LE

CONSTRUCTEUR

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

LIBRAIRIE F. SAVY

CINÉMATIQUE

PRINCIPES FONDAMENTAUX
D'UNE THÉORIE GÉNÉRALE DES MACHINES

PAR LE PROFESSEUR REULEAUX

TRADUIT DE L'ALLEMAND

PAR

A. DEBIZE

Ingénieur en chef des Manufactures de l'État

Un volume grand in-8 de 700 pages avec 459 gravures dans le texte et un atlas de planches.

Prix : 20 francs

La Cinématique du professeur Reuleaux doit être considérée comme une science entièrement nouvelle, éminemment propre à faciliter l'intelligence des machines existantes et à diriger l'inventeur dans ses recherches.

Jusqu'ici, dans les divers traités d'enseignement de la Cinématique, on s'est généralement contenté d'examiner les mécanismes sous la forme où ils ont été fournis par la tradition ou l'invention, sans essayer de les analyser ou de rechercher le mode de formation de chacun d'eux. Avec l'aide du calcul, on a pu sans doute obtenir ainsi certains résultats, d'une utilité incontestable, mais on n'est jamais parvenu à constituer une véritable science. Après avoir reconnu l'insuffisance ou l'imperfection des méthodes en usage, le professeur Reuleaux a cherché à déterminer les lois qui régissent la formation des mécanismes, et de ses recherches il a tiré des conclusions d'une grande importance.

17553. — Imprimerie A. Lahure, 9, rue de Fleurus, Paris.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Ligne technique F. P. TESMOINGT
Offert à la Bibliothèque de l'Institut
Industriel, en souvenir d'Hellot LILLE
Tesmoingt, ancien élève, promotion 1898

LE

CONSTRUCTEUR

PRINCIPES, FORMULES, TRACÉS, TABLES ET RENSEIGNEMENTS

POUR L'ÉTABLISSEMENT

DES PROJETS DE MACHINES

A L'USAGE DES INGÉNIEURS, CONSTRUCTEURS, ARCHITECTES, MÉCANICIENS ETC.

PAR

F. REULEAUX

PROFESSEUR A L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE BERLIN.

TROISIÈME ÉDITION FRANÇAISE

TRADUITE DE L'ALLEMAND SUR LA QUATRIÈME ÉDITION

ENTIÈREMENT REFONDUE ET CONSIDÉRABLEMENT AUGMENTÉE

PAR

A. DEBIZE

INGÉNIEUR EN CHEF DES MANUFACTURES DE L'ÉTAT.

AVEC 1184 GRAVURES DANS LE TEXTE

PARIS

LIBRAIRIE F. SAVY

77, BOULEVARD SAINT-GERMAIN, 77

1890

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

PRÉFACE

DE LA TROISIÈME ÉDITION

Deux éditions françaises du *Constructeur* de Reuleaux ont paru depuis l'année 1873, et la seconde s'est trouvée épuisée dans le courant de l'année dernière. Nous avons donc dû nous préoccuper d'en préparer une troisième, en profitant de la publication de la quatrième édition allemande, dont le dernier fascicule a paru il y a quelques mois seulement.

Cette quatrième édition, que l'auteur a mis plusieurs années à préparer (1882-1889), diffère essentiellement de la précédente, non seulement par les nombreuses modifications et additions apportées aux sujets déjà traités précédemment, mais encore par l'introduction de matières entièrement nouvelles.

L'auteur a conservé la division de l'ouvrage en quatre parties principales, nettement tranchées, dont l'importance est, d'ailleurs, très inégale.

La première partie, qui comprend la *Résistance des Matériaux*, donne, sous une forme très simple, toutes les formules dont l'emploi peut présenter quelque utilité dans la pratique. Ces formules se trouvent, du reste, accompagnées de figures et d'observations indiquant clairement les conditions dans lesquelles elles sont applicables; leur usage se trouve, en outre, facilité par une série d'exemples, convenablement choisis. Cette première partie a reçu quelques additions, dont les plus importantes se rapportent à la résistance des enveloppes et des frettes, ainsi qu'aux ressorts.

La seconde partie, consacrée à l'exposé des principes de la *Graphostatique*, avec des exemples de son application à la construction des bâtiments et à celle des machines, n'a subi qu'un petit nombre de changements.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

La troisième partie, qui est relative à la *Construction des éléments de machines*, et qui est de beaucoup la plus développée, puisqu'elle comprend plus des cinq sixièmes de l'ouvrage entier, a reçu, au contraire, de nombreuses modifications et des additions considérables, qui constituent une véritable transformation.

Au point de vue de la succession des chapitres, qui composent cette troisième partie, l'auteur s'est guidé d'après les principes fondamentaux auxquels l'avaient conduit ses recherches antérieures sur les éléments de machines et qui sont exposés dans sa *Cinématique*. Il a été ainsi amené à traiter, en premier lieu, les éléments rigides qui servent à effectuer des assemblages de pièces, c'est-à-dire à empêcher tout mouvement de l'une de ces pièces par rapport à l'autre, et, en second lieu, ceux qui ont, au contraire, pour objet de rendre possible la mobilité relative de deux éléments.

La nouvelle classification basée sur la Cinématique a obligé l'auteur à de nombreux remaniements et a été ainsi une cause de retard, à laquelle est venue s'en ajouter une autre, beaucoup plus importante et qu'il convient de signaler. Pour résoudre le problème qu'il s'était posé, de présenter un ensemble complet, reposant sur des bases rigoureusement scientifiques, plusieurs éléments lui faisaient défaut et étaient, pour ainsi dire, à créer de toutes pièces. Ainsi, pour n'en citer qu'un exemple, il n'existait rien jusqu'alors au sujet des mécanismes de détentes, qui sont cependant de beaucoup les plus importants de la mécanique appliquée. L'existence de quelques-uns de ces mécanismes avait bien été signalée, à l'occasion, dans certains appareils de levage, dans quelques dispositifs d'avance, etc.; mais on s'était toujours borné à de simples descriptions d'organes, sans rechercher s'il existait quelques propriétés générales communes à ces divers mécanismes. On n'avait jamais songé qu'il y eût la moindre analogie entre ce qu'on appelait les encliquetages et les mécanismes, si nombreux, connus sous le nom de serrures. Aussi ces derniers n'avaient-ils trouvé place nulle part, pas plus que les platines d'armes à feu et les mécanismes d'arrêt des cages d'extraction. Quant aux échappements d'horlogerie, ils n'avaient également aucune place bien déterminée; on les voyait figurer, tantôt dans la mécanique appliquée, tantôt dans la Cinématique, ou encore dans quelques traités spéciaux, où leur caractère général était entièrement méconnu. On avait tout à fait perdu de vue qu'ils étaient des mécanismes de détentes.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

L'auteur a eu le très grand mérite de faire disparaître toutes ces incertitudes, et le chapitre nouveau, où il a établi une classification complète et extrêmement claire de tous les mécanismes de détentes, présente le plus grand intérêt au point de vue pratique. L'importance de ces mécanismes et, en particulier, de l'échappoir, se trouve nettement mise en évidence dans des chapitres ultérieurs, où l'auteur montre que la machine à vapeur à piston, dans ses principales formes, travaille exactement d'après le principe fondamental de l'échappement d'horlogerie et que le tiroir à coquille de la machine à vapeur et l'ancre de l'horloge, d'après la manière dont ils sont déterminés et dont ils fonctionnent, doivent être considérés comme identiques. L'échappoir se retrouve, en outre, dans une foule de machines ou appareils, grues hydrauliques, machines à rivets, ascenseurs, pompes à vapeur à action directe, etc.

Certains dispositifs de réglage de distributions, qu'on a désignés en France sous le nom de servo-moteurs, ont pris, depuis quelques années, une assez grande importance, surtout dans la marine à vapeur. L'auteur a fait voir que ces mécanismes rentrent dans la catégorie des échappoirs régleurs et il a indiqué les principes d'après lesquels doivent s'établir les distributions à régleurs.

En dehors de ce chapitre si important des mécanismes de détentes, il convient de mentionner brièvement les modifications et les additions apportées aux sujets déjà traités dans l'édition précédente; les principales comprennent pour les éléments rigides : les systèmes de filets dans les vis, les paliers de butée dans les navires à vapeur, les colonnes, les arbres de transmission, les accouplements, les roues à frottement, les roues à flèches, les roues globoïdales, etc.

A la suite des chapitres relatifs aux éléments rigides, l'auteur a abordé une nouvelle espèce d'éléments, les organes de traction, c'est-à-dire ceux qui ont essentiellement comme propriété de ne pouvoir résister qu'à des efforts de traction. Plusieurs des chapitres correspondant à ces organes sont entièrement nouveaux.

Dans le chapitre des transmissions par courroies, l'auteur a introduit la notion de l'effet spécifique, qui est de nature à faciliter, dans une large mesure, le calcul des transmissions par courroies, par câbles ou même par arbres, et qui, de plus, a l'avantage de rendre possible la comparaison des divers modes de transmission.

Les transmissions par câbles en chanvre, en coton et en fils mé-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

talliques font l'objet d'un chapitre spécial. Pour la transmission par câbles métalliques, l'auteur a fait ressortir les grands avantages du système cyclique, qu'il a imaginé, par rapport au système linéaire, précédemment en usage.

Le chapitre suivant est consacré à la transmission par chaînes, avec de nombreux exemples d'application au traînage dans les mines; il se termine par l'exposé de la théorie des freins.

Les organes de pression, qui sont la contre-partie des organes de traction, font l'objet des trois derniers chapitres de la troisième partie. En introduisant ces éléments dans un livre destiné essentiellement à la pratique, l'auteur s'est écarté de l'usage suivi jusqu'ici, mais il a jugé, avec raison, que cette innovation était indispensable pour la conception théorique des machines. En réalité, ces organes servent, aussi bien que les autres, à la transmission du mouvement et de la force, et même, en y regardant de plus près, on constate qu'ils se trouvent précisément utilisés dans les cas les plus nombreux et les plus importants pour la réalisation des mouvements (moteurs à vapeur et à eau). Ils méritent donc bien d'être considérés comme des éléments.

La quatrième partie renferme une *Série de tables*, reproduisant, sous une forme commode, divers éléments de calcul, dont le constructeur a constamment besoin, tels que tracés de courbes, surfaces, volumes, moments d'inertie, puissances, racines, nombres réciproques, lignes trigonométriques, etc.

La traduction de certaines parties de cet ouvrage a présenté quelques difficultés, que nous ne sommes parvenu à surmonter qu'après une assez longue période d'assimilation des idées de l'auteur. Nous devons ajouter que, toute idée nouvelle entraînant l'emploi de termes nouveaux, nous avons dû, pour éviter des périphrases, inadmissibles à cause du grand nombre des répétitions, créer toute une série d'expressions spéciales, dont les principales se trouvent expliquées par des annotations au bas des pages.

Il nous reste, en terminant, à exprimer l'espoir que cette nouvelle édition soit aussi favorablement accueillie que les deux premières.

A. DEBIZE.

Octobre 1889.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

LE CONSTRUCTEUR

PREMIÈRE PARTIE

RÉSISTANCE DES MATÉRIAUX

§ 1.

Observations préliminaires.

La Science qu'on désigne sous le nom de *Résistance des Matériaux* a pour objet l'étude des résistances que les corps solides opposent aux forces extérieures qui agissent sur eux. Nous réunissons ici les termes les plus usuels de cette science, en précisant le sens que nous y attacherons dans le cours de cet ouvrage.

La *Pression par unité de surface* est le quotient obtenu en divisant la pression totale exercée sur une surface par le nombre d'unités contenues dans cette surface.

La *Tension par unité de surface* est de même la tension des fibres moléculaires ramenée à l'unité de surface.

Le *Coefficient ou Module de Charge* est la tension qui correspond à la limite d'élasticité. Suivant la nature des efforts exercés, on distingue les coefficients de charge à l'extension et à la compression.

Le *Coefficient ou Module de Rupture* est la tension qui est susceptible de déterminer la rupture d'une fibre moléculaire.

Le *Coefficient ou Module d'Élasticité*, qui constitue la mesure de l'*élasticité de la matière*, est la tension sous laquelle un corps prismatique, soumis à un effort dirigé dans le sens de sa longueur, s'allongerait ou se raccourcirait d'une quantité égale à sa longueur primitive, en supposant qu'une telle déformation fût possible. (+)

(+) Elle ne l'est qu'exceptionnellement, par exemple pour le caoutchouc

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

La *Limite théorique de charge* est la force qui, dans un corps soumis à un effort quelconque (extension, pression, torsion, flexion, etc.), détermine, dans la fibre la plus exposée, une tension équivalente au module de charge; en d'autres termes, c'est la charge sous laquelle un corps travaille à sa limite d'élasticité.

La *Limite pratique de charge* est celle qui correspond au cas où la tension précédente ne se trouve avoir qu'une certaine valeur, considérée comme admissible et inférieure à la limite d'élasticité.

Le *Coefficient de sécurité pour la charge* est le rapport entre la limite théorique de charge et la charge réelle, ou, ce qui revient au même, entre le module de charge et la plus grande tension développée.

La *Charge de rupture* est la force qui est susceptible de déterminer, dans la fibre qui travaille le plus, une tension égale au module de rupture; cette force est, en définitive, celle qu'il faut développer pour rompre un corps donné, par arrachement, par cisaillement, par torsion, etc.

Le *Coefficient de sécurité contre la rupture* est le rapport entre la charge de rupture et la charge réelle.

Dans la construction des Machines, on peut admettre, comme règle générale, que, pour une pièce soumise à des efforts statiques, il suffit de déterminer la charge de manière à arriver à doubler le coefficient de sécurité qui correspond à la matière employée et dont on trouvera plus loin la valeur. Toutefois, on peut, dans certains cas, s'écarter, soit en plus, soit en moins, de l'observation de cette règle et se rapprocher d'autant plus du coefficient de sécurité qu'on aura calculé avec plus d'exactitude les forces statiques en jeu. On ne doit jamais, dans la pratique, faire supporter à une pièce de machine une charge supérieure à la limite théorique. Cependant, pour certains matériaux, le fer forgé, notamment, il semble qu'il n'y ait aucun inconvénient à les soumettre à des charges d'épreuve temporaires qui dépassent leur limite d'élasticité, tout en ne se rapprochant pas trop de la charge de rupture (V. § 2).

La détermination de la charge de rupture et, par suite, l'usage du module de rupture, n'offrent guère d'intérêt, en général, que dans les cas où l'on se propose précisément comme but la rupture d'un corps (par choc, par outil tranchant, etc.). Pour les calculs relatifs aux constructions permanentes, c'est surtout les modules de charge qu'il est important de connaître.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 2.

Tableau des coefficients de résistance.

Les coefficients réunis dans le tableau suivant sont les moyennes de nombreuses expériences, effectuées par plusieurs observateurs sur des matériaux des provenances les plus diverses. Pour le bois, les valeurs moyennes relatives au chêne, au hêtre, au sapin et au frêne diffèrent très peu les unes des autres et elles se trouvent représentées dans la table par un seul chiffre.

MATIÈRES.	COEFFICIENT D'ÉLASTICITÉ E	COEFFICIENTS DE CHARGE		COEFFICIENTS DE RUPTURE	
		à l'extension T	à la compression T_1	à l'extension K	à la compression K_1
Fer forgé	20000	15	15	40	22
Fil de fer	20000	30	—	70	—
Tôle de fer	17000	—	—	32	—
Fonte	10000	7,5	15	11	65
Acier à ressort, trempé	20000	50 à 70	—	80	—
Acier fondu, non trempé	20000	25	—	80	—
Acier fondu, martelé	30000	65 à 150	—	100	—
Cuivre rouge, battu	11000	2,5	—	30	70
Fil de cuivre	13000	12	—	40	—
Laiton	6500	4,8	—	12	110
Fil de laiton	10000	13	—	50	—
Métal de cloches, bronze	3200	9	—	13	—
Bronze phosphoreux	—	15	—	36	—
Plomb	500	1	—	1,3	5
Bois	1100	2	1,8	9	5
Corde en chanvre, neuve	250 (?)	5 (?)	—	12	—
Corde en chanvre, vieille	50(?)	1 (?)	—	5	—
Courroie en cuir, ordinaire	15 à 20	1,6	—	2,9	—
Granit	—	—	—	—	8
Calcaire	—	—	—	—	5
Quartz	—	—	—	—	12
Grès	—	—	—	—	7
Brique	—	—	—	—	0,6
Maçonnerie en moellons durs	—	—	—	—	5
Maçonnerie de grès	—	—	—	—	1,5
Maçonnerie de briques	—	—	—	—	0,4

Dans les calculs faits avec les valeurs de ce tableau, les mesures doivent être exprimées en millimètres et les forces en kilogrammes.

Les matériaux pour lesquels les modules de charge et de rupture sont très différents jouissent à un haut degré de la propriété qu'on

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

désigne sous le nom de *ténacité*. De nombreuses expériences exécutées sur le fer montrent qu'une charge qui ne s'élève pas trop au-dessus de la limite d'élasticité et qui produit, en réalité, une déformation permanente ne modifie pas le coefficient d'élasticité, mais augmente le module de charge. Ainsi, par exemple, une tige de fer, après avoir été allongée sous une charge de 20^k par millimètre carré, accuse, lorsqu'on la soumet de nouveau à la même charge, un module de charge d'extension de 20^k, au lieu de 15 (cette propriété est utilisée dans l'étirage des fils de fer). La ténacité peut se mesurer, au moins approximativement, par les quotients K : T et $K_1 : T_1$. La tige de fer précédente, après avoir été allongée, perd immédiatement de sa ténacité, si, après son extension, on vient à la soumettre à une compression supérieure à la limite d'élasticité. Lorsqu'on la chauffe et qu'on la lamine ensuite, son module de charge reprend sa valeur primitive.

§ 5.

Résistance à la traction et à la compression.

Une tige travaille par extension, lorsque la force P qui agit sur elle tend à l'allonger dans le sens de la longueur. Si, au contraire, la force tend à la raccourcir, la tige travaille par compression, sous la réserve, d'ailleurs, que la longueur de cette tige ne soit pas trop considérable par rapport à sa section (V. § 16).

q étant la surface de la section de la tige considérée,

S la tension déterminée dans cette tige par la force P,

on a, en négligeant le poids propre de la tige, la relation :

$$P = Sq \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Exemple. *L'arbalétrier d'une ferme, dans une toiture, exerce à sa base un effort de* $10\,000^k$, *effort qui doit être neutralisé par une tige horizontale ronde formant tirant. Si l'on fixe comme tension admissible* $S = 5^k$, *on devra poser, pour avoir le diamètre du tirant, d :* $Sq = 5 . \frac{\pi}{4} . d^2 = 10\,000$, *d'où* $d = 50.42$, *soit* 50^{mm}.

Les déformations principales, qui se produisent dans un corps travaillant par extension ou par compression, sont des allongements ou des raccourcissements. Un corps prismatique, soumis à un effort de traction P, s'allonge en vertu de cet effort, et la quantité λ, dont varie la longueur primitive l de la tige, est donnée par la relation :

$$\frac{\lambda}{l} = \frac{S}{E} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Cette formule demeure applicable tant que S est inférieur au module de charge à l'extension T. Elle s'applique également à la compression. Dans ce cas, la limite à laquelle la formule cesse d'être applicable est donnée par le module de charge à la compression T_1.

Exemple. *La tige calculée plus haut avait, avant sa mise en place, une longueur de* 30^m; *une fois chargée, elle s'allongera de :* $\lambda = 35\,000.5 : 20\,000$, *soit* 9^{mm}.

La formule (2), qui est une formule purement expérimentale, est la base fondamentale de la Résistance des matériaux.

Comme, dans les efforts d'extension et de compression, tous les éléments d'une section travaillent également, même quand on dépasse la limite d'élasticité, la formule (1) peut encore, à la rigueur, être appliquée à ce dernier cas et donner, par suite, la force nécessaire pour rompre ou écraser un corps. Il suffit d'y introduire le module de rupture correspondant.

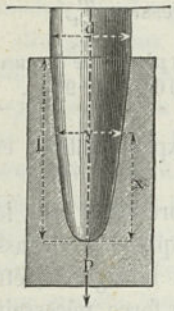
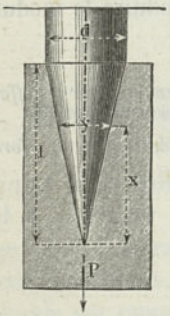
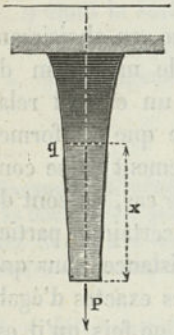
Exemple. *Pour rompre la tige déjà calculée plus haut, il faut exercer un effort de traction* $P = Kq$ *ou, d'après la table du* § 2, $P = 40.50^2\,\pi/4 = 78\,540^k$. — *Pour écraser une petite longueur de cette tige, il faudrait développer une force* $P_1 = K_1 q = 22.50^2\,\pi/4 = 43\,197^k$.

§ 4.

Solides d'égale résistance.

On obtient des formes de solides d'égale résistance, en choisissant des sections successives telles que, dans toutes, le maximum de tension S conserve la même valeur, ce qui permet un emploi relativement très avantageux de la matière. Il est rare que ces formes s'exécutent avec une exactitude rigoureuse; habituellement on se contente d'une approximation; dans un grand nombre de cas, ce sont de simples types d'architecture, destinés à donner à certaines parties d'une construction l'apparence de pièces d'égale résistance, sans que cette propriété existe réellement. Toutefois, les formes exactes d'égale résistance ont un intérêt réel pour le constructeur. Une fois qu'il est bien familiarisé avec elles et qu'il est arrivé à se convaincre qu'il n'est pas indispensable de maintenir rigoureusement les courbes indiquées par la théorie, il dessine sans peine les profils convenables pour les parties chargées d'un édifice, en faisant intervenir le sentiment artistique pour corriger le type, souvent peu agréable à l'œil, que fournit le calcul mathématique.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

FORME.	ÉQUATION.	OBSERVATIONS.
	$\frac{y}{d}=\sqrt{\frac{x}{l}}$ $d=\sqrt{\frac{4}{\pi}\frac{P}{S}}$	Charge P uniformément répartie sur toute la longueur de la pièce. Les sections de la pièce sont circulaires. Profil parabolique. — Forme approchée : tronc de cône terminé par une portion de sphère ayant pour diamètre $\frac{1}{2}d$.
	$\frac{y}{d}=\frac{x}{l}$ $d=\sqrt{\frac{4}{\pi}\frac{P}{S}}$	Charge P répartie de façon à décroître uniformément à partir du haut. Section circulaire. Forme du corps : cône droit.
	$q=\frac{P}{S}e^{\frac{p}{S}x}$ $e=2{,}718\ldots$ Base des logarithmes naturels. $log.\ q=log.\frac{P}{S}+0{,}434\frac{p}{S}x.$	En dehors de P la pièce a à supporter son poids propre, supposé égal à p par unité de volume. Les sections vont en croissant vers la section d'encastrement, suivant la même loi que les abscisses d'une logarithmique.

Les formes indiquées ci-dessus se rapportent aux pièces travaillant, soit par traction, soit par compression. Elles se retrouvent dans les vis à bois, les boulons, les colonnes, les fûts de cheminées, les piles de ponts et de viaducs, etc.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 5.

Résistance transversale de glissement ou de cisaillement.

Un corps est soumis, dans une de ses sections, à un effort transversal de *glissement* ou de *cisaillement*, lorsque la force extérieure P agit dans le plan de cette section.

Si q est encore la surface de cette section et S la tension développée, on a, pour la charge, comme précédemment :

$$P = Sq \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

La limite d'élasticité est atteinte, lorsque S est égal aux $^4/_5$ du plus petit des deux modules de charge à l'extension et à la compression ; ainsi, pour le fer forgé, où $T = T_1 = 15$, la limite a lieu pour $S = 12$; avec la fonte, où $T < T_1$ est égal à 7,5, elle correspond à $S = 6$. La plus grande tension ne se produit pas dans le plan de la section; elle est inclinée à 45° sur ce plan et a pour valeur les $^3/_4$ de S.

Dans le cas d'un effort de glissement, le déplacement relatif qu'éprouvent deux sections infiniment voisines est extrêmement faible, tant qu'on reste au-dessous de la limite d'élasticité, mais il devient sensible, lorsqu'un grand nombre de sections consécutives éprouvent chacune cet effet de glissement, comme, par exemple, dans le cas d'une tige travaillant par torsion.

Si l'on admet que l'équation (3) soit encore applicable dans les cas où l'on atteint l'effort capable de produire la séparation, dans ceux, par exemple, où le corps est buriné, cisaillé ou percé, cette équation permet de calculer la tension correspondant à la rupture par cisaillement. Cette tension diffère un peu du coefficient de rupture par extension K, ce qui tient à ce que, dans le cisaillement, K et K_1 sont en jeu simultanément. Pour le calcul des machines travaillant dans ces conditions, il suffit de prendre $1{,}1\,K$ pour le coefficient de rupture.

§ 6.

Résistance à la flexion.

Une pièce travaille par *flexion*, lorsqu'elle est soumise à des forces extérieures dirigées perpendiculairement à son axe. Tant qu'on ne dépasse pas la limite d'élasticité, il se produit, dans chaque section

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

normale de la tige, un équilibre entre le moment des forces extérieures et celui des forces moléculaires développées dans la section, ces moments étant pris par rapport à l'*axe neutre* de la section. Cet axe passe par le centre de gravité de la section et est perpendiculaire au plan de flexion; il divise la section en deux parties : dans l'une, chacune des fibres, parallèles à l'axe de la tige, est soumise à un effort de traction, dont l'intensité est proportionnelle à la distance de la fibre à l'axe neutre; dans l'autre, au contraire, les fibres travaillent par compression et l'intensité de l'effort est encore proportionnelle à leur distance à l'axe neutre. Il suit de là que des fibres, situées de part et d'autre et à la même distance de l'axe neutre, subissent des déformations égales, mais de sens contraire. La résistance à la flexion se compose donc de deux résistances combinées, l'une à la traction, l'autre à la compression, ces deux résistances se trouvant compliquées, d'ailleurs, par le fait de la rotation des sections

Si maintenant on nomme :

M le moment statique de la résultante des forces qui tendent à fléchir la pièce dans une section, ce moment étant pris par rapport à l'axe neutre de cette section;

I le moment d'inertie de la section par rapport à son axe neutre;

a la distance de la fibre la plus éloignée de l'axe neutre, soit sur le côté qui travaille par compression, soit sur l'autre;

S l'effort moléculaire développé dans cette fibre;

On a :

$$M = S\frac{I}{a} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Le produit $SI : a$ est le moment statique de toutes les tensions moléculaires par rapport à l'axe neutre et se nomme le *moment de tension* de la section considérée, ou encore le *moment de charge* de cette section pour la tension S. Si la tige fléchie est prismatique et si l'on désigne par P la résultante des forces qui déterminent la flexion, par x son bras de levier pour une section quelconque, l'expression $M = Px$ peut avoir des valeurs différentes pour les diverses sections. Celle pour laquelle Px prend sa plus grande valeur porte le nom de *section dangereuse*, et la force P, qui détermine, dans cette section, la tension positive ou négative S, est la charge limite pour la tension S; elle a pour expression :

$$P = \frac{SI}{x_m a} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

x_m représentant la valeur de x pour laquelle Px devient maximum.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Lorsque la ligne qui réunit les centres de gravité des différentes sections est située dans le même plan que la résultante des forces extérieures, cette ligne n'éprouve, par l'effet de la flexion, qu'un allongement nul, ou tout au moins négligeable; elle est simplement courbée et le rayon de courbure ρ est donné par la formule

$$\rho = \frac{EI}{M} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

La courbe correspondante s'appelle *ligne élastique* et son équation rentre dans l'expression générale :

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M}{EI} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

Dans la table suivante, on a réuni, pour une tige prismatique soumise à une force fléchissante, agissant dans diverses conditions, les valeurs ci-après :

Le moment M de la force pour le point x,

La charge de flexion P, calculée par la formule (5),

Les coordonnées x et y de la ligne élastique,

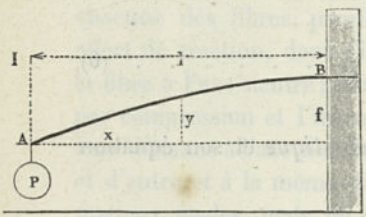
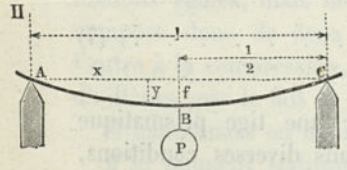
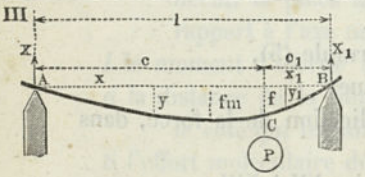
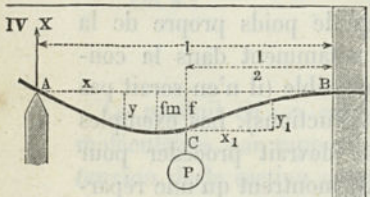
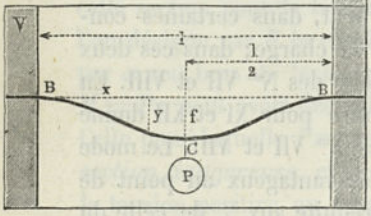
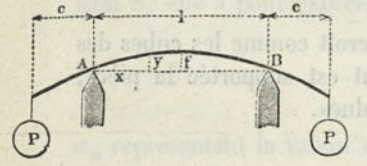
La valeur f de l'abscisse y au point d'application de la force, dans les exemples I à VI,

Enfin, la flèche maxima f, dans les exemples VII à XIII.

Dans tous les cas examinés, on a négligé le poids propre de la pièce, ce qui, dans nombre d'applications, notamment dans la construction des machines, est parfaitement admissible (il n'en serait pas de même pour les ponts ou les grandes constructions). Les exemples VII à X indiquent, d'ailleurs, comment on devrait procéder pour tenir compte de ce poids. — Les N°s XI et XII montrent qu'une répartition inégale de la charge sur une poutre peut, dans certaines conditions, augmenter notablement la limite de charge; dans ces deux cas, elle se trouve être une fois et demie celle des N°s VII et VIII. En même temps, la répartition de charge admise pour XI et XII donne lieu à des flèches plus faibles que celles des N°s VII et VIII. Le mode de répartition du N° XIII est, par contre, désavantageux au point de vue de la limite de charge, qui se trouve réduite aux $^3/_4$ de celle du N° VIII; en outre, la flèche est plus grande.

Il convient de remarquer que la flèche f croît comme les cubes des longueurs et que, suivant la manière dont est supportée la pièce, cette flèche varie entre des limites très étendues.

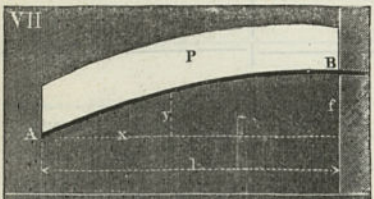
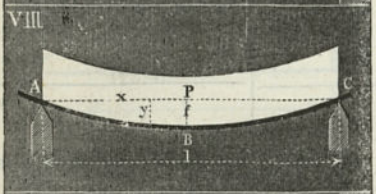
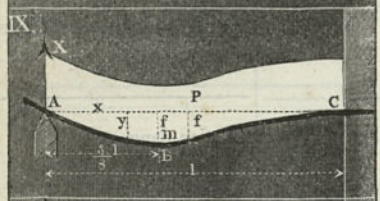
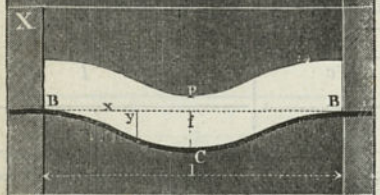
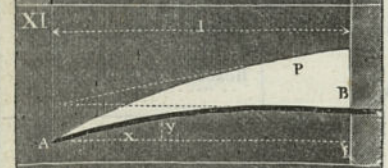
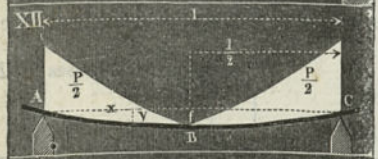
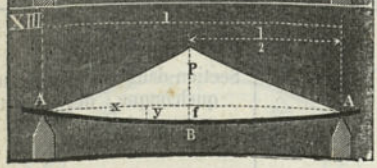
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

MODE D'APPLICATION DE LA CHARGE.	MOMENT FLÉCHISSANT M.	CHARGE P.
I 	$M = Px$	$P = \frac{SI}{la}$
II 	$M = \frac{Px}{2}$	$P = 4\frac{SI}{al}$
III 	Pour $AC : M = \frac{Pc_1x}{l}$ Pour $BC : M = \frac{Pcx_1}{l}$	$P = \frac{l}{cc_1}\frac{SI}{a}$
IV 	Pour $AC : M = \frac{5}{16}Px$ Pour BC : $M = Pl\left(\frac{5}{32} - \frac{11}{16}\frac{x_1}{l}\right)$	$P = \frac{16}{3}\frac{SI}{la}$
V 	$M = \frac{Pl}{2}\left(\frac{x}{l} - \frac{1}{4}\right)$	$P = 8\frac{SI}{la}$
VI 	Pour $AB : M = Pc$	$P = \frac{SI}{ca}$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

ÉQUATION DE LA LIGNE ÉLASTIQUE.	FLÈCHE f.	OBSERVATIONS.
$y=\frac{P}{EI}\frac{l^3}{2}\left[\frac{x}{l}-\frac{1}{3}\frac{x^3}{l^3}\right]$	$f=\frac{P}{EI}\frac{l^3}{3}$	Une des extrémités libre. Section dangereuse en B.
$y=\frac{P}{EI}\frac{l^3}{16}\left[\frac{x}{l}-\frac{4}{3}\frac{x^3}{l^3}\right]$	$f=\frac{P}{EI}\frac{l^3}{48}$	Pièce à deux appuis simples Section dangereuse au milieu.
$y=\frac{P}{EI}\frac{c^2c_1^2}{6l}\left[2\frac{x}{c}+\frac{x}{c_1}-\frac{x^3}{c^2c_1}\right]$ $y_1=\frac{P}{EI}\frac{c_1^2c^2}{6l}\left[2\frac{x_1}{c_1}+\frac{x_1}{c}-\frac{x_1^3}{c_1^2c}\right]$	$f=\frac{P}{EI}\frac{l^3}{3}\frac{c^2}{l^2}\frac{c_1^2}{l^2}$ maximum de f pour $x=c\sqrt{\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\frac{c_1}{c}}$	Section dangereuse en C. Réaction $X=P\frac{c_1}{l}$ » $X_1=P\frac{c}{l}$
$y=\frac{P}{EI}\frac{l^3}{32}\left[\frac{x}{l}-\frac{5}{3}\frac{x^3}{l^3}\right]$ $y_1=\frac{P}{EI}\frac{l^3}{32}\left[\frac{1}{4}\frac{x_1}{l}+\frac{5}{2}\frac{x_1^2}{l^2}-\frac{11}{3}\frac{x_1^3}{l^3}\right]$	$l=\frac{P}{EI}\frac{7l^3}{768}$ $f_{max}=\sqrt{\frac{1}{5}}\frac{Pl^3}{48EI}$ pour $x=l\sqrt{\frac{1}{5}}$	Pièce encastrée à une de ses extrémités et supportée librement à l'autre. Section dangereuse en B. Réaction $X=\frac{5}{16}P$.
$y=\frac{P}{EI}\frac{l^3}{16}\left[\frac{x^2}{l^2}-\frac{4}{3}\frac{x^3}{l^3}\right]$	$f=\frac{P}{EI}\frac{l^3}{192}$	Pièce doublement encastrée. Sections dangereuses en B et C.
$y=f-\rho+\sqrt{\rho^2-x^2+l\left(x-\frac{l}{4}\right)}$ où $\rho=\frac{EI}{Pc}$	$f=\frac{P}{EI}\frac{l^3}{8}\frac{c}{l}$	Section dangereuse en l'un quelconque des points entre A et B

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

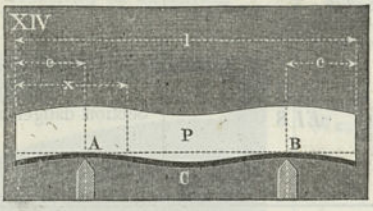
MODE D'APPLICATION DE LA CHARGE	MOMENT FLÉCHISSANT M.	CHARGE P.
VII 	$M = \frac{Px}{2}\frac{x}{l}$	$P = 2\frac{SI}{la}$
VIII 	$M = \frac{Px}{2}\left(1 - \frac{x}{l}\right)$	$P = 8\frac{SI}{la}$
IX 	$M = \frac{Px}{2}\left(\frac{5}{4} - \frac{x}{l}\right)$	$P = 8\frac{SI}{la}$
X 	$M = \frac{Pl}{2}\left(\frac{1}{6} - \frac{x}{l} + \frac{x^2}{l^2}\right)$	$P = 12\frac{SI}{la}$
XI 	$M = \frac{Px}{3}\frac{x^2}{l^2}$	$P = 3\frac{SI}{la}$
XII 	$M = Px\left(\frac{1}{2} - \frac{x}{l} + \frac{2x^2}{3l^2}\right)$	$P = 12\frac{SI}{la}$
XIII 	$M = Px\left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3}\frac{x^2}{l^2}\right)$	$P = 6\frac{SI}{la}$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

ÉQUATION DE LA LIGNE ÉLASTIQUE.	FLÈCHE f.	OBSERVATIONS.
$y=\frac{P}{EI}\frac{l^3}{6}\left[\frac{x}{l}-\frac{1}{4}\frac{x^4}{l^4}\right]$	$f=\frac{P}{EI}\frac{l^3}{8}$	Une des extrémités libre. Section dangereuse en B.
$y=\frac{P}{EI}\frac{l^3}{24}\left[\frac{x}{l}-2\frac{x^3}{l^3}+\frac{x^4}{l^4}\right]$	$f=\frac{P}{EI}\frac{5l^3}{384}$	Pièce à deux appuis simples Section dangereuse au milieu.
$y=\frac{P}{EI}\frac{l^3}{48}\left[\frac{x}{l}-3\frac{x^3}{l^3}+2\frac{x^4}{l^4}\right]$	$f=\frac{P}{EI}\frac{l^3}{192}$	Section dangereuse en C. Flèche maximum pour $x=\frac{l}{16}(1+\sqrt{33})$ Réaction $X={}^5/_8\,P$. Point d'inflexion en $x={}^3/_4\,l$.
$y=\frac{P}{EI}\frac{l^3}{24}\left[\frac{x^2}{l^2}-2\frac{x^3}{l^3}+\frac{x^4}{l^4}\right]$	$f=\frac{P}{EI}\frac{l^3}{384}$	Section dangereuse en B. Point d'inflexion pour $x=\frac{l}{2}\left(1-\sqrt{\frac{1}{5}}\right)$
$y=\frac{P}{EI}\frac{l^3}{12}\left[\frac{x}{l}-\frac{1}{5}\frac{x^5}{l^5}\right]$	$f=\frac{P}{EI}\frac{l^3}{15}$	Une des extrémités libre. Section dangereuse en B.
$y=\frac{P}{EI}\frac{l^3}{12}\left[\frac{3}{8}\frac{x}{l}-\frac{x^3}{l^3}+\frac{x^4}{l^4}-\frac{2}{5}\frac{x^5}{l^5}\right]$	$f=\frac{P}{EI}\frac{5l^3}{320}$	Section dangereuse au milieu.
$y=\frac{P}{EI}\frac{l^3}{12}\left[\frac{5}{8}\frac{x}{l}-\frac{x^3}{l^3}+\frac{2}{5}\frac{x^5}{l^5}\right]$	$f=\frac{P}{EI}\frac{l^3}{60}$	Section dangereuse au milieu.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

XIV. Étant donnée une tige reposant sur deux appuis symétriquement placés et soumise à une charge P uniformément répartie, on a, pour le moment fléchissant :



$$M = \frac{Px}{2}\left(\frac{x}{l} - 1 + \frac{c}{x}\right).$$

La limite de charge de la pièce varie avec la position des appuis et, par suite, avec le rapport de c à l; elle devient un maximum lorsque

$$c = l\left(\sqrt{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}\right) = 0{,}207\ l.$$

Elle est alors approximativement :

$$P = 47\,\frac{EI}{la},$$

c'est-à-dire presque 6 fois plus grande que dans le cas N° VIII ; ce mode d'appuis est donc très favorable. Les sections dangereuses correspondent aux points A, B et C.

§ 7.

Table de sections.

La valeur du terme $I : a$ dans l'équation (4) dépend simplement des dimensions de la section de la pièce ; nous désignerons ce rapport sous le nom de *module de section*. Les tableaux ci-après contiennent, pour une série de formes de sections, les valeurs

Du moment d'inertie I par rapport à l'axe neutre, lequel est figuré en pointillé sur le dessin ;

De l'écartement maximum a des fibres sur le côté comprimé et sur le côté allongé, ou des écartements a' et a'' pour chacun des côtés, quand a' et a'' sont différents, c'est-à-dire quand la section n'est pas symétrique par rapport à deux axes ;

Du module de section $Z = I : a$, pour lequel on a encore deux valeurs, quand a' et a'' sont différents ;

De la surface F de la section, surface qui est nécessaire pour calculer le poids des pièces.

Lorsque la colonne qui donne a porte l'indication « à déterminer par expérience ou par un tracé », c'est que les expressions analytiques

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

sont trop complexes pour pouvoir être utilisées dans la pratique. Dans ce cas, on découpe un modèle en carton de la section considérée et on détermine le centre de gravité par expérience ou par les méthodes de la graphostatique (V. § 46).

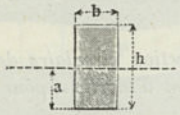
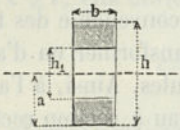
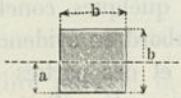
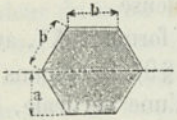
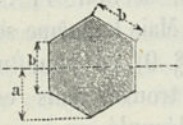
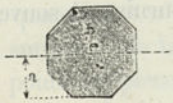
L'usage de la table des sections se comprendra, d'ailleurs, sans peine par l'exemple suivant :

Exemple. *On cherche le moment d'inertie d'une section circulaire de* 104^{mm} *de diamètre. D'après le N° XX de la table, ce moment d'inertie a pour valeur* $I = \pi/64 \cdot 104^4$, *soit* 5742500.

En divisant et en combinant d'une manière convenable des figures de sections données, on peut arriver à les transformer en d'autres, auxquelles s'appliqueront directement les formules. Ainsi, à l'aide de la section VIII, on trouvera la formule d'un tuyau à section rectangulaire; avec la section XI, celle d'une pièce en E, et ainsi de suite. — Il n'est pas d'ailleurs inutile de signaler ici quelques conclusions générales que fournit notre table. Elle met d'abord en évidence l'influence considérable de la hauteur des sections et des parties de ces sections situées à une grande distance de l'axe neutre. C'est ce qui explique les avantages des *nervures de renforcement*, qu'on emploie si fréquemment, surtout dans les pièces en fonte. Dans les pièces exposées à la flexion, ces nervures exercent, en effet, une double action, l'une directe, qui tient à l'excédent de matière qu'elles introduisent, l'autre plus importante, qui consiste en ce qu'elles éloignent de la masse principale les couches neutres des autres parties. Un exemple fera ressortir plus nettement cette propriété précieuse.

Supposons que l'on donne une section de la forme N° XV, avec les relations $b = 8b_1$, $h = 12b_1$, $h_1 = 11b_1$ (Fig. 1, § 9). Imaginons maintenant cette section divisée en deux parties, l'une verticale, l'autre horizontale, et supposons qu'on considère isolément chacune de ces parties. Elles auront alors pour modules de section $11^2 . b_1^3 : 6 = 121 . b_1^3 : 6$ et $8b_1^3 : 6$, soit au total $21{,}5b_1^3$. Mais la même section, considérée comme formant un seul tout (§ 9), a pour module $Z = 34{,}8b_1^3$; autrement dit, sa résistance se trouve, dans ce cas, augmentée de moitié, et la nervure verticale a décuplé, ou à peu près, la résistance qu'aurait présentée la partie horizontale, si on l'avait considérée isolément. D'autres types de profils fournissent souvent des résultats encore plus avantageux.

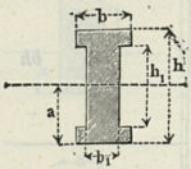
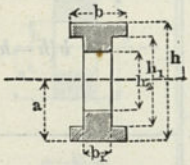
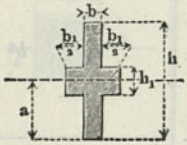
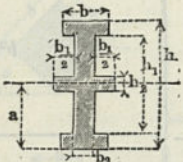
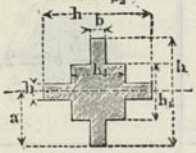
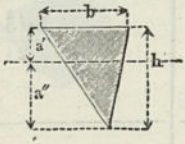
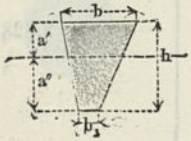
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

N°.	SECTION.	MOMENT D'INERTIE I.
I.		$\frac{bh^3}{12}$
II.		$\frac{b(h^3-h_1^3)}{12}$
III.		$\frac{b^4}{12}$
IV.		$\frac{b^4}{12}$
V.		$\frac{5\sqrt{5}}{16}b^4 = 0{,}5413\,b^4$
VI.		$\frac{5\sqrt{3}}{16}b^4$
VII.		$\frac{1+2\sqrt{2}}{6}b^4 = 0{,}638\,b^4$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

DISTANCE a.	MODULE DE SECTION Z.	SURFACE F.
$\frac{h}{2}$	$\frac{bh^2}{6}$	bh
$\frac{h}{2}$	$\frac{b(h^3-h_1^3)}{6h}$	$b(h-h_1)$
$\frac{b}{2}$	$\frac{b^3}{6}$	b^2
$\frac{b}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{2}}{12}b^3=0{,}118\,b^3$	b^2
$b\sqrt{\frac{3}{4}}=0{,}866\,b$	$5/8\,b^3$	$\frac{3\sqrt{3}}{2}b^2=2{,}598\,b^2$
b	$\frac{5\sqrt{3}}{16}b^3$	$\frac{3\sqrt{3}}{2}b^2$
$0{,}924\,b$	$0{,}677\,b^3$	$2{,}828\,b^2$

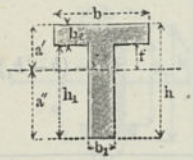
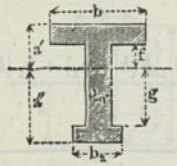
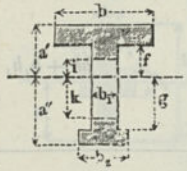
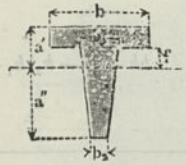
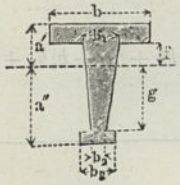
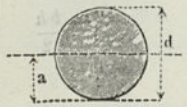
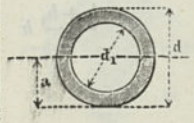
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

N°.	SECTION.	MOMENT D'INERTIE I.
VIII.		$\frac{bh^3-(b-b_1)h_1^3}{12}$
IX.		$\frac{b(h^3-h_1^3)+b_1(h_1^3-h_2^3)}{12}$
X.		$\frac{bh^3+b_1h_1^3}{12}$
XI.		$\frac{bh^3-(b-b_2)h_1^3+b_1h_2^3}{12}$
XII.		$\frac{bh^3+(h_1-b)h_1^3+(h-h_1)b^3}{12}$
XIII.		$\frac{bh^3}{36}$
XIV.		$\frac{b^2+4bb_1+b_1^2}{36\,(b+b_1)}\,h^3$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

DISTANCE a.	MODULE DE SECTION Z.	SURFACE F.
$\frac{h}{2}$	$\frac{bh^3-(b-b_1)h_1^3}{6h}$	$bh-(b-b_1)h_1$
$\frac{h}{2}$	$\frac{b(h^3-h_1^3)+b_1(h_1^3-h_2^3)}{6h}$	$b(h-h_1)+b_1(h_1-h_2)$
$\frac{h}{2}$	$\frac{bh^3+b_1h_1^3}{6h}$	$bh+b_1h_1$
$\frac{h}{2}$	$\frac{bh^3-(b-b_2)h_1^3+b_1h_2^3}{6h}$	$bh-(b-b_2)h_1+b_1h_2$
$\frac{h}{2}$	$\frac{bh^3+(h_1-b)h_1^3+(h-h_1)b^3}{6h}$	$bh+(h_1-b)h_1+(h-h_1)b$
$a'=\frac{h}{3}$ $a''=\frac{2}{3}h$	$Z'=\frac{bh^2}{12}$ $Z''=\frac{bh^2}{18}$	$\frac{bh}{2}$
$a'=\frac{b+2b_1}{b+b_1}\frac{h}{3}$ $a''=\frac{2b+b_1}{b+b_1}\frac{h}{3}$	$Z'=\frac{b^2+4bb_1+b_1^2}{12(b+2b_1)}h^2$ $Z''=\frac{b^2+4bb_1+b_1^2}{12(2b+b_1)}h^2$	$\frac{b+b_1}{2}h$

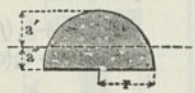
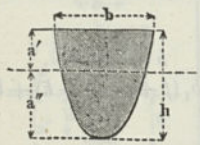
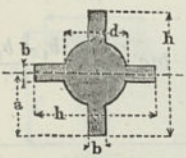
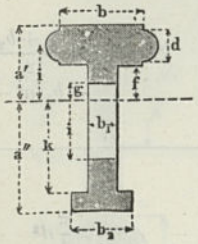
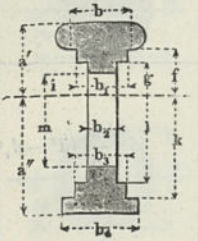
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

N°.	SECTION.	MOMENT D'INERTIE I.
XV.		$\frac{1}{3}\left[b(a'^3-f^3)+b_1(f^3+a''^3)\right]$
XVI.		$\frac{1}{3}\left[b(a'^3-f^3)+b_1(f^3+g^3)+b_2(a''^3-g^3)\right]$
XVII.		$\frac{1}{3}\left[b(a'^3-f^3)+b_1(f^3+g^3-i^3-k^3)+b_2(a''^3-g^3)\right]$
XVIII.		$\frac{1}{3}\left[\frac{b_1-b_2}{4(f+a'')}(a''^4-f^4)+b(a'^3-f^3)+b_2(f^3+a''^3)\right]$
XIX.		$\frac{1}{3}\left[\frac{b_1-b_2}{4(f+g)}(g^4-f^4)+b(a'^3-f^3)+b_2(f^3+g^3)+b_3(a''^3-g^3)\right]$
XX.		$\frac{\pi}{64}d^4=0{,}0491\,d^4$
XXI.		$\frac{\pi}{64}(d^4-d_1^4)=0{,}0491\,(d^4-d_1^4)$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

DISTANCE a.	MODULE DE SECTION Z.	SURFACE F.
$a'=\frac{bh_2^2+b_1h_1(h+h_2)}{2[bh-(b-b_1)h_1]}$ $a''=h-a'$	$Z'=\frac{I}{a'}$ $Z''=\frac{I}{a''}$	$b_1h_1+bh_2$
A déterminer par expérience ou graphiquement.	$Z'=\frac{I}{a'}$ $Z''=\frac{I}{a''}$	$b(a-f)+b_1(f+g)$ $+b_2(a''-g)$
A déterminer par expérience ou graphiquement.	$Z'=\frac{I}{a'}$ $Z''=\frac{I}{a''}$	$b(a'-f)+$ $b_1(f+g-i-k)+b_2(a''-g)$
A déterminer par expérience ou graphiquement	$Z'=\frac{I}{a'}$ $Z''=\frac{I}{a''}$	$b(a'-f)+\frac{b_1+b_2}{2}(f+a'')$
A déterminer par expérience ou graphiquement.	$Z'=\frac{I}{a'}$ $Z''=\frac{I}{a''}$	$b(a'-f)+\frac{b_1+b_2}{2}(f+g)$ $+b_3(a''-g)$
$\frac{d}{2}$	$\frac{\pi}{32}d^3$	$\frac{\pi}{4}d^2$
$\frac{d}{2}$	$\frac{\pi}{32}\frac{d^4-d_1^4}{d}$	$\frac{\pi}{4}(d^2-d_1^2)$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

N°.	SECTION.	MOMENT D'INERTIE I.
XXII.		$\frac{\pi}{64} bh^3$
XXIII.		$0{,}110\, r^4$
XXIV.		(Segment parabolique) $\frac{8}{175} bh^3 = 0{,}0457\, bh^3$
XXV.		$\frac{1}{12}\left[\frac{3\pi}{16} d^4 + b(h^3 - d^3) + b^3(h - d)\right]$
XXVI.		$\frac{1}{3}\left[b(a'^3 - f^3) + b_1(f^3 - g^3 + k^3 - l^3) + b_2(a''^3 - k^3)\right]$ $+ \frac{\pi}{64}(d^4 + 16 d^2 i^2)$
XXVII.		$\frac{1}{3}\left[b(a'^3 - f^3) + b_1(f^3 - g^3) + b_2(g^3 - i^3 + l^3 - m^3) + b_3(k^3 - l^3) + b_4(a''^3 - k^3)\right]$ $+ \frac{\pi}{64}\left[(a' - f)^4 + 8(a' + f)(a' - f)^2\right]$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

DISTANCE a.	MODULE DE SECTION Z.	SURFACE F.
$\frac{h}{2}$	$\frac{\pi}{32} bh^2$	$\frac{bh\pi}{4}$
$a' = 0{,}5755\,r$ $a'' = 0{,}4244\,r$	$Z' = 0{,}19\,r^3$ $Z'' = 0{,}26\,r^3$	$\frac{r^2\pi}{2}$
$a' = {}^2/_5 h$ $a'' = {}^3/_5 h$	$Z' = \frac{4}{35} bh^2 = 0{,}114\,bh^2$ $Z'' = \frac{8}{105} bh^2 = 0{,}076\,bh^2$	${}^2/_3 bh$
$\frac{h}{2}$	$\frac{1}{bh}\left(0{,}589\,d^4 + b(h^3 - d^3) + b^3(h-d)\right)$	$\frac{\pi}{4} d^2 + 2b(h-d)$
A déterminer par expérience ou graphiquement.	$Z' = \frac{I}{a'}$ $Z'' = \frac{I}{a''}$	$b(a'-f) + b_1(f-g+k-l)$ $+ b_2(a''-k) + \frac{\pi}{4} d^2$
A déterminer par expérience ou graphiquement.	$Z' = \frac{I}{a'}$ $Z'' = \frac{I}{a''}$	$b(a-f) + b_1(f-g)$ $+ b_2(g-i+l-m)$ $+ b_3(k-l) + b_4(a-k)$ $+ \frac{\pi}{4}(a'-f)^2$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 8.

Valeur de la tension.

Dans une pièce soumise à la flexion, la limite d'élasticité, soit à l'extension, soit à la compression, est atteinte lorsque la tension développée S devient égale à T ou à T_1. Il importe donc que cette limite ne soit dépassée sur aucun des deux côtés de la section. Pour les sections qui présentent deux axes de symétrie, cette condition se trouve remplie, en prenant, pour S, la plus petite des deux valeurs T ou T_1, divisée par le coefficient de sécurité; ainsi, pour la fonte, on devra toujours prendre T, c'est-à-dire le coefficient de charge à l'extension.

Au contraire, pour les sections où $a' \gtrless a''$, on commencera par chercher quel est le côté de la section qui travaille par extension, et quel est celui qui travaille par compression. Si alors

a est l'écartement maximum des fibres sur le côté soumis à l'extension, a_1 sur la partie soumise à la compression.

T et T_1 les coefficients de charge à l'extension et à la compression,

M le moment fléchissant,

m le coefficient de sécurité, qui, suivant les cas, sera 2, 3 ou 4,

On aura :

pour $\frac{a}{a_1} > \frac{T}{T_1}$	$M = \frac{T}{m}\frac{I}{a}$
pour $\frac{a}{a_1} < \frac{T}{T_1}$	$M = \frac{T_1}{m}\frac{I}{a_1}$
pour $\frac{a}{a_1} = \frac{T}{T_1}$	$M = \frac{T}{m}\frac{I}{a}$ ou $\frac{T_1}{m}\frac{I}{a_1}$

Exemple. *Pour la fonte, on a* $T : T_1 = {}^1/_2$; *d'un autre côté, dans la section parabolique du N° XXIV, la corde se trouve placée sur le côté soumis à l'extension et l'on a :* $a = {}^2/_5\, h$, $a_1 = {}^3/_5\, h$, $a : a_1 = {}^2/_3$; *d'où* $(a : a_1) > (T : T_1)$: *par suite, on devra prendre pour S la valeur* $T : m$ *ou* $7{,}5 : m$, *d'où* $M = 7{,}5 \,.\, 4 \,.\, bh^2 : (m \,.\, 35)$. *— Pour le fer forgé, où* $T = T_1$, *une pareille recherche n'est pas nécessaire. La fonte est, d'ailleurs, à peu près le seul corps pour lequel, dans l'état actuel de nos connaissances, on ait à tenir compte des valeurs différentes des deux modules de charge.*

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 9.

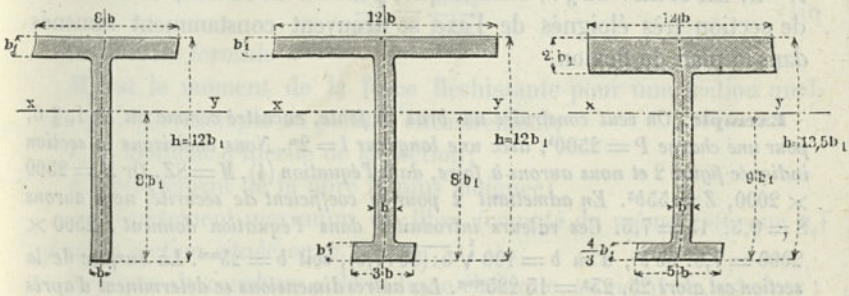
Sections d'égale résistance.

Dans les pièces destinées à travailler par flexion, comme les poutres, il convient, pour assurer la meilleure utilisation de la matière, de la répartir aussi loin que possible de l'axe neutre, tout en conservant entre les diverses parties de la section des liaisons suffisantes. Il est avantageux, en outre, de choisir des formes de sections telles que, pour une charge poussée suffisamment loin, les parties comprimées et les parties allongées arrivent à travailler, en même temps, à leur limite d'élasticité. On doit, pour cela, prendre :

$$\frac{a}{a_1} = \frac{T}{T_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

Les sections dans lesquelles ce rapport est observé prennent le nom de *Sections d'égale résistance*. Pour le fer forgé, les sections à deux axes de symétrie sont les plus avantageuses, puisque $T = T_1$. Pour la fonte, et dans l'hypothèse où la force fléchissante conserve une direction constante, les sections les plus favorables sont celles pour lesquelles $a_1 = 2a$, puisqu'ici on a : $T_1 = 2T$. C'est en partant de cette relation qu'on a tracé les sections suivantes, dans lesquelles b et b_1 peuvent avoir, entre eux, un rapport arbitraire (Fig. 1, 2, 3).

Fig. 1. Fig. 2. Fig. 3.



On a pour ces sections, si $b_1 = b$:

$I =$	$278\ b^4$	$440\ b^4$	$932\ b^4$
$Z =$	$34{,}8\ b^3$	$55\ b^3$	$102{,}4\ b^3$
$F =$	$19\ b^2$	$25\ b^2$	$40{,}8\ b^2$
$\varphi =$	1	0,97	1,04

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Le côté soumis à l'extension est celui qui est le plus rapproché de l'axe neutre ; comme module de section, on a alors la valeur $I : a_1$, de telle sorte que l'on doit prendre pour S le rapport $T_1 : m$. Dans ce cas, F désigne encore la surface de la section, φ l'emploi proportionnel de matière, en prenant pour unité celui qui correspond à la figure 1.

La valeur de φ est donnée, d'une manière générale, par l'expression :

$$\varphi = \frac{\beta_1}{\beta}\left(\frac{\alpha}{\alpha_1}\right)^{2/3}\left(\frac{S}{S_1}\right)^{2/3} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

Dans cette formule, les lettres affectées d'un indice se rapportent à la section à étudier, les lettres sans indice à la section connue, prise comme unité de dépense de matière ; on doit poser, en outre, $F = \beta b^2$, $Z = \alpha b^3$ et $S = S_1$; S et S_1 n'ont de valeurs différentes que si le rapport $a : a_1$ n'est pas le même dans les deux sections. La relation (8) prouve, d'ailleurs, que de petites variations dans ce rapport n'ont qu'une influence très faible.

Si la force fléchissante agit alternativement dans des directions opposées, les sections à deux axes de symétrie sont, même pour la fonte, les plus avantageuses et l'on doit prendre constamment, comme valeur limite de S, le plus petit des modules de charge. Si la direction de la force change d'une manière continue, de telle sorte que l'axe neutre tourne en passant par le centre de gravité de la section (arbres de transmission), la section annulaire est la plus avantageuse, mais on peut aussi adopter les sections en croix ou étoilées, comme celles des N^os^ X, XII et XXV du § 7, attendu que, pendant la rotation, des éléments de section très éloignés de l'axe se trouvent constamment ramenés dans le plan de flexion.

Exemple. *On veut construire un bras en fonte, encastré comme au N° I, § 6, pour une charge* $P = 2500^k$, *avec une longueur* $l = 2^m$. *Nous choisirons la section indiquée figure 2 et nous aurons à faire, dans l'équation* (4), $M = SZ$. *Or* $M = 2500 \times 2000$, $Z = 55b^3$. *En admettant 2 pour le coefficient de sécurité, nous aurons* $S = 0{,}5.\ 15 = 7{,}5$. *Ces valeurs introduites dans l'équation donnent :* $2500 \times 2000 = 7{,}5.\ 55\, b^3$, *d'où* $b = 100\sqrt[3]{5 : (55 . 7{,}5)}$, *soit* $b = 23^{mm}$. *La surface de la section est alors* $25,\ 23^2 = 13\ 225^{mmq}$. *Les autres dimensions se déterminent d'après les nombres proportionnels inscrits sur la figure 2.*

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 10.

Solides d'égale résistance à la flexion.

On obtient un solide d'égale résistance à la flexion, en choisissant les sections successives, de telle sorte que le maximum de tension, soit sur le côté comprimé, soit sur le côté allongé, ait partout la même valeur. En vertu de la formule (4), l'équation qui exprimera la forme du corps sera :

$$\frac{Ma}{I} = Const. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

Les formes de solides d'égale résistance à la flexion, et surtout les formes approchées, trouvent, dans la construction des machines, de nombreuses applications. Les considérations du § 4 s'appliquent, d'ailleurs, d'une manière complète, au cas actuel. Nous reproduisons ci-après une série de ces profils.

La flexion qu'éprouve un solide d'égale résistance, sous l'action d'une charge extérieure, est nécessairement plus grande qu'elle ne l'est pour des solides prismatiques, avec le même mode d'application de la force. Ainsi, en comparant les valeurs des flèches qui se trouvent inscrites dans le tableau ci-après, on voit que la flèche est, dans le N° I, deux fois, dans le N° V, une fois et demie ce qu'elle serait pour une tige prismatique, chargée dans les mêmes conditions. En général, lorsque l'axe d'un solide, avant l'application de la charge, forme une ligne droite, la ligne élastique a pour équation :

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M_0 a_0}{I_0 E a_x} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

Dans cette formule

M_0 est le moment de la force fléchissante pour une section quelconque, par exemple au point d'encastrement;

I_0 le moment d'inertie de la section;

a_0 l'écartement de la fibre la plus éloignée;

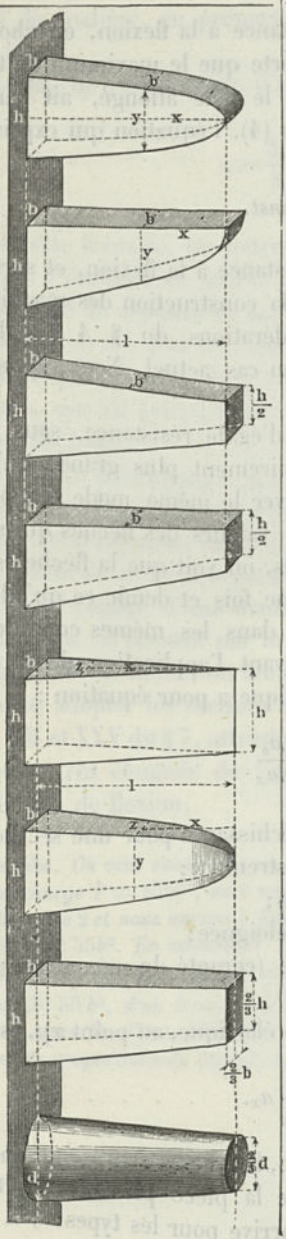
a_x l'écartement maximum de fibre (compté du même côté que a_0) pour la section située en x.

Le rayon de courbure ρ de la ligne élastique, au point xy, est alors :

$$\rho = \frac{EI_0}{M_0 a_0} a_x. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

Cette valeur est constante et, par suite, la courbe représente un cercle, lorsque $a_x = a_0$, c'est-à-dire lorsque la pièce présente, en tous ses points, la même hauteur, comme il arrive pour les types V, X et XIV.

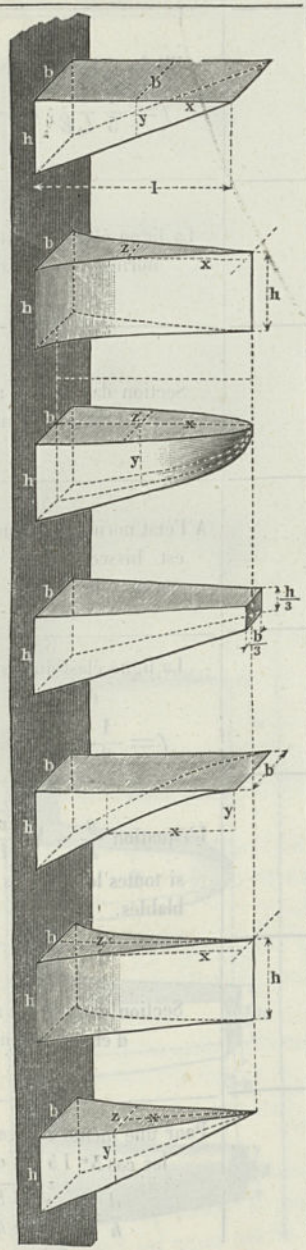
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

N°.	FORME.	MODE D'APPLICATION DE LA FORCE.	ÉQUATION.
I.		La charge P agit à l'extrémité libre, cas N° I, § 6.	Pour la section rectangulaire : $\frac{zy^2}{bh^2}=\frac{x}{l}$, Cas I et II, $z=b$, $\frac{y}{h}=\sqrt{\frac{x}{l}}$. Prisme arrondi paraboliquement.
II.			
III.			Approximation de la forme I. Prisme tronqué.
IV			Approximation de la forme II. Prisme tronqué.
V.			$y=h$, $\frac{z}{b}=\frac{x}{l}$. Prisme droit.
VI			$\frac{z}{y}=\frac{b}{h}$; $\frac{y}{h}=\sqrt[3]{\frac{x}{l}}$. Pyramide à sommet arrondi par une parabole cubique.
VII.			Approximation de la forme VI. Pyramide à sommet abattu.
VIII			Tronc de cône droit, forme approchée de la forme rigoureuse donnée par l'équation : $\frac{y}{h}=\sqrt[3]{\frac{x}{l}}$.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

CHARGE.	VOLUME DU CORPS.	OBSERVATIONS.
$P=\frac{Sbh^2}{6l}$	$\frac{2}{3}bhl$	Flèche à l'extrémité libre : $f=\frac{2}{3}\frac{Pl^3}{I_0E}$; $I_0=\frac{bh^3}{12}$.
$P=\frac{Sbh^2}{6l}$	$\frac{2}{5}bhl$	La ligne élastique est, à l'état normal, une parabole.
$P=\frac{Sbh^2}{6l}$	$\frac{3}{4}bhl$	Section dangereuse au point d'encastrement.
$P=\frac{Sbh^2}{6l}$	$\frac{3}{4}bhl$	A l'état normal, la ligne élastique est bissectrice de l'angle au sommet du prisme.
$P=\frac{Sbh^2}{6l}$	$\frac{1}{2}bhl$	La ligne élastique est un arc de cercle. $f=\frac{1}{2}\frac{Pl^3}{I_0E}$; $I_0=\frac{bh^3}{12}$.
$P=\frac{Sbh^2}{6l}$	$\frac{3}{5}bhl$	L'équation $\frac{y}{h}=\sqrt[3]{\frac{x}{l}}$ s'applique si toutes les sections sont semblables.
$P=\frac{Sbh^2}{6l}$	$\frac{19}{27}bhl$	Section dangereuse au point d'encastrement.
$P=\frac{S\pi}{32}\frac{d^3}{l}$	$\frac{19}{108}\pi ld^2$	Pour une même charge que dans les cas N^{os} I à VII on a : $\frac{d}{h}=\sqrt[3]{\frac{16}{3\pi}\frac{b}{h}}$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

N°.	FORME.	MODE D'APPLICATION DE LA FORCE.	ÉQUATION.
IX.		Charge *P* uniformément répartie. Cas VII, § 6.	Pour les sections rectangulaires, d'une manière générale ; $\frac{zy^2}{bh^2}=\frac{x^2}{l^2}$; $z=b$; $\frac{y}{h}=\frac{x}{l}$. Coin.
X.			$y=h$; $\frac{x}{l}=\sqrt{\frac{z}{b}}$. Coin à angle vif formé par des paraboles.
XI.			$\frac{z}{y}=\frac{b}{h}$; $\frac{y}{h}=\sqrt[3]{\frac{x^2}{l^2}}$ Pyramide arrondie suivant des paraboles semi-cubiques.
XII.			Approximation de la forme XI Tronc de Pyramide.
XIII.		Charge *P* uniformément décroissante. Cas XI, § 6.	Pour les sections rectangulaires, d'une manière générale ; $\frac{zy^2}{bh^2}=\frac{x^3}{l^3}$; $z=b$; $\frac{x}{l}=\sqrt[3]{\frac{y^2}{h^2}}$. Coin à angle vif suivant une parabole semi-cubique.
XIV.			$y=h$; $\frac{x}{l}=\sqrt[3]{\frac{z}{b}}$. Coin à angle vif formé par des paraboles cubiques.
XV.			$\frac{z}{y}=\frac{b}{h}$; $\frac{y}{h}=\frac{x}{l}$. Pyramide.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

CHARGE.	VOLUME DU CORPS.	OBSERVATIONS.
$P=\frac{Sbh^2}{3l}$	$\frac{1}{2}\ bhl$	Type admissible en abattant l'angle vif.
$P=\frac{Sbh^2}{3l}$	$\frac{1}{3}\ bhl$	La ligne élastique est un arc de cercle. $f=\frac{1}{4}\frac{Pl^3}{I_0E}; I_0=\frac{bh^3}{12}$
$P=\frac{Sbh^2}{3l}$	$\frac{3}{7}\ bhl$	Type avantageux pour les consoles en pierre.
$P=\frac{Sbh^2}{3l}$	$\frac{13}{27}\ bhl$	Section dangereuse au point d'encastrement.
$P=\frac{Sbh^2}{2l}$	$\frac{2}{5}\ bhl$	Type architectural satisfaisant.
$P=\frac{Sbh^2}{2l}$	$\frac{1}{4}\ bhl$	La ligne élastique est un arc de cercle. $f=\frac{1}{6}\frac{Pl^3}{I_0E}; I_0=\frac{bh^3}{12}.$
$P=\frac{Sbh^2}{2l}$	$\frac{1}{3}\ bhl$	Forme extrêmement simple.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Les types que nous venons de reproduire sont les plus simples de ceux qui peuvent se présenter ; il serait facile d'en augmenter le nombre à l'infini, en se donnant, par exemple, une loi de variation plus complexe des dimensions en hauteur ou en largeur. Ainsi, dans le type N° 1, si l'on suppose que la base soit parabolique, c'est-à-dire que $\frac{z}{b}=\sqrt{\frac{x}{l}}$, on a $\frac{y}{h}=\sqrt[4]{\frac{x}{l}}$ (parabole bi-carrée), etc. On trouvera des exemples de formes correspondant à des sections plus complexes dans l'étude des essieux (chap. VII). Les ressorts de flexion, dont il sera question plus loin, répondent également à des formes toutes spéciales, qui tiennent à ce que l'axe neutre, dans sa position primitive, n'est pas une ligne droite.

§ 11.

Résistance au glissement dans la couche neutre.

Dans une pièce travaillant par flexion, l'une des parties de la section n'éprouve que des efforts de traction, tandis que l'autre n'est soumise qu'à des efforts de compression. La couche neutre qui les sépare est donc forcément soumise à un effort de glissement et, dès lors, il convient de ne pas descendre, pour la largeur à lui donner, au-dessous d'une certaine limite. Cette limite est, à la vérité, très éloignée, mais il importe néanmoins de la connaître. Si l'on désigne par z_0 la plus faible largeur admissible et par R la résultante des forces extérieures, agissant sur l'un ou l'autre des côtés d'une section, on doit avoir, pour que l'effort de glissement dans la couche neutre ne dépasse pas la limite S_0,

$$z_0 \geqq \frac{R}{S_0}\frac{U}{2I}. \qquad \ldots\ldots\ldots \quad (14)$$

Dans cette formule S_0 ne doit pas dépasser les $^4/_5$ du plus petit des deux coefficients de charge de la matière (V. § 5). D'un autre côté, I représente, comme précédemment, le moment d'inertie de la section, c'est-à-dire la somme des produits des éléments de surface par les carrés de leurs distances à l'axe neutre. U est le *moment statique de la section*, c'est-à-dire la somme des produits de tous les éléments de la surface par les mêmes distances.

Pour la section rectangulaire N° 1 (p. 16), on a :

$$U=\frac{bh^2}{4};$$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

pour la section à double *T*. N° VIII (p. 18) :

$$U = \frac{bh^2 - (b - b_1)h_1^2}{4}.$$

R doit être déterminé dans chaque cas particulier. Ainsi, pour le mode d'application N° II (p. 10), par exemple *R* est constant pour toutes les sections entre *B* et *C* et égal à la réaction des appuis $^1/_2P$.

La relation (14) ne sert pas tant à déterminer z_0 lui-même qu'à vérifier si la largeur de la couche neutre n'a pas été prise trop faible. En fait, ce danger n'existe que très rarement dans les constructions ordinaires et surtout dans les pièces de machines. Si, pour fixer les idées, on prend, pour z_0, la valeur donnée par l'équation (14), et si l'on fait $S_0 = {}^4/_5S$, cette équation donne :

$$S = \frac{5}{4}\frac{R}{z_0}\frac{U}{2I}.$$

Si l'on introduit cette valeur dans l'équation (4), qui se rapporte à la même section, on trouve :

$$\frac{M}{R} = \frac{5}{8}\frac{U}{z_0 a} \qquad \ldots\ldots\ldots \quad (15)$$

$M : R$ est le bras de levier de la force *R*, et nous le désignerons par *A*. D'un autre côté, $U : z_0 a$ donne une des dimensions en hauteur de la section; l'équation (15) fournit donc une relation entre deux dimensions de la pièce considérée. Dans le cas simple d'une section rectangulaire, en remplaçant *U* par sa valeur donnée plus haut et en faisant, de plus, $z_0 = b$ et $a = {}^1/_2h$ on a : $h : A = 16 : 5$.

C'est là une valeur que l'on ne doit pas dépasser pour *h*, si l'on ne veut pas s'exposer à ce que l'effort de glissement soit supérieur aux efforts d'extension ou de compression. Cette observation présente surtout de l'importance pour la section dangereuse; dans le cas du N° II, par exemple, cette section correspond au point *B*; comme on a alors $A = {}^1/_2l$, on doit prendre : $h : l \geqq {}^8/_5$.

Ce rapport de la hauteur à la longueur est tellement élevé qu'il n'y a pas à s'en préoccuper dans les cas ordinaires. On doit y prêter plus d'attention dans les constructions des poutres américaines en bois. Dans ces pièces, l'existence du treillis a pour effet de réduire, dans une très forte proportion, parfois à la moitié de sa valeur dans la poutre pleine, la résistance de la couche neutre, ce qui exige une diminution correspondante dans le rapport $h : l$.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Pour les sections à double T, on a :

$$\frac{h}{A} = \frac{16}{5\left[\frac{b}{b_1} - \left(\frac{b}{b_1} - 1\right)\left(\frac{h_1}{h}\right)^2\right]}.$$

Au dénominateur, la partie comprise entre parenthèses est nécessairement supérieure à l'unité, de telle sorte que la limite supérieure de $h : A$ se trouve abaissée dans une certaine mesure; toutefois, la valeur qu'il convient d'éviter pour ce rapport reste ordinairement encore très élevée.

Des tendances à la rupture, présentant quelque analogie avec celles que nous venons d'étudier, se produisent dans les poutres en fers à T, aux points de jonction de l'âme avec les semelles, mais il est assez rare qu'on ait à s'en occuper.

§ 12.

Poutres à charge commune.

Si l'on suppose deux poutres prismatiques, reposant l'une sur l'autre en leur milieu et soumises en ce point à une charge P, pendant que leurs extrémités reposent sur des appuis, ces poutres fléchiront et les réactions P' et P'', résultant de cette flexion, devront faire équilibre à la force P. Ces réactions sont entre elles dans le rapport suivant qui se déduit de la formule de la ligne II, 2e colonne, p. 11 :

$$\frac{P'}{P''} = \frac{I'}{I''}\frac{E'}{E''}\frac{l''^3}{l'^3}.$$

Comme, d'ailleurs, on a :

$$P' = 4\frac{S'I'}{a'l'}, \quad P'' = 4\frac{S''I''}{a''l''},$$

on obtient finalement :

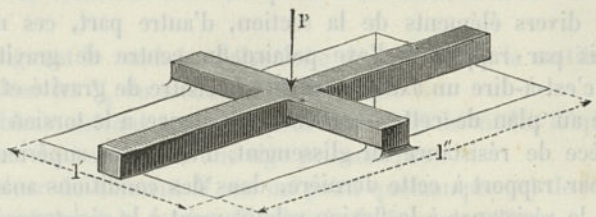
$$\frac{S'}{S''} = \frac{E'}{E''}\frac{a'}{a''}\left(\frac{l''}{l'}\right)^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (16)$$

Il suit de là que les deux pièces, supposées de la même matière ($E' = E''$), ne travailleront avec le même coefficient de sécurité que si l'on a : $(a' : a'') \cdot (l'' : l')^2 = 1$. Si donc ces pièces ont la même longueur, on doit avoir $a' = a''$, c'est-à-dire que les hauteurs doivent être égales, sans d'ailleurs qu'il soit nécessaire que cette égalité s'étende aux dimensions en largeur.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Exemple. *Un support en fonte, en forme de croix symétrique (Fig. 4), doit porter, au point de croisement, une charge P. Les longueurs étant dans le rapport*

Fig. 4.



de 3 à 2, pour que les quatre bras, supposés prismatiques, travaillent dans les mêmes conditions de sécurité, il faudra poser, d'après la formule (16) :

$$\frac{a'}{a^2} = \left(\frac{l'}{l''}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}.$$

En d'autres termes, la hauteur de la section des petits bras doit être à celle des grands bras dans le rapport de 4 à 9. Si l'on donnait la même section aux bras, le rapport des tensions développées dans ces bras serait 9 : 4.

Les considérations qui précèdent montrent que, pour des plaques de tôle rectangulaires reposant par leurs bords sur des appuis et chargées, soit uniformément, soit au centre seulement, les fibres parallèles au petit axe travaillent beaucoup plus que les fibres parallèles au grand axe. Si des poutres, à charge commune, sont formées de matériaux différents, leur bonne utilisation dépend essentiellement, comme l'indique la formule (16), des rapports des dimensions, en hauteur et en longueur. Ainsi, dans le cas où l'on superpose deux poutres, l'une en fonte, l'autre en fer, la résistance totale que présentent ces deux pièces n'atteint la somme de leurs résistances partielles que si leurs dimensions sont dans un certain rapport déterminé. Il importe de tenir compte de cette remarque dans les travaux de consolidation de constructions déjà existantes.

§ 13.

Résistance à la torsion.

CHARGE LIMITE ET ANGLE DE TORSION.

Lorsqu'une pièce est soumise à l'action de couples, qui tendent à la faire tourner autour de son axe géométrique, on dit qu'elle travaille

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

par *torsion*. Dans une section normale, les éléments se trouvent ainsi soumis à un effort de glissement et, pourvu qu'on ne dépasse pas les limites d'élasticité, il se produit un équilibre entre le moment des forces extérieures de rotation, d'une part, et les moments des tensions dans les divers éléments de la section, d'autre part, ces moments étant pris par rapport à l'axe polaire du centre de gravité de la section, c'est-à-dire un axe passant par le centre de gravité et perpendiculaire au plan de cette section. La résistance à la torsion est donc une espèce de résistance au glissement, d'un ordre supérieur, et se trouve, par rapport à cette dernière, dans des conditions analogues à celles de la résistance à la flexion relativement à la résistance d'extension ou de compression.

Si l'on nomme :

M le moment statique des forces de rotation agissant sur une section de la pièce,

I_p le moment d'inertie polaire de la section, c'est-à-dire le moment d'inertie pris par rapport à l'axe polaire du centre de gravité (1),

a la distance au centre de gravité de la section de l'élément le plus éloigné,

S la tension de glissement, développée dans cet élément,

On a la relation :

$$M = \frac{SI_p}{a} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (17)$$

Si la pièce a une section uniforme, $I_p : a$ est constant. Si l'on exprime M en fonction de la force P, qui produit la rotation, et de son bras de levier A, la section dangereuse est celle qui correspond au maximum de M, et, par suite, la force qui représente la résistance à la torsion de la pièce a pour expression :

$$P = \frac{S}{A_m}\frac{I_p}{a} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (18)$$

A_m désignant la valeur que prend A pour le maximum de M.

De même que pour la résistance au glissement, la limite d'élasticité est atteinte, lorsque S devient égal aux $^4/_5$ du plus petit des deux modules de charge de la matière qui constitue la pièce (V. § 5). Il importe d'avoir cette condition présente à l'esprit, lorsque l'on compare entre eux des efforts de flexion et de torsion.

On désigne sous le nom d'*angle de torsion* le déplacement angulaire relatif de deux sections de la pièce. En représentant cet angle

(1) Sous la réserve d'une correction à faire pour quelques formes de sections (V. § 14).

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

par θ, on a, d'une manière générale, pour deux sections dont l'écartement est x :

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{M}{I_p G} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (19)$$

G désignant le *module d'élasticité de torsion* de la matière, qui a pour valeur les $^2/_5$ du module d'élasticité E.

Le tableau suivant contient, pour une série de modes d'application des forces de torsion sur une tige prismatique :

La valeur du moment M, en un point quelconque (x) de la tige ;

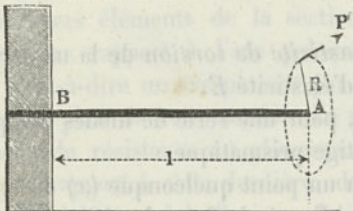
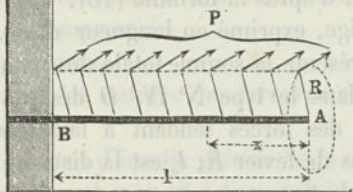
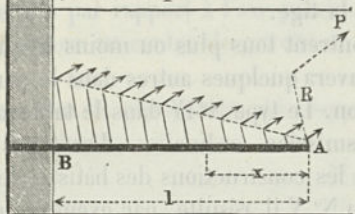
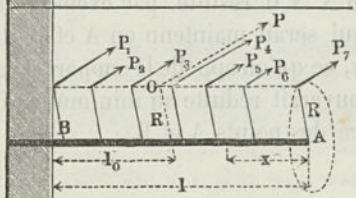
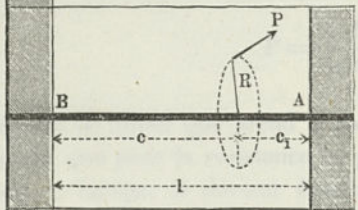
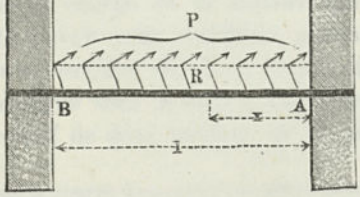
La résistance à la torsion P, d'après la formule (18);

L'angle de torsion θ de la tige, exprimé en longueur d'arc.

Dans ces formules, PR représente la somme totale des moments des forces de torsion. En outre, dans le type N° IV, O désigne le point d'application de la résultante des forces tendant à faire tourner la tige et ramenées toutes au bras de levier R; l_0 est la distance du point O au point d'encastrement de la tige.

Les types ci-après se rencontrent tous plus ou moins fréquemment dans les machines; on en trouvera quelques autres dans le paragraphe consacré aux ressorts de torsion. Le type N° IV dans le tableau suivant est celui des arbres de transmission ordinaires. Les types V et VI trouvent leur application dans les constructions des bâtis et des châssis de machines. Des formules du N° V il résulte, par exemple, que dans un longeron de locomotive, qui serait maintenu en A et B et aurait à recevoir, entre ces deux points, ce qu'on appelle le support de glissière, la tendance à la torsion se trouverait réduite au minimum, si ce support était établi à égale distance des points A et B.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

N°	MODE D'APPLICATION DE LA FORCE.	MOMENT DE TORSION M.
I.		$M = PR$ pour tous les points entre A et B.
II.		$M = PR\frac{x}{l}$.
III.		$M = PR\frac{x^2}{l^2}$. PR = Moment total des forces de torsion.
IV.		M = Somme des moments agissant sur la longueur x.
V.		Dans la partie c : $M = PR\frac{c_1}{l}$. Dans la partie c_1 : $M = PR\frac{c}{l}$.
VI.		$M = PR\left(\frac{1}{2} - \frac{x}{l}\right)$.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

CHARGE P.	ANGLE DE TORSION θ.	OBSERVATIONS.
$P = \frac{SI_p}{aR}$	$\theta = \frac{PR.l}{I_p G} = \frac{S}{G}\frac{l}{a}$	Toutes les sections entre A et B sont également résistantes.
$P = \frac{SI_0}{aR}$	$\theta = \frac{1}{2}\frac{PR.l}{I_p G} = \frac{1}{2}\frac{S}{G}\frac{l}{a}$	Section dangereuse en B.
$P = \frac{SI_p}{aR}$	$\theta = \frac{1}{3}\frac{PR.l}{I_p G} = \frac{1}{3}\frac{S}{G}\frac{l}{a}$	Les forces de torsion décroissent uniformément depuis B jusqu'en A. Section dangereuse en B.
$P = \frac{SI_p}{aR}$	$\theta = \frac{PR.l_0}{I_p G} = \frac{S}{G}\frac{l_0}{a}$	Forme générale pour les cas I, II, III. Section dangereuse en B. La valeur de θ pour III se détermine d'après celle de IV, en remplaçant l_0 par la valeur correspondante $\frac{l}{3}$, etc.
Si $c_1 < c$, on a $P = \frac{SI_p}{aR}\frac{l}{c}$	$\theta = \frac{PR}{I_p G}\frac{cc_1}{l} = \frac{S}{G}\frac{c_1}{a}$	Section dangereuse dans la partie la plus petite c_1.
$P = 2\frac{SI_p}{aR}$	$\theta = \frac{1}{8}\frac{PR\,l}{I_p G} = \frac{1}{4}\frac{S}{G}\frac{l}{a}$	Sections dangereuses en A et B.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 14.

Moment d'inertie polaire et module de section.

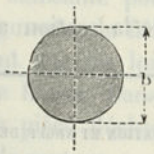
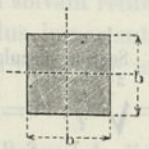
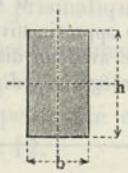
Le moment d'inertie polaire I_p d'une section se détermine facilement par la relation

$$I_p = I_1 + I_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (20)$$

I_1 et I_2 étant les moments d'inertie de la même section par rapport aux deux axes principaux d'inertie; leurs valeurs sont données, pour diverses sections, dans la table du § 7. On peut donc facilement calculer le *module de section polaire* $I_p : a = Z_p$, pour la plupart des cas de la pratique; toutefois, on doit faire une exception pour le cas des sections où l'on n'a pas $I_1 = I_2$, égalité qui a lieu, par exemple, pour les types III, VII, XII, XX, XXV, etc. (§ 7). Pour ces sections, les expressions I_p et $I_p : a = Z_p$ doivent subir une correction, qui nécessite de longs calculs, attendu que la déformation des sections, par le fait même de la torsion, se trouve exercer une influence très notable. Pour le rectangle, qui constitue, dans la pratique, la plus importante de ces sections, on trouvera, dans le tableau ci-après, les valeurs corrigées de I_p et $I_p : a$. Pour le cercle et le carré, qui n'ont pas à subir de corrections, les valeurs sont directement fournies par la relation (20).

Exemple. *Une pièce cylindrique en fer forgé, d'un diamètre* $d = 100^{mm}$ *et d'une longueur* $l = 1200^{mm}$, *est soumise à une force* $P = 450^{k}$, *agissant à l'extrémité d'un bras de levier* $R = 600^{mm}$ *et appliquée dans les conditions du N° I du paragraphe précédent. La tension S à la circonférence est alors* $S = \frac{a}{I_p} PR = \frac{16}{\pi} \frac{270\,000}{100^3} = 1{,}38$ *et l'angle de torsion qui en résulte est* $\theta = \frac{1{,}38.1200}{9000.50} = 0{,}00414$, *ce qui correspond à un angle de* $0°{,}14'$. *Si maintenant on veut réduire le diamètre d, de telle sorte que S ait pour valeur la moitié du module de charge pour la torsion, soit* $\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5} \cdot 15 = 6$, *on devra prendre :* $d = \sqrt[3]{\frac{16}{\pi S} PR} = \sqrt[3]{\frac{16.270\,000}{\pi.6}} = 61{,}2$; *l'angle de torsion devient alors :* $\theta = \frac{6.1200}{8000.30{,}5} = 0{,}0294$ *ou, en degrés,* $1°,\ 40'$.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

N°	SECTION.	MOMENT D'INERTIE POLAIRE I_p.	MODULE DE SECTION POLAIRE $Z_p = \frac{I_p}{a}$.
I.		$\frac{\pi}{32} d^4$	$\frac{\pi}{16} d^3$
II.		$\frac{b^4}{6}$	$\frac{b^3}{3\sqrt{2}}$
III.		$\frac{1}{3} \frac{b^3h^3}{b^2+h^2}$	$\frac{b^2h^2}{3\sqrt{b^2+h^2}}$ approximativement $\frac{b^2h^2}{3(0,4b+0,96h)}$

§ 15.

Solides d'égale résistance à la torsion.

On obtiendra un solide d'égale résistance à la torsion, en déterminant les rapports des sections à l'aide de la formule (17), dans laquelle on supposera S constant, c'est-à-dire en posant

$$\frac{Ma}{I_p} = Const. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (21)$$

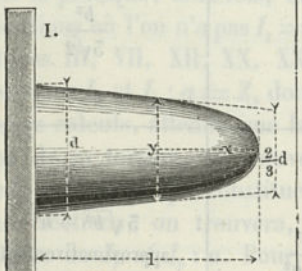
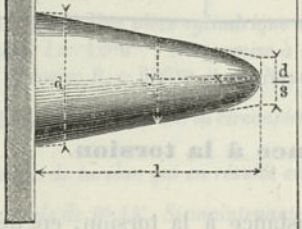
Dans le cas N° I, § 13, on a, pour toutes les sections, $M = PR$. Ces sections doivent donc être toutes égales entre elles et, par conséquent, la pièce doit être prismatique, pour satisfaire à la condition d'égale résistance. Les types N°s II et III donnent naissance aux formes reproduites dans le tableau ci-dessous. Il est clair, d'ailleurs, que

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

l'angle de torsion doit être plus grand dans les solides d'égale résistance que dans les pièces prismatiques. Cet angle, dont la valeur est indiquée pour les deux types reproduits ci-dessous, se détermine à l'aide de la formule

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{M}{I_x G} \qquad \ldots\ldots\ldots \quad (22)$$

I_x représentant le moment d'inertie polaire de la section au point x.

FORME.	MODE D'ACTION.	ÉQUATION ET ANGLE DE TORSION.
 I.	Cas N° II, § 13.	Section circulaire : $\frac{y}{d} = \sqrt[3]{\frac{x}{l}}$; $PR = S\frac{\pi}{16}d^3$; $\theta = 3\frac{S}{G}\frac{l}{d}$. Forme approximative : tronc de cône avec un diamètre supérieur égal à $^2/_3\ d$.
 II.	Cas N° III, § 13.	Section circulaire : $\frac{y}{d} = \sqrt[3]{\frac{x^2}{l^2}}$; $PR = S\frac{\pi}{16}d^3$ $\theta = 6\ \frac{S}{G}\ \frac{l}{d}$. Forme approximative : tronc de cône avec un diamètre supérieur égal à $^1/_3\ d$.

On trouvera § 20, à propos des ressorts de torsion, d'autres formes de solides d'égale résistance.

§ 16.

Résistance des pièces chargées debout.

Lorsqu'une pièce prismatique est comprimée dans le sens de sa longueur et qu'en même temps les dimensions de la section sont

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

très petites par rapport à cette longueur, la pièce se trouve soumise à des efforts mixtes de compression et de flexion. Les efforts de flexion se produisent, d'ailleurs, dans des conditions particulières; le bras de levier de la force fléchissante n'est plus, comme dans le cas de la flexion simple, l'abscisse de la ligne élastique, mais l'ordonnée de cette même ligne. Il en résulte que la force de compression P, du moment où elle est suffisante pour produire un commencement de flexion, tendra à augmenter la flèche indéfiniment, même jusqu'à la rupture, en supposant que les lois de l'élasticité parfaite restent applicables jusqu'à cette limite. Dans cette hypothèse, cette force P, capable de maintenir la pièce fléchie, sera donc, en même temps, l'expression de la force de rupture.

Le tableau suivant renferme, pour quelques-uns des modes d'application les plus importants des forces de compression, les formules relatives à la résistance mixte des pièces chargées debout. Dans ces formules,

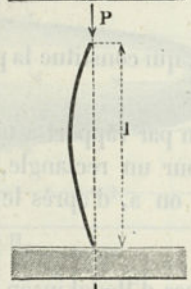
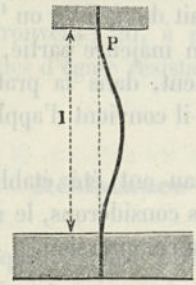
E désigne le module d'élasticité de la matière, qui constitue la pièce, supposée prismatique;

I le plus petit moment d'inertie de sa section par rapport à un axe passant par le centre de gravité; ainsi, pour un rectangle, dont le plus petit côté est b, le plus grand h, on a, d'après le § 7 : $I = hb^3 : 12$.

Il importe de remarquer ici que les expériences d'Hodgkinson fournissent, en général, une force de rupture un peu inférieure à celle que donneraient nos formules. Toutefois, cette différence s'explique par ce fait que nos formules sont établies seulement pour le cas de corps parfaitement élastiques; elles ne sont donc exactes que si la charge est une fraction suffisamment faible de la force de rupture P. Or, les différents auteurs admettent des coefficients de sécurité très variables. Pour la fonte et le fer forgé, on indique $^1/_4$ à $^1/_6$ (et même moins) de la force de rupture théorique, comme limite de la charge admissible; pour le bois, la limite descendrait de $^1/_5$ à $^1/_{10}$ ou $^1/_{12}$ de la force de rupture. Ces différences tiennent, en majeure partie, à ce qu'on ne saurait toujours déterminer exactement, dans la pratique, quel est celui des cas du tableau ci-après dont il convient d'appliquer la formule.

Les nombres de la colonne 2 de ce tableau ont été établis en admettant, pour le genre de résistance que nous considérons, le même coefficient de sécurité que pour la résistance à la compression.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

N°.	MODE D'APPLICATION.	CHARGE LIMITE THÉORIQUE ET FORCE DE RUPTURE.	OBSERVATIONS.
I.		$P = \frac{\pi^2}{4}\frac{EI}{l^2}$	Support libre à un bou trémité B est encast tion dangereuse au po castrement.
II.		$P = \pi^2\frac{EI}{l^2}$	Support libre. Les de mités sont mainten la direction de l'axe de la pièce. Sectio reuse au milieu.
III.		$P = 2\pi^2\frac{EI}{l^2}$	Pièce encastrée à l'u extrémités, l'autre sujettie à se déplace direction primitive
IV.		$P = 4\pi^2\frac{EI}{l^2}$	Pièce encastrée à ses trémités, lesquelles s tenues dans la dir l'axe primitif. Sect gereuses aux extrém milieu.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

La pièce doit être calculée comme résistant à la compression, si :		
section étant circulaire, $\frac{l}{d}$ est plus petit que	la section étant rectangulaire, $\frac{l}{b}$ (b étant le plus petit côté) est plus petit que	NATURE DE LA MATIÈRE EMPLOYÉE.
5	5 3/4	Fonte.
12	14	Fer forgé.
6	8	Bois.
10	11 1/2	Fonte.
24	28	Fer forgé.
11 1/2	13 1/2	Bois.
14	16	Fonte.
33	38	Fer forgé.
16	19	Bois.
20	23	Fonte.
48	56	Fer forgé.
23	27	Bois.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Les expériences d'Hodgkinson ont montré, en outre, que des colonnes, reposant sur des bases dressées, se comportent à peu près comme si elles étaient encastrées à hauteur de ces bases. On trouvera, dans la troisième partie, différentes applications des formules de la résistance mixte que nous venons d'étudier.

§ 17.

Formes d'égale résistance pour les pièces chargées debout.

On obtient une forme de solide d'égale résistance, pour les pièces chargées debout, en faisant décroître les sections, à partir de la section dangereuse, de telle sorte qu'en supposant produite une petite flexion, le maximum de tension reste le même dans toutes les sections.

Pour le cas N° II du paragraphe précédent et en supposant que la section soit un cercle plein, on peut se servir de la formule suivante, établie par *Redtenbacher :*

$$\frac{x}{\left(\frac{l}{2}\right)} = \frac{2}{\pi}\left[arc\ sin\frac{y}{h} - \frac{y}{h}\sqrt{1-\left(\frac{y}{h}\right)^2}\right]$$

Formule qu'on peut mettre sous une forme plus facile à saisir, en la décomposant en 2 équations.

Si l'on pose, en effet :

$$\left.\begin{aligned} \frac{y}{h} &= sin\,\varphi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \\ \frac{x}{\left(\frac{l}{2}\right)} &= \frac{1}{\pi}(2\,\varphi - sin\,2\,\varphi \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (23)$$

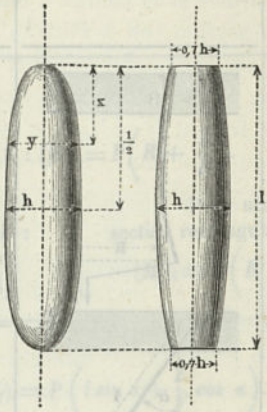
on obtient :

Ces équations permettent de construire graphiquement le contour de la pièce. En prenant l'angle φ comme variable indépendante, cette courbe a, pour équation de ses abscisses, l'équation d'une cycloïde,

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

et, pour celle des ordonnées, une sinusoïde. C'est donc ce qu'on peut appeler une sinusoïde cycloïdique. On trouvera plus loin, à propos des biellles, un mode de tracé de cette courbe. La forme de solide qu'on obtient ainsi est représentée approximativement dans le deuxième tracé de la figure 5. La génératrice est ici un arc de cercle, dont le rayon est le rayon de courbure de la courbe réelle pour le point $x = {}^1/_2 l$. D'une manière générale, on peut remplacer la courbe réelle par une ligne à faible courbure. Cette approximation est parfaitement suffisante, attendu qu'en réalité la pièce ne doit pas éprouver de flexion sensible. La pièce précédente, supposée libre, présente les ${}^3/_4$ de la résistance d'une pièce cylindrique de diamètre h et de même hauteur l.

Fig. 5.



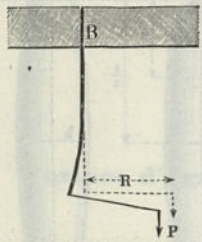
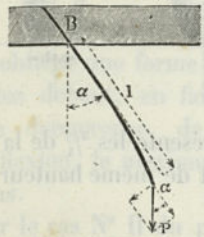
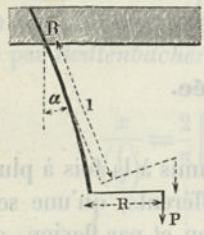
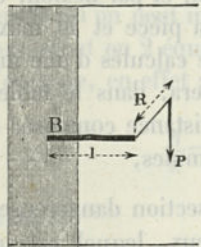
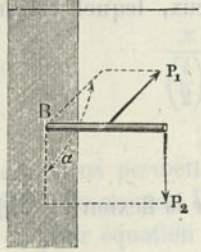
§ 18.

Résistance composée.

Il arrive fréquemment qu'un corps soit soumis à la fois à plusieurs forces, susceptibles de produire des effets différents, qu'une section, par exemple, travaille à la fois par compression et par flexion, ou par torsion et par flexion, etc. La résistance de la pièce et le maximum de tension qui s'y développe doivent alors être calculés d'une manière différente de la méthode ordinaire. On trouvera, dans le tableau ci-après, les formules applicables aux cas de résistance composée qui se présentent le plus fréquemment. Dans ces formules,

S désigne le maximum de tension dans la section dangereuse;
Z le module de section au point dangereux, lequel est indiqué en B dans les figures;
F la surface de la section;
I son moment d'inertie (§ 7);
M_f un moment de flexion;
M_t un moment de torsion;
M_i un moment idéal, qui devient $(M_f)_i$ pour la flexion et $(M_t)_i$ pour la torsion.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

N°s	MODE D'ACTION.	CHARGE DE LA PIÈCE.
I.		$P = \frac{SF}{1 + R\frac{F}{Z}}$ Pour une section rectangulaire (bh) $P = \frac{Sbh}{1 + 6\frac{R}{h}}$
II.		$P = \frac{SF}{\cos\alpha + \frac{F}{Z} l \sin\alpha}$ Pour une section rectangulaire (bh) $P = \frac{Sbh}{\cos\alpha + 6\frac{l}{h}\sin\alpha}$
III.		$P = \frac{SF}{\cos\alpha + \frac{F}{Z}(l\sin\alpha + R\cos\alpha)}$ Pour une section rectangulaire (bh) $P = \frac{Sbh}{\cos\alpha + 6\frac{l}{h}(\sin\alpha + \frac{R}{l}\cos\alpha)}$
IV.		$P = \frac{SZ}{{}^5/_8 l + {}^5/_8\sqrt{l^2 + R^2}}$ Pl est un moment de flexion M_f, PR un moment de torsion M_t.
V.		$1 = \frac{SZ}{\sqrt{M_1^2 + M_2^2 + 2M_1M_2\cos\alpha}}$ M_1 désignant le moment (fléchissant) de P_1, M_2 celui

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

MOMENTS IDÉAUX.

Moment fléchissant idéal pour la tension S : $(M_f)_i = P\left(R + \frac{Z}{F}\right)$.

Pour une section circulaire (d) :	Pour une section elliptique (bh) :	Pour une section rectangulaire (bh) :
$(M_f)_i = P\left(R + \frac{d}{8}\right)$	$(M_f)_i = P\left(R + \frac{h}{8}\right)$	$(M_f)_i = P\left(R + \frac{h}{6}\right)$

Moment fléchissant idéal pour la tension S : $(M_f)_i = P\left(l \sin\alpha + \frac{Z}{F}\cos\alpha\right)$.

Pour une section circulaire (d) :	Pour une section elliptique (bh) :	Pour une section rectangulaire (bh) :
$(M_f)_i = P\left(l \sin\alpha + \frac{d}{8}\cos\alpha\right)$	$(M_f)_i = P\left(l \sin\alpha + \frac{h}{8}\cos\alpha\right)$	$(M_f)_i = P\left(l \sin\alpha + \frac{h}{6}\cos\alpha\right)$

Moment fléchissant idéal pour la tension S : $(M_f)_i = P\left(R\cos\alpha + l\sin\alpha + \frac{Z}{F}\cos\alpha\right)$.

Section circulaire (d) :	Section elliptique (bh) :	Section rectangulaire (bh) :
$(M_f)_i = P\left(R\cos\alpha + l\sin\alpha + \frac{d}{8}\cos\alpha\right)$	$(M_f)_i = P\left(R\cos\alpha + l\sin\alpha + \frac{h}{8}\cos\alpha\right)$	$(M_f)_i = P\left(R\cos\alpha + l\sin\alpha + \frac{h}{6}\cos\alpha\right)$

Moment fléchissant idéal pour la tension S :

$$(M_f)_i = {}^5/_8 M_f + {}^5/_8\sqrt{M_f^2 + M_t^2}.$$

Moment de torsion idéal pour la tension S :

$$(M_t)_i = {}^5/_5 M_f + \sqrt{M_f^2 + M_t^2}.$$

Moment fléchissant idéal pour la tension S :

$$(M_f)_i = \sqrt{M_1^2 + M_2^2 + 2 M_1 M_2 \cos\alpha}.$$

Dans les cas IV et V, on suppose que la section de la tige est une section telle que deux axes principaux rectangulaires la divisent en quatre portions symétriques.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

L'examen des formules montre qu'il est souvent utile de tenir compte de la résistance composée. Ainsi, dans le cas N° I, si $R = {}^1/_2 h$, c'est-à-dire si la charge d'une tige a son point d'application au bord de la section, on a $P = {}^1/_4 Sbh$, c'est-à-dire que la résistance de la pièce est seulement le quart de ce qu'elle serait si la force agissait au centre. Si la section est un cercle (d), on a $P = S{}^\pi/_4 d^2 : [1 + 8(R : d)]$ et en faisant $R = {}^1/_2 d$, c'est-à-dire en supposant encore la charge appliquée au bord, on trouve $P = {}^1/_{20} S\pi d^2$; la résistance se trouve encore plus diminuée que dans le cas d'un rectangle. Les cas I et II se déduisent du cas III, en y faisant $\alpha = 0$ ou $R = 0$.

Les moments idéaux ont une utilité particulière pour les sections elliptiques et rectangulaires, où la plus grande dimension h est, comme on le sait, supposée dans le plan de la flexion. Si l'on connaît, à priori, cette dimension, ce qui arrive fréquemment, lorsqu'on se donne le profil du support à installer, le moment idéal permet de déterminer facilement la résistance composée, attendu que le terme entre parenthèses, à droite, donne le bras de levier de la force P pour ce moment idéal. Ce bras de levier étant, en général, facile à déterminer, surtout graphiquement, on se trouve ramené au cas d'un effort de flexion simple. Si, par exemple, dans le cas N° II, pour $\alpha = 45°$, soit $\cos \alpha = \sin \alpha = 0{,}707$, on se donne la hauteur h du rectangle, la section en B doit être calculée comme si elle était soumise à une force fléchissante P, agissant avec un bras de levier $0{,}707\, l + 0{,}707\, (h : 6)$. Dans le cas N° I, on trouve, pour $R = 0$ et pour une section circulaire $(M_f)_i = {}^1/_8 Pd$ et l'on doit avoir ${}^1/_8 Pd = {}^1/_{32} S\pi d^3$, ou $P = S{}^\pi/_4 d^2$, ainsi qu'on pouvait le prévoir, puisque, pour $R = 0$, la tige ne se trouve soumise qu'à la traction. ${}^d/_8$ est donc le bras de levier que devrait avoir une force fléchissante P, pour exercer sur la pièce le même effort qu'une force de même grandeur agissant dans la direction de l'axe. Ceci n'est d'ailleurs exact rigoureusement qu'à la condition de négliger les efforts de glissement dans le calcul de la flexion. — Les formules IV et V présentent également un grand nombre d'applications utiles (voir les calculs d'arbres et d'axes de machines).

§ 19.

Résistance des enveloppes.

Les tableaux suivants, qui reproduisent quelques-uns des cas les plus importants dans la pratique des machines, permettent de déterminer la résistance des enveloppes à section circulaire, dans lesquelles

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

l'épaisseur des parois est relativement faible. La théorie de la résistance des enveloppes ne doit pas encore être considérée comme complète, et elle est surtout discutable pour les cylindres soumis à des pressions extérieures; aussi, nous ne donnons que les formules relatives aux pressions intérieures. Dans ces formules :

p désigne la pression effective (différence entre la pression intérieure et la pression en sens inverse) par unité de surface sur la paroi,
S le maximum de tension développé dans la matière de la paroi,
E le module d'élasticité de la matière,
r et δ le rayon intérieur et l'épaisseur de l'enveloppe.

Les formules des N^os^ I et II peuvent s'appliquer, mais simplement à titre d'approximation, jusqu'à la limite de rupture.

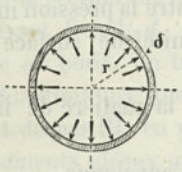
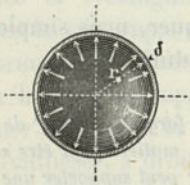
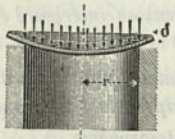
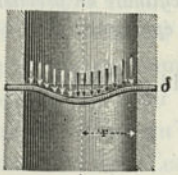
1er **Exemple.** *Pour un réservoir cylindrique, en fer forgé, de* 1000^{mm} *de diamètre et dont la paroi a* 10^{mm} *d'épaisseur, on admet que la matière peut être soumise à une tension* $S = 8^k$. *D'après la formule I, ce réservoir peut supporter une pression intérieure effective de* $p = 8\left(\sqrt{520 : 500} - 1\right) = 8 \times 0{,}0198 = 0^k{,}158$ *par mm. q. Cette pression représente sensiblement, en atmosphères,* $100 \times 0{,}158 = 15^{atm}8$. *Comme l'on a* $K = 40$, *le réservoir éclaterait si la tension intérieure était* 5 *fois plus forte, soit de* 79 *atmosphères.*

2e **Exemple.** *Un réservoir sphérique, ayant également* 1000^{mm} *de diamètre et* 10^{mm} *d'épaisseur, avec* $S = 8$, *pourra supporter, d'après le N° II, une pression* $p = 8\left(\sqrt{540 : 500} - 1\right) = 0^k{,}32$ *par mm. q., soit* 32 *atmosphères.*

3e **Exemple.** *Un fond plat, en fer forgé, rivé sur le cylindre du premier exemple, devrait, pour* $S = 8$ *et d'après le N° IV, avoir comme épaisseur :*

$$\delta = 500\sqrt{2/3}\sqrt{0{,}158 : 8} = 500.0{,}816.0{,}14 = 57^{mm}{,}12.$$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

N°.	MODE D'ACTION.	PRESSION p.	ÉPAISSEUR DES PAROIS δ.
I. Cylindre.		$p = S\left(\sqrt{1+\frac{2\delta}{r}}-1\right)$	$\frac{\delta}{r}=\frac{p}{S}\left(1+\frac{p}{S}\right)$
II. Sphère.		$p = S\left(\sqrt{1+\frac{4\delta}{r}}-1\right)$	$\frac{\delta}{r}=\frac{p}{2S}$
III. Surf. plane circul.		$p = S\left(\frac{\delta}{r}\right)^2$	$\frac{\delta}{r}=\sqrt{\frac{p}{S}}$
VI. Surf. plane circul.		$p=\frac{3}{2}S\left(\frac{\delta}{r}\right)^2$	$\frac{\delta}{r}=\sqrt{\frac{2}{3}}\sqrt{\frac{p}{S}}$

La flèche f, que présente une plaque ronde, a pour valeur, d'après Grashof, pour le cas N° III :

$$\frac{f}{\delta}=\frac{5}{6}\left(\frac{r}{\delta}\right)^4\frac{p}{E} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (24$$

et pour le cas N° IV :

$$\frac{f}{\delta}=\frac{1}{6}\left(\frac{r}{\delta}\right)^4\frac{p}{E} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (25$$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

4e Exemple. *La plaque calculée au 3e exemple devrait, pour* $E = 20000$, *présenter une flèche* $f = \frac{57}{6}\left(\frac{500}{57}\right)^4 \cdot \frac{0,158}{20\,000} = 0^{mm},44$.

Les formules qui précèdent ne sauraient plus s'appliquer ou conduiraient souvent à des résultats erronés pour les enveloppes dont les parois, par suite de pressions intérieures considérables, doivent avoir une très forte épaisseur, comme dans les canons, les cylindres de presses hydrauliques, etc. Dans ces enveloppes, les tensions des fibres, aux divers points d'un même rayon, peuvent être, en réalité, très différentes les unes des autres; or, les rapports de ces tensions exercent une influence marquée sur la résistance de la pièce. Suivant la loi que l'on admet pour ces rapports des tensions, on arrive d'ailleurs, pour les épaisseurs, à des résultats tout différents. *Brix* calcule les tensions aux divers points d'un rayon, en supposant que, sous l'action de la force intérieure, l'épaisseur de la paroi ne subit aucun changement. *Barlow* admet, au contraire, une loi de variation telle que la surface de la section annulaire (cercle) conserve une grandeur constante. *Lamé* ne fait aucune hypothèse préliminaire et calcule rigoureusement les variations de tension, pour les diverses molécules d'un même rayon, en fonction de la pression intérieure. Cette méthode de calcul est assurément la plus exacte et celle qui conduit aux notions les plus vraisemblables pour les différents éléments de la pièce. En conservant les notations précédentes, on déduit des trois théories les formules suivantes :

VALEURS.	BRIX.	BARLOW.	LAMÉ.
Cylindre creux. $p =$	$S \log nat.\ e^{\frac{p}{S}} - 1$	$\frac{S}{1 + \frac{r}{\delta}}$	$S\frac{(r+\delta)^2 - r^2}{(r+\delta)^2 + r^2}$
Cylindre creux. $\frac{\delta}{r} =$	$e^{\frac{p}{S}} - 1$	$\frac{p}{S - p}$	$\sqrt{\frac{S+p}{S-p}} - 1$
Sphère creuse. $p =$	$2S\frac{\delta}{r}$	$\frac{2S}{1 + \frac{r}{\delta}}$	$2S\frac{(r+\delta)^3 - r^3}{(r+\delta)^3 + 2r^3}$
Sphère creuse. $\frac{\delta}{r} =$	$\frac{1}{2}\frac{p}{S}$	$\frac{p}{2S - p}$	$\sqrt[3]{\frac{2(S+p)}{2S-p}} - 1$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Pour la tension S' correspondant à la couche dont la distance au centre est r', au lieu de r, les calculs de *Lamé* l'ont conduit à l'expression :

$$S' = \frac{S}{2}\left[1 + \left(\frac{r}{r'}\right)^2\right] - \frac{p}{2}\left[1 - \left(\frac{r}{r'}\right)^2\right]$$

Si l'on suppose que r' soit précisément le rayon de la surface extérieure (cylindrique) du réservoir, de telle sorte que, δ désignant l'épaisseur, on ait : $r' = r + \delta$, cette expression devient :

$$S' = \frac{S}{2}\frac{\left(1+\frac{\delta}{r}\right)^2 + 1}{\left(1+\frac{\delta}{r}\right)^2} - \frac{p}{2}\frac{\left(1+\frac{\delta}{r}\right)^2 - 1}{\left(1+\frac{\delta}{r}\right)^2} \quad . \quad . \quad . \quad (26)$$

ou, en remplaçant $\left(1+\frac{\delta}{r}\right)$ par m :

$$S' = \frac{S}{2}\frac{m^2+1}{m^2} - \frac{p}{2}\frac{m^2-1}{m^2}.$$

Exemple. *Pour $\delta = r$, c'est-à-dire $m = 2$, cette formule donne $S' = {}^5/_8\,S - {}^3/_8\,p$. Comme d'ailleurs, dans ce cas, la formule du tableau précédent donne $p = {}^3/_5\,S$, il en résulte qu'on a : $S' = {}^5/_8\,S - {}^9/_{40}\,S = {}^2/_5\,S$. On doit conclure de là que, dans les réservoirs d'une grande épaisseur, soumis à une pression intérieure, la matière travaille beaucoup moins à l'extérieur qu'à l'intérieur et que, par suite, elle ne se trouve pas employée dans des conditions particulièrement favorables.*

Les trois théories s'accordent pour indiquer que la plus grande tension de la matière se produit sur la paroi intérieure; c'est donc à celle-ci que s'applique la valeur de S. La formule de *Lamé* et même celle de *Barlow* conduisent, en outre, à ce résultat remarquable que l'augmentation d'épaisseur, au delà de certaines limites, n'augmente plus la résistance de la pièce. La limite de charge pratique pour la tension S est atteinte, lorsque $p = S$. La limite théorique de charge est elle-même atteinte, lorsque p devient égal au module de charge de la matière. La pression intérieure commence alors par allonger, d'une manière permanente, les fibres intérieures et, si elle continue à s'élever jusqu'à la valeur du coefficient de rupture, elle les fait éclater. La limite théorique de la charge a lieu pour $p = T$, c'est-à-dire

	Fonte.	Fer forgé.	Acier fondu.
pour p	$= 7^k,5$	15^k	25^k
en atmosphères	750	1500	2500

Les défauts d'homogénéité de la matière peuvent d'ailleurs avoir

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

pour conséquence de produire, non seulement un allongement, mais même la rupture, sous l'action de pressions très notablement inférieures à ces limites. Comme dans les canons de gros calibre il se développe des tensions supérieures à 2500 atmosphères, on comprend que des pièces en bronze ordinaire ne puissent pas résister constamment aux actions des charges, et que même des pièces homogènes de gros calibre en acier fondu ne présentent pas toujours une solidité suffisante.

L'usure de la chambre, dans les canons de bronze ordinaire, peut déjà s'expliquer par la tension exagérée que supporte la première couche annulaire à l'intérieur de la pièce; il convient, du reste, de remarquer que les actions chimiques peuvent également jouer un certain rôle.

Afin d'assurer aux canons une résistance suffisante, on a eu l'idée de les composer d'une série de couches concentriques non homogènes à des tensions différentes; dans ce but, on a eu recours à plusieurs procédés, parmi lesquels il convient de citer le système des frettes et celui des garnitures intérieures durcies par la compression. Le sytème des frettes, qui tend à passer pour le plus avantageux, a essentiellement pour effet de déterminer une véritable compression dans les couches voisines de l'âme. Sous l'action des pressions exercées par les gaz de la poudre, ces couches commencent d'abord par revenir à l'état normal, pour être soumises ensuite à l'extension, et il est facile de comprendre qu'elles peuvent, dans ces conditions, supporter des efforts d'extension beaucoup plus considérables que si elles étaient simplement abandonnées à leurs attractions moléculaires naturelles.

Le calcul des conditions de résistance des canons frettés présente de très grandes difficultés. Nous allons essayer, toutefois, de fournir quelques indications sur cette importante question. Dans le cas d'un réservoir soumis à la fois à une pression intérieure p et à une pression extérieure p', on arrive à la relatiou suivante, due également à Lamé :

$$\left(1+\frac{\delta}{r}\right)^2=\frac{S+p}{S-p+2p'}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (27)$$

Si, pour abréger, on pose, comme précédemment, $1+\frac{\delta}{r}=m$, on tire de là :

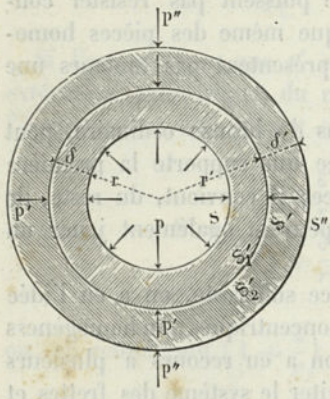
$$p=S\frac{m^2-1}{m^2+1}+2p'\frac{m^2}{m^2+1}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (28)$$

relation qui montre que, pour une valeur de p, la valeur de S est d'autant plus petite et, par suite, dans le cas qui nous occupe, d'autant plus avantageuse que la valeur de p' est plus forte. Or, dans

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

un tube fretté, la valeur de p' n'est pas invariable et constante; elle dépend essentiellement de l'action que la paroi du cylindre exerce sur la frette, en vertu de la pression intérieure p. En faisant usage des notations de la figure 6, nous supposerons d'abord que, dans l'état normal, la frette soit en contact avec le tube, sans exercer aucune pression, c'est-à-dire que, pour $p = 0$, on ait également : $S'_1 = S'_2 = 0$. Dans ces conditions, s'il vient à se produire un pression intérieure p, la pression extérieure p'' étant supposée nulle ou négligeable, les couches du tube et de la frette, qui se trouvent sur le rayon r', s'allongeront de la même quantité, c'est-à-dire que leurs tensions seront les mêmes et qu'on aura, par suite : $S'_1 = S'_2$. Mais la tension S'_2 de la couche intérieure de la frette donne lieu à une pression p' dirigée vers l'intérieur et il existe alors, entre cette pression et les tensions de la matière dans la frette, une relation qui est fournie par la formule (28), dans laquelle la pression extérieure serait supposée nulle. En posant $1 + \frac{\delta'}{r'} = m'$, cette relation est :

Fig. 6.



$$p' = S'_2 \frac{m'^2 - 1}{m'^2 + 1}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (29)$$

Cette valeur de p' introduite dans la formule (28) donne, en remarquant que $S' = S'_2 = S'_1$:

$$p = S \frac{m^2 - 1}{m^2 + 1} + 2S' \frac{m'^2 - 1}{m'^2 + 1} \frac{m^2}{m^2 + 1}$$

Mais, d'après l'équation (26), S' peut s'exprimer en fonction de p et de S, de telle sorte qu'après quelques transformations on obtient :

$$p = S \frac{m^2 m'^2 - 1}{m^2 m'^2 + 1} = S \frac{\left(1 + \frac{\delta}{r}\right)^2 \left(1 + \frac{\delta'}{r'}\right)^2 - 1}{\left(1 + \frac{\delta}{r}\right)^2 \left(1 + \frac{\delta'}{r'}\right)^2 + 1} \quad . \quad . \quad (30)$$

Cette relation montre que, comme précédemment, la tension S de la couche extrême à l'intérieur est toujours supérieure à p, mais le rapport $S : p$ se rapproche toutefois davantage de l'unité, comme l'indique le tableau suivant :

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

$\frac{\delta}{r}$	$\frac{\delta'}{r'}$	m	m'	$\frac{p}{S}$	$\frac{S}{p}$	$\frac{S'}{p}$	$\frac{S'}{S}$
1	0	2	1	0,600	1,667	0,667	0,400
1	0.5	2	1,5	0,800	1,250	0,406	0,325
2	1	3	2	0,946	1,057	0,113	0,135

Il résulte de là qu'en garnissant un canon d'une frette formée de la même matière et placée sans forcement, on peut déjà arriver à le renforcer notablement.

Mais si la frette est forcée sur le canon, elle engendre, par cela même, sur la paroi une pression radiale p', dirigée vers l'intérieur, qui peut agir d'une manière très efficace et très avantageuse sur la grandeur de la tension S, correspondant à une pression intérieure p.

En effet, si nous introduisons dans l'équation (28) la valeur de p' tirée de la formule (29), nous obtenons :

$$p = S\frac{m^2-1}{m^2+1} + 2S'_2\frac{m'^2-1}{m'^2+1}\frac{m^2}{m^2+1} \quad . \quad . \quad . \quad (31)$$

La valeur de S'_2 dépend à la fois de la pression p et de la manière dont le tube a été établi. Nous verrons plus loin que cette dernière influence a une extrême importance, mais, pour le moment, nous devons nous borner à faire quelques hypothèses.

Si nous supposons, par exemple, que le tube se trouve précisément avoir une tension telle que, pour la plus grande valeur de p, la tension S'_2 se trouve égale à la tension S dans l'âme de la pièce (ce qui est certainement l'hypothèse la plus favorable), l'équation (31) nous donnera :

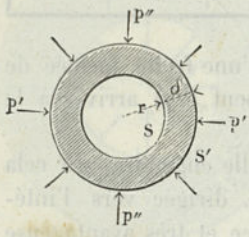
$$\frac{p}{S} = \frac{m^2-1}{m^2+1} + 2\frac{m'^2-1}{m'^2+1}\frac{m^2}{m^2+1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (32)$$

Exemple. *En prenant* $\delta = r$, $\delta' = \delta = 0{,}5r'$, *ce qui donne* $m = 2$, $m' = {}^3/_2$, *on obtient :* $p:S = {}^3/_5 + {}^{10}/_{15}\cdot {}^4/_5 = {}^{79}/_{65}$. *Ici, la valeur de S reste inférieure à celle de p, ou, en d'autres termes, p peut être poussé au delà du module de charge de la matière, sans que la tension, dans cette dernière, atteigne ce module. Si sur la première frette on en place une seconde, comme on le fait pour les canons de gros calibre, il est facile de voir qu'on arrive à donner au rapport entre p et S une valeur encore plus avantageuse. Notre calcul montre que, pour un canon en acier fondu ordinaire, dont le module de charge peut être pris égal à 25, la tension des*

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

gaz de la poudre ne pourrait pas s'élever au-dessus de 30^k environ, soit 3000 atmosphères, sans mettre la pièce en danger. Cette conclusion ne paraît pas entièrement conforme aux résultats constatés dans de récentes expériences. Ainsi les gros canons anglais ont supporté des tensions de 25 tonnes 8 par pouce carré, ou environ 40^k par millimètre carré. Mais nous pensons que de semblables tensions doivent être considérées comme trop élevées et trop dangereuses. Peut-être doit-on supposer que le module de charge de la matière employée pour la confection de ces canons dépassait notablement celui de l'acier fondu ordinaire, c'est-à-dire 25^k, ou encore que la paroi intérieure de l'âme avait éprouvé un durcissement préalable, opération qui, lorsqu'elle est bien exécutée, est à recommander.

Fig. 7.



Lorsqu'un tube cylindrique est soumis à une compression extérieure, les actions qui se produisent dans la paroi peuvent se déterminer à l'aide de la formule (27). Si l'on suppose que p soit nul ou assez faible pour être négligé, cette formule donne : $(S + 2p')\, m^2 = S$, d'où l'on tire :

$$p' = \frac{S}{2}\frac{1 - m^2}{m^2},$$

ou

$$S = -p'\frac{2m^2}{m^2 - 1} = -p'\frac{2\left(1 + \frac{\delta}{r}\right)^2}{\left(1 + \frac{\delta}{r}\right)^2 - 1} \quad . \quad . \quad . \quad (33)$$

Le signe (—) montre que la tension dans la paroi de l'âme du tube est devenue ici une compression, tandis que précédemment elle était une traction. La tension S', sur la surface enveloppe, est donnée par la formule (26), en y faisant $p = 0$; on a alors :

$$S' = \frac{S}{2}\frac{m^2 + 1}{m^2};$$

ou, en remplaçant S par sa valeur tirée de (33) :

$$S' = -p'\frac{m^2 + 1}{m^2 - 1} = -p'\frac{\left(1 + \frac{\delta}{r}\right)^2 + 1}{\left(1 + \frac{\delta}{r}\right)^2 - 1} \quad . \quad . \quad . \quad (34)$$

Cette valeur de S' est inférieure à celle de S; on a, en effet :

$$\frac{S'}{S} = \frac{1}{2}\frac{m^2 + 1}{m^2} = \frac{1}{2}\frac{\left(1 + \frac{\delta}{r}\right)^2 + 1}{\left(1 + \frac{\delta}{r}\right)^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (35)$$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

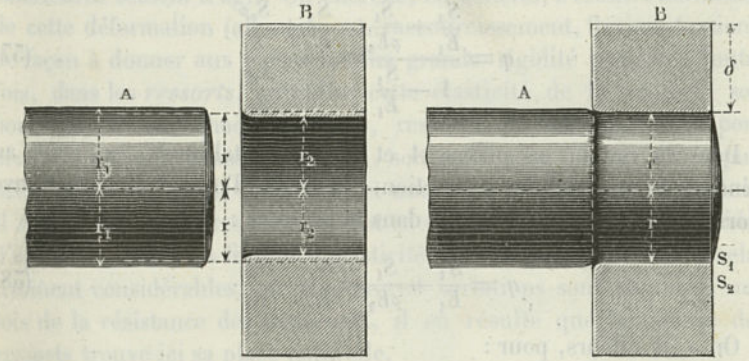
rapport qui n'est égal à l'unité que pour $\delta = 0$. Ainsi, dans le cas d'une simple pression extérieure, la tension dans la paroi de l'âme est également plus forte que dans toute autre couche.

Exemple. *Pour $\delta = r$, la tension dans la couche intérieure qui limite l'âme $S = -{}^{8}/_{3}p'$; d'un autre côté, $S' = -{}^{5}/_{3}p'$ et, par conséquent, $S' = {}^{5}/_{8}S$. La compression, développée dans la paroi de l'âme, se trouve avoir une valeur supérieure à la traction qui, toutes choses égales d'ailleurs, se produit dans la même couche sous l'action d'une pression intérieure; la formule* (30) *nous donne, en effet, pour cette traction : $S = {}^{5}/_{3}p$ seulement.*

La construction des machines offre de nombreux exemples de l'application du procédé du forcement, dans la pose des frettes, des moyeux de roues, etc. Ce procédé se trouve étroitement lié au précédent, et nous allons en donner la théorie pour le cas le plus simple.

Soit B (Fig. 8) un anneau ou un moyeu percé d'une ouverture cylindrique et qui doit être entré à force sur l'arbre A, soit à froid,

Fig. 8.



soit à chaud. Désignons par r_1 le rayon de l'arbre, avant l'opération, par r_2 celui de l'ouverture de l'anneau et enfin par r le rayon commun aux deux pièces, après la mise en place.

Sur la pièce A, le forcement donne naissance à une compression uniformément répartie S_1, et sur C, dans la couche intérieure la plus voisine de l'axe, à une traction S_2. Entre ces tensions et les modules d'élasticité correspondants, il existe, d'après la formule (2), les relations

$$\frac{S_1}{E_1} = \frac{r_1 - r}{r_1} \qquad \frac{S_2}{E_2} = \frac{r - r_2}{r_2}$$

d'où l'on déduit par addition :

$$r_1 \frac{S_1}{E_1} + r_2 \frac{S_2}{E_2} = r_1 - r_2.$$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Pour le constructeur, il est intéressant de savoir quel est le rapport entre r_1 et r_2, qui donne le meilleur résultat. Si l'on désigne par q le quotient $\frac{r_1 - r_2}{r_2}$, on a, d'après ce qui précède :

$$q = \frac{r_1}{r_2}\frac{S_1}{E_1} + \frac{S_2}{E_2} = \frac{\frac{S_1}{E_1} + \frac{S_2}{E_2}}{1 - \frac{S_1}{E_1}}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (36)$$

Or, entre S_1 et S_2, il existe la relation suivante :

$$S_1 = S_2 \frac{m^2 - 1}{m^2 + 1} = S_2 \frac{\left(1 + \frac{\delta}{r}\right)^2 - 1}{\left(1 + \frac{\delta}{r}\right)^2 + 1}$$

qui est déduite de la formule de Lamé. En posant, pour abréger, $S_1 = S_2 \rho$, on obtient :

$$q = \frac{\frac{S_1}{E_1} + \frac{S_1}{\rho E_2}}{1 - \frac{S_1}{E_1}} = \frac{\frac{S_2}{E_2} + \frac{S_2 \rho}{E_1}}{1 - \frac{S_2 \rho}{E_1}}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (37)$$

Dans le cas où les pièces A et B sont métalliques, on peut, au dénominateur, négliger la fraction, à côté de l'unité, et l'on trouve alors comme formule à utiliser dans la pratique :

$$q = \frac{S_1}{E_1} + \frac{S_1}{\rho E_2} = \frac{S_2}{E_2} + \frac{S_2 \rho}{E_1}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (38)$$

On a, d'ailleurs, pour :

$\frac{\delta}{r} =$	0,5	0,6	0,7	0,8	1,0	1,5	2,0	3,0
$\rho =$	0,585	0,458	0,468	0,528	0,600	0,724	0,800	0,882.

De l'équation (38) on tire encore :

$$S_1 = \frac{qE_1}{1 + \frac{E_1}{E_2}\frac{1}{\rho}} \quad \text{et} \quad S_2 = \frac{qE_2}{1 + \frac{E_2 \rho}{E_1}}. \quad . \quad . \quad (39)$$

La valeur de q est le plus souvent si faible qu'il est nécessaire d'apporter le plus grand soin dans le tournage des pièces, pour établir exactement le rapport convenable entre r_1 et r_2.

Exemple. *Arbre en fer forgé, moyeu en fonte,* $E_1 = 20000$, $E_2 = 10000$; *supposons qu'on ait* $\delta = 2r$, *d'où* $\rho = 0,8$ *et posons comme condition que la tension* S_2

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

produite par le forcement dans l'intérieur du moyeu ne dépasse pas 5^k. *On doit alors, d'après la formule* (38), *prendre* $q = \frac{5}{10000} + \frac{5.0,8}{20000} = \frac{7}{10000} = \frac{1}{1430}$. *Si l'on prenait* $q = \frac{1}{600}$, *la tension correspondante dans le moyeu serait, d'après la formule* (39) : $S_2 = \frac{^1/_{600}.10000}{1 + \frac{10800.0,8}{20000}} = \frac{100}{6.1,4}$, *ou sensiblement* $11^k,5$. *Le moyeu serait alors exposé à se rompre.*

§ 20.

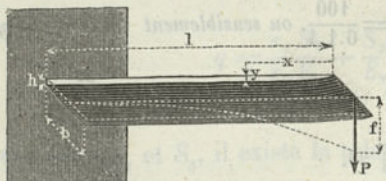
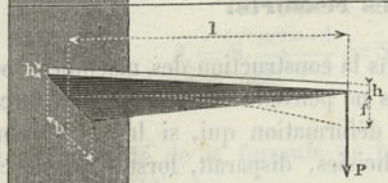
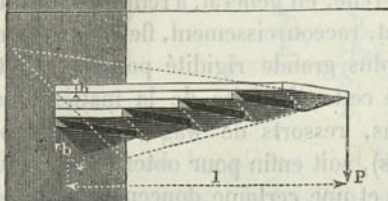
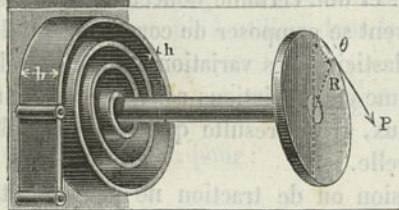
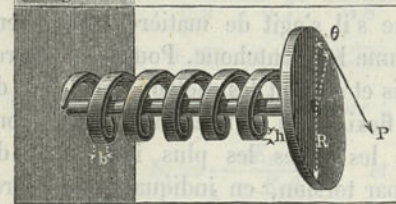
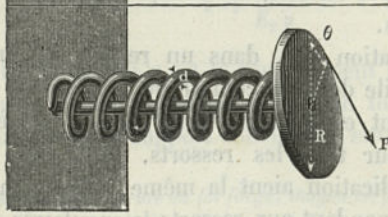
Calcul des ressorts.

Les matériaux qu'on utilise dans la construction des machines sont tous plus ou moins élastiques; ils ne peuvent donc résister aux forces extérieures que moyennant une déformation qui, si les dimensions des pièces sont convenablement choisies, disparaît, lorsque les forces extérieures cessent d'agir. On cherche, en général, à réduire les limites de cette déformation (allongement, raccourcissement, flexion, torsion), de façon à donner aux pièces la plus grande rigidité possible. Toutefois, dans les *ressorts*, on utilise cette élasticité de la matière, soit pour amortir les chocs (tampons, ressorts de wagons), soit pour produire un mouvement (horloges), soit enfin pour obtenir des appuis présentant à la fois de la solidité et une certaine douceur (chabottes). Il suit de là que les ressorts doivent se composer de corps susceptibles d'éprouver, entre les limites d'élasticité, des variations de forme relativement considérables, et, comme ces variations sont soumises aux lois de la résistance des matériaux, il en résulte que la théorie des ressorts trouve ici sa place naturelle.

Les actions directes de pression ou de traction ne peuvent être mises en jeu dans les ressorts que s'il s'agit de matières très extensibles ou très compressibles, comme le caoutchouc. Pour les matières moins déformables, comme le bois et surtout les métaux, on utilise, de préférence, les résistances à la flexion ou à la torsion. Nous avons réuni, dans le tableau suivant, les types les plus importants de ressorts, agissant par flexion ou par torsion, en indiquant sommairement leurs propriétés principales.

Bien que la faculté de déformation soit, dans un ressort, la propriété essentielle, il peut être utile de tenir compte de la dépense de matière qu'il exige. Cet élément est indiqué dans l'avant-dernière colonne, en supposant que, pour tous les ressorts, la charge et le déplacement du point d'application aient la même valeur. On a pris pour unité le volume correspondant aux ressorts triangulaires.

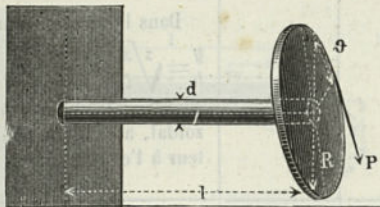
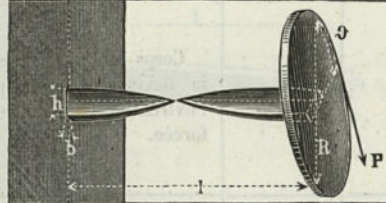
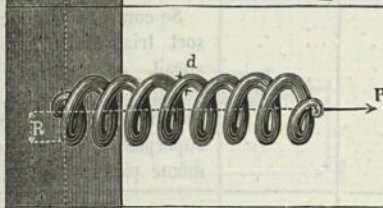
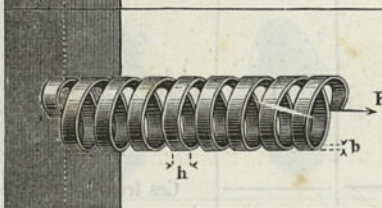
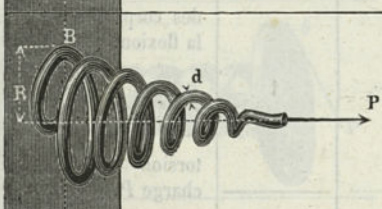
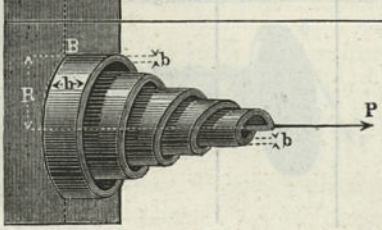
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

N°s	FORME.	DÉSIGNATION.	CHARGE.
I.		Ressort rectangulaire. Section longitudinale limitée par une parabole cubique.	$P = \frac{S}{6}\frac{bh^2}{l}$
II.		Ressort triangulaire simple.	$P = \frac{S}{6}\frac{bh^2}{l}$
III.		Ressort triangulaire composé ou à lames superposées.	$P = \frac{S}{6}\frac{ibh^2}{l}$ i nombre de lames.
IV.		Ressort spiral à fil plat.	$P = \frac{S}{6}\frac{bh^2}{R}$
V.		Ressort en hélice à fil plat.	$P = \frac{S}{6}\frac{bh^2}{R}$
VI.		Ressort en hélice à fil rond.	$P = \frac{S\pi}{32}\frac{d^3}{R}$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

DÉPRESSION.	FLEXIBILITÉ.	VOLUME.	OBSERVATIONS.
$f=6\,\frac{Pl^3}{Ebh^3}$	$\frac{f}{l}=\frac{S}{E}\frac{l}{h}$	$^3/_2$	Dans l'exécution, au lieu de $\frac{y}{h}=\sqrt[3]{\frac{x}{l}}$, on prend, comme approximation, un profil trapézoïdal, avec $^2/_3\,h$ pour la hauteur à l'extrémité.
$f=6\,\frac{Pl^3}{Ebh^3}$	$\frac{f}{l}=\frac{S}{E}\frac{l}{h}$	1	Corps d'égale résistance à la flexion; dans la pratique, l'extrémité libre doit être renforcée.
$f=6\,\frac{Pl^3}{Eibh^3}$	$\frac{f}{l}=\frac{S}{E}\frac{l}{h}$	1	Se comporte comme un ressort triangulaire simple, qui aurait comme base *ib* (en pointillé); peut être regardé comme obtenu en coupant et superposant les parties d'une même pièce
$f=R\theta=12\,\frac{Pl R^2}{Ebh^3}$	$\frac{f}{R}=2\,\frac{S}{E}\frac{l}{h}$	1	l longueur de la lame du ressort supposé développé.
$f=R\theta=12\,\frac{Pl R^2}{Ebh^3}$	$\frac{f}{R}=2\,\frac{S}{E}\frac{l}{h}$	1	Ces trois formes constituent des corps d'égale résistance à la flexion. La valeur $\frac{f}{R}$ est l'angle de torsion θ, déterminé par la charge P.
$f=R\theta=\frac{64}{\pi}\frac{P}{E}\frac{lR^2}{d^4}$	$\frac{f}{R}=2\,\frac{S}{E}\frac{l}{d}$	$^4/_3$	

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

N^os	FORME.	DÉSIGNATION.	CHARGE.
VII.		Ressort de torsion simple : tige ronde.	$P = S\frac{\pi}{16}\frac{d^3}{R}$
VIII.		Ressort de torsion simple : tige plate.	$P = \frac{S}{3R}\frac{b^2h^2}{\sqrt{b^2+h^2}}$ approximat. $(h >$ $P = \frac{S}{R}\frac{b^2h^2}{3(0,4b+0,$
IX		Ressort en hélice à fil rond.	$P = S\frac{\pi}{16}\frac{d^3}{R}$
X		Ressort en hélice à lame plate.	$P = \frac{S}{3R}\frac{b^2h^2}{\sqrt{b^2+h^2}}$ approximat. $(h >$ $P = \frac{S}{R}\frac{b^2h^2}{3(0,4b+0,$
XI.		Ressort conique, fil rond.	$P = S\frac{\pi}{16}\frac{d^3}{R}$
XII.		Ressort conique, lame plate.	$P = \frac{S}{3R}\frac{b^2h^2}{\sqrt{b^2+h^2}}$ approximat. $(h >$ $P = \frac{S}{R}\frac{b^2h^2}{3(0,4b+0,$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

DÉPRESSION.	FLEXIBILITÉ.	VOLUME.	OBSERVATIONS.
$f = R\theta = \frac{32}{\pi}\frac{P}{G}\frac{R^2 l}{d^4}$	$\frac{f}{R} = 2\frac{S}{G}\frac{l}{d}$	$^5/_{12}$	Dans les types VII à X, les ressorts sont des solides d'égale résistance à la torsion.
$f = R\theta = 3\frac{PR^2 l}{G}\frac{b^2+h^2}{b^3h^3}$	$\frac{f}{R} = \frac{S}{G}\frac{l\sqrt{b^2+h^2}}{bh}$	$^5/_8$	Les types VII et VIII conviennent spécialement pour former des ressorts composés ou en faisceaux.
$f = \frac{32}{\pi}\frac{PR^2 l}{G d^4}$	$\frac{f}{R} = 2\frac{S}{G}\frac{l}{d}$	$^5/_{12}$	Dans les types IX à XII, l est toujours la longueur du fil supposé étendu.
$f = 3\frac{PR^2 l}{G}\frac{b^2+h^2}{b^3h^3}$	$\frac{f}{R} = \frac{S}{G}\frac{l\sqrt{b^2+h^2}}{bh}$	$^5/_8$	Le plus grand côté de la section peut être indifféremment parallèle, normal ou oblique à l'axe.
Approximativement : $f = \frac{16}{\pi}\frac{PR^2 l}{Gd^4}$	$\frac{f}{R} = \frac{S}{G}\frac{l}{d}$	$^5/_6$	Ici, comme au N° XII, on suppose le ressort prolongé jusqu'au sommet du cône. Dans les deux cas, la section dangereuse est en B.
Approximativement : $f = \frac{3}{2}\frac{PR^2 l}{G}\frac{b^2+h^2}{b^3h^3}$	$\frac{f}{R} = \frac{1}{2}\frac{S}{G}\frac{l\sqrt{b^2+h^2}}{bh}$	$^5/_4$	Par une diminution progressive de la hauteur h de la section, à partir de B jusqu'à l'extrémité, on finit par arriver à un solide d'égale résistance.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Dans les formules du tableau précédent,

E désigne toujours le module d'élasticité,

G le module d'élasticité de torsion de la matière du ressort, lequel est égal à $^2/_5 E$ (Voy. § 11).

Les coefficients de résistance des matières qu'on emploie pour les ressorts ont été indiqués précédemment (§ 2). Mais il importe de remarquer que, pour faire travailler les ressorts par torsion avec la même sécurité que les ressorts par flexion, on ne doit prendre, pour les premiers, que les $^4/_5$ de la tension S (Voy. § 5). Les formules demeurent d'ailleurs applicables, quand la direction de la force P est de sens contraire à celle qu'indiquent les figures. Dans tous les cas examinés, le volume V des ressorts est donné par la relation :

$$V = C \cdot (P \cdot f) \frac{E}{S^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (40)$$

C désignant une constante, qui dépend de la forme du ressort, $(P.f)$ le produit de la charge par la flèche, ou, en d'autres termes, le travail du ressort. On en conclut que, pour tous les ressorts appartenant au même type, composés de la même matière, présentant la même sécurité et donnant lieu à un même travail $(P.f)$, le poids reste le même, quelle que soit la longueur l ou de quelque façon qu'on choisisse les dimensions arbitraires. Le quotient $E : S^2$ montre que les matières les plus avantageuses, pour les ressorts, sont celles qui ont un faible coefficient d'élasticité et surtout un module de charge élevé. Or, la table du § 2 donne :

pour l'acier fondu trempé et recuit, $\frac{E}{T^2} = \frac{30000}{65^2} = 7{,}10$

pour l'acier ordinaire, non trempé, $= \frac{20000}{25^2} = 32{,}00$

pour le laiton. . . . . $= \frac{6500}{4{,}8^2} = 282{,}10$

pour le bois. . . . . $= \frac{1100}{2^2} = 275{,}00$

L'acier trempé et recuit est donc théoriquement la matière la plus avantageuse pour les ressorts; c'est, du reste, ce que confirme la pratique.

Il convient de signaler encore cette propriété, commune à tous nos types de ressorts, que leur dépression, ou le déplacement du point d'application de la force, est proportionnelle à la charge.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Il résulte de là que les oscillations d'un ressort chargé rentrent dans la classe des oscillations simples, ou pendulaires, et que leur durée peut se calculer facilement. En négligeant le poids propre des ressorts, chacun de ceux que nous avons étudiés oscille, sous l'action de la charge P, comme le ferait un pendule simple de longueur f, de sorte que le temps t d'une oscillation simple est :

$$t = \pi\sqrt{\frac{f}{g}}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (41)$$

$g = 9^{m},81$ désignant l'accélération due à la pesanteur. Pour notre mode de calcul ordinaire, g doit être exprimé en millimètres.

Exemples d'application de la théorie des ressorts. 1. *On veut calculer un ressort triangulaire simple (type N° II) pour une charge* $P = 50^{k}$ *et une flexion* $f = 20^{mm}$. *Choisissons, comme matière, l'acier fondu avec* $E = 30\,000$, *et posons* $S = 40^{k}$; *si nous prenons pour longueur du ressort* $l = 400^{mm}$, *la colonne 6 nous donne :* $\frac{20}{400} = \frac{40}{30000}\cdot\frac{400}{h}$, *d'où* $h = \frac{40.400.400}{20.30000} = 10^{mm},66$. *Maintenant, d'après la colonne 4, on a :* $50 = \frac{40}{6}\frac{b.32^{2}}{400.3^{2}}$ *ou* $b = 26^{mm},35$, *soit* $26^{mm},5$. *Le volume correspondant* $V = \frac{bhl}{2} = \frac{26,5.32.400}{5.2} = 56\,533$ *millim. cubes.*

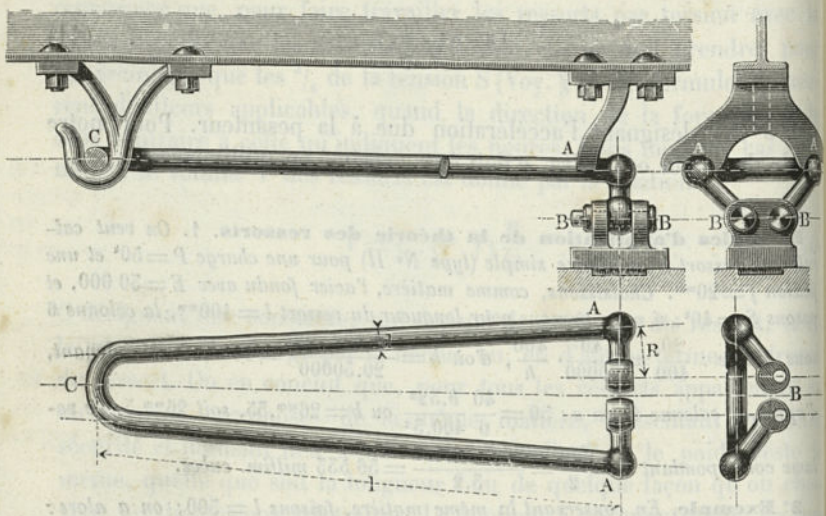
2° Exemple. *En conservant la même matière, faisons* $l = 300$; *on a alors :* $h = \frac{40.300.300}{20.30000} = 6^{mm}$, $b = \frac{6.300.50}{40.36} = 62^{mm},5$, $V = \frac{bhl}{2} = 56250$ *millim. cubes, c'est-à-dire qu'en tenant compte des fractions négligées pour arrondir les nombres, on trouverait pour V la même valeur que dans le 1er exemple, conformément à la remarque faite sur la formule* (40).

3° Exemple. *On veut remplacer le ressort précédent par un ressort cylindrique en hélice (type N° IX), fabriqué avec la même matière. Ce nouveau ressort agissant par torsion, nous devons, pour conserver la même sécurité, remplacer* $S = 40$ *par les 4/5es de cette valeur, soit 32. Si nous prenons, en outre, pour le diamètre du fil, d'acier,* $d = 6^{mm}$, *la colonne 4, N° IX, donne :* $50 = \frac{32}{16}\pi\frac{6^{3}}{R}$, *d'où* $R = \frac{\pi.216}{25} = 27^{mm},14$, *soit* 27^{mm}. *D'après la colonne 6, on doit prendre, pour la longueur du fil,* $l = \frac{6.20.0,4.50\,000}{32.2.27} = \frac{10\,000}{12} = 833,3$, *ce qui donne, pour le nombre de tours,* $i = \frac{l}{2\pi R} = \frac{833,3}{2.\pi.27} = 4,91$, *soit 5. Si l'on voulait avoir un plus grand nombre de spires, il faudrait prendre d plus petit. Le volume du ressort est :* $V_{1} = l.\frac{\pi}{4}.d^{2} = 833,3\,\frac{\pi}{4}36 = 25562$ *millim. cubes. Ce volume, comparé au précédent, donne* $\frac{V_{1}}{V} = \frac{25\,562}{56\,250} = \frac{5}{11,99}$, *soit 5/12, valeur qui se trouve indiquée dans la colonne 7, correspondant au N° IX.*

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

4° Exemple. *Dans ces dernières années, on a commencé, en Allemagne, à utiliser, comme ressorts de suspension pour les wagons, les ressorts de torsion sous la forme que représente la Figure 9 et dont on est redevable à l'Américain Dudley. Chaque ressort, recourbé comme une épingle à cheveux, porte deux bras cylindriques AB, reliés, au moyen de boulons, à une pièce qui charge la boîte à graisse; en A, les deux tiges rondes du ressort se trouvent pressées contre la sur-*

Fig. 9.



face inférieure d'un heurtoir, qui est fixé sur le longeron du wagon et qui leur laisse le jeu nécessaire dans le sens transversal; en C, le ressort est supporté par un crochet, fixé également au longeron. Proposons-nous de calculer la tension S qu'éprouve la matière des bras A C du ressort, dans les conditions suivantes: diamètre $d = 29^{mm}$; *bras de levier R (projection horizontale du bras AB)* $= 100^{mm}$; *charge moyenne du ressort entier* 4500^{k} *(le quart de la charge du wagon* $10\,000^{k}$ $+$ *le quart de la tare* 8000^{k}*); la charge P de chacun des bras AB est, par suite,* $0{,}5.4500^{k} = 2250^{k}$.

La colonne 4 du N° VII de la table précédente donne pour la tension cherchée: $S = \frac{16}{\pi}\frac{PR}{d^3} = \frac{16}{\pi}\frac{2250.100}{29^3} = 47^{k}$. *Jusqu'ici l'acier de Sheffield paraît seul avoir été employé pour des ressorts de cette espèce. Le coefficient d'élasticité de cette matière est relativement très faible (circonstance éminemment avantageuse pour l'emploi dans les ressorts); il n'est guère que de* $17\,000^{k}$, *ce qui conduit à prendre, pour le coefficient d'élasticité de torsion,* $G = 2/5\,E = 6800^{k}$.

Nous pouvons, d'après cela, déterminer approximativement la dépression ou la flèche f, à l'aide de la colonne 6 du N° VII, à la condition de connaître la longueur l; en supposant $l = 850^{mm}$, *nous trouvons :* $f = \frac{100.2.47.850}{6800.29} = 40^{mm},5$.

Le ressort, tel qu'il est représenté dans la figure 9, à l'échelle de $^1/_{12}$, *ne pèse que* 11^{k}; *ce poids n'est donc que* $11 : 4500 = 1/410$ *de la charge brute, ou* $11 : 2500 = 1/227$ *de la charge utile. Un ressort à lames à deux bras, équivalent*

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

au précédent, aurait, d'après la colonne 4 du N° III de notre table, un poids de 45^{k}, poids qui, comme l'autre, ne comprend aucune ferrure. Ce ressort à lames a donc un poids qui est plus que quadruple de celui du ressort de torsion équivalent.

Dès l'année 1857, l'auteur, dans son ouvrage sur les Ressorts (1), avait appelé l'attention sur l'économie de matière que devait entraîner la substitution des ressorts de torsion aux ressorts à lames dans la construction des wagons. La lenteur avec laquelle cette idée a fait son chemin doit être attribuée, d'une part, à l'énorme différence que présentait le système proposé avec l'ancien; de l'autre, à la difficulté d'arriver à tremper convenablement des ressorts ronds. Ce dernier obstacle semble avoir été complètement surmonté dans le ressort de Dudley. Mais, même dans cette hypothèse, nous persistons à regarder comme préférable au ressort précédent le simple ressort à hélice du N° IX (travaillant par compression, au lieu de travailler par allongement); ce dernier ressort pourrait, en effet, se placer très facilement entre les branches des plaques de garde des paliers des essieux, sans exiger aucune disposition spéciale du genre de celles que représente la Fig. 9 pour les boutons en A et les articulations en B.

La Fig. 10 montre de quelle manière on pourrait substituer un ressort de ce genre à un ressort à lames dans un wagon de marchandises. Sur le longeron A sont fixées les plaques de garde B, dont les branches servent de guides au palier C. Le ressort D est destiné à permettre la transmission de la charge de A à C; il est enroulé simplement en hélice, à l'exception de la partie inférieure qui, sur une longueur de 3/4 de tour environ, est ramenée dans un plan perpendiculaire à l'axe, de manière à constituer une base d'appui sur la pièce E du palier. A la partie supérieure, le ressort s'engage, sur un tour et demi, dans une couronne F, formant écrou à l'intérieur et fixée par des boulons au longeron. Lorsqu'on met le ressort en place, on l'engage dans la couronne, en le faisant tourner, jusqu'à ce qu'il se trouve convenablement ajusté, puis on le fixe invariablement dans cette position, au moyen de la vis G. Lorsqu'après un service suffisamment prolongé le ressort se trouve avoir perdu une partie de son élasticité, on l'enlève et on le soumet à une série d'opérations destinées à lui rendre la valeur qu'il avait à l'origine.

