomposition de 1 gr. d'eau demande 10582 ampères. La force électromotrice étant 2 volts, l'énergie à dépenser devient :

$$2.10582 = 21164 \text{ watts} = 21164.10^8.10^{-1} \text{ U.E.M.}$$

$$= 21164.10^7 \text{ ergs} = \frac{21164.10^7}{981.10^5} \text{ mkg} = 2157 \text{ mkg} = 29 \text{ HP.}$$

461. — Combien de chevaux-vapeur faut-il dépenser pour maintenir un courant de 15 ampères dans un conducteur dont la résistance est 4 ohms ?

Réponse : — Le problème demande une dépense de

$$15^2.4. \text{ Joules, ou } \frac{900}{735} = 1{,}2 \text{ HP.}$$

462. — Un circuit de 32 ohms de résistance

doit transmettre un courant faisant 32 chevaux-vapeur, quelle est l'intensité du courant ?

RÉPONSE : — La relation $32 \text{ HP} = \dfrac{x^2 . 32}{735}$ donne

$$x = \sqrt{735} = 27,13 \text{ ampères.}$$

463. — Quel est le courant qui peut entretenir un travail de 8 chevaux-vapeur dans un circuit dans lequel la force électromotrice doit être 2000 volts ?

RÉPONSE : — Le travail en chevaux-vapeur étant égal au produit du nombre d'ampères par le nombre de volts divisé par 735, on doit avoir :

$$8 \text{ HP} = \frac{1}{735} x . 2000, \text{ d'où } x = 2,944 \text{ ampères.}$$

464. — On dispose d'un travail de 5 chevaux-vapeur et l'on veut un courant de 5 ampères, quelle peut-être la résistance du circuit ?

RÉPONSE : — $R = 588,0$ ohms.

465. — Quelle doit être la force électromotrice d'une machine pour que 4 chevaux-vapeur puissent produire 28 ampères dans un circuit ?

RÉPONSE : — $E = 105$ volts.

466. — La force électromotrice d'une machine est de 110 volts, quel courant peut-elle produire avec un travail de 6 chevaux ?

RÉPONSE : — $I = \frac{735 \times 6}{110} = 40,1$ ampères.

467. — Quel est le travail que peut faire une pile électrique dans le circuit extérieur dont la résistance $R_e = 32$ ohms, si la résistance intérieure de la pile $R_i = 1,6$ ohms, et si sa force électromotrice est $E = 15$ volts ?

RÉPONSE : — L'intensité du courant est
$I = \frac{E}{R_e + R_i} = \frac{15}{32 + 1,6} = 0,44$ ampère et d'après
$W = \frac{I^2 . R}{9,81}$; le travail que ce courant peut faire dans le circuit extérieur est $\frac{0,44^2 . 32}{9,81}$ mkg $= 0,65$ mkg.

468. — Quel est le rendement d'une pile qui a 5,2 volts de force électromotrice, 18 ohms de résistance intérieure et qui fournit un courant de 0,25 ampère ?

RÉPONSE : — La résistance dans le circuit se tire de
$0,25 = \frac{5,2}{18 + x}$, d'où $x = R_e = 2,8$ ohms ; et le travail débité est $W_u = \frac{0,25^2 . 2,8}{9,81} = 0,018$ mkg. Le travail total, engendré et dans la pile et dans le circuit extérieur est
$W_t = \frac{0,25^2 . 20.8}{9,81}$ mkg $= 0,133$ mkg, d'où il résulte un rendement de $\frac{W_u}{W_t} = \frac{0,018}{0,133} = 0,135 = 13\ 1/2\ \%$.

469. — Quand le rendement d'une pile sera-t-il de 50 p. 100 ?

Réponse : — Pour que le rendement soit de 50 % ou 1/2, il faut $W_e = \frac{1}{2} W_t$ ou $\frac{I^2 R_e}{9,81} = \frac{1}{2} \frac{I^2 . R_t}{9,81}$, donc $R_e = \frac{1}{2} R$

$$= \frac{1}{2} (R_e + R_i), \text{ d'où } R_e = R_i.$$

470. — Quand est-ce que le rendement d'une pile sera maximum ?

Réponse : — Pour que $\frac{W_u}{W_t} = \frac{I^2 . R_e}{I^2 (R_e + R_i)}$ soit maximum, ou égal à l'unité, il faut :

$$R_e = R_e + R_i$$

soit R_i un minimum.

471. — Quel est le rendement d'une pile de 20 Daniell (F. E. M. = 1 volt ; R_i = 10 ohms) dans un circuit extérieur de 3000 ohms de résistance ; et quel est le rendement de 10 éléments Bunsen (F. E. M. = 1,7 ; R_i = 0,5 ohm) dans le même circuit ?

Réponse : — Le rapport $\frac{W_u}{W_t}$ étant égal à $\frac{I^2 . R_e}{I^2 . (R_e + R_i)}$ $= \frac{R_e}{R_e + R_i}$ on a $\frac{W_u}{W_t} = \frac{3000}{20.10 + 3000} = \frac{15}{16} = 93,8$ % pour le rendement de la pile des 20 Daniell.

Le rendement des 10 Bunsen est $\frac{3000}{10 \times 0,5 + 3000}$
$= 99,8$ %

472. — Quel est le rendement des deux piles si la résistance extérieure n'est que de 6 ohms ?

Réponse : — Pour la pile Daniell, 2,7 %
pour la pile Bunsen, 54,5 %

473. — Quel est le rapport du travail W_u fait dans le circuit extérieur de 3000 ohms par les 20 Daniell au travail fait par la même pile dans le circuit de 6 ohms ?

RÉPONSE : — Le travail étant $W_u = \frac{I^2 R_e}{9,81} = \left(\frac{E}{R_e + R_i}\right)^2 \cdot \frac{R_e}{9,81}$ mkg le rapport demandé est $= \frac{3000}{3200} \cdot \frac{206}{6} = 32,2$, c'est-à-dire que le travail utile débité dans le circuit extérieur de 3000 ohms de résistance est 32,2 fois plus grand que le travail fait par la même pile dans le circuit des 6 ohms. Pour la pile Bunsen le rapport des deux travaux n'est que 1,8.

474. — A trouver le travail produit par seconde dans le circuit extérieur d'une pile de 20 éléments Daniell (F. E. M. = 1 volt, $R_i = 10$ ohms) si la résistance dans le circuit extérieur est : *a*. 190 ohms ; *b*. 200 ohms ; *c*. 210 ohms ?

RÉPONSE : — *a)* 0,050935 kgm *b)* 0,050970 kgm *c)* 0,050940 kgm.

475. — Pour une lampe Swan la différence des potentiels aux bornes était de 100 volts et le courant absorbé était de 1,25 ampère. Quelle est en ergs, en kgm et en HP l'énergie dépensée par cette lampe ?

RÉPONSE : — $W = E.I. = 100.10^8 \cdot 1,25.10^{-1} = 125.10^7$ ergs $= \frac{125.10^7}{981.10^5} = 12,74$ kgm $= 0,17$ HP.

476. — Une lampe à arc dépense 12 ampères et les charbons sont à une différence de potentiel de 45 volts ; quelle est l'énergie absorbée ?

Réponse : — $W = 12.45$ watts $= 540$ watts $= 540.10^7$ ergs $= 54,9$ mkg

477. — On veut disposer parallèlement trois lampes à arc demandant chacune 12 ampères et ayant 2 ohms de résistance. Combien de chevaux-vapeur absorbent-elles ?

Réponse : — $W = 3.\ 12.10^{-1}\ .\ \frac{2}{3}\ .\ 10^9$ ergs $= 0,33$ HP.

478. — L'armature d'une dynamo a une résistance de 0,5 ohm, les fils conducteurs ont 1,2 ohm et chacune des 5 lampes à arc disposées en série dans ce circuit à 2 ohms. Quelle est la fraction de l'énergie totale utilisée dans les lampes ?

Réponse : — L'énergie totale dépensée dans le circuit est $W_1 = \frac{I^2 Rt}{9,81}$ mkg $= \frac{I^2 (0,5 + 1,2 + 5.2)}{9,81} = \frac{I^2.11,7}{9,81}$ kgm et l'énergie utilisée dans les lampes est :

$$W_u = \frac{I^2.\ 5.2}{9,81}\ \text{kgm},$$

de sorte que l'on utilise les $\frac{10}{11,7} = 0,86$ de l'énergie.

479. — Une batterie de 30 accumulateurs à 2 volts a une résistance intérieure de 0,2 ohm, les fils ont 0,02 ohm et 80 lampes disposées parallè-

lement ont 0,22 ohm de résistance. Quelle est l'énergie dépensée par lampe ?

Réponse : — L'intensité du courant débité est, d'après $I = \frac{E}{R} = \frac{30.2}{0,2 + 0,02 + 0,22} = 136,3$ ampères, soit de $136,3 : 80 = 1,7$ ampère par lampe. Comme les 80 lampes disposées parallèlement ont une résistance de 0,22 ohm, la résistance d'une lampe est $0,22.80 = 17,6$ ohms. L'énergie dépensée sera donc $W = \frac{1,7^2.17,6}{9,81}$ kgm $=$ $= 5,18$ kgm $= 0,07$ HP.

480. — On a disposé parallèlement 40 lampes à incandescence de 120 ohms de résistance dans le circuit extérieur d'une dynamo. Celle-ci demande 4 chevaux de force, elle a un rendement électrique de 60 p. 100 et une résistance intérieure de 1,8 ohm. La résistance des fils conducteurs étant 1,2 ohm, quelle est l'énergie absorbée par chaque lampe, et quelle est l'intensité du courant par lampe ?

Réponse :

Les 4 HP donnent 4.75.0,60 kgm. d'énergie électrique. La résistance totale du circuit est de $\left(\frac{120}{40} + 1,8 + 1,2\right)$ $= 6$ ohms ; l'énergie électrique sera donc d'autre part $W = \frac{I^2 6}{9,81}$ kgm, d'où il résulte comme intensité du courant par lampe, avec $4.75.0,6 = \frac{I^2.6}{9,81}$, que :

$$i = \frac{1}{40}\,\mathrm{I} = \frac{1}{40}\sqrt{\frac{4.75.0,6.9,81}{6}} = 1,35 \text{ ampère.}$$

L'énergie absorbée est $\frac{1,36^2.120}{9,81} = 22,5$ kgm.

481. — Trois lampes Swan de 32 ohms chacune sont disposées en série, quelle est la force qu'elles opposent au passage d'un courant de 1,22 ampère ?

Réponse :
$W = 1,22^2.3.32 = 139,2$ watts $= 14,2$ kgm $= 0,2$ HP.

482. — Quelle est la hauteur à laquelle un accumulateur peut élever son propre poids ? et quelle est la hauteur s'il doit entraîner un poids dix fois plus grand que le sien ?

Réponse : — Un kilogramme d'accumulateur a une capacité d'environ $7\frac{1}{2}$ ampères-heures, soit 7,5.3600 ampères-secondes qu'il débite avec une force électromotrice de 2 volts. Son énergie par kilogramme est donc 54000 volts-ampères, ou $\frac{54000}{9,81}$ kgm $= 5505$ kgm. Cette énergie suffit pour élever un kilogramme à 5505 mètres de hauteur. Si l'accumulateur doit élever un poids 10 fois plus grand que le sien, et le sien avec, la hauteur ne sera que $\frac{5505}{11} = 500$ mètres.

§ 24. Machines magnéto-électriques.

483. — Dans une machine on a mesuré la différence des potentiels aux bornes = 75 volts,

ainsi que la résistance de l'armature 0,52 ohms, et l'intensité $I = 5$ ampères qui a traversé le circuit quand la résistance extérieure était de 15 ohms. Quelle est la force électromotrice de cette dynamo en marche ?

Réponse : — La F.E.M. aux bornes étant liée à la résistance extérieure et à l'intensité par la loi de Ohm, on doit avoir : 5. 15 = nombre de volts ; cette équation est vérifiée. La F.E.M de la dynamo est cependant plus grande de la quantité agissante dans l'armature soit de $E_{1} = 5.0,52 = 2,6$ volts, ce qui fait pour $E = 75 + 2,6 = 77,6$ volts.

484. — Sachant que la force électromotrice aux bornes d'une dynamo est de 88 volts, et l'intensité du courant dans le circuit $I = \frac{1}{4}$ ampère, quelle doit être la résistance dans le circuit extérieur ?

Réponse : — La loi de Ohm donne :

$$0,25\ R_{e} = 88 \text{ volts, d'où } R = 352 \text{ ohms.}$$

485. — Quelle doit être la résistance de l'armature d'une machine pour que le rendement soit maximum ?

Réponse : — Le rendement est maximum si le travail dans le circuit extérieur est maximum. Ce travail est proportionnel au produit des volts-ampères. Il en résulte que le travail dépensé dans l'armature doit être minimum et, l'intensité étant la même dans les deux parties du circuit, il faut que la F.E.M agissante dans l'armature, ou que son équivalent I. R_i soit minimum, donc que R_i, la résistance intérieure, soit un minimum.

§ 25. Dynamos avec enroulement en série.

486. — Une grande machine dynamo a une résistance intérieure de 0,008 ohm, une force électromotrice de 105 volts, quelle est l'intensité du courant qu'elle fournit théoriquement en court circuit ?

RÉPONSE : — Ces dynamos étant tout à fait comparables aux piles, et la résistance extérieure étant nulle, la loi d'Ohm donne $I = \frac{E}{R} = \frac{105}{0,008} = 13000$ ampères.

487. — La dynamo génératrice pour la transmission de force de Creil à Paris a reçu sur la poulie un travail de 106 chevaux ; la différence des potentiels aux bornes de cette machine est de 6004 volts, l'intensité du courant est 9,879 ampères ; quel est le travail disponible aux bornes de la génératrice, quel est le travail absorbé par la machine, quel est son rendement ?

RÉPONSE : — Le travail disponible est :
$\frac{6004.9,879}{735,66} = 80,4$ chevaux ; la perte est $106 - 80,4 = 25,4$ chevaux et le rendement de $\frac{80,4}{106} = 0,758$, soit 75,8 %.

488. — La réceptrice à Paris (Creil-Paris) a une différence des potentiels aux bornes de 5456 volts, l'intensité du courant est de 9,824 ampères, et elle a produit un travail mécanique à la poulie de 52,1 chevaux. Quel est son rendement?

Réponse : — Le travail électrique reçu à la machine est $\frac{5456.9,824}{735,66} = 73,1$ chevaux; le rendement est

$$\frac{52,1}{73,1} = 71,3\ \%.$$

489. — Une dynamo Gramme type AC donne 40 ampères et 70 volts aux bornes avec une force de 5 HP; quel est le rendement de cette machine?

Réponse :

$$\rho = \frac{40\ .\ 70}{735} \cdot \frac{1}{5} = 0,76.$$

490. — Une dynamo Gramme a absorbé 10,2 HP et elle a produit 15,5 ampères avec 278 volts aux bornes. Quel est le rendement de cette machine?

Réponse :

$$\rho = 0,57.$$

491. — La génératrice du courant qui a servi pour les expériences entre Munich et Miesbach (1882) avait une résistance intérieure de 453 ohms, une différence de potentiel de 1343 volts à ses

pôles et elle fournissait un courant de 0,519 ampère. Quelle est l'énergie utile et l'énergie totale que la génératrice a développées ?

RÉPONSE : — L'énergie utile à céder à partir des bornes était $1343.0,519 = 697$ watts ; l'énergie interne, consommée dans la machine même, était $0,519^2.453 = 122$ watts. L'énergie totale engendrée était par suite :

$$697 + 122 = 819 \text{ watts.}$$

492. — Une machine à vapeur dépense 225,14 kgm par seconde pour faire tourner l'anneau d'une machine dynamo. La résistance intérieure R_i est 0,024 ohm ; la résistance extérieure $R_e = 0,1715$ ohm et l'intensité $I = 101,68$ ampères. Quelle est l'énergie débitée dans le circuit extérieur, quelle quantité est absorbée par la résistance intérieure, quel est le rendement électrique et quelle est la valeur du rendement mécanique ?

RÉPONSE : — L'énergie débitée est

$$\frac{I^2 R_e}{9,81} = \frac{(101,68)^2.0,1715}{9,81} = 177,33 \text{ kgm.};$$

L'énergie absorbée est

$$\frac{I^2 R_i}{9,81} = \frac{(101,68)^2.0,024}{9,81} = 24,71 \text{ kgm.};$$

Le rendement électrique est

$$\frac{I^2 R_e}{I^2 R_e + I^2 R_i} = \frac{R_e}{R_e + R_i} = \frac{177,33}{177,33 + 24,71} = 83\ \%.$$

Le rendement mécanique total

$$= \frac{177,33 + 24,71}{225,14} = 90\ \%;$$

Le rendement mécanique utile

$$= \frac{177,33}{225,14} = 79\ \%.$$

493. — Dans une machine Gramme qui avait fonctionné pendant un certain temps la résistance de l'armature fut trouvée $R_1 = 1,82$, celle des électro-aimants $R_2 = 4,26$ ohms. En dépensant 8,7 HP et faisant 1355 tours par minute cette machine a produit 14,1 ampères avec 265 volts aux bornes. Quelle était la force électromotrice de la machine? Quelle était l'énergie disponible dans le circuit extérieur? Quelle était l'énergie absorbée par l'armature et par les bobines des inducteurs? Quels sont: 1° le rendement électrique; 2° le rendement mécanique total; 3° le rendement mécanique utile?

Réponse : — $W_e = 3736,5$ watts $= 5,08$ HP; — $W_a = 361,8$ watts; — $W_i = 846,9$ watts; — $\rho_e = 75,5\ \%$; — $\rho_t = 77,3\ \%$; — $\rho_u = 58,4\ \%$; — $E = 350,7$ volts.

494. — Dans une des premières machines dynamo-électriques l'armature avait une résistance 0,045 ohm; les inducteurs 46,2 ohms et elle donnait 92 ampères avec une différence de potentiel de 114 volts aux bornes. Quelle est l'énergie utile, disponible? Quelle est la perte d'énergie dans l'armature et dans les inducteurs? Quel est

le rendement électrique si le rendement mécanique, si le travail dépensé était de 16,4 HP?

Réponse : — W_e = 10500 watts = 12,7 HP; — W_e = = 500 watts; — W_i = 300 watts; — ρ_i = 93 %; — ρ_u = 87 %.

495. — La résistance de l'armature d'une dynamo est R_a = 0,24 ohm, celle des bobines des aimants inducteurs R_b = 0,60 ohm, et la résistance extérieure R_e = 12 ohms. Si l'on trouve une intensité de 15 ampères, quelle doit être la force électromotrice de la machine?

Réponse : — E = 15 (024 + 0,66 + 12) = 208,5 volts.

496. — Une dynamo ne peut arriver au-dessus de 70 volts avec le moteur à disposition, la résistance extérieure est 160 ohms, et la résistance de l'armature et des bobines de l'inducteur est 0,22 ohm; quelle est l'intensité maxima à laquelle on peut arriver et quelle devrait être la force électromotrice pour donner un courant de 1,25 ampère?

Réponse : — La relation E = I.R donne 70 = x (160 + 0,22), d'où x = 0,43 ampères. — Pour la seconde question on a E = 1,25.160,22 = 200,275 volts.

497. — L'armature d'une dynamo a une résistance de 0,48 ohm, les bobines des électros ont 18,5 ohms, le circuit a 5,7 ohms et il s'y trouve

30 lampes à incandescence disposées parallèlement et ayant chacune une résistance de 160 ohms à chaud. La machine fournit un courant de 18 ampères. Quel est le travail électrique dépensé ?

Réponse : — La résistance totale du circuit est :

$$0,48 + 18,5 + 5,7 + \frac{160}{30} = 30 \text{ ohms}$$

$$\text{Le travail dépensé est } \frac{18^2 . 30}{746} \text{ HP} = 13,03 \text{ HP}$$

498. — Une machine Brush pour 16 lampes produit une force électromotrice de 839 volts, un courant de 10 ampères, les résistances dans l'armature et dans les inducteurs étant 4,55 ohms et 6 ohms respectivement ; quelles sont les valeurs de la résistance extérieure, du rendement électrique et du rendement mécanique ?

Réponse : — $R_e = 73,35$ ohms ; — $\rho_e = 69\ \%$; — $\rho_a = 64,4\ \%$

§ 26. Dynamos avec enroulement à dérivation.

499. — On a déterminé une fois pour toutes la résistance $R_a = 0,25$ ohm, ainsi que la résistance $R_d = 1,25$ ohm de la dérivation formant le champ magnétique. Comment peut-on en mesurant à marche anormale l'intensité du cou-

rant dans le circuit extérieur $I_e = 3,6$ ampères et la différence des potentiels aux balais $= 120$

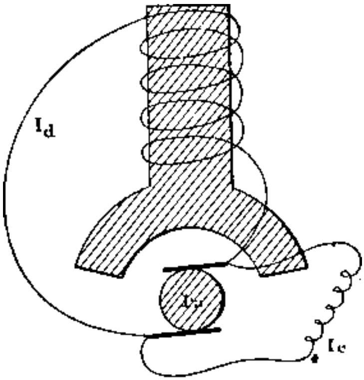

FIG. 15.

volts, calculer la force électromotrice de la machine ?

Réponse : — Le courant de l'armature est $I_a = I_d + I_e$; la résistance totale que rencontre le courant est $R = R_a + \frac{R_d + R_e}{R_d + R_e}$; par suite la force électromotrice demandée est : $E = I_a . R = (I_d + I_e) \left\{ R_a + \frac{R_d + R_e}{R_d \ R_e} \right\}$. Mais comme on a en outre $I_e . R_e = I_d . R_d = e$ on obtient en remplaçant I_a par $\frac{e}{R_a}$

$$E = \left(\frac{e}{R_d} + R_e\right) \cdot \left(R_a + \frac{R_d . R_e}{R_d + R_e}\right)$$

$= e \ R_a \left\{\frac{1}{R_a} + \frac{1}{R_d} + \frac{I_e}{e}\right\} = 120.0,25. \left\{\frac{1}{0,25} + \frac{1}{1,25} + \frac{3,5}{120}\right\}$ $= 144,9$ volts.

La relation $e = I_e.R_e = I_d.R_d$ donne :
$120 = I_d.\ 1,25$, d'où $I_e = 96$ ampères.

500. — Pour une Shunt-dynamo, C. E. L. Brown, il a été relevé que la résistance de l'induit $R_a = 0,008$ ohm que la résistance des inducteurs $R_d = 25$ ohms. L'intensité du courant dans le circuit utile était $I_e = 160$ ampères et la différence de potentiel aux bornes $e = 65$ volts. Quelle est la force électromotrice de la machine? Quelle est l'énergie W_e disponible dans le circuit extérieur? Quelles sont les pertes dans l'induit et dans l'inducteur? Quel est : 1° le rendement électrique; 2° le rendement mécanique total; 3° le rendement mécanique utile, si l'énergie mécanique dépensée était de 15,0 chevaux-vapeur?

RÉPONSE : — Avec les formules du n° précédent on trouve : $E = 66,3$ volts ; — $W_e = I_e^2R_e = I_e - e = 10400$ watts $=$ 14,15 HP ;

$$W_a = R_a.\ I_a^2 = R_a\left(\frac{E}{R}\right)^2 = R_a\left(\frac{E}{R_a + \frac{R_a.R_e}{R_a + R_e}}\right)^2 =$$

$$= 211,\ 25 \text{ watts} = 0,27 \text{ HP};$$

$$W_d = \frac{e^2}{R_d} = 169 \text{ watts} = 0,23 \text{ HP};$$

$$\rho_1 = \frac{10400}{10400 + 211,25 + 169} = 96,5\ \%;$$

$$\rho_2 = \frac{10400 + 211,25 + 169}{735} \cdot \frac{1}{15} = 97,7\ \%;$$

$$\rho_3 = \frac{10400}{735} \cdot \frac{1}{15} = 94,3\ \%.$$

501. — Une machine Edison donne avec 36,20 HP un courant de 196,5 ampères dans le circuit extérieur, 3,93 dans les inducteurs, 122,9 volts aux bornes. La résistance de l'armature est 0,0231 ohm. Quels sont : l'intensité du courant dans l'armature, la résistance des inducteurs et du circuit extérieur, la force électromotrice ; l'énergie électrique utile, la perte dans l'armature et dans les inducteurs, le rendement électrique et le rendement mécanique ?