Comme le calcul d'un ressort hélicoïdal de cette espèce n'est pas précisément simple, nous croyons devoir en donner ici un exemple numérique. Prenons un wagon de marchandises à quatre roues, dont le poids propre est supposé de 5000^{k} et la charge utile de 10 000^{k}. La charge P sur chacun des ressorts se trouve être, dans ces conditions, de 3750^{k}; admettons que, sous cette charge, la dépression f doive être égale à 45^{mm}, que la tension S soit, comme précédemment, de 47^{k}, et que le coefficient G ait, de même, pour valeur, 6800. Comme il convient d'obtenir pour le diamètre d du fil un nombre rond, nous pouvons nous donner, pour ce diamètre, un certain nombre de valeurs, et calculer les valeurs correspondantes du rayon d'enroulement R par la formule: $R = S\frac{\pi}{16}\frac{d^3}{P}$ *(N° IX, col. 4, p. 64).*

Prenons successivement:

$$d = 26,\ 27,\ 28,\ 29^{mm}.$$

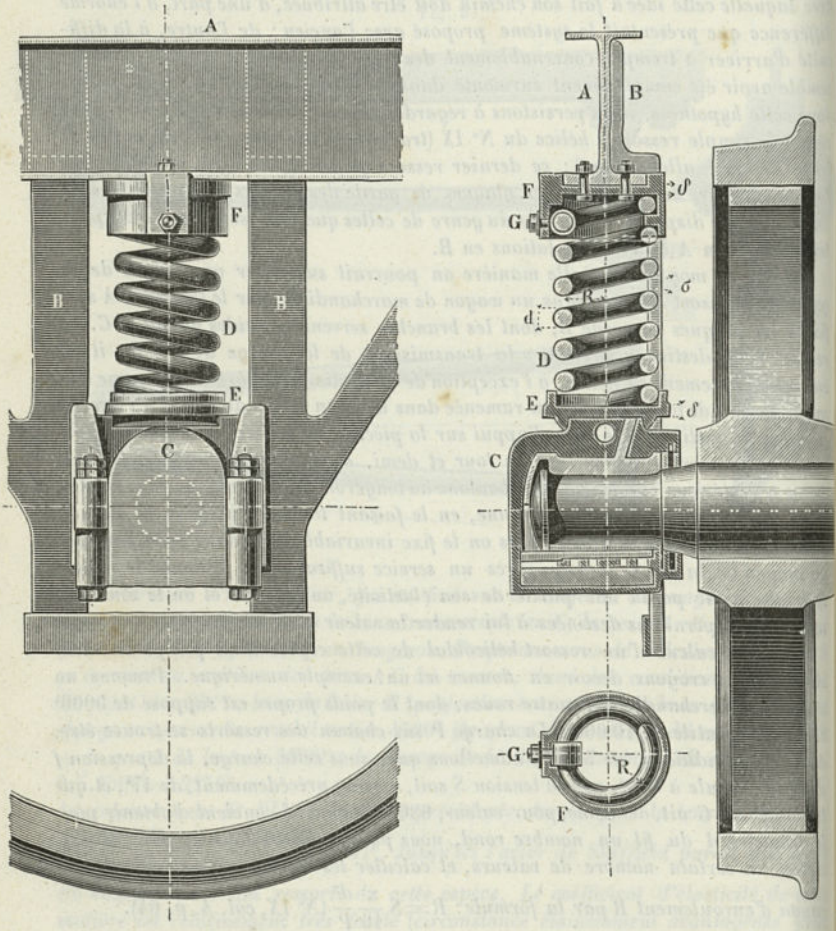
Pour ces mêmes valeurs, déterminons le nombre n de tours qu'il faut donner au ressort, de manière que la flèche f soit de 45^{mm} pour P = 3750^{k}. A cet effet, nous pouvons remarquer qu'on a approximativement: $2\pi Rn = l$ *(l étant la lon-*

(1) Konstruktion und Berechnung der wichtigsten Federarten. — Winterthur.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

gueur du fil), ou encore, d'après la formule du N° IX (p. 65, col. 2): $f = 2\frac{S}{G}\frac{2\pi R^3 n}{d}$, *d'où* $n = \frac{fG}{4\pi S}\frac{d}{R^2}$. *Maintenant la distance de la couronne F à la plaque d'assise E doit être au moins de* $nd + f$; *d'ailleurs, le ressort étant comprimé, il convient*

Fig. 10.



qu'il reste, entre les spires, un certain jeu σ, *afin que le ressort puisse encore osciller librement; nous prendrons* $\sigma = 8^{mm}$. *Le pas s des spires du ressort non chargé est donné par la formule :*

$$s = \frac{nd + f + n\sigma}{n}.$$

La hauteur totale du ressort non chargé, tel qu'il sort de l'atelier, est encore supérieure à ns *de la quantité* $1{,}5\,s + d$, *parce que le ressort doit s'engager dans la cou-*

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

ronne F, d'une hauteur correspondant à 1 tour 1/2, et qu'on perd, en outre, 1/2 d, en haut et en bas. Si enfin nous ajoutons encore l'épaisseur δ du fond de la couronne F et celle de la plaque E, que nous pouvons supposer toutes les deux égales à 13^{mm}, nous obtiendrons la hauteur de tout l'ensemble. Cette hauteur doit, d'ailleurs, ne pas être supérieure à la plus grande distance restant disponible entre le longeron A et le palier C. Dans la figure, cette distance est de 350^{mm}. Les résultats des calculs qui viennent d'être indiqués sont fournis par le tableau suivant :

$d =$	26	27	28	29
$R =$	45,30	48,40	54,10	60,03
$=$	45,00	48,00	54,00	60,00
$n =$	7,27	6,63	4,97	4,17
$nd =$	189,02	176,01	139,16	120,93
$n\sigma =$	58,16	53,04	39,76	33,36
$f =$	45,00	45,00	45,00	45,00
$n(d+\sigma)+f =$	292,28	277,05	225,92	199,29
$s =$	40,20	41,79	45,05	47,78
$=$	40,00	42,00	45,00	48,00
$1,5\,s =$	60,00	63,00	67,50	72,00
$2\delta =$	26,00	26,00	26,00	26,00
Hauteur totale $=$	404,28	393,05	344,42	326,29
$=$	404,00	393,00	344,00	326,00

Les deux premières valeurs de d sont inadmissibles, puisqu'elles conduisent à une hauteur totale supérieure à la hauteur disponible, 350^{mm} ; les deux dernières valeurs conduisent, au contraire, à des hauteurs convenables ; on peut donc prendre :

$d = 28^{mm}$ *avec* $s = 45^{mm}$

ou $d = 29^{mm}$ *avec* $s = 48^{mm}$.

Ce système de ressort est, comme on le voit, d'une construction extrêmement simple, et il permettrait de réaliser une économie de matière très importante. Pour les wagons de voyageurs, qui exigent des ressorts beaucoup plus flexibles (f est le plus souvent compris entre 150 et 170^{mm}), il pourrait être nécessaire de composer le système de trois ressorts.

Le caoutchouc vulcanisé ou sulfuré est fréquemment utilisé comme matière de ressorts, notamment dans les tampons de wagons, les marteaux-pilons, etc., où on l'emploie généralement sous la forme de disques superposés et séparés par des plaques métalliques. Les expériences, faites en vue de déterminer la manière dont se comporte le caoutchouc en se déformant, sont encore trop incomplètes pour qu'on en puisse tirer des règles de construction. Toutefois, pour un contour

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

limité, et en particulier pour les ressorts annulaires des tampons de wagons, on peut partir des indications suivantes (1).

Les figures 11 et 12 donnent les sections le plus fréquemment adoptées pour les anneaux de tampons. Sur l'une des faces de chaque disque est ménagé un bourrelet annulaire, sur l'autre une gorge correspondante, dans laquelle s'engage la plaque intercalaire,

Fig. 11.

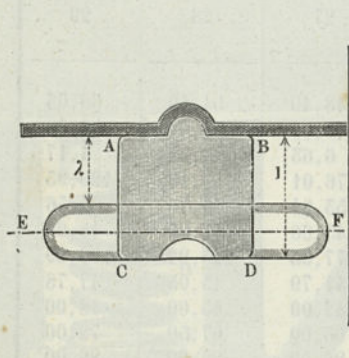
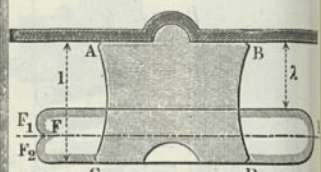


Fig. 12.



de façon à prévenir les déplacements transversaux dans la boîte du tampon.

Lorsqu'on soumet un ressort de ce genre à une compression dirigée suivant l'axe, l'expérience montre que le volume du ressort reste invariable; l'épaisseur diminue, mais, par contre, le diamètre augmente. Les fibres qui fatiguent le plus sont en *E*, à l'extrémité extérieure, et elles travaillent par extension. Il se produit d'ailleurs des déchirements en ces points, quand on dépasse la limite d'élasticité.

On atteint à peu près cette limite d'élasticité, lorsque la charge représente $0^k,5$ par millim. carré de la section initiale, mesurée normalement à l'axe. Le module de résistance *T* doit donc être pris égal à $0^k,5$, lorsqu'on calcule la pièce comme travaillant simplement par compression. Ce module est d'ailleurs un peu plus élevé et va jusqu'à $0^k,55$ pour les caoutchoucs de faible densité, tandis qu'il descend jusqu'à $0^k,45$ pour les caoutchoucs plus denses. Le poids spécifique, qui varie, du reste, suivant la teneur en soufre, est égal à 1 pour les espèces les plus légères, et varie de 1,15 à 1,32 pour les plus lourdes.

(1) On a utilisé les nombres fournis par les précieuses expériences de Werder, ingénieur directeur de la fabrique de Klett et Cie, de Nuremberg.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Lorsqu'on arrive à la limite d'élasticité, la section moyenne suivant *EF* se trouve être à peu près double de la section primitive, et le contour *ECDF* est au contour primitif *ABCD* dans le rapport de 4 à 3.

Lorsque la charge reste au-dessous de la limite d'élasticité, la compression s'opère suivant une loi variable avec la qualité du caoutchouc, mais qui peut s'exprimer approximativement par la formule empirique

$$\lambda = \frac{l}{\gamma}\sqrt{\frac{P}{q}}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (42)$$

dans laquelle λ représente le raccourcissement éprouvé par l'épaisseur primitive l, sous l'action de la force P; q la section initiale du tore, mesurée dans un plan normal à l'axe; γ le poids spécifique de la matière.

Exemple. *Un ressort, disposé suivant le type de la figure* 11, *a* 142^{mm} *de diamètre extérieur,* 74^{mm} *de diamètre intérieur, ce qui correspond à une surface de section* $q = 11536^{mm.q}$; *l'épaisseur des disques est* $l = 35^{mm}$ *et la densité du caoutchouc* $\gamma = 1$. *On le soumet à une pression de* 2500^{k}. *La charge par unité de surface de la section primitive est alors* $\frac{P}{q} = \frac{2500}{11536} = 0^{k},217$, *et se trouve au-dessous de la limite d'élasticité. D'après la formule* (42), *la compression réduira la hauteur de* $\lambda = 35\sqrt{0,217} = 35.0,466 = 16^{mm},31$. *Des essais directs sur la même pièce ont donné* $\lambda = 16^{mm},75$.

L'ingénieur belge *Stévart* a fait, sur les propriétés du caoutchouc, au point de vue de la résistance, une série d'expériences très-importantes. Toutes ces expériences, à la compression comme à l'extension, ont confirmé le fait précédemment signalé, que le caoutchouc, quel que soit le genre d'effort auquel il se trouve soumis, ne change pas sensiblement de volume, c'est-à-dire qu'il est *à peu près incompressible, comme l'eau*. Les recherches relatives à l'extension ont donné un module d'élasticité égal à $0^{k},084$. Des expériences de compression qui ont été faites également sur des anneaux de tampons, Stévart a déduit une formule différente de la précédente, et qui est : $l : (l - \lambda) = \sqrt{aP + 2}$, dans laquelle a désigne un coefficient qui peut avoir, pour chaque anneau séparé, une valeur différente (il a trouvé, par exemple, $a = 0,96,\ 1,15,\ 1,50$). Cette formule reproduit très exactement les résultats d'expériences constatés par Stévart.

Dans les tampons de chemins de fer, on emploie de 4 à 7 rondelles, dont les dimensions sont précisément celles de l'exemple précédent. La réduction de hauteur totale est alors, comme on le voit

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

facilement, égale à celle d'un anneau isolé, multipliée par le nombre des anneaux.

Dans la pratique, on observe fréquemment que les ressorts en caoutchouc perdent rapidement leur élasticité et finissent par se transformer en une masse dure et cassante. Mais les résultats obtenus dans de nouvelles installations, exécutées avec beaucoup de soin, permettent de conclure que cet inconvénient se produit seulement quand les anneaux, pendant leur déformation, sont exposés à des frottements de glissement. Pour éviter ces frottements, il faut que les plaques intercalaires dépassent le caoutchouc, tant à l'intérieur qu'à l'extérieur, d'une quantité telle que la matière, après déformation, ne vienne frotter, ni contre la boîte, ni contre la tige centrale. Les tampons dans lesquels cette condition est observée, présentent une durée très satisfaisante.

Il convient de donner aux anneaux une forme telle qu'il ne puisse pas se former de plis sur les bords. — Ces plis, qui ont pour conséquence une usure rapide, se produisent facilement dans les sections analogues à celle de la figure 12, et prennent alors la forme indiquée en F_1F_2. Les anneaux à section rectangulaire, comme ceux de la figure 11, sont à l'abri de cet inconvénient et doivent, par suite, être employés de préférence.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

DEUXIÈME PARTIE

NOTIONS DE GRAPHOSTATIQUE

§ 21.

Considérations préliminaires.

L'équilibre de plusieurs forces, agissant sur un système de points matériels, peut être représenté par un tracé graphique, à la condition de remplacer chacune de ces forces par une ligne droite, ayant même direction, même grandeur et même position dans l'espace. La direction d'une force est déterminée par les angles que fait la droite qui la représente avec les axes de coordonnées. La longueur de cette ligne donne la grandeur absolue de la force; on indique généralement par une flèche le sens dans lequel elle tend à produire le mouvement; enfin la position de la droite, dans le système d'axes de coordonnées, fournit les constantes qui entrent dans l'équation de la ligne indiquant la direction de la force. Cette représentation des forces par des grandeurs géométriques permet de transformer les questions de statique en simples problèmes de géométrie appliquée, et d'arriver, par suite, à des solutions souvent beaucoup plus simples que celles de l'analyse algébrique, dans les cas notamment où certains éléments à déterminer sont des grandeurs géométriques, qui doivent, en définitive, être reportées sur des plans. En coordonnant méthodiquement les solutions graphiques de ce genre de problèmes, on est arrivé à former un corps d'enseignement spécial sous le nom de *Statique graphique*, ou encore de *Graphostatique* (1).

(1) V. Culmann. *Statique graphique*, Zurich, 1866. Cet ouvrage, d'une utilité incontestable, expose la théorie de la graphostatique et renferme un grand nombre de problèmes et d'applications tirées de l'*Art de l'ingénieur*. C'est à Culmann que revient l'honneur

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Cette science est d'une très grande utilité pour l'établissement des projets de machines, et nous aurons de fréquentes occasions de l'employer, dans le cours de cet ouvrage, pour l'étude des pièces élémentaires. Afin de rendre plus intelligibles les applications que nous aurons à en faire dans la suite, nous croyons devoir rappeler brièvement quelques-uns de ses principes fondamentaux.

De la graphostatique on peut évidemment séparer ces méthodes de calcul graphique qui s'appliquent aux cas où les éléments n'interviennent que par leurs mesures, comme, par exemple, ceux où les forces n'entrent que par leurs grandeurs, au même titre que des unités d'ordre quelconque. Ces méthodes, qu'on désigne sous les noms divers de *Calcul graphique*, *Arithmétique graphique* ou *Arithmographie*, etc., doivent, dans tous les cas, former une subdivision (1). Nous commencerons par rappeler les principes relatifs à ces problèmes de pure arithmétique graphique. Nous ne saurions, d'ailleurs, trop insister, auprès du lecteur, pour qu'il se pénètre bien de ces principes fondamentaux, dont nous aurons à faire un usage constant.

§ 22.

Multiplication des lignes.

Les lignes dont on fait usage dans l'arithmétique graphique se mesurent au compas et à la règle divisée; elles peuvent exprimer par leur longueur, et suivant l'unité qu'on aura choisie, des mètres ou des millimètres, des litres, des vitesses, des monnaies, etc. Les opérations d'addition ou de soustraction s'effectuent graphiquement sur les lignes elles-mêmes, sans aucune difficulté, et l'on obtient des lignes qui représentent les sommes ou les différences d'un certain nombre d'autres. — Le problème paraît un peu plus complexe quand il s'agit de multiplier, les unes par les autres, les lignes qui représentent des grandeurs. Mais, comme toute mesure revient à comparer une grandeur donnée avec l'unité, le problème de la multiplication graphique se réduit, en réalité, à trouver une ligne qui soit à la ligne prise comme unité dans le rapport donné par d'autres lignes, mesurées avec cette même unité; en d'autres termes, multiplier deux lignes a et b l'une par l'autre ou, plus exactement, multiplier une ligne de

d'avoir le premier condensé, en corps de doctrine, l'ensemble des solutions de ce genre, et introduit cet enseignement dans la pratique.

(1) V. H. Eggers, *Principes d'une arithmétique graphique*, Schaffouse, 1865. — Schlesinger, *Sur les courbes des puissances* (Zeitschrift des œsterr. Ing.-Verein, 1866. — E. Stamm, *Sul calcolo grafico* (Comptes rendus de l'Institut lombard, fasc. VI).

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

longueur a par une ligne de longueur b, revient à trouver une ligne x qui contienne $a \times b$ fois l'unité avec laquelle on a mesuré les deux lignes (facteurs) données. Or, ce problème peut se résoudre simplement, et d'un grand nombre de manières, à l'aide des triangles semblables. Nous donnerons ici quelques-unes de ces solutions.

I. On porte en OE (Fig. 13) la longueur prise comme unité de mesure; on élève en E une perpendiculaire, jusqu'à sa rencontre en B avec l'arc de cercle de rayon $OB = b$; sur la direction de OE on porte $OA = a$, on mène AC parallèle à EB, et la longueur OC donne le produit cherché x. On a, en effet, $OC : OA = OB : OE$ ou $x = a \times b : 1$. Cette solution suppose que l'un des facteurs (b) soit plus grand que l'unité.

II. Fig. 14. En conservant le mode de construction précédent, on

Fig. 13.

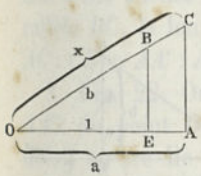


Fig. 14.

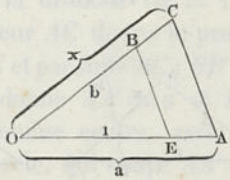
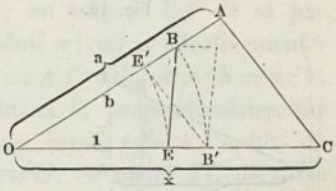


Fig. 15.



peut mener EB obliquement sur OA, ce qui permet d'exécuter le tracé dans le cas où les deux facteurs sont plus petits que l'unité.

III. On prend OE et OB (fig. 15), comme précédemment; sur OB on porte $OA = a$, on mène AC, de telle sorte que les angles OAC et OEB soient égaux, c'est-à-dire que AC soit antiparallèle à EB; OC est alors le produit cherché x, attendu que les triangles OEB, OAC, sont semblables. Pour ne pas avoir à construire l'angle en A, on prend $OE' = OE$, $OB' = OB$, et on mène AC parallèle à $E'B'$. En faisant tourner le triangle $BE'B'$ autour d'un axe passant par BB', de manière à le rabattre sur la droite, les deux triangles $BB'E'$, $BB'E$ se trouvent former un parallélogramme. La construction se simplifie encore quand EB est perpendiculaire sur OE; mais la chose n'est possible que si l'on a $b > 1$.

IV. On prend OE (Fig. 16) égal à l'unité; on porte, sur OE, l'un des facteurs, $OA = a$; par le point E on mène, soit une perpendiculaire, soit une oblique, sur laquelle on prend $EB = b$, et, par le point A, on trace une parallèle à EB. Cette ligne rencontre en C le prolongement de OB, et l'on a $AC = x$, en vertu de la relation $CA : OA = BE : OE$ ou $x : a = b : 1$, a et b pouvant d'ailleurs être plus petits ou plus grands que l'unité. — On peut prendre encore

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

$EB_1 = b_1$, tracer OB_1, jusqu'à sa rencontre en C_1, avec le prolongement de CA, $AC_1 = x_1$ sera alors le produit de a et de b_1; par suite CC_1 sera le produit de a par BB_1, et l'on aura $x + x_1 = a(b + b_1)$. Le facteur b peut donc être porté de l'un et de l'autre côté de la ligne d'unité OE sur la normale (ou l'oblique) BE, et le produit cherché, $ab = x$, se trouve alors mesuré par la longueur de la parallèle à b, comprise entre les lignes menées du point O aux extrémités de b.

V. On prend (Fig. 17) $OE = 1$, $EB = b$, OB arbitraire, mais plus petit que $OE + EB$, et sur OB on porte $OA = a$; en A on fait un angle OAC égal à OEB; la longueur AC est le produit cherché x, car on a $CA : OA = BE : OE$ ou $x : a = b : 1$; a et b peuvent, d'ailleurs, être plus grands ou plus petits que l'unité.

VI. On prend encore (Fig. 18) $OE = 1$; on élève, en E, une per-

Fig. 16.

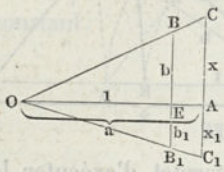


Fig. 17.

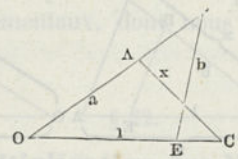
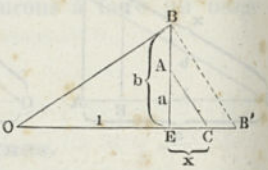


Fig. 18.



pendiculaire, sur laquelle on porte $EA = a$, $EB = b$, et on mène BB' perpendiculaire à OB. La ligne AC, parallèle à BB', détermine, sur le prolongement de OE, un point C tel que $EC = x$. On a en effet : $EC : EA = BE : OE$ ou $x : a = b : 1$.

Il arrive souvent, dans les dessins, que les lignes à multiplier l'une par l'autre se trouvent occuper, sur le plan, une position qui permet d'effectuer la multiplication, sans qu'il soit nécessaire de reporter les lignes dans une position plus commode. Nous allons donner quelques exemples des tracés qu'on peut souvent adopter dans les cas de ce genre.

VII. Fig. 19. Les lignes $OA = a$, $BB' = b$ sont perpendiculaires ou obliques l'une sur l'autre, le point B' tombant entre O et A. On porte alors sur OA l'unité OE et on joint BE; en A on mène AC parallèle à BE et, par le point C, la ligne CC' parallèle à BB'; $CC' = x$ est alors le produit cherché, car on a :

$$CC' : OA = BB' : OE \quad \text{ou} \quad x : a = b : 1.$$

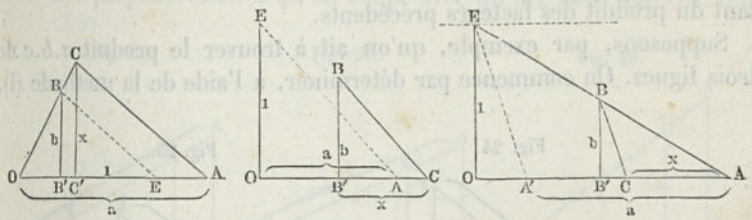
VIII. Fig. 20. On donne, comme précédemment, $OA = a$ et $BB' = b$, ces deux lignes étant normales ou inclinées. A partir de O,

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

et sur une parallèle à BB', on porte $OE = 1$, on joint EA et, par le point B, on mène BC parallèle à EA; $B'C$ est le produit cherché; car on a : $B'C : BB' = OA : OE$ ou $x : b = a : 1$.

IX. Fig. 21. On donne $AA' = a$ et $BB' = b$, perpendiculaire sur AA'; on prolonge AB jusqu'à sa rencontre en E avec la paral-

Fig. 19. Fig. 20. Fig. 21.

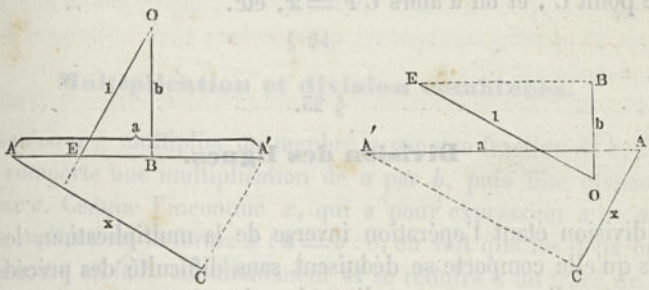


lèle à AA' menée à la distance $OE = 1$; en traçant EA' et sa parallèle BC, la longueur AC donne le produit x; on a effectivement : $AC : CB = AA' : A'E$ et par suite $AC : BB' = AA' : OE$, ou $x : b = a : 1$.

X. Fig. 22. On donne $AA' = a$ et $BO = b$, perpendiculaire sur AA'; du point O comme centre, avec un rayon égal à l'unité, on décrit un arc de cercle, qui coupe AA' en E; on mène $A'C$ parallèle à OE et, du point A, on abaisse AC perpendiculaire sur $A'C$; la ligne AC est le produit cherché x. En effet, comme l'angle CAA' est égal à l'angle BOE, on a : $AC : AA' = OB : OE$, ou $x : a = b : 1$.

La ligne AA' a été ici projetée sur une perpendiculaire à OE. Une

Fig. 22. Fig. 23.



projection de cette nature s'appelle, d'une manière abrégée, l'anti-projection de AA' sur OE.

XI. Fig. 23. Lorsque les lignes données $AA' = a$ et $BO = b$ se coupent à angle droit, on mène par le point B une parallèle à AA', et du point O, avec un rayon $OE = 1$, on décrit un arc de cercle qui

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

coupe cette ligne en E; on mène $A'C$ parallèle à EO et AC perpendiculaire à $A'C$; AC est le produit cherché x, car on a la relation : $AC : AA' = OB : OE$ ou $x : a = b : 1$.

Les méthodes de multiplication que nous venons d'indiquer et toutes celles que l'on pourrait imaginer sont également applicables au cas où le nombre des facteurs est supérieur à deux; il suffit de répéter la même opération, pour chaque facteur, avec la ligne résultant du produit des facteurs précédents.

Supposons, par exemple, qu'on ait à trouver le produit $a.b.c$ de trois lignes. On commence par déterminer, à l'aide de la méthode (I),

Fig. 24.

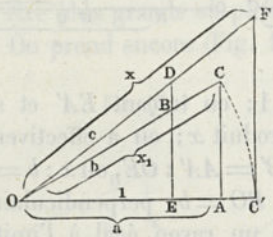
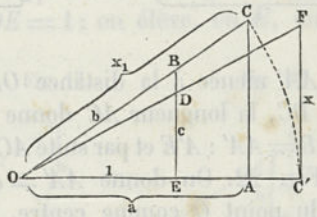


Fig. 25.



si l'on veut, le produit $x_1 = ab$ (fig. 24); on rabat $OC = ab$ en OC' sur OA; à partir de O, on porte $OD = c$, et en C' on élève une perpendiculaire, qui rencontre cette ligne en F; OF représente le produit cherché $x = abc$. Si l'on préfère suivre la méthode (IV), après avoir trouvé $OC' = ab$, on prend $ED = c$ (Fig. 25), on prolonge OD jusqu'à sa rencontre, en F, avec une perpendiculaire à OC', menée par le point C', et on a alors $C'F = x$, etc.

§ 23.

Division des lignes.

La division étant l'opération inverse de la multiplication, les méthodes qu'elle comporte se déduisent sans difficulté des précédentes. Diviser une ligne a par une ligne b revient à trouver une troisième ligne x, qui contienne $a : b$ fois l'unité commune de a et de b. Nous allons indiquer quelques-uns des procédés graphiques en usage pour les divisions.

I. Prenons (Fig. 26) $OE = 1$; élevons, en E, une perpendiculaire (ou une oblique), qui rencontre, en B, l'arc décrit avec $OB = b$ (divi-

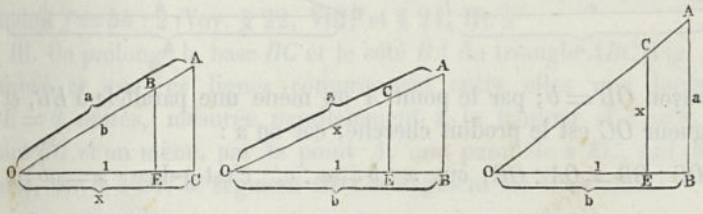
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

seur), comme rayon, et prenons $OA = a$ (dividende). Si l'on mène, par le point A, une parallèle à BE, cette ligne détermine, sur OE, le quotient $OC = x$, en vertu de la relation

$$OC : OE = OA : OB \quad \text{ou} \quad x : 1 = a : b.$$

II. On prend $OE = 1$ (Fig. 27); sur OE on porte $OB = b$, on élève en B une perpendiculaire, qu'on coupe avec un arc de cercle $OA = a$

Fig. 26. Fig. 27. Fig. 28.



(dividende). Si l'on mène une perpendiculaire à OB, par le point E, cette ligne détermine sur OA le quotient $OC = x$, car on a encore

$$OC : OE = OA : OB \quad \text{ou} \quad x : 1 = a : b.$$

III. On prend OB (Fig. 28) égal au diviseur b et, sur cette ligne, on porte $OE = 1$. Perpendiculairement à OB, on prend AB égal au dividende a, on joint OA et, par le point E, on mène une perpendiculaire à OE; on détermine ainsi le quotient $EC = x$, car on a

$$EC : OE = AB : OB \quad \text{ou} \quad x : 1 = a : b. \quad (1)$$

§ 24.

Multiplication et division combinées.

Lorsqu'on a à multiplier un nombre a par une fraction $b : c$, l'opération comporte une multiplication de a par b, puis une division de $a.b$ par c. Comme l'inconnue x, qui a pour expression $x = ab : c$, peut se mettre sous la forme $x : a = b : c$, on voit que les deux opérations peuvent se faire simultanément et se réduire à un tracé de multiplication dans lequel, au lieu de l'unité OE, on introduit le dénominateur c. La ligne a se trouve alors multipliée par le rapport $(b : c)$, au lieu de l'être par $(b : 1)$. Les exemples suivants suffiront pour indiquer la marche à suivre.

(1) Voir, pour d'autres détails sur les règles de trois, la recherche des dénominateurs communs, etc., l'ouvrage déjà cité de Eggers.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

I. Pour multiplier une longueur a par la fraction $b : c$, on fait (Fig. 29) $OA = a$ et, sur cette ligne, $OE = c$; on élève en E une perpendiculaire à OE, jusqu'à sa rencontre, en B, avec l'arc de cercle

Fig. 29.

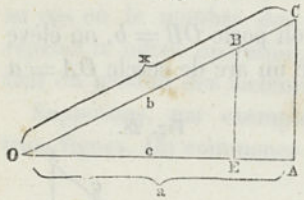
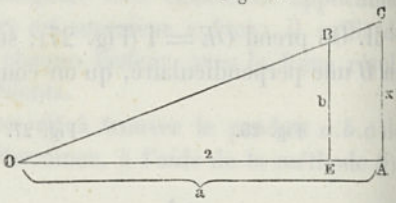


Fig. 30.



de rayon $OB = b$; par le point A on mène une parallèle à EB, et la longueur OC est le produit cherché, car on a :

$$OC : OB = OA : OE \quad \text{ou} \quad x : b = a : c, \quad \text{c'est-à-dire} \quad x = ab : c.$$

II. Si l'on veut obtenir le produit $(ab : 2)$, on prend (Fig. 30) $OA = a$, $OE = 2$ fois l'unité, $EB = b$ et on joint OB; la ligne AC est le produit cherché x, car $AC : OA = BE : OE$ ou $x = a \times b : 2$.

Le procédé que nous venons d'indiquer, et qui peut s'appliquer avec tous les modes de multiplication du § 22, est très commode, comme nous le verrons, pour le calcul des surfaces.

§ 25.

Surface du triangle.

La surface d'un triangle étant le demi-produit de sa base par sa hauteur, le calcul graphique de cette surface se fait aisément d'après le paragraphe précédent.

I. Fig. 31. Après avoir choisi, comme base du triangle à mesurer

Fig. 31.

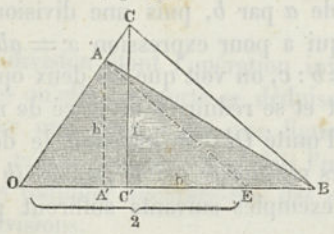
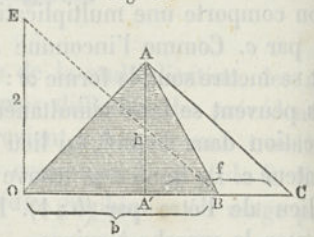


Fig. 32.



OAB, l'un des côtés $OB = b$, et sans d'ailleurs tracer la hauteur correspondante $AA' = h$, on porte, sur OB, la ligne OE égale à deux

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

unités (centimètre, décimètre, etc.); on joint (ou on suppose joints) les points A et E et, par le point B, on mène une parallèle à EA jusqu'à sa rencontre, en C, avec la ligne OA prolongée. La perpendiculaire CC', abaissée du point C, est le produit $hb : 2$, c'est-à-dire la surface f cherchée (Voy. § 22, VII, et § 24, II).

II. Fig. 32. A l'extrémité de la base $OB = b$, on porte, sur la perpendiculaire au point O, la longueur $OE = 2$ unités, on abaisse la hauteur $AA' = h$ et on mène, par le point A, une parallèle à EB; cette ligne détermine, sur OB, le segment $A'C$, qui représente le produit $f = bh : 2$ (Voy. § 22, VIII, et § 24, II).

III. On prolonge la base BC et le côté BA du triangle ABC (Fig. 33), jusqu'à ce que ces lignes comprennent entre elles une longueur $OE = 2$ unités, mesurée parallèlement à la hauteur $A'A = h$. On joint EC et on mène, par le point A, une parallèle à EC, qui détermine, sur la base, le segment BD; ce segment est le produit

$$f = bh : 2 \text{ (Voy. § 22, IX, et § 24, II).}$$

IV. Du sommet O du triangle AOB (Fig. 34), et avec une ouverture de compas $OE = 2$ unités, on décrit un arc de cercle qui

Fig. 33.

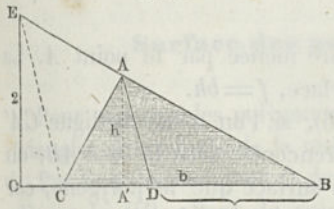
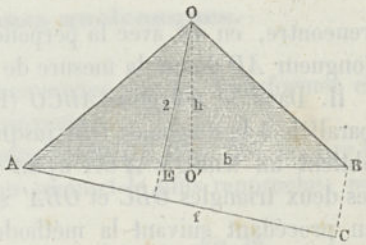


Fig. 34.



coupe, en E, le côté AB; on fait l'antiprojection de AB sur OE, en menant BC parallèle à OE et AC perpendiculaire sur BC. La ligne AC est le produit de la base b par la moitié de la hauteur $h = OO'$, c'est-à-dire représente la surface du triangle.

Si l'unité adoptée était le décimètre, la mesure de f en décimètres donnerait, en décimètres carrés, la surface du triangle; ainsi si $f = 72$ millimètres, l'unité étant le décimètre, la surface sera 0,72 décimètres carrés ou $0{,}72 \times 10\,000 = 7200$ millimètres carrés.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 26.

Surface des polygones à quatre côtés.

Dans ces polygones, la surface peut se déterminer directement (pour le parallélogramme, par exemple), ou bien par voie de décomposition en triangles, que l'on évalue séparément; on peut enfin transformer le polygone en un triangle de surface équivalente.

I. Mesure du parallélogramme $ABCO$ (Fig. 35). En choisissant le côté OA comme base, on prend $OE =$ l'unité, on élève la perpendiculaire $EE' = h$ et (comme au § 22, IV) on trace OE' jusqu'à sa

Fig. 35.

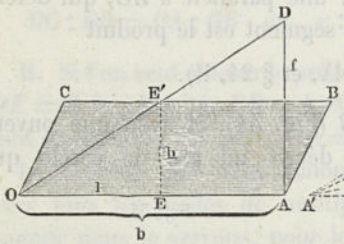
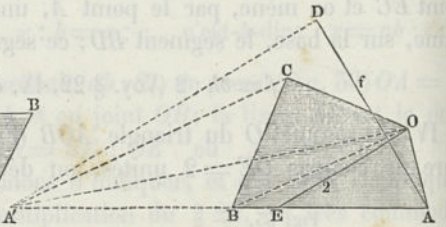


Fig. 36.



rencontre, en D, avec la perpendiculaire menée par le point A. La longueur AD donne la mesure de la surface, $f = bh$.

II. Dans le polygone $ABCO$ (Fig. 36), si l'on mène la ligne CA' parallèle à la diagonale OB, jusqu'à sa rencontre avec la base AB, on obtient un triangle $A'OA$ ayant même surface que le polygone, car les deux triangles OBC et OBA' sont équivalents. Cela posé, on peut, en procédant suivant la méthode IV, § 25, prendre $OE = 2$, et la

Fig. 37.

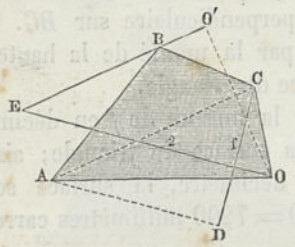
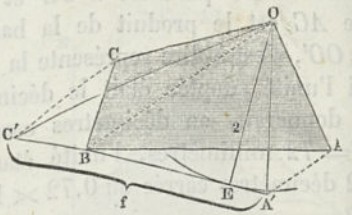


Fig. 38.



ligne AD, antiprojection de AA' sur OE, donnera la mesure de la surface cherchée f.

III. Fig. 37. La diagonale $AC = b$ partage la surface $ABCO$ en

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

deux triangles ayant pour hauteur totale OO', c'est-à-dire l'antiprojection de OB sur AC. Or, la multiplication de OO' par $b : 2$ peut s'effectuer immédiatement, d'après les méthodes XI, § 22, et II, § 24. On mène $O'BE$ parallèle à AC, on prend $OE = 2$, et on trace AD parallèle à OE; la ligne CD, normale à AD, est le produit cherché f, c'est-à-dire la surface du polygone.

IV. Fig. 38. Le polygone $ABCO$ peut se remplacer par un triangle dont la hauteur serait 2 et la base $bh : 2$.

Si l'on décrit, du point O comme centre, un cercle avec le rayon $OE = 2$; si l'on mène à ce cercle une tangente passant par le sommet B opposé à O; si, enfin, par les deux autres sommets A et C, on mène des parallèles à la diagonale OB, ces lignes déterminent, sur la tangente, un segment $A'C'$, qui n'est autre chose que la base du triangle $A'OC'$, équivalent au quadrilatère $ABCO$ et qui a pour valeur f, c'est-à-dire la surface même du polygone.

Les exemples que nous venons de citer suffisent pour montrer qu'il sera toujours possible, avec l'une ou l'autre de ces méthodes, de résoudre un problème quelconque du même genre.

§ 27.

Surface des polygones quelconques.

Pour mesurer les polygones, on commence par les transformer en triangles équivalents de la manière suivante :

Par l'un des sommets O du polygone $OABCDE$ (Fig. 39), on tire la diagonale OB, allant du point O au sommet le plus rapproché; par

Fig. 39.

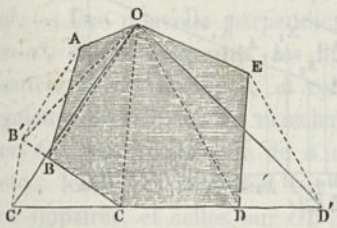
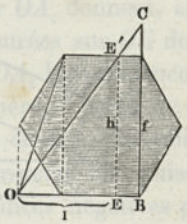


Fig. 40.



le sommet intermédiaire A, on mène la ligne AB', parallèle à OB, on prolonge le troisième côté CB jusqu'à sa rencontre en B' avec la ligne AB', et on joint OB'; comme les deux triangles OBB', OBA sont équivalents, le polygone $OB'CDE$ a la même surface que le po-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

lygone primitif, mais avec un côté de moins. Si maintenant on répète les mêmes constructions pour le sommet C, en traçant OC, puis $B'C'$ parallèle à OC, et ainsi de suite, on finira par arriver à un dernier triangle $OC'D'$, équivalent au polygone donné, et dont on sait mesurer la surface. Les lignes auxiliaires OB', etc., n'ont pas besoin d'être tracées. Cette méthode se prête spécialement à la mesure des profils pour remblais de chemins de fer ou de routes.

Les polygones réguliers, comme l'hexagone (Fig. 40), n'ont besoin d'être transformés que pour l'une de leurs moitiés ; ils se mesurent alors comme les parallélogrammes

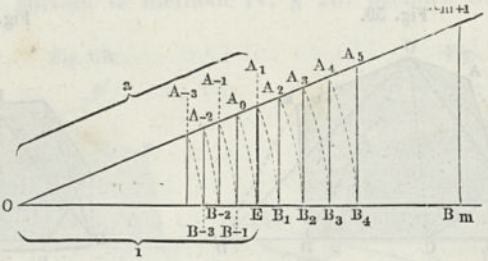
§ 28.

Puissances des lignes.

Élever une grandeur a à la n^e puissance, c'est chercher une grandeur x, qui contienne autant de fois l'unité de mesure de a, que l'indique la n^e puissance de a. Si le nombre n est entier, qu'il soit d'ailleurs positif ou négatif, la méthode de calcul graphique se ramène immédiatement à la multiplication ou à la division graphique, puisqu'il s'agit de multiplier ou de diviser un certain nombre de fois par a. Du reste, le tracé peut s'exécuter d'un grand nombre de manières, suivant que l'on adopte l'un ou l'autre des différents types de tracés indiqués précédemment.

I. (Voy. I, § 22.) On prend OE (Fig. 41), égal à l'unité, et, sur la perpendiculaire en E, on détermine, par un arc de cercle de rayon

Fig. 41.



$OA_1 = a$, le point A_1. Sur OE on porte également $OB_1 = a$, sur OB_1 on élève en B_1 une perpendiculaire, qui coupe, en A_2, la ligne OA_1 prolongée; on a (I, § 22) $OA_2 = a^2$. En rabattant cette longueur en OB_2 et en menant la perpendiculaire B_2A_3, on obtient en OA_3 la

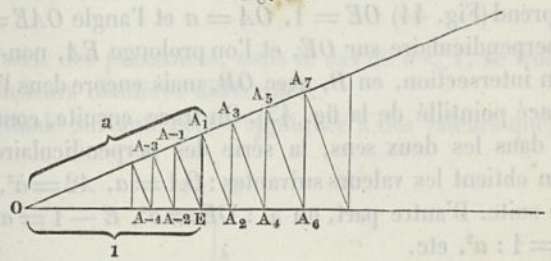
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

valeur a^3, de même en OA_4 la valeur a^4, en OA_5 la valeur a^5, etc. D'une manière générale, OB_m correspondant à une puissance quelconque de a, la m^e, par exemple, la perpendiculaire élevée en B_m déterminera, sur OA_1, le segment OA_{m+1}, qui sera la puissance $(m+1)$ de a. Inversement, étant donnée une puissance quelconque de a, en OA_{m+1}, la projection OB_m de cette ligne sur OE représentera la valeur de a à une puissance moins élevée d'une unité que celle correspondant à OA_{m+1} (Voir les règles de la division I, § 23).

Il résulte encore de là que la perpendiculaire abaissée de A_1 déterminera le segment $OE = a^0$, ou l'unité, ce qui d'ailleurs est évident d'après le mode même de tracé. Si on rabat OE en OA_0, qu'on abaisse la perpendiculaire A_0B_{-1}, OB_{-1} mesurera a^{-1} ou $1 : a$, c'est-à-dire la valeur réciproque de OA_1. En continuant de même, on obtiendra en OB_{-2} la valeur de $1 : a^2$, en OB_{-3} celle de $1 : a^3$, etc.

II. En combinant les règles de multiplication I et III, § 22, on obtient, pour les puissances, le tracé suivant. On prend encore (Fig. 42) $OE = 1$, $OA_1 = a$, on élève la perpendiculaire EA_1 et, en

Fig. 42.



A_1, une seconde perpendiculaire sur OA_1. Cette ligne coupe OE en A_2 et l'on a $OA_2 = a^2$. En menant en A_2 la perpendiculaire A_2A_3, on aura $OA_3 = a^3$. — Une nouvelle perpendiculaire sur OA_1 donnera, en OA_4 la valeur a^4, et ainsi de suite, les lignes mesurées sur OE donnant les puissances paires positives, et celles sur OA_1 les puissances impaires également positives. En marchant en arrière, à partir de E, on trouve en OA_{-1} la réciproque de a ou $1 : a$, en OA_{-2} la valeur de $1 : a^2$, etc., les lignes comptées sur OA_1 exprimant les puissances négatives impaires, et celles sur OE les puissances négatives paires.

Les deux méthodes qui précèdent supposent que l'on ait $a > 1$; les trois suivantes se rapportent, au contraire, au cas où l'on a $a < 1$.

III. Après avoir pris (Fig. 43) $OE = 1$, on porte la longueur a en OA, de telle sorte que AE soit perpendiculaire sur OA; on trace alors les perpendiculaires successives $E1$, 12, 23, 34, etc., et l'on a :

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

$O1 = 1 : a$, $O2 = 1 : a^2$, $O3 = 1 : a^3$.... En répétant les mêmes tracés sur la gauche de E, on obtient les valeurs $O - 2 = a^2$, $O - 3 = a^3$, $O - 4 = a^4$... Les puissances positives de a se trouvent donc mesurées sur la gauche, et les puissances négatives sur la droite (Voy. III, § 22, et la méthode II ci-dessus indiquée).

Les lignes de construction, qui vont d'un axe à l'autre en zigzag,

Fig. 45.

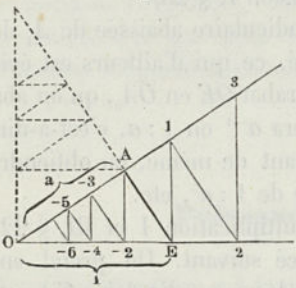
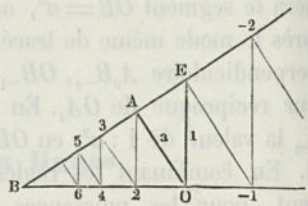


Fig. 44.



croissent également suivant la même loi que les puissances et on peut les utiliser de la manière suivante :

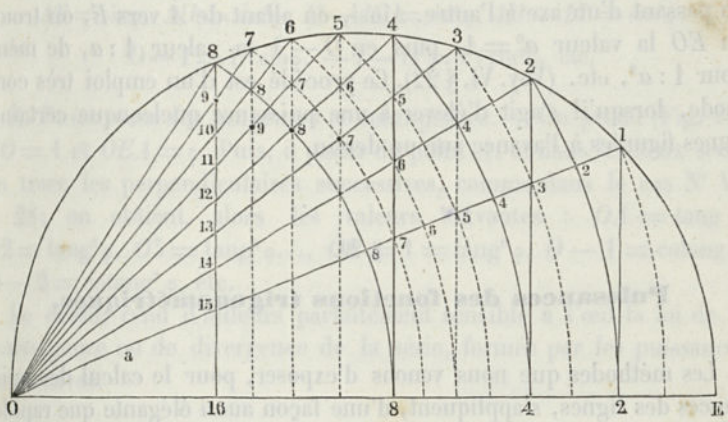
IV. On prend (Fig. 44) $OE = 1$, $OA = a$ et l'angle $OAE = 90^0$; on mène OB perpendiculaire sur OE, et l'on prolonge EA, non-seulement jusqu'à son intersection, en B, avec OB, mais encore dans l'autre sens (Voy. le tracé pointillé de la fig. 43). On trace ensuite, comme précédemment, dans les deux sens, la série des perpendiculaires successives, et on obtient les valeurs suivantes : $OA = a$, $A2 = a^2$, $23 = a^3$, et ainsi de suite. D'autre part, on a : $OE = a^0$, $E - 1 = a^{-1} = 1 : a$ $- 1 - 2 = 1 : a^2$, etc.

V. Sur $OE = 1$, comme diamètre, on décrit un demi-cercle (Fig. 45), on mène la corde $O1 = a$, et du point 1 on abaisse sur OE la perpendiculaire 12; on a alors $O2 = a^2$ (Voy. III, § 28). Du point O, avec le rayon $O2$, on décrit un arc de cercle qui coupe la première circonférence au point 2, et de ce point on abaisse la perpendiculaire 24 sur OE; on a ainsi $O4 = a^4$ et, en continuant de la même manière, on obtient successivement $O8 = a^8$, $O16 = a^{16}$. Le point d'intersection 3 de la perpendiculaire 24 avec le rayon $O1$ se trouve à une distance du point O égale à a^3; on a, en effet : $O3 : O1 = O4 : O2$, ou $O3 : a = a^4 : a^2$, c'est-à-dire $O3 = a^3$. Chacune des perpendiculaires abaissées sur OE d'un point de puissance de la circonférence se trouve ainsi couper le rayon vecteur précédent en un point dont la distance au point O est représentée par une puissance de a, dont l'indice est inférieur de 1 à celui qui correspond au point de la circonférence. On peut donc obtenir, au moyen de perpendiculaires et d'intersections de

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

lignes, les puissances de a comprises entre la première, la deuxième, la quatrième, la huitième, etc. Les points d'intersection dont il vient d'être question se trouvent tous situés sur un nouveau cercle qui passe par le point O, et qui a pour diamètre a^2, etc. Le problème du

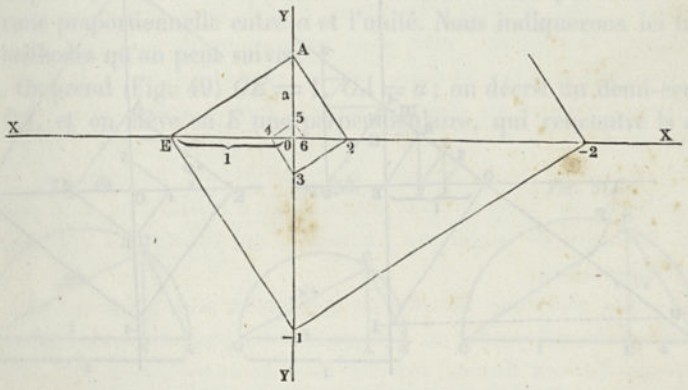
Fig. 45.



tracé de la série des puissances, dans le cas de $a<1$, se trouve donc résolu de plusieurs manières différentes.

VI. La méthode suivante peut s'appliquer à des valeurs quelconques

Fig. 46



de a, plus grandes ou plus petites que l'unité. On prend, sur l'axe XOX (Fig. 46), $OE=1$, on élève en O une perpendiculaire YOY, sur laquelle on porte $OA=a$, et on trace (ou on suppose tracée) la ligne EA. Si alors on mène $A2$ normal sur EA, la longueur 02,

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

mesurée sur l'axe des X, donne la valeur de a^2. Si de même on trace 23 perpendiculaire sur $A2$, le segment $O3$, sur l'axe des Y, donne a^3; en continuant de même, on trouve, sur l'axe des X, la valeur de a^4, etc.; d'une manière générale, on obtient, sur l'axe des X, les puissances paires, et, sur l'axe des Y, les puissances impaires de a. Si l'on suit ce même tracé en sens inverse, on diminue l'exposant d'une unité, en passant d'un axe à l'autre. Ainsi, en allant de A vers E, on trouve en EO la valeur $a^0 = 1$, puis en $O - 1$ la valeur $1 : a$, de même pour $1 : a^2$, etc. (Voy. VI, § 22). Ce procédé est d'un emploi très commode, lorsqu'il s'agit d'élever à une puissance quelconque certaines lignes figurées à l'avance sur un dessin.

§ 29.

Puissances des fonctions trigonométriques.

Les méthodes que nous venons d'exposer, pour le calcul des puissances des lignes, s'appliquent, d'une façon aussi élégante que rapide, aux puissances des fonctions trigonométriques.

I. *Puissances des cosinus et sinus.* — On prend (Fig. 47) $OE = 1$,

Fig. 47.

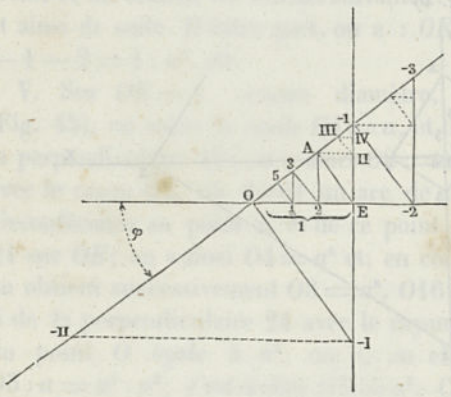
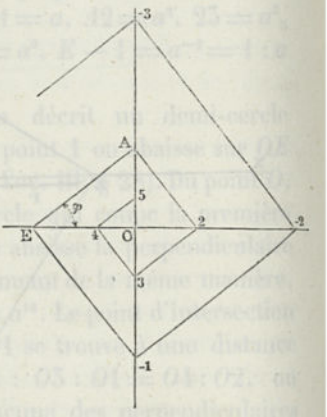


Fig. 48.



on trace l'angle EOA égal à l'angle φ, dont les lignes trigonométriques doivent être élevées à certaines puissances, et on abaisse EA perpendiculaire sur OA. Si maintenant on trace les perpendiculaires successives $A2$, 23, 34, etc., puis $E - 1$, $-1 - 2$, etc., on a :

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

$$OA = \cos\varphi,\ O2 = \cos^2\varphi,\ O3 = \cos^3\varphi,\ O4 = \cos^4\varphi$$

et

$$O-1 = 1 : \cos\varphi,\ O-2 = 1 : \cos^2\varphi,\ \text{etc.}$$

Si, d'autre part, on trace les perpendiculaires AII, $II-III$..., $0-I$, $-I-II$..., on a :

$$AE = \sin\varphi,\ AII = \sin^2\varphi,\ II-III = \sin^3\varphi,\ III-IV = \sin^4\varphi,$$

$$O-I = 1 : \sin\varphi,\ -I-II = 1 : \sin^2\varphi,\ \text{etc.}$$

II. *Puissances des tangentes et cotangentes.* — On prend (Fig. 48) $EO = 1$ et $OEA = \varphi$. Puis, à partir du point A, et dans les deux sens, on trace les perpendiculaires successives, comme dans le cas N° VI, § 28; on obtient alors les valeurs suivantes : $OA = \text{tang}\,\varphi$, $02 = \text{tang}^2\varphi$, $03 = \text{tang}^3\varphi$..., $OE = 1 = \text{tang}^0\varphi$, $O-1 = \text{cotang}\,\varphi$, $O-2 = \text{cotang}^2\varphi$, etc.

Le dessin rend d'ailleurs parfaitement sensible à l'œil la loi de la convergence ou de divergence de la série, formée par les puissances successives.

§ 30.

Extraction des racines.

L'extraction d'une racine carrée s'effectue aisément par les procédés graphiques et de différentes manières, en considérant $\sqrt{a}$ comme une moyenne proportionnelle entre a et l'unité. Nous indiquerons ici trois des méthodes qu'on peut suivre.

1. On prend (Fig. 49) $OE = 1$, $OA = a$; on décrit un demi-cercle sur OA, et on élève en E une perpendiculaire, qui rencontre la cir-

Fig. 49.

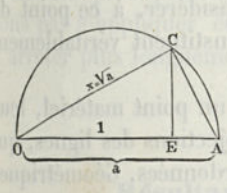


Fig. 50.

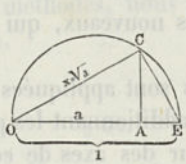
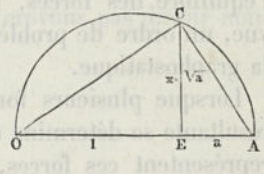


Fig. 51.



conférence en C; on joint OC et cette ligne donne la valeur cherchée $x = \sqrt{a}$ (Voy. § 28). Cette méthode suppose que l'on ait $a > 1$, tandis que la suivante s'applique au cas où l'on a $a < 1$.

II. On prend (Fig. 50) $OE = 1$, $OA = a$; on décrit un demi-cercle

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

sur OE, on élève la perpendiculaire en A, et on joint au point O son intersection avec la circonférence, ce qui donne $OC = x = \sqrt{a}$.

III. On prend (Fig. 51) $OE = 1$ et, sur le prolongement de OE, $EA = a$; sur OA on décrit une demi-circonférence, qui rencontre au point C la perpendiculaire élevée par le point E; EC est la valeur cherchée $x = \sqrt{a}$.

L'extraction de la racine quatrième peut s'effectuer à l'aide de deux extractions successives de racine carrée, et on peut opérer de la même manière pour toutes les racines qui ont, comme indice, une puissance de 2. — L'extraction des racines cubiques, cinquièmes, etc., est plus compliquée. Culmann, dans son ouvrage déjà cité, se sert de la spirale logarithmique; Schlesinger utilise une série de courbes, tracées d'après des principes analogues à ceux du § 28. — Les mêmes ouvrages indiquent de plus une série d'autres méthodes, plus ou moins complexes. Pour notre part, nous n'insisterons pas sur ce sujet, attendu que, dans les problèmes que nous nous proposons de résoudre, nous n'aurons à faire aucune application de ces méthodes d'extraction de racines de degré supérieur.

§ 31.

Addition et soustraction des forces.

Dans les opérations de calcul graphique que nous avons examinées jusqu'ici, nous n'avons tenu compte que de la grandeur absolue ou de la mesure des lignes, sans nous préoccuper de la direction de ces lignes, dans un plan ou dans l'espace, et des points par lesquels elles pouvaient passer; en d'autres termes, nous n'avons tenu compte, en rien, ni de la position, ni de la direction de ces lignes : or ces derniers éléments interviennent nécessairement, lorsqu'on à étudier l'équilibre des forces. Nous avons donc à considérer, à ce point de vue, un ordre de problèmes nouveaux, qui constituent véritablement la graphostatique.

Lorsque plusieurs forces sont appliquées à un point matériel, leur résultante se détermine en additionnant les projections des lignes, qui représentent ces forces, sur des axes de coordonnées. Géométriquement, on peut porter ces forces (qu'elles soient ou non dans un même plan) bout à bout, en conservant leurs grandeurs et leurs directions, et construire ainsi un polygone, qu'un point, en suivant les directions des flèches, pourra parcourir complètement, sans passer deux fois sur un même côté. Si des forces telles que 1, 2, 3..., 6 (Fig. 52), sont

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

en équilibre autour du point *O*, la somme de leurs projections est nulle, et les lignes, de 1 à 6, qui représentent ces forces, donnent un polygone fermé (Fig. 53), qui porte le nom de *Polygone des forces*.

L'ordre suivant lequel on porte les forces, pour tracer le polygone, est, d'ailleurs, indifférent. Ainsi, dans la figure 53, par exemple, on peut suivre le tracé 1, 2, 3, 4, 5, 6, ou le tracé 1, 3, 4, 6, 5, 2, sans modifier le résultat.

La soustraction des forces est le problème inverse de l'addition. On n'a, par suite, qu'à changer la direction des flèches des forces qu'il

Fig. 52.

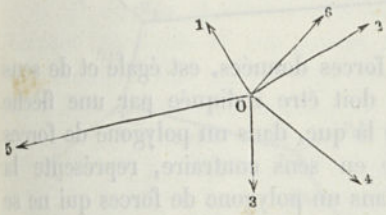
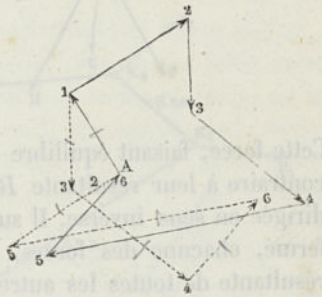


Fig. 53.



s'agit de retrancher et à ajouter ensuite aux autres les forces ainsi changées de signe. La graphostatique ne se prête commodément qu'aux cas où le polygone des forces est contenu dans un plan ; mais les autres cas peuvent toujours se ramener à celui-là par des décompositions convenables des forces.

La multiplication et la division des forces peuvent s'effectuer, par la graphostatique, à l'aide de méthodes analogues à celles que nous avons indiquées pour les opérations sur les lignes. Comme nous n'aurons pas à appliquer ces méthodes, nous ne croyons pas devoir nous y arrêter plus longuement.

§ 32.

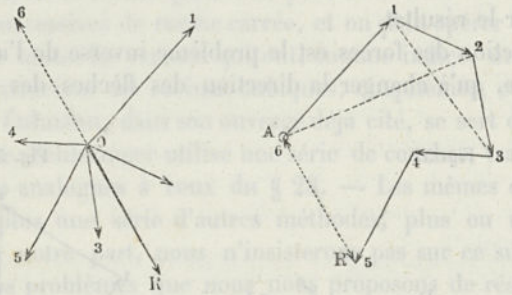
Résultante d'un système de forces.

Dans ce qui précède, nous avons supposé que les forces considérées se maintenaient mutuellement en équilibre, de telle sorte que le polygone formé par leurs lignes représentatives se trouvait fermé.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Lorsqu'un système de forces, 1 à 5, par exemple (Fig. 54), ne donne pas un polygone fermé, ces forces ne se font pas équilibre en leur point d'application commun O. Pour produire l'équilibre, il faut appliquer à ce point O une nouvelle force 6, qui se trouve déterminée, en grandeur et en direction, par la ligne 5 6 qui ferme le polygone.

Fig. 54



Cette force, faisant équilibre aux forces données, est égale et de sens contraire à leur résultante R, et doit être indiquée par une flèche dirigée en sens inverse. Il suit de là que, dans un polygone de forces fermé, chacune des forces, prise en sens contraire, représente la résultante de toutes les autres. Dans un polygone de forces qui ne se ferme pas de lui-même, la ligne qui ferme ce polygone, prise en sens contraire du mouvement, représente la résultante des forces. Ainsi, dans la figure 54, $A2$ est à la fois la résultante de 1 et 2 et de 3, 4, 5 et 6. De même, 1 3 est la résultante de 2 et 3, comme de 4, 5, 6 et 1, etc. (1).

§ 33.

Forces agissant sur un système matériel dans un plan. — Polygone articulé.

Lorsque des forces appliquées à un corps solide se font équilibre et qu'elles ne se rencontrent pas toutes en un même point (ce qui arrive fréquemment, puisque n forces peuvent avoir $[n(n-1):2]$ points d'intersection), le mode précédent de représentation n'est plus immédiatement applicable. Toutefois, ce cas plus compliqué peut toujours

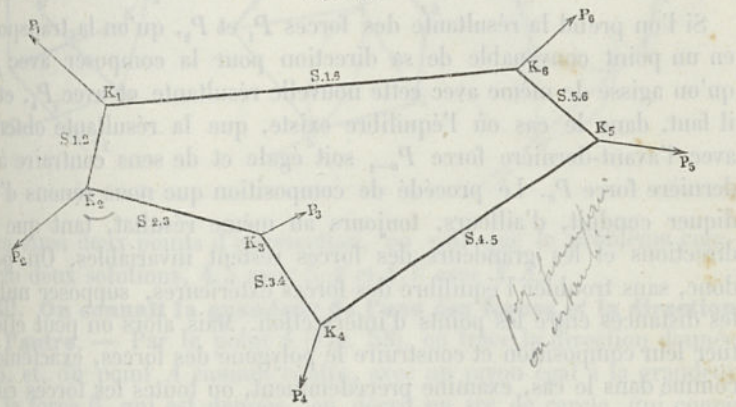
(1) Les propriétés que nous venons d'énoncer, au sujet des forces, sont également vraies pour toutes les grandeurs dans lesquelles on a à tenir compte de la direction : c'est ainsi qu'elles s'appliquent aux vitesses réelles ou virtuelles, aux trajectoires passant par des points déterminés, aux lignes qui, dans une voûte, passent par les centres de gravité des voussoirs, etc.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

se ramener au cas simple. A cet effet, en supposant d'abord que toutes les forces agissent dans un même plan, imaginons le corps remplacé par un système de tiges rigides formant un polygone, dont les sommets soient situés sur les différentes lignes qui représentent ces forces; imaginons, de plus, que ces tiges, susceptibles de résister aux efforts de traction et de compression agissant suivant leurs axes, aient des directions et des positions telles que chacune des forces partielles données soit en équilibre avec les deux forces qui, dirigées suivant les côtés du polygone, concourent au même point qu'elle.

Le polygone qu'on obtient ainsi (Fig. 55) porte le nom de *polygone funiculaire* ou *articulé;* dans les voûtes il constitue ce qu'on appelle

Fig. 55.



la courbe des pressions, les différents éléments de cette ligne se trouvant généralement, dans ce cas, soumis à des efforts de compression.

Les sommets K d'un polygone funiculaire sont les *articulations*. D'après ce que nous venons de dire, un polygone de ce genre peut servir à la détermination des forces inconnues agissant sur le corps qu'il représente, puisque, en chaque articulation, il y a équilibre entre la force extérieure et les deux tensions dirigées suivant les côtés correspondants : ainsi, par exemple, si l'on considère l'articulation K_2, les tensions $S_{1.2}$ et $S_{2.3}$ ont pour résultante une force, égale en grandeur et en direction à la force P_2, mais agissant en sens contraire.

Les efforts de traction ou de compression, qui s'exercent suivant les côtés du polygone articulé, constituent ce qu'on peut appeler les *forces intérieures*.

Si le polygone articulé est connu, on peut appliquer les procédés graphiques précédents à la détermination des grandeurs des forces.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Or, pour arriver au polygone correspondant à un cas donné, nous avons à chercher d'abord les conditions d'équilibre :

1° des forces extérieures,

2° des forces intérieures,

en supposant, comme nous l'avons fait, que, pour chaque articulation, les forces de la première espèce soient en équilibre avec les forces correspondantes de la seconde.

§ 34.

Équilibre des forces extérieures dans le polygone articulé.

Si l'on prend la résultante des forces P_1 et P_2, qu'on la transporte en un point convenable de sa direction pour la composer avec P_3, qu'on agisse de même avec cette nouvelle résultante et avec P_4, etc., il faut, dans le cas où l'équilibre existe, que la résultante obtenue avec l'avant-dernière force P_{n-1} soit égale et de sens contraire à la dernière force P_n. Le procédé de composition que nous venons d'indiquer conduit, d'ailleurs, toujours au même résultat, tant que les directions et les grandeurs des forces restent invariables. On peut donc, sans troubler l'équilibre des forces extérieures, supposer nulles les distances entre les points d'intersection. Mais alors on peut effectuer leur composition et construire le polygone des forces, exactement comme dans le cas, examiné précédemment, où toutes les forces concouraient en un même point. Ce polygone peut donc également servir à déterminer les conditions d'équilibre de forces agissant sur des points matériels distincts. Le polygone se ferme de lui-même, s'il y a équilibre; dans le cas contraire, il donne, en grandeur et en direction, la résultante totale et, par suite, la force qu'il convient d'introduire pour arriver à l'équilibre. Le tracé du polygone des forces permet donc de déterminer deux inconnues, la direction et la grandeur d'une force, ou encore les directions de deux forces, dont les grandeurs seraient connues; il est évident que le même tracé peut fournir la direction d'une force et la grandeur (absolue) d'une autre force, en supposant connues la grandeur pour la première et la direction pour la seconde. — Dans ces différents cas, dont le dernier se présente assez rarement dans les applications, on peut arriver à la solution cherchée, à l'aide d'une des méthodes suivantes.

I. **Déterminer les grandeurs des deux forces, quand on connaît leurs directions.** — Par les points 4 et A du polygone (Fig. 56), on trace les deux directions données, $45'$ et $A6'$, qui se rencontrent

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

en 5; les longueurs 45 et $A5$ représentent les forces cherchées, 5 et 6. Si les directions peuvent être permutées, le problème est susceptible de deux solutions; la seconde est représentée, Fig. 56, par les lignes AVI' et $4V'$, qui donnent, pour les forces, AV et $4V$.

II. **On connaît les grandeurs des deux forces, déterminer leurs directions.** — Des points 4 et A (Fig. 57), avec les grandeurs données des forces 5 et 6, on décrit des arcs de cercle, qui, en se coupant, déterminent les directions cherchées. Comme, en général, on

Fig. 56.

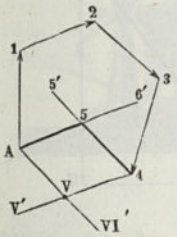


Fig. 57.

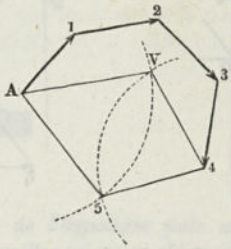
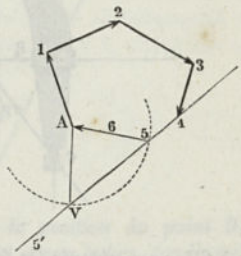


Fig. 58.



aura ainsi deux points d'intersection, on voit que le problème comporte deux solutions, 4.5 avec $5.A$ et $4.V$ avec $V.A$.

III. **On connaît la grandeur de l'une des forces et la direction de l'autre.** — Par le point 4 (Fig. 58), on trace la direction donnée 4.5, et, du point A comme centre, avec un rayon égal à la grandeur de la force 6, qui est donnée, on décrit un arc de cercle, qui coupe généralement la première ligne en deux points 5 et V : il y a donc, dans ce cas encore, deux solutions. Si le cercle ne donnait aucun point d'intersection, on devrait en conclure que les données sont incompatibles.

Les exemples suivants sont destinés à montrer comment, dans la pratique, peuvent s'appliquer ces principes si simples.

1er Exemple. *Une grue ABC (fig. 59) est chargée en A d'un poids L; la partie B est cylindrique et engagée dans un support à galets; la partie C repose dans une crapaudine. Le corps de la grue a un poids G et son centre de gravité est en S. On propose de déterminer les forces P_1 et P_2 en B et en C. — On connaît les directions des forces L et G; elles sont verticales; la direction de P_1 est horizontale, à la condition de négliger les frottements qui s'exercent en B. Si maintenant on imagine que, par un procédé convenable (voy. par ex. § 39), on ait déterminé la position TQ de la résultante $Q = G + L$ des forces G et L* (1), *le point d'intersection O de cette*

(1) Dans les grues ordinaires de quais, G, qui varie d'ailleurs surtout avec la grandeur de la volée BA, est compris entre $^1/_5$ et $^1/_4$ de la charge limite de la grue.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

ligne avec l'horizontale P_1 doit appartenir à la direction de P_2. Cette force doit d'ailleurs passer également par le centre du pivot, en C, en admettant, comme nous l'avons fait ici, que la crapaudine enveloppe le pivot. La direction de la force P_2 est donc CO et nous pouvons, par suite, à l'aide du polygone des forces (fig. 60), déterminer les grandeurs de P_1 et de P_2. A cet effet, il suffit de porter, sur une verticale, en GP_2, la force $Q = G + L$, de mener GP_1 parallèle à OP_1, et P_2P_1 paral-

Fig. 59.

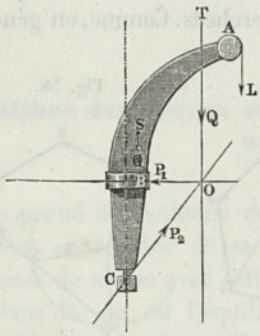
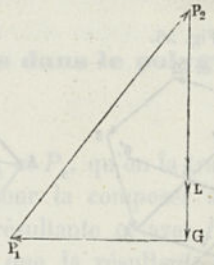


Fig. 60.



lèle à CO, pour obtenir les forces P_1 et P_2. La décomposition de P_2 donne ensuite les deux forces, horizontale et verticale, auxquelles se trouve soumis le pivot C.

2e Exemple. *Une grue, chargée comme précédemment (fig. 61), s'appuie en B sur un pivot cylindrique et est soutenue en C par un galet conique, roulant sur un*

Fig. 61.

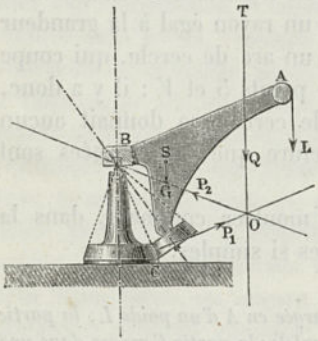
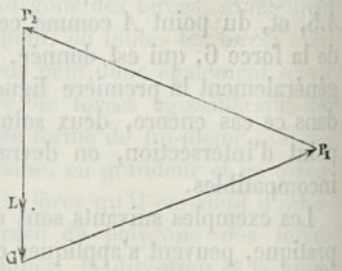


Fig. 62.



tronc de cône. Les deux cônes ont leur sommet commun au milieu du tourillon B. On connaît, comme précédemment, la résultante $Q = L + G$, ainsi que la direction de la pression P_1, qui s'exerce en C, normalement à la surface du cône; on connaît, par suite, le point d'intersection O des forces P_1 et Q, et ce point doit appartenir à la direction de la réaction P_2 du tourillon. On peut donc construire immédiatement le polygone des forces (fig. 62), en menant une verticale égale à Q et des parallèles aux deux forces P_1 et P_2. La composante verticale de P_2 est ici plus petite que la charge Q, tandis que, dans le premier exemple, elle lui était égale. Cette différence tient à ce qu'ici le cône supporte une partie de la charge.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

3e Exemple. *Dans une grue du même genre (fig. 63), le sommet commun des deux cônes est en D, au-dessous du centre du tourillon B. On détermine encore le point O en élevant CO perpendiculairement sur DC, et on construit le polygone des*

Fig. 63.

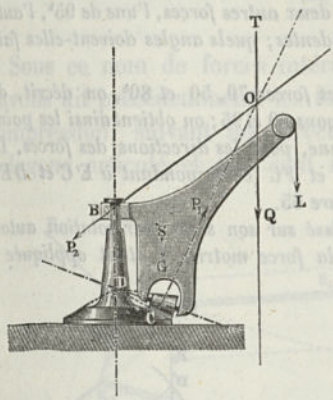
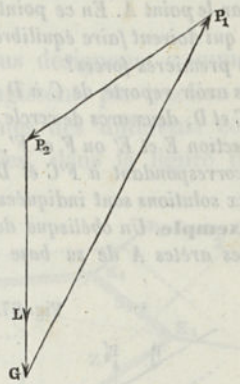


Fig. 64.



forces (fig. 64). Par suite de l'hypothèse faite sur la position du point D, la force P_2, qui agit sur le tourillon, s'exerce obliquement et vers le bas, tandis qu'elle

Fig. 65.

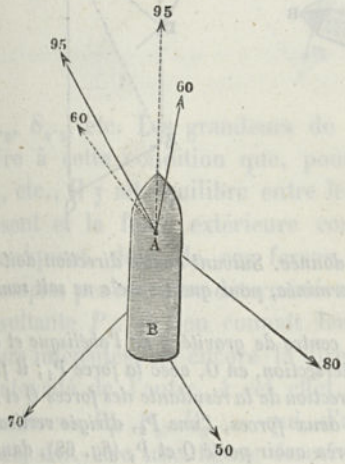
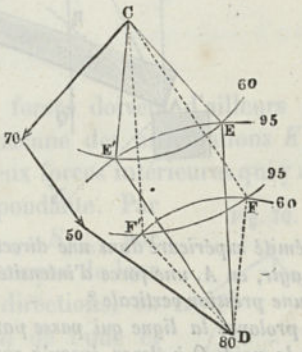


Fig. 66.



s'exerçait vers le haut dans le cas précédent. Le tourillon doit donc être muni en B, au-dessus de la portée, d'un épaulement suffisamment résistant (1).

Si l'on veut, dans l'étude d'une grue, procéder avec plus de rigueur, on doit, comme l'indique Culmann, admettre que la direction de la résistance sur le support

(1) Cette précaution est négligée dans un grand nombre de modèles de grues. L'auteur a eu l'occasion d'observer un cas où une grue de 50 tonnes se renversa sous une charge de 20,000 kilogr., parce que le coussinet finit par sortir du tourillon qui n'avait été disposé que pour faire office de support.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

du galet (C dans les figures 61 et 63, B dans la figure 59) est variable dans les limites de l'angle de frottement, et prendre la solution qui conduit à la charge la plus forte sur le tourillon.

4° Exemple. *Trois forces de 70, 50 et 80^k, agissent dans un plan, et sous les angles qu'indique la figure 65, sur un corps AB, de telle sorte que leur résultante passe par le point A. En ce point A agissent deux autres forces, l'une de 95^k, l'autre de 60^k, qui doivent faire équilibre aux précédentes; quels angles doivent-elles faire avec les premières forces?*

Après avoir reporté de C à D (fig. 66) les forces 70, 50 et 80^k, on décrit, des points C et D, deux arcs de cercle avec les rayons 60 et 95; on obtient ainsi les points d'intersection E et E′ ou F et F′, ce qui donne, pour les directions des forces, DE et EC (correspondant à F′C et DF′) ou DF et FC (correspondant à E′C et DE′). Les deux solutions sont indiquées sur la figure 65.

5° Exemple. *Un obélisque doit être dressé sur son socle, par rotation autour d'une des arêtes A de sa base (fig. 67), la force motrice P étant appliquée à*

Fig. 67.

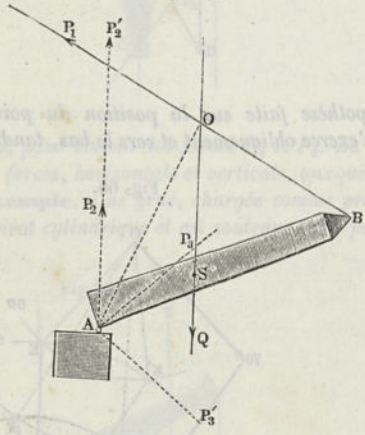
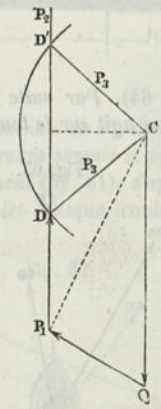


Fig. 68.



l'extrémité supérieure dans une direction donnée. Suivant quelle direction doit-on faire agir, en A, une force d'intensité déterminée, pour que le socle ne soit soumis qu'à une pression verticale ?

On prolonge la ligne qui passe par le centre de gravité S de l'obélisque et qui figure le poids Q à élever, jusqu'à son intersection, en O, avec la force P_1; il faut d'abord, pour l'équilibre, que OA soit la direction de la résultante des forces Q et P_1. On décompose ensuite cette résultante en deux forces, l'une P_2, dirigée verticalement, l'autre P_3, de grandeur donnée. Après avoir porté Q et P_1 (fig. 68), dans le tracé CQP_1, on mène, par le point P_1, une verticale P_1P_2, et du point O, avec une ouverture de compas égale à P_3, on décrit un cercle qui, si le rayon est suffisant, coupe P_1P_2 en deux points D et D′. Le problème comporte donc deux solutions, suivant qu'on prend pour P_2 la grandeur P_1D et pour P_3 la direction DC, ou qu'on fait $P_2 = P_1D'$, P_3 recevant alors la direction D′C. Il faut, d'ailleurs, pour que le problème soit possible, que P_3 soit au moins égal à la perpendiculaire abaissée de C sur P_1P_3. On a reporté, sur la figure 67, les deux solutions trouvées, en AP_3 et AP'_3. — Les problèmes analogues à celui de ce dernier exemple se rencontrent, d'ailleurs, assez rarement dans la pratique, comme nous l'avons déjà fait remarquer.

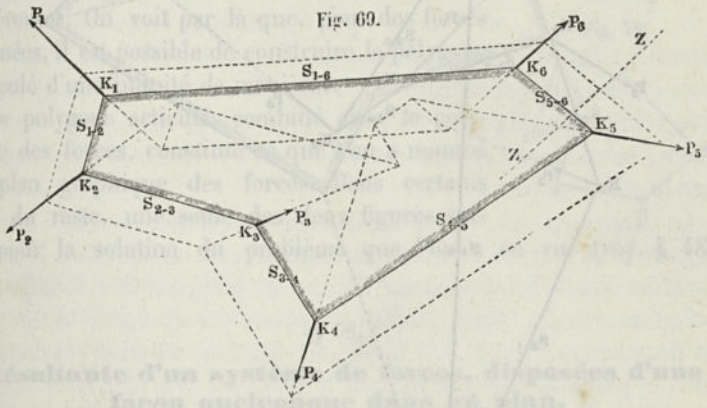
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 35.

Équilibre des forces intérieures dans le polygone articulé.

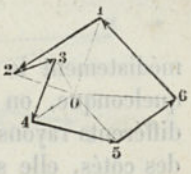
Sous ce nom de forces intérieures nous désignons, comme nous l'avons dit précédemment, les forces qui agissent, par traction ou par compression, suivant les directions mêmes des différents côtés du polygone articulé et qui sont représentées, dans la figure 69, par

Fig. 69.



$S_{1\cdot 2}$, $S_{2\cdot 3}$, etc. Les grandeurs de ces forces doivent d'ailleurs satisfaire à cette condition que, pour chacune des articulations K_1, K_2, K_3, etc., il y ait équilibre entre les deux forces intérieures qui y aboutissent et la force extérieure correspondante. Par conséquent, deux de ces forces, $S_{1\cdot 2}$, $S_{2\cdot 3}$, par exemple, peuvent être déterminées au moyen de leur résultante P_2, si l'on connaît leurs directions, ou leurs intensités, ou encore la direction de l'une et l'intensité de l'autre. A cet effet, dans le polygone des forces P_1, P_2, P_3 .... qui, d'après ce qui précède, doit être une figure fermée, portons, à partir des extrémités 1 et 2 de P_2 (fig. 70), les directions des forces $S_{1\cdot 2}$, $S_{2\cdot 3}$, relevées sur la figure 69. Ces deux lignes se coupant en O, $O1$ et $O2$ représentent, en grandeur et en direction, les tensions $S_{1\cdot 2}$ et $S_{2\cdot 3}$. Si maintenant on passe en K_3, des trois forces P_3, $S_{2\cdot 3}$ et $S_{3\cdot 4}$, qui se font équilibre en ce point, les deux premières sont déjà connues; la troisième $S_{3\cdot 4}$ s'obtient, par suite, en joignant le point d'intersection ou le pôle O à l'extrémité 3 de la force P_3 (fig. 70). En continuant ainsi, les lignes,

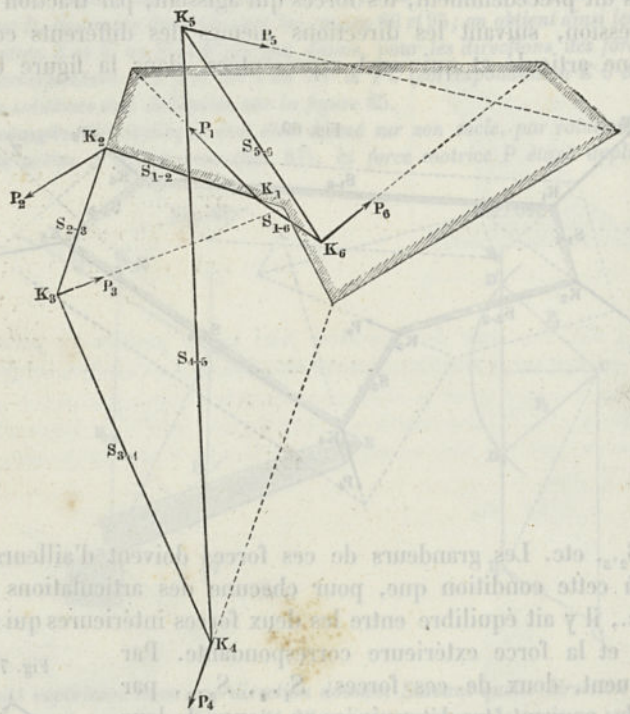
Fig. 70.



IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

menées du pôle aux sommets du polygone des forces, donneront successivement, en grandeur et en direction, les forces intérieures du polygone articulé. On voit par là que, pour des forces extérieures données, la connaissance des directions de deux forces intérieures, aboutissant à un même sommet, suffit pour déterminer toutes les autres. Connaissant ainsi les forces intérieures, on pourra tracer im-

Fig. 71.



médiatement le polygone articulé. Pour cela, en partant d'un sommet quelconque, on tracera les côtés de ce polygone, parallèlement aux différents rayons polaires du polygone des forces. Quant à la longueur des côtés, elle se trouvera déterminée par les positions que doivent occuper, dans le plan, les lignes qui représentent, en grandeur et en direction, les forces extérieures. Le polygone articulé donne alors également la position de chacune des forces intérieures.

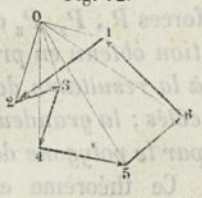
Le polygone articulé affecte des formes différentes suivant la position du point choisi comme origine sur la direction d'une des forces extérieures. Ainsi la figure 69 donne, en pointillé, deux autres formes de polygones articulés, équivalents à celui qui est en traits pleins. Les côtés de ces nouveaux polygones sont respectivement parallèles

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

à ceux du premier. Du reste, le problème que nous nous sommes posé (relier les forces extérieures par un polygone articulé) comporte une seconde solution, en vertu de la remarque faite au § 34, I.

Si, dans la figure 72, on porte les directions de $S_{1,2}$ et $S_{2,3}$ en faisant partir chacune d'elles de l'extrémité de la force $P_3(1, 2)$, qui, dans la figure 70, servait de point de départ à l'autre, on obtient un nouveau polygone articulé (fig. 71), dont la forme diffère essentiellement de la précédente, comme l'indique d'ailleurs la figure, où l'on a reproduit le premier polygone à côté du second. A l'exception de celles des deux premiers côtés, qui restent les mêmes dans les deux polygones, les directions de tous les autres sont essentiellement différentes. On voit par là que, pour des forces données, il est possible de construire le polygone articulé d'une infinité de manières.

Fig. 72.



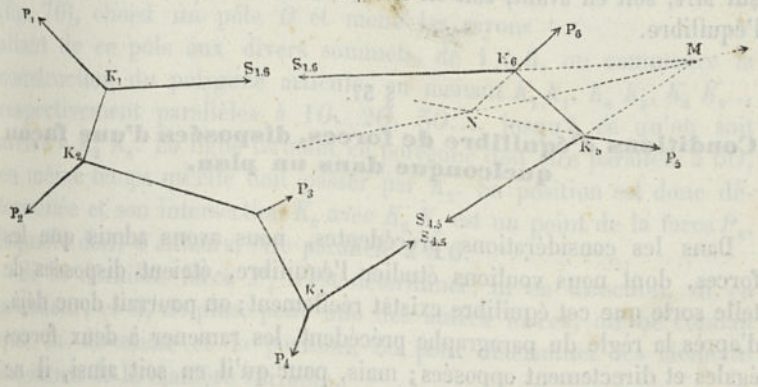
Le polygone articulé, combiné avec le polygone des forces, constitue ce que l'on a nommé le plan graphique des forces. Dans certains cas, du reste, une seule des deux figures suffit pour la solution du problème que l'on a en vue (voy. § 48).

§ 36.

Résultante d'un système de forces, disposées d'une façon quelconque dans un plan.

Si, dans un polygone articulé (fig. 73), on imagine deux des côtés coupés, $K_1 K_6$ et $K_4 K_5$, par exemple, et si l'on suppose appliquées

Fig. 73.

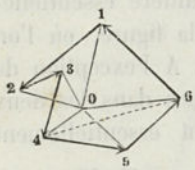


aux points de section, et dans les deux sens, des forces de même grandeur que celles qui agissaient suivant ces côtés, l'équilibre ne se

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

trouve pas détruit. Mais on voit alors immédiatement que la résultante des forces $S_{1\cdot 6}$ et $S_{4\cdot 5}$, devenues maintenant forces extérieures, fait équilibre aux forces qui agissent sur le polygone, soit à droite, soit à gauche. La position de cette résultante s'obtient en prolongeant les côtés jusqu'à leur intersection M, qui fournit un point par lequel elle doit passer. D'un autre côté, la grandeur et la direction de cette résultante sont données, dans le polygone des forces (fig. 74), par la diagonale 4.6, qui réunit les extrémités des deux forces $S_{1\cdot 6} = 06$ et $S_{4\cdot 5} = 04$. Cette diagonale représente par conséquent ici, d'un côté, la résultante des forces P_5 et P_6, et, d'un autre côté, celle des forces P_1, P_2, P_3 et P_4. D'une manière générale, *le point d'intersection obtenu en prolongeant deux des côtés du polygone appartient à la résultante de toutes les forces extérieures appliquées entre ces côtés ; la grandeur et la direction de cette résultante sont données par le polygone des forces.*

Fig. 74.



Ce théorème est d'une application fréquente, comme nous le verrons plus loin. Si l'on renverse son énoncé, on en déduit le moyen de décomposer les forces, au moyen du polygone des forces et du polygone articulé. Ainsi, pour décomposer, par exemple, la force 4.6 en deux autres P_5 et P_6, de directions données, on trace ces dernières dans le polygone des forces; dans le polygone articulé, on mène une parallèle à l'une d'elles, P_6, par exemple; cette ligne coupe la résultante 4.6 en un point N, par lequel il suffit de mener P_5, parallèlement au côté 4.5 du polygone des forces. La position $K_6 N$ choisie ici n'a rien d'absolu; on peut la faire glisser, parallèlement à elle-même, sur MN, soit en avant, soit en arrière, sans modifier les conditions de l'équilibre.

§ 37.

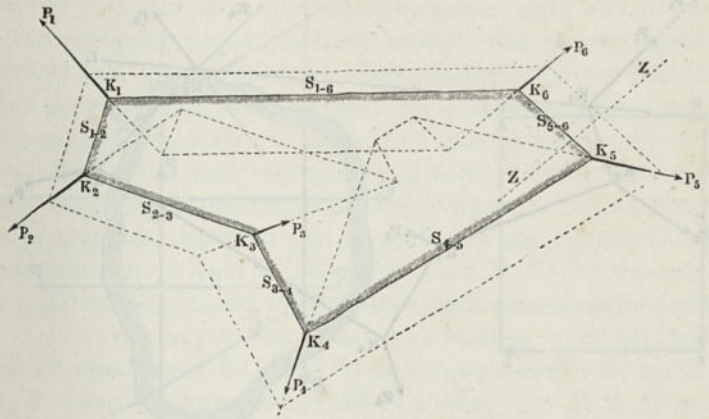
Conditions d'équilibre de forces, disposées d'une façon quelconque dans un plan.

Dans les considérations précédentes, nous avons admis que les forces, dont nous voulions étudier l'équilibre, étaient disposées de telle sorte que cet équilibre existât réellement; on pourrait donc déjà, d'après la règle du paragraphe précédent, les ramener à deux forces égales et directement opposées; mais, pour qu'il en soit ainsi, il ne suffit pas toujours que le polygone des forces soit une figure fermée; il faut, en même temps, que le polygone articulé soit lui-même fermé;

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

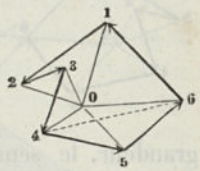
en d'autres termes, la position des forces doit satisfaire à certaines conditions. Si la disposition des forces n'est pas convenable, le poly-

Fig. 75.



gone articulé indique celle qu'on doit adopter, pour que l'équilibre puisse se produire et que le corps ne reste pas soumis, en dernière analyse, à l'action d'un couple (voy. § 38). Il faut, pour assurer ce résultat, que la position d'une des forces reste arbitraire.

Fig. 76.



I. Soit P_6 (fig. 75) cette force dont on connaît la grandeur et qui doit être parallèle à la direction ZZ. Après avoir tracé le polygone des forces (fig. 76), choisi un pôle O et mené les rayons allant de ce pôle aux divers sommets, de 1 à 6, on commence la construction du polygone articulé, en menant $K_1 K_2$, $K_2 K_3$, $K_3 K_4$... respectivement parallèles à $1O$, $2O$, $3O$.... jusqu'à ce qu'on soit arrivé à $K_5 K_6$. La ligne fermant ce polygone doit être parallèle à $6O$, en même temps qu'elle doit passer par K_1. Sa position est donc déterminée et son intersection K_6 avec $K_5 K_6$ est un point de la force P_6, laquelle doit, d'ailleurs, être parallèle à 5.6.

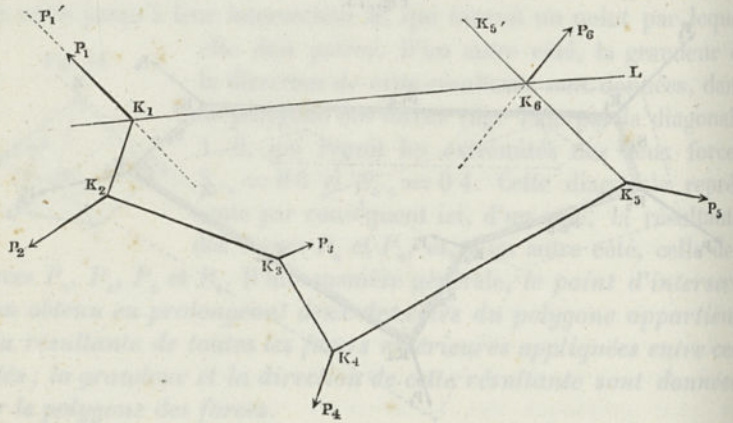
Si la dernière force P_6 n'est déterminée, ni en direction, ni en grandeur, et si, de plus, pour une des autres forces, on ne connaît que la direction et la position, on peut déterminer les éléments inconnus de la manière suivante.

II. Soit P_6 (fig. 77) la force complètement inconnue, et soit P_1 la force dont on connaît seulement la direction $K_1 P'_1$ et un point K_1. —

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

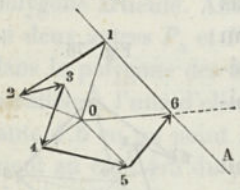
Nous pouvons tracer le polygone des forces (fig. 78), entre les points 1 et 5, en nous bornant à figurer la direction A 1 de la force 1. O

Fig. 77.



peut également tracer le polygone articulé, à partir de K_1, au moyen des points K_2, K_3, K_4, K_5 et K'_5. Si maintenant on choisit une direction telle que K_1 L, par exemple, pour la ligne de fermeture, l'intersection de cette ligne avec $K_5 K'_5$ devra appartenir à la force cherchée P_6. Pour déterminer la grandeur et la direction de cette force, traçons (fig. 78) O 6 parallèle à $K_1 L$, et joignons les points 5 et 6; la ligne 5.6 donne la grandeur, le sens et la direction de la force P_6, tandis que 6.1 fournit la grandeur, jusque-là indéterminée, de la force P_1.

Fig. 78.



§ 38.

Couples.

Si une figure plane est uniquement soumise à l'action de couples dirigés dans son plan, c'est-à-dire à l'action d'un système de forces égales et parallèles deux à deux, mais de sens contraire, le polygone des forces se fermera toujours, sans qu'il en résulte nécessairement que l'équilibre existe. Pour ce cas des couples, les conditions de l'équilibre peuvent s'établir de la manière suivante :

Les forces $P_1 P_3$ et $P_2 P_4$ (fig. 79) forment un polygone fermé

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

1, 2, 3, 4 (fig. 80), mais elles ne se font pas équilibre; elles tendent à faire tourner la figure, autour d'un de ses points, avec un

Fig. 79.

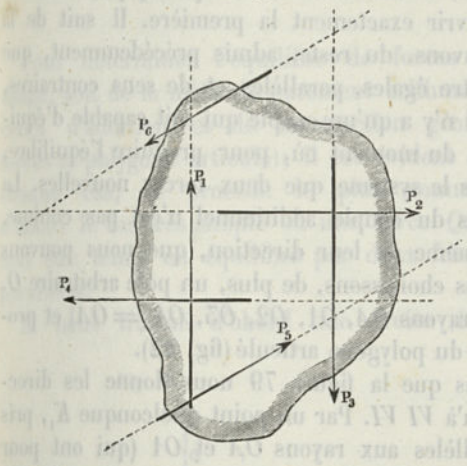
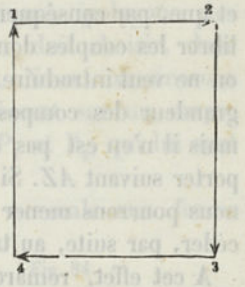


Fig. 80.



moment statique égal à la somme des moments des couples $(P_1—P_3)$ et $(P_2—P_4)$. Pour rétablir l'équilibre, il faut introduire un couple,

Fig. 81.

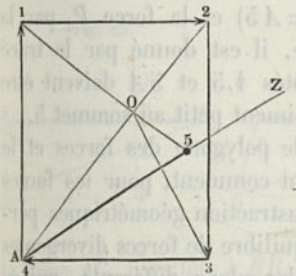
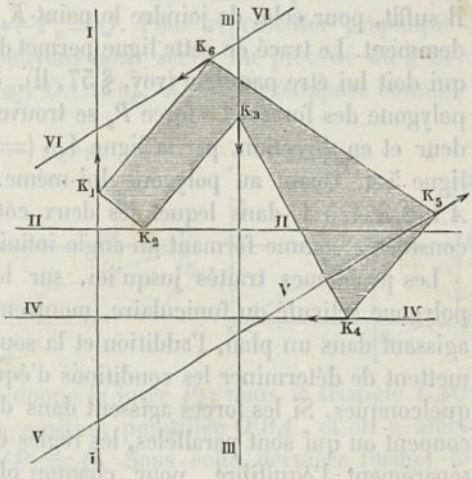


Fig. 82.



de sens opposé $(P_5—P_6)$, dont le moment soit égal à la somme des deux autres et dont les composantes soient dirigées suivant les lignes parallèles *V V* et *VI VI* (fig. 82).

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Traçons maintenant, à partir du point A (fig. 81), le polygone des forces $A\,1,2,3,4$, avec les couples donnés; ce polygone doit être complété par l'adjonction des forces 5 et 6; si l'on fait partir l'une de ces forces du point A, l'autre doit revenir passer par le même point et, de plus, recouvrir exactement la première. Il suit de là d'abord, comme nous l'avons, du reste, admis précédemment, que ces deux forces doivent être égales, parallèles et de sens contraires, et que, par conséquent, il n'y a qu'un couple qui soit capable d'équilibrer les couples donnés, du moment où, pour produire l'équilibre, on ne veut introduire dans le système que deux forces nouvelles. La grandeur des composantes du couple additionnel n'est pas connue, mais il n'en est pas de même de leur direction, que nous pouvons porter suivant AZ. Si nous choisissons, de plus, un pôle arbitraire 0, nous pourrons mener les rayons OA, $O1$, $O2$, $O3$, $O4$ ($=OA$) et procéder, par suite, au tracé du polygone articulé (fig. 82).

A cet effet, remarquons que la figure 79 nous donne les directions *II*, *II II*, etc., jusqu'à *VI VI*. Par un point quelconque K_1, pris sur *I I*, menons des parallèles aux rayons OA et $O1$ (qui ont pour résultante la force P_1), jusqu'à leur intersection, en K_6, avec *VI VI*, et, en K_2, avec *II II*. Traçons ensuite K_2K_3 parallèle à $O\,2$, K_3K_4 parallèle à $O\,3$, enfin K_4K_5 parallèle à $O\,4$, qui coupent les lignes *III III*, *IV IV* et *V V* respectivement en K_3, K_4 et K_5. — Il ne reste plus alors à tracer que la ligne de fermeture du polygone articulé, et il suffit, pour cela, de joindre le point K_5 au point K_6, obtenu précédemment. Le tracé de cette ligne permet de mener le rayon polaire $O\,5$, qui doit lui être parallèle (voy. § 37, II), et de fermer, par suite, le polygone des forces. La force P_5 se trouve alors représentée, en grandeur et en direction, par la ligne 4.5 ($=A\,5$) et la force P_6 par la ligne $5A$. Quant au polygone lui-même, il est donné par le tracé $A\,1,2,3,4,5\,A$, dans lequel les deux côtés 4.5 et $5A$ doivent être considérés comme formant un angle infiniment petit au sommet 5.

Les problèmes traités jusqu'ici, sur le polygone des forces et le polygone articulé ou funiculaire, montrent comment, pour les forces agissant dans un plan, l'addition et la soustraction géométriques permettent de déterminer les conditions d'équilibre de forces divergentes quelconques. Si les forces agissent dans des plans différents, qui se coupent ou qui sont parallèles, les règles données permettent d'établir séparément l'équilibre, pour chaque plan, et les résultats qu'on obtient ainsi peuvent souvent se simplifier, comme on en verra des exemples plus loin. — Pour le moment, nous cesserons de nous occuper des principes généraux, et nous aborderons de suite l'application du calcul graphique aux forces parallèles.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 39.

Équilibre de trois forces parallèles.

Pour déterminer l'équilibre de forces parallèles, on peut faire usage, soit de la méthode purement arithmographique, soit des procédés d'addition et de soustraction géométriques (polygone des forces et polygone articulé); il est évident qu'on doit choisir, dans chaque cas, le procédé le plus commode. Nous examinerons d'abord le cas très simple où une force Q, agissant sur un corps, doit être tenue en équilibre par deux forces P_1 et P_2, qui lui sont parallèles.

Si nous traçons d'abord une droite ABC, normale aux forces

Fig. 83.

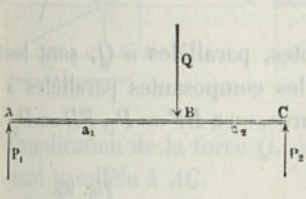
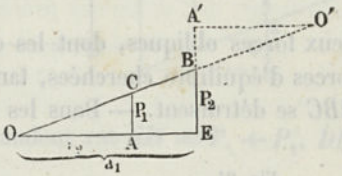


Fig. 84.



(fig. 83), l'équilibre exige qu'on ait : $P_1 . AB = P_2 . BC$ ou $P_1 a_1 = P_2 a_2$, et, en outre, $P_1 + P_2 = Q$. Pour représenter graphiquement $P_1 = P_2 a_2 : a_1$, nous pouvons nous servir du procédé du § 24, en prenant (fig. 84), $OE = a_1$, $OA = a_2$, $EB = P_2$ (supposé connu);

Fig. 85.

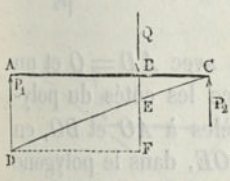


Fig. 86.

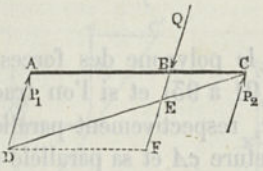
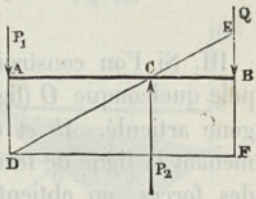


Fig. 87.



la ligne AC, parallèle à EB, donne la force P_1; mais le triangle CAO peut aussi se placer dans la position pointillée $O'BA'$, et on a alors évidemment : $A'E = P_1 + P_2 = Q$. Sous cette dernière forme, le tracé de la figure 84 peut se reporter sans difficulté sur la figure 83, et l'on se trouve ainsi conduit au procédé suivant.

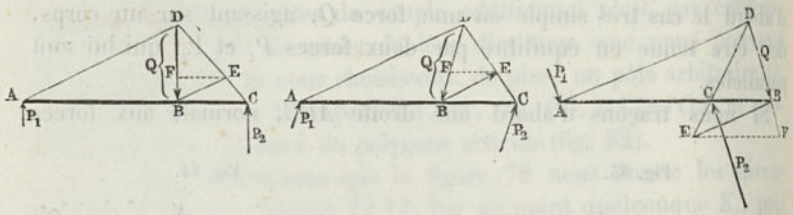
I. A l'un des points d'application des forces P_1 et P_2, A, par exemple (fig. 85), on porte la force Q suivant AD, on joint le point D

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

au troisième point d'application C et on prolonge la force Q jusqu'à son intersection, en F, avec DF, parallèle à AC. On a alors, d'après ce qui précède, $BE = P_1$, $EF = P_2$. La figure 86 représente le même tracé pour le cas où la ligne ABC est inclinée par rapport à la direction de la force Q. — Dans la figure 87, le point d'application B de cette force Q est supposé en dehors de AC.

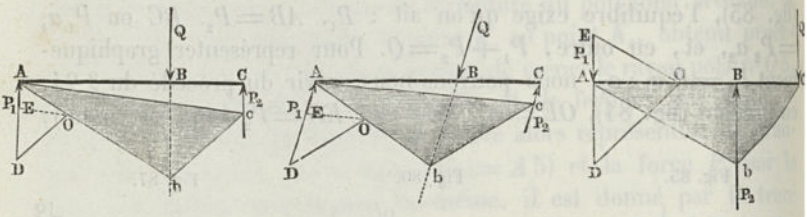
II. On peut décomposer la force Q en deux composantes passant par les points d'application A et C (fig. 88 à 90); on obtient ainsi

Fig. 88. Fig. 89. Fig. 90.



deux forces obliques, dont les composantes, parallèles à Q, sont les forces d'équilibre cherchées, tandis que les composantes parallèles à ABC se détruisent. — Dans les trois figures, on a $BF = P_1$, $FD = P_2$.

Fig. 91. Fig. 92. Fig. 93.



III. Si l'on construit le polygone des forces avec $AD = Q$ et un pôle quelconque O (fig. 91 à 93) et si l'on trace les côtés du polygone articulé, Ab et bc, respectivement parallèles à AO et DO, en menant la ligne de fermeture cA et sa parallèle OE, dans le polygone des forces, on obtient $EA = P_1$, $DE = P_2$. Le polygone articulé se réduit ici à un triangle. Si l'on veut que la ligne de fermeture coïncide avec ABC ou lui soit parallèle, on commence par tracer le polygone AbC; CA est alors la ligne de fermeture, Ab le premier rayon de ce polygone, pour la force $AD = Q$, et Cb le second; le pôle O doit donc se trouver au point d'intersection de AB avec la ligne DO, parallèle à Cb; en menant ensuite OE parallèle à bA, on obtient $EA = P_1$ et $DE = P_2$.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Dans les différents cas que nous venons de traiter, la force Q est égale et de sens contraire à la résultante des forces P_1 et P_2. Si donc on connaissait les forces P_1 et P_2, et qu'on voulût avoir la force Q, il suffirait de recourir à des méthodes analogues aux précédentes.

En construisant d'abord la figure auxiliaire $OEACB$ (fig. 94), que nous avons déjà utilisée (I), et en reportant encore le triangle CAO en $BA'O'$, si l'on mène $B'C'$ parallèle à OA, $O'C'$ et OB' parallèles à $A'B$, on a $B'B = a_1$, $BC' = a_2$, $B'O = P_2$, $O'C' = P_1$; ce qui conduit au procédé suivant :

IV. Sur des perpendiculaires à AC (fig. 95), on prend des longueurs $AD = P_2$ et $EC = P_1$; on joint DE, qui détermine, en B, le point

Fig. 94.

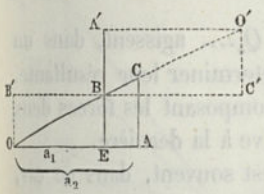


Fig. 95.

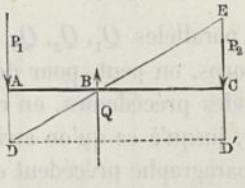
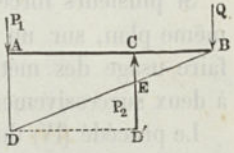


Fig. 96.



d'application de la force Q, dont la grandeur est $ED' = P_1 + P_2$, DD étant parallèle à AC.

Dans la figure 96, les forces P_1 et P_2 ont été supposées dirigées en sens contraire; leur somme algébrique $D'E$ est donc la différence des grandeurs absolues de P_1 et de P_2. La force Q tombe, dans ce cas, en dehors de AC.

V. Du tracé (II) on peut déduire le procédé suivant : Par l'extré-

Fig. 97.

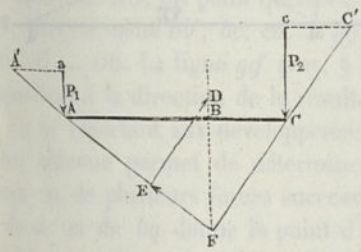
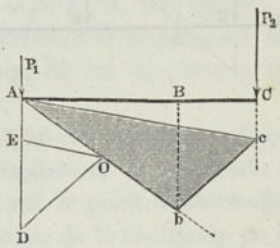


Fig. 98.



mité a de la longueur $Aa = P_1$ (fig. 97), on mène à AC une parallèle, sur laquelle on prend une longueur arbitraire aA', qu'on porte, en sens inverse, en cC', sur une seconde parallèle à AC, menée par l'extrémité c de la ligne $Cc = P_2$. Les lignes $A'A$ et $C'C$ se coupent en un point F, qui appartient à la direction FB de la force résultante Q.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Cette dernière, qui a pour valeur $P_1 + P_2$, peut être considérée, en même temps, comme la résultante de $DE = C'C$ et de $EF = A'A$.

VI. La figure 98 fournit une méthode qui résulte du tracé (III). On porte, en EA, la valeur de P_1, en ED, celle de P_2, on prend un pôle arbitraire O, et on mène la ligne de fermeture OE du polygone des forces. En traçant Ac, cb et Ab, respectivement parallèles à EO, OD et AO, le point d'intersection b appartient à la direction de la force résultante $Q = DA$.

§ 40.

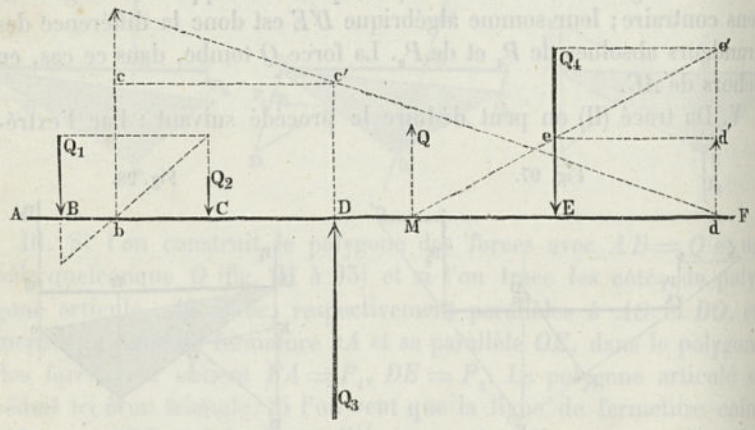
Résultante d'un nombre quelconque de forces parallèles.

Si plusieurs forces parallèles Q_1, Q_2, Q_3, Q_4.... agissent, dans un même plan, sur un corps, on peut, pour déterminer leur résultante, faire usage des méthodes précédentes, en composant les forces deux à deux successivement, jusqu'à ce qu'on arrive à la dernière.

Le procédé (IV) du paragraphe précédent est souvent, dans ce cas, le plus commode à employer.

I. Après avoir mené une ligne AF (Fig. 99) perpendiculaire à la

Fig. 99.



direction commune des forces Q_1, Q_2.... Q_4, on compose Q_1 et Q_2, puis leur résultante $Q_1 + Q_2 = bc$ avec Q_3; on obtient ainsi $dd' = Q_1 + Q_2 + Q_3$. Cette dernière composée avec Q_4 fournit en M la résultante générale $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4$. Ce procédé est d'une grande utilité pour un grand nombre de calculs de construction.

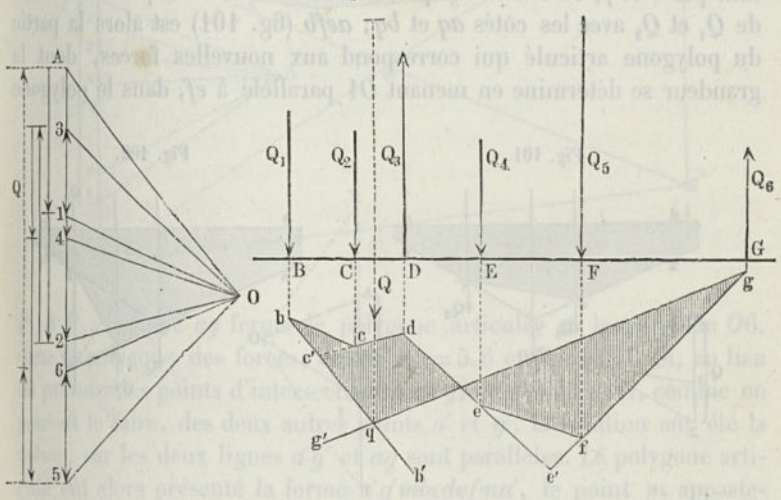
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

notamment lorsque les forces Q_1, Q_2 .... doivent être déterminées successivement, comme, par exemple, dans la recherche de la répartition de la charge d'une locomotive sur ses différents axes.

L'emploi du polygone articulé et du polygone des forces conduit également très simplement au résultat.

II. Avec les forces données, $Q_1, Q_2 \ldots . Q_6$ (fig. 100), on forme un polygone des forces, en portant d'abord, à partir du point A, les unes à la suite des autres, les forces en $A1$, 2, 3, 4, 5, 6. La résultante Q se trouve immédiatement déterminée en grandeur par la longueur

Fig. 100.



$6A$, mais il reste à fixer sa position. A cet effet, on prend comme pôle, en dehors de $A5$, un point quelconque O, on joint OA, $O1$, $O2$, $O3$.... $O6$, puis on mène bb', bc, cd.... gg', respectivement parallèles à AO, 10, 20.... $O6$. La ligne gg' (voy. § 35) coupe bb' en un point q, qui appartient à la direction de la résultante Q.

En se reportant aux développements du § 36, on voit que la figure ainsi obtenue permet de déterminer très facilement la résultante de deux ou de plusieurs forces successives. Ainsi le point d'intersection c' de dc et de bq donne le point d'application de la résultante de Q_1 et Q_2, qui est représentée par $A2$ dans le polygone des forces. De même e' est le point d'application de la résultante de Q_4 et de Q_5.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 41.

Décomposition de forces en deux ou plusieurs forces parallèles.

La décomposition de forces en forces parallèles, à l'aide du polygone articulé, constitue le problème inverse du précédent. Si, dans le polygone *aqbcd* (fig. 101), on connaît le côté correspondant à une force Q, et si l'on veut décomposer cette force en deux autres Q_1 et Q_2 passant par e et f, on réunit les points d'intersection e et f des directions de Q_1 et Q_2 avec les côtés aq et bq; $aefb$ (fig. 101) est alors la partie du polygone articulé qui correspond aux nouvelles forces, dont la grandeur se détermine en menant $O1$ parallèle à ef, dans le polygone

Fig. 101.

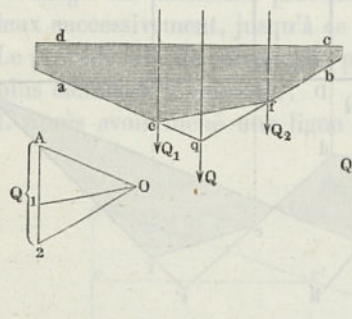
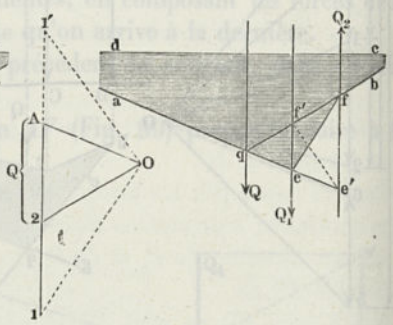


Fig. 102.



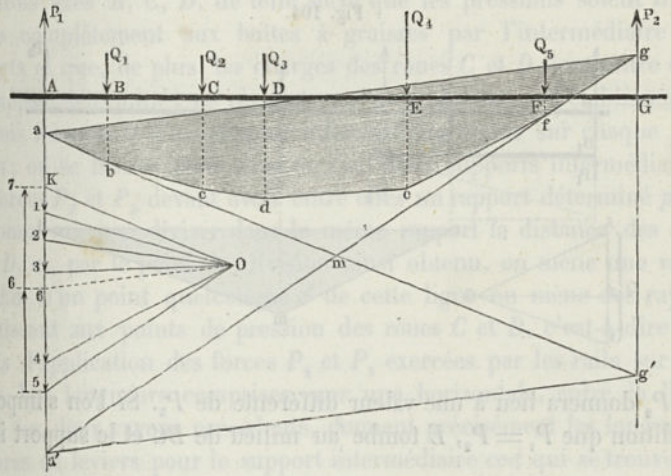
des forces. Si les forces cherchées Q_1 et Q_2 sont situées d'un même côté de Q (fig. 102), le procédé reste le même. Il suffit de prolonger aq jusqu'à sa rencontre, en e, avec Q_1 et de mener ef. On peut également utiliser l'intersection de Q_1 avec qb et de Q_2 avec qa. Le polygone prend alors la forme $ae'f'b$. Le polygone des forces donne, dans le premier cas, $Q_1 = A1$, $Q_2 = 1.2$; dans le second, $A1' = Q_2$ et $1'2 = Q_1$.

Si la pièce AG, soumise à l'action de charges parallèles Q_1, Q_2.... Q_5, doit être maintenue par deux forces P_1 et P_2, appliquées en A et G (fig. 103), on pourrait, pour déterminer ces forces, chercher d'abord la résultante Q des diverses charges, comme au § 40, et, au moyen de la méthode précédente, décomposer cette force Q en deux autres P_1 et P_2. Mais on peut se dispenser de déterminer Q, attendu qu'on connaît les directions de P_1 et P_2, ainsi que celle de leur résultante (voy. § 37). On forme le polygone des forces $K1$, 2.... 50, on

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

trace tous les rayons polaires et leurs parallèles, dans le polygone articulé, et on joint les points d'intersection a et g des côtés de ce dernier polygone, parallèles à KO et $O5$, avec les directions des forces

Fig. 103.



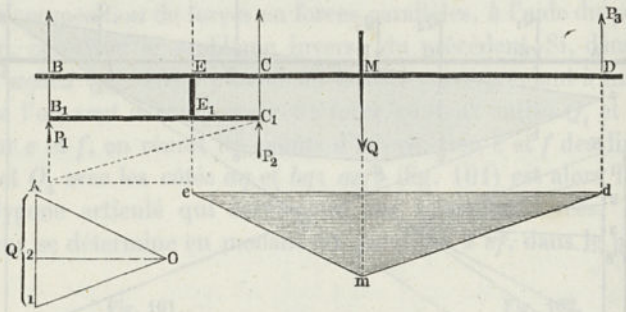
P_1 et P_2; la ligne ag ferme le polygone articulé, et la parallèle $O6$, dans le polygone des forces, donne $P_2 = 5.6$ et $P_1 = 6.7$. Si, au lieu de prendre les points d'intersection a et g, on s'était servi, comme on pouvait le faire, des deux autres points a' et g', la solution eût été la même, car les deux lignes $a'g'$ et ag sont parallèles. Le polygone articulé eût alors présenté la forme $a'g'mbcdefma'$, le point m appartenant à la direction de la résultante des forces Q_1, Q_2.... Q_5, qui est également celle de la résultante de P_1 et de P_2.

Lorsqu'une pièce chargée doit reposer sur un nombre d'appuis égal ou supérieur à trois, ces appuis doivent, en tenant compte de la question de résistance de la pièce, être disposés à des hauteurs rigoureusement déterminées, pour qu'on puisse trouver la valeur de la réaction exercée par chacun d'eux. Sans cela, le problème reste indéterminé. Toutefois, l'indétermination peut être levée par l'introduction de supports intermédiaires. Supposons, par exemple, qu'une pièce BCD (fig. 104), soumise à une charge Q, en M, doive être équilibrée par trois forces verticales P_1, P_2, P_3, appliquées aux points B, C et D; on peut d'abord faire une hypothèse sur le rapport de deux de ces forces, P_1 et P_2, par exemple. Ces forces peuvent être considérées comme appliquées à un support intermédiaire B_1C_1, sur lequel reposerait la première pièce, en EE_1. Le rapport $E_1C_1 : E_1B_1$ doit être alors égal au rapport $P_1 : P_2$. On peut maintenant répartir Q entre les appuis E et D,

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

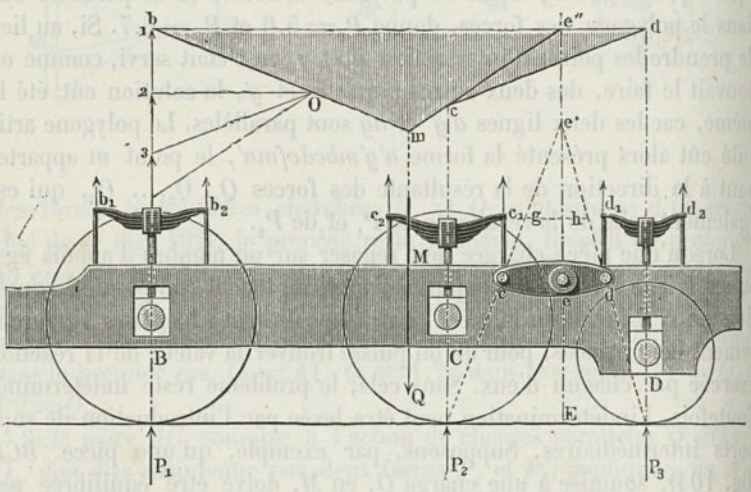
à l'aide du polygone des forces *emd* et du polygone articulé *AO* 1.2. On a alors : $A1 = Q, 12 = P_2, 2A = P_1 + P_2$, et cette dernière somme peut se répartir elle-même entre B_1 et C_1, à l'aide de l'une quelconque des méthodes connues. Chaque hypothèse spéciale sur le rapport

Fig. 104.



$P_1 : P_2$ donnera lieu à une valeur différente de P_3. Si l'on s'impose la condition que $P_1 = P_2$, E tombe au milieu de BC et le support inter-

Fig. 105.



médiaire a alors ses deux bras égaux. Les ressorts à lames, dans les wagons et les autres voitures, sont des supports intermédiaires à bras égaux. Dans certaines voitures de luxe, et même dans certaines locomotives, on trouve aussi des supports à bras inégaux. Ce sont ceux dont on fait généralement usage dans la plupart des balances-bascules.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

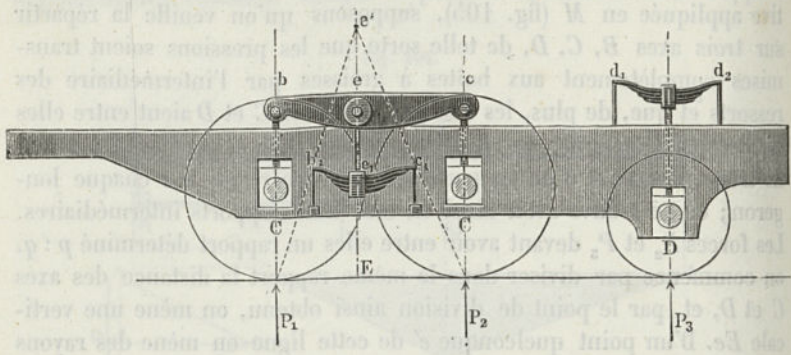
Si une charge doit être répartie sur plus de trois ou quatre points, le problème peut se résoudre par une combinaison convenable de supports intermédiaires. C'est ce que l'on fait, par exemple, pour les locomotives. Étant donnée la charge totale Q d'un châssis de locomotive appliquée en M (fig. 105), supposons qu'on veuille la répartir sur trois axes B, C, D, de telle sorte que les pressions soient transmises complètement aux boîtes à graisses par l'intermédiaire des ressorts et que, de plus, les charges des roues C et D aient entre elles un rapport déterminé ; ce résultat peut être obtenu par l'établissement de trois ressorts et d'un support intermédiaire rigide sur chaque longeron ; on se trouve avoir ainsi en tout huit supports intermédiaires. Les forces P_2 et P_3 devant avoir entre elles un rapport déterminé $p : q$, on commence par diviser dans le même rapport la distance des axes C et D, et, par le point de division ainsi obtenu, on mène une verticale Ee. D'un point quelconque e' de cette ligne on mène des rayons aboutissant aux points de pression des roues C et D, c'est-à-dire aux points d'application des forces P_2 et P_3 exercées par les rails sur ces roues. Les longueurs comprises, sur une horizontale, entre la ligne Ee et les deux rayons précédents, donnent précisément les longueurs des bras de leviers pour le support intermédiaire ced qui se trouverait établi sur cette horizontale ; en même temps, les distances des points c et d aux perpendiculaires en C et D représentent les bras de leviers correspondants des supports à ressorts c_1c_2 et d_1d_2. Pour chacun des ressorts, les deux bras doivent être faits égaux, afin que les efforts exercés aux deux extrémités soient égaux ; la longueur des bras du ressort C peut, d'ailleurs, être prise arbitrairement. Une fois le rapport $p : q$ choisi et les distances d'axes données, le choix de la longueur du support intermédiaire ne peut modifier en rien le rapport de P_1 à la somme $P_1 + P_2$, comme le montre l'examen du polygone articulé $bmcd$. Les ressorts agissant comme supports intermédiaires doivent avoir une force en rapport avec les charges qu'ils ont à supporter et ils doivent être réglés, au moyen des boulons de suspension, jusqu'à ce que leurs résistances se trouvent avoir des valeurs convenables, eu égard aux conditions dans lesquelles on a établi le support intermédiaire rigide.

Les problèmes analogues au précédent peuvent être résolus de plusieurs manières différentes ; la pratique en fournit un grand nombre d'exemples. Ainsi les deux ressorts sur lesquels agit le support intermédiaire rigide peuvent être réunis en un seul, comme l'indique la figure 106. Dans cette disposition, les axes C et D se trouvent chargés directement au moyen du support intermédiaire rigide bec ; ce dernier est saisi par le ressort $b_1e_1c_1$, dont les extrémités sont suspendues au

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

longeron. Les bras b_1e_1 et c_1e_1 de ce ressort ont des longueurs inégales, qui sont précisément dans le même rapport $p : q$ que les bras du sup-

Fig. 106.



port intermédiaire $b\,e\,c$. Si les longueurs des bras du support intermédiaire ne sont pas convenablement choisies, ou si la répartition de la charge de la locomotive s'écarte beaucoup de celle qui a été admise ici, le support intermédiaire prend une position oblique.

§ 42.

Forces parallèles uniformément réparties.

Lorsqu'une pièce est soumise à une charge uniformément répartie, les méthodes précédentes ne peuvent plus servir à tracer le polygone articulé et celui des forces. Dans ce cas, en effet, le premier polygone devient une courbe, pour la détermination de laquelle il est nécessaire de recourir à un autre procédé ; on peut y arriver de la manière suivante. Imaginons d'abord la charge donnée remplacée par une série de forces égales, agissant en des points également espacés, 1, 2.... 9 (fig. 107), et supposons tracé le polygone articulé; il est évident que le point d'intersection des côtés aM et bc de ce polygone devra se trouver à égale distance des lignes $1a$ et $2b$ et tomber, par conséquent, au milieu de ab', puisque les forces 1 et 2 sont égales. De même les côtés cd et aM se couperont en un point également éloigné de $3c$ et de $1a$, c'est-à-dire en b' sur la ligne $2b$, etc. En définitive, les différents points d'intersection des côtés du polygone avec aM et iM se trouveront également espacés sur ces deux lignes. Il suit de là, d'après un théorème connu, que les côtés du polygone ont pour enveloppe une

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

parabole, dont le sommet se trouve ici sur la ligne médiane EM, à une distance $Ee = {}^1/_2 EM$. Si l'on repasse maintenant au cas d'une charge uniformément répartie, le polygone articulé vient se confondre avec cette parabole. En considérant le triangle AMB comme le polygone correspondant au cas où la charge totale serait appliquée en E, on voit immédiatement que ce triangle fournit le moyen de tracer facilement la courbe. Si les forces étaient inclinées sur la ligne AEB,

Fig. 107.

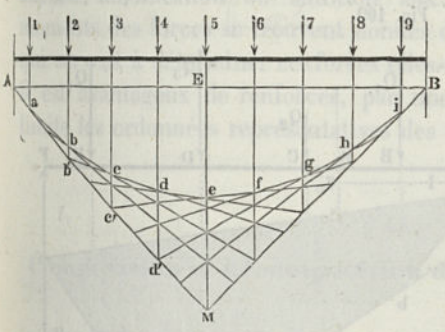
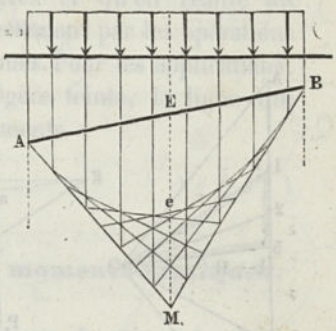


Fig. 108.



comme dans la fig. 108, les intervalles sur AM seraient encore égaux entre eux; il en serait de même pour les intervalles sur MB; seulement, dans ce cas, la valeur d'une division sur AM ne serait pas la même que sur MB. Le point e est encore, comme précédemment, le milieu de EM, mais il n'est plus le sommet de la parabole.

Le polygone articulé se transforme également en courbe, lorsqu'il s'agit de charges roulant sur une pièce. La courbe est encore, dans ce cas, l'enveloppe des polygones successifs correspondant à chaque position de la charge. Le calcul des ponts des chemins de fer offre de nombreux exemples de ce genre. Le calcul des glissières, pour les tiges de pistons, dans les machines à vapeur, conduit également à des tracés analogues, quoique beaucoup plus simples.

§ 43.

Moments statiques des forces parallèles.

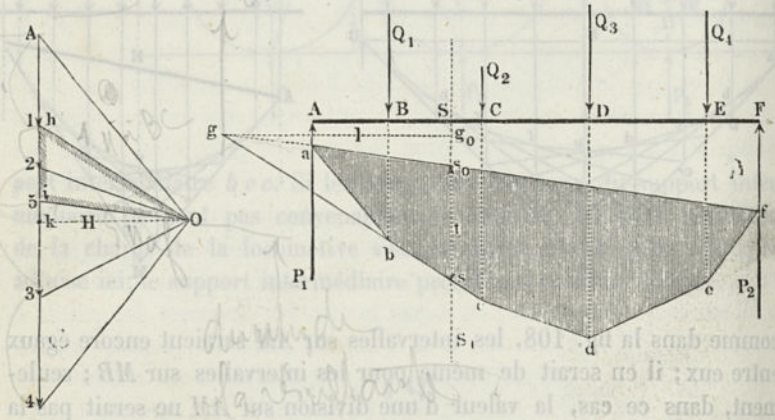
Lorsque des forces parallèles telles, par exemple, que $Q_1\, Q_2 \ldots Q_4$, P_1 et P_2 (fig. 109), agissent normalement sur une pièce, il est nécessaire, pour évaluer la résistance de cette pièce, de déterminer les

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

moments statiques des forces extérieures. Le polygone articulé et celui des forces permettent d'obtenir facilement ce résultat.

Ces deux polygones, *abcdef* et *AO4*, étant tracés, supposons qu'on veuille obtenir le moment statique M pour le point S de la pièce. Ce moment est le produit de la résultante de toutes les forces qui se trouvent d'un même côté (à droite ou à gauche) de la ligne SS_1, parallèle à la direction générale des forces, et de la distance l de cette résultante à SS_1. La grandeur de cette résultante est donnée par la ligne $hi = 1\text{-}5$ du polygone des forces, qui se trouve comprise entre

Fig. 109.



les rayons $O1$ et $O5$, parallèles à bc et fa. Quant à sa position, elle s'obtient en prolongeant les deux côtés précédents du polygone jusqu'à leur intersection g. Si l'on mène maintenant la ligne gg_0, normale à SS_1, cette ligne sera le bras de levier l de la force résultante $P = hi$, qui tend à fléchir la pièce en S. On a donc $M = P.l$.

Cette multiplication peut aussi s'effectuer graphiquement. Si l'on mène, en effet, la perpendiculaire Ok, dans le polygone des forces, cette ligne est la hauteur du triangle Ohi, semblable au triangle gss_0, de hauteur l. On a donc $hi : Ok = ss_0 : gg_0$ ou, en désignant Ok par H, ss_0 par t :

$$P : H = t : l,$$

et, par suite :

$$M = Pl = Ht.$$

Les moments statiques, aux différents points de la pièce, sont donc entre eux comme les ordonnées du polygone articulé, parallèles aux forces, puisque H est constant. Si l'on prend H pour unité, le procédé qui vient d'être indiqué revient à la méthode de multiplication du

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

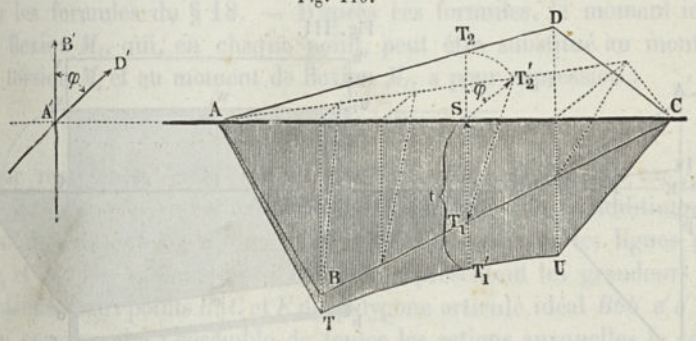
§ 22 (I), et le moment M se trouve alors avoir pour mesure l'ordonnée t. Le polygone articulé étant une fois tracé, il n'est plus nécessaire, comme on le voit, de chercher la position (g) de la force résultante, et, de plus, s'il s'agit simplement d'établir des rapports entre les différents moments statiques, il est indifférent que H ait été pris, ou non, à l'avance comme unité de mesure. Nous aurons plus tard à appliquer fréquemment cette importante propriété du polygone articulé pour les forces parallèles. Dans le calcul des arbres et dans beaucoup d'autres cas, elle est d'autant plus précieuse qu'elle n'exige aucune modification ou addition aux tracés et qu'en réalité les moments des forces se trouvent donnés directement par les opérations qui servent à déterminer ces forces elles-mêmes. Pour les applications, il est avantageux de renforcer, par une légère teinte, la ligne qui limite les ordonnées représentatives des moments.

§ 44.

Composition et décomposition des moments statiques.

D'après ce qui précède, les moments statiques des forces parallèles peuvent se représenter par des lignes de grandeur, de position et de

Fig. 110.



direction déterminées, exactement comme de simples forces. Si donc une pièce, en un de ses points, se trouve soumise à l'action de deux moments statiques, agissant dans la même direction ou dans des directions différentes, ces moments peuvent être additionnés graphiquement, comme on l'a vu pour les forces, § 31. Si ABC et ADC (fig. 110) sont les polygones articulés de deux séries de forces parallèles qui agissent sur un corps tournant AC, normalement à son axe de rotation, dans les directions $A'B'$ et $A'D'$, inclinées l'une sur

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

l'autre de l'angle φ, on obtient le moment résultant, pour un point S de l'axe du corps, en construisant le triangle T_1ST_2', de telle sorte que l'angle en S soit le supplément de l'angle φ, et $T_1T_2' = ST_1' = t$ est le moment cherché. La composition complète des polygones articulés ABC et ADC, lesquels, d'après ce qui a été dit précédemment, peuvent aussi s'appeler *surfaces des moments*, fournit la surface des moments résultante $ATUC$. Les côtés AT et CU sont ici des lignes droites, tandis que TU est une courbe et, dans le cas actuel, une hyperbole. Dans la pratique, cette courbe peut souvent être remplacée par sa corde TU; sa construction n'offre, du reste, aucune difficulté.

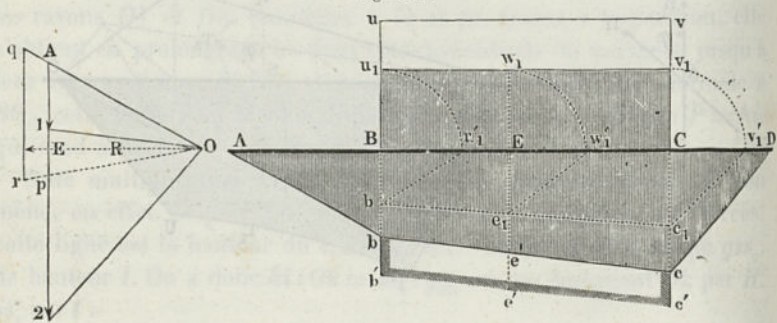
En renversant le problème, on est conduit à décomposer un moment statique t, d'une direction donnée, en deux autres t_1 et t_2, dont on connaît également les directions.

§ 45.

Composition graphique des moments de torsion et de flexion.

En dehors des efforts de flexion, certaines pièces de machines ont à supporter des efforts de torsion; le plus souvent même elles se trouvent soumises simultanément aux deux genres d'efforts. Les moments

Fig. 111.



de torsion, comme il est facile de le comprendre, peuvent se représenter par des surfaces analogues à celles que nous venons d'indiquer pour les moments de flexion. Ainsi, $ABCD$ (fig. 111) étant l'axe d'un corps de rotation supporté en A et D et soumis, en B et C, à des forces qui tendent à produire une flexion, nous pouvons construire, comme précédemment, le polygone des forces $AO2$ et la surface des moments $AbcD$. Si le corps, entre B et C, est soumis, en outre, à un

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

effort de torsion P, dont le bras de levier soit R, nous aurons à déterminer la surface de moment correspondante. D'après le § 43 et la règle de multiplication du § 22, I, pour obtenir la ligne représentative de PR, nous devons porter d'abord P de A en p, dans le polygone des forces, et joindre Op en menant, parallèlement à Ap, une ligne qui soit à une distance R du point O; les deux rayons polaires OA et Op prolongés déterminent, sur cette ligne, une longueur qr, laquelle donne le moment PR, exprimé avec l'unité OE, qui a déjà servi pour le polygone $AbcD$. La surface des moments pour la torsion, entre B et C, se trouve dès lors représentée par le rectangle $BCuv$, dans lequel $Bu = Cv = qr$. Ordinairement, dans les problèmes de la pratique, on a à comparer et à combiner ce rectangle de torsion avec les moments des forces de flexion qui agissent simultanément, et il convient dès lors de le remplacer par un moment de flexion équivalent, c'est-à-dire correspondant à la même sécurité pour la pièce. Or, d'après le § 18, ce moment de flexion doit être égal à $^5/_8$ du moment de torsion. Si donc l'on prend $Bu_1 = Cv_2 = {}^5/_8 Bu$, le rectangle $Bu_1 v_1 C$ qu'on obtient représente, à la même échelle que le polygone $AbcD$, la surface des moments fléchissants susceptibles de remplacer les moments de torsion entre B et C.

Si les moments fléchissants ainsi obtenus doivent être combinés avec les autres moments fléchissants, il suffit d'effectuer une addition graphique des deux surfaces pour arriver au résultat précédemment fourni par les formules du § 18. — D'après ces formules, le moment idéal de flexion M_i, qui, en chaque point, peut être substitué au moment de torsion M_t et au moment de flexion M_f, a pour expression :

$$M_i = {}^5/_8 M_f + {}^5/_8 \sqrt{M_f^2 + M_t^2}.$$

Pour représenter cette valeur, prenons $Bb_1 = {}^5/_8 Bb$, $Cc_1 = {}^5/_8 Cc$, $Ee_1 = {}^5/_8 Ee$, etc., rabattons Bu_1, Cv_1, Ew_1, sur AD, et additionnons les hypoténuses b_1u', c'_1v_1 et $e_1w'_1$ respectivement avec les lignes bb_1, cc_1 et ee_1. Les sommes ainsi obtenues représentent les grandeurs des ordonnées, aux points B, C et E du polygone articulé idéal $Bbb'\,e'\,c'\,cD$, qui correspond à l'ensemble de toutes les actions auxquelles le corps se trouve soumis.

§ 46.

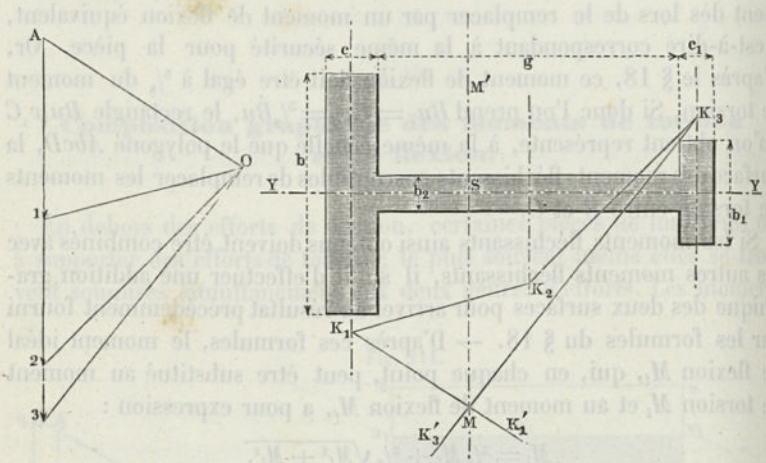
Détermination du centre de gravité au moyen du plan des forces.

La détermination du centre de gravité d'une surface plane peut s'effectuer, souvent d'une manière très simple, à l'aide du plan des

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

forces. A cet effet, on commence par diviser la figure en tranches minces d'égale largeur, de telle sorte que la surface de chaque tranche puisse être considérée comme proportionnelle à sa longueur moyenne. Si, avec ces différentes longueurs, on construit un polygone des forces et un polygone articulé, la direction de la résultante fournira une ligne passant par le centre de gravité. Si la figure n'a pas d'axe de symétrie, le tracé précédent devra être répété, en adoptant une autre direction pour les tranches; on obtiendra ainsi une seconde ligne qui, par son intersection avec la première, déterminera la position du centre de gravité. Dans certains cas, au lieu de tranches minces, on peut faire usage de surfaces d'une certaine dimension, évaluer leurs

Fig. 112.



mesures, d'une manière quelconque, et utiliser ces dernières dans le tracé graphique.

Supposons, par exemple, qu'on ait à déterminer le centre de gravité d'une section dont la forme soit celle de la figure 112. La figure étant symétrique par rapport à l'axe YY, le centre de gravité doit déjà se trouver sur cette ligne. Décomposons maintenant cette figure en trois rectangles dont les surfaces, représentées respectivement par $b \times c$, $b_1 \times c_1$ et $b_2 \times g$, ont leurs centres de gravité en leurs points milieux. Si l'on suppose qu'on ait $c = 1{,}5 b_2$, $c_1 = b_2$, les forces correspondant aux surfaces précédentes peuvent être exprimées par $1{,}5 \times {}^1/_2 b$, ${}^1/_2 g$ et ${}^1/_2 b_1$ et portées, à la suite les unes des autres, en $A123$. Si nous choisissons un pôle O et si nous menons les lignes $K_1'K^1$, K_1K_2, K_2K_3, K_3K_3' respectivement parallèles à OA, $O1$, $O2$ et $O3$, le point d'intersection M des côtés K_1K_1' et K_3K_3' est un point

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

de l'axe vertical MM', passant par le centre de gravité cherché. Ce point S se trouve donc déterminé par la rencontre de cette ligne avec l'axe de symétrie YY.

§ 47.

Résultante des actions de l'eau dans une roue hydraulique.

Dans l'étude d'une roue hydraulique, il est souvent essentiel de connaître la position de la résultante des actions exercées par l'eau ; elle peut se déterminer facilement à l'aide des principes que nous venons d'exposer et que nous allons appliquer, comme exemple, à une roue à augets.

Si nous représentons en coupe (fig. 113) la moitié d'une roue de cette espèce, le troisième auget, à partir du haut, reçoit l'eau motrice et se remplit d'une certaine fraction de son volume, fraction qui varie avec certaines circonstances de l'installation, telles que la forme de l'auget, la vitesse de rotation, etc. Si nous admettons que, dans le mouvement de descente, le niveau de l'eau dans chaque auget reste horizontal (ce qui n'est pas rigoureusement vrai), il est facile de déterminer la position de l'auget pour laquelle l'eau commencerait à en sortir, si le coursier KL ne venait pas s'y opposer. Si, de plus, nous négligeons les pertes d'eau dues au jeu qui existe entre ce coursier et la roue, tous les augets, depuis le troisième jusqu'au dixième inclusivement (le nombre des augets pour la moitié de la roue étant supposé égal à dix), contiendront la même quantité d'eau et, dans chacun d'eux, le poids de cette eau sera naturellement appliqué au centre de gravité du prisme liquide correspondant. Nous admettrons que, dans la position de la figure, l'auget XI soit déjà vidé.

I. **Détermination de la longueur de l'arc du coursier** KL. — La capacité d'un auget est évidemment équivalente à celle de la partie de la couronne comprise entre les deux plans menés par l'axe de la roue et par les lignes de division des fonds de deux augets voisins. Supposons maintenant que le coefficient de remplissage soit 0,4, c'est-à-dire que chaque auget reçoive une quantité d'eau égale aux deux cinquièmes du volume que nous venons de définir. Si, dans l'auget I, nous prenons l'arc kl égal à 0,4 de la division des augets, et si nous menons le rayon lm, la section $klmn$ sera équivalente au profil que présentera l'eau dans l'auget. Pour l'auget II, cette section se trouve remplacée par le quadrilatère équivalent $rput$, dont un sommet t coïncide avec l'extrémité de la palette rt. L'angle ktu re

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

présente la valeur cherchée de l'angle *KML* du coursier et *utM* le complément *KMN* de cet angle.

La transformation du profil *klmn* s'effectue de la manière suivante : on construit d'abord le triangle rectangle *opq*, en prenant le côté *op* égal à la largeur moyenne de *klmn*, et le second côté $pq = 2.lm$; de ce triangle on passe ensuite au triangle équivalent *rps*, en menant *os* parallèle à *rq* et en joignant les points *r* et *s* (voy. § 25). Si maintenant on mène la ligne *st* et sa parallèle *ru*, il suffit de joindre les points *u* et *t* pour obtenir le quadrilatère cherché *rput* (l'arc *pu*, vu sa faible courbure, pouvant être considéré comme une droite). On prend ensuite l'angle *KMN* égal à *utM* et on prolonge le coursier d'une certaine longueur *KJ*, pour tenir compte des remous de l'eau.

II. **Détermination du niveau de l'eau dans les différents augets.** — Nous allons d'abord effectuer le tracé pour l'auget IV. A cet effet, on commence par reporter sur cet auget le quadrilatère *rput*, puis, par l'extrémité *t'*, on trace une ligne arbitraire *t'v*, à laquelle on mène une parallèle *u'w* par le point *u'* ; en faisant varier la direction de *t'v*, on finit, après quelques tâtonnements, par obtenir une ligne *vw* horizontale, qui donne, dans ce cas, le niveau cherché. C'est ainsi qu'on a déterminé la ligne indiquée sur la figure, de même que les lignes analogues pour les augets V, VI et VII.

Dans l'auget III, la figure *rput* a d'abord été transformée en un second quadrilatère ayant pour côté supérieur *px*, puis ce quadrilatère a été remplacé lui-même par un pentagone dont le côté supérieur horizontal est *yz*.

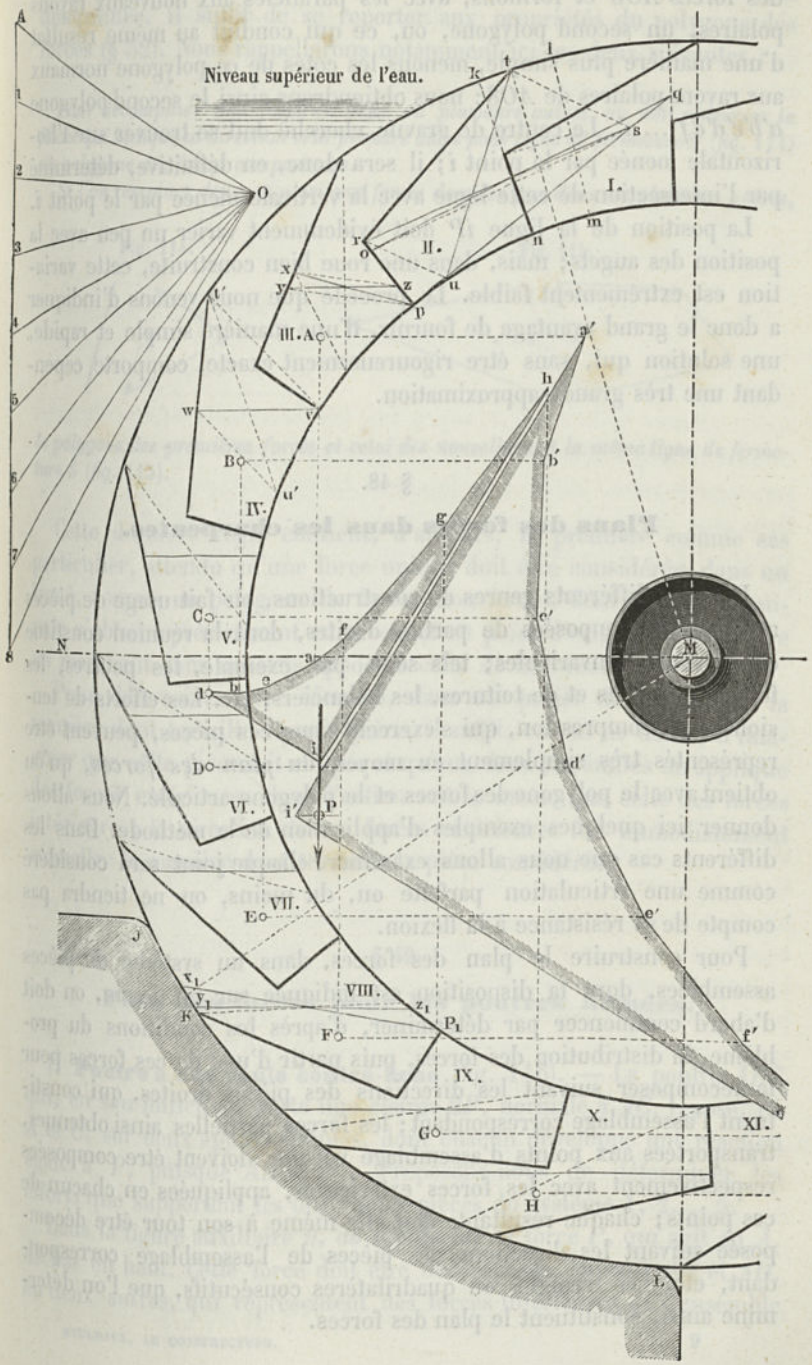
Pour l'auget VIII, on a employé une troisième méthode : le quadrilatère primitif *rput* transformé a donné d'abord la figure terminée par la ligne p_1x_1, puis celle qui est limitée par le côté horizontal y_1z_1. On a procédé de la même manière pour les augets IX et X.

III. **Plan des forces pour les volumes d'eau des augets.** — On commence par déterminer les centres de gravité *A*, *B*.... *H* des huit augets pleins, en faisant usage des règles données dans la quatrième section de cet ouvrage. Les huit forces égales, qu'on obtient ainsi, permettent de tracer d'abord le polygone des forces *AO8*, puis le polygone articulé *dbeafghi*. Le point *i* appartient à la direction de la résultante de toutes les forces partielles. On peut remarquer, sur le dessin, que les centres de gravité *C* et *D* se trouvant sur des verticales très rapprochées, on peut composer les deux forces qui y sont appliquées et mener *id* et *db*, respectivement parallèles à *OA* et *O2*, sans avoir besoin de tracer une parallèle à *O1*.

Il est facile maintenant de trouver le centre de gravité réel de tous les prismes liquides. Après avoir mené des horizontales par les points

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Fig. 113.



IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

A, B, C..., supposons qu'on fasse tourner de 90 degrés le polygone des forces $AO8$ et formons, avec les parallèles aux nouveaux rayons polaires, un second polygone, ou, ce qui conduit au même résultat d'une manière plus simple, menons les côtés de ce polygone normaux aux rayons polaires de $AO8$; nous obtiendrons ainsi le second polygone $a'b'c'd'e'f'$... i'. Le centre de gravité cherché doit se trouver sur l'horizontale menée par le point i; il sera donc, en définitive, déterminé par l'intersection de cette ligne avec la verticale menée par le point i.

La position de la ligne iP doit évidemment varier un peu avec la position des augets; mais, dans une roue bien construite, cette variation est extrêmement faible. Le procédé que nous venons d'indiquer a donc le grand avantage de fournir, d'une manière simple et rapide, une solution qui, sans être rigoureusement exacte, comporte cependant une très grande approximation.

§ 48.

Plans des forces dans les charpentes.

Dans les différents genres de constructions, on fait usage de pièces assemblées, composées de parties droites, dont la réunion constitue des systèmes invariables; tels sont, par exemple, les poutres, les fermes de ponts et de toitures, les balanciers, etc. Les efforts de tension ou de compression, qui s'exercent dans ces pièces, peuvent être représentés très simplement au moyen du *plan des forces*, qu'on obtient avec le polygone des forces et le polygone articulé. Nous allons donner ici quelques exemples d'application de la méthode. Dans les différents cas que nous allons examiner, chaque joint sera considéré comme une articulation parfaite ou, du moins, on ne tiendra pas compte de sa résistance à la flexion.

Pour construire le plan des forces, dans un système de pièces assemblées, dont la disposition est indiquée sur un dessin, on doit d'abord commencer par déterminer, d'après les conditions du problème, la distribution des forces, puis partir d'une de ces forces pour la décomposer suivant les directions des pièces droites, qui constituent l'assemblage correspondant; les forces partielles ainsi obtenues, transportées aux points d'assemblage voisins, doivent être composées respectivement avec les forces extérieures, appliquées en chacun de ces points; chaque résultante doit elle-même à son tour être décomposée suivant les directions des pièces de l'assemblage correspondant, etc. Les triangles ou quadrilatères consécutifs, que l'on détermine ainsi, constituent le plan des forces.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Pour lever toute incertitude sur la direction des composantes par lesquelles on doit remplacer une force donnée, ou préalablement déterminée, il suffit de se reporter aux propriétés du polygone des forces (§ 32). Nous rappellerons notamment ici les deux suivantes :

Pour décomposer une force en deux ou plusieurs autres, on doit renverser la flèche qui indique sa direction et la prendre alors pour ligne de fermeture S' (fig. 114) du polygone des forces composantes.

Si l'on remplace deux ou plusieurs forces données par deux ou plusieurs autres,

Fig. 114.

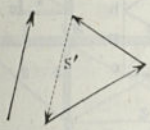
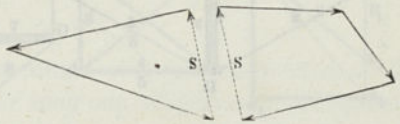


Fig. 115.



le polygone des premières forces et celui des nouvelles ont la même ligne de fermeture S (fig. 115).

Cette dernière règle contient, d'ailleurs, la première comme cas particulier, attendu qu'une force unique doit être considérée, dans un tracé, comme un polygone de forces non fermé, dont la ligne terminale s'obtient précisément en revenant au point d'origine, c'est-à-dire en marchant dans un sens opposé à celui de la force.

Pour déterminer avec sécurité, dans un projet de charpente, la manière dont travaille chaque pièce, il suffit, en cas de doute, d'imaginer que cette pièce soit coupée et qu'aux deux extrémités on applique des forces extérieures dont l'action soit la même que celle des forces intérieures; la direction de ces forces extérieures fait immédiatement connaître la manière dont travaille la pièce considérée.

§ 49.

Plan des forces pour les poutres armées.

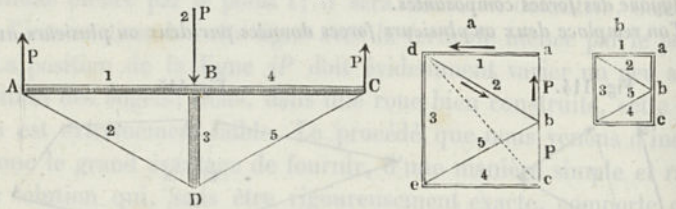
1. **Poutre à une seule contre-fiche** (fig. 116). — La poutre ABC qui, en son milieu B, porte une charge $2P$, normale à AC, repose, en A et C, sur deux appuis simples, dont chacun développe une réaction égale à P, puisque $AB = BC$. Proposons-nous de déterminer les efforts que supportent les différentes pièces du système 1, 2.... 5.

Dans la figure auxiliaire a, ab représente la force P, qui agit en A, de bas en haut. Cette force doit être décomposée, suivant AB et AD, en deux autres, qui représentent des forces intérieures de l'ensemble

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

du système. Pour plus de simplicité, nous désignerons ces forces intérieures par les numéros des pièces correspondantes et nous mènerons 1 et 2, respectivement parallèles à AB et à AD. Pour que la ligne de fermeture du triangle des forces, ainsi obtenu, ait la direction de P (c'est-à-dire pour que la résultante des forces 1 et 2 soit dirigée en

Fig. 116.



sens contraire de la force P, voy. § 48), les forces doivent être dirigées comme l'indiquent les flèches de la figure a. La pièce AB travaille donc par compression, tandis que la pièce AD est soumise à une traction. Pour plus de clarté, dans cet exemple et dans ceux que nous donnerons ci-après, nous adopterons la convention suivante : dans les pièces travaillant par compression, les forces seront représentées par un double trait, tandis que, dans les pièces soumises à des efforts de traction, elles seront figurées par un trait simple.

Pour le même motif, dans le tracé, nous donnerons une largeur appréciable aux pièces qui ont à résister à des efforts de compression, tandis que les tirants seront représentés par de simples lignes.

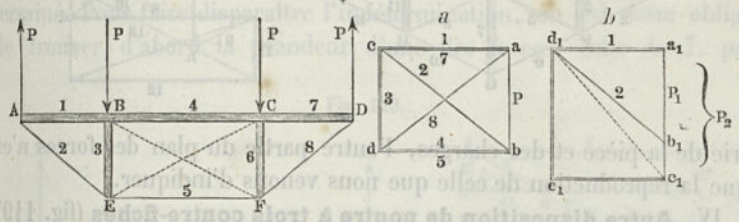
Cette convention faite, nous avons à composer $2P = abc$ avec 1 et, pour cela, à construire le triangle dac, en remarquant que, dans la pièce 1, la compression s'exerce de A vers B ; si nous décomposons la ligne de fermeture du triangle (représentée en pointillé) horizontalement et verticalement, nous obtiendrons les deux forces 3 et 4, qui sont toutes les deux des compressions ; la composition de 2 et 3 fournit la force 5, qui est une traction. Le plan des forces se trouve ici composé de deux parties symétriques, comme on pouvait le prévoir en raison de la symétrie de la poutre par rapport à son milieu ; nous aurions pu, par suite, nous borner à l'étude des forces de l'une des moitiés.

Si l'on suppose que la charge $2P$, au lieu d'être appliquée en un seul point B, soit uniformément répartie sur toute la longueur ABC, chacune des portées, AB et BC, donne lieu à un effort $\frac{1}{2}P$ en chacun des points A, B et C, de telle sorte que la pièce peut être considérée comme soumise à deux forces $\frac{1}{2}P$, en A et C, et à une force P en B. On obtient alors le plan des forces b, lequel est géométriquement semblable au précédent, mais avec des dimensions linéaires moitié moindres.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

II. **Poutre à deux contre-fiches** (Fig. 117). — (Cette disposition est fréquemment employée dans les ponts à bascule, les wagons, etc.). En B et C agissent deux forces verticales P, en A et D deux autres forces, égales aux premières, mais dirigées en sens contraire. Dans le plan des forces a, on prend $ab = P$, on mène les lignes 1 et 2, parallèles respectivement à AB et AE, et on obtient ainsi les forces 1 et 2,

Fig. 117.



qui représentent, comme précédemment, la première une compression, la seconde une traction. Cette dernière force, décomposée suivant deux directions parallèles à BE et à EF, fournit deux nouvelles forces, une traction 5 et une compression 3. Les forces 3, 1 et P, composées en B, fournissent, d'après le plan, la force de compression 4. La seconde moitié de la poutre étant symétrique de la première, nous n'avons pas à nous en occuper.

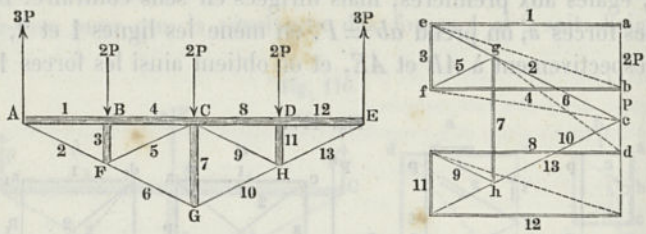
Si les forces verticales en A et B n'ont pas la même intensité, ce qui se présente fréquemment dans la pratique, l'articulation en B n'est plus admissible, à moins d'ajouter des pièces de renforcement EC et BF. Le plan b correspond à cette disposition. Si $P_1 = a_1b_1$ agit en A, $P_2 = a_1c_1$ en B, la décomposition de 2, parallèlement à EB et à EF, donne une force verticale 3, différente de celle qu'on obtient en décomposant la résultante de P_2 et de 1 suivant les mêmes directions EB et EF. Si donc on supprimait les tirants en croix, l'assemblage tendrait à se déformer et les pièces finiraient par prendre, les unes par rapport aux autres, des inclinaisons telles que les deux modes de décomposition précédents fournissent la même valeur pour la compression 3. On voit, d'après cela, que, dans un grand nombre de cas, il est nécessaire d'ajouter des tirants disposés en diagonales pour la portée du milieu.

III. **Poutres à trois contre-fiches** (fig. 118). — Le tracé qui représente la poutre indique le mode de répartition des forces. On commence par décomposer la force $3P = abc$ en deux forces 2 et 1, ou ce et ea; on compose ensuite 1 avec $ab = 2P$, et on décompose la résultante be suivant ef et fb, ce qui donne 3 et 4; la résultante fc de 2 et 3 fournit, par sa décomposition en fg et gc, les forces 5 et 6.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Comme les deux tractions 6 et 10 doivent être égales, en menant *ch* parallèle à *GH* et égal à *cg*, on obtient $gh = 7$. En vertu de la symé-

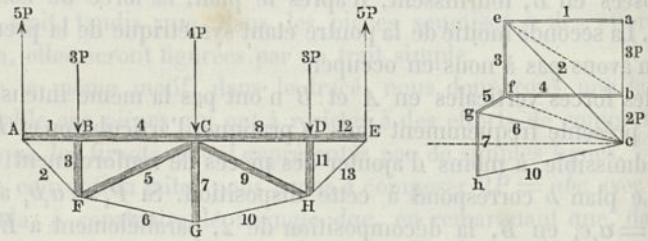
Fig. 118.



trie de la pièce et des charges, l'autre partie du plan des forces n'est que la reproduction de celle que nous venons d'indiquer.

IV. **Autre disposition de poutre à trois contre-fiches** (fig. 119). — La travée *BC* a une longueur double de celle de la travée *AB* et la charge $12P$ est supposée uniformément répartie, ce qui donne, pour les divers points d'assemblages, les forces indiquées par la figure 119.

Fig. 119.



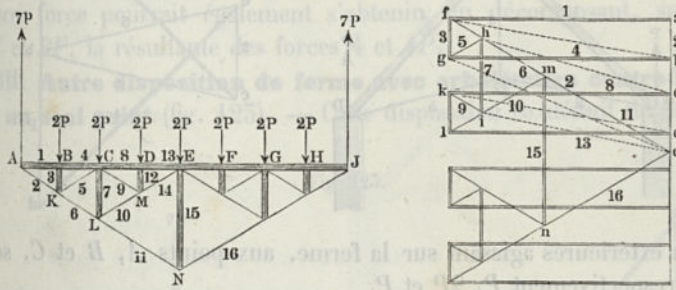
Dans le plan des forces, on prend $abc = 5P$ et on décompose cette force suivant *ae* et *ec*, ce qui donne 1 et 2; les forces 1 et $3P$ (assemblage *B*) donnent une résultante qui, décomposée suivant *ef* et *fb*, fournit 3 et 4; on obtient de même les forces 5 et 6, parallèles à *FC* et *FG*, au moyen de la résultante *cf* des deux forces 2 et 3; ici, la force 5 est une compression, tandis que, dans l'exemple précédent, elle représentait une traction. La composition des deux forces égales 6 et 10 donne la pression $gh = 7$ pour la contre-fiche du milieu. La disposition symétrique de la figure, par rapport à cette ligne, permet de réduire le plan des forces à la partie que nous venons de tracer.

V. **Poutres armées à plusieurs contre-fiches** (fig. 120). — Supposons la poutre *AJ* partagée en huit travées égales, uniformément chargées. Dans ce cas, les charges se trouvent réparties, aux différents points d'assemblages, comme l'indique la figure 120.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Dans le plan des forces, $ae = 7P$ se décompose en 1 et 2 (af et fe); de même, la résultante bf de 1 et de $ab = 2P$ donne 3 et 4 (fg et gb). La résultante ge de 2 et 3, décomposée parallèlement à KC et KL, fournit 5 et 6 (gh et he). Pour les points L et C se présente une difficulté qui n'existait pas dans les cas précédents; on a, en effet, à décomposer, suivant trois directions données, soit la force 6, soit la résultante des forces $2P$, 4 et 5, ce qui constitue un problème indéterminé. Pour faire disparaître l'indétermination, on est donc obligé de trouver d'abord la grandeur d'une des forces, celle de 7, par

Fig. 120.



exemple. La contre-fiche CL se trouve comprimée, suivant sa direction, par les composantes verticales de 5 et 9 et par la charge directe $2P$; les deux forces 5 et 9 sont égales, puisqu'elles sont symétriques par rapport à CL et qu'elles agissent sur des pièces également chargées BK et DM. Dans le plan des forces, la ligne hi, destinée à représenter la force 7, doit donc avoir une longueur égale à $2P$, plus deux fois la projection de 5 sur la verticale; la résultante ie de hi et de $he = 6$, décomposée suivant im et me, donne les deux forces 10 et 11. En revenant au point C, on peut décomposer la résultante de 4, 5 et $2P$, parallèlement à CL, CM et CD, ce qui, par le tracé $hikc$, fournit les deux forces 8 et 9. En continuant de la même manière, on détermine les autres forces, de 12 à 15, et on complète ainsi la moitié du plan des forces. Il importe de remarquer que, dans la disposition de la figure, la poutre AJ se trouve également comprimée en tous ses points.

§ 50.

Plan des forces pour les fermes.

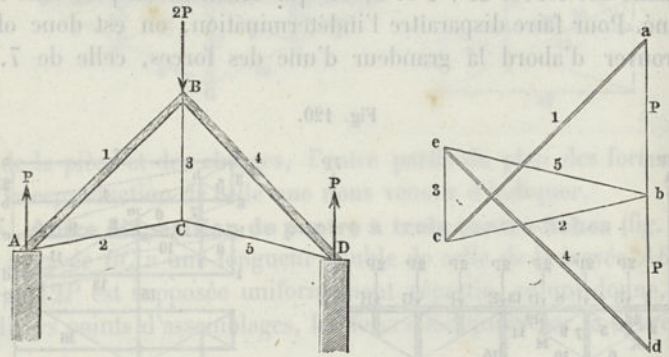
Les fermes fournissent de nombreux exemples de pièces armées. Dans les différentes dispositions que nous allons examiner, nous

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

supposerons les arbalétriers soumis à une charge verticale uniformément répartie, de telle sorte que chaque travée supporte une charge proportionnelle à sa longueur.

I. **Ferme simple avec arbalétriers sans contre-fiches** (fig. 121). — Chaque arbalétrier porte une charge uniformément répartie $2P$; les

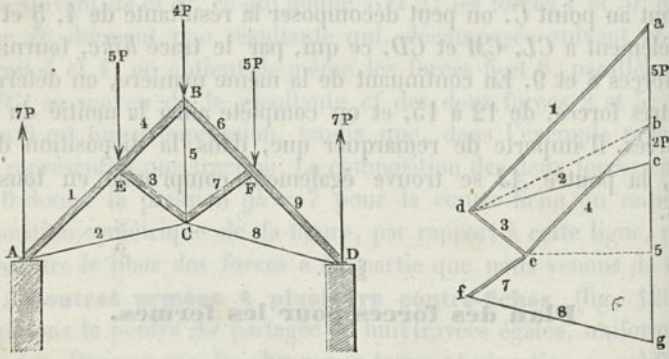
Fig. 121.



forces extérieures agissant sur la ferme, aux points A, B et C, sont alors respectivement P, $2P$ et P.

Si, dans le plan des forces, on prend $ab = P$ et si l'on mène ac et bc parallèles à AB et à AC, ces deux lignes fournissent les forces 1 et 2; la première est une compression, la seconde une traction; la force bc, décomposée suivant les deux lignes ce et be, l'une verticale, l'autre parallèle à CD, donne les forces de traction 3 et 5. Pour achever le tracé, il suffit de composer les forces 1, $2P$ et 3; la ligne de, qui ferme le polygone $ecad$, représente la force 4.

Fig. 122.



II. **Ferme avec arbalétriers munis de contre-fiches** (fig. 122). — La disposition de cette ferme peut se déduire de la précédente, par

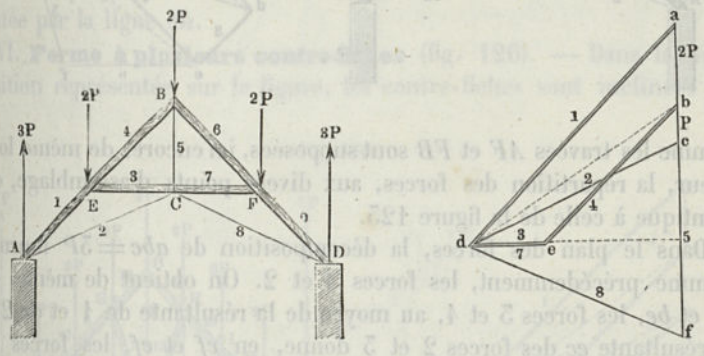
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

l'addition des deux contre-fiches CE et CF. Les deux travées AE et EB étant supposées dans le rapport de 3 à 2, les charges qui leur correspondent sont $6P$ et $4P$, et il en résulte alors, pour les forces extérieures, aux différents points d'assemblage, la répartition indiquée par la figure.

Dans le plan des forces, décomposons $ac = 7P$ en 1 et 2, suivant les lignes ad et dc, parallèles à AE et AC. Prenons ensuite la résultante des forces 1 et $5P$ et décomposons-la, parallèlement à EB et EC; nous obtenons ainsi les forces 3 et 4, qui sont toutes les deux des compressions. La composition des forces 2, 3 et de leurs symétriques 8, 7, au moyen du polygone $cdefg$, donne $cg = 5$. Cette dernière force pourrait également s'obtenir, en décomposant, suivant BC et BF, la résultante des forces 4 et $4P$.

III. **Autre disposition de ferme avec arbalétriers contre-butés en un seul point** (fig. 125). — Cette disposition se déduit de la pré-

Fig. 125.



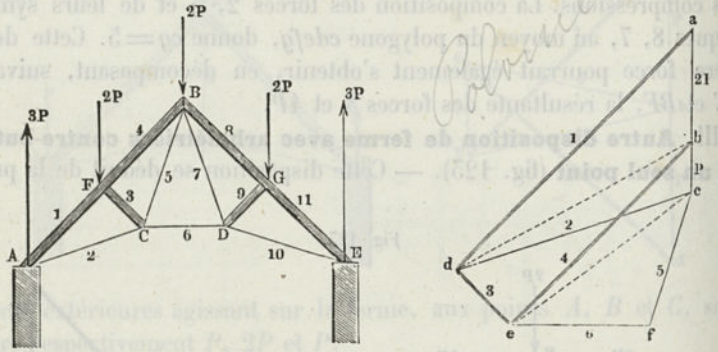
cédente, en supposant les contre-fiches EC et CF placées horizontalement. On a supposé ici les deux travées AE et EB égales; la charge est donc la même pour chacune d'elles et les forces extérieures, en A et D, ont pour valeur $3P$. Cette dernière valeur, portée de a en c, dans le plan des forces, permet d'obtenir, en da et cd, les forces 1 et 2. La résultante db de 1 et $2P$ donne, par sa décomposition suivant de et eb, les compressions 3 et 4. On a d'ailleurs évidemment $7 = 3$ et $8 = 2$. On obtient, par conséquent, la force 5, en prenant la ligne de fermeture cf du polygone $cdedf$ ou de cdf. On pourrait également déterminer la valeur de 5, en composant les forces 4, 6 et $2P$. Si le tirant BC se trouve supprimé, ce qui a lieu assez fréquemment dans la pratique, l'entrait ECF, lorsqu'il n'existe aucune articulation en C, peut n'être pas soutenu, à la condition que ses dimen-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

sions soient suffisantes pour empêcher la flexion; seulement, dans ce cas, les arbalétriers tendent à s'ouvrir en B, si l'assemblage en ce point n'est pas disposé de manière à les relier solidement l'un à l'autre.

IV. **Troisième disposition de ferme avec contre-fiche unique sur chaque arbalétrier** (fig. 124). — Dans cette ferme, le tirant vertical des figures précédentes se trouve remplacé par le triangle BCD.

Fig. 124.



Comme les travées AF et FB sont supposées, ici encore, de même longueur, la répartition des forces, aux divers points d'assemblage, est identique à celle de la figure 123.

Dans le plan des forces, la décomposition de $abc = 3P$ fournit, comme précédemment, les forces 1 et 2. On obtient de même, en de et be, les forces 3 et 4, au moyen de la résultante de 1 et de $2P$; la résultante ec des forces 2 et 3 donne, en cf et ef, les forces de traction 5 et 6. La seconde moitié de la figure est symétrique de la première.

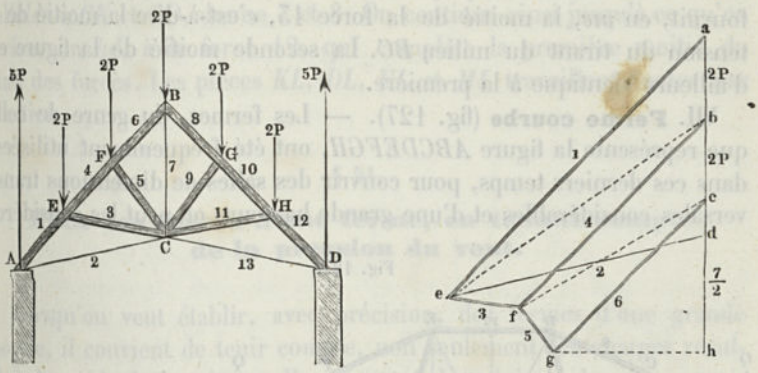
V. **Ferme à deux contre-fiches pour chaque arbalétrier** (fig. 125). — Cette disposition de ferme se déduit de celle de la fig. 122, en dédoublant la contre-fiche, de manière à soutenir l'arbalétrier en deux points. Dans la figure les travées, qui sont supposées égales, supportent chacune une force uniformément répartie $2P$; les forces extérieures, en A et en D, ont alors pour valeur $5P$.

Dans le plan des forces, on prend $ad = 5P$, qu'on décompose suivant de et ea, parallèles à AE et AC, et on obtient ainsi les forces 1 et 2; la résultante eb de 1 et de $ab = 2P$, par sa décomposition suivant ef et fb, fournit 3 et 4. De même, la résultante fc des forces 4 et $2P$ donne, suivant fg et gc, les deux forces 5 et 6; pour achever le tracé de la moitié du plan, il suffit de déterminer encore

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

la force 7, qui peut s'obtenir par la composition de $2P$ et des deux forces symétriques 6 et 8; la moitié de cette force est, par suite,

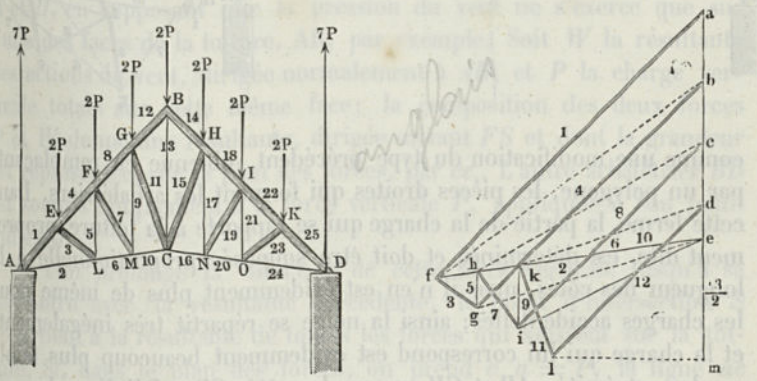
Fig. 125.



égale à la projection verticale de 6, diminuée de P, et elle est représentée par la ligne dh.

VI. **Ferme à plusieurs contre-fiches** (fig. 126). — Dans la disposition représentée sur la figure, les contre-fiches sont inclinées et

Fig. 126.



les tirants verticaux. La charge étant supposée également répartie et égale à $2P$, pour chaque travée, les forces extérieures, en A et en D, ont pour valeur $7P$.

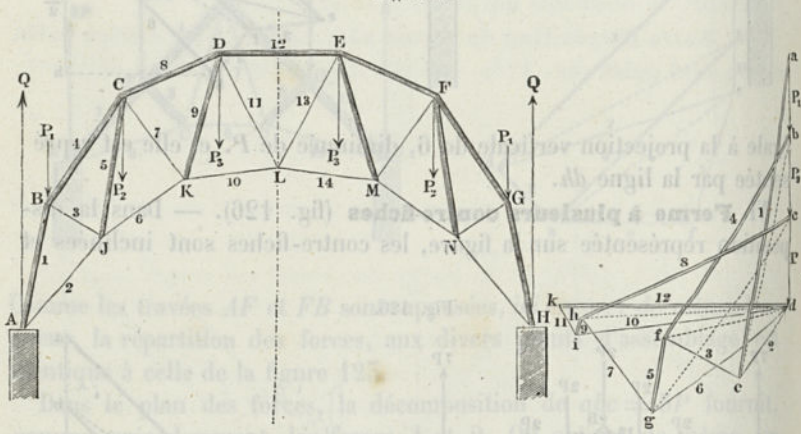
Dans le plan des forces, on prend $ab+bc+cd+de=5\times 2P+P=7P$, et on décompose cette force parallèlement à AE et AL, ce qui donne, en fa et ef, les forces 1 et 2. La décomposition de la résultante fb de 1 et de $ab=2P$ fournit, en fg et gb, les forces 3 et 4;

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

de même on obtient 5 et 6 (*gh* et *he*) en décomposant, parallèlement à *LF* et *LM*, la résultante *ge* de 2 et 3. En continuant de la même manière, on obtient successivement les différentes forces jusqu'à la force 12 ou *ld*, dont la projection verticale *dm*, diminuée de $de = P$, fournit, en *me*, la moitié de la force 13, c'est-à-dire la moitié de la tension du tirant du milieu *BC*. La seconde moitié de la figure est d'ailleurs identique à la première.

VII. **Ferme courbe** (fig. 127). — Les fermes, du genre de celle que représente la figure *ABCDEFGH*, ont été fréquemment utilisées, dans ces derniers temps, pour couvrir des salles de dimensions transversales considérables et d'une grande hauteur; on peut les considérer

Fig. 127.



comme une modification du type précédent, obtenue en remplaçant, par un polygone, les pièces droites qui forment les arbalétriers. Dans cette ferme, la partie de la charge qui se rapporte à la toiture, proprement dite, est déterminée et doit être supposée proportionnelle à la longueur des côtés, mais il n'en est évidemment plus de même pour les charges accidentelles; ainsi la neige se répartit très inégalement, et la charge qui lui correspond est évidemment beaucoup plus faible sur les extrémités *AB* et *GH* que sur les côtés *CD* et *DE*. Nous devrons donc laisser indéterminées les forces P_1, P_2, P_3, qui sont appliquées aux sommets *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G*, et auxquelles doivent faire équilibre, comme forces extérieures, les réactions *Q* des appuis *A* et *B*, de telle sorte qu'on a :

$$Q = P_1 + P_2 + P_3.$$

Dans le plan des forces, $ab = P_1$, $bc = P_2$, $cd = P_3$ et, par suite, $ad = Q$; la décomposition de *ad*, parallèlement à *AB* et *AJ*, donne,

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

en *ea* et *de*, les forces 1 et 2; de même, la résultante de 1 et de P_1 fournit, suivant *ef* et *fb*, les forces 3 et 4; de la connaissance de 2 et 3 on déduit facilement 5 et 6 (*gf* et *dg*). La résultante *ge* des trois forces 4, 5 et P_2, par sa décomposition suivant deux directions parallèles à *CK* et *CD*, donne 7 et 8. On continue ainsi jusqu'à ce qu'on arrive, en *kd*, à la force 12, qui complète la première moitié du plan des forces. Les pièces *KL*, *DL*, *EL* et *ML* travaillent toutes par traction.

§ 51.

Plan des forces d'une ferme, en tenant compte de la pression du vent.

Lorsqu'on veut établir, avec précision, des fermes d'une grande portée, il convient de tenir compte, non seulement des charges résultant du poids de la toiture elle-même et de celui de la neige, mais encore de l'action du vent, laquelle, dans certains cas, est loin d'être négligeable. Pour montrer, par un exemple, comment on peut appliquer la graphostatique à la solution de ce problème, reprenons la ferme de la fig. 126 et supposons cette ferme soumise, en dehors des forces verticales, à la pression *W* du vent (fig. 128).

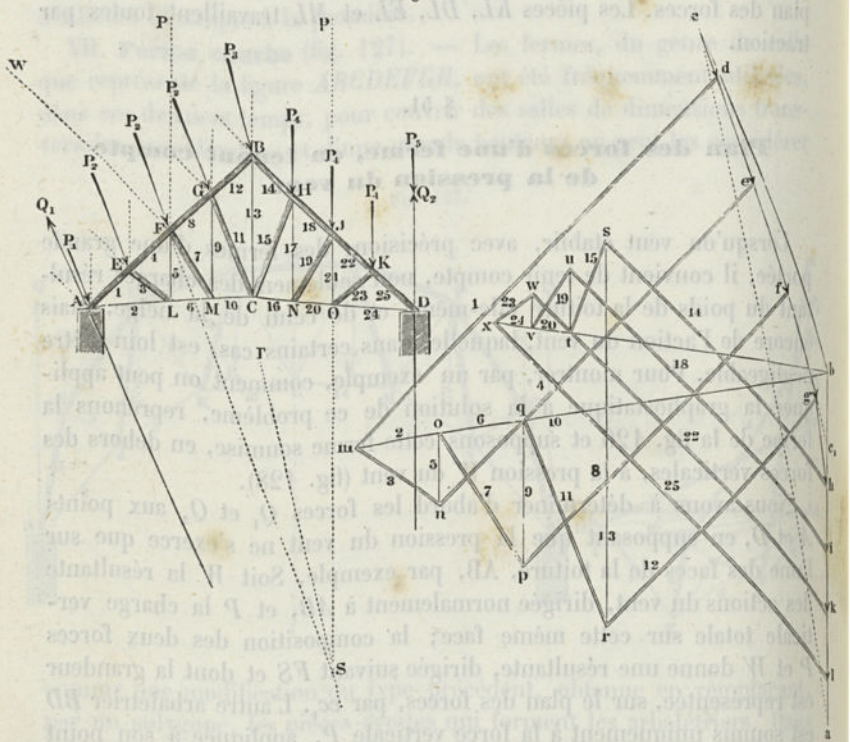
Nous avons à déterminer d'abord les forces Q_1 et Q_2 aux points *A* et *D*, en supposant que la pression du vent ne s'exerce que sur l'une des faces de la toiture, AB, par exemple. Soit *W* la résultante des actions du vent, dirigée normalement à *AB*, et *P* la charge verticale totale sur cette même face; la composition des deux forces *P* et *W* donne une résultante, dirigée suivant *FS* et dont la grandeur est représentée, sur le plan des forces, par cc_1. L'autre arbalétrier *BD* est soumis uniquement à la force verticale *P*, appliquée à son point milieu *J*.

Si l'on prolonge la direction de cette force verticale jusqu'à sa rencontre avec la résultante précédente, le point d'intersection *S* appartient à la résultante de toutes les forces qui agissent sur la toiture. Si, dans le plan des forces, on prend $c_1 a = P$, la ligne *ac* représente la direction de cette résultante, que l'on peut reporter sur le plan de construction de la ferme, en *ST*. Pour déterminer maintenant les forces Q_1 et Q_2, reportons-nous aux considérations du § 34; nous avons vu que, dans le cas où l'on a, comme inconnues, deux forces, qui doivent satisfaire à la condition de fermer le polygone, il est nécessaire d'avoir, pour ces deux forces, au moins deux données. Or ici nous possédons des éléments suffisants pour déterminer les directions de Q_1 et Q_2.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

La pression du vent donne lieu à une poussée horizontale, qui doit être détruite par la résistance des appuis (murs ou poteaux). On aura à examiner, dans chaque cas particulier, si ces deux appuis sont susceptibles de se déplacer horizontalement de la même quantité ou si, au contraire, leurs déplacements doivent être différents; dans ce

Fig. 128.



dernier cas, la poussée devra être répartie proportionnellement à ces déplacements. Cela fait, au point d'intersection de *ST* et de *AD*, on décomposera *ac*, suivant la verticale et l'horizontale, puis on déterminera (d'après le § 39) les composantes de la première force pour les deux appuis; on composera ensuite ces forces avec celles qui proviennent des actions horizontales.

Il arrive fréquemment que l'un des appuis ne soit pas susceptible d'éprouver un déplacement horizontal; c'est ce qui se présente notamment lorsque l'extrémité d'une ferme repose sur une colonne ou sur un pilier isolé; dans ce cas, tout le déplacement horizontal doit se reporter sur l'autre appui, qu'il convient de renforcer en conséquence. C'est ainsi, par exemple, que sont établies la plupart des halles de chemins de fer, dans lesquelles on suppose que l'appui *D* ne

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

peut offrir de résistance que dans la direction de la verticale. Cette hypothèse permet de déterminer la direction de l'autre force. Si, en effet, on prolonge la verticale de D jusqu'à sa rencontre avec ST, et qu'on joigne le point d'intersection au point A, on obtient la direction de la force appliquée à ce point A. Cette force et celle du point D ne représentent pas toutes les forces extérieures qui agissent aux points d'appui; il faut leur joindre les composantes qui proviennent de la charge de la toiture. Pour déterminer ces inconnues, décomposons la résultante de P et de W sur les divers points d'assemblage de AB, et la force P sur ceux de BD. Nous obtiendrons ainsi la force P_1 pour le point A, et P_2 pour les points E, F et G. Au point B agit la force P_3, aux points H, J et K la force $P_4 = 1/4 P$ et enfin, en D, la force verticale $P_5 = 1/8 P$.

Si maintenant, dans le plan des forces, nous faisons $cd = P_1$, $de = ef = fg = P_2$, $gh = P_3$, $hi = ik = kl = P_4$, $la = P_5$, nous obtiendrons finalement les lignes bl et bd, qui représentent, la première la réaction Q_2, en D, et la seconde la réaction Q_1, en A.

La détermination des forces partielles, agissant aux différents points d'assemblage, est maintenant facile. La décomposition de $bd = Q_1$, parallèlement à AE et AL, donne, en bm et md, les forces 2 et 1; de la même manière on déterminera successivement toutes les autres forces, jusqu'à la tension du tirant BC, pour laquelle on obtiendra $rs = 15$, le point s étant l'intersection de la verticale rs avec la ligne hs, menée par le point h, parallèlement à BD. On trouvera ensuite sans peine les forces 15, 16... 25 de la seconde moitié de la ferme. Il est, d'ailleurs, facile de reconnaître, sur le plan des forces, que les pièces symétriquement placées ne sont pas soumises aux mêmes efforts.

La détermination des forces partielles peut également s'effectuer, en commençant par la force 25, qui serait donnée par le triangle xbl, et, comme on doit évidemment retomber ainsi, pour les forces, sur les valeurs précédemment trouvées, cette seconde opération constitue une vérification de la première. Le point x étant déterminé par l'intersection des lignes bx et lx, qu'on peut tracer dès le début, on se trouve avoir une vérification immédiate de l'exactitude du premier tracé en ce que la dernière ligne de la construction wx, menée parallèlement à KO, doit passer par ce point x. Pratiquement, pour obtenir cette vérification, c'est-à-dire pour que le dernier triangle se ferme, il faut que le tracé ait été effectué avec le plus grand soin.

Si l'on compare les forces données par le tracé de la figure 128 avec celles de la figure 126 (établie à la même échelle), on voit que l'influence de la pression du vent est loin d'être négligeable. Du reste,

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

pour achever complètement l'étude de la charpente précédente, il y aurait lieu d'effectuer un second tracé, en supposant l'action du vent s'exerçant sur la seconde face *BD*.

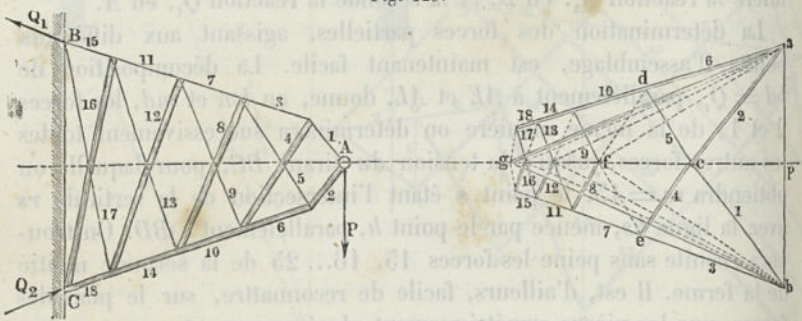
§ 52.

Plan des forces pour une pièce en treillis, libre à une de ses extrémités.

Les pièces en treillis, en fer ou en fonte, trouvent un assez grand nombre d'applications dans la construction des machines; on en fait usage pour les balanciers, les volées de grues, etc. Nous allons indiquer, sur quelques exemples, le mode de calcul de ce genre de pièces.

I. **Support en treillis formé de pièces droites** (Fig. 129). — Considérons une pièce, fixée à l'une de ses extrémités, en *B* et *C*, et

Fig. 129.



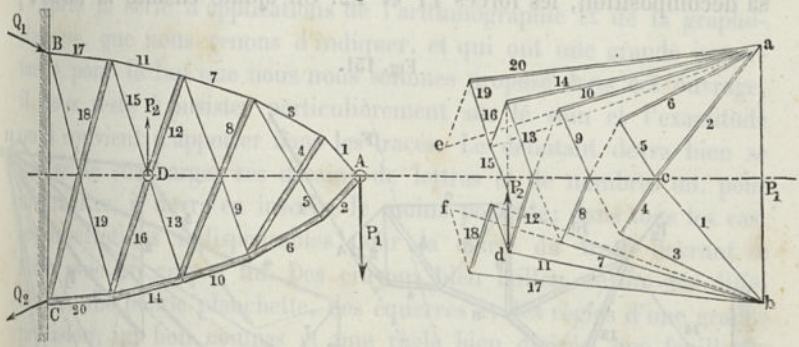
supportant à l'autre, en *A*, une force *P*, perpendiculaire à un axe, par rapport auquel nous supposerons la pièce symétrique. Le diagramme des forces peut s'établir de la manière suivante : on prend $ab = P$ et on décompose cette ligne suivant les directions des pièces 1 et 2; *ac* et *bc* représentent alors les forces 1 et 2. Chacune de ces forces se décompose à son tour en deux autres, 1 en 3 et 4, 2 en 5 et 6, à l'aide des triangles *bec* et *adc*. Pour obtenir la résultante des forces 3 et 5, il suffit de reporter $5 = dc$ suivant *fe;* la ligne *fb* est la résultante cherchée, qui, par sa décomposition, donne les forces 7 et 8. En continuant à opérer de la même manière, le tracé obtenu est symétrique par rapport à l'axe *gc*; on peut donc, à la rigueur, se contenter d'une seule moitié. Les lignes *ga* et *gb*, qu'on obtient, en dernier lieu, comme résultantes de 15 et 17, puis de 18 et 19, peuvent être considérées comme représentant les forces extérieures qui, appliquées en *B* et *C*, suffiraient pour assurer la fixation

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

de la pièce en ces points, dans l'hypothèse où l'on se trouverait avoir toute liberté pour le choix des directions de ces forces extérieures.

II. **Support chargé en deux points** (Fig. 130). — La pièce, qui est fixée aux points B et C, est soumise, en A et D, à deux forces verticales, P_1 et P_2, dirigées en sens inverse, comme l'indiquent les flèches; elle est limitée par deux lignes polygonales AB et AC. Pour toutes les forces, depuis 1 jusqu'à 13, le tracé s'effectue comme pour

Fig. 130.



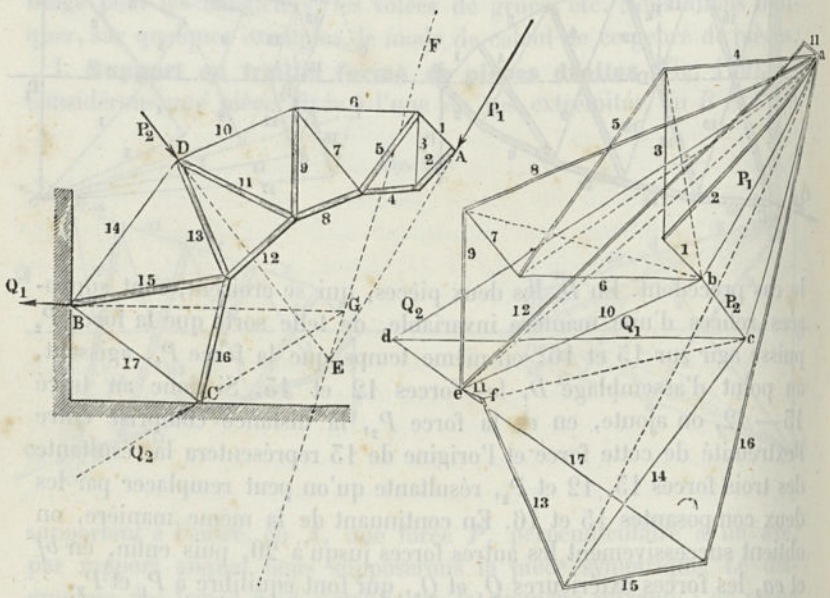
le cas précédent. En D, les deux pièces, qui se croisent, sont supposées reliées d'une manière invariable, de telle sorte que la force P_2 puisse agir sur 15 et 16; en même temps que la force P_2, agissent, au point d'assemblage D, les forces 12 et 13. Si donc au tracé 13—12, on ajoute, en d, la force P_2, la distance comprise entre l'extrémité de cette force et l'origine de 13 représentera la résultante des trois forces 13, 12 et P_2, résultante qu'on peut remplacer par les deux composantes 15 et 16. En continuant de la même manière, on obtient successivement les autres forces jusqu'à 20, puis enfin, en bf et ea, les forces extérieures Q_1 et Q_2, qui font équilibre à P_1 et P_2.

III. **Pièce en treillis pour volée de grue** (Fig. 131). — On fait souvent usage de pièces courbes de ce genre pour les grues d'une grande puissance. En A et D agissent les forces P_1 et P_2; en B doit être appliquée une force extérieure Q_1, dirigée horizontalement, et en C une autre force extérieure Q_2, dont la direction est à déterminer. A l'aide du plan des forces, il est facile de trouver les valeurs des actions tant intérieures qu'extérieures. Pour ces dernières, on doit d'abord commencer par déterminer la direction encore inconnue de Q_2. A cet effet, on prolonge P_1 et P_2 jusqu'à leur rencontre, en E; dans le plan des forces, le triangle abc donne ac pour résultante de P_1 et de P_2 et la ligne EF, menée par le point E, parallèlement à ac, est la direction de cette résultante; si maintenant on prend le point

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

d'intersection G de cette ligne et de la force Q_1 prolongée, et qu'on le joigne au point C, la ligne CG représentera la direction de la force Q_2. En construisant, à l'aide de cette direction et de celle de Q_1, le triangle adc, on obtient immédiatement $cd = Q_1$ et $da = Q_2$. — Cela posé, la décomposition de $P_1 = ab$ nous donne les forces 1 et 2; remplaçons cette dernière par ses composantes 3 et 4, prenons la résultante de 3 et 1 et décomposons-la en 5 et 6. En continuant, on arrive à déterminer les forces 8 et 9, dont la résultante fournit, par sa décomposition, les forces 11 et 12. On ajoute ensuite la force P_2

Fig. 131.



aux forces 10 et 11, et on remplace leur résultante par 13 et 14. Dans notre figure, la force 11 aurait dû également être appliquée en e, mais le tracé aurait manqué de netteté, par suite du trop grand rapprochement des lignes 12 et 2; c'est pour ce motif que nous avions appliqué primitivement la force 11 en a_1; nous pouvons maintenant, sans inconvénient, la reporter dans sa position véritable, en ef, et construire le polygone $11 - 10 - P_2$, dont la ligne de fermeture, cf, peut se décomposer pour donner 13 et 14. Les forces 15 et 16 se déduisent de la résultante de 13 et 12, et enfin la force 17 s'obtient en joignant le point d au point d'intersection de 15 et de 16, attendu que 16 et 17 doivent avoir pour résultante $Q_2 = ad$. Si le

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

tracé a été fait avec soin, la ligne 17, dans le plan des forces, doit se trouver parallèle à BC; on a donc ainsi un moyen précieux de contrôler l'exactitude du tracé.

§ 53.

Observations finales.

Après la série d'applications de l'arithmographie et de la graphostatique, que nous venons d'indiquer, et qui ont une grande importance pour le but que nous nous sommes proposé dans cet ouvrage, il nous reste à insister particulièrement sur le soin et l'exactitude qu'il convient d'apporter dans les tracés. Le débutant devra bien se garder de surcharger ses dessins de lettres et de nombres ou, pour mieux dire, il devra en inscrire le moins possible; dans tous les cas, les inscriptions indispensables pour la clarté du tracé devront se faire avec un crayon fin. Des crayons bien taillés, de duretés différentes, une bonne planchette, des équerres et des règles d'une grande précision, un bon compas et une règle bien divisée, une feuille de papier bien collée sont autant d'éléments accessoires de succès, qu'il importe de ne négliger dans aucun cas. La solution rapide et sûre des problèmes exige une certaine habitude, qu'il est d'ailleurs facile d'acquérir, en ayant soin, dans les tracés qu'on exécute, de ne pas perdre de vue, un seul instant, le but à atteindre et de chercher constamment à bien se rendre compte des diverses constructions auxiliaires. En suivant cette voie, on arrive rapidement à des résultats qui, à l'avantage de l'exactitude, joignent celui d'être présentés sous la forme la plus satisfaisante, celle de tracés qui parlent aux yeux et qui, au moyen de quelques lignes, remplacent toute une série de calculs longs et pénibles.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

TROISIEME PARTIE

CONSTRUCTION DES ÉLÉMENTS DE MACHINES

Considérations préliminaires.

Sous le nom d'*éléments constructifs*, ou encore d'*éléments simples des machines*, on comprend les pièces isolées ou les groupes de pièces qui se rencontrent et se répètent dans toutes les machines, en nombre plus ou moins considérable. La série de ces pièces n'est pas très étendue; elle ne peut guère, d'ailleurs, être limitée d'une manière bien rigoureuse, puisqu'il n'existe pas de principes bien fixes permettant de déterminer, parmi toutes les combinaisons possibles de pièces isolées, celles qu'on doit considérer comme formant véritablement un groupe. Toutefois, on s'accorde généralement partout à désigner, comme éléments constructifs des machines, ceux que nous avons rassemblés dans ce chapitre et que nous allons étudier successivement.

Dans les deux premières parties de cet ouvrage, toutes les formules ont pu être présentées sous une forme tout à fait générale, tandis qu'il devient nécessaire ici d'adopter des unités de mesures. Les dimensions linéaires et les poids seront rapportés au millimètre et au kilogramme, sauf pour quelques cas particuliers, où nous aurons soin de le mentionner expressément. Les vitesses seront constamment exprimées en mètres, avec la seconde comme unité de temps. Les nombres de tours seront évalués par minute. Comme unité de mesure du travail, nous adopterons le kilogrammètre par seconde, en nous réservant de recourir, pour l'évaluation de travaux considérables, au cheval de 75 kilogrammètres.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

CHAPITRE PREMIER

RIVURES

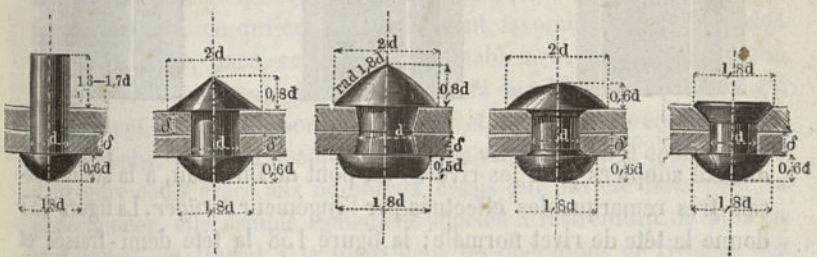
§ 54.

Rivets.

Les rivets servent à assurer la liaison invariable de corps affectant la forme de plaques, comme les tôles; ils sont également utilisés pour la fixation des tiges de fer plates et des pièces limitées par des surfaces planes qui entrent dans la composition des poutres métalliques et autres constructions analogues. Les rivets doivent être considérés comme étant à la limite du domaine des éléments de machines, puisque, dans l'opération même de leur mise en place, ils éprouvent un changement de forme très prononcé et qu'ils ne sont, en réalité, terminés qu'après cette opération.

Les figures suivantes (132 à 136) représentent différentes formes qu'affectent les rivets. Le rivet ordinaire, en fer forgé, se compose d'une première tête (fig. 132), préparée avant la pose, et d'une se-

Fig. 132. Fig. 133. Fig. 134. Fig. 135. Fig. 136.



conde tête (fig. 133) qu'on obtient, par l'opération même de la rivure, en rabattant la portion du corps cylindrique qui, dans la figure 132, déborde la tôle; cette saillie, qui varie de 1,3 à 1,7 du diamètre du corps du rivet, doit être évidemment d'autant plus faible que ce corps remplit mieux le trou des tôles à relier. Lorsque la tête de fermeture se fait au marteau à main, sans aucun outil intermédiaire, elle présente une forme conique, comme celle de la figure 133; mais lorsqu'on

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

fait usage d'une étampe, la tête affecte le plus souvent une forme sphérique (fig. 135) ou une forme se rapprochant de celle d'un conoïde (fig. 134). Les deux petits évasements que présentent les extrémités du corps du rivet, dans la figure 135, ont pour résultat d'augmenter sa résistance dans une assez forte proportion.

La forme que représente la figure 134 et qui se compose d'un double tronc de cône, peut s'obtenir facilement dans le perçage des trous à la machine, à la condition de donner à la matrice un diamètre supérieur à celui du poinçon. Il résulte, en effet, des expériences de *Reiche* qu'un poinçon cylindrique donne un trou conique à bords bien nets, lorsque le diamètre de la matrice surpasse celui du poinçon d'une quantité égale au quart de l'épaisseur de la tôle. La figure 136 représente un rivet à tête fraisée, forme qui se trouve utilisée dans certains cas, et notamment pour les rivures des tôles destinées à former les parois des navires en fer.

Pour les rivures des pièces de ponts, il convient d'apporter le plus grand soin dans la détermination des différents éléments des rivets. Les figures 137 à 139 représentent les dimensions proportionnelles qui

Fig. 137.

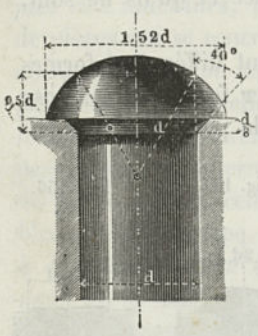


Fig. 138.

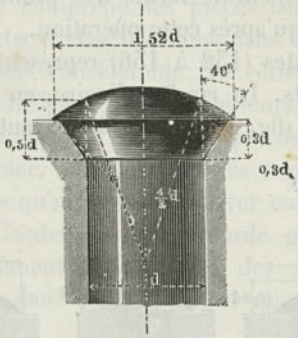
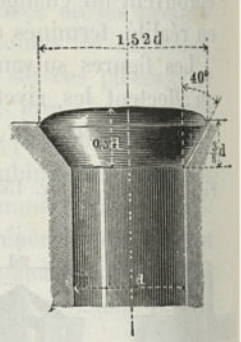


Fig. 139.



ont été adoptées pour les rivures du pont de Dirschau, à la suite d'essais très remarquables effectués par l'ingénieur *Krüger*. La figure 137 donne la tête de rivet normale; la figure 138 la tête demi-fraisée et enfin la figure 139 la tête entièrement fraisée.

Des rivets de 25 à 30^{mm} de diamètre au corps peuvent être refoulés avec un marteau d'un poids de 4^{k} à 4^{k},5; pour donner à la tête sa forme définitive, au moyen de l'étampe, on fait usage d'un marteau d'un poids plus considérable, allant jusqu'à 7^{k},5. D'après *Molinos* et *Prosnier*, une équipe d'ouvriers exercés, travaillant sur des pièces placées horizontalement (pièces de ponts), peut mettre en place par jour :

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

200 à 250	rivets, de	18mm	de diamètre
180 à 200	—	20	—
100 à 125	—	22	—
90 à 100	—	25	—

Pour des pièces disposées verticalement, on ne doit admettre que les trois quarts de ces nombres.

Dans l'usine de chaudronnerie de *Piedbœuf* (Aix-la-Chapelle), le nombre de rivets placés par une équipe, sur des chaudières complètement préparées, est beaucoup plus considérable ; ce nombre est, en effet, pour une journée de onze heures, de

350 rivets	de 14 à 16mm	260 rivets	de 23 à 24mm
325 —	de 17 à 18	240 —	de 25 à 26
300 —	de 19 à 20	220 —	de 27 à 28
280 —	de 21 à 22	200 —	de 29 à 30

Pour les chaudières cylindriques de plus d'un mètre de diamètre, ces nombres doivent être augmentés de 10 pour 100, tandis qu'ils doivent, au contraire, être réduits de la même quantité, dans le cas de formes difficiles et incommodes. Une équipe complète d'ouvriers comprend : un riveur, deux frappeurs et deux manœuvres, l'un pour chauffer les rivets, l'autre pour faire contre-coup avec un marteau (1), du côté opposé à celui de la tête en formation ; pour les rivets de 14 à 16mm de diamètre, un seul frappeur est suffisant.

A côté du rivetage à la main, le rivetage à la machine a pris, dans ces dernières années, un développement de plus en plus considérable. Il offre cet avantage que le corps du rivet prend très rapidement sa forme définitive, ce qui est essentiellement favorable à sa résistance ; en outre, il est, dans certains cas, notablement plus économique. Pour les rivures des poutres de ponts, la machine, après avoir été utilisée tout d'abord au pont de Conway et après avoir reçu certaines modifications, est arrivée aujourd'hui à un vaste champ d'applications ; d'un autre côté, grâce aux nombreux essais qui ont été faits pour la perfectionner, elle semble également appelée à restreindre de plus en plus la part du travail à la main dans les opérations de rivetage des chaudières à vapeur (2).

(1) *Teneur d'abatage* ou *teneur de tas*.

(2) Parmi les machines à river pour poutres et autres pièces du même genre, la Riveuse hydraulique de *Tweddell* se place aujourd'hui au premier rang. Elle se trouve décrite, sous différentes formes, dans un grand nombre d'articles de revues : *Engineering*, 1875, janv., p. 76; la machine de *Tweddell*, perfectionnée par *Sellers*. *Journal of the Franklin Inst.*, 1876, p. 305; la machine de *Tweddell* sur grue, Sc. American, 1876, avril, p. 226; machine de *Tweddell* sur bâti, pour ateliers, *Revue industrielle*, 1876, p. 349.

Les grandes machines à river fixes, à vapeur et à pression hydraulique, qu'on peut égale-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

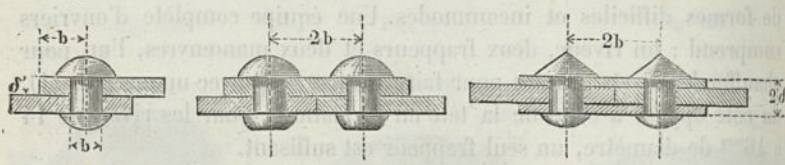
§ 55.

Résistance des rivures parallèles.

Les assemblages par rivets doivent satisfaire à des conditions très différentes, suivant la nature des ouvrages. Dans certains cas, on doit chercher surtout à obtenir une grande solidité (poutres en tôle pleines ou en treillis, fermes, etc.); dans d'autres cas (réservoirs à faible pression intérieure, navires, gazomètres, etc.), on doit principalement s'attacher à l'étanchéité; enfin, on peut avoir à réaliser à la fois ces deux conditions de résistance et d'étanchéité (chaudières à vapeur). On se trouve ainsi conduit à distinguer les rivures de force et les rivures d'étanchéité, entre lesquelles se placent les rivures de chaudières à vapeur.

Les rivures de force, lorsqu'elles sont à joint sur une seule face des tôles (fig. 140 et 141), portent le nom de rivures à recouvrement,

Fig. 140. Fig. 141. Fig. 142.



tandis qu'elles constituent des rivures à chaîne, lorsque le joint a lieu sur les deux faces (fig. 142); cette dernière forme de rivure se rencontre surtout dans les poutres de ponts. La rivure de la figure 141 est souvent désignée sous le nom de rivure à plat joint et trouve de nombreuses applications dans la construction des tuyaux, des cheminées, etc.; le plat joint doit être considéré comme une feuille de tôle.

En supposant constante l'épaisseur δ de la tôle, il est évident qu'une

ment employer pour les chaudières à vapeur, sont : la machine de *Garforth*, voy. *Imp. Cyclopædia* de *Johnson*, p. 42; la belle machine de *Gouin*, qui, comme la précédente, est mue par la vapeur, voy. *Molinos* et *Prosnier*, Ponts métalliques, p. 180; la Riveuse hydraulique du Creuzot (qui donne une pression de 20 à 80 tonnes sur les rivets et fournit de 2 à 25 pièces par minute), voy. la *Revue industrielle*, 1875, p. 369; la gigantesque machine à river à pression hydraulique de M. *Kay* et M. *George* (dans laquelle la pression sur les rivets peut atteindre 120 tonnes), *Engineering*, 1875, mars, p. 225. Comme disposition nouvelle et, à ce qu'il paraît, très avantageuse, on peut citer la machine à river à vapeur ou à air d'*Allen*, destinée aux rivures de chaudières. Dans cette machine, la liaison entre la pièce qui porte le poinçon et celle qui fait contre-coup est réalisée très habilement par une tige mince, qui passe par l'un des trous de rivets restés encore libres. Cette machine, qui a figuré à l'Exposition de Philadelphie, 1876, et à celle de Paris, 1878, fournit 3 rivets et plus par minute.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

rivure ne peut jamais présenter une résistance aussi grande que celle de la tôle pleine; toutefois, il est possible de s'en rapprocher suffisamment, en proportionnant convenablement les différentes dimensions de la rivure. En admettant que le bord de la tôle soit suffisamment solide, on se trouve dans les meilleures conditions lorsque les rivets et la tôle comprise entre les trous présentent le même degré de résistance, c'est-à-dire possèdent le même coefficient de sécurité. Si donc on suppose que les rivets et la tôle soient formés de la même matière, la tension dans la section des rivets doit, d'après le § 5, être égale à 0,8 de la tension dans la tôle. C'est d'après cette hypothèse qu'ont été établies les formules suivantes, dans lesquelles il n'a pas été tenu compte du frottement des différentes parties de la rivure.

Si l'on désigne par

δ l'épaisseur de la tôle,

d le diamètre d'un rivet,

a l'écartement de deux rivets consécutifs d'une même file,

n le nombre des files de rivets,

φ le module de force de la rivure, c.-à-d. le rapport de la résistance de la rivure à celle de la tôle pleine, on obtient les rapports les plus avantageux, au point de vue de la résistance, en prenant :

dans le cas de la rivure à recouvrement :

$$\left.\begin{aligned} &\frac{a}{\delta} = n\frac{\pi}{5}\left(\frac{d}{\delta}\right)^2 + \frac{d}{\delta} \\ \text{d'où}\quad &\varphi = 1 - \frac{d}{a} = \frac{1}{1 + \frac{1}{n}\frac{5}{\pi}\frac{\delta}{d}} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (43)$$

dans le cas de la rivure à chaîne :

$$\left.\begin{aligned} &\frac{a}{\delta} = 2n\frac{\pi}{5}\left(\frac{d}{\delta}\right)^2 + \frac{d}{\delta} \\ \text{d'où}\quad &\varphi = 1 - \frac{d}{a} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2n}\frac{5}{\pi}\frac{\delta}{d}} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (44)$$

Le bord de la tôle se trouve soumis à la fois à un effort de cisaillement et à un effort de flexion. Désignons par b' la largeur nécessaire pour résister au premier effort et par b'' celle qu'exige le second, ces distances étant mesurées du bord de la tôle au centre du rivet le plus

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

rapproché. Pour obtenir une résistance qui soit approximativement la même que celle de la tôle percée de trous, on doit prendre :

dans le cas de la rivure à recouvrement :

$$\left.\begin{aligned} \frac{b'}{\delta} &= \frac{5}{8}\frac{a-d}{n\delta} = \frac{\pi}{8}\left(\frac{d}{\delta}\right)^2 \\ \frac{b''}{\delta} &= \left(0{,}5 + 0{,}56\sqrt{\frac{\delta}{d}}\right)\frac{d}{\delta} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (45)$$

dans le cas de la rivure à chaîne :

$$\left.\begin{aligned} \frac{b'}{\delta} &= \frac{5}{8}\frac{a-d}{n\delta} = \frac{\pi}{4}\left(\frac{d}{\delta}\right)^2 \\ \frac{b''}{\delta} &= \left(0{,}5 + 0{,}79\sqrt{\frac{d}{\delta}}\right)\frac{d}{\delta} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (46)$$

Comme largeur de bord, pratiquement utilisable, laissant un espace suffisant pour la tête du rivet, on peut prendre dans les deux cas :

$$b = 1{,}5d \qquad \text{ou} \qquad \frac{b}{\delta} = 1{,}5\frac{d}{\delta} \quad \ldots \quad (47)$$

Un autre élément qui présente encore de l'intérêt est la pression par unité de surface p, qu'exerce le corps du rivet sur la surface cylindrique du trou dans lequel il est logé. En désignant par S_2 la tension dans la tôle percée, on a :

dans le cas de la rivure à recouvrement :

$$\frac{p}{S_2} = 0{,}2\pi\frac{d}{\delta} \quad \ldots \quad (48)$$

dans le cas de la rivure à chaîne :

$$\frac{p}{S_2} = 0{,}4\pi\frac{d}{\delta} \quad \ldots \quad (49)$$

La table suivante contient une série de valeurs numériques fournies par les formules précédentes, valeurs qui se trouvent reportées, sous une forme sensible, dans l'échelle de proportions qui accompagne cette table

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 56.

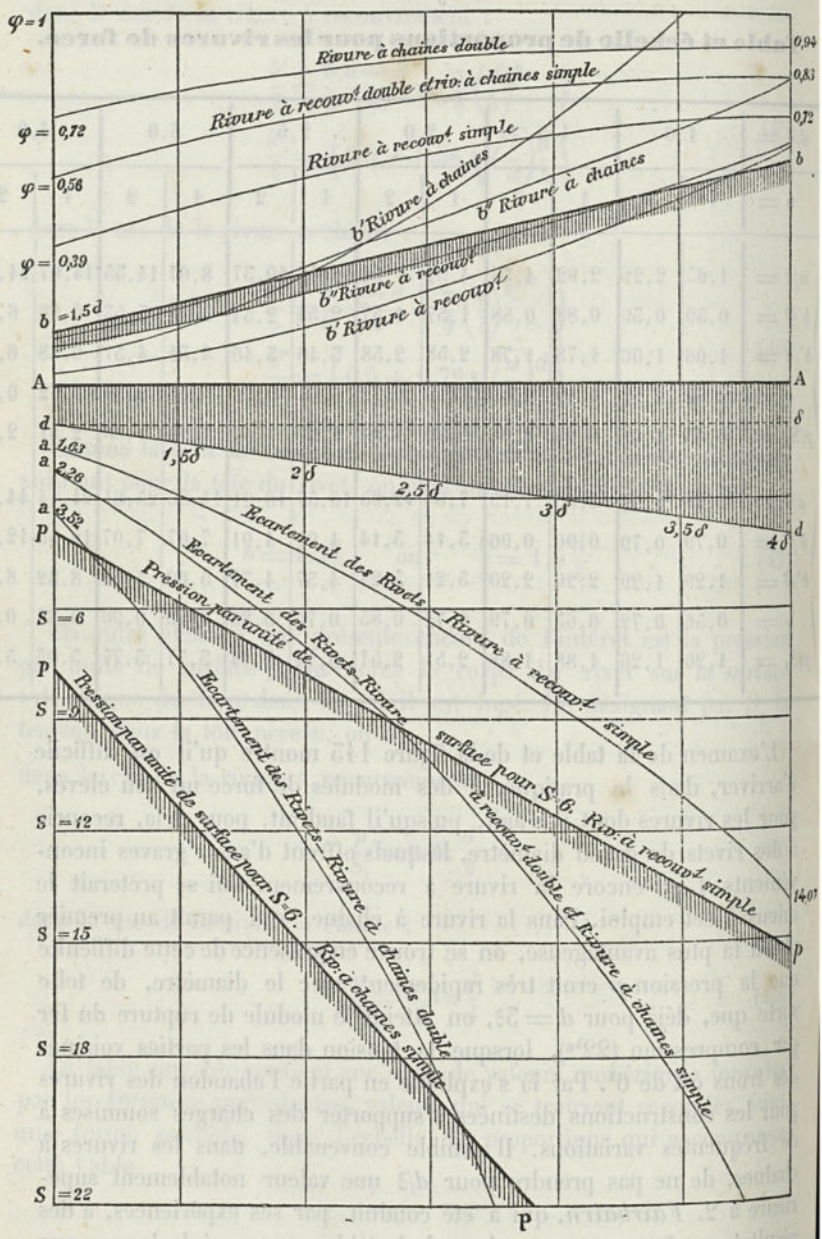
Table et échelle de proportions pour les rivures de force.

	$d/\delta =$	1,0		1,5		2,0		2,5		3,0		4,0	
	$n =$	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
Rivures à recouvrement.	$a/\delta =$	1,65	2,22	2,92	4,55	4,52	7,04	6,45	10,37	8,67	14,55	14,07	24,14
	$b'/\delta =$	0,59	0,59	0,88	0,88	1,57	1,57	2,54	2,54	3,53	3,53	6,28	6,28
	$b''/\delta =$	1,06	1,06	1,78	1,78	2,58	2,58	3,46	3,46	4,31	4,31	6,48	6,48
	$\varphi =$	0,59	0,53	0,49	0,65	0,56	0,72	0,61	0,76	0,65	0,79	0,72	0,85
	$p/S_2 =$	0,63	0,63	0,94	0,94	1,26	1,26	1,57	1,57	1,88	1,88	2,51	2,51
Rivures à chaîne.	$a/\delta =$	2,26	3,52	4,55	7,15	7,04	12,05	10,57	18,21	14,55	25,61	24,14	44,21
	$b'/\delta =$	0,79	0,79	0,96	0,96	3,14	3,14	4,91	4,91	7,07	7,07	12,56	12,56
	$b''/\delta =$	1,29	1,29	2,20	2,20	3,24	3,24	4,37	4,37	5,60	5,60	8,32	8,32
	$\varphi =$	0,56	0,72	0,65	0,79	0,72	0,85	0,76	0,86	0,79	0,90	0,85	0,94
	$p/S_2 =$	1,26	1,26	1,88	1,88	2,51	2,51	3,14	3,14	3,77	3,77	5,05	5,05

L'examen de la table et de la figure 145 montre qu'il est difficile d'arriver, dans la pratique, à des modules de force un peu élevés, pour les rivures dont il s'agit, puisqu'il faudrait, pour cela, recourir à des rivets de grand diamètre, lesquels offrent d'assez graves inconvénients. C'est encore la rivure à recouvrement qui se prêterait le mieux à cet emploi. Dans la rivure à chaîne, qui paraît au premier abord la plus avantageuse, on se trouve en présence de cette difficulté que la pression p croît très rapidement avec le diamètre, de telle sorte que, déjà pour $d = 3\delta$, on atteint le module de rupture du fer par compression (22^{kg}), lorsque la tension dans les parties voisines des trous est de 6^{k}. Par là s'explique en partie l'abandon des rivures pour les constructions destinées à supporter des charges soumises à de fréquentes variations. Il semble convenable, dans les rivures à chaînes, de ne pas prendre pour d/δ une valeur notablement supérieure à 2. *Fairbairn*, qui a été conduit, par ses expériences, à des résultats conformes aux nombres de la table, a proposé de donner aux tôles, dans toute la partie où s'étend la rivure, une épaisseur plus

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Fig. 143.



IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

grande, égale à $(1 : \varphi)\,\delta$; cette proposition n'a pas été adoptée, par suite des difficultés d'exécution qu'elle présente (1). — En ce qui concerne la distance du centre d'un rivet au bord de la tôle, la valeur $b = 1{,}5\ d$ doit être considérée comme très convenable, puisqu'elle place le bord dans des conditions de sécurité satisfaisantes, tant au point de vue de la flexion que du cisaillement, au moins dans le cas de la rivure à recouvrement.

§ 57.

Rivures de force, avec disposition convergente des rivets.

Dans le cas où l'on est libre d'établir plus de deux files de rivets, on peut, sans recourir à l'emploi de rivets d'un diamètre exagéré, obtenir une rivure d'une très grande résistance, en la disposant de manière que le nombre des rivets dans chaque file décroisse en progression arithmétique, à partir de la file du milieu. Les nombres des rivets, dans les files successives, sont alors entre eux dans les rapports suivants :

1 : 2 : 1	Total	4
1 : 2 : 3 : 2 : 1 . . .	—	9
1 : 2 : 3 : 4 : 3 : 2 : 1 .	—	16

Les figures 144, 145 et 146 représentent des rivures de ce genre, qui, par abréviation, peuvent être désignées sous le nom de rivures convergentes et ne s'appliquent qu'aux assemblages de tôles par recouvrement. Les espacements, dans lesquels la disposition des rivets se reproduit régulièrement sont indiqués par des traits en pointillé ; dans le sens de la longueur de chaque file, la répartition de ces rivets est uniforme. Si l'on désigne par m le nombre des rivets contenus dans la file du milieu, entre deux traits de division, la somme de tous les rivets compris entre ces mêmes traits sera égale à m^2 (2). — Ce nombre m peut, à la rigueur, servir à désigner, avec plus de précision, la rivure correspondante; d'après cela, la figure 144 représente une rivure convergente à deux rangs, la figure 145 une à trois rangs, etc. Par opposition aux rivures convergentes, les assemblages

(1) La question qui a été récemment soulevée en Allemagne, au sujet des enveloppes de protection des turbines de sucrerie, pourrait amener à reprendre cette proposition, si l'on ne voulait pas se résoudre à adopter un moyen qui consisterait à souder ces enveloppes, ou mieux encore à les obtenir par les nouveaux procédés de fabrication des tuyaux sans soudure.

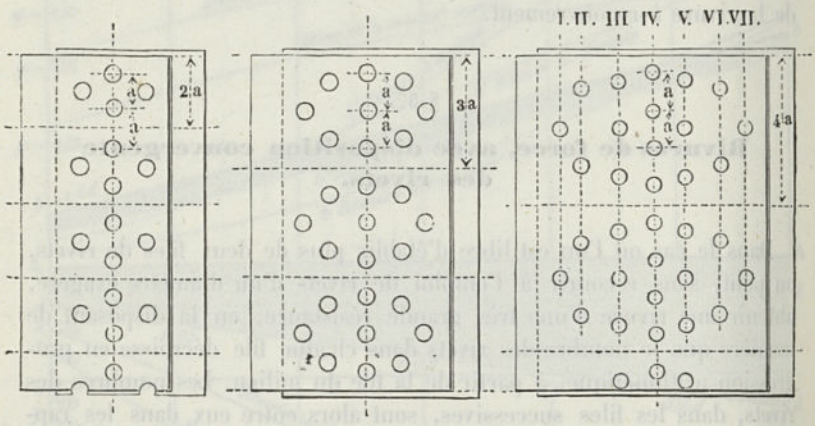
(2) On a, en effet : $\frac{1}{2}[1+m]\,m + \frac{1}{2}[1+(m-1)]\,(m-1) = m^2$.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

par rivets examinés antérieurement peuvent être désignés sous le nom de rivures parallèles.

Si l'on suppose, comme précédemment, que la tension P, exercée sur la partie de l'assemblage comprise entre deux divisions, soit uni-

Fig. 144. Fig. 145. Fig. 146.



formément répartie entre tous les rivets, on obtient les conditions les plus avantageuses pour les rivets de la première file, en observant la relation suivante :

$$\left.\begin{aligned} \frac{a}{\delta} &= m\frac{\pi}{5}\left(\frac{d}{\delta}\right)^2 + \frac{1}{m}\frac{d}{\delta} \\ \text{ou}\qquad \frac{a}{d} &= m\frac{\pi}{5}\left(\frac{d}{\delta}\right) + \frac{1}{m} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (50)$$

Si maintenant l'on désigne par S'_2, S''_2, $S'''_2 + S^{iv}{}_2$...., les tractions exercées dans la tôle supérieure, percée de trous, suivant les lignes I, II, III, IV... (fig. 146), on a :

$$\left.\begin{aligned} P &= S'_2\ (ma - d)\delta \\ &= S''_2\ (ma - 2d)\frac{m^2}{m^2-1}\delta \\ &= S'''_2\ (ma - 3d)\frac{m^2}{m^2-3}\delta \\ &= S^{iv}{}_2\ (ma - 4d)\frac{m^2}{m^2-6}\delta \\ &= S^{v}{}_2\ (ma - 5d)\frac{m^2}{m^2-10}\delta \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (51)$$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Dans le cas où S'_2 doit être égal à S''_2, on tire de là :

$$\frac{a}{d} = \frac{m^2+1}{m} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (52)$$

et, dans la même hypothèse :

$$\frac{S'''_2}{S'_2} = \frac{m^2-3}{m^2-2}, \quad \frac{S^{IV}_2}{S'_2} = \frac{m^2-6}{m^2-3}, \quad \frac{S^{V}_2}{S'_2} = \frac{m^2-10}{m^2-4},$$

c'est-à-dire que les tensions exercées dans les lignes III, IV, V.... sont alors toutes inférieures à $S'_2 = S''_2$. Il résulte de là que l'hypothèse précédente est utilisable. En l'introduisant dans la formule (50), on a :

$$\frac{d}{\delta} = \frac{5}{\pi} = 1{,}5916 \text{ ou } 1{,}6 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (53)$$

c'est-à-dire que $d : \delta$ est constant et doit être pris égal à 1,6.

Pour le module de force φ, en désignant par S_1 la traction dans la tôle pleine, on a, d'un autre côté :

$$\varphi = \frac{S_1}{S'_2} = 1 - \frac{d}{ma} = \frac{m^2}{m^2+1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (54)$$

Quant à la pression par unité de surface p sur les rivets, elle est donnée par la relation :

$$p = \frac{P}{m^2 d\delta} = S'_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (55)$$

Tous ces rapports sont très favorables; pour différentes valeurs de m, on obtient les résultats suivants :

$m =$	2	3	4	5
$\frac{d}{\delta} =$	1,6	1,6	1,6	1,6
$\frac{a}{d} =$	2,50	3,33	4,25	5,20
$\frac{a}{\delta} =$	4,00	5,32	6,80	8,32
$\varphi =$	0,80	0,90	0,94	0,96

Pour l'assemblage de plaques d'une grande longueur, il paraît convenable de se borner à l'emploi de la rivure convergente à deux rangs ($m=2$), tandis que la rivure à trois rangs et plus convient plutôt pour la jonction de barres à section rectangulaire, comme il s'en rencontre dans les poutres; dans ces deux cas, la rivure se fait

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

ordinairement à plat joint. La figure 147 représente une rivure de ce genre à deux rangs et la figure 148 une rivure à trois rangs.

En dehors des rivures convergentes que nous venons d'examiner,

Fig. 147.

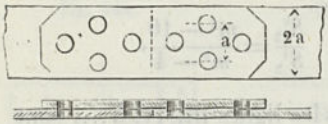
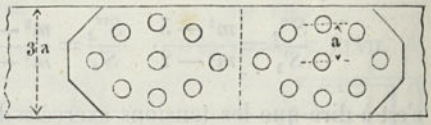


Fig. 148.



il en existe d'autres, comme celles, par exemple, dans lesquelles le plat joint se trouve avoir une épaisseur supérieure à celle des plaques qu'il recouvre; mais le calcul, pour ce cas particulier, peut se déduire facilement de celui qui précède. (Voy. § 59.)

§ 58.

Rivures de chaudières à vapeur.

Pour l'assemblage des tôles de chaudières à vapeur, on ne fait ordinairement usage que de rivures parallèles. Comme l'étanchéité est, dans ce cas, une condition essentielle à réaliser, on doit éviter de donner un grand écartement aux rivets; d'un autre côté, le diamètre des rivets et leur écartement doivent être relativement plus considérables pour les tôles minces que pour les tôles fortes. Dans toutes les rivures de ce genre les bords des tôles doivent être soigneusement mattés, ainsi que les têtes des rivets. A cet effet, ces bords doivent être préparés à l'avance d'une manière spéciale : la méthode la plus ancienne consiste à pratiquer au burin une rainure longitudinale sur la tranche qui termine l'une des tôles normalement à l'autre (fig. 149)

Fig. 149.

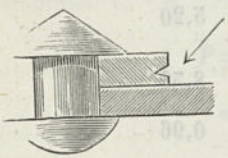


Fig. 150.

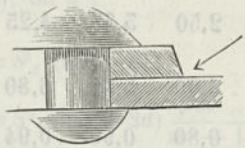
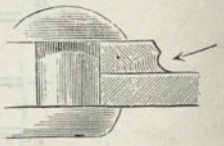


Fig. 151.



et à matter ensuite la partie inférieure de cette rainure; dans les méthodes plus récentes, les tôles sont coupées obliquement, au moyen de la cisaille, sur toute l'épaisseur de la tranche, comme dans la figure 150, de telle sorte que l'opération du mattage peut se faire immédiatement, sans autre travail préparatoire. L'angle d'abatage est

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

de $18^{gr}/_{2}$ environ, ce qui correspond à une inclinaison de $1/3$. D'après l'Américain *Connery*, on arrive à faire le mattage dans les meilleures conditions, en faisant usage d'un outil fortement arrondi (fig. 151); cette forme d'outil a l'avantage d'éviter toute action nuisible sur l'autre tôle, résultat qu'on n'obtient pas toujours avec l'ancienne forme; en même temps, elle tend à produire le contact des deux tôles sur une plus grande largeur.

La question de l'étanchéité devant être mise en première ligne pour les rivures de chaudières, il n'est plus possible de déterminer les dimensions proportionnelles comme nous l'avons fait précédemment, et il convient de recourir aux indications fournies par la pratique. D'après *Lemaitre*, on doit prendre, pour les chaudières à vapeur, dans le cas de la rivure simple :

$$\left.\begin{aligned} d &= 4 + 1{,}5\delta \\ a &= 10 + 2d \\ b &= 1{,}5d \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (56)$$

La rivure double à recouvrement est également utilisée pour les chaudières. En particulier, on l'emploie avec avantage pour les assemblages de tôles de chaudières cylindriques, dans le sens de la longueur, tandis que les rivures transversales sont simples; ce mode d'emploi est assez rationnel, puisque l'effort auquel se trouvent soumises les sections longitudinales est sensiblement le double de celui qui s'exerce sur les sections transversales.

En conservant la formule précédente pour d, on peut, dans le cas de la rivure double, c'est-à-dire de la rivure parallèle à deux files, prendre pour l'écartement a_2 des rivets, dans chaque file :

$$a_2 = 20 + 3d, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (57)$$

tandis que la distance d'un rivet d'une des files au rivet le plus rapproché de la seconde reste égale, comme précédemment, à $10 + 2d$. Quelques constructeurs conservent cette dernière valeur pour l'écartement des rivets dans chaque file (Voy. plus loin fig. 153).

Au point de vue du module de force φ, il convient d'observer que, dans les rivures dont il s'agit, les rivets et la tôle percée ne se trouvent pas présenter le même degré de résistance. On doit, par suite, déterminer séparément les modules de force pour chacun de ces éléments et considérer le plus petit comme représentant le module de force de la rivure.

φ' étant le module de force pour la tôle percée.
φ'' — — les rivets,

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

on a, pour les valeurs correspondant aux formules précédentes :

$$\left.\begin{aligned} \varphi' &= \frac{a-d}{a} \\ \varphi'' &= \frac{\pi}{5} n \frac{d^2}{a\delta} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (58)$$

Enfin, en ce qui concerne la pression par unité de surface p du corps du rivet, on obtient, avec les rapports précédents, pour la rivure simple comme pour la rivure double :

$$\frac{p}{S_2} = \frac{\pi}{5}\left(\frac{4}{\delta} + 1{,}5\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (59)$$

On admet généralement que, pour les chaudières à vapeur, la tension S_2, dans la tôle percée, ne doit pas dépasser 3 à 4^k. — Les principaux résultats fournis par les formules se trouvent réunis dans la table suivante et dans l'échelle de proportions qui l'accompagne.

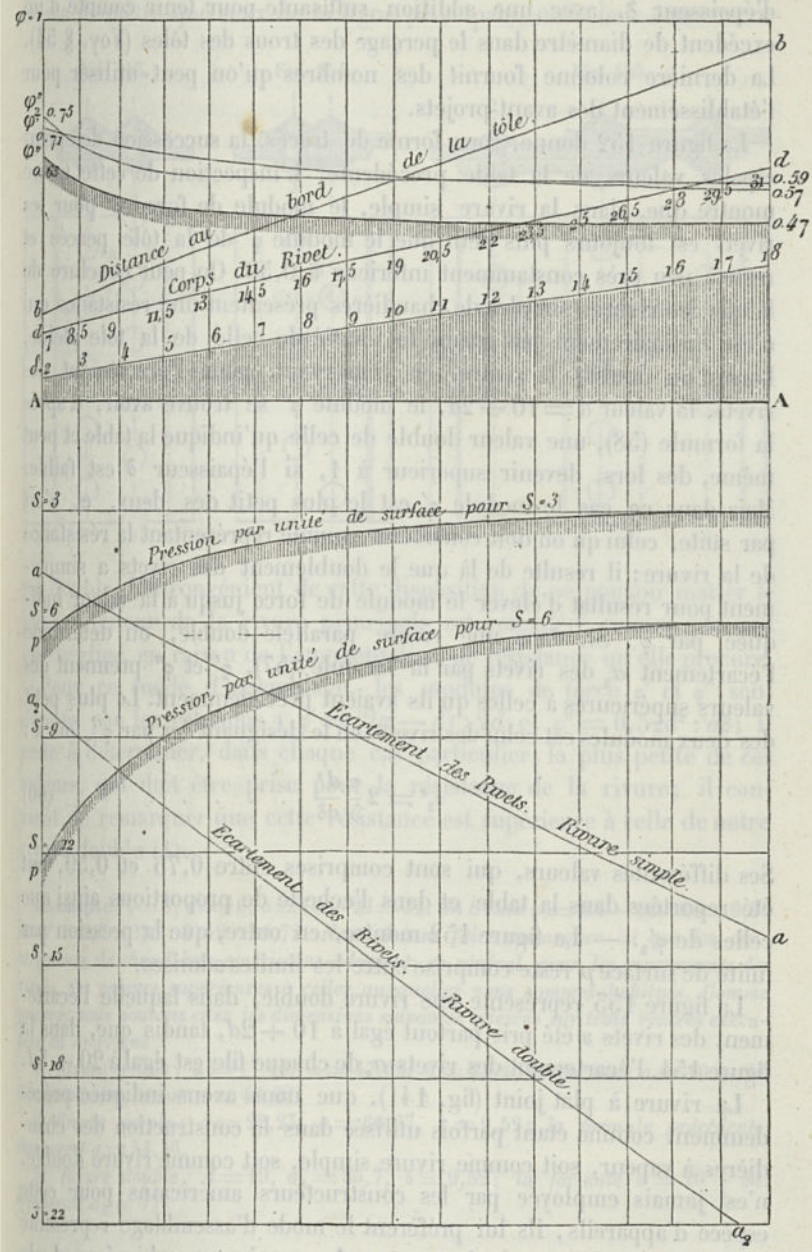
§ 59.

Table relative aux rivures de chaudières à vapeur.

δ	d	HAUTEUR $0{,}6\,d$	DIAMÈTRE $1{,}8\,d$	HAUTEUR $0{,}8\,d$	DIAMÈTRE $2\,d$	LONGUEUR DU CORPS	a SIMPLE	a_2 DOUBLE	MODULES DE FORCE φ'	φ''	φ'_2	φ''_2	POIDS DE 100 COUPLES DE TÊTES
2	7	4,2	12,6	5,6	14	16	24	41	0,71	0,65	0,85	0,75	0,49
3	8,5	5	15	7	17	20	27	45	0,69	0,56	0,81	0,67	0,81
4	10	6	18	8	20	25	30	50	0,67	0,52	0,80	0,63	1,45
5	11,5	7	21	9	23	30	33	55	0,65	0,50	0,79	0,60	2,11
6	13	8	23	10	26	34	36	59	0,64	0,49	0,78	0,60	3,05
7	14,5	9	26	12	29	39	39	64	0,63	0,48	0,77	0,59	4,41
8	16	10	29	13	32	43	42	68	0,62	0,48	0,76	0,59	6,04
9	17,5	11	32	14	35	48	45	73	0,61	0,48	0,76	0,59	7,84
10	19	11	34	15	38	52	48	77	0,60	0,47	0,75	0,59	9,87
11	20,5	12	37	16	41	57	51	82	0,60	0,47	0,75	0,59	13,22
12	22	13	40	18	44	61	54	86	0,59	0,47	0,75	0,59	15,12
13	23,5	14	42	19	47	66	57	91	0,59	0,47	0,74	0,59	18,22
14	25	15	45	20	50	71	60	95	0,58	0,47	0,74	0,59	22,98
15	26,5	16	48	21	53	75	63	100	0,58	0,47	0,74	0,59	27,25
16	28	17	50	22	56	80	66	104	0,57	0,47	0,73	0,59	32,57
17	29,5	18	53	24	59	84	69	109	0,57	0,47	0,73	0,59	37,40
18	31	19	56	25	62	89	72	113	0,57	0,47	0,73	0,59	42,59

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Fig. 152.



IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

La longueur du corps du rivet a été prise égale à $2\delta + 1{,}7\ d$; elle correspond, par conséquent, à un rivet destiné à relier deux tôles d'épaisseur δ, avec une addition suffisante pour tenir compte d'un excédent de diamètre dans le perçage des trous des tôles (Voy. § 54). La dernière colonne fournit des nombres qu'on peut utiliser pour l'établissement des avant-projets.

La figure 152 donne, sous forme de tracés, la succession des principales valeurs de la table précédente. L'inspection de cette figure montre que, dans la rivure simple, le module de force φ'' pour les rivets est toujours plus petit que le module φ' de la tôle percée et reste à peu près constamment inférieur à 0,50. On peut conclure de là que les rivures simples de chaudières présentent une résistance qui n'est ordinairement pas même la moitié de celle de la tôle pleine. Lorsqu'on double la rivure, en conservant, pour l'écartement des rivets, la valeur $a = 10 + 2d$, le module φ'' se trouve avoir, d'après la formule (58), une valeur double de celle qu'indique la table et peut même, dès lors, devenir supérieur à 1, si l'épaisseur δ est faible. Mais dans ce cas le module φ' est le plus petit des deux, et c'est par suite, celui qu'on doit considérer comme représentant la résistance de la rivure; il résulte de là que le doublement des rivets a simplement pour résultat d'élever le module de force jusqu'à la valeur indiquée par φ'. Si, dans une rivure parallèle double, on détermine l'écartement a_2 des rivets par la formule (57), φ' et φ'' prennent des valeurs supérieures à celles qu'ils avaient précédemment. Le plus petit des deux modules est celui des rivets; en le désignant ici par φ''_2 on a :

$$\varphi''_2 = 2\,\frac{\pi}{5}\,\frac{d^2}{a\delta} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (60)$$

Ses différentes valeurs, qui sont comprises entre 0,75 et 0,59, ont été reportées dans la table et dans l'échelle de proportions ainsi que celles de φ'_2. — La figure 152 montre, en outre, que la pression par unité de surface p reste comprise entre les limites admises.

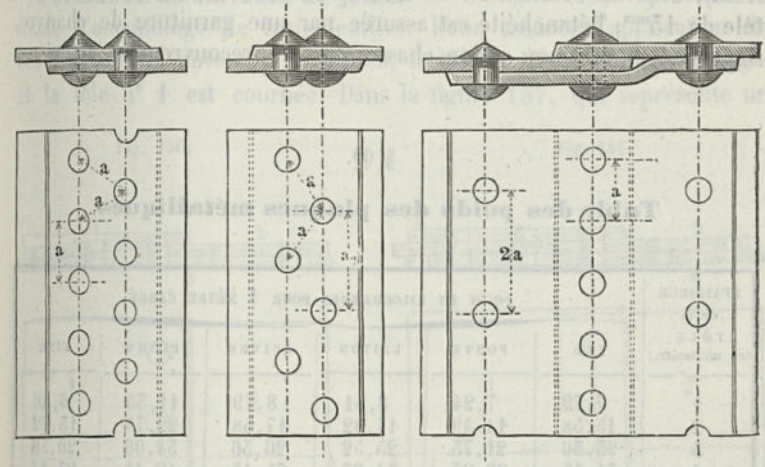
La figure 153 représente une rivure double, dans laquelle l'écartement des rivets a été pris partout égal à $10 + 2d$, tandis que, dans la figure 154, l'écartement des rivets a_2 de chaque file est égal à $20 + 3d$.

La rivure à plat joint (fig. 141), que nous avons indiquée précédemment comme étant parfois utilisée dans la construction des chaudières à vapeur, soit comme rivure simple, soit comme rivure double, n'est jamais employée par les constructeurs américains pour cette espèce d'appareils, ils lui préfèrent le mode d'assemblage représenté par la figure 155, qui n'est autre chose qu'une combinaison de la rivure parallèle avec la rivure convergente. — La bande de recouvre-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

ment est appliquée sur la paroi intérieure de la chaudière et fixée par trois lignes de rivets; les rivets des deux lignes extrêmes ont le même diamètre que ceux de la ligne principale, mais leur écartement

Fig. 153. Fig. 154. Fig. 155.



est double. L'inconvénient de cette disposition de ne pouvoir matter le joint intérieur de la rivure principale est considéré comme pouvant être négligé, en raison de l'augmentation de résistance qu'elle procure.

Pour ce mode d'assemblage, les modules de force φ' et φ'' sont donnés par les relations : $\varphi' = (2a - d) : 2d$ et $\varphi'' = 0{,}3\pi d^2 : a\delta$; il reste à déterminer, dans chaque cas particulier, la plus petite de ces valeurs, qui doit être prise pour la résistance de la rivure; il convient de remarquer que cette résistance est supérieure à celle de notre rivure double (1).

Exemple. $\delta = 8$, $d = 16$, $a = 10 + 2d = 42$. *On trouve* $\varphi' = (84 - 16) : 84 = 0{,}81$ *et* $\varphi'' = 0{,}3\pi . 256 : 8 . 42 = 0{,}72$. *Nous devons faire remarquer ici que les constructeurs de chaudières américains adoptent, en général, pour les écartements des rivets, des valeurs supérieures à celles auxquelles nous sommes habitués. Comme preuve, nous pouvons citer les dimensions suivantes relevées sur trois rivures exécutées en Amérique :*

1° *Rivure simple :* $d = 17{,}46$, $a = 47{,}62$, $\delta = 9{,}52$; *la formule* $a = 10 + 2d$ *donnerait simplement* $a = 44{,}92$.

2° *Rivure simple :* $d = 22{,}23$, $a = 66{,}67$, $\delta = 9{,}52$; *la formule précédente donnerait* $a = 54{,}46$.

3° *Rivure double :* $d = 19$, $a_2 = 85{,}7$, $\delta = 9{,}52$; *la formule* $a = 20 + 3d$ *donnerait* $a_2 = 77$.

(1) Si l'on considère les 4 rivets en losange qui forment une série, les deux rivets de la rivure principale se trouvent (dans l'hypothèse d'une répartition uniforme) soumis à un effort égal à $^1/_3$ *P;* il en est de même pour chacun des deux autres rivets; la

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Gazomètres. — Au point de vue de l'épaisseur de la tôle et du genre de rivure, les gazomètres présentent de faibles variations. Dans un grand nombre d'appareils de ce genre, ayant subi l'épreuve du temps, on trouve des rivets de 7^{mm} à $7^{mm},5$ (qui ont été posés à froid), avec un écartement de 25^{mm} et une distance au bord de la tôle de 13^{mm}; l'étanchéité est assurée par une garniture de chanvre, imprégné de minium, qu'on chasse sous le recouvrement extérieur.

§ 60.

Table des poids des plaques métalliques.

ÉPAISSEUR de la TÔLE (en millimètr.)	POIDS EN KILOGRAMMES POUR 1 MÈTRE CARRÉ.					
	FER	FONTE	LAITON	CUIVRE	PLOMB	ZINC
1	7,79	7,24	8,51	8,79	11,35	6,86
2	15,58	14,49	17,02	17,58	22,70	13,72
3	23,36	21,73	25,52	26,36	34,06	20,58
4	31,15	28,97	34,03	35,15	45,41	27,44
5	38,94	36,22	42,54	43,94	56,76	34,31
6	46,73	43,46	51,05	52,73	68,11	41,17
7	54,52	50,70	59,56	61,52	79,46	48,03
8	62,30	57,94	68,06	70,30	90,82	54,89
9	70,09	65,19	76,57	79,09	102,17	61,75
10	77,88	72,43	85,08	87,88	113,52	68,61
11	85,67	79,67	93,59	96,67	124,85	75,47
12	93,46	86,92	102,10	105,46	136,22	82,33
13	101,24	94,16	110,60	114,24	147,58	89,19
14	109,03	101,40	119,11	123,03	158,93	96,05
15	116,82	108,65	127,62	131,82	170,28	102,92
16	124,61	115,89	136,13	140,61	181,63	109,78
17	132,40	123,13	144,64	149,40	192,98	116,64
18	140,18	130,37	153,14	158,18	204,34	123,50
19	147,97	137,62	161,65	166,97	215,69	130,36
20	155,76	144,86	170,16	175,76	227,04	137,22
21	163,55	152,10	178,67	184,55	238,39	144,08
22	171,34	159,35	187,18	193,34	249,74	150,94
23	179,12	166,59	195,68	202,12	261,10	157,80
24	186,91	173,83	204,19	210,91	272,45	164,66
25	194,70	181,08	212,70	219,70	283,80	171,53

Le poids d'un mètre carré d'une plaque est égal au poids d'un décimètre cube de la matière dont elle est formée (ou à son poids spécifique), multiplié par l'épaisseur de la plaque en millimètres.

bande de tôle de jonction, qui passe sur la rivure principale, n'exerce aucun effort sur les deux rivets de cette rivure, puisque les deux autres rivets exercent sur cette bande, en sens contraire, des efforts égaux. On a, d'après cela, pour les rivets : $^1/_3 P = {}^\pi/_4 d^2 S_3$ et, pour la tôle pleine : $P = S_1 . 2a\delta$. Le module de force $\varphi'' = S_1 : S_3 = S_1 : {}^5/_4 S'_3$ (puisqu'il s'agit de cisaillement); on a donc $\varphi'' = {}^4/_5 . {}^5/_4 \pi d^2 : 2a\delta = 0{,}3\pi d^2 : a\delta$. Pour la rivure principale, on a : $\varphi' = S_1 : S''_2 = {}^3/_2 (2a - 2d)\delta : 2a\delta = 3(a-d) : 2a$; cette valeur est évidemment supérieure à $(2a - d) : 2a$ et, dès lors, il n'y a jamais lieu de la calculer.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 61.

Autres formes d'assemblages à rivets.

Formation de surfaces de joints. — La figure 156 représente le mode d'assemblage de trois feuilles. Pour assurer l'application de ces feuilles les unes sur les autres, la tôle n° 2 est amincie à l'angle et la tôle n° 1 est courbée. Dans la figure 157, qui représente un

Fig. 156.

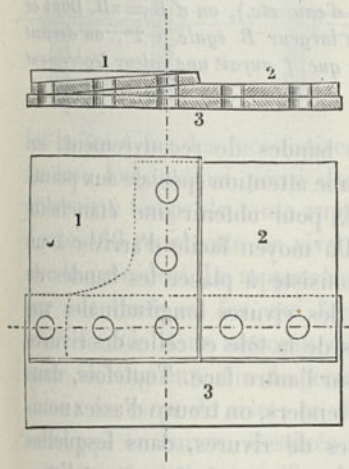
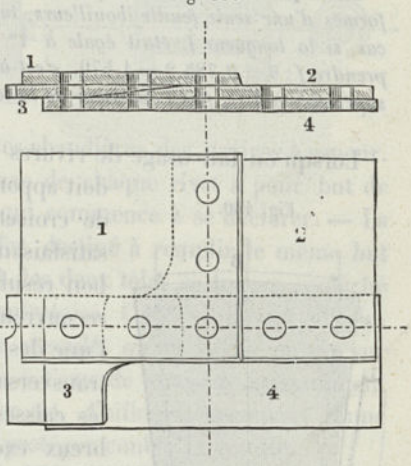


Fig. 157.

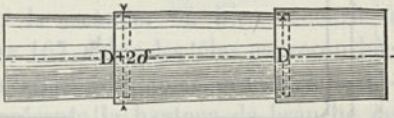


assemblage de quatre feuilles, les tôles n°s 2 et 3 sont terminées par des biseaux, tandis que les tôles n°s 1 et 4 ne sont ni amincies ni courbées.

Dans la construction des chaudières à vapeur, on donne aux différents anneaux soit la forme cylindrique, comme dans la figure 158, soit la forme tronco-conique (fig. 159); de ces deux modes d'em-

Fig. 158.

Fig. 159.



boitement, le second offre l'avantage que toutes les saillies se présentent de la même manière par rapport à la direction de la flamme; mais il exige qu'on donne une légère courbure aux deux bords de la tôle qui doivent former les bases de chaque tronc de cône, ainsi qu'aux deux rangs de rivets; cette courbure se détermine comme il suit.

Si l'on désigne par :

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

D le diamètre de la chaudière (fig. 159),

B la largeur d'une feuille (fig. 160), mesurée sur la circonférence.

L la longueur de cette feuille mesurée entre les lignes de rivets transversales,

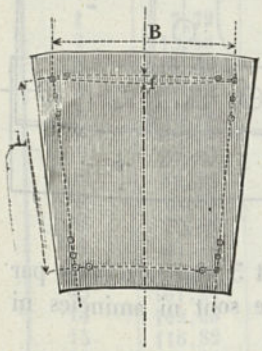
f la valeur cherchée de la flèche de l'arc B, on doit prendre :

$$\frac{f}{\delta} = \frac{1}{4}\frac{B}{D}\frac{B}{L} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (61)$$

Exemple. *Dans les tubes qui, en raison de leurs faibles diamètres, peuvent être formés d'une seule feuille (bouilleurs, tuyaux d'eau, etc.), on a* $B = \pi D$. *Dans ce cas, si la longueur* L *était égale à* 1^m *et la largeur* B *égale à* 2^m, *on devrait prendre* $f : \delta = 0{,}785.2 = 1{,}570$, *c'est-à-dire que* f *aurait une valeur légèrement supérieure à* $1\ ^1/_2$ *fois l'épaisseur de la tôle.*

Lorsqu'on fait usage de rivures avec bandes de recouvrement, on doit apporter une attention spéciale aux points de croisement, pour obtenir une étanchéité satisfaisante. Un moyen facile d'arriver à un bon résultat consiste à placer les bandes de recouvrement des rivures longitudinales sur l'une des faces de la tôle et celles des rivures transversales sur l'autre face. Toutefois, dans les caisses de tenders, on trouve d'assez nombreux exemples de rivures, dans lesquelles les bandes de recouvrement se trouvent disposées d'un même côté et s'engagent, les unes dans les autres, aux points de croisement.

Fig. 160.



Rigidité. — Pour donner de la rigidité aux tôles, on a souvent recours à l'emploi de cornières et de fers à T. — Les figures 161 et 163 représentent deux cornières, l'une intérieure,

Fig. 161.

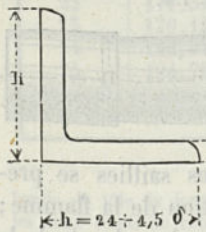


Fig. 162.

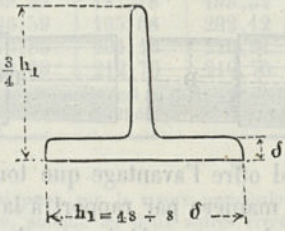
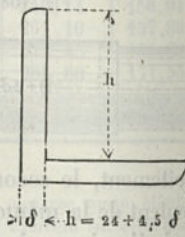


Fig. 163.



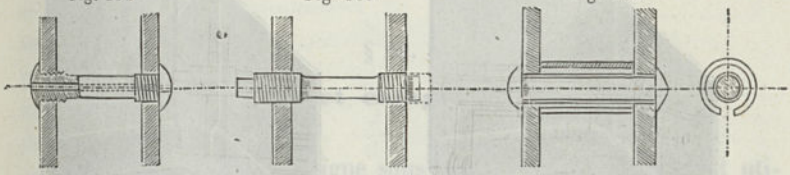
l'autre extérieure, la figure 162 un fer à T simple. — Les rapports inscrits sur la figure 161 fournissent, en général, des dimensions très convenables. Les formes de sections de fers à T qu'on rencontre dans

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

la pratique sont très nombreuses, et il serait très désirable qu'on arrivât à s'entendre sur le choix de calibres uniformes.

Pour relier deux tôles parallèles assez rapprochées et maintenir leur écartement constant, on fait usage de rivets filetés ou à entretoises. Les figures 164 et 165 représentent, après et avant l'opération de la rivure, des rivets de ce genre, en cuivre, qu'on emploie généralement pour

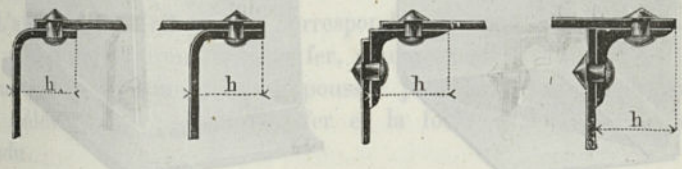
Fig. 164. Fig. 165. Fig. 166.



les boîtes à feu des locomotives et les chaudières des navires à vapeur. Le trou longitudinal percé dans l'axe de chaque rivet a pour but de prévenir à temps de toute rupture qui commence à se déclarer. — La figure 166 représente un rivet en fer, destiné à remplir le même but que le précédent. Le rapprochement des deux tôles se trouve empêché par une virole en fer, qui forme entretoise. Cette virole est simplement formée d'un morceau de tôle enroulé, qu'on laissse ouvert sur toute sa longueur, afin de permettre à l'eau de circuler constamment autour du corps de rivet; ce dernier est, d'ailleurs, recouvert d'une enveloppe en cuivre, destinée à le protéger contre la rouille.

Formation d'arêtes (fig. 167 à 170). — Pour assembler deux tôles à angle droit, on peut courber l'une de ces tôles, de manière à

Fig. 167. Fig. 168. Fig. 169. Fig. 170.



former un rebord s'appliquant sur la seconde, ou bien recourir à l'emploi de cornières. Dans la figure 167, l'une des tôles est recourbée intérieurement, tandis que, dans la figure 168, le rebord est à l'extérieur. Pour ces deux figures, *h* représente la hauteur de branche de la partie recourbée, qui fait, en réalité, l'office d'une cornière. La figure 169 indique l'emploi d'un fer cornière ordinaire placé à l'intérieur; dans la figure 170, le fer cornière est à l'extérieur.

Formation de coins. — La formation de coins, dans les assemblages à rivets, présente les plus grandes difficultés; les dispositions à adopter sont, d'ailleurs, différentes, suivant qu'on emploie, pour

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

les arêtes, l'un ou l'autre des modes d'assemblage dont il vient d'être question. Les figures suivantes représentent quelques-uns des principaux types en usage dans la construction.

Dans la figure 171, l'arête verticale est établie comme dans la figure 167; la tôle 2 est amincie à sa partie inférieure, et elle est réunie,

Fig. 171.

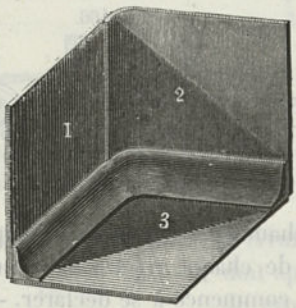
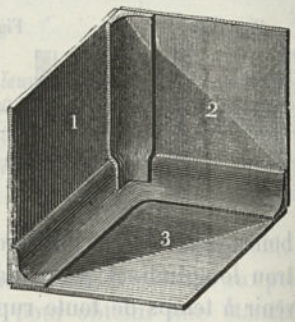


Fig. 172.



ainsi que la tôle 1, à la tôle 3 par une cornière cintrée. — Dans la figure 172, les trois arêtes sont constituées au moyen de cornières; celle qui est verticale est recourbée et rivée sur la cornière horizontale.

Dans la disposition représentée par la figure 173, les trois arêtes sont constituées par des cornières soudées ensemble à leur point de

Fig. 173.

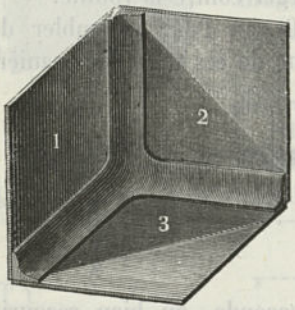
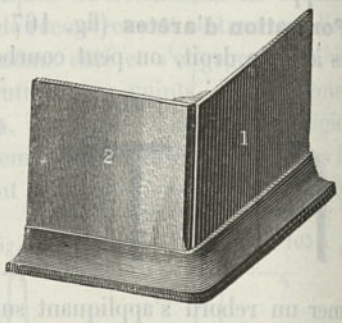


Fig. 174.



rencontre; cette opération, qui est assez délicate, a l'avantage de donner des joints très satisfaisants, au point de vue de l'étanchéité, en même temps qu'elle assure une certaine rigidité; toutefois, les cornières soudées ne sont guère employées que pour les constructions de faible importance. — Dans la figure 174, l'arête verticale, qui est établie comme celle de la figure 169, est légèrement arrondie à la partie inférieure; les arêtes horizontales sont formées par une cornière extérieure, comme dans la figure 170; ce mode de construction donne des joints étanches et d'une grande solidité.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

CHAPITRE DEUXIÈME

FRETTAGES ET CALAGES

§ 62.

Frettages et calages à chaud.

Les assemblages qu'on désigne sous le nom de *frettages* sont utilisés pour établir des liaisons invariables entre les organes de machines. A cet effet, l'un des organes, disposé généralement en forme d'anneau, entoure l'autre dans des conditions de tension telles que le frottement des surfaces pressées soit suffisant pour empêcher tout mouvement relatif des deux organes. L'anneau se trouve alors soumis à un effort d'extension, tandis que l'autre pièce résiste à la compression. Dans la plupart des cas, on donne aux deux pièces la forme de corps de rotation (*rotoïdes*), c'est-à-dire la forme de cylindres ou de troncs de cônes.

Pour établir la pression nécessaire à un frettage, on avait recours autrefois, à peu près exclusivement, à la dilatation de l'anneau par l'action de la chaleur; cette méthode aujourd'hui encore se trouve assez fréquemment employée, mais elle tend à céder la place à celle du calage à froid (Voy. § 64).

L'allongement relatif qui correspond à la température du rouge vif atteint $^1/_{80}$ environ pour le fer, comme pour l'acier, tandis que celui que produit une traction poussée jusqu'à la limite d'élasticité ne s'élève qu'à $^1/_{1500}$ pour le fer et la fonte, et à $^1/_{650}$ pour l'acier fondu.

D'après cela, pour caler à chaud un moyeu en fonte sur un arbre en fer, on devrait l'aléser à un diamètre inférieur de moins de $^1/_{1500}$ à celui de l'arbre; en d'autres termes, la différence relative devrait être comprise entre $^1/_{1500}$ et $^1/_{1800}$. Dans ces conditions, le moyeu pourrait déjà être mis en place à la chaleur du rouge sombre. Dans les frettes en fer et en acier (bandages de roues), la détermination du diamètre n'exige pas tout à fait les mêmes précautions, puisque ces deux matières, et la première notamment, peuvent supporter un allongement permanent modéré, sans qu'il en résulte d'inconvénients. Toutefois, même dans ce cas, on doit opérer avec d'autant plus de

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

soin que l'organe formant noyau est moins susceptible de céder à la pression, si l'on ne veut pas s'exposer à des ruptures des frettes, surtout par les grands froids.

Lorsque des frettes en fer doivent servir à la fixation de tourillons en fer sur des arbres en bois, comme dans la figure 175 par exemple, on commence par donner à l'extrémité de l'arbre la forme conique, puis on chasse au marteau les frettes sur le tronc de cône, après les avoir préalablement chauffées au rouge sombre. L'inclinaison, c'est-à-dire la tangente du demi-angle au sommet du cône, peut être prise égale à $^1/_{20}$ environ. Le forgeage des frettes coniques présenterait par lui-même d'assez grandes difficultés; mais il est possible de l'éviter par la méthode de *Clerk*, qui permet de transformer des anneaux cylindriques en anneaux coniques. Dans cette méthode, l'anneau chauffé au rouge est d'abord plongé dans l'auge de la forge, sur la moitié de sa hauteur seulement, et refroidi, puis ensuite immergé rapidement tout entier. La moitié inférieure de l'anneau refroidie tout d'abord agit ainsi sur la partie supérieure, qui est encore chaude, et l'oblige à s'ouvrir; en répétant l'opération un certain nombre de fois sur un même anneau, on arrive à lui donner une forme conique de plus en plus prononcée. — Des expériences entreprises à l'Académie industrielle de Berlin ont donné les résultats suivants :

Fig. 175.

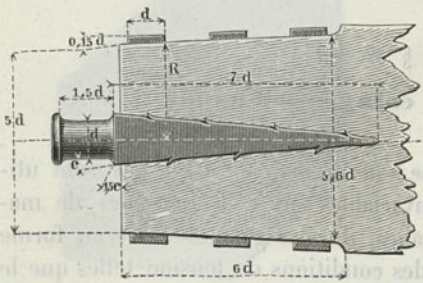
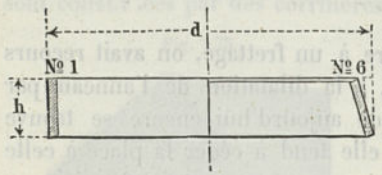


Fig. 176.



Dimensions initiales (Fig. 176) : $h = 40^{mm}$, $\delta = 7^{mm}$, $d = 215^{mm}$.

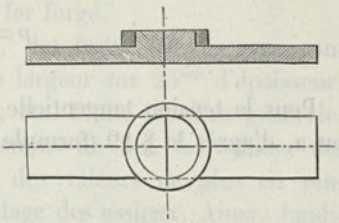
Après le	premier	refroidissement.	— Inclinaison	$^5/_{80}$
—	deuxième	—	—	$^4/_{80}$
—	troisième	—	—	$^5/_{80}$
—	quatrième	—	—	$^7/_{80}$
—	cinquième	—	—	$^{15}/_{80}$
—	sixième	—	—	$^{13}/_{80}$

Valeurs de d, après la dernière immersion, 201^{mm} et 217^{mm}.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

La figure 177 représente un assemblage de tiges qui a été réalisé à Seraing, au moyen d'une frette placée à chaud, et qui a parfaitement réussi. Les moyeux de roues dentées dans les laminoirs, les machines d'épuisement, etc., sont très souvent consolidés par des frettes. — Dans le cas où les moyeux se trouvent fondus en deux ou plusieurs pièces, les frettes ont pour résultat de les relier et d'en faire une pièce unique, susceptible d'une très grande résistance.

Fig. 177.



§ 65.

Frettages et calages à froid.

Au lieu du frettage ou du calage à chaud, on fait assez souvent usage, depuis quelques années, du calage à froid, produit au moyen de la presse, pour les anneaux d'un diamètre relativement peu considérable, comme, par exemple, les moyeux de roues et de manivelles, les douilles de leviers, de tourillons de manivelles, etc. Après avoir alésé et tourné cylindriquement (1) l'anneau et le noyau, on donne un léger arrondi aux rebords d'entrée. La différence entre les diamètres d'alésage et de tournage doit être très faible et déterminée d'après le mode de calcul indiqué au § 19.

Au point de vue de l'effort à exercer pour le calage, on peut faire les remarques suivantes. Il est évident que la pression nécessaire à la clôture (2) de l'assemblage augmente à mesure que le noyau pénètre davantage dans la partie creuse et que, pour une pièce cylindrique homogène, elle doit être sensiblement proportionnelle à l'avance, puisqu'elle a à vaincre, en définitive, le frottement que développent les deux surfaces, en glissant l'une sur l'autre. La pression par unité superficielle p entre ces dernières surfaces est précisément égale à la pression (radiale) S_1 à la périphérie du noyau. Par conséquent, si l'on désigne par r le rayon et par l la longueur de la partie alésée, par f le coefficient de frottement, le maximum de valeur que puisse atteindre la pression de calage est donné par l'expression :

$$Q = 2\pi r l S_1 f. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (62)$$

(1) Quelques constructeurs préfèrent donner aux deux pièces une légère conicité; ainsi, par exemple, pour les moyeux des roues qui figurent sous les nos 15 à 17 de la table suivante, cette conicité est de 1^{mm}.

(2) Voy., au sujet de cette expression, le *Traité de Cinématique* de Reuleaux.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Si l'on pose $f = 0{,}2$, valeur qui semble pouvoir être prise comme valeur moyenne, cette formule donne :

$$p = S_1 = \frac{5Q}{2\pi rl}. \quad \ldots \quad (63)$$

Pour la tension tangentielle S_2, à la surface intérieure de l'anneau, on a, d'après le § 19 (formule 37) :

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{1}{\rho}. \quad \ldots \quad (64)$$

Pour une épaisseur δ de la paroi de l'anneau, la valeur ρ est :

$$\rho = \frac{\left(1 + \frac{\delta}{r}\right)^2 - 1}{\left(1 + \frac{\delta}{r}\right)^2 + 1}. \quad \ldots \quad (65)$$

Cette relation fournit pour ρ la série des valeurs ci-contre :

$\frac{\delta}{r}$ =	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	1,00
ρ =	0,385	0,415	0,438	0,463	0,486	0,508	0,528	0,548	0,566	0,600
$\frac{\delta}{r}$ =	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0
ρ =	0,630	0,658	0,682	0,704	0,724	0,744	0,759	0,774	0,787	0,800

La table suivante (pages 174 et 175) reproduit certaines données sur les pressions de calage usitées dans diverses compagnies de chemins de fer. Dans cette table, $2r$ représente le diamètre du moyeu, l sa longueur, δ l'épaisseur de sa paroi et Q la pression de calage. Des pressions indiquées, les unes ont été mesurées, les autres sont celles que prescrivent les instructions ou cahiers des charges.

Dans le cas n° 12, la formule (63) fournit la valeur $S_1 = 5.80000 : 191.\pi.178 = 3^k,8$; *la formule (65) donne* $\rho = 0{,}53$, *et de (64) on déduit :* $S_2 = 7^k,17$.

Pour le n° 10, on a : $S_1 = 5.100000 : 130.\pi.170 = 7^k,2$; $\rho = 0.44$ *et* $S_2 = 16^k.5$.

Pour le n° 37, on a : $S_1 = 5.100000 : 190.\pi.170 = 4^k,86$; $\rho = 0{,}526$ *et* $S_2 = 9^k,24$.

Pour le n° 16, avec $Q = 60000$, *on obtient :* $S_1 = 3^k,41$: $\rho = 0{,}77$, $S_2 = 4^k,45$, *et, pour le n° 17,* $S_1 = 4^k,68$, $\rho = 0{,}569$ *et* $S_2 = 8^k,2$. *Dans deux de ces cas, les tensions se trouvent avoir des valeurs qui paraissent trop élevées.*

Des moyeux qui ont été retirés de leurs essieux n'arrivent pas, lorsqu'on les replace, à un serrage aussi énergique qu'à l'origine,

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

résultat qui s'explique naturellement par l'usure qu'éprouvent les surfaces pressées, l'une contre l'autre, pendant la double opération de la sortie et de l'entrée. Toutefois, on peut arriver à redonner un serrage convenable par l'addition de frettes en fer forgé.

Pour des roues de chemins de fer, des frettes de ce genre ont des sections rectangulaires de 50^{mm} de largeur sur 25^{mm} d'épaisseur, de 55^{mm} sur 20^{mm}, de 40^{mm} sur 30^{mm}, etc. D'une manière générale, on peut remarquer que, dans les chemins de fer, les cahiers des charges ont une tendance à spécifier des valeurs de plus en plus considérables pour les pressions de calage des essieux. Ainsi, tandis qu'autrefois, et même dans ces derniers temps, on se contentait, pour le calage des roues de vagons, d'une pression comprise entre 30 000 et 40 000 kilogrammes, on n'hésite pas aujourd'hui à aller de 40 à 50 000 kilogrammes. Pour les roues de locomotives, on semble généralement marcher vers le chiffre de 100 000 kilogrammes et tendre même à le dépasser. Cette exagération de la pression de calage à l'origine a, en réalité, pour but de donner la possibilité de faire subir aux roues un certain nombre de décalages, sans arriver à un serrage insuffisant, lorsqu'on les remet en place.

A côté des procédés de calage qui reposent sur l'emploi de la presse ou du chauffage à haute température (§ 62), il convient de mentionner un autre procédé, dont on commence à faire usage, depuis quelques années, et qui consiste à effectuer le calage des pièces, après les avoir amenées à la température d'ébullition de l'eau. Cette méthode mérite d'arrêter l'attention, en ce qu'elle assure une très grande uniformité dans l'échauffement des pièces et qu'elle évite un certain nombre d'inconvénients ou de difficultés inhérents au calage à haute température. Elle a, du reste, été utilisée, avec le plus grand succès, dans des chemins de fer russes, pour la pose de bandages de roues à disques pleins. Les bandages préparés très exactement à la dimension nécessaire (avec une réduction de diamètre de $^3/_4{}^{mm}$ environ par mètre) sont plongés, au moyen d'une grue, dans un réservoir en tôle rempli d'eau, où un courant de vapeur maintient constamment la température de l'ébullition. Une immersion de 10 à 15 minutes suffit pour porter les bandages sensiblement à 100° et les amener à un diamètre permettant de les placer sur les disques. Trois ouvriers, en 11 heures de travail, peuvent arriver à poser ainsi 12 à 14 bandages (1). Peut-être cette méthode pourrait-elle aussi rendre de bons services pour le calage des moyeux de roues.

(1) *Eng. u. Mining Journal*, New-York, juin 1878, p. 424.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 64.

Tableau relatif aux pressions de calage dans les chemins de fer.

Nos	INDICATION DE LA POSITION DU MOYEU	DIMENSIONS			NATURE DE LA MATIÈRE		Q EN KILOG.	OBSERVATIONS
		2r	l	δ	MOYEU	NOYAU OU CENTRE		
	Chemin de fer de l'Est prussien							
1	Roues motrices et roues couplées de locomotives.	190	200	100	Fer forgé	Acier fondu	75 000	Avec clavette. Pression prescrite
2	Roues porteuses de locomotives. .	190	170	75	id.	id.	75 000	Sans — —
3	Roues de tenders.	140	170	65	id.	id.	54 000	— — —
4	Roues de wagons avec bras. . . .	130	235	59	id.	id.	50 000	— — —
5	Roues à disques en acier fondu pour wagons.	130	200	50	Acier fondu	id.	50 000	— — —
6	Roues à disques en acier fondu pour locomotives.	183	177	53	id.	id.	70 000	— — —
	Chemins de fer de la Haute-Silésie							
7	Roues motrices de locomotives. . .	185	170	92,5	Fer forgé	Acier fondu	100—150 000	Avec clavette. Pression mesurée
8	Roues porteuses de locomotives. .	160	180	80	id.	id.	75—100 000	— — —
9	Roues de tenders.	145	185	85	id.	id.	50— 60 000	Sans — —
10	Roues à disques en acier fondu pour wagons.	130	170	40	Acier fondu	id.	50— 60 000	— — —
11	Roues à bras en fer pour wagons.	130	185	60	Fer forgé	id.	60— 70 000	— — —
	Chemin de fer de l'État hanovrien							
12	Roues motrices et roues couplées de locomotives.	191	178	82,5	Fer forgé	Acier fondu	75— 80 000	Avec clavette. Press. prescrite
13	Roues porteuses de locomotives. .	172	172	73	id.	id.	65— 70 000	Sans — —
14	Roues normales d'assortiment pour wagons.	130	205	47	id.	id.	40— 50 000	— — —
	Chemin de fer de Magdebourg							
15	Roues de wagons.	130	200	55	Fer forgé	Acier fondu	50— 60 000	Sans clavette. Press. mesurée
16	Roues de wagons.	130	215	45	Acier fondu	id.	60— 70 000	— — —

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

	Chemin de fer de Saint-Pétersbourg								
18	Roues motrices et roues couplées de locomotives	176	190	212	Fonte	Acier fondu	62 700	Avec clavette.	Press. mesurée
19	— — — — —	177	203	65	Fer forgé	id.	112 500	—	—
20	— — — — —	193	186	98,5	id.	id.	112 500	—	—
21	Roues porteuses de locomotives	151	152	75	id.	id.	90 000	Sans clavette.	—
22	Essieux de tenders	152	174	159	Fonte	Fer forgé	62 200	—	—
23	— — — — —	150	194	57,5	Fer forgé	id.	76 400	—	—
24	— — — — —	150	150	50	id.	Acier fondu	90 000	—	—
25	Roues normales d'assortiment pour wagons	130	200	65	id.	id.	75—80 000	—	—
26	Roues de séries pour wagons de voie	130	215	117,5	Fonte	F. à grain fin	75 000	—	—
27	— — wagons de charbons	131	183	65,5	Fer forgé	—	88 000	—	—
28	— — — de voyageurs	105	190	85	Fonte	Acier fondu	50—75 000	—	—
	Chemin de fer Riga-Dünabourg								
29	Roues motrices et roues couplées, *Stephenson*	178	187	95	Fer forgé	F. à grain fin	41 000	Avec clavette.	Press. mesurée
30	Roues porteuses de locomotives, *Stephenson*	165	165	70	id.	id.	41 000	—	—
31	Roues de tenders, *Stephenson*	156	178	78	id.	id.	39 000	—	—
32	Roues motrices, couplées et porteuses, *Borsig*	175	154	82,5	id.	id.	41 000	—	—
33	Roues de tenders, *Borsig*	138	178	—	id.	id.	39 000	—	—
34	Roues de wagons de voyageurs, *Ashbury*	120	165	56	id.	id.	31 000	—	—
35	Roues de wagons de marchandises, *Zypen*	131	260	—	id.	id.	35 000	Sans clavette.	Press. mesurée
36	Roues de wagons de marchandises, *Zypen*	131	224	—	id.	A. Bessemer	40 000	—	—
	Ateliers de construction de locomotives de Borsig								
37	Roues porteuses de locomotives et roues de tenders	150—200	160—180	60— 80	Fer forgé		75—100 000	Avec clavette.	Press. mesurée
38	Essieux moteurs et essieux couplés de locomotives	170—200	180—200	80—100	id.	Fer forgé ou Acier	100—150 000	—	—
39	Tourillons de manivelles de ces essieux	100—150	180—200	50— 60	id.		50— 75 000	Sans —	—

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

N°	INDICATION DE LA POSITION DU MOYEU	DIMENSIONS			NATURE DE LA MATIÈRE		Q EN KILOG.	OBSERVATIONS	
		$2r$	l	δ	MOYEU	NOYAU OU CENTRE			
	Ateliers de construction de locomotives de Wöhler.								
40	Roues motrices et roues couplées de locomotives.	190	200	95	Fer forgé	Fer forgé ou acier	100 000	Avec clavette.	Press. mesurée
41	Roues porteuses de locomotives. .	190	170	75	id.		100 000	Sans clavette.	—
42	Roues de tenders.	140	170	65	id.		60 000	—	—
	Chemin de fer du Nord français								
43	Roues couplées et porteuses de locomotives, *Stephenson*.	—	—	—	Fer forgé	Fer forgé ou acier	80 000	Pression prescrite	
44	Roues couplées et porteuses de locomotives, *Clapeyron*.	—	—	—	id.		80 000	—	
45	Roues de tenders avec moyeux forts.						80 000		
46	Boutons de manivelles.	—	—	—	id.		15 000	—	
	Chemin de fer de Paris-Lyon-Méditerranée								
47	Roues motrices de locomotives. . .	—	—	—	Fer forgé	Fer forgé	55—40 000	Avec clavette.	Press. mesurée
48	Roues porteuses de locomotives. .	—	—	—	id.	id.	25—30 000	Sans clavette	—
49	Roues de tenders.	—	—	—	id.	id.	25—30 000	—	—
50	Roues de wagons.	—	—	—	id.	Fer forgé ou acier	18—22 000	—	—
51	id. id. — —	—	—	—	Fonte		10 000	—	—
52	Boutons de manivelles.	—	—	—	Fer forgé	Acier fondu	30 000	—	—

Dans le plus grand nombre des cas pour lesquels la pression de calage est indiquée comme « mesurée » la détermination a eu lieu en introduisant dans une roue un essieu de rechange.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 65.

Calcul des dimensions des anneaux calés à froid.

Bien que les moyeux de roues n'affectent pas toujours la forme cylindrique, il est cependant bon de faire usage des formules indiquées précédemment pour déterminer approximativement les tensions développées. Ces mêmes formules peuvent également être utilisées pour calculer les épaisseurs à donner aux pièces qui doivent être calées à froid (moyeux, douilles, cylindres, etc.), afin de prévenir la rupture pendant l'opération du calage. En substituant, dans la formule (62), la tension tangentielle S_2 à la tension radiale S_1, on obtient : $Q = 2\pi rlf\rho S_2$, relation qui, avec la formule (65), donne :

$$\frac{\delta}{r} = \sqrt{\frac{2\pi rlfS_2 + Q}{2\pi rlfS_2 - Q}} - 1. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (66)$$

Dans cette formule Q représente le maximum de la force qui tend à empêcher tout glissement longitudinal et toute rotation du moyeu sur son arbre. Si donc le moyeu exige un moment de rotation PR pour tourner autour de l'axe, on doit avoir : $Qr \geqq PR$. Il résulte de là que le rapport $Qr : PR$ peut être considéré comme représentant la sécurité contre le glissement par rotation. D'un autre côté, pour que la valeur de δ soit réelle, c'est-à-dire pour que la construction soit possible, il faut que la quantité sous le radical soit positive, c'est-à-dire qu'on ait : $2\pi rlfS_2 > Q$. Les valeurs de S_2 et de Q doivent donc satisfaire à cette inégalité; mais, en dehors de cette condition, elles peuvent être choisies plus ou moins arbitrairement entre certaines limites et, suivant les valeurs admises, on se trouvera conduit à des épaisseurs de parois très différentes.

Exemple. *Locomotive à grande vitesse de Borsig, à l'Exposition universelle de Vienne. — Deux paires de roues motrices couplées, de* 970^{mm} *de rayon, sans clavetage; diamètre du piston* 432^{mm}, *pression* 10 *atm., c.-à-d.* $0^{k},1$ *par m.m.q., bras de manivelle* $R = 279^{mm}$. *Dans l'hypothèse du glissement de trois des roues, toute l'action de la pression de la vapeur sur le piston se trouve reportée sur une seule roue, et l'on a :*

$$PR = 432^2.0,785.0,1.279 = 14657.279 = 4089303.$$

Dimensions du moyeu : $r = 98^{mm}$, $l = 200^{mm}$; *d'où* $PR : r = 4089303^{k} : 98 = 41730^{k}$. *Le frottement sur la seule roue ne glissant pas devant être suffisant pour empêcher l'effet du moment* 4089303, *il en résulte qu'on doit avoir forcément* $Q > 41730^{k}$.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Supposons qu'on veuille avoir $Q = 70\ 000^k$ *et que, d'un autre côté, comme le moyeu est en fer, on prenne* $S_2 = 5^k$, *il vient alors pour* $f = 0{,}2$:

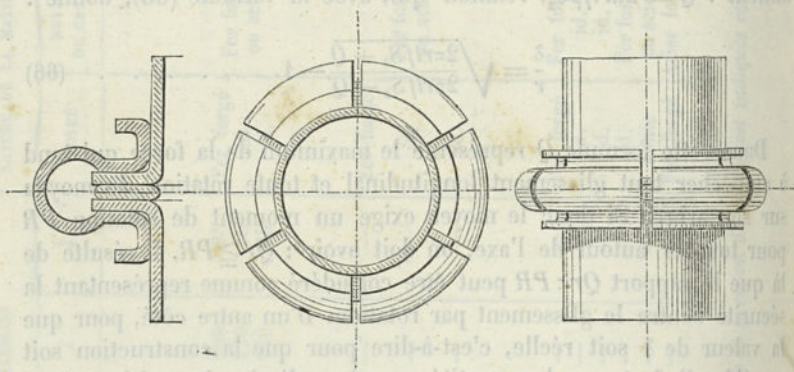
$$\frac{\delta}{r} = \sqrt{\frac{2\pi.98.200.0{,}2.5 + 70000}{2\pi.98.200.0{,}2.5 - 70000}} - 1 = \sqrt{\frac{193150}{53150}} - 1 = \sqrt{3{,}61} - 1 = 0{,}9$$

on déduit de là : $\delta = 98.0{,}9 = 88^{mm},2$. — *En exécution on a pris* $\delta = 90^{mm}$.

Il convient, d'ailleurs, de remarquer que la pièce destinée à produire le serrage n'affecte pas nécessairement la forme d'un anneau. Comme exemple d'application d'une forme différente, nous pouvons citer l'assemblage à rebords d'*Ehrhardt*, que représente la figure 178.

La fermeture de l'assemblage dans ce système est produite par

Fig. 178.



une série de mâchoires ou d'agrafes en acier fondu et trempé. Les rebords, légèrement saillants, entre lesquels se trouve interposée une rondelle (en caoutchouc, en cuir, en plomb, etc.), se trouvent serrés, l'un contre l'autre, par l'action de ces pièces élastiques, qu'on met en place ou qu'on enlève au moyen d'une tenaille à vis, de forme convenable. Des expériences sur des conduites de vapeur et des conduites d'air (dans des fondations de piles à l'air comprimé), ainsi que des essais à la presse hydraulique, ont prouvé l'efficacité de cet assemblage.

Les applications du mode d'assemblage à joints forcés deviennent chaque jour plus nombreuses, et il paraît probable qu'on arrivera à l'utiliser encore dans un certain nombre de constructions. Nous espérons que la presse de calage deviendra, avant peu, un appareil indispensable pour toute usine de construction de quelque importance.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

CHAPITRE TROISIÈME

CLAVETAGES

§ 66.

Clavette d'assemblage.

L'assemblage à clavette le plus simple comprend trois parties, les deux pièces à relier et la clavette. Dans un assemblage de ce genre, l'un des côtés du profil longitudinal de la clavette ou même souvent les deux côtés forment un angle obtus avec la direction du mouvement que peuvent prendre, l'une par rapport à l'autre, les deux pièces à relier; chaque côté forme un angle aigu avec la direction suivant laquelle la clavette elle-même peut glisser et la tangente trigonométrique de cet angle constitue ce qu'on appelle l'inclinaison de la clavette. Dans la pratique, on distingue deux genres de clavetage, suivant que l'inclinaison existe sur un seul côté de la cla-

Fig. 179.

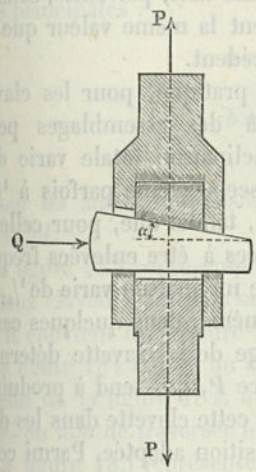
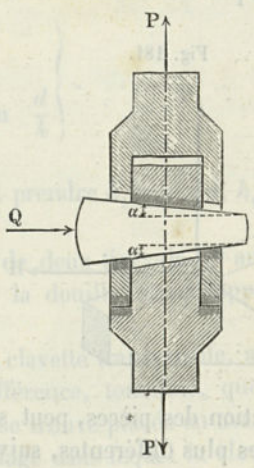


Fig. 180.



vette (fig. 179) ou sur les deux côtés (fig. 180); pour les clavetages de la seconde espèce, nous supposerons toujours les inclinaisons égales sur les deux côtés.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Si l'on désigne par

α l'angle d'inclinaison,

P l'effort développé par le clavetage,

Q l'effort qu'on doit exercer sur la clavette, normalement à P, pour fermer l'assemblage,

Q' l'effort à exercer en sens inverse, pour détruire l'assemblage,

$f = \text{tang}\,\varphi$ le coefficient du frottement entre les surfaces des trois éléments du clavetage.

On a, dans le cas d'une clavette à inclinaison d'un seul côté :

$$\left.\begin{aligned} Q &= P\,\text{tang}\,(\alpha + 2\varphi) \\ Q' &= P\,\text{tang}\,(2\varphi - \alpha) \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (67)$$

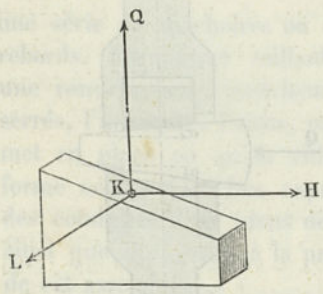
Pour que la valeur de Q' ne soit pas négative, c'est-à-dire pour que la clavette ne sorte pas d'elle-même, on doit avoir $\alpha < 2\varphi$; en supposant $f = 0{,}1$, on en déduit $\text{tang}\,\alpha < {}^1/_5$.

Dans le clavetage avec inclinaison sur les deux faces de la clavette, on a (approximativement) :

$$\left.\begin{aligned} Q &= P.\,2\,\text{tang}\,(\alpha + \varphi) \\ Q' &= P.\,2\,\text{tang}\,(\varphi - \alpha) \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (68)$$

De la dernière formule on conclut que chacune des inclinaisons doit avoir une valeur inférieure à celle de f, pour que l'assemblage ne s'ouvre pas de lui-même. L'inclinaison totale doit, par suite, conserver sensiblement la même valeur que dans le cas précédent.

Fig. 181.



Dans la pratique, pour les clavettes destinées à des assemblages permanents, l'inclinaison totale varie de ${}^1/_{30}$ à ${}^1/_{50}$ et descend même parfois à ${}^1/_{100}$ et au-dessous, tandis que, pour celles qui sont exposées à être enlevées fréquemment, cette inclinaison varie de ${}^1/_{24}$ à ${}^1/_{12}$ et atteint même, dans quelques cas, ${}^1/_6$.

La charge de la clavette déterminée par la force P, qui tend à produire la disjonction des pièces, peut s'exercer sur cette clavette dans les directions les plus différentes, suivant la disposition adoptée. Parmi ces directions on peut en distinguer trois principales, dont chacune peut être positive ou négative. La première est la direction QK (fig. 181), normale à la base d'appui de la clavette ; c'est la direction de P dans les figures 179 et 180. La clavette disposée pour résister à ce mode de

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

charge porte le nom de *clavette transversale*. La seconde direction principale *KL* est perpendiculaire au plan longitudinal *QKH*, et la clavette correspondante constitue ce qu'on appelle la *clavette longitudinale*. Enfin la troisième direction *HK* est normale au plan de hauteur *QKL* de la clavette ; par analogie avec les deux désignations précédentes, qui sont depuis longtemps en usage, nous adopterons, pour la clavette ainsi chargée, le nom de *clavette de hauteur*.

§ 67.

Assemblages à clavettes transversales.

L'assemblage à clavettes que représente la figure 182 offre, dans la pratique, de nombreuses applications. La tige est en fer, ainsi que la clavette, tandis que la douille, ou le manchon, est en fonte. Par suite de la traction P qui s'exerce sur la tige, l'assemblage se trouve soumis simultanément à divers genres d'efforts : une flexion de la clavette, dans les conditions du cas du N° VIII, page 12 (tension S_1), un cisaillement de cette même clavette, au niveau de la paroi intérieure de la douille (tension S_2), et enfin une extension de la tige dans les sections, en forme de segments, que laisse, de chaque côté, le trou de clavetage (tension S_3). Si, conformément aux indications du § 2, nous prenons $S_2 = 0{,}8\,S_1$ et $S_1 = S_3$, nous obtiendrons pour les rapports des dimensions principales :

$$\left.\begin{array}{l} h = \frac{6}{5}\,d \\ b = 0{,}267d \quad \text{ou} \quad \frac{d}{4} \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (69)$$

Pour les autres dimensions, on peut prendre $h_1 = 0{,}8d$, $h_2 = d$ et $\delta = 0{,}5d$.

La figure 183 représente la jonction de deux tiges de fer au moyen de deux clavettes transversales ; comme la douille est ici supposée en fer, il convient de prendre $\delta = 0{,}25d$.

La figure 184 donne un assemblage à clavette transversale, analogue à celui de la figure 182, avec cette différence, toutefois, que la clavette, au lieu de traverser le manchon, se trouve placée en avant.

La figure 185 représente un assemblage dans lequel la clavette est engagée dans une entaille ménagée sur le côté de la tige et peut, pour ce motif, être désignée sous le nom de clavette rasante.

La pression par unité de surface qu'exerce la clavette sur la partie de

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

la douille qui reçoit directement son action peut se calculer, dans le cas de la figure 182, par la formule :

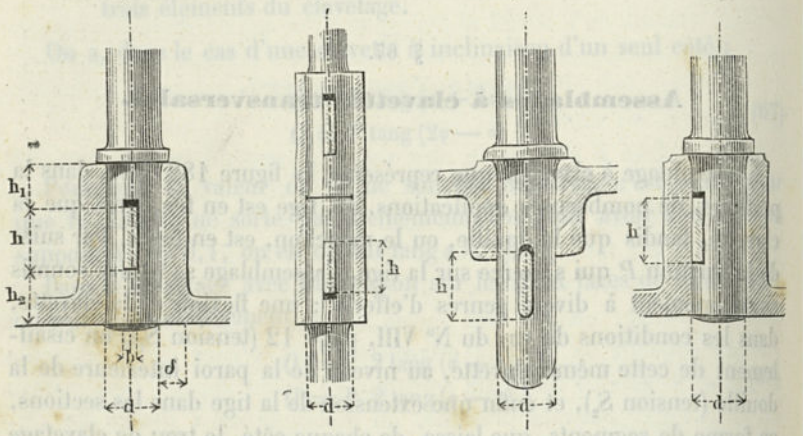
$$p = P : 2b\delta = P : bd = (0{,}785d^2 - bd)\, S_s : bd,$$

d'où

$$p = 2{,}14\, S_s. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (70)$$

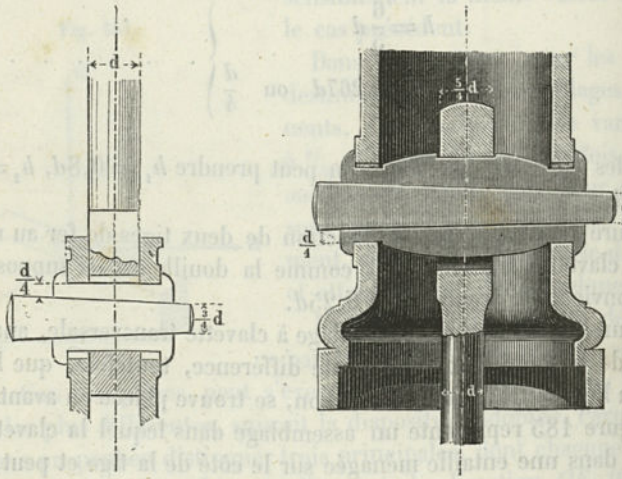
C'est là, en réalité, une valeur assez forte et qui s'élève au double,

Fig. 182. Fig. 183. Fig. 184. Fig. 185.



lorsqu'on prend $\delta = 0{,}25d$, comme dans le cas de la figure 183. La pression est encore plus forte pour la clavette rasante (fig. 185); aussi

Fig. 186. Fig. 187.



convient-il, dans ce cas, de s'arranger pour que S_s ait une valeur assez faible. Dans tous les assemblages où la clavette doit être fréquemment

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

enlevée, on doit déterminer les dimensions de telle sorte que p reste toujours suffisamment petit. On arrive à ce résultat, d'un côté, en abaissant la valeur de S_3 par le renforcement de la section, à la hauteur du trou de clavetage, et, d'un autre côté, en ajoutant des cales à rebords, ou contre-clavettes (fig. 186). La clavette elle-même peut alors avoir des dimensions plus faibles que celles données précédemment. Ce dernier mode de clavetage se trouve fréquemment employé pour les tirants, notamment dans les roues hydrauliques.

La figure 187 représente une disposition de clavetage pour boulon de fondation à ancre. Les contre-clavettes ont ici essentiellement pour but de renforcer la clavette. Le calcul des dimensions doit se faire d'après les indications du § 12, et l'on se trouve dans les conditions les plus avantageuses en adoptant la même hauteur au milieu pour les trois pièces. A la partie inférieure du massif de fondation, le boulon s'appuie sur la contre-plaque par un écrou, qu'on tourne à la main, jusqu'à ce que le boulon soit arrivé à une position telle qu'en chassant la clavette avec force on obtienne un assemblage parfaitement rigide, et que la clavette se trouve avoir sensiblement la même saillie à ses deux extrémités.

§ 68.

Assemblages à clavettes longitudinales.

Les clavettes longitudinales servent principalement à la fixation de moyeux sur des essieux ou sur des arbres. Au point de vue de leur forme et du logement à leur ménager, on peut les diviser en trois espèces principales :

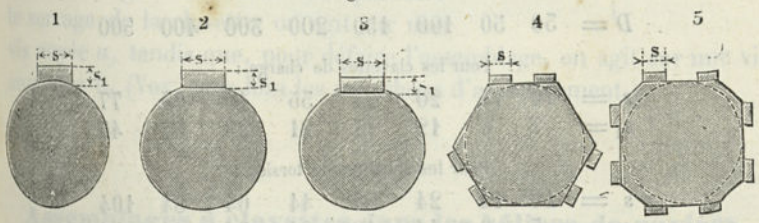
Les clavettes évidées ou clavettes creuses, 1, figure 188.

Les clavettes posées à plat ou clavettes plates, 2, 4, 5, figure 188.

Les clavettes encastrées, 3, fig. 188.

La clavette creuse est utilisée pour les pièces qui travaillent sans

Fig. 188.



chocs et qui n'ont pas besoin d'une fixation très solide, comme, par exemple, les poulies de transmission par courroies; elle produit, par sa pression, l'effet d'un forcement.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

La clavette plate, même lorsqu'on n'en emploie qu'une seule pour la fixation d'une pièce, peut déjà résister à des efforts d'ébranlement assez considérables; lorsqu'on en emploie plusieurs à la fois, comme dans les dispositions 4 et 5 de la figure 188, on obtient une fixation excellente, qui offre une sécurité complète.

Une clavette encastrée, unique, fournit également, pour un moyeu, un mode de liaison très solide, à condition que le moyeu soit bien alésé et que la clavette soit bien ajustée dans ses deux logements. On fait aussi assez souvent usage de ce mode de clavetage pour des organes de machines soumis à des chocs violents; mais alors, par prudence, on multiplie le nombre des clavettes.

La comparaison des dimensions relevées sur un grand nombre de clavettes en service fait ressortir des différences très prononcées, lesquelles s'expliquent, d'ailleurs, assez facilement, puisque la détermination de ces dimensions se fait d'une manière à peu près complètement empirique. Toutefois, on peut établir certaines règles qui suffisent pour les cas ordinaires de la pratique. Au point de vue de la matière à employer, il convient d'adopter exclusivement l'acier. D'un autre côté, on doit distinguer le cas où le moyeu à claveter est simplement soumis à une charge et celui où l'essieu se trouve, en outre, soumis à un effort de torsion. Dans le premier cas, on a des clavettes de charge et, dans le second, des clavettes de torsion. En désignant par D le diamètre de la tête de l'arbre, par s la largeur de la clavette et par s_1 l'épaisseur moyenne, on a :

$$\left.\begin{aligned} &\text{Pour la clavette de charge : } s = 6 + \frac{D}{7}, \quad s_1 = 4 + \frac{D}{12} \\ &\text{Pour la clavette de torsion : } s = 4 + \frac{D}{5}, \quad s_1 = 4 + \frac{D}{10} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (71)$$

Quant à l'inclinaison qui n'existe que d'un côté et qui est reproduite sur le moyeu, on peut la prendre égale à $^1/_{100}$.

On obtient ainsi la série des valeurs suivantes :

$D =$	30	50	100	150	200	300	400	500
Pour les clavettes de charge :								
$s =$	10	13	20	27	35	49	63	77
$s_1 =$	7	8	12	17	21	29	37	46
Pour les clavettes de torsion :								
$s =$	10	14	24	34	44	64	84	104
$s_1 =$	7	9	14	19	24	34	44	54

Pour $D < 30^{mm}$ on prend $s = {}^1/_5 D$, $s_1 = {}^1/_5 D$. Dans le cas où l'on emploie plusieurs clavettes, on conserve assez souvent, pour chacune d'elles,

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

les dimensions de la clavette unique. Dans les moyeux qui sont placés sur leurs essieux avec forcement et qui, pour ce motif, pourraient déjà rester fixés sans le secours d'un clavetage, on donne aux clavettes de torsion des dimensions plus faibles que celles du tableau; on peut adopter, par exemple, celles que fournit ce tableau pour les clavettes de charge.

§ 69.

Assemblages à clavettes de hauteur.

Lorsque la charge d'une clavette se trouve agir normalement aux sections transversales de cette clavette, sa direction peut être positive ou négative, et il existe une différence essentielle entre les deux cas. Si la charge a la direction *H* (fig. 189), l'assemblage doit être considéré comme n'offrant pas de sécurité. Il n'agit, en effet, qu'autant que la clavette produit un forcement entre les deux pièces à relier. La force *H'*, qui agit en sens opposé, produit, au contraire, une véritable clôture de l'assemblage, si la surface de base de la clavette est rugueuse et la surface oblique polie. — Une application de ce genre de clavetage se rencontre dans le dispositif de clavette en arc de *Kernaul* (fig. 190), qui est utilisé pour la fixation de manchons d'accouplement sur arbres de transmission. Si le manchon tourne, par rapport au noyau, dans la direction de la flèche, la clavette en arc agit comme *H'*, dans le cas précédent, et donne un assemblage satisfaisant. Pour produire le serrage de la clavette, on agit sur une vis noyée *a*, tandis que, pour défaire l'assemblage, on agit sur une vis analogue *b*. (Voy. plus loin les manchons d'accouplement.)

Fig. 189.

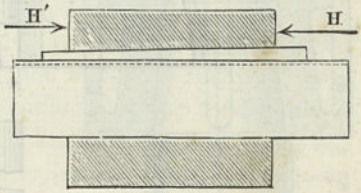
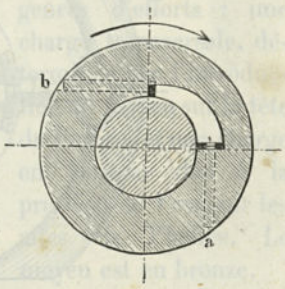


Fig. 190.



§ 70.

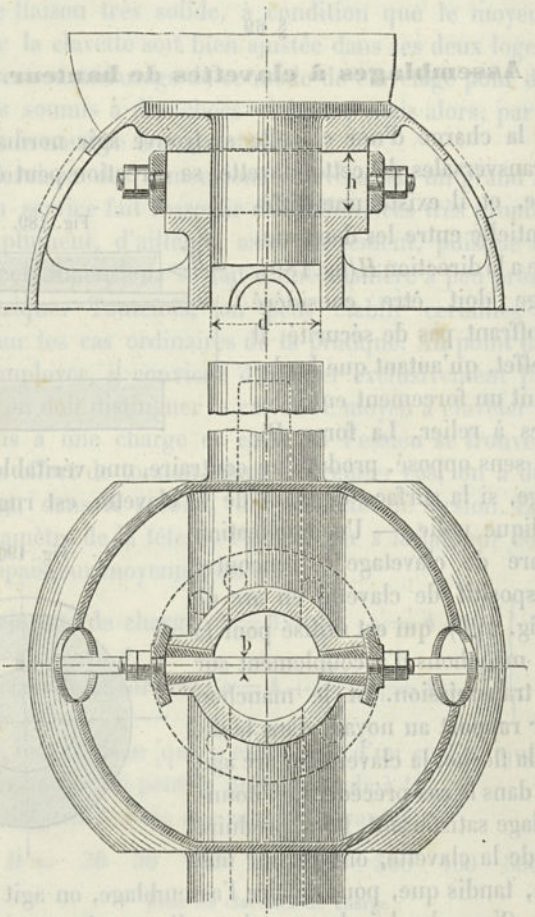
Assemblages à clavettes dans les hélices de navires.

Dans les hélices de navires à vapeur, on fait usage d'assemblages à clavettes établis avec les plus grands soins. La figure 191 indique la

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

disposition adoptée par *Rennie* pour la fixation des deux ailes de l'hélice du *Griffith*. Ici se trouve employée une clavette transversale, qui traverse un tourillon cylindrique, venu de fonte avec l'aile, et qui est réglée au moyen de quatre cales, de manière à donner à l'inclinaison

Fig. 191.



de l'hélice la valeur que l'expérience a indiquée comme la plus convenable. Les cales auxiliaires sont maintenues dans leur position par des calottes sur lesquelles sont serrés à fond deux écrous (Voy. § 71). Les ailes et le moyeu sont en bronze.

1er Exemple. *Dans une application faite par Penn et fils, on trouve* $d = 380^{mm}$ $h = 190^{mm}$, $b = 64^{mm}$.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Figure 192. — Mode de fixation du moyeu de l'hélice sur son arbre, employé par *Maudslay* fils et *Field*, *Ravenhill* et *Hodgson*, etc. — Les organes de fixation se composent ici de deux clavettes rasantes, qui se

Fig. 192.

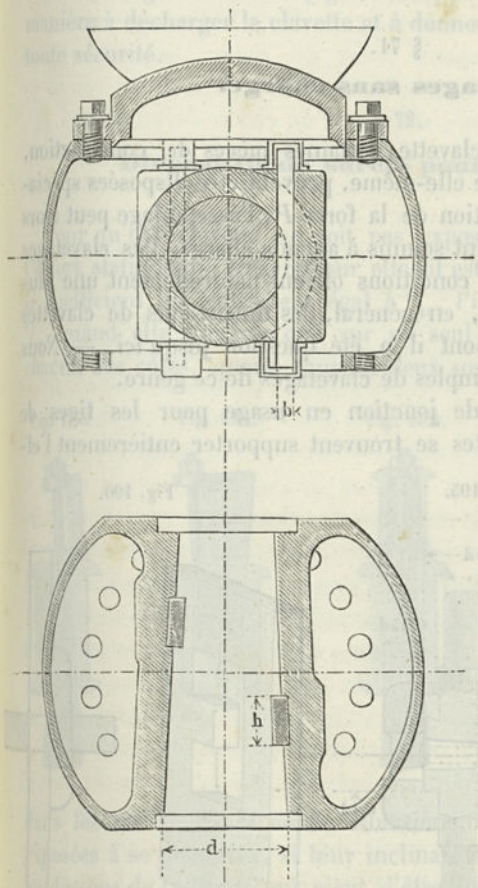
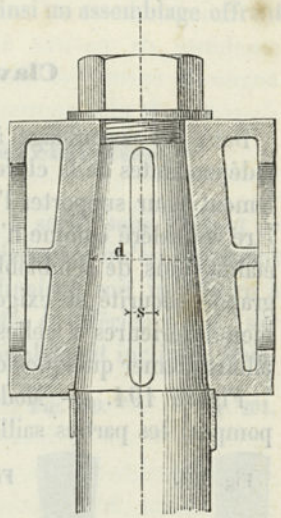


Fig. 193.



trouvent soumises à deux genres d'efforts : une charge transversale, déterminée par l'introduction du moyeu sur la tête de l'arbre, et une charge en hauteur due à la pression de l'eau sur les ailes de l'hélice. Le moyeu est en bronze.

2e **Exemple.** *Dans le « Lord Warden », d est égal au milieu à* 483^{mm}, $l=1346^{mm}$, $h=218^{mm}$, $b=80^{mm}$; *dans le « Lord Clyde »*, $d=512^{mm}$, $l=1372^{mm}$, $h=254^{mm}$, $b=76^{mm}$.

Figure 193. — Fixation du moyeu de l'hélice au moyen de deux clavettes longitudinales, disposées dans un même plan passant par l'axe. La tête de l'arbre est fortement conique; pour chasser le moyeu sur ce cône, on fait usage d'un écrou en bronze à huit pans, de telle sorte que les clavettes n'agissent, en réalité, que comme de simples clavettes longitudinales (clavettes de torsion).

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

3e Exemple. *Sur le « Minotaure », dont la machine a été construite par Penn et fils, d est égal au milieu à* 470^{mm}, $l = 1216^{mm}$, $s = 76^{mm}$.

La clavette transversale ordinaire et celle de la figure 185 sont également utilisées pour la fixation des moyeux d'hélices (1).

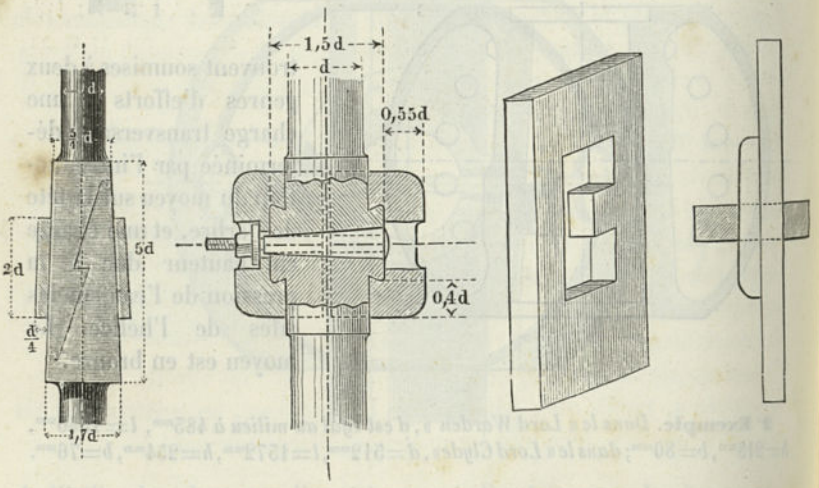
§ 71.

Clavetages sans charge.

Dans un assemblage à clavette certaines pièces de construction, indépendantes de la clavette elle-même, peuvent être disposées spécialement pour supporter l'action de la force P; l'assemblage peut alors être considéré comme n'étant soumis à aucune charge. Des clavetages établis dans de semblables conditions offrent naturellement une plus grande sécurité et exigent, en général, des dimensions de clavettes bien inférieures à celles dont il a été question jusqu'ici. — Nous allons donner quelques exemples de clavetages de ce genre.

Figure 194. — Mode de jonction en usage pour les tiges de pompes; les parties saillantes se trouvent supporter entièrement l'ef-

Fig. 194. Fig. 195. Fig. 196.



fort de traction auquel la tige est soumise; la clavette creuse qui entoure l'assemblage ne sert qu'à le maintenir et agit simplement comme clavette de serrage.

La figure 195 représente un assemblage de tige de pont suspendu.

(1) Voy. à ce sujet l'ouvrage de N. P. Burgh, *Modern Screw Propulsion*, London, 1869.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Le manchon est en deux parties et les rebords coniques ménagés à l'intérieur supportent tout l'effort de traction.

Figure 196. — Assemblage de deux barres plates en croix l'une sur l'autre, de *Bayliss* (1).

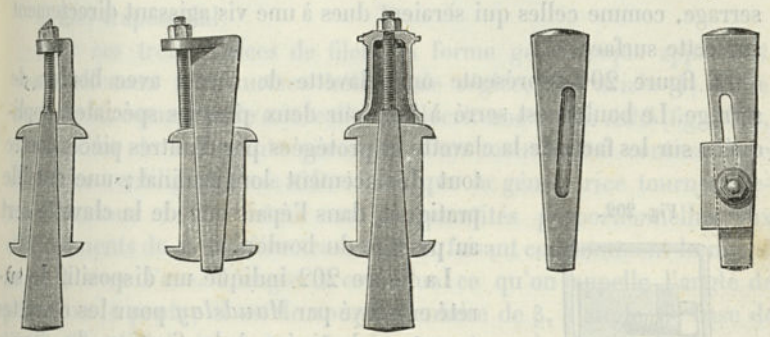
Le clavetage de hauteur (fig. 189, *H*) peut également être disposé de manière à décharger la clavette et à donner ainsi un assemblage offrant toute sécurité.

§ 72.

Dispositifs de sûreté pour les clavettes.

Pour qu'une clavette ne soit pas exposée à sortir sous l'action de l'effort statique qui s'exerce sur elle, il est nécessaire qu'en supposant le coefficient de frottement égal à $^1/_{10}$, l'inclinaison soit inférieure à $^2/_{10}$, quand elle n'existe que sur un seul côté, et inférieure à $^1/_{10}$ sur chacun des côtés, quand tous les deux sont également inclinés. Mais,

Fig. 197. Fig. 198. Fig. 199. Fig. 200. Fig. 201.



dans les cas de chocs ou de vibrations, les clavettes ordinaires sont exposées à se desserrer, si leur inclinaison n'est pas très notablement au-dessous de la limite qui vient d'être indiquée. Afin de se mettre à l'abri de ces chances d'accident et de pouvoir même, dans des cas particuliers, utiliser des inclinaisons plus fortes, on a recours à l'emploi de certains dispositifs de sûreté.

La disposition qui est le plus fréquemment utilisée pour les clavettes transversales et qui assure, dans la plupart des cas, une sécurité suffisante, consiste à fendre le petit bout de la clavette et à l'ouvrir, quand elle est en place. Lorsque la clavette fait partie d'organes soumis

(1) Utilisé par l'inventeur pour grilles, treillages, etc. Voy. *Pract. Mech. Journal*, vol. III, 3e série, p. 342.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

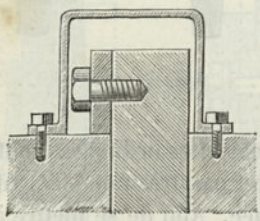
à des mouvements vibratoires, on peut la munir d'une goupille ronde, également fendue.

Pour les clavettes de têtes de bielles, on fait toujours usage de dispositifs de sûreté, du genre de ceux que représentent les cinq figures suivantes. Les figures 197, 198 et 199 donnent les dispositions de clavettes de sûreté avec vis de traction. Dans les locomotives et les machines de navires à vapeur (ceux de guerre notamment), on augmente encore les chances de sécurité, en empêchant l'écrou de se desserrer, le plus souvent par l'addition d'un contre-écrou (*Chap.* IV).

La figure 200 donne une disposition de clavette avec vis de pression; cette vis s'engage dans une rainure, de faible profondeur, pratiquée sur l'une des faces de la clavette; il est évident que, lors même que cette vis n'exercerait pas une pression suffisante pour s'opposer à tout déplacement de la clavette, elle aurait au moins pour résultat de l'empêcher d'être projetée au dehors. L'emploi d'une rainure offre, en outre, cet avantage que les rugosités produites dans le métal par la pression de la vis se trouvent au-dessous de la surface latérale de la clavette et ne peuvent pas, dès lors, la gêner dans son mouvement de serrage, comme celles qui seraient dues à une vis agissant directement sur cette surface.

La figure 201 représente une clavette de sûreté avec boulon de serrage. Le boulon est serré à fond sur deux plaques spéciales, appliquées sur les faces de la clavette et protégées par d'autres pièces contre tout déplacement longitudinal; une entaille pratiquée dans l'épaisseur de la clavette sert au passage du boulon.

Fig. 202.



La figure 202 indique un dispositif de sûreté employé par *Maudslay* pour les clavettes rasantes, destinées à la fixation du moyeu d'hélice de la figure 192. Une petite pièce transversale est fixée par une vis à l'extrémité de la clavette, de manière à constituer une espèce de rebord qui s'oppose au déplacement de cette clavette. — La traverse et la tête de la clavette sont recouvertes d'un chapeau en bronze, fixé également par des vis.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

CHAPITRE QUATRIÈME

BOULONS ET ASSEMBLAGES A BOULONS

§ 75.

Principes géométriques de la vis à écrou.

Dans la construction des machines, les vis à écrous (boulons) sont appliquées à trois usages différents; elles servent à assembler ou à fixer, à exercer des pressions et à transmettre des mouvements. Nous ne nous occuperons ici que des deux premiers genres d'emploi. Au point de vue des formes de sections utilisées pour les filets, on distingue :

Le filet tranchant ou triangulaire,

le filet plat ou carré,

le filet trapézoïdal.

Pour ces trois espèces de filets, la forme géométrique appartient essentiellement à la surface héliçoïdale réglée, dite axiale (1). Cette surface est, comme on le sait, celle que décrit une droite *ABC* (fig. 203), quand l'un de ses points parcourt, d'un mouvement continu, une directrice rectiligne, l'axe *OD*, tandis que la génératrice tourne elle-même autour de ce même axe de quantités proportionnelles aux déplacements du point directeur, tout en faisant constamment le même angle α avec l'axe. L'angle α constitue ce qu'on appelle l'angle de pente, ou la pente; il est le complémentaire de β, l'angle de base de l'héliçoïde. Celui-ci est à angle obtus ou à angle droit, suivant que l'angle α est lui-même obtus ou droit. Le cylindre droit, ayant pour axe *OD*, qui renferme la partie d'héliçoïde limitée que nous considérons, est divisé par la génération de cette surface en une série de filets héliçoïdaux, s'emboîtant les uns dans les autres et dont deux consécutifs sont toujours dans le rapport de vis à écrou. Des hélices qui limitent ces filets, celle qui est la plus rapprochée de l'axe est l'hélice du noyau.

Le chemin que parcourt le point directeur sur l'axe, pendant que la génératrice fait un tour complet, constitue la hauteur du pas ou le pas (s) de l'héliçoïde; l'angle que la tangente à l'hélice décrite par un point de la génératrice forme avec le plan de base du cylindre de

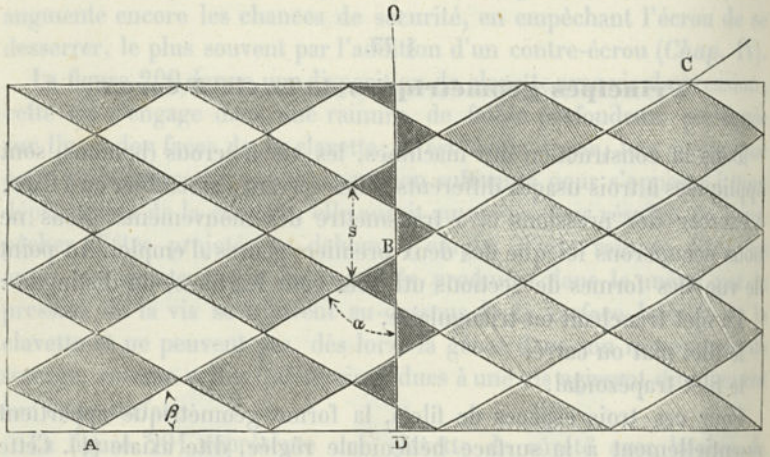
(1) Voy. l'article de l'auteur *Ueber einige Eigenschaften der Regelschraube*, Berliner Verhandlungen, 1878. P. 16.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

cette hélice est ce qu'on appelle l'angle d'inclinaison (σ). D'après cela, les hélices extérieures des filets successifs d'une héliçoïde ont même pas, mais des angles d'inclinaison différents.

La surface du filet, dans les vis à filet triangulaire, se trouve ordinairement constituée par deux portions de surfaces héliçoïdales, décrites

Fig. 203.



par des génératrices faisant avec l'axe des angles de pente supplémentaires; rarement la surface appartient à un seul et même héliçoïde, bien que cela soit possible, comme le montre la figure 203. Les filets carrés sont généralement formés par de simples surfaces héliçoïdales à génératrices normales à l'axe. Dans la vis à filet trapézoïdal, on rencontre à la fois une surface héliçoïdale à génératrice oblique à l'axe et une autre à génératrice normale.

§ 74.

Dimensions des filets dans les vis à filets triangulaires.

Si l'on suppose qu'une force donnée P agisse sur une vis dans une direction parallèle à l'axe, le noyau se trouve soumis à différents genres d'efforts (cas n° 1, page 48); mais l'on peut ne tenir compte que de la résistance de traction, à la condition de prendre pour la tension S une valeur suffisamment petite. — En faisant $S = 2^k,5$, dans le cas d'une vis en fer, on obtient pour le diamètre d_1 du noyau :

$$\left.\begin{aligned} d_1 &= 0{,}7\sqrt{P} \\ P &= 2d_1^2 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (72)$$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

L'écrou est ordinairement à six pans, plus rarement à quatre; nous nous bornerons ici à la première de ces formes. La hauteur de l'écrou est généralement égale au diamètre d du boulon. Dans ces conditions, la résistance des filets engagés est beaucoup plus que suffisante (1); mais une certaine hauteur d'écrou est nécessaire pour que la pression par unité de surface entre les filets conserve une faible valeur et ne dépasse pas, autant que possible, 1^k.

En désignant par t la profondeur des filets, par n le nombre de pas sur la hauteur de l'écrou, on trouve, pour la pression par unité de surface p, dans les vis à filets triangulaires et carrés :

$$p = \frac{S}{4}\frac{1}{n}\frac{d}{t}\left[1 - 3\frac{t}{d} + \left(\frac{t}{d}\right)^2\right]. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (73)$$

En introduisant le pas s et en posant $ns = d$, on obtient :

$$p = \frac{S}{4}\frac{s}{t}\left[1 - 3\frac{t}{s}\frac{s}{d} + \left(\frac{t}{s}\right)^2\left(\frac{s}{d}\right)^2\right]. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (74)$$

Dans les deux formules, le troisième terme de la parenthèse peut généralement être négligé (2).

Au point de vue de la valeur d'un filet, le frottement joue un rôle assez important, dont il convient de tenir compte. Si l'on désigne par

Q l'effort à exercer à l'extrémité du rayon du filet moyen dans une direction normale au plan passant par l'axe,

(1) En dehors des résultats que fournit le calcul à ce sujet, il convient de citer les remarquables expériences qui ont été faites récemment à l'Institut Stevens (Hoboken) et qui ont montré que, au point de vue de la résistance, une hauteur d'écrou égale à $0{,}45d$ ou même $0{,}4d$ serait suffisante. Voy., au sujet de ces expériences, *Railroad Gazette*, (New-York), 1877. Nov. P. 483.