Réponse : — $I_a = 200,43$ ampères ; — $R_d = 31,27$ ohms $R_e = 0,625$ ohm ; — $E = 127,3$ volts ; — $W_u = 32,46$ HP ; — $W_a = 1,18$ HP ; $W_i = 0,65$ HP ; — $\rho_e = 94,7$ °/₀ ; — $\rho_u = 90$ °/₀.

502. — Avec une machine Weston, en dépensant 13,2 HP on a obtenu 71,6 ampères dans le circuit extérieur, 1,29 ampère dans les inducteurs et 119,9 volts aux bornes. La résistance de l'armature était 0,100 ohm. Quelles sont les valeurs de la force électromotrice de l'énergie électrique dans le circuit extérieur, de l'énergie électrique totale, de la perte dans l'armature et dans les inducteurs, du rendement électrique et du rendement mécanique?

Réponse : — $E = 127,2$ volts ; — $W_e = 11,51$ HP ; — $W_t = 12,43$ HP ; — $W_a = 0,714$ HP ; — $W_i = 0,207$ HP ; — $\rho_e = 92,6$ °/₀ ; — $\rho_m = 87,4$ °/₀.

503. — Si une machine Edison a une armature de résistance 0,04 ohms; un inducteur de résistance 15 ohms et si avec 42,0 HP la machine a une force électromotrice de 150 volts et fournissait 180 ampères dans le circuit extérieur; quelles sont les valeurs de l'intensité du courant dans l'armature et dans les inducteurs, de la différence de potentiel aux bornes, de la résistance extérieure et du rendement mécanique?

Réponse : — On a les trois équations

$$I_a = I_i + 180$$

$$180\, R_e = 15\, I_i$$

$$150 = I \left(0{,}04 + \frac{15\, R_e}{15 + R_e} \right), \quad \text{d'où l'on tire}$$

$$R_e = 0{,}79 \text{ ohms}; \quad I_i = 9{,}5 \text{ ampères};$$

$$I_a = 189{,}5 \text{ ampères}; \quad e = 142 \text{ volts}; \quad \rho_m = 92\ \%.$$

§ 27. Dynamos avec enroulement compound (mixte).

504. — Le courant sortant de l'armature (résistance R_1) d'une dynamo se bifurque aux balais en deux branches dont l'une, ayant la résistance R_2, ne sert qu'à former les électro-aimants et dont l'autre passe encore une fois sur les inducteurs avec la résistance R_3, ensuite aux bornes et enfin dans le circuit extérieur. Sachant que le courant dans le circuit extérieur est I_3 et que la

différence de potentiel aux bornes est E', comment trouve-t-on la résistance extérieure R_3, les

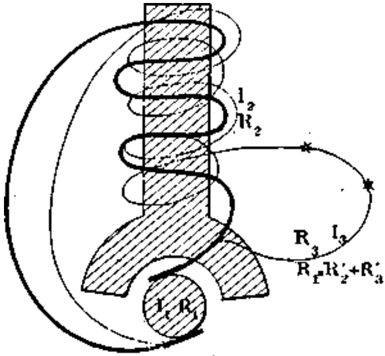

FIG. 16.

intensités dans l'armature I_1 et dans la dérivation qui forme les inducteurs I_2, et les forces électromotrices de la machine ?

Réponse : — On a immédiatement $R_3 = \frac{E'}{I_3}$. — Les intensités I_2 et I_3 sont en raison inverse des résistances de leurs branches, donc

$$I_2 : I_3 = (R_2' + R_3') : R_2 = R_3 : R_2,$$

d'où $I_2 = \frac{I_3 R_3}{R_2}$. Le courant de l'armature I_1 étant la somme de ceux des deux branches, il est :

$$I_1 = I_2 + I_3 = I_3 \, . \, \frac{R_2 + R_3}{R_2}.$$

La F. E. M. de la machine est la somme des F. E. M. partielles, $E = I_1 R_1 + I_1 \frac{R_2 . R_3}{R_2 + R_3}$ puisque $\frac{R_2 . R_3}{R_2 + R_3}$ est la résistance résultante qu'opposent les deux circuits en dérivation au courant I_1. A l'aide du troisième résultat il vient :

$$E = I_3 . \frac{R_2 + R_3}{R_2} \left\{ R_1 + \frac{R_2 . R_3}{R_2 + R_3} \right\} = I_3 R_3 \left\{ 1 + \frac{R_1}{R_3} + \frac{R_1}{R_2} \right\}$$
$$= E' \left\{ 1 + \frac{R_1}{R_3} + \frac{R_1}{R_2} \right\}.$$

505. — Une machine a $R_1 = 0{,}66$ ohm, $R_2 = 0{,}68$ ohm $R'_2 = 3{,}85$ ohms et des valeurs pour $I_3 = 24$ ampères et $E' = 102$ volts. Quelles sont les valeurs correspondantes de R_3, I_1, I_2, E ?

Réponse : — En substituant les valeurs données dans les formules précédentes, il vient :

$$R_3 = \frac{E'}{I_3} = \frac{102}{4} = 4{,}25 \text{ ohms} ; - \left(I_2 = I_3 R_3 = \frac{24.4.25}{0{,}68} \right) =$$
$$= 150 \text{ ampères} ; - I_1 = I_2 + I_3 = 174 \text{ ampères} ;$$
$$- E = E' \left(1 + \frac{R_1}{R_3} + \frac{R_1}{R_2} \right) = 216{,}78 \text{ volts.}$$

506. — Quel est le travail électrique dépensé par la machine du numéro précédent ?

1. Dans le circuit extérieur ?
2. Dans l'ensemble des circuits ?

Réponse : — $W_1 = 3{,}28$ HP ; — $W_2 = 50{,}6$ HP.

507. — Le courant sortant de l'armature de résistance R_1 passe dans les bobines de l'inducteur de résistance R_2 pour arriver aux bornes ; ici le courant se bifurque en deux branches de résistance R_2 et R_3. La première branche retourne sur les bobines des inducteurs pour aider à former le champ magnétique, la seconde branche constitue le circuit extérieur. Connaissant R_1, R_2, R_3, l'intensité I_3 du courant dans le circuit extérieur et E' la différence de potentiel aux bornes,

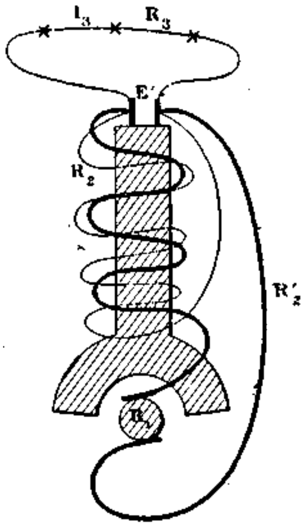

FIG. 17.

comment peut-on calculer la résistance extérieure R_3, les intensités I_1 et I_2 dans l'armature et dans la branche en dérivation sur les inducteurs, et la force électromotrice **E** de la machine ?

RÉPONSE : — On a $R_3 = \frac{E'}{I_3}$; ensuite $I_2 = \frac{E'}{R_2}$; $I_1 = I_3 + \frac{E'_t}{R}$.

La F.E.M. de la machine se trouve comme suit :

$$E = I_1 R_1 + I_1 R'_2 + I_1 \cdot \frac{R_2 . R_3}{R_2 + R_3} =$$

$$= I_3 R_1 + \frac{E' R_1}{R_2} + I_3 R'_2 + \frac{E' R'_2}{R_2} + I_3 \frac{R_3 R_2}{R_2 + R_3} + \frac{E' R_3}{R_2 + R_3}$$

$$= I_3 (R_1 + R'_2) + E' \left\{ \frac{R_1}{R_2} + \frac{R'_2}{R_2} + \frac{R_2 + R_3}{R_2 + R_3} \right\} =$$

$$= E' \left\{ 1 + \frac{R_1 + R'_2}{R_3} + \frac{R_1 + R'_2}{R_2} \right\} =$$

$$E = E' \left\{ 1 + (R_1 + R'_2) \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) \right\}$$

508. — Pour une machine qui alimente 30 lampes à incandescence disposées parallèlement d'un courant de 0,6 ampère il a été trouvé $R_1 = 0{,}48$ ohm, $R_2 = 18{,}5$ ohms, $R'_2 = 24$ ohms, et une différence de potentiel de 108 volts aux bornes. Quelles sont par conséquent les valeurs de R_3, I_1, I_2 et E ?

Réponse : — L'intensité du courant dans le circuit extérieur étant $I_3 = 30.0{,}6 = 18$ ampères, on a d'après les formules : $R_3 = 6$ ohms ; $I_1 = 23{,}84$ ampères ; $I_2 = 5{,}84$ ampères, et $E = 687{,}5$ volts.

509. — Quel est le travail électrique dépensé par la machine du numéro précédent : 1° dans le circuit extérieur ; 2° dans l'ensemble des circuits ?

Réponse : — $W_1 = \frac{I_3 E'}{746} = 2{,}6$ HP ;

$$W_2 = \frac{I_1 E}{746} = 16{,}3 \text{ HP}$$

510. — On connaît pour une dynamo les quantités $R_1 = 2{,}2$ ohms, $R_2 = 18{,}5$ ohms, $E' = 133{,}2$ volts, $I_1 = 17{,}2$ ampères, $R'_2 = 7{,}2$ ohms. Quelles sont les valeurs de R_3, I_3, E ?

RÉPONSE : — La relation $I_1 = I_3 + \frac{E'}{R_2}$ nous donne $I_3 = 10{,}0$ ampères ; ensuite $R_3\ I_3 = E'$ nous fournit $R_3 = 13{,}32$ ohms. La F.E.M. sera $E = 294{,}7$ volts.

511. — Quel est le rapport du travail électrique total développé dans la machine au travail électrique dépensé dans le circuit extérieur ?

RÉPONSE : — On a $W_1 = 1{,}8$ HP ; — $W_2 = 6{,}9$ HP et $\frac{W_1}{W_2} = \frac{1{,}8}{6{,}9} = 26\ \%$.

512. — La même machine donne $R_1 = 2{,}2$ ohms, $R_2 = 18{,}5$ ohms, $R'_2 = 7{,}2$ ohms avec $E' = 90$ volts et $I_1 = 21{,}4$ ampères. Quelles sont les valeurs de R_3, I_3 et E ? Quel est le rendement électrique ?

RÉPONSE : — $I_3 = 16{,}53$ ampères ; — $R_3 = 5{,}44$ ohms ; $E = 290{,}86$ volts ; — $\frac{W_1}{W_2} = \rho = 8\ \%$.

§ 28. Moteurs électriques.

513. — Une force motrice effective de 40 HP actionne une machine dynamo dont le rendement est de 92 p. 100. Le courant ayant une tension de 260 volts aux bornes est transmis à une machine motrice par une ligne ayant 10 ohms de résistance ; cette machine réceptrice a une résistance de 20 ohms, un rendement de 35 p. 100.

Quelle est la force disponible à la poulie de cette seconde machine ?

Réponse : — Un cheval-vapeur équivalent à 735.10^7 ergs. ou unités de travail ou 735 watts = 735 volts-ampères, les 40 chevaux fournissent aux bornes de la première machine une énergie électrique de 40.735.0,92 watts = 27048 volts-ampères; cette énergie doit se composer des 260 volts indiqués et de $\frac{27048}{260} = 104,03$ ampères. En suite de la résistance de 10 ohms sur la ligne et de la résistance de la réceptrice de 20 ohms, il y aura sur la ligne et dans la réceptrice un courant $I = \frac{260}{10 + 20} = 8,66$ ampères et une F.E.M. qui se déduit des résistances de la ligne et de la machine réceptrice par la proportion $(10 + 20) : 20 = 260 : x$ ce qui donne une tension de $173 \frac{1}{3}$ volts. L'énergie aux bornes de la seconde machine est ainsi $= 8,66.173 \frac{1}{3}$ watts; comme il s'en perd les 65 p. 100 par transformation en énergie mécanique, celle-ci aura sur la poulie la valeur $8,66.173 \frac{1}{3} \cdot 0,35.10^7$ ergs $= 525,7.10^7$ ergs $= 0,71$ *HP*.