(2) En désignant par φ l'angle d'inclinaison de l'hélice de diamètre d, la surface des filets pour n pas est approximativement :

$$\left(\frac{\pi d}{\cos\varphi} + \frac{\pi(d-2t)}{\cos\varphi}\right) n\frac{t}{2}.$$

La composante parallèle à l'axe de la pression p est $p\cos\varphi$; on a donc :

$$P = p\pi t(d-t)\,n,$$

d'où

$$p = S\frac{\pi}{4}d_1^2 : \pi n\frac{t}{d}\left(1-\frac{t}{d}\right)d^2 = \frac{S}{4}\frac{1}{n}\frac{d}{t}\left(\frac{d-2t}{d}\right)^2 : \left(1-\frac{t}{d}\right).$$

En effectuant la division et en négligeant les puissances de $t:d$ supérieures à la 2e, on retombe sur la formule (73); p est, d'après cela, égal à la pression par unité de surface sur la projection des filets.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

σ' l'angle d'inclinaison de l'hélice de ce filet moyen,
$f = \text{tang}\,\varphi$ le coefficient de frottement,

et si l'on suppose qu'en dehors de la force P on n'ait à vaincre que les frottements sur les filets, on a, pour la vis à filets carrés, dans le cas où le déplacement a lieu en sens contraire de la direction de P :

$$Q = P\frac{f + \text{tang}\,\sigma'}{1 - f\,\text{tang}\,\sigma'} = P\,\text{tang}\,(\varphi + \sigma')$$

Dans le cas où le déplacement doit se faire en sens inverse, l'effort Q' à exercer pour produire le desserrage est

$$Q' = P\frac{f - \text{tang}\,\sigma'}{1 + f\,\text{tang}\,\sigma'} = P\,\text{tang}\,(\varphi - \sigma') \qquad (75)$$

Pour la vis à filets triangulaires, les efforts à exercer dans les deux cas analogues sont donnés par l'expression à double signe :

$$Q = P\frac{f' \pm \text{tang}\,\sigma'}{1 \mp f'\,\text{tang}\,\sigma'} = P\,\text{tang}\,(\varphi' \pm \sigma'). \quad . \quad . \quad . \quad (76)$$

dans laquelle $f' = f : \cos\beta$. Si l'on a à vaincre, en outre, le frottement sur la surface de la base de l'écrou, l'effort Q à exercer se trouve avoir une valeur à peu près double. Dans les formules on peut remplacer, sans erreur sensible, tang σ' par tang σ. Cette dernière valeur est, en général, assez faible pour que le frottement puisse être considéré comme la partie principale de la résistance et pour que Q' n'ait jamais une valeur négative.

§ 75.

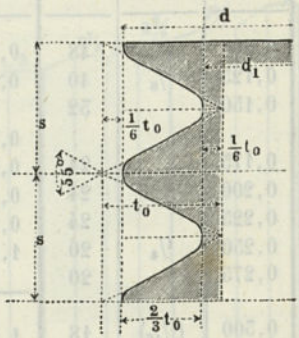
Système de filets de Whitworth.

Sous la désignation de système de filets on comprend un ensemble de règles fixes qui servent à déterminer, pour les boulons, les détails de forme du profil des filets, les pas et les gradations des diamètres. *Whitworth* est le premier qui, en 1841, ait proposé l'adoption de règles de cette nature. Plus tard la question a été l'objet de sérieuses études, et, dans ces dernières années, elle a donné lieu à de vives discussions en Allemagne, lors de l'introduction du système métrique dans ce pays. Des voix très-autorisées se sont prononcées pour l'adoption complète du système de *Whitworth*, tandis que d'autres ingénieurs

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

ont émis l'avis qu'il serait préférable d'établir un système nouveau basé sur l'emploi des mesures métriques. Il y a évidemment là deux directions d'idées différentes, dont nous aurons à tenir compte dans ce qui va suivre.

Fig. 204.



Dans le système proposé par *Whitworth*, le filet se trouve limité par un triangle isocèle, dont la base est égale au pas et l'angle au sommet de 55°, ce qui donne, pour la hauteur du triangle, $t_0 = 0{,}96\,s$. A l'intérieur et à l'extérieur, le filet doit être arrondi sur une longueur égale à $^1/_6\,t_0$, de telle sorte qu'on a, pour la profondeur réelle, $t = 0{,}64\,s$. L'angle au sommet dont il vient d'être question est le double de l'angle à la base β de la génératrice de la surface héliçoïdale du filet. *Whitworth* déterminait les pas au moyen d'une table (1), dans laquelle les valeurs de ces pas étaient inscrites en regard de celles des diamètres. Dans ce système, l'établissement de la section du filet donnait lieu à quelques difficultés et les gradations des diamètres et des pas présentaient certaines imperfections, qui avaient fini par devenir sensibles avec le temps. *Whitworth* lui-même n'était pas complètement satisfait de la gradation des diamètres et, en 1857, il se décida à remplacer son ancienne échelle par une nouvelle, qui, depuis cette époque, a été adoptée en Angleterre pour tous les boulons (2).

Dans la table que nous donnons ci-après, nous avons inséré les valeurs de l'ancienne et de la nouvelle échelle de *Whitworth*; d et s sont exprimés en pouces anglais. Les valeurs $^5/_{16}$ et $^7/_{16}$ de pouce, qui, dans cette table, sont inscrites entre parenthèses, n'entrent qu'approximativement dans la nouvelle échelle.

(1) *Briggs* est arrivé à exprimer la valeur du pas, dans le système de *Whitworth*, d'une manière relativement exacte, par la formule :

$$s = 0{,}1075d - 0.0075d^2 + 0.024.$$

(2) Voy. *Eng.* et *Arch. Journal*, 1857, p. 262, et 1858, p. 48. Voy. aussi *Shelley*, *Workshop Appliances*. London, 1876. P. 102.

Dans les discussions qui ont eu lieu à la Société des Ingénieurs civils, en Allemagne, ce changement d'échelle n'a été signalé par personne.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

NOUVELLE ÉCHELLE d	ANCIENNE ÉCHELLE d	$\frac{1}{s}$	NOUVELLE ÉCHELLE d	ANCIENNE ÉCHELLE d	$\frac{1}{s}$	NOUVELLE ÉCHELLE d	ANCIENNE ÉCHELLE d	$\frac{1}{s}$
0,100		48	0,675		11	3,250	3 1/4	3 1/4
0,125	1/8	40	0,700		11	3,500	3 1/2	3 1/4
0,150		32				3,750	3 3/4	3
			0,750	3/4	10	4,000	4	3
0,175		24	0,800		10			
0,200		24	0,875	7/8	9			
0,225		24	0,900		9	4,250	4 1/4	2 7/8
0,250	1/4	20	1,000	1	8	4,500	4 1/2	2 7/8
0,275		20				4,750	4 3/4	2 3/4
						5,000	5	2 3/4
0,300	(5/16)	18	1,125	1 1/8	7			
			1,250	1 1/4	7			
0,325		18	1,375	1 3/8	6	5,250	5 1/4	2 3/8
0,350		18	1,500	1 1/2	6	5,500	5 1/2	2 3/8
0,375	3/8	16	1,625	1 5/8	5	5,750	5 3/4	2 1/2
0,400		16	1,750	1 3/4	5	6,000	6	2 1/2
0,425		14	1,875	1 7/8	4 1/2			
0,450	(7/16)	14	2,000	2	4 1/2		1/8	28
0,475		14					1/4	19
0,500	1/2	12	2,125	2 1/8	4 1/2		3/8	19
			2,250	2 1/4	4		1/2	14
0,525		12	2,375	2 3/8	4		3/4	14
0,550		12	2,500	2 1/2	4		1	11
0,575		12	2,675	2 5/8	4		1 1/4	11
0,600		12	2,750	2 3/4	3 1/2		1 1/2	11
0,625	5/8	11	2,875	2 7/8	3 1/2		1 3/4	11
0,650		11	3,000	3	3 1/2		2	11

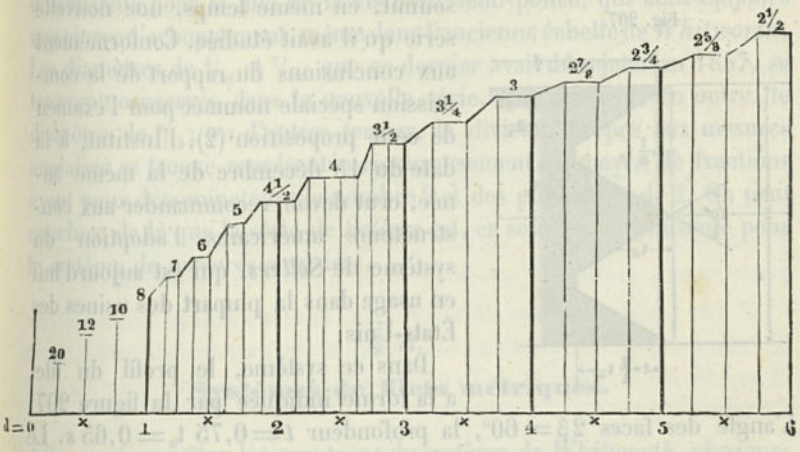
Appendice. — Filets de Whitworth pour tuyaux de gaz.

Au point de vue de la régularité dans la progression, les valeurs de cette table laissent à désirer. Cette imperfection se trouve mise en évidence, sous une forme plus sensible, dans les figures 205 et 206, qui ont été construites en prenant pour abscisses les valeurs des diamètres et pour ordonnées celles des pas; les chiffres inscrits sur la ligne brisée sont ceux du tableau, c'est-à-dire les inverses des pas ($\frac{1}{s}$). La figure 205 représente les variations des pas pour les valeurs des diamètres comprises entre 1 et 6 pouces anglais, tandis que la figure 206 donne ces mêmes variations pour les valeurs des diamètres, depuis un dixième de pouce jusqu'à un pouce. La cause des irrégularités qu'on constate ici dans les gradations des diamètres et des pas tient évidemment au système de mesures employé. Frappé des inconvénients que

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

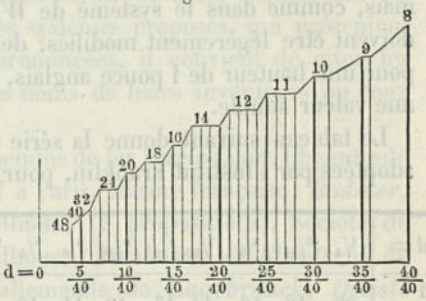
présentait sa première échelle, *Whitworth* avait eu l'intention d'adopter

Fig. 205.



le système décimal pour les variations de diamètres ; mais comme, d'un autre côté, il désirait conserver, dans sa série, les subdivisions $^1/_4$ et $^1/_8$ (en sacrifiant simplement le $^1/_{16}$), il a été conduit à introduire, dans cette série, le $^1/_{40}$ avec ses multiples (fig. 206).

Fig. 206.



La pression par unité de surface p se calcule au moyen de la formule (74), *dans laquelle on doit faire* $t = 0{,}64s$; *on a ainsi :*

$$\frac{p}{S} = \frac{1}{4.0{,}64}\left[1 - 1{,}9\,\frac{s}{d} + 0{,}4\left(\frac{s}{d}\right)^2\right].$$

En prenant $S = 2{,}5$, *les valeurs de p fournies par cette formule, pour* $d = 0{,}1''$, $3''$ *et* $6''$, *sont respectivement* $0^k{,}60$, $0^k{,}81$ *et* $0^k{,}85$, *valeurs qui doivent être considérées comme tout à fait satisfaisantes. Les valeurs de tang* α *correspondant à ces mêmes valeurs de d sont* 0,0663, 0,0303 *et* 0,0212.

§ 76.

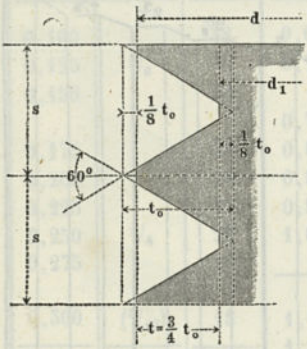
Système de filets de Sellers.

Dans le but de mettre fin à l'état de confusion et de gêne qu'avait amené, dans les États-Unis de l'Amérique du Nord, l'emploi de filets

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

de systèmes différents, *William Sellers* proposa à l'Institut Franklin (1), en avril 1864, l'adoption d'un système uniforme de dimensions et lui soumit, en même temps, une nouvelle série qu'il avait étudiée. Conformément aux conclusions du rapport de la commission spéciale nommée pour l'examen de cette proposition (2), l'Institut, à la date du 15 décembre de la même année, crut devoir recommander aux constructeurs américains l'adoption du système de *Sellers*, qui est aujourd'hui en usage dans la plupart des usines des États-Unis.

Fig. 207.



Dans ce système, le profil du filet a la forme indiquée par la figure 207. L'angle des faces $2\beta = 60°$, la profondeur $t = 0{,}75\ t_o = 0{,}65\ s$. Le pas se calcule d'après la formule $s = 0{,}24\sqrt{d + 0{,}625} - 0{,}175$; mais, comme dans le système de *Whitworth*, les résultats du calcul doivent être légèrement modifiés, de manière que le nombre des pas pour une hauteur de 1 pouce anglais, où la réciproque du pas ($^1/_s$), ait une valeur simple.

Le tableau suivant donne la série des dimensions correspondantes, adoptées par l'Institut Franklin, pour les diamètres et les pas :

$d =$	1/4	5/16	3/8	7/16	1/2	9/16	5/8	3/4	7/8	1	1 1/8	1 1/4	1 3/8	1 1/2	1 3/8	1 3/4	1 7/8
$\frac{1}{s} =$	20	18	16	14	13	12	11	10	9	8	7	7	6	6	5 1/2	5	5
$d =$	2	2 1/4	2 1/2	2 3/4	3	3 1/4	3 1/2	3 3/4	4	4 1/4	4 1/2	4 3/4	5	5 1/4	5 1/2	5 3/4	6
$\frac{1}{s} =$	4 1/2	4 1/2	4	4	3 1/2	3 1/2	3 1/4	3	3	2 7/8	2 3/4	2 5/8	2 1/2	2 1/2	2 3/8	2 3/8	2 1/4

Le filet de *Sellers* peut très-bien être comparé à celui de *Whitworth*, puisque, malgré la différence de profil, il a presque exactement la même profondeur. Son angle est très-commode et le profil a une forme si simple que toute usine pourvue d'un bon outillage est en mesure de fabriquer les tarauds nécessaires. Tous ces avantages expliquent la rapidité extraordinaire avec laquelle ce système s'est répandu en Amérique. La gradation des pas est, d'ailleurs, plus continue que dans la

(1) *Journal of the Franklin Institute*, 1864. Vol. XLVII. P. 344.
(2) Même journal, 1865. Vol. XLIX. P. 53.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

série de *Whitworth*, et, en particulier, le saut qui existe, dans cette dernière, pour $d = {}^1/_2''$ se trouve évité; on arrive, en effet, à une valeur satisfaisante pour le filet de la vis d'un demi-pouce, qui était toujours une pierre d'achoppement, même dans l'ancienne échelle de *Whitworth*. Les diamètres de ${}^5/_{16}$ et ${}^7/_{16}$, que ce dernier avait dû rejeter en 1857, se trouvent conservés dans la nouvelle série, qui contient, en outre, le diamètre de ${}^9/_{16}$; en d'autres termes, la division propre aux mesures anglaises se trouve représentée rigoureusement au moyen de fractions ayant pour dénominateurs le nombre 2 et des puissances de 2. On peut conclure de là que la série de *Sellers* est, en somme, satisfaisante pour le système de mesures anglaises.

§ 77.

Systèmes de filets métriques.

Sans méconnaître les avantages du système de *Whitworth*, plusieurs ingénieurs ont cherché à établir des séries de filets fondées sur les mesures métriques. Parmi tous les systèmes proposés, qui présentent entre eux des différences assez prononcées, il convient de citer les quatorze suivants, connus sous les noms de leurs inventeurs ou ceux des usines qui les emploient :

Armengaud, *Redtenbacher*, Chemins de fer *Paris-Lyon*, Chemins de fer du *Nord* (français); J. F. *Cail* à Paris, Marine française; *Bodmer*, *Ducommun* et *Steinlen*, de Mulhouse (2 propositions), Société de construction de machines de Mulhouse, *Reishauer* et *Bluntschi* de Zurich, Société des ingénieurs allemands de *Saarbrouck*, *Delisle* (2 propositions).

Les formules et les tables, pour le calcul des boulons, qui figuraient dans la précédente édition de ce traité, ont également été considérées, mais à tort, par quelques personnes comme constituant un système spécial; l'auteur n'avait pas eu la prétention de créer une série nouvelle; il s'était borné à établir des formules en mesures métriques, en partant des bases du système de *Whitworth*.

Le grand nombre de recherches auxquelles a donné lieu la question des systèmes métriques, et dont nous venons d'énumérer les principales, permet déjà de reconnaître que le problème à résoudre présente de sérieuses difficultés, et l'on ne peut espérer arriver à une solution supérieure à celles qui ont été proposées jusqu'ici qu'à la condition de se rendre parfaitement compte des avantages et des inconvénients que comporte chaque solution. Si l'on arrive jamais à l'adoption d'un système uniforme de dimensions pour les boulons et les vis, les con

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

ditions suivantes sont de celles qui paraissent incontestablement devoir être observées :

1° *La forme du profil doit pouvoir être exécutée facilement, avec toute la précision désirable.* A ce point de vue on ne saurait recommander l'arrondissement des angles, tel qu'il se pratique dans le système de *Whitworth*, et il semble préférable de recourir à un simple chanfrein, comme dans le système de *Sellers*.

2° *Le pas doit, autant que possible, pouvoir se déduire des formules, sans quil soit nécessaire d'arrondir les chiffres.* Les pas de *Whitworth* et de *Sellers* ne sont pas à recommander, car leurs valeurs, pour devenir pratiques, ont dû presque toutes être arrondies (1).

3° *Les gradations des diamètres des boulons doivent être établies de telle sorte qu'aucun d'eux ne comporte de fractions de millimètres et que les divers termes de la série ne s'écartent pas trop du système décimal.*

Ces trois conditions doivent, autant que possible, se trouver remplies entre des limites assez étendues pour les diamètres, depuis une valeur de d très faible jusqu'à $d = 80^{mm}$ au moins. Parmi les quatorze systèmes énumérés un peu plus haut, trois seulement peuvent être considérés comme susceptibles d'être pris en considération, en tenant compte de ces conditions. Il convient, dès lors, de les soumettre à un examen spécial.

§ 78.

Systèmes de Delisle (n° I), de la Société des ingénieurs de Saarbrouck et de Delisle (n° II).

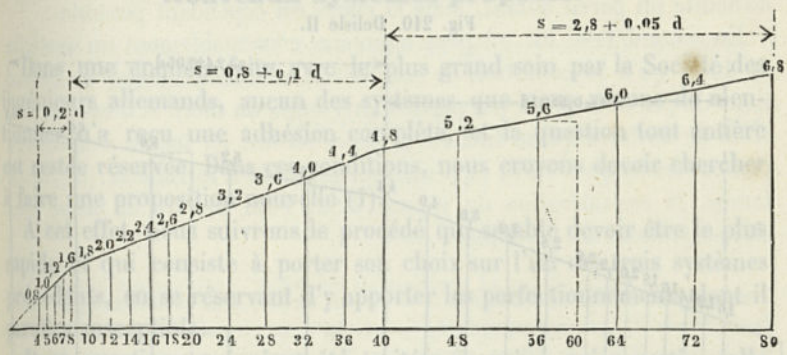
Les trois figures suivantes, 208, 209 et 210, représentent les rampes des pas dans les trois systèmes proposés, le premier (n° I) et le dernier (n° II) par l'ingénieur *Delisle*, et le second par la Société des ingénieurs de Saarbrouck. Dans ces figures, les pas sont portés en ordonnées à cinq fois leur grandeur naturelle et les diamètres correspondants des boulons sont inscrits au pied de ces ordonnées; toutes les valeurs de d et s sont, en outre, réunies dans un tableau. Le profil du filet, dans les deux premiers cas, est exactement le même que dans le système de *Sellers*, tandis que, dans le dernier, l'angle de base $\beta = 26°34'$. Cette valeur est précisément celle que l'on obtient, lorsqu'on suppose la profondeur théorique du pas, c'est-à-dire la hauteur du triangle, égale au pas (s); cet angle a, par suite, l'avantage d'être

(1) Dans l'ancienne série de *Whitworth*, les 33 valeurs de pas sont arrondies; dans celle de *Sellers*, il y en a 31 sur 34.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

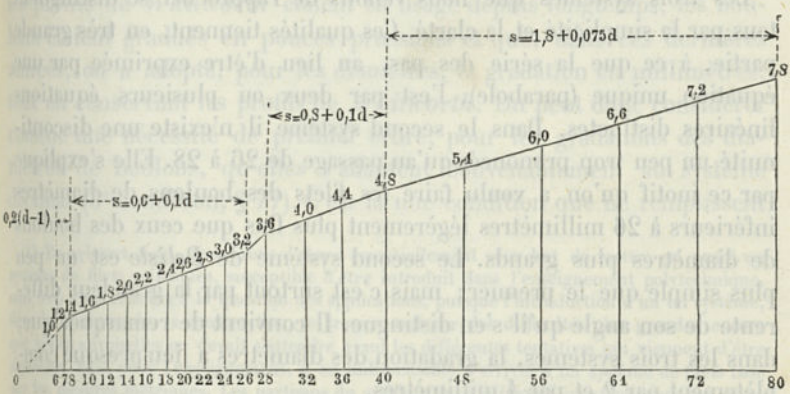
d'un tracé très-facile. Les arêtes sont coupées comme dans le filet de *Sellers*.

Fig. 208. Delisle I.



$d=$	4	5	6	7	8	10	12	14	16	18	20	24	28	32	36	40	48	56	64	72	80
$s=$	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4	2,6	2,8	3,2	3,6	4,0	4,4	4,8	5,2	5,6	6,0	6,4	6,8

Fig. 209. Société de Saarbrouck.



$d=$	6	7	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	33	36	40	48	56	64	72	80
$s=$	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4	2,6	2,8	3,0	3,2	3,6	4,0	4,4	4,8	5,4	6,0	6.6	7,2	7,8

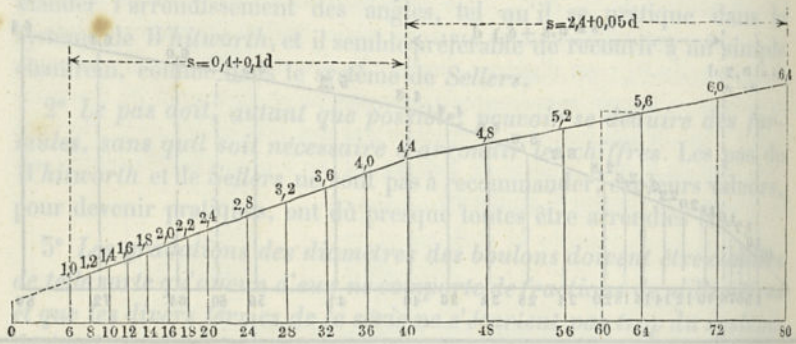
Dans une interpolation de diamètre entre deux termes de la série (système N° I), on doit prendre, pour valeur du pas, celle qui correspond au terme le plus faible. (Voir la fig. 208 pour $d = 60$.)

Le système de la Société de Saarbrouck ne donne lieu à aucune interpolation.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Dans une interpolation entre deux termes (Système n° II), on doit prendre pour valeur du pas celle qui correspond au terme le plus élevé (1) (Voir la fig. 210 pour $d = 60$).

Fig. 210. Delisle II.



$d =$	6	8	10	12	14	16	18	20	24	28	32	36	40	48	56	64	72	80
$s =$	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4	2,8	3,1	3,6	4,0	4,4	4,8	5,2	5,6	6,0	6,4

Les trois systèmes que nous venons de rapprocher se distinguent tous par la simplicité et la clarté. Ces qualités tiennent, en très grande partie, à ce que la série des pas, au lieu d'être exprimée par une équation unique (parabole), l'est par deux ou plusieurs équations linéaires distinctes. Dans le second système il n'existe une discontinuité un peu trop prononcée qu'au passage de 26 à 28. Elle s'explique par ce motif qu'on a voulu faire les filets des boulons de diamètres inférieurs à 26 millimètres légèrement plus fins que ceux des boulons de diamètres plus grands. Le second système de *Delisle* est un peu plus simple que le premier; mais c'est surtout par la grandeur différente de son angle qu'il s'en distingue. Il convient de remarquer que, dans les trois systèmes, la gradation des diamètres a lieu presque complètement par 2 et par 4 millimètres.

Au point de vue de l'angle d'inclinaison, les trois systèmes peuvent être considérés comme satisfaisants; il en est de même des valeurs de la pression par unité de surface. Si l'on reprend, en effet, la formule (74) *et si l'on suppose, comme précédemment,* $S = 2^k,5$, *on trouve que les valeurs de p oscillent entre les limites suivantes :*

Delisle I	*entre*	0,60	*et*	0,80
Soc. de Saarbrouck	*entre*	0,60	*et*	0,78
Delisle II	*entre*	0,53	*et*	0,69.

(1) L'ingénieur *Delisle* a prévu, en réalité, dans ses deux systèmes, des diamètres interpolés; mais ici on les a supprimés dans les figures et dans les tableaux, pour arriver à une plus grande clarté.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 79

Nouveaux systèmes proposés.

Dans une enquête faite avec le plus grand soin par la Société des ingénieurs allemands, aucun des systèmes que nous venons de mentionner n'a reçu une adhésion complète, et la question tout entière est restée réservée. Dans ces conditions, nous croyons devoir chercher à faire une proposition nouvelle (1).

A cet effet, nous suivrons le procédé qui semble devoir être le plus rapide et qui consiste à porter son choix sur l'un des trois systèmes précédents, en se réservant d'y apporter les perfectionnements dont il paraîtra susceptible.

Deux questions qui n'ont été traitées jusqu'ici qu'en partie, celle des gradations de diamètres et celle des profils de filets, exigent quelques explications plus étendues.

La gradation et les grandeurs effectives des diamètres ont une importance supérieure à celle de la gradation des pas. Comme preuve à l'appui, nous pouvons faire remarquer qu'en Prusse, par exemple, où les profils de *Whitworth* étaient en usage depuis longtemps, les boulons étaient gradués en pouces prussiens et que, dans ces dernières années, on a adopté, pour les diamètres, la gradation en millimètres, tout en conservant les profils de *Whitworth*. On peut donc considérer comme une nécessité de premier ordre, pour les gradations des diamètres de boulons, qu'elles s'adaptent convenablement au système décimal (3e condition, § 77). C'est là une condition que ne remplissent

(1) En agissant ainsi, nous avons d'abord essentiellement pour but de mettre en avant un système de filets métriques, susceptible d'être introduit dans l'enseignement polytechnique, sans trop nous attacher à la question des applications, puisque l'introduction d'un tel système, dans la pratique de la construction, se trouve soulever des difficultés plus grandes encore que celles auxquelles on devait s'attendre avant les différentes tentativss qui viennent d'être signalées. Mais, pour l'enseignement, il est indispensable d'arriver à un système de filets basé sur les mesures métriques. Les partisans du système de *Whitworth* insistent pour son adoption comme système international, et cela avec d'autant plus d'énergie qu'ils constatent la grande extension du système américain, lequel est même parvenu à s'introduire en quelques points de l'Allemagne. Ils cherchent à éviter les difficultés résultant du système de mesures, en admettant que les diamètres seront exécutés en pouces anglais, tandis que, dans les dessins, chacun d'eux sera représenté par le nombre entier de millimètres qui se rapproche le plus de la valeur réelle, tout en la dépassant. Il est peu probable qu'un semblable procédé n'ait pas pour résultat d'entraîner, dans la pratique, des confusions et des erreurs; en tout cas, il est certain que, pour les écoles, son adoption serait tout à fait impossible. Il semble, d'ailleurs, qu'on ne peut guère limiter cette proposition à l'ancienne échelle de Whitworth, et, d'un autre côté, la nouvelle échelle, avec son grand nombre de termes, se prêterait très mal à un compromis de ce genre. Un examen comparatif des trois diagrammes du § précédent et de ceux des Fig. 205 et 206 montre également que vouloir conserver le système de Whitworth, ce serait abandonner le simple pour maintenir le compliqué, et cela au prix d'efforts qui ne seraient nullement en rapport avec le résultat à obtenir.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

pas complètement les trois systèmes précédents, puisque des nombres aussi naturels que 30, 50, 60, 70 ne figurent pas parmi les termes de leurs séries. On ne peut sans doute pas espérer faire disparaître sans difficulté un pareil défaut, mais la chose est cependant possible.

En second lieu, on ne peut apprécier convenablement un système de filets qu'à la condition de considérer, en même temps, les gradations de pas et le profil (en particulier l'angle du filet). Il n'est pas possible de déclarer qu'un filet est grossier ou fin, en tenant simplement compte du rapport $s : d$, et il est indispensable d'introduire, en même temps, la considération du rapport $t : d$. Pour rendre la chose plus claire, prenons un exemple.

Exemple. *Si des systèmes I et II de Delisle on tire deux diamètres égaux avec des hauteurs de pas correspondants égales, les deux vis qu'on obtient ainsi n'ont pas le même degré de finesse. Supposons, par exemple, qu'on prenne, dans les deux cas,* $d = 60^{mm}$, *ce qu'on peut faire, comme nous l'avons vu, par interpolation, on trouve alors, pour les deux pas,* $s = 5{,}6$ (*Voy. les lignes pointillées des figures* 208 *et* 210) *et on obtient, par suite, des angles d'inclinaison égaux pour les deux vis. Mais il n'en est pas de même pour les profondeurs des filets t; on a, en effet :*

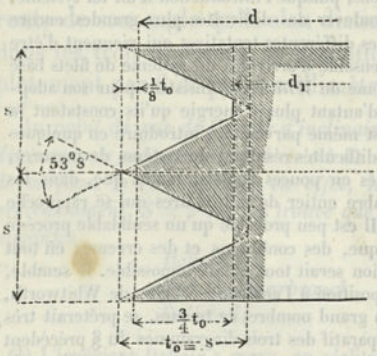
$$\text{d'après } I : t = {}^3/_4\, t_0 = 0{,}65\ s = 3^{mm},64$$
$$\text{»} \quad II : t = {}^3/_4\, t_0 = 0{,}75\ s = 4^{mm},20.$$

D'où l'on déduit, pour le diamètre du noyau :

$$\text{dans le cas } I : d_1 = 52^{mm},72 \text{ et pour la section : } 2182^{mm\cdot q}$$
$$\text{« } II : d_1 = 51^{mm},60 \text{ » » } 2091^{mm\cdot q}.$$

ce qui donne une différence de près de 5 p. % dans la résistance des deux vis, dont l'une paraît moins fine que l'autre. On voit, d'après cela, que, dans le choix de s : d. il convient d'avoir égard au profil du filet, et c'est ce qu'avait eu soin de faire l'ingénieur Delisle en proposant, en même temps, deux systèmes tout à fait distincts.

Fig. 211.



Quant à la question de savoir si l'angle de 53°,8 doit être préféré à l'angle de 60° de *Sellers*, elle reste jusqu'ici en suspens. Toutefois, il convient de remarquer que des systèmes énumérés précédemment, deux se sont prononcés pour le dernier angle, cinq pour le premier et trois pour un angle encore plus petit; nous devons ajouter que l'enquête des ingénieurs allemands a constaté une tendance à aller plutôt au-dessous qu'au-dessus de l'angle de 55°

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

de *Whitworth*. Nous choisirons, d'après cela, pour l'angle des filets (fig. 211).

$$\left.\begin{aligned} 2\beta &= 55°,8' \text{ correspondant à } t_0 = s \\ \text{et, en outre : } t &= {}^3/_4\, t_0 = {}^3/_4\, s. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad (77)$$

Quant au pas, nous le déterminerons par les relations suivantes : pour $d = 4$ jusqu'à 40^{mm} :

$$s = 0{,}4 + 0{,}1\ d. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (78)$$

pour $d = 40$ jusqu'à 80^{mm} et au-dessus (1) :

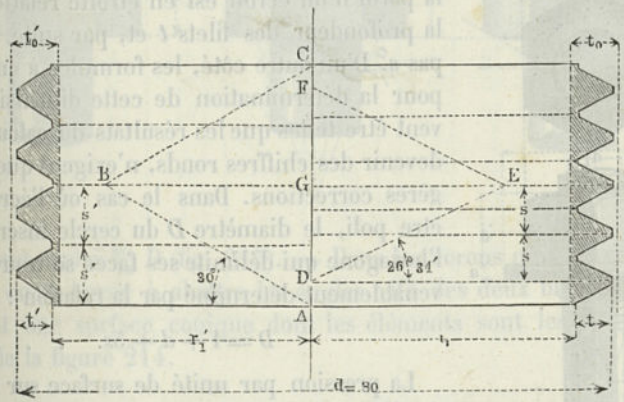
$$s = \quad 2 + 0{,}06d. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (79)$$

enfin nous adopterons, pour les diamètres, la gradation :

		4	5	6	7	8	9	10		
12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32
	36	40	.	45	.	50	60	70	80	

La formule (78) *concorde avec celle de Delisle* (II) *pour les valeurs de d comprises entre* 6 *et* 40^{mm}. *Il nous paraît superflu, pour les diamètres, d'interpoler entre les termes de la série précédente; toutefois, si l'on jugeait utile de le faire, il n'y aurait pas lieu de s'écarter des formules précédentes pour s, puisque les termes intermédiaires, dans le second et le troisième groupe de la série, donnent encore, comme*

Fig. 212.



pour les termes de cette série elle-même, des valeurs rondes et que, dans ces conditions, la confection des tarauds, au moyen du tour à fileter, ne saurait présenter de difficultés sérieuses.

(1) Jusqu'ici on n'a pas jugé utile, en Allemagne et en France, de dépasser pour d le chiffre de 80^{mm}; si l'on allait jusqu'à $d = 150^{mm}$, qui correspond très sensiblement à la valeur supérieure des séries de *Whitworth* et de *Sellers*, on obtiendrait $s = 11$, valeur tout à fait admissible. Voir § 87.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Dans le cas où l'on désirerait faire usage de l'angle de 60°, tout en conservant les avantages mentionnés, il conviendrait de prendre :

$$\left.\begin{array}{llll} \text{pour } d=4 \text{ jusqu'à } d=8^{mm} & s'=0{,}2d & \text{(avec Delisle I)} \\ \text{» } d=8 \text{ » } d=40 & s'=0{,}8+0{,}1d & \text{(avec Delisle I)} \\ \text{» } d=40 \text{ » } d=80 & s'=1{,}6+0{,}08d & \end{array}\right\} \quad (80)$$

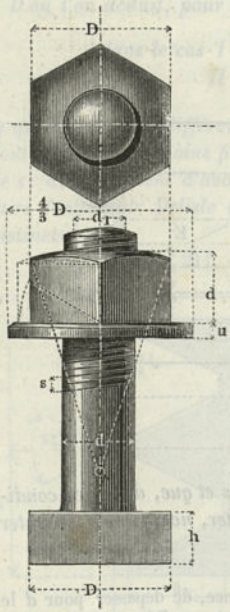
De ces expressions la dernière permet de faire entrer de nouveau en série les termes 30, 45, 50, 60, 70 et elle pourrait certainement être utilisée pour des valeurs de d supérieures à 80mm. Pour comparer les résultats donnés par cette dernière formule avec ceux que fournit la formule (79), il suffit de se reporter à la Fig. 212, où l'on a indiqué les profils de filets déduits de ces deux formules. Les rayons r_1 et r_1' des noyaux se trouvent être très sensiblement égaux, ainsi que les profondeurs des filets, tandis que les profils sont très notablement différents, comme le montrent, à plus grande échelle, les triangles ABC et DEF.

Au lieu de donner aux filets de notre série des numéros allant de I à XXV, nous désignerons un filet par l'indication du chiffre du diamètre du boulon correspondant, en le faisant précéder de l'abréviation N°. Ainsi, par ex., le filet N° 20 serait celui pour lequel d = 20mm. Une usine de construction qui n'utiliserait pas certains numéros de filets n'aurait qu'à les laisser de côté, tandis que les mécaniciens de grande précision pourraient, s'ils en éprouvaient le besoin, intercaler de nouveaux numéros dans la série, sans perdre aucun de ses avantages.

§ 80.

Ecrous, Rondelles, Têtes de Boulons.

Fig. 213.



L'épaisseur qu'il est nécessaire de donner à la paroi d'un écrou est en étroite relation avec la profondeur des filets t et, par suite, avec le pas s. D'un autre côté, les formules à employer pour la détermination de cette dimension doivent être telles que les résultats du calcul, pour devenir des chiffres ronds, n'exigent que de légères corrections. Dans le cas où l'écrou doit être poli, le diamètre D du cercle inscrit dans l'hexagone qui délimite ses faces se trouve convenablement déterminé par la relation :

$$D=1+d+5s. \quad . \quad . \quad . \quad (81)$$

La pression par unité de surface sur la base de l'écrou atteint, au maximum, $1^k,7$ (pour $d=80$). Pour les écrous qui doivent rester bruts, il convient de leur donner des dimensions un peu plus fortes et de prendre (1) :

$$D_1=D+3=4+d+5s. \quad (82)$$

(1) Avec *Sellers*, qui au diamètre D ajoute $^1/_8$ de pouce.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Au-dessous de $d = 10^{mm}$, il est rare que les écrous restent bruts.

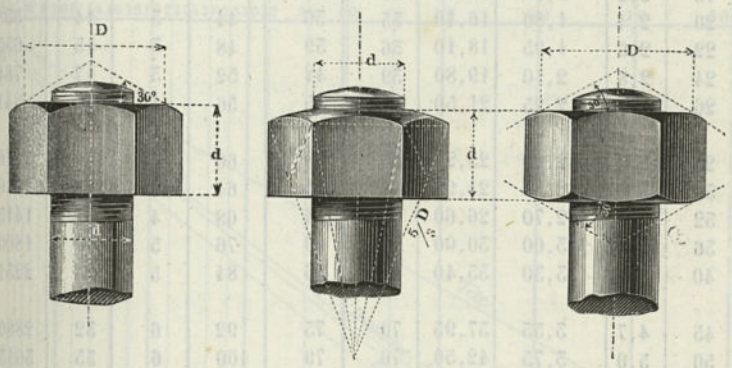
L'interposition d'une rondelle se trouve particulièrement indiquée toutes les fois que l'écrou doit reposer sur une surface imparfaitement dressée. Le diamètre U de cette rondelle et son épaisseur u (fig. 213) sont donnés par les formules :

$$\left.\begin{aligned} U &= d + 10s \\ u &= {}^{5}/_{4}\, s \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (83)$$

La tête du boulon, qui est souvent encore à quatre pans, bien qu'il soit préférable de lui en donner six, conserve le même diamètre de cercle inscrit que l'écrou, D ou D_1, et sa hauteur h est égale à $0{,}7d$.

Dans les écrous polis, la surface supérieure est ordinairement une portion de cône, dont le diamètre et l'angle à la base sont respectivement D et 30° (fig. 214), ou encore une surface sphérique, dont le

Fig. 214. Fig. 215. Fig. 216.



rayon est égal à ${}^{5}/_{3}\, D$ (fig. 215). — Dans les écrous qui doivent rester bruts, on se borne à abattre les angles vifs des deux bases (fig. 216) suivant une surface conique dont les éléments sont les mêmes que ceux de la figure 214.

§ 81.

Table et échelle de proportions pour les Boulons.

La table suivante renferme les dimensions à employer pour les boulons, dimensions qui ont été déterminées d'après les développe-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

ments précédents et dans les conditions de charge admises pour la formule (72).

BOULON	PAS	PROFONDEUR	NOYAU	ÉCROU		RONDELLE		TÊTE	CHARGE
d	s	t	d_1	D	D_1	U	u	h	P
4	0,8	0,60	2,80	9	—	12	1	3	16
5	0,9	0,68	3,65	10,5*	—	14	1	3,5	27
6	1,0	0,75	4,50	12	—	16	1	4	41
7	1,1	0,83	5,35	13,5*	—	18	1,5	5	57
8	1,2	0,90	6,20	15	—	20	1,5	6	77
9	1,3	0,98	7,05	16,5*	—	22	1,5	6	99
10	1,4	1,05	7,90	18	21	24	1,5	7	125
12	1,6	1,20	9,60	21	24	28	2	8	184
14	1,8	1,35	11,30	24	27	32	2	10	255
16	2,0	1,50	13,00	27	30	36	2	11	338
18	2,2	1,65	14,70	30	33	40	3	13	432
20	2,4	1,80	16,40	33	36	44	3	14	538
22	2,6	1,95	18,10	36	39	48	3	15	655
24	2,8	2,10	19,80	39	42	52	3	17	784
26	3,0	2,25	21,50	42	45	56	4	18	841
28	3,2	2,40	23,20	45	48	60	4	20	1076
30	3,4	2,55	24,90	48	51	64	4	21	1240
32	3,6	2,70	26,60	51	54	68	4	22	1415
36	4,0	3,00	30,00	57	60	76	5	25	1800
40	4,4	3,30	33,40	63	66	84	5	28	2231
45	4,7	3,53	37,95	70	73	92	6	32	2880
50	5,0	3,75	42,50	76	79	100	6	35	3615
60	5,6	4,20	51,60	89	92	116	7	42	5325
70	6,2	4,65	60,70	102	105	132	7	49	7369
80	6,8	5,10	69,80	115	118	148	8	56	9744

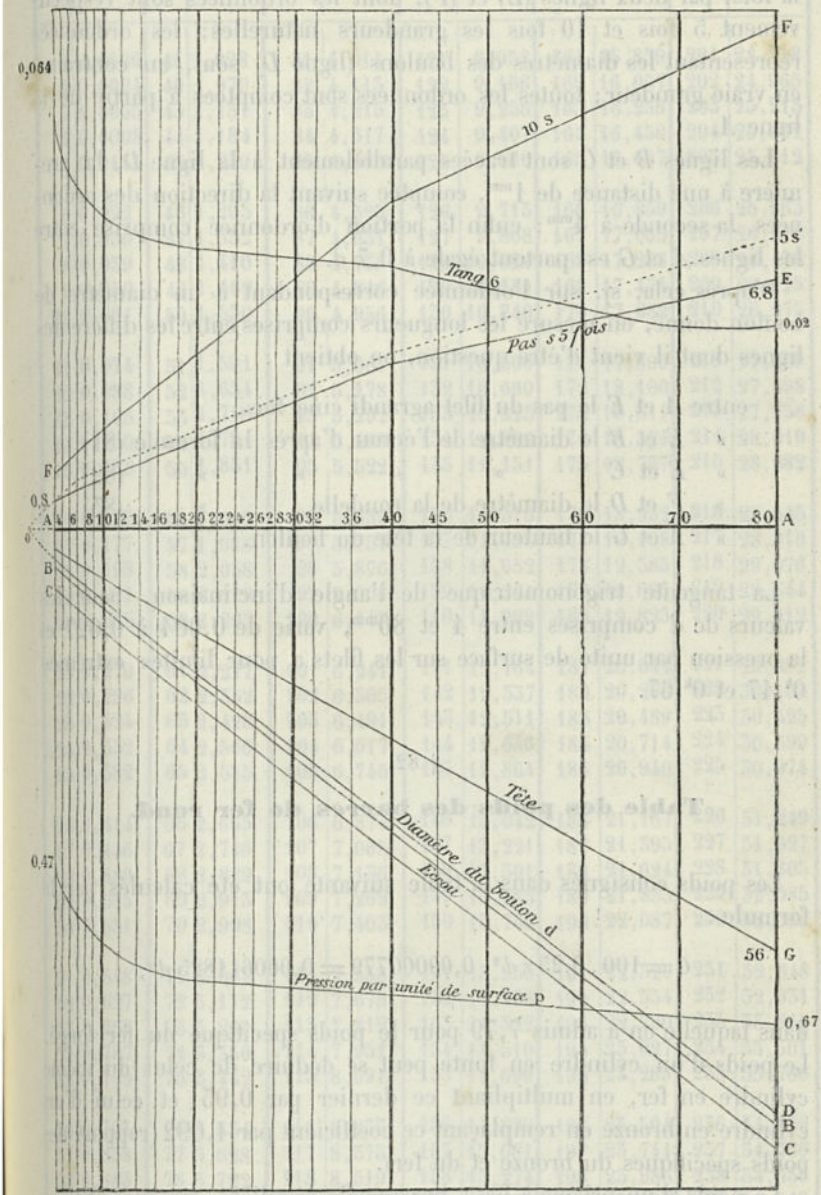
* Ces chiffres peuvent être légèrement arrondis en dessous ou en dessus.

La figure 217 est une échelle de proportions, qui permet d'embrasser d'un seul coup d'œil les variations des éléments les plus importants. Les pas s'y trouvent figurés à cinq fois leurs grandeurs naturelles. — Pour plus de clarté, la ligne des s' (80) est tracée en pointillé.

En dehors des valeurs des pas et des pressions par unité de surface, le tracé précédent fournit également les dimensions des écrous

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Fig. 217.



IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

et des têtes pour tous les boulons de la série proposée, dont les diamètres sont compris entre 4 et 80^{mm}. Les pas sont représentés, à la fois, par deux lignes (E) et (F), dont les ordonnées sont respectivement 5 fois et 10 fois les grandeurs naturelles; les ordonnées représentant les diamètres des boulons (ligne D) sont, au contraire, en vraie grandeur; toutes les ordonnées sont comptées à partir de la ligne A.

Les lignes B et C sont tracées parallèlement à la ligne D, la première à une distance de 1^{mm}, comptée suivant la direction des ordonnées, la seconde à 4^{mm}; enfin la portion d'ordonnée comprise entre les lignes A et G est partout égale à 0,7 d.

D'après cela, si, sur l'ordonnée correspondant à un diamètre de boulon donné, on mesure les longueurs comprises entre les différentes lignes dont il vient d'être question, on obtient :

entre A et E le pas du filet agrandi cinq fois,
» E et B le diamètre de l'écrou d'après la formule (81)
» E et C » » » » (82)
» F et D le diamètre de la rondelle, » (83)
» A et G le hauteur de la tête du boulon.

La tangente trigonométrique de l'angle d'inclinaison, pour les valeurs de d comprises entre 4 et 80^{mm}, varie de 0,064 à 0,027 et la pression par unité de surface sur les filets a pour limites extrêmes 0^{k},47 et 0^{k},67.

§ 82.

Table des poids des barres de fer rond.

Les poids consignés dans la table suivante ont été calculés par la formule :

$$G = 100 \,.\, 0{,}25\,\pi\, d^2 \,.\, 0{,}00000779 = 0{,}000611825\, d^2,$$

dans laquelle on a admis 7,79 pour le poids spécifique du fer forgé. Le poids d'un cylindre en fonte peut se déduire de celui du même cylindre en fer, en multipliant ce dernier par 0,93 et celui d'un cylindre en bronze en remplaçant ce coefficient par 1,092 (rapport des poids spécifiques du bronze et du fer).

Le poids d'un prisme à base hexagonale régulière, circonscrit à un cercle de diamètre d, s'obtient en multipliant par 1,103 le poids du cylindre d de même hauteur et de même matière.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

d	*G*	*d*	*G*	*d*	*G*	*d*	*G*	*d*	*G*	*d*	*G*
1	0,0006	41	1,028	81	4,014	121	8,958	161	15,859	201	24,718
2	0,0024	42	1,079	82	4,113	122	9,106	162	16,057	202	24,965
3	0,0055	43	1,131	83	4,215	123	9,256	163	16,256	203	25,213
4	0,0098	44	1,184	84	4,317	124	9,407	164	16,456	204	25,462
5	0,0153	45	1,239	85	4,420	125	9,560	165	16,657	205	25,712
6	0,022	46	1,295	86	4,525	126	9,713	166	16,859	206	25,963
7	0,030	47	1,352	87	4,631	127	9,868	167	17,063	207	26,216
8	0,039	48	1,410	88	4,738	128	10,024	168	17,268	208	26,470
9	0,050	49	1,469	89	4,846	129	10,181	169	17,474	209	26,725
10	0,061	50	1,530	90	4,956	130	10,340	170	17,682	210	26,975
11	0,074	51	1,591	91	5,067	131	10,500	171	17,890	211	27,239
12	0,088	52	1,654	92	5,178	132	10,660	172	18,100	212	27,498
13	0,103	53	1,719	93	5,292	133	10,823	173	18,311	213	27,758
14	0,120	54	1,784	94	5,406	134	10,986	174	18,524	214	28,019
15	0,138	55	1,851	95	5,522	135	11,151	175	18,737	215	28,282
16	0,157	56	1,919	96	5,639	136	11,316	176	18,952	216	28,545
17	0,177	57	1,988	97	5,757	137	11,485	177	19,168	217	28,810
18	0,198	58	2,058	98	5,876	138	11,652	178	19,385	218	29,076
19	0,221	59	2,129	99	5,996	139	11,821	179	19,603	219	29,344
20	0,245	60	2,203	100	6,118	140	11,992	180	19,823	220	29,612
21	0,270	61	2,277	101	6,241	141	12,164	181	20,044	221	29,882
22	0,296	62	2,352	102	6,365	142	12,337	182	20,266	222	30,153
23	0,324	63	2,428	103	6,491	143	12,511	183	20,489	223	30,425
24	0,352	64	2,506	104	6,617	144	12,686	184	20,714	224	30,699
25	0,382	65	2,585	105	6,745	145	12,864	185	20,940	225	30,974
26	0,414	66	2,665	106	6,874	146	13,042	186	21,167	226	31,249
27	0,446	67	2,746	107	7,005	147	13,221	187	21,595	227	31,527
28	0,480	68	2,829	108	7,136	148	13,301	188	21,624	228	31,805
29	0,515	69	2,913	109	7,269	149	13,583	189	21,855	229	32,085
30	0,551	70	2,998	110	7,403	150	13,766	190	22,087	230	32,366
31	0,588	71	3,084	111	7,538	151	13,950	191	22,320	231	32,648
32	0,627	72	3,172	112	7,675	152	14,136	192	22,554	232	32,931
33	0,666	73	3,260	113	7,812	153	14,322	193	22,790	233	33,215
34	0,707	74	3,350	114	7,951	154	14,510	194	23,027	234	33,501
35	0,749	75	3,442	115	8,091	155	14,699	195	23,265	235	33,788
36	0,793	76	3,534	116	8,233	156	14,889	196	23,504	236	34,076
37	0,838	77	3,628	117	8,375	157	15,081	197	23,744	237	34,366
38	0,883	78	3,722	118	8,519	158	15,274	198	23,986	238	34,656
39	0,931	79	3,818	119	8,664	159	15,468	199	23,229	239	34,948
40	0,979	80	3,916	120	8,810	160	15,663	200	24,473	240	35,241

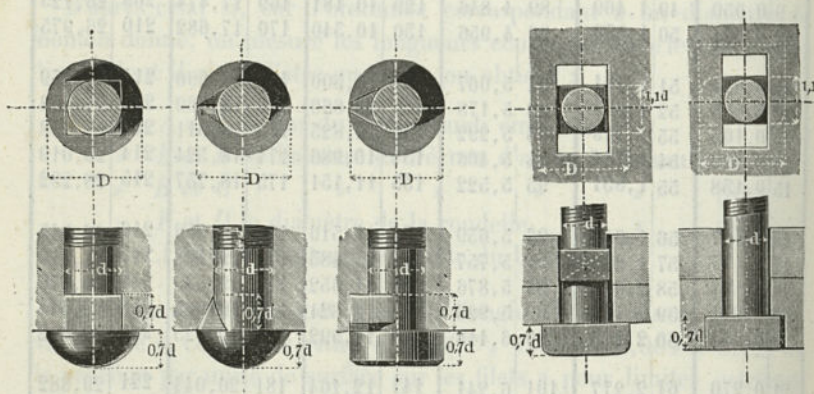
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 83.

Types divers de boulons de fixation.

Les formes ordinaires de têtes de boulons (à quatre ou à six pans) se trouvent remplacées, dans certaines circonstances, par d'autres formes spéciales, telles que celles qui sont représentées par les figures 218 à 222; dans la dernière figure, la tête est noyée. Toutes compor-

Fig. 218. Fig. 219. Fig. 220. Fig. 221. Fig. 222.



tent une partie additionnelle, destinée à maintenir la tête et à empêcher le boulon de tourner, quand on agit sur l'écrou. Les figures 221 et 222 sont des boulons avec une tête en forme d'ancre, qui peut s'introduire par le haut, grâce à la forme allongée du trou dans les pièces à relier.

La figure 223 représente un boulon de fondation à ancre, avec plaque en fonte, pour massif de maçonnerie de briques. Ce boulon s'engage par la partie supérieure, pour venir prendre ensuite sa position définitive par une rotation de 90° et par une traction verticale. La surface d'appui de la contre-plaque en fonte ne doit pas être inférieure à $100\ d_1^2$.

La figure 224 indique un boulon de fondation à ancre, pour massif de maçonnerie, avec assises en pierre de taille. La tête de boulon se trouve ici remplacée par une fente destinée au logement d'une clavette; la contre-plaque en fonte doit avoir une surface au moins égale à $25\ d_1^2$. Cette contre-plaque se fait assez souvent en fer.

Dans les figures 225 et 226, la tête se trouve remplacée par une clavette transversale et une clavette rasante. Ces deux figures indiquent,

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

en même temps, deux manières de dessiner en petit les écrous; la

Fig. 223.

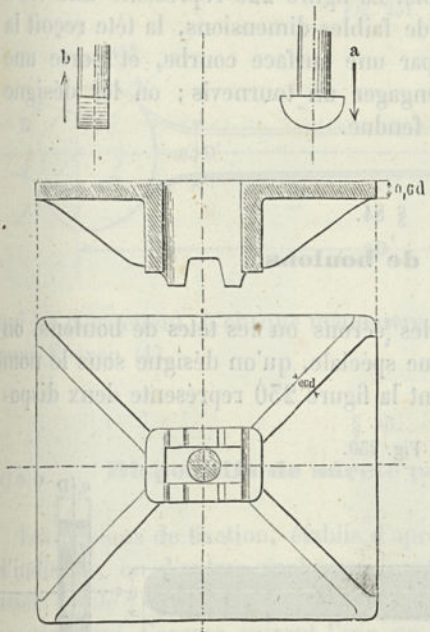


Fig. 224.

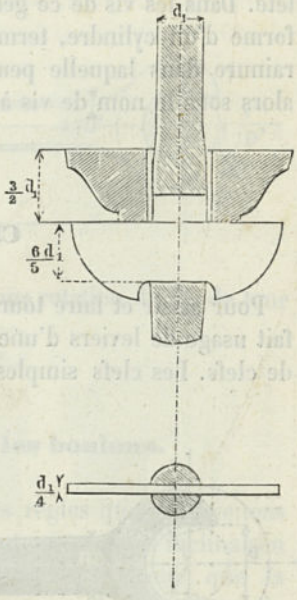
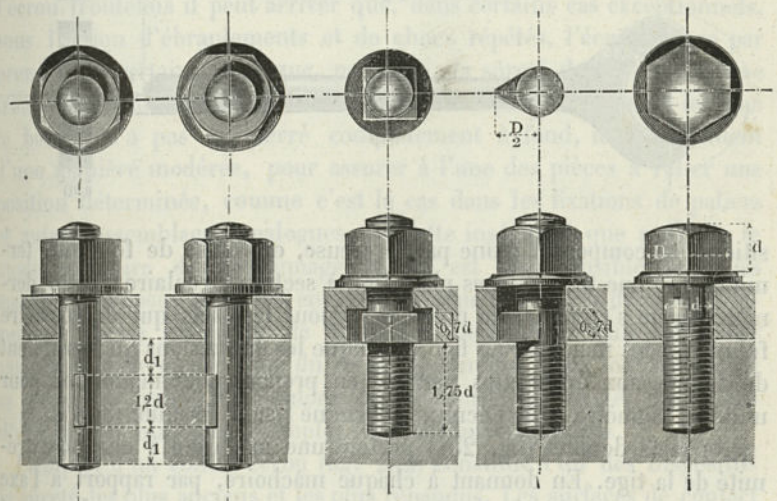


Fig. 225. Fig. 226. Fig. 227. Fig. 228. Fig. 229.



seconde, qui est la plus satisfaisante, est celle que l'on doit recommander pour les dessins à petite échelle; toutefois, les deux modes de

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

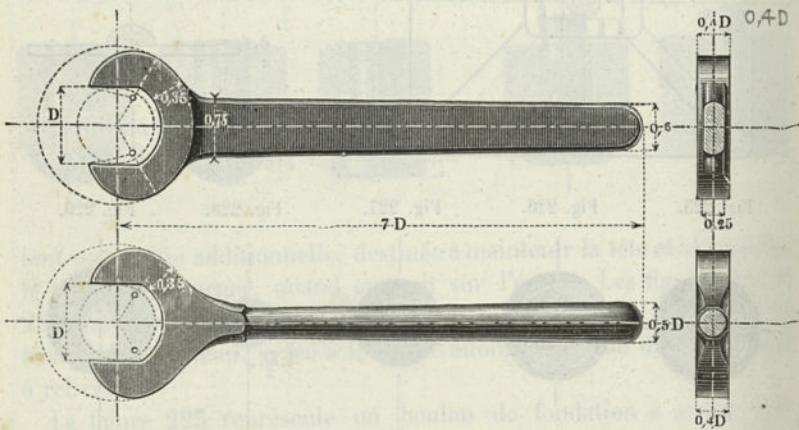
représentation s'emploient pour les rivets filetés dont les écrous ont l'une des formes indiquées par les figures 214 à 216. Les figures 228 et 229 sont des boulons à ergots. La figure 229 représente une vis à tête. Dans les vis de ce genre, de faibles dimensions, la tête reçoit la forme d'un cylindre, terminé par une surface courbe, et porte une rainure dans laquelle peut s'engager un tournevis ; on les désigne alors sous le nom de vis à tête fendue.

§ 84.

Clefs de boulons.

Pour saisir et faire tourner les écrous ou les têtes de boulons, on fait usage de leviers d'une forme spéciale, qu'on désigne sous le nom de clefs. Les clefs simples, dont la figure 230 représente deux dispo-

Fig. 230.



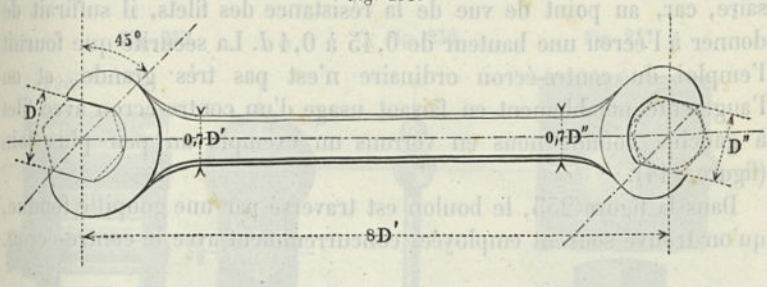
sitions, se composent d'une partie creuse, en forme de fourche, terminée par une tige à faces planes ou à section circulaire ; cette dernière forme s'emploie, de préférence, pour les clefs qui doivent être fréquemment maniées. La figure indique les dimensions qu'il convient de donner aux différentes parties, en prenant pour module ou pour unité le diamètre *D* de l'écrou, déterminé par la formule (81).

Les clefs doubles (fig. 231) portent une mâchoire à chaque extrémité de la tige. En donnant à chaque mâchoire, par rapport à l'axe de la tige, une inclinaison telle que, pour un écrou hexagonal supposé saisi par la mâchoire, cet axe se trouve faire des angles de 15° et de 45° avec deux rayons consécutifs de l'hexagone, on se place évidem-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

ment dans les meilleures conditions d'utilisation, puisqu'il est encore possible de se servir d'une semblable clef dans les espaces restreints

Fig. 231.



qui ne permettent, à chaque manœuvre, qu'une rotation de $^1/_{12}$ de tour pour l'écrou (1).

§ 86.

Dispositifs de sûreté pour les boulons.

Les boulons de fixation, établis d'après les règles que nous venons d'indiquer, ou d'autres analogues, présentent un angle d'inclinaison assez faible ($3^0\,^1/_2$ pour $d = 4^{mm}$, $1^0\,^1/_2$ pour $d = 80^{mm}$) pour que la pression qui s'exerce suivant l'axe ne soit pas capable de vaincre la résistance du frottement et d'amener, par suite, le desserrage de l'écrou. Toutefois il peut arriver que, dans certains cas exceptionnels, sous l'action d'ébranlements et de chocs répétés, l'écrou finisse par prendre un certain jeu et que, par suite, la sûreté de l'assemblage se trouve compromise. Cet effet est encore bien plus à redouter lorsque le boulon n'a pas été serré complètement à fond, mais seulement d'une manière modérée, pour assurer à l'une des pièces à relier une position déterminée, comme c'est le cas dans les fixations de paliers et autres assemblages analogues. — Cette insécurité que présente le mode ordinaire de boulonnage, et qui est déjà sensible pour les machines à vapeur fixes, est encore bien plus prononcée dans les locomotives et les machines de vaisseaux, notamment dans celles des navires de guerre, par suite du recul des canons. Dans tous les cas de ce genre, on munit les boulons de dispositifs de sûreté, dont nous allons donner quelques exemples convenablement choisis.

L'emploi d'un contre-écrou (fig. 232) constitue l'un des dispositifs de sûreté les plus anciens et les plus répandus. Les surfaces de contact des deux écrous sont planes et parfaitement dressées, de manière à

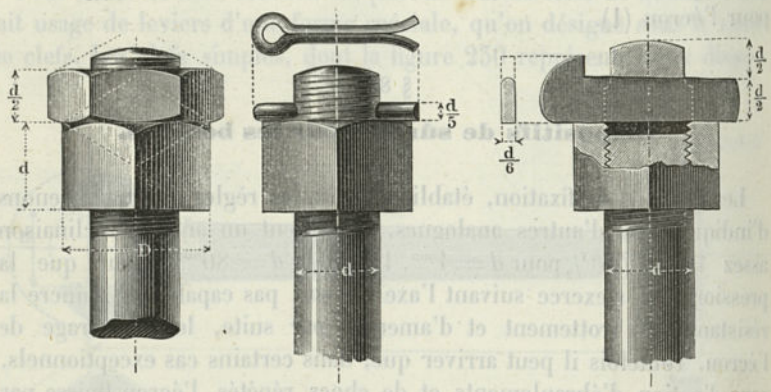
(1) Cette disposition a été proposée par l'ingénieur *Proell*.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

s'appliquer bien exactement l'une sur l'autre. Quelques constructeurs croient devoir, par motif de résistance, placer le contre-écrou au-dessous de l'écrou principal; mais cette disposition n'est pas nécessaire, car, au point de vue de la résistance des filets, il suffirait de donner à l'écrou une hauteur de 0,45 à 0,4 d. La sécurité que fournit l'emploi du contre-écrou ordinaire n'est pas très grande, et on l'augmente notablement en faisant usage d'un contre-écrou avec filet à gauche, comme nous en verrons un exemple un peu plus loin (figure 244).

Dans la figure 233, le boulon est traversé par une goupille fendue, qu'on trouve souvent employée, concurremment avec le contre-écrou.

Fig. 232. Fig. 233. Fig. 234.

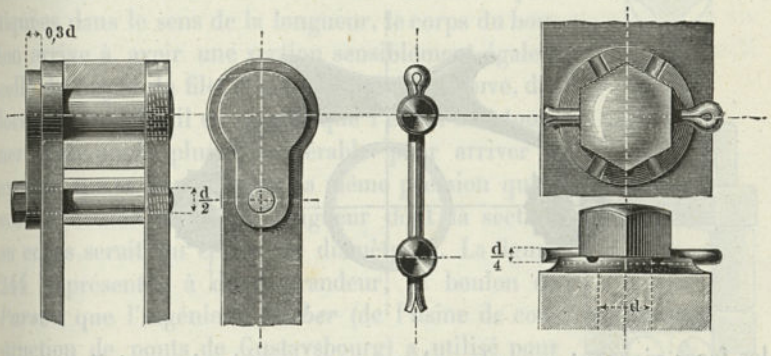


— Dans la figure 234, la sécurité de l'assemblage est garantie par une clavette, d'une manière très satisfaisante, puisque, dans le cas où l'on est obligé de resserrer l'écrou, cette clavette peut être enfoncée davantage, de manière à s'appuyer toujours sur lui. — Souvent aussi la goupille fendue et la clavette traversent directement l'écrou ou s'engagent dans une entaille ménagée sur sa face supérieure. Dans ces trois cas, la sécurité est assurée par une véritable fixation de l'écrou sur la vis. On produit un effet du même genre à l'aide des trois dispositifs suivants, dans lesquels la tête et, par suite, la vis sont invariablement reliées à la pièce qui porte le filetage de l'écrou. La disposition de la figure 235 est en usage pour la suspension des ressorts dans les locomotives (*Borsig*), celle de la figure 236 pour la fermeture des boîtes à huile des têtes de bielles dans les locomotives, et enfin, celle de la figure 237, qui est utilisée pour les boulons de fixation de ces mêmes têtes de bielles, permet d'agir sur le serrage de ces boulons par fraction de $^1/_{12}$ de tour.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Dans les figures suivantes, les dispositions adoptées ont simplement pour but d'empêcher l'écrou de tourner, par rapport à l'une des pièces à relier, et elles supposent, par suite, que la vis elle-même ne puisse

Fig. 235. Fig. 236. Fig. 237.



prendre aucun mouvement de rotation. — Le dispositif de la figure 238 s'emploie pour les boulons de chapeaux de paliers; la goupille s'appuie en son milieu contre une saillie, qui l'empêche de se courber. Celui de la figure 239 est utilisé dans les pistons de machines à vapeur pour les boulons qui relient le couvercle au corps même du piston. — La

Fig. 238. Fig. 239. Fig. 240.

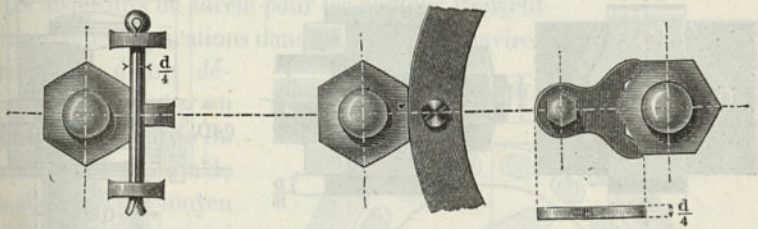


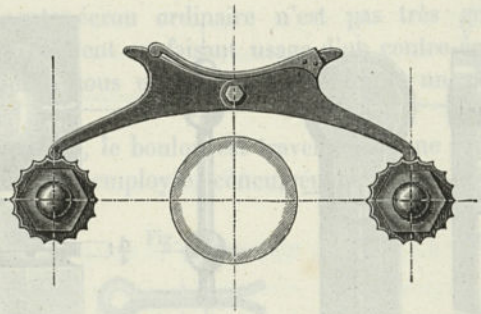
figure 240 représente ce qu'on appelle une clef de position, en usage pour les boulons de chapeaux de paliers; en raison des entailles dont elle est pourvue, cette clef permet de donner à l'écrou des rotations d'un douzième de tour, tandis que, dans les deux dispositions précédentes, cet écrou doit faire un sixième de tour pour revenir à une position de fixation.

La figure 241 indique une disposition qui est assez fréquemment employée pour les boulons de boîtes à étoupes, notamment dans les locomotives. La petite roue dentée, qui sert à empêcher le desserrage, fait corps avec l'écrou. L'emploi d'écrous avec roues à rochet se rencontre sous un assez grand nombre de formes différentes.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Figure 242. — Dispositif de sûreté pour boulon de suspension de ressorts de locomotives (*Borsig*). La tension se produit par la rotation du boulon, sur la tête duquel se trouve placée la chape de sûreté, dont

Fig. 241.



les faces viennent saisir le cadre qui transmet la charge à l'extrémité du ressort; cette chape permet, comme on le voit, des rotations d'un sixième de tour.

Figure 243. — Écrou avec vis de serrage; cette disposition (due à *Penn*) présente de sérieux avantages pour les paliers, les suspensions

Fig. 242.

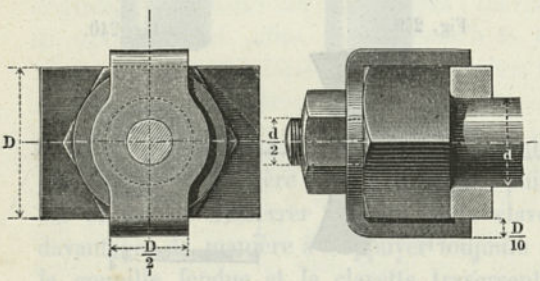
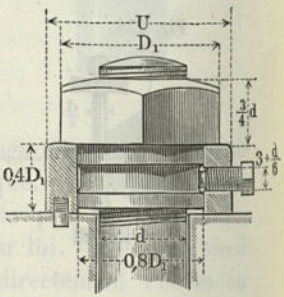


Fig. 243.



de ressorts, etc., car elle permet une rotation aussi faible qu'on le désire. Il convient de donner à l'écrou des dimensions un peu supérieures à celles qu'on adopte dans les cas ordinaires, afin que la partie inférieure correspondant à la rainure ne se trouve pas avoir une épaisseur trop faible. On prend donc, en général, pour le diamètre de cet écrou, la valeur D_1 fournie par la formule (82). La petite vis de serrage doit être en acier et trempée. — Cette disposition d'écrou de sûreté est d'un usage très répandu dans les machines de navires à vapeur.

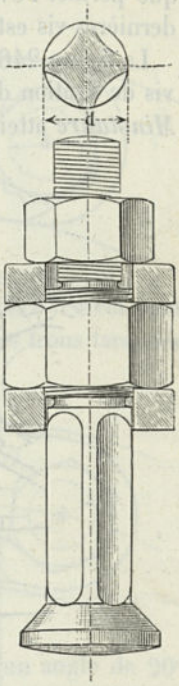
Parmi une série d'autres dispositifs de sûreté (1), nous devons encore

(1) V. Ludewig, « Ueber Schraubensicherungen. » *Bair. Industr. u. Gewerbebl.*, 1870, P. 17, 144, 283. V. aussi *Zeitschr. des Vereins deutscher Ingenieure.*

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

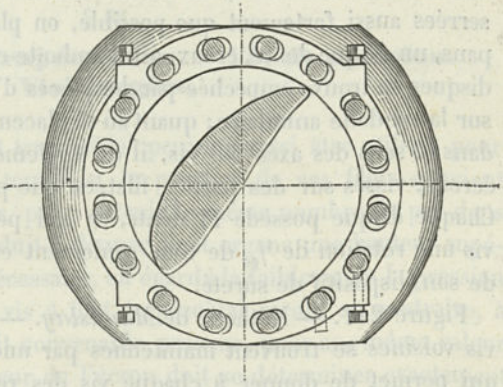
faire ressortir ici ceux qui agissent en augmentant l'élasticité des parties pressées entre la tête et l'écrou. Les rondelles élastiques de *Paget* et autres sont d'un usage très répandu. Le boulon de *Parson* (1) appartient à la même classe. Grâce à une série de cannelures pratiquées dans le sens de la longueur, le corps du boulon arrive à avoir une section sensiblement égale à celle du noyau du filet et son élasticité se trouve, dès lors, augmentée; il en résulte que l'écrou doit tourner d'un angle plus considérable pour arriver à exercer sur sa base d'appui la même pression qu'avec un boulon de même longueur dont la section au corps serait un cercle de diamètre *d*. La figure 244 représente, à demi-grandeur, le boulon de *Parson* que l'ingénieur *Gerber* (de l'usine de construction de ponts de Gustavsbourg) a utilisé pour l'assemblage des rails avec les plaques inférieures et les poutres longitudinales. A la sécurité que donne l'élasticité du boulon vient s'ajouter celle d'un contre-écrou avec filet à gauche. — Au lieu de canneler le boulon, on peut l'aplatir sur quatre côtés ou le forer, de manière à produire la diminution de section que l'on a en vue.

Fig. 244.



Les dispositifs de sûreté pour les boulons trouvent d'importantes applications dans les hélices de navires dont les ailes sont susceptibles d'être déplacées; il importe, en effet, pour la sécurité du service, que la liaison de ces ailes avec le moyeu soit aussi parfaite que si elles ne formaient avec lui qu'une seule pièce. Nous allons en donner quelques exemples.

Fig. 245



La figure 245 représente en plan la bride d'une aile d'hélice, qui se trouve indiquée en coupe dans la figure 192 (p. 187). Cette bride est fixée sur le moyeu

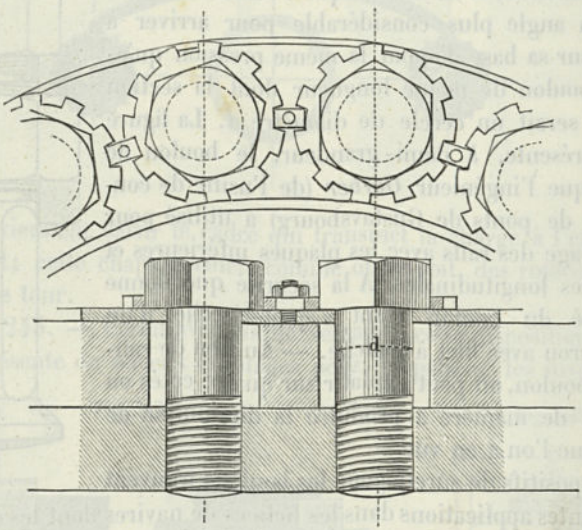
(1) *Engineer.*, juil. 1867, p. 16, et nov. 1867, p. 391; *Engineering*, nov. 1817, p. 441; *Organ f. Eisenbahnwesen*, 1868, p. 77 et 117.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

par 16 vis à tête; 4 vis de pression servent à l'amener exactement dans la position qu'elle doit avoir, grâce au léger mouvement de rotation que permet l'ovalisation des trous des vis de fixation; chacune de ces dernières vis est munie d'un dispositif de sûreté.

La figure 246 représente le dispositif employé par *Penn* pour des vis de fixation de ce genre. Ces vis (dont le diamètre pour l'hélice du *Minotaure* atteint 83 millimètres) reposent toutes, par leurs têtes, sur

Fig. 246.



une rondelle commune, de forme annulaire. Lorsque ces vis ont été serrées aussi fortement que possible, on place, sur chaque tête à six pans, un disque denté, creux, qui l'emboîte exactement. La rotation des disques se trouve empêchée par des pièces d'arrêt prismatiques, vissées sur la rondelle annulaire; quant au déplacement de ces mêmes disques dans le sens des axes des vis, il est également empêché par de larges écrous, vissés sur des parties filetées que portent les pièces d'arrêt. Chaque disque possède 11 dents, ce qui permet de donner à chaque vis une rotation de $^1/_{66}$ de tour seulement et de la munir de nouveau de son dispositif de sûreté.

Figure 247. — Méthode de *Maudslay*. — Dans cette méthode, deux vis voisines se trouvent maintenues par une double clef de position, qui permet de donner à chaque vis des rotations de $^1/_{18}$ de tour. Il n'existe pas ici de rondelle annulaire, mais à chaque couple de vis correspond une plaque commune, sur laquelle la clef de position vient se serrer au moyen d'une vis à tête.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

La figure 248 représente une autre disposition de *Maudslay*. Sur la plaque dont il vient d'être question se trouvent fixées, au moyen de vis à tête, deux pièces d'arrêt pour les deux grandes vis sous lesquelles se trouve intercalée cette plaque; chacune de ces pièces s'applique fortement, par un de ses côtés, sur l'une des faces de la tête de la vis correspondante et s'oppose ainsi à tout déplacement. Chaque pièce d'arrêt peut occuper trois positions différentes, déterminées par trois trous taraudés dans la plaque pour recevoir la vis de fixation. Les axes de ces trois trous étant disposés sur un arc de cercle, à des distances angulaires de 40°, il en résulte qu'on peut amener la tête hexagonale de la vis d'une position d'arrêt à une autre, en la faisant tourner d'un angle de 20° (60°—40°), c'est-à-dire de $^1/_{18}$ de tour, comme dans le cas précédent. Le dispositif de *Penn* est donc, en définitive, celui qui permet les rotations les plus faibles.

Fig. 247.

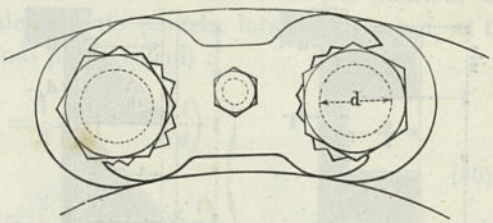
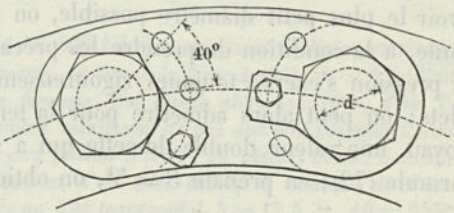


Fig. 248.



§ 86.

Filets carrés et trapézoïdaux. — Vis de pression. Vis élargies.

Le filet carré et le filet trapézoïdal peuvent aussi être utilisés pour les boulons de fixation; toutefois, le premier de ces filets convient moins pour cet usage, car, pour obtenir le même nombre de pas dans l'écrou, on se trouve conduit à donner à cet organe une hauteur supérieure à celle qui serait nécessaire, eu égard à la faiblesse de la pression par unité de surface. La vis à filet trapézoïdal serait, au contraire, à ce point de vue, tout à fait convenable, puisque, pour une même valeur du rapport $s : d$, la hauteur de l'écrou doit se déterminer exactement comme celle de l'écrou de la vis à filet triangulaire de la figure 211.

En réalité, on peut regarder le filet de la figure 250 comme dérivé de celui de la figure 211, dans lequel, en conservant la profondeur t

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

et le pas s, on aurait réduit l'un des angles de base à 0° et porté l'autre à 45°. Les deux formes de filets représentées par les figures 249 et 250 trouvent principalement leur emploi dans les vis de freins, de presses, de coussinets de laminoirs, c'est-à-dire, d'une manière générale, dans les vis qu'on peut comprendre sous le nom de vis de pression.

Fig. 249.

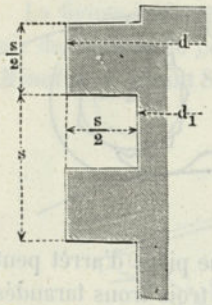
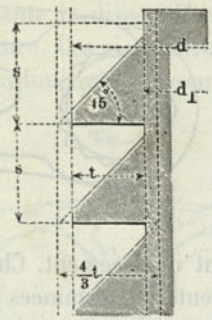


Fig. 250.



Dans les cas ordinaires, le diamètre du noyau d_1, pour ces vis, se calcule par la formule (72). Mais, lorsqu'il y a un intérêt sérieux à avoir le plus petit diamètre possible, on peut utiliser une autre formule, à la condition de prendre les précautions nécessaires pour que la pression s'exerce toujours rigoureusement sur tout le contour des filets; on peut alors admettre pour la tension S, dans la section du noyau, une valeur double de celle qui a servi à l'établissement de la formule (72); en prenant $S = 5^k$, on obtient :

$$\left.\begin{aligned} d_1 &= 0{,}5\sqrt{P} \\ P &= 4d_1^2 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (84)$$

La profondeur t, pour les deux formes de filets, se détermine ensuite par la formule :

$$t = \frac{d}{10} = \frac{d_1}{8}$$

d'où l'on déduit : pour la vis à filet carré,

$$s = \frac{d}{5} = \frac{d_1}{4}$$

pour la vis à filet trapézoïdal :

$$s = \frac{2}{15}\,d = \frac{d_1}{6}$$

$\left.\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (85)$

La formule (84) peut également être utilisée pour les boulons à filet triangulaire des suspensions de ressorts de locomotives, puisque ces boulons sont disposés de manière à assurer une répartition convenable de la pression sur toute l'étendue des filets.

Afin d'éviter que l'écrou n'éprouve un frottement trop considérable et ne soit exposé à une usure trop rapide, on doit veiller à ce que la

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

pression par unité de surface p entre les filets ne dépasse pas, autant que possible, $0^k,5$. En se reportant à la formule (73), on voit que cette condition se trouve satisfaite toutes les fois que le nombre n de pas, compris dans un écrou en fonte ou en bronze, n'est pas inférieur à celui que donne la formule suivante (et cela, lors même que d_1 et t n'auraient pas été déterminés par le calcul) :

$$n = \frac{1}{2} S \frac{d}{t}\left(1 - 3\frac{t}{d}\right)$$

ou

$$n = \frac{2}{\pi} \frac{P}{d_1^2} \frac{d}{t}\left(1 - 3\frac{t}{d}\right) \qquad (86)$$

Pour $t = {}^1/_{10}\, d$, on tire de là :

$$n = 3{,}5\, S = 4{,}46 \frac{P}{d_1^2}. \qquad (87)$$

Exemple. *Pour une pression de* 25 000 *kil. (en supposant réalisées les mesures de précaution indiquées précédemment), on tire de la formule* (84) : $d_1 = 0{,}5\sqrt{25000} = 0{,}5 \,.\, 158 = 79$, *soit* 80^{mm}; *la formule* (85) *donne alors* $t = 10^{mm}$, *d'où l'on déduit* $d = 100^{mm}$. *Quant au nombre minimum de pas que doit posséder l'écrou, il est donné par la formule* (87), *en y faisant* $S = 5^k$; *on obtient alors :* $n = 5{,}5.5 = 17{,}5$. *Dans l'hypothèse de l'emploi d'un filet carré, la hauteur de l'écrou* $h = ns = 17{,}5 \,.\, 20 = 350^{mm}$; *pour un filet trapézoïdal,* $h = 17{,}5 \,.\, {}^4/_5 \,.\, 10 = 233^{mm}$.

Les formules que nous avons données jusqu'ici s'appliquent aux vis qu'on peut considérer comme normales; dans un certain nombre de cas, on se trouve conduit à donner à une vis un diamètre supérieur à celui qui correspond à la vis normale soumise à la même charge; c'est ce qui a lieu, par exemple, pour certaines boîtes à étoupes, quelques assemblages de tuyaux, etc. Une vis de cette espèce, par opposition à la vis normale, considérée jusqu'ici, peut être désignée sous le nom de vis *élargie*. On peut admettre comme règle, pour la détermination des dimensions des filets, que, dans la vis élargie, la section du filet et la hauteur de l'écrou doivent avoir la même valeur que dans la vis normale équivalente, c'est-à-dire soumise à la même charge et formée de la même matière, et cela, parce que, dans ce cas, les causes d'usure se trouvent avoir très sensiblement la même importance pour les deux vis.

Certaines vis de presses ont une longueur assez grande pour se trouver, au point de vue de la résistance, dans les conditions des pièces chargées debout; il convient alors de leur donner un diamètre supérieur à celui qu'indique la formule (84) et d'en faire, par suite, ce que nous venons d'appeler des vis élargies.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 87.

Assemblages par boulons. — Assemblages à rebords.

Dans les assemblages par boulons, on peut distinguer le cas où la force qui tend à détruire l'assemblage agit sur les boulons dans la

Fig. 251.

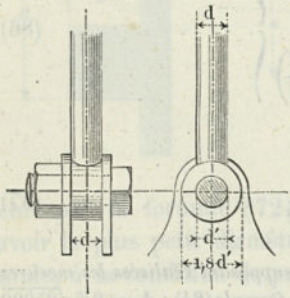
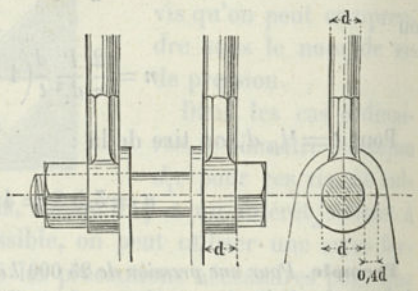


Fig. 252.



direction de leurs axes et celui où elle exerce, au contraire, une action transversale. Ce dernier mode d'action, qui a pour effet d'exposer le

Fig. 253.

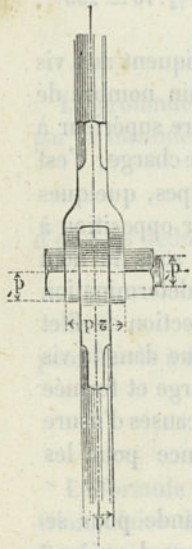


Fig. 254.

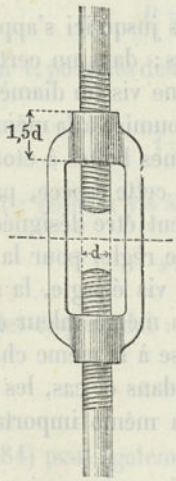
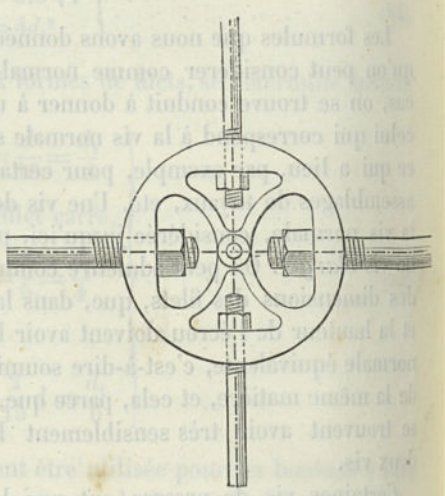


Fig. 255.

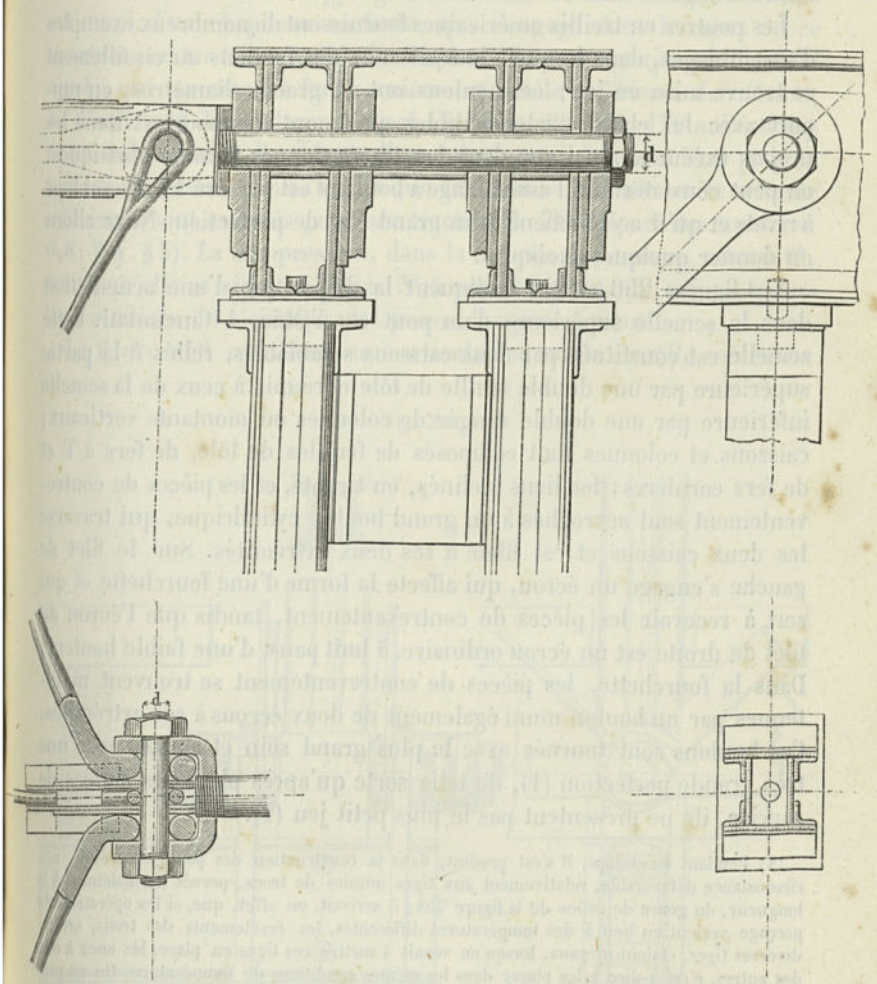


corps du boulon à la rupture par cisaillement, se trouve exister dans les assemblages représentés par les figures 251, 252 et 253. Si l'on suppose que l'on ait déterminé préalablement le diamètre d du tirant,

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

en tenant compte de l'effort auquel il se trouve soumis, le diamètre d' du boulon peut être exprimé en fonction de d. Dans l'assemblage de la figure 251, on a pris $d' = d$, dans celui de la figure 252, $d' = 1{,}4\,d$, et enfin, dans celui de la figure 253, on a de nouveau $d' = d$. Ici il

Fig. 256. Fig. 257.



est sans inconvénient pour les boulons que l'effort de traction, par suite d'un ajustage imparfait, ne porte que d'un seul côté, que, par exemple, dans la figure 252, la charge se transmette tout entière par un seul des deux tirants.

La figure 254 représente un assemblage de tiges mobile, avec double

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

filet, l'un à droite, l'autre à gauche. La hauteur de chacun des écrous est ici ordinairement supérieure au diamètre d.

La figure 255 représente un anneau, servant à effectuer la jonction de quatre tirants concourant au même point. Les divers assemblages que nous venons d'examiner sont particulièrement utilisés dans les fermes en fer et dans les travaux analogues.

Les poutres en treillis américaines fournissent de nombreux exemples d'assemblages, dans lesquels la résistance des boulons au cisaillement se trouve mise en jeu; ces boulons ont de grands diamètres, en rapport avec les charges considérables qu'ils ont à supporter. Dans les projets exécutés, ainsi que dans les tracés donnés comme classiques, on peut constater que l'assemblage à boulons est préféré à l'assemblage à rivets et qu'il a été amené à un grand état de perfection. Nous allons en donner quelques exemples.

Les figures 256 et 257 indiquent la disposition d'une articulation dans la semelle supérieure d'un pont sur l'Ohio, à Cincinnati. Cette semelle est constituée par deux caissons semblables, reliés à la partie supérieure par une double feuille de tôle et réunis à ceux de la semelle inférieure par une double rangée de colonnes ou montants verticaux; caissons et colonnes sont composés de feuilles de tôle, de fers à T et de fers cornières; les liens inclinés, ou tirants, et les pièces de contreventement sont accrochés à un grand boulon cylindrique, qui traverse les deux caissons et est fileté à ses deux extrémités. Sur le filet de gauche s'engage un écrou, qui affecte la forme d'une fourchette et qui sert à recevoir les pièces de contreventement, tandis que l'écrou du filet de droite est un écrou ordinaire, à huit pans, d'une faible hauteur. Dans la fourchette, les pièces de contreventement se trouvent maintenues par un boulon muni également de deux écrous à ses extrémités. Ces boulons sont tournés avec le plus grand soin et ajustés avec une très grande perfection (1), de telle sorte qu'après plusieurs années de service, ils ne présentent pas le plus petit jeu (2).

(1) Pendant longtemps, il s'est produit, dans la construction des ponts en treillis, une circonstance défavorable, relativement aux tiges munies de trous, percés normalement à la longueur, du genre de celles de la figure 258; il arrivait, en effet, que, si les opérations du perçage avaient eu lieu à des températures différentes, les écartements des trous, sur les diverses tiges, étaient inégaux, lorsqu'on venait à mettre ces tiges en place, les unes à côté des autres, c'est-à-dire à les placer dans les mêmes conditions de température. On est parvenu à se mettre à l'abri de cet inconvénient, en adoptant une disposition que l'auteur a eu l'occasion de voir appliquée dans la magnifique usine de construction de ponts de Phenixville, et qui consiste à relier par des bandes en fer, de la longueur des tiges à travailler, les deux machines destinées à percer simultanément les deux trous d'une même tige. Ces bandes de jonction, sous l'action des variations de température, modifient l'écartement des machines ou des forets de quantités précisément égales aux variations de longueur des tiges à percer dans les mêmes conditions.

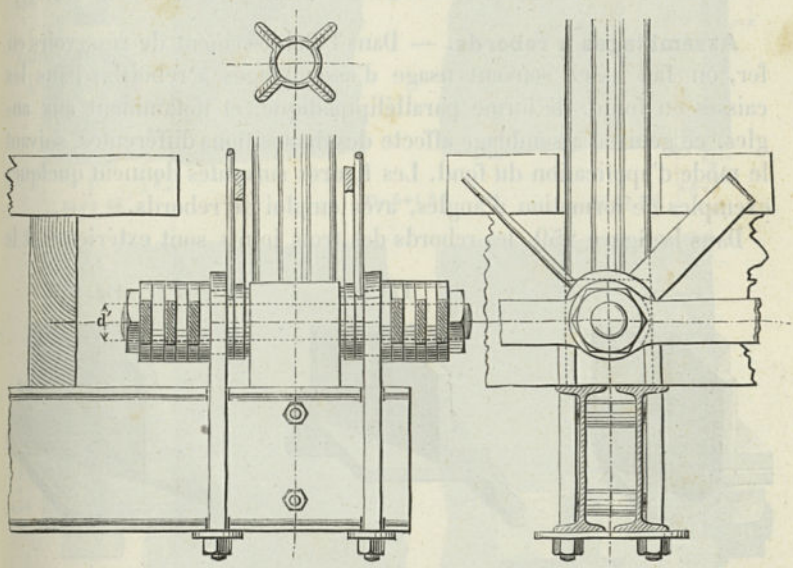
(2) Voy. H. *Fontaine*, L'Industrie des États-Unis. Paris, *Baudry*, 1878. Voy. aussi *Boller*, Practical treatise on the Construction of highway bridges. New-York, *Wiley*, 1878.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Il convient également de mentionner que les dimensions sont déterminées de manière que la pression par unité de surface sur les boulons ne dépasse pas 11^k; parfois elle s'abaisse à 8 et même à 7^k. Un mode de liaison, aussi simple que sûr, existe entre les caissons et les montants (pièces pour lesquelles tous les rivets d'assemblage des têtes et des fers se trouvent supprimés dans notre dessin). Chaque montant est muni d'un chapiteau en fonte, qui s'engage dans le creux de ce montant par un tenon carré; le chapiteau porte un goujon en fer rond ajusté, qui traverse les fers cornières et la tôle inférieure du caisson. Le diamètre d du boulon principal s'élève à 100, 140, 170 millimètres et au delà, suivant la charge. Il se calcule en admettant $5^k,6$ pour la tension de cisaillement, tandis que les tirants inclinés et la semelle inférieure sont calculés pour une traction de 7^k (rapport des tensions, 0,8; Voy. § 5). La compression, dans la semelle supérieure, atteint 6^k, tandis qu'elle se réduit à $3^k,2$ ou $5^k,5$ pour les montants, qui sont dans les conditions de résistance des pièces chargées debout.

La figure 258 représente une articulation sur la semelle inférieure

Fig. 258.



d'une poutre en treillis d'un pont de chemin de fer qui traverse le Niagara (neuf arches, largeur du courant, $587^m,4$). Les colonnes et la semelle supérieure sont ici composées de fers spéciaux, affectant la forme de quarts de cercle, d'après l'excellent système en usage à l'usine

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

de Phenixville (1). La figure indique, en même temps, le mode de fixation des poutres transversales sur les poutres longitudinales, qui est ordinairement employé dans les ponts de cette espèce. Les étriers de suspension ont indifféremment une section carrée ou circulaire. La tension dans les noyaux des filets de ces étriers s'élève jusqu'à $5^k,6$, c'est-à-dire qu'elle est supérieure à celle que nous avions précédemment considérée comme admissible pour les vis de pression (§ 86). Une pièce en fonte, de forme cubique, que traverse le boulon principal, fileté à ses deux bouts, reçoit tout d'abord, à sa partie supérieure, la pression de la colonne, tandis que sur sa face inférieure vient s'appliquer (par l'action des étriers) la poutre transversale, composée ici de deux fers à double T. Sur les poutres transversales reposent des longrines en bois, qui supportent directement les traverses de la voie.

Remarque. — *Dans les divers détails de construction que nous venons de décrire il se rencontre, comme on a pu le voir, des diamètres de boulons qui dépassent de beaucoup le chiffre de* 80^{mm}, *que la Société des ingénieurs allemands avait considéré comme constituant la limite supérieure pour les diamètres des boulons filetés. Comme, dans un temps plus ou moins éloigné, des boulons de grands diamètres peuvent aussi s'introduire chez nous (se reporter à ce qui a été dit pour la fig.* 246), *il y aurait lieu d'y avoir égard dans les formules du* § 79.

Assemblages à rebords. — Dans l'établissement de réservoirs en fer, on fait assez souvent usage d'assemblages à rebords. Dans les caisses en fonte, de forme parallélipipédique, et notamment aux angles, ce genre d'assemblage affecte des dispositions différentes, suivant le mode d'application du fond. Les figures suivantes donnent quelques exemples de formation d'angles, avec emploi de rebords.

Dans la figure 259, les rebords des trois joints sont extérieurs et le

Fig. 259.

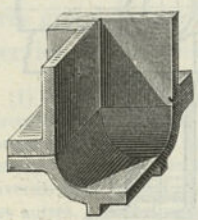


Fig. 260.

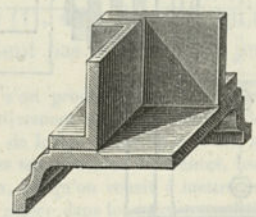
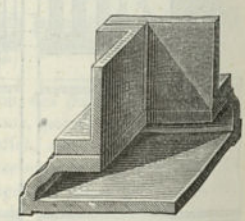


Fig. 261.



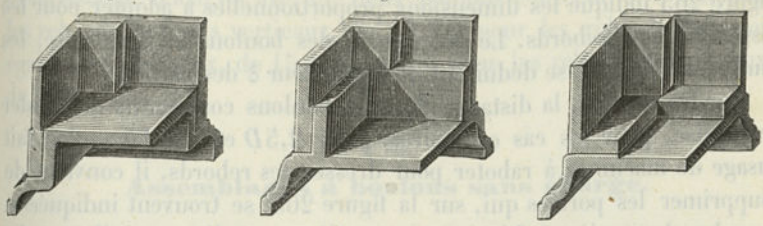
fond affecte la forme d'une cuvette. Dans la figure 260, les rebords sont également tous extérieurs et le fond présente extérieurement la forme d'une plinthe. Dans la figure 261, un seul joint est réellement

(1) Pour des colonnes plus fortes, on emploie des fers correspondant à un sixième ou même un huitième de circonférence.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

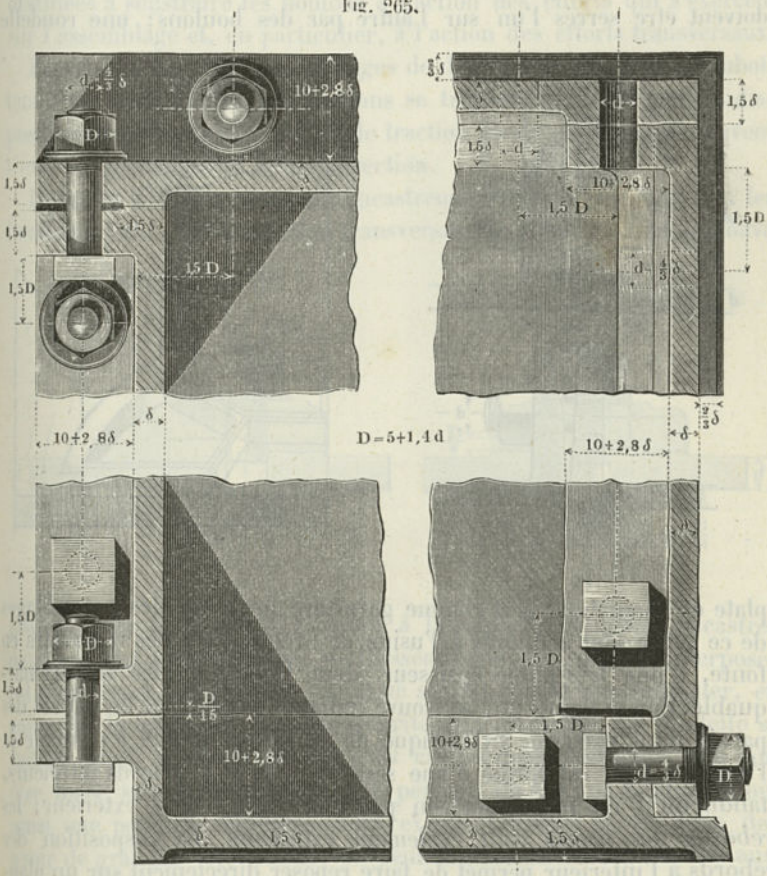
extérieur, les deux autres sont mi-partie à l'intérieur et à l'extérieur. Les figures 262, 263 et 264 présentent deux joints intérieurs et un

Fig. 262. Fig. 263. Fig. 264.



joint mixte. L'aspect extérieur qui résulte pour la caisse de l'emploi d'une de ces trois dernières dispositions est plus satisfaisant que celui

Fig. 265.



qu'on obtient avec l'une quelconque des trois premières. Lorsque tous les rebords des faces perpendiculaires au fond se trouvent à l'intérieur

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

et que ce fond a lui-même la forme qu'indique la figure 264, les assemblages ne présentent aucune saillie visible à l'extérieur (à l'exception de celle des boulons formant les joints des faces verticales). La figure 265 indique les dimensions proportionnelles à adopter pour les assemblages à rebords. Le diamètre d des boulons et, par suite, les autres dimensions se déduisent de l'épaisseur δ des parois.

Sur les rebords, la distance de deux boulons consécutifs doit rester comprise, pour les cas ordinaires, entre $2{,}5D$ et $3D$. Lorsqu'on fait usage de machines à raboter pour dresser les rebords, il convient de supprimer les portées qui, sur la figure 265, se trouvent indiquées à gauche, de manière à faire reposer entièrement, l'une sur l'autre, les surfaces dressées des deux rebords, comme on le voit sur la droite.

La figure 266 représente des rebords, à surfaces non dressées, qui doivent être serrés l'un sur l'autre par des boulons; une rondelle

Fig. 266.

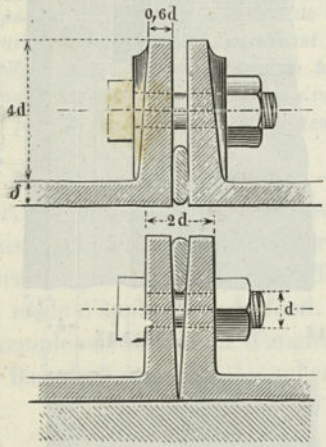


Fig. 267.

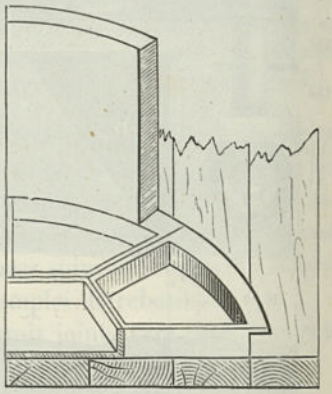


plate en caoutchouc sert comme garniture de joint. Des assemblages de ce genre sont employés à l'usine de Gröditz pour des réservoirs en fonte, d'une très-faible épaisseur, dont l'exécution est très remarquable. Sur la figure 267 se trouve indiqué l'assemblage du fond et des parois d'un réservoir cylindrique de ce genre, destiné à contenir de l'eau. Le fond est formé d'une série de pièces à rebords intérieurs, tandis qu'il est muni, sur son pourtour, d'un rebord extérieur; les rebords des parois sont également extérieurs. La disposition des rebords à l'intérieur permet de faire reposer directement sur un plancher en madriers la surface plane qui constitue le fond, à proprement parler, et de la renforcer ainsi suffisamment pour mettre ce fond en

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

mesure de résister à une pression d'eau considérable. L'épaisseur δ des parois est extrêmement faible; elle n'est, en effet, que de 6 à 7^{mm}; ce qui conduit à prendre 10^{mm} pour le diamètre d des boulons. Quant à l'écartement, d'axe en axe, de deux boulons consécutifs, il est, pour les rebords de fonds verticaux, de $13{,}5\,d$, pour les rebords de parois également verticaux, de $15\,d$, et, enfin, pour les rebords horizontaux, de $20\,d$.

§ 88.

Assemblages à boulons sans charge.

Dans les assemblages à boulons, comme dans les assemblages à clavettes (Voy. § 71), on adopte assez souvent des dispositions spéciales destinées à soustraire les boulons à l'action des efforts qui s'exercent sur l'assemblage et, en particulier, à l'action des efforts transversaux.

Figures 268 et 269. Assemblages de deux pièces de fonte, s'emboîtant l'une dans l'autre. Les boulons se trouvent protégés par ces dispositions contre tous les efforts de traction ou de pression qui peuvent s'exercer normalement à leur direction.

La figure 270 représente un encastrement prismatique, qui met les boulons à l'abri de toute action transversale; le même résultat se trouve

Fig. 268.

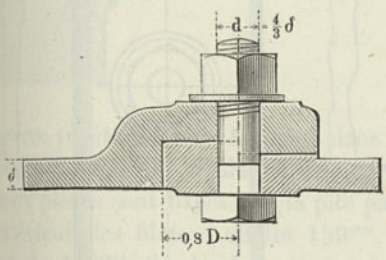
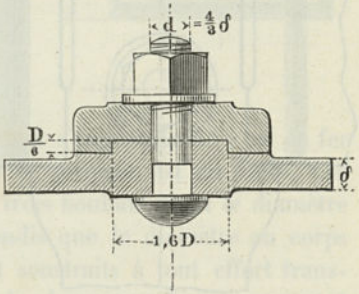


Fig. 269.



obtenu, dans la figure 271, grâce à la rondelle circulaire encastrée dans les deux pièces à relier. — L'assemblage avec rondelle interposée est d'un usage très répandu, et on ne saurait trop le recommander, en raison de la simplicité et de la sécurité qu'il présente. La rondelle se fait en fer et se dresse au tour; les cavités dans lesquelles elle doit être logée sont préparées après le perçage du trou de boulon et ont ainsi une position rigoureusement exacte. Lorsque la rondelle doit avoir de grandes dimensions, on peut la faire en fonte; souvent aussi on la remplace par une tête intermédiaire faisant corps avec le boulon, qui est tournée et encastrée à moitié dans chacune des deux pièces.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Les modes d'assemblage représentés par les figures 270 et 271 sont quelquefois employés, dans les roues hydrauliques, pour relier les bras à la jante. Il suffit alors d'imaginer que la pièce inférieure, dans ces figures, se trouve remplacée par une pièce plane, d'une étendue suffi-

Fig. 270.

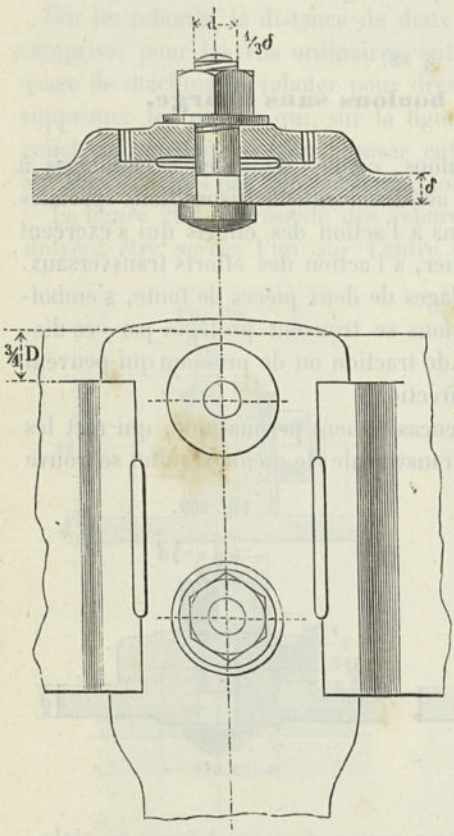
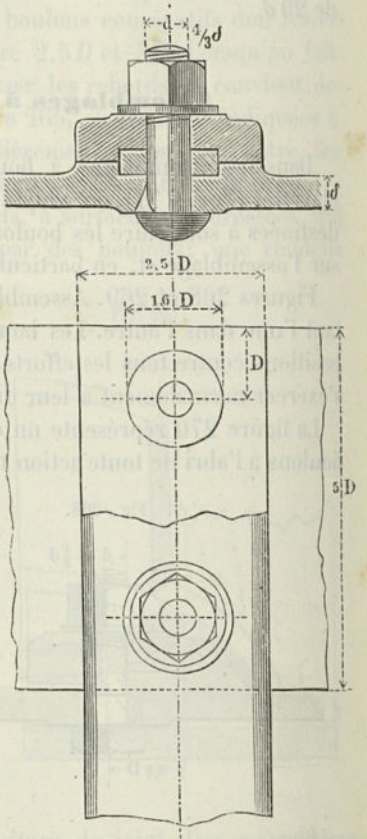


Fig. 271.



sante, dont la face supérieure porterait des saillies, entre lesquelles s'engageraient les extrémités des bras.

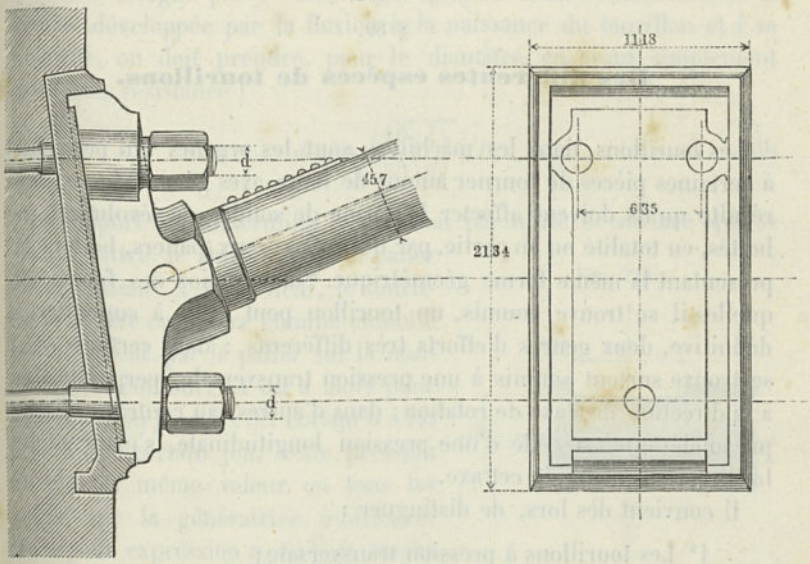
Dans certains cas, où les forces latérales n'ont qu'une faible importance, il peut y avoir intérêt à se dispenser d'avoir des boulons rigoureusement emboîtés dans les trous des pièces à relier. Pour assurer la position relative de ces pièces, on peut alors utiliser, avec avantage, des goujons cylindriques, qu'on chasse dans des trous percés bien exactement dans les deux pièces.

La figure 272 représente un assemblage à boulons sans charge, de

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

grandes dimensions, qui a été employé dans le grand pont de Saint-Louis sur le Mississipi (3 arches de 150^{m},6 d'ouverture chacune). Ce mode d'assemblage sert à fixer sur chaque pile la semelle inférieure, qui affecte la forme d'un tuyau en acier et qui est soumise à la compression. — Comme chaque arche comporte quatre poutres semblables, dans le sens de la largeur, il en résulte que cet assemblage se

Fig. 272.



trouve répété 24 fois. Le sabot dans lequel s'engage le tube est en fer forgé, tandis que la plaque destinée à le recevoir est en fonte. Ces deux pièces sont fixées sur la pile par trois boulons, dont le diamètre extérieur des filets d atteint 159^{mm}, tandis que le diamètre au corps est de 146^{mm}. Ces boulons se trouvent soustraits à tout effort transversal, puisque le sabot s'engage dans la plaque par deux nervures et que cette dernière se trouve elle-même encastrée dans la maçonnerie. Le trou transversal indiqué sur la figure sert au passage d'un boulon, destiné à relier entre eux les quatre sabots qui viennent reposer du même côté sur l'une des piles.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

CHAPITRE CINQUIÈME

TOURILLONS

§ 89.

Des différentes espèces de tourillons.

Les tourillons, dans les machines, sont les organes qui permettent à certaines pièces de tourner autour de leurs axes géométriques; il en résulte qu'ils doivent affecter la forme de solides de révolution, emboîtés, en totalité ou en partie, par des corps creux (paliers, boîtes, etc.) présentant la même forme géométrique. Sous l'action des forces auxquelles il se trouve soumis, un tourillon peut avoir à supporter, en définitive, deux genres d'efforts très différents : dans certains cas, il se trouve surtout soumis à une pression transversale, perpendiculaire à la direction de l'axe de rotation; dans d'autres, au contraire, l'action prépondérante est celle d'une pression longitudinale, s'exerçant dans la direction même de cet axe.

Il convient dès lors, de distinguer :

1° Les tourillons à pression transversale;
2° Les tourillons à pression longitudinale.

Dans le calcul des tourillons, on a à faire intervenir les considérations de résistance et de frottement. Sur la pièce de la machine à laquelle il appartient, un tourillon peut occuper différentes positions, et à chacune d'elles correspond une forme particulière. Nous allons examiner successivement les principales formes que reçoivent les tourillons dans la pratique.

A. TOURILLONS A CHARGE TRANSVERSALE

§ 90

Calcul des tourillons frontaux.

Un tourillon à charge transversale qui n'est relié que d'un côté à la pièce à laquelle il appartient se nomme un tourillon frontal. Il affecte

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

ordinairement la forme cylindrique (fig. 273) et se termine, à l'une de ses extrémités au moins, le plus souvent même à toutes les deux, par une saillie, ou embase, dont la hauteur, pour un diamètre d du tourillon, est donnée par la formule :

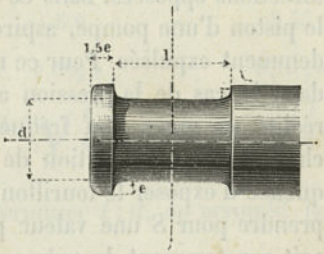
$$e = 3 + \frac{7}{100} d. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (88)$$

Si l'on désigne par P la charge agissant transversalement, S la tension développée par la flexion à la naissance du tourillon et l sa longueur, on doit prendre, pour le diamètre, en ayant simplement égard à la résistance :

$$d = \sqrt{\frac{16}{\pi S}\left(\frac{l}{d}\right)}\sqrt{P}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (89)$$

Le rapport $l : d$ détermine la pression par unité de surface qui se produit entre le tourillon et le palier correspondant. A l'état neuf, le tourillon peut être considéré comme emboîté complètement par le palier sur la moitié de son contour, et on a alors pour cette pression $p = P : ld$. Lorsqu'il s'est produit un certain jeu, cette pression n'a plus la même valeur en tous les points; sur la génératrice inférieure, elle a pour expression $p_0 = {}^4/_\pi p$, tandis que, pour une ligne écartée de la précédente d'un angle β, elle est représentée par $p' = {}^4/_\pi p \cos\beta$. Comme le rapport entre p_0 et p est constant, nous pouvons introduire cette dernière valeur aussi bien que la première dans le calcul.

Fig. 273.



Pour une valeur donnée de p, on tire des relations précédentes :

$$\frac{l}{d} = \sqrt{\frac{\pi}{16}\frac{S}{p}} = \sqrt{\frac{S}{4p_0}}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (90)$$

Mais, pour que l'usure ne soit pas trop considérable, lorsque le nombre de tours est élevé, il convient de prendre, pour p, une valeur inférieure au maximum admissible pour les cas ordinaires, et de supposer, par exemple, que cette valeur varie en raison inverse du nombre n de tours par minute; on se trouve ainsi conduit à modifier l'équation précédente en posant :

$$\frac{l}{d} = \sqrt{\frac{\pi}{16}\frac{S}{a}n}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (91)$$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

où a désigne une constante qui dépend de la nature des matériaux employés et des conditions de graissage. En combinant les relations (89) et (91), on obtient :

$$d = \sqrt[4]{\frac{16}{\pi S}\frac{n}{a}}\sqrt{T}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (92)$$

Dans la pratique, on doit employer, pour d et $l : d$, les deux plus grandes valeurs que fournissent les quatre équations précédentes. Les valeurs limites de d et $l : d$ correspondent à $a : n = p_{max.}$

Pour les constantes, on doit avoir égard aux considérations suivantes : Si le tourillon est soumis à une charge agissant constamment dans une même direction et si la pression par unité de surface est très élevée, le graissage se fait moins bien (par suite de l'expulsion de l'huile) que si le tourillon, comme celui d'une manivelle de machine à vapeur, par exemple, se trouve alternativement pressé dans des directions opposées. Dans ce dernier cas, le tourillon, agissant comme le piston d'une pompe, aspire à chaque instant l'huile qu'il a précédemment expulsée. Pour ce motif, p peut avoir une valeur plus élevée dans le cas de la pression alternative que dans l'autre, et c'est, en réalité, ce qui a lieu fréquemment dans la pratique. Par contre, le changement de direction de la pression a assez souvent pour conséquence d'exposer le tourillon à des chocs, et il convient, dès lors, de prendre pour S une valeur plus faible que dans le cas où la charge agit constamment du même côté. — Dans les tourillons qui doivent avoir simplement la possibilité de tourner, sans avoir à effectuer de mouvements de rotation continus, p peut avoir naturellement une valeur assez élevée. Des tourillons de ce genre peuvent être désignés sous le nom de tourillons dormants, par opposition à ceux qui sont destinés à un mouvement régulier et qui constituent les tourillons tournants. La constante a de l'équation (91) est à déterminer par expérience. On doit, d'ailleurs, comprendre facilement que les résultats fournis par la pratique peuvent présenter, pour la valeur de a, des différences assez prononcées; a peut, en effet, avoir une valeur assez faible, sans que, pour cela, le tourillon soit inutilisable; seulement son usure est beaucoup plus rapide. Il est important d'avoir toujours un bon graissage et de ménager, à cet effet, dans les coussinets, des rainures spéciales (pattes d'araignée). On n'a pas tenu compte ici de la surface correspondant à ces rainures, et qui est négligeable. On obtient des valeurs dont on peut faire usage dans la pratique, lorsque, dans l'hypothèse de coussinets ou de douilles en bronze, on prend, pour la charge d'un seul côté, $a = 75$ et, pour la charge alternative,

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

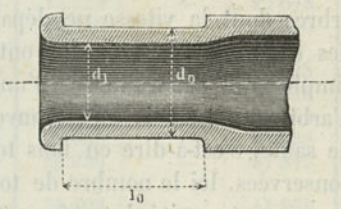
$a = 150$. En partant de là, on est arrivé à dresser le tableau suivant pour les tourillons en fer, en fonte et en acier, tournant sur du bronze :

FORMULES POUR LES TOURILLONS FRONTAUX. . . . . (93)

		Charge d'un seul côté.			*Charge à direction alternative.*		
		Fer.	Fonte.	Acier.	Fer.	Fonte.	Acier.
TOURILLONS DORMANTS.	$p_0 =$	6	3	10	6	3	10
	$S =$	6	3	10	6	3	10
	$\frac{l}{d} =$	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
	$d =$	$0{,}65\sqrt{P}$	$0{,}92\sqrt{P}$	$0{,}50\sqrt{P}$	$0{,}65\sqrt{P}$	$0{,}92\sqrt{P}$	$0{,}50\sqrt{P}$
TOUR. TOURNANTS $n \leqslant 150$.	$p =$	0,5	0,25	0,5	1,0	0,5	1
	$S =$	6	3	10	5,0	2,5	8,33
	$\frac{l}{d} =$	1,5	1,5	1,94	1,0	1,0	1,3
	$d =$	$\frac{9}{8}\sqrt{P}$	$1{,}6\sqrt{P}$	$1{,}0\sqrt{P}$	$1{,}0\sqrt{P}$	$1{,}4\sqrt{P}$	$0{,}88\sqrt{P}$
TOUR. A GRANDE VITESSE $n \geqslant 150$.	$a =$	75	—	75	150	—	150
	$S =$	6	—	10	5,0	—	8,33
	$\frac{l}{d} =$	$0{,}13\sqrt{n}$	—	$0{,}17\sqrt{n}$	$0{,}08\sqrt{n}$	—	$0{,}10\sqrt{n}$
	$d =$	$0{,}92\sqrt{\frac{l}{d}}\sqrt{P}$	—	$0{,}71\sqrt{\frac{l}{d}}\sqrt{P}$	$1{,}01\sqrt{\frac{l}{d}}\sqrt{P}$	—	$0{,}78\sqrt{\frac{l}{d}}\sqrt{P}$

Pour $n > 150$, on commence par déterminer $l : d$, on arrondit la valeur trouvée et on la porte dans la formule de la dernière ligne.

Fig. 274.



Tourillons creux (Fig. 274). — Si l'on désigne par d_0 le diamètre extérieur d'un tourillon creux, d_1 le diamètre intérieur, d le diamètre d'un tourillon plein équivalent, φ le rapport $d_1 : d_0$, et, si l'on suppose que les deux tourillons doivent avoir la même longueur, on doit prendre, pour obtenir le même degré de sécurité :

$$\frac{d_0}{d} = \frac{1}{\sqrt[3]{1-\varphi^4}}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (94)$$

Si le rapport de la longueur au diamètre doit être le même pour le tourillon creux que pour le tourillon plein, il convient de prendre

$$\frac{d_0}{d} = \frac{1}{\sqrt{1-\varphi^4}}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (95)$$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Ces formules ont servi à calculer les valeurs suivantes :

$d_1 : d_0 = \varphi$	$= 0,4$	$0,5$	$0,6$	$0,7$	$0,75$	$0,8$
$1 : \sqrt[3]{1-\varphi^4}$	$= 1,01$	$1,02$	$1,05$	$1,10$	$1,14$	$1,18$
$1 : \sqrt{1-\varphi^4}$	$= 1,01$	$1,03$	$1,06$	$1,15$	$1,21$	$1,30$

Dans les deux cas, la pression par unité de surface est plus faible pour le tourillon creux que pour le tourillon plein. Le rapport 0,6 est assez fréquemment utilisé dans la pratique ; les tourillons creux trouvent leur application dans les arbres creux en fonte, ainsi que dans les arbres creux en acier fondu, en usage depuis quelques années.

Les alliages de bronze et les matières équivalentes, comme le métal blanc, le plomb durci, etc., sont très propres à former les paliers, puisqu'ils peuvent supporter une assez forte pression par unité de surface, sans que le coefficient de frottement s'élève d'une manière exagérée (Voy. § 96). Pour les tourillons qui doivent tourner sur de la fonte, on peut, lorsque la vitesse de rotation est faible, procéder comme pour une garniture en bronze. C'est ce qui a lieu, par exemple, pour les tourillons de machines élévatoires qui sont mues à la main. Mais, lorsqu'il s'agit d'appareils d'une assez grande force, marchant d'une façon continue, l'emploi de la fonte pour entourer les tourillons n'est admissible que si la pression par unité de surface est faible (Voy. le chap. suivant). Les coussinets en bois peuvent supporter une pression plus élevée que le bronze (le double et même plus), lorsqu'ils sont dans l'eau ou qu'ils sont maintenus constamment mouillés. Dans des arbres dont la vitesse ne dépassait pas 60 à 80 tours par minute, des coussinets en bois dur ont été maintenus en bon état par un simple graissage à l'huile. D'un autre côté, dans des boîtes de pivots d'arbres de meules, on a trouvé des enveloppes de tourillons en bois de saule, c'est-à-dire en bois tout à fait tendre, qui étaient très bien conservées. Ici le nombre de tours par minute dépassait 100, mais la pression par unité de surface était extrêmement faible (1).

§ 91.

Tableau et exemples relatifs aux tourillons frontaux.

Le tableau suivant contient les résultats fournis par les formules (93) pour les tourillons tournants dans lesquels on a $n \leqq 150$.

(1) Au sujet d'autres substances, encore plus extraordinaires, employées comme coussinets, Voy. le § 97.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

TABLEAU RELATIF AUX TOURILLONS FRONTAUX.

d	e	CHARGE P D'UN SEUL CÔTÉ			CHARGE P ALTERNATIVE		
		FER $\frac{l}{d}=1,5$	FONTE $\frac{l}{d}=1,5$	ACIER FONDU $\frac{l}{d}=1,94$	FER $\frac{l}{d}=1$	FONTE $\frac{l}{d}=1$	ACIER FONDU $\frac{l}{d}=1,5$
25	5	494	244	625	625	318	807
30	5	720	351	900	900	450	1 162
35	6	968	479	1 225	1 225	613	1 582
40	6	1 2 0	625	1 600	1 600	880	2 066
45	6	1 620	791	2 025	2 025	1 013	2 615
50	7	2 000	977	2 500	2 500	1 250	3 228
55	7	2 420	1 182	3 025	3 025	1 513	3 906
60	8	2 880	1 406	3 600	3 600	1 800	4 649
65	8	3 380	1 650	4 225	4 225	2 113	5 456
70	8	3 920	1 914	4 900	4 900	2 450	6 327
75	8	4 500	2 197	5 625	5 625	2 813	7 264
80	8	5 120	2 500	6 400	6 400	3 200	8 264
85	9	5 780	2 822	7 225	7 225	—	9 330
90	10	6 480	3 164	8 100	8 100	—	10 460
95	10	7 220	3 525	9 025	9 025	—	11 654
100	10	8 000	3 906	10 000	10 000	—	12 913
105	10	8 820	4 307	11 025	11 025	—	14 257
110	11	9 680	4 727	12 100	12 100	—	15 625
115	11	10 580	5 166	13 225	13 225	—	17 078
120	12	11 520	5 625	14 400	14 400	—	18 595
130	12	13 520	6 602	16 900	16 900	—	21 825
140	13	15 680	7 656	19 600	19 600	—	25 310
150	13	18 000	8 789	22 500	22 500	—	29 054
160	15	20 480	10 000	25 600	25 600	—	33 058
170	15	23 120	11 289	28 900	28 900	—	37 319
180	16	25 920	12 656	32 400	32 400	—	41 858
190	16	28 880	14 102	36 100	36 100	—	46 616
200	17	32 000	15 625	40 000	40 000	—	51 652
210	18	35 280	17 226	44 100	44 100	—	56 947
220	18	38 720	18 906	48 400	48 400	—	62 499
230	19	41 796	20 664	52 900	52 900	—	68 310
240	20	46 080	22 500	57 600	57 600	—	74 379
260	21	54 080	26 406	67 600	67 600	—	87 292
280	23	62 720	30 625	78 400	78 400	—	101 250
300	24	72 000	35 156	90 000	90 000	—	116 218

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

1er Exemple. *Une roue hydraulique à augets, d'un poids de* $30\,000^k$, *contient, pendant la marche,* 6^{mc} *d'eau. Les tourillons de l'arbre en fonte de la roue sont disposés symétriquement et supportent, par suite, chacun une charge de* $15\,000^k + 3000^k = 18\,000^k$. *Dans la 4e colonne du tableau ce nombre est compris entre ceux de la 29e et de la 30e ligne; on doit donc prendre, pour le diamètre,* 220^{mm} *et, pour la longueur,* 330^{mm}; *la saillie du collet e est de* 18^{mm} *et sa hauteur de* 26^{mm}.

2e Exemple. *Pour la même charge, agissant alternativement dans des directions opposées, un tourillon de manivelle en fer forgé devrait recevoir un diamètre de* 155^{mm} *et une longueur égale (col. 6, lignes 21 à 22). Exécuté en acier fondu, ce même tourillon devrait avoir un diamètre de* 120^{mm} *et une longueur* $l = 1{,}3 . 120 = 156^{mm}$ *(col. 8, ligne 20).*

3e Exemple. *Aux mines de Bleyberg, en Belgique, les tourillons de l'arbre creux en fonte du balancier d'une machine d'élévation d'eau* (1) *supportent chacun une charge de* $140\,545^k$ *(agissant toujours du même côté); dans ces tourillons creux, le rapport des diamètres intérieur et extérieur est* 0,5.

D'après les formules (93) *et* (94), *nous devrions prendre pour le diamètre :* $d_0 = 1{,}02 . 1{,}6 \sqrt{140550} = 612^{mm}$ *et, pour la longueur :* $l_0 = 1{,}5 . 600 = 900^{mm}$, *ce qui conduirait, pour la pression p par millimètre carré, à une valeur inférieure à* $0^k{,}25$. *En réalité, on a pris* $d_0 = 500^{mm}$, $l_0 = 460^{mm}$ *(ce qui correspond à une pression de* $2^k{,}9$ *à la naissance du tourillon) et on a donné aux coussinets une longueur de* 400^{mm} *seulement. Dans ces conditions, la pression p est égale à* $140550 : 500 . 400 = 0^k{,}7$, *valeur certainement trop élevée. Aussi, pour prévenir les échauffements qui tendaient constamment à se produire, on a dû recourir à l'emploi de l'eau comme réfrigérant* (2).

Dans la pratique, la détermination des dimensions des tourillons présente peu d'uniformité. Ainsi, dans certains cas, on a égard à la différence assez prononcée qui existe entre les tourillons, suivant que la charge agit d'un seul côté ou dans des directions opposées, tandis que, dans d'autres cas, on n'en tient aucun compte. Pour les manivelles de locomotives, par exemple, la valeur de p est fréquemment supérieure à 1^k et parfois à 2^k; dans les traverses de ces mêmes machines, elle dépasse souvent 3^k. Au contraire, dans les grandes machines de bateaux, on trouve généralement, pour les tourillons de manivelles, des valeurs assez faibles (3). — Il est d'ailleurs indispensable que le graissage de tous ces tourillons se fasse toujours avec le plus grand soin.

(1) Voy. Portefeuille de *John Cockerill*, I, page 189.

(2) Dans la machine du Grand Hornu, qui a été établie quelques années après, la pression p n'est que $0^k{,}51$ avec des tourillons en fer; cette valeur est presque exactement celle que donneraient nos formules.

(3) Voy. par ex. *Marks, Crank pins and journals*, Philadelphia, 1878. Les chiffres indiqués sont : pour le Swatara, $p = 0{,}28$, Saco $p = 0{,}29$, Wampanoag $p = 0{,}51$, Wabash $p = 0{,}55$. — Dans ces machines (dont la 3me a un diamètre de cylindre de 100″ anglais, un diamètre de tourillon de manivelle de 16″ avec une longueur de 27″), la tension S, à la naissance du tourillon, atteint les valeurs suivantes : 2,84, 2,16, 7,41 (?), 1,93. Les deux séries de valeurs présentent d'assez fortes variations.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Pour les tourillons à grand nombre de tours, les rapports des longueurs aux diamètres sont supérieurs à ceux qui sont donnés précédemment.

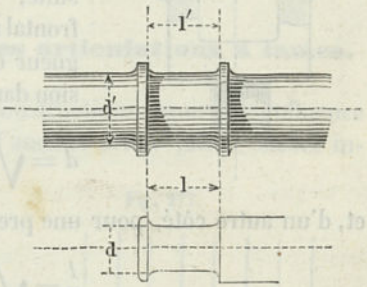
4e Exemple. *Les essieux de chemins de fer, en Allemagne, font de* 200 *à* 300 *tours par minute; fréquemment* $n = 270$. *En partant de cette donnée, on déduit de l'avant-dernière des formules* (93), *pour des essieux en fer,* $l : d = 0{,}13\sqrt{270} = 2{,}14$. *Les rapports* 1,8 *et* 2 *se rencontrent souvent dans la pratique. Dans les ventilateurs, le nombre de tours s'élève parfois à* 1200 *et même au delà. Avec* $n = 1200$, *la formule donne pour le fer* $l : d = 0{,}13\sqrt{1200} = 4{,}5$, *et pour l'acier fondu* $l : d = 0{,}17\sqrt{1200} = 5{,}9$. *Les ventilateurs renommés de Sturtevant, à Boston, ont des arbres en acier, dans lesquels le rapport de la longueur au diamètre pour les tourillons est compris entre* 5 *et* 6.

§ 92.

Tourillons intermédiaires ou à collets.

Lorsqu'un tourillon se trouve disposé, comme dans la figure 275, entre deux parties quelconques d'un essieu ou d'un arbre, il constitue ce qu'on appelle un tourillon intermédiaire ou à collets. Le diamètre d' d'un tourillon de ce genre n'est plus fonction de la pression du palier. Pour que l'usure ne soit pas plus rapide que dans le tourillon frontal équivalent (en entendant par là un tourillon qui serait formé de la même matière, qui ferait le même nombre de tours, qui offrirait le même degré de poli, de graissage, et qui serait soumis à la même charge directe), il est nécessaire que sa longueur l' ne soit pas prise inférieure à celle de ce tourillon frontal. Lorsqu'il est possible de faire cette longueur plus grande, on diminue par cela même l'usure, et on peut, dès lors, réaliser de sérieux avantages (Voy. § 109). Toutefois, dans un assez grand nombre de cas, on est obligé, par le manque de place, de recourir à une longueur plus faible; c'est ce qui a parfois lieu dans les locomotives. — Le tourillon à collets doit être considéré comme un tourillon frontal élargi; il en est de même du tourillon creux correspondant à la formule (94).

Fig. 275.



1er Exemple. *Locomotive à grande vitesse de Borsig à l'Exposition de Vienne. Tourillons de l'essieu d'arrière, en acier fondu, charge* 6000^k, $d' = 180^{mm}$, $l' = 185^{mm}$. *D'après la table du* § 91, *le tourillon frontal équivalent aurait pour dimensions* $d = 78^{mm}$, $l = 1{,}94 \cdot 78 = 151^{mm}$; *ce qui donnerait* $p = 6000 : 78.151 = 0^k{,}5$. *Ici* l' *est notablement supérieur à* l. *On trouve pour la pression* $p = 6000 : 180.146 = 1 : 5{,}5$. *En prenant* $l' = l$, *on aurait* $p = 6000 : 180.151 = 1 : 4.5$.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

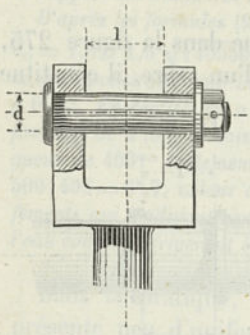
2° Exemple. *Dans la même locomotive, le tourillon de manivelle porte, à son extrémité, le tourillon d'accouplement, dont la résistance est dirigée en sens contraire de la pression du piston et subit, par suite, l'influence des dimensions de ce dernier. La pression du piston atteint* 14 600^k; *on a fait:* $d' = 105^{mm}$, $l' = 115^{mm}$. *Pour le tourillon frontal équivalent (en acier fondu) la table donnerait* $d = 107^{mm}$, $l = 139^{mm}$; *p serait de* 1^k. *En réalité, on a* $p = 14\,600 : 105.115 = 1^k,22$. *Ici, par suite du manque de place, on a dû faire* $l' < l$ *et la pression par unité de surface est notablement supérieure à* 1^k.

§ 93.

Tourillons à fourchette.

Un tourillon à collets, disposé de telle sorte qu'à ses deux extrémités le corps du tourillon se trouve emboîté et fixé dans une pièce rigide (fourchette, traverse), comme dans la figure 276, se nomme un tourillon à fourchette. Un tourillon de ce genre peut avoir un diamètre plus faible que le tourillon frontal équivalent, et doit, par suite, être considéré comme un tourillon frontal rétréci. P étant la charge, l et d la longueur et le diamètre, S la plus grande tension dans le tourillon, on a (cas n° VIII, § 6) :

Fig. 276.



$$d = \sqrt{\frac{4}{\pi S}}\sqrt{\frac{l}{d}}\sqrt{P}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (96)$$

et, d'un autre côté, pour une pression par unité de surface $p_0 = \frac{4}{\pi} p$:

$$\frac{l}{d} = \sqrt{\frac{\pi S}{4p}} = \sqrt{\frac{S}{p_0}}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (97)$$

En opérant comme au § 90, on obtient le tableau suivant :

FORMULES POUR LES TOURILLONS A FOURCHETTE. . . . . (98)

		Charge d'un seul côté.			*Charge à direction alternative.*		
		Fer.	Fonte.	Acier fondu.	Fer.	Fonte.	Acier fondu.
TOURILLONS DORMANTS.	$p_0 =$	6	3	10	6	3	10
	$S =$	6	3	10	6	3	10
	$\frac{l}{d} =$	1	1	1	1	1	1
	$d =$	$0{,}46\sqrt{P}$	$0{,}65\sqrt{P}$	$0{,}36\sqrt{P}$	$0{,}46\sqrt{P}$	$0{,}65\sqrt{P}$	$0{,}36\sqrt{P}$
TOURILLONS TOURNANTS. n VII 150.	$p =$	0,5	0,25	0,5	1,0	0,5	1,0
	$S =$	6	3	10	5	2,5	8,33
	$\frac{l}{d} =$	3	3	4	2	2	5
	$d =$	$0{,}8\sqrt{P}$	$1{,}13\sqrt{P}$	$0{,}7\sqrt{P}$	$0{,}7\sqrt{P}$	$1{,}0\sqrt{P}$	$0{,}6\sqrt{P}$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Les tourillons à fourchette tournant à une très grande vitesse ($n > 150$) sont d'un usage extrêmement rare, et, pour ce motif, ils ne figurent pas dans les formules précédentes. Il résulte de l'examen de ces formules que, pour les tourillons à fourchette, les diamètres sont faibles, tandis que les rapports des longueurs aux diamètres sont assez élevés.

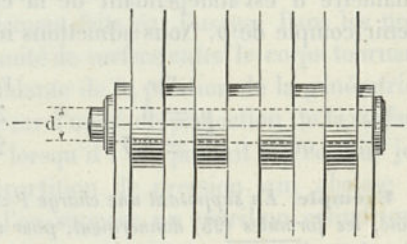
Exemple. *Tourillon tournant à fourchette, en fer forgé, pour une charge* $P = 2000^k$, *agissant d'un seul côté. On tire des formules :* $d = 0{,}8\sqrt{1200} = 35^{mm},7$ *soit* 36^{mm}, $l = 3.36 = 108^{mm}$. *Le tableau* (91) *donnerait pour le tourillon frontal équivalent :* $d = 50^{mm}$, $l = 75^{mm}$. *Le produit de la longueur par le diamètre est sensiblement le même dans les deux cas. Si la longueur de* 108^{mm} *était incommode, on pourrait, à la rigueur, la réduire, à la condition d'augmenter d en conséquence. La résistance se trouverait alors, il est vrai, augmentée sans nécessité, mais l'emploi du nouveau tourillon n'aurait guère d'autre inconvénient que de donner lieu à un frottement plus considérable. On voit, d'après cela, que le constructeur dispose d'un assez grand nombre d'éléments qu'il peut faire varier, et c'est ce qui explique la multiplicité des solutions qu'on rencontre dans la pratique.*

§ 94.

Tourillons de charge dans les articulations à lames.

Le frottement peut, dans certaines constructions, avoir une influence telle qu'on soit obligé de chercher à l'amener à une valeur encore inférieure à celle qu'on peut obtenir dans le tourillon à fourchette. C'est ce qui se présente pour les tourillons du genre de ceux qu'on emploie dans les articulations à lames de la figure 277. Si l'on suppose, comme dans la figure, les forces réparties uniformément et symétriquement sur les lames, l'ensemble peut être considéré comme constituant une série de tourillons à fourchette juxtaposés. Sur chacun d'eux ne s'exerce qu'une fraction $^1/_k$ de la charge totale P, si k désigne le nombre de ces tourillons de chaque côté, et le diamètre d s'obtient en multipliant par $\sqrt{^1/_k}$ le diamètre du tourillon simple à fourchette équivalent.

Fig. 277.



Pour $k =$	2	3	4	5	6	7	8
on a $\sqrt{^1/_k} =$	0,7	0,57	0,5	0,45	0,41	0,38	0,35.

Ce sont essentiellement des tourillons dormants qui peuvent être

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

remplacés à l'occasion par des tourillons du genre précédent, et c'est pour ce motif que, dans la figure, le rapport de la longueur au diamètre a été supposé égal à 1. — La longueur totale du tourillon est $2kd$.

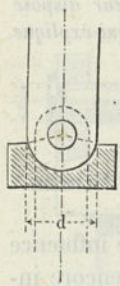
On trouve de remarquables applications de ces tourillons dans les chaînes articulées (1), dont il sera question ultérieurement.

§ 95.

Demi-tourillons.

Dans les cas où la réduction du moment du frottement se trouve avoir une importance particulière, on peut arriver à obtenir ce résultat, sans trop augmenter la longueur du tourillon, à la condition de lui donner la forme de la figure 278, où la surface de rotation correspond au plus à un demi-cylindre; cette disposition est admissible pour les tourillons chargés d'un seul côté, qui n'ont à effectuer que des mouvements d'oscillation d'une faible amplitude. Pour s'opposer aux efforts peu considérables qui peuvent se produire en sens contraire de la charge, on a la ressource de recourir à l'emploi de petits tourillons auxiliaires, comme l'indique la figure.

Fig. 278.



Dans les demi-tourillons, où la quantité de matière accumulée du côté non utilisé pour la rotation est considérable, le diamètre d est indépendant de la charge P, et l'on a simplement à tenir compte de p. Nous admettons ici les valeurs suivantes :

	Fer.	Fonte.	Acier fondu.
	$p_0 = 6$	5	10
ou	$p = 4{,}71$	2,55	7,85.

Exemple. *En supposant une charge* $P = 100\,000^k$ *agissant toujours du même côté, les formules* (95) *donneraient, pour un tourillon frontal dormant, en fer :* $d = 0{,}65\sqrt{100\,000} = 206^{mm}$ *et* $l = 105^{mm}$. *Pour un tourillon à fourchette, on*

(1) La pression par unité de surface, pour les chaînes à maillons plats de ce genre, atteint souvent, dans la pratique, des valeurs supérieures à celle qui a été admise dans le texte. L'ingénieur Vollhering (à Sudenbeurg) a utilisé, avec succès, ces chaînes dans des appareils élévatoires à leviers, destinés à lever les extrémités libres d'un pont tournant (Harbourg). La charge maxima d'un levier atteignait $42\,750^k$. Le nombre k des couples de lames était de 10, leur épaisseur de $9^{mm},5$ et le diamètre des tourillons de 30^{mm}; les lames et les tourillons étaient en acier fondu. On tire de là pour la pression : $p = 42\,750 : 10.9{,}5.30 = 15^k$. Newstadt, dans ses chaînes articulées en fer (des forges d'Audincourt), admettait des pressions comprises entre 10 et 20^k. Une chaîne articulée, en acier, de la grande grue de montage de l'usine de construction d'Egell éprouvait, sous une charge de $15\,000^k$, une pression, par unité de surface, de 15^k (6 maillons de 5^{mm} d'épaisseur avec des tourillons de 33^{mm} de diamètre).

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

aurait, d'après la formule (98), $d = 0{,}46\sqrt{100\,000} = 145^{mm}$, *et* $l = 145^{mm}$. *Avec un tourillon à* 8 *lames articulées de chaque côté, on aurait* $d = 0{,}35.145 = 51^{mm}$, *et, pour la longueur totale,* $2.8.51 = 816^{mm}$. — *Si, pour un demi-tourillon, avec les mêmes données, nous prenons* $d = 51^{mm}$, *nous trouvons* $l = 51.8 = 408^{mm}$. *Pour* $d = 40^{mm}$, *nous aurions* $l = 408.51:40 = 520^{mm}$. *Le frottement de ce tourillon n'est alors que* $^1/_5$ *de celui du tourillon frontal,* $^8/_{29}$ *de celui du tourillon à fourchette et* $^4/_5$ *de celui du tourillon à lames articulées, lequel exige cependant une longueur supérieure de près de* 60 $^0/_0$.

On trouve une application assez intéressante du demi-tourillon, dans le manchon d'accouplement de *Fossey*. *Woolf* a fait usage de demi-tourillons pour la traverse en fonte de la tige de piston d'une grande machine d'élévation d'eau (1).

Comme limite extrême de l'application du principe du demi-tourillon, dans le but de réduire le frottement, on peut citer les couteaux des fléaux de balances. Sur les surfaces des tourillons qui présentent la forme de secteurs de cylindres de faible ouverture, la pression par unité de surface est très élevée et varie de 10 jusqu'à 100^k par millimètre carré. La dureté des couteaux en acier et de leurs supports semble permettre des pressions aussi fortes, sans qu'il en résulte d'inconvénients notables (2).

§ 96.

Frottement des tourillons de charge.

Les tourillons neufs donnent lieu à un frottement plus considérable que ceux qui se sont convenablement faits par l'usage. Dans les premiers, en effet, la pression par unité de surface entre le corps tournant et son enveloppe fixe est indépendante de la position de la génératrice de contact et égale à la pression sur l'unité de projection de la surface emboîtée ($P : l.\ d$), tandis que, lorsqu'il s'est produit un certain jeu (Voy. § 90), il en résulte une répartition de pression qui abaisse la valeur moyenne de p (3). — Si l'on suppose un tourillon cylindrique

(1) Voy. Tredgold, *Cornish Pumping Engine*.

(2) Dans les grands ponts à bascule on trouve des pressions qui s'élèvent jusqu'à 160^k par millimètre de longueur du couteau, ce qui, en admettant une largeur de portée de $1/2^{mm}$, correspond à une pression, par unité de surface, de plus de 300^k. Mais, dans ces conditions, on constate de fortes pénétrations et des usures très prononcées. Les couteaux de l'appareil de mesure, dans la grande machine de Werder, destinée à des expériences de résistance de matériaux (à l'Académie industrielle de Berlin), ont 360^{mm} de longueur et peuvent avoir à supporter une pression de $100\,000^k$, c'est-à-dire de $277^k,8$ par unité de longueur, ou de $556^k,6$ par millimètre carré, en supposant que le couteau porte sur $1/2^{mm}$ de largeur. Des pénétrations de ces couteaux dans leurs supports se sont déjà produites, et il convient d'ajouter qu'elles semblent inévitables.

(3) Voy. Reye, *Theorie der Zapfenreibung*, Civ.-Ing. VI (1860), p. 235, et Grove, *Berechnung der Trag- und Stützzapfen, Mitth. des Gew.-Vereins für Hannover*, 1876.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

de diamètre d, soumis à une charge P et pour lequel le coefficient de frottement soit f, la force tangentielle F, faisant équilibre au frottement, se trouve avoir les valeurs suivantes : pour les tourillons neufs :

$$F = \frac{\pi}{2} fP. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (99)$$

pour les tourillons ayant pris un certain jeu :

$$F = \frac{4}{\pi} fP. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (100)$$

Le frottement est donc plus faible pour les tourillons ayant déjà servi que pour les tourillons neufs, dans le rapport de $8 : \pi^2$, soit 0,81.

La vraie grandeur de F varie, d'ailleurs, avec la valeur du coefficient f. Cette dernière, contrairement à ce qu'indique la théorie de *Coulomb*, reprise par *Morin*, ne dépend pas seulement de la nature des surfaces en contact et de leur état de graissage, mais encore de la pression par unité de surface p et de la vitesse de glissement v (1). Toutefois, on manque encore à ce sujet d'expériences tout à fait satisfaisantes (2).

(1) Voy. *Hirn*, Études sur les frottements médiats, *Bulletin de la Société de Mulhouse*, 1854, p. 188 ; Voy. aussi les expériences de *Rennie*, *Sella*, *Bochet*, etc

(2) Dans le journal *Engineer*, de nov. 1873, on trouve (p. 312) une série d'expériences très intéressantes exécutées sur des tourillons d'essieux de chemins de fer en service normal. On modifiait les dimensions des tourillons, de manière à changer la valeur de la pression par unité de surface, et on conservait toutes les autres conditions. Les coussinets provenaient tous du même creuset et se composaient de 7 p. de cuivre et 1 p. d'étain ; les essieux étaient en fer. Après un parcours de 45 000 kilom., les pertes constatées étaient les suivantes :

Tourillons.	Réduction sur le diamètre.	*Coussinets.* Perte en poids.
1. $d = 85^{mm}$, $l = 140^{mm}$	$0^{mm},8$	$2^{k},27$
2. » 89^{mm}, » 145^{mm}	$0^{mm},4$	$1^{k},36$
3. » 95^{mm}, » 178^{mm}	$0^{mm},254$	$1^{k},135$.

En supposant une charge de 5000^{k} sur chaque tourillon, les valeurs de p étaient respectivement, pour les trois cas, de $0^{k},43$, $0^{k},39$ et $0^{k},30$. L'examen des résultats, au point de vue de l'usure, donne les chiffres suivants :

Les valeurs de p étant représentées proportionnellement par	10	: 9,1	: 7,0
Les pertes de bronze ont été dans le rapport des nombres. .	10	: 5,98	: 5,43
— fer — — — . .	10	: 5,55	: 2,31
— totales — — — . .	10	: 5,9	: 4,3
Les pertes du fer par rapport à celles du bronze. . . .	1 : 2,1	: 1 : 3	: 1 : 5
Les valeurs de la vitesse ont été respectivement. . . .	10	: 10,7	: 11,4

D'après les anciennes théories, l'accroissement de la vitesse de glissement aurait dû amener une augmentation de l'usure, tandis qu'on constate, au contraire, une diminution de 43 p. 100.

Il résulte de cet exemple que si la relation $p = a : n$ n'exprime pas exactement les phénomènes assez compliqués qui se produisent en réalité, elle a au moins l'avantage de faire entrer dans le calcul, dans une certaine mesure, les influences les plus essentielles.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Pour le frottement de fonte sur bronze, avec graissage abondant, Rennie a trouvé :

pour $p =$	0,023	0,123	0,222	0,346	0,470	0,520
$f =$	0,157	0,225	0,215	0,222	0,234	0,234

Rennie n'avait pas tenu compte de la vitesse v. Pour le frottement de fonte sur bronze, avec graissage abondant et à la vitesse $v = 1^m,7$, *Hirn a obtenu :*

pour $p =$	0,0021	0,0037	0,0053	0,0069	0,0085
$f =$	0,0376	0,0211	0,0226	0,0199	0,0183

Il résulte de là que f diminue, lorsque p augmente, mais en restant très petit. En laissant p constant et égal à 0,0085, *Hirn a trouvé, en outre :*

pour $v =$	0.467	0,852	0,934	0,400	1,663	1,700	1,866
$f =$	0,0086	0,0121	0,0128	0,0165	0,0181	0,0183	0,0191

Les valeurs de f restent encore très faibles, mais elles croissent incontestablement avec la vitesse. — Dans les expériences de Morin, p est resté compris entre $0^k,0096$ *et* $0^k,0157$ *par millimètre carré. Les valeurs qu'il a données sont comprises, comme on le sait, entre* 0,05 *et* 0,11, *pour les tourillons graissés à l'huile, et entre* 0,08 *et* 0,16 *dans le cas où l'huile est remplacée par de la graisse.*

A l'Académie industrielle de Berlin, des expériences exécutées avec l'appareil de Clair, tel qu'il avait été disposé pour les essais de Morin, ont donné les résultats suivants, pour des pièces en fer glissant sur des bandes de laiton, avec un graissage à l'huile abondant :

	1re série d'expériences.	2e série d'expériences.
Surface de frottement . .	12 800^{mmq}	128^{mmq}
Pression totale P . . .	$16^k,5$	$16^k,5$
Pression par ^{mmq} *p*. . . .	$0^k,00129$	$0^k,129$
Frottement observé. . . .	$1^k,25$	$2^k,65$
Coefficient f	0,076	0,160

Le professeur Reuleaux a fait, avec un appareil construit sur le principe du frein de Prony, des expériences de frottement de fer sur bronze; avec un graissage convenable et une vitesse variant de 0,15 *à* 0,18, *il a trouvé :*

pour $p =$	0,035	0,086	0,135	0,236	0,340	0,439	0,500
$f =$	0,090	0,087	0,095	0,118	0,171	0,184	0,180.

Ici f varie du simple au double, quand p passe de $^1/_{50}$ *à* $^1/_2$. *En donnant à p une valeur constante et égale à* 0,33, *il a obtenu :*

pour $v =$	0,004	0,072	0,176	0,280	0,280
$f =$	0,222	0,210	0,191	0,167	0,185.

Il résulte de ce tableau que les valeurs de f diminuent, lorsque v augmente, contrairement aux constatations faites par Hirn, que nous avons mentionnées plus haut; il importe, d'ailleurs, de remarquer que, dans ces dernières expériences, p était quarante fois plus fort que dans celles de Hirn. Ces résultats peuvent être considérés comme concordant avec ceux de Morin, en ce sens que, d'après cet expérimentateur, le frottement au commencement du mouvement (le frottement au départ) est, en général, plus grand que le frottement pendant le mouvement, ou, en d'autres termes, que le frottement est plus considérable pour une faible valeur de v que pour une grande. Toutefois, cette loi ne semble rester vraie que jusqu'à

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

une certaine limite de v, au delà de laquelle f augmente de nouveau, en même temps que v; il y aurait lieu, dès lors, d'admettre que les vitesses utilisées par Hirn étaient supérieures à cette limite. Les expériences de Reuleaux, qui viennent d'être mentionnées, ne sont que le point de départ d'une série plus développée d'expériences sur le même objet.

Au point de vue de l'usure réelle des boîtes à graisse des essieux de chemins de fer, on ne possède pas d'observations aussi complètes qu'on pourrait le désirer; toutefois, le tableau suivant fournit, à ce sujet, quelques indications utiles (1).

N°s	MÉTAL DES COUSSINETS DES BOITES	CHEMIN PARCOURU PAR 1 KILOG. DE MÉTAL SUR 4 BOÎTES (*en kilom.*)	PERTE DE 4 BOÎTES POUR 1000 KILOM. (*en grammes*)	PRIX DE 1 KILOG. DE MÉTAL (*en francs*)	DÉPENSE CORRESPONDANT A LA PERTE DE MÉTAL DE 4 BOÎTES PAR 1000 KILOM.
1	*Bronze* 83 *Cu.* 17 *Etain.*	90390	11,06	3,30	0,033
2	» 82 *Cu.* 18 *Etain.*	99900	10,01	3,25	0,033
3	*Métal blanc* 3 *Cu.* 90 *Et.* 7 *Ant.*	72280	13,83	3,75	0,052
4	» » 5 *Cu.* 85 *Et.* 10 *Ant.*	88145	11,34	2,65	0,030
5	*Plomb durci* 84 *Pl.* 16 *Ant.* . .	81280	12,30	1,50	0,018
6	*Bronze phosphoré.*	429200	2,33	4,40	0,0103
7	*Bronze blanc de Parson.*	385275	2,60	2,50	0,006
8	*Babbitmétal de Dewrance.* . . .	637679	1,57	2,95	0,0046

On peut tirer de là des conclusions assez remarquables, au sujet des frais d'entretien des essieux d'un grand parc de wagons. Mais, avant de donner un exemple d'une évaluation de ce genre, il convient de remarquer que, pour les tourillons et les boîtes des roues munies de freins, l'usure est de 4,5 à 10 fois plus forte que pour les autres roues. Actuellement, en Prusse, un essieu parcourt par année :

Dans les wagons de voyageurs. . . . 55 000 kilom.
— — de marchandises. . . 15 000 —

nombres qui coïncident assez exactement avec ceux qu'on retrouve dans d'autres pays et qui peuvent, dès lors, être considérés comme ayant une valeur générale.

Si l'on admet maintenant, pour les essieux des roues à freins, une usure sextuple de celle des essieux ordinaires (ce qui revient à leur

(1) Les chiffres des n°s 1 à 6 sont tirés des intéressants travaux du Dr Künzel sur les alliages de bronze (*Bronzelegierungen*, Dresde, 1875). Ceux des n°s 7 et 8 sont extraits de l'*Engineer*, 1876, vol. XLI, p. 4 et 31, avec une correction destinée à les ramener aux mêmes données que les premiers.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

supposer un parcours six fois plus grand), on arrive, pour la Prusse, en prenant les états de wagons en service pendant l'année 1877, aux résultats suivants (dans lesquels l'unité de parcours représente 1000 kilomètres) :

Essieux de wagons de voyageurs en service . .	24 472	
» » bagages » . .	6 642	
à ajouter pour 11 319 essieux de roues à freins (5 fois)	56 595	
Parcours par an (en 1000 kilom.)	87 709 × 55 =	3 069 815
Essieux de wagons pour marchandises et autres usages	284 776	
à ajouter pour 81 781 essieux de roues à freins (5 fois)	408 905	
Parcours par an (en 1000 kilom.)	693 681 × 15 =	10 405 215
Ensemble.		13 475 050

Comme chaque essieu a 2 boîtes à graisse et que les pertes du tableau précédent correspondent à 4 boîtes et à un parcours de 1000 kilomètres, il convient de réduire ce nombre à moitié, soit à 6,737,515. On trouve alors, pour les dépenses annuelles dues à l'usure du métal (en laissant de côté les frais de refonte), les chiffres suivants :

Avec l'unité de prix du n°	8.	30 992 fr.
— —	6.	69 396
— —	3.	350 350

On voit que la dépense correspondant à l'usure de métal oscille entre des limites très étendues, suivant la composition du métal employé. Si l'on admettait, avec plusieurs auteurs, que la quantité de métal usé est directement proportionnelle à l'énergie du graissage et à la quotité du frottement, on serait amené à conclure, d'après les chiffres des n°s 8 et 3 de la colonne 3 du tableau précédent, que la force absorbée par le frottement peut osciller entre deux valeurs extrêmes représentées par 1 et 8,8. — Avec le bronze ordinaire et le bronze phosphoré, les frottements seraient dans le rapport de 11,06 : 2,33, ou de 4,7 : 1.

B. TOURILLONS D'APPUI OU PIVOTS.

§ 97.

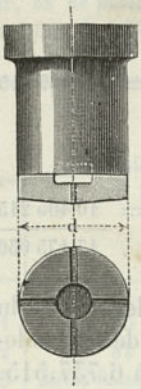
Calcul des tourillons d'appui.