514. — Une machine génératrice a une force électromotrice de 300 volts, celle de la réceptrice étant de 200 volts, les deux machines sont identiques, la résistance de chacune d'elles est 10 ohms et celle du câble conducteur est 5 ohms; quelles sont les énergies électriques de la génératrice et de la réceptrice et quel est le rendement électrique ?

RÉPONSE : — Le courant du circuit total aura une intensité $I = \frac{300 - 200}{25} = 4$ ampères. Les énergies électriques des deux machines sont, par conséquent, $W_g = 1,36$ HP ; — $W_r = 1,09$ HP.

Le rendement électrique est $\rho = 66$ p. 100.

515. — Le moteur électrique Reckenzaun fait 1300 tours par minute avec une intensité de courant de 11 ampères et une force électromotrice de 30 volts ; quelle est l'énergie électrique qu'il absorbe ?

RÉPONSE : — $W = 11.30$ Watts $= 330$ Watts.

§ 29. Lampes à incandescence.

516. — 25 éléments identiques dont chacun a une résistance intérieure de 15 ohms sont disposés en série avec une lampe à incandescence de 70 ohms de résistance ; ils produisent un courant de 0,112 ampère. Quel est le courant qu'on obtiendrait avec 30 de ces éléments en série avec deux lampes de 30 ohms de résistance ?

RÉPONSE : — D'après la première partie du problème la F.E.M. d'un élément doit être telle que $25\ E = I.R. = 0,112\ (25.15 + 70)$, d'où $E = 2$ volts. On aura donc pour le second circuit

$$I = \frac{30.2}{30.15 + 2.30} = 0,118 \text{ ampères.}$$

517. — Plusieurs lampes à incandescence sont disposées parallèlement, chacune demande une intensité de J_2 ampères. Combien faut-il d'éléments voltaïques de force électromotrice E pour alimenter une des lampes ?

RÉPONSE : — (Baur) En supposant n_1 éléments de F.E.M. E_1 et de résistance intérieure R_1 et en outre n_2 lampes de résistance R_2 disposées parallèlement, on aura un courant d'intensité $I = \dfrac{n_1 E_1}{n_1 R_1 + \dfrac{R_2}{n_2}}$. Chacune de ces lampes recevra le courant $\dfrac{I}{n_2} = \dfrac{n_1 E_1}{n_1 n_2 R_1 + R_2} = I_2$. On en tire

$$n_1 = \frac{R_2}{\dfrac{E_1}{I_2} - n_2 R_1}$$

518. — Combien faut-il d'éléments au bichromate de potasse ($R_i = 0{,}4$ ohms, $E = 1{,}6$ volt) pour une lampe Swan ($R_2 = 32$ ohms, $I_2 = 1{,}25$, ampère) et combien faut-il d'éléments Daniel ($R_i = 0{,}8$, $E = 1{,}0$ volt) ?

RÉPONSE : — Dans le premier cas, la formule du n° précédent donne $n_b = \dfrac{40}{1{,}1} = 37$ éléments au bichromate et dans le second, $n_D = \infty$.

519. — Quelle est la condition à laquelle les constantes de l'élément doivent satisfaire pour qu'il y ait au moins une lampe qui devienne incandescente ?

Réponse : — La formule du n° 517 nous donnera la réponse ; si nous posons $n_2 = 1$ elle devient

$n_1 = \frac{R_2 I_2}{E_1 - R_1 I_2}$ et elle dit que pour donner une solution réelle, il faut que $E - R_1 I_2$ soit positif ou bien que $\frac{E_1}{R_1} > I_2$. Le courant que donne un élément doit donc être plus intense que le courant que demande une des lampes. — Pour $\frac{E_1}{R_1} = I_2$ le nombre d'éléments nécessaires est $n_1 = \infty$.

520. — Quel est le plus petit nombre d'éléments nécessaire pour suffire à une lampe à incandescence donnée.

Réponse : — Le nombre d'éléments nécessaire pour une lampe est donné par la formule $n_1 = \frac{R_2 I_2}{E_1 - I_2 R_1}$. Les quantités I_2 et R_3 étant données, le nombre n_1 sera minimum pour $\frac{E_1}{R_1}$ maximum.

521. — Combien faut-il d'éléments Grove pour une lampe Edison, type B (8 bougies), ayant 58 ohms de résistance (à chaud) et demandant 0,882 ampères?

Réponse : — $n_1 = 27,3$ éléments.

522. — Quel est le nombre de lampes qu'on peut entretenir avec un nombre donné d'éléments ?

Réponse : — Connaissant le nombre n_1 d'éléments, on tire la valeur de n_2 de la formule établie plus haut

$$n_2 = \frac{n_1 E_1 - I_2 R_2}{n_1 R_1 I_2}.$$

523. — Quel est le nombre de lampes Edison, type B, que l'on peut alimenter avec 48 éléments Grove ?

RÉPONSE : — $n_2 = 10$ lampes.

524. — La résistance intérieure d'une machine dynamo est, 0,008 ohms, la machine doit envoyer un courant de 0,8 ampère à travers 900 lampes à incandescence placées en dérivation ; la résistance à chaud de chaque lampe est 130 ohms. Quelle doit être la force électromotrice de la machine ?

RÉPONSE : — La résistance du circuit extérieur est $130 : 900 = 0{,}144$ ohm. La résistance intérieure étant 0,008, la résistance totale est $0{,}144 + 0{,}008 = 0{,}152$. L'intensité totale du courant est $0{,}8 . 900 = 720$ ampères, donc la F.E.M. $= 720 . 0{,}152 = 109{,}44$ volts.

525. — La force électromotrice d'une machine dynamo est 45 volts, sa résistance 0,01 ohm ; celle des lampes à chaud est 35 ohms. Combien de lampes doit-on établir en dérivation pour que le courant soit de 1,2 ampère dans chacune d'elles ?

RÉPONSE : — Si x est le nombre de lampes, la résistance extérieure est $\frac{35}{x}$, et la résistance totale $\frac{35}{x} + 0{,}01$; l'intensité totale est $1{,}2 . x$ ampères. Si l'on remplace dans la formule d'Ohm, on obtient $1{,}2 . x = \dfrac{45}{\frac{35}{x} + 0{,}01}$, d'où

$x = 250$ lampes.

526. — **La résistance** *intérieure d'une machine dynamo est 1 ohm; la force électromotrice est 484 volts, le circuit extérieur se compose de 200 lampes à incandescence disposées en 20 séries de 10 lampes chacune. La résistance de chaque lampe est 30 ohms. Quelle est l'intensité du courant dans chaque lampe?*

RÉPONSE : — La résistance de chaque série de lampes est 30.10 = 300 ohms; celle des 20 séries est 300 : 20 = 15 ohms et celle du circuit 15 + 1 = 16 ohms. Le courant est donc $I = \frac{E}{R} = \frac{484}{16} = 30,25$ *ampères*, et le courant dans chacune des séries est, par conséquent, 30,25 : 20 = 1,51 ampère.

527. — **La résistance** *de chacune des 1320 lampes Edison établies en dérivation sur une machine dynamo est de 140,5 ohms; et celle de l'induit 0,0042 ohms, et celle du fil des inducteurs qui sont en dérivation sur le circuit extérieur est 7,067 ohms. Le moteur produit dans la dynamo 142 chevaux électriques. On demande les quantités de chaleur dégagées respectivement dans les fils des électro-aimants, dans le circuit des lampes et dans l'induit?*

RÉPONSE : — La résistance du circuit des lampes est $0,01 + \frac{140,5}{1320} = 0,1164$ ohm. — La résistance des électro-aimants étant 7,067, la résistance du circuit extérieur composé des inducteurs et des lampes est

523. — Quel est le nombre de lampes Edison, type B, que l'on peut alimenter avec 48 éléments Grove ?

RÉPONSE : — $n_1 = 10$ lampes.

524. — La résistance intérieure d'une machine dynamo est, 0,008 ohms, la machine doit envoyer un courant de 0,8 ampère à travers 900 lampes à incandescence placées en dérivation; la résistance à chaud de chaque lampe est 130 ohms. Quelle doit être la force électromotrice de la machine ?

RÉPONSE : — La résistance du circuit extérieur est 130 : 900 = 0,144 ohm. La résistance intérieure étant 0,008, la résistance totale est 0,144 + 0,008 = 0,152. L'intensité totale du courant est 0,8.900 = 720 ampères, donc la F.E.M. = 720. 0,152 = 109,44 volts.

525. — La force électromotrice d'une machine dynamo est 45 volts, sa résistance 0,01 ohm; celle des lampes à chaud est 35 ohms. Combien de lampes doit-on établir en dérivation pour que le courant soit de 1,2 ampère dans chacune d'elles ?

RÉPONSE : — Si x est le nombre de lampes, la résistance extérieure est $\frac{35}{x}$, et la résistance totale $\frac{35}{x} + 0{,}01$; l'intensité totale est $1{,}2.x$ ampères. Si l'on remplace dans la formule d'Ohm, on obtient $1{,}2.x = \dfrac{45}{\frac{35}{x} + 0{,}01}$, d'où

$x = 250$ lampes.

526. — La résistance intérieure d'une machine dynamo est 1 ohm ; la force électromotrice est 484 volts, le circuit extérieur se compose de 200 lampes à incandescence disposées en 20 séries de 10 lampes chacune. La résistance de chaque lampe est 30 ohms. Quelle est l'intensité du courant dans chaque lampe ?

Réponse : — La résistance de chaque série de lampes est 30.10 = 300 ohms ; celle des 20 séries est 300 : 20 = 15 ohms et celle du circuit 15 + 1 = 16 ohms. Le courant est donc $I = \frac{E}{R} = \frac{484}{16} = 30{,}25$ ampères, et le courant dans chacune des séries est, par conséquent, 30,25 : 20 = 1,51 ampère.

527. — La résistance de chacune des 1320 lampes Edison établies en dérivation sur une machine dynamo est de 140,5 ohms ; et celle de l'induit 0,0042 ohms, et celle du fil des inducteurs qui sont en dérivation sur le circuit extérieur est 7,067 ohms. Le moteur produit dans la dynamo 142 chevaux électriques. On demande les quantités de chaleur dégagées respectivement dans les fils des électro-aimants, dans le circuit des lampes et dans l'induit ?

Réponse : — La résistance du circuit des lampes est $0{,}01 + \frac{140{,}5}{1320} = 0{,}1164$ ohm. — La résistance des électro-aimants étant 7,067, la résistance du circuit extérieur composé des inducteurs et des lampes est

$$\frac{7{,}067 . 0{,}1164}{7{,}067 + 0{,}1164} = 0{,}1145 \text{ ohm.}$$

La résistance de l'induit étant 0,0042, la résistance totale du circuit devient :

$$0{,}0042 + 0{,}1145 = 0{,}1187 \text{ ohm.}$$

L'énergie dépensée dans le circuit extérieur est :

$$\frac{142 . 0{,}1145}{0{,}1187} = 136{,}98 \text{ HP.}$$

Les énergies absorbées par la dérivation des électros et par le circuit extérieur sont proportionnelles aux produits des intensités par la F.E.M. aux bornes de la machine ; et, comme les intensités sont en raison inverse des résistances, il en est de même des énergies, donc l'énergie dépensée dans les inducteurs est :

$$\frac{136{,}98 . 0{,}1145}{7{,}067} = 2{,}219 \text{ HP.}$$

L'énergie absorbée par le circuit des lampes est
$136{,}98 - 2{,}219 = 134{,}761$ HP.

Le fil induit consomme $142 - 136{,}98 = 5{,}02$ HP.

L'équivalent calorifique du cheval étant 0,17689 calorie kilog., les quantités de chaleur développées par seconde dans les inducteurs, les lampes et l'induit sont respectivement :

12,53 cal., 761,36 cal., et 28,42 cal. (kilog. degré).