Un tourillon qui est établi à l'extrémité d'un essieu ou d'un arbre de transmission, et dont la base doit supporter la pression que cet

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

arbre exerce dans le sens de sa longueur, constitue ce qu'on appelle un tourillon d'appui ou un pivot. Dans les cas ordinaires, il convient de le terminer par une base plane, comme l'indique la figure 279, et de l'entourer d'une enveloppe cylindrique. Dans les tourillons neufs, la pression par unité de surface sur cette base est la même en tous les points et égale à p, tandis que, dans ceux qui ont fonctionné pendant un certain temps, elle est inversement proportionnelle à la distance ρ de l'élément considéré à l'axe. En désignant par r_0 le rayon extérieur et par r_1 le rayon de la chambre à huile qui se trouve ménagée au milieu, on a pour cette pression :

Fig. 279.



$$p' = 0{,}5p\,(r_1 + r_0) : \rho.$$

Pour les éléments situés au bord, p' devient p_0 et on a :

$$p_0 = 0{,}5p\,(r_1 + r_0) : r_0.$$

Pour l'établissement des formules destinées au calcul de d, nous supposerons la pression par unité de surface uniformément répartie et représentée par p, nous prendrons $r_1 = {}^1/_3\, r_0$ et nous admettrons, en outre, l'existence de deux rainures à huile d'une largeur égale à ${}^1/_{12}\, d$. La charge totale étant représentée par P, nous aurons alors :

$$\left(\frac{2}{9}\pi - \frac{1}{9}\right) p d^2 = 0.587 p d^2 = P. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (101)$$

Afin d'éviter que l'usure ne soit trop rapide, lorsque la vitesse de rotation est considérable, nous poserons, comme précédemment (Voy. § 90), $p = a : n$ et nous aurons alors pour les pivots à grande vitesse :

$$0{,}587\, d^2 \frac{a}{n} = P. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (102)$$

Dans les pivots, il n'existe, pour ainsi dire, pas de cas où la charge agisse alternativement dans des directions différentes, et nous pouvons, dès lors, nous borner aux formules relatives à l'hypothèse de la charge de direction constante. Nous donnerons à a la même valeur que pour les tourillons frontaux (fer sur bronze), c'est-à-dire 75 ; nous prendrons également pour p les mêmes constantes que précédemment. Pour les coussinets en bois de gaïac qui restent constamment immergés dans l'eau, on peut admettre, même avec une vitesse de rota-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

tion considérable, une charge de 1 kilog par millimètre carré (1). Il convient, d'ailleurs, d'établir ici encore une distinction entre les pivots dormants, les pivots animés d'un mouvement de rotation régulier, et enfin ceux qui marchent à grande vitesse. Nous avons été ainsi conduit au tableau suivant :

FORMULES POUR LES PIVOTS. . . . . (103)

		Fer ou acier sur bronze.	Fonte sur bronze.	Fer ou acier sur gaïac, immergé.
Pivots dormants	p	$= 1$	$0{,}5$	—
	d	$= 1{,}31\sqrt{P}$	$1{,}86\sqrt{P}$	—
Pivots tournants $n \leqq 150$	p	$= 0{,}5$	$0{,}25$	$1{,}0$
	d	$= 1{,}86\sqrt{P}$	$2{,}62\sqrt{P}$	$1{,}31\sqrt{P}$
Pivots à grande vitesse $n > 150$	a	$= 75$	—	$p = 1$
	d	$= 0{,}15\sqrt{Pn}$	—	$d = 1{,}31\sqrt{P}$

1er Exemple. *Une grue de Newstadt, au port de Cherbourg, possède un pivot de* 170^{mm} *de diamètre pour une force de* 15 000 *kilog. En admettant un contrepoids de* 3000^{k}, *nous trouvons* $P = 18\,000^{k}$. *Comme il s'agit ici d'un pivot dormant, la valeur correspondante de d fournie par le tableau (col. 9, ligne 1) est* 180^{mm}. — *Pour une autre grue, d'une force de 10 tonnes, avec un contrepoids de 2 tonnes, Newstadt a pris* $d = 160^{mm}$; *la valeur indiquée par le tableau serait* $d = 145^{mm}$ *(nombre compris entre ceux des lignes 10 et 11).*

2e Exemple. *Pour un arbre de transmission vertical, animé d'une vitesse de 100 tours par minute et dont le pivot supporte une charge de* 1000^{k}, *on doit, d'après la col. 3, ligne 10, prendre un diamètre de* 60^{mm}.

3e Exemple. *Le pivot de l'arbre d'une turbine faisant 200 tours par minute et soumis à une pression de* 1400^{k} *devrait, d'après la formule (103), avoir pour diamètre* $d = 0{,}15\sqrt{1400.200} = 80^{mm}$. *Toutefois, on rencontre assez souvent des turbines dans lesquelles les pivots se trouvent soumis à des pressions s'élevant jusqu'à 3 et* 4^{k} *par millimètre carré, chiffre bien supérieur à celui qui résulte de la formule (103) et qui, pour l'exemple actuel, serait égal à* $75 : 200 = {}^{3}/_{8}{}^{k}$. — *Il est certain qu'une pression aussi exagérée doit entraîner des inconvénients de divers genres et, en particulier, une usure assez rapide.*

(1) Les expériences de *Penn* ont montré que des tourillons tournant dans l'eau, sur des coussinets en bois de gaïac, peuvent supporter sans danger une pression allant jusqu'à 4 et même 5 kilog. par mm.q. Voy. *Burgh*, a. a. O., P. 155.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

TABLEAU DONNANT LES VALEURS CORRESPONDANTES DE d ET DE P POUR LES TOURILLONS-PIVOTS DORMANTS ET TOURNANTS

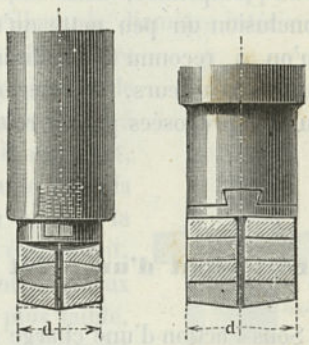
$d =$	$1{,}31\sqrt{P}$	$1{,}86\sqrt{P}$	$2{,}62\sqrt{P}$	$d =$	$1{,}31\sqrt{P}$	$1{,}86\sqrt{P}$	$2{,}62\sqrt{P}$	$d =$	$1{,}31\sqrt{P}$	$1{,}86\sqrt{P}$	$2{,}62\sqrt{P}$
15	131	65	33	80	3 729	1 856	932	180	18 880	9 396	4 720
20	233	116	58	85	4 210	2 095	1 053	190	21 036	10 469	5 259
25	364	181	91	90	4 720	2 349	1 180	200	23 309	11 600	5 827
30	524	261	131	95	5 259	2 617	1 315	210	25 698	12 780	6 424
35	714	365	178	100	5 827	2 900	1 457	220	28 204	14 036	7 051
40	932	464	233	105	6 424	3 197	1 606	230	30 826	15 341	7 706
45	1 180	587	295	110	7 051	3 509	1 763	240	33 565	16 704	8 391
50	1 457	725	364	120	8 391	4 176	2 097	250	36 420	18 125	9 105
55	1 763	877	440	130	9 848	4 901	2 462	260	39 392	19 604	9 848
60	2 097	1 044	524	140	11 421	5 684	2 855	270	42 480	21 141	10 620
65	2 462	1 225	615	150	13 111	6 525	3 279	280	45 650	22 736	11 421
70	2 855	1 421	714	160	14 918	7 424	3 729	290	49 007	24 389	12 252
75	3 279	1 631	819	170	16 841	8 581	4 210	300	52 445	26 100	13 111

Dans les arbres verticaux, la longueur du tourillon ou du pivot reste comprise entre d et 1,5 d; en principe, elle doit être assez grande pour que la pression par unité de surface résultant des actions latérales se trouve avoir une valeur suffisamment petite.

D'une manière générale, on peut constater, dans la pratique des machines, une tendance à limiter, le plus possible, le diamètre des pivots (1), évidemment dans le but de diminuer les résistances dues au frottement. Nous n'avons pas besoin de faire remarquer qu'on admet ainsi implicitement l'exactitude de l'ancienne loi, d'après laquelle le coefficient de frottement est indépendant de la grandeur des surfaces frottantes.

Dans certains cas, pour des tourillons soumis à une pression par unité de surface assez élevée, il paraît possible d'arriver à diminuer l'influence de n, en ayant recours à l'emploi de rondelles mobiles. Si, entre la base du pivot et la crapaudine proprement dite, on intercale 1, 2, 3,...,i de ces rondelles (fig. 280), le nombre de tours des différentes surfaces de glissement paraît être représenté, dans les conditions favorables, par $^{n}/_{2}$ $^{n}/_{3}$ $^{n}/_{4}$.... $^{n}/_{i+1}$. Cette disposition a été essayée pour des arbres de turbines et de moulins (*Escher-Wyss*, *Rieter*). Toutefois, pour les hélices de navires, elle n'a pas eu de succès durable; les plaques se soudaient, en quelque sorte, les unes aux autres, et les surfaces qui tournaient encore finissaient par s'échauffer, sous l'action du frottement, et se détruire, par suite, assez rapidement; l'emploi de roues dentées, pour assurer aux rondelles les vitesses de rotation indiquées par les nombres précédents, n'a pas suffi pour empêcher cette rapide destruction. Autant, du reste, qu'il nous est permis d'en juger par les données que nous avons pu recueillir, la pression par millimètre carré, dans tous ces essais, était trop considérable (1^{k} et même souvent beaucoup plus). Il semble donc que, dans cette question, il conviendrait de porter principalement ses efforts sur la diminution de la pression par unité de surface p.

Fig. 280.



(1) L'établissement de *Gruson*, à Magdebourg, a fourni, pour des plaques tournantes, des tourillons en fonte durcie (sur coussinets de même matière) qui devaient supporter, sans inconvénients sérieux, une pression par unité de surface de 15^{k}. — Ici il convient évidemment de prendre en considération la faible charge des tourillons, lorsque la plaque ne porte rien, ainsi que la grande lenteur de la rotation.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Pour les crapaudines, on a souvent cherché à employer d'autres substances que le fer, le bois, le bronze et les alliages analogues (métal blanc, plomb durci, etc.). En dehors de l'acier dur, dont l'emploi est également peu satisfaisant pour des pressions trop considérables, on a essayé différentes matières, telles que la pierre, le verre (1) et l'argile (2) durcie par la cuisson; mais l'emploi d'aucune de ces matières ne s'est jusqu'ici généralisé. *Girard* a proposé l'emploi de paliers à eau comprimée (3); dans ce système, l'eau, amenée à une certaine pression au moyen d'une pompe, vient agir entre les surfaces frottantes et rend ainsi la marche du tourillon très facile, au prix d'une perte de travail très faible, due au mouvement de la pompe. A l'Exposition universelle de 1867, *Girard* avait appliqué cette disposition à un tourillon vertical, en remplaçant l'eau par l'air. Ce n'était là, du reste, qu'une expérience scientifique, et il n'a été fait jusqu'ici aucune application pratique sur une échelle un peu étendue. A la même Exposition, on remarquait encore les tourillons de *Jouffray*, qui tournaient, avec une très grande facilité, sur de l'eau comprimée, dans des paliers complètement fermés. La seule conclusion un peu nette qu'on puisse tirer de ce qui précède, c'est qu'on a reconnu l'insuffisance des pivots ordinaires, sans qu'on puisse, d'ailleurs, affirmer que les dispositions assez compliquées qu'on a proposées pour y remédier soient réellement avantageuses.

§ 98.

Frottement d'un pivot terminé par une surface plane.

Sous l'action d'une charge P, un pivot terminé par une base plane, de forme annulaire, dont les rayons intérieur et extérieur sont respectivement r_1 et r_0, éprouve un frottement, lequel, en le supposant équilibré par une force F agissant tangentiellement à la circonférence, a pour expression :

$$F = \frac{2}{3} f P \frac{1 - \left(\frac{r_1}{r_0}\right)^3}{1 - \left(\frac{r_1}{r_0}\right)^2}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (103)$$

(1) Les coussinets en verre ont subi une épreuve de plusieurs années et on en fabrique à la verrerie de *E. Acker et Cie*, à Groggenau, près de Rastadt. — Ces coussinets, qui sont d'un prix peu élevé, doivent avoir une très grande durée, tout en n'exigeant qu'une faible quantité de matière lubrifiante.

(2) Proposé à Londres, en 1867, par *Leoni*.

(3) Voy. *Armengaud*, Vignole des mécaniciens, p. 139.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

f désignant le coefficient de frottement. Pour un pivot ayant servi pendant un certain temps, on a :

$$F = \frac{f}{2} P \left(1 + \frac{r_1}{r_0}\right). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (104)$$

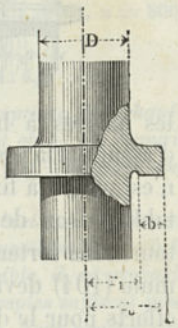
Cette seconde valeur est un peu plus faible que la première; en supposant, comme précédemment, $r_1 = {}^1/_3\, r_0$, elle donne $F = {}^2/_3 fP$. Les frottements pour les pivots neufs et les pivots ayant déjà servi sont alors dans le rapport 7 : 6; pour $r_1 = 0$, ce rapport devient 4 : 3. Les remarques faites au § 96 sont applicables au coefficient f.

Exemple. *Grue du* 1er *exemple du* § 97. $P = 18000^k$, $r_0 = 85^{mm}$; *supposons* $r_1 : r_0 = {}^1/_3$ *et* $f = 0{,}15$. *La seconde expression* (104) *donne :* $F = 0{,}075 \times {}^4/_3 . 18000 = 1800^k$. *La force à exercer à une distance de* 1^m *de l'axe, pour vaincre ce frottement, serait alors égale à* $1800.85 : 1000 = 153^k$.

§ 99.
Tourillons d'appui à collets.

Au tourillon de charge à collets correspond le tourillon d'appui à collets (fig. 281). Dans ce genre de tourillons, le diamètre intérieur $2r_1$, doit être au moins égal au diamètre D de l'arbre auquel le tourillon appartient. Il est même bon de le prendre un peu plus fort, afin de pouvoir ménager à l'intérieur une petite chambre à huile. Il convient, en outre, de ménager des rainures à huile dans la bague ou le coussinet. Si l'on donne à $r_0 - r_1$ la même valeur que pour le tourillon à pivot équivalent, on obtient des dimensions qu'on peut d'autant mieux utiliser que la pression p se trouve être plus faible, puisqu'elle correspond à une vitesse de glissement plus considérable. Mais, par contre, en raison des valeurs plus grandes de r_1 et r_0, le moment nécessaire pour vaincre le frottement est beaucoup plus fort que dans le cas du pivot ordinaire, de telle sorte que le tourillon d'appui à collets doit être considéré comme désavantageux pour de grandes valeurs de la charge P. Le calcul du frottement peut, d'ailleurs, se faire au moyen des formules précédentes.

Fig. 281.



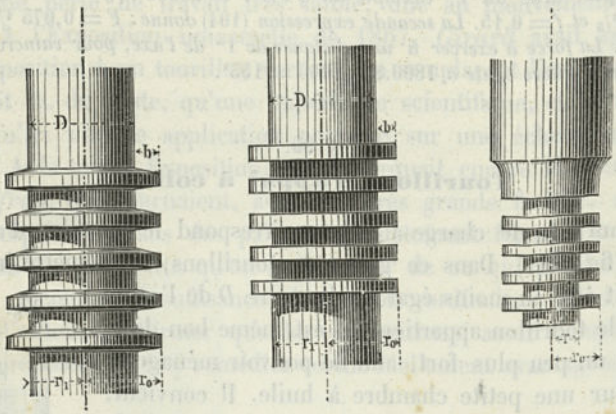
§ 100.
Tourillons à cannelures.

Si l'on superpose une série de tourillons d'appui à collets, on obtient ce qu'on appelle un tourillon à cannelures (fig. 282 à 284).

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Si tous les anneaux sont identiques, la pression, pour un tourillon ayant déjà servi, peut être considérée comme uniformément répartie sur toutes les surfaces annulaires. Si l'on suppose, en outre, que f soit une grandeur constante, le frottement sur chacune de ces surfaces dans le cas de m anneaux ne serait que la m^e partie de la valeur donnée par la formule (104); le frottement total étant m fois plus considérable, se trouverait, par suite, indépendant du nombre des anneaux. Il convient, toutefois, de remarquer que, contrairement à cette conclusion, la pratique a montré la nécessité, notamment pour

Fig. 282. Fig. 283. Fig. 284.



les navires à hélice, de donner à m une grande valeur, c'est-à-dire d'assurer à la pression par unité de surface p une valeur très faible, qu'on n'est arrivé à fixer qu'à la suite de nombreuses observations. La véritable raison de ce fait semble uniquement tenir à ce que, dans les tourillons fortement chargés, le travail du frottement déduit de la formule (104) devient tellement considérable que l'on doit faire tous ses efforts pour le diminuer, afin d'éviter les échauffements et leurs conséquences, et qu'en définitive le seul moyen efficace d'y arriver est d'abaisser la valeur du coefficient f par la diminution de p. Dans un grand nombre d'installations ayant subi l'épreuve de l'expérience, on trouve p compris entre $^1/_{20}{}^k$ et $^1/_{40}{}^k$. Ce n'est guère que dans les tourillons à cannelures, utilisés comme pivots et ayant, en conséquence, de petits diamètres (fig. 284), que p a de plus grandes valeurs et atteint même parfois $^1/_4{}^k$; mais il convient d'ajouter qu'en pareil cas on a eu assez souvent à constater des échauffements.

1er Exemple. *Machine de vaisseau à vapeur d'Indret. Pression* 18000^k, *nombre de tours* $n = 55$, $2r_1 = D = 380^{mm}$, *saillie des anneaux* $b = r_0 - r_1 = 50^{mm}$, *nombre des anneaux* $m = 9$. — *Ici on a :* $p = 18\,000 : 9\pi.430.50 = 1 : 55{,}5$. *La*

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

vitesse v à la circonférence du tourillon (pour $r_0 = 240$) atteint $1^m,38$. *Le travail nécessaire pour vaincre le frottement est, d'après* (104) : $Fv : 75$ *ou* 30 *chevaux, en supposant* $f = 0,1$.

2° Exemple. *Turbine sur le Rhin, près de Schaffhouse.* $P = 14\,000^k$, $n = 48$, $2r_1 = D = 230^{mm}$, $b = r_0 - r_1 = 41^{mm}$, $m = 9$. — *De là on déduit :* $p = 14000 : 9.\pi.271.41 = 1 : 22,4$ *et* $v = 0^m,784$. — *En supposant toujours* $f = 0,1$, *on obtient, pour le travail de frottement,* $Fv : 75 = 12^{ch},4$.

3° Exemple. *Turbine de Girard à Genève* (1). $P = 15000^k$, $n = 16$, $2r_1 = D = 250^{mm}$, $b = r_0 - r_1 = 35^{mm}$, $m = 12$. *Les formules donnent* $p = 15\,000 : 12.\pi.285.35 = 1 : 25,1$ *et* $v = 0^m,267$. *Avec* $f = 0,1$, *la perte de travail due au frottement du tourillon* $Fv : 75 = 3^{ch}$.

4° Exemple. *Langdon* (2) *recommande comme règle pratique, pour les tourillons à cannelures des hélices de bateaux, de déterminer la surface totale de pression des surfaces annulaires de telle sorte qu'elle donne* $^3/_4$ *de pouce carré anglais par cheval indiqué de la machine. Si N est le nombre de chevaux total, c la vitesse de l'hélice, on a* $N = Pc : 75$; *d'un autre côté, 1 pouce carré anglais* $= 645^{mmq}$. *La règle précédente donne, par suite :* $p = 75.\ P : {}^3/_4.\ 645\ Pc$, *ou* $p = 75 : {}^3/_4.645\ c$. *Suivant qu'on fait c égal à* 5^m *ou à* 6^m (*ce qui correspond aux marches normales*), *on trouve, pour p,* 1 : 32,25 *ou* 1 : 38,7. *Ici la force indiquée de la machine est supposée appliquée sur la transmission de l'hélice. En prenant la force indiquée sur les pistons et en la supposant les* $^5/_4$ *de l'autre, les valeurs de p s'abaissent respectivement à* $^1/_{25}$ *et à* $^1/_{30}$.

5° Exemple. *Grands tambours centrifuges de Langen et fils à Cologne, tourillon pivot en acier fondu sous forme de tourillon à cannelures.* $P = 2000^k$, $n = 800$, $2r_1 = 25^{mm}$, $2r_0 = 40^{mm}$, $m = 11$. *On a ici :*

$$p = 2000 : 11.\pi(20^2 - 12,5^2) = 2000 : 8423 = 1 : 4,2$$

valeur extrêmement forte. Aussi s'est-il produit, à différentes reprises, des échauffements très prononcés; pour empêcher ces accidents, on était obligé de recourir à un graissage excessivement soigné. La valeur de v étant de $1^m,67$, *la perte due au travail du frottement (avec* $f = 0,1$) $Fv : 75$ *s'élève à* $3^{ch},6$.

Les pertes de travail indiquées dans tous les exemples précédents et qui sont respectivement de 30, 12,4, 3 *et* 3,6 *chevaux, ont été établies dans l'hypothèse de* $f = 0,1$. *Mais, pour les trois premiers exemples, où la pression p est faible, il est probable que f devrait être introduit avec une valeur inférieure. Ces exemples suffisent pour montrer l'importance qu'il convient d'attacher à la fixation de p. Nous reviendrons, du reste, sur cette question au* § 122.

§ 101.

Articulation à lames comme tourillon d'appui.

Dans tous les cas du genre de ceux qui ont été mentionnés jusqu'ici, on doit généralement chercher à diminuer, le plus possible, le

(1) *Oppermann*, Portef. écon. des machines, vol. 17. — Voy. aussi *Engineering*, 1872 (vol. 14). Le tourillon à cannelures est d'ailleurs ici déchargé au moyen d'un tourillon à eau comprimée. Voy. § 97.

(2) Voy. *Burgh*, a. a. O., p. 194.

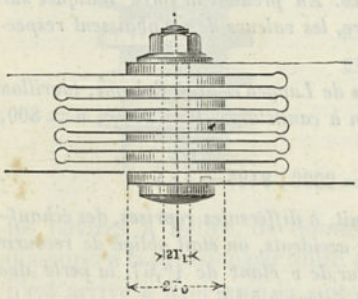
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

frottement des tourillons; toutefois, il se rencontre quelques cas exceptionnels, pour lesquels il est désirable qu'un tourillon éprouve un frottement considérable, sans que cependant les surfaces frottantes arrivent au grippement; tel est, par exemple, le cas d'un tourillon qui, d'un côté, doit permettre un certain mouvement de rotation, et, de l'autre, doit pouvoir être fortement serré dans son palier, grâce à une pression relativement faible. Ce résultat peut s'obtenir avec un tourillon d'appui présentant la forme d'un tronc de cône. En désignant par r_0 et r_1 les rayons de la grande et de la petite base, par α le demi-angle au sommet, on trouve pour expression de F [V. form. (104)] :

$$F = \frac{f}{2} \frac{P}{\sin \alpha} \left(1 + \frac{r_1}{r_0}\right). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (105)$$

Cette formule montre qu'on peut arriver à donner à F une grande valeur, à la condition de prendre α suffisamment petit (1). Mais, comme des tourillons de ce genre, avec des angles très aigus, arrivent à se coincer d'une manière fâcheuse, il en résulte que l'accroissement de F ne peut pas être poussé aussi loin qu'il serait parfois désirable. Il est, au contraire, très facile d'arriver à ce résultat en ayant recours à l'emploi d'une articulation à lames, à la condition de disposer ces dernières de manière qu'elles se laissent convenablement presser les unes contre les autres (fig. 285). Chaque lame transmet à la suivante la pression exercée dans le sens de l'axe (2). Si m est le nombre des surfaces frottantes, la force F qu'il faudrait appliquer à la distance r_0 pour faire équilibre au frottement est donnée par l'expression :

Fig. 285.



$$F = m \frac{f}{2} P \left(1 + \frac{r_1}{r_0}\right). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (106)$$

Exemple. *Si l'on veut que F soit égal à P, on doit, en supposant* $f = 0{,}1$, *faire* $m = 20 : (1 + r_1/r_0)$, *et pour* $r_1 = {}^1/_2\, r_0$, *on en déduit* $m = 13$.

(1) On rencontre de remarquables applications de ce principe dans les instruments géodésiques. La formule (105) peut servir également pour le calcul du frottement dans les clefs de robinets.

(2) Cette disposition a été employée avec avantage, par l'auteur, dans plusieurs machines, pour une série de pièces de rotation qui devaient être rendues fixes par serrage. — On trouve des exemples d'articulations de ce genre dans les anciens étuis de mathématiques.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 102.

Assemblages de tourillons.

Lorsqu'un tourillon ne peut pas être fait d'une seule pièce avec l'arbre qu'il doit porter, on est conduit à l'assembler avec cet arbre d'une manière spéciale; en particulier, pour les roues hydrauliques, on a assez fréquemment l'occasion de relier des arbres en bois avec des tourillons en fer ou en fonte.

La disposition de la figure 286, qui représente un tourillon à

Fig. 286.

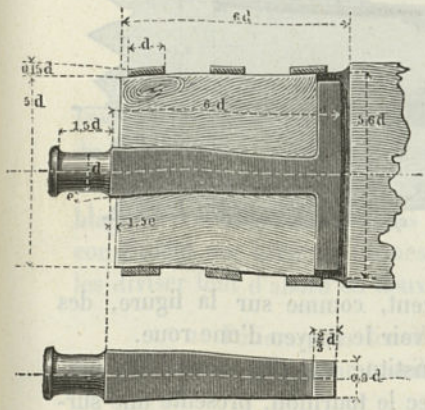
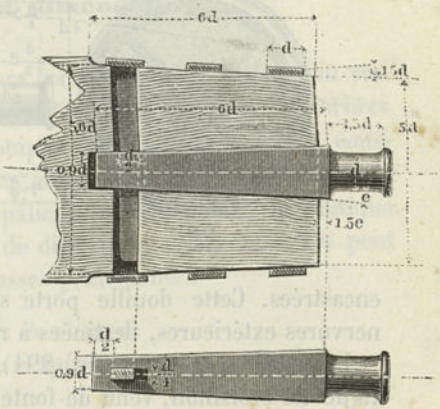


Fig. 287.



ancre, conduit à pratiquer, à l'extrémité de l'arbre, une large entaille et à rapporter deux pièces de remplissage en bois. Ces pièces, une fois introduites, sont maintenues par trois frettes coniques, placées à

Fig. 288.

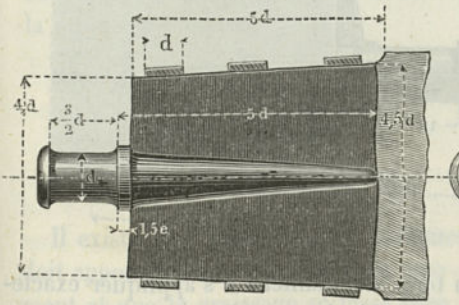
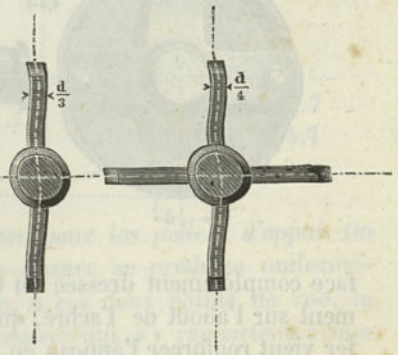


Fig. 289.



chaud (Voy. § 62); l'inclinaison de la surface conique qui reçoit ces pièces est généralement de $^1/_{20}$.

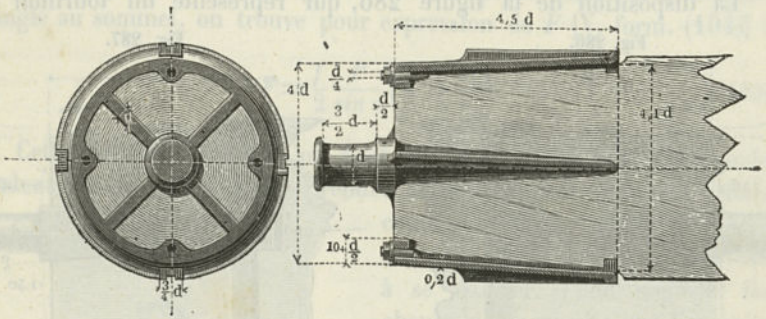
Le tourillon à clavette, ou à ancre artificielle, que représente la

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

figure 287, constitue un mode d'assemblage très convenable et très solide. La figure 288 représente un tourillon à deux ailes (en fonte) et la figure 289 un tourillon à quatre ailes. Il existe également des tourillons à trois ailes, dans lesquels il convient de prendre l'épaisseur du métal des ailes égale à $^{5}/_{10}\ d$.

Le tourillon à anneau (Fig. 290) comprend quatre ailes entourées par une douille conique, solidement fixée par quatre ancres plates

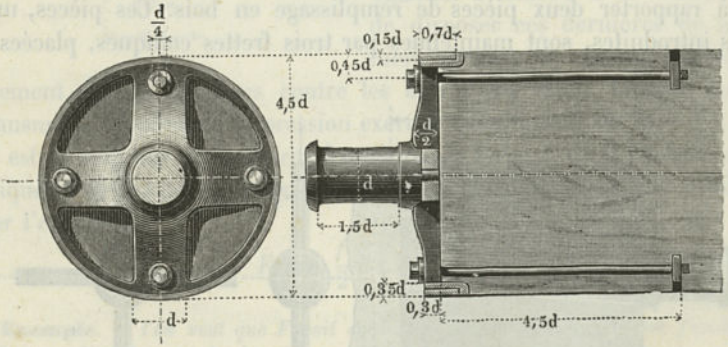
Fig. 290.



encastrées. Cette douille porte souvent, comme sur la figure, des nervures extérieures, destinées à recevoir le moyeu d'une roue.

Le tourillon en croix (fig. 291) constitue une disposition très pratique. Le croisillon, venu de fonte avec le tourillon, présente une sur-

Fig. 291.



face complètement dressée au tour, de manière à s'appliquer exactement sur l'about de l'arbre, qui est également dressé. Une frette en fer vient renforcer l'anneau en fonte qui réunit les bras du croisillon. Ce dernier est, d'ailleurs, solidement fixé contre l'about de l'arbre par quatre boulons, dont les têtes sont constituées par des écrous noyés dans le bois.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

CHAPITRE SIXIÈME

SUPPORTS DE TOURILLONS

§ 103.

Dispositions et dimensions.

On désigne sous le nom de paliers les organes de construction sur lesquels reposent directement les tourillons des essieux et des arbres de transmission. Dans un palier complet on distingue : 1° les coussinets; 2° le corps du palier; 3° les pièces nécessaires pour l'assemblage. Les nombreuses espèces de paliers en usage dans la pratique constituent une série de formes et de dimensions différentes. On peut les diviser tout d'abord en deux classes principales :

a. Paliers pour tourillons de charge ;
b. Paliers pour tourillons d'appui.

D'un autre côté, dans chacune de ces classes, la forme générale du palier varie suivant les positions relatives du tourillon et de la surface sur laquelle le corps du palier doit être fixé. Si l'on imagine le tourillon compris dans un cube 1,2...8, dont une face soit normale à son axe principal (fig. 292 et 293), on a, dans le cas des paliers de la première classe :

Un palier horizontal, si la fixation a lieu sur la face.			1.5
Un palier-console,	—	—	1.8 ou 2.7
Un palier frontal,	—	—	1.6 ou 4.7
Un palier-chaise,	—	—	5.7

Il existe des subdivisions analogues pour les paliers d'appui. On doit apporter tous ses soins à ce que l'usure se produise uniformément et que le graissage se fasse bien. A ces deux points de vue, la disposition des coussinets et des accessoires qui s'y rapportent a une influence capitale. Parmi les nombreux dispositifs de paliers en usage, nous choisirons comme exemples les plus importants, en indiquant les règles à suivre pour leur construction. Pour la détermination des

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

dimensions, on peut se servir avec avantage de la méthode des nombres proportionnels. Comme unité pour les dimensions des coussinets en

Fig. 292.

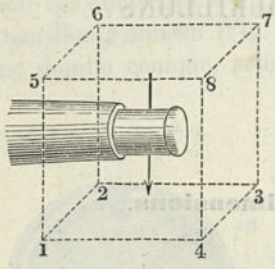
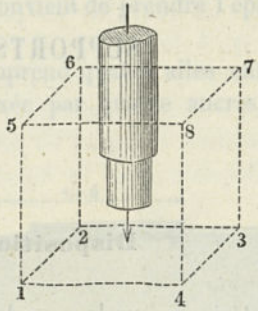


Fig. 293.



bronze, nous prendrons ici celle qui a déjà été adoptée pour les tourillons : $e = 3 + {}^{7}/_{100}\,d$, où d représente le diamètre intérieur du coussinet. Pour le corps du palier, nous adopterons le module

$$d_1 = 10 + 1{,}15\,d. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (107)$$

A. PALIERS POUR TOURILLONS DE CHARGE.

§ 104.

Palier horizontal.

La figure 294 représente une disposition de palier horizontal pour des diamètres de tourillon compris entre 30^{mm} et 200^{mm}. Les dimensions du corps du palier et du chapeau sont rapportées au module d_1 (107), à l'exception du réservoir à huile, établi sur le couvercle, qui, pour les petits paliers, doit avoir des dimensions relativement plus considérables; sa largeur extérieure, dans le plan perpendiculaire à celui de la figure, doit être prise égale à $0{,}7\,d_1$.

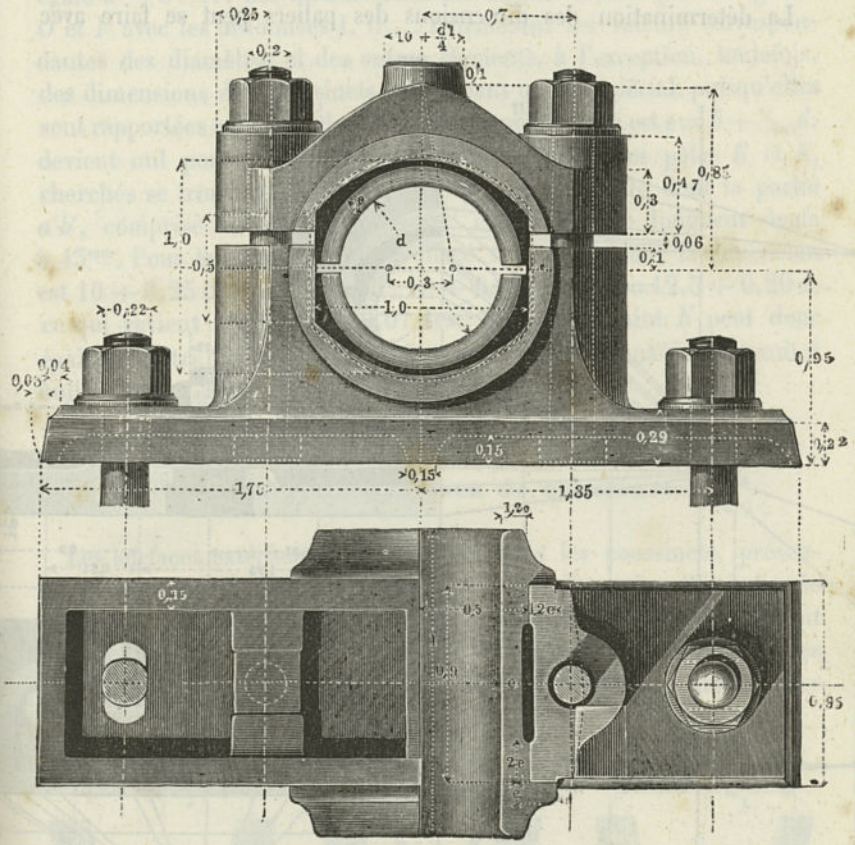
La longueur des coussinets dépend de celle du tourillon, laquelle, d'après le § 90, peut être égale à $1{,}5\,d$, $2\,d$, etc. Pour le genre de palier dont il s'agit ici, on peut aller jusqu'à $l = 2d$, en restant dans de bonnes conditions. Les bourrelets des coussinets doivent présenter, par rapport aux faces du palier, une saillie plus ou moins considérable, suivant que, pour le même diamètre, on prend un tourillon court ou un tourillon long.

Les boulons de fixation du palier, qui doivent être toujours fortement serrés, ont un diamètre légèrement supérieur à celui des

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

boulons du chapeau; souvent ils sont destinés à relier simplement la semelle du palier à une plaque de fondation (fig. 295, § 105), et, dans ce cas, on donne à leur tête une forme spéciale. Dans le but de permettre de caler solidement la semelle du palier sur la plaque de fondation, les deux bords extrêmes de cette semelle présentent une

Fig. 294.



légère inclinaison. L'évidement de la semelle a pour effet de réduire la dépense de matière et de fournir, d'un autre côté, des portées pour le rabotage. Le vide existant entre le corps du palier et le chapeau est ordinairement rempli avec des plaques de bois, de manière à permettre de serrer à fond les boulons de ce chapeau, sans s'exposer à produire un coincement sur le tourillon. Dans un assez grand nombre de cas, notamment lorsque les paliers sont soumis à de fortes charges et à des efforts alternatifs, il importe que les faces de joint des coussinets soient dressées, de manière à ne laisser aucun jeu; pour maintenir ce

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

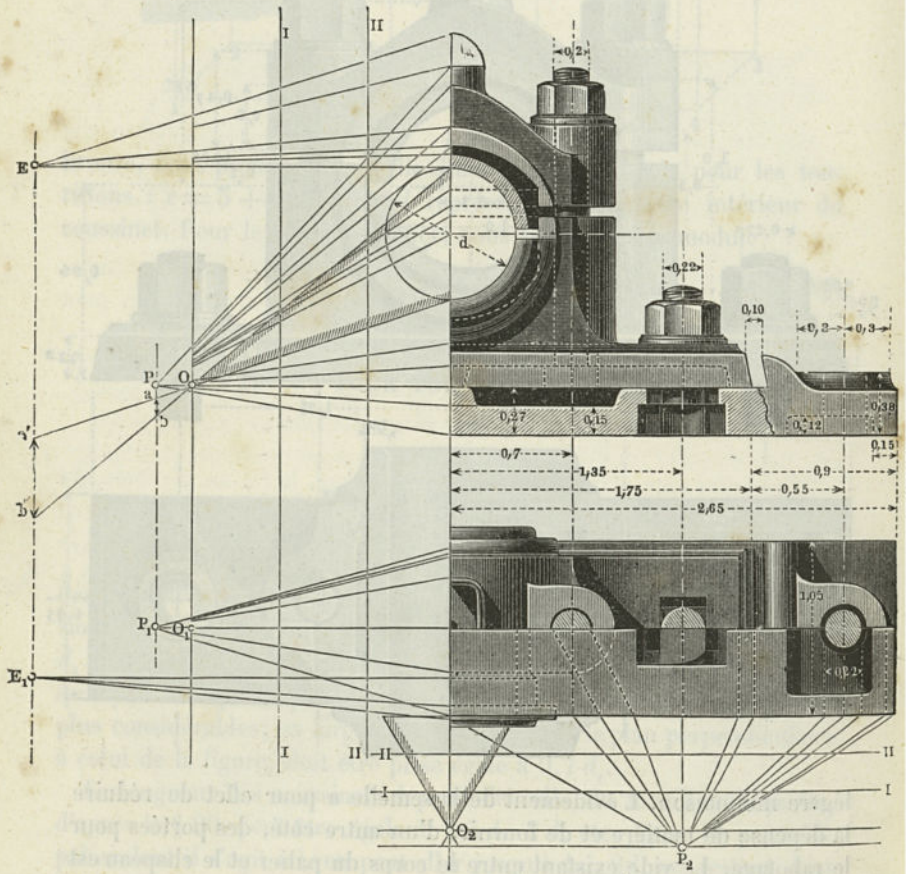
serrage, il est nécessaire de les travailler à la lime, lorsqu'il s'est produit un certain degré d'usure.

§ 105.

Échelle de proportion pour les paliers horizontaux.

La détermination des dimensions des paliers peut se faire avec

Fig. 295.



avantage au moyen d'une épure. Nous donnons ici, comme exemple, celle qui se rapporte au cas des paliers horizontaux (1).

(1) La maison Escher-Wyss, de Zurich, fait usage, pour les paliers, d'une épure très bien disposée ; cette épure, bien qu'établie dans l'hypothèse de la proportionnalité géométrique de toutes les dimensions et ne possédant, par suite, qu'un seul pôle, rend cependant de très bons services.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

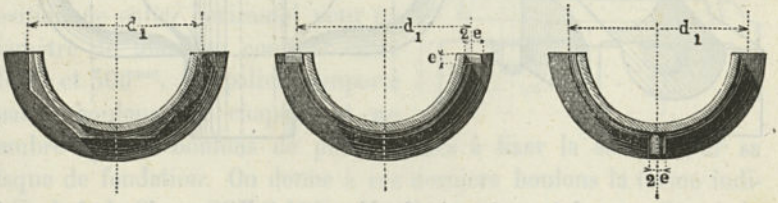
Les pôles O, O_1 et O_2 correspondent aux diamètres d des tourillons, et les pôles P, P_1 et P_2 aux dimensions qui sont rapportées au module $d_1 = 10 + 1{,}15\ d$; ce module d_1 devient égal à 0, pour $d = (-10) : 1{,}15 = -8^{mm},7$. La position du pôle P se trouve, dès lors, déterminée par la condition qu'en menant par ce point une verticale, la longueur ab comprise entre les rayons Oa et Ob soit égale à $-8^{mm},7$. Les intersections des rayons menés par les points O et P avec les ordonnées I, II,... fournissent les valeurs correspondantes des diamètres et des autres éléments, à l'exception, toutefois, des dimensions des coussinets qui exigent un pôle spécial, puisqu'elles sont rapportées à un module différent. Ce module, qui est $e = 3 + {}^{7}/_{100}\,d$, devient nul pour $d = (-3.100) : 7 = -43^{mm}$. Les pôles E et E_1 cherchés se trouvent, par suite, sur la ligne verticale dont la partie $a'b'$, comprise entre les rayons Oa' et Ob', a une longueur égale à 43^{mm}. Pour le réservoir d'huile placé sur le chapeau, la dimension est $10 + 0{,}25\ d_1 = 10 + 0{,}25 \cdot 10 + 0{,}25 \cdot 1{,}15\,d = 12{,}5 + 0{,}29\,d$, ce qui revient à $4{,}17\ (3 + 0{,}07\,d) = 4{,}17\ e$. Le point E peut donc également être utilisé comme pôle pour les dimensions du réservoir à huile.

§ 106.

Des différentes formes de coussinets.

Les surfaces extérieures de dressage, dans les coussinets, présentent assez souvent une forme différente de celle qui a été indiquée précédemment. Elles peuvent être, par exemple, prismatiques à huit côtés, comme dans la figure 296, ou cylindriques, comme dans les figures 297 et 298. Avec les deux dernières formes, l'ajustage des

Fig. 296. Fig. 297. Fig. 298.



coussinets sur les cavités correspondantes du palier s'obtient facilement au moyen du tour; toutefois, pour empêcher l'entraînement des deux coussinets par la rotation du tourillon, il convient de ménager, sur le coussinet inférieur, deux saillies latérales, d'une longueur égale à $2e$, qui s'encastrent dans la fonte du palier (fig. 297), ou de munir

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

chacun des deux coussinets de deux petits tourillons cylindriques qui s'ajustent, l'un dans le chapeau, l'autre dans le corps du palier (fig. 298). Chacune de ces dispositions présente à la fois des avantages et des inconvénients, de telle sorte qu'il n'est guère possible de décider quelle est celle qui doit être employée de préférence. Les modifications qu'entraîne, pour le chapeau et le corps du palier, l'adoption d'une des formes des figures 297 et 298, ne présentent aucune difficulté.

Les coussinets en métal blanc ou en tout autre alliage analogue, destiné à remplacer le bronze, doivent être établis d'une manière spéciale, car le métal blanc ne présente pas une résistance suffisante pour qu'on puisse le soumettre, comme le bronze, à des efforts assez notables. Aussi, les coussinets de ce genre se composent-ils, en général, d'une enveloppe extérieure en fonte, ou quelquefois même en bronze, sur laquelle se trouve déposée, par fusion, une couche de l'alliage destiné à former la garniture intérieure (fig. 299). Avant de déposer

Fig. 299.

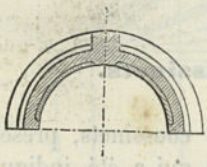


Fig. 300.

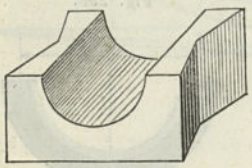
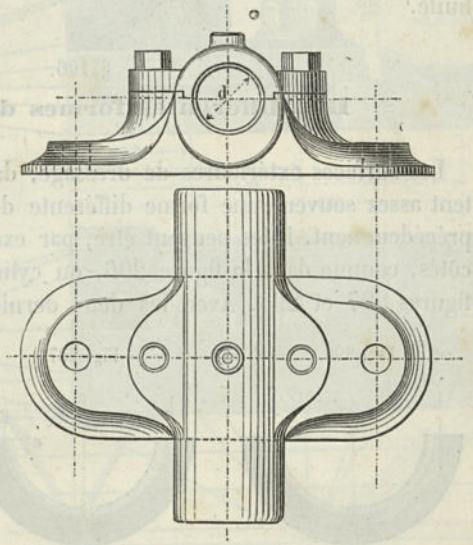


Fig. 301.



cette couche, on doit avoir soin de décaper et d'étamer la surface qui doit la recevoir.

Lorsqu'on emploie des coussinets en bois de gaïac (Voy. §§ 97 et 117), on doit leur donner les formes les plus simples. Celle que représente la figure 300 est assez satisfaisante.

Dans les constructions de l'Amérique du Nord, on rencontre fré-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

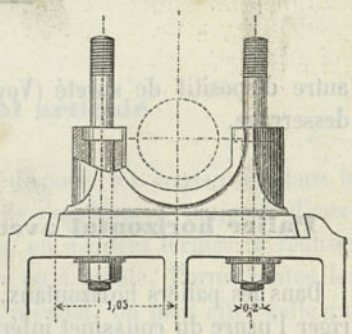
quemment des garnitures en métal blanc, coulées directement sur le corps du palier et le chapeau. La figure 301 représente un palier de cette espèce, que le constructeur *Sturtevant*, de Boston, bien connu pour ses ventilateurs, utilise pour les arbres de transmission. Le corps du palier est disposé comme réservoir pour l'huile, qui est amenée par des mèches sur le tourillon. On trouvera, à ce sujet, un peu plus loin (fig. 322), des détails plus complets. Le rapport de la longueur du tourillon au diamètre est très considérable ($l = 4d$), et permet d'avoir une faible pression par unité de surface, ce qui est évidemment avantageux.

§ 107.

Palier sans patin. — Grand palier horizontal.

Il arrive fréquemment que le manque de place conduit à raccourcir tellement le patin qu'il se trouve réduit, pour ainsi dire, à la projection du corps du palier. La fixation de ce palier sur sa plaque de fondation se fait alors directement au moyen des boulons du chapeau, lesquels portent, dans ce cas, une tête intermédiaire (Voy. aussi fig. 315). Cette disposition des boulons du chapeau peut être également utilisée avec avantage pour les paliers ordinaires, lorsque la pression transmise par le tourillon s'exerce alternativement sur le coussinet supérieur et sur le coussinet inférieur; ces boulons constituent, en outre, un moyen supplémentaire de fixation pour la semelle du palier (Voy. § 88).

Fig. 302.

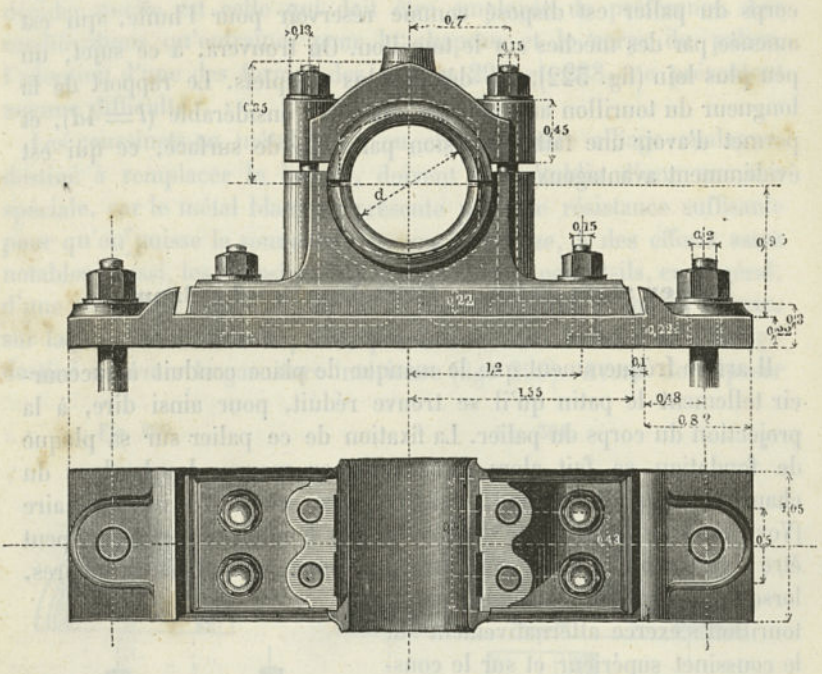


La figure 303 représente une disposition de palier horizontal pour un diamètre de tourillon compris entre 200^{mm} et 300^{mm}. Ce palier comporte quatre boulons de chapeau et un nombre égal de boulons de pied destinés à fixer la semelle sur sa plaque de fondation. On donne à ces derniers boulons la forme indiquée dans la figure 295 (§ 105), de telle sorte que, sans toucher à la plaque de fondation, on puisse les enlever et les rétablir de nouveau et que, d'un autre côté, la semelle empêche la rotation du corps de chaque boulon pendant l'opération du serrage. Le corps du palier et le chapeau sont ici relativement plus évidés que dans la disposition indiquée précédemment. Pour les paliers des arbres à manivelles et,

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

en général, pour tous ceux qui sont exposés à de fortes vibrations, il convient de munir les boulons du chapeau de contre-écrous, ou de tout

Fig. 305.



autre dispositif de sûreté (Voy. § 85), de manière à prévenir leur desserrage.

§ 108.

Palier horizontal avec coussinet inférieur mobile.

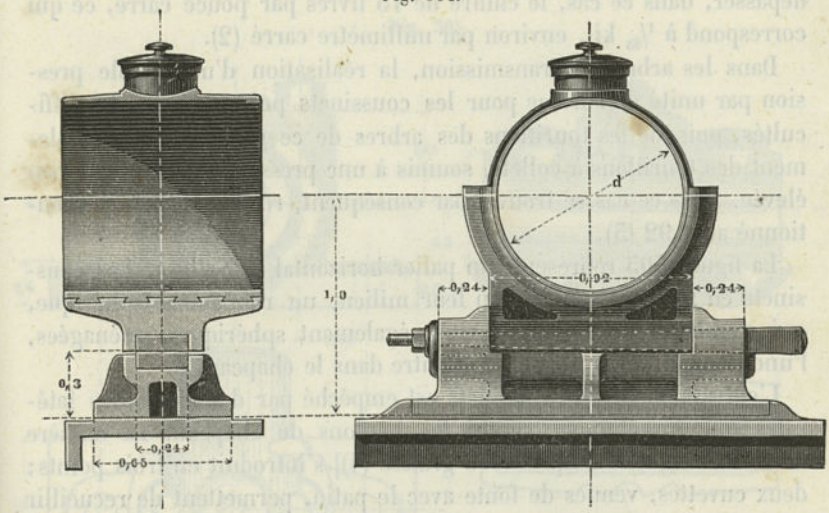
Dans les paliers horizontaux, on se borne, en général, pour corriger l'usure du coussinet inférieur, à le remonter de temps à autre, au moyen de cales, agissant, soit sur ce coussinet lui-même, soit sur le palier tout entier ; mais, dans certains cas, il est nécessaire de recourir à un dispositif spécial pour opérer ce soulèvement. Nous prendrons comme exemple celui qui est représenté dans la figure 304 et qui est emprunté à un navire à hélice.

Le corps du palier n'est pas fixé invariablement avec des boulons ; soumis à la pression de l'arbre, il repose sur un système de clavettes, qui permettent de le maintenir successivement à différentes hauteurs

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

et de le déplacer verticalement en raison de l'usure produite. Le coussinet supérieur est muni de rebords à travers lesquels passent les

Fig. 304.



boulons du chapeau (non représentés sur la figure). Le coussinet inférieur est formé d'une garniture en métal blanc, coulée sur la surface intérieure du corps du palier.

§ 109.

Palier horizontal articulé.

Depuis longtemps on a cherché à disposer les coussinets dans le corps du palier, de manière à ce qu'ils s'appliquent toujours d'eux-mêmes exactement sur le tourillon, ou, en d'autres termes, à réaliser ce qu'on peut appeler le palier articulé ou à rotule. Parmi toutes les dispositions proposées pour obtenir ce résultat, on peut citer celle qui consiste à donner la forme sphérique aux surfaces extérieures des coussinets et à munir le corps du palier de cavités correspondantes de même forme. En Amérique, ce mode de construction a été amené par *W. Sellers* à un très grand état de développement et introduit définitivement dans la pratique (1). *Sellers* a, en outre, posé comme principe que la pression par unité de surface entre le tourillon et les coussinets

(1) Dans ces dernières années, un grand nombre de constructeurs en France, en Suisse, en Allemagne, etc., sont entrés dans cette voie.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

devait toujours être extrêmement faible. Il a fait remarquer (1) qu'il devenait ainsi possible d'utiliser des coussinets entièrement en fonte et il a indiqué, comme limite de la pression qu'il convient de ne pas dépasser, dans ce cas, le chiffre de 15 livres par pouce carré, ce qui correspond à $^1/_{95}$ kil. environ par millimètre carré (2).

Dans les arbres de transmission, la réalisation d'une faible pression par unité de surface pour les coussinets présente peu de difficultés, puisque les tourillons des arbres de ce genre sont généralement des tourillons à collets, soumis à une pression relativement peu élevée. Dans ce cas se trouve, par conséquent, réalisé l'avantage mentionné au § 92 (3).

La figure 305 représente un palier horizontal de *Sellers*. Les coussinets en fonte présentent, en leur milieu, un renflement sphérique, qui s'emboîte dans deux cavités également sphériques, ménagées, l'une dans le corps du palier, l'autre dans le chapeau.

L'entraînement des coussinets est empêché par deux entailles latérales qui s'appliquent contre les boulons du chapeau. La matière destinée au graissage [huile ou graisse (4)] s'introduit en trois points; deux cuvettes, venues de fonte avec le patin, permettent de recueillir les petites quantités d'huile qui viendraient à s'échapper. Le module, auquel se rapportent les nombres proportionnels de la figure 305, est différent de celui que donne la formule (107); il est ici représenté par l'expression (5) :

$$d'_1 = 5 + 1{,}4d. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (108)$$

La longueur des coussinets est égale à $4d$. Les formes adoptées par

(1) *Treatise on machine tools*, etc., *as made by W. Sellers and Co.* Philadelphia, Lippincott, 1873, p. 161.

(2) Comme exemple de la conservation des coussinets en fonte, *Sellers* cite ce fait que, dans un de ses paliers en service depuis seize ans, la surface du coussinet inférieur n'était pas encore arrivée à un véritable polissage sur toute son étendue. L'arbre correspondant, tournant à la vitesse de 50 tours par minute, avait 4 pouces 1/2 de diamètre et portait, tout près du palier, une poulie de 72 pouces de diamètre et de 20 pouces de largeur, dont la courroie transmettait 52 chevaux. D'après d'autres citations, sur des coussinets fonctionnant depuis un an, on pouvait encore constater toutes les traces de l'outil de tour. Par suite de la faible pression par unité de surface, l'huile ne peut pas être expulsée, de telle sorte qu'avec une alimentation régulière elle forme autour du tourillon une enveloppe adhérente. — La consommation d'huile est très faible; d'après *Sellers*, un arbre marchant à 120 tours ne consomme, par palier, que 2 onces 1/2 d'huile en six mois.

(3) On peut montrer par un exemple à quelles dimensions inadmissibles on se trouverait, au contraire, conduit pour un tourillon frontal, chargé d'un seul côté, si l'on voulait adopter, pour un tourillon de ce genre, la valeur $p = {}^1/_{95}$ indiquée par *Sellers*. Pour $P = 8000^k$, un tourillon frontal, à charge d'un seul côté, devrait, d'après la table du § 91, avoir 100^{mm} de diamètre et 150^{mm} de longueur. Pour $p = {}^1/_{95}$ la formule (90) donnerait $l : d = 10{,}56$, et la formule (13) $d = 268^m$, par suite $l = 10{,}56 \cdot 268 = 2830^{mm}$ (!)

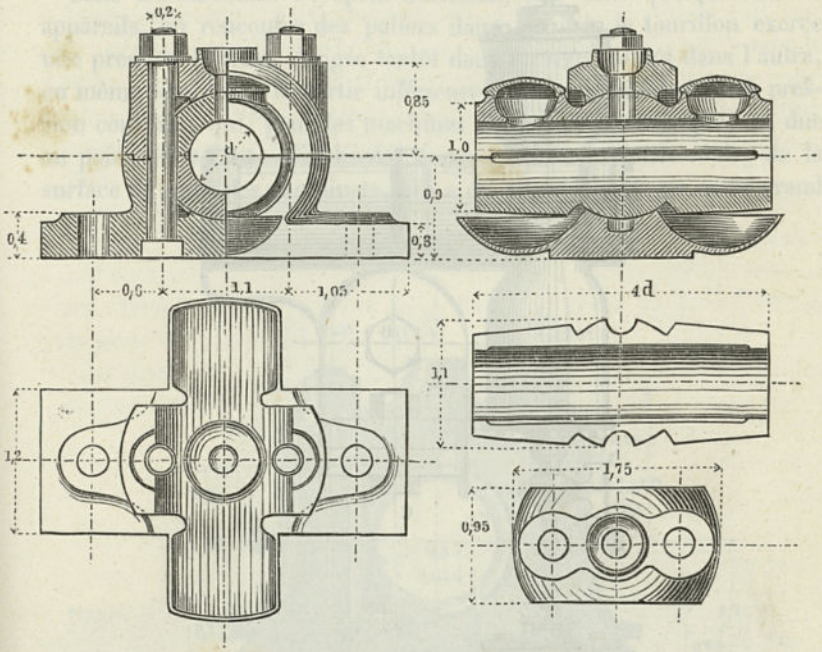
(4) *Sellers* emploie un mélange de suif et d'huile, qui commence à fondre pour un léger échauffement du tourillon.

(5) Voy. *Berliner Verhandlungen*, 1875, p. 89.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Sellers sont bien nourries et extrêmement plastiques; cette qualité distinctive, qui est l'indice d'un modelage exécuté avec les plus grands soins, est, en général, très estimée chez les ingénieurs américains. En Allemagne, on rencontre déjà d'assez nombreuses applications du palier de *Sellers*. Il est moins répandu en France.

Fig. 305.



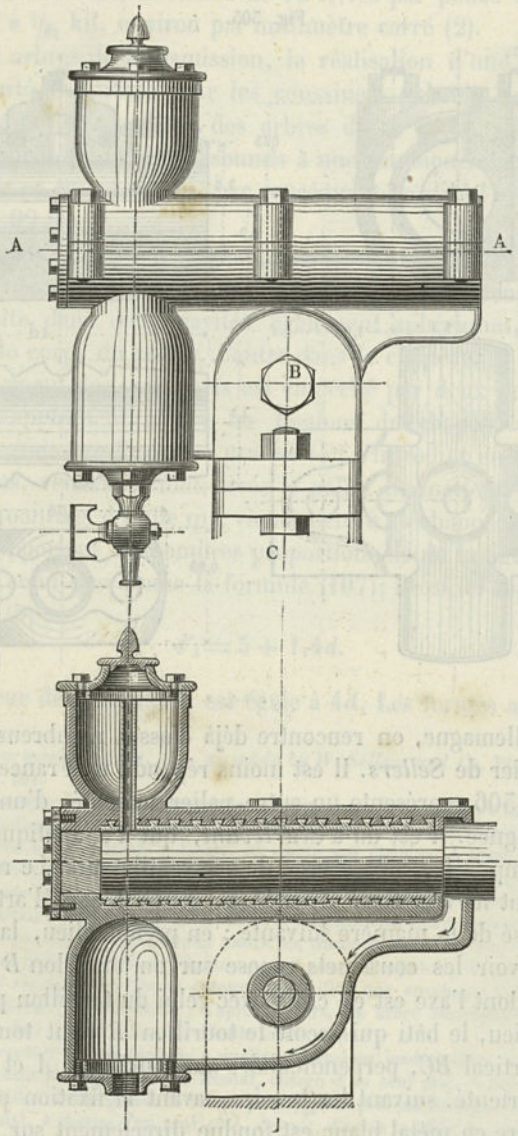
La figure 306 représente un autre palier articulé, d'une construction très soignée. Il est dû à *Sturtevant*, qui l'a appliqué, dans ces derniers temps (1), aux arbres de ses ventilateurs. Le rapport $l : d$ est également ici très élevé (Voy. 4e ex., § 91). L'effet d'articulation se trouve réalisé de la manière suivante : en premier lieu, la boîte destinée à recevoir les coussinets repose sur un tourillon B (tourillon à fourchette) dont l'axe est en croix avec celui du tourillon principal A; en second lieu, le bâti qui reçoit le tourillon B peut tourner autour d'un axe vertical BC, perpendiculaire aux tourillons A et B, et être, par suite, orienté, suivant les besoins, avant la fixation par boulons. Une garniture en métal blanc est fondue directement sur le corps du palier. Un bloc en bois de gaïac, fixé à l'extrémité, est destiné à rece-

(1) Depuis 1878.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

voir la pression longitudinale du tourillon. Lorsqu'il s'est produit une certaine usure dans la direction *AA*, on desserre les boulons de fixation en *C* et on règle de nouveau le palier. Le dispositif adopté pour le graissage est remarquable ; il comporte deux réservoirs spéciaux, pour l'introduction et l'écoulement de l'huile.

Fig. 506.



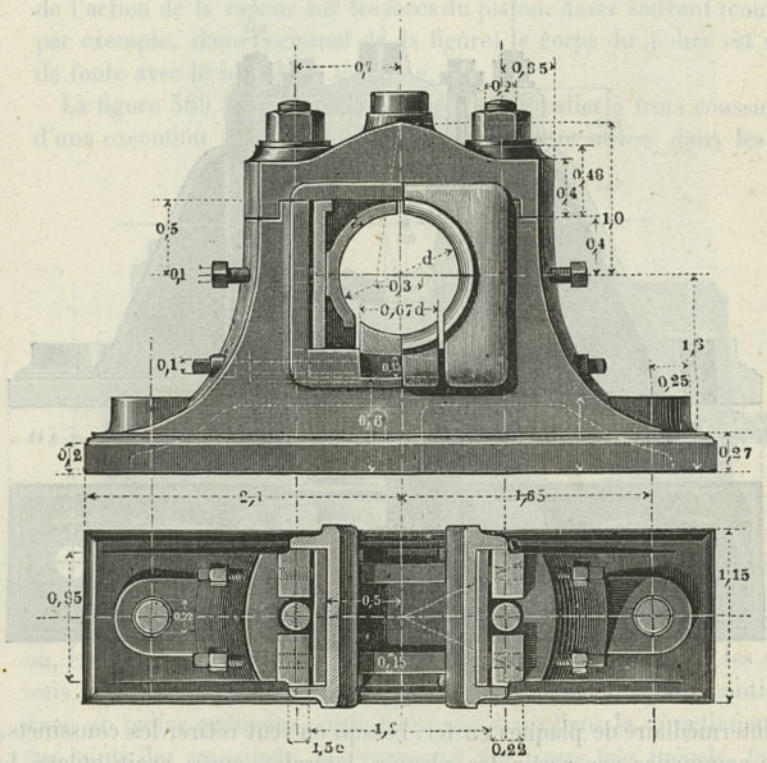
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 110.

Palier horizontal à trois coussinets.

Dans les machines à vapeur horizontales et dans quelques autres appareils, on rencontre des paliers dans lesquels le tourillon exerce une pression latérale, dirigée tantôt dans un sens, tantôt dans l'autre, en même temps que la partie inférieure se trouve soumise à une pression continue, qui, pour les machines à vapeur, par exemple, est due au poids du volant. L'inclinaison, par rapport à l'horizontale, de la surface de joint des coussinets, qui a été adoptée dans un assez grand

Fig. 307.

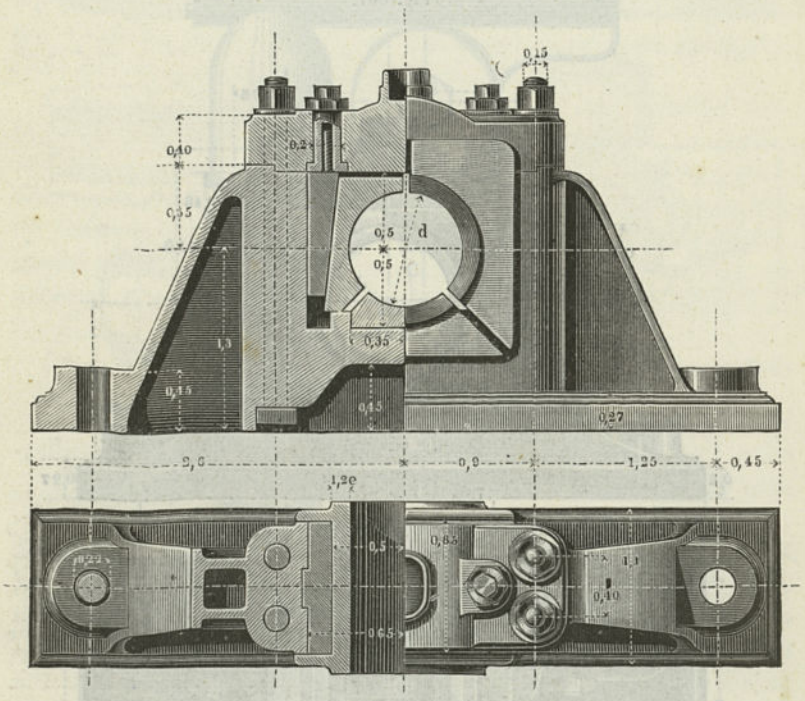


nombre d'installations, ne prévient que dans une assez faible mesure l'ovalisation qui tend à se produire par l'usure. Pour remédier plus sérieusement à cet inconvénient et répartir l'usure aussi régulièrement que possible, il est préférable d'employer un palier à trois coussinets, dont l'un est destiné à recevoir l'action de la pression verticale con-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

stante, tandis que les autres se trouvent soumis à la pression horizontale, qui s'exerce alternativement en avant et en arrière. La figure 307 représente un palier de ce genre, pour lequel le module est $d_1 = 10 + 1{,}15d$. Le coussinet inférieur repose sur deux clavettes, dont chacune est munie d'une partie taraudée, en forme d'écrou, dans laquelle passe une tige filetée, qui peut simplement tourner sur elle-même, sans se déplacer longitudinalement; en agissant de l'extérieur sur ces deux vis, on peut amener les clavettes dans la position convenable pour le serrage du coussinet et les y fixer. Les coussinets latéraux sont pressés contre le tourillon par deux vis en acier, dont l'action s'exerce par

Fig. 308.



l'intermédiaire de plaques en fer. Lorsqu'on veut retirer les coussinets, on commence par sortir les plaques latérales, après avoir enlevé le chapeau, puis on ramène les coussinets en arrière, de manière à permettre de les soulever, en évitant le tourillon. Les pressions qui s'exercent sur les flancs du palier exigent qu'on augmente sa largeur, comme l'indique le dessin.

La figure 308 représente une autre disposition de palier à trois cous-

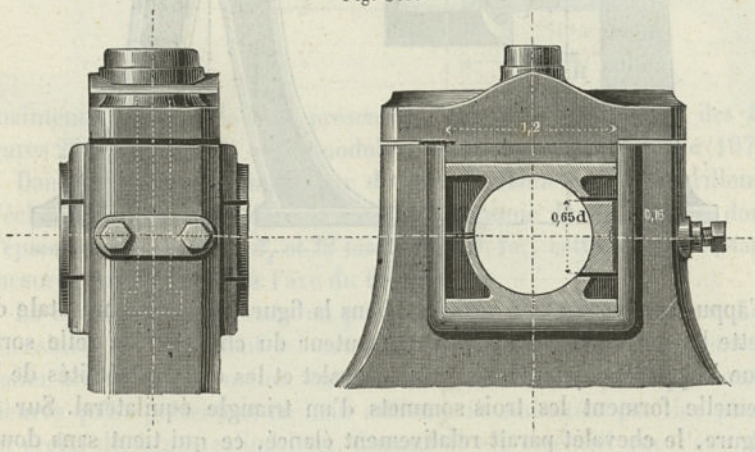
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

sinets (1), dans laquelle le coussinet inférieur est fixe, ou, du moins, ne peut être soulevé, lorsque le besoin s'en fait sentir, que par l'interposition de cales; les deux coussinets latéraux sont maintenus serrés contre le tourillon par l'action de clavettes que supporte le chapeau, lequel est relié, d'une manière invariable, au corps du palier. Chacune des clavettes se termine en haut par une partie filetée, dont l'écrou logé dans le chapeau ne peut que tourner sur lui-même. En agissant, au moyen d'une clef, sur la tête à six pans, que porte extérieurement cet écrou, on le fait tourner, de manière à amener la clavette au point voulu, et on le maintient dans sa position au moyen du contre-écrou, qu'on serre à fond sur le chapeau.

De fortes nervures latérales mettent le corps du palier en état de supporter sans danger les actions latérales alternatives qui résultent de l'action de la vapeur sur les faces du piston. Assez souvent (comme, par exemple, dans l'original de la figure) le corps du palier est venu de fonte avec le bâti de la machine.

La figure 309 donne un troisième type de palier à trois coussinets, d'une exécution assez facile. Ce palier peut être utilisé dans les cas

Fig. 309.



où, en dehors de pressions verticales régulières dirigées dans les deux sens, s'exerce sur le tourillon une force latérale à action continue. Avec un palier ordinaire, cette force, agissant dans la direction même des joints des coussinets, déterminerait une usure très inégale, tandis que, dans la disposition de la figure, cet effet fâcheux se trouve évité par l'addition du petit coussinet latéral. Ce type de palier est d'un emploi avantageux pour les petites locomobiles verticales, dont la force est transmise par une courroie sensiblement horizontale.

(1) Empruntée à une machine à vapeur de la Société de Fives-Lille.

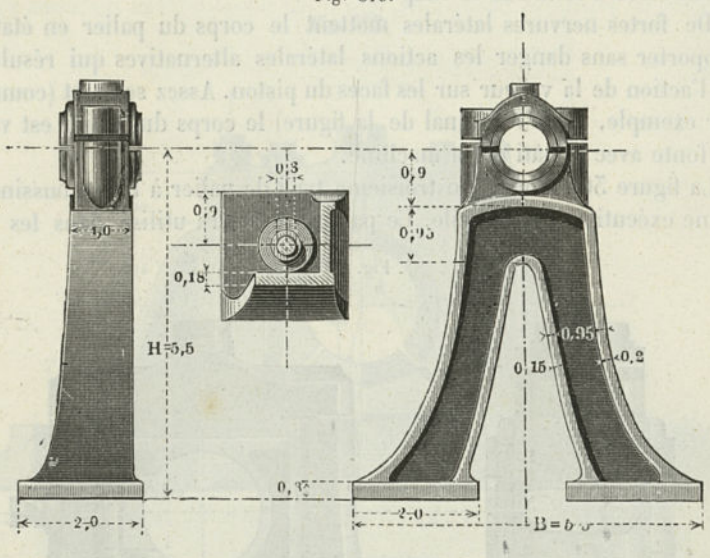
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 111.

Palier à chevalet.

Un palier dans lequel le corps proprement dit, au lieu d'être très rapproché du patin, s'en trouve notablement éloigné, constitue un palier à chevalet. Celui que représente la figure 310 se déduit du dalier de la figure 294. Le chevalet présente, d'ailleurs, de nombreuses variétés de formes, et le rapport de la hauteur à la largeur de la base

Fig. 310.



d'appui est aussi assez variable. Dans la figure, la longueur totale de cette base a été prise égale à la hauteur du chevalet, de telle sorte que le point le plus élevé de ce chevalet et les deux extrémités de la semelle forment les trois sommets d'un triangle équilatéral. Sur la figure, le chevalet paraît relativement élancé, ce qui tient sans doute au rapprochement des profils des deux pieds.

§ 112.

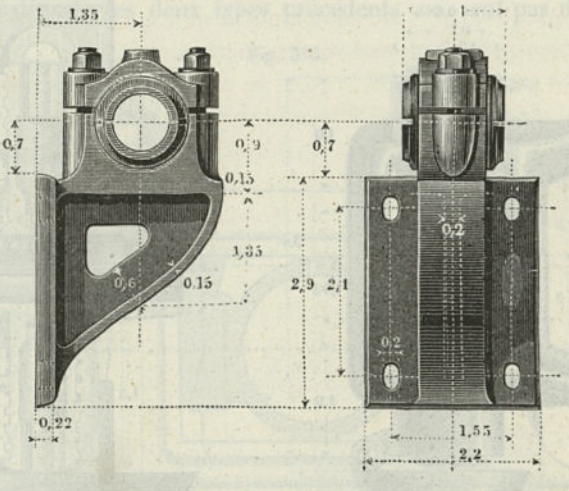
Palier-console.

Le palier-console de la figure 311 se déduit également du palier horizontal de la figure 294. La plaque de fixation est ici perpendiculaire au plan de joint des coussinets et parallèle à l'axe du tourillon;

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

elle se trouve tout entière d'un même côté de ce plan, de telle sorte que le corps du palier doit présenter la forme d'une console. Pour le chapeau du palier, le module est celui du chapeau du palier horizontal de même diamètre de tourillon; il en est de même pour les coussinets. Les boulons du chapeau sont filetés directement dans la fonte ou

Fig. 311.



maintenus par une clavette, présentant l'une des dispositions des figures 225 et 226, § 85. — Le module d_1 est donné par la formule (107).

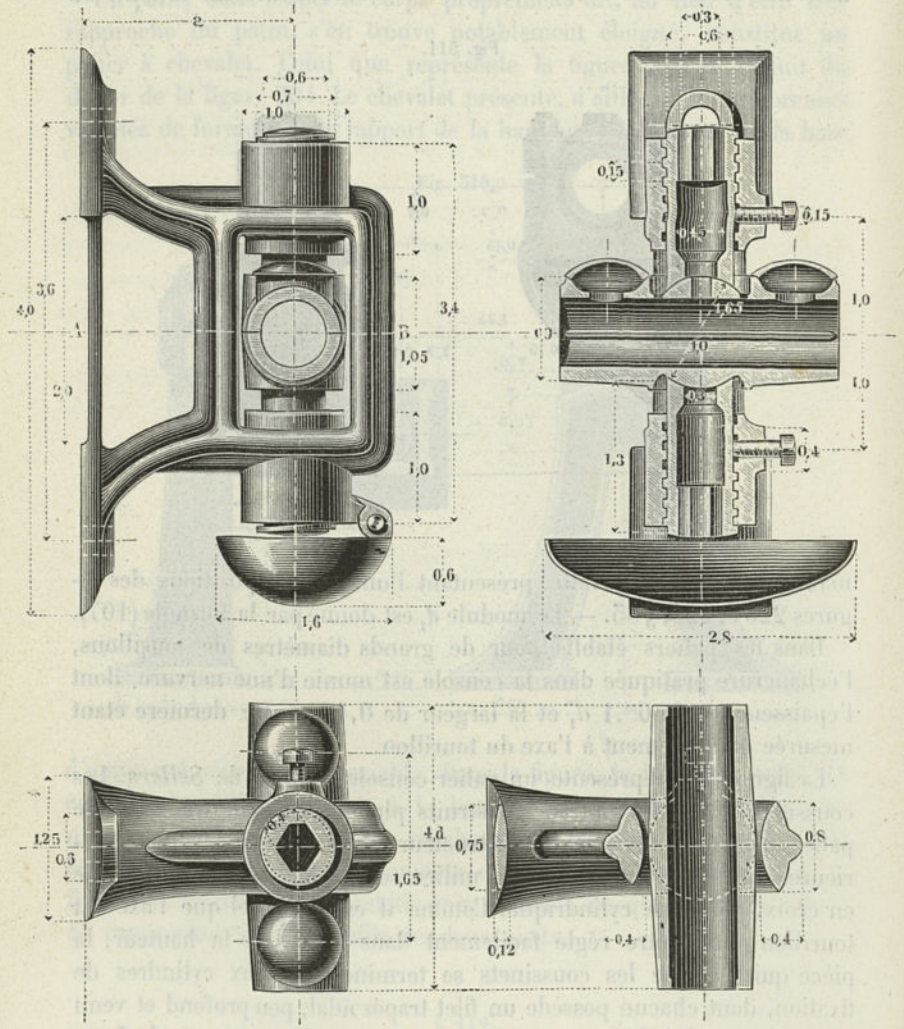
Dans les paliers établis pour de grands diamètres de tourillons, l'échancrure pratiquée dans la console est munie d'une nervure, dont l'épaisseur est de $0^m,1\ d_1$ et la largeur de $0,4d_1$, cette dernière étant mesurée parallèlement à l'axe du tourillon.

La figure 312 représente un palier-console à rotule de *Sellers*. Les coussinets en fonte sont ici construits plus légèrement que dans le palier ordinaire du même constructeur; les zones sphériques extérieures qu'ils présentent en leur milieu sont emboîtées par une pièce en croix, de forme cylindrique. Comme il est essentiel que l'axe du tourillon puisse être réglé facilement dans le sens de la hauteur, la pièce qui emboîte les coussinets se termine par deux cylindres de fixation, dont chacun possède un filet trapézoïdal, peu profond et venu de fonte avec lui. L'écrou correspondant est également venu de fonte avec la douille du corps du palier. La partie de chaque cylindre qui ne porte pas de filet est tournée, et la surface intérieure des filets dans la douille est alésée au même diamètre, de telle sorte que le guidage des cylindres de fixation, dans le sens vertical, se trouve ainsi parfaitement assuré.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Chacun de ces cylindres se trouve, d'ailleurs, maintenu dans sa position par une vis munie d'un dispositif de sûreté. La partie creuse du cylindre supérieur peut recevoir le tuyau d'un graisseur automa-

Fig. 512.



tique. Pour tous les paliers dont le diamètre d est compris entre 45 et 100^{mm}, *Sellers* a adopté une valeur constante de la portée a et l'a prise égale à 350^{mm} environ. Le palier-console de *Sellers* est d'une forme très élégante que la projection horizontale, sur la droite de la figure, fait bien mieux ressortir que l'élévation latérale.

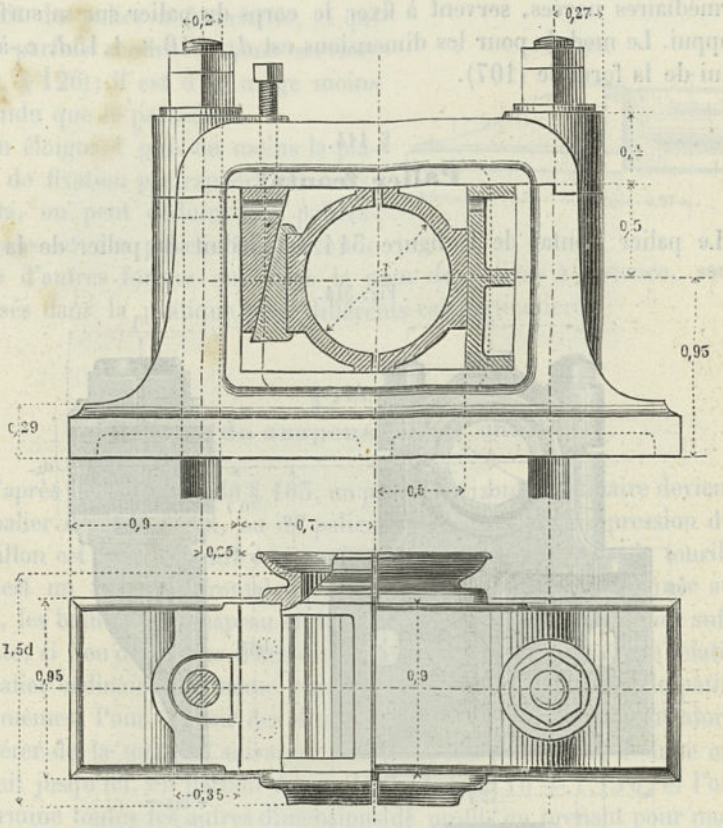
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 113.

Palier à fourchette.

Comme support intermédiaire pour les arbres verticaux, on peut faire usage d'un palier-console, à la condition d'avoir égard à la direction de l'usure. Dans les bâtis de paliers, où la place fait toujours plus ou moins défaut, les deux types précédents ne sont pas d'un usage

Fig. 313.



commode, le premier parce qu'il n'est pas disposé symétriquement par rapport au plan de joint des coussinets, le second parce qu'il conduit à des dimensions trop considérables. On a, dès lors, souvent besoin d'un palier symétrique, de dimensions réduites, dont les coussinets aient leur plan de joint normal à la surface de fixation. La figure 313 représente un palier de ce genre, qu'on désigne sous le nom de palier à fourchette. Le chapeau forme avec le corps du palier un

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

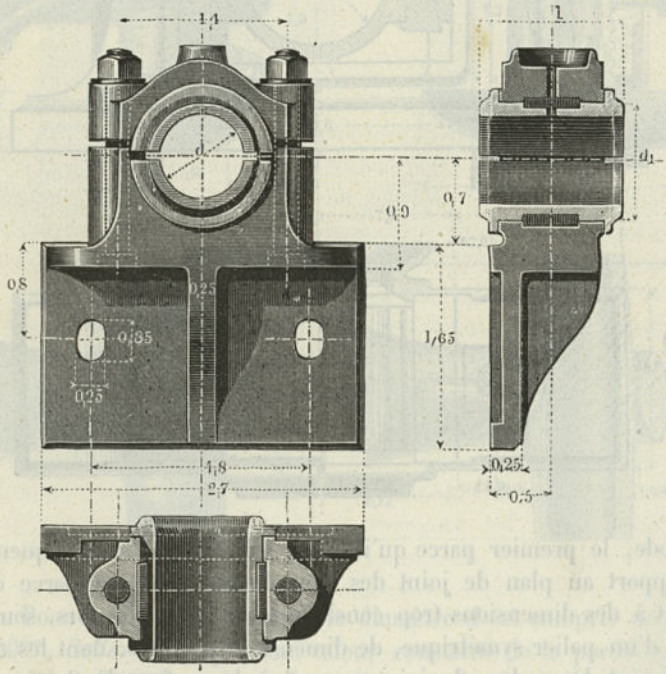
cadre de forme invariable, à l'intérieur duquel les coussinets en bronze sont suspendus et peuvent être déplacés dans le sens horizontal. Dans la disposition figurée, le déplacement ne peut avoir lieu que suivant une seule direction. S'il devenait nécessaire également dans l'autre direction, la pièce fixe en fonte, à droite, devrait être remplacée par un dispositif de clavetage semblable à celui de gauche. Le chapeau enlevé, on peut facilement retirer la pièce en fonte et le dispositif de clavetage; en agissant ensuite latéralement sur l'arbre, on arrive à faire sortir les coussinets. Les boulons du chapeau, qui portent des têtes intermédiaires noyées, servent à fixer le corps du palier sur sa surface d'appui. Le module pour les dimensions est $d_1 = 10 + 1{,}15d$, c.-à-d. celui de la formule (107).

§ 114.

Palier frontal.

Le palier frontal de la figure 314 est déduit du palier de la fi-

Fig. 314.



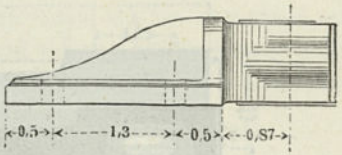
gure 294. Les boulons du chapeau s'introduisent par le bas et ont leurs têtes noyées dans l'épaisseur de la plaque horizontale, ce qui

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

permet de les placer et de les enlever avec la plus grande facilité. Dans le cas où, comme sur la figure, on n'emploie que deux boulons pour la fixation de la plaque verticale, il est indispensable que cette plaque soit maintenue latéralement par des cales et qu'elle repose sur un appui susceptible de s'opposer au déplacement de haut en bas. Ces conditions peuvent ordinairement être réalisées (Voy. le chap. suiv.). Dans le cas contraire, il conviendrait d'employer quatre boulons, ou au moins trois, pour assurer l'invariabilité de position de la plaque.

La figure 315 est une vue latérale d'un autre palier frontal, qui est déduit du palier à fourchette, et qui peut parfois rendre de bons services (Voy. § 126); il est d'un usage moins répandu que le précédent.

Fig. 315.



En éloignant plus ou moins la plaque de fixation par rapport aux coussinets, on peut déduire des paliers-consoles et des paliers frontaux une série d'autres formes qui, sous le nom de paliers à potence, sont utilisés dans la pratique pour différents cas particuliers.

§ 115.

Paliers de suspension ou chaises.

D'après la définition du § 103, un palier horizontal ordinaire devient un palier de suspension, ou un palier-chaise, lorsque la pression du tourillon est dirigée contre le coussinet du chapeau. Lorsque le tourillon est un tourillon frontal, en fer, soumis à la charge indiquée au § 91, les boulons du chapeau et du patin n'ont plus une résistance suffisante, si l'on détermine leurs dimensions au moyen du module relatif au palier ordinaire. La même chose a lieu pour le chapeau et le patin eux-mêmes. Pour obtenir des dimensions utilisables, il convient alors d'opérer de la manière suivante. On établit les coussinets, comme on l'a fait jusqu'ici, en partant des unités e et $d_1 = 10 + 1{,}15\,d$, et l'on détermine toutes les autres dimensions de profils en prenant pour module :

$$d''_1 = 10 + 1{,}75\,d. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (109)$$

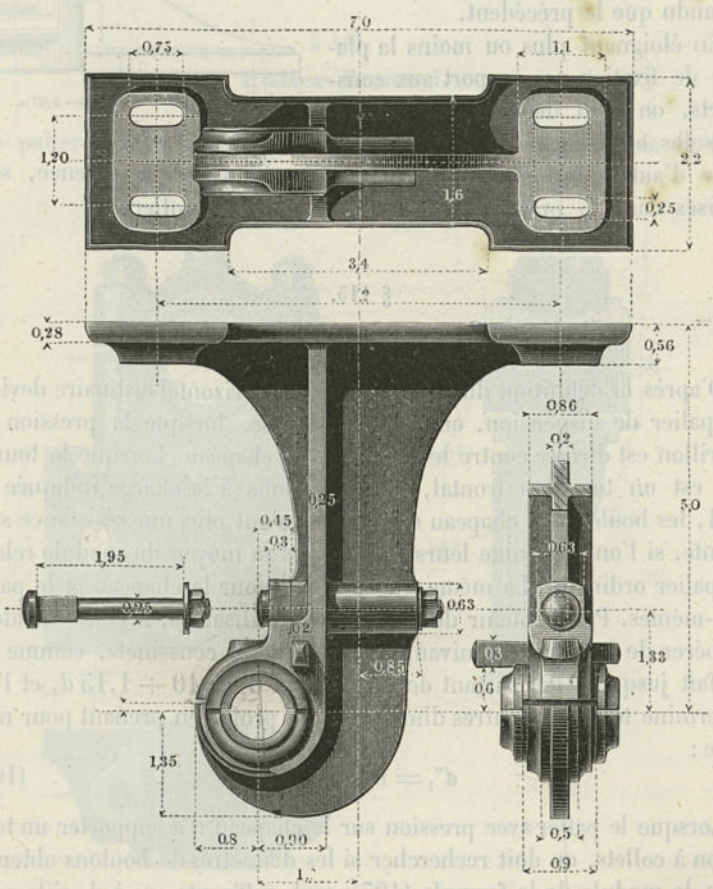
Lorsque le palier avec pression sur le chapeau a à supporter un tourillon à collets, on doit rechercher si les diamètres de boulons obtenus avec le module de la formule (107) sont suffisants, c.-à-d. s'ils sont aussi forts que ceux que donne la formule (109), dans laquelle d désigne alors le diamètre du tourillon frontal équivalent au tourillon à collets.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Exemple. *A une pression de* 8000^k *correspond, d'après la table du* § 91, *un tourillon frontal, en fer, de* 100^{mm} *de diamètre sur* 150^{mm} *de longueur. Si la pression doit s'exercer contre le chapeau du palier, les dimensions, en dehors de celles des coussinets, doivent se déterminer au moyen du module* $d''_1 = 10 + 1.75.100 = 185^{mm}$. *En partant de là, on trouve, par exemple, pour le diamètre des boulons du chapeau :* $0{,}2.\ 185 = 39^{mm}$, *soit* 40^{mm}. *Un collet d'arbre de* 170^{mm} *de diamètre, pour la même pression directe, conduirait à prendre, pour le calcul du palier, l'unité normale* $d_1 = 10 + 1{,}15.170 = 206^{mm}$; *ce chiffre étant notablement supérieur à* 185^{mm}, *on voit que, dans le palier construit normalement, il n'y aurait aucun inconvénient à ce que la pression fût dirigée contre le chapeau.*

Sellers emploie, dans ses installations, un palier de suspension

Fig. 316.



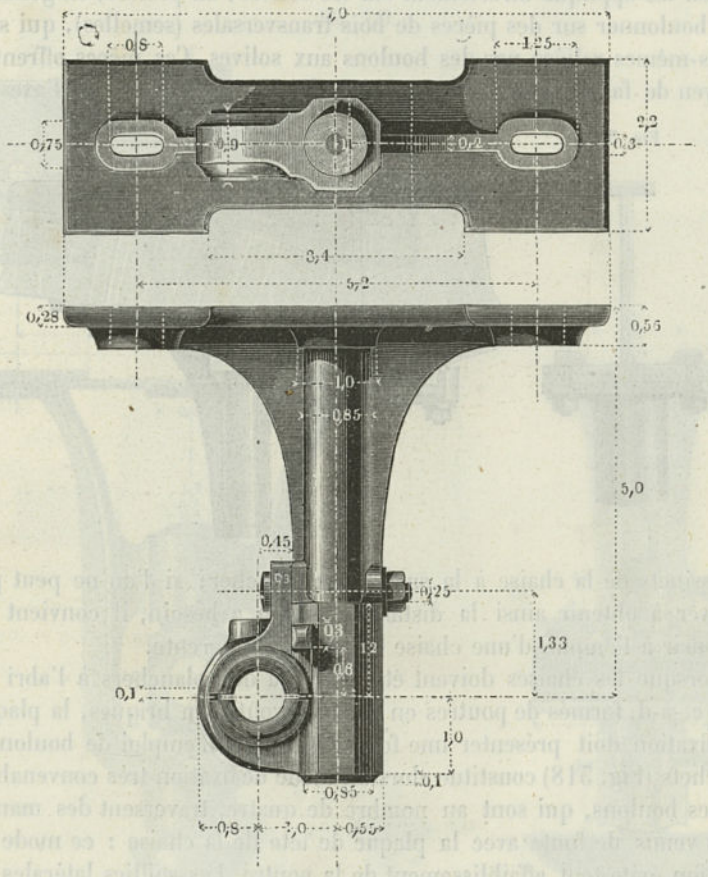
court, qui, d'une manière générale, présente les formes et les dimensions du palier horizontal équivalent; seulement les coussinets sont

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

tournés de 180° et la cuvette à huile est venue de fonte avec le chapeau. Dans le plus grand nombre des cas, il est nécessaire, pour les paliers de suspension, d'avoir, entre l'axe du tourillon et la surface de fixation, une distance de beaucoup supérieure à celle que peut offrir un palier horizontal ordinaire ; aussi, dans la construction des chaises, s'est-on attaché principalement à allonger le corps proprement dit.

Par suite de la forme donnée au corps, le palier de suspension que représente la figure 316 porte le nom de chaise à nervures. La partie inférieure, qui reçoit les coussinets, a la forme d'un crochet. Le cha-

Fig. 317.



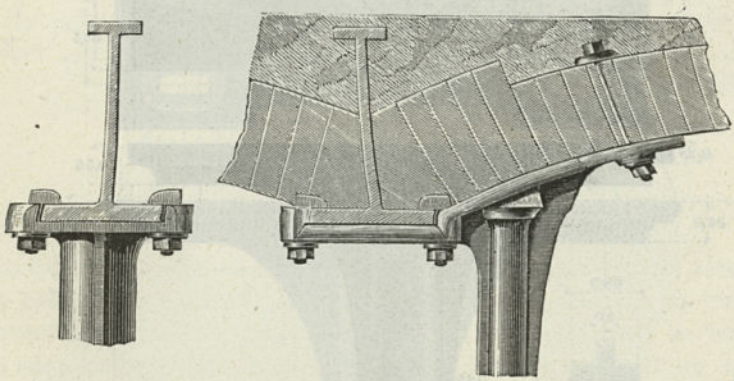
peau est amené dans la position qu'il doit occuper au moyen d'une clavette et il est maintenu, dans cette position, par un boulon de serrage horizontal. Pour les tourillons d'un diamètre inférieur à 50^{mm}, la plaque de fixation ne comporte, de chaque côté, qu'un seul boulon,

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

d'un diamètre égal à $0{,}5\,d_1$; il convient alors de modifier, en conséquence, la disposition de la plaque de fixation en n'y ménageant que deux trous de boulons, comme dans la figure suivante.

Dans la chaise à colonne (Fig. 317), la disposition générale est tout à fait analogue à celle de la chaise précédente; la seule différence réside dans la forme du corps. La colonnette, qui en constitue la partie principale, est creuse et son diamètre intérieur est égal à $0{,}55\ d_1$. Pour les tourillons d'un grand diamètre, le nombre des boulons doit être porté de deux à quatre, comme dans la figure 316. Pour les chaises qui doivent être fixées à un plancher, il est très rare qu'on les applique directement sur les solives; on préfère, en général, les boulonner sur des pièces de bois transversales (semelles), qui sont elles-mêmes reliées par des boulons aux solives. Ces pièces offrent le moyen de faire varier, entre certaines limites, la distance de l'axe des

Fig. 318. Fig. 319.



coussinets de la chaise à la surface du plancher; si l'on ne peut pas arriver à obtenir ainsi la distance dont on a besoin, il convient de recourir à l'emploi d'une chaise de hauteur différente.

Lorsque les chaises doivent être fixées à des planchers à l'abri du feu, c.-à-d. formés de poutres en fer, avec voûtes en briques, la plaque de fixation doit présenter une forme spéciale. L'emploi de boulons à crochets (Fig. 318) constitue alors un mode de fixation très convenable.

Les boulons, qui sont au nombre de quatre, traversent des mamelons venus de fonte avec la plaque de tête de la chaise : ce mode de fixation évite tout affaiblissement de la poutre. Les saillies latérales de la plaque ont, en outre, l'avantage de permettre l'introduction de cales de réglage. Dans la disposition de la figure 319, qui est due à *Fairbairn*, l'axe de la transmission est parallèle à la poutre. La fixation de la chaise, qui se fait à la fois sur la poutre et sur la voûte, est,

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

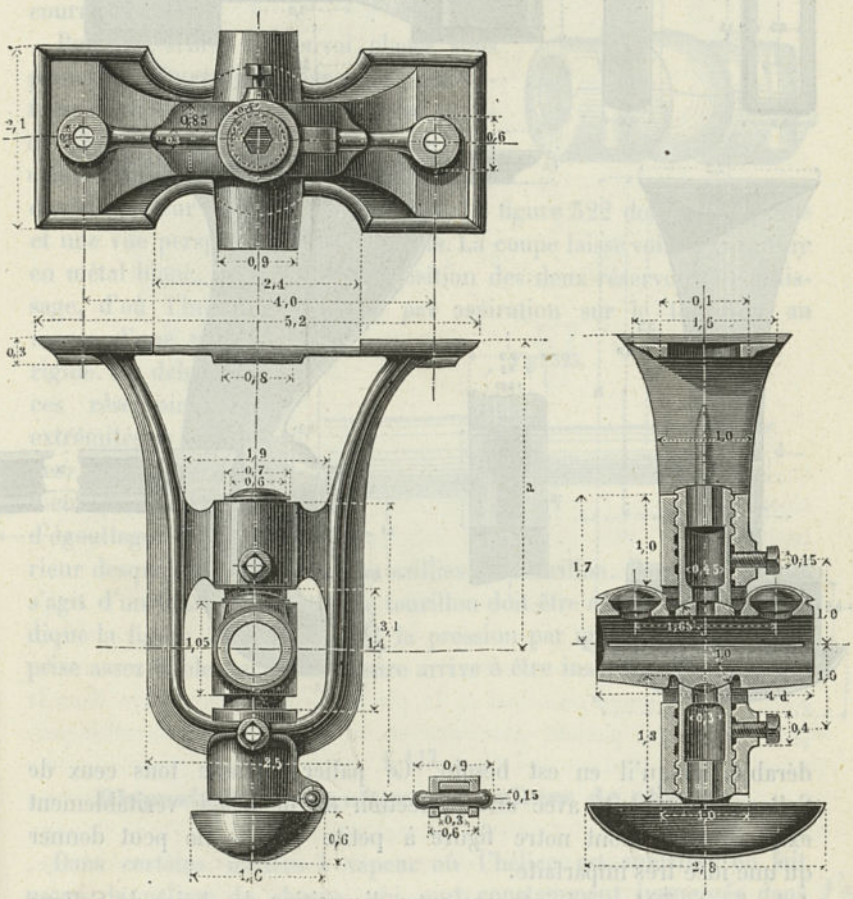
à la vérité, un peu plus compliquée et suppose que l'extrados de la voûte soit accessible, mais, par contre, elle offre une très grande sécurité. Elle s'opère, d'ailleurs, sur la poutre avec de simples boulons à crochets et des cales, sans exiger le percement de trous.

§ 116.

Chaises à rotule.

De tous les paliers à rotule de *Sellers*, celui qui est le plus fréquemment utilisé est le palier de suspension que représente la figure 320.

Fig. 320.



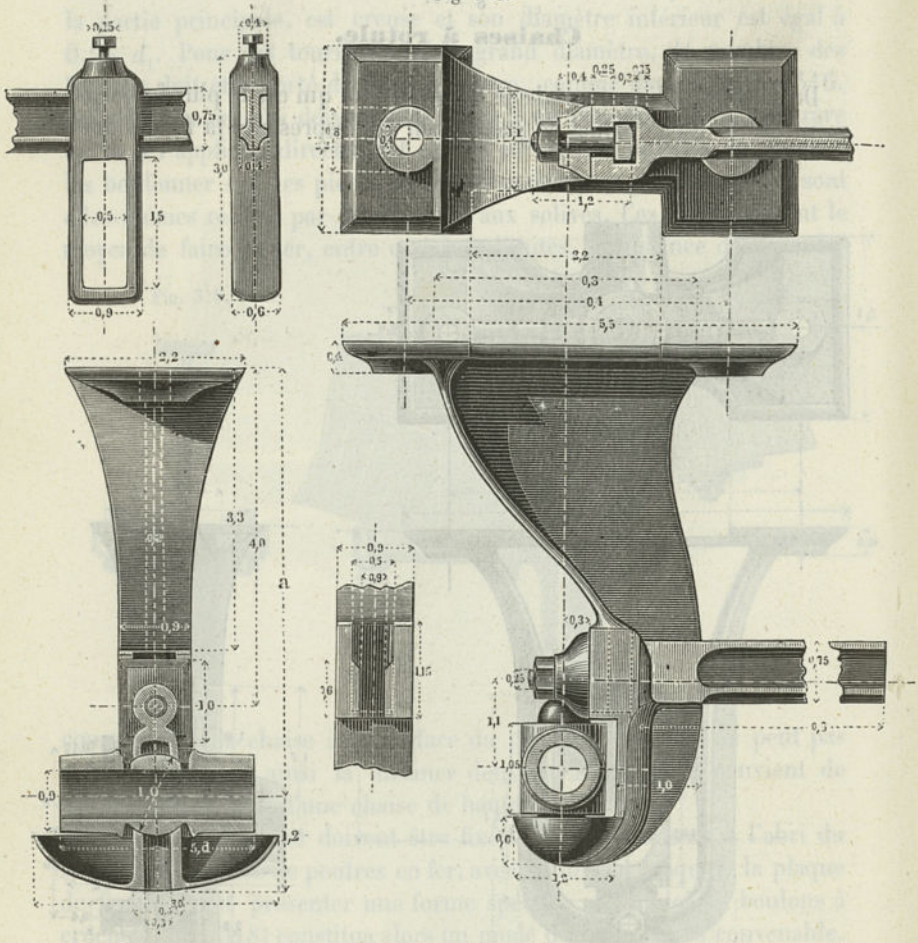
La disposition des coussinets, avec cylindres de réglage et autres accessoires, est exactement la même que pour le palier-console de la

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

figure 312. Le petit dessin sur la droite montre clairement le mode de fixation de la cuvette à huile, au moyen d'un petit axe renflé à ses deux extrémités, qu'on peut facilement retirer par côté.

La distance a de l'axe à la surface de fixation a été prise ici égale à $3{,}5\ d'_1$; mais on peut naturellement lui donner une valeur plus consi-

Fig. 321.



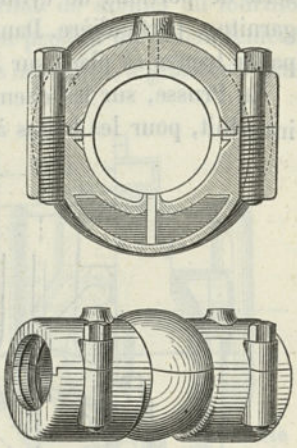
dérable, lorsqu'il en est besoin. Ce palier, comme tous ceux de Sellers, est exécuté avec une perfection de modelage véritablement extraordinaire, dont notre figure à petite échelle ne peut donner qu'une idée très imparfaite.

La figure 321 représente une autre disposition de chaise de *Sellers* pour renvois de transmission. Ici l'introduction de l'arbre dans le palier est supposée devoir se faire latéralement; d'un autre côté, l'usure

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

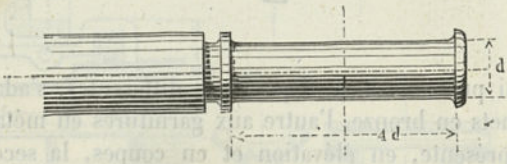
est tellement faible qu'on la considère comme négligeable et que le coussinet, au lieu d'être en deux parties, se présente sous la forme d'une boîte fermée. Le chapeau fixé par un boulon de serrage retient le corps du coussinet. La cuvette d'égouttage est fondue avec le corps du palier; il y aurait avantage à ce qu'elle fût munie d'un bouchon de vidange, comme on en rencontre dans un grand nombre de paliers. Sur la figure se trouve encore indiqué un bras relié au corps du palier et qui est destiné à recevoir une fourchette-guide pour courroie.

Fig. 322.



Pour les arbres de renvoi placés sous plancher, *Sturtevant*, dans ses installations de ventilateurs, fait également usage de chaises à articulation sphérique. Ces chaises diffèrent légèrement des précédentes par leur mode de construction. La figure 322 donne une coupe et une vue perspective des coussinets. La coupe laisse voir la garniture en métal blanc, ainsi que la disposition des deux réservoirs de graissage, d'où l'huile est amenée par aspiration sur le tourillon, au moyen d'une mèche rigide. En dehors de ces réservoirs, les extrémités de la boîte des coussinets forment deux cuvettes d'égouttage, à l'intérieur desquelles se meuvent les saillies du tourillon. Dans le cas où il s'agit d'un tourillon frontal, ce tourillon doit être disposé comme l'indique la figure 323. Ici encore, la pression par unité de surface est prise assez faible pour que l'usure arrive à être insignifiante.

Fig. 323.



§ 117.

Dispositifs particuliers de paliers de charge.

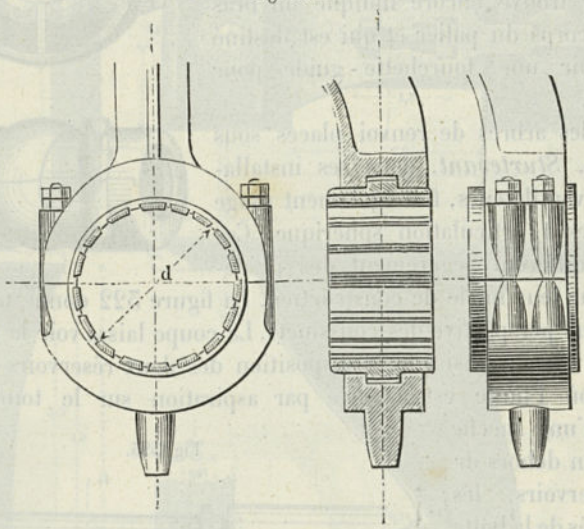
Dans certains navires à vapeur où l'hélice est amovible on fait usage de paliers de charge, qui sont constamment immergés dans l'eau. D'après *Penn*, ces paliers doivent être munis de coussinets en bois, dont la supériorité, dans ce cas, a été reconnue. Comme exemple,

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

la figure 324 représente un palier construit par *Ravenhill* et *Hodgson* et correspondant à une valeur de d égale à 489^{mm}. Le corps du palier et le chapeau sont en bronze; les coussinets sont constitués par une série de portions de cylindres en bois de gaïac, encastrés dans une garniture particulière. Dans le cadre qui supporte l'hélice, le corps du palier trouve sa place sur l'étambot.

En Prusse, sur les chemins de fer de l'État, on a tout récemment introduit, pour les boîtes à graisse, un mode de construction normale

Fig. 324.



qui présente deux dispositions différentes, s'adaptant, l'une aux coussinets en bronze, l'autre aux garnitures en métal blanc. La figure 325 représente, en élévation et en coupes, la seconde disposition, avec quelques-unes des dimensions les plus importantes.

La boîte du palier se compose de deux parties principales, le corps proprement dit et la pièce inférieure, qui toutes les deux possèdent un réservoir à graisse, avec regard de visite et couvercle à ressort. Le joint entre le corps principal et la pièce inférieure se trouve dans le plan horizontal passant par l'axe du tourillon; trois clavettes préviennent tout déplacement transversal. La réunion des deux pièces a lieu au moyen d'un étrier et d'une vis de pression, dont la tête est munie d'un dispositif de sûreté, permettant une rotation de $^1/_6$ de tour.

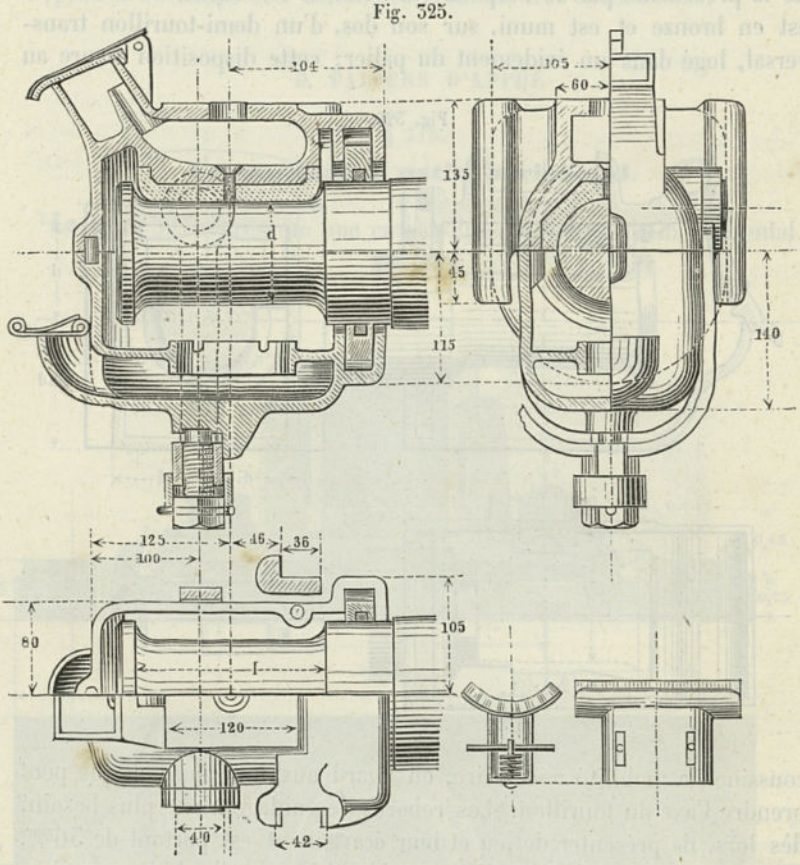
La garniture en métal blanc est coulée dans le corps de la boîte, autour du tourillon, préalablement mis en place; elle doit être naturellement munie d'un nombre suffisant de rainures de graissage, lesquelles ne sont pas indiquées sur la figure. Pour fermer la boîte, à la

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

naissance du tourillon, on fait usage d'un disque en bois, garni à l'intérieur d'un anneau en feutre. On s'est ménagé, comme on le voit, la possibilité de faire le graissage aussi bien par le haut que par le bas.

Le dispositif de graissage supérieur permet de donner au tourillon une grande quantité d'huile, lorsqu'il s'est produit un échauffement; il peut servir également, dans les conditions normales, à graisser légère-

Fig. 525.



ment ce tourillon, au moyen d'une mèche. Mais l'introduction de la matière lubrifiante a surtout lieu par le bas, au moyen d'un frottoir armé de poils, qui repose sur un châssis en tôle et qui est appliqué contre le tourillon par l'action de deux ressorts; il est alimenté par un grand nombre de mèches plongeant dans le réservoir d'huile.

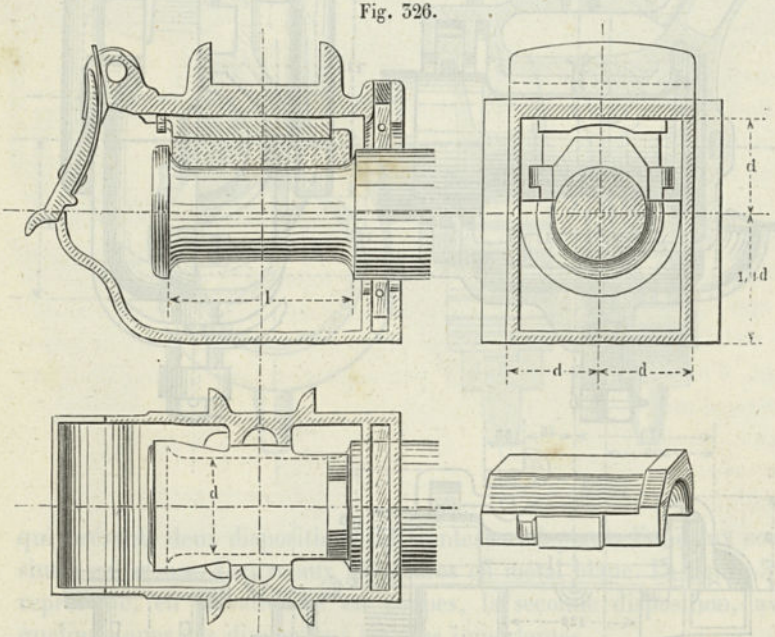
Pour permettre au coussinet de rester constamment appliqué contre le tourillon, quand l'axe de ce dernier tend à prendre une direction inclinée par rapport à celle de la boîte à graisse, on ménage un cer-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

tain jeu dans le guidage de cette dernière; les rebords destinés à guider la boîte sur les plaques de garde et venus de fonte avec elle ont d'abord leurs faces parallèles, à la partie inférieure (jusqu'à 36^{mm} au-dessus du joint), puis ces faces s'inclinent ensuite légèrement, de telle sorte que leur écartement passe progressivement de 36 à 42^{mm}.

L'autre disposition, pour la construction des boîtes à graisse, diffère de la précédente par le corps de la boîte et le coussinet. Ce dernier est en bronze et est muni, sur son dos, d'un demi-tourillon transversal, logé dans un évidement du palier; cette disposition assure au

Fig. 326.



coussinet la mobilité nécessaire, eu égard aux inclinaisons que peut prendre l'axe du tourillon. Les rebords de guidage n'ont plus besoin, dès lors, de présenter de jeu et leur écartement est partout de 36^{mm}. La pièce inférieure de cette boîte est identique à celle de la première.

La figure 326 représente le type normal des boîtes à graisse des chemins de fer américains. Il comporte un graissage par dessous, et il est disposé de manière que le changement d'un coussinet puisse se faire sur la voie, en quelques minutes. La boîte, d'une seule pièce, porte un couvercle qui la rend accessible de l'extérieur. Pour faciliter son changement, le coussinet est placé dans une pièce rapportée, à logement prismatique, qui permet de le retirer, lorsqu'elle a été préalablement enlevée. Sur sa face supérieure, cette pièce est ordinairement

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

cintrée et elle est protégée contre le glissement par deux parties saillantes, en forme de nez. Pour la retirer, on commence par la soulever légèrement avec un cric.

Il n'existe pas de frottoir pour le graissage; la partie inférieure de la boîte porte simplement une garniture de coton, destinée à amener l'huile sur le tourillon. Cette disposition de boîte à graisse a subi l'épreuve du temps et a donné des résultats très satisfaisants.

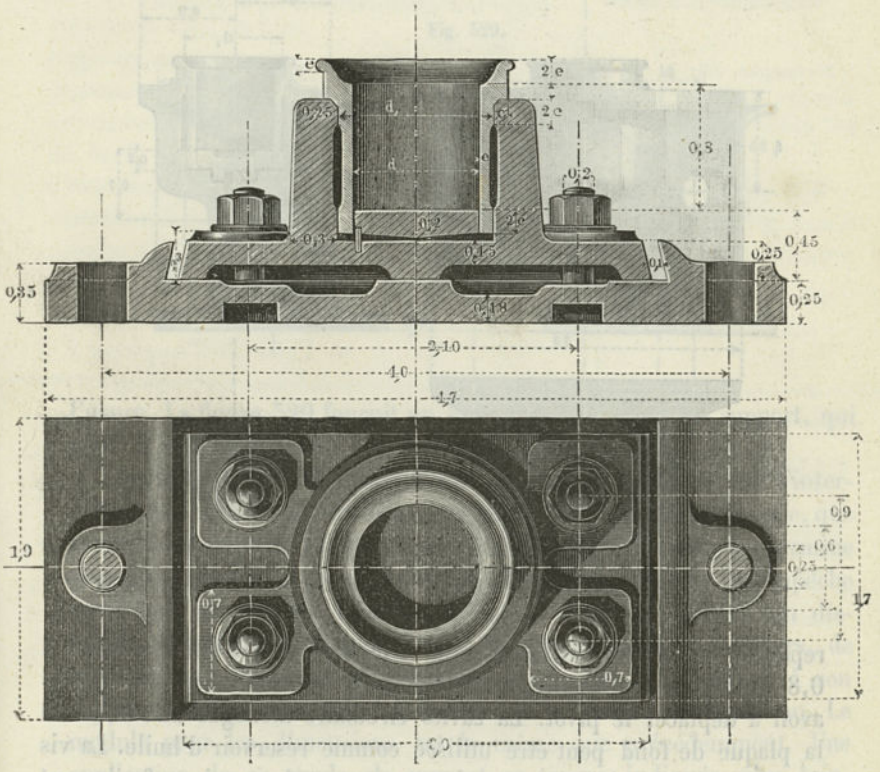
B. PALIERS D'APPUI.

§ 118.

Crapaudine à patin horizontal.

La figure 327 représente une crapaudine ordinaire à patin horizontal.

Fig. 327.



A l'extérieur, la plaque de fond est légèrement conique et présente ainsi une certaine mobilité, qui lui permet de s'appliquer exactement

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

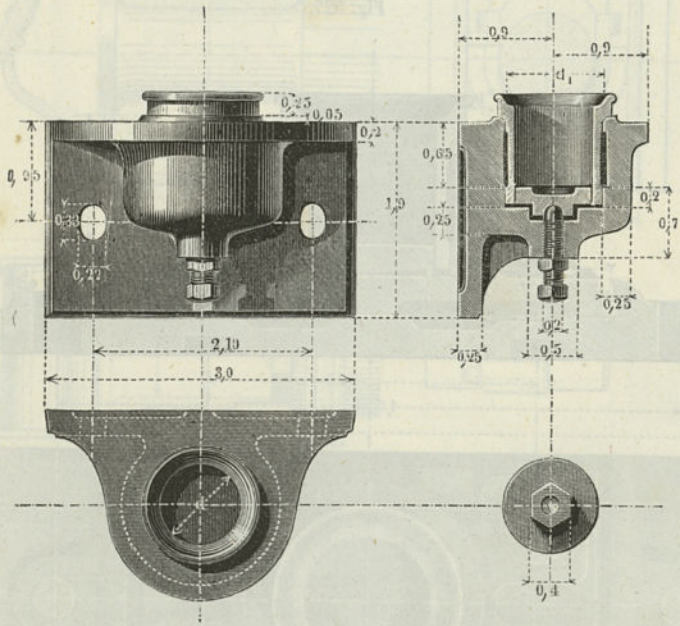
sur la base du pivot. Afin de rendre possible le déplacement du palier sur la plaque qui le supporte, cette dernière a ses trous de boulons allongés dans le sens transversal, tandis que ceux du patin le sont, au contraire, dans le sens perpendiculaire.

§ 119.

Crapaudine avec plaque de fixation verticale.

La crapaudine que représente la figure 328, et qui dérive de la précédente, se fixe latéralement. La plaque de fixation doit toujours

Fig. 328.



reposer, à la partie inférieure, sur une cale, d'une hauteur égale à $0{,}8\ d_1$, afin de permettre de retirer facilement la crapaudine, sans avoir à déplacer le pivot. La cavité circulaire ménagée au milieu de la plaque de fond peut être utilisée comme réservoir d'huile. La vis de réglage, qui agit sur cette plaque, permet de corriger facilement l'usure qui vient à se produire sur la base du pivot.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

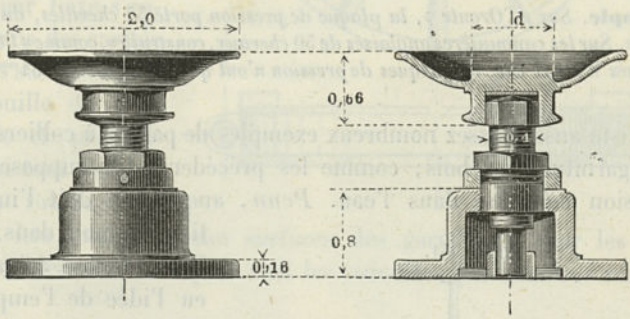
§ 120.

Crapaudine à grain mobile

Dans un certain nombre d'installations, le palier d'appui d'un arbre vertical se trouve remplacé par une double disposition comportant un véritable palier-guide et une crapaudine, proprement dite, qui se trouvent tous les deux fixés sur la même plaque de fondation. Comme palier-guide, on peut employer, soit un palier ordinaire à patin, soit un palier à fourchette, à la condition de disposer convenablement, dans chaque cas, le plan de joint des coussinets.

L'autre partie du support, qui, en réalité, se trouve être une crapaudine réduite à son grain, est disposée de manière qu'elle puisse être visitée très facilement et déplacée dans la direction où se produit

Fig. 329.



l'usure. La figure 329 fournit un exemple de ce genre de support, qui peut, d'ailleurs, affecter une grande variété de formes.

Le grain de cette crapaudine est en bronze. Il repose, par l'intermédiaire d'une plaque en acier, sur une pointe de forme conique, que porte la vis de réglage ; la cavité, de forme prismatique, qui termine le grain, emboîte, avec un faible jeu, la tête de cette vis et empêche ainsi tout mouvement de rotation autour d'un axe vertical. Un dispositif de sûreté, analogue à celui de *Penn*, permet, d'ailleurs, de prévenir tout déplacement accidentel de la vis, en la reliant à son support, qui est fixé par des boulons à la plaque de fondation. Le module pour les dimensions est le même que précédemment. Une application de ce mode de support se trouve indiquée plus loin, au § 126.

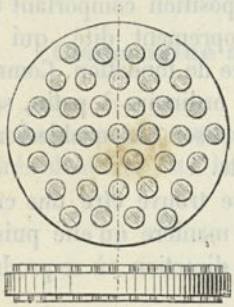
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 121.

Paliers d'appui avec grain en bois.

L'emploi du bois de gaïac, qui, depuis longtemps, a été reconnu avantageux dans les paliers constamment baignés par l'eau, a également donné les meilleurs résultats pour les tourillons d'appui dans les hélices de navires. Ce bois se trouve utilisé, dans ce cas, sous la forme de chevilles.

Fig. 330.

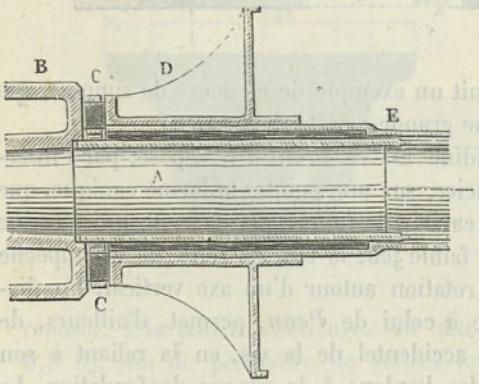


La figure 330 représente la crapaudine du tourillon d'arrière d'une hélice amovible. Les chevilles sont fixées dans une plaque de bronze et la base du tourillon porte une garniture du même métal.

Exemple. *Sur « l'Oronte », la plaque de pression porte 37 chevilles, de 44mm de diamètre. Sur les canonnières anglaises de 50 chevaux, construites, comme « l'Oronte », par James Watt et Cie, les plaques de pression n'ont que 7 chevilles de 51mm.*

Il existe aussi d'assez nombreux exemples de paliers à colliers munis d'une garniture en bois; comme les précédents, ils supposent une immersion continue dans l'eau. *Penn*, auquel on doit l'introduction du bois dans les paliers d'hélice, a également eu l'idée de l'employer à l'intérieur du vaisseau et, en particulier, pour le collier qui est placé sur l'arbre de transmission et qui reçoit la poussée de l'hélice. Le plus souvent ce collier est placé en dehors de la coque, entre le moyeu de l'hélice et le tube d'étambot, et disposé comme l'indique la figure 331. *A* est l'arbre dont le fourreau en bronze est en contact avec la garniture en bois du tube d'étambot; *B*, le moyeu de l'hélice; *C*, le collier de pression avec ses chevilles de bois; *D*, la douille fixée à l'extrémité du tube d'étambot *E* et munie d'un rebord, renforcé

Fig. 331.

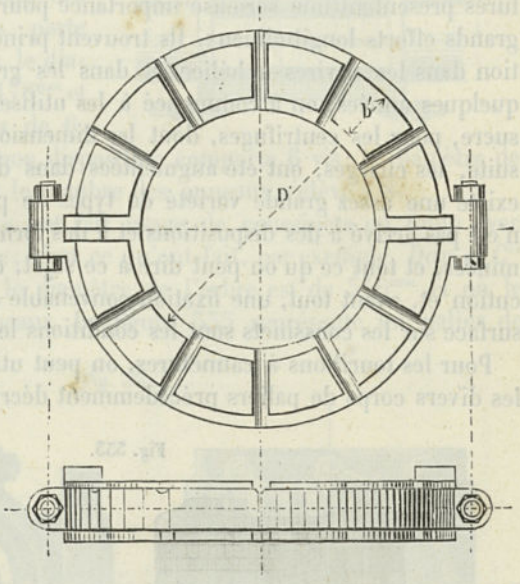


IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

par des nervures, pour recevoir la poussée que lui transmet le moyeu de l'hélice, par l'intermédiaire du collier *C*. Les pièces *B*, *C*, *D* et *E* sont en bronze.

La figure 332 représente une disposition de collier de pression qui se trouve en usage dans les bâtiments à vapeur de la marine allemande : Kaiser, Friedrich Karl, Preussen, Vineta, Freya, Ariadne, Nautilus et Cyklop. L'anneau est fait en deux parties, dans le but de rendre sa mise en place et son enlèvement plus faciles. Les deux saillies contenues dans un plan passant par l'axe s'engagent dans des cavités ménagées sur le rebord de la douille du tube d'étambot et préviennent ainsi tout mouvement de rotation de l'anneau. Les dimensions des surfaces des garnitures pour les vaisseaux précédemment indiqués sont les suivantes (en nombres ronds) :

Fig. 332.



	KAISER	FRIEDR. KARL	PREUSSEN	VINETA	FREYA	ARIADNE	NAUTILUS	CYKLOP
D'	710	630	680	419	490	490	262	216
b'	165	40	180	82	108	108	65	41
Surface (mèt. car.).	0,378900	0,068800	0,244860	0,110450	0,171000	0,169400	0,044200	0,022150

Il ne s'est révélé jusqu'ici aucun inconvénient dans l'emploi des colliers de pression sur les bâtiments de la marine allemande; l'usure des chevilles en bois de gaïac est si faible, qu'il est extrêmement rare qu'il y ait lieu de procéder à leur remplacement.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

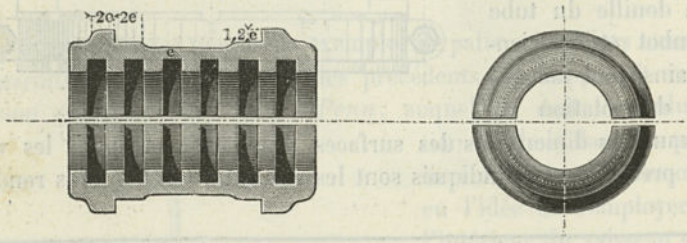
§ 122.

Paliers à cannelures.

De même que les tourillons décrits au § 100, les paliers à cannelures présentent une sérieuse importance pour les arbres soumis à de grands efforts longitudinaux. Ils trouvent principalement leur application dans les navires à hélice et dans les grandes turbines; depuis quelques années, on a commencé à les utiliser, dans les fabriques de sucre, pour les centrifuges, dont les dimensions de tambours et, par suite, les charges, ont été augmentées dans de fortes proportions. Il existe une assez grande variété de types de paliers à cannelures; on n'est pas arrivé à des dispositions et à des formes complètement déterminées, et tout ce qu'on peut dire à ce sujet, c'est qu'une bonne exécution et, avant tout, une fixation convenable de la pression par unité surface sur les coussinets sont les conditions les plus essentielles.

Pour les tourillons à cannelures, on peut utiliser, comme supports, les divers corps de paliers précédemment décrits; seulement, dans ce

Fig. 333.



cas, les coussinets en bronze, qui sont cannelés à l'intérieur, doivent présenter à l'extérieur des rebords plus résistants (Fig. 333).

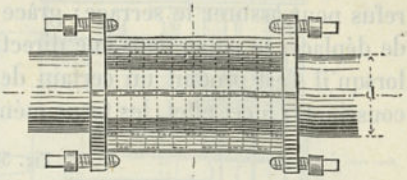
Dans les coussinets de grandes dimensions, la surface extérieure porte, en outre, un certain nombre de saillies, en forme d'anneaux, qui s'ajustent dans des cavités correspondantes du corps de palier et du chapeau et viennent ainsi soulager les rebords des coussinets.

Exemple. *Palier à cannelures sur le vaisseau « City of Richmond », construit par Todd et Mac-Gregor, de Glasgow, sur les plans de Jaffrey, avec* 12 *anneaux, dont les diamètres intérieurs et extérieurs sont respectivement* 452^{mm} *et* 584^{mm}. — *La longueur totale des coussinets, qui, aux deux extrémités, emboîtent les deux anneaux extrêmes du tourillon, est de* 1111^{mm}. — *La surface extérieure de ces coussinets porte, en outre,* 3 *anneaux de décharge, de* 12^{mm} *de saillie et de* 100^{mm} *de largeur. La puissance des machines est de* 3340 *chevaux indiqués. La vitesse du bâtiment est de* $6^{m},82$ *par seconde.*

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

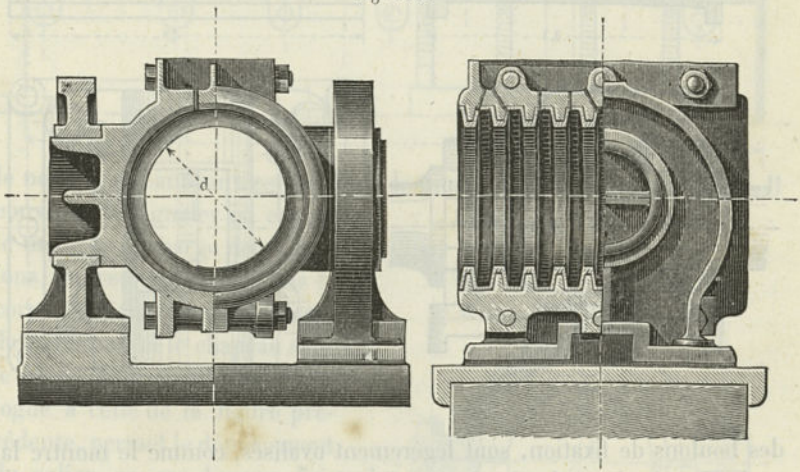
Dans les paliers à cannelures de *James Watt et C*ie, les rebords des coussinets restent libres et sont traversés par des vis de pression qui prennent leur point d'appui sur le corps du palier et le chapeau (Fig. 334). Sur « la Méduse » et « le Triton », chacun des rebords des coussinets porte quatre vis de ce genre; le diamètre de l'arbre est de 178mm et le nombre des anneaux de 6. Sur « le Jason », la même disposition comporte 6 vis; le diamètre de l'arbre est de 305mm et le nombre des anneaux s'élève à 8.

Fig. 334.



Certains constructeurs ont fait usage de coussinets en fonte avec garniture en métal blanc; c'est ce qu'ont fait, par exemple, *Day et C*ie sur le « Mooltan », où le diamètre de l'arbre est de 336mm et où le tourillon porte 12 anneaux. La figure 335 représente un palier de

Fig. 335.



construction française, dans lequel on a utilisé également la garniture en métal blanc; grâce aux deux parties tournées par lesquelles il repose sur un bâti de forme spéciale, ce palier peut être considéré comme articulé.

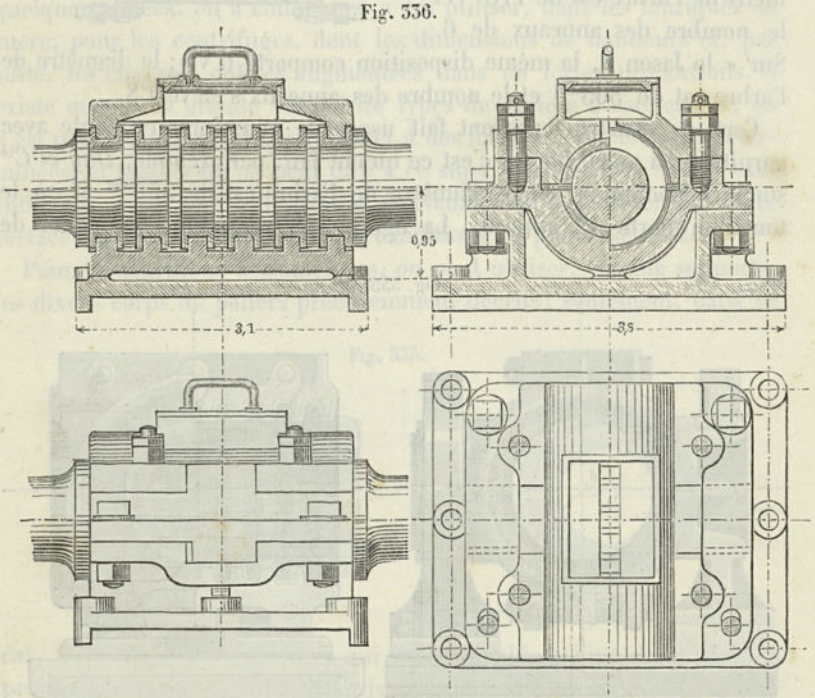
La figure 336 représente une disposition de palier à cannelures due à *Ravenhill* et *Hodgson*. Les coussinets se trouvent décomposés en une série d'anneaux en bronze, dont chacun est ajusté séparément dans le corps et le chapeau du palier. Il convient de signaler ici les dispositions adoptées pour décharger ou soulager les boulons; la première se

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

rapporte aux boulons qui réunissent le corps du palier et la plaque de fondation, la seconde, aux quatre boulons du chapeau.

Dans l'élévation où se trouvent indiquées ces dispositions, on voit, sur la gauche, le logement d'une clavette, qui doit être chassée jusqu'à refus pour assurer le serrage; grâce à cette disposition, il est possible de déplacer le palier dans une direction opposée à celle de la pression, lorsqu'il s'est produit un certain degré d'usure dans les anneaux des coussinets; à cet effet, les trous ménagés sur le patin, pour le passage

Fig. 336.



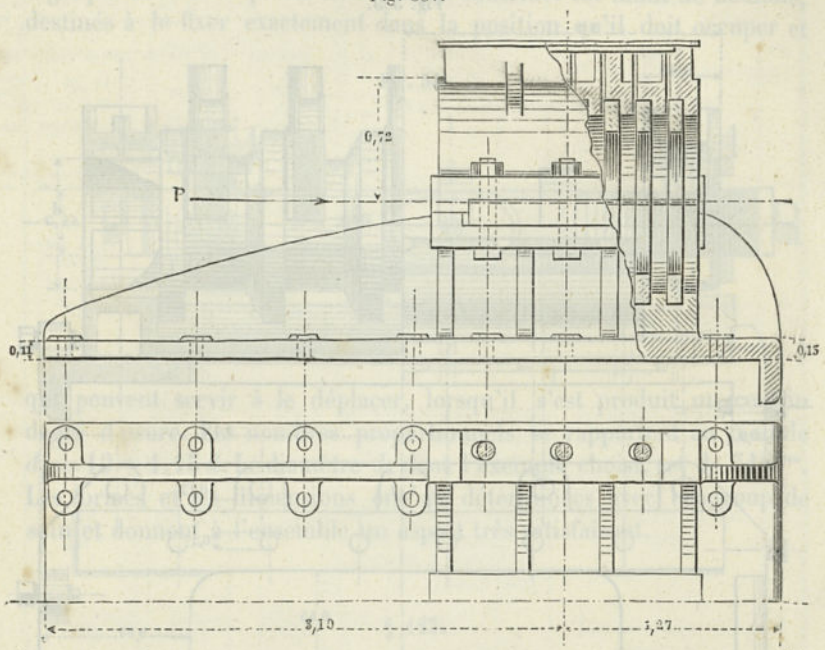
des boulons de fixation, sont légèrement ovalisés, comme le montre la projection horizontale de droite. Sur la coupe transversale, qui est au-dessus, se trouvent indiquées les garnitures qui constituent les coussinets; ces pièces, qui sont en bronze, épousent exactement le profil des cannelures du palier. Elles doivent être constamment enduites d'une matière grasse, de manière à empêcher tout dépôt de rouille sur les surfaces extérieures des anneaux, dans le cas où, par suite d'échauffement, on serait conduit à arroser le palier d'eau.

Les figures 337 et 338 représentent une disposition de palier à cannelures de *Penn*, qui a été appliquée sur le vaisseau « le Kaiser ». Ici les coussinets se composent d'anneaux encore plus simples que les

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

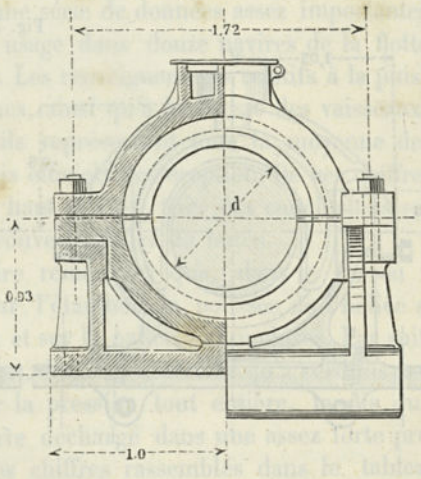
précédents. Ces anneaux, faits en deux pièces, pour la facilité de la mise en place, sont en bronze. Le diamètre d de l'arbre est de 470^{mm};

Fig. 337.



le nombre des anneaux est de 8 sur le tourillon, comme sur le palier. Il convient de signaler ici encore le mode de décharge des 6 boulons, qui réunissent à la fois le corps du palier avec la plaque de fondation et le chapeau avec le corps. Une disposition, analogue à celle de la figure précédente, permet le déplacement du palier, en cas d'usure. Les nombres proportionnels, indiqués pour ce palier et le précédent, sont rapportés à l'unité $d_1 = 10 + 1{,}15\,d$.

Fig. 338.

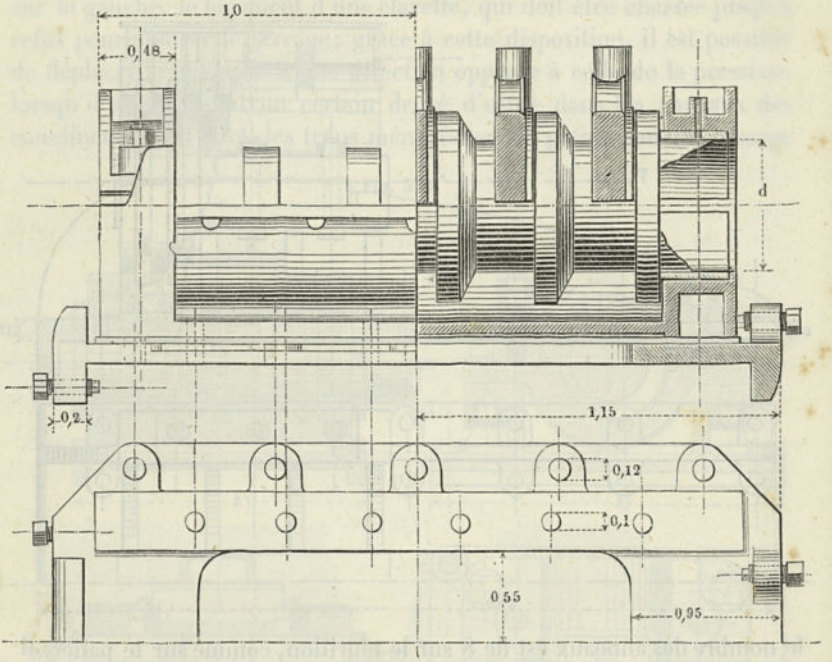


Parmi les paliers à cannelures dont l'emploi est le plus répandu se trouve celui de *Maudslay*, dont les figures 339 à 344 donnent un exemple, emprunté à la machine du vaisseau « l'Élisabeth ».

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

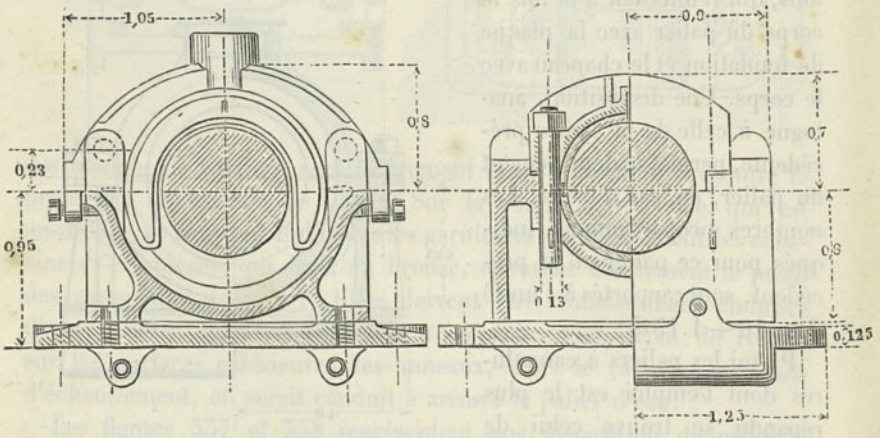
A chaque anneau du palier correspond un coussinet spécial, muni d'un double dispositif de déplacement et de graissage. Les divers

Fig. 339.



coussinets affectent la forme d'un fer à cheval; ils sont en fonte, avec

Fig. 340.

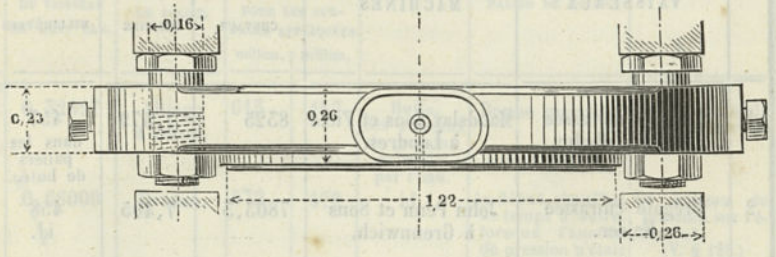


garniture en métal blanc sur les parties soumises à la pression. Les anneaux du tourillon, à leur partie inférieure, plongent dans une auge

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

qui contient de l'huile. Ce palier, comme les boîtes à graisse des essieux de chemins de fer, se trouve donc posséder un double système de graissage, par le haut et par le bas. Chaque coussinet est muni de boulons, destinés à le fixer exactement dans la position qu'il doit occuper et

Fig. 341.



qui peuvent servir à le déplacer, lorsqu'il s'est produit un certain degré d'usure. Les nombres proportionnels se rapportent au module $d_1 = 10 + 1{,}15\,d$. Le diamètre d, dans l'exemple choisi, est de 318^{mm}. Les formes et les dimensions ont été déterminées avec beaucoup de soin et donnent à l'ensemble un aspect très satisfaisant.

§ 123.

Exemples de paliers à cannelures exécutés.

Le tableau qui suit contient une série de données assez importantes sur les paliers à cannelures en usage dans douze navires de la flotte de guerre de l'empire allemand. Les renseignements relatifs à la puissance et à la vitesse des machines, ainsi qu'à la vitesse des vaisseaux, ont une assez grande valeur; ils représentent tous la moyenne des résultats constatés dans les essais officiels de réception. De ces chiffres on peut, comme on l'a fait plus haut (§ 100), tirer des conclusions sur le maximum de pression qu'éprouve le palier de butée.

Toutefois, il convient de faire remarquer que, dans le cas où il existe un anneau de pression sur l'étambot, la poussée de l'hélice se répartit à la fois sur cet anneau et sur le palier à cannelures. Par suite de l'élasticité de la coque, il peut, d'ailleurs, arriver qu'à certains moments le palier ait à supporter la pression tout entière, tandis qu'à d'autres moments il s'en trouve déchargé dans une assez forte proportion. Dans tous les cas, les chiffres rassemblés dans le tableau peuvent fournir un assez grand nombre de renseignements d'une utilité pratique incontestable.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

N°s	NOMS DES VAISSEAUX	CONSTRUCTEURS DES MACHINES	PUISSANCE INDIQUÉE DES MACHINES EN CHEVAUX	VITESSE DU VAISSEAU EN MÈTRES PAR SECONDE	DIAMÈTRE DE L'ARBRE DE L'HÉLICE EN MILLIMÈTRES	NOMBRE DE TOURS PAR MINUTE DE L'ARBRE DE L'HÉLICE
1	Frégate cuirassée König Wilhelm.	Maudslay Sons et Field à Londres.	8325	7,579	457 dans les paliers de butée.	63,86
2	Frégate cuirassée Kaiser.	John Penn et Sons à Grennwich.	7803,3	7,405	458 id.	77,00
3	Frégate cuirassée Friedrich Karl.	Société des Forges et Chantiers de la Méditerranée à Marseille.	3503	6,749	380 id.	61,82
4	Frégate cuirassée Preussen.	Société de construction de machines Vulkan de Stettin, à Bredow, près Stettin.	4386,7	7,155	425 id.	64,50
5	Corvette couverte Leipzig.	id.	3519,3	7,305	405 id.	72,40
6	Corvette couverte Vineta.	John Penn et Sons à Greenwich.	1359,3	5,692	267	67,90
7	Corvette couverte Freya.	Société de construction de machines et d'usines de la Marche de Silésie.	2598,79	7,915	310	82,52
8	Corvette découverte Ariadne.	id.	1726,93	6,515	294	80,24
9	Corvette découverte Augusta.	Mazeline et Cie au Havre.	1127	6,330	279	62,09
10	Canonnière Nautilus.	Möller et Hollberg à Grabow s/O.	504,2	0,320	183	109,30
11	Canonnière Cyklop.	Société de construction de machines Vulkan de Stettin, à Bredow, près Stettin.	245,41	4,540	137	143,89
12	Canonnière cuirassée Wespe.	Société de la Weser à Brême.	799,77	5,355	172	138,85

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

NOMBRE DES SURFACES DE PRESSION SUR LE PALIER DE BUTÉE POUR LA MARCHE EN AVANT DU VAISSEAU	SURFACE DE PRESSION DU PALIER POUR LA MARCHE EN AVANT DU VAISSEAU EN MÈT. CAR.	NATURE DES SURFACES DE PRESSION SUR LE PALIER	DIAMÈTRE EXTÉRIEUR DES ANNEAUX DE L'ARBRE	DIAMÈTRE INTÉRIEUR DES COUSSINETS DU PALIER	MOYENS DE GRAISSAGE	OBSERVATIONS SUR L'ÉTAT DU PALIER DE BUTÉE	AUTRES OBSERVATIONS
			POUR LES SURFACES APPLIQUÉES				
			millim.	millim.			
6	0,32427	Alliage d'antim.	613	457	Huile. Les anneaux de pression refroidis par l'eau.	Bonne marche.	Pas d'anneau de pression sur l'étambot.
8	0,66000	Bronze.	572	472	id.	Au début, chauffait de temps à autre, lorsque l'anneau de pression n'était pas bien appliqué. — Bonne marche.	Un anneau de pression sur l'étambot. (V. § 121.)
1 anneaux de 480mm 1 de 520mm diam. extr).	0,74360	Métal blanc	480	393	id.	Au début, sans anneau de pression parfois échauffement. Après la pose d'un anneau, bonne marche.	id.
8	0,49900	Bronze.	510	425	id.	Bonne marche.	id.
8	0,44736	Bronze.	485	405	id.	id.	id.
6	0,13834	Bronze.	314,3	263	id.	id.	id.
8	0,29566	Bronze.	380	312	id.	id.	id.
7	0,31500	Bronze.	379	294	id.	A l'origine, échauffement de temps à autre; plus tard bonne marche.	id.
11	0,48100	Alliage d'antim.	370	285	id.	Bonne marche.	Pas d'anneau de pression sur l'étambot.
6	0,10770	Alliage d'antim.	248	196	id.	id.	Un anneau de pression sur l'étambot. (V. § 121.)
4	0,04607	Bois de gaïac.	183	137	id.	id.	id.
1 anneau de 276mm et de 238mm diam. extr)	0,16056	Bronze.	238	190	id.	id.	id.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

CHAPITRE SEPTIÈME

SUPPORTS OU BATIS DE PALIERS

§ 124.

Généralités sur les bâtis de paliers.

Les supports ou bâtis de paliers sont destinés à assurer à un ou plusieurs paliers une position parfaitement déterminée par rapport à certaines parties de bâtiments ou par rapport à des bâtis de machines. Nous ne nous occuperons ici que des supports en fonte, cette matière étant, d'ailleurs, à peu près la seule qu'on emploie pour les pièces de cette espèce. On désigne, sous le nom de bâtis simples, ceux qui sont destinés à porter un palier unique, tandis que ceux qui doivent recevoir plusieurs paliers constituent les bâtis composés. Pour le tracé de ces deux genres de bâtis, il convient, en général, d'observer plus ou moins exactement les conditions suivantes, qui sont dues principalement à ce que, dans le voisinage immédiat des bâtis, les arbres de transmission portent très souvent des roues d'engrenage (ou encore des manchons d'accouplement et des poulies).

1° La distance entre les roues dentées et les paliers ne doit pas être trop considérable.

2° Dans aucun cas, la direction de la pression transmise par le tourillon ne doit tomber dans le plan de joint des coussinets.

3° Tout bâti doit être disposé de manière à gêner le moins possible la pose ou l'enlèvement des arbres, avec leurs roues dentées.

4° Le nombre des surfaces dressées doit être aussi faible que possible, et elles doivent être disposées, en général, de telle sorte qu'on puisse les dresser toutes, en ne plaçant le bâti qu'une seule fois sur la machine à raboter.

5° Autant que possible, et surtout lorsqu'il s'agit d'arbres très lourds et d'un accès difficile, les paliers doivent être disposés de telle sorte qu'on puisse enlever les coussinets, sans être obligé de déplacer les arbres.

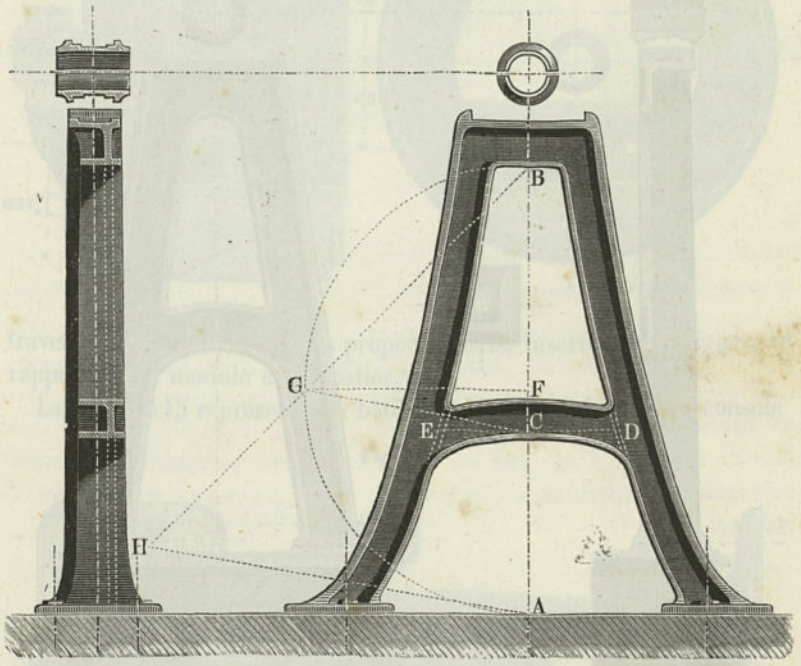
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 125.

Bâti simple.

La figure 342 représente un bâti pour un palier horizontal, disposé comme celui du § 107, c'est-à-dire dont la semelle n'offre pas de saillies sur le corps du palier lui-même; ce qui permet de réduire la largeur du bâti à la partie supérieure. Les deux pièces inclinées, qui

Fig. 342.



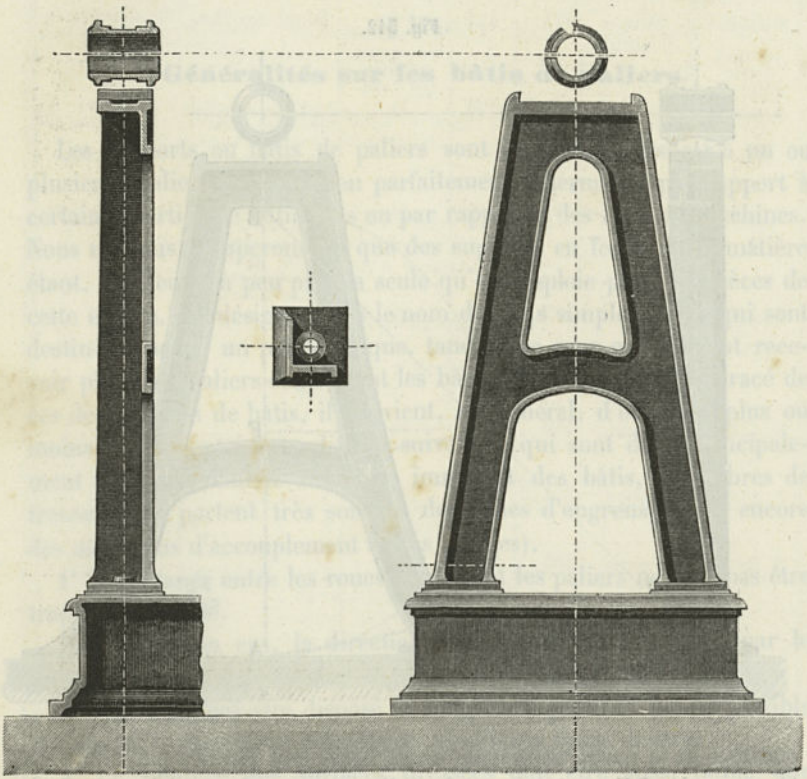
constituent la partie principale de ce bâti, sont réunies par une pièce transversale *DE*, qui a pour but d'augmenter leur résistance à la rupture par compression. La position la plus convenable à donner aux points de rencontre *D* et *E* de cette traverse avec les deux autres pièces se détermine par le procédé suivant. Sur la ligne *AB*, qui représente la hauteur de ces pièces, on décrit un demi-cercle *AGB*, dont le centre est en *F*; on prend le milieu *G* de cet arc et on mène *BG*, qu'on prolonge d'une quantité $GH = AF$; si l'on joint le point *H* au point *A* et si l'on mène *GC* parallèle à *HA*, la ligne *AC* représente la hauteur des points *D* et *E* au-dessus de la base d'appui du bâti. Les dimensions des différentes parties de ce bâti dépendent de la valeur

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

de la pression transmise par le tourillon au palier et peuvent se déterminer au sentiment, d'après les dimensions du palier lui-même. Si l'on veut que, dans le bâti actuel, la condition 5 soit satisfaite, il suffit d'intercaler, entre le palier et le bâti, une plaque à rainure, qu'on puisse retirer latéralement; on donne à cette plaque une épaisseur égale à $0{,}3\ d_1$.

La figure 343 donne une forme de bâti plus simple que la précédente. Cette frome convient surtout pour les installations qui, en raison de leurs dimensions relativement considérables, réclament un certain caractère de force et de sévérité.

Fig. 343.

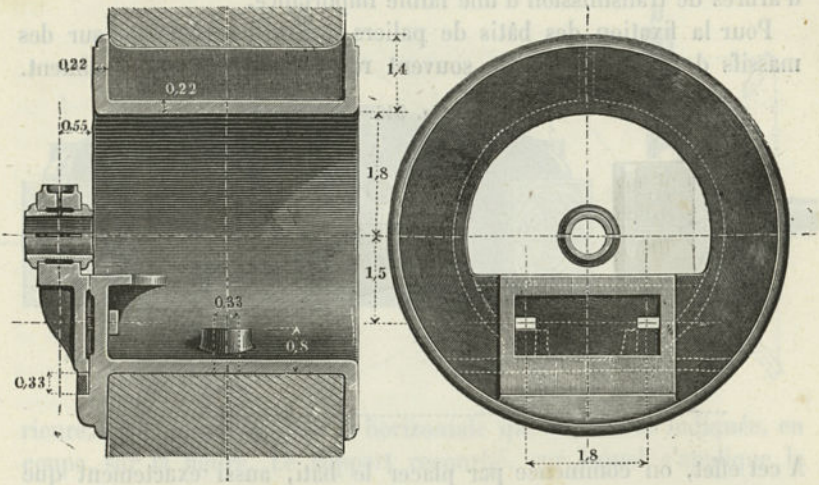


La figure 344 représente un bâti de palier encastré dans un mur. Ce bâti garnit entièrement une ouverture ménagée dans le mur pour le passage de l'arbre que doit supporter le palier; comme forme il correspond à ce genre de fenêtre qu'on désigne, en architecture, sous le nom d'œil-de-bœuf. Le tourillon repose sur un palier frontal, dont la plaque de fixation, verticale, repose sur une cale d'une certaine

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

hauteur, qu'il suffit de chasser, pour arriver à enlever le palier, sans avoir à déplacer la transmission. A la partie inférieure se trouve, figurée en pointillé, une plaque horizontale, tangente au cylindre qui

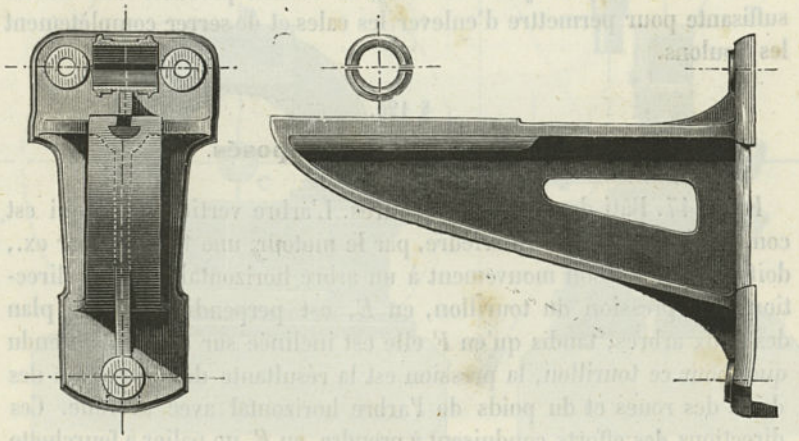
Fig. 344.



traverse le mur. Les nombres proportionnels, inscrits sur la figure, se rapportent au module d_1 du palier.

La figure 345 représente un bâti de palier, en forme de console

Fig 345.



se fixant contre une paroi verticale. La semelle du palier est horizontale et la plaque correspondante du bâti est munie de trous ovalisés pour le passage des boulons de fixation, de telle sorte qu'on puisse faire varier, dans une certaine mesure, la distance de l'axe du palier

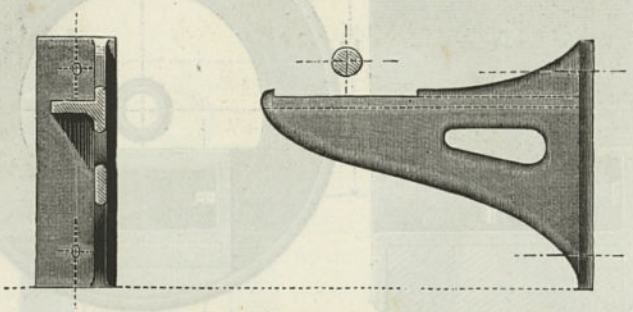
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

au mur. Le même modèle de bâti peut être utilisé pour des paliers de différentes grandeurs.

La figure 346 représente un bâti, plus léger et plus simple que le précédent; ce bâti ne peut guère être employé que pour les paliers d'arbres de transmission d'une faible importance.

Pour la fixation des bâtis de paliers contre des murs ou sur des massifs de fondation, on a souvent recours à l'emploi du ciment.

Fig. 346.



A cet effet, on commence par placer le bâti, aussi exactement que possible, dans la position qu'il doit avoir définitivement et on le cale avec le plus grand soin; cela fait, on garnit, avec de l'argile, le pourtour du vide qui existe entre la surface de la maçonnerie et la plaque de fixation, puis on remplit ce vide intérieur avec du ciment très fluide; au bout d'un jour ou deux, le ciment présente une dureté suffisante pour permettre d'enlever les cales et de serrer complètement les boulons.

§ 126.

Bâtis de paliers composés.

Fig. 347. Bâti de paliers sur poutres. L'arbre vertical *AB*, qui est commandé, à la partie inférieure, par le moteur, une turbine, par ex., doit transmettre son mouvement à un arbre horizontal *CD*. La direction de la pression du tourillon, en *E*, est perpendiculaire au plan des deux arbres, tandis qu'en *F* elle est inclinée sur ce plan, attendu que, pour ce tourillon, la pression est la résultante de la pression des dents des roues et du poids de l'arbre horizontal avec sa roue. Ces directions des efforts conduisent à prendre, en *E*, un palier à fourchette (§ 113) et, en *F*, un palier frontal (§ 114), dont la plaque repose sur une cale, interposée entre elle et la saillie du bâti.

Fig. 348. Bâti de paliers sur massif horizontal. Un arbre horizontal *AB*, qui est supporté, en *C*, par un palier d'extrémité, met en

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

mouvement, par l'intermédiaire de deux roues coniques, un arbre vertical *D*, supporté par une crapaudine à fixation latérale (§ 119). Cette crapaudine peut être retirée très facilement par la partie inférieure, en chassant la clavette horizontale qui se trouve indiquée, en coupe, sur la figure. Le support recourbé, sur lequel s'applique la crapaudine, est fixé par des boulons sur le bâti inférieur, qui présente la forme d'une caisse. Ces boulons sont des boulons à ancre, dont les écrous se trouvent à l'intérieur de la caisse.

Fig. 347.