528. — Une batterie d'accumulateurs fournit le courant à des lampes à incandescence. Pendant la première phase de la décharge, le courant a l'intensité 13,8 ampères, et dans la seconde phase, elle n'est plus que de 12 ampères. En supposant que l'intensité lumineuse initiale d'une lampe soit de 16 bougies, quelle est l'intensité lumineuse dans la seconde phase en pre-

nant pour base du calcul la *formule du* Dr Voit, intensité lumineuse $P = aW^3$?

Réponse : — On a $P = a\ W^3 = a.\ (E.I)^3 = a.\ (I^2.R)^3 = b.\ I^6$; le pouvoir émissif est donc proportionnel à la sixième puissance de l'intensité du courant, par conséquent,

$$13{,}8^6 : 12^6 = 16 : P, \text{ d'où } P = 6{,}92 \text{ bougies.}$$

529. — Pour une lampe Bernstein n° 1 les constantes de la formule de H. F. Weber $P = \alpha\ W^2 + \beta W$ sont $\alpha = 0{,}0000100$ et $\beta = -0{,}0100$. Avec un courant $I = 4$ ampères on a observé une différence de potentiel $E = 30{,}4$ volts et une autre fois avec un courant $I = 5{,}66$ ampères il était $E = 39{,}44$ volts. Quelles sont les intensités lumineuses les deux fois?

Réponse : — $P_1 = 17{,}1$ bougies ; $P_2 = 112{,}5$ bougies.

530. — D'après les mesures de C. Hess, une lampe Swan de 8 bougies a comme constantes dans la formule de H. F. Weber $\alpha = 0{,}0001164$ et $\beta = -0{,}02778$. Quelles sont d'après ces valeurs les intensités lumineuses correspondantes aux intensités et forces électromotrices $I_1 = 0{,}91$ ampère, $E_1 = 24{,}00$ volts ; $I_2 = 1{,}32$ ampère, $E_2 = 33{,}00$ volts?

Réponse : — $P_1 = 0{,}65$ bougie ; $P_2 = 8{,}43$ bougies.

531. — Pour une lampe Swan (16 bougies) les constantes de la formule H. F. Weber étant

$\alpha = 0{,}0000632$ et $\beta = -0{,}0280$, quelles sont les intensités lumineuses correspondant à $I_1 = 0{,}90$ ampère, $E_1 = 33{,}90$ volts; $I_2 = 1{,}32$ ampère, $E_2 = 49{,}25$ volts?

Réponse : — $P_1 = 1{,}27$ bougies; $P_2 = 15{,}56$ bougies.

§ 30. Lampes à arc.

532. — *En* supposant que l'arc voltaïque demande une force électromotrice d'au moins 50 volts, un courant d'au moins 5 ampères, et qu'il ait une résistance de 8 ohms, quel est le nombre minimum d'éléments Bunsen et d'éléments Daniell qu'il faut pour produire la lumière à arc?

Réponse : — Comme on ne veut dépasser, autant que possible, ni les 50 volts, ni les 5 ampères, la résistance totale du circuit des piles se tire de la loi d'Ohm

$5 = \frac{50}{R_i + 8}$; d'où la résistance intérieure de la pile $R_i = 2$ ohms. La pile, soit celle de Bunsen, soit celle de Daniell, devra donc satisfaire aux conditions : ne pas avoir plus de 2 ohms de résistance et donner un courant de 5 ampères.

La pile Bunsen n'ayant environ que $\frac{1}{18}$ ohm de résistance, permettra l'emploi de $18.2 = 36$ éléments au maximum, ils donneront la F.E.M. $36.1{,}734 = 62{,}4$ volts. Il suffira de prendre $50 : 1{,}734 = 29$ éléments. — Les éléments Daniell ayant une résistance intérieure d'environ

0,6 ohm ne permettent l'emploi que de 3,3 éléments qui fournissent une F.E.M. trop faible. On disposera donc n éléments en y séries de x éléments chacune et on choisira x de façon que la F.E.M. devienne 50 volts, on aura donc $x = 50$. Comme $x\ y = n$ éléments dont la résistance ne peut dépasser 2 ohms, il faut que y satisfasse à la condition $2 = 0,6\ \frac{x}{y}$. Il en résulte $y = 15$ et $n = 750$.

533. — Le courant d'une machine dynamo dont la force électromotrice est 850 volts est lancé dans un circuit de 16 lampes à arc dont chacune a une résistance de 4,5 ohms. La résistance des fils conducteurs est 0,8 ohms et l'intensité est de 10,04 ampères. Quelle est la résistance de la machine?

Réponse : — D'après la loi d'Ohm, la résistance totale est égale à la F.E.M. divisée par l'intensité du courant; donc $R_e + R_i = \frac{850}{10,04} = 84,66$ ohms. La résistance des lampes est $4,5.16 = 72$ ohms et celle des fils 0.8 ohm; il en résulte que la résistance de la machine est :

$$84,66 - 72 - 0,8 = 11,86 \text{ ohms.}$$

534. — Un courant de 9,2 ampères circule dans une lampe à arc dont la chute de potentiel est 46,6 volts. Combien de watts dépense la lampe, et quel est le travail exprimé en HP?

Réponse :

$$W = 9,2.46,6 = 428,7 \text{ watts} = \frac{428,7}{736} = 0,58 \text{ HP.}$$

535. — La résistance intérieure d'une machine est 2,5 ohms et celle des lampes et des câbles conducteurs 11 ohms. Quel est le travail dépensé quand un courant de 16 ampères passe dans le circuit ?

RÉPONSE : — $W = \frac{I^2 R}{736} = \frac{16^2 (11 + 2,5)}{736} = 4,7$ HP.

536. — La résistance intérieure d'une machine dynamo est 0,173 ohm, celle des fils et câbles conducteurs 0,214 ohms l'intensité du courant 8,3 ampères et la force électromotrice de la dynamo 90,0 volts. Quelle est la résistance de la lampe à arc, et quel est le travail qu'elle absorbe ?

RÉPONSE : — D'après la loi d'Ohm :
$I = \frac{E}{R_1 + R_2 + x} = \frac{90}{0,173 + 0,214 + x} = 8,3$. La résistance apparente de la lampe est $x = 10,46$ ohms. L'énergie dépensée est :

$$W = 8,3^2 . 10,46 = 720,6 = 0,98 \text{ HP}.$$

537. — Une machine Thomson-Houston fournit un courant de 10 ampères à 45 lampes à arc disposées en série, chacune a une force électromotrice contraire de 38 volts. La dynamo ayant une résistance intérieure de 30 ohms, le circuit une résistance de 12 ohms, quelle est la force électromotrice de la machine et quel est le travail qu'elle débite ?

Réponse : — On a $I = \frac{\Sigma (E)}{\Sigma (R)}$, donc $10 = \frac{E - 45.38}{10 (12 + 30)}$, d'où E = 2030 volts. Le travail débité est

$$W = \frac{I^2.R}{735} = \frac{2030.10}{735} = 27,6 \text{ HP}.$$

538. — Chacune de 38 lampes Brush a une résistance de 6 ohms; elles sont disposées en série sur un circuit de 6 kilomètres. La résistance spécifique du câble conducteur est 0,13, et l'on veut qu'il n'absorbe que la dixième partie de l'énergie disponible. Quel doit être le diamètre du câble?

Réponse : — Pour que l'énergie dépensée dans le câble soit 1/10 de l'énergie totale, le courant ayant partout la même intensité, il faut que la résistance du câble soit 1/10 de la résistance totale, en d'autres termes, la résistance du câble doit être la neuvième partie de la résistance des lampes, soit $\frac{1}{9}$ (6.38) = 25,33 ohms. C'est cette valeur qui doit être égale, d'autre part, à $\frac{0,13.6000}{d^2}$, d'où 25,33 = $= \frac{0,13.6000}{d^2}$. Il en résulte d = 5,5 mm.

539. — Trois lampes à arc, dont chacune a une résistance de 1,7 ohm, sont disposées en série sur le circuit d'une machine dynamo dont la résistance intérieure est 6 ohms. La résistance des fils conducteurs est 0,22 ohms, et le rendement mécanique 0,90. Le travail moteur dépensé est 6 chevaux. Quelle est l'énergie dépensée dans

chacune des lampes et quelle est l'intensité du courant?

Réponse : — L'énergie électrique totale est $0,90.6 = 5,4$ HP, la résistance totale est $0,22 + 6 + 1,7.3 = 11,32$ ohms. Les énergies dépensées étant proportionnelles aux résistances, on a la proportion que l'énergie dépensée dans les lampes est à 5,4 HP comme 3.1,7 est à 11,32. Il en résulte que l'énergie dépensée par les trois lampes est 2,41 HP, soit 0,81 HP par lampe.

L'intensité du courant se déduit de $W = \frac{I^2.R}{736}$, donc, $5,4 = \frac{I^2.11,32}{736}$, d'où $I = 18,7$ ampères.

540. — Pour l'alimentation de 40 lampes à arc, à l'exposition d'électricité, de Paris (1881) on a dépensé 29,96 chevaux à l'armature de la génératrice. Celle-ci avait une résistance $R_i = 22,38$ ohms. la résistance de la conduite (sans les lampes) était $R_c = 2,60$ ohms; en outre, l'intensité du courant était $I = 9,5$ ampères, et la différence de potentiel à chaque lampe $E_l = 44,3$ volts. Quels étaient : le travail absorbé par chaque lampe W_l, le travail W_c du circuit sans les lampes, la force électromotrice totale E, et le rendement mécanique?

Réponse : — On a $W_L = E.I = 44,3.9,5 = 420,85$ watts $= 0,57$ HP; — $W_c = I^2 (R_i + R_c) = 9,5^2 (22,38 + 2,60) = 2254,44$ watts $= 3,07$ HP; — travail total $= 40\ W_L + W_c = 40.0,57 + 3,07 = 25,87$ HP; — $E = I (R_i + R_c) + 40\ E_L = 9,5.24,98 + 40.44,3 = 2009,3$ volts.

Rendement $\rho = \frac{40\ W_L + W_c}{W} = 86\ \%$.

§ 31. Installation d'éclairage.

541. — Quelle est la section S à donner au conducteur dans une installation de transport d'énergie électrique pour établir un système de transmission aussi économique que possible, si p est le prix du cheval-vapeur, p' le prix du centimètre de conducteur, ρ sa résistance spécifique et I l'intensité du courant qui doit être transporté ?

RÉPONSE : (Thomson, Ferrini) — On a pour le travail accompli par le courant en une seconde sur une longueur de $0^m,01$ du conducteur

$$\frac{I^2 \rho}{S} \text{ watts, correspondant à } \frac{I^2 \rho}{735.\ S} \text{ HP.}$$

Ce travail se convertit en chaleur et peut par conséquent être considéré comme perdu. On a donc par suite de cet échauffement une perte de

$$\frac{I^2 \rho . p}{735,5.\ S} \text{ francs par seconde,}$$

et si le travail dure T secondes par année la perte sera pour $0^m,01$ de longueur du conducteur,

$$\frac{I^2 \rho . p . T}{735,5.\ S} \text{ francs par an.}$$

p' désignant le prix de 1 cm^3 du conducteur, en sorte que p' S soit le prix de 1 cm de longueur : nous devrons porter au compte des pertes le $\frac{1}{20}$ au moins de p' S qui est l'intérêt du capital employé.

Ainsi, la perte totale par centimètre de longueur sera au moins.

$$\frac{I^2 \rho . p . T}{735,5.\ S} + \frac{p'\ S}{20}.$$

Il s'agit de déterminer S de façon que cette perte soit minimum. Par la méthode de calcul ordinaire ou par un théorème de Serpieri (Misure, p. 82), on trouve que cette perte est minimum pour

$$S' = I \sqrt{\frac{20.\rho.p.T}{735,5.\ p'}}$$, c'est la formule de Thomson.

542. — On connait la fraction f de journée que dure le travail, le prix p d'un cheval marchant jour et nuit pendant toute l'année et le prix p du cm³ du conducteur, quelle est alors la section du conducteur de résistance spécifique qui est la plus économique pour la transmission de I ampères ?

Réponse : — En se basant sur la formule de Thomson et en y remplaçant T par f. N (N étant le nombre de secondes de l'année entière), p par $\frac{P}{N}$, p' par $\frac{P'}{10^6}$, il vient

$$S = I \sqrt{\frac{20.10^6.f.\rho.P}{735,5\ p'}} = 164,9\ I \sqrt{f.\rho.\frac{P}{P'}}$$

543. — Trouver la section la plus économique du conducteur transmettant I ampères, en fonction du prix F du watt en une seconde et du prix F' du cm³ du conducteur?

Réponse : — D'après la formule précédente et sachant que $P = 735,5.\ F.\ 31500000$, et $P' = 10^6\ F'$ on a

$$S = I \sqrt{20.10^6.31,5.f.\rho\frac{F}{F'}} = 10^4\ I \sqrt{6,3.f.\rho\frac{F}{F'}};$$

c'est la formule de R. Ferrini.

544. — Pour transmettre une force hydrau-

lique de 250 chevaux, on fait une installation qui coûte 420000 francs ; les frais annuels étant, outre les intérêts comptés au 4 p. 100 et un amortissement du 2 p. 100, évalués à 10000 francs ; le prix du cuivre est 0,016 francs par cm^3 et sa résistance spécique = 1600 U. E. M. On utilise la force de l'eau pendant 7 heures par jour. Quelle est la section la plus économique à donner au conducteur pour la transmission de 50 ampères?

Réponse : — La dépense annuelle est : $\frac{6}{100}$ 420000 + 10000 = 35200 frs, soit 100,8 francs par cheval et par cm. La formule du n° 542 nous donne :

$S = 164,9.\ I \sqrt{\frac{7}{24} \cdot \frac{1600}{10^9} \cdot \frac{100,8}{16000}} = 0,000894.\ I\ (cm^2) =$ $= 0,0894\ I\ (mm^2) = 0,0894.50 = 4,47\ (mm)^2$. Le diamètre est donc 2,4 mm.

545. — Quatre lampes à arc Brush sont disposées en série, séparées l'une de l'autre de 50 m ; chacune a une résistance de 60 ohms. La dynamo est à 400 m de la première lampe. Quel doit être le diamètre des fils conducteurs, ceux-ci ayant une conductibilité de 96 p. 100 de celle du cuivre pur, si la résistance du circuit ne doit être que les 8 p. 100 de celle des lampes, et si l'on peut supposer qu'il n'y ait pas de perte de courant?

RÉPONSE : — Le fil conducteur a la longueur.
$2.400 + 300 = 1100$ m : la résistance des lampes est de $4.6 = 24$ ohms, et la résistance du fil est par mètre $24.0,08 = 1,92$ ohm. La résistance du fil de cuivre (à 96 %) par mètre et par (mm²) sera $\frac{0,02104}{0,96}$ ohm. En désignant par d le diamètre cherché en mm on aura la relation

$$1,92 = \frac{0,02104}{0,96} \cdot \frac{1100}{d^2}, \text{ d'où } d = \sqrt{\frac{0,02104.1100}{0,96.1,92}}$$

$= 3,54$ mm.

546. — La résistance d'une lampe à incandescence est de 80 ohms ; elle est à 3,7 m du circuit principal, le fil est en cuivre de 85 p. 100 de pureté. Quel doit être le diamètre du fil, pour que sa résistance soit à 0,8 p. 100 de celle de la lampe ?

RÉPONSE : — (Day) La résistance du conducteur doit être $\frac{80.0,08}{100}$ ohms $= 0,064$ ohm, soit $\frac{0,064}{2.3,7} = 0,00864$ ohm par mètre. La résistance d'un fil de 1 m de long et de 1 mm diamètre est $\frac{0,02104}{0,85} = 0,02475$ ohm. Le diamètre doit être tel que :

$$0,00865 : 0,02475 = 1^2 : d^2,$$

d'où $d = 1,69$ mm.

547. — La résistance de chacune de 5 lampes Brush disposées en série est de 6 ohms. Les lampes sont à 40 m l'une de l'autre, et la dynamo est à 200 m de la première lampe. En sup-

posant un fil en cuivre pur et une perte d'énergie de 10 p. 100 dans le conducteur, quel doit être le diamètre de ce conducteur ?

RÉPONSE : — (Day) Soit R_2 la résistance du conducteur et R_1 celle du circuit. Etant donné

$$\frac{100}{10} = \frac{J_1^2 R_1}{J_1^2 R_2} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{30 + R_2}{R_2},$$

on doit avoir $R_2 = 3\frac{1}{3}$ ohms; telle est la résistance du conducteur. Celui-ci a une longueur de 2.200 m + 2.4.40 m = 720 m. Ainsi on doit avoir

$$3\frac{1}{3} = \frac{0{,}02104.720}{d^2}, \text{ d'où } d = 2{,}12 \text{ mm.}$$

548. — Dans une installation d'éclairage à incandescence on a 44 lampes Swan dont chacune demande 1,25 ampère. Le conducteur a 830 m de long et 4 mm de diamètre, son cuivre est d'une pureté de 94 p. 100; quelle est la quantité de chaleur qui est engendrée dans ce courant par heure ?

RÉPONSE : — L'intensité du courant est $I = 44.1{,}25 = 55$ ampères. La résistance d'un conducteur semblable en cuivre pur serait

$$R = 0{,}02057.880 \frac{1}{16} = 1{,}13135 \text{ ohm.}$$

La résistance du conducteur donné est donc

$$\frac{100}{94} . 1{,}13135 = 1{,}203 \text{ ohm.}$$

La quantité de chaleur dégagée est par conséquent

$$Q = \frac{1}{4{,}18} . 55^2 . 1{,}203.3600 = 3134{,}123 \text{ cal. kilog.}$$

§ 32. Télégraphes.

549. — Quelle est l'expression algébrique de la résistance (isolation) de la couche isolante d'un câble de longueur l dont la couche isolante est un cylindre creux de diamètres d et D, si la conductibilité de la substance est égale à K?

Réponse : — En supposant que deux couches cylindriques infiniment rapprochées soient aux potentiels V_1 et V_2, que la distance de ces couches soit dx, on pourra admettre que la quantité d'électricité i qui traverse l'élément de surface σ, est $i = \frac{(V_2 - V_1).\ K.\sigma}{dx}$. La quantité passant d'un cylindre à l'autre sera :

$$I = \frac{(V_2 - V_1)\ K.\ 2\pi.\ xl}{dx}.$$

D'après la loi d'Ohm on doit avoir

$I = \frac{V_2 - V_1}{dr}$, d'où on tire pour la résistance élémentaire dr entre les deux cylindres infiniment rapprochés

$$dr = \frac{dx}{2\,K\pi\,xl}.$$

La résistance entre les surfaces distantes de $\frac{D - d}{2}$ sera par suite

$$R = \int dr = \int_{x = \frac{d}{2}}^{x = \frac{D}{2}} \frac{dx}{2K\,\pi\,lx} = \frac{1}{2\pi\,K\,l} \log nat \frac{D}{d}.$$

550. — On demande la résistance de la couche isolante d'un câble de longueur L, la couche iso-

lante a l'épaisseur $\frac{D-d}{2}$ et la résistance spécifique est ρ?

Réponse : — La résistance spécifique étant l'inverse de la conductibilité, on aura en profitant de la solution du n° précédent

$$R = \frac{\rho}{0,8626.\pi L} \cdot \log \text{nat} \frac{D}{d} = \frac{\rho}{2,73\ L} \log \text{com} \frac{D}{d}.$$

551. — Le câble du golfe Persique (1868) a une longueur de 845 kilomètres ; l'enveloppe isolante a les diamètres 2,8 mm et 7,85 mm, avec une résistance spécifique de $1,5.\ 10^{23}$, quelle est sa résistance kilométrique et sa résistance totale ?

Réponse : — La formule du n° précédent nous donne

$$R = \frac{1,5.10^{26}}{2,73.100000} \log \frac{7,85}{2,8} = \frac{1,5.0,44771.10^{20}}{2,73}\ \text{U.E.M.} =$$
$= 24,6.10^3$ megohms.

La résistance de tout le câble serait $\frac{R}{L} = 29,11$ Megohms.

552. — La ligne qui joint les deux stations A et B a 80 ohms de résistance ; la pile en A a 40 volts et 10 ohms de résistance ; l'extrémité B est reliée à un appareil ayant 10 ohms. En supposant qu'un défaut vienne à se produire au milieu de la ligne et qu'il consiste en une terre partielle ayant une résistance de 20 ohms, quelle est 1° l'intensité du courant dans la ligne sans défaut ; 2° l'intensité du courant débité par la

pile avec ligne défectueuse, et 3° l'intensité du courant dans l'appareil B ?

Réponse : — La résistance totale dans le circuit non défectueux est (80 + 10 + 10) ohms, la force électromotrice 40 volts, donc le courant normal $I = 40 : 100 = 0{,}4$ ampères.

Dans le cas du circuit défectueux la résistance avant le défaut est $40 + 10 = 50$ ohms. La résistance après le défaut se compose de celle des deux branches de 20 ohms et de (40 + 10) ohms respectivement ; elle sera par suite de $\frac{20.50}{20 + 50} = 14{,}3$ ohms. La résistance totale devient ainsi $50 + 14{,}3 = 64{,}3$ ohms, et le courant débité par la pile est $I = 40 : 64{,}3 = 0{,}62$ ampère.

Ce même courant se bifurque au défaut en deux parties qui sont inversement proportionnelles aux résistances ; donc

$$I_1 : I_2 = 50 : 20 = \left(\frac{5}{7} . 0{,}62\right) : \left(\frac{2}{7} . 0{,}62\right).$$

Le courant passant par l'appareil en B sera $\frac{2}{7} . 062 = 0{,}18$ ampère, au lieu des 0,4 ampère.

553. — A la station A se trouve une pile de 36 volts de force électromotrice et 8 ohms de résistance ; à 20 ohms de là, sur la ligne, se trouve un contact imparfait avec la terre qui a 30 ohms de résistance. La ligne de A en B a 120 ohms et en B se trouve un appareil de 12 ohms. Quel doit être le courant de la ligne non défectueuse ? Quel est le débit de la pile avec le défaut dans la ligne ? Et quel est le courant qui passe dans l'appareil en B ?

Réponse : — La résistance normale totale est de 8 + 120 + 12 ohms = 140 ohms ; donc le courant normal sera $I = 36 : 140 = 0,257$ ampère.

La résistance avant le défaut est de 8 + 20 = 28 ohms, et la résistance du circuit double est de [30 (120 + 12)] : [30 + (120 + 12)] = 24,4 ohms, de sorte que la résistance de la ligne défectueuse est de 28 + 24,4 = 52,4 ohms. Il en résulte que le courant débité par la pile est de 36 : 52,4 = 0,7 ampère.

Ce courant de 0,7 ampère se divise dans les deux branches suivant le rapport :

$$I_1 : I_2 = 132 : 30 = \left(132.\frac{0,7}{162}\right) : \left(30.\frac{0,7}{162}\right),$$

et l'appareil en B reçoit $\frac{30.0,7}{162} = 0,13$ ampère, au lieu des 0,257 ampère.

554. — Une pile d'une force électromotrice de E volts est intercalée dans une ligne qui a un défaut de f ohms de résistance ; R est la résistance de la ligne entre la station de départ et le

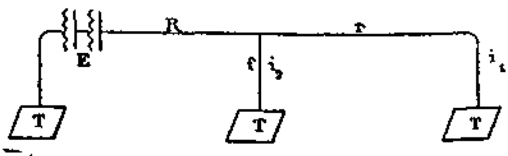

FIG. 18.

défaut, y compris la pile et l'appareil ; et r la résistance de la ligne après le point défectueux, y compris le récepteur. Quel est le courant utile passant dans le récepteur ?