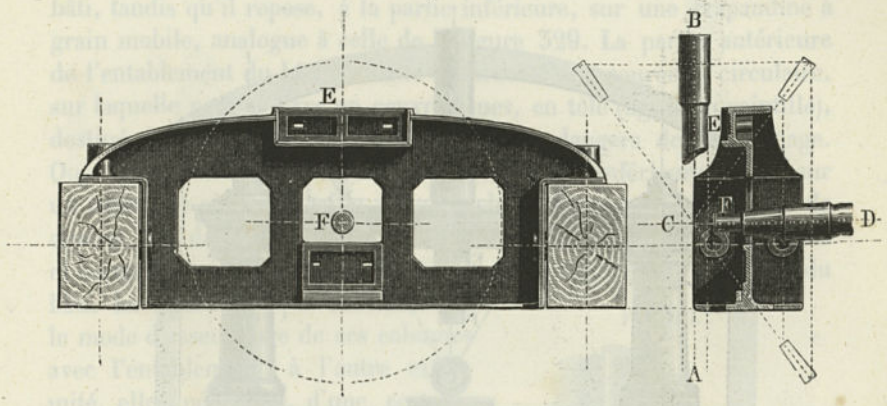
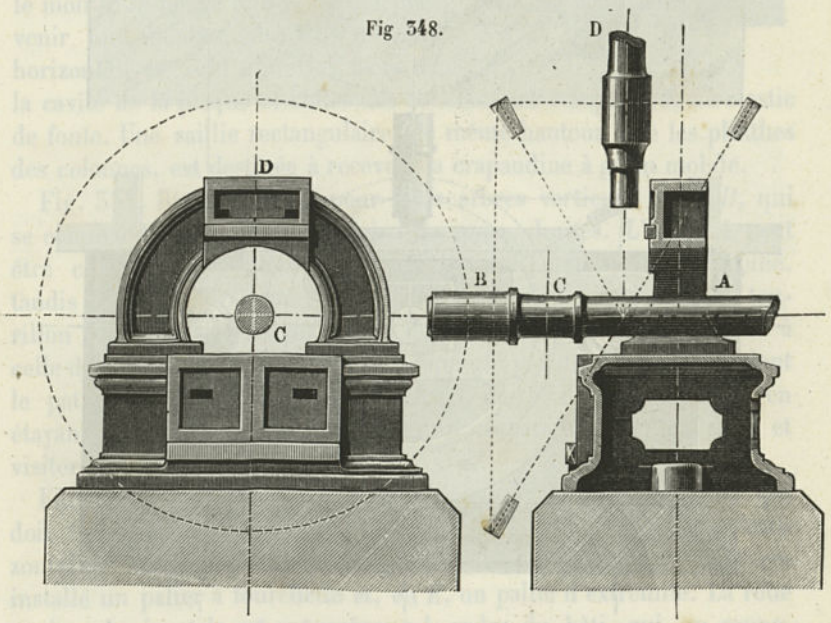


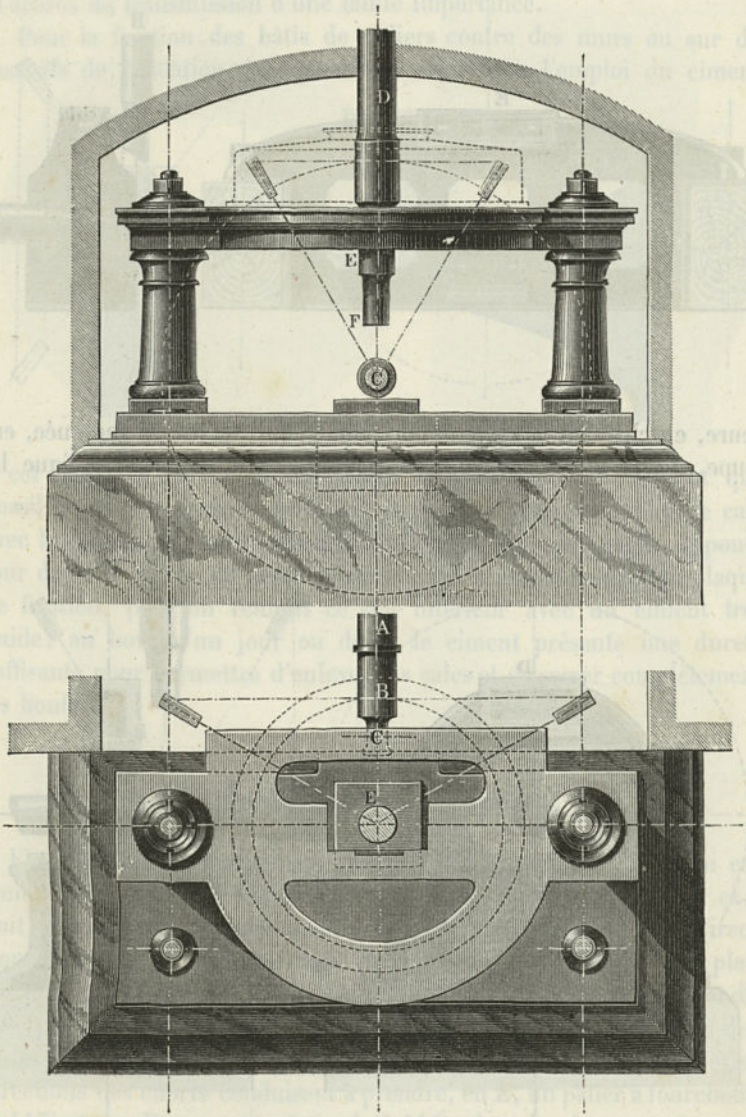
Fig 348.



IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

La figure 349 fournit une autre solution du même problème. Dans ce cas, l'arbre *AC*, qui porte la grande roue dentée, se termine par

Fig. 349.



un tourillon, reposant sur un palier établi à l'arrière du bâti; cette disposition permet d'employer en *C* un palier plus petit que dans le cas précédent; mais, par contre, la roue elle-même n'est plus aussi faci-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

lement abordable que dans la première solution, où elle se trouvait en porte-à-faux. Quant à l'arbre vertical *DEF*, il est établi d'après les principes indiqués au § 120, c'est-à-dire qu'il est maintenu, en *E*, par un palier à fourchette, venu de fonte avec la partie supérieure du bâti, tandis qu'il repose, à la partie inférieure, sur une crapaudine à grain mobile, analogue à celle de la figure 329. La partie antérieure de l'entablement du bâti présente la forme d'une couronne circulaire, sur laquelle peut se fixer un couvre-roues, en tôle (figuré en pointillé), destiné à protéger les ouvriers contre les dangers de l'engrenage. Quatre boulons à ancre servent à fixer la plaque inférieure du bâti sur un massif en pierre de taille, ou un socle en briques, avec mortier de ciment. Les deux boulons de l'arrière traversent les deux colonnettes et servent, par suite, en même temps, à relier les deux parties du bâti. La figure indique suffisamment le mode d'assemblage de ces colonnes avec l'entablement; à l'autre extrémité, elles pénètrent, d'une certaine quantité, dans la plaque de fondation, qui, à cet effet, est disposée comme le montre la figure 350; afin de prévenir tout déplacement dans le sens horizontal, le vide entre les faces de la cavité de la plaque et celles des colonnes est rempli avec du mastic de fonte. Une saillie rectangulaire, de même hauteur que les plinthes des colonnes, est destinée à recevoir la crapaudine à grain mobile.

Fig. 350.

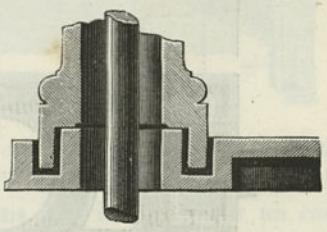


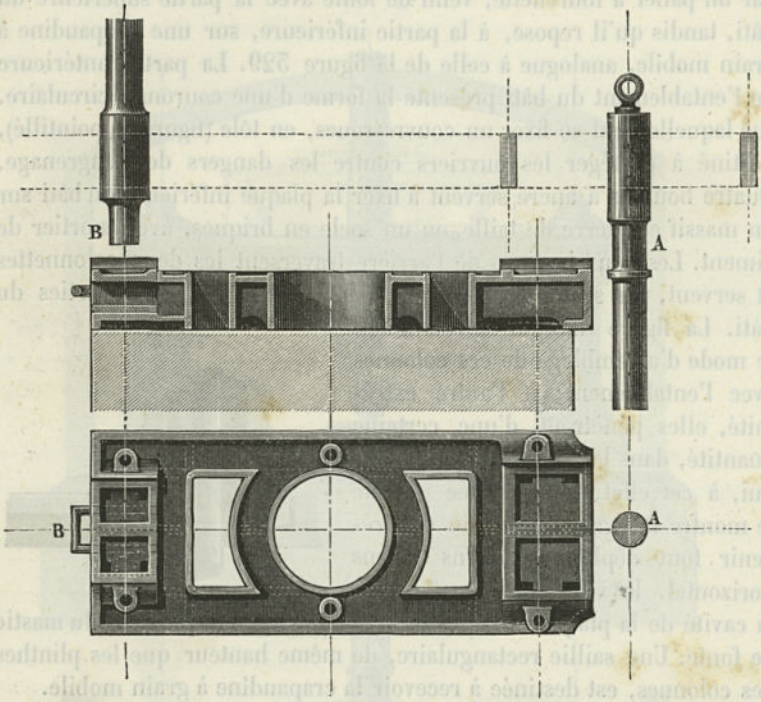
Fig. 351. Bâti horizontal pour deux arbres verticaux *A* et *B*, qui se commandent par l'intermédiaire de roues droites. L'arbre *A* peut être considéré comme recevant directement l'action d'une turbine, tandis que l'arbre *B* appartient à la transmission principale. Le tourillon *A* est soutenu par un palier, dont la disposition est analogue à celle de la figure 315; l'arbre *B* est supporté par une crapaudine, dont le patin repose sur une plaque intermédiaire, de telle sorte qu'en étayant la roue, on puisse enlever cette crapaudine sans difficulté et visiter ses différentes parties.

Fig. 352. Bâti fixé contre un mur, pour un arbre vertical *AB*, qui doit transmettre une partie du travail qu'il reçoit à un arbre horizontal *DE*, dont l'axe est normal à la surface du mur. En *C*, se trouve installé un palier à fourchette et, en *E*, un palier d'extrémité. La roue conique horizontale est entourée par le cadre du bâti, qui, en coupe, présente la forme d'un demi-cercle; ce cadre recouvre également en partie le second engrenage, de telle sorte que le bâti dont il s'agit se trouve être utilisé, en même temps, comme couvre-roues

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

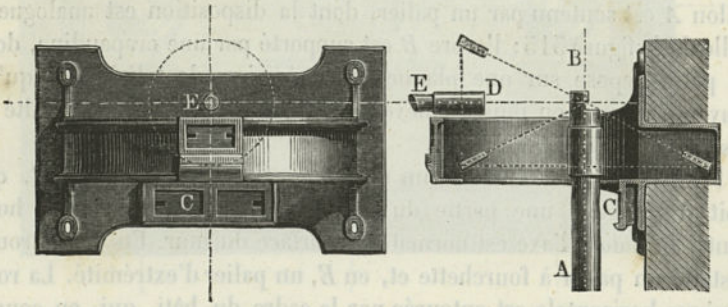
Dans ce dispositif, l'enlèvement de l'arbre vertical ne peut pas s'effectuer aussi commodément que dans certaines autres dispositions

Fig. 351.



de bâtis; toutefois, il ne peut pas être considéré comme présentant des difficultés très sérieuses. Dans quelques cas, on arrive à fermer

Fig. 352.

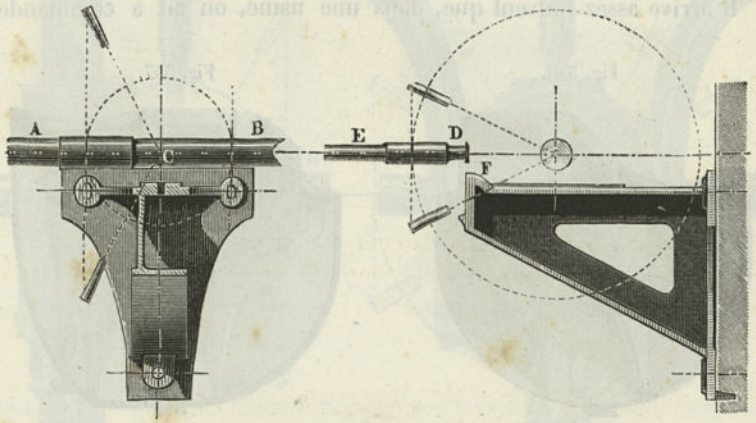


entièrement le bâti, à la partie inférieure, et à entourer l'arbre vertical d'une enveloppe, qui présente la forme d'une demi-colonne et qui met à l'abri de tout danger.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

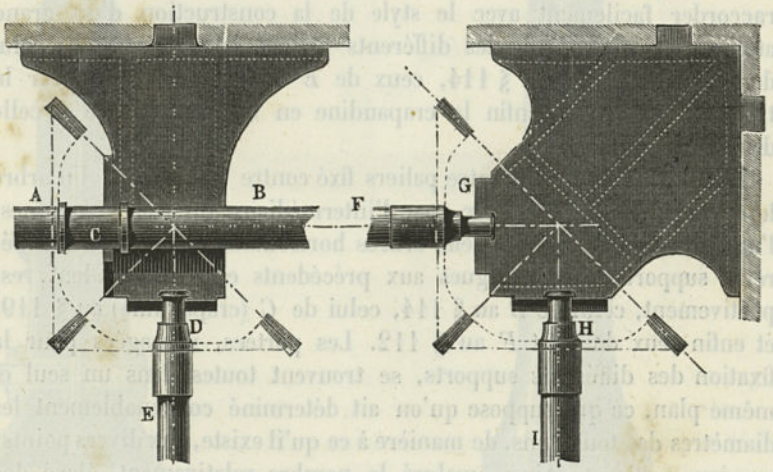
Lorsqu'un arbre horizontal *AB*, parallèle à un mur, doit transmettre une partie du travail qu'il reçoit à un autre arbre *DE*, normal au même mur, on peut employer la disposition suivante pour le bâti destiné à le porter. Le palier du premier arbre, en *C*, est un palier à

Fig. 353.



semelle horizontale, tandis que celui du second, en *F*, est à fixation verticale. La distance de l'axe du palier *C* au mur peut varier, dans une certaine mesure, comme nous l'avons déjà indiqué pour un cas

Fig. 354. Fig. 355.



analogue (Voy. fig. 345). Lorsque les deux roues d'engrenage sont du même diamètre, il convient de recourir, pour le bâti, à la disposition indiquée en plan par la figure 354. Dans ce cas l'arbre *AB* est supporté, en *C*, par un palier à plaque de fixation verticale. Lorsque la

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

transmission du mouvement s'effectue à l'extrémité de l'arbre, à un angle de bâtiment, la disposition à adopter est celle de la figure 355; les paliers, en *G* et *H*, sont alors tous les deux d'égale grandeur. Les figures 356 et 357 représentent les deux bâtis précédents en perspective cavalière.

Il arrive assez souvent que, dans une usine, on ait à commander

Fig. 356.

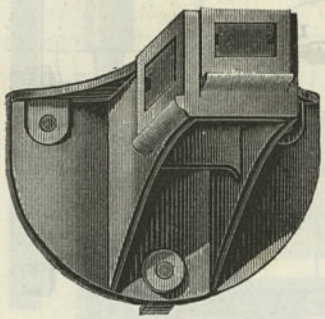
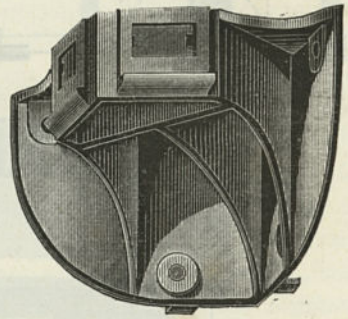


Fig. 357.



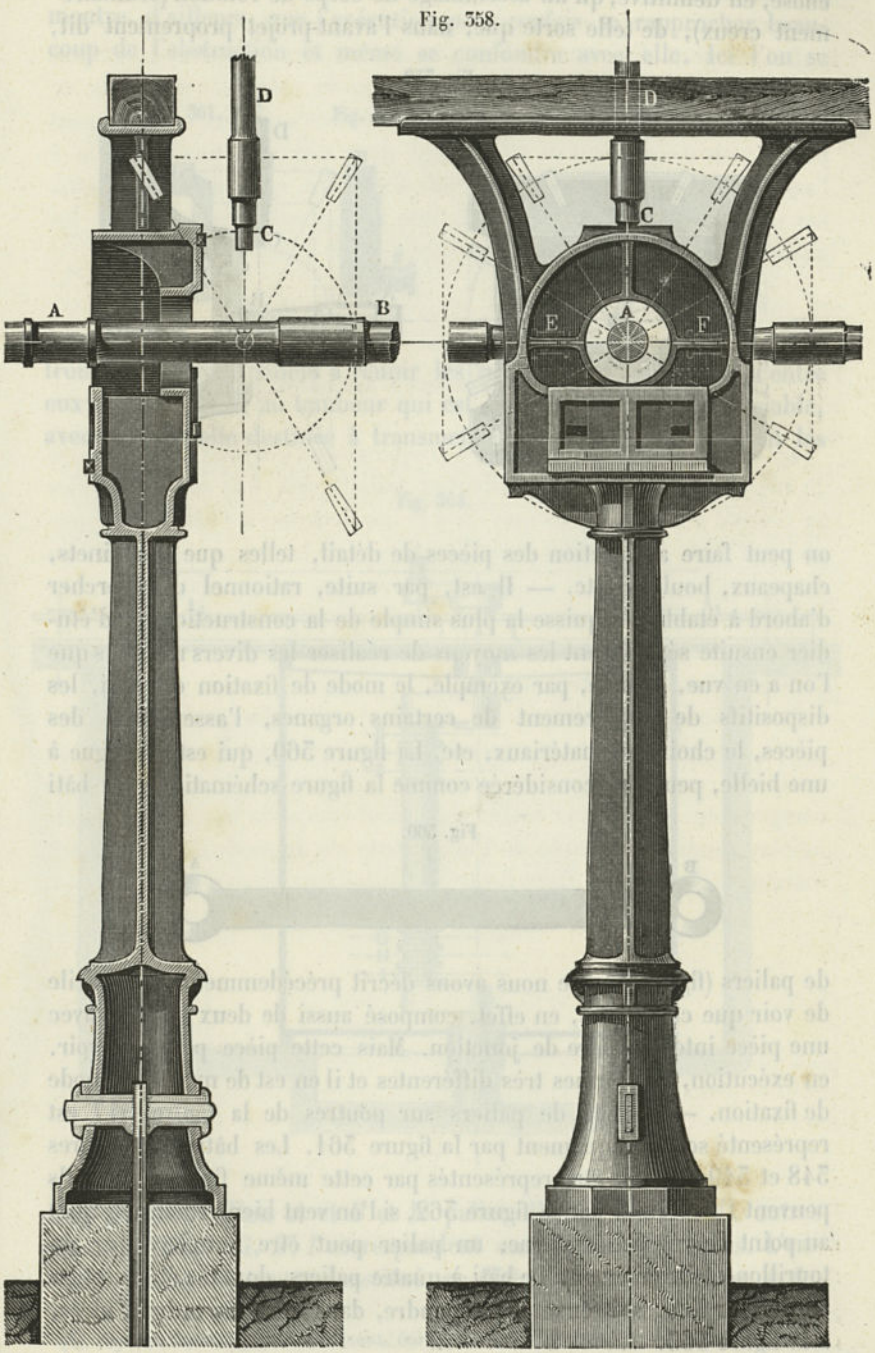
différents arbres transversaux par une transmission horizontale, établie au milieu du bâtiment, à une faible distance au-dessous du plancher. La figure 358 représente un type de bâti qu'on peut utiliser dans les cas de ce genre. Grâce à la colonne dont il fait partie, ce bâti peut se raccorder facilement avec le style de la construction d'un grand atelier. La disposition des différents paliers est très simple; celui de *A* est le palier du § 114, ceux de *E* et *F* sont donnés par le type du § 112, et enfin la crapaudine en *C* est analogue à celle du § 119.

Fig. 359. Bâti pour quatre paliers fixé contre un mur. — Un arbre horizontal *AB* fait mouvoir, par l'intermédiaire de roues coniques, l'arbre vertical *CD* et les deux arbres horizontaux *E* et *F*. Les différents supports sont analogues aux précédents et correspondent respectivement, celui de *B* au § 114, celui de *C* (crapaudine) au § 119, et enfin ceux de *E* et *F* au § 112. Les portées, ménagées pour la fixation des différents supports, se trouvent toutes dans un seul et même plan, ce qui suppose qu'on ait déterminé convenablement les diamètres des tourillons, de manière à ce qu'il existe, aux divers points, un jeu suffisant. Ainsi, malgré le nombre relativement élevé des paliers, cette forme de bâti, qui satisfait à toutes les conditions du § 124, fournit une solution aussi simple qu'on peut le désirer.

Dans l'étude d'un bâti de paliers, il convient, d'une manière générale, de remarquer qu'une construction de ce genre n'est autre

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

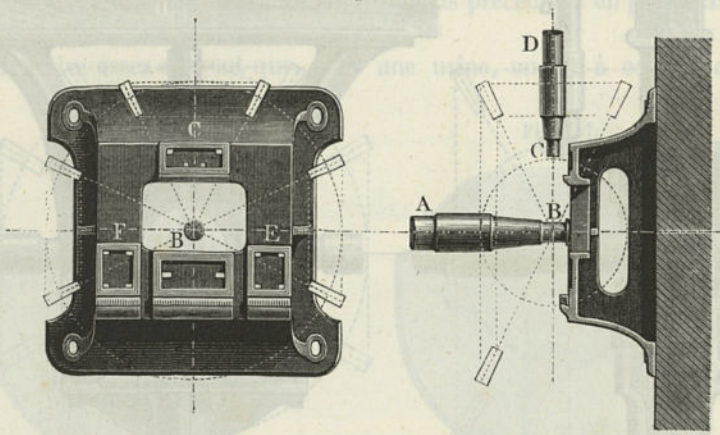
Fig. 358.



IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

chose, en définitive, qu'un assemblage de corps de rotation (ordinairement creux), de telle sorte que, dans l'avant-projet proprement dit,

Fig. 359.



on peut faire abstraction des pièces de détail, telles que coussinets, chapeaux, boulons, etc. — Il est, par suite, rationnel de chercher d'abord à établir l'esquisse la plus simple de la construction et d'étudier ensuite séparément les moyens de réaliser les divers résultats que l'on a en vue, comme, par exemple, le mode de fixation du bâti, les dispositifs de déplacement de certains organes, l'assemblage des pièces, le choix des matériaux, etc. La figure 360, qui est analogue à une bielle, peut être considérée comme la figure schématique du bâti

Fig. 360.

de paliers (fig. 351) que nous avons décrit précédemment. Il est facile de voir que ce bâti est, en effet, composé aussi de deux paliers, avec une pièce intermédiaire de jonction. Mais cette pièce peut recevoir, en exécution, des formes très différentes et il en est de même du mode de fixation. — Le bâti de paliers sur poutres de la figure 347 est représenté schématiquement par la figure 361. Les bâtis des figures 348 et 349 peuvent être représentés par cette même figure; mais ils peuvent l'être aussi par la figure 362, si l'on veut bien remarquer que, au point de vue schématique, un palier peut être remplacé par un tourillon et inversement. Le bâti à quatre paliers, dont il a été question en dernier lieu, se trouve correspondre, dans le même ordre d'idées, à la figure 363.

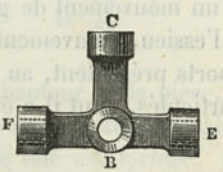
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

L'esquisse suivante (fig. 364) du bâti d'un ventilateur *Lemielle* (1) montre, d'ailleurs, que l'exécution peut parfois se rapprocher beaucoup de l'abstraction et même se confondre avec elle. Ici l'on se

Fig. 361.

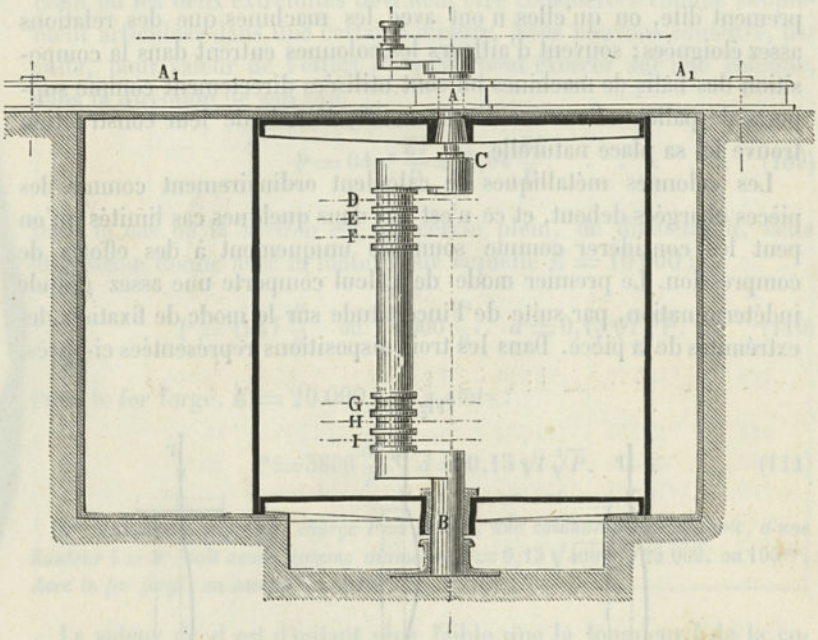
Fig. 362.

Fig. 363.



trouve avoir neuf paliers à réunir les uns aux autres. Trois d'entre eux correspondent au tambour qui est lié, d'une manière invariable, avec la manivelle destinée à transmettre le mouvement. Ce sont les

Fig. 364.



deux paliers à collets *A* et *B* et le palier d'appui *C*. Les six autres paliers *D*, *E*, *F*, *G*, *H*, *I* correspondent aux bielles des aubes. L'ensemble du bâti se trouve constitué, en définitive, par la poutre A_1A

(1) Voy. la *Cinématique* de Reuleaux, édition française, p. 599.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

la maçonnerie et la pièce *BIDC*, qui affecte la forme d'un essieu coudé.

Les supports d'essieux de wagons de chemin de fer peuvent être considérés également comme rentrant dans la catégorie des bâtis de paliers. La seule différence c'est que, dans ces supports, le palier peut prendre un mouvement de glissement dans une direction normale à l'axe de l'essieu, mouvement qui est, d'ailleurs, réglé par les ressorts. Ces supports présentent, au fond, une très grande analogie avec les paliers articulés, dont il a été précédemment question.

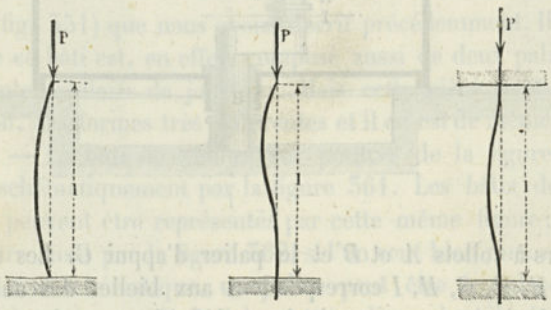
§ 127.

Calcul des colonnes métalliques.

Le constructeur de machines a fréquemment à traiter les questions de calcul et d'exécution de colonnes métalliques, lors même qu'elles ne doivent être employées que dans la construction de bâtiments, proprement dite, ou qu'elles n'ont avec les machines que des relations assez éloignées; souvent d'ailleurs les colonnes entrent dans la composition des bâtis de machines ou sont utilisées directement comme supports de paliers. Pour ces divers motifs, l'étude de leur construction trouve ici sa place naturelle.

Les colonnes métalliques se calculent ordinairement comme des pièces chargées debout, et ce n'est que dans quelques cas limités qu'on peut les considérer comme soumises uniquement à des efforts de compression. Le premier mode de calcul comporte une assez grande indétermination, par suite de l'incertitude sur le mode de fixation des extrémités de la pièce. Dans les trois dispositions représentées ci-après,

Fig. 365.



et qui correspondent aux cas n°s II, III et IV du § 16, la première suppose la colonne articulée à ses deux extrémités, la seconde une extré-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

mité seulement articulée, et enfin la troisième les deux extrémités encastrées. Les charges, capables de déterminer la rupture, sont respectivement, pour ces différentes hypothèses :

a. b. c.

$$\pi^2\frac{EI}{l^2}, \qquad 2\pi^2\frac{EI}{l^2}, \qquad 4\pi^2\frac{EI}{l^2},$$

expressions dans lesquelles l désigne la hauteur de la pièce, supposée prismatique, I le moment d'inertie de sa section transversale et E le coefficient d'élasticité de la matière dont elle est formée. Ainsi que nous l'avons déjà fait observer au § 16, les expériences ont montré qu'une colonne verticale, terminée par des bases d'appui simplement dressées, se comporte à peu près comme la pièce c, c'est-à-dire comme si elle était encastrée à la hauteur de ces bases. En admettant une charge plus faible que celle qui correspond au cas a, on obtient, par conséquent, une sécurité suffisante dans tous les cas (1), même dans celui où les deux extrémités devraient être considérées comme simplement articulées dans une certaine mesure. Nous pouvons admettre, par suite, pour valeur de l'effort P, qu'on peut exercer sur une colonne, dans la direction de son axe,

$$P = 04\,\pi^2\frac{EI}{l^2} = 5{,}94\frac{EI}{l^2}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (109)$$

Dans le cas où la section est un cercle plein, de diamètre d, cette expression donne avec la fonte, pour laquelle $E = 10\,000$:

$$P = 1957\frac{d^4}{l^2} \quad \text{ou} \quad 1900\frac{d^4}{l^2}, \quad d = 0{,}15\sqrt{l}\sqrt[4]{P}. \quad . \quad (110)$$

Pour le fer forgé, $E = 20\,000$; on a alors :

$$P = 3800\frac{d^4}{l^2}, \quad d = 0{,}13\sqrt{l}\sqrt[4]{P}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (111)$$

1er Exemple. *Pour une charge* $P = 15\,000$, *une colonne pleine en fonte, d'une hauteur* $l = 4^m$, *doit avoir, comme diamètre,* $d = 0{,}15\sqrt{4000}\sqrt[4]{15\,000}$, *ou* 105^{mm}. *Avec le fer forgé, on aurait* $d = 91^{mm}$.

La valeur de d est d'autant plus faible que la longueur l de la colonne est elle-même plus petite ; toutefois, la section doit toujours conserver une valeur assez grande pour que la compression produite soit

(1) Dans de nombreuses expériences sur des colonnes en fonte, soumises à la charge $\pi^2 EI : l^2$, l'architecte Drewitz n'a jamais pu constater la plus légère déformation. Erbkam's Bauzeitung, p. 534.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

inférieure à la limite correspondant à ce genre de résistance. Pour que la pression dans cette section ne dépasse pas 6^k, limite qu'on peut admettre pour le fer comme pour la fonte, il faut que la valeur de d, dans les deux cas, ne soit pas inférieure à la limite :

$$\left.\begin{array}{r} d = 0{,}46\sqrt{P} \\ P = 4{,}71\,d^2 \end{array}\right\} \quad \text{ce qui donne pour la limite de la charge :} \quad \ldots\ldots \quad (112)\ (1)$$

Les formules (110) et (112) ont servi à calculer la table suivante, qui se rapporte aux colonnes en fonte, à section circulaire pleine. La première ligne verticale contient les diamètres et la première ligne horizontale les hauteurs ; les nombres de la table sont les valeurs correspondantes des charges, exprimées en kilogrammes.

TABLE POUR LE CALCUL DES COLONNES EN FONTE PLEINE.

d	$l = 2000$	3000	4000	5000	6000	7000
30	392	174	98	62	43	32
35	526	322	182	116	81	59
40	1 240	530	310	198	138	102
45	1 986	883	496	318	220	162
50	3 027	1 350	760	487	338	248
60	6 278	2 802	1 576	1 009	701	514
70	11 674	5 170	2 906	1 861	1 294	942
80	19 850	8 791	4 960	3 174	2 209	1 618
90	31 782	14 125	7 944	5 022	3 531	2 607
100	*74 120	21 488	12 110	7 750	5 403	3 962
120	*67 853	44 642	25 111	16 071	11 161	8 222
140	*92 355	81 100	46 521	29 774	20 718	15 190
160	*120 627	*120 627	79 564	50 793	35 328	25 955
180	*152 669	*152 669	127 176	81 361	49 215	41 536
200	*188 480	*188 480	*188 480	124 006	86 235	63 180

Les nombres qui, dans les colonnes 2, 3 et 4, sont marqués d'un astérisque, ont été calculés au moyen de la formule (112). Les charges

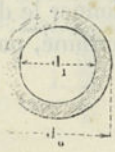
(1) Au point de vue de la charge, cette formule correspond à la même sécurité que celle que présentent les formules (110) et (111) pour les cas a ; dans ces dernières, en effet, on a introduit le coefficient 0,4, et dans la formule (112) on a pris, pour la pression, 6^k, c'est-à-dire 0,4 de la pression correspondant à la charge limite, qui est de 15^k.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

qu'ils indiquent, et qui sont celles qu'on doit admettre, se trouvent notablement inférieures à celles que donnerait l'autre formule. Ainsi, par exemple, d'après la formule (110), pour $d = 180$ et $l = 2000$, on aurait $P = 1900 \cdot 180^4 : 2000^2 = 498\,636^k$, valeur qui est plus que le triple de celle que donne la table. En admettant pour la charge la valeur précédente de P, la pression dans la section se rapprocherait de 20^k par millimètre carré, c'est-à-dire qu'elle serait supérieure à la pression correspondant à la limite d'élasticité.

Colonnes creuses. — Les colonnes en fonte sont généralement creuses. Leurs dimensions peuvent se déterminer facilement, au moyen de celles des colonnes pleines équivalentes. En désignant par d_1 et d_0 les diamètres intérieur et extérieur de la colonne creuse et par d le diamètre de la colonne pleine, on doit prendre :

Fig. 366.



$$\frac{d_0}{d} = \frac{1}{\sqrt[4]{1 - \left(\frac{d_1}{d_0}\right)^4}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (113)$$

Le rapport $d_1 : d_0 = \varphi$ varie assez souvent de 0,7 à 0,8. — Pour

$\varphi =$	0,5	0,6	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95,
$d_0 : d =$	1,016	1,035	1,07	1,10	1,14	1,20	1,31	1,52.

La limite d'emploi de la formule, établie en tenant compte de la résistance spéciale aux pièces chargées debout, n'est plus ici tout à fait la même que celle trouvée précédemment, mais elle s'en rapproche beaucoup. Le diamètre d_0 ne doit jamais être inférieur à :

$$d_0 = \frac{0{,}46\sqrt{P}}{\sqrt{1-\varphi^2}}$$

ou la charge supérieure à :

$$P = 4{,}71\, d_0^2 (1 - \varphi^2) \qquad \ldots\ldots \quad (114)$$

On a pour :

$\varphi = \frac{d_1}{d_0} =$	0,5	0,6	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95
$1 - \varphi^2 =$	0,75	0,64	0,51	0,44	0,36	0,28	0,19	0,10
$\frac{1}{\sqrt{1-\varphi^2}} =$	1,15	1,25	1,40	1,51	1,67	1,89	2,29	3,20.

2° Exemple. *Pour une charge de* $15\,000^k$, *une colonne pleine doit avoir, comme nous l'avons trouvé, un diamètre de* 105^{mm} ; *une colonne creuse, soumise à la même*

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

charge, et dans laquelle le rapport du creux au diamètre serait 0,8, *devrait avoir, pour diamètre extérieur,* $d_0 = 1{,}14.105 = 120^{mm}$, *et, pour diamètre intérieur,* $d_1 = 0{,}8 \cdot 120 = 96^{mm}$, *c'est-à-dire que l'épaisseur de la paroi serait de* 12^{mm}. *Pour produire une pression de* 6^k *par unité de surface de la section, la charge, déterminée par la formule* (114), *devrait être* $P = 4{,}71.120^2.0{,}36 = 24\,480^k$. *Par conséquent, on peut adopter les dimensions précédentes, si l'on regarde l'épaisseur de* 12^{mm} *comme suffisante pour une pièce qui doit être coulée. Si l'on prend* $d_1 : d_0 = 0{,}7$, *les valeurs correspondantes,* $d_0 = 112^{mm}$ *et* $d_1 = 79^{mm}$, *qui donnent pour l'épaisseur* $16^{mm},5$, *sont également admissibles.*

Pour une colonne creuse, il est souvent avantageux de pouvoir se donner le diamètre extérieur d_0; le diamètre intérieur d_1 est alors déterminé, pour la fonte, par l'expression :

$$d_1 = d_0 \sqrt[4]{1 - 0{,}000516 \frac{Pl^2}{d_0^4}}$$

et la charge par la formule :

$$P = 1900 \frac{d_0^4 - d_1^4}{l^2} \qquad \ldots\ldots \quad (115)$$

où P représente la différence des charges qui correspondent à deux colonnes pleines, de diamètres d_0 et d_1.

Dans ce cas, pour que la pression ne soit pas supérieure à 6^k, on doit veiller à ce que P ne dépasse pas la valeur :

$$P = 4{,}71\,(d_0^2 - d_1^2)$$

et que d_1 ne soit pas supérieur à :

$$d_1 = d_0 \sqrt{1 - 0{,}2122 \frac{P}{d_0^2}} \qquad \ldots\ldots \quad (116)$$

abstraction faite des conditions que doit remplir l'épaisseur pour donner une pièce qui puisse être convenablement fondue.

3e Exemple. *Dans une caserne de Berlin, on avait à établir des colonnes creuses, d'une hauteur de* 3600^{mm}, *destinées à supporter chacune une charge évaluée approximativement à* $16\,900^k$. *On leur a donné, comme diamètre extérieur,* $d_0 = 157^{mm}$. *D'après la formule* (115), *leur diamètre intérieur* d_1 *aurait eu pour valeur :* $d_1 = 157 \sqrt[4]{1 - 0{,}000\,516.3600^2.16\,900 : 157^4} = 157.0{,}9499$ *ou* 149^{mm}. *D'après la formule* (116), *on devrait prendre, au plus :* $d_1 = 157 \sqrt{1 - 0{,}2122.16900 : 157^2} = 0{,}9244.157$ *ou* 145^{mm}. *Avec cette dernière valeur, l'épaisseur n'eût été encore que de* 6^{mm}; *en la fixant empiriquement à* 15^{mm}, *on a* $d_1 = 127$. *On a pris, en réalité,* $d_1 = 124^{mm}$.

4e Exemple. *Une colonne en fonte, de* 4700^{mm} *de hauteur et de* 235^{mm} *de diamètre extérieur, destinée à supporter une charge de* $125\,000^k$, *a été exécutée creuse avec un diamètre intérieur de* 170^{mm}. *Si l'on applique à ces données la formule* (115),

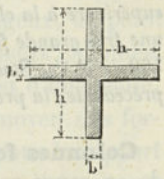
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

on trouve $d_1 = 255\sqrt[4]{1 - 0{,}000516.125\,000.4700^2 : 255^4} = 255.0{,}8543$ *ou* 201^{mm}; *mais la formule* (116) *donne seulement :* $d_1 = 255\sqrt{1 - 0{,}2122.125000 : 255^2} = 255.0{,}721$ *ou* 149^{mm}, *c'est-à-dire presque exactement la dimension admise en exécution.*

On voit, par les exemples qui précèdent, avec quel soin on doit examiner toutes les conditions, afin d'éviter des erreurs et d'arriver à une opinion motivée dans chaque cas particulier.

Colonnes à section en croix. — La forme de section en croix, qui est employée avantageusement pour les essieux, convient également très bien pour les colonnes. La hauteur h et l'épaisseur b des nervures peuvent, ici encore, se déduire, par une simple transformation de section, du diamètre d de la colonne cylindrique pleine équivalente; on arrive ainsi à la relation :

Fig. 367.



$$\frac{b}{d} = \frac{5\pi}{16}\left(\frac{d}{h}\right)^5 = 0{,}59\left(\frac{d}{h}\right)^5 . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (117)$$

laquelle fournit, avec une approximation suffisante, la valeur de b, lorsqu'on se donne celle de h. Au point de vue de la résistance à la compression, on doit veiller à ce que la surface de la section ne descende pas au-dessous de la limite :

$$\left.\begin{aligned} bh &= \frac{P}{12} \\ \text{ou que la charge ne soit pas supérieure à :}\quad P &= 12bh \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (118)$$

5e Exemple. *Pour transformer la colonne pleine du* 1er *exemple en colonne à section en croix, prenons* $h = 1{,}5d = 1{,}5.105 = 158^{mm}$. *La formule* (117) *donne alors :* $b = 105.0{,}59.\ 8 : 27$ *ou* 18^{mm}. *En ayant égard simplement à la résistance à la compression* ($S = 6^k$), *la charge que cette colonne pourrait supporter serait :* $P = 12.18.158 = 34\,120^k$. *Notre point de départ est, par suite, parfaitement admissible.*

Si l'on veut calculer directement b et h, on a, pour la fonte :

$$\left.\begin{aligned} b &= \frac{30}{10000\pi^2}\frac{Pl^2}{h^5} = 0{,}0003\,\frac{Pl^2}{h^5} \\ \text{et, par suite :}\quad P &= 3300\,\frac{bh^5}{l^2} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (119)$$

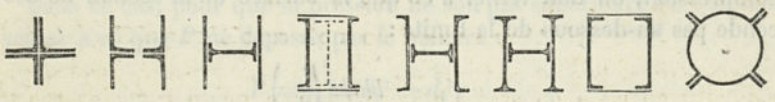
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Ici encore cette valeur de P, en raison de la résistance à la compression, ne doit jamais dépasser la limite donnée par l'expression (118).

6e Exemple. *Dans la fabrique de sucre de Waghäusel, les divers planchers du bâtiment de la raffinerie sont supportés par des colonnes à section en croix, et celles de l'étage inférieur sont soumises chacune à une charge de* 120 000 *kil. Leur hauteur est de* 2^m *et les nervures ont, comme dimensions,* 50^{mm} *et* 360^{mm}. *A ces dimensions correspondrait, d'après la formule* (119), *une charge de* $3300.50.360^3 : 2000^2$ *ou* $1\,890\,000^k$; *d'après la formule* (118), *pour* $S = 6^k$, *cette charge ne serait plus que de* $12.50.360 = 216\,000^k$; *mais cette valeur est encore notablement supérieure à la charge donnée, de telle sorte que les colonnes présentent, en réalité, une très grande force; la pression dans chaque section n'est que de* $120\,000 : 2.50.360 = 3^k\,1/3$. *Sous l'action de la charge d'épreuve, qui était le double de la charge précédente, la pression n'a été que de* $6^k\,2/3$.

Colonnes formées de cornières et de fers à T. — Des colonnes de ce genre se rencontrent dans les ponts métalliques en treillis, notamment dans ceux qu'on construit en Amérique avec le mode d'assemblage à boulons (V. § 87). Les montants verticaux sont des colonnes, avec extrémités articulées, comme dans le premier cas de la figure 365. Le longeron supérieur se trouve également dans les conditions d'une pièce chargée debout (cas n° 3 de la figure 365). La figure 368 repré-

Fig. 368.



sente les formes de sections qu'on rencontre le plus souvent en usage. La première de ces sections sur la droite est celle qu'on utilise, pour les montants, dans l'usine de construction de ponts de Phenixville, en Pennsylvanie. Chaque colonne, ou montant, est composée de fers spéciaux, affectant la forme de quarts de cercle; assez souvent même on emploie des fers dont l'ouverture correspond à un sixième de circonférence seulement. On peut se contenter d'un très petit nombre de calibres, car on peut toujours arriver à donner la résistance nécessaire, en intercalant, entre les rebords des fers spéciaux, des bandes de fer plat, de sections plus ou moins considérables. Les quatre formes de sections, qui viennent à la suite, sont surtout en usage dans la construction de Keystone. On a cherché à obtenir, par le choix des dimensions des sections, que les moments d'inertie (équatoriaux), par rapport aux deux axes principaux, fussent constamment égaux; le § 7 donne, à ce sujet, des indications suffisantes. La cinquième section renferme au milieu un double T (figuré en pointillé). Cette forme de section s'emploie surtout pour les longerons de ponts et l'on arrive

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

parfois à intercaler, à l'intérieur de la section, jusqu'à trois fers à double T. La dernière des sections, à gauche de la figure, qui est constituée par l'assemblage de quatre fers à cornières, a été récemment utilisée par nous pour former une maîtresse tige de pompe d'épuisement d'une mine. Le calcul d'une pièce de ce genre, qui peut être considérée comme chargée debout, a pour but de déterminer la distance qu'on peut admettre entre les guides de la tige.

Colonnes accouplées. — On peut souvent se demander si, pour une charge très considérable, il n'est pas trop désavantageux, au point de vue de l'économie de matière, d'utiliser deux ou plusieurs colonnes, au lieu d'une seule. Si l'on emploie m colonnes au lieu d'une seule, et si l'on suppose qu'elles doivent être calculées au moyen des formules spéciales aux pièces chargées debout, on trouve, pour le rapport des volumes V_1 et V, dans l'hypothèse de sections géométriquement semblables :

$$V_1 = \sqrt{m}V. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (120)$$

V_1 représentant le volume total des m colonnes et V celui de la colonne unique. On voit, par là, qu'au point de vue de l'emploi de la matière, il est avantageux, pour une charge donnée, d'établir le plus petit nombre possible de colonnes.

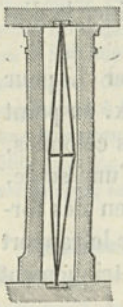
7e Exemple. *Si, pour supporter une charge de* 1294^k, *on choisit une colonne à section circulaire pleine, de* 6^m *de hauteur, cette colonne, d'après la table de la page* 320, *doit avoir un diamètre de* 70^{mm}; *en employant* 4 *colonnes de* 50^{mm} *de diamètre, la charge totale qu'elles pourraient supporter, d'après la même table, serait* $4.338 = 1352^k$, *c'est-à-dire sensiblement la même que la précédente. Le rapport des volumes, qui est le même que celui des sections, est, dans ce cas* $4.50^2 : 70^2$, *c'est-à-dire* $100 : 49$ *ou très approximativement* $\sqrt{4} : 1$.

La diminution de hauteur d'une colonne a une action assez marquée, au point de vue de l'économie de matière, puisque, d'après la formule (110), les sections de colonnes semblables, également chargées, sont directement proportionnelles aux hauteurs (l), en supposant, bien entendu, ces colonnes calculées en ayant égard à la résistance spéciale aux pièces chargées debout. Cette remarque peut justifier, dans quelques cas, la décomposition d'une colonne en plusieurs autres, lorsque cette opération a, en réalité, pour conséquence une diminution de hauteur. C'est ce qui se produit, par exemple, pour la carcasse formée de trois barres de fer (fig. 369), que certains architectes établissent dans l'intérieur des piliers en briques et qui est plus avantageuse qu'une barre unique, puisque le rapport des volumes est ici $1/2\sqrt{m}$, c'est-à-dire $1/2\sqrt{3} = 0{,}866$.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Nous devons encore faire remarquer que les colonnes, employées dans les bâtis de machines, ont généralement des dimensions bien supérieures à celles que fourniraient les formules précédentes. Cette augmentation de matière s'explique assez naturellement par ce fait que les colonnes de cette nature se trouvent le plus souvent soumises à des efforts de flexion ou de traction et qu'elles sont, en même temps, exposées à des chocs ou à des vibrations (1). Ainsi, en particulier, les colonnes en fonte, qui se trouvent soumises à des efforts de traction, comme les colonnes d'entablement des machines à vapeur verticales, doivent avoir, au moins, une section double de celle que l'on déduirait d'une des formules (112), (114), (116) et (118). Dans les bâtiments même, ainsi que le montre le 6e exemple, on adopte souvent un coefficient de sécurité plus grand que celui que nous avons introduit dans nos formules; par contre, il n'est pas rare de trouver des colonnes soumises à des charges supérieures aux limites que nous avons indiquées.

Fig. 369.



§ 128.

Dispositions des colonnes métalliques.

Les colonnes qu'on emploie comme pièces de bâtis de machines peuvent être fixées directement, par des moyens connus, sur des plaques de fondation métalliques, ou encore, comme les colonnes de bâtiments, reposer sur un massif en maçonnerie ou en pierre de taille. Les colonnes de bâtiments, qui doivent être soumises à des charges considérables, reposent souvent sur un socle de pierre, sans aucun mode de fixation; on se contente d'intercaler une plaque de plomb entre la base de la colonne et la surface de la pierre. Dans le cas où l'on veut obtenir une liaison présentant plus de sécurité, on réunit la colonne au socle par des boulons d'ancrage. Les figures suivantes représentent trois dispositions différentes de ce mode de fixation. Dans toutes les trois la base d'appui de la colonne se trouve établie au-dessous du plancher. La base de la première colonne (fig. 370) est encastrée dans une plaque de fondation, de forme spéciale, reliée par un boulon à un massif en briques; la deuxième colonne (fig. 371) se termine, à la partie inférieure, par un rebord qui sert à la fixer sur un

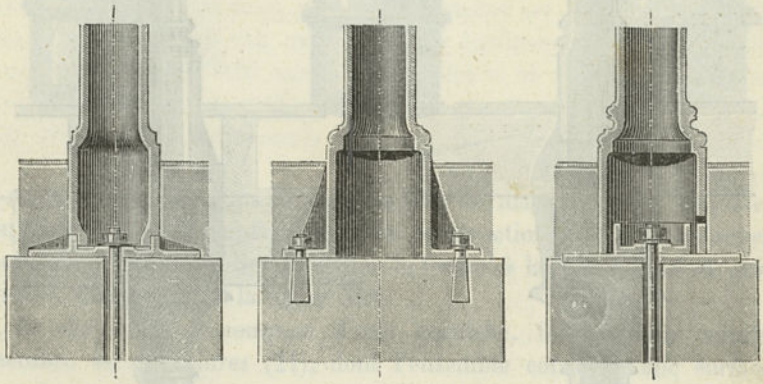
(1) Dans les moulins, les colonnes, qui supportent les transmissions des meules, sont établies avec un coefficient de sécurité 5 à 6 fois plus grand que celui de nos formules; les vibrations ne permettent guère d'adopter des dimensions inférieures.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

massif en pierre de taille, au moyen de boulons de scellement. Dans le troisième dispositif (Borzig) (fig. 372), à l'intérieur du pied de la colonne se trouve placé un cylindre, d'une faible hauteur, dont la base, parfaitement dressée, s'applique sur la plaque de fondation et est reliée avec elle par un boulon qui traverse le massif; entre la surface intérieure de la colonne et ce cylindre existe un certain jeu, qu'on remplit avec du plomb fondu, lorsque la position de la colonne se trouve parfaitement réglée; à cet effet, on ménage un petit trou de coulée dans le piédestal de cette colonne

La partie du piédestal, qui dépasse le niveau du plancher, est plus

Fig. 370. Fig. 371. Fig. 372



ou moins ornementée, suivant le style adopté pour la construction du bâtiment. Dans la figure 370, il n'existe qu'un simple filet cylindrique pour raccorder le corps de la colonne à la partie carrée du piédestal; dans la figure 371, au filet vient s'ajouter un quart-de-rond; enfin la figure 372 représente ce qu'on appelle une base attique avec deux quarts-de-rond, réunis par des filets à une partie en retraite (Trochile).

Au point de vue de la construction, les chapiteaux des colonnes présentent des dispositions très variées, suivant leur mode de jonction avec les autres parties.

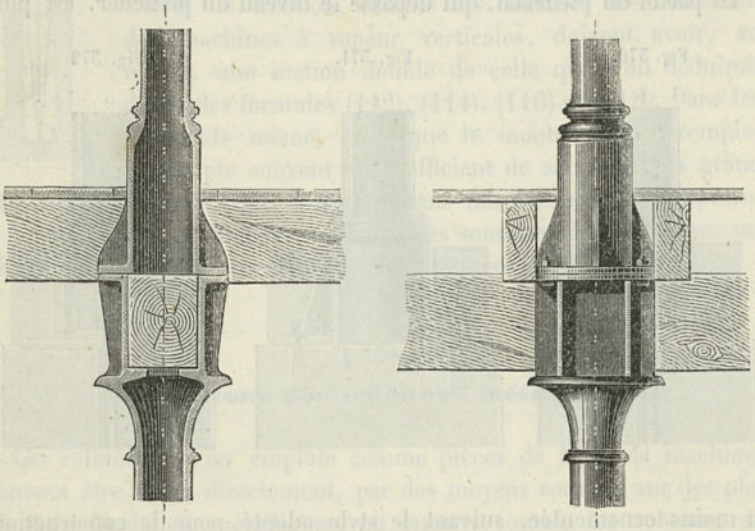
La figure 373 représente, en coupe et en élévation latérale, le mode de liaison d'une tête de colonne avec une poutre en bois et la base d'une colonne de l'étage supérieur. Une boîte en fonte, surmontant le chapiteau, enveloppe la poutre, qui souvent présente un joint à l'intérieur. L'emploi d'une poutre métallique permet de réduire notablement la largeur de cette boîte. La colonne supérieure se fixe directement sur la boîte par des boulons qui traversent les rebords.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Au point de vue du style, les chapiteaux peuvent recevoir une très grande diversité de formes et ils offrent, par suite, des ressources qu'on n'utilise pas toujours comme elles mériteraient de l'être. L'architecture fournit, dans ce cas, une très grande variété de modèles, qu'un choix judicieux permet d'utiliser, pour obtenir, même par des procédés très simples, un aspect satisfaisant.

Pour les étages supérieurs des grands bâtiments d'usines et, d'une manière générale, pour toutes les colonnes métalliques qui ont à

Fig. 373.



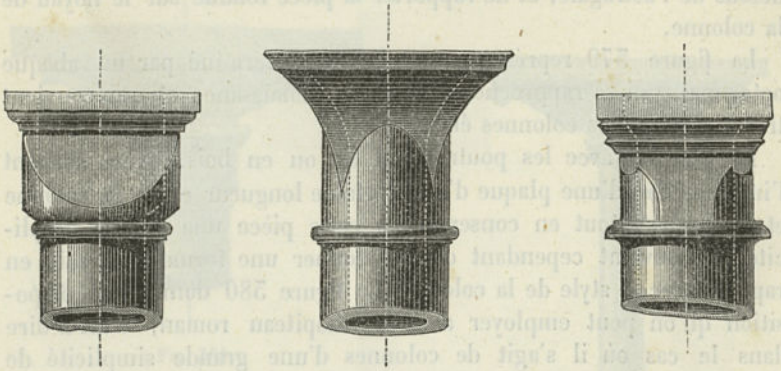
supporter des charges considérables, une des formes les plus convenables est celle du chapiteau simple, qui a reçu de si nombreuses applications dans les constructions du style roman. La figure 374 représente un chapiteau de cette espèce. De même, pour les colonnes très chargées, mais en même temps très élancées, on peut recourir au chapiteau normand (fig. 375). On obtient un aspect, à la fois plus léger et plus gai, au moyen du chapiteau gothique, réduit à la forme simple, que représente la figure 376. Pour ces trois formes, l'opération du modelage et celle de la coulée sont très simples.

Dans la construction des machines, le chapiteau qu'on emploie le plus ordinairement est celui que représente la figure 377 et qui est intermédiaire entre le chapiteau toscan et le chapiteau dorique romain ; il se compose essentiellement d'une partie à section carrée (l'abaque), d'un modillon et d'un astragale, qui constitue la ligne de séparation entre le chapiteau proprement dit et le corps de la

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

colonne. En augmentant ou en diminuant la distance de l'astragale au modillon, on arrive facilement à donner à la colonne un aspect plus ou moins élancé. Les formes sévères du style dorique grec ne conviennent pas pour les colonnes métalliques; aussi les rencontre-

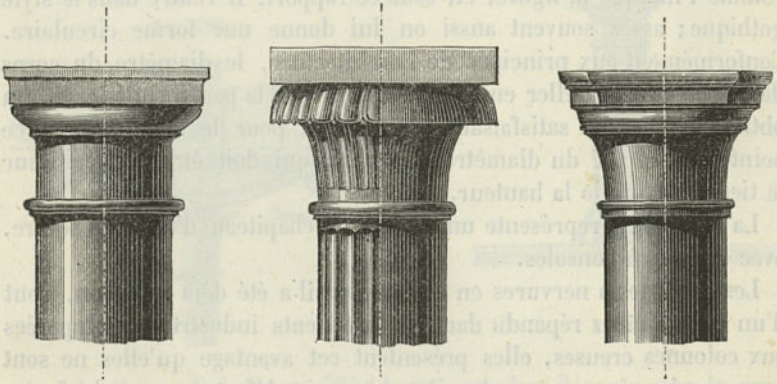
Fig. 374. Fig. 375. Fig. 376.



t-on très rarement dans la construction de machines. On emploie, au contraire, avec avantage, dans les constructions en fer, les colonnes corinthiennes, auxquelles on donne la forme, à la fois simple et gracieuse, que reproduit la figure 378.

Le chapiteau se compose d'une corniche, formée d'un certain nombre de cannelures (21), dont l'ensemble constitue une surface

Fig. 377. Fig. 378. Fig. 379.



concave à la partie inférieure, convexe à la partie supérieure, et d'un astragale qui le sépare du corps de la colonne. Si l'on supprime les cannelures, comme on l'a fait sur la moitié de droite de la figure, on obtient une forme plus simple, qui est également très employée

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

(V. fig. 349). Les cannelures du chapiteau, au moins pour certains cas particuliers, se trouvent d'autant mieux justifiées que souvent on n'hésite pas à en établir sur le corps même de la colonne. Le chapiteau cannelé est d'une exécution facile, à la condition de le considérer comme une enveloppe, qui part de la naissance des cannelures au-dessus de l'astragale, et de rapporter la pièce fondue sur le noyau de la colonne.

La figure 379 représente un chapiteau, terminé par un abaque octogonal, qui se rapproche de la forme Renaissance et qui convient très bien pour les colonnes élancées.

La jonction avec les poutres, en fer ou en bois, exige souvent l'interposition d'une plaque d'une certaine longueur entre la colonne et la poutre; tout en conservant à cette pièce une grande simplicité, il convient cependant de lui donner une forme qui soit en rapport avec le style de la colonne. La figure 380 donne une disposition qu'on peut employer avec le chapiteau roman, c'est-à-dire dans le cas où il s'agit de colonnes d'une grande simplicité de formes.

La figure 381 représente un chapiteau plus léger, dans lequel la partie supérieure, qui a la forme d'une boîte, est allongée de chaque côté pour recevoir une poutre; la figure 382 indique une disposition encore plus légère et plus élancée. Cette même figure montre l'emploi d'un stylobate, ou d'un piédestal d'une assez grande hauteur, pour les colonnes, qui ont une longueur relativement très grande par rapport à leur diamètre. La section de ce piédestal est souvent octogonale, comme l'indique la figure, et, sous ce rapport, il rentre dans le style gothique; assez souvent aussi on lui donne une forme circulaire. Conformément aux principes de l'architecture, le diamètre du corps de la colonne doit aller en se retrécissant vers la partie supérieure. On obtient un aspect satisfaisant, en prenant pour le diamètre, en ce point, 0,8 ou 0,7 du diamètre à la base, qui doit être conservé sur le tiers environ de la hauteur.

La figure 383 représente une forme de chapiteau d'un style sévère, avec support à consoles.

Les colonnes à nervures en croix, dont il a été déjà question, sont d'un emploi assez répandu dans les bâtiments industriels. Comparées aux colonnes creuses, elles présentent cet avantage qu'elles ne sont pas exposées, comme ces dernières, à venir défectueuses à la fonte, par suite d'un déplacement du noyau, ou que, du moins, des imperfections de fonte, s'il vient à s'en produire, ne sauraient rester dissimulées. Les figures 384 à 386 représentent des colonnes à nervures en croix.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

La forme de la figure 384 est celle des colonnes de la gare du chemin de fer de Saint-Germain. Les nervures règnent ici sur toute la longueur du corps, ce qui simplifie l'exécution du piédestal et du chapiteau. Au milieu de sa longueur la colonne présente un renfle-

Fig. 380.

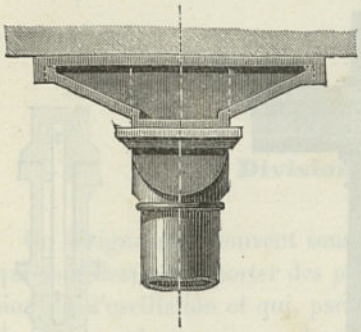


Fig. 381.

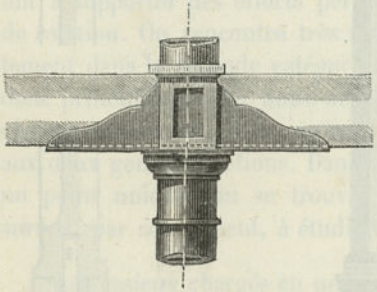


Fig. 383.

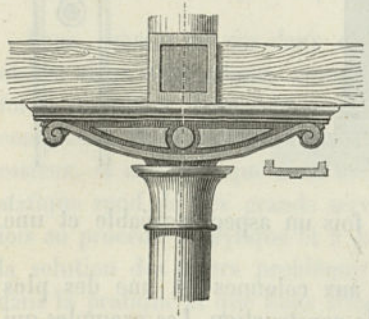
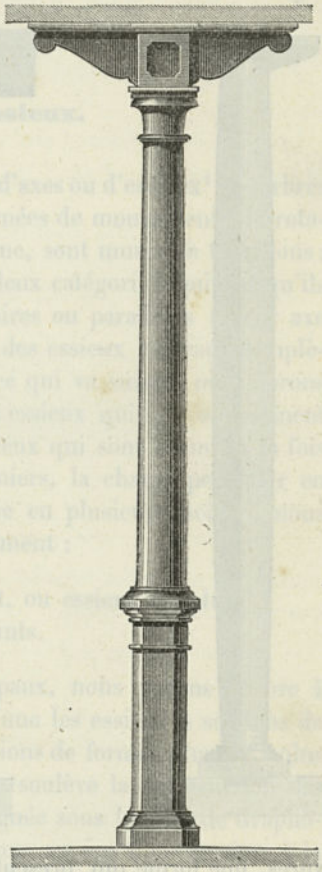


Fig. 382.

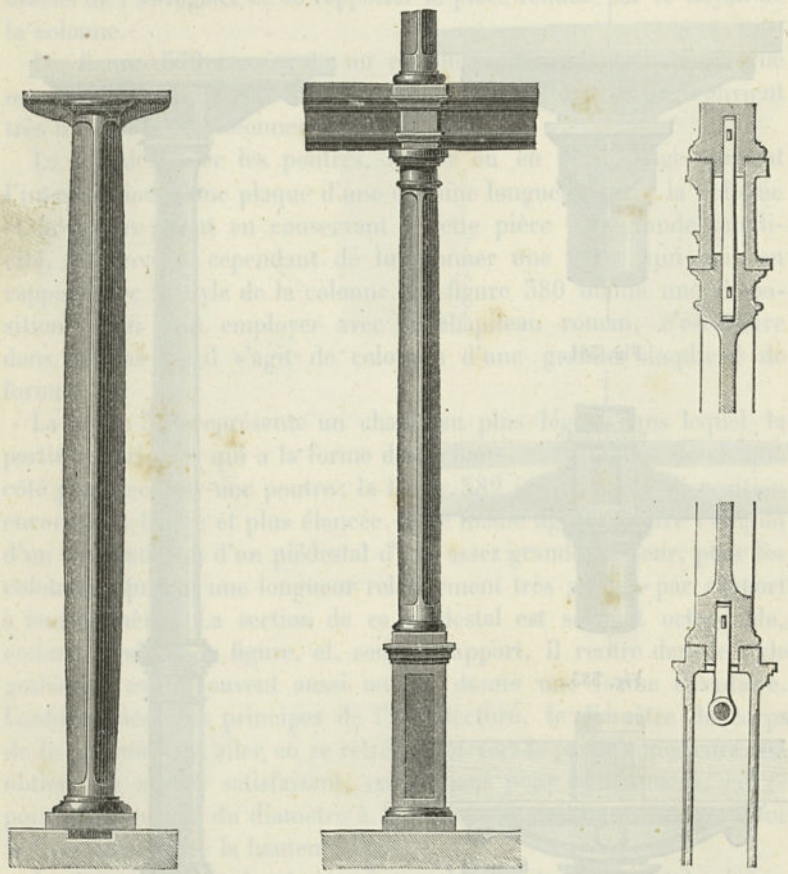


ment. La forme de la figure 385, beaucoup plus élégante que la précédente, est due à l'ingénieur *Rolland*, qui l'a employée, pour la première fois, dans la construction de la manufacture des tabacs de Strasbourg. A l'un des étages, ces colonnes reposent sur un socle assez élevé, à section carrée; ce socle fait défaut à l'étage supérieur.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

La partie inférieure de la figure 386 montre le mode de liaison de la colonne avec le socle, et la partie supérieure celle du chapiteau avec un entablement en fonte, et une colonne établie directement au-dessus. On voit, par là, qu'il est possible d'obtenir, avec des colonnes à ner-

Fig. 384. Fig. 385. Fig. 386.



vures, une forme qui présente à la fois un aspect agréable et une grande solidité.

La question des formes à donner aux colonnes est une des plus intéressantes et des plus variées de la construction. Les exemples qui précèdent, bien qu'en assez petit nombre, peuvent suffire cependant pour fournir un point de départ à ceux qui attachent un certain prix à la beauté des formes dans les machines.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

CHAPITRE HUITIÈME

AXES OU ESSIEUX

§ 129.

Division des essieux.

On désigne assez souvent sous le nom d'axes ou d'essieux[1] les arbres qui sont destinés à porter des pièces animées de mouvements de rotation ou d'oscillation et qui, par cela même, sont munis de tourillons; ils se divisent, comme ces derniers, en deux catégories, suivant qu'ils ont à supporter des efforts perpendiculaires ou parallèles à leur axe de rotation. On rencontre très rarement des essieux rentrant complètement dans la seconde catégorie. Dans ce qui va suivre, nous aurons donc principalement à nous occuper des essieux qui sont simplement chargés transversalement, ou encore de ceux qui sont soumis à la fois aux deux genres d'actions. Dans les premiers, la charge peut agir en un point unique, ou se trouver répartie en plusieurs points; nous aurons, par conséquent, à étudier séparément :

Les essieux chargés en un seul point, ou essieux simples;
Les essieux chargés en plusieurs points.

Pour chacun de ces deux cas principaux, nous aurons encore à établir deux subdivisions, comprenant, l'une les essieux à sections de forme circulaire, l'autre les essieux à sections de formes plus ou moins complexes. Dans toutes les questions que soulève la construction des essieux, la méthode que nous avons désignée sous le nom de Graphostatique rend de très grands services. Nous aurons donc recours à la fois au procédé analytique et à la méthode des tracés, pour arriver à la solution des divers problèmes qui se rencontrent le plus souvent dans la pratique et que nous allons aborder successivement.

(1) L'expression allemande *achse* se rapporte plus spécialement aux arbres qui n'ont que deux points d'appui, tandis que l'expression *welle* est plus généralement réservée à l'arbre de transmission, proprement dit. En France, le mot arbre s'applique indifféremment à tous les axes, et le mot essieu s'applique le plus souvent aux axes des roues dans les véhicules. Nous le considérerons ici comme l'équivalent de *achse*.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

A. SECTIONS DE FORME CIRCULAIRE

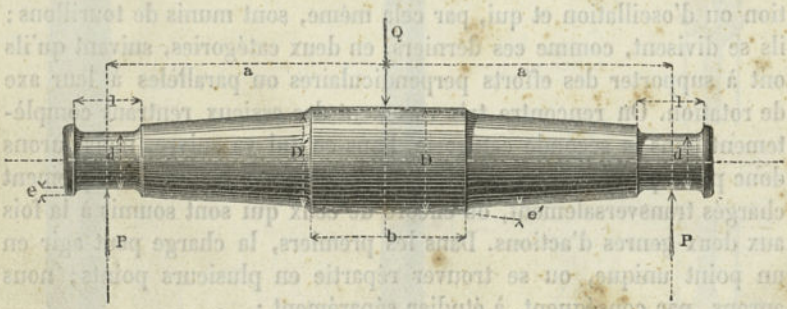
§ 130.

Essieu simple à fuseaux égaux.

La charge Q, dirigée perpendiculairement à l'axe, agit au milieu de la longueur et sur la tête de l'essieu qui porte un moyeu (fig. 387). Les parties qui réunissent la tête de l'essieu aux tourillons portent le nom de fuseaux.

Les tourillons doivent être calculés, d'après les règles du chapitre V, pour une pression $P = {}^1/_2\ Q$ et l'essieu lui-même doit être établi de

Fig. 387.



manière à présenter sensiblement, en tous ses points, la même résistance que les tourillons.

Si l'on désigne par

d le diamètre et l la longueur d'un des tourillons,
e la hauteur du collet de ce tourillon,
D le diamètre du renflement du moyeu, b sa longueur,
D' le plus grand diamètre du fuseau près du moyeu,
$e' = {}^1/_2\ (D' - D)$ la saillie du renflement sur cette partie,
a la longueur d'un fuseau,

et si l'on prend :

$$\frac{D'}{d} = \sqrt[3]{\frac{a - 0{,}5\,b}{0{,}5\,l}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (121)$$

on obtient un essieu qui, abstraction faite des congés, présente partout le même degré de sécurité que le tourillon, c'est-à-dire que la tension maxima atteint 6^k, lorsque l'essieu est en fer forgé, et 3^k seulement, lorsqu'il est en fonte. Si l'on voulait avoir une tension différente, il

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

faudrait faire intervenir un tourillon idéal, qui serait déterminé précisément de manière à donner cette tension.

Rigoureusement, pour présenter la même résistance, la forme de la partie comprise entre le tourillon et le renflement de l'arbre devrait être une portion de paraboloïde cubique (§ 10, N° VI). L'exécution d'une surface de ce genre ne pourrait guère présenter d'intérêt que pour l'instruction des jeunes ouvriers. Dans les cas ordinaires, on se borne généralement à la construction d'un tronc de cône, ayant pour diamètres extrêmes D' et $d + 2e$. Quant à e', il suffit de lui donner une valeur suffisante pour permettre l'établissement d'une rainure, destinée à recevoir la clavette de fixation.

§ 131.

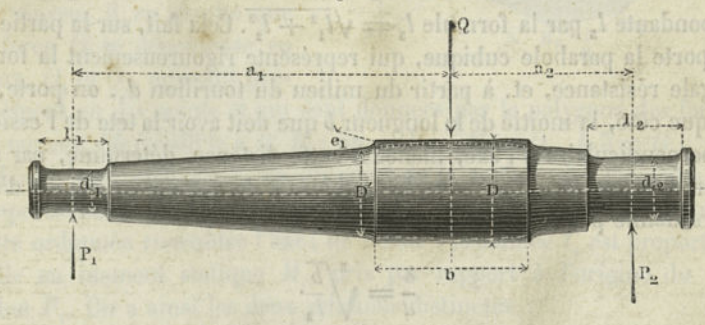
Essieu simple à fuseaux inégaux.

Lorsque les distances du renflement de l'essieu aux tourillons sont différentes, comme dans la figure 388, la charge se répartit inégalement sur ces tourillons d_1 et d_2 et on a :

$$\frac{P_1}{Q} = \frac{a_2}{a_1 + a_2}, \quad \frac{P_2}{Q} = \frac{a_1}{a_1 + a_2}, \quad \frac{P_1}{P_2} = \frac{a_2}{a_1}. \quad . \quad . \quad (122)$$

Le plan moyen du renflement partage l'essieu en deux parties, dont chacune peut être considérée comme la moitié d'un essieu simple à

Fig. 388.



fuseaux égaux. On calcule, pour chacun de ces essieux, la valeur de D' et la plus grande sert à déterminer la valeur de D.

Si le moyeu, destiné à transmettre la charge Q, au lieu d'être placé entre les deux tourillons, tombe en dehors, c'est-à-dire si a_2 est négatif, comme dans la figure 389, l'essieu, suivant l'expression pratique, se trouve chargé en porte-à-faux.

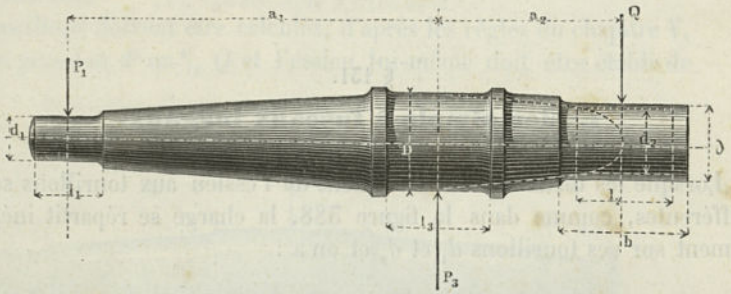
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Le tourillon D devient, dans ce cas, un tourillon à collets (v. § 92). Les grandeurs numériques des efforts exercés sur les tourillons sont données par les relations :

$$\frac{P_1}{Q} = \frac{a_2}{a_1}, \quad \frac{P_3}{Q} = \frac{a_1 + a_2}{a_1}, \quad \frac{P_1}{P_3} = \frac{a_2}{a_1 + a_2}. \quad . \quad . \quad (123)$$

On commence par déterminer le tourillon d_1, puis on calcule un tourillon idéal d_2, correspondant à la position de la charge; on déter-

Fig. 789.



mine ensuite le diamètre D, comme s'il s'agissait d'un essieu, analogue au précédent, dont les tourillons seraient d_1 et d_2 et dont la tête serait à la place du tourillon à collets; on prend, pour D, la plus grande des deux valeurs D' et D'', que la formule (121) donne, pour les diamètres, aux deux extrémités de ce tourillon, et on détermine la longueur correspondante l_3 par la formule $l_3 = \sqrt{l_1^2 + l_2^2}$. Cela fait, sur la partie a_2, on porte la parabole cubique, qui représente rigoureusement la forme d'égale résistance, et, à partir du milieu du tourillon d_2, on porte, de chaque côté, la moitié de la longueur b que doit avoir la tête de l'essieu; la perpendiculaire à l'axe, menée à cette distance, détermine, par son intersection avec la parabole, le diamètre δ de cette tête, qui est d'ailleurs donné par la relation :

$$\frac{\delta}{d} = \sqrt[3]{\frac{b}{l_2}}.$$

Exemple. *Pour un essieu en fonte,* $Q = 6600^k$, $a_1 = 1200^{mm}$, $a_2 = 600^{mm}$, $b = 330^{mm}$; *le nombre de tours est inférieur à* 150. *On a* $P_1 = 0{,}5\ Q = 3300^k$ $P_3 = 1{,}5\ Q = 9900^k$. *D'après la table du* § 91, *on doit prendre* $d_1 = 94^{mm}$ *et* $d_2 = 160^{mm}$; *par suite,* $l_1 = 141^{mm}$ *et* $l_2 = 240^{mm}$. *On a alors* $D = 160\ \sqrt[3]{600 : 120} = 1{,}71 \cdot 160 = 274^{mm}$, $l_3 = \sqrt{141^2 + 240^2} = 278^{mm}$, $\delta = 160\ \sqrt[3]{330 : 240} = 1{,}12 \cdot 160 = 180^{mm}$.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 132.

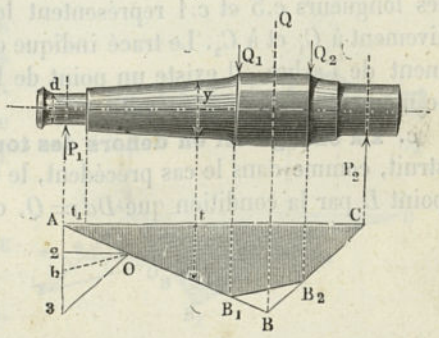
Calcul graphostatique d'un essieu simple.

Pour déterminer les forces agissant sur les tourillons, on peut employer la méthode graphostatique. Nous avons montré (§§ 43 et 44) comment le polygone articulé, par ses ordonnées parallèles à la direction des forces, fournit les moments statiques correspondant aux différents points; pour ce motif, ce polygone peut donc encore être désigné sous le nom de surface des moments. Pour les problèmes que nous avons à traiter ici, il est facile de déduire des principes généraux les procédés simples suivants.

1. LA CHARGE AGIT NORMALEMENT A L'AXE.

a. **Le moyeu et la charge se trouvent entre les tourillons** (fig. 390). — Sur la ligne AC, qui réunit les milieux des tourillons, on construit un triangle ABC, dont le sommet B tombe sur la direction de la charge Q; par le point A, normalement à AC, on mène $A.3 = Q$, puis on tire $3.O$ et $2.O$ parallèles à BC et à AC; on a alors $A.2 = P_1$ et $2.3 = P_2$. Comme les points B_1 et B_2 correspondent aux extrémités du moyeu, il en résulte que la force Q se décompose en deux, Q_1 et Q_2, agissant précisément en ces points et qui sont données par le polygone des forces, en menant Ob parallèle à $B_1 B_2$; on a alors $Ab = Q_1$, $b.3 = Q_2$.

Fig. 390.



L'ordonnée verticale t, en un point de la surface des moments, est proportionnelle au moment statique M_y, pris par rapport au point où cette ordonnée rencontre l'axe; de même l'ordonnée t_1 est proportionnelle au moment statique M_1, pris par rapport à l'origine du tourillon P_1. On a ainsi les deux relations distinctes :

$$y^3 = \frac{32}{\pi S} M_y, \qquad d_1^3 = \frac{32}{\pi S} M_1.$$

d'où l'on tire :

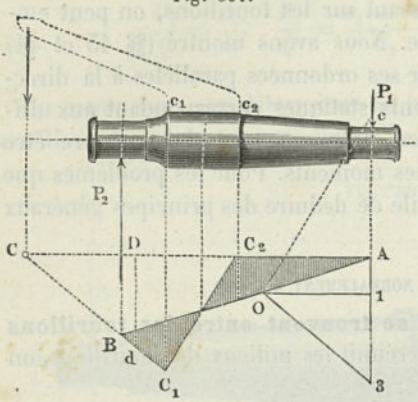
$$\frac{y}{d_1} = \sqrt[3]{\frac{M_y}{M_1}} = \sqrt[3]{\frac{t}{t_1}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (124)$$

relation qui permet de déterminer très simplement la valeur de y.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

b. **Le moyeu est entre les tourillons, et la charge en dehors** (fig. 391). Sur la ligne AC, parallèle à l'axe, on construit le triangle ABC, dont les trois sommets tombent sur les directions des forces et on cherche le point D, dont l'ordonnée $Dd = Q$; on mène ensuite $O.1$ parallèle à AC et égal à CD, $O.3$ parallèle à CB, la ligne $A.1.3$ étant perpendiculaire à AC; on obtient alors $1.3 = Q$, $A.1 = P_1$, $3.A = P_2$. La force Q doit se décomposer en deux autres, situées dans les plans qui limitent le moyeu; si l'on joint les deux points C_1 et C_2 et si l'on mène Oc parallèle à $C_1 C_2$, les longueurs $c.3$ et $c.1$ représentent les forces correspondant respectivement à C_1 et à C_2. Le tracé indique que, sur la longueur du renflement de l'arbre, il existe un point de la ligne élastique, pour lequel le moment de flexion est nul.

Fig. 391.



c. **La charge est en dehors des tourillons** (fig. 392). — On construit, comme dans le cas précédent, le triangle ABC, on détermine le point D par la condition que $Dd = Q$, on mène $A.3$ normal à AC, on

Fig. 392.

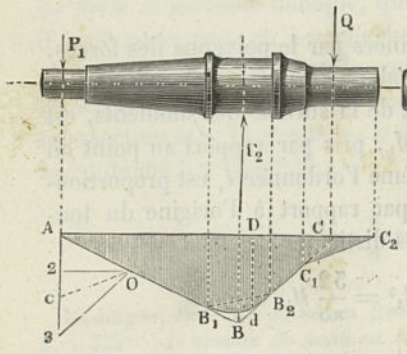
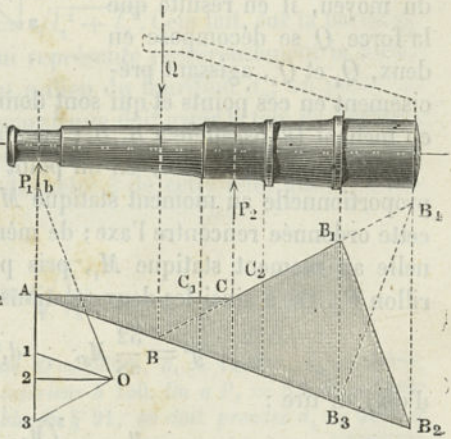


Fig. 393.



fait $O.2 = CD$ et parallèle à AC, $O.3$ qarallèle à CB et on obtient $A.2 = P_1$, $A.3 = P_2$. Pour décomposer Q en deux forces, aux points

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

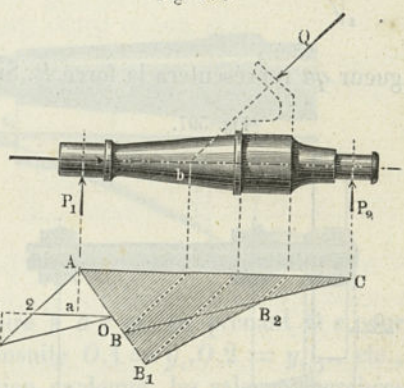
C_1 et C_2, on mène Oc parallèle à C_1C_2 et les longueurs $c.3$ et $c.2$ donnent les composantes en C_1 et C_2. Le tourillon B étant uniformément chargé sur toute sa longueur, la surface des moments, pour cette longueur, se trouve limitée par un arc de parabole.

d. **La charge tombe entre les tourillons** (fig. 393). — Après avoir construit le triangle ABC, on a à décomposer la force Q en deux autres, correspondant aux points B_1 et B_2, et, pour cela, à construire le polygone ACB_1B_2 (auquel est équivalent le polygone ACB_1B_3). Dans le polygone des forces, $1.3 = Q$, $2.1 = P_1$, $3.2 = P_2$ et si l'on mène Ob parallèle à B_2B_1, les longueurs $b.3$ et $b.1$ représentent les composantes cherchées pour B_1B_2 et B_2B_4.

II. LA CHARGE AGIT OBLIQUEMENT SUR L'AXE (Fig. 394).

Le polygone des forces et le polygone articulé ont, dans ce cas, une certaine inclinaison, qui est déterminée par la direction de Q. Les projections verticales aA et $3.c$ représentent les pressions P_1 et P_2, exercées sur les tourillons; la composante horizontale de Q s'exerce sur l'un des tourillons, ou sur tous les deux (1).

Fig. 394.

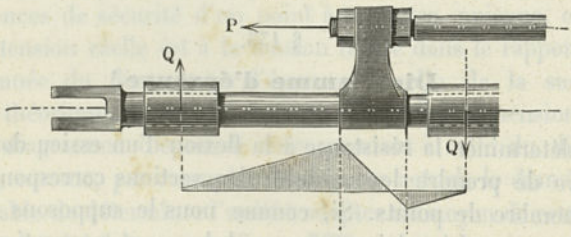


III. L'EFFORT EST PARALLÈLE A L'AXE (Fig. 396).

Il se produit, dans ce cas, deux couples, composés, l'un des actions égales exercées sur le moyeu, l'autre des forces P agissant

(1) La disposition de tiroir, dite à baïonnette, qu'on rencontre souvent dans les locomotives (fig. 395), donne lieu à un problème du même genre.

Fig. 395.



Seulement, dans ce cas, le sens d'action de l'effort et son point d'application sur la tige AC changent périodiquement.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

sur les tourillons (§ 38). Si, par les points A et C, correspondant aux milieux de ces tourillons, on mène les parallèles AB_1 et CB_2 jusqu'aux verticales des extrémités du moyeu et si l'on joint les points B_1 et B_2, la surface AB_1CB_2 est celle des moments. Pour déterminer les différents efforts qui agissent sur l'arbre, transportons la force Q, parallèlement à elle-même, en bq (le point b se trouvant situé sur la verticale Cb du milieu d'un tourillon), joignons le point b au milieu de l'autre tourillon et menons, par le point q, la verticale qa jusqu'à la rencontre de cette ligne de jonction; la longueur qa représentera la force P. Si l'on porte cette longueur en $A.1$ et si l'on mène $1.O$ et $O.2$ parallèles à AC et à B_2B_1, 1.2 représentera l'effort qui s'exerce en b_1 et 2.1 celui qui s'exerce en b_2.

Fig. 396.

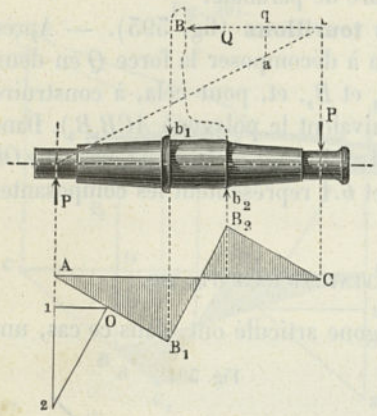
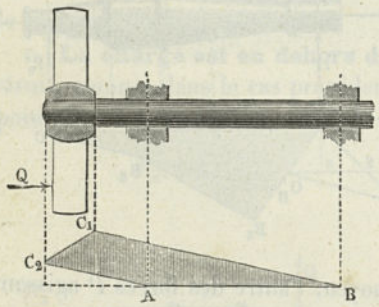


Fig. 397.



Si, toutes les autres conditions restant d'ailleurs les mêmes, le moyeu tombe en dehors des tourillons, ce qui arrive, par exemple, pour une hélice de vaisseau, placée en porte-à-faux, qui n'est qu'en partie immergée (fig. 397), le diagramme prend alors la forme ABC_1C_2 et montre que la longueur de la saillie n'a aucune influence sur la flexion.

§ 153.

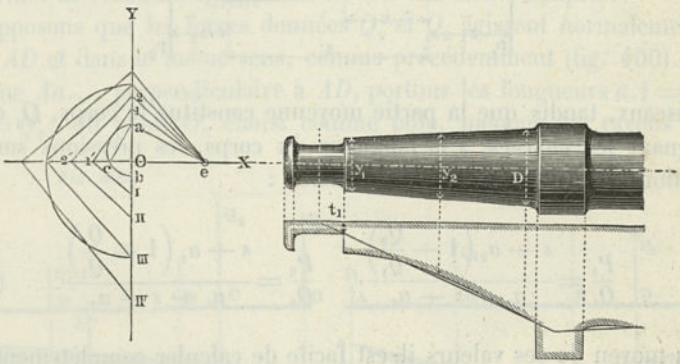
Diagramme d'épreuve.

Pour déterminer la résistance à la flexion d'un essieu donné, il est nécessaire de prendre les modules des sections correspondant à un certain nombre de points. Si, comme nous le supposons ici, toutes les sections sont circulaires, ces modules sont proportionnels à la troisième puissance des diamètres et on a, par suite, à prendre les

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

cubes de tous les diamètres des sections considérées. C'est ce qu'on peut faire graphiquement, d'une manière très simple, en se reportant aux principes exposés § 28. Dans le cas où le diagramme qu'on se propose d'obtenir devrait être comparé à une des surfaces de moments théoriques que nous venons d'examiner, il conviendrait évidemment de l'établir de suite à la même échelle. A partir du point d'intersection O des deux axes rectangulaires X et Y, on porte, au-dessus de OX, la longueur Oa, qui représente la valeur entière (ou la moitié) du diamètre du tourillon de la partie de l'arbre qu'on veut calculer et, dans la direction opposée, suivant Ob, l'ordonnée t_1, correspondant à la surface de moments théorique ; sur $a\,b$ on décrit un demi-cercle

Fig. 398.



$a\,c\,b$, on mène $a\,e$ perpendiculaire à $a\,c$ et, en prenant $O\,e$ pour unité, on a $Ob = (Oa)^3$. On fait ensuite $O.1 = y_1, O.2 = y_2 \ldots$, etc., et on obtient, par une construction analogue, les valeurs cherchées y_1^3. y_2^3 ... qu'on reporte sur la figure principale, pour le tracé du diagramme.

Le diagramme ainsi obtenu fournit des indications très nettes sur l'effet des congés, des renflements, des évidements et même sur les erreurs de calcul qui ont pu se produire ; il montre, en même temps, les différences de sécurité d'un point à un autre, puisque, en chaque point, la tension réelle est à la tension limite dans le rapport inverse de l'ordonnée du diagramme d'épreuve à celle de la surface des moments théorique. Lorsqu'on connaît l'une des dimensions principales du diagramme d'épreuve correspondant à celle du diagramme théorique, comme, par exemple, dans le cas actuel, le diamètre D', il est préférable de déterminer l'unité à adopter au moyen de cette donnée (c'est ce qui a été fait pour la figure 398) ; on est beaucoup plus sûr, en opérant ainsi, de l'exactitude de l'unité $O\,e$.

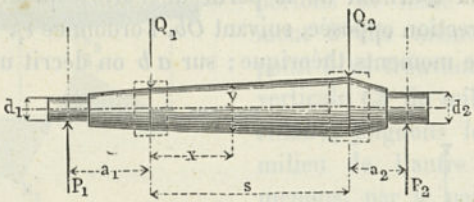
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 134.

Essieu chargé en deux points.

Lorsqu'un essieu, comme celui que représente schématiquement la figure 399, est chargé en deux points, les extrémités portent le nom

Fig. 399.



de fuseaux, tandis que la partie moyenne constitue le corps. Q_1 et Q_2 désignant les charges, s la longueur du corps, les pressions sur les tourillons sont données par les relations :

$$\frac{P_1}{Q_1} = \frac{s + a_2\left(1 + \frac{Q_2}{Q_1}\right)}{a_1 + s + a_2}, \qquad \frac{P_2}{Q_2} = \frac{s + a_1\left(1 + \frac{Q_1}{Q_2}\right)}{a_1 + s + a_2}. \qquad (125)$$

Au moyen de ces valeurs il est facile de calculer complètement les tourillons d_1 et d_2, ainsi que les fuseaux a_1 et a_2, à la condition de déterminer préalablement les diamètres D_1 et D_2, en les considérant comme appartenant à deux têtes d'essieu idéales, sur chacune desquelles l'action des forces Q_1 et Q_2 serait supposée concentrée en un seul point.

Pour déterminer les diamètres à donner au corps de l'essieu, aux différents points de sa longueur, on a, en désignant par y le diamètre de la section située à la distance x du point d'application de Q_1 :

$$\frac{y}{D_1} = \sqrt[3]{1 + \frac{x}{a_1}\left(1 - \frac{Q_1}{P_1}\right)} \qquad . \quad . \quad . \quad . \quad (126)$$

équation qui montre que le profil du corps de l'essieu se trouve formé par deux arcs de paraboles cubiques. Ordinairement ces deux arcs se trouvent remplacés par de simples lignes droites, de telle sorte que le corps présente, en réalité, la forme d'un tronc de cône.

Les deux têtes de l'essieu peuvent se déterminer, comme on l'a indiqué au § 130, en supposant qu'on donne une faible profondeur

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

aux rainures des clavettes; la largeur b des portées est celle des moyeux des pièces qu'elles doivent recevoir.

Dans un grand nombre de cas, les longueurs des fuseaux doivent être égales et les deux charges sont les mêmes; $a_1 = a_2$, $Q_1 = Q_2$; il en résulte

$$P_1 = P_2 = Q_1 = Q_2 \quad \text{et} \quad y = D,$$

c'est-à-dire que le corps de l'essieu est cylindrique. C'est ce qui a également lieu quand on a simplement

$$P_1 a_1 = P_2 a_2.$$

L'application de la graphostatique au problème précédent est facile et permet de résoudre sans peine les cas les moins simples.

Supposons que les forces données Q_1 et Q_2 agissent normalement à l'axe AD et dans le même sens, comme précédemment (fig. 400). Sur la ligne $Aa\ldots$, perpendiculaire à AD, portons les longueurs $a.1 = Q_1$, $1.2 = Q_2$; du point O, choisi comme pôle, menons les rayons Oa,

Fig. 400.

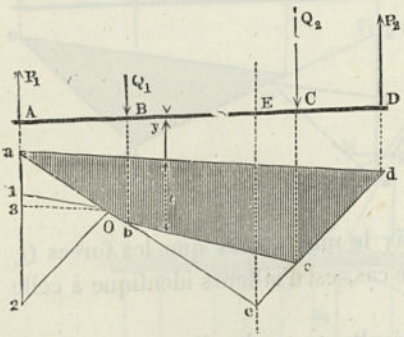
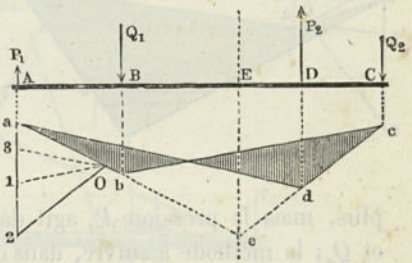


Fig. 401.



$O1$, $O2$, prolongeons aO jusqu'à sa rencontre, en b, avec la direction de la force Q_1; par ce point b menons bc parallèle à $1O$, et par le point c, qui se trouve sur la direction de Q_2, cd parallèle à $2O$; joignons enfin le point d au point a. Si, par le point O, dans le polygone des forces, nous menons $O3$ parallèle à da, 23 représentera la pression P_2 sur le tourillon D, et $3a$ la pression P_1 sur l'autre tourillon en A; $a\ b\ c\ d$ est la surface des moments, dont les ordonnées verticales t servent à déterminer, comme on l'a indiqué précédemment (I, § 132), les diamètres correspondants de l'essieu. Le point d'intersection e des lignes ab et dc prolongées fournit un point par lequel doit passer la résultante Ee des forces Q_1 et Q_2. Si l'on commence par déterminer d'abord la ligne Ee, au moyen de la méthode du § 40, par

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

exemple, le problème actuel peut se ramener à celui qui a été résolu précédemment (I, § 132) et, dès lors, la direction de la ligne *ad* peut être choisie d'avance, comme on l'a fait dans ce premier cas.

Si l'un des efforts s'exerce en dehors d'un des tourillons (fig. 401), il peut se rencontrer, sur la ligne élastique, un point pour lequel le moment de flexion soit nul; c'est ce qui a lieu, lorsque la résultante des forces Q_1 et Q_2 tombe entre les appuis A et B (comme dans le problème I. b. § 132). L'effort de glissement qui existe en ce point et que nous avons mentionné plus haut se trouve représenté par 1.3.

Lorsque la résultante des forces Q_1 et Q_2 tombe en dehors des deux tourillons, comme dans la figure 402, ce point de flexion nulle n'existe

Fig. 402.

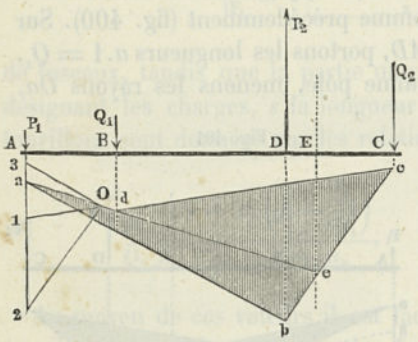
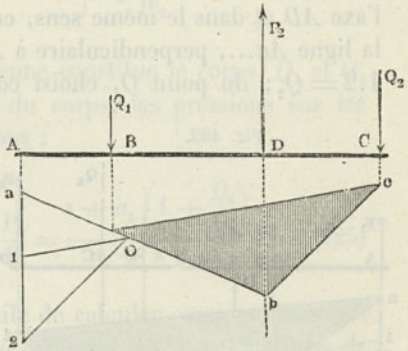


Fig. 403.



plus, mais la pression P_1 agit dans le même sens que les forces Q_1 et Q_2; la méthode à suivre, dans ce cas, est d'ailleurs identique à celle que nous venons d'indiquer.

Il peut encore arriver que la résultante tombe directement sur le support D, comme dans la figure 403. Dans ce cas, les moments des forces qui tendent à produire la flexion sont complètement nuls sur la longueur AB, tandis que, dans l'hypothèse précédente, ils étaient simplement très petits; les deux lignes limitant la surface des moments coïncident sur cette longueur AB. Il convient alors de donner simplement au fuseau AB et au tourillon A des dimensions suffisantes pour résister aux efforts accidentels ou aux forces qui ne sont pas comprises dans celles qu'on introduit dans le calcul; ces dimensions peuvent donc être généralement très faibles. La décomposition des forces isolées en d'autres forces, situées dans les plans extrêmes des moyeux, s'opère comme on l'a indiqué au § 132.

En dehors des différnts cas particuliers qui viennent d'être exa-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

minés, on pourrait en imaginer beaucoup d'autres, ceux, par exemple, qui correspondraient à des charges agissant dans des sens opposés ; mais comme les exemples précédents suffisent parfaitement pour faire comprendre la marche qu'il convient de suivre, nous ne croyons pas devoir en examiner de nouveaux.

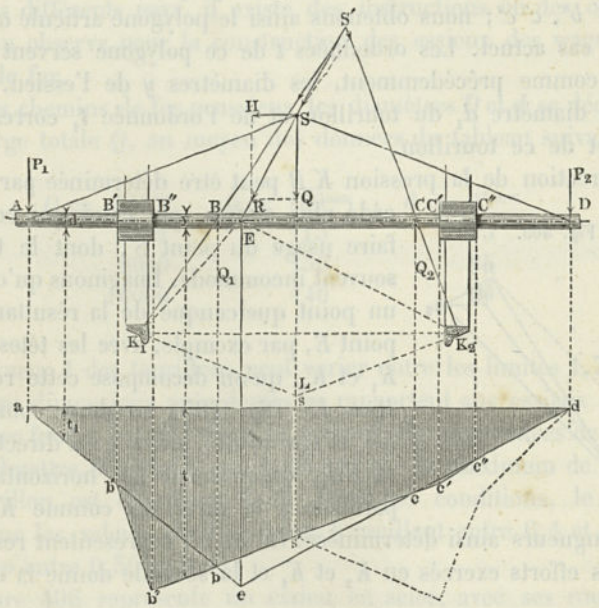
§ 135.

Arbre soumis à deux efforts obliques. Essieu de wagon. Arbre de grue.

Lorsque les forces Q_1 et Q_2, au lieu d'être normales à l'axe, viennent à agir obliquement, la solution graphique du problème continue à présenter sensiblement le même degré de simplicité. Nous choisirons, comme exemple d'application de la méthode, un essieu de wagon, en négligeant les influences accessoires, qui n'ont, en réalité, qu'une faible importance.

En dehors de la charge verticale Q (fig. 404), appliquée au centre

Fig. 404.



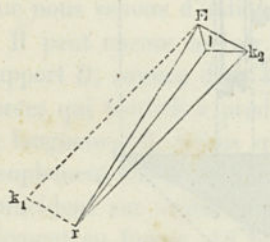
de gravité S du wagon, il peut se produire, de temps à autre, au même point, une force horizontale H, résultante de la force centrifuge

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

et des vibrations, qui, d'après *Scheffler* (1), peut s'élever à $0{,}4\ Q$ (2). Ces deux forces ont une résultante R, qui agit obliquement sur l'essieu. Cette force se décompose en pressions sur les têtes de rails K_1 et K_2 et sur les tourillons A et D. En ce qui concerne les composantes sur les rails, il convient de remarquer que le rail K_2 ne peut exercer sur la génératrice du cône des bandages de la roue qu'une pression normale (ou du moins contenue à l'intérieur du cône de frottement), de telle sorte qu'on doit prendre l'angle $LK_2S' = 90°$. Aux points d'intersection B et C de l'axe et des directions des pressions des rails, ces dernières peuvent se décomposer en forces verticales Q_1 et Q_2, et en forces horizontales, qu'on peut négliger; les efforts obliques exercés sur les tourillons peuvent de même être remplacés par des composantes horizontales négligeables et les pressions verticales P_1 et P_2; ces dernières permettent de calculer les diamètres d_1 et d_2 et d'obtenir ainsi le résultat qui a le plus d'importance dans la question. Maintenant, par le point d'application E de la résultante R sur l'axe, menons Ee perpendiculaire à AD et à ad, joignons ea et ed et réunissons par une ligne droite les points b et c, où les lignes précédentes sont rencontrées par les directions de Q_1 et Q_2 prolongées; enfin, par les extrémités B', B'', C', C'', menons des perpendiculaires à ad et joignons $b'\ b''$, $c'\ c''$; nous obtenons ainsi le polygone articulé $ab'b''c'c''d$ pour le cas actuel. Les ordonnées t de ce polygone servent à déterminer, comme précédemment, les diamètres y de l'essieu, en partant du diamètre d_1 du tourillon et de l'ordonnée t_1 correspondant au collet de ce tourillon.

La direction de la pression K_1B peut être déterminée par un procédé plus simple que celui qui consiste à faire usage du point S', dont le tracé est souvent incommode. Imaginons qu'on joigne un point quelconque de la résultante R, le point E, par exemple, avec les têtes de rails K_1 et K_2, qu'on décompose cette résultante $R = Er$ (fig. 405) en deux composantes Ek_2 et $k_2r = Ek_1$, suivant les directions Kk_2 et EK_1, qu'on mène k_2l horizontal et El parallèle à la direction connue K_2S', les deux longueurs ainsi déterminées, lE et rl, représentent respectivement les efforts exercés en K_2 et K_1 et la seconde donne la direction

Fig. 405.



(1) *Ad. Scheffler*, Eisenbahnwagenachsen. Brunswick.

(2) Cette valeur étant le résultat d'expériences faites directement par *Wöhler* sur un wagon, pendant de longs parcours, il en résulte qu'elle comprend les actions de surélévation des rails dans les courbes.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

cherchée; Ek_2 et k_2l sont les forces intérieures, agissant au sommet K_2 du polygone articulé et qui doivent être en équilibre avec la pression, de direction connue, K_2S'.

Comme la force horizontale H peut être dirigée aussi bien à gauche qu'à droite, il convient de faire usage, pour chacune des moitiés de l'essieu, de la partie du polygone $ass'b''b'$, qui a la plus grande surface; c'est pour ce motif que cette surface se trouve reproduite symétriquement à droite, en pointillé. En outre, on peut tracer le polygone articulé pour la seule charge verticale Q. Ce tracé fournit, pour le corps de l'essieu, une ordonnée plus grande que ss' et c'est celle dont on doit se servir. La forme générale du corps de l'essieu est alors celle d'une surface de révolution, évidée au milieu. Les tourillons des essieux de wagons ayant une vitesse de rotation de 250 à 300 tours par minute, il convient, lorsqu'on les fait en fer forgé, d'adopter le nombre 2 pour le rapport de la longueur au diamètre. Les collets de ces tourillons jouent, dans les courbes, un rôle assez important, en raison de la force latérale H; il convient, par suite, de donner à la saillie e de ces collets une hauteur égale à $^1/_7\,d$ ou même $^1/_6\,d$, c'est-à-dire de la faire notablement plus forte que dans les tourillons frontaux ordinaires.

Dans les différents pays, il existe des instructions ou des conventions qu'on observe pour la construction des essieux des wagons de chemins de fer.

Dans les chemins de fer prussiens, les diamètres D et d se déduisent de la charge totale Q, au moyen des données du tableau suivant :

$Q =$	$D =$	$d =$
5800^k	100^{mm}	65^{mm}
5500	115	75
8000	130	85
10000	140	90

La longueur l des tourillons peut varier entre les limites 1,75 d et 2,25 d. Les dimensions précédentes se rapportent aux essieux en fer. Avec l'acier fondu, les valeurs de Q peuvent être augmentées de 20 %. On doit admettre, d'après ce qui précède, que le maximum de charge d'un tourillon est d'environ $^2/_5\ Q$. Dans ces conditions, le calcul montre que les valeurs de la tension S oscillent entre 6,4 et 8,3 et celles de p entre 0,30 et 0,41.

La figure 406 représente un essieu en acier, avec ses roues, du type en usage sur le chemin de l'Est prussien.

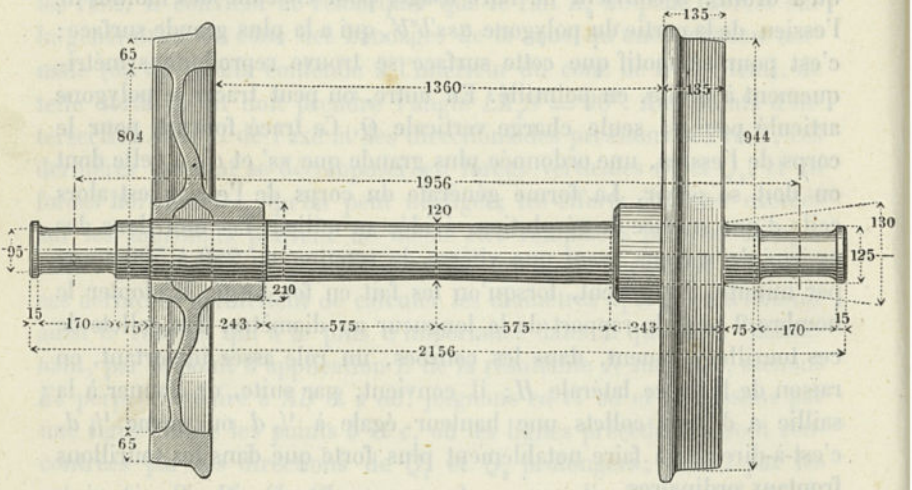
En Angleterre, l'essieu normal en usage est en fer; la figure 407 indique sa forme et ses dimensions. Sur les chemins de l'Amérique

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

du Nord, l'essieu normal est identique au précédent. La charge totale Q correspondante paraît être sensiblement de 10 000 kilog.

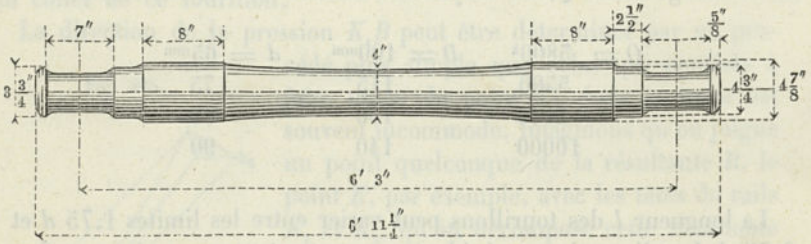
En France, il n'existe encore aucune convention pour les dimensions

Fig. 406.



des essieux. Chaque grande compagnie a ses types. Le nombre des types en usage dans la Compagnie des chemins de Paris-Lyon-Méditerranée est de huit. Dans le type n° 8, $d = 85^{mm}$ et $l = 170^{mm}$; la dis-

Fig. 407.



tance entre les milieux des tourillons est 1925^{mm}, le diamètre des fusées dans les moyeux est de 125^{mm} et le diamètre du corps au milieu de 105^{mm}.

Les arbres verticaux des grues sont généralement soumis à des efforts obliques, agissant sur plusieurs points, comme nous allons le voir dans les exemples suivants. Une grue de quai, à pivot fixe (fig. 408), est soumise à la charge L et au poids propre G du treuil et du bras, qui se composent pour donner une résultante totale Q sur la colonne (voir le 1er exemple du § 34 et la remarque de la page 101). En A et B

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

sont des tourillons de rotation et en CD l'arbre se trouve engagé dans un croisillon en fonte, solidement fixé en E et F. Pour déterminer tout d'abord les efforts en ces deux points, traçons le polygone articulé efq et le polygone des forces $e\,2\,1\,O$, où $2\,1 = Q$, $e\,1 =$ la force Q_1, en F, et $e\,2 =$ la force Q_2, en E. Ces trois forces extérieures, agissant toutes les trois parallèlement à l'axe de l'arbre, nous pouvons faire usage de la méthode de la figure 396. Si, dans la figure 409, nous menons $q_1\,q_2 = Q$, $q_2\,q_3$ parallèle à Aq_1 et perpendiculaire à AB, nous obtiendrons les forces horizontales P_1 et P_2, l'une en A, l'autre en B. Le tourillon en A doit supporter toute la charge verticale; par conséquent, à la force P_1, en A, vient s'ajouter la force Q pour donner une résultante inclinée P_1'. Menons maintenant Cf_1 perpendiculaire à AC, faisons $f_2\,f_1 = Q_1$ et, après avoir joint le point f_1 au point D, tirons $f_3 f_2$ parallèle à Cf_1; la ligne $f_2 f_3$ représente la grandeur d'une force qui, pour le point C, est dirigée de droite à gauche et, pour le point D, en sens contraire. De même, si l'on porte, suivant $e_1 e_2$, la force Q_2, qu'on joigne $e_1 D$ et qu'on mène $e_2 e_3$ parallèle à $e_1 C$, cette longueur $e_2 e_3$ représente la grandeur d'une force dont l'action, pour le point C, est encore dirigée de droite à gauche et, pour le point D, en sens inverse. Nous devrons prendre, par suite, $P_3 = f_2 f_3 + e_3 e_2$ et $P_4 = e_2 e_3 + f_3 f_2$. La pression verticale de l'arbre est tout entière reportée en D; nous aurons donc à composer en ce point la force verticale $Q = f_2 f_1 - e_1 e_2$ avec P_4, pour obtenir la résultante P'_4 (comme vérification le point d'intersection S de P_1' et de P'_4 doit se trouver sur la résultante de P_2 et P_3).

Fig. 408.

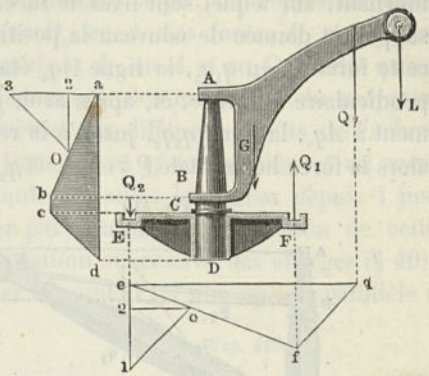
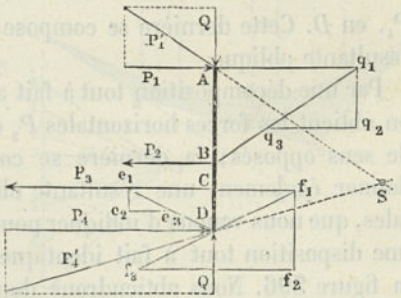


Fig. 409



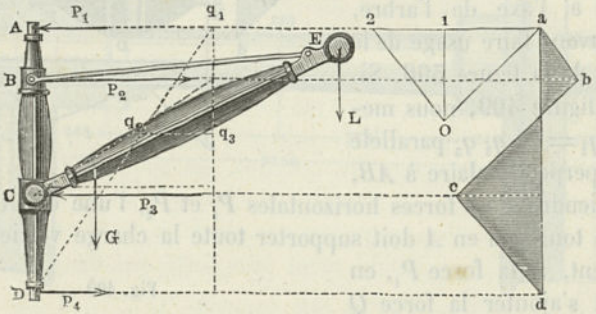
Si nous négligeons, comme précédemment, la compression de l'arbre, nous pouvons, avec P_1, P_2, P_3, P_4, former le polygone des forces $a\,2\,3\,O$,

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

représenté à échelle réduite (fig. 408), et obtenir ainsi la surface des moments *abcd*.

La figure 410 représente une autre disposition de grue, avec pivot tournant, sur lequel sont fixés le mécanisme du treuil et la volée. En supposant donnée de nouveau la position de $Q = L + G$, transportons cette force Q en q_1q_3, la ligne Aq_1 étant menée, par le point A, perpendiculaire à l'arbre, et, après avoir joint q_1 et D, traçons, parallèlement à Aq_1, la ligne q_3q_2, jusqu'à la rencontre de q_1D; q_3q_2 représente alors la force horizontale P_1, en A, et q_2q_3 la force également horizontale

Fig. 410. Fig. 411.



P_4, en D. Cette dernière se compose avec la force Q pour donner une résultante oblique.

Par une décomposition tout à fait analogue de Q, aux points B et C, on obtient les forces horizontales P_2 et P_3, lesquelles sont égales, mais de sens opposés; la dernière se compose avec la réaction Q, pour donner également une résultante oblique. Les quatre forces horizontales, que nous venons d'indiquer pour les points A, B, C, D, présentent une disposition tout à fait identique à celle des charges normales de la figure 396. Nous obtiendrons donc une surface de moments *abcd* (fig. 411) entièrement semblable et qui, par conséquent, entre B et D, présente un point où le moment de flexion est nul; il en résulte que l'axe de l'arbre doit présenter une double flexion, l'une à droite pour la partie supérieure, l'autre à gauche pour la partie inférieure. Dans le polygone des forces, on a :

$$2a = P_2, \quad a2 = P_3, \quad 21 = P_4 \quad \text{et} \quad 12 = P_1.$$

§ 136.

Arbre chargé en un nombre de points égal ou supérieur à trois.

Lorsqu'un arbre se trouve chargé en quatre points, ce qui arrive encore assez fréquemment, la détermination graphique des forces peut

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

se faire de la manière suivante : avec les forces données, depuis 1 jusqu'à 5, on forme le polygone des forces (fig. 412), puis, d'après les indications du § 40, le polygone articulé *abcdefg*; on trace ensuite, dans le polygone des forces, *O*6 parallèle à *ga*; 5 6 représente alors la force P_2, en *G*, et 6*a* la force P_1, en *A*. Ces forces P_1 et P_2 permettent de calculer les tourillons d_1 et d_2, en *A* et en *G*, tandis qu'on peut faire usage, comme précédemment, des ordonnées du polygone articulé pour le calcul des diamètres aux différents points de l'arbre.

Le point d'intersection *h* des lignes *ab* et *gf* prolongées est un point de la direction *Hh* de la résultante de toutes les forces depuis 1 jusqu'à 5. Si l'on veut commencer par déterminer la position de cette résultante, au moyen de la composition successive des charges (§ 40), il est très commode de se donner le point *O* tel que *ag* soit parallèle à

Fig. 412.

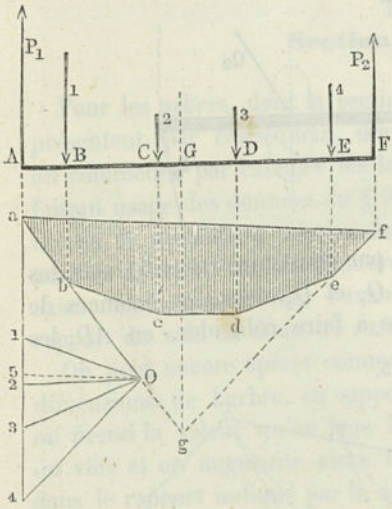
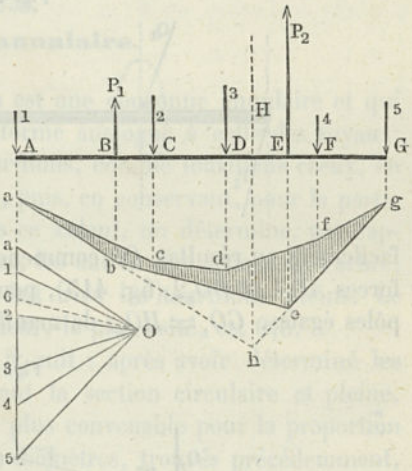


Fig. 413.



AG. On peut aussi d'ailleurs rabattre facilement le polygone articulé oblique, trouvé précédemment, sur une ligne parallèle à *AG*.

Si l'arbre a ses fuseaux chargés en porte-à-faux, comme on l'a supposé dans la figure 413, la marche à suivre reste toujours la même; en partant du point *a*, on construit d'abord le polygone des forces *a*5*O*, puis le premier côté du polygone articulé *ba* jusqu'à l'aplomb *Aa* de la première force, le second côté *ac* jusqu'à la direction *Cc* de la seconde force et ainsi de suite, jusqu'au dernier côté *eb*, qui ferme le polygone. Les directions du premier côté du polygone et de l'avant-dernier se coupent en un point de la résultante *Hh*.

Le problème que nous venons de traiter donne lieu à différents cas

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

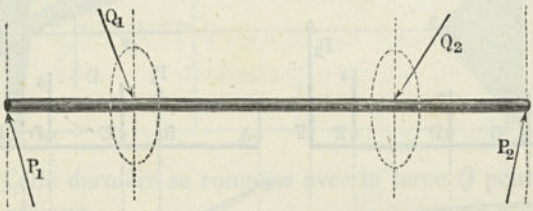
particuliers, qu'on obtiendrait en supposant des charges dirigées en sens opposés ou inclinées sur l'arbre. La solution de chacun de ces cas ne peut d'ailleurs présenter aucune difficulté, en se reportant aux problèmes du même genre, traités précédemment.

§ 137.

Arbre soumis à des forces situées dans des plans différents.

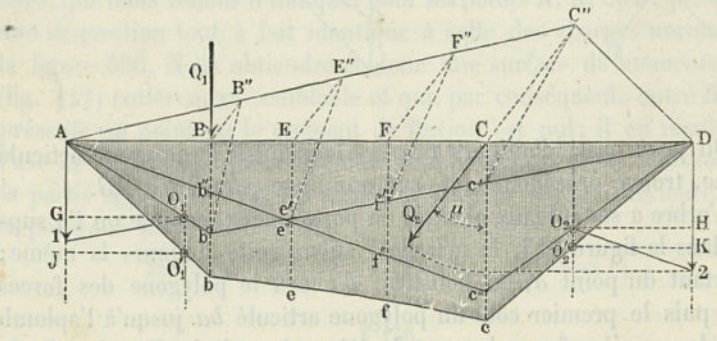
Le calcul analytique des dimensions d'un arbre chargé présente des difficultés notablement supérieures à celles que nous avons rencontrées jusqu'ici, lorsque les forces agissent dans des plans différents (fig. 414); la méthode graphostatique, au contraire, permet d'arriver

Fig. 414.



facilement au résultat. On commence par construire les polygones des forces $AO_1 1$ et $DO_2 2$ (fig. 415), pour Q_1 et Q_2, avec des distances de pôles égales, $GO_1 = HO_2$, de manière à faire coïncider, en AD, les

Fig. 415.



deux lignes de fermeture des polygones articulés $Ab'D$ et $Ac''D$, qu'on trace ensuite; cela fait, on reporte les ordonnées du second de ces polygones sur des ordonnées inclinées $BB'' = Bb''$, $CC'' = Cc''$, etc.. qui font, avec les ordonnées du premier polygone, et en arrière, un

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

angle μ, précisément égal à celui que font les deux plans passant par l'axe et par chacune des deux forces Q_1 et Q_2. Si l'on prend ensuite $Bb = B''b'$, $Cc = C''c'$, $Ee = E''e'$, etc., on obtient un polygone articulé *AbefcD*, dont les ordonnées verticales (§ 44) fournissent les moments de flexion nécessaires pour déterminer les dimensions de l'arbre. La ligne *befc* est une ligne courbe (arc d'hyperbole), tandis que *Ab* et *cD* sont de simples lignes droites. Si l'on mène encore $O_1O'_1$ parallèle à *A*1, O_2O_2' parallèle à *D*2 et que, par les points O'_1 et O'_2, on trace les lignes O'_1J et O'_2K perpendiculaires à *A*1 et à *D*2, *AJ* et *DK* représentent les pressions P_1 et P_2 des tourillons, qui toutes les deux sont à mesurer à l'échelle adoptée pour les polygones des forces.

B. ARBRES A SECTIONS DE FORMES COMPLEXES.

§ 138.

Section annulaire.

Pour les arbres, dont la section est une couronne annulaire et qui présentent, par conséquent, une forme analogue à celle des tuyaux, on commence par calculer les tourillons, comme tourillons creux, en faisant usage des données du § 90, puis, en conservant, pour la partie creuse, la proportion admise dans ce calcul, on détermine, par rapport au diamètre du tourillon creux, les autres dimensions de l'arbre, exactement comme nous l'avons fait avec les tourillons pleins. Le rapport du vide au diamètre extérieur, le plus usité, est 0,6.

On peut encore opérer comme il suit : après avoir déterminé les dimensions de l'arbre, en supposant la section circulaire et pleine, on prend la valeur qu'on juge la plus convenable pour la proportion du vide et on augmente alors les diamètres, trouvés précédemment, dans le rapport indiqué par le second membre de la formule (95). On verra plus loin (§ 141) une application de cette méthode.

§ 139.

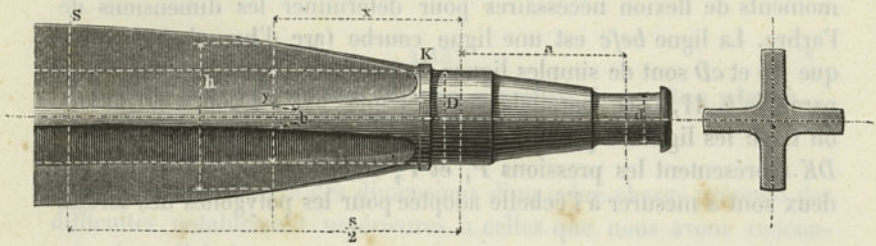
Section en croix et section étoilée.

Pour les arbres en fonte, chargés en plusieurs points, une des formes de section les plus convenables est la section en croix. Le corps de l'arbre se compose, dans ce cas, de quatre nervures ou ailettes et présente une certaine analogie avec le tourillon à ailettes du § 102. La forme des fuseaux est souvent celle d'un conoïde, comme, par exemple, dans la figure 416. L'accroissement d'épaisseur des ailettes vers les

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

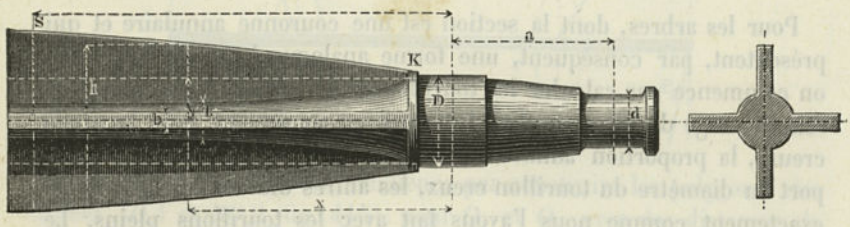
têtes, qui est indiqué sur cette figure, est assez souvent remplacé par l'addition d'un noyau circulaire, comme dans la figure 417. Pour obtenir le profil d'un arbre de cette espèce, on commence par tracer le

Fig. 416.



corps (en pointillé), comme s'il devait être à section circulaire pleine, puis on établit le profil *KS*... des nervures, en le raccordant, d'un côté, à la tête de l'arbre, en *K*, et, de l'autre côté, au renflement (V. § 142)

Fig. 417.



compris entre les deux fuseaux. Dans ce cas, si, pour une section quelconque (x) du corps, on désigne par

y le diamètre de l'arbre idéal à section circulaire pleine, ou du conoïde équivalent,
h et b la hauteur et l'épaisseur des nervures,
k le diamètre du noyau,

les dimensions doivent être choisies de manière à satisfaire à la relation :

$$\frac{y}{h}=\sqrt{\left(\frac{k}{h}\right)^4+\frac{16}{3\pi}\left\{\left(\frac{b}{h}\right)^3\left(1-\frac{k}{h}\right)+\frac{b}{h}\left(1-\left(\frac{k}{h}\right)^3\right)\right\}}. \quad (127)$$

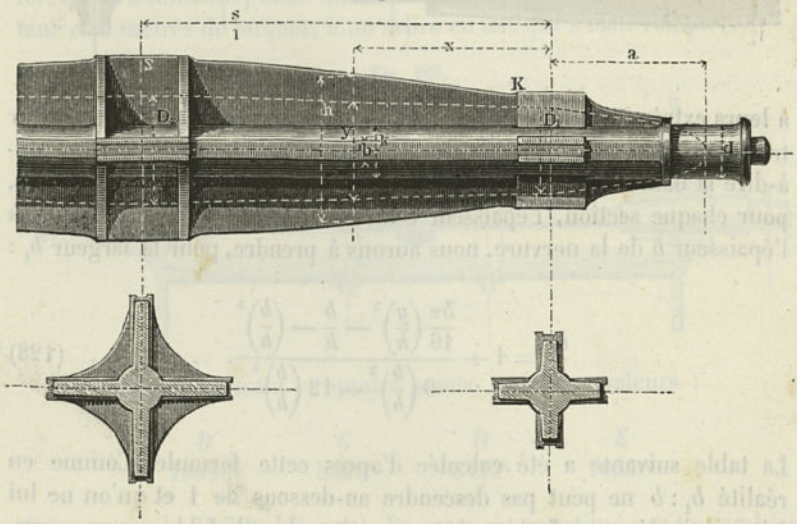
Cette formule qui s'applique à la section étoilée (fig. 417) donne également des résultats suffisamment exacts pour la section en croix, lorsqu'on y fait $k=b$. Les résultats numériques qu'on obtient ainsi différent, d'ailleurs, à peine de ceux que fournit cette formule pour $k=0{,}2h$, de telle sorte que la table suivante peut être utilisée pour les deux espèces de sections.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

$\frac{b}{h}$	VALEURS DE $\frac{h}{y}$, POUR $\frac{k}{h}=$												
	0,80	0,75	0,70	0,65	0,60	0,55	0,50	0,45	0,40	0,35	0,30	0,25	0,20
0,05	1,30	1,40	1,50	1,61	1,72	1,84	1,94	2,04	2,15	2,18	2,22	2,26	2,27
0,06	1,30	1,39	1,48	1,58	1,68	1,79	1,87	1,95	2,02	2,07	2,11	2,13	2,14
0,07	1,29	1,38	1,46	1,56	1,65	1,74	1,82	1,89	1,94	1,98	2,00	2,02	2,02
0,08	1,28	1,36	1,45	1,53	1,62	1,70	1,76	1,83	1,87	1,91	1,93	1,93	1,93
0,09	1,27	1,35	1,43	1,51	1,59	1,66	1,72	1,77	1,81	1,84	1,86	1,87	1,87
0,10	1,27	1,34	1,42	1,49	1,56	1,63	1,68	1,72	1,75	1,78	1,80	1,80	1,81
0,11	1,26	1,33	1,40	1,47	1,54	1,60	1,64	1,68	1,71	1,73	1,74	1,75	1,75
0,12	1,25	1,32	1,39	1,45	1,51	1,57	1,61	1,64	1,67	1,68	1,69	1,70	1,70
0,13	1,25	1,31	1,38	1,43	1,49	1,54	1,58	1,61	1,63	1,64	1,65	1,65	1,65
0,14	1,24	1,30	1,36	1,42	1,47	1,51	1,55	1,57	1,59	1,60	1,61	1,61	1,61
0,15	1,23	1,29	1,35	1,40	1,45	1,48	1,52	1,54	1,56	1,57	1,58	1,58	1,58
0,16	1,23	1,28	1,34	1,38	1,43	1,46	1,49	1,52	1,53	1,54	1,55	1,55	1,55
0,17	1,22	1,27	1,33	1,37	1,41	1,45	1,47	1,49	1,50	1,51	1,52	1,52	1,52

1er Exemple. *Section en croix. — Le profil des ailettes en un point quelconque doit avoir pour hauteur des nervures le double du diamètre y du conoïde idéal. —*

Fig. 418.



La dernière colonne, correspondant à k : h = 0,20, donne, à la 3e ligne. 2,02 pour h : y ; on doit donc prendre, pour l'épaisseur des nervures. b = 0,07 h.

2e Exemple. *Section étoilée. — En un point où h = 1,5 y, on a fait k = 0,6 h. — On doit prendre, pour l'épaisseur des nervures (ligne 8, col. 6 et 1), b = 0,12 h.*

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

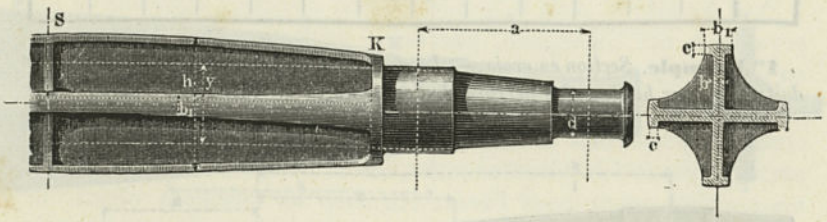
3e Exemple. *En choisissant b constant, la table permet de déterminer la valeur du diamètre k du noyau en chaque point, et inversement. L'arbre que représente la figure 418 correspond à l'hypothèse de k constant et b variable. — Les fuseaux, comme le corps de l'arbre, sont à section étoilée. Les têtes, comme le montrent les deux coupes, sont renforcées en vue du clavetage ; aux points les plus élevés du profil se trouvent deux rainures transversales, destinées à donner de la raideur. Au bout de chaque tourillon principal, et venu de fonte avec lui, existe un petit tourillon auxiliaire, qui est d'une grande utilité pour la mise en place de l'arbre.*

§ 140.

Arbre à nervures terminées par un rebord.

Pour les arbres qui ont à supporter des charges considérables, on a fréquemment recours à la forme de section représentée dans la figure 419 et qui se compose de nervures en croix, munies de rebords

Fig. 419.



à leurs extrémités. Dans ce cas, comme dans les précédents, après avoir tracé l'arbre circulaire idéal, de diamètre y, on choisit le profil, c'est-à-dire la hauteur h pour chacune des sections. Si nous supposons que, pour chaque section, l'épaisseur c du rebord soit précisément égale à l'épaisseur b de la nervure, nous aurons à prendre, pour la largeur b_1 :

$$\frac{b_1}{b} = 1 + \frac{\frac{3\pi}{16}\left(\frac{y}{h}\right)^3 - \frac{b}{h} - \left(\frac{b}{h}\right)^3}{6\left(\frac{b}{h}\right)^2 - 12\left(\frac{b}{h}\right)^3}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (128)$$

La table suivante a été calculée d'après cette formule. Comme en réalité $b_1 : b$ ne peut pas descendre au-dessous de 1 et qu'on ne lui fait jamais dépasser 7, les valeurs inscrites dans la table, pour ce rapport, sont comprises entre ces limites. On se borne d'ailleurs à déterminer quelques points, au moyen de cette table, et à les réunir par une ligne continue.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

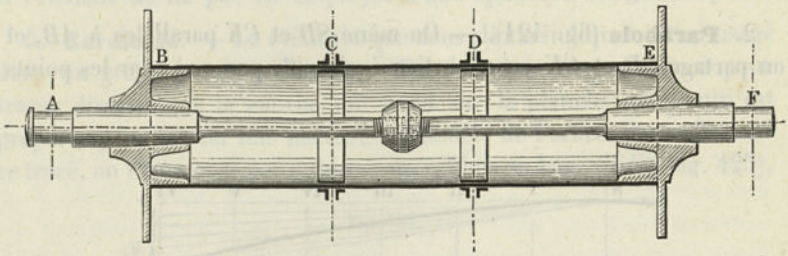
$\frac{b}{h}$	VALEURS DE $\frac{b_1}{b}$, POUR $\frac{h}{y}$ =									
	1,10	1,20	1,30	1,40	1,50	1,60	1,70	1,80	1,90	2,00
0,05	—	—	—	—	—	7,94	6,17	4,81	3,64	2,75
0,06	—	—	—	—	6,99	5,38	4,15	3,17	2,34	1,07
0,07	—	—	—	6,70	5,12	3,91	3,45	2,24	1,61	1,01
0,08	—	—	6,82	5,16	3,91	2,96	2,22	1,65	1,17	—
0,09	—	—	5,45	4,11	3,10	2,33	1,73	1,01	—	—
0,10	—	6,00	4,48	3,37	2,53	1,89	1,39	—	—	—
0,11	—	5,05	3,77	2,82	2,11	1,57	1,15	—	—	—
0,12	6,56	4,34	3,23	2,42	1,80	1,34	—	—	—	—
0,13	5,73	3,78	2,81	2,10	1,56	1,15	—	—	—	—
0,14	5,06	3,34	2,48	1,85	1,38	1,01	—	—	—	—

§ 141.

Arbres composés pour roues hydrauliques.

La figure 420 représente un arbre composé d'éléments en fonte et en fer, qu'on a substitué, dans une roue hydraulique de 10 mètres de hauteur et 6 mètres de largeur, à un arbre en fer, qui s'était rompu (1).

Fig. 420.



Les charges, agissant en quatre points, ont pour valeurs :

B	*C*	*D*	*E*
16090^k	5420^k	5420^k	10390^k

Soit, au total, 37 320 kilog. (2). Le corps est constitué par un tambour

(1) Cette roue appartient à la Société des Eaux du Rhône, à Genève. — Voir *Annales du génie civil*, 1866 et 1872. — La nouvelle construction est due à l'ingénieur Achard.
(2) Voir le diagramme de la figure 412, établi précisément sur les mêmes données.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

en tôle, de 1120^{mm} de diamètre et 10^{mm} d'épaisseur, composé de trois tronçons, rivés sur deux rosettes intermédiaires. Les deux tiges qui portent les tourillons s'engagent par des parties légèrement coniques dans les rosettes en fonte des extrémités; elles se prolongent jusqu'au milieu, où elles s'engagent dans un écrou à double filetage (droite et gauche). Le diamètre des tourillons est de 200^{mm} et leur longueur de 280^{mm}. En regard des rivures du tambour, sur la paroi extérieure, sont disposés des anneaux en fer à cornières, qui servent à la fixation des rosettes. La tension produite par la flexion dans la paroi du tambour n'est que de 2^{k},2; elle atteint, toutefois, 4^{k},5 dans les rivures.

§ 142.

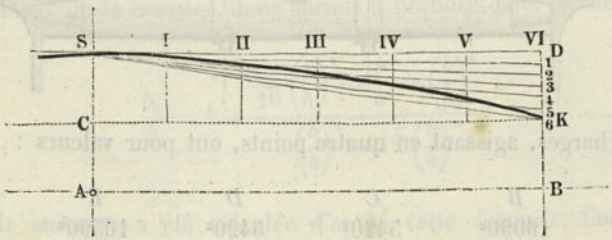
Tracé des profils des nervures.

Pour effectuer le tracé des lignes à faible courbure qui doivent limiter le profil des arbres à nervures ou à ailettes, on peut employer une des méthodes suivantes. Dans les figures correspondant à ces différentes méthodes, *AB* représente l'axe géométrique de l'arbre, *S* le sommet (connu) de la courbe du profil, *K* le point, également donné, où cette même courbe vient s'arrêter sur la tête de l'arbre.

1. **Arc de cercle.** — Ce genre de profil n'est admissible que pour les tracés à petite échelle, qui peuvent s'effectuer avec le compas ou au moyen de gabarits circulaires.

2. **Parabole** (fig. 421). — On mène *SD* et *CK* parallèles à *AB*, et on partage *SD* et *CK* en *n* parties égales (6, par ex.); par les points

Fig. 421.

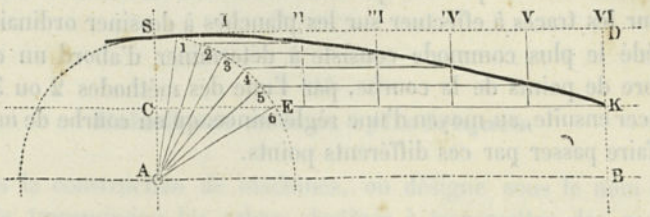


de division I, II, III, ... de *SD*, on mène des perpendiculaires à *CK*, et on trace les lignes *S*1, *S*2, *S*3..., qui, par leurs intersections avec les perpendiculaires I, II, III..., fournissent un certain nombre de points de la parabole.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

3. **Sinusoïde** (fig. 422). — On trace, comme précédemment, les lignes *SD* et *CK* parallèles à *AB*; du point *A* comme centre, avec *AS* pour rayon, on décrit un cercle et on divise l'arc *SE*, compris entre le point *S* et la ligne *CK*, en *n* parties égales (6, par ex.); on fait de

Fig. 422.

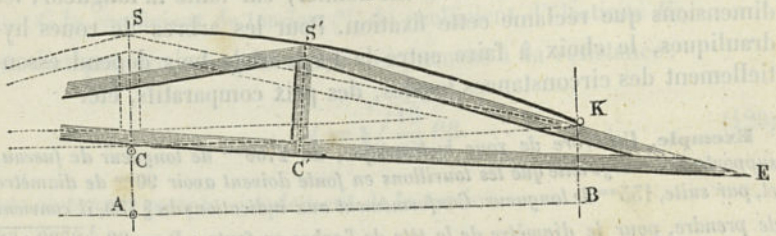


même pour la ligne *SD* et, par les points de division 1, 2, 3... on mène des parallèles à *AB*, qui, par leurs intersections avec les perpendiculaires abaissées sur cette même ligne des points I, II, III, ... fournissent autant de points de la courbe cherchée.

4. **Ligne élastique.** — On prend une règle prismatique, à section carrée, qu'on courbe avec beaucoup de soin, en agissant sur elle par pression, aux deux extrémités et au milieu; lorsqu'on est arrivé à une courbure dont la flèche a la grandeur voulue, on s'en sert pour tracer la courbe. Dans les constructions d'une certaine importance, on doit faire usage de règles ayant de 20 à 30^{mm} d'épaisseur, qu'on conserve sous l'eau. Dans les petits tracés sur les planches à dessiner ordinaires, il convient de ne pas en employer d'une épaisseur inférieure à 5^{mm}.

5. **Cardioïde.** — La méthode que nous allons indiquer est en usage dans un grand nombre d'usines; elle s'emploie de préférence pour tracer directement la courbe du profil sur la planche même qui est préparée pour former une nervure du modèle de l'arbre. Pour effectuer ce tracé, on commence par préparer un calibre en bois *S'KEC* (fig. 423),

Fig. 423.



dont les dimensions $C'S' = CS$ et $CE = CK$ sont données par la position des points *S* et *K*, qu'il s'agit de relier par une courbe. Après

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

avoir fixé en C et en K deux fortes pointes, on fait mouvoir le calibre, en ayant soin d'appuyer constamment le côté CE contre la pointe K; dans ce mouvement le point S' du calibre décrit un arc de cardioïde (péri-cardioïde), qui remplit parfaitement le but qu'on se propose; en fixant au point S' un crayon en plomb, on obtient directement le tracé de la courbe sur la planche qui doit former nervure dans le modèle.

Pour les tracés à effectuer sur les planches à dessiner ordinaires, le procédé le plus commode consiste à déterminer d'abord un certain nombre de points de la courbe, par l'une des méthodes 2 ou 3, et à la tracer ensuite, au moyen d'une règle mince, qu'on courbe de manière à la faire passer par ces différents points.

§ 143.

Arbres en bois.

Dans les roues hydrauliques on rencontre encore un assez grand nombre d'arbres en bois de chêne, dont la section est un polygone régulier. A l'exception des extrémités, qui doivent être disposées spécialement, d'après le mode de fixation adopté pour les tourillons (V. § 102), ces arbres sont prismatiques et leurs dimensions sont, par suite, en tous les points, celles qu'exige la section où se produit le maximum de tension. Pour déterminer le diamètre d'un arbre en bois de chêne, on commence par chercher celui de la tête de l'arbre en fonte, également chargé (V. § 129 à 137), et on multiplie ce dernier par 1,55 (c.-à-d. par la racine cubique du rapport des coefficients de charge de la fonte et du bois, qui sont respectivement 7,5 et 2). Le diamètre ainsi obtenu peut, dans certains cas, se trouver trop faible, lorsque, par ex., la tête de l'arbre doit être munie de bras fixés directement dans le bois: mais il est suffisant, quand la section reste pleine. Lorsque ce diamètre est inférieur à celui qu'exige la fixation des tourillons, il est nécessaire de l'augmenter et de lui donner, sur toute la longueur, les dimensions que réclame cette fixation. Pour les arbres de roues hydrauliques, le choix à faire entre la fonte et le bois dépend essentiellement des circonstances locales, des prix comparatifs, etc.

Exemple. *Un arbre de roue hydraulique, de* 2700^{mm} *de longueur de fuseau, supporte une charge telle que les tourillons en fonte doivent avoir* 90^{mm} *de diamètre et, par suite,* 135^{mm} *de longueur. Conformément aux indications du* § 130, *il convient de prendre, pour le diamètre de la tête de l'arbre en fonte :* $D = 90\sqrt[3]{2700 : 68} = 90\sqrt[3]{40} = 308^{mm}$. *Pour un arbre en bois, on aurait* $D' = 1,55 . 308 = 477^{mm}$.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

CHAPITRE NEUVIÈME

ARBRES DE TRANSMISSION

§ 144.

Calcul des arbres cylindriques.

Dans la construction de machines, on désigne sous le nom d'arbres de transmission les arbres destinés à transmettre des mouvements de rotation. Il convient de donner à ces arbres des dimensions suffisantes pour que, sous l'action des forces qui produisent la rotation, ils n'éprouvent que des déformations extrêmement faibles. Ordinairement, en dehors des efforts de torsion, les arbres de transmission ont encore à supporter des efforts de flexion, déterminés par les poids et les pressions des roues d'engrenage, des poulies, des leviers, etc., qu'ils portent en différents points. Tout d'abord nous laisserons complètement de côté ce dernier genre d'efforts, et nous nous bornerons à l'établissement des formules relatives au calcul des arbres cylindriques pleins, en fer et en fonte.

Si, pour un arbre de cette espèce, on désigne par

P la force qui produit le mouvement de rotation, en kilogrammes,
R le bras de levier sur lequel elle agit, en millimètres,
N le nombre de chevaux que l'arbre doit transmettre,
n le nombre de tours par minute,
d le diamètre de l'arbre,
L sa longueur, exprimée (exceptionnellement) en mètres,
θ^0 l'angle de torsion, en degrés,
S la tension, que détermine la rotation, à la circonférence,
G le coefficient de torsion ($^2/_5$ du coefficient d'élasticité E),

on doit prendre, en ayant égard uniquement à la résistance :

$$d = \sqrt[3]{\frac{16}{\pi S} PR.} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (129)$$

et, en tenant compte simplement de la torsion :

$$d = \sqrt[4]{\frac{32}{\pi G} \frac{1000 . L}{\theta^0} \frac{360}{2\pi} PR.} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (130)$$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Pour donner à l'arbre le même coefficient de sécurité qu'aux tourillons, il conviendrait, à la rigueur, de prendre pour S (V. § 5) les $^4/_5$ seulement de la tension limite admise dans le calcul de ces organes; mais comme, en réalité, l'examen de plusieurs installations soignées conduit à la même valeur pour la tension dans les deux cas, nous pouvons faire $S = 6$ pour les arbres en fer et $S = 3$ pour les arbres en fonte. Ces valeurs, substituées dans la formule (129), donnent, pour les arbres en fer, en tenant compte simplement de la résistance :

$$d = 0{,}95\sqrt[3]{PR} = 84{,}7\sqrt[3]{\frac{N}{n}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (131)$$

pour les arbres en fonte :

$$d = 1{,}19\sqrt[3]{PR} = 106{,}7\sqrt[3]{\frac{N}{n}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (132)$$

Relativement à la torsion, pour que la transmission s'effectue convenablement, il convient que l'angle de torsion θ ne dépasse pas un quart de degré par mètre courant, c'est-à-dire qu'on doit poser $\theta^0 = 0{,}25\ L$.

On tire alors de la formule (130),

pour les arbres en fer :

$$d = 4{,}13\sqrt[4]{PR} = 120\sqrt[4]{\frac{N}{n}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (133)$$

pour les arbres en fonte :

$$d = 4{,}91\sqrt[4]{PR} = 143\sqrt[4]{\frac{N}{n}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (134)$$

Dans ces expressions le quotient $N : n$ se déduit du moment statique PR, à l'aide de la relation

$$PR = \frac{60.75.1000}{2\pi}\frac{N}{n} = 716198\frac{N}{n} \quad \text{ou} \quad 716200\frac{N}{n}. \quad (135)$$

Ces formules ont servi à dresser la table que nous donnons ci-après pour les arbres en fer. De la comparaison des nombres fournis par cette table, il résulte qu'un arbre, tout en présentant une sécurité complètement satisfaisante au point de vue des déformations permanentes, peut cependant n'avoir que des dimensions tout à fait insuffisantes au point de vue de la torsion. Supposons, par exemple, qu'un arbre, de 8^m de longueur, soit sollicité, à l'une de ses extrémités, par

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

une force de 100^k, agissant sur un bras de levier de 500^{mm}, et qu'il ait simplement à transmettre ce moment de rotation de $50\,000^{kmm}$ à l'autre extrémité; d'après la ligne 2 de la table, il suffirait pour cela de lui donner un diamètre de 35^{mm}; mais, sur la même ligne, le nombre de la colonne 4 indique que ce moment est environ 10 fois celui qu'on peut admettre pour la torsion d'un arbre de ce diamètre et, d'après ce que nous avons dit précédemment, le déplacement de deux points des extrémités, situés primitivement sur la même fibre, correspondrait, dans ces cas, à un angle de $10.8.{}^1/_4 = 20^0$. Comme, d'après ce que nous avons admis, l'angle de torsion ne doit pas dépasser ${}^1/_4{}^0$ par mètre courant, c'est dans la colonne 4 que nous devons chercher le moment qui nous est donné; il ne se trouve pas directement dans cette table, mais il est compris entre les nombres de la 7e et de la 8e ligne; nous devons donc prendre, pour le diamètre, un nombre intermédiaire entre ceux qui, sur ces deux mêmes lignes, se trouvent dans la colonne 1; nous obtenons ainsi 63^{mm} environ; d'après la colonne 2, au point de vue de la résistance, l'arbre pourrait être soumis à un moment six fois plus considérable que celui dont il s'agit.

Pour les arbres d'une faible longueur, où la valeur de θ est naturellement toujours très petite, la considération de l'angle de torsion n'a qu'une importance secondaire. En principe, il conviendrait donc, dans chaque cas particulier, de tenir compte de la longueur de l'arbre, pour déterminer la grandeur de l'angle de torsion qu'on pourrait admettre comme limite.

La table que nous donnons pour les arbres en fer peut également servir pour les arbres en fonte, à la condition de prendre pour d, dans chaque cas, le nombre correspondant à une valeur double de celle qui est donnée pour PR ou $N : n$.

La charge limite admise pour l'acier étant les ${}^5/_3$ de celle du fer, il en résulte que, pour obtenir les diamètres d'arbres en acier, il suffit de multiplier ceux que la table donne, pour les arbres en fer, par $\sqrt[3]{0,6}$ ou 0,84, si l'on a simplement égard à la résistance; au contraire, lorsqu'on les calcule au point de vue de la torsion, il convient de prendre les mêmes valeurs que pour les arbres en fer, puisque les modules de torsion, pour le fer et pour l'acier, sont les mêmes et ont pour valeur commune les ${}^2/_5$ du module d'élasticité, soit 8000.

Remarque. Les arbres, qui sont exposés à de fortes variations de force vive, comme, par exemple, les arbres de laminoirs, de volants, etc., présentent des dimensions notablement supérieures à celles que donneraient les formules précédentes; les arbres de cette espèce constituent une construction spéciale, qui n'est pas soumise aux principes généraux que nous avons admis.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 145.

Arbres en fer forgé.

d	CALCULÉS AU POINT DE VUE DE LA RÉSISTANCE		CALCULÉS AU POINT DE VUE DE LA TORSION (Arbres moteurs)	
	PR	$\frac{N}{n}$	PR	$\frac{N}{n}$
30	52 968	0,046	2 776	0,004
35	50 311	0,071	5 142	0,007
40	75 598	0,105	8 773	0,012
45	107 354	0,150	14 055	0,020
50	147 263	0,206	21 482	0,030
55	196 096	0,274	31 359	0.044
60	254 470	0,355	44 415	0,062
65	323 556	0,452	61 173	0,085
70	404 088	0,564	82 280	0,115
75	497 012	0,694	108 430	0,151
80	605 187	0,842	140 367	0,196
85	725 501	1,010	178 888	0,250
90	858 855	1,199	224 842	0.314
95	1010 073	1,411	279 126	0,390
100	1178 100	1,645	342 694	0,478
110	1568 051	2,19	501 738	0,71
120	2035 756	2,84	710 610	0,99
130	2588 286	3,61	978 768	1,37
140	3252 706	4,51	1316 493	1,84
150	3976 088	5,55	1734 888	2,42
160	4825 498	6,74	2245 879	3,14
170	5788 005	8,08	2862 215	4,00
180	6870 679	9,59	3597 465	5,02
190	8080 588	11,28	4466 022	6,24
200	9424 800	13,16	5483 104	7,66
220	12541 231	17,51	8027 813	11,21
240	16286 054	22,74	11369 764	15,88
260	20706 285	28,91	15660 293	21,87
280	25861 651	37,11	21065 892	29,41
300	31808 700	44,41	27758 214	38,76
320	38603 981	53,90	35968 477	50,16
340	46304 042	64,66	45765 433	63,88
360	54965 454	76,75	57559 456	80,30

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

1er Exemple. *Une chaîne de grue exerce un effort de* 2700^k, *tangentiellement au tambour sur lequel elle est enroulée et dont le rayon (mesuré jusqu'à l'axe de la chaîne) est de* 185^{mm}; *quel diamètre doit-on donner à l'arbre en fer du tambour pour qu'il puisse transmettre cet effort? Dans ce cas, on a* $PR = 2700 . 185 = 499\,500$ *et, comme on ne doit avoir égard qu'à la résistance, la ligne* 10, *col.* 2, *indique qu'on doit prendre* $d = 75^{mm}$; *cette dimension doit être, en réalité, légèrement augmentée, pour tenir compte de l'effort de flexion auquel l'arbre se trouve également soumis* (*V.* § 150).

2e Exemple. *Une turbine doit transmettre un travail de* 92 *chevaux par l'intermédiaire d'un arbre horizontal, en fer forgé, ayant une vitesse de* 114 *tours par minute et une longueur de* $2^m,6$. *Pour déterminer le diamètre à donner à cet arbre, remarquons qu'ici* $N : n = 92 : 114 = 0,807$. *Au point de vue de la résistance, il suffirait, d'après la table* (*col.* 5, *lignes* 10 *et* 11), *de prendre, pour ce diamètre,* 78^{mm} *environ. Mais, si l'on veut que l'angle de torsion, par mètre de longueur, ne dépasse pas* $^1/_4{}^0$, *ce qui correspond à* $^2/_3{}^0$ *pour la longueur totale, la même table indique* (*col.* 5, *lignes* 16 *et* 17) *qu'on doit prendre* $d = 115^{mm}$. *Dans une installation où les données étaient identiquement les mêmes que pour notre exemple, on a donné à l'arbre intermédiaire un diamètre* $d = 135^{mm}$, *ce qui a eu pour résultat de diminuer encore la valeur que nous avons admise pour l'angle de torsion; une partie de l'augmentation de diamètre peut, d'ailleurs, être considérée comme correspondant aux efforts de flexion. Avec le diamètre* $d = 115^{mm}$, *l'arbre se trouve présenter une résistance supérieure à celle du premier cas, dans le rapport de* 115^3 *à* 78^3, *ou de* 5,18 *à* 1.

§ 146.

Arbres de transmission des machines.

Dans les calculs précédents, relatifs aux diamètres des arbres, nous n'avons pas tenu compte des forces qui peuvent tendre à leur donner un mouvement de flexion. En réalité, il existe toujours des forces de cette espèce, excepté dans les cas où le mouvement de rotation est produit par de véritables couples. Pour les arbres de transmission des usines, les forces qui tendent à produire la flexion consistent, dans la plupart des cas, en tensions de courroies et en pressions de roues d'engrenages, auxquelles il convient d'ajouter les poids de divers organes. Si l'on voulait tenir compte exactement de toutes ces forces, on serait conduit à des calculs d'une extrême complication. De plus, assez souvent, dans la pratique, on ménage sur ces arbres de longues portées, sans changement de diamètre, afin de pouvoir déplacer à volonté les poulies des courroies, qui servent généralement à transmettre le travail (1). On arrive, pour ces portées, à des valeurs parfaitement admissibles, en se bornant à les calculer par les for-

(1) L'emploi des poulies en deux pièces, aujourd'hui assez répandu, permet naturellement d'éviter ces portées.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

mules de torsion (133) ou (134), suivant qu'il s'agit d'arbres en fer ou en fonte. Les arbres ainsi calculés présentant, comme nous l'avons vu, une résistance généralement très élevée, il en résulte qu'on peut négliger sans hésitation les forces de flexion, que nous avons indiquées précédemment, et qui ont des valeurs relativement faibles. Pour arriver à diminuer le diamètre, il suffit d'augmenter le nombre n de tours par minute; ce nombre s'élève de 60 et 80 à 120, 140, 200 et même au delà, lorsque les machines à commander doivent tourner très rapidement. Les arbres moteurs verticaux ont généralement une vitesse de rotation plus faible que celle des arbres horizontaux; lorsqu'un arbre vertical traverse plusieurs étages, on le diminue, à chacun d'eux, d'une quantité correspondant au travail transmis à l'étage inférieur. Ces arbres verticaux s'exécutent quelquefois en fonte; du reste, cette matière, qu'on employait jadis assez souvent, pour les longues transmissions horizontales n'ayant à transmettre aucun travail sur leur parcours, est aujourd'hui d'un usage extrêmement limité.

Dans la pratique, la détermination des diamètres des arbres offre d'assez graves contradictions. Ainsi, certains arbres, pour lesquels la solidité est une condition essentielle, se trouvent soumis à des tensions très élevées, comme, par exemple, les arbres à manivelle des locomotives, pour lesquels la tension s'élève jusqu'à 9 ou 10^k et les arbres d'hélice des navires à vapeur, où elle peut aller de 5 à 6^k. Dans un grand nombre d'usines, au contraire, on rencontre des arbres de transmission qui ont à supporter une pression très faible (ce qui tient le plus souvent à ce qu'on les a calculés, avec raison d'ailleurs, en ayant égard à la torsion); il convient d'ajouter que, dans d'autres usines, les mêmes principes ne se trouvent pas observés et que les arbres, en raison de la faiblesse relative de leurs diamètres, subissent des torsions très considérables.

L'examen comparatif des arbres de transmission, dans les différentes installations, présente, du reste, d'assez grandes difficultés, en raison de l'incertitude qui existe généralement sur le travail réellement transmis par un arbre, et qui n'a souvent aucune relation avec le travail nominal pour la transmission duquel cet arbre a été primitivement établi. Nous nous bornerons à faire remarquer que l'emploi des formules précédemment données pour la torsion conduit à des valeurs qui, légèrement augmentées pour les arbres d'une très grande longueur, présentent une concordance très satisfaisante avec celles qu'on peut déduire de l'examen d'un grand nombre d'installations.

Quelques exemples rendront plus intelligibles les remarques qui précèdent et qui, jointes à celles du paragraphe précédent, offrent une assez grande utilité pour le constructeur.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

1er Exemple. *Dans un grand navire de guerre, dont les machines ont été exécutées à l'usine d'Indret, l'arbre de l'hélice est commandé par deux pistons à vapeur, qui exercent une pression de* $80\,000^k$ *sur deux manivelles, de* 550^{mm} *de longueur, calées à angle droit. Entre la partie coudée et l'hélice, cet arbre présente une longueur de* 22^m *et un diamètre de* 380^{mm}. *Si l'on calcule cet arbre en ayant égard simplement à la résistance, comme ici* $PR = 2\sqrt{0,5}.80\,000.550 = 62\,216\,000^{kmm}$, *on doit prendre, d'après la formule* (151), $d = 0,95\sqrt[3]{62\,216\,000} = 376^{mm}$, *valeur qui se rapproche beaucoup de celle de l'exécution et qui correspond à une tension maxima de* 6^k *à la circonférence. Si l'on voulait, au contraire, s'imposer la condition que l'angle de torsion ne dépassât pas* $^1/_4{}^0$ *par mètre, soit, pour toute la longueur,* $5^0\,^1/_2$, *on devrait, d'après la formule* (153), *prendre* $d = 4,13\sqrt[4]{62\,216\,000} = 367^{mm}$, *valeur légèrement inférieure à celle que donne la considération de la résistance. Avec le chiffre admis pour l'exécution, la valeur de l'angle total de torsion doit être légèrement au-dessous de* $5^0\,^1/_2$.

2e Exemple. *Dans la filature de Saltair, un arbre vertical en fonte, faisant* 92 *tours par minute, doit transmettre un travail de* 300 *chevaux ; son diamètre est de* 10 *pouces anglais ou* 254^{mm}. *En calculant cet arbre d'après la formule de torsion* (154), *nous trouverions* $d = 143\sqrt[4]{300 : 92} = 192^{mm},2$, *valeur qui n'est que les* $^3/_4$ *de celle qu'on a adoptée pour l'exécution. Tous les autres arbres de l'usine sont établis dans les mêmes conditions de résistance que l'arbre principal.*

3e Exemple. *Dans un laminoir, établi sur une chute du Rhin, un arbre, en fer forgé, de* 68^m *de longueur, doit transmettre aux cylindres un travail de* 120 *chevaux, fourni par une turbine. Le nombre de tours de cet arbre est de* 95 *par minute; par suite* $N : n = 120 : 95 = 1,263$. *En n'ayant égard qu'à la torsion, on devrait prendre* $d = 126^{mm}$ (*col.* 5, *lignes* 17 *et* 18), *tandis qu'en ne tenant compte que de la résistance, la même table donne* $d = 92^{mm}$ (*col.* 3, *lignes* 13 *et* 14). *Le constructeur a donné, en réalité,* 96^{mm} *aux tourillons, qui sont au nombre de* 32, *et* 100^{mm} *au corps de l'arbre. Le maximum de tension correspondant est de* $5^k,2$ *à la circonférence des tourillons et de* $4^k,6$ *seulement pour le corps principal. Le constructeur du moulin de Saltair* (1) *aurait donné à cet arbre un diamètre de* 200^{mm} *au moins, correspondant à une résistance environ huit fois plus grande que celle qui a été adoptée en réalité.*

4e Exemple. *Dans la filature du Logelbach, un arbre en fonte, de* 210^{mm} *de diamètre, dont la vitesse de rotation est de* 27 *tours par minute, sert à transmettre un travail de* 140 *chevaux (mesuré au frein). Le rapport* $N : n$ *est alors* $140 : 27 = 5,19$. *Comme il s'agit ici d'un arbre en fonte, nous devons doubler la valeur de ce rapport, et nous trouvons ainsi que la valeur de d est comprise entre* 200 *et* 220 (*col.* 5, *lignes* 25 *et* 26) ; *un calcul plus exact donne* $d = 225^{mm}$, *valeur qui est très sensiblement celle adoptée pour l'exécution. En tenant compte simplement de la résistance, on aurait trouvé* $d = 185^{mm}$ (*col.* 3, *lignes* 23 *et* 24).

5e Exemple. *Le même établissement possède une autre transmission en fonte, de* $25^m,5$ *de longueur, qui, avec une vitesse de* 50 *tours par minute, doit transmettre un travail de* 270 *chevaux (mesuré au frein); ce qui donne* 5,4 *pour le quotient* $N : n$. *Les tourillons de cette transmission ont un diamètre de* 175^{mm} ; *quant au corps de l'arbre, qui est légèrement renflé, il présente en section une forme*

(1) *Fairbairn, qui, pour les cas analogues, a proposé la formule* $d = 160\sqrt{N : n}$.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

analogue à celle de la figure 416; on peut le supposer remplacé par un corps cylindrique, de 215mm de diamètre, qui possède approximativement la même résistance. Si l'on cherche dans la table le diamètre à donner aux tourillons, en ayant égard simplement à la résistance, il convient, comme précédemment, de doubler le rapport N : n, et l'on trouve alors un nombre compris entre 180 et 190, ou, plus exactement 187mm, valeur supérieure à celle qu'on a admise en réalité. Au diamètre, qui est de 175mm, correspond une tension S = 3k,67. Pour le corps de l'arbre, comme sa longueur est très grande, il convient de déterminer son diamètre par la formule de la torsion, et de le chercher dans la colonne 5, pour une valeur de N : n égale à 2 . 5,4 = 10,8. On trouve ainsi que d est compris entre 200 et 220; si on le calcule plus exactement par la formule (154), *on trouve* $d = 143\sqrt[4]{5,4} = 143 . 1,52 = 217^{mm}$, *valeur qui est sensiblement celle qu'on a admise en exécution.*

§ 147.

Calcul de l'angle de torsion d'un arbre.

Dans un arbre cylindrique de diamètre d, qui, sur toute sa longueur L, est soumis à un moment de rotation PR, l'angle de torsion, pour une matière dont le coefficient d'élasticité de torsion est G, a pour valeur, d'après le § 13 (n° 1).

$$\theta^0 = \frac{32 . 360}{2\pi^2} \frac{PR}{d^4} \frac{1000 L}{G} = \frac{360 S}{\pi G} \frac{1000 L}{d} \quad . \quad . \quad . \quad (136)$$

formule qui, pour le fer forgé, dont le coefficient $G = 8000$, donne

$$\theta^0 = 72,95 \frac{PRL}{d^4} = 14,32 S \frac{L}{d} . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (137)$$

et, pour la fonte, une valeur double, soit :

$$\theta^0 = 145,9 \frac{PRL}{d^4} = 28,65 S \frac{L}{d} . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (138)$$

Ces formules, dans lesquelles L est la longueur de l'arbre, exprimée en mètres, et S la tension sur le contour de cet arbre, permettent, comme on le voit, de calculer facilement l'angle θ, pour une valeur connue de S. On ne doit pas perdre de vue que S et d dépendent l'un de l'autre, et que, par suite, si l'on adopte pour S, par ex., une certaine valeur, on devra, pour appliquer l'une des formules précédentes, commencer par déterminer la valeur correspondante de d.

Lorsque la transmission du moment de torsion s'opère en différents points, répartis sur la longueur de l'arbre, on peut encore faire usage des formules précédentes (V. § 13), à la condition de prendre pour L les valeurs suivantes :

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

a. la longueur entière de l'arbre (en mètres), lorsque le travail reçu à l'une des extrémités est transmis entièrement par l'autre;

b. la demi-longueur de l'arbre, lorsque la transmission du travail se répartit uniformément sur toute la longueur, ce qui a ordinairement lieu pour les arbres d'une certaine importance;

c. le tiers de la longueur de l'arbre, lorsque le travail transmis décroît uniformément depuis l'extrémité où il est reçu par cet arbre, jusqu'à l'autre extrémité (V. N° III, § 13) : ce mode de répartition du travail se trouve souvent réalisé, d'une manière satisfaisante, dans les usines où il existe des appareils exigeant des efforts différents;

d. d'une manière générale, la valeur de l'abscisse du point d'application de la résultante des diverses résistances à vaincre, lorsque ces résistances sont réparties d'une façon quelconque (V. N° IV, § 13). Pour déterminer ce point, on multiplie chacun des moments résistants, ou le travail correspondant en chevaux, par la distance du point d'application de la résistance à l'origine de l'arbre, on ajoute ces divers produits, et on divise la somme par le travail total à transmettre.

Nous allons prendre, comme exemples d'application, quelques-uns des arbres calculés dans le paragraphe précédent.

1er Exemple. *Pour l'arbre d'hélice du navire d'Indret* (1er *Ex.*, § 146), $S = 5^k,77$, $d = 380^{mm}$ *et* $L = 22^m$; *l'angle de torsion est donc, au maximum, d'après la formule* (137), $14,32 . 5,77 . 22 : 380 = 4^0\,{}^7/_8$, *et il se réduit aux* $^7/_{10}$ *de cette valeur, soit* $3^0\,{}^1/_2$, *quand l'une des manivelles est à un point mort.*

2e Exemple. *L'arbre du 3e Ex. n'a aucun travail à transmettre en des points intermédiaires; il repose sur 32 coussinets, dont la longueur peut être évaluée, pour chacun, à* 100^{mm} *et sa torsion, dans ces coussinets, est relativement plus considérable que pour le corps lui-même. D'après la formule* (137), *l'angle de torsion est* $\theta = 14,32\,[(52.0,1.5,2:96) + (68 - 3,2)4,6:100] = 14,32(0,173 + 2,981) = 45^0\,{}^1/_6$. *Une torsion de cette importance doit avoir pour résultat des variations assez fortes dans le travail transmis et elle ne serait pas admissible pour une fabrication comportant une certaine précision.*

3e Exemple. *En donnant à ce même arbre, suivant la règle proposée par Fairbairn, un diamètre de* 200^{mm} *et en remarquant que* $N : n = 1,263$, *on aurait, d'après la première expression de* θ^0 (137), $\theta = 72,95 . 716\,200 . 1,263 . 68 : 200^4 = 2^0,81$.

4e Exemple. *Dans une fabrique de cordes, près de Schaffouse, il existe un arbre de transmission, en acier Bessemer, de* $149^m,1$ *de longueur, qui s'élève, à partir des bords du Rhin, avec une inclinaison de* 23^0. *Son diamètre est* $d = 122^{mm}$; $N = 200$ *et* $n = 120$. *Il en résulte que* $S = 5,345$ *et, comme l'acier a le même module d'élasticité que le fer, la formule* (137) *donne* $\theta = 14,32 . 5,345 . 149,1 : 122 = 58^0\,{}^1/_2$ (!)

5e Exemple. *Un arbre en fer forgé, de* 50^m *de longueur et d'un diamètre constant, doit transmettre un travail total de 70 chevaux, à la vitesse de 100 tours par minute; on suppose de plus ce travail réparti à peu près uniformément sur toute la longueur. En cherchant d'abord la valeur à donner au diamètre, on trouve* (*col.* 5, *ligne* 16

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

$d = 110^{mm}$. Pour déterminer l'angle de torsion, on doit prendre, pour L, la demi-longueur de l'arbre seulement, et on a, par suite : $0 = 72{,}02 \cdot 716\,200 \cdot 0{,}7 \cdot 25 : 110^4 = 6^o\,45$ *ou* $6^o\,1/2$. *Directement, on obtient* $0 = 6^o\,1/4$, *en posant* $L = 25$ *et* $0^o = 1/4\,L$, *relation admise pour l'établissement de la formule* (133).

Si, dans un cas déterminé, la torsion, calculée comme nous venons de l'indiquer, paraissait trop considérable, il y aurait lieu d'augmenter le diamètre; comme ce diamètre entre dans la formule à la 4e puissance, il suffit d'une augmentation assez faible pour produire une diminution importante de l'angle de torsion.

6e Exemple. *Si l'on imposait la condition que l'arbre de l'Ex. précédent n'éprouvât qu'une torsion moitié de celle trouvée, il faudrait multiplier le diamètre obtenu par* $\sqrt[4]{2}$ *ou par* 1,189; *on devrait prendre, par suite,* $d = 110 \cdot 1{,}189 = 130^{mm}$.

§ 148.

Tourillons de rotation des arbres de transmission. Arbres en fer rond laminé.

Les tourillons des arbres de transmission peuvent être, soit des tourillons d'extrémités et alors il convient de les calculer comme des tourillons frontaux, soit, ce qui est le cas le plus ordinaire, des tourillons intermédiaires, dont les longueurs se déterminent d'après les indications du § 95.

Pour les arbres de transmission intermédiaires des appareils d'usines et pour un grand nombre d'autres arbres, il est d'ailleurs inutile de déterminer la longueur l des tourillons par un calcul spécial. Lorsque cette longueur n'est pas limitée par des circonstances particulières (comme, par ex., celles qu'on rencontre dans les locomotives), on peut faire de suite l assez grand et égal, par ex., à $3/2\,d$, $2d$, $4d$, etc. (V. §. 109 et suiv.), à la condition de prendre les précautions nécessaires pour assurer un contact parfait du tourillon et de son palier.

Depuis un certain nombre d'années, les forges de Kirkstall, en Angleterre, sont arrivées à développer, dans une assez large mesure, l'emploi d'arbres de transmission qui, au lieu d'être tournés, sont simplement rendus parfaitement ronds et polis par un procédé particulier de laminage. Ce résultat s'obtient en plaçant les arbres à polir entre deux disques plans, dont les axes géométriques, horizontaux et parallèles, écartés de 22c,5 environ, tournent dans le même sens, avec une très grande vitesse, la même pour tous les deux (V. § 195). Peu de temps après son laminage, la barre de fer est disposée entre les disques et soumise à l'action de l'eau; elle roule rapidement sur elle-même, en même temps qu'elle éprouve un mouve-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

ment de progression, et elle ne tarde pas à prendre une forme à peu près rigoureusement cylindrique; sa surface devient extrêmement nette et polie, de telle sorte qu'il est parfaitement inutile de la tourner, pour l'employer comme arbre de transmission.

Cette opération a, en outre, pour effet de modifier la qualité de la matière, de telle sorte qu'un arbre, après polissage, se trouve avoir un coefficient de charge supérieur de près de $^1/_5$ à celui qu'il avait auparavant (1). Cette dernière propriété, bien que n'étant pas sans valeur, doit cependant être considérée comme ayant une importance moindre que la suppression du tournage.

L'emploi des arbres ronds polis semble donc devoir être recommandé, et le développement croissant qu'il a pris s'explique par les deux avantages qui viennent d'être signalés. Il convient, d'ailleurs, de faire remarquer qu'on ne saurait, sans inconvénient, entamer la pellicule extérieure, laquelle semble être un peu plus dure et un peu plus dense que le reste de la masse. Entaillé sur une certaine longueur, l'arbre cesserait de rester rond : les rainures de clavettes ne sont donc guère admissibles; mais les nouveaux modes de fixation des moyeux, qui dispensent d'entailles pour le logement des clavettes, permettent d'éviter cet inconvénient; non seulement les corps des arbres, mais encore les tourillons et les collets, dans le système des forges de Kirkstall, ne sont ordinairement pas soumis à l'opération du tournage.

§ 149.

Sections composées. Arbres en bois.

Pour déterminer les dimensions des arbres de transmission à sections composées (sections annulaires, en croix, etc.), on commence par calculer le diamètre d d'un arbre plein cylindrique (formé de la même matière), et de ce diamètre d on déduit tous les éléments cherchés, en opérant exactement de la même manière que pour les arbres chargés transversalement (§§ 139 à 142). Pour les arbres en bois (chêne),

(1) Les expériences de *Kirkaldy* ont donné les résultats suivants (mentionnés dans le catalogue descriptif de la *Kirkstall Forge Company*, à l'Exposition de Melbourne) :

	MODULES DE CHARGE		MODULES DE RUPTURE	
	Traction.	Torsion.	Traction.	Torsion.
Tiges rondes ordinaires.	—	15,56	—	38,88
Tiges rondes polies.	21,85	18,40	37,1	34,77

Il est à remarquer que le polissage semble abaisser le module de rupture, tandis qu'il élève le coefficient de charge. — Le rapport entre les coefficients de charge pour la traction et la torsion est ici 1 : 0,84 (v. § 5).

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

le diamètre D du cercle inscrit dans la section polygonale doit être pris au moins égal à 1,75 du diamètre de l'arbre en fonte équivalent. En admettant cette dernière valeur, qui est précisément la racine quatrième du rapport 10000 : 1100 des coefficients d'élasticité de la fonte et du bois, l'angle de torsion doit être le même pour les deux arbres. L'usage des arbres en bois est, du reste, extrêmement limité.

§ 150.

Arbres chargés.

Sous la désignation d'arbres chargés, nous comprenons ici tous les arbres de transmission qui, en dehors des efforts de torsion, se trouvent soumis à des efforts de flexion. Ainsi que nous l'avons déjà fait remarquer, presque tous les arbres rentrent, à la rigueur, dans cette catégorie; mais, pour un grand nombre d'entre eux, on peut, sans inconvénient, ne pas tenir compte de la tendance à la flexion. Dans le cas où les efforts de flexion ont une importance trop considérable pour être négligés, on se trouve conduit à des calculs de résistance composée. Afin d'arriver au résultat de la manière la plus simple et la plus commode, il convient de transformer les deux moments statiques de torsion et de flexion en un moment fléchissant idéal, et de calculer l'arbre, en le supposant soumis à l'action de ce moment. Les formules de transformation ont été données précédemment, § 18.

Si l'on désigne par

M_t, le moment de torsion pour une section,

M_f, le moment de flexion pour la même section,

le moment fléchissant idéal, susceptible de les remplacer tous deux, est :

$$(M_f)_i = {}^5/_8\, M_f + {}^5/_8 \sqrt{M_f^2 + M_t^2}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (139)$$

Pour les calculs numériques, on peut, au moyen du théorème de *Poncelet*, remplacer cette formule par les expressions approximatives suivantes :

Lorsque M_f est $> M_t$,

$$(M_f)_i = 0{,}975\, M_f + 0{,}25\, M_t. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (140)$$

Lorsque M_f est $< M_t$,

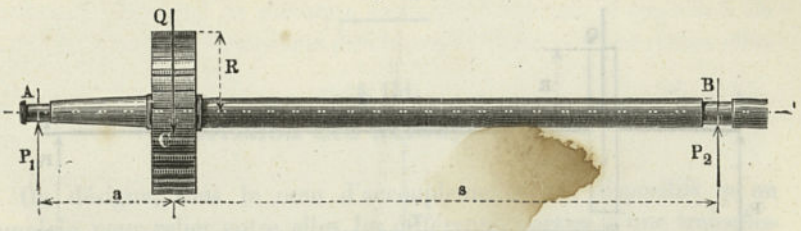
$$(M_f)_i = 0{,}625\, M_f + 0{,}6\, M_t. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (141)$$

Nous allons appliquer successivement à un exemple la méthode analytique et les procédés de la graphostatique.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

I. **Méthode analytique**. — L'arbre ABC (fig. 424) porte, en C, une roue dentée R, sur laquelle agit tangentiellement la force Q; le corps de l'arbre CB se trouve alors sollicité à la torsion par le moment $M_t = QR$; cette force Q tend également à faire fléchir l'axe et

Fig. 424.



donne lieu, dans les tourillons A et B, aux réactions $P_1 = Qs : (a+s)$ et $P_2 = Qa : (a+s)$. La section la plus exposée est en C, les deux moments fléchissants atteignant en ce point leur maximum $M_f = P_1 . a = P_2 . s$; c'est donc à cette section qu'on doit appliquer les calculs précédents.

Exemple. *En supposant* $Q = 2500^k$, $R = 500^{mm}$, $a = 500^{mm}$, $s = 2000^{mm}$, *on trouve d'abord :* $P_1 = Q . 2000 : 2500 = 0{,}8 . Q = 2000^k$ *et* $P_2 = Q . 500 : 2500 = 0{,}2 . Q = 500^k$. *On a, de plus :* $M_t = 2500 . 300 = 750\,000$ *et* $M_f = 2000 . 500 = 1\,000\,000$. *Comme* M_f *est ici plus grand que* M_t, *on doit recourir à la formule* (140) *ce qui donne :* $(M_f)_t = 0{,}975 . 1\,000\,000 + 0{,}25 . 750\,000 = 1\,162\,500^{kmm}$, *expression qui permet de calculer directement le diamètre de la tête de l'arbre en C. — Pour un arbre en fonte, à section circulaire en C, le diamètre D se déduit de la formule* $(M_f)_t = S \frac{\pi}{32} D^3$, *qui, pour* $S = 3^k$, *donne* $D = \sqrt[3]{1\,162\,500 . 32 : 3\pi} = 158^{mm}$. *Le diamètre du tourillon en A s'obtient à l'aide de la table du* § 91 ; *on trouve ainsi* $d_1 = 70^{mm}$ (*col.* 4, *ligne* 10). *Le tourillon intermédiaire en B est donné par la table du* § 145 ; *en prenant, pour le moment de torsion, une valeur double de celle que nous avons calculée, puisqu'il s'agit d'un arbre en fonte, on a approximativement* $d_2 = 110^{mm}$ (*col.* 2, *ligne* 16). *En opérant ainsi, on ne tient compte que de la résistance, sans avoir égard à l'angle de torsion.*

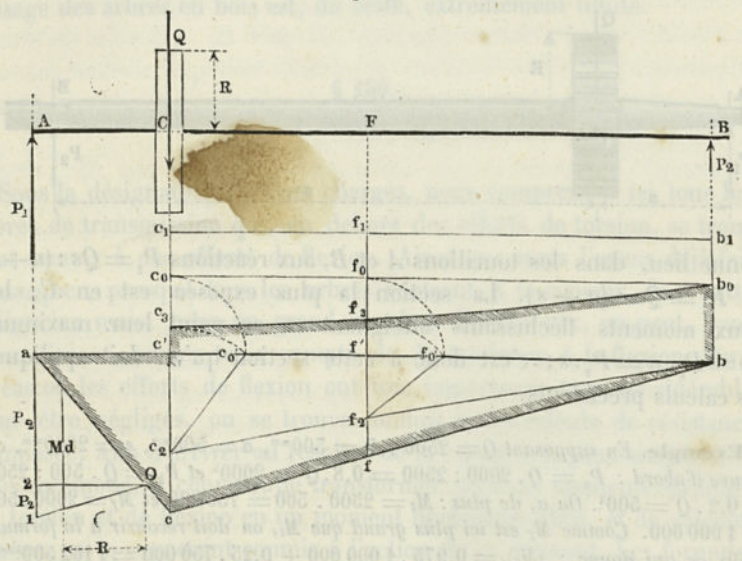
II. **Procédé graphostatique**. — On commence par tracer (fig. 425), pour le moment fléchissant, le polygone articulé abc, dont la ligne de fermeture est horizontale, puis le polygone des forces $a\,10$; on obtient ainsi les réactions P_1 et P_2 et, en acc', la surface des moments pour le fuseau AC.

Cela fait, pour déterminer le moment M_t, il suffit de mener, dans le polygone des forces, à une distance R du pôle O, une ordonnée verticale M_d, qui est précisément égale à M_t. Si nous portons cette ordonnée en $c'c_1$ et bb_1, et que, sur ces lignes, nous prenions $c'c_0 = bb_0 = \frac{5}{8} c'c_1$, $c'c_0b_0b$ représentera le rectangle de torsion pour la longueur

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

CB de l'arbre. Il nous reste maintenant à effectuer la composition des moments de flexion et de torsion, d'après la formule (139). A cet effet, prenons $cc_2 = {}^5/_8\, cc'$ et menons la droite bc_2; pour un point quelconque du polygone, f par ex., on aura $ff_2 = {}^5/_8 ff'$. Si l'on ra-

Fig. 425.



bat $c'c_0$ sur ab, en $c'c'_0$, dans le triangle rectangle $c_2c'c'_0$, l'hypothénuse $c_2c'_0 = \sqrt{({}^5/_8\, cc')^2 + ({}^5/_8\, c'c_1)^2}$ et, par suite, la somme $cc_2 + c_2c'_0 = cc_2 + c_2c_3$ représente le moment cherché $(M_f)_i$ pour la section C; de même $ff_2 + f_2f'_0 = ff_2 + f_2f_3$ donne le moment $(M_f)_i$ pour le point F. La ligne $c_3f_3b_0$ est une courbe (hyperbole) qui, dans le cas actuel, peut être remplacée approximativement par la ligne droite c_3b_0.

Le polygone $acbb_0c_3c'$, que nous venons d'obtenir, permet de déterminer les dimensions des arbres chargés, en opérant comme nous l'avons fait précédemment (§§ 132 et suivants).

Nous donnerons plus loin d'autres exemples de la composition des moments pour les axes de leviers et de manivelles.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

CHAPITRE DIXIÈME

ASSEMBLAGES OU ACCOUPLEMENTS D'ARBRES

§ 151.

Division des accouplements.

On désigne, sous le nom d'accouplements, les dispositifs qu'on emploie pour relier entre elles les différentes parties d'une transmission et assurer ainsi la communication du mouvement de rotation de l'une à l'autre.

On distingue plusieurs espèces d'accouplements :

1° Les accouplements fixes;
2° Les accouplements mobiles;
3° Les accouplements à débrayage.

Les accouplements fixes constituent le mode de liaison ordinaire des arbres qui doivent conserver une position invariable, les uns par rapport aux autres, en tournant autour du même axe géométrique. Les accouplements mobiles sont destinés à permettre, entre certaines limites, une variation dans la position relative des arbres qu'ils réunissent les uns aux autres. Enfin, le dernier mode d'accouplement permet de produire à volonté, pendant la marche, la réunion ou la séparation des deux arbres. Nous allons indiquer successivement les principales formes de ces trois genres d'assemblages.

I. ACCOUPLEMENTS FIXES

§ 152.

Accouplements par manchons.

Les accouplements fixes sont formés d'une pièce unique ou de deux pièces. La première espèce comprend les accouplements par manchon, que représente la figure 426.

Le manchon entoure entièrement les extrémités des arbres à accoupler, qui sont reliés avec lui par une clavette longitudinale.

Dans ces accouplements, comme dans tous ceux que nous donne-

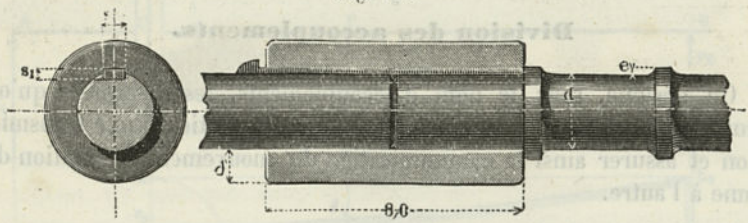
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

rons ci-après, la dimension prise pour unité est l'épaisseur δ du manchon, qu'on détermine par la relation

$$\delta = 5 + \frac{d}{3}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (142)$$

où d désigne le diamètre des arbres supposés en fer forgé. Toutefois, cette même formule peut également être appliquée aux arbres en fonte.

Fig. 426.



Les dimensions de la clavette sont données par la formule (71), relative aux clavettes de torsion (§ 68). Depuis quelque temps, on prend, de plus en plus, la précaution de recouvrir le nez de la clavette, au moyen d'une calotte ou boîte spéciale (couvre-clavette), fixée sur l'arbre ; on évite ainsi complètement les dangers qu'entraînait, pour les ouvriers, la saillie de la clavette, lorsqu'elle venait accrocher leurs vêtements.

A l'intérieur du manchon, les deux extrémités sont quelquefois reliées par un assemblage en forme de queue d'aronde ou même par un simple recouvrement. Encore, dans ces derniers temps, ces deux dispositions ont-elles été, pour ainsi dire, mises complètement de côté.

La figure 427 représente un assemblage formé de deux pièces ; cet accouplement a l'avantage de ne présenter aucune partie saillante ; la clavette se trouve recouverte entièrement par les moyeux des plateaux, et les têtes, ainsi que les écrous des boulons d'assemblage, se trouvent masquées par les nervures annulaires des plateaux.

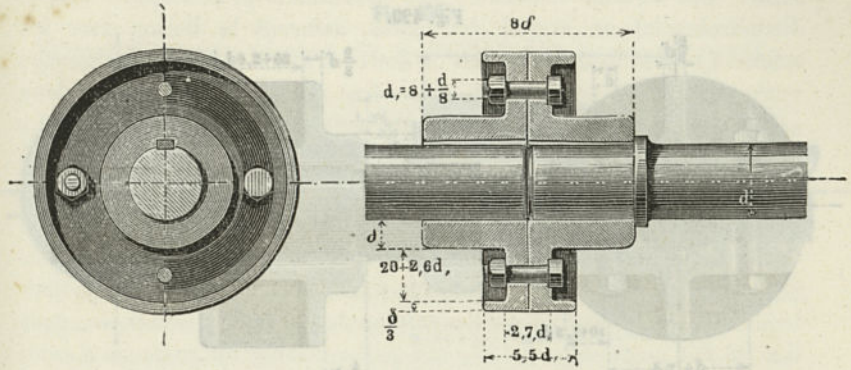
Le nombre i des boulons est donné par l'expression $i = 2 + {}^1/_{30} d$. En prenant, pour le diamètre extérieur des filets, $d_1 = 8 + {}^1/_8 d$, on obtient des boulons qui possèdent une résistance suffisante, lors même que d aurait été calculé par la formule (131), c'est-à-dire sans tenir compte de l'angle de torsion. Il en résulte qu'ils doivent présenter une sécurité relativement considérable, lorsque d se trouve déterminé par la formule (133), c'est-à-dire en ayant égard à la torsion.

L'accouplement par plateaux est depuis longtemps employé, pour les transmissions d'usines, en Angleterre, en Allemagne et en France. Il offre cet avantage que quelques-uns des manchons peuvent être utilisés comme poulies. Il se prête, en outre, très facilement au démontage

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

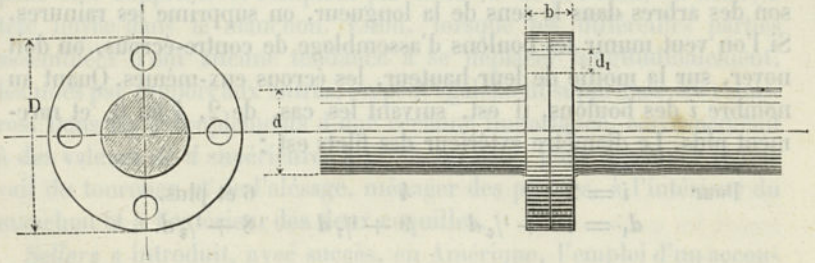
d'une partie de la transmission. Malgré ces avantages, ce mode d'accouplement paraît un peu laissé de côté dans les installations nouvelles.

Fig. 427.



Par contre, il a trouvé une application sérieuse dans les navires à hélices. Dans la disposition généralement adoptée (fig. 428), les plateaux sont venus de forge avec les arbres à réunir, de telle sorte qu'on

Fig. 428.



n'a pas à redouter les conséquences du desserrage d'une clavette. Cette modification, introduite en 1852 par *Langdon*, est aujourd'hui d'un usage général. Le nombre des boulons varie de 4 à 6.

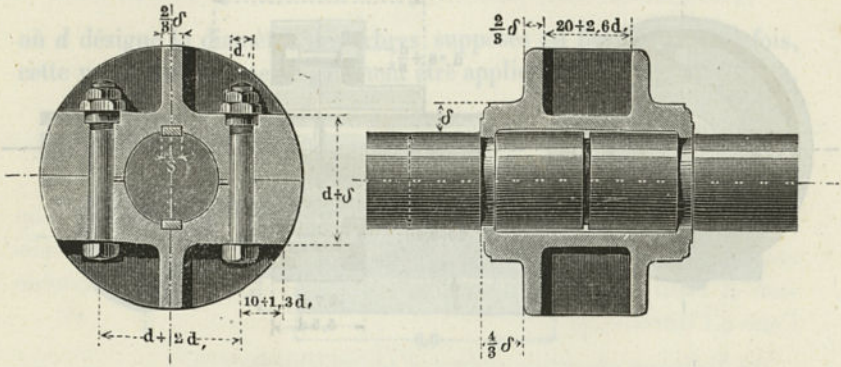
Exemple. *Navire « Jason » construit par J. Watt et Cie*, $d = 304$, $D = 608$, $d_1 = 76$, $b = 152^{mm}$, $i = 4$. — *« Varrior », de John Penn and Son*, $d = 432$, $D = 940$, $d_1 = 102$ (?), $b = 254^{mm}$, $i = 6$. — *Navire de Ravenhill et Hodgson*, $d = 304$, $D = 635$, $d_1 = 76$, $b = 152^{mm}$, $i = 4$.

La figure 429 représente l'accouplement à coquilles, composé de deux pièces, dont la surface de jonction est un plan passant par l'axe commun des deux arbres. Les deux clavettes longitudinales se trouvent entièrement recouvertes par les parties en contact avec les arbres,

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

tandis que les têtes et les écrous des boulons d'assemblage se trouvent masqués par les nervures circulaires. Lorsque ce dispositif est destiné à assurer également la liaison des arbres, dans le sens de la longueur,

Fig. 429.



il convient de pratiquer, sur chacun d'eux, une légère rainure, dans laquelle vient s'engager un rebord, ménagé à l'extrémité correspondante de la coquille. Il suffit de donner à ces rainures une profondeur égale à $1^{mm},5 + {}^1/_{100}d$. Lorsqu'il n'y a aucun intérêt à assurer la liaison des arbres dans le sens de la longueur, on supprime les rainures. Si l'on veut munir les boulons d'assemblage de contre-écrous, on doit noyer, sur la moitié de leur hauteur, les écrous eux-mêmes. Quant au nombre i des boulons, il est, suivant les cas, de 2, 4 ou 6, et rarement plus. Le diamètre extérieur des filets est :

Pour	$i = 2$	4	6 et plus.
	$d_1 = 10 + {}^1/_6 d$	$9 + {}^1/_7 d$	$8 + {}^1/_8 d$.

Exemple. *Pour un arbre de transmission de* 60^{mm}, *le diamètre des boulons d'assemblage, si l'on n'en emploie que deux, est* $d_1 = 10 + {}^1/_6 . 60 = 20^{mm}$; *pour quatre, il serait* $d_1 = 9 + {}^1/_7 . 60$, *ou* 18^{mm}, *et, pour six,* $d_1 = 8 + {}^1/_8 . 60$ *ou* 16^{mm}.

Ruggle a construit un accouplement à coquilles, avec un boulon unique à double pas, qui traverse le manchon en son milieu.

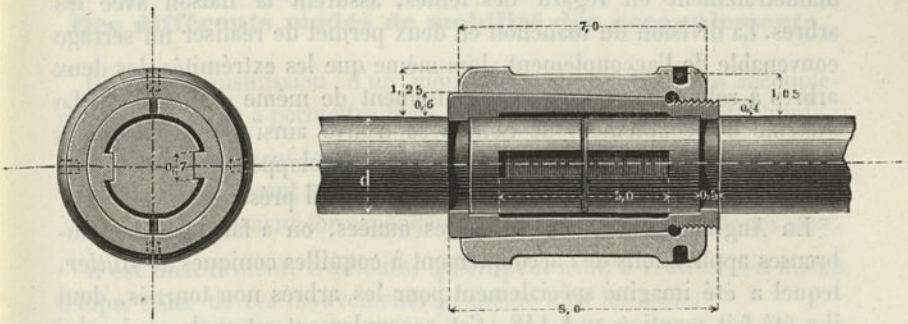
La figure 430 représente un autre genre d'accouplement, à coquilles coniques, imaginé par l'auteur. Dans cette disposition, la liaison des deux coquilles, dans le sens transversal, est assurée par une clavette annulaire, qui les recouvre.

Les deux coquilles sont munies, à l'intérieur, de parties saillantes, venues de fonte avec elles et dressées avec soin, qui s'ajustent exactement dans des rainures correspondantes, ménagées aux extrémités des arbres. D'après les nombres proportionnels inscrits sur la figure, l'in-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

clinaison du côté du cône est, pour chaque côté, de $^1/_{40}$, c.-à-d. celle qu'on admet pour les clavettes simples qui doivent rester à poste fixe. Dans les arbres exposés à des chocs, pour prévenir tout déplacement,

Fig. 430.

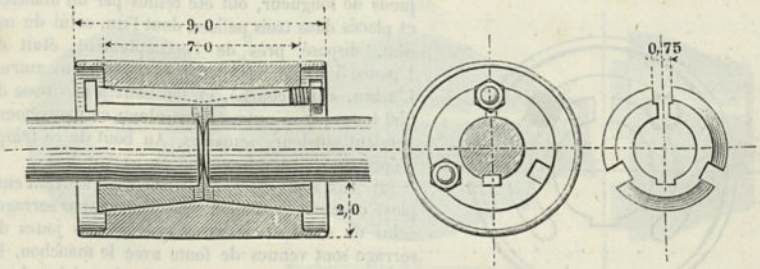


la partie la plus mince des deux coquilles porte un filet, qui s'engage dans une partie également filetée du manchon de recouvrement. Le bourrelet de ce manchon-clavette porte quatre trous, dans lesquels on introduit une clef, qui permet de le serrer complètement à fond.

Pour les arbres où l'on n'a pas à redouter l'effet des chocs, le filet peut être supprimé et remplacé par deux vis de pression, en acier, à tête noyée dans le manchon. Enfin, lorsque les différentes parties assemblées n'ont aucune tendance à se déplacer longitudinalement, les unes par rapport aux autres, on peut également supprimer les rainures. Dans les accouplements d'une certaine importance, correspondant à des valeurs de d supérieures à 60^{mm}, on peut, pour diminuer le travail du tournage et de l'alésage, ménager des portées, à l'intérieur du manchon et à l'extérieur des deux coquilles.

Sellers a introduit, avec succès, en Amérique, l'emploi d'un accou-

Fig. 431.



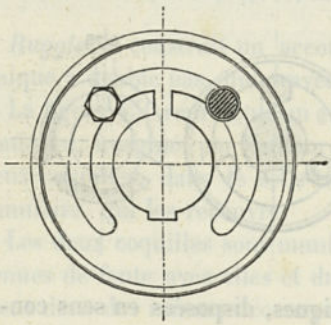
plement composé de deux coquilles coniques, disposées en sens contraire, les petites bases en regard (fig. 431) ; ces coquilles sont main-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

tenues pressées, contre la surface intérieure d'un manchon à double tronc de cône, par trois boulons longitudinaux; elles sont, d'ailleurs, fendues suivant une génératrice (v. fig. de droite), de manière à présenter une certaine élasticité; des prisonniers prismatiques, établis diamétralement en regard des fentes, assurent la liaison avec les arbres. La division du manchon en deux permet de réaliser un serrage convenable de l'accouplement, lors même que les extrémités des deux arbres à relier ne sont pas rigoureusement de même diamètre (1). Le système d'accouplement de Sellers se trouve ainsi réunir plusieurs avantages et c'est ce qui explique le grand développement qu'il a pris, malgré les sérieuses difficultés d'exécution qu'il présente.

En Angleterre, dans ces dernières années, on a fait d'assez nombreuses applications de l'accouplement à coquilles coniques de *Butler*, lequel a été imaginé spécialement pour les arbres non tournés, dont il a été fait mention au § 148. Cet accouplement est analogue à celui de Sellers, à cela près que les trois boulons longitudinaux se trouvent remplacés par un boulon élargi, dont l'axe coïncide avec celui des arbres. Butler a également supprimé complètement les prisonniers; la fixation sur les arbres s'obtient par un simple serrage, au moyen du boulon, des deux coquilles coniques fendues longitudinalement (2). L'accouplement complet comprend donc cinq pièces : les deux coquilles coniques, fendues suivant une génératrice, le manchon qui les entoure et qui est fileté intérieurement à ses deux extrémités et enfin les deux bouchons filetés (composant l'écrou élargi), qui ont la forme de douilles et servent à presser les coquilles contre le manchon.

Pour tous les accouplements fixes dans les arbres de transmission, Sellers recommande de graisser avec soin, avant leur mise en place, toutes les surfaces, afin d'empêcher la rouille, qui autrement se développe assez rapidement.



(1) L'accouplement de Sellers a été soumis à l'expérience suivante. Deux arbres, de 10 pieds de longueur, ont été réunis par un manchon et placés dans trois paliers, dont l'un, celui du milieu, disposé près de l'accouplement, était de 1 pouce 3/4 en dehors de la ligne des deux autres. L'arbre, ainsi courbé, et tournant à la vitesse de 250 tours par minute, fut maintenu en mouvement pendant plusieurs semaines. Au bout de ce temps d'épreuve, le manchon était en parfait état.

(2) Aux États-Unis, on trouve assez souvent employé un autre système d'accouplement par serrage, celui de *Cresson*. Dans ce système, les joues de serrage sont venues de fonte avec le manchon, la pression s'exerce au moyen de boulons à bouchons faiblement coniques. La coïncidence exacte des axes géométriques ne se produit pas ici d'elle-même, comme cela a lieu dans le système de Sellers. — V. Engineering, 1878. Mars, p. 439.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

II. ACCOUPLEMENTS MOBILES

§ 153.

Des différents modes de mobilité des accouplements.

Dans la transmission d'un mouvement de rotation, un accouplement peut avoir à permettre trois genres de déplacements différents :

a. Un déplacement longitudinal, ou suivant la direction des axes;
b. Un déplacement transversal, ou perpendiculaire au premier;
c. Un déplacement correspondant à une variation de l'angle des axes.

Il est bien évident, d'ailleurs, qu'on peut avoir à réaliser, en même temps, deux de ces mouvements ou même tous les trois.

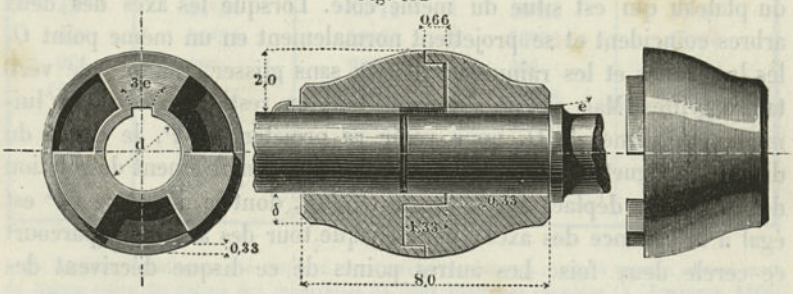
Dans le premier cas, les axes géométriques des arbres coïncident; dans le second, ils sont parallèles et, dans le troisième, ils se coupent; dans le mouvement résultant de la composition de *b* et de *c*, ces axes se croisent, sans être dans un même plan. Ces différents genres de déplacements se trouvent tous réalisés dans la pratique.

§ 154.

Accouplements mobiles longitudinalement et transversalement.

Pour permettre un déplacement dans le sens de la longueur des axes, il suffit de transmettre le mouvement de rotation d'un arbre à l'autre, au moyen d'organes de forme prismatique. Comme exemple de disposition qu'on peut employer, dans ce cas, nous citerons le manchon à griffes de *Sharp* (fig. 432). Ce manchon, qui se compose de

Fig. 432



deux parties, ne permet que de faibles déplacements; comme il permet également une légère variation de l'angle des axes, son emploi

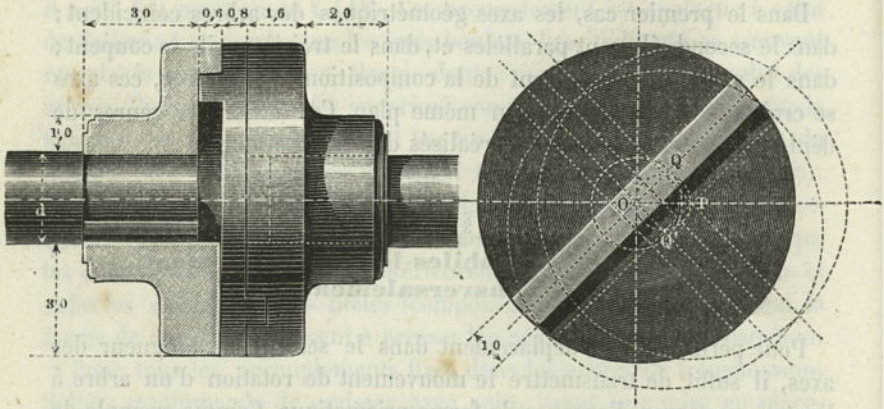
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

présente certains avantages pour les transmissions dans lesquelles on ne peut pas compter complètement sur la position des supports. Tout récemment, dans différentes installations, on a adopté, pour cet accouplement, une disposition nouvelle : on a complètement supprimé le recouvrement des griffes, de telle sorte qu'on peut utiliser l'une des moitiés pour fondre la seconde.

Dans les navires à hélice, où l'on veut se ménager la possibilité de soulever cet organe, on munit l'arbre de couche d'un accouplement disposé de manière à permettre un déplacement longitudinal assez grand pour qu'on puisse retirer, du moyeu de l'hélice, l'extrémité de l'arbre, qui, dans cette pénétration, présente une forme pyramidale (1).

Comme exemple d'accouplement mobile dans le sens transversal, nous citerons le joint d'*Oldham* (fig. 433), qui se compose de trois

Fig. 433.



plateaux, dont deux sont calés sur les extrémités des arbres; le troisième porte, sur ses faces, deux languettes prismatiques, inclinées, l'une sur l'autre, de 90°, et dont chacune s'engage dans une rainure du plateau qui est situé du même côté. Lorsque les axes des deux arbres coïncident et se projettent normalement en un même point *O*, les languettes et les rainures agissent, sans glisser, comme de véritables griffes. Mais si l'un des axes, tout en restant parallèle à lui-même, s'éloigne de *O*, pour venir se projeter en *P*, le centre du disque à languettes arrive en *Q* et, pendant le mouvement de rotation des arbres, se déplace sur le cercle *OQPQ'*, dont le diamètre *OP* est égal à la distance des axes; pour chaque tour des arbres, il parcourt ce cercle deux fois. Les autres points de ce disque décrivent des

(1) V. à ce sujet le *Vignole des mécaniciens* d'Armengaud, Paris, 1863, les *Appareils à vapeur de navigation* de Ledieu, 1862, et Ortolan, *Machines à vapeur marines*, Paris, 1859.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

cardioïdes. La transmission du mouvement, d'un arbre à l'autre (1), s'effectue d'une manière uniforme.

Les autres modes d'accouplement, qui, comme le précédent, permettent une certaine mobilité dans le sens transversal, sont aujourd'hui très peu employés, et nous ne nous y arrêterons pas.

§ 155.

Accouplements articulés.

Le plus répandu de tous les organes mobiles, destinés à relier des arbres, est l'accouplement à articulations en croix, qu'on désigne sous les différents noms de joint universel, joint de *Hooke*, ou mieux encore de joint à la *Cardan* (2). Ce mécanisme, qui permet une variation de l'angle des axes, entre certaines limites, se compose de trois pièces, dont deux sont fixées sur les extrémités des arbres à relier ; la troisième, dans la disposition la plus généralement adoptée, est un croisillon, dont chaque bras se termine par un tourillon. Chaque couple de tourillons s'engage dans l'une des deux premières pièces. La transmission du mouvement ne s'effectue pas d'une manière uniforme ; en désignant par α l'angle des axes des deux arbres, les angles de rotation ω et ω_1 de l'arbre moteur et de l'arbre mené sont reliés par l'équation

$$\frac{tg\,\omega_1}{tg\,\omega} = cos\,\alpha \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (143)$$

le mouvement est donc périodiquement varié et la longueur de la période est de 180°. On a déduit de la formule les valeurs suivantes pour ω_1 :

ω	$\alpha = 10°$	20°	30°	40°
30°	29°38	28°29	26°54	25°51
45°	44°34	43°12	40°54	37°27
60°	59°34	58°26	56°22	55°04
90°	90°	90°	90°	90°
120°	120°26	121°34	123°38	126°56
135°	135°26	136°48	139°06	142°33
150°	150°22	151°31	153°26	156°01
180°	180°	180°	180°	180°

(1) Le joint d'Oldham a été employé, en Angleterre, dans un navire à vapeur, comme mode de liaison entre les arbres des manivelles de deux machines couplées (V. Engineer, 1866).

(2) S'il n'est pas l'inventeur de l'articulation en croix, l'Italien *Cardan* semble toutefois avoir été un des premiers qui l'aient utilisée (1501 à 1576) ; l'Anglais Hooke (1635 à 1702) a simplement eu l'idée d'appliquer ce mécanisme à la transmission de mouvements de rotation.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

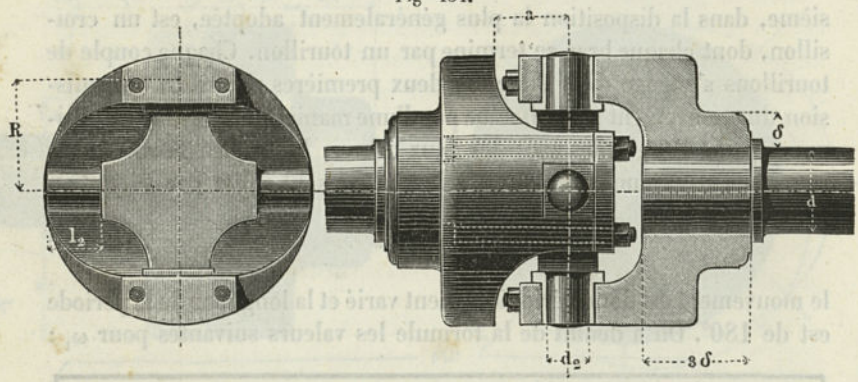
Ce tableau montre que, pour de faibles valeurs de α, les différences entre ω et ω_1 sont peu importantes. Entre les vitesses angulaires w et w_1 existe la relation :

$$\frac{w_1}{w} = \frac{\cos \alpha}{1 - \sin^2 \omega \sin^2 \alpha}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (144)$$

Le maximum du rapport correspond à $\sin \omega = 1$ et a pour valeur $1 : \cos \alpha$, tandis que le minimum est $\cos \alpha$, pour $\sin \omega = 0$ (1). Lorsque les deux arbres ont des forces vives peu considérables et que l'angle α est petit, les variations de vitesse sont assez faibles et peuvent être négligées.

Les dispositions employées pour les joints à articulations en croix sont extrêmement variées ; nous allons indiquer successivement les plus importantes. Dans le dispositif de la figure 434, les pièces fixées sur les

Fig. 434.



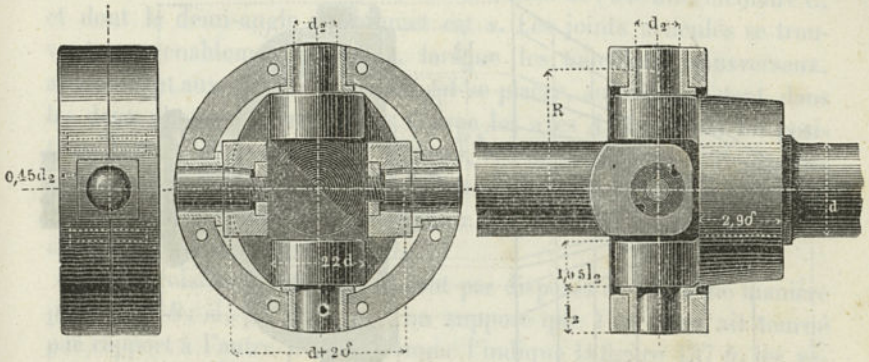
arbres sont en fonte, tandis que le croisillon intermédiaire est en fer forgé. Le rapport $R : d$ est très variable. Le diamètre d_2 d'un tourillon peut se calculer d'après les règles indiquées précédemment, en remarquant que, pour une valeur (PR) du moment de rotation des arbres, la pression P_2 sur le tourillon est représentée, avec une exactitude suffisante, par $^1/_2 (PR) : R$. La distance désignée par a doit recevoir une valeur d'autant plus grande que l'angle d'inclinaison α est lui-même plus considérable. Dans la disposition représentée sur la figure, l'angle α est supposé très petit. Les joints des coussinets des supports doivent être disposés, de préférence, dans le plan des axes des arbres et non, comme on le fait parfois, normalement à ce plan : l'usure se produit alors d'une manière moins irrégulière et est plus facile à corriger.

(1) Les valeurs de ω sont comptées de telle sorte que $\omega = 0$, lorsque l'axe des tourillons transversaux de l'arbre mené se trouve dans le plan des axes des deux arbres.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Le joint à articulations en croix joue un rôle important dans un grand nombre de navires à hélices, où on l'utilise pour donner à l'arbre de couche une certaine flexibilité, qui lui permette de se prêter suffisamment aux déformations qu'éprouve la carcasse du navire. Avec des machines d'une grande puissance, l'arbre de couche est ordinairement muni de deux joints articulés. La figure 435 représente un joint

Fig. 435.



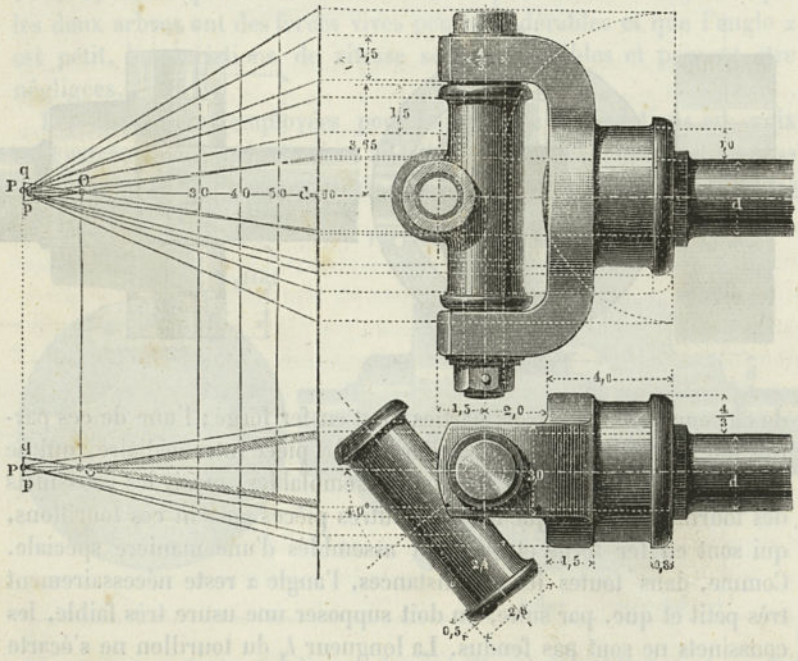
de ce genre, dont les trois parties sont en fer forgé ; l'une de ces parties fait corps, en réalité, avec l'arbre. La pièce intermédiaire, qui se compose de deux parties annulaires semblables, reçoit les coussinets des tourillons, tandis que les deux autres pièces portent ces tourillons, qui sont en fer forgé et qui sont assemblés d'une manière spéciale. Comme, dans toutes les circonstances, l'angle α reste nécessairement très petit et que, par suite, on doit supposer une usure très faible, les coussinets ne sont pas fendus. La longueur l_2 du tourillon ne s'écarte pas beaucoup du diamètre et varie de 1 à 1,25 d_2 ; toutes ces dispositions ont principalement pour but de réduire les dimensions de l'accouplement et de rendre, par suite, R aussi petit que possible.

La figure 436 représente une troisième disposition d'accouplement à croisillon articulé. Dans ce cas, les tourillons transversaux sont de véritables boulons, qui peuvent tourner, à la fois, dans la pièce intermédiaire et dans les pièces fixées sur les extrémités des arbres. Pour rendre la construction plus simple, les axes de ces boulons ne sont pas dans le même plan ; ils se trouvent écartés d'une quantité légèrement supérieure à leur diamètre. Par suite de cet écartement, la transmission du mouvement n'est plus identique pour les deux périodes d'un tour entier des arbres. Mais, avec un faible écartement des boulons et pour les installations qui n'exigent pas une très grande précision, on peut, sans inconvénient, ne pas tenir compte de cette diffé-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

rence. La disposition représentée sur la figure est fréquemment employée dans les machines agricoles, notamment pour relier les manèges à chevaux aux appareils qu'ils doivent faire mouvoir. Dans le tracé de l'échelle de proportion, que nous donnons ici, le module adopté est $\delta = 5 + {}^1/_3 d$. Le pôle P, qui sert à la détermination des différentes dimensions, doit, par suite, correspondre au point pour lequel on a

Fig. 436.



$5 + {}^1/_5 d = O$, c'est-à-dire à $d = -15^{mm}$. Comme l'échelle de la figure est de ${}^1/_5$, il en résulte qu'on doit faire $pq = -d = 3^{mm}$.

Les variations de vitesse, qu'entraîne dans la transmission du mouvement l'emploi du joint articulé, et qui sont exprimées par la formule (144), présentent, dans un grand nombre de cas, des inconvénients sérieux ; il est évident qu'elles ne sont pas admissibles, toutes les fois qu'on a besoin d'une exactitude géométrique (comme par ex., dans les minuteries des grandes horloges), ou qu'on a à tenir compte des forces vives de masses animées d'un mouvement rapide (comme dans les machines à battre, etc.). Dans tous les cas de ce genre, il est toujours possible d'éviter le défaut que nous venons de signaler, en installant un double joint articulé, c'est-à-dire en disposant convenablement deux accouplements simples de même forme.

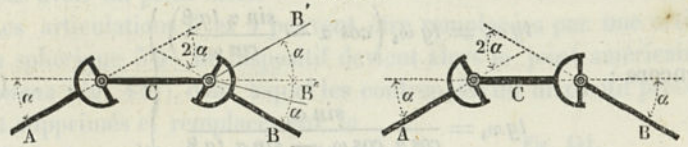
A cet effet, on réunit l'arbre moteur A (fig. 437 a) à l'arbre mené B

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

par l'intermédiaire d'un troisième arbre C, dont l'inclinaison est la même sur chacun des deux premiers; en disposant symétriquement les deux joints articulés d'assemblage, le mouvement se transmet uniformément de A à B. Avec cette disposition, l'arbre mené peut occuper des positions très différentes par rapport à A, la position B, par exemple, avec un angle d'inclinaison sur A égal à 2α, ou la position B', parallèle à A, ou, d'une manière générale, la position B'', située sur la surface d'un cône de révolution, décrit autour de l'axe intermédiaire C, et dont le demi-angle au sommet est α. Les joints articulés se trouvent convenablement disposés, lorsque les tourillons transversaux, appartenant aux axes A et B, viennent se placer, au même instant, dans les deux plans que forme l'axe C avec les axes A et B. Pour les positions B et B' de l'axe de l'arbre mené, ces deux plans coïncident, mais il n'en est pas de même pour les autres positions B'' que cet axe peu occuper sur le cône. Dans ce dernier cas, les deux axes A et B sont croisés l'un par rapport à l'autre.

Si les croisillons articulés ne sont pas disposés de la même manière pour A et B; si, par exemple, on suppose que l'un deux ait tourné par rapport à l'autre de 90°, comme l'indique la figure 437 *b*, les va-

a Fig. 437. *b*



riations de vitesse non seulement ne sont pas évitées, mais encore peuvent se trouver, dans certaines conditions, notablement augmentées; dans le cas dont il s'agit, on a, en effet : $tg\,\omega_1 = tg\,\omega\,cos^2\alpha$, ω et ω_1 correspondant respectivement à A et à B. Si l'on suppose $\alpha = 30°$, pour $\omega = 45°$, on trouve $tg\,\omega_1 = (1/2\sqrt{3})^2 = 0{,}75$, c'est-à-dire $\omega_1 = 36°{,}54$ au lieu de $40°{,}54$, qu'indique la table que nous avons donnée précédemment, pour le cas d'un accouplement simple. Il importe de ne pas perdre de vue cette cause importante de variation de vitesse.

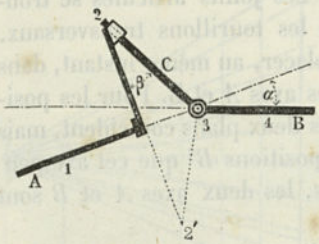
Les accouplements ordinaires de laminoirs, sous une forme très imparfaite, rentrent dans la classe des doubles joints articulés; les croisillons à tourillons se trouvent remplacés par des bourrelets arrondis, disposés comme prisonniers; dans les installations plus soignées, comme celles de *Schaltenbrand*, par exemple, on retrouve l'emploi de tourillons en croix; les axes de ces tourillons ne se rencontrent pas et présentent un certain écartement, comme dans la disposition de la figure 436; la pièce intermédiaire de cet accouplement est, par suite,

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

également une pièce à double douille. En disposant l'arbre intermédiaire de manière qu'il puisse se déplacer longitudinalement, les accouplements de ce genre, même grossièrement exécutés, assurent une transmission uniforme du mouvement, puisqu'ils rentrent, en définitive, dans la disposition ACB' de la figure 437 *a*.

La figure 438 représente, sous forme schématique, un accouplement à articulations, imaginé par le professeur *Reuleaux*. A est l'arbre moteur, B l'arbre mené, sur lequel est articulée, en 3, la pièce C, au moyen de tourillons normaux à cet arbre ; cette même pièce C est munie, à son autre extrémité, d'un tourillon qui s'engage, en 2, dans une douille, ménagée à l'extrémité d'un levier, calé sur l'arbre A. L'arbre B et la pièce $3C2$ font, avec l'arbre A, des angles respectivement égaux α et à $90° - \beta$.

Fig. 438.



Entre les angles de rotation ω_1 et ω_4, décrits dans le même temps par les arbres A et B, qui tournent dans des paliers de position invariable, on a la relation :

$$\left.\begin{aligned} tg\,\omega_1 &= tg\,\omega_4\left(cos\,\alpha - \frac{sin\,\alpha\,tg\,\beta}{cos\,\omega_1}\right) \\ \text{ou encore :}\quad tg\,\omega_4 &= \frac{sin\,\omega_1}{cos\,\alpha\,cos\,\omega_1 - sin\,\alpha\,tg\,\beta} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad (145)$$

La transmission du mouvement de rotation de A à B a lieu d'une manière beaucoup moins uniforme que dans le joint de *Cardan*, puisque le rapport des vitesses angulaires oscille entre les valeurs $1 : (cos\,\alpha \mp sin\,\alpha\,tg\,\beta)$ et $cos\,\alpha : (1 + sin^2\alpha\,tg^2\beta)$ (1).

L'accouplement dont il s'agit est un accouplement articulé oblique, en ce sens que la fourchette correspondant à l'arbre A, au lieu de lui être perpendiculaire, est inclinée sur lui d'un angle $90° - \beta$. Si maintenant on réunit deux accouplements de ce genre l'un à l'autre, en les disposant symétriquement, comme dans la figure 439, on obtient un accouplement articulé à transmission uniforme. Les deux douilles 3 et 4 sont invariablement reliées l'une à l'autre et leurs axes font un angle égal à 2β. Pratiquement, pour l'exécution, il est préférable de rempla-

(1) En supposant $\alpha = 30°$, $\beta = 30°$, les valeurs du rapport sont, pour les différents points cardinaux, 1,73, 0,80 et 0,866, tandis qu'avec le joint de Cardan, on a simplement 1,154 et 0,866 ; l'écart est donc beaucoup moins considérable.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

cer les douilles par des tourillons et de reporter les douilles correspondantes sur les pièces C_1 et C_2 (fig. 440).

Il est convenable de prolonger ces pièces au delà des points d'articulations 2 et 5, pour équilibrer la charge dans une certaine mesure.

Fig. 439.

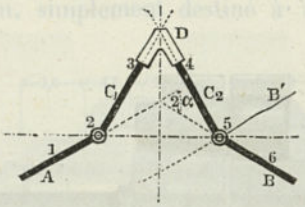
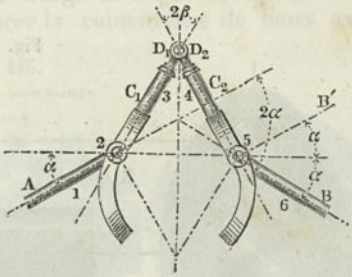


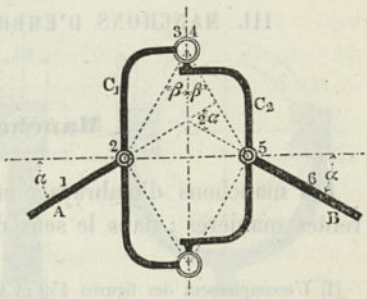
Fig. 440.



Rien n'empêche, d'ailleurs, d'adopter une autre disposition pour faire contrepoids. Les tourillons 3 et 4 peuvent être reliés par un filetage à une articulation distincte, de manière à pouvoir se placer d'eux-mêmes dans la position imposée par l'angle β. On doit, du reste, éviter avec soin de prendre pour α une valeur égale à $90^0 - \beta$, ou inversement, pour ne pas avoir un point mort.

Les articulations 3 et 4 peuvent être remplacées par une articulation sphérique 3′4′. Le dispositif devient alors le joint américain, de *Clemens* (fig. 441), dans lequel les contrepoids du dispositif précédent sont supprimés et remplacés par la répétition complète des pièces C_1 et C_2. Clemens a fait des applications de son joint, dans lesquelles on avait $2\alpha = 90^0$. Il semble qu'il serait préférable de ne pas répéter les pièces C_1 et C_2, puisque de petites erreurs d'exécution sont alors sans inconvénients, tandis qu'elles deviennent une cause de dérangement dans l'autre cas. Si, comme dans le double accouplement de la figure 437, on incline l'axe B de $360^0 - \alpha$, au lieu de α, de telle sorte que les arbres A et B soient parallèles (position B' dans la figure 439), on arrive à un très grand degré d'irrégularité dans la transmission du mouvement de rotation (1); dans ce cas surtout il y

Fig. 441.



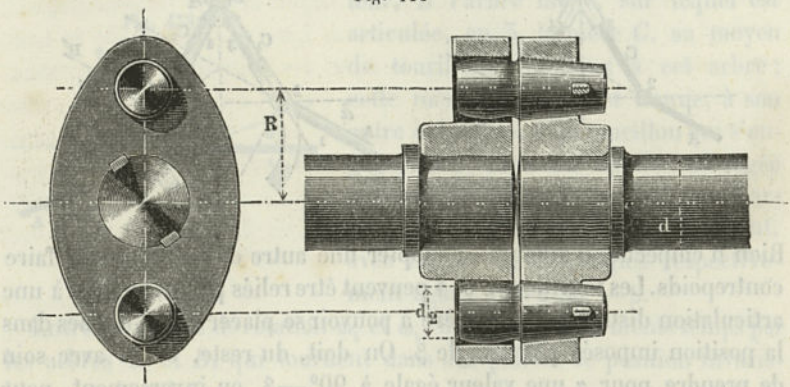
(1) Pour $\alpha = \beta = 30^0$, comme dans la figure 439, le rapport des vitesses angulaires se trouverait osciller entre 1/2 et 2.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

aurait à supprimer le doublement des pièces intermédiaires adopté par Clemens (1).

Pour les hélices des vaisseaux à vapeur, où les variations des angles des diverses parties de l'arbre de couche sont peu considérables, on trouve quelquefois employé un mode d'accouplement très simple, qui se trouve représenté par la figure 442. Cet accouplement qui exige un

Fig. 442



palier à l'extrémité de chaque arbre, permet de petits mouvements de chaque tronçon d'arbre par rapport au suivant. Cette mobilité est analogue à celle que donne le croisillon articulé et peut, dans un grand nombre de cas, être considérée comme suffisante (2).

III. MANCHONS D'EMBRAYAGE ET DE DÉBRAYAGE

§ 156.

Manchons à dents.

Les manchons d'embrayage et de débrayage peuvent agir de différentes manières : dans le sens de l'axe, radialement et transversale-

(1) L'accouplement des figures 439 et 440 est un des exemples des nombreuses transformations qu'on peut faire subir à l'intéressante chaîne cinématique Cf_6, étudiée au § 152, dans le traité de *Cinématique* du professeur Reuleaux. En faisant $\beta = 0$, on obtient l'articulation universelle à double anneau, proposée par le même professeur (V. *Berliner Verhandlungen*, 1865, p. 53). — Si, dans la figure 439, on fait $\beta = 0$, en conservant la distance 2,5, on retombe sur le dispositif de la figure 437 *a*.

(2) Une disposition plus compliquée, mais qui, par suite de ses propriétés, présente un grand intérêt au point de vue de la transmission du mouvement, est celle qui a été proposée, pour les arbres d'hélices des navires à vapeur, par Otto Dingler (V. Dingler, P. J. 1866, P. 197) ; cet accouplement, qui est à articulations, permet, en même temps, des déplacements longitudinaux et transversaux.

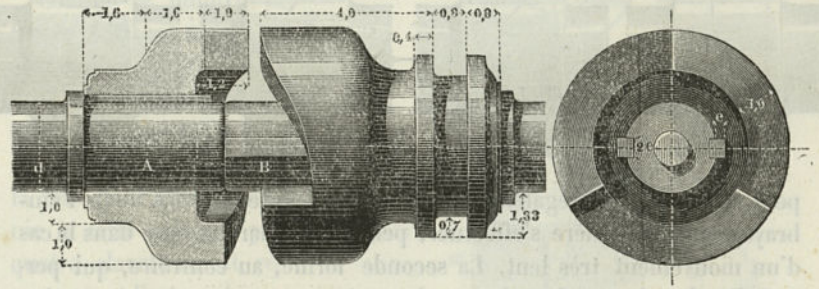
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

ment. Nous allons examiner successivement les principales dispositions en usage.

Le manchon de débrayage le plus ancien et dont l'emploi est encore très répandu est le manchon à dents, que représente la figure 443. Il appartient à la première catégorie.

Les deux extrémités A et B des arbres sont réunies par un petit tourillon, simplement destiné à assurer la coïncidence de leurs axes;

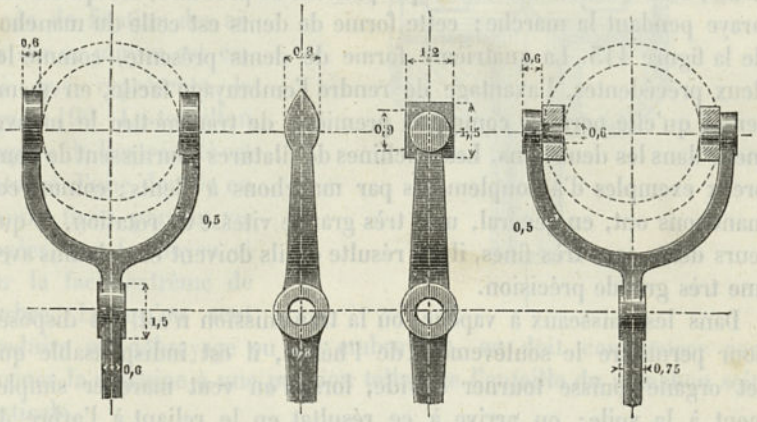
Fig. 443.



l'arbre B porte deux languettes fixes, suivant lesquelles peut glisser une pièce, munie de rainures correspondantes; le mouvement de cette pièce, dans un sens ou dans l'autre, permet d'établir ou de supprimer, à volonté, la liaison des deux arbres.

Le module adopté pour les dimensions des deux pièces du manchon est : $\delta = 5 + {}^1/_3 d$; le nombre des dents se détermine d'une manière satisfaisante, par la formule $z = 1 + {}^1/_{40} d$. Le mouvement, dans les

Fig. 444.



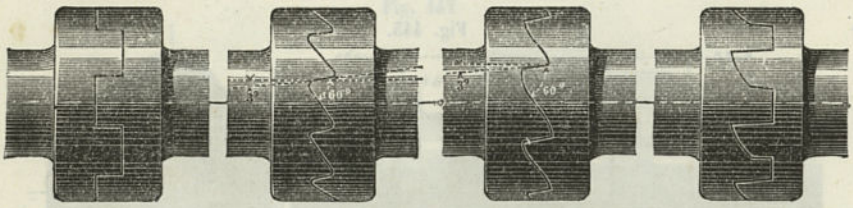
deux sens, est produit par un levier, dont les extrémités s'engagent dans une rainure annulaire, pratiquée sur le moyeu de la partie du manchon qui correspond à l'arbre B. La figure 444 indique deux dispositions de

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

leviers de ce genre. Le module des dimensions est le même que précédemment.

Les dents des manchons peuvent recevoir différentes formes. La figure 445 donne les tracés de celles qui sont le plus fréquemment employées. Avec la première disposition, le mouvement de rotation

Fig. 445.



peut se transmettre également bien dans les deux sens, mais l'embrayage ne peut guère s'effectuer, pendant la marche, que dans le cas d'un mouvement très lent. La seconde forme, au contraire, qui permet d'embrayer pendant la marche, même avec un arbre à rotation rapide, ne peut transmettre le mouvement que dans un sens; les surfaces des dents, sur lesquelles s'exerce la pression, sont légèrement inclinées sur la normale à la direction du mouvement ; cette inclinaison, qui a pour but de rendre le débrayage plus facile, est d'ailleurs trop faible pour mettre en question la sécurité de l'embrayage, lorsqu'il existe. Dans la troisième disposition, les dents sont renforcées à la pointe, afin d'éviter les chances de rupture d'une ou plusieurs de ces dents, sous l'action des chocs qui peuvent se produire, lorsqu'on embraye pendant la marche; cette forme de dents est celle du manchon de la figure 443. La quatrième forme de dents présente, comme les deux précédentes, l'avantage de rendre l'embrayage facile, en même temps qu'elle permet, comme la première, de transmettre le mouvement dans les deux sens. Les machines de filatures fournissent de nombreux exemples d'accouplements par manchons à dents; comme ces manchons ont, en général, une très grande vitesse de rotation, et que leurs dents sont très fines, il en résulte qu'ils doivent être établis avec une très grande précision.

Dans les vaisseaux à vapeur, où la transmission n'est pas disposée pour permettre le soulèvement de l'hélice, il est indispensable que cet organe puisse tourner à vide, lorsqu'on veut marcher simplement à la voile; on arrive à ce résultat en le reliant à l'arbre de couche par un manchon de débrayage. On emploie, dans ce cas, des manchons à dents de grandes dimensions, ou des manchons à tourillons prisonniers, dont le nombre varie de 4 à 6.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Il convient, toutefois, d'ajouter que la marine anglaise emploie, de préférence, un autre mode de débrayage. Dans ce dispositif, l'arbre de l'hélice, supporté par deux paliers, est mis en mouvement par l'intermédiaire d'un manchon d'embrayage mobile transversalement, qu'on appelle le manchon moteur.

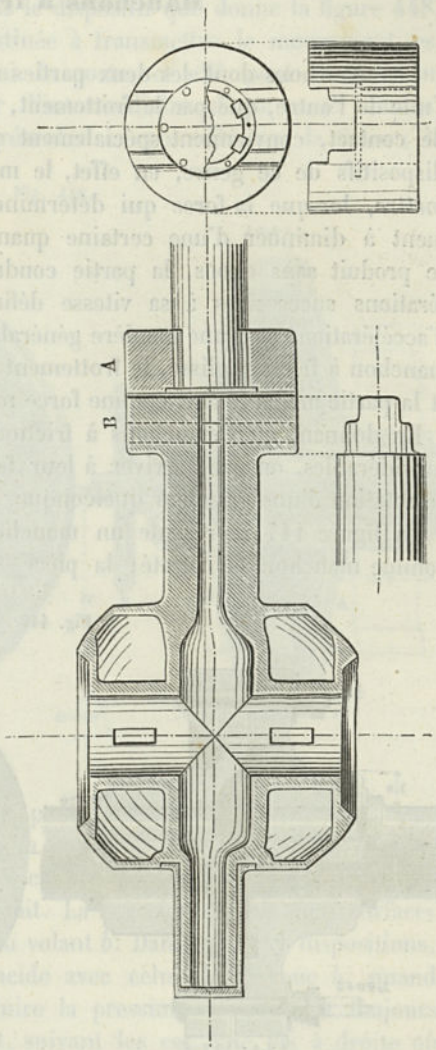


Fig. 446.

Comme le montre la figure 446, ce manchon est d'une extrême simplicité. La pièce *A*, établie à l'extrémité de l'arbre moteur est en bronze; la tête de l'arbre, réunie à cette pièce *A* par quatre clavettes, est recouverte d'une plaque de bronze, fixée par des vis, qui constitue, en même temps, un dispositif de sûreté pour les clavettes (1). La figure principale représente, en coupe, le moyeu en bronze de l'hélice ; le mode de fixation des ailes sur ce moyeu est celui que représente la figure 192. Le tourillon d'appui de l'extrémité est entouré d'une douille en bronze, fixée, par des vis noyées, sur le moyeu et sur la face extrême de l'arbre. Lorsqu'on veut produire un débrayage ou un embrayage, on doit commencer par amener la machine à une position telle que l'entaille du manchon soit verticale.

(1) Les marins anglais ont donné à ce manchon, en raison de sa forme générale, le nom de *cheese coupling*.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 157.

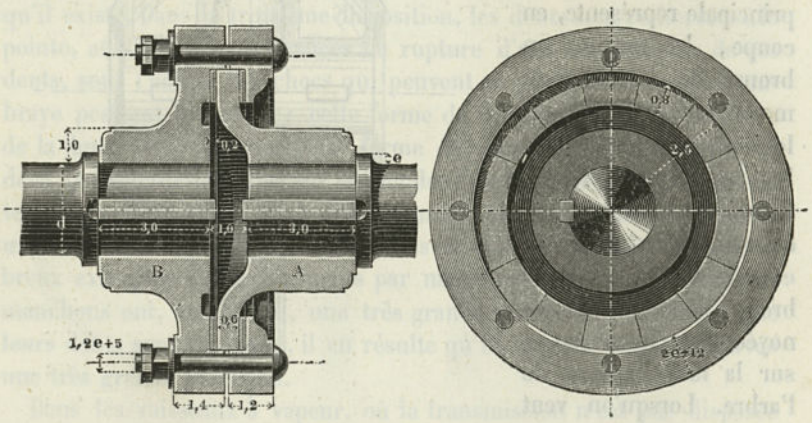
Manchons à friction.

Les manchons dont les deux parties ne sont maintenues solidaires, l'une de l'autre, que par le frottement, développé entre leurs surfaces de contact, conviennent spécialement pour le débrayage. Avec les dispositifs de ce genre, en effet, le mouvement cesse de se transmettre, lorsque la force qui détermine le frottement vient simplement à diminuer d'une certaine quantité, tandis que l'embrayage se produit sans chocs, la partie conduite n'arrivant que par accélérations successives à sa vitesse définitive. Pendant cette période d'accélération, et d'une manière générale pendant tout le temps qu'un manchon à friction glisse, le frottement existant entre la partie menée et la partie menante agit comme force motrice sur la pièce menée.

En donnant aux manchons à friction des diamètres suffisamment considérables, on peut arriver à leur faire transmettre des moments de rotation d'une grandeur quelconque.

La figure 447 représente un manchon à friction, qui est employé comme manchon de sûreté; la pièce *A* s'engage par son bord dans

Fig. 447.



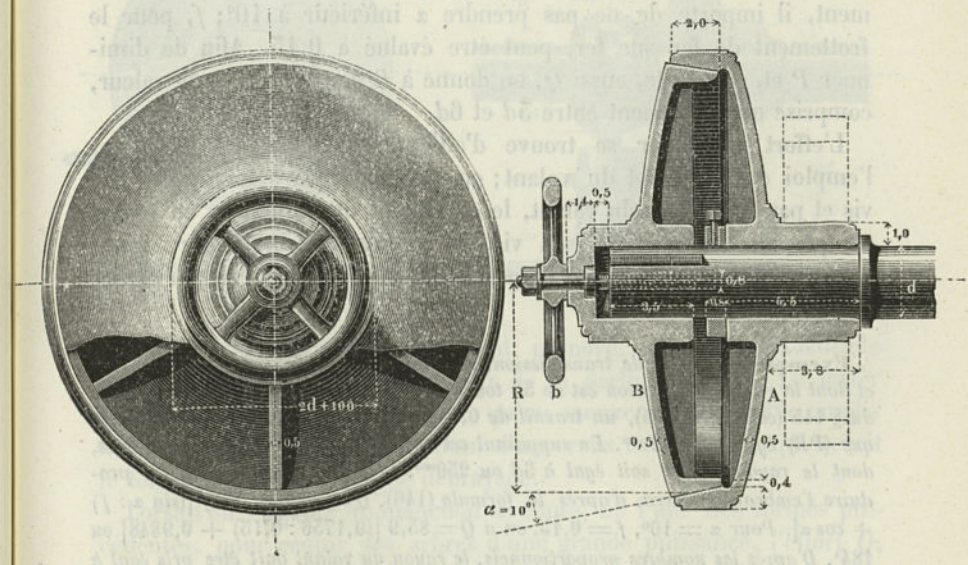
une rainure, garnie de bois, de la pièce *B*, et le serrage est déterminé de manière que le frottement produit entre les surfaces de contact corresponde à la valeur maxima de l'effort à transmettre; il en résulte que le débrayage se produirait de lui-même, si cette valeur venait à être dépassée.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Ramsbotton a employé ce genre de manchon pour des laminoirs (1). Le module des dimensions est $\delta = 5 + {}^1/_3\, d$.

Le manchon à cônes présente, dans les applications, une très grande variété de formes. Dans le dispositif que donne la figure 448, la partie *A* du manchon, destinée à transmettre le mouvement, est supposée folle sur l'arbre qui la porte, et elle peut recevoir un mouvement de rotation, par l'intermédiaire d'une roue dentée, calée sur son moyeu et représentée en pointillé sur la figure; la

Fig. 448.



seconde partie *B* du manchon peut glisser sur l'arbre, mais sans tourner sur lui; en supposant la couronne conique qui la termine suffisamment pressée contre la couronne intérieure de *A*, le mouvement d'entraînement se produit. La pression de ces deux surfaces s'obtient à l'aide d'une vis et du volant *b*. Dans certaines dispositions, le sens de rotation de *B* coïncide avec celui de la roue *b*, quand cette dernière agit pour produire la pression, ce qu'il est toujours facile d'obtenir, en choisissant, suivant les cas, une vis à droite ou une vis à gauche; dans ce cas, il suffit de fixer la roue *b*, pour maintenir l'arbre au repos, et de la faire tourner dans le sens du mouvement, pour produire l'embrayage. En désignant par *R* le rayon

(1) V. *Engineer*, Janvier, 1866, P. 44, et le *Génie industriel*, 32e vol., P. 101; la forme la plus ancienne de ce genre de manchon est indiquée dans les œuvres de Salzenberg (P. 173), où l'on trouve également la description d'autres dispositions.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

moyen du cône, par α l'angle d'inclinaison, la pression Q à exercer suivant l'axe, pour transmettre un effort P, supposé agir à la distance R, est donnée par l'expression

$$Q = P\left(\frac{\sin\alpha}{f} + \cos\alpha\right) = \frac{(PR)}{R}\left(\frac{\sin\alpha}{f} + \cos\alpha\right) \ldots \quad (146)$$

dans laquelle f représente le coefficient du frottement qui s'exerce entre les surfaces des cônes, et (PR) le moment statique qui doit être transmis par l'arbre. Pour éviter qu'il ne se produise de coincement, il importe de ne pas prendre α inférieur à 10^0; f, pour le frottement de fer sur fer, peut être évalué à 0,15. Afin de diminuer P et, par suite, aussi Q, on donne à R une assez grande valeur, comprise ordinairement entre $3d$ et $6d$.

L'effort à exercer se trouve d'ailleurs notablement réduit par l'emploi de la vis et du volant; en désignant par s le pas de cette vis et par b le rayon du volant, le coefficient de réduction, en tenant compte du frottement de la vis, est représenté, en nombre rond, par $s : \pi b$; l'effort à exercer tangentiellement au volant est, par conséquent, $q = Qs : \pi b$.

Exemple. *Un arbre de transmission, en fer forgé, dont le diamètre* $d = 50^{mm}$ *et dont la vitesse de rotation est de* 50 *tours par minute, transmet, d'après la table du* § 145 (*col.* 5, *ligne* 5), *un travail de* $0{,}030 \cdot 50 = 1^{ch},5$, *ou un moment statique* (PR) *égal à* 21482^{kmm}. *En supposant cet arbre muni d'un manchon à cônes, dont le rayon moyen soit égal à* $5d$ *ou* 250^{mm}, *l'effort* Q, *nécessaire pour produire l'embrayage, sera, d'après la formule* (146), $Q = (21482 : 250)\,[(\sin\alpha : f) + \cos\alpha]$. *Pour* $\alpha = 10^0$, $f = 0{,}15$, *on a* $Q = 85{,}9\,[(0{,}1756 : 0{,}15) + 0{,}9848]$ *ou* 184^k. *D'après les nombres proportionnels, le rayon du volant doit être pris égal à* 100^{mm}. *En donnant à la vis un pas de* 6^{mm}, *l'effort* q *à exercer à la circonférence de ce volant, pour produire l'embrayage, serait* $q = 6 \cdot 184 : (\pi \cdot 100)$ *ou* $3^k,4$.

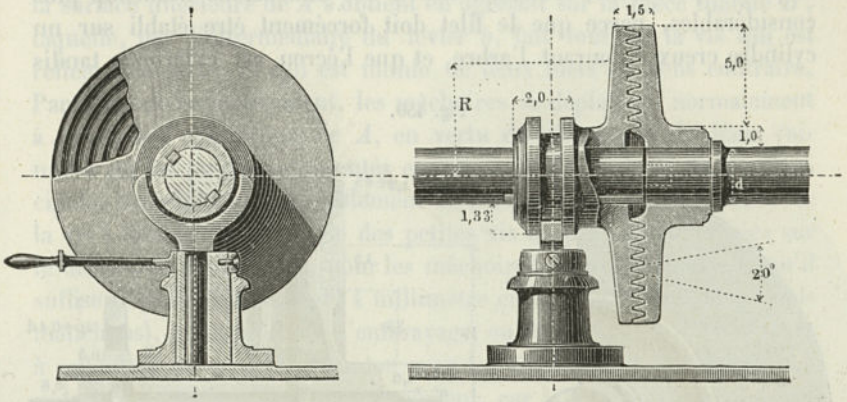
Toutes les fois que le travail à transmettre n'est pas trop considérable, on emploie avec avantage le manchon à cônes, tel que nous venons de le décrire, ou encore une disposition analogue (1). On peut munir les deux parties du manchon d'un tronc de cône creux et d'un tronc de cône plein, ou encore d'une série de troncs de cônes, d'une faible portée. Dans ce dernier cas, les deux parties du manchon se transforment, en réalité, en deux plateaux à cannelures annulaires, dont la réunion constitue le manchon à disques cannelés, représenté par la figure 449. Le calcul de l'effort à exercer pour produire

(1) On trouve de nombreux exemples d'applications du manchon à cônes dans les machines employées pour le creusement du canal de Suez (V. Armengaud, *Publ. ind.*, vol. 17, Pl. 9).

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

l'embrayage se fait, d'ailleurs, comme nous l'avons indiqué pour le manchon précédent, à la condition, toutefois, de prendre pour R non pas le rayon extérieur, mais simplement celui de la circonférence à laquelle peut être supposée appliquée la résultante des actions des surfaces frottantes; ce cercle se trouve à une distance du bord

Fig. 449.



extérieur des disques qu'on peut prendre, avec une exactitude suffisante, égale à $^1/_3$ de la largeur de la partie cannelée. Le levier de débrayage, n'ayant à produire qu'un mouvement de faible amplitude, se termine par un axe, muni d'un creux excentrique, qui reçoit le tourillon de la fourche de débrayage.

Lorsqu'on emploie un manchon à cônes, de l'une des formes précédentes, pour réunir des arbres d'une grande puissance, l'effort Q, qu'il est nécessaire d'exercer, peut tendre à déplacer l'arbre mené, dans le sens de la longueur, et à presser fortement, par exemple, les collets de cet arbre contre les coussinets des paliers. Lorsque cet effort Q est obtenu au moyen d'un levier dont l'axe de rotation est fixé dans un support isolé, comme dans la disposition de la figure 447, il se produit pendant la marche, sur le rebord de la gorge, un frottement de glissement correspondant à l'effort Q. Lorsque cet effort, au contraire, est produit par un écrou, disposé sur l'arbre moteur lui-même, il détermine une pression qui tend à écarter les deux arbres l'un de l'autre. Pour un diamètre d'arbre de 100^{mm} et $R = 6.d = 600^{mm}$, un calcul semblable à celui de l'exemple précédent donne, pour la pression suivant l'axe : $Q = 1226^k$, c'est-à-dire une valeur assez forte pour amener une usure considérable.

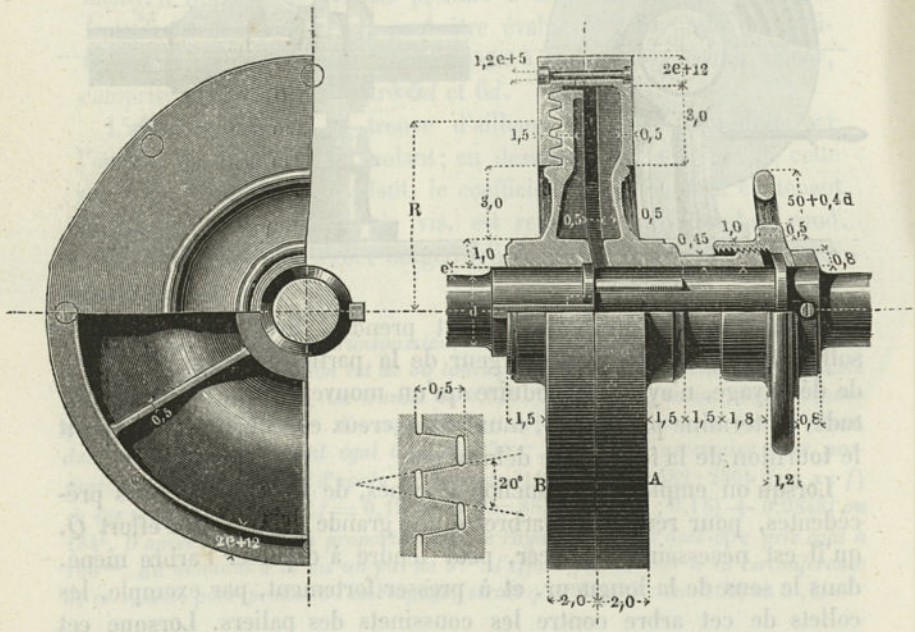
Cet inconvénient se trouverait complètement évité si la force Q tendait à rapprocher les deux arbres, au lieu de les éloigner. Cette

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

condition est réalisée dans le manchon à disques cannelés proposé par l'auteur et représenté dans la figure 450.

En coupe, le rebord de la pièce A, disposé en forme de crochet, vient recouvrir l'extrémité de la pièce B. Le petit volant a agit absolument comme celui de la figure 447; en principe, la construction de la vis reliée à ce volant doit être la même que celle de la vis du dispositif précédent; toutefois, elle a des dimensions beaucoup plus considérables, parce que le filet doit forcément être établi sur un cylindre creux entourant l'arbre, et que l'écrou est extérieur, tandis

Fig. 450.



que, dans le premier cas, il est taraudé dans l'épaisseur de l'arbre lui-même. Le manchon ne présente aucune partie saillante. Les biseaux des cannelures sont abattus, ainsi que l'indique le tracé accessoire, afin que les disques puissent se rapprocher l'un de l'autre, au fur et à mesure que l'usure se produit. Le module, adopté pour les nombres proportionnels inscrits sur la figure, est ici encore $\partial = 5 + {}^{1}/_{3}\, d$. Il existe également des dispositions de manchons à cônes simples, dans lesquelles la force Q tend à rapprocher les arbres (1).

(1) Des dispositions de ce genre se rencontrent dans la salle des machines du Conservatoire des Arts et Métiers de Paris.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

La figure 451 représente le manchon cylindrique de *Kœchlin*, dans lequel le débrayage s'effectue radialement. Sur la partie cylindrique creuse de la pièce A viennent s'appliquer trois mâchoires, également cylindriques, dont chacune peut se déplacer normalement à la circonférence. Les mâchoires sont munies à l'extérieur d'une garniture en bronze. La pression de chacune de ces mâchoires contre la surface intérieure de A s'obtient en agissant sur la pièce mobile B', laquelle, par l'intermédiaire du levier b, fait tourner la vis qui est reliée à ce levier et qui est munie de deux filets de sens contraire. Par suite de ce mouvement, les mâchoires se déplacent, normalement à la surface cylindrique de A, en vertu du glissement de leurs rainures sur les guides représentés en coupe, à droite de la figure principale. En règlant convenablement la position des écrous mobiles de la vis à double filet, à l'aide des petites vis de pression indiquées sur le dessin, on peut arriver, pour les mâchoires, à une position telle qu'il suffise d'un déplacement de 1 millimètre environ (2^{mm} dans les grands manchons), pour produire l'embrayage ou le débrayage. On n'a pas à redouter, dans ce cas, comme avec les manchons à cônes, un serrage trop prononcé ou un coincement, car la réaction que fournit, en chaque point, la paroi du cylindre A, en vertu de son élasticité, est précisément dirigée dans le même sens que le mouvement correspondant au débrayage et tend, par suite, à le faciliter. L'emploi de la vis, supposée établie avec un pas convenable, offre ici encore l'avantage que le débrayage ne peut pas se produire de lui-même et que, par conséquent, il n'est pas nécessaire de continuer à exercer la pression Q sur B', lorsque l'embrayage existe.

En désignant par s l'inclinaison (ou le pas) de la vis, par b la longueur du levier, par f le coefficient de frottement sur les mâchoires, l'effort Q à exercer, pour transmettre le moment (PR), en tenant compte du frottement de la vis, est sensiblement $(2s : 2\pi b)\,(F : f)$, ou

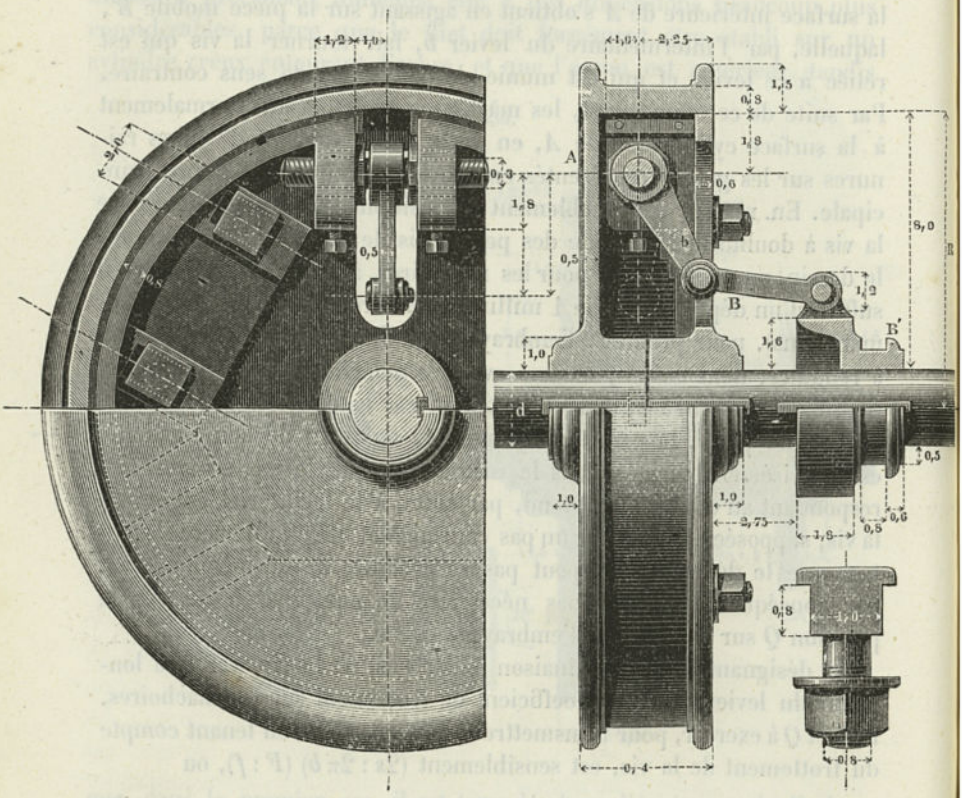
$$Q = \frac{s}{\pi b}\,\frac{(PR)}{f.R}, \qquad \ldots\ldots\ldots \qquad (147)$$

valeur qui peut être rendue très petite. Si l'on suppose, comme nous l'avons fait, que B soit la partie menée, il ne se produit, pendant le repos, aucun glissement sur B'. Pour les manchons placés verticalement, l'effort Q peut être produit directement par la descente d'un poids ; on obtient ainsi un embrayage progressif et d'une grande douceur. Par suite de la disposition même des organes, on s'est trouvé forcément conduit, dans le manchon de Kœchlin, à donner à R une valeur assez considérable ; la valeur de P est, par suite, d'autant plus

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

faible, et c'est là un avantage sérieux, qui n'a pas peu contribué au succès qu'a obtenu ce manchon, dès son apparition. Le premier appareil construit par *Kœchlin* était destiné à la transmission d'un travail de 30 chevaux (1). Les nombres proportionnels, indiqués sur

Fig. 451.



la figure, correspondent à un minimum de R; mais il n'y a aucun inconvénient à augmenter cette valeur, lorsqu'on le juge nécessaire. Le module, adopté pour ces nombres, est toujours $\delta = 5 + {}^1/_3\, d$.

Bodmer a donné au manchon cylindrique une forme à la fois très gracieuse et très simple (2); des dispositions analogues sont employées avec succès dans les moulins (3). Dans certains manchons cylindriques, la pression des mâchoires contre la surface intérieure

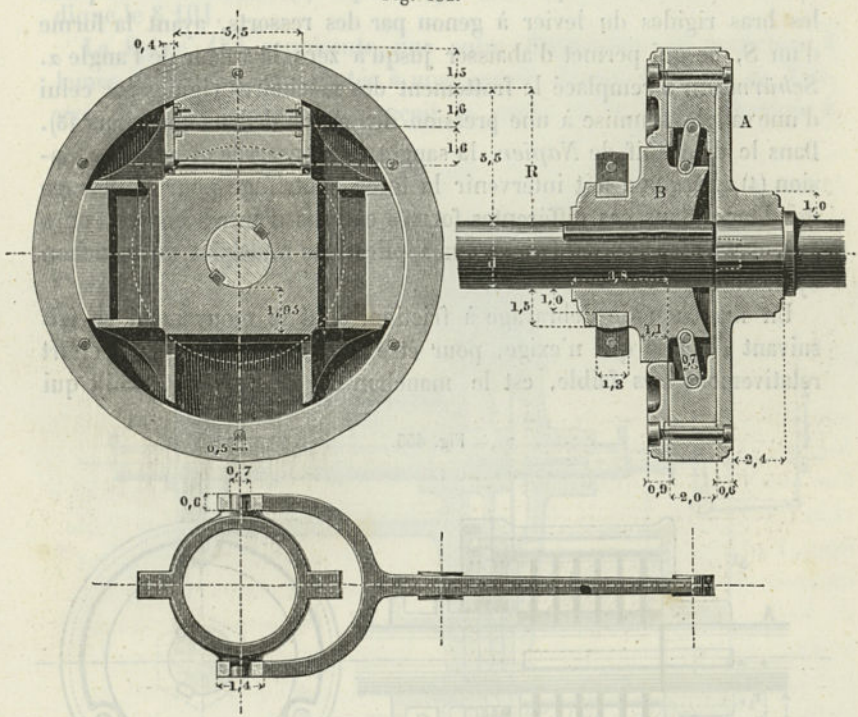
1) Bulletin de la *Société industrielle de Mulhouse*, 1854, p. 138.
(2) Fairbairn, Mills et Millworks, Vol. II, p. 92.
3) Uhland, *Prakt. Masch.-Constr.*, 1869, p. 97.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

s'obtient au moyen de leviers à articulations. La figure 452 représente ce mode de commande, tel qu'il a été employé par *Fossey* (1), dans une machine destinée à frapper les monnaies.

Dans ce manchon, dont toutes les parties sont très ramassées, les mâchoires, ou sabots, sont au nombre de quatre, sans garniture en bronze. Les bras des leviers à articulations, ou des genouillères, ont la même largeur que les mâchoires et sont munis de tourillons demi-cylindriques, au moyen desquels se transmet la pression des-

Fig. 452.



tinée à produire l'embrayage; pour le mouvement en sens inverse du manchon mobile, les sabots sont munis de boulons d'un faible diamètre, qui règnent également sur toute leur largeur. En désignant par α l'angle que forment les bras des leviers avec la normale à la direction des axes des arbres, et en conservant les notations précédentes, l'effort Q, qu'il est nécessaire d'exercer pour produire l'embrayage, est donné par l'expression

$$Q = \frac{P\ tg\ \alpha}{f} = \frac{(PR)}{R}\frac{tg\ \alpha}{f}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (148)$$

(1) Armengaud, *Publication industrielle*, Vol. XVII, Pl. 10.

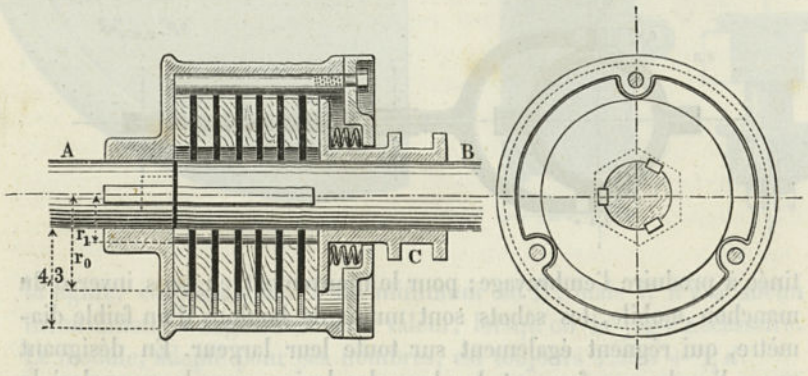
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Comme, avec ce manchon on n'a pas à redouter de coincement, l'angle α peut être très faible. En admettant, comme on le fait, des valeurs de α comprises entre 1^0 et 2^0, on arrive, pour le coefficient de Q, à des valeurs relativement faibles. Ainsi, par exemple, pour $\alpha = 1^0\,{}^3/_4$, on trouve $Q : P = 0{,}03 : 0{,}15 = 1 : 5$.

Garand a construit des manchons cylindriques, dans lesquels il a conservé les leviers à genou (1). *Jackson* et d'autres constructeurs ont adopté des dispositions dans lesquelles le serrage des mâchoires s'effectue à l'aide d'une pression hydraulique (2). *Leblanc* a remplacé les bras rigides du levier à genou par des ressorts, ayant la forme d'un S, ce qui permet d'abaisser jusqu'à zéro la valeur de l'angle α. *Schürmann* a remplacé le frottement des mâchoires rigides par celui d'une sangle, soumise à une pression dirigée de dedans en dehors (3). Dans le dispositif de *Napier*, la sangle est conservée et agit par tension (4). *Becker* a fait intervenir la force centrifuge pour le serrage des blocs. Sous ces différentes formes et sous d'autres encore, on a fait, dans ces derniers temps, des applications multiples du manchon cylindrique.

Un manchon de débrayage à friction, dont le mouvement se fait suivant l'axe et qui n'exige, pour être mis en action, qu'un effort relativement très faible, est le manchon de *Weston* (fig. 453), qui

Fig. 453.



se trouve fréquemment employé dans les appareils de *Tangye*. Il repose sur le même principe que l'articulation à lames (§ 101) et peut

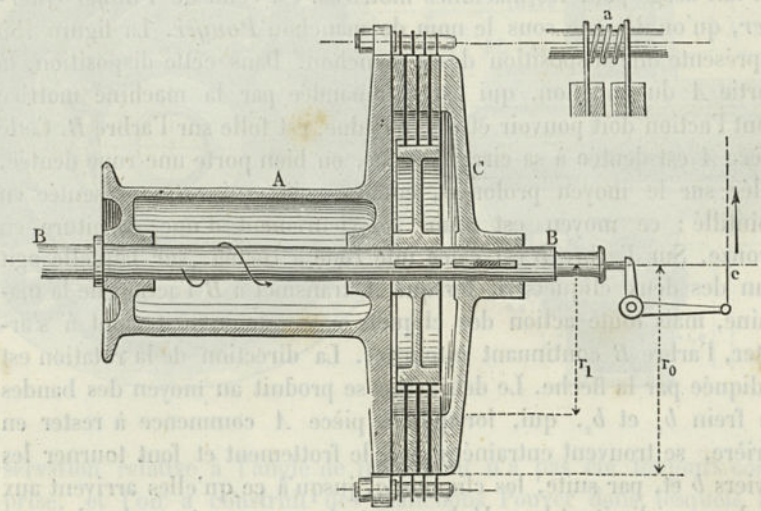
(1) Dingler, *Journal polytechnique*, Vol. 149, P. 22.
(2) Dingler, J. P., Vol. 149, P. 251.
(3) *Zeitschr. d. Vereins d. Ing.*, Vol. V (1861), P. 301.
(4 *Engineer*, 1868, Juillet, P. 64.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

être désigné sous le nom de manchon à lames. Il se compose de deux séries de lames, les unes en bois et les autres en fer; les premières peuvent glisser dans le sens de l'axe de l'arbre *A*, mais sans tourner avec lui; les lames en tôle sont reliées de la même manière avec l'arbre *B*. L'embrayage est déterminé par la pression de ressorts en spirales, disposés, comme l'indique la figure, à l'intérieur du couvercle. Pour produire la débrayage, il suffit de comprimer les ressorts, en agissant sur un levier à fourche qui s'engage dans la gorge de la pièce *C*. La valeur de la pression à donner se calcule comme l'indique le § 101.

La figure 454 représente une autre disposition du manchon à lames de Weston, empruntée à une grande drague à cuiller de Tangye. *A* est un tambour qui reçoit la corde ou la chaîne destinée à

Fig. 454.



porter la cuiller de la drague; *B* est l'arbre moteur, actionné d'une façon continue par la machine à vapeur de service. Une série de lames en bois est fixée sur *A*, avec la possibilité de se déplacer parallèlement à l'axe, sans tourner; une autre série de lames en fer est de même fixée sur *B*. Le disque *C*, qui est ici chargé de comprimer les lames est mis en mouvement par l'intermédiaire du levier coudé et de la corde *c*, lorsqu'il s'agit de produire l'embrayage. Pour le débrayage, il est actionné en sens contraire, par les ressorts en spirales *a*, intercalés entre les lames. Une légère traction sur la corde *c* permet d'obtenir une interruption du mouvement du tambour, tan-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

dis qu'une forte traction détermine l'enroulement. Lorsque la corde c devient lâche, il se produit un arrêt complet du tambour (1).

§ 158.

Manchons d'accouplement pour machines motrices.

Lorsque deux machines motrices doivent agir sur un même arbre de couche, le mouvement, pour chacune de ces deux machines, ou pour l'une d'elles au moins, se transmet par l'intermédiaire d'un manchon, qui se débraye de lui-même, lorsque la machine à laquelle il correspond vient à s'arrêter, tandis que l'autre machine continue à tourner, et qui s'embraye également de lui-même, lorsque sa machine se remet en marche. Le premier manchon d'accouplement, dont on ait fait usage pour les machines motrices, est celui de *Pouyer-Quertier*, qu'on désigne sous le nom de manchon *Pouyer*. La figure 455 représente une disposition de ce manchon. Dans cette disposition, la partie A du manchon, qui est commandée par la machine motrice dont l'action doit pouvoir être suspendue, est folle sur l'arbre B. Cette pièce A est dentée à sa circonférence, ou bien porte une roue dentée, calée sur le moyeu prolongé, comme celle qui est représentée en pointillé ; ce moyeu est muni intérieurement d'une garniture en bronze. Sur l'arbre B est calée une roue à rochet, sur laquelle agit l'un des deux cliquets a, lorsque A transmet à B l'action de la machine, mais toute action des cliquets cesse, lorsque A vient à s'arrêter, l'arbre B continuant à tourner. La direction de la rotation est indiquée par la flèche. Le débrayage se produit au moyen des bandes de frein b_1 et b_2, qui, lorsque la pièce A commence à rester en arrière, se trouvent entraînées par le frottement et font tourner les leviers b et, par suite, les cliquets a, jusqu'à ce qu'elles arrivent aux boulons qui limitent leur déplacement. A ce moment, ces bandes restent en arrière, avec la pièce A, en glissant sur B. Lorsque A se trouve de nouveau mis en mouvement, dès que sa vitesse devient légèrement supérieure à celle de B, les bandes tendent à retenir les leviers b des cliquets a et finissent par les ramener dans leur ancienne position; les deux cliquets se placent alors de nouveau dans les vides des dents et transmettent à l'arbre B le travail de la machine qui commande la pièce A. Afin que les cliquets ne puissent pas rester appliqués vers les extrémités des dents, l'angle γ de chacun d'eux avec le flanc

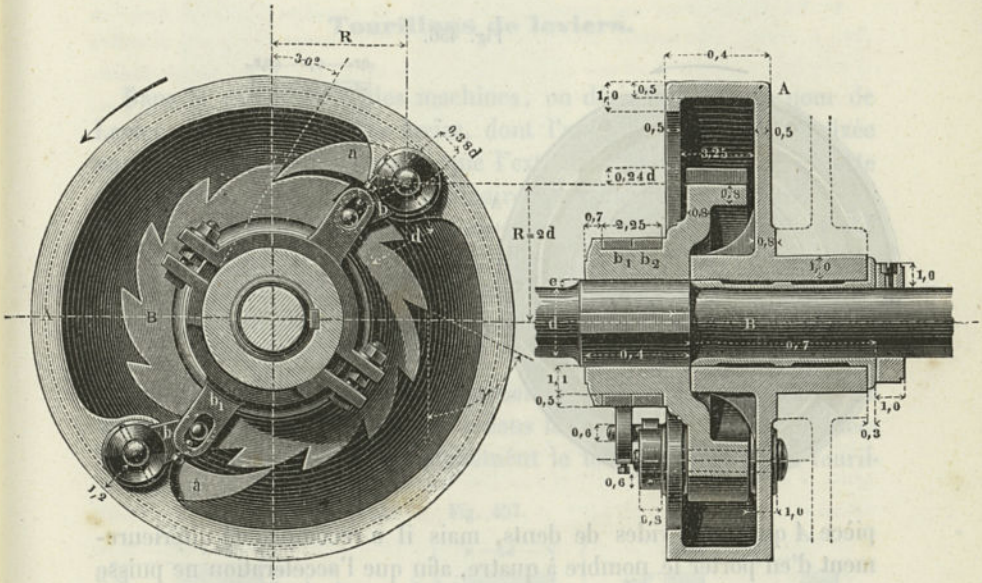
(1) Un grand manchon à lames pour laminoirs a été décrit dans *Engineer*, août 1879, P. 159.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

d'une dent doit être inférieur au complément de l'angle du frottement; ici γ a été pris égal à 60°. Pouyer-Quertier n'employait qu'une seule bande et faisait agir les deux cliquets simultanément.

Dans la disposition représentée sur la figure, où la roue d'encliquetage a un nombre impair de dents (13), chaque cliquet ne produit qu'un déplacement d'une demi-division; il n'y a, par suite, jamais qu'un cliquet en prise, et la pièce *A* ne peut jamais tourner de plus d'une demi-division, sans entraîner l'arbre *B*. L'importance de l'ob-

Fig. 455.



servation relative à l'angle de frottement n'a pas été toujours comprise, et l'on a construit des manchons Pouyer dans lesquels les cliquets se trouvaient porter sur les extrémités des dents; la conséquence de ce vice de construction était généralement la rupture d'une ou même de toutes les dents de l'encliquetage. Les cliquets *a* doivent être en acier, et la partie effilée, qui agit sur les dents, doit être trempée.

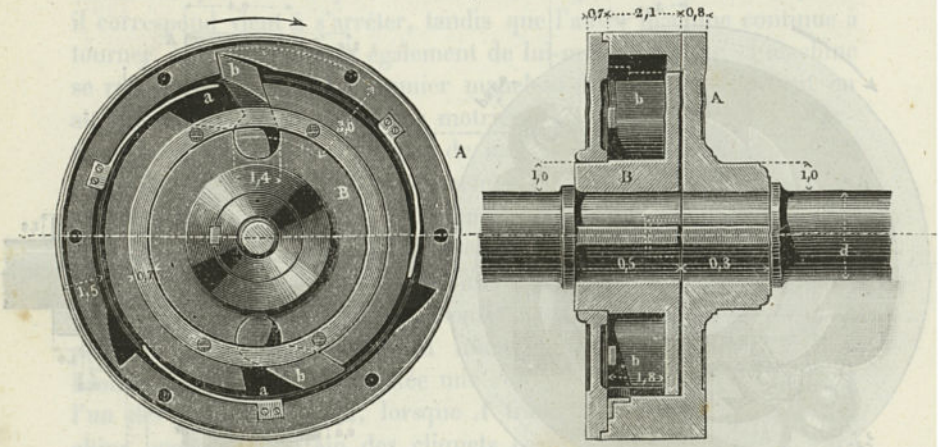
En Allemagne, à ce manchon on préfère assez souvent celui de *Uhlhorn* (fig. 456), dans lequel le débrayage s'effectue radialement.

A est la pièce correspondant à la machine motrice, qui peut être mise au repos, et *B* la pièce sur laquelle la première doit agir. *A* est une roue d'encliquetage intérieure, sur laquelle agissent les cliquets ou griffes *b*. L'introduction de ces griffes, dans les vides des dents

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

de *A*, est due aux ressorts *a*, qui viennent s'appuyer, par leurs extrémités, contre une de leurs faces et les font pénétrer dans les vides, dès que la vitesse de rotation de *A* tend à devenir légèrement supérieure à celle de *B*. Dans le cas inverse, les griffes viennent se loger dans des cavités ménagées sur *B*, comme l'indique la partie inférieure de la figure, et, dans le mouvement de rotation de *B*, rabattent, à chaque passage, l'extrémité de chaque ressort. Les articulations des griffes sont ici, comme dans le dispositif de la figure 453, des tourillons demi-cylindriques, compris entre la paroi intérieure du couvercle et le fond opposé. Uhlhorn, dans le début, ne donnait à la

Fig. 456.



pièce *A* que deux vides de dents, mais il a recommandé ultérieurement d'en porter le nombre à quatre, afin que l'accélération ne puisse se produire que pendant un quart de tour au plus. Lorsqu'on a recours à trois vides seulement (en général à un nombre impair), les choses se passent d'une manière encore plus avantageuse, puisque, dans ce cas, l'accélération se trouve limitée à un sixième de tour (en général à une demi-division, comme dans le manchon de Pouyer). Avec ce dispositif, il n'y aurait d'ailleurs aucun inconvénient à ce que *B* devînt la pièce menante, au lieu d'être la pièce conduite; dans ce cas, la rotation devrait s'effectuer dans le sens opposé à celui de la flèche.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

CHAPITRE ONZIÈME

LEVIERS SIMPLES

§ 159.

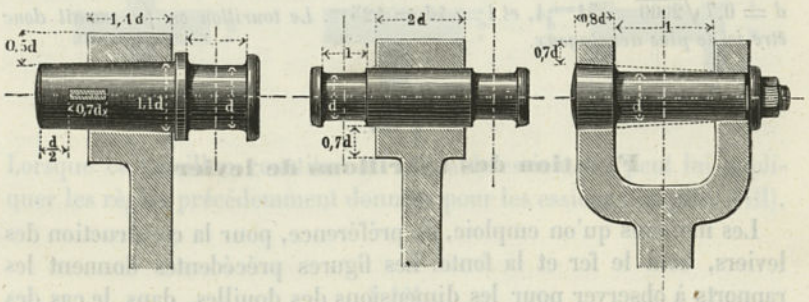
Tourillons de leviers.

Dans la construction des machines, on désigne, sous le nom de Levier simple, un bras de levier, dont l'une des extrémités est fixée sur un axe de rotation, tandis que l'extrémité libre (oscillante) porte un tourillon. Ce tourillon est ordinairement soumis à des efforts de direction alternative, mais souvent aussi à des charges agissant dans une seule direction.

Pour le calcul des dimensions des tourillons, nous ne pouvons que renvoyer au chapitre V, qui contient toutes les indications nécessaires.

Les différentes formes, sous lesquelles les tourillons de leviers se trouvent ordinairement employés dans la pratique, sont représentées dans les figures suivantes et constituent le tourillon frontal, le tourillon double et le tourillon à fourchette. Pour obtenir une construction satisfaisante, il est essentiel que le corps du tourillon soit parfaitement ajusté dans le creux préparé à l'extrémité du levier. L'épaulement, qui, dans la première figure, limite la partie conique, ne doit pas toucher la face du levier, afin de ne pas s'opposer à l'entrée de cette partie conique; la figure indique le jeu qu'il convient de laisser et

Fig. 457.



IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

qui, pour plus de clarté, a été légèrement exagéré. Dans les constructions très soignées, ce jeu peut être dissimulé, en ménageant, sur la face du levier, une petite cavité, dans laquelle s'engage, à frottement libre, l'épaulement du tourillon. Dans le tourillon double, lorsqu'il est convenablement exécuté, la pression peut être supposée égale à $^1/_2 P$ sur chacun des tourillons, qui doit, dès lors, être considéré comme un tourillon frontal, soumis à cette charge. Dans le tourillon à fourchette, les deux parties engagées dans les branches du levier appartiennent à une même surface conique.

1er Exemple. *Pour une pression* $P = 2000^k$, *un tourillon frontal de levier en fer, à charge alternative, doit avoir, d'après les formules* (93), *un diamètre* $d = \sqrt{2000}$, *soit* 45^{mm}, *et une longueur égale. En acier, il aurait, comme dimensions,* $d = 0{,}88\sqrt{2000} = 39^{mm},6$, *soit* 40^{mm}, *et* $l = 1{,}3 \cdot 40 = 52^{mm}$. *Avec un tourillon à fourchette, les formules* (98) *donneraient, pour la même charge,* $d = 0{,}6\sqrt{2000} = 27^{mm}$ *et une longueur de* 135^{mm}.

La direction de l'effort n'est pas nécessairement variable pour tous les leviers; c'est ainsi, par exemple, qu'elle reste constante pour les leviers à contrepoids, les balanciers des machines d'élévation d'eau à simple effet, etc. Dans ce cas, les formules à appliquer donnent des diamètres plus faibles.

2e Exemple. *Pour un levier soumis à une charge de* 2000^k, *agissant toujours dans le même sens, un tourillon à fourchette en fer devrait avoir, comme dimensions,* $d = 0{,}8\sqrt{2000} = 36^{mm}$ *et* $l = 108^{mm}$; *avec la fonte, la formule* (98) *donnerait* $d = 1{,}15\sqrt{2000} = 51^{mm}$ *et* $l = 3d = 153^{mm}$; *avec l'acier, on aurait* $d = 0{,}7\sqrt{2000} = 31^{mm},4$, *et* $l = 4d = 125^{mm}$. *Le tourillon en fer paraît donc être ici le plus avantageux.*

§ 160.

Fixation des tourillons de leviers.

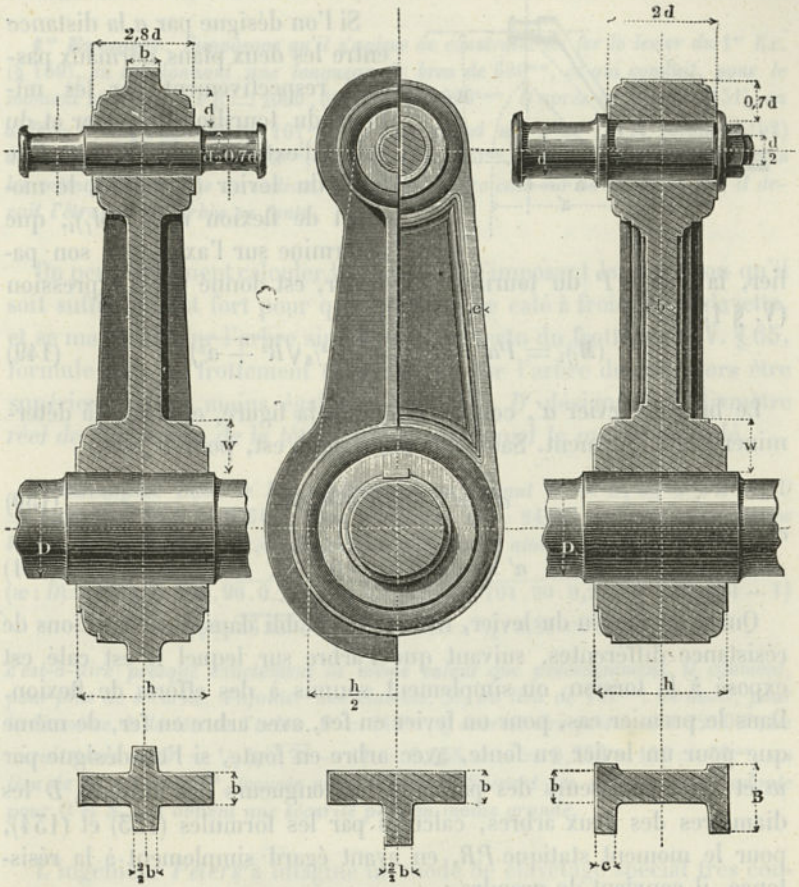
Les matières qu'on emploie, de préférence, pour la construction des leviers, sont le fer et la fonte. Les figures précédentes donnent les rapports à observer pour les dimensions des douilles, dans le cas des leviers en fer, et nous n'avons rien à y ajouter.

Pour les leviers en fonte, la figure 458 indique, à la fois, les formes de section qu'on peut adopter et les dimensions proportionnelles des douilles des tourillons simples et doubles. Quant au tourillon à fourchette, qui ne se rencontre que dans des cas assez limités, il n'est pas représenté sur la figure; nous renverrons, pour les détails d'exécution

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

et les dimensions de la douille, au balancier en fonte (V. plus loin).

Fig. 458.



Lorsque ce tourillon constitue un véritable essieu, on peut lui appliquer les règles précédemment données pour les essieux (Chapitre VIII).

§ 161.

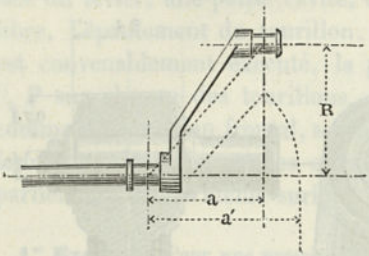
Axes et moyeux de leviers.

L'axe sur lequel est fixé un levier simple se trouve ordinairement soumis à des efforts simultanés de flexion et de torsion. Les dimensions de cet axe, pour tous les cas importants, peuvent se déterminer généralement à l'aide des formules des chapitres VIII et IX.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Nous croyons, toutefois, devoir traiter ici spécialement le cas ordinaire d'un levier de tourillon frontal, calé à l'extrémité d'un axe.

Fig. 459.



Si l'on désigne par a la distance entre les deux plans normaux passant respectivement par les milieux du tourillon du levier et du palier d'extrémité de l'axe, et R le bras du levier (fig. 459), le moment de flexion idéal $(M_f)_i$, que détermine sur l'axe, dans son palier, la charge P du tourillon du levier, est donné par l'expression (V. § 150) :

$$(M_f)_i = Pa' = P\left(\tfrac{5}{8}a + \tfrac{5}{8}\sqrt{R^2 + a^2}\right). \quad . \quad . \quad (149)$$

Le bras de levier a', comme l'indique la figure, est facile à déterminer graphiquement. Sa valeur numérique est, pour $R > a$,

$$a' = 0{,}625a + 0{,}6R \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (150)$$

et pour $R < a$,

$$a' = 0{,}957a + 0{,}25R. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (151)$$

Quant au moyeu du levier, il doit être établi dans des conditions de résistance différentes, suivant que l'arbre sur lequel il est calé est exposé à la torsion, ou simplement soumis à des efforts de flexion. Dans le premier cas, pour un levier en fer, avec arbre en fer, de même que pour un levier en fonte, avec arbre en fonte, si l'on désigne par w et λ les épaisseurs des parois et les longueurs des moyeux, D les diamètres des deux arbres, calculés par les formules (133) et (134), pour le moment statique PR, en ayant égard simplement à la résistance, il convient de prendre :

$$\text{Pour} \quad \left.\begin{array}{lccc} \dfrac{w}{\lambda} = & \dfrac{1}{2}, & \dfrac{1}{2{,}5} & \dfrac{1}{3} \\ \dfrac{w}{D} = & 0{,}45, & 0{,}42 & 0.40 \end{array}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (152)$$

Si le levier doit être fixé sur un arbre d'un diamètre supérieur à D, on commence par déterminer ce diamètre idéal D, qu'on introduit ensuite dans la formule (152). On procéderait d'une manière analogue, s'il s'agissait d'un moyeu en fonte à fixer sur un arbre en fer, et inversement. La figure 458 représente les formes qui sont le plus en usage pour les moyeux en fonte. Dans les cas où l'on est forcé de s'en écar-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

ter, ces formes peuvent souvent fournir d'utiles indications pour l'établissement des nouvelles formes à adopter, ainsi que pour les dimensions.

1er Exemple. *Supposons qu'il s'agisse de construire en fer le levier du 1er Ex.* (§ 159), *en lui donnant une longueur de bras de* 600^{mm}, *ce qui conduit, pour le moment statique, à* $PR = 2000 \cdot 600 = 1\,200\,000^{kmm}$. *D'après la formule* (131), *on a* $D = 0{,}95\sqrt[3]{1\,200\,000} = 101^{mm}$. *Si l'on prend* $w : \lambda = {}^1/_2$, *la formule* (152) *donne* $w = 0{,}45 \cdot 101 = 45^{mm}$, $\lambda = 2 \cdot 45 = 90^{mm}$. *Le moyeu devrait recevoir les mêmes dimensions de section, si, au lieu d'être calé sur un arbre en fer, il devait l'être sur un arbre en fonte.*

On peut également calculer le moyeu, en s'imposant la condition qu'il soit suffisamment fort pour qu'il puisse être calé à froid, sans clavette, et se maintenir sur l'arbre simplement en vertu du frottement (V. § 65, formule 66). Le frottement Q du moyeu sur l'arbre devrait alors être supérieur ou au moins égal à $(PR : {}^1/_2 D')$, D' désignant le diamètre réel de l'arbre (ou de la tête d'arbre) sur lequel le moyeu est calé.

2e Exemple. *Dans le levier précédent, en faisant* $D' = D$, *on a* $PR : {}^1/_2 D = 1\,200\,000 : 50{,}5 = 25762$. *Nous prendrons* $Q = 24000$ *et nous supposerons* $l = \lambda = 90^{mm}$ *et* $S_2 = 7^k{,}5$; *la formule* (66) *donne alors :*

$$(w : D) = {}^1/_2\left(\sqrt{\pi \cdot 101 \cdot 90 \cdot 0{,}2 \cdot 7{,}5 + 24\,000} : (\pi \cdot 101 \cdot 90 \cdot 0{,}2 \cdot 7{,}5 - 24\,000 - 1\right)$$
$$= {}^1/_2\left(\sqrt{66\,835 : 18\,835} - 1\right) = {}^1/_2 \cdot 0{,}88 = 0{,}44,$$

c'est-à-dire presque exactement la même valeur que précédemment. Il convient, pour plus de sécurité, d'ajouter une clavette. Si, au lieu de 101^{mm}, *on avait, pour le diamètre de la tête de l'arbre,* $D' = 110^{mm}$, Q *devrait être pris égal à* $22\,000^k$; *on aurait alors* $w : D' = {}^1/_2\left(\sqrt{2{,}79} - 1\right) = 0{,}335$ *et* $w = 0{,}335 \times 110 = 37^{mm}$, *au lieu de la valeur* 44^{mm}, *trouvée précédemment. Suivant les valeurs qu'on adopte pour* Q *et* S_2, *on obtient une sécurité plus ou moins grande.*

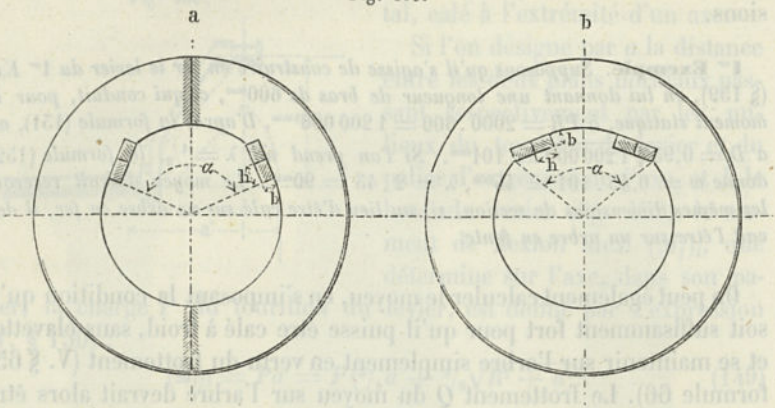
L'ingénieur *Peters* a imaginé un mode de clavetage spécial très convenable pour les moyeux de leviers, ainsi que pour la fixation des roues, qui ont un mouvement de rotation alternatif. Il emploie deux systèmes de clavettes, agissant en sens contraire et ayant leurs arêtes extérieures parallèles, comme l'indique la figure 460.

L'inclinaison des clavettes est de ${}^1/_{20}$. La disposition *a* mérite la préférence, parce qu'elle fait concourir à la solidité de l'assemblage la plus grande partie du contour intérieur du moyeu ; le clavetage tend, en effet, à appliquer sur l'arbre toute la partie de ce contour qui se trouve au-dessous des clavettes. Si l'on prend l'angle α égal à $135°$, la largeur de la clavette $b = {}^1/_{16} D'$ et la hauteur moyenne $h = 2b$. Ce mode de liaison convient très bien pour les moyeux divisés en deux moitiés, comme l'indique la figure 460 *a*.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Les moyeux de charge, c.-à-d. ceux qui n'exercent sur leurs axes

Fig. 460.



qu'une action de flexion ne se rencontrent que dans les leviers composés (V. chap. XIII).

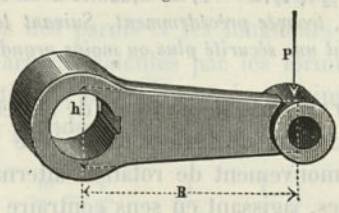
§ 162.

Bras de leviers à section rectangulaire.

Supposons d'abord qu'il s'agisse de calculer un bras de levier droit, à section rectangulaire, soumis à une force P, contenue dans son plan moyen et normale à son axe longitudinal (fig. 461).

En désignant par h la hauteur du bras, dans le plan de l'axe du

Fig. 461.



moyeu, par b son épaisseur et par S le maximum de tension admissible, on a la relation :

$$b = 6\,\frac{P}{S}\,\frac{R}{h^2},$$

ou, en prenant la tension S égale à 6^k pour le fer et à 3^k pour la fonte :

Fer :	Fonte :	
$b = \frac{PR}{h^2}$	$b = 2\,\frac{PR}{h^2}$.	(153)

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

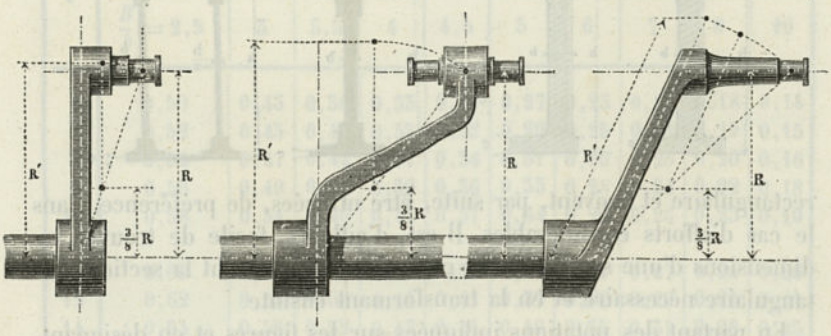
Cette formule suppose qu'on se donne la hauteur h; en réalité, c'est là le mode de calcul le plus convenable, puisque cette valeur de h achève de déterminer le profil du levier, pour lequel le sentiment fournit une première indication de forme.

1er Exemple. $P = 2000^k$, $R = 600^{mm}$. *Si le levier doit être en fer et si l'on prend* $h = 180^{mm}$, *la formule* (153) *donne* $b = 2000.600 : 180^2 = 37^{mm}$.

Pour une largeur b constante, la hauteur du bras droit doit aller en diminuant, depuis l'arbre jusqu'au tourillon, où elle se réduit à $^1/_2\ h$; si l'on suppose, au contraire, que le rapport $b : h$ reste constant, la hauteur vers le tourillon est $^2/_3\ h$ (V. les Nos III et VII, § 10).

Dans un grand nombre de cas la force P est appliquée en dehors du plan moyen du bras et tend, par suite, à produire, en même temps, une flexion et une torsion de ce bras. Nous pouvons remplacer cette action composée par un simple mouvement de flexion idéal, dont le moment serait le produit de P et d'un bras de levier idéal R' (fig. 462).

Fig. 462.



En supposant que le plan de P soit à une distance c du plan moyen de fixation du bras, la valeur de R' est donnée (V. § 150), avec une approximation suffisante, par les formules :

$$\left.\begin{array}{lll} & & R' = {}^3/_8\,R + {}^5/_8\sqrt{R^2 + c^2} \\ \text{ou} & & \\ \text{pour} & (R > c) & R' = 0{,}975\,R + 0{,}25\,c \\ — & (R < c) & R' = 0{,}625\,R + 0{,}60\,c \end{array}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad (154)$$

La figure 462 montre comment R' peut être déterminé graphiquement. Dans le cas où le bras a une direction oblique, il convient d'adopter, pour la construction, une disposition qui permette d'arriver rapidement au résultat, comme l'indique le troisième tracé.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

2e Exemple. *Pour un levier dont la longueur de bras est de* 600^{mm} *et qui est soumis à un effort de* 2000^{k}, *la distance c est de* 400^{mm}. *Dans ce cas, on a* $R > c$, *et, d'après* (154), *on doit poser* $R' = 0{,}975 . 600 + 0{,}25 . 400 = 685^{mm}$. *En supposant* $h = 180^{mm}$, *on trouve* $b = 2000 . 685 : 180^2 = 42^{mm}$, *au lieu de* 37^{mm}, *comme dans le* 1er *exemple.*

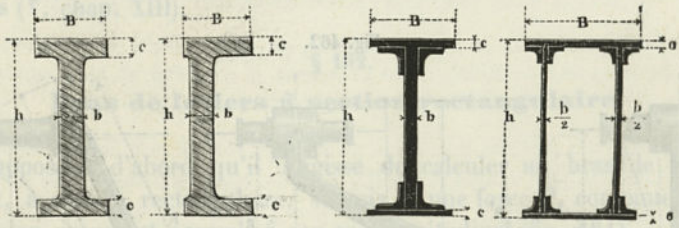
On donne souvent à la section des leviers en fonte une forme en croix, comme l'indique la figure 458. La largeur b peut, dans ce cas, se déterminer, comme précédemment, en ne tenant pas compte des petites nervures accessoires.

§ 163.

Sections de bras de leviers composées.

Les sections de bras de leviers représentées par les figures suivantes donnent une répartition de matière plus avantageuse que la section

Fig. 463.



rectangulaire et doivent, par suite, être utilisées, de préférence, dans le cas d'efforts considérables. Il est, d'ailleurs, facile de trouver les dimensions d'une section de ce genre, en déterminant la section rectangulaire nécessaire et en la transformant ensuite.

En partant des notations indiquées sur les figures et en désignant, en outre, par h_0 et b_0 la hauteur et la largeur d'un bras de levier à section rectangulaire, qui correspondrait à l'effort appliqué au tourillon, la transformation peut s'effectuer de la manière suivante :

En se donnant la hauteur $h_0 = h$ du bras de levier à section rectangulaire, on commence par déterminer la largeur correspondante b_0, puis on trouve b par la relation :

$$\left.\begin{aligned} &\frac{b}{b_0} = \frac{1}{1+\alpha} \\ \text{dans laquelle}\quad &\alpha = \left(\frac{B}{b} - 1\right)\left[6\,\frac{c}{h} - 12\left(\frac{c}{h}\right)^2\right] \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (155)$$

Cette formule suppose connus les rapports $B:b$ et $c:h$; mais le

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

choix de ces éléments ne présente aucune difficulté et est une conséquence de la forme de section adoptée pour le levier. Lorsqu'on applique la formule (155) au calcul des dimensions des deux dernières sections, on peut négliger l'influence des cornières et, comme compensation, ne pas tenir compte de l'affaiblissement produit dans les plaques par le percement des trous de rivets. La table suivante simplifie beaucoup l'emploi de la formule (155). Le même procédé peut être appliqué, avec avantage, au calcul d'autres pièces, telles, par exemple, que les supports de toute nature, les volées de grues en fonte et en tôle, etc.

§ 164.

Table pour la transformation des sections rectangulaires de bras de leviers.

$\frac{h}{c}$	VALEURS DE $\frac{1}{1+\alpha}$									
	$\frac{B}{b}=2,5$	3	3,5	4	4,5	5	6	7	8	10
6	0,50	0,43	0,38	0,33	0,30	0,27	0,23	0,20	0,18	0,14
7	0,52	0,45	0,40	0,35	0,32	0,29	0,25	0,21	0,19	0,15
8	0,54	0,47	0,42	0,37	0,34	0,31	0,26	0,23	0,20	0,16
9	0,56	0,49	0,44	0,39	0,36	0,33	0,28	0,24	0,22	0,18
10	0,58	0,51	0,46	0,41	0,37	0,34	0,29	0,26	0,23	0,19
11	0,60	0,53	0,48	0,43	0,39	0,36	0,31	0,27	0,24	0,20
12	0,62	0,55	0,50	0,44	0,41	0,37	0,32	0,29	0,26	0,21
14	0,64	0,58	0,52	0,47	0,44	0,40	0,35	0,31	0,28	0,23
16	0,67	0,60	0,55	0,50	0,47	0,43	0,38	0,34	0,30	0,25
18	0,69	0,63	0,57	0,52	0,49	0,46	0,40	0,36	0,33	0,27
20	0,71	0,65	0,60	0,55	0,52	0,48	0,42	0,38	0,34	0,29
22	0,73	0,67	0,62	0,57	0,53	0,50	0,45	0,40	0,37	0,31
24	0,75	0,68	0,64	0,59	0,56	0,52	0,47	0,42	0,38	0,33
27	0,76	0,71	0,66	0,62	0,58	0,55	0,50	0,45	0,41	0,35
30	0,78	0,73	0,68	0,64	0,61	0,57	0,52	0,47	0,45	0,37
33	0,79	0,75	0,70	0,66	0,63	0,60	0,54	0,50	0,45	0,39
36	0,81	0,76	0,72	0,68	0,65	0,61	0,56	0,52	0,48	0,41
40	0,83	0,78	0,74	0,70	0,67	0,64	0,58	0,54	0,50	0,44
42	0,84	0,80	0,76	0,72	0,69	0,66	0,61	0,57	0,53	0,47
50	0,85	0,81	0,78	0,74	0,71	0,68	0,63	0,59	0,56	0,49

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

1er Exemple. *La longueur d'un levier simple* $R = 2000^{mm}$ *et l'effort appliqué au tourillon* $P = 2500^{k}$; *le bras doit être en fonte, avec une section à double T, dont la hauteur h doit être égale à* 320^{mm}. *D'après la formule* (153), *la largeur* b_0 *de la section rectangulaire, correspondant à cette charge, serait* $b_0 = 2 . 2500 . 200 : 320^2$ *ou* 98^{mm}. *Pour transformer cette section, posons* $c : h = 1 : 12$, $B : b = 4$; *la table précédente nous donne alors* (*col.* 5, *ligne* 7) : $1 : (1 + \alpha) = 0{,}44$, *d'où l'on déduit* $b = 0{,}44\ b_0 = 0{,}44 . 0{,}98 = 43^{mm}$; *on a ensuite, pour la longueur des nervures des rebords,* $B = 4 . 44 = 176^{mm}$ *et, pour leur épaisseur,* $c = h : 12 = 320 : 12 = 27^{mm}$. *Toutes ces valeurs sont parfaitement admissibles pour l'exécution. Dans le cas où l'on s'imposerait la condition que* $c = b$, *on devrait transformer la formule, en introduisant cette condition ; mais on peut s'en dispenser et arriver au résultat, en opérant par tâtonnements et en se donnant successivement différentes valeurs de* $B : b$ *et de* $c : h$. *Si l'on pose, par exemple,* $B : b = 5$, $c : h = 1 : 10$, *la table précédente* (*col.* 7, *ligne* 5), *donne :* $1 : (1 + \alpha) = 0{,}34$ *et, par suite,* $b = 0{,}34 . 98 = 33^{mm}$, *tandis qu'on trouve* $c = 320 : 10 = 32^{mm}$, *valeur qui se rapproche assez de celle de b pour qu'il soit inutile de faire d'autres hypothèses sur* $B : b$ *et* $c : h$.

2e Exemple. *Poutre en fer. On a trouvé* $b_0 = 60$ *pour* $h = 320^{mm}$. *On veut avoir* $b = 15^{mm}$, *c'est-à-dire* $b : b_0 = 0{,}25$. *La table donne* (*dernière colonne*, 9e *ligne*) : $B = 10 . 15 = 150^{mm}$ *et, d'un autre côté* (*première colonne*), $c = h : 16 = 320 : 16 = 20^{mm}$. *On pourrait tirer d'autres valeurs des colonnes* 8, 9 *et* 10.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

CHAPITRE DOUZIÈME

MANIVELLES

§ 165.

Des différentes espèces de manivelles.

Les manivelles sont des leviers simples, reliés à des bielles et disposés de manière à pouvoir décrire des cercles complets. Elles peuvent se diviser en quatre classes principales :

1° Manivelles ordinaires,
2° Contre-manivelles,
3° Arbres coudés,
4° Excentriques.

Nous allons examiner successivement ces différentes dispositions.

§ 166.

Manivelles en fer.

Ces manivelles peuvent être établies d'après les règles indiquées pour les leviers simples avec tourillon frontal (§ 159). La figure

Fig. 464.

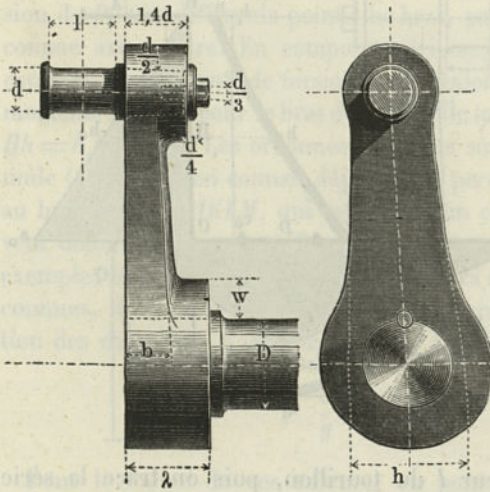
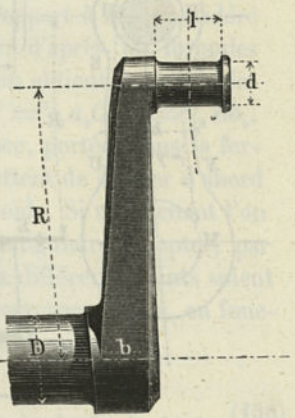


Fig. 465.



464 représente la disposition la plus généralement employée. La hauteur et la largeur du bras vont en diminuant, à mesure qu'on se

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

rapproche du tourillon, où leurs valeurs ne sont plus que les $^2/_3$ de celles qu'elles ont à la naissance; l'une des faces, celle qui est opposée au tourillon, présente un certain bombement. La queue du tourillon, qui a une forme conique, est entrée de force dans le trou de la manivelle et sa position est, en outre, assurée par un écrou. La figure 465 représente une manivelle d'une seule pièce avec l'arbre. Dans ce cas, l'arbre se termine par un renflement, dont le diamètre est précisément égal à la hauteur h du bras. Pour la fixation de la queue du tourillon, il convient de tenir compte des observations du § 159.

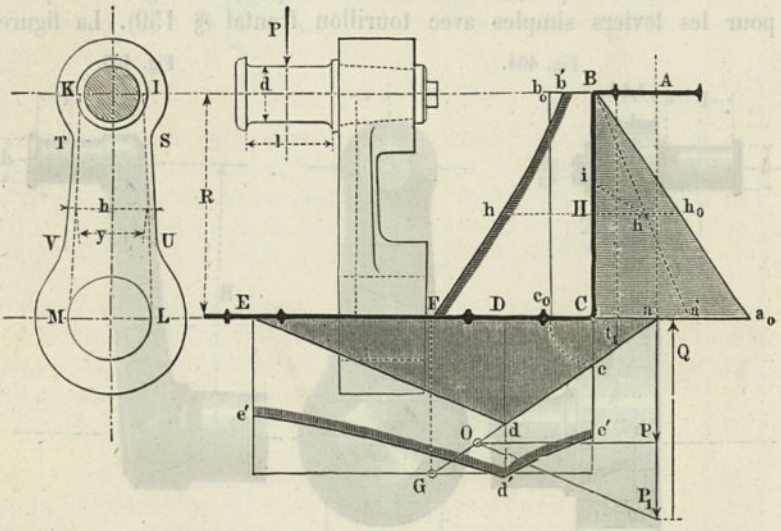
§ 167.

Application de la graphostatique au calcul d'une manivelle.

En raison de l'importance spéciale qui s'attache à la construction des manivelles, nous croyons devoir indiquer ici la manière dont on peut déterminer leurs dimensions par la graphostatique.

Arbre de manivelle. — Au moyen de la pression P, qui doit s'exercer sur le tourillon de la manivelle, on commence par calculer

Fig. 466.



le diamètre d et la longueur l du tourillon, puis on trace la série $ABCDE$ des lignes d'axes de la manivelle, en établissant l'axe BC du bras, supposé perpendiculaire à l'axe de l'arbre, rigoureusement à sa

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

distance du point A et en plaçant de même très exactement le milieu D du tourillon. Par le point a on mène la force P, normale à Ea, on choisit le pôle O du polygone des forces, qu'il y a avantage à prendre sur une parallèle à Ea, passant par l'extrémité de la force P; on trace Oda et dE, puis on mène OP_1 parallèle à dE; adE représente alors le polygone articulé, correspondant à la flexion de l'axe aCE sous l'action de la force P; la ligne $PP_1 = P_1$ est l'effort du tourillon en E, et $P_1a = Q$ la réaction en D, dirigée de bas en haut. Si l'on prend, en outre, aF égal au bras R de la manivelle et qu'on mène FG parallèle à aP, FG (V. § 150) représente le moment avec lequel la force P tend à produire la torsion de l'arbre. Ce moment M_t se compose, en chaque point, avec le moment de flexion M_f, pour donner un moment de flexion idéal $M_i = {}^5/_8\ M_f + {}^5/_8 \sqrt{M_f^2 + M_t^2}$ (§ 45 et 150) et on obtient ainsi le polygone curviligne $c'd'e'$, ainsi que la surface des moments $Cc'd'e'E$. Les ordonnées de cette surface permettent de calculer les diamètres aux différents points de l'arbre; il suffit, pour cela, de faire usage de la formule (124), où t_1 doit être considéré comme l'ordonnée correspondant au diamètre d du tourillon.

Bras de la manivelle. — On prolonge la ligne Ea et, par le point B, on mène Ba_0 faisant avec BC un angle CBa_0 égal à l'angle Dad du polygone articulé; Ba_0C, en comptant les ordonnées horizontalement, représente la surface des moments pour la flexion du bras de la manivelle sous l'action de P. Si l'on fait, en outre, $Cc_0 = Bb_0 = Cc$, les ordonnées horizontales du rectangle Bb_0c_0C sont les moments de torsion de P, aux différents points du bras, par rapport à BC, considéré comme axe neutre. En composant ici encore, d'après les formules connues, les moments de torsion et de flexion, on obtient la surface des moments $Bb'hFC$ pour le bras de manivelle ($a_0a' = {}^5/_8\ a_0C$, $Hi = {}^5/_8\ Bb_0$, $Hh = h_0h' + h'i$). Les ordonnées de cette surface, portées dans la formule (124), où l'on connaît déjà t_1 et d, permettent de donner d'abord au bras la forme $IKLM$, qui est celle d'un conoïde. Si maintenant l'on veut donner au bras une forme à section rectangulaire, adopter, par exemple, le profil $STUV$, dont les hauteurs aux différents points soient connues, il est facile de calculer les largeurs correspondantes, en fonction des diamètres y du conoïde, par la formule suivante :

$$\frac{b}{y} = 0{,}6 \left(\frac{y}{h}\right)^2 . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (156)$$

Pour le calcul de ces valeurs, on peut utiliser, avec avantage, la seconde table de nombres, qui se trouve à la fin du volume. Si l'on reconnaît définitivement que la position de l'axe BC n'a pas été conve-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

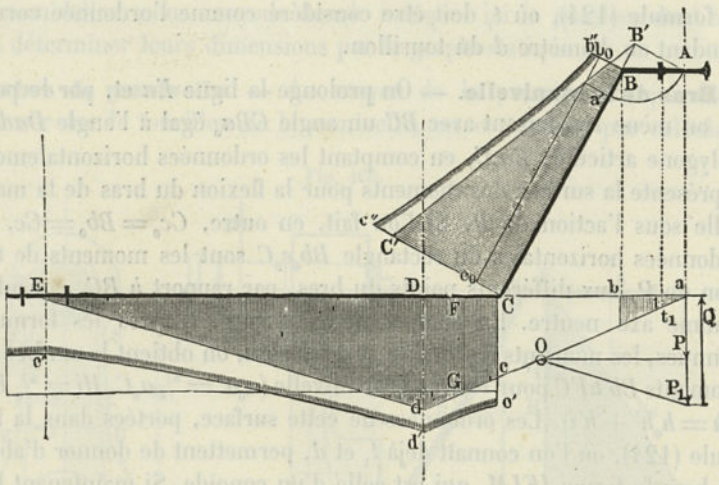
nablement choisie, on la corrige et on répète, avec la nouvelle position choisie, le tracé précédent.

En ne tenant pas compte de petites quantités, qui sont d'ailleurs parfaitement négligeables, ce procédé fournit les dimensions du bras et de l'arbre de la manivelle, avec un coefficient de sécurité identique à celui du tourillon.

Dans ce qui précède, nous avons supposé l'axe du bras *BC* normal à l'arbre de la manivelle *CE*. Lorsque les deux axes font un angle légèrement différent d'un angle droit, comme dans la figure 464, on peut négliger cette différence. Mais, lorsque l'inclinaison devient plus considérable, qu'elle se rapproche, par ex., de celle de la figure 465, il est nécessaire d'en tenir compte. On peut procéder alors de la manière suivante (fig. 467).

Le diagramme de flexion, pour l'arbre de la manivelle, se trace

Fig. 467.



comme dans la figure 466; la partie qui correspond à *ab* est utilisée pour le fuseau du tourillon *AB*; celle qui correspond à *CE*, composée avec le moment de torsion *FG*, donne la surface des moments *Cc'd'e'E*.

Le bras de la manivelle, ici encore, se trouve soumis à des efforts simultanés de flexion et de torsion; si l'on mène *AB'* perpendiculaire à l'axe *BC*, on détermine le bras de levier *B'C* et le polygone de flexion est une section du triangle *C'B'C*, dont l'angle *B'* est égal à l'angle *daD*. La torsion ayant pour bras de levier *AB'*, son moment est représenté par l'ordonnée de ce triangle, menée, normalement à *BC*, par le point *a'*, qui est déterminé par la relation $B'a' = B'A$. La composition des mo-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

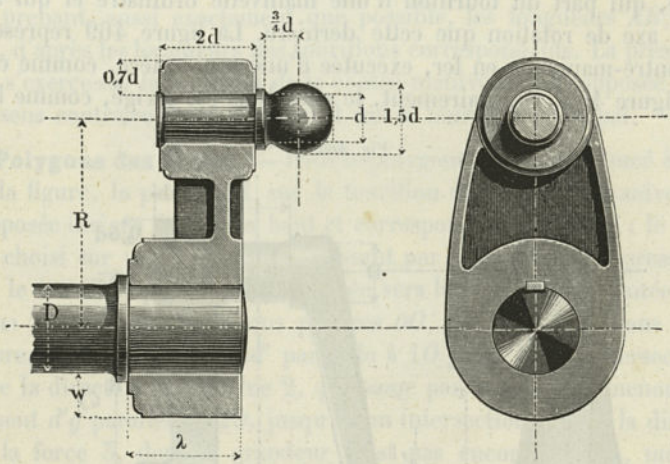
ments de torsion et de flexion fournit la surface des moments $Bb''c''C$, qui peut être utilisée de la même manière que dans le cas précédent.

§ 168.

Manivelles en fonte.

Souvent, dans les manivelles, le tourillon, au lieu d'être cylindrique, est sphérique; cette dernière forme, en particulier, est celle qu'on adopte généralement pour les manivelles en fonte (fig. 468). Le diamètre de cette sphère est dans de bonnes conditions, lorsqu'elle est

Fig. 468.



décrite du milieu du tourillon cylindrique normal, soumis à la même charge. Un mode de fixation très convenable pour le tourillon, et qui a été fréquemment employé dans ces derniers temps, consiste à l'introduire de force dans le trou de la manivelle et à river son extrémité à froid. La section du bras, qui présente une forme en I, peut être déterminée facilement à l'aide de la table du § 164. Toutefois, lorsqu'on prend pour h, comme nous l'avons supposé dans la figure, le diamètre extérieur du moyeu, il arrive ordinairement que les dimensions de la section du bras, fournies par le calcul, sont trop faibles pour pouvoir être exécutées convenablement en fonte et que, pour obtenir une pièce d'un aspect satisfaisant, il convient de les remplacer par d'autres plus fortes, qu'on détermine au sentiment.

Souvent aussi le bras d'une manivelle en fonte est simplement une

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

pièce pleine, à section rectangulaire, réunissant le moyeu de l'arbre à la partie annulaire, destinée à recevoir le tourillon.

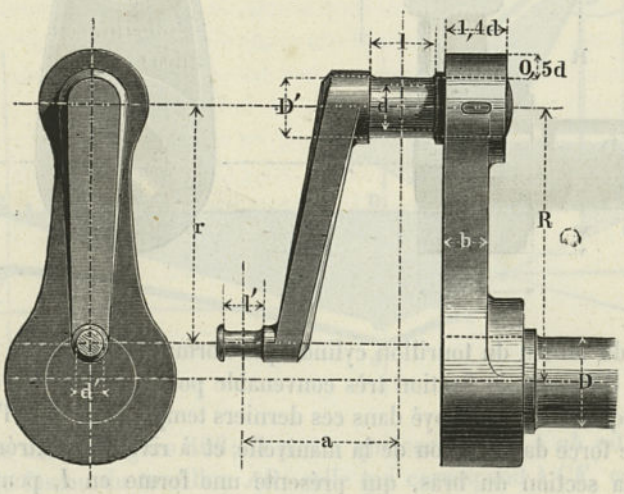
Lorsqu'on fait usage de la graphostatique, pour déterminer les moments, on commence par chercher, comme nous l'avons fait précédemment, le bras en fer à section rectangulaire, qu'on remplace par une pièce en fonte de largeur double (V. § 162) et l'on passe ensuite de cette dernière pièce à la forme de section en *I*, au moyen de la table du § 164.

§ 169.

Contre-manivelles.

On désigne, sous le nom de contre-manivelle, une manivelle à bras incliné, qui part du tourillon d'une manivelle ordinaire et qui a le même axe de rotation que cette dernière. La figure 469 représente une contre-manivelle en fer, exécutée d'une seule pièce, comme celle de la figure 465. Ordinairement, le petit bras est dirigé, comme l'in-

Fig. 469.



dique la figure, en sens contraire du bras principal, mais souvent aussi il occupe une position différente. Le tourillon et le bras d'une contre-manivelle se déterminent exactement comme ceux d'une manivelle ordinaire. Le moment de la pression sur le tourillon de la contre-manivelle ayant, en général, une faible importance, le bras de la manivelle peut rester tel que nous l'avons déterminé précédemment. Mais, il n'en est pas de même du tourillon correspondant, qui doit être calculé spécialement, en tenant compte des efforts simultanés de tor-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

sion et de flexion, auxquels il se trouve soumis dans ce cas. On doit alors recourir à l'emploi de la formule (154) en remarquant que, la contre-manivelle se trouvant conduite par la manivelle, le moment de cette contre-manivelle atteint son maximum pour le milieu du tourillon principal.

§ 170.

Calcul graphostatique de la contre-manivelle.

La figure 470 représente le diagramme fourni par la graphostatique, pour une contre-manivelle, dont les deux bras sont obliques par rapport à l'axe de la manivelle principale.

Dans cette figure, on a tracé d'abord la ligne des axes *ABCDEFGHI*, en prenant, aussi exactement que possible, les longueurs *AB*, *CE* et *FG*, d'après les longueurs des tourillons correspondants. La pression 1, qui s'exerce sur le tourillon de la contre-manivelle, est supposée dirigée en sens contraire de la pression 2 sur le tourillon principal.

Polygone des forces. — Dans le polygone des forces, tracé à droite de la figure, la pression 1 sur le tourillon de la contre-manivelle est supposée dirigée de bas en haut et correspond à la ligne 01; le pôle *0* est choisi sur une horizontale, passant par le point *O*; la pression 2, sur le tourillon principal, est dirigée vers le bas, et représentée par la ligne 12. Traçons les rayons polaires *0O*, *1O*, *2O*, puis, dans l'autre figure, menons la ligne *ad'* parallèle à *1O* jusqu'à son intersection *d'* avec la direction de la force 2, qui passe par le point *D*; menons également *d'g* parallèle à *2O*, jusqu'à son intersection *g* avec la direction de la force 3, dont la grandeur n'est pas encore connue, mais qui passe par le point *G* et qui agit de bas en haut.

Pour trouver cette force, ainsi que celle qui agit en *H*, joignons les points *g* et *H*, *Ha* sera la ligne de fermeture, qui doit bien être horizontale, puisque, dans le polygone des forces, la ligne de fermeture *O0* a été prise elle-même horizontale. Si, dans ce dernier polygone, nous menons *O3* parallèle à *Hg*, la ligne 23 représentera la troisième force, agissant en *G*, de bas en haut, et la ligne 30 la quatrième force, appliquée en *G* et dirigée vers le bas.

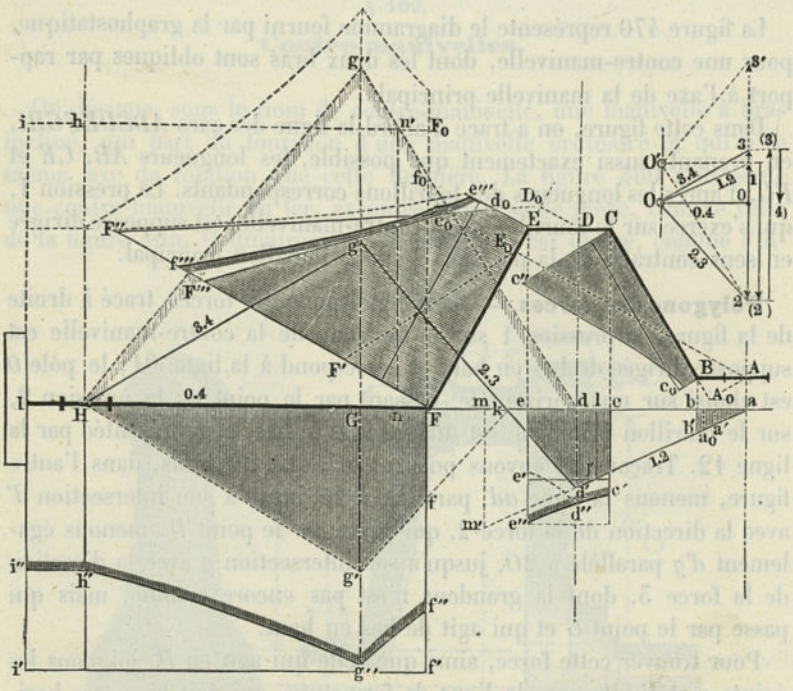
La figure *ad'kgH* représente, comme on le voit, le polygone articulé pour le système qu'il s'agit de construire. Au point *k* correspond un moment nul (V. § 132). Dans notre tracé, pour plus de commodité, le triangle *kgH* a été reporté dans la position *kg'H*. Le polygone articulé, que nous venons de trouver, peut être utilisé, comme surface des moments, pour une partie de la construction, ainsi que nous allons le voir.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Fuseau *AB*. — La détermination des dimensions de ce fuseau s'effectue facilement au moyen des ordonnées verticales du triangle *ab'b*, lorsqu'on a préalablement calculé le tourillon en *A* pour la pression 1.

Pièce de tourillon *CDE*. — Cette pièce est soumise à des efforts de flexion, dont les moments sont représentés par la surface *cd'e*, et à des efforts de torsion, dus à la force 1, dont le bras de levier $r = Cc - Bb$.

Fig. 470.



Pour déterminer le moment de torsion, prenons $al = r$ et menons l'ordonnée ll'; cette ligne est le moment cherché; la surface correspondante pour *EDC* est donc le rectangle construit sur ll' et *ce*, qui, composé avec le trapèze *cd'e*, donne la surface des moments $cc'd''e'e$. Comme il peut arriver que la pression sur le tourillon de la contre-manivelle agisse seule, auquel cas le côté ad' doit être prolongé jusqu'en m', nous partirons de ce dernier polygone de flexion et nous obtiendrons alors, comme courbe limite de la surface des moments résultante, la courbe $c'd''e''$, dont les ordonnées permettent de déterminer les dimensions de *CDE*. Ainsi que nous l'avons dit, dans un paragraphe précédent, la plus petite longueur *l*, qu'on puisse admettre

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

pour ce tourillon, est celle du tourillon normal d'extrémité, correspondant à la pression 2.

Arbre *FGHI*. — Cet arbre est soumis à des efforts de flexion, représentés par le polygone $Ffg'H$, et au moment de torsion de la force 3, diminué de celui de la force 1. Pour déterminer le moment de torsion de la force 3, prenons, dans le polygone des forces, un second pôle O', situé sur une horizontale, menée par l'origine de la force 2 et sur la même verticale que l'autre pôle O; joignons $2O'$, menons dg'' parallèle à cette ligne et prenons $dn = Cc = R$; l'ordonnée nn' représentera le moment de torsion cherché. Si maintenant nous prenons l'ordonnée en a', correspondant à une abscisse égale à $Aa = R - r$, cette ordonnée donnera le moment de torsion de la force 1 sur le bras, lequel agit en sens contraire du précédent. En retranchant cette dernière ordonnée de nn' on obtient la ligne Ff', comme hauteur du rectangle de torsion $FIi''f'$, qu'il suffit de composer, comme à l'ordinaire, avec les moments de flexion, pour obtenir la surface des moments résultante $Ff''g''h''i''I$. Il peut arriver que la force 1 soit nulle; c'est, par exemple, ce qui a sensiblement lieu dans les machines à vapeur, où le tourillon de la contre-manivelle ne conduit que le tiroir; dans ce cas, on doit construire la surface des moments de flexion $Ff_0g''H$, celle des moments de torsion FF_0iI et examiner si la surface résultante a des ordonnées plus grandes que la surface précédente, auquel cas ce sont celles-là qui devraient être utilisées pour la détermination des dimensions. C'est le cas qui se présenterait avec les données de notre figure, où ce second polygone résultant se trouve figuré en pointillé, sans lettres, au-dessus de la ligne FI. En supposant que les forces en I se réduisent à un couple, la pièce HI n'est soumise qu'à la torsion et, par suite, le polygone résultant se réduit à un rectangle.