Réponse : — Si nous désignons par i_1 et i_2 les parties de I qui vont l'une dans le récepteur et l'autre par le défaut à la terre, on a :

$$i_1 : i_2 = f : r, \text{ d'où}$$
$$i_1 : (i_1 + i_2) = f : (f + r), \text{ donc}$$
$$i_1 = \frac{f . I}{f + r}$$

D'autre part il est

$$I = \frac{E}{\frac{fr}{f+r} + R};$$

donc

$$i_1 = \frac{f E}{Rr + f R + fr}.$$

555. — Une ligne télégraphique entre les stations A et B a deux points défectueux en F et G. En A il y a une pile de 40 volts avec 15 ohms de résistance. Les appareils en A et la ligne jus-

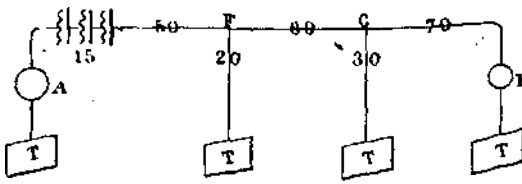

FIG. 19.

qu'en F ont 50 ohms de résistance ; le premier défaut en a 20, de F en G la ligne a 60 ohms ; le défaut en G a 30 ohms et le reste de la ligne et les appareils en B ont 70 ohms. Quel devrait être le courant normal ? Quel est le courant qui arrive en B ?

Réponse : — La résistance du circuit sans les défauts est de 15 + 50 + 60 + 70 = 195 ohms ; le courant normal serait par suite égal à 40 : 195 = 0,2 ampère.

Pour le circuit total le dernier défaut et la dernière partie du circuit représentent la résistance $\frac{70.30}{70 + 30}$ = 21 ohms. Jusqu'au premier défaut il vient s'ajouter 20 ohms, de sorte que les deux résistances à combiner sont 41 ohms et 20 ohms. Elles seront remplacées par 13,5 ohms, de sorte que la résistance totale du circuit défectueux est de 15 + 50 + 13,5 = 78,5 ohms ; le courant débité aura une intensité de 40 : 78,5 = 0,51 ampère.

De ces 0,51 ampère il ne passe que $\frac{20}{20 + 41} \cdot 0{,}51$ = 0,17 ampère de F en G. Depuis ce point il n'y a plus que $\frac{30}{70 + 30} \cdot 0{,}17 = 0{,}05$ ampère qui aille en B, au lieu des 0,2 ampère.

556. — E représentant la force électromotrice de la pile, R la résistance de la pile et de la ligne jusqu'au premier défaut, R′ la résistance de la ligne entre les deux défauts, R″ la résistance de la ligne entre la deuxième perte et la station d'arrivée, y compris le récepteur, L = R + R′ + R″, f′ la résistance du premier défaut ; f″ celle du second défaut ; quel est le courant utile qui passe dans le récepteur ?

Réponse :

$$I = \frac{E\, f'\, f''}{R\, f''\,(R + R'') + R''\, f'\,(R + R') + R.\, R'\, R'' + L\, f'\, f''}$$

557. — De la station A deux fils et ACB et

ADB vont à la station B ; le fil ADB a un défaut en F. Pour déterminer la distance x de celui-ci de A on a trouvé la résistance d'un fil ACB égale à 15 km. Après avoir mis en communication les deux fils en B et après avoir intercalé à la sta-

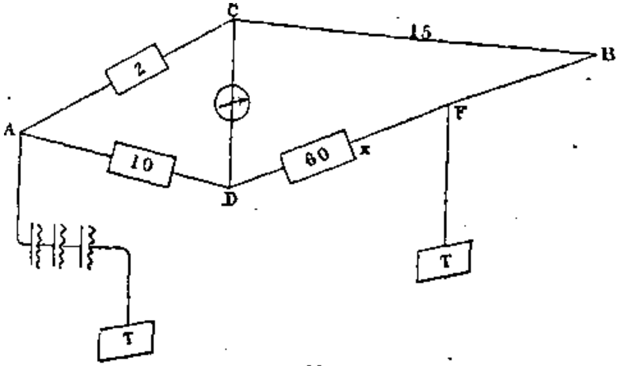

FIG. 20.

tion A des résistances de 10 km en AD et de 2 km en AC, et encore un galvanomètre sensible entre CD, le point A a été mis en contact avec le pôle d'une pile dont l'autre pôle était à terre. On a dû ajouter 66 km de résistance au fil défectueux de D en F pour ne pas faire dévier le galvanomètre. A quelle distance le défaut se trouve-t-il?

RÉPONSE : — La disposition étant celle du pont de Wheatstone, nous avons AC : CF = AD : DF, ou bien
$2 : (2.15 - x - 2) = 10 : (66 + x - 10)$, d'où $x = 14$ km.

558. — Deux stations A et B sont reliées par deux fils dont l'un a une perte à la terre. Avec

un galvanomètre différentiel on détermine en A la résistance de la boucle formée par les deux fils comme étant égale à L km ; par une seconde opération on mesure en A l'excès de la résistance de la plus courte partie de la boucle sur celle de la plus longue et on la trouv égale à R km. Quelle est la distance du défaut à la station A?

Réponse : — Soit x la distance cherchée, y celle qui la complète à la boucle, nous aurons :

$$x + y = L, \quad \text{et} \quad y - x = R, \quad \text{d'où} \quad x = \frac{L - R}{2}.$$

III

LES UNITÉS ÉLECTRIQUES ADOPTÉES

ET LES DÉSIGNATIONS FIXÉES

PAR LE CONGRÈS INTERNATIONAL DES ÉLECTRICIENS EN 1884

Toutes les quantités physiques peuvent être exprimées par les seules unités mécaniques de *longueur*, de *masse* et de *temps*; on dit alors que ces quantités sont exprimées en *unités absolues*.

Le congrès international des électriciens réunis à Paris en 1882 et en 1884 a décidé que les unités de longueur, de masse et de temps doivent être le **centimètre** (cm.), le **gramme** (gr.), (c'est-à-dire la masse d'un corps pesant un gramme) et la **seconde** (sec.).

Voici les définitions des unités dérivées de ces unités fondamentales :

A. Unités mécaniques.

L'*unité de vitesse* est la vitesse d'un mobile qui franchit la distance de 1 centimètre en une seconde.

L'*unité d'accélération* est l'accélération d'un mobile dont la vitesse s'accroît de 1 centimètre en une seconde.

L'*unité de force*, la **dyne**, est la force qui communique l'unité d'accélération à la masse de un gramme.

L'*unité de quantité de mouvement* est la quantité de mouvement de la masse de 1 gramme qui a une vitesse de 1 centimètre.

L'*unité de travail*, ou l'*unité d'énergie*, un **erg**, est le travail accompli par la force de 1 dyne déplaçant son point d'application de 1 centimètre dans sa propre direction.

L'*unité de puissance* est la puissance d'un moteur qui développe 1 erg en 1 seconde.

B. Unités magnétiques.

L'*unité de magnétisme* est la quantité de magnétisme qui agit sur une égale quantité placée à 1 centimètre avec la force de 1 dyne.

L'*unité de moment magnétique* est le moment d'un aimant dont les pôles renferment l'unité de magnétisme et sont placés à la distance de 1 centimètre.

L'*unité de champ magnétique* est le champ magnétique dans lequel l'unité de magnétisme est soumis à la force de 1 dyne.

C. Unités électriques.

1. DANS LE SYSTÈME DES UNITÉS ÉLECTROSTATIQUES (U. E. S.)

L'*unité de quantité d'électricité* est la quantité d'électricité qui agit sur une quantité égale placée à 1 centimètre de distance avec la force de 1 dyne.

L'*unité de potentiel* est le potentiel donné par l'unité de quantité d'électricité à la distance de 1 centimètre.

L'*unité de capacité* est la capacité d'un condensateur dont les armatures seraient chargées chacune de l'unité d'électricité pour une différence de potentiel égale à l'unité.

2. DANS LE SYSTÈME DES UNITÉS ÉLECTROMAGNÉTIQUES (U. E. M.)

L'*unité de quantité* d'électricité est la quantité d'électricité qui traverse en 1 seconde une section d'un conducteur parcouru par l'unité de courant.

L'unité de courant est l'intensité d'un courant qui, décrivant un arc de cercle de rayon 1 centimètre, est tel qu'un tronçon d'une longueur de 1 centimètre agit avec une force de 1 dyne sur l'unité de magnétisme placée au centre.

IV. — TABLES

TABLE I. — *Noms et dimensions des unités mécaniques et calorifiques.*

IDÉE	DIMENSIONS	NOM de l'unité absolue.	UNITÉ INDUSTRIELLE Nom.	UNITÉ INDUSTRIELLE Valeur en unités abs.
Masse	M^1	gramme-masse.	kilogramme.	10^3
Longueur	L^1	cm.	Meter.	10^2
Temps	T^1	seconde.	sec., min.,	
Vitesse	LT^{-1}	—	—	—
Accélération	LT^{-2}	—	—	—
Force	MLT^{-2}	dyne.	kilogramme.	$981.\ 10^3$
Quantité de mouvement	MLT^{-1}	—	—	—
Travail	ML^2T^{-2}	erg.	mètre kilogramme.	$981.\ 10^5$
—	—	•	cheval-vapeur.	$735.\ 10^7$
Energie	ML^2T^{-2}	erg.	Watt.	10^7
Vitesse angulaire	T^{-1}	—	—	—
Moment statique	ML^2T^{-2}	—	—	—
Moment d'inertie	ML^2	—	—	—
Constante de gravitation	$M^{-1}L^3T^{-2}$	—	—	—
Pression hydraulique	$ML^{-1}T^{-2}$	—	—	—
Chaleur	ML^2T^{-2}	calorie (gr.).	calorie (kg.).	$4.18.\ 10^6$
Température	L^2T^{-2}	degré (cels).	degré (cels).	$4,18.\ 10^2$
Coefficient de dilatation	$L^{-2}T^2$	—	—	—
Coefficient de conductibilité	$ML^{-1}T^{-1}$	—	—	—
Vitesse de refroidissement	L^2T^{-3}	—	—	—

TABLE II. — *Noms et dimensions des unités électriques et magnétiques.*

IDÉE	DIMENSION		UNITÉ INDUSTRIELLE		
	électro-statique.	électro-dynamique.	nom.	Valeur en unités absolues. syst. élec.-stat.	syst. élec.-dyn.
Quantité d'électricité	$M^{1/2}L^{3/2}T^{-1}$	$M^{1/2}L^{1/2}$	Coulomb.	$3.\ 10^{9}$	10^{-1}
Densité superficielle	$M^{1/2}L^{-1/2}T^{-1}$	$M^{1/2}L^{-3/2}$	—	—	—
Force électrique Champ électrique	$M^{1/2}L^{-1/2}T^{-1}$	$M^{1/2}L^{1/2}T^{-2}$	—	—	—
Intensité de courant	$M^{1/2}L^{3/2}T^{-2}$	$M^{1/2}L^{1/2}T^{-1}$	Ampère.	$3.\ 10^{9}$	10^{-1}
Densité de courant	$M^{1/2}L^{-1/2}T^{-2}$	$M^{1/2}L^{-3/2}T^{-1}$	—	—	—
Potentiel Force électro-motrice	$M^{1/2}L^{1/2}T^{-1}$	$M^{1/2}L^{3/2}T^{-2}$	Volt.	$\frac{1}{3.\ 10^{2}}$	10^{8}
Résistance	$L^{-1}T$	LT^{-1}	Ohm.	$\frac{1}{9.\ 10^{11}}$	10^{9}
Résistance spécifique	T	$L^{2}T^{-1}$	—	—	—
Capacité inductive spécifique	1	$L^{-2}T^{2}$	—	—	—
Capacité	L	$L^{-1}T^{2}$	Farad.	$9.\ 10^{11}$	10^{-9}
Intensité de pôle Masse magnétique	$M^{1/2}L^{1/2}$	$M^{1/2}L^{3/2}T^{-1}$	—	—	—
Moment magnétique	$M^{1/2}L^{3/2}$	$M^{1/2}L^{5/2}T^{-1}$	—	—	—
Champ magnétique Force magnétique	$M^{1/2}L^{1/2}T^{-2}$	$M^{1/2}L^{-1/2}T^{-1}$	—	—	—
Densité superficielle	$M^{1/2}L^{-3/2}$	$M^{1/2}L^{-1/2}T^{-1}$	—	—	—
Potentiel magnétique	$M^{1/2}L^{3/2}T^{-2}$	$M^{1/2}L^{1/2}T^{-1}$	—	—	—
Coefficient d'induction propre	$L^{-1}T^{2}$	L	—	—	—

L'*unité de potentiel* ou l'*unité de force électromotrice* est celle qui communique l'unité d'énergie à l'unité de quantité d'électricité.

L'*unité de résistance* est la résistance d'un conducteur dans lequel l'unité de courant dépense (sous forme de chaleur) 1 erg dans 1 seconde.

L'*unité de capacité* est la capacité d'un condensateur dont les armatures seraient chargées chacune de l'unité d'électricité pour une différence de potentiel égale à l'unité.

D. Unités pratiques de l'électricité.

Un *ohm* est l'unité pratique de résistance; il est égal à 10^9 U. E. M. de résistance.

Un *volt* est l'unité pratique de force électromotrice; il est égal à 10^8 U. E. M. de force électromotrice.

Un *ampère* est l'unité pratique de courant ou d'intensité ; il est égal à 10^{-1} U. E. M. d'intensité.

Un *coulomb* est l'unité pratique de quantité d'électricité ; il est égal à 10^{-1} U. E. M. de quantité. — Un ampère transporte un coulomb par seconde.

Un *farad* est l'unité pratique de capacité; il est égal à 10^{-9} U. E. M. de capacité. — Le farad est la capacité d'un condensateur qu'un coulomb charge à une différence de potentiel égale à 1 volt.

Un *volt-ampère* ou un *watt* est l'unité pratique d'énergie électrique ; il est égal à 10^7 U. E. M. d'énergie.

E. Unité de chaleur.

Une *calorie* est la quantité de chaleur qu'il faut donner à 1 gramme d'eau pure pour élever sa température de 1 degré centigrade.

TABLE III. — *Constantes physiques.*

	POIDS SPÉCIFIQUE.	TEMPÉRATURE D'ÉBULLITION.	TEMPÉRATURE DE FUSION.	CHALEUR SPÉCIFIQUE.	CONDUCTIBILITÉ CALORIFIQUE.
Argent	10,53	—	960°	0,0559	1,0960
Cuivre	8,92	—	1050	0,0933	0,8190
Etain	7,29	—	230	0,0559	0,1446
Fer	7,86	—	1600	0,1120	0,1665
Laiton	8,40-8,71	—	—	0,0860	0,15
Mercure	13,55	357,25°	— 38,5	0,0333	0,0148
Nickel	8,9	—	1450	0,1091	0,0811
Or	19,32	—	1100	0,0316	—
Platine	21,50	—	2000	0,0323	—
Plomb	11,37	1525	326	0,0310	0,0719
Zinc	7,15	920	412	0,0935	0,3056
Alliage d'Arcet	—	—	95	0,060	—
— de Lipowitz	—	—	60-65,5	—	—
— de Wood	—	—	65,5-70	—	—
Paraffine	0,82-0,93	350-430	38-56	0,5156	0,000141
Gutta-percha	0,98	—	—	—	—
Caoutchouc	0,93	—	—	—	0,000089
Cire	0,97	—	62	—	0,0000870
Alcool	0,796	66	—	0,6067	0,000487
Essence de thérébentine	0,887	159	—	0,4106	0,00026

TABLE IV. — *Capacité inductive spécifique.*

(L'air = 1 à 0° c. et 760 mm.)

DIÉLECTRIQUE.	K	DIÉLECTRIQUE.	K
Mica..............	5,20	Gomme laque.....	2,74
Flintglass.........	3,31	Soufre.............	2,58
Crownglas.........	3,243	Huile de ricin.....	4,610
Chatterton composition...........	2,547	Pétrole............	2,089 à 2,795
Gutta-percha......	2,462	Sulfure de carbone...........	2,6091
Ebonite...........	2,284	Benzol.............	2,3377
Résine............	2,55	Acide carbonique.	1,00356
Poix..............	1,80	Oxygène..........	0,99674
Paraffine.........	1,9936	Vide...............	0,9985

TABLE V. — *Force électromotrice des couples Platin — (métal) dans l'acide sulfurique dilué.*

MÉTAL.	F. É. M.	MÉTAL.	F. É. M.
Potassium........	173	Cuivre...........	35
Zinc amalgamé...	103	Mercure..........	31
— pur.........	100	Or...............	0
Étain.............	66	Platine..........	0
Fer...............	61	Charbon.........	0

TABLE VI. — *Electrolyse des solides.*

NOM	SIGNE.	POIDS ATOMIQUE.	ÉQUIVALENT CHIMIQUE.	ÉQUIVALENT ÉLECTROCHIMIQUE ou dépôt en milligrammes par Coulomb.		DÉPÔT EN GRAMMES par ampère-heure.	
				Congrès de Paris.	F. et W. Kohlrausch.	Congrès de Paris.	F. et W. Kohlrausch.
Aluminium	Al	27,4	13,7	0.1438	0,1418	0.518	0.510
Argent	Ag	108	108	1.134	1.1183	4.082	4.026
Cuivre	Cu	63	31,5	0.3307	0,3280	1.191	1,181
Etain	Sn	118	59	0.6195	0.6106	2,230	2,198
Fer	Fe	56	28	0,2940	0,2898	1,058	1,043
Mercure	Hg	200	100	1.05	1.0355	3,780	3.728
Nickel	Ni	59	29,5	0.3097	0.3053	1,115	1,099
Or	Au	96,6	65,5	0,7516	0.6780	2,706	2,441
Platine	Pt	194,3	64.8	»	0.6710	»	2.415
Plomb	Pb	207	103.5	1,0876	1.0712	3,915	3.856
Potassium	K	39,1	39,1	0,4105	0,4047	1,478	1.457
Sodium	Na	23	23	0,2415	0.2381	0,869	0,857
Zinc	Zn	65.5	32,5	0,3412	0,3364	1,228	1,211

TABLE VII. — *Electrolyse des gaz.*

NOM	SIGNES.	POIDS ATOMIQUE.	ÉQUIVALENT CHIMIQUE.	VOLUMES PRODUITS.	POIDS de 1 cm^3 en mgr.	ÉQUIVALENT ÉLECTROCHIMIQUE, OU UN COULOMB DÉGAGE D'APRÈS Congrès de Paris 1884		F. et W. Kohlrausch.	
						mgr.	cm^3	mgr.	cm^3
Hydrogène..............	H	1	1	1	0,08952	0,0105	0,1176	0,010386	0,1160
Oxygène..............	O	16	8	1/2	1,42908	0.0840	0,0588	0,08309	0,05815
Gaz tonnant..............	H_2+O	»	»	1+1/2	0,53604	0,0945	0,1764	0,09327	0,1740
Chlore..............	Cl	35,4	35,4	1	3.16696	0.3727	0,1167	0,3687	0,1164
Azote..............	N	14	4,7	1/3	1,25440	0,0490	0,0390	0,0484	0,03858
Iode..............	I	126,5	126,5	1	4,948	1,3335	0,2695	1,3190	0.26657
Brome..............	Br	80	80	1	7.14415	0,8400	0,1176	0,8309	0,11638

TABLE VIII. — *Résistance absolue et Conductibilité relative des métaux.*

	RÉSISTANCE			CONDUCTIBILITÉ
	1 cm^3 en U. E. M.	fil de 1m de long et 1mm épaisseur en ohm.	fil de 1m de long et 1 gr. de poids en ohm.	rapportée au mercure de 0 degré.
Argent recuit.	1521	0,01937	0,1544	63,80
— éfilé	1652	0,02103	0,1680	57,226
Cuivre recuit.	1616	0,02057	0,1440	55,86
— éfilé.	1652	0,02104	0,1469	52,207
Or recuit.	2081	0,02650	0,4080	44,06
— éfilé.	2118	0,02697	0,4150	43,84
Aluminium recuit.	2945	0,03751	0,0757	30,86
Zinc écroui.	5689	0,07244	0,4067	16,64
Platine recuit.	9158	0,1166	1,96	6,073
Fer —	9825	0,1251	0,7654	9,685
Nickel —	12600	0,1604	0,071	7,374
Etain écroui	13360	0,1701	0,9738	9,874
Plomb —	19850	0,2526	2,257	5,411
Antimoine écroui.	35900	0,4571	2,411	2,053
Bismuth —	132700	1,689	13,03	0,800
Mercure liquide.	99740	1,2247	13,06	1,000
Maillechort.	21170	0,2695	1,85	3,603

TABLE IX. — *Résistances électriques des isolateurs et des liquides.*

ISOLATEUR	1 cm³ en U. E. M.	LIQUIDE	1 cm³ en U. E. M.
Mica à 20°	8,4. 10^{22}	Eau	7,18. 10^{10}
Gutta-percha	4,5. 10^{23}	» + 0,2 % H_2SO_4	4,47. 10^{10}
Gomme-laque.. ...	9,0. 10^{24}	» 8,3 »	3,32. 10^{8}
Ebonite	2,8. 10^{25}	» 20 »	1,44. 10^{9}
Paraffine	3,4. 10^{25}	» 35 »	1,26. 10^{9}
Graphite..........	24 à 418. 10^{6}	» 41 »	1,37. 10^{9}
Charbon de cornue.	670. 10^{6}	$ZnSO_4$ + 23 Aq	1,87. 10^{10}
Selenium	6. 10^{13}	$CuSO_4$ + 45 Aq	1,95. 10^{10}
		NHO_3	2,056. 10^{9}
		Sol. de sel de mer sat..	6,116. 10^{9}

TABLE X. — *Constantes de quelques éléments.*

ÉLÉMENT	OBSERVATIONS	F. É. M. VOLT.	RÉSIST. OHM.
Clarke.. ..	Zinc pur dans une pâte de $ZnSO_4$ + Hg_2S; Hg; Pt....	1,457	—
Kittler.....	Zinc amalgamé dans SO_4 + Aq (d=0,75); $CuSO_4$ (d=1,2); Cu.	1,194	—
H.F. Weber.	Zinc amalgamé; sol. de $ZnSO_4$ conc.; $CuSO_4$ conc.; Cu....	1,0954	—
Bunsen ...	Hauteur 20 cent.	1,90	0,05-0,25
Thomson .	12 dm^2 de surface..........	1,06	0,20
Regnier ...	Modèle rectangulaire, diaphragme double.........	1,50	0,075
Tommasi..	Zn, SO_4 + Aq (d = 1,03), charbon, mélange nitrique....	1,77	0,20
Daniell	Zn amalgamé dans SO_4 + Aq d = 1,18); $CuSO_4$; Cu....	1,079	0,61
Grove.. ..		1,95	0,15
Leclanche..		1,48	1,5
Smée......	Zinc amalgamé, SO_4 + Aq, Pt.	0,59	0,10

TABLE XI. — *Constantes pour le calcul des pièces de sûreté.*

[Formule $I_{amp.} = A. \sqrt{r^3}$ (pour r en mm).]

MÉTAL.	A	MÉTAL.	A
Argent	250	Magnésium	107
Cuivre	215	Nickel........	115
Fer.	64	Platine........	105
Laiton.	146	Plomb..........	36

TABLE XII. — *Composante horizontale du magnétisme terrestre.*

(En U. E. M. cm. gr. sec. pour janvier 1880.)

Accroissement annuel environ 0,003.

LATITUDE NORD.	LONGITUDE DE FERRE = 20°.	25°	30°	35°	40°
45°	0,209	0,212	0,217	0,221	0,225
46	205	208	213	217	221
47	201	204	209	213	217
48	197	200	204	209	213
49	193	196	200	205	208
50	188	192	196	200	204
51	185	188	192	197	200
52	181	184	188	192	195
53	177	181	184	188	191
54	174	177	182	184	187
55	169	175	178	181	183

TABLE DES MATIÈRES

I. ÉLECTRICITÉ STATIQUE

II. ÉLECTRICITÉ DYNAMIQUE

III. — LES UNITÉS ÉLECTRIQUES ADOPTÉES

IV. TABLES

ÉVREUX, IMPRIMERIE DE CHARLES HÉRISSEY