Bras *BC* **de la contre-manivelle**. — Ce bras éprouve des efforts de torsion et de flexion, dus à la force 1, qui agit, dans le premier cas, avec le bras de levier AA_0, perpendiculaire à CB prolongé (le moment de torsion est égal à l'ordonnée en a_0) et, dans le second, avec le bras de levier A_0C (le polygone articulé est un triangle, dont CA_0 est l'un des côtés et dont l'angle en A_0 est égal à baa_0). La composition de ces deux espèces de moments donne CBc_0c'' pour la surface des moments (V. fig. 470)..

Bras principal *EF*. — La force 2 exerce, en avant, sur ce bras, des efforts fléchissants, dont les moments sont représentés par les ordonnées de la surface D_0FF'' (l'angle en D_0 est égal à l'angle edg''), et une torsion, dont le bras de levier est DD_0, perpendiculaire à FE

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

prolongé ; ce même bras est soumis, en outre, à l'action de la force 1, qui produit, en arrière, des moments fléchissants, représentés par la surface E_0FF', et un moment de torsion, dont le bras de levier est AE_0, normal à EF. Les moments de flexion, retranchés les uns des autres, fournissent la surface $Ed_0e_0F'''F$, tandis que les moments de torsion donnent, comme différence, le rectangle construit sur EF ; la composition de ces deux surfaces fournit définitivement $Ee'''f'''F$ comme surface des moments. Dans le cas où la force 1 devient nulle, on n'a plus à faire les différences des surfaces de moments de même espèce et on obtient le polygone articulé, tracé en pointillé, dont les ordonnées, supérieures à celles de la surface précédente, sont, par conséquent, celles qu'il convient d'utiliser pour la détermination des dimensions.

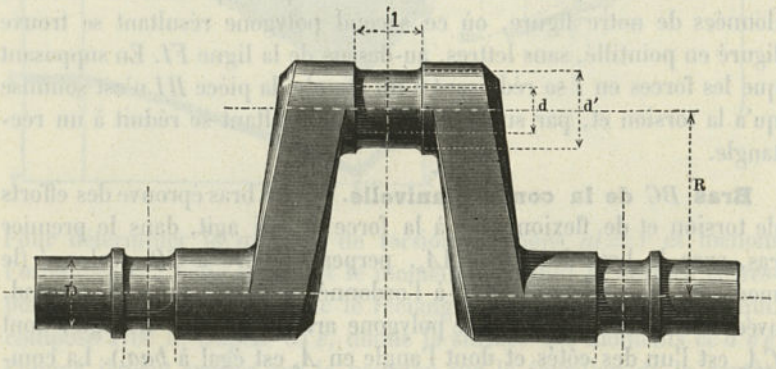
§ 171.

Arbres à un seul coude.

Les arbres coudés se divisent en deux catégories, suivant qu'ils présentent un ou plusieurs coudes. La figure 471 représente un arbre à un seul coude.

La détermination des dimensions d'un arbre de cette nature ne peut se faire, avec quelque exactitude, par la méthode analytique

Fig. 471.

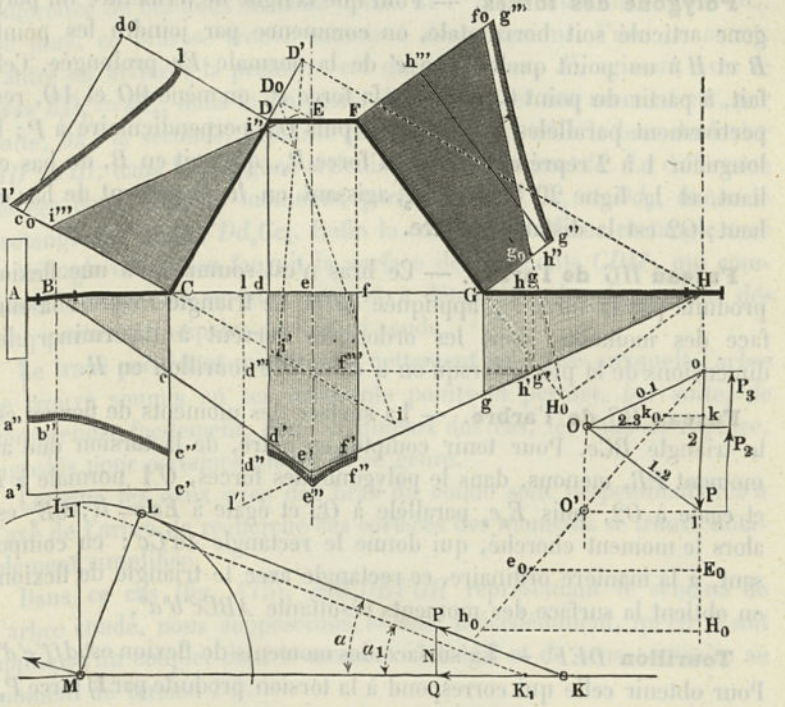


qu'en entraînant de grandes complications, tandis que la graphostatique permet d'arriver à la solution du problème, d'une manière à la fois très simple et très exacte ; aussi, emploierons-nous uniquement cette dernière méthode. La figure 472 donne le tracé des lignes d'axes *ABCDEFGH* d'un arbre coudé à bras inclinés, dont il s'agit de déterminer les dimensions.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

L'effort P, qui agit sur le tourillon de la partie coudée, a pour expression $Q : \cos \alpha$, en désignant par Q la pression exercée par le piston, dans la direction KM, et par α l'angle de la direction KL de la bielle avec KM. Pour une valeur constante de Q, cet effort atteint

Fig. 472.



sensiblement son maximum, lorsque KL est perpendiculaire au rayon LM. Comme ce maximum diffère d'ailleurs très peu de la valeur $Q : \cos \alpha_1$ correspondant à la position verticale ML_1 de la manivelle, nous pouvons, sans inconvénient, adopter cette dernière position pour la détermination graphique de P. L'effort en M est parallèle et égal à P; en K s'exerce une pression normale, $N = Q \cdot tg\alpha$, dont le maximum correspond à la position K_1L_1M. Il résulte de là que les moments de flexion du bras de la manivelle et de l'arbre peuvent être considérés comme atteignant leur maximum au même moment et comme produits par une même pression P.

Dans notre figure, E est le milieu du tourillon de la partie coudée, B et H deux paliers; nous supposons, de plus, qu'en A soit appliqué un couple, capable de s'opposer à la torsion produite par la force P, agissant avec le bras de levier R. On voit, d'après cela, que le pro-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

blème actuel présente la plus grande analogie avec celui que nous avons traité dans le paragraphe précédent. La partie *HG* remplace ici le fuseau du tourillon de la contre-manivelle, avec cette différence toutefois que la force en *H*, au lieu d'être une variable indépendante, dépend de la pression *P* en *E*.

Polygone des forces. — Pour que la ligne de fermeture du polygone articulé soit horizontale, on commence par joindre les points *B* et *H* à un point quelconque *e'* de la normale *Ee* prolongée. Cela fait, à partir du point 0, on porte la force *P*, on mène 0*O* et 1*O*, respectivement parallèles à *He'* et *Be'*, puis *O*2 perpendiculaire à *P*; la longueur 1 à 2 représente alors la force P_2, qui agit en *B*, de bas en haut, et la ligne 20 la force P_3, agissant en *H*, également de bas en haut; *O*2 est la distance polaire.

Fuseau *HG* de l'arbre. — Ce bras n'est soumis qu'à une flexion produite par la force P_3, appliquée en *H*. Le triangle *HGg* est la surface des moments, dont les ordonnées servent à déterminer les dimensions de la pièce, lorsqu'on a calculé le tourillon en *H*.

Fuseau *BC* de l'arbre. — La surface des moments de flexion est le triangle *BCc*. Pour tenir compte, en outre, de la torsion due au moment *PR*, menons, dans le polygone des forces, *O'*1 normale à *P* et égale à *O*2, puis E_0e_0 parallèle à *O*2 et égale à $Ee = R$; $0E_0$ est alors le moment cherché, qui donne le rectangle *Aa'Cc'*; en composant, à la manière ordinaire, ce rectangle avec le triangle de flexion, on obtient la surface des moments résultante $ABCc''b''a''$.

Tourillon *DEF*. — La surface des moments de flexion est $dff'e'd'$. Pour obtenir celle qui correspond à la torsion produite par la force P_3, agissant en *H*, avec le bras de levier $Ee = R$, prenons $Hg = Ee = R$; l'ordonnée gg' représente le moment de torsion. En composant le rectangle de torsion $dff'''d'''$ avec la surface de flexion, on obtient $dff''e''d''$ pour la surface des moments. L'ordonnée maximum ee'' est la seule qu'on ait à utiliser, puisque le tourillon doit être cylindrique.

Bras coudé *GF*. — Ce bras éprouve un mouvement de flexion, dû à la force P_3, agissant en H_0, HH_0 étant normal à *FG*; la surface de moments correspondante est FGg_0f_0, où l'angle g_0H_0G est égal à l'angle *g'Hg*. La force P_3, agissant avec le bras de levier HH_0, tend, en outre, à produire une torsion, dont le moment *hh'* s'obtient en prenant $Hh = HH_0$; cette ordonnée, reportée en Fh''' et Gh'', donne le rectangle de torsion $Fh'''Gh''$; par la composition de cette surface avec la précédente, on obtient définitivement la surface des moments $FGg''g'''$.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Bras coudé CD. — On mène ED_0 et HD' perpendiculaires à CD. Pour la position KLM de la bielle et de la manivelle, la force P, appliquée en D_0, tend à produire une flexion en avant, tandis que la force P_3, appliquée en D', tend, au contraire, à produire une flexion en arrière. Les polygones articulés correspondants sont les triangles D_0Ci et $D'Ci'$ ($Ci = 0H_0$ dans le polygone des forces et $H_0h_0 = CD_0$). La différence de ces deux surfaces donne $Ci''i'''$ pour la flexion du bras DC. De plus, ce bras se trouve soumis à deux torsions, l'une en avant, l'autre en arrière; la première est due à la force P, agissant avec le bras $ED_0 = kk_0$, dans le polygone des forces, et son moment est, par suite, $0k$; la seconde, produite par la force P_3, avec le bras du levier $HD' = HI$, dans le polygone articulé, a pour moment Il'. La différence de ces deux derniers moments, portée suivant Cc_0 et Dd_0, donne le rectangle de torsion Dd_0Cc_0. Enfin la composition de ce rectangle avec le triangle de flexion fournit la surface des moments $CDII'$, qui complète la série des surfaces propres à déterminer les dimensions des cinq parties principales de l'arbre coudé.

Le tracé précédent montre très nettement les efforts auxquels l'arbre se trouve soumis en ses différents points et permet, par suite, de comprendre facilement, dans la plupart des cas, les faits de rupture, signalés pour certaines pièces de ce genre.

Lorsque les deux axes des bras du coude sont perpendiculaires à l'axe de l'arbre, la recherche des surfaces des moments se trouve notablement simplifiée.

Dans ce cas (fig. 473), $ABCDEFGH$ représentant le schéma de l'arbre coudé, nous supposerons, comme précédemment, qu'en A soit appliqué un couple, dont le moment soit égal et de sens contraire au moment de torsion PR.

Polygone des forces. — Nous prendrons ici, pour mesure de la force P, la hauteur ee' du triangle $Be'H$, tracé comme précédemment. Si l'on fait $Bb'' = ee'$, qu'on mène $b''O$ parallèle à $e'H$ et Ob perpendiculaire à Bb'', $b''b$ et bB représenteront respectivement les efforts P_3 et P_2, en H et en B, Ob étant la distance polaire.

Fuseau HG. — Cette partie n'est soumise qu'à des moments de flexion dont la surface est HGg.

Fuseau ABC. — Cette pièce, soumise à des efforts de flexion, dont les moments sont représentés par la surface BCc, est en même temps sollicitée à la torsion par le moment PR. Si l'on trace $e'O'$ parallèle et égale à la distance polaire bO, $e'''p$ parallèle à cette ligne et égale à $Ee = R$, ee''' est le moment de torsion auquel correspond le rectangle de torsion, ayant pour base AC et pour hauteur $Aa' = Bb''' = ee'''$.

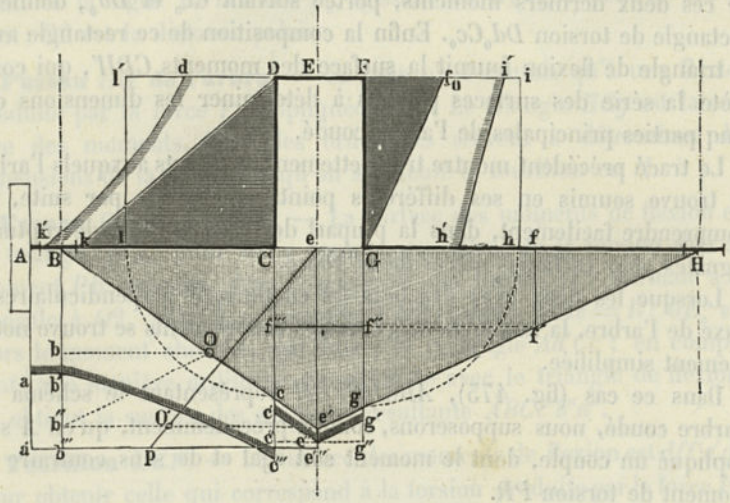
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

La composition des moments de flexion et de torsion donne la surface des moments $ABCc''b'a$.

Tourillon DEF. — Soumis à des moments de flexion, dont la surface est $CGge'c$, et sollicité à la torsion par la force P_3, agissant en H, avec un bras de levier $R = CD = Hf$; ce qui donne pour le moment de torsion $ff' = Gf'' = Cf'''$. La surface des moments résultante est $CGg'e''c'$, qui, pour un tourillon cylindrique, peut être remplacée par le rectangle de hauteur $Gg'' = Cc'' = ee''$.

Bras FG. — Sollicité à la flexion par la force P_3, appliquée en G; surface des moments correspondante GFf_0, dont l'angle aigu G est

Fig. 473.



égal à fHf': la même force, agissant avec le bras de levier HG, tend à produire une torsion, dont le moment est $Gg = Gh = Fi$. La surface des moments résultante est $FGh'i'$.

Bras CD. — Sollicité à la flexion par la force P, qui, pour le point C, donne le moment déjà trouvé $ee''' = Ck$, et à la torsion, dont le moment est $Cc = Cl = Dl'$. Surface des moments résultante $CDdk'$.

Pour la même position de E par rapport à B et H, le moment de torsion, qui agit sur le bras CD, a ici une valeur plus considérable que dans le cas où les bras sont inclinés sur l'axe de l'arbre et, par suite, il est nécessaire de donner aux bras droits des dimensions plus fortes. Comme, d'ailleurs, la torsion de ces bras est d'autant plus faible que les points C et G sont plus rapprochés, il en résulte qu'au point de vue de l'économie de matière il y a avantage à réduire le plus

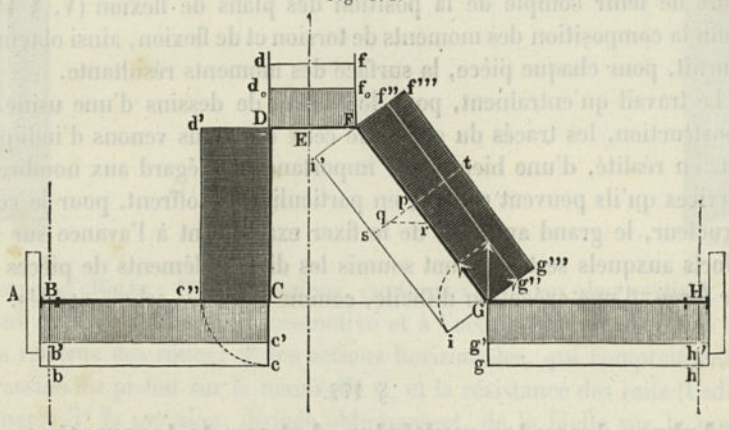
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

possible la distance de ces deux points. A ce même point de vue, l'emploi des bras obliques se recommande encore par ce fait que la longueur totale *FGH*, ou *DCB*, est nécessairement plus faible qu'avec les bras à angle droit.

Il arrive fréquemment qu'un arbre à coude unique doit être construit de telle manière que la torsion puisse s'exercer, tantôt à une extrémité, tantôt à l'autre. Il convient alors de tracer les surfaces des moments pour les deux cas, de les superposer et de prendre, pour chaque point, la plus grande des deux ordonnées qui lui correspondent. Il est bien évident qu'on doit adopter, dans les deux tracés, la même unité de mesure et la même distance polaire pour le polygone des forces. On rencontre des exemples de cas de ce genre dans les pièces intermédiaires des arbres coudés des machines de navires à roues (avec cylindres à vapeur oscillants), établies d'après la disposition de *Penn* et dans lesquelles le coude de la pièce intermédiaire commande les pompes à air. Toutefois, dans ce cas, le genre d'action est un peu différent de celui que nous avons admis dans le tracé précédent, et il est préférable de recourir à un tracé spécial, comme nous allons le faire.

Soit *ABCDEFGH* (fig. 474), le schéma de l'arbre coudé. Supposons qu'abstraction faite des forces appliquées en *E* on ait introduit un

Fig. 474.



couple, dont le moment soit représenté par $Bb = Cc = Gg = Hh$. Les effets dus à ce couple seront les suivants :

Fuseau *ABC*. — Simple torsion, dont le moment, transformé en moment de flexion (V. N° IV, § 16, pour $M_f = 0$), doit être porté suivant $Bb' = Cc' = {}^5/_8\, Bb$.

Fuseau *GH*. — Même effet que pour *ABC*; la surface des moments a pour hauteur $Hh' = Gg' = Cc'$.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Tourillon *DEF*. — Ici encore le couple donne lieu au même moment de torsion que pour les deux fuseaux, et on a $Dd_0 = Ff_0 = Bb'$.

Bras coudé *CD*. — Le couple produit, en chaque point de ce bras, une flexion, dont le moment a pour valeur $Cc'' = Dd' = Cc$; le plan de flexion est perpendiculaire au plan de la figure. La surface des moments est un rectangle de hauteur $Bb = Cc$.

Bras coudé *FG*. — Flexion et torsion simultanées. Décomposons le couple, comme on l'a indiqué au point *G*, en deux autres, l'un normal à l'axe du bras, l'autre suivant l'axe de ce bras. Au premier correspond le rectangle de torsion $GFf''g''$ et au second le rectangle de flexion $FGii'$. Si l'on prend $pq = {}^5/_8 Gi.pr = {}^3/_8 Gg''$, $tp = Gg''' = qs + qr$, on obtient le rectangle $FGg'''f'''$, qui représente la surface des moments résultante des deux premières.

Le tracé que nous venons de faire ne tient aucun compte des forces qui peuvent être appliquées au point *E*. Dans le cas où il en existe, on commence par déterminer séparément tous les moments de flexion et de torsion, correspondant aux forces et aux couples; cela fait, pour chaque partie de l'arbre, on ajoute ou on retranche, suivant leurs directions, les différents moments de torsion qui lui correspondent et on opère de même pour les moments fléchissants, en ayant soin d'ailleurs de tenir compte de la position des plans de flexion (V. § 44); enfin la composition des moments de torsion et de flexion, ainsi obtenus, fournit, pour chaque pièce, la surface des moments résultante.

Le travail qu'entraînent, pour le bureau de dessins d'une usine de construction, les tracés du genre de ceux que nous venons d'indiquer est, en réalité, d'une bien faible importance, eu égard aux nombreux services qu'ils peuvent rendre; en particulier, ils offrent, pour le constructeur, le grand avantage de le fixer exactement à l'avance sur les efforts auxquels se trouveront soumis les divers éléments de pièces en fer forgé, d'une exécution difficile, comme celle des arbres coudés.

§ 172.

Arbres à coudes multiples. Arbres de locomotives.

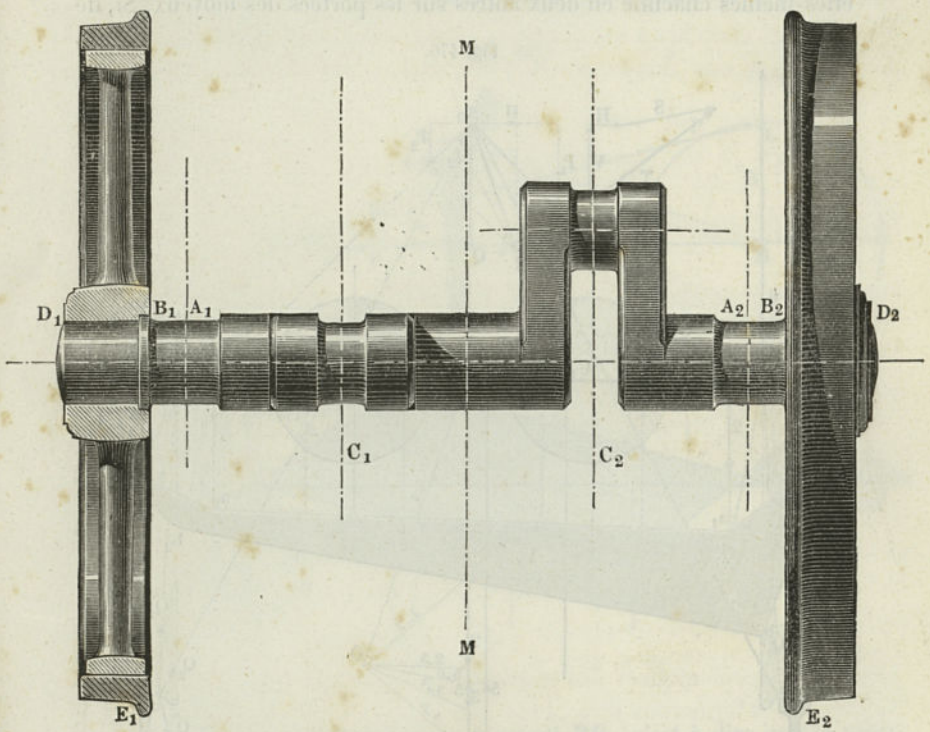
Parmi les arbres en fer forgé ou en acier, à coudes multiples, les arbres coudés des locomotives présentent une importance toute spéciale. Nous choisirons ici, comme exemple d'application, un arbre de locomotive avec cylindres intérieurs, tel que celui représenté par la figure 475.

Comme la grandeur des roues intervient dans le tracé du plan des

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

moments, nous les avons reproduites avec l'arbre. C_1, C_2 sont les milieux des coudes, A_1 et A_2 les milieux des supports des tourillons. B_1D_1 et B_2D_2 les portées des moyeux des roues; les plans des axes des coudes, en C_1 et C_2, sont perpendiculaires l'un à l'autre. Cela posé, dans la position indiquée sur la figure, l'arbre se trouve soumis à trois

Fig. 475.



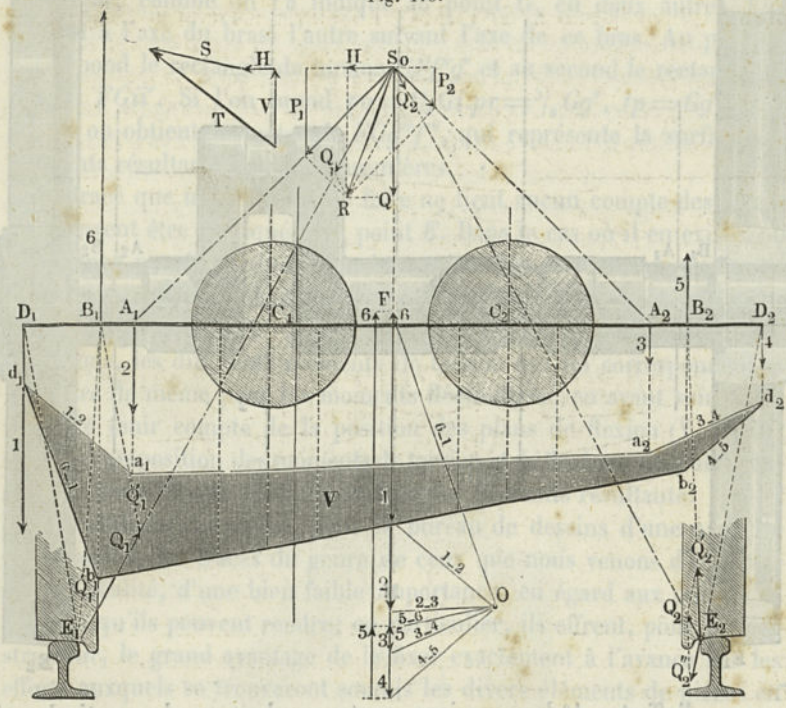
genres d'efforts : 1° les pressions, contenues dans un plan vertical, qui sont dues au poids de la locomotive et à l'action latérale des rails sur les rebords des roues; 2° les actions horizontales, qui comprennent la pression du piston sur la manivelle C_2 et la résistance des rails (l'adhérence); 3° la pression, dirigée obliquement, de la bielle sur la manivelle C_1. Nous négligerons les autres actions accessoires, telles, par exemple, que celles dues aux tiges d'excentriques de la distribution, et nous considérerons successivement les trois genres d'efforts que nous venons d'indiquer.

Forces et moments dans le plan vertical (fig. 476). — A la hauteur du centre de gravité de la locomotive est appliquée, en S_0, la partie Q du poids de cette locomotive qui correspond à l'arbre coudé.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Par suite des mouvements de lacet et de l'action de la force centrifuge dans les courbes, il se développe une force horizontale H, qui peut aller jusqu'à $0,4Q$. La résultante R des forces Q et H représente alors la charge de l'arbre, que nous pouvons décomposer en pressions P_1 et P_2 sur les tourillons, en A_1 et A_2, et en pressions Q_1 et Q_2 sur les têtes des rails E_1 et E_2. Les deux forces Q_1 et Q_2 se décomposent elles-mêmes chacune en deux autres sur les portées des moyeux. Si, de

Fig. 476.

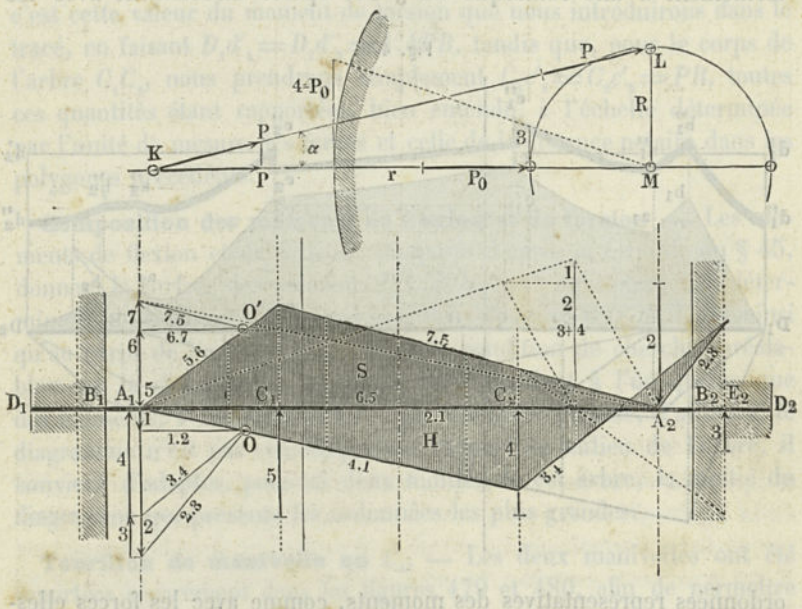


toutes les forces ainsi obtenues, nous ne considérons que les composantes normales à l'axe de l'arbre, nous arrivons définitivement à six actions verticales, tendant à produire la flexion de l'arbre; les unes 1, 2, 3, 4, appliquées en D_1, A_1, A_2 et D_2, sont dirigées vers le bas, tandis que les deux autres 5 et 6, en B_2 et B_1, sont dirigées vers le haut. Si maintenant nous choisissons un pôle O (à une distance arbitraire de F, mais qui doit rester la même pour tous les tracés suivants), nous formerons le polygone des forces $F.4.O$, puis le polygone articulé, ou la surface des moments, $d_1a_1a_2d_2b_2b_1$, qui, pour chaque point de l'arbre, situé dans le plan vertical (ici le plan de la figure), donne, par l'ordonnée correspondante, le moment fléchissant; la surface totale se trouve désignée par V.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Forces et moments dans le plan horizontal (fig. 477). — Ainsi que nous l'avons expliqué dans le paragraphe précédent, la pression P sur le tourillon, pour la position LM de la manivelle, est légèrement supérieure à la pression P_0 du piston; mais, au point de vue de la rotation de l'axe, son moment ($P_0 : \cos\alpha$). $R\cos\alpha$ se réduit précisément à P_0R, de telle sorte que, la roue à gauche étant supposée glisser sur le rail, l'autre roue se trouve maintenue sur le second rail

Fig. 477.



par un effort correspondant au moment RP_0, c'est-à-dire que la résistance au glissement 3, en E_2, est égale à $(R : r)\ P_0$. Au moyen de cette dernière force et des résistances 1 et 2 sur les tourillons, il est facile de construire d'abord le polygone des forces $A_1 20$, puis le polygone articulé H (en hachures claires), qui représente les moments correspondant aux forces horizontales. (Les forces 1 et 2 ont été obtenues en déterminant d'abord la position de la résultante des forces 3 et 4, parallèles et dirigées dans le même sens, puis en décomposant cette résultante $3 + 4$ en deux composantes, 1 et 2, appliquées en A_1 et A_2.)

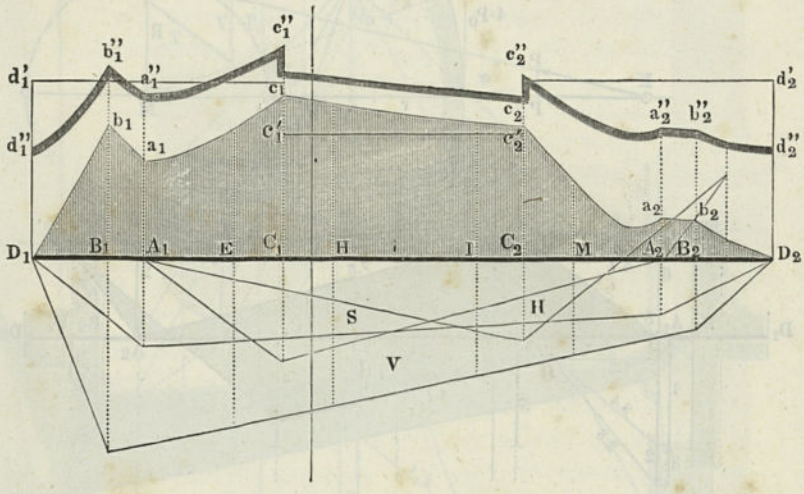
Forces et moments dans le plan incliné des bielles. — Au point C_1 est appliquée la force $Q = 5$, dont l'inclinaison sur l'horizontale est donnée par l'angle $MKL = \alpha$. Si nous décomposons cette force, comme l'indique la figure, en deux autres 6 et 7, appliquées en A_1 et

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

A_2, nous pourrons former le polygone des forces, avec la distance polaire adoptée précédemment, puis le polygone articulé S (en hachures noires), qui peut être utilisé comme surface des moments, pour les flexions, dans le plan incliné des bielles.

Composition des trois polygones articulés correspondant à la flexion de l'arbre (fig. 478). — Comme les trois genres d'efforts, qui tendent à produire la flexion, agissent simultanément sur l'arbre, nous devons chercher à les composer. Dans ce cas, nous pouvons, conformément à une remarque du § 44, opérer directement avec les

Fig. 478.



ordonnées représentatives des moments, comme avec les forces elles-mêmes. Nous formerons donc, pour une série de points de l'arbre très rapprochés, les polygones d'ordonnées correspondantes, en ayant bien soin de tenir compte des directions; la ligne fermant chacun de ces polygones fournira, en grandeur et en direction, le moment résultant. Un de ces polygones d'ordonnées, représenté dans la figure 476, à gauche et à la partie supérieure, correspond au point C_1. L'ordonnée verticale V est dirigée de bas en haut, l'ordonnée horizontale H, qui vient ensuite, est portée de droite à gauche, ainsi que l'ordonnée inclinée S; par conséquent, la résultante T, qui correspond à une ordonnée dirigée en sens contraire, s'obtient en joignant le point de départ de V avec l'extrémité de S. En répétant la même opération, sur toute la longueur de l'arbre, on arrive à la surface des moments $D_2D_1b_1a_1c_1c_2a_2b_2$, qui donne les flexions de toutes les parties de cet arbre (à l'exception de celles des bras coudés).

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Moments de torsion pour l'arbre. — Pour la position des manivelles, que nous avons prise comme point de départ, une seule de ces manivelles tend à produire sur l'arbre une torsion, dont le moment est PR. Mais, si les manivelles se trouvent inclinées, toutes les deux, de 45° sur l'horizontale, le moment de torsion, pour les fuseaux d'extrémités, C_1D_1 et C_2D_2, devient sensiblement égal à $\sqrt{2}\,PR$, ou $1{,}4PR$. Bien que, pour cette position des manivelles, les moments de flexion soient légèrement différents de ceux que donne le dernier diagramme, c'est cette valeur du moment de torsion que nous introduirons dans le tracé, en faisant $D_1d'_1 = D_2d'_2 = 1{,}4PR$, tandis que, pour le corps de l'arbre C_1C_2, nous prendrons simplement $C_1c'_1 = C_2c'_2 = PR$, toutes ces quantités étant rapportées, bien entendu, à l'échelle déterminée par l'unité de mesure des forces et celle de la distance polaire dans les polygones précédents.

Composition des moments de flexion et de torsion. — Les moments de flexion et de torsion, composés d'après la formule du § 45, donnent la surface des moments $D_2D_1d''_1b''_1 \ldots d''_2$, qui permet de déterminer les dimensions à donner aux deux fuseaux C_1D_1 et C_2D_2, ainsi qu'au corps de l'arbre C_1C_2, à la seule condition de chercher préalablement le diamètre en un point correspondant à l'un quelconque des moments, à l'ordonnée $B_1b''_1$, par exemple. Comme, d'ailleurs, le diagramme n'est pas symétrique par rapport au milieu de l'arbre, il convient d'adopter, pour les deux moitiés de cet arbre, la moitié du diagramme qui présente les ordonnées les plus grandes.

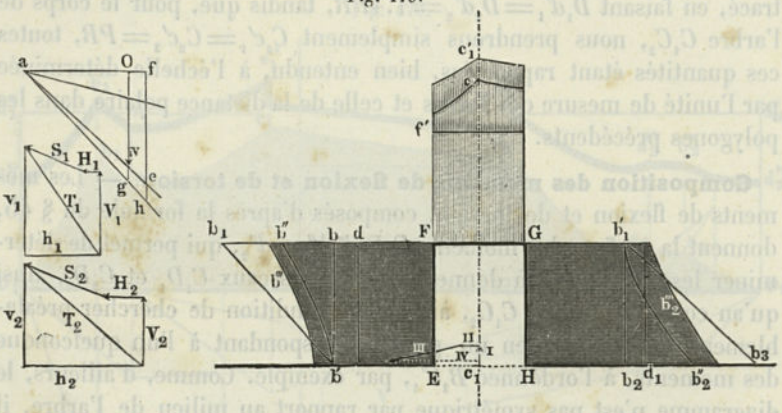
Tourillon de manivelle en C_1. — Les deux manivelles ont été reportées séparément dans les figures 479 et 480, afin de permettre de représenter plus commodément les moments correspondants. Le tourillon FG, en C_1, est soumis d'abord aux flexions, dont les moments, fournis par le tracé de la figure 478, forment ici la surface FGc_1 (fig. 479). Pour déterminer les efforts de torsion, il convient de prendre toutes les forces appliquées à gauche du point E; nous allons commencer par chercher leur résultante. Les forces 1, 2 et 6 de la figure 476 agissent verticalement; leur somme algébrique fournit la force verticale I. La force horizontale 1 de la figure 477 est dirigée d'avant en arrière; elle porte, sur notre figure, le n° II. La force oblique 6 de la figure 477 est également dirigée en arrière, vers le bas; elle porte le n° III. La ligne (non représentée), allant du point C_1 à l'extrémité de III, donnerait la résultante totale, dont la composante horizontale IV, agissant avec le bras de levier $EF = R$, produit la torsion du tourillon. Dans la figure à gauche, prenons une longueur aO, égale à la distance polaire, portons IV à partir de O, vers le bas,

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

menons la ligne *aIVe* et faisons $af = R$; la portion *fe* de la perpendiculaire à *af* représente le moment de torsion, qui est reporté sur la figure en *Ff'*. Le rectangle de torsion correspondant, composé avec la surface FGc_1, donne FGc'_1, pour la surface des moments.

Bras de manivelle *EF*. — Le polygone des ordonnées pour le point *E* est représenté, à gauche, en $V_1H_1S_1T_1$. La composante horizontale h_1 du moment résultant T_1 produit, sur le bras *EF*, une torsion dont le moment est représenté, sur la figure, par $Fd = h_1$; la

Fig. 479.



composante verticale v_1 correspond à une flexion du bras, dans le plan de la figure, $Fb = v_1$; en outre, la force *IV*, appliquée en *E*, produit sur ce bras, normalement à ce plan, une flexion, dont le moment en *F* est représenté par bb_1. La composition des moments fléchissants fournit la surface *EFb'b''*, qui, composée elle-même avec le rectangle de torsion *EFd*, donne définitivement la surface des moments résultante $EFb'^{\prime\prime}$.

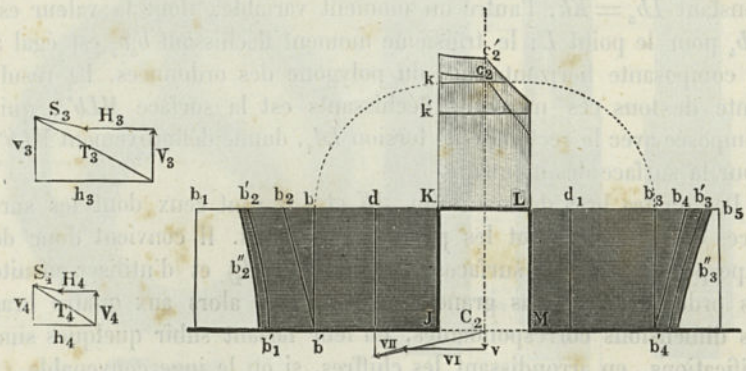
Bras de manivelle *GH*. — Pour le point *H*, le polygone des ordonnées est $V_2H_2S_2T_2$. La torsion du bras *GH* correspond à la composante horizontale h_2; son moment se trouve représenté par $Hd_1 = h_2$; la composante verticale v_2 donne une flexion, dans le plan de la figure, $Gb'_1 = v_2$; le bras est soumis, en outre, à une seconde flexion, normale à ce plan, due à la force *P*, agissant sur *GF* et dont le moment est $PR = fh$ (en prenant, dans la figure à gauche, $Og = P$, $af = R$); le moment se trouve reporté en $b_2b_3 = fh$. La résultante des moments fléchissants est $GHb'_1b''_2$, qui, composée avec le rectangle de torsion GHd_1, donne pour la surface des moments GHb'''_2.

Tourillon *KL* (fig. 480). — Ce tourillon est d'abord soumis aux moments fléchissants, compris entre *M* et *J*; à ce genre d'action cor-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

respond la surface des moments KLc_2, fournie par la figure 478. Toutes les forces, qui agissent à droite de C_2, tendent à produire la torsion de ce même tourillon. La résultante des forces 3, 4 et 5 (fig. 476) agit verticalement de haut en bas et se trouve représentée ici par V; de même la résultante (ou la différence) de 2 et 3 (fig. 477), qui est horizontale et dirigée d'avant en arrière, est figurée en VI; enfin on a reporté en VII la force 7 de la figure 477, qui est également dirigée en arrière, obliquement au plan de la figure. La compo-

Fig. 480.



sante verticale de la ligne qui ferme le polygone des forces V, VI et VII tend à produire une torsion du tourillon, puisque, d'après ce que nous avons supposé, le bras de manivelle JK est dans la position horizontale. Le moment de cette composante verticale a pour grandeur kk'. Le tourillon est, en outre, sollicité à la torsion par le couple qu'introduit ici le coude de gauche (V. le texte correspondant à la figure 474); le moment de ce couple, qui est donné en $C_1c'_1$, sur la figure 478, se trouve représenté ici par Kk; comme il agit en sens contraire du moment kk', précédemment trouvé, il en résulte que le moment de torsion du tourillon KL se trouve finalement représenté par Kk', qui, combiné en chaque point avec le moment de flexion, donne pour surface des moments résultante KLc'_2.

Bras de manivelle JK. — Ce bras est sollicité à la torsion par le moment Kd de la composante verticale v_5 du polygone des ordonnées $V_5H_5S_2T_5$; il est également soumis, dans le plan vertical, à une flexion dont le moment est $Kb = Kk$, conformément à ce qui a été dit précédemment pour la figure 474; de plus, il est soumis, dans le même plan, à une flexion, due à la composante verticale des forces V, VI et VII et dont le moment, au point K, a pour valeur bb_2 (voir, pour la détermination de ce moment, le tracé supérieur de la

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

figure 479); enfin il éprouve, dans le plan horizontal, une troisième flexion, dont le moment est bb_1 et qui correspond à la composante horizontale h_3 du polygone des ordonnées. La composition de tous ces moments fléchissants fournit la surface $JKb'_1b'_2$, qui, combinée elle-même avec le rectangle de torsion KdJ, donne JKb''_2 pour la surface des moments résultante.

Bras de manivelle LM. — Le moment de torsion Ld_1 est égal à la composante verticale v_4 du polygone des ordonnées pour la position M. Des deux flexions dans le plan vertical, l'une a un moment constant $Lb_3 = Kk$, l'autre un moment variable, dont la valeur est b_3b_4 pour le point L; le troisième moment fléchissant b_3b_5 est égal à la composante horizontale h_4 du polygone des ordonnées. La résultante de tous ces moments fléchissants est la surface MLb'_3, qui, composée avec le rectangle de torsion Ld_1, donne définitivement MLb''_3 pour la surface des moments.

Des quatre bras de manivelle, JK et GH sont ceux dont les surfaces de moments sont les plus considérables. Il convient donc de superposer ces deux surfaces (JKb''_2 et GHb'''_2) et d'utiliser ensuite les ordonnées les plus grandes. On applique alors aux quatre bras les dimensions correspondantes, en leur faisant subir quelques simplifications, en arrondissant les chiffres, si on le juge convenable.

Le tracé du plan des moments, pour un arbre doublement coudé, est, comme on voit, assez laborieux et il exige qu'on traite les différentes questions qui s'y rapportent avec la plus sérieuse attention.

Les résultats fournis par ce tracé ont d'ailleurs une très grande importance, puisqu'ils permettent, en définitive, d'adopter sans danger, pour les différentes parties de l'arbre, une tension allant jusqu'aux deux tiers de la charge limite d'élasticité, c'est-à-dire 10 kilogrammes pour le fer et 15 à 16 kilogrammes pour l'acier, ainsi que nous l'avons constaté, en appliquant notre diagramme à l'examen de pièces de ce genre d'une bonne construction.

Le calcul graphostatique d'un arbre de locomotive à manivelles extérieures est différent de celui que nous venons d'indiquer; mais on peut, sans grande difficulté, arriver à établir le diagramme correspondant à ce cas, en modifiant légèrement le procédé précédent.

§ 173.

Excentriques.

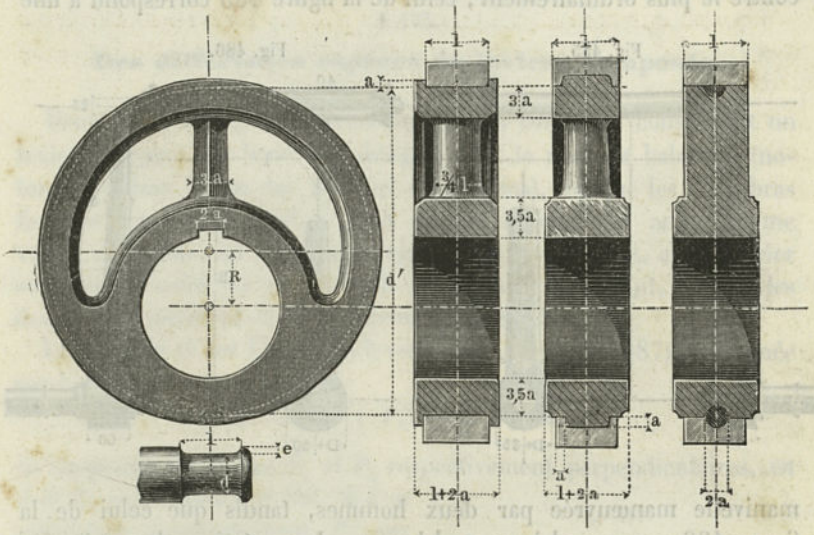
Si, dans une manivelle dont le bras est R et qui est calée sur un arbre de diamètre D, on amplifie le diamètre d' du tourillon, de telle

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

sorte qu'il devienne supérieur à $D + 2R$, l'arbre peut être entouré par le tourillon, qui constitue alors un excentrique.

Les figures 481 à 484 donnent les dispositions les plus simples de ce genre d'organes. La plus convenable pour les cas ordinaires est celle de la figure 483; les deux rebords du collier forment une espèce

Fig. 481. Fig. 482. Fig. 483. Fig. 484.



de réservoir, qui a l'avantage de maintenir constamment le disque dans l'huile et de réduire, par suite, notablement l'usure.

La largeur l du disque est égale à la longueur du tourillon frontal équivalent, c'est-à-dire correspondant à la même pression; de la valeur e du collet de ce tourillon se déduit la saillie a de l'excentrique, au moyen de la relation :

$$a = 1{,}5e = 5 + {}^{7}/_{100}\, l \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (157)$$

c'est à cette longueur a que se trouvent rapportées la plupart des autres dimensions.

Les arbres qui portent des coudes, ou toutes autres parties saillantes de position invariable, ne peuvent pas, le plus souvent, recevoir d'excentriques, disposés comme ceux des figures précédentes; dans les cas de ce genre, il convient de faire ces excentriques en deux parties, qu'on réunit par des boulons. Dans le cas particulier où l'excentrique doit avoir une faible saillie sur l'arbre, on dispose son moyeu de fixation à côté du disque, proprement dit, et on peut alors lui donner sans difficulté l'épaisseur nécessaire, c'est-à-dire $3{,}5a$.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 174.

Manivelles à main.

Dans les manivelles à main, le tourillon présente la forme d'un manche. Les figures suivantes donnent les deux dispositifs qu'on rencontre le plus ordinairement ; celui de la figure 485 correspond à une

Fig. 485.

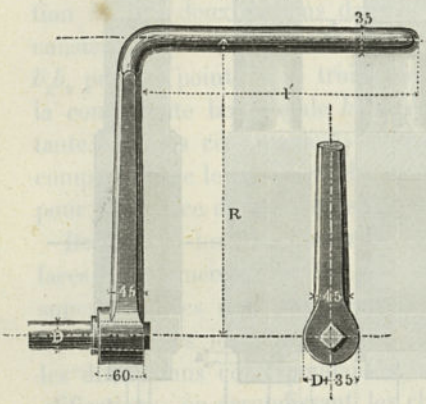
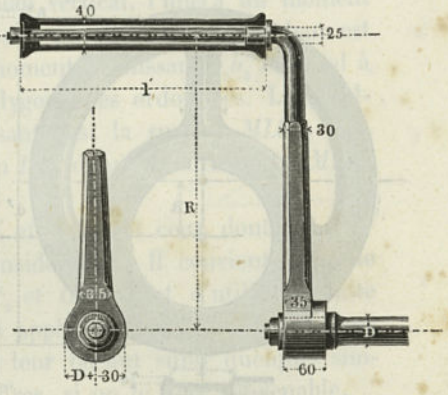


Fig. 486.



manivelle manœuvrée par deux hommes, tandis que celui de la figure 486 correspond à un seul homme. Les notations de ces figures reçoivent généralement les valeurs suivantes :

	pour 2 hommes :	pour 1 homme :
$R =$	360 à 450^{mm}	300 à 400^{mm}
$l' =$	400 à 480^{mm}	300 à 330^{mm}
$D =$	40 à 45^{mm}	30 à 35^{mm}

Les manivelles qui sont établies aux deux extrémités d'un même arbre doivent être calées de manière à faire entre elles un angle de 120°.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

CHAPITRE TREIZIÈME

LEVIERS COMPOSÉS

§ 175.

Des différentes espèces de leviers composés.

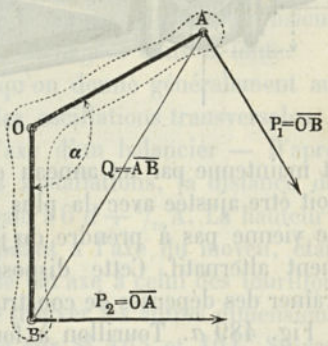
Deux leviers simples, qui ont un moyeu commun, constituent un levier composé. Ce levier est désigné sous le nom de balancier (notamment dans le cas des grandes dimensions), lorsque les deux bras forment un angle égal à deux droits; lorsque cet angle a une valeur différente, on a ce qu'on appelle un levier brisé, ou un levier en croix, et enfin on a une bielle ou un levier oscillant, lorsque les deux bras coïncident et ont la même longueur.

La pression Q sur l'axe d'un levier brisé AOB (fig. 487) est donnée par la formule :

$$Q = \sqrt{P_1^2 + P_2^2 - 2P_1P_2 \cos\alpha}$$

en supposant les forces P_1 et P_2 respectivement perpendiculaires, en A et B, aux bras OA et OB. Si l'on représente graphiquement P_1 par OB et P_2 par OA, la force Q se trouve elle-même représentée par le troisième côté AB du triangle AOB.

Fig. 487.



Si les forces P_1 et P_2 sont inclinées sur les bras OA et OB, il convient de remplacer ces bras par les perpendiculaires abaissées du point O sur les directions des forces. On rencontre une extrême variété de formes dans les leviers composés, et nous nous bornerons ici à l'étude de quelques-unes des formes les plus importantes.

§ 176.

Balanciers.

De tous les leviers composés, le plus important est le balancier, en raison de ses nombreuses applications dans les machines à vapeur.

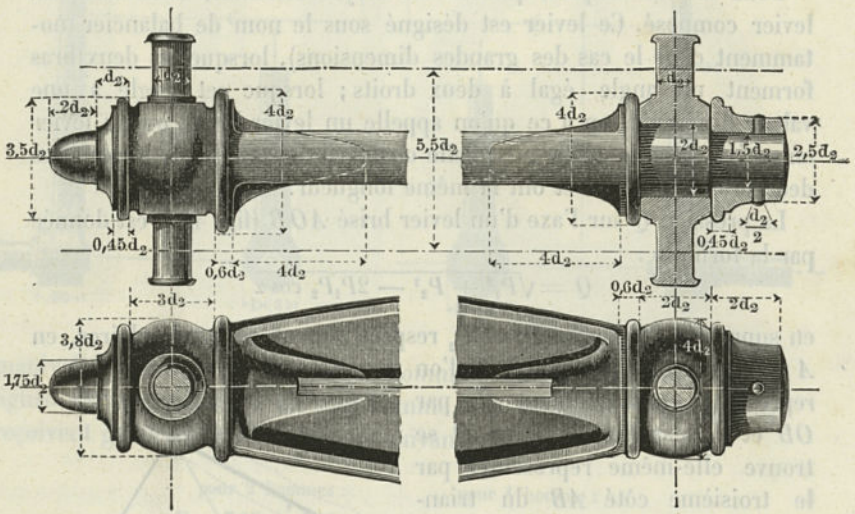
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Le balancier s'exécute ordinairement en fonte ; les tourillons, dont il est muni à ses extrémités, sont assez souvent disposés comme celui de la figure 458. Les autres modes de fixation, qu'on emploie encore pour les tourillons de balanciers, sont représentés dans les figures suivantes.

Fig. 488 *a*. Tête de balancier, à double tourillon, ornée et tournée, avec fixation invariable par clavette.

Fig. 488 *b*. Tête de balancier, avec pièce en fer creuse portant les tourillons, s'adaptant exactement sur une partie tournée du balancier

Fig. 488.



et maintenue par un anneau claveté en avant. La tête des tourillons doit être ajustée avec la plus grande précision, afin que l'assemblage ne vienne pas à prendre du jeu, sous l'action persistante du mouvement alternatif. Cette disposition a d'ailleurs l'inconvénient d'entraîner des dépenses de construction assez considérables.

Fig. 489 *a*. Tourillon à fourchette ; les deux portées de ce tourillon sont tournées suivant une surface légèrement conique et il est maintenu par une vis à tête, avec interposition d'une rondelle à bords fraisés. A l'autre extrémité, le tourillon porte un ergot, destiné à empêcher tout mouvement de rotation. On peut également donner au tourillon la forme sphérique, pour obtenir plus de mobilité.

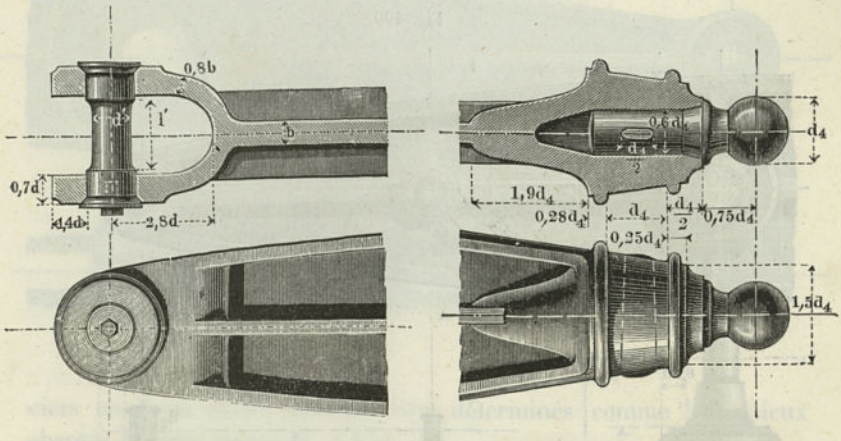
Fig. 489 *b*. Tourillon à tête sphérique ; le tourillon porte une longue queue, qui pénètre dans une partie alésée, ménagée à l'extrémité du balancier et sur laquelle elle est solidement fixée par une cla-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

vette. Cette disposition assure à la bielle une grande mobilité et permet de lui donner une forme simple.

Le diamètre des tourillons se détermine d'après les indications du § 90. Si le balancier est à simple effet, on doit prendre, dans ces for-

a Fig. 489. *b*



mules, celles qui se rapportent au cas de la pression de direction constante; s'il est, au contraire, à double effet, on doit faire usage de celles qui correspondent à une charge de direction alternative.

Pour les balanciers d'une très grande force, le clavetage des tourillons peut se faire, comme l'indique la figure 189, avec plusieurs clavettes, s'engageant dans des rainures ménagées dans la fonte.

La figure 490 représente la forme qu'on donne généralement aux bras de balanciers. Afin d'empêcher les oscillations transversales, il convient de ne pas faire trop court l'axe d'un balancier — D'après les indications fournies par de bonnes installations, la distance des milieux des tourillons doit être prise égale à $6\,d + {}^1/_{10}\,A$. La hauteur h de la pièce, dans la section correspondant à l'axe du moyeu, étant déterminée en fonction de la distance de cet axe à celui des tourillons de tête et du diamètre d, il est facile de trouver les autres dimensions, en opérant comme nous l'avons indiqué aux §§ 163 et 164. Suivant les circonstances, la distance des milieux des tourillons d'extrémités varie de $4{,}6\,d_2$ à $5{,}5\,d_2$.

La hauteur du bras h est donnée par l'expression

$$h = 4d + \frac{A}{8}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (158)$$

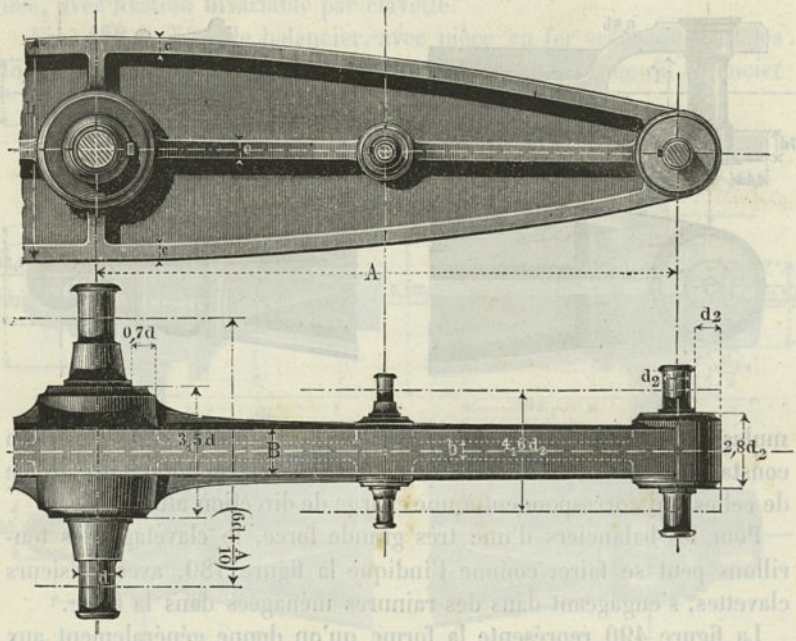
d étant le diamètre des tourillons de l'axe en fer du balancier et A

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

la longueur du bras. Dans le cas où le balancier est à bras inégaux, il convient de prendre pour A la valeur moyenne des deux longueurs (1).

La courbe limite du bras, depuis le sommet du balancier jusqu'à la tête destinée à recevoir les tourillons, doit être tracée par l'une des

Fig. 490.



méthodes indiquées au § 142. La nervure de renforcement établie au milieu du bras a la même épaisseur c que la nervure du rebord; la figure 490 indique le profil de ces nervures.

La figure 491 représente une autre forme de bras de balancier à double plaque. Pour le calcul des dimensions d'un balancier de ce genre, il convient de considérer chacune des plaques comme un balancier distinct.

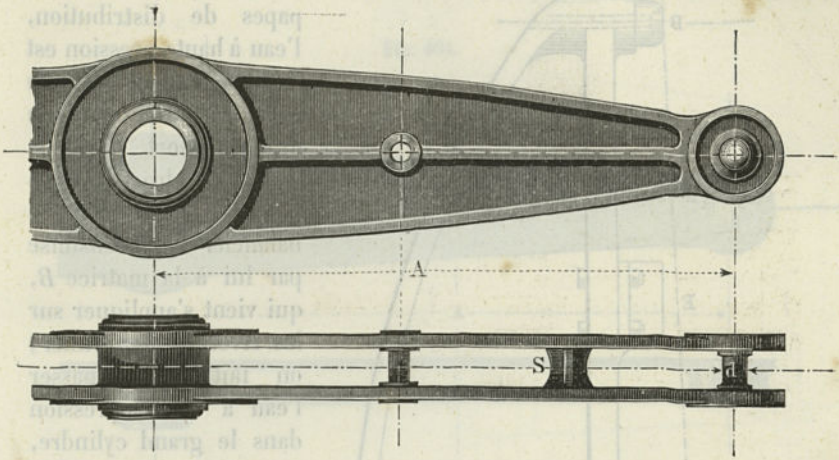
La figure 492 représente la coupe d'un balancier de grandes dimensions, formé de deux plaques complètement distinctes. Ces deux pièces sont solidement reliées l'une à l'autre par des boulons à entretoises; cette disposition permet d'établir les points de suspension des orga-

(1) Les constructeurs américains donnent au balancier une hauteur beaucoup plus grande que celle indiquée par la formule (158), le double au moins. Très souvent, ils en font une véritable poutre, avec âme en fer et nervures en fonte.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

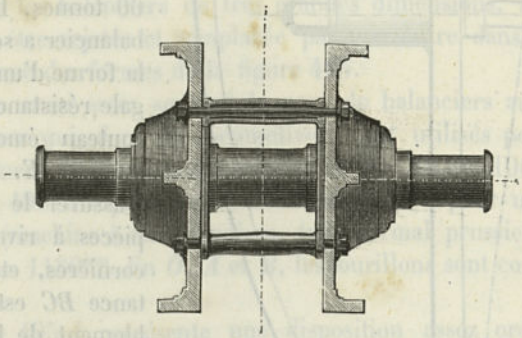
nes du parallélogramme sur les faces intérieures. Les axes des balan-

Fig. 491.



ciers en deux pièces doivent être déterminés comme les essieux chargés en deux points (V. § 134).

Fig. 492.



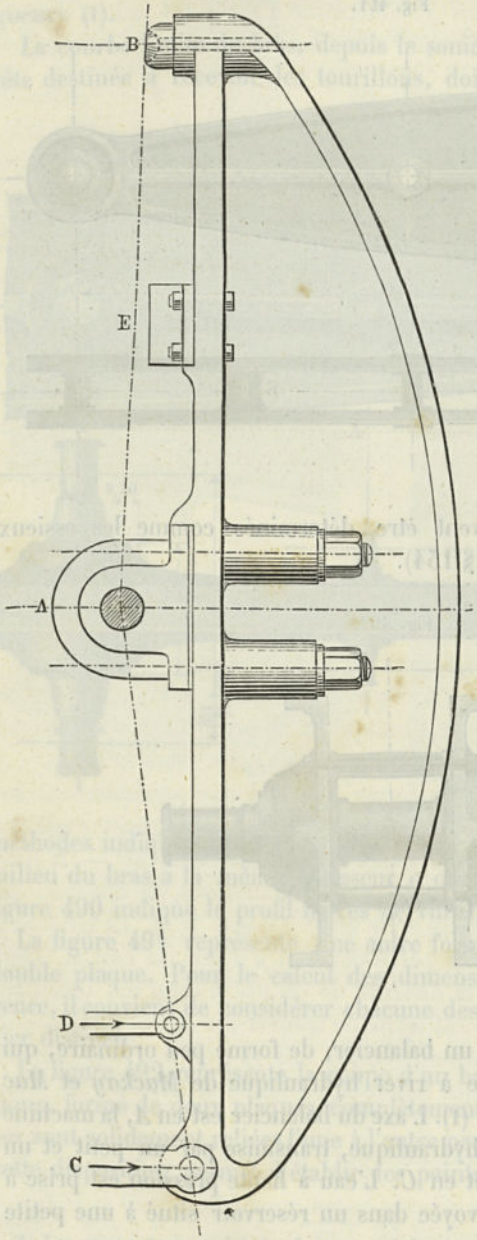
La figure 493 représente un balancier, de forme peu ordinaire, qui est emprunté à la machine à river hydraulique de *Mackay* et *Mac George*, construite par *Rigg* (1). L'axe du balancier est en *A*, la machine à river en *B*; la pression hydraulique, transmise par un petit et un grand cylindre, agit en *D* et en *C*. L'eau à haute pression est prise à un accumulateur et est renvoyée dans un réservoir situé à une petite

(1) Engineering, 1875, mars, p. 223.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

hauteur au-dessus du cylindre dont le piston agit en *D*. En travail normal, grâce à une disposition spéciale des soupapes de distribution, l'eau à haute pression est envoyée d'abord dans le petit cylindre, et l'eau qui en sort dans le grand cylindre; la pression ainsi exercée sur le balancier est transmise par lui à la matrice *B*, qui vient s'appliquer sur les rivets à comprimer; on fait ensuite passer l'eau à haute pression dans le grand cylindre, ce qui a pour résultat de donner aux têtes de ces rivets leur forme définitive. La pression sur les rivets est de 60 tonnes. Le corps du balancier a sensiblement la forme d'un solide d'égale résistance (§ 9). Un couteau émoussé, disposé en *E*, a pour but d'assurer le réglage des pièces à river (poutres, cornières, etc.). La distance *BC* est très sensiblement de 12 pieds anglais. Le bâti qui se trouve disposé en regard du balancier présente, d'une manière générale, la même forme que lui.

Fig. 493

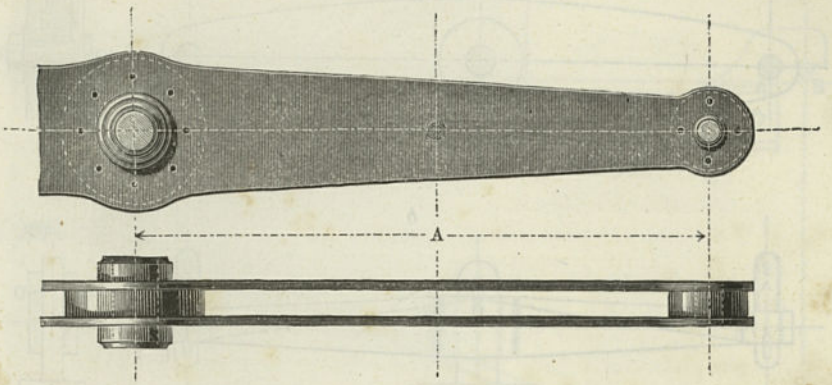


L'emploi de balanciers complètement en fer n'est pas très rare. Pour les balanciers de ce genre qui ne sont pas soumis à des efforts très

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

considérables et dont la longueur de bras n'est pas trop grande, on peut utiliser avec avantage la disposition de la figure 494, qui se compose de deux plaques distinctes en tôle, reliées entre elles par

Fig. 494.



des rondelles, qui constituent de véritables entretoises. La hauteur h du bras doit être prise égale à 0,8 de la valeur donnée par la formule (158), cette formule étant supposée appliquée à une plaque seule. Pour les balanciers de très grandes dimensions, cette disposition doit être rejetée et remplacée par une autre dans laquelle la section a l'une des formes de la figure 463.

On donne aussi assez souvent le nom de balanciers aux supports intermédiaires qui, dans les locomotives, sont utilisés pour répartir convenablement la pression des ressorts (V. fig. 105 et 106, § 41).

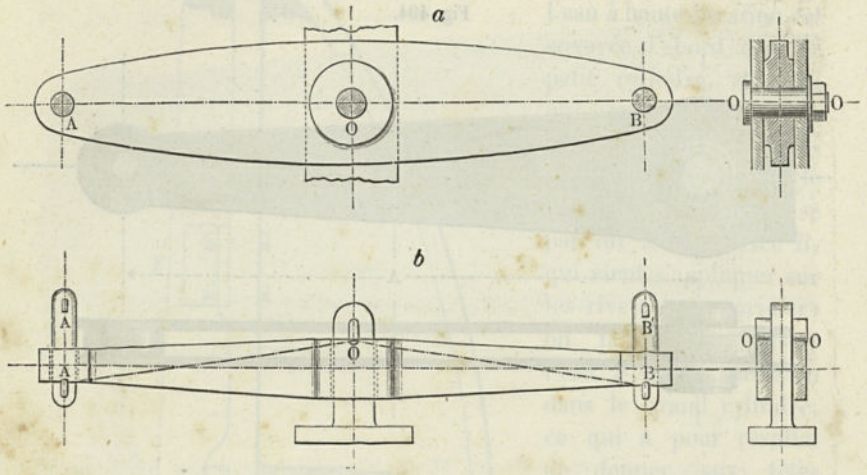
La figure 495 *a* représente un balancier en fer pour une locomotive lourde (machine à marchandises, type normal prussien). La longueur $AB = 1180^{mm}$. En O, A et B, les tourillons sont constitués par des boulons.

La figure 495 *b* représente une disposition assez ordinairement usitée en Amérique pour cet organe, qu'on désigne sous le nom de levier d'égalisation. Dans cette disposition, empruntée à une locomotive de voyageurs, la construction présente des différences bien caractérisées avec la précédente. Le levier est placé latéralement entre les ressorts des essieux moteurs, dont l'écartement est de 7 pieds $^1/_2$. En O, A et B, ainsi qu'en A' et B' sont des demi-tourillons, qui ne déterminent pas une liaison rigide. Dans le levier américain, les longueurs des bras varient pendant les oscillations, puisque les trois points A, O, B sont disposés de manière à former un triangle, tandis que,

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

dans la disposition précédente, où ces trois points sont en ligne droite, les longueurs des bras restent nécessairement constantes.

Fig. 495.



Toutefois, ces variations ne paraissent pas entraîner d'inconvénients sérieux.

§ 177.

Ponts-bascules.

Dans les balances, les tourillons de rotation des leviers ou fléaux sont exécutés sous la forme de couteaux (V. § 95), dont l'angle est le plus souvent de 60°. Les leviers composés des balances présentent des formes peu ordinaires, surtout dans les ponts-bascules et il convient, dès lors, d'en donner un exemple.

La figure 496 représente le mode de construction des leviers qui supportent directement le pont, ou du triangle, comme on dit ordinairement.

Dans la disposition de la figure 496 *a*, *OO* est l'axe de rotation, reposant dans des paliers fixes; les couteaux *AA* forment un tourillon double, le couteau *B* un tourillon d'extrémité, qui ici se trouve encastré dans une tête en fonte.

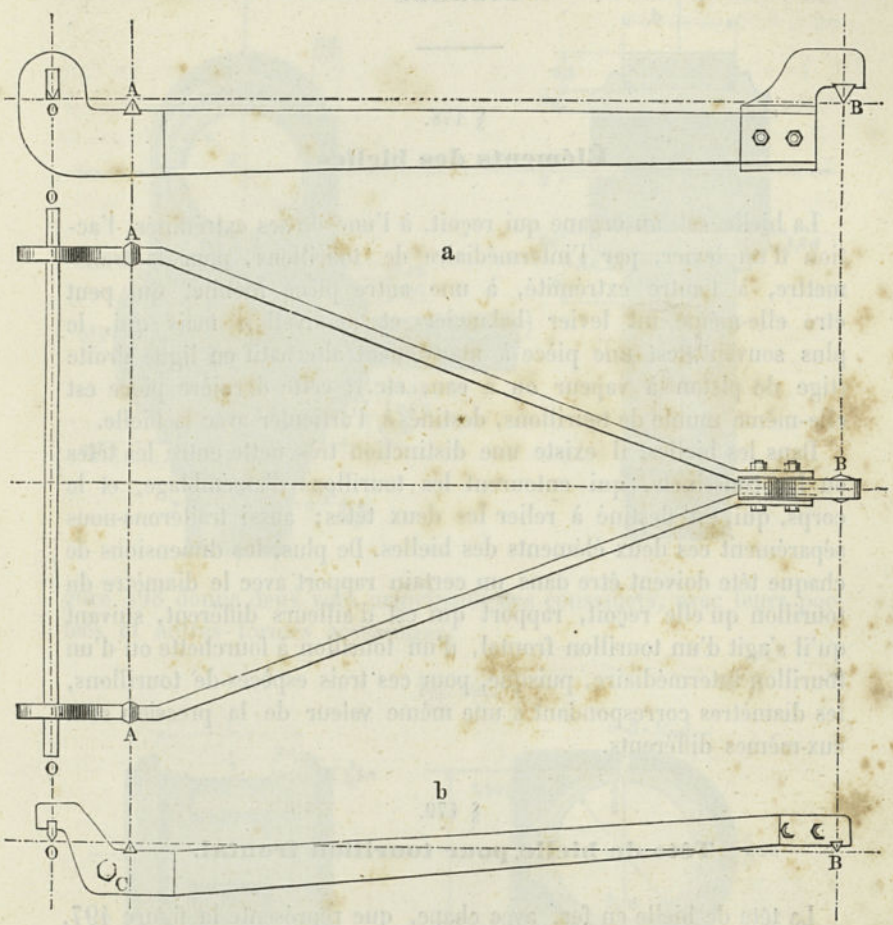
Dans la disposition 496 *b*, l'axe *OO* comporte deux tourillons séparés; la rigidité de l'angle du triangle est assurée, non plus par un axe, comme dans la première disposition *a*, mais par une entretoise *C*. Le travail de forge est certainement un peu plus difficile, dans ce

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

second cas, mais, par contre, la disposition présente de sérieux avantages (1).

Les fléaux de balances doivent n'éprouver qu'une très faible flexion

Fig. 496.



sous les charges; à cet effet, on leur donne des sections d'une hauteur relativement considérable, tout en les calculant avec les limites de tensions ordinaires, c'est-à-dire 3, 6 et 10^{k} respectivement pour la fonte, le fer et l'acier.

(1) Voir, pour plus de détails, l'ouvrage de *E. Brauer* sur la construction des balances, Weimar, Voss., 1880.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

CHAPITRE QUATORZIÈME

BIELLES

§ 178.

Éléments des bielles.

La bielle est un organe qui reçoit, à l'une de ses extrémités, l'action d'un levier, par l'intermédiaire de tourillons, pour la transmettre, à l'autre extrémité, à une autre pièce mobile, qui peut être elle-même un levier (balancier et manivelle), mais qui, le plus souvent, est une pièce à mouvement alternatif en ligne droite (tige de piston à vapeur ou à eau, etc.); cette dernière pièce est elle-même munie de tourillons, destinés à l'articuler avec la bielle.

Dans les bielles, il existe une distinction très nette entre les têtes ou les coussinets, qui entourent les tourillons d'assemblage, et le corps, qui est destiné à relier les deux têtes; aussi traiterons-nous séparément ces deux éléments des bielles. De plus, les dimensions de chaque tête doivent être dans un certain rapport avec le diamètre du tourillon qu'elle reçoit, rapport qui est d'ailleurs différent, suivant qu'il s'agit d'un tourillon frontal, d'un tourillon à fourchette ou d'un tourillon intermédiaire, puisque, pour ces trois espèces de tourillons, les diamètres correspondant à une même valeur de la pression sont eux-mêmes différents.

§ 179.

Tête de bielle pour tourillon frontal.

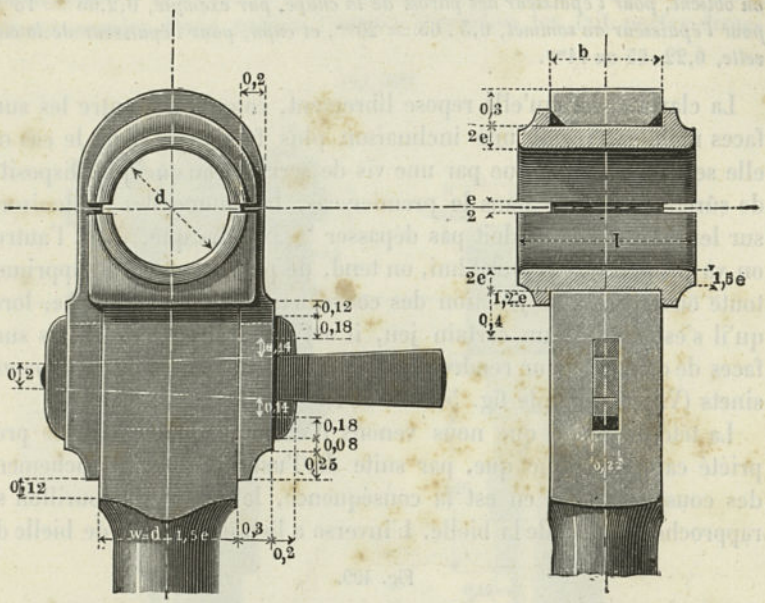
La tête de bielle en fer, avec chape, que représente la figure 497, est d'un usage très répandu. Les coussinets sont maintenus par la chape qui les entoure, et, lorsqu'ils sont arrivés à un certain degré d'usure, on peut les rapprocher au moyen de la clavette de serrage. Au point de vue des dimensions à donner, on doit, comme dans les paliers, distinguer les coussinets des parties qui les entourent. L'unité à laquelle on rapporte les épaisseurs, les largeurs et les saillies des rebords est la même que pour les coussinets de paliers :

$$e = 3 + {}^{7}/_{100}\, d. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (159)$$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

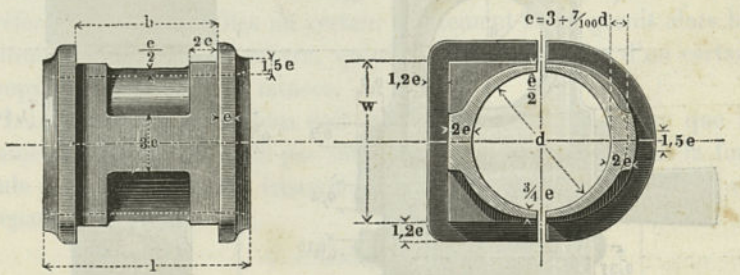
relation dans laquelle d désigne le diamètre du tourillon. La fi-

Fig. 497.



gure 498 donne deux vues principales des coussinets, avec leurs portées et autres formes accessoires.

Fig. 498.



Les autres dimensions de la tête sont rapportées au module :

$$d_1 = \sqrt{P} + 5. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (160)$$

La largeur b peut être prise égale à $0{,}8\ d_1$; dans le cas où la longueur du tourillon est égale à son diamètre, on peut prendre $b = d - 2e$.

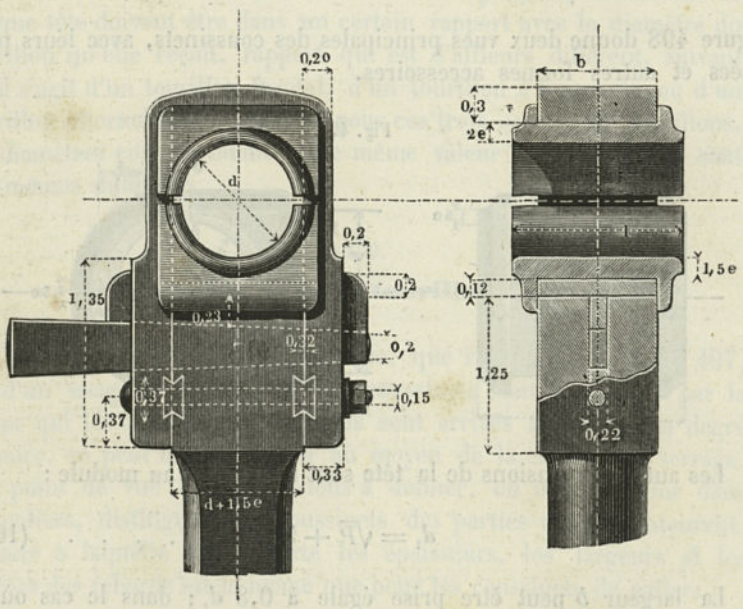
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Exemple. *Pour* $P = 3600^k$, *on a, d'après les formules* (93), $d = l = 60^{mm}$, *et, d'après la formule* (160), *on trouve, pour le module,* $d_1 = 60 + 5 = 65^{mm}$; *on a, en outre,* $e = 3 + 4{,}2 = 7^{mm}$. *Si l'on prend* $b = d - 2e = 60 - 14 = 46^{mm}$, *on obtient, pour l'épaisseur des parois de la chape, par exemple,* $0{,}2.65 = 13^{mm}$, *pour l'épaisseur au sommet,* $0{,}3 \,.\, 65 = 20^{mm}$, *et enfin, pour l'épaisseur de la clavette,* $0{,}22 \,.\, 65$ *ou* 14^{mm}.

La clavette, lorsqu'elle repose librement, comme ici, entre les surfaces mobiles, reçoit une inclinaison plus faible que dans le cas où elle se trouve maintenue par une vis de serrage, ou quelque dispositif de sûreté analogue. Dans le premier cas, la somme des inclinaisons sur les deux côtés ne doit pas dépasser $^1/_{12}$, tandis que, dans l'autre, on va jusqu'à $^1/_6$. Aujourd'hui, on tend, de plus en plus, à supprimer toute ouverture à la jonction des coussinets, de telle sorte que, lorsqu'il s'est produit un certain jeu, il est nécessaire de limer les surfaces de contact, pour rendre possible le rapprochement des deux coussinets (V. par exemple fig. 500 et 501).

La tête de bielle que nous venons d'examiner jouit de cette propriété caractéristique que, par suite de l'usure et du rapprochement des coussinets, qui en est la conséquence, le centre du tourillon se rapproche du corps de la bielle. L'inverse a lieu dans la tête de bielle de

Fig. 499.

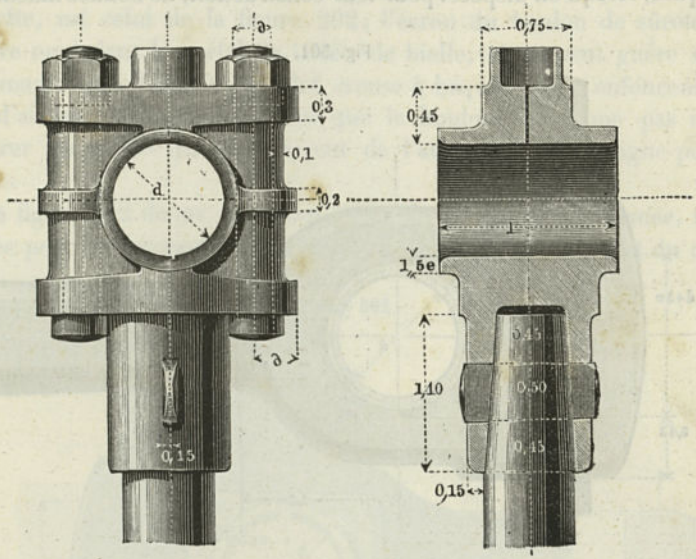


Sharp (fig. 499), où la clavette, par l'intermédiaire d'une plaque de pression, pousse le coussinet inférieur vers le sommet.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

La figure 500 représente une tête de bielle en bronze, qui a la forme d'un palier et qui a été fréquemment employée par *Penn* dans ses constructions. Les deux parties dont se compose cette tête sont fortement serrées l'une contre l'autre ; lorsqu'on les fait porter direc-

Fig. 500.



tement l'une sur l'autre, les surfaces de contact doivent être limées, toutes les fois qu'on veut corriger l'usure. Dans quelques cas, on préfère laisser entre elles un certain écartement et on garnit alors les rainures de plaques de cuivre, qu'on remplace, au bout d'un certain temps, par d'autres plus minces.

Le diamètre δ des boulons doit être choisi de telle manière que le diamètre du noyau ne soit pas inférieur à celui que donnerait la formule (84). Avec un filet triangulaire, cette condition est satisfaite en prenant

$$\delta = 0{,}55\sqrt{0{,}5\,P};$$

avec un filet carré, le diamètre doit être légèrement supérieur. La tension, dans la section du noyau du filet, se trouve comprise, dans ce cas, entre 5 et 6^k, ce qui est admissible (V. ci-après le 2e Ex. du § 182).

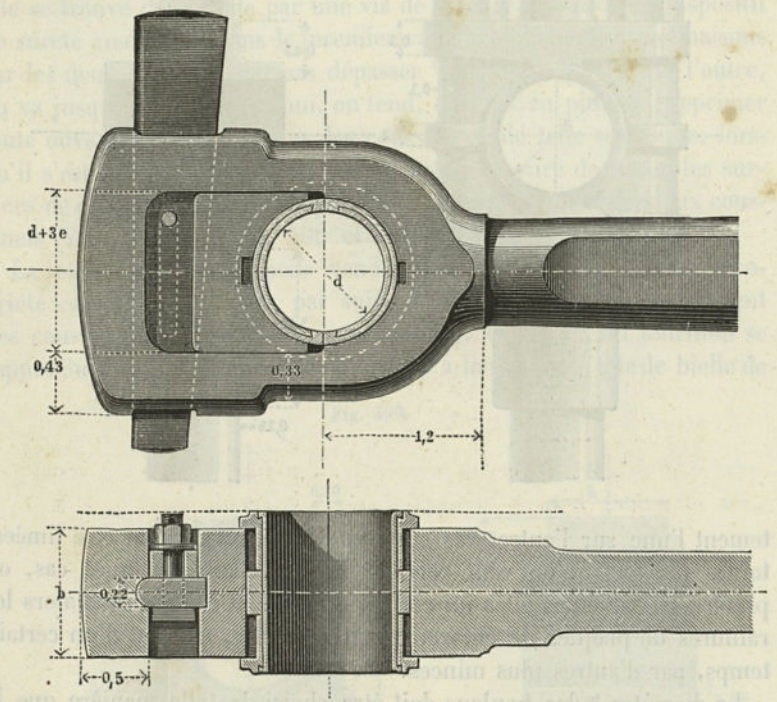
Les écrous des boulons du chapeau sont munis du dispositif de sûreté de *Penn* (fig. 244). Pour les têtes de bielles de grandes dimensions, comme celles que comportent les arbres coudés des puissantes machines marines, on a cherché à économiser encore la matière, en

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

employant des coussinets creux, dans lesquels le métal a une épaisseur relativement faible.

La figure 501 représente une tête de bielle fermée. Dans un grand nombre de cas, ces têtes de bielles doivent être préférées aux têtes de bielles ouvertes, car elles sont à la fois plus solides et plus économiques, lorsqu'on dispose, pour leur construction, de bonnes machines-

Fig. 501.



outils. La disposition représentée par la figure est d'une forme très élégante et peut s'exécuter complètement au moyen de machines (tour, machine à raboter, machine à mortaiser). Les coussinets sont en bronze, recouverts d'une garniture en métal blanc; leur surface extérieure reçoit au tour une forme cylindrique. Le coussinet mobile est ajusté sur un bloc de pression en fer, dans lequel pénètre la clavette, qui prévient ainsi tout déplacement latéral. Pour faciliter le tournage des coussinets, les queues de fixation sont rapportées et constituées par des goujons, qu'on entre de force dans des trous ménagés sur le filet saillant transversal qui règne sur tout le pourtour.

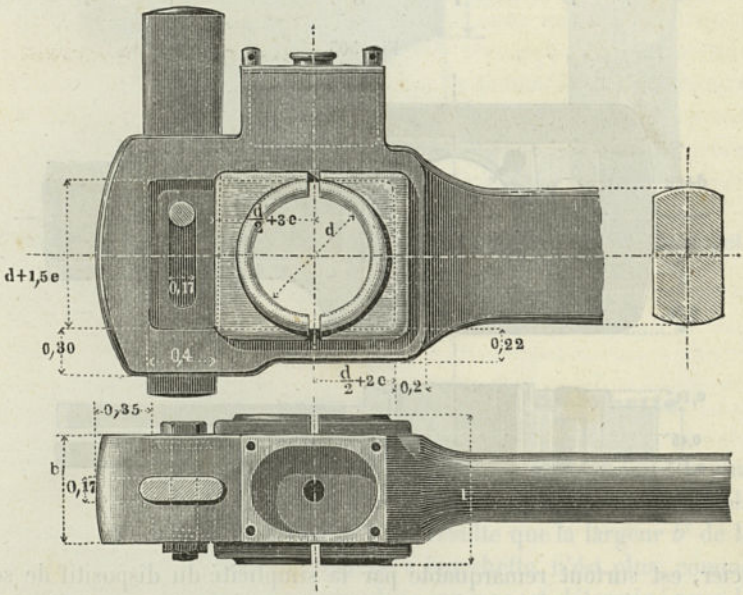
Les surfaces qui, dans la tête, limitent le logement de la clavette ont un profil semi-cylindrique. Cette forme a l'avantage de se prêter facile-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

ment à l'emploi de la machine à percer en long; elle est préférable au point de vue de la résistance elle-même de la tête de bielle, car elle évite tout changement brusque de section. Quant à la clavette, elle repose sur le bloc de pression par une surface plane; ce qui permet l'interposition de petites plaques de tôle, dans le cas où cette addition serait reconnue nécessaire. Le dispositif de sûreté, adopté pour la clavette, est celui de la figure 202; l'écrou du boulon de sûreté se trouve noyé dans le métal de la tête de bielle, et ne peut guère être manœuvré qu'à l'aide d'une clef creuse à béquille. Cet enfoncement est d'ailleurs indispensable pour que le boulon ne vienne pas rencontrer les pièces qui se trouvent de l'autre côté de la ligne pointillée.

La figure 502 donne une autre forme de tête de bielle fermée, très usitée pour les locomotives. Sur la face arrière de cette tête et du côté

Fig. 502.



de la clavette, les coussinets ne portent aucun rebord, de telle sorte qu'il est facile de les retirer du cadre qui les entoure, lorsqu'on a préalablement enlevé la clavette. Cette pièce s'applique sur le coussinet supérieur et l'empêche de sortir en avant. Ce dispositif, comme on le voit, ne comporte pas de plaque de pression; aussi est-il nécessaire d'augmenter l'épaisseur du coussinet supérieur et de la porter à $3e$, tandis que celle de l'autre coussinet n'est que de $2e$. Le dispositif de

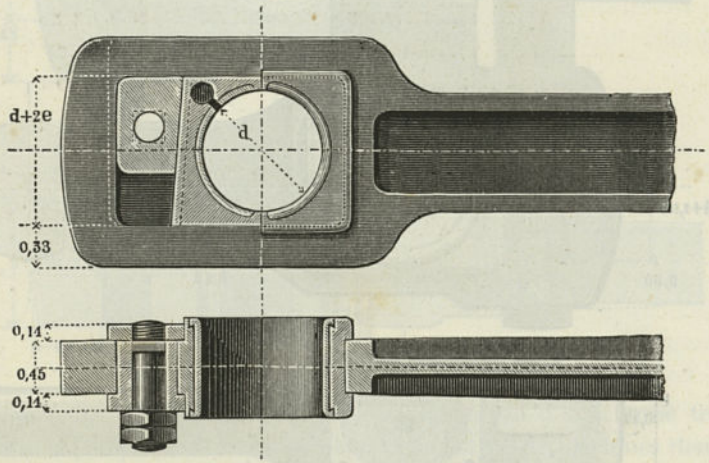
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

sûreté de la clavette est analogue à celui de la figure précédente. Dans les bielles de locomotives, la tête porte la boîte à huile ordinaire, qui est fermée par un couvercle en bronze; dans le trou percé en son milieu, et que représente le plan, est vissé un tuyau à mèche, destiné à amener l'huile à l'intérieur des coussinets.

Dans la position du logement de la clavette, représentée sur la figure, le centre des coussinets, par suite de l'usure, se rapproche du corps de la bielle, dont la longueur se trouve ainsi diminuée; si l'on veut que l'effet inverse se produise, il convient d'établir le logement de la clavette entre les coussinets et le corps de la bielle. Les surfaces extérieures de cette tête de bielle s'exécutent à la machine; c'est avec intention que tous les contours sont raccordés par des lignes allongées, afin de prévenir les variations brusques de tension d'une section à l'autre.

Une troisième forme de tête de bielle fermée est celle de *Krauss* (de Munich), représentée par la figure 503. Cette pièce, qui est en

Fig. 503.



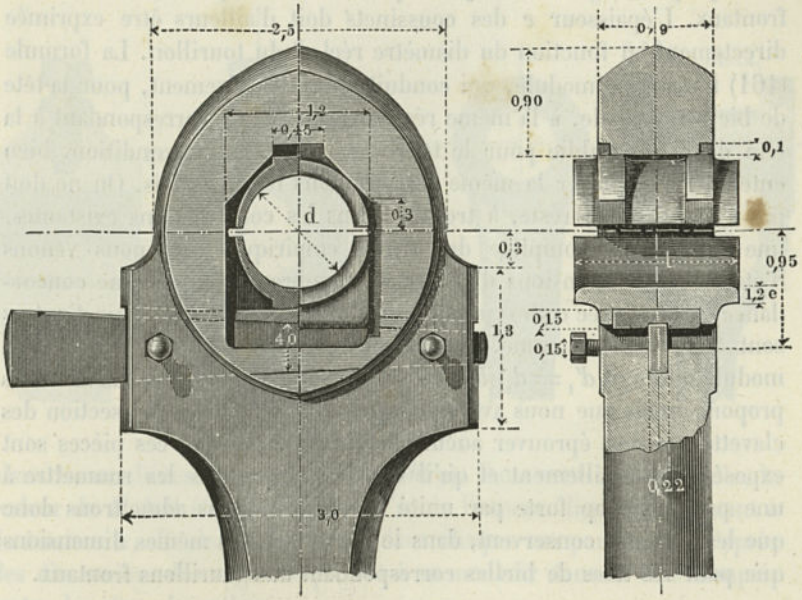
acier, est surtout remarquable par la simplicité du dispositif de serrage. La clavette est en deux parties et comprend, à vrai dire, son dispositif de sûreté. Le double écrou, dont on fait usage à cet effet, a l'inconvénient de présenter une saillie plus forte que celle de la forme précédente. Les coussinets sont en fer, avec une garniture de métal blanc; le coussinet de gauche porte, à la partie supérieure, un conduit à huile.

La figure 504 est une tête de bielle en fonte, qui est également fermée et dans laquelle, par suite de l'usure, le centre des coussinets

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

tend à s'éloigner du corps de la bielle, comme dans la disposition de *Sharp* (fig. 499). Les bielles complètement en fonte ne se rencontrent

Fig. 504.



guère que dans les grandes machines à balanciers, à marche lente, et, dans ce cas, leur emploi est très satisfaisant.

§ 180.

Têtes de bielles pour tourillons à fourchette.

Un tourillon à fourchette, en supposant qu'on veuille réduire le plus possible ses dimensions, peut avoir un diamètre d_1 beaucoup plus faible que le tourillon frontal équivalent. Il en résulte que la largeur b' de la tête de bielle, dans le cas d'un tourillon à fourchette, n'est plus, comme pour les têtes à tourillons frontaux, dans un rapport déterminé avec le diamètre d_1; la valeur à adopter, pour ce rapport, doit varier suivant les circonstances. Afin d'en tenir compte dans le calcul, à la place du module d_1 donné par la formule (160), nous prendrons, pour les têtes de bielles des tourillons à fourchette, le module d'_1, déterminé par la relation

$$\frac{d'_1}{d_1} = \sqrt{\frac{b}{b'}}\sqrt{\frac{d'}{d}} \cdot \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (161)$$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

où b représente la largeur de la chape à adopter dans la tête de bielle normale. Grâce à l'adoption de ce nouveau module, il devient possible d'appliquer aux têtes de bielles de tourillons à fourchette les dimensions proportionnelles indiquées précédemment pour les tourillons frontaux. L'épaisseur e des coussinets doit d'ailleurs être exprimée directement en fonction du diamètre réel d' du tourillon. La formule (161) fournit un module, qui conduit approximativement, pour la tête de bielle anormale, à la même résistance que celle correspondant à la tête de bielle établie pour le tourillon normal, à la condition, bien entendu, d'employer la même matière dans les deux cas. On ne doit pas s'attendre, du reste, à trouver, dans les constructions existantes, une vérification complète des règles empiriques que nous venons d'établir; les dimensions d'un certain nombre présentent une concordance parfaite avec celles qu'on déduit de notre module; mais d'autres sont trop fortes, comme, par exemple, celles qui correspondent au module différent $d'_1 = d_1[(b:b')(d':d)]^{3/4}$, supposé appliqué aux nombres proportionnels que nous avons indiqués précédemment. La section des clavettes ne doit éprouver aucune réduction, puisque ces pièces sont exposées au cisaillement et qu'il convient de ne pas les soumettre à une pression trop forte par unité de surface. Nous admettrons donc que les clavettes conservent, dans le cas actuel, les mêmes dimensions que pour les têtes de bielles correspondant aux tourillons frontaux.

Exemple. *On propose de construire la tête de bielle représentée par la figure* (497), *pour un tourillon à fourchette, supposé soumis à une pression de* 3600^k. *La charge agit alternativement dans les deux sens. Les formules* (93 *et* 98) *donnent, pour le diamètre du tourillon frontal, correspondant à cette charge,* $d = \sqrt{3600} = 60^{mm}$; *pour celui du tourillon à fourchette,* $d' = 0{,}7.60 = 42^{mm}$, *et, pour la longueur,* $l' = 2d' = 84^{mm}$. *Nous donnerons à la chape la largeur qui convient à la tête de bielle du tourillon frontal, c'est-à-dire* $b' = 60 - 2.7 = 46^{mm}$, *en supposant les coussinets munis de rebords; pour le tourillon frontal, la formule* (160) *donne :* $d_1 = 60 + 5 = 65^{mm}$, *et la formule* (161) : $d'_1 = 65\sqrt{(b:b')\,(d':d)} = 65\sqrt{0{,}7} = 55^{mm}$. *Au moyen de ce module, on trouve, par exemple, pour l'épaisseur des bandes de la chape,* $0{,}2.55 = 11^{mm}$ *et, pour l'épaisseur au sommet,* $0{,}3.55 = 17^{mm}$. *Les clavettes étant soumises à des efforts de cisaillement, on doit leur donner les mêmes dimensions qu'à celles de la tête de bielle du tourillon frontal; on obtient ainsi, pour l'épaisseur de la clavette,* $0.22.65$ *ou* 14^{mm}, *et, pour sa hauteur la plus faible,* $0{,}2.65 = 13^{mm}$.

La figure 505 représente une tête de bielle fermée, en fer, qui convient très bien pour un tourillon à fourchette (usines de Seraing).

La tête de bielle de la figure 506, au lieu de former palier pour un tourillon à fourchette, porte elle-même ce tourillon, qui lui est invariablement relié. Dans ce cas, la pièce mobile, correspondant au tou-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

rillon, doit elle-même former palier, comme l'indique, par exemple, la figure 541 (§ 189). Des dispositions analogues, pour la partie oscillante des bielles, se rencontrent dans les locomotives (*Polonceau*) et

Fig. 505.

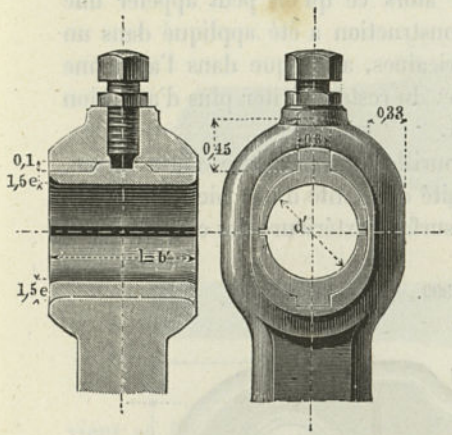
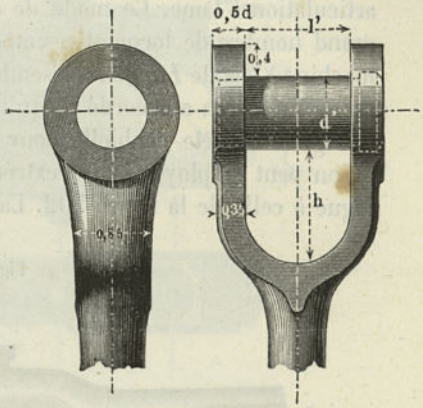


Fig. 506.



dans les machines de bateaux (*Humphry*). Dans cette tête de bielle, la valeur de b' doit être déterminée d'après l'espace disponible; quant à la hauteur h, elle doit se calculer, dans chaque cas particulier, d'après les dimensions des organes qui ont à se mouvoir dans le vide compris entre les deux branches.

Dans les articulations à fourchette, qui n'ont qu'un mouvement

Fig. 507.

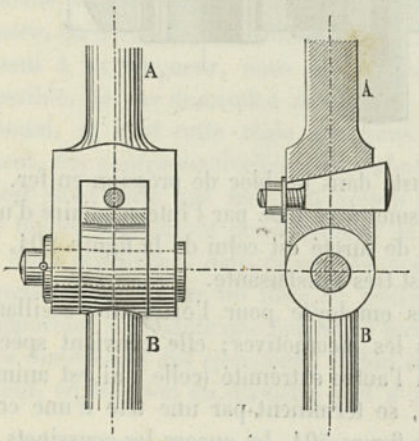
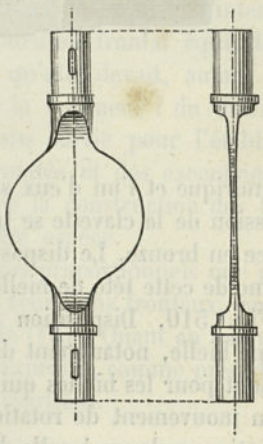


Fig. 508.



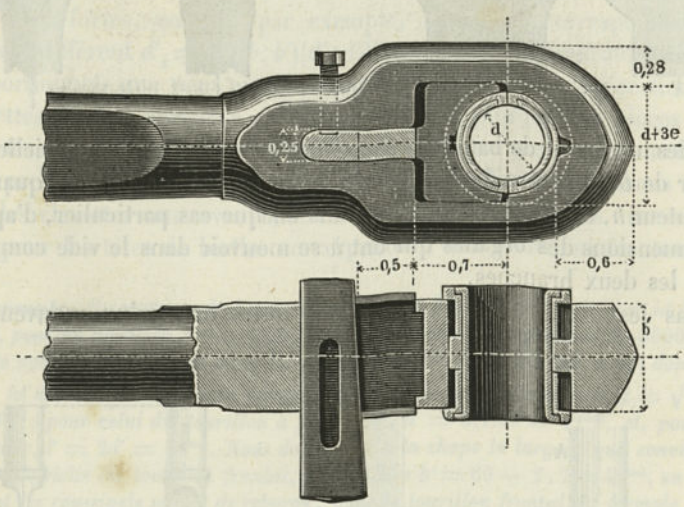
angulaire très faible, comme, par exemple, celles des tiroirs dans les machines à vapeur, on peut employer avantageusement la disposition

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

que représente la figure 507. Une simple clavette permet de maintenir le coussinet supérieur au contact du demi-tourillon constitué par une partie du genou qui fait corps avec B. Dans certains cas, des articulations de ce genre se trouvent remplacées par une simple lame en acier flexible (fig. 508). On a alors ce qu'on peut appeler une articulation à lame. Ce mode de construction a été appliqué dans un grand nombre de locomotives américaines, ainsi que dans l'ancienne machine à gaz de *Langen*; il semble, du reste, mériter plus d'attention qu'on ne lui en a accordé jusqu'ici.

Fig. 509. Tête de bielle pour tourillon à fourchette. Cette forme, qu'on peut employer pour l'extrémité oscillante d'une bielle, est analogue à celle de la figure 502. La surface extérieure des coussinets est

Fig. 509.



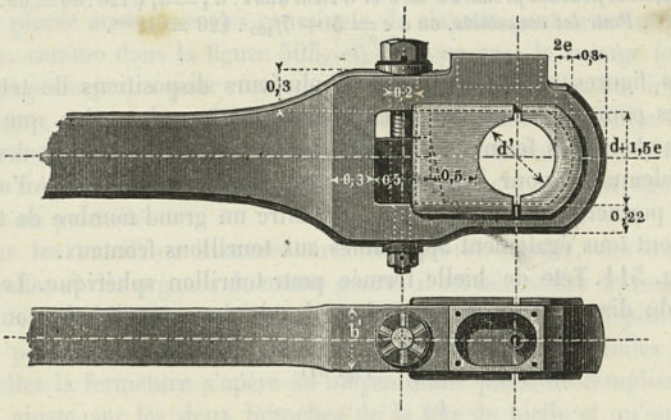
cylindrique et l'un d'eux s'ajuste dans un bloc de pression en fer. La pression de la clavette se transmet à ce bloc par l'intermédiaire d'une pièce en bronze. Le dispositif de sûreté est celui de la figure 201. La forme de cette tête de bielle est très satisfaisante.

Fig. 510. Disposition très employée pour l'extrémité oscillante d'une bielle, notamment dans les locomotives; elle convient spécialement pour les bielles qui, à l'autre extrémité (celle qui est animée d'un mouvement de rotation), se terminent par une tête d'une construction analogue à celle de la figure 501. Ici encore les coussinets ne portent aucun rebord sur la face intérieure. Le déplacement de la clavette de serrage est produit par la rotation d'une vis à tête; à chaque

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

sixième de tour, cette vis peut être fixée dans une position invariable, au moyen d'une goupille, qui traverse sa tête, en même temps qu'elle

Fig. 510.



vient se loger dans une des rainures creusées sur la face supérieure de la portée qui reçoit cette tête (voy. aussi fig. 240).

§ 181.

Têtes de bielles pour tourillons intermédiaires.

Ainsi que nous l'avons indiqué précédemment (§ 92), il n'existe aucune relation théorique entre le diamètre d' du tourillon intermédiaire, ou à collets, et le diamètre d du tourillon frontal équivalent; quant à sa longueur, nous avons admis qu'elle devait, autant que possible, ne pas descendre au-dessous de la longueur l du tourillon frontal, et c'est cette règle que nous avons suivie pour l'établissement des contre-manivelles, des arbres coudés et des excentriques. C'est aussi celle que nous adopterons pour la construction des têtes de bielles comportant des tourillons de cette espèce.

Nous utiliserons, dans ce cas, les nombres proportionnels que nous avons indiqués pour les têtes de bielles à tourillons frontaux, en les rapportant au module que fournit la formule (161). Quant au module e des dimensions des coussinets, il doit être exprimé, comme précédemment, en fonction du diamètre réel d' du tourillon.

Exemple. *Le tourillon à fourchette de l'exemple du § précédent étant remplacé par un tourillon intermédiaire, dont le diamètre d' est de* 120^{mm} *et la longueur l' de* 80^{mm}, *on propose de construire, pour ce tourillon, la tête de bielle représentée*

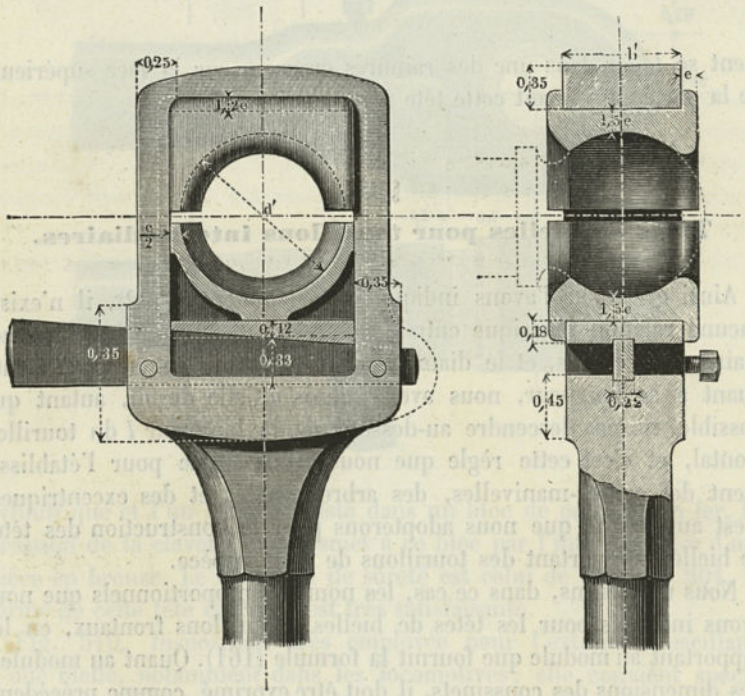
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

par la figure 497. On a, dans ce cas, comme précédemment, $d = \sqrt{P} = \sqrt{3600} = 60^{mm}$, $d_1 = 5 + 60 = 65^{mm}$, $b = 46^{mm}$; *il reste à choisir la largeur b' de la chape; comme, dans un grand nombre de têtes de bielles pour tourillons intermédiaires, cette largeur se trouve être la même que pour les tourillons frontaux équivalents, nous pouvons prendre* $b' = b$ *et il vient alors :* $d'_1 = d_1\sqrt{120:60} = 65 . 1{,}414 = 92^{mm}$. *Pour les coussinets, on a* $e = 3 + {}^7/_{100} . 120 = 11^{mm}$.

Les figures suivantes indiquent plusieurs dispositions de têtes de bielles pour tourillons intermédiaires; c'est avec intention que nous avons choisi des formes différentes de celles que nous avons données précédemment pour les tourillons frontaux; cette manière d'opérer nous permet, en réalité, de faire connaître un grand nombre de types, qui sont tous également applicables aux tourillons frontaux.

Fig. 511. Tête de bielle fermée pour tourillon sphérique. Le rapport du diamètre du tourillon frontal sphérique à celui du tourillon

Fig. 511.



cylindrique équivalent est ici 1,5. En supposant un tourillon de ce genre, comme celui, par ex. de la tête de balancier de la figure 489, nous aurons : $d' : d = 1{,}5$ et si, comme dans l'exemple précédent, nous prenons $b' = b$, nous trouverons finalement : $d'_1 = d_1\sqrt{1{,}5} = 1{,}225 d_1$.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Si l'on suppose $d = 60^{mm}$, on aurait, par conséquent, $d' = 90^{mm}$, $d_1 = 65^{mm}$, $d'_1 = 1{,}225.65 = 80^{mm}$. Les coussinets ne portent de rebords que sur la face antérieure, de telle sorte qu'il soit possible de les retirer de leur cadre, après l'enlèvement de la clavette. Au lieu d'être placée au-dessous des coussinets, la clavette peut se trouver au-dessus, comme dans la figure 503, et, dans ce cas, le serrage (ou le rattrapage du jeu) a pour résultat de raccourcir la bielle, au lieu de l'allonger, comme dans la disposition actuelle. Dans les bielles d'accouplement des locomotives, ce mode de construction de la tête se trouve fréquemment employé, avec le renforcement qui est figuré à droite, en pointillé.

Pour les tourillons intermédiaires des arbres coudés, des contre-manivelles et des organes du même genre, il est nécessaire de recourir à des têtes de bielles qui puissent s'ouvrir. Parmi les dispositions qu'on peut adopter dans ce cas, les plus convenables sont celles dans lesquelles la fermeture s'opère au moyen d'une pièce de remplissage, qu'on ajuste sur les deux branches de la tête de bielle et qu'on fixe

Fig. 512.

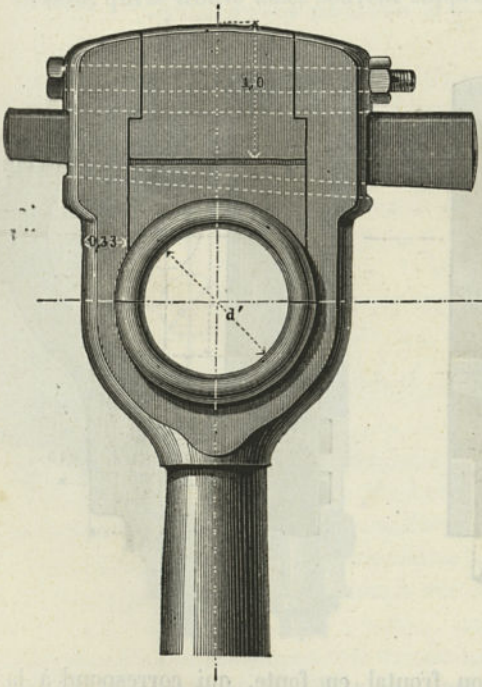
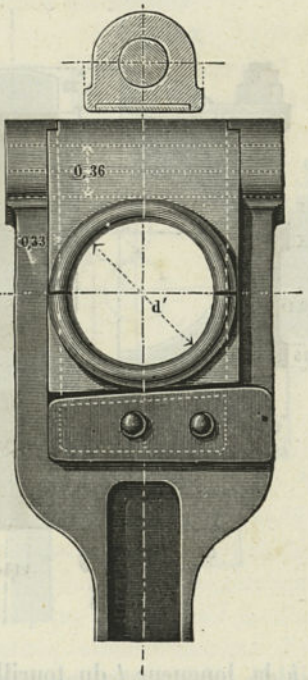


Fig. 513.



par des boulons, de manière à obtenir un véritable cadre fermé, pour recevoir les coussinets. Les figures 512 et 513 représentent deux têtes

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

de bielles de ce genre. Le dispositif de la première rentre dans le mode de construction de la figure 502. La pièce de remplissage est maintenue par deux parties saillantes et fortement serrée entre les branches par deux boulons transversaux. La tête de bielle de la figure 513 (*Krauss*) correspond à celle de la figure 504 et est utilisée, conjointement avec elle, dans les bielles d'accouplement des locomotives. Comme la pièce de remplissage forme, en même temps, le coussinet supérieur, elle est en bronze. Cette pièce est maintenue par un seul boulon transversal, parfaitement ajusté (qui, sur la figure, est supposé enlevé); des saillies d'emboîtement que portent les deux branches du cadre empêchent tout mouvement de rotation autour de ce boulon. Au-dessus de la figure principale, se trouve représentée une coupe transversale du coussinet supérieur, sur laquelle se voit la garniture en métal blanc. Le joint de séparation des coussinets est rempli par des feuilles de cuivre. La tête de bielle et le boulon sont en acier.

Les figures 514 et 515 représentent des bagues d'excentriques, qui ici sont supposées en bronze. La largeur b' de chaque bague est égale

Fig. 514.

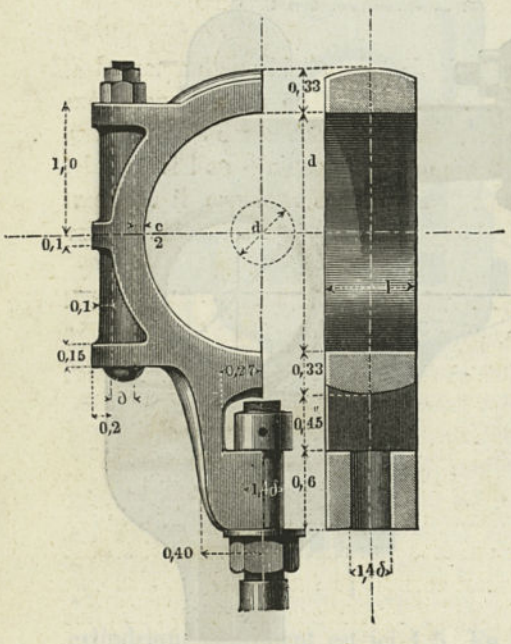
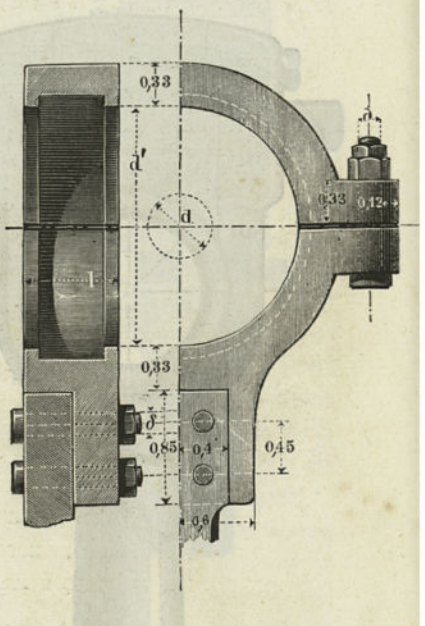


Fig. 515.



à la longueur l du tourillon frontal en fonte, qui correspond à la pression de l'excentrique (Voir § 92). Pour $d = \sqrt{P} = 40$, on a $d_1 = 45^{mm}$, $l = b = 60^{mm}$; on obtient, dès lors, pour $d' = 400^{mm}$,

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

$b' = l = 60^{mm}$, $d'_1 = 45.\sqrt{400:40} = 45.3{,}16 = 142^{mm}$. Si l'on fait $d' = d$, les nombres proportionnels, inscrits sur les figures, fournissent deux têtes de bielles, en forme de supports, pour tourillons frontaux. Toutes les dimensions se déterminent au moyen des nombres proportionnels, dont le module est donné par la formule (161), à l'exception de celles des deux boulons qui réunissent les deux parties de chaque bague. Leur diamètre δ se calcule par la formule

$$\delta = 0{,}53\, d_1 + 0{,}06\, d'_1. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (162)$$

où d'_1 désigne le module des tourillons intermédiaires et d_1 celui des tourillons frontaux équivalents.

Exemple. *Pour* $d' = 400^{mm}$, *nous avions précédemment* $d'_1 = 142^{mm}$ *et* $d_1 = 45^{mm}$; *dans ce cas, nous devons prendre* $\delta = 0{,}53 . 45 + 0{,}06 . 142 = 15 + 8{,}5$, *soit* 24^{mm}. *Si l'on fait* $d' = d$, *et, par suite,* $d_1 = d'_1$, *la formule* (162) *donne la dimension indiquée au* § 179 *pour les têtes de tourillons frontaux.*

Fig. 516. Collier d'excentrique en fonte, avec une garniture en bronze, qui se trouve assez souvent supprimée. Le corps de la bielle est

Fig. 516.

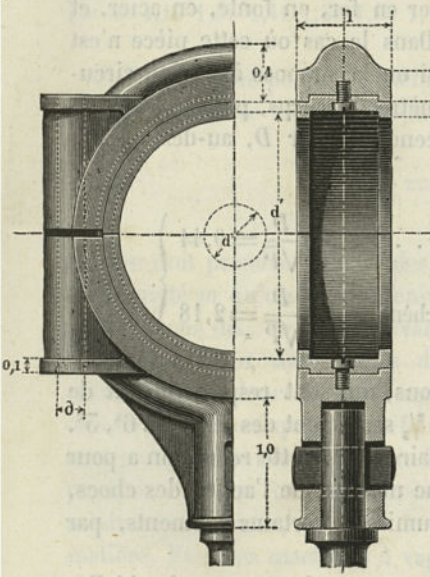
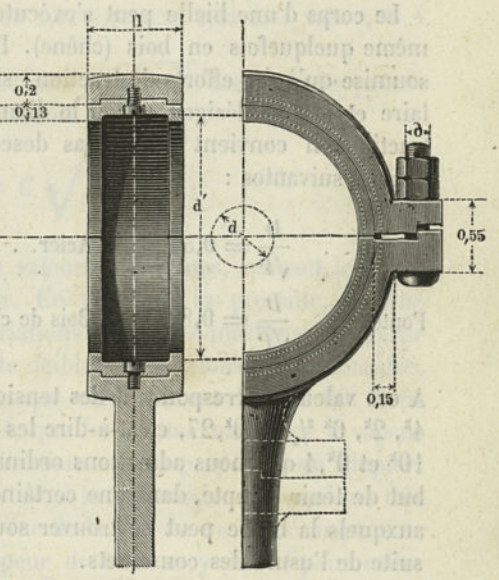


Fig. 517.



invariablement relié au collier par une clavette transversale, établie parallèlement à l'axe de l'excentrique. Lorsque deux excentriques doivent être établis tout près l'un de l'autre, il convient d'incliner les

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

clavettes à 45° sur la position précédente, afin de les rendre facilement accessibles.

Fig. 517. Collier d'excentrique en fer, muni également d'une garniture en bronze. Ici, comme dans le dispositif précédent, les deux coussinets en bronze doivent parfaitement porter l'un sur l'autre et il devient nécessaire de les limer, lorsqu'on veut les rapprocher. Au lieu de faire la tige d'une seule pièce avec la partie inférieure du collier, on adopte souvent la disposition représentée, en pointillé, sur la figure et qui consiste à donner à la tige la forme d'un T, en la reliant à la tête par des boulons.

Exemple. *La machine du navire transatlantique « Arizona » de l'Union-Linie, construit par J. Elder, à Glasgow, a une puissance de* 6000 *chevaux indiqués. Elle possède six excentriques de grandes dimensions (anneaux comme dans la figure* 516, *avec saillies en forme de T). Le diamètre d des disques est de* 1368^{mm} *et leur largeur l de* 127^{mm}. *Le diamètre de l'arbre de couche est de* 586^{mm}.

§ 182.

Corps de bielles à section circulaire.

Le corps d'une bielle peut s'exécuter en fer, en fonte, en acier, et même quelquefois en bois (chêne). Dans le cas où cette pièce n'est soumise qu'à des efforts de traction, si on la suppose à section circulaire et si l'on désigne par D le diamètre du corps, par P l'effort de traction, il convient de ne pas descendre, pour D, au-dessous des valeurs suivantes :

$$\left.\begin{array}{llll} \text{Fer. . . .} & \dfrac{D}{\sqrt{P}} = 0{,}56, & \text{Acier. . . . . .} & \dfrac{D}{\sqrt{P}} = 0{,}44 \\ \text{Fonte. . .} & \dfrac{D}{\sqrt{P}} = 0{,}80, & \text{Bois de chêne. . .} & \dfrac{D}{\sqrt{P}} = 2{,}18 \end{array}\right\}. \quad (163)$$

A ces valeurs correspondent des tensions, qui sont respectivement de 4^k, 2^k, $6^k\,{}^2/_3$, et $0^k{,}27$, c'est-à-dire les $^2/_3$ seulement des tensions 6^k, 3^k, 10^k et $0^k{,}4$ que nous admettons ordinairement; cette réduction a pour but de tenir compte, dans une certaine mesure, de l'action des chocs, auxquels la bielle peut se trouver soumise, à certains moments, par suite de l'usure des coussinets.

Les mêmes formules peuvent encore être employées pour les bielles soumises à des efforts de compression, mais seulement dans le cas où la longueur de ces pièces est très faible. Lorsque la bielle a une longueur L assez grande pour qu'elle puisse éprouver des actions de flexion, il

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

convient généralement d'adopter, pour le diamètre, une valeur supérieure à celle que fourniraient ces formules. Pour une bielle, qui se trouve placée dans les conditions du N° II, § 16 (Voir aussi § 127), l'effort P doit être inférieur à $\pi^2 EI : L^2$, où I désigne le moment d'inertie de la section de la bielle et E le coefficient d'élasticité de la matière qui la compose. Nous devrons donc prendre pour P une fraction de cette valeur, c'est-à-dire $P = {}^1/_m \pi^2 EI : L^2$, m étant le coefficient de sécurité ; l'examen d'un grand nombre de bielles montre que ce coefficient varie dans les limites aussi étendues que celles indiquées précédemment pour les colonnes. Si, en laissant provisoirement m indéterminé, nous remplaçons I par sa valeur ${}^\pi/_{64} D^4$ et E par 20 000, pour le fer et l'acier, par 10 000, pour la fonte, et par 1100, pour le bois, nous obtiendrons, pour le diamètre des corps de bielles, les expressions suivantes :

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Fer et acier. . . .} & D = 0{,}10 \sqrt[4]{m} \sqrt{L\sqrt{P}} \\ \text{Fonte. . . . . .} & D = 0{,}12 \sqrt[4]{m} \sqrt{L\sqrt{P}} \\ \text{Bois de chêne. . .} & D = 0{,}21 \sqrt[4]{m} \sqrt{L\sqrt{P}} \end{array}\right\} \quad . \quad . \quad (164)$$

Pour

$m =$	2	3	4	6	8	10	15	20	25	30	40	50	60
$\sqrt[4]{m} =$	1,19	1,32	1,41	1,56	1,68	1,78	1,97	2,11	2,24	2,34	2,51	2,66	2,78

Si l'on désigne par C les coefficients de $\sqrt{L\sqrt{P}}$, les formules précédentes peuvent se mettre sous la forme :

$$\frac{D}{\sqrt{P}} = C \sqrt{\frac{L}{\sqrt{P}}},$$

où l'on doit prendre pour C des valeurs différentes, suivant le degré de sécurité m qu'on veut obtenir. En pratique, m présente, comme nous l'avons dit, de grandes variations. Dans les machines à vapeur fixes, et surtout dans celles de faibles dimensions, on rencontre, pour m, des valeurs très élevées, qui vont souvent de 50 à 60. Nous devons faire remarquer, toutefois, que les petites machines à vapeur sont peu propres à fournir des indications sur les proportions à adopter, puisque, dans ce cas, un excès dans les dimensions n'a qu'une très minime importance, au point de vue de la marche ou de l'économie de matière. Pour les machines à vapeur de force moyenne et pour celles de grandes dimensions, m est compris entre 5 et 25 et on le trouve fréquemment égal à 20. Ces grandes variations doivent être attribuées, en partie, aux différences de fixation des extrémités des bielles ; ainsi, par exemple, lorsque l'une des extrémités d'une bielle est munie d'un

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

tourillon double, cette bielle, au point de vue des flexions, dans le plan des tourillons, peut être considérée comme se trouvant dans les conditions de la pièce du N° I, § 16, et, dans ce cas, il est évident que m ne saurait être inférieur à 4.

Avec $m = 20$, on a, pour le fer et l'acier, $C = 0{,}21$.

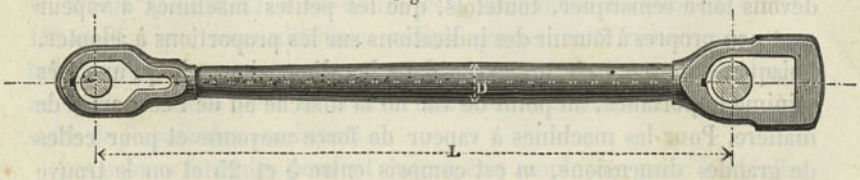
1er Exemple. *Une bielle en fer, de* 3000^{mm} *de longueur, qui est soumise à une pression de* $14\,400^{k}$, *est supposée munie d'un tourillon double, à l'une de ses extrémités; elle doit avoir, par suite, comme diamètre au corps,*

$$D = 0{,}21\sqrt{3000 \cdot \sqrt{14400}} = 0{,}21\sqrt{3000 \cdot 120} = 21\sqrt{36} = 126^{mm}.$$

Le corps de la bielle va généralement en diminuant à partir du milieu, de telle sorte que le diamètre de la section, à chaque extrémité, ne soit plus que $0{,}7\,D$. Le profil est formé par une ligne à faible courbure; on peut utiliser, à cet effet, la courbe sinu-cycloïdale représentée par la formule (23).

Aux extrémités, le corps de la bielle se raccorde avec les têtes par une série de sections, croissant d'une manière continue, de manière à éviter les variations brusques de tension. Les variations de tension ont une action d'autant plus nuisible que la vitesse de la bielle est plus grande. Lorsque cette vitesse est très considérable, comme, par exemple, dans les locomotives, il se produit encore un effet sensible de flexion dans le corps de la bielle. Cet effet est dû à ce qu'on appelle le fouettement de la bielle, qui, pour chaque tour de la manivelle, correspond à une double flexion, en haut et en bas, dans le plan de cette manivelle; la valeur de cette flexion augmente avec la puissance vive de la bielle et son poids. Dans une bielle ordinaire, reliant la manivelle et le piston d'une machine à vapeur, le point, pour lequel cet effet de flexion est le plus prononcé, se trouve compris entre le milieu du corps de la bielle et le bouton de la manivelle. C'est pour ce motif que plusieurs constructeurs, au lieu de placer le plus grand diamètre du corps au milieu même de la longueur, le reportent légèrement en dehors, du

Fig. 518.



côté de la manivelle, ainsi que le montre la figure 518, qui reproduit une disposition usitée dans la pratique et dont l'aspect est assez satisfaisant.

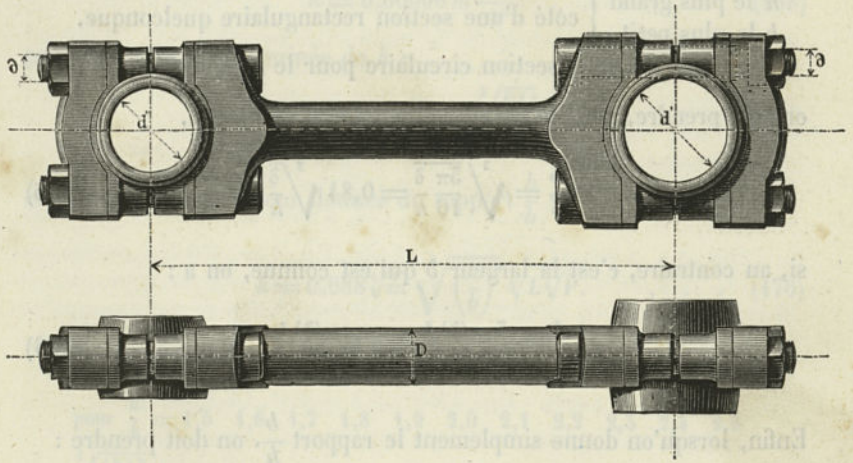
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Nous devons, toutefois, faire remarquer qu'avec les vitesses ordinaires de pistons, de $1^m,2$ à $1^m,5$, l'influence du fouettement est à peu près nulle et qu'on peut généralement n'en tenir aucun compte, lorsqu'on adopte les coefficients de sécurité indiqués précédemment. Dans ce cas, l'adoption de la forme donnée par la figure précédente doit, en réalité, être considérée plutôt comme un moyen élégant de représenter l'importance des efforts aux différents points que comme une véritable nécessité de construction; il convient d'ajouter que cette forme se prête bien à la réunion de têtes de sections différentes.

Dans les machines à vapeur à rotation rapide, où la vitesse du piston est considérable, la question du fouettement se place au premier rang. Dans les machines d'*Allen*, qui marchent à une très grande vitesse, les bielles sont très fortes et le renflement se trouve très rapproché du bouton de la manivelle. Toutefois, ces machines ne sont pas de nature à servir de point de départ pour l'établissement de formules de construction, puisque, pour les locomotives, ainsi que nous le verrons dans le paragraphe suivant, le coefficient de sécurité m est, en définitive, assez faible, bien que la vitesse du piston soit très grande.

Dans les machines de bateaux, le coefficient m est généralement très élevé; il est souvent égal à 30, 40, 60 et même 80. Quant au rapport de D à $\sqrt{P}$, il varie très peu et est toujours compris entre 0,70 et 0,78. Ces deux résultats doivent être attribués à ce que, pour ces machines, on a l'habitude de prendre le diamètre du corps de bielle proportionnel

Fig. 519.



au diamètre du cylindre (le rapport est ordinairement compris entre 0,085 et 0,095). Il convient, en outre, d observer que, dans les bateaux, la fondation des machines est loin de présenter une invariabilité absolue,

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

et il est nécessaire, par suite, d'adopter un coefficient de sécurité élevé. La figure 519 représente une bielle de machine d'un navire à hélice. Le corps est complètement cylindrique et les têtes ont une disposition analogue à celle de la figure 501.

2e Exemple. *Pour une machine de vaisseau à hélice, on a* $P = 43000^k$, *et* $L = 1515^{mm}$, *d'où l'on tire* $\sqrt{P} = \sqrt{43\,000} = 207$. *Pour* $m = 20$, *on obtient* $D = 207.0{,}21\ \sqrt{1515 : 207} = 0{,}21 \,.\, 207 \,.\, 2{,}7 = 117^{mm}$. *Maudslay, avec les mêmes données, a pris* $D = 152^{mm}$, *ce qui correspond à un coefficient de sécurité* $m = 54{,}7$. *Le diamètre* δ *des boulons était de* 76^{mm} ; *d'après la figure* 501, *on aurait dû prendre* $\delta = 0{,}55.\ \sqrt{43\,000 : 2} = 0{,}55 \,.\, 146{,}6 = 78^{mm},6$, *soit* 79^{mm}. *Dans d'autres machines de navires à hélice, on trouve le quotient* $\delta : \sqrt{0{,}5\,P}$ *compris entre* 0,67 *et* 0,75 ; *cette valeur élevée peut s'expliquer, en partie, par l'emploi de filets carrés à forte saillie, en partie, par l'intention où l'on était d'obtenir une très grande sécurité.*

§ 183.

Corps de bielles à section rectangulaire.

Lorsqu'on a à construire un corps de bielle à section rectangulaire, on peut déterminer d'abord, d'après les règles du paragraphe précédent, le conoïde correspondant à la section circulaire, et transformer ensuite ses sections en rectangles. Si l'on désigne par

h le plus grand, b le plus petit } côté d'une section rectangulaire quelconque,
δ le diamètre de la section circulaire pour le même point,

on doit prendre, dans le cas où la hauteur h est donnée,

$$\frac{b}{\delta} = \sqrt[3]{\frac{5\pi}{16}\,\frac{\delta}{h}} = 0{,}84\,\sqrt[3]{\frac{\delta}{h}}, \quad . \ . \ . \ . \quad (165)$$

si, au contraire, c'est la largeur b qui est connue, on a :

$$\frac{h}{\delta} = \frac{5\pi}{16}\left(\frac{\delta}{b}\right)^3 = 0{,}59\left(\frac{\delta}{b}\right)^3 . \ . \ . \ . \ . \ . \quad (166)$$

Enfin, lorsqu'on donne simplement le rapport $\frac{b}{h}$, on doit prendre :

$$\frac{b}{\delta} = \sqrt[4]{\frac{5\pi}{16}\,\frac{b}{h}} = 0{,}88\,\sqrt[4]{\frac{b}{h}}. \quad . \ . \ . \ . \quad (167)$$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

La table suivante donne une série de valeurs fournies par ces formules.

$\frac{h}{\delta}$	$\frac{b}{\delta}$	$\frac{b}{\delta}$	$\frac{h}{\delta}$	$\frac{h}{b}$	$\frac{b}{\delta}$
1,0	0,84	0,50	4,72	1,0	0,88
1,1	0,81	0,53	3,98	1,25	0,85
1,2	0,79	0,56	3,58	1,50	0,79
1,3	0,77	0,60	2,75	1,75	0,76
1,4	0,75	0,63	2,57	2,00	0,74
1,5	0,73	0,66	2,07	2,5	0,70
1,6	0,72	0,70	1,73	3,0	0,67
1,7	0,70	0,75	1,59	3,5	0,64
1,8	0,69	0,80	1,15	4,0	0,62
2,0	0,67	0,84	1,00	4,5	0,60

Dans certains cas, il est avantageux de pouvoir calculer directement la section rectangulaire du corps de bielle en un point; on a alors à introduire le plus petit des moments d'inertie de la section; en posant $I = {}^1/_{12}\, hb^3$, on obtient les formules suivantes, dans le cas des bielles en fer et en acier :

pour une valeur déterminée de b :

$$h = 0{,}00006\, m \frac{PL^2}{b^3}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (168)$$

pour une valeur déterminée de h :

$$b = 0{,}039 \sqrt[3]{m} \sqrt[3]{\frac{PL^2}{h}}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (169)$$

et enfin, pour une valeur donnée du rapport $\frac{h}{b}$:

$$h = 0{,}088 \sqrt[4]{m} \sqrt[4]{\left(\frac{h}{b}\right)^3} \sqrt{L\sqrt{P}}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (170)$$

Dans cette dernière formule, on a :

pour $\frac{h}{b} =$ 1,5 1,6 1,7 1,8 1,9 2,0 2,1 2,2 2,3 2,4 2,5

$\sqrt[4]{\left(\frac{h}{b}\right)^3} =$ 1,36 1,42 1,49 1,55 1,62 1,68 1,74 1,80 1,87 1,93 1,99.

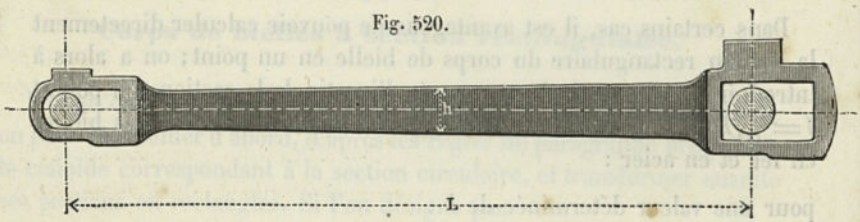
C'est dans les locomotives qu'on rencontre les applications les plus

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

nombreuses de ce genre de bielles. La section rectangulaire y est à peu près exclusivement employée, d'abord parce qu'elle est plus facile à établir, en second lieu parce qu'elle est plus avantageuse au point de vue du fouettement, sa plus grande dimension se trouvant parallèle au plan de la manivelle. Le coefficient de sécurité a une valeur très faible, c'est-à-dire que la bielle est exécutée aussi légère qu'il est possible de le faire pour maintenir, entre des limites assez étroites, les mouvements de perturbation; on a, en même temps, l'avantage de réduire l'action du fouettement, laquelle, ainsi que nous l'avons indiqué précédemment, augmente avec le poids du corps de la bielle.

Dans les bielles de pistons des locomotives, le coefficient m varie de 2 à 1,5, pour la section moyenne. A partir de ce point, la hauteur diminue jusqu'à l'une des extrémités et finit par n'être plus que 0,8 à 0,7 de la hauteur au milieu; dans les bielles en acier, il arrive assez fréquemment qu'à cette extrémité les efforts de pression et de tension atteignent 5^k. La figure 520 représente une bielle de piston de loco-

Fig. 520.



motive. A partir du milieu, la hauteur h va en croissant jusqu'à la tête qui embrasse le bouton de la manivelle, ce qui a pour résultat de faciliter la construction et le raccordement du corps avec la tête de la bielle.

1er Exemple. *Dans une locomotive, la pression sur la bielle motrice est* $P = 13\,000^k$, *la longueur L de la bielle* $= 1850^{mm}$ *et le rapport* $h : b = 2{,}5$. *Pour* $m = 1{,}5$, *c'est-à-dire* $\sqrt[4]{m} = 1{,}1$, *on doit, d'après la formule* (170), *prendre* $h = 0{,}88 \,.\, 1{,}1 \,.\, 1{,}99 \sqrt{1850 \sqrt{13\,000}} = 0{,}088 \,.\, 1{,}1 \,.\, 1{,}99 \,.\, 456{,}7 = 88^{mm}$ *et, par suite,* $b = 0{,}4 \,.\, 88^{mm} = 35^{mm}$. *Dans une bielle exécutée avec les mêmes données (Borsig), on a trouvé* $h = 85^{mm}$, $b = 36^{mm}$. *D'autres bielles du même genre, d'une bonne construction, ont donné les résultats suivants :*

$$P = 11\,500^k, \quad L = 1654^{mm}, \quad h = 85^{mm}, \quad b = 33^{mm};$$
$$P = 14\,600^k, \quad L = 1700^{mm}, \quad k = 95^{mm}, \quad b = 36^{mm}.$$

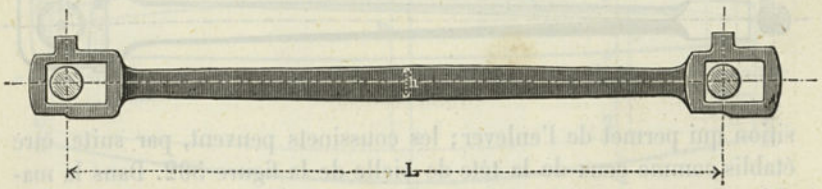
Pour ces deux pièces, le coefficient de sécurité est compris entre 1,5 *et* 1,6.

Dans les bielles d'accouplement des locomotives, l'action du fouettement est beaucoup plus prononcée que dans les bielles motrices. C'est au milieu que se produit le maximum de flexion, et, par suite, c'est en

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

ce point que la section doit avoir la plus grande valeur. La figure 521 représente une bielle de ce genre. Les clavettes de serrage des coussinets sont du même côté de chaque tourillon, de manière que le rapprochement de ces coussinets puisse s'opérer sans modifier la lon-

Fig. 521.



gueur de la bielle; c'est également dans le même but qu'on donne aux deux tourillons la même grandeur, afin que l'usure soit sensiblement égale pour tous les deux. Dans le calcul de la section du corps de la bielle, on suppose les deux roues couplées soumises, à leurs circonférences, à une même fraction de la résistance. Par conséquent, avec deux paires de roues couplées, l'effort sur la bielle d'accouplement est la moitié de la force transmise par la bielle motrice; avec trois paires de roues couplées, l'effort sur la première bielle d'accouplement est égal aux $^2/_3$ de cette force, tandis que celui qui s'exerce sur la seconde n'en est que $^1/_3$. Mais il convient de tenir compte de ce fait que, dans certaines circonstances, l'une des roues peut glisser, ce qui conduit à ne pas prendre le coefficient m aussi faible pour les bielles d'accouplement que pour les bielles motrices. On doit donc recommander de ne jamais descendre, pour m, au-dessous de 2, et même de se tenir un peu au-dessus, surtout dans le cas de deux roues couplées. Dans ces conditions, le glissement d'une roue ne peut jamais avoir pour résultat de créer un danger immédiat de rupture pour la bielle d'accouplement.

2e Exemple. *La locomotive de l'exemple précédent ayant deux paires de roues couplées, l'effort exercé sur la bielle d'accouplement est* $P = 13\,000 : 2 = 6500^k$. *Si nous supposons, en outre, qu'on ait* $L = 2563^{mm}$ *et* $h : b = 2{,}5$, *et si nous prenons* $m = 2$, *la formule* (170) *donne :* $h = 0{,}088 \cdot 1{,}19 \cdot 1{,}99 \sqrt{2563 \sqrt{6500}} = 0{,}088 \cdot 1{,}19 \cdot 1{,}99 \cdot 454{,}42 = 99^{mm}$ *et, par suite,* $b = 0{,}4 \cdot 99 = 39^{mm}$. *En exécution, on a pris, pour ces mêmes données,* $h = 98^{mm}$, $b = 39^{mm}$. *Les mesures relevées sur d'autres bielles d'accouplement ont donné, pour les coefficients de sécurité,* 1,9, 2,11, 2,8, *etc.*

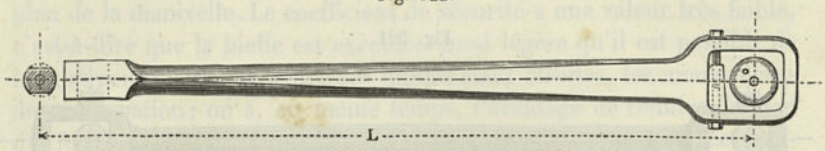
La figure 522 représente une bielle de forme très élégante, appartenant à une machine à vapeur de *Porter-Allen*. Le corps de cette bielle

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

est à section mixte; circulaire à l'une des extrémités, elle se transforme progressivement et finit par devenir rectangulaire.

Dans le tourillon de manivelle, le collet antérieur offre une dispo-

Fig. 522.



sition qui permet de l'enlever; les coussinets peuvent, par suite, être établis comme ceux de la tête de bielle de la figure 502. Dans la machine dont il s'agit ici, la longueur L est de 5 pieds anglais (V. aussi fig. 535).

§ 184.

Corps de bielles à nervures et à ailettes

La forme de section en croix, dont nous avons déjà signalé l'emploi pour certains arbres, convient spécialement bien pour les corps de bielles en fonte. Dans ce cas encore, on commence par tracer le corps idéal à section circulaire (calculé pour la fonte), puis on choisit le profil des hauteurs et on détermine le profil des largeurs. Si, pour une position quelconque, on désigne par

δ le diamètre du corps idéal à section circulaire,
h la hauteur des nervures,
b la largeur de ces nervures,

on doit choisir b de manière à ce qu'il satisfasse à la relation

$$\frac{\delta}{h} = \frac{b}{h}\sqrt[4]{\frac{16}{3\pi}}\sqrt[4]{\left(\frac{b}{h}\right)^3 + \frac{h}{b} - 1}. \quad . \quad . \quad . \quad (171)$$

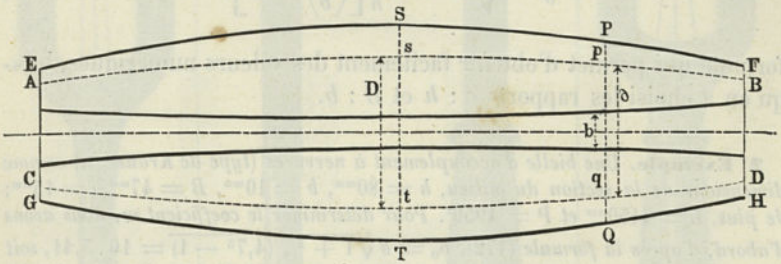
La table suivante facilite l'emploi de cette formule.

$\frac{\delta}{h}$	$\frac{b}{h}$	$\frac{\delta}{h}$	$\frac{b}{h}$	$\frac{\delta}{h}$	$\frac{b}{h}$	$\frac{\delta}{h}$	$\frac{b}{h}$	$\frac{\delta}{h}$	$\frac{b}{h}$
0,645	0,10	0,700	0,14	0,748	0,18	0,816	0,25	0,901	0,36
0,653	0,11	0,714	0,15	0,758	0,19	0,831	0,27	0,928	0,40
0,673	0,12	0,724	0,16	0,768	0.20	0,855	0,30	0,958	0,45
0,690	0,13	0,736	0,17	0,789	0,22	0,872	0,33	0,987	0,50

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

1er Exemple. *Dans la figure* 523, *ABCD désigne le corps idéal, à section circulaire, pour la bielle en fonte à construire ; EFGH est le profil des hauteurs, déterminé au sentiment. Si l'on suppose, par exemple, que le rapport de ST à st*

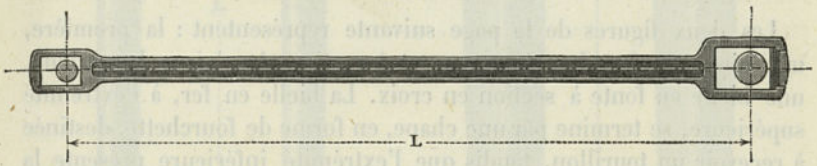
Fig. 523.



soit 1,5, *on aura* $\delta : h = 0{,}667$, *et, d'après la table* (*col*, 1 *et* 2, *ligne* 3), *on doit prendre, pour l'épaisseur des nervures,* $b = 0{,}12\,h = 12\,ST$. *Si* $PQ = 1{,}4\,pq$, *on a, pour la position P, le rapport* $\delta : h = 1 : 1{,}4 = 0{,}7$, *et la table donne, pour l'épaisseur de la nervure,* $b = 0{,}14\,PQ$.

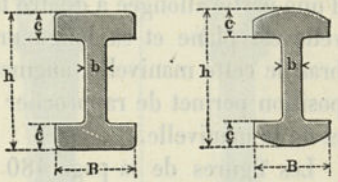
Pour arriver à une construction légère des bielles de locomotives, on a été conduit à adopter la forme de section à nervures ou à double *T*.

Fig. 524.



La figure 524 représente une bielle d'accouplement avec un corps à section de ce genre. Ce corps ne présente qu'un léger renflement extérieur, qui n'est pas visible sur la figure, en raison de la petitesse de l'échelle. La section peut être exécutée avec un profil formé de lignes droites ou arrondies (fig. 525). En négligeant l'influence de ces parties arrondies et en conservant les notations précédentes, on trouve, pour le plus petit moment d'inertie de la section :

Fig. 525.



$$I = {}^1/_{12}\,[2cB^3 + (h - 2c)\,b^3].$$

En égalant ce moment d'inertie à celui d'une section rectangulaire,

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

de hauteur h et de largeur b_0 (V. § 163), déterminée en tenant compte des forces agissant sur la bielle, nous aurons :

$$\frac{b_0}{b} = \sqrt[3]{1 + 2\frac{c}{h}\left[\left(\frac{B}{b}\right)^3 - 1\right]}, \quad \ldots \quad (172)$$

formule qui permet d'obtenir facilement des valeurs numériques, lorsqu'on a choisi les rapports $c : h$ et $B : b$.

2e Exemple. *Une bielle d'accouplement à nervures (type de Krauss) a, comme dimensions de la section du milieu,* $h = 80^{mm}$, $b = 10^{mm}$, $B = 47^{mm}$, $c = 15^{mm}$; *de plus,* $L = 2450^{mm}$ *et* $P = 4950^{k}$. *Pour déterminer le coefficient m, nous avons d'abord, d'après la formule* (172), $b_0 = b\sqrt[3]{1 + {}^3/_8\,(4{,}7^3 - 1)} = 10 \,.\, 3{,}41$, *soit* 34^{mm}; *on a alors* $m = (100\,000 : 6)(hb_0^3 : PL^2) = (100\,000.80.34^3) : (6\,.\,4950\,.\,2450^2) = 1\,{}^3/_4$ *approximativement, valeur légèrement supérieure à celles que nous avons indiquées précédemment. Le poids total de la pièce, complètement prête à recevoir les tourillons, n'est que de 63 kilogr.*

§ 185.

Bielles en fer et en fonte.

Les deux figures de la page suivante représentent : la première, une bielle en fer, dont le corps est à section circulaire ; la seconde, une bielle en fonte à section en croix. La bielle en fer, à l'extrémité supérieure, se termine par une chape, en forme de fourchette, destinée à recevoir un tourillon, tandis que l'extrémité inférieure présente la forme ordinaire. Dans la bielle en fonte, le corps à ailettes se trouve séparé, et avec raison, des parties correspondant aux têtes, au moyen d'anneaux pleins d'une petite longueur. La tête inférieure se compose d'une partie allongée à quatre faces ; celle qui est tournée vers la manivelle est plane et sa longueur est légèrement supérieure à celle du bras de cette manivelle, augmentée du rayon de son moyeu ; cette disposition permet de rapprocher beaucoup les plans moyens de la bielle et de la manivelle.

Les figures de la page 480 donnent quelques formes spéciales de têtes de bielles à fourchette. Dans la figure 528 *a*, la longueur de la fourchette est beaucoup plus faible que dans la figure 528 *b*, qui correspond à un corps de section rectangulaire, dont les petites faces sont arrondies. Enfin la figure 528 *c* convient surtout pour les bielles en fonte d'une très grande longueur. Dans ces différentes dispositions, les chapes des coussinets des deux branches sont fermées et le rappro-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Fig. 526.

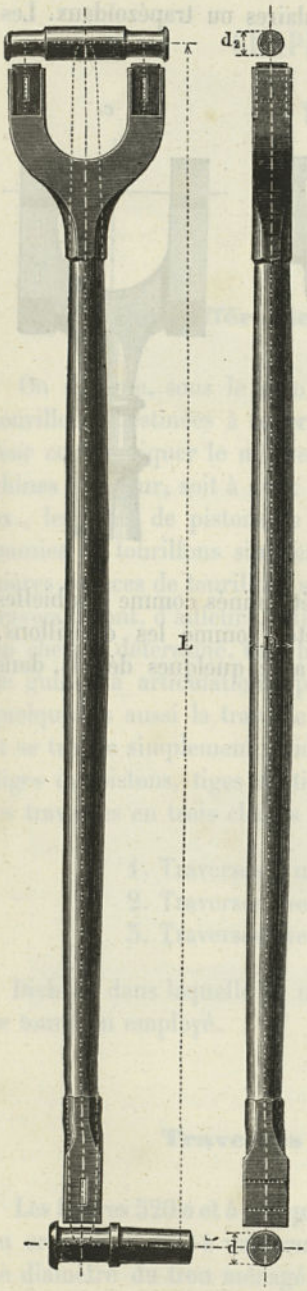
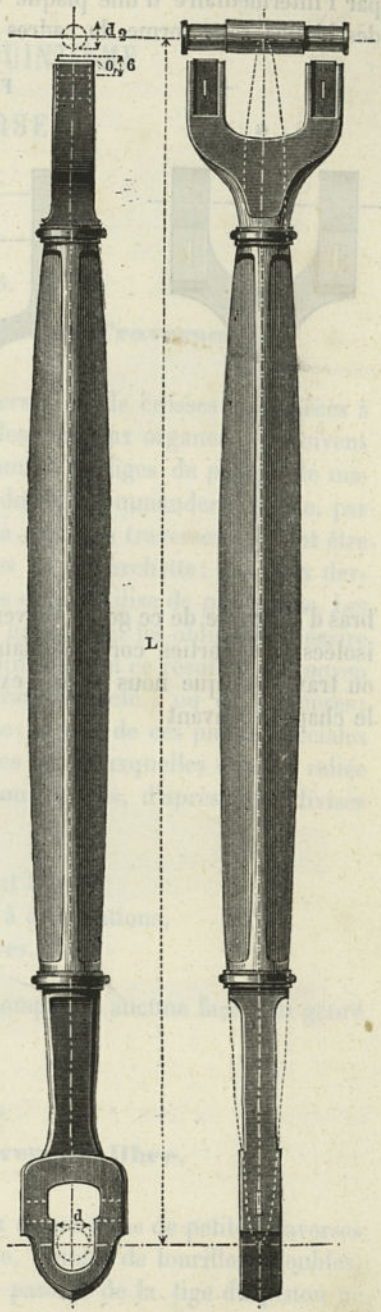


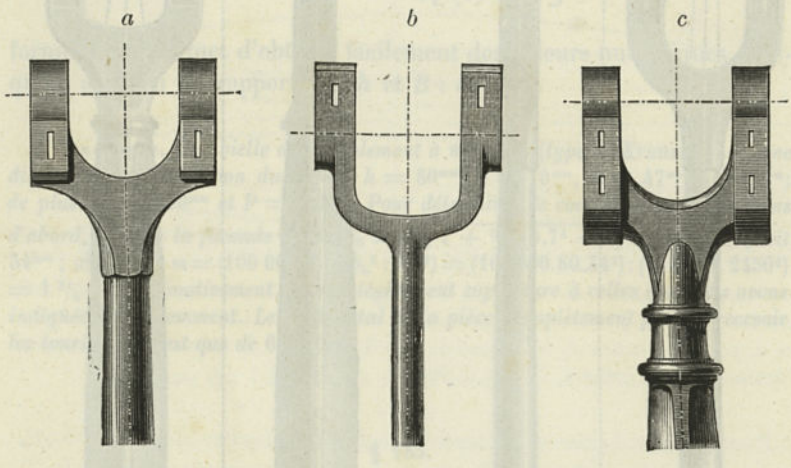
Fig. 527.



IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

chement des coussinets se produit, comme dans le dispositif de *Sharp*, par l'intermédiaire d'une plaque de pression. On a parfois à exécuter des bielles sous forme de cadres rectangulaires ou trapézoïdaux. Les

Fig. 528.



bras d'un cadre de ce genre doivent être déterminés comme des bielles isolées, les parties correspondant aux têtes comme les croisillons, ou traverses, que nous allons examiner, avec quelques détails, dans le chapitre suivant

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

CHAPITRE QUINZIÈME

TRAVERSES

§ 186.

Des différentes espèces de Traverses.

On désigne, sous le nom de traverses ou de crosses, des pièces à tourillons, destinées à relier les bielles, soit aux organes qui doivent leur communiquer le mouvement, comme les tiges de pistons de machines à vapeur, soit à ceux qu'elles doivent commander, comme, par ex., les tiges de pistons de pompes à eau. Les traverses peuvent être munies de tourillons simples, doubles ou à fourchette; ces deux dernières espèces de tourillons sont celles qu'on utilise de préférence. Les traverses sont, d'ailleurs, reliées à des guides, qui les obligent à décrire un chemin déterminé. On obtient ordinairement ce résultat, au moyen de guides à articulations (parallélogrammes, etc.) ou de glissières; quelquefois aussi la traverse ne porte aucune de ces pièces spéciales et se trouve simplement guidée par les tiges auxquelles elle est reliée (tiges de pistons, tiges de tiroirs). Nous devons, d'après cela, diviser les traverses en trois classes :

1. Traverses à mouvement libre,
2. Traverses avec guides à articulations,
3. Traverses avec glissières.

Division dans laquelle on ne tient compte en aucune façon du genre de tourillon employé.

§ 187.

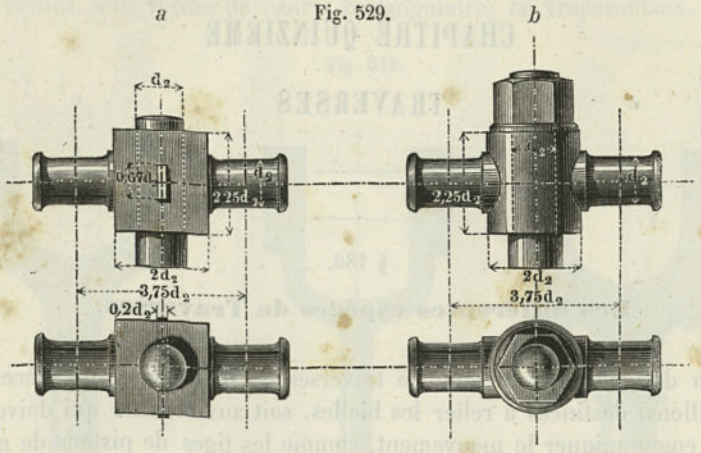
Traverses à mouvement libre.

Les figures 529 *a* et *b* indiquent deux dispositions de petites traverses ou crosses en fer, à mouvement libre, munies de tourillons doubles. Le diamètre du trou ménagé pour le passage de la tige du piston ne doit pas être inférieur à d_2.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

La traverse représentée par la figure 530 est une extension des deux

Fig. 529.

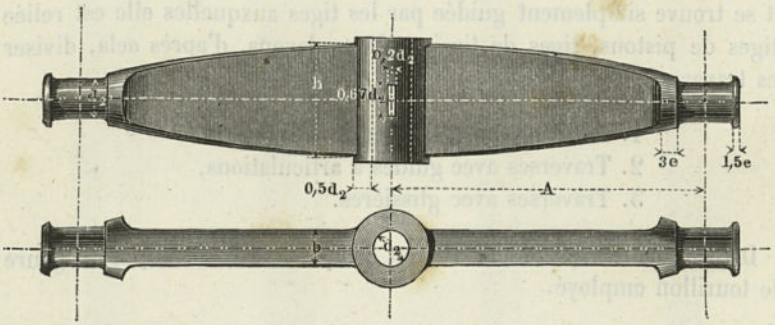


formes précédentes. On obtient, pour cette pièce, de bonnes proportions, en prenant pour la hauteur h au milieu :

$$h = 2{,}5\,d_2 + \frac{A}{14}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (173)$$

A désignant la longueur du bras. La pression du tourillon agissant pré-

Fig. 530.



cisément sur ce bras, comme dans un levier de tourillon frontal, on doit prendre, pour sa largeur b, supposée constante :

$$h = \frac{P}{2}\frac{A}{b^2}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (174)$$

La courbe du profil peut se tracer par l'un des procédés indiqués au § 142.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

1er Exemple. *Pour la traverse représentée par la figure* 530, *on donne la charge* $P = 4000^k$ *et la longueur du bras* $A = 400^{mm}$. *En prenant, pour cette pièce, des tourillons frontaux ordinaires, nous aurons :* $d_2 = \sqrt{2000} = 45^{mm}$. *Maintenant la formule* (173) *donne :* $h = 2{,}5 \,.\, 45 + 400 : 14 = 112{,}5 + 28{,}6$ *ou* $141^{mm},1$; *nous prendrons* 140^{mm}, *et nous trouverons alors :* $b = 2000 \,.\, 400 : 140^2 = 40^{mm}$. *L'épaisseur de la paroi du moyeu est* $0{,}5d_2 = 0{,}5.45$, *ou* 23^{mm} ; *la hauteur de la clavette est égale à* $0{,}67 \,.\, 45 = 30^{mm}$ *et son épaisseur à* $0{,}2 \,.\, 45 = 9^{mm}$.

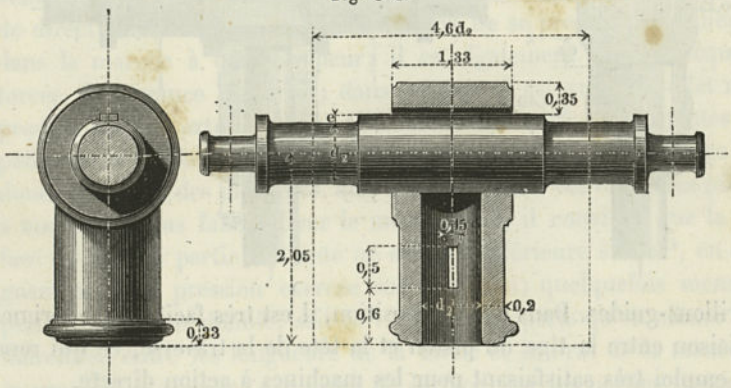
2e Exemple. *Le bateau à vapeur à roues « la Plata », de* 3000 *chevaux, a des cylindres à vapeur, de* 2616^{mm} *de diamètre, dans lesquels le maximum de pression est* $1\ ^3/_4$ *d'atmosphère, ce qui correspond, par piston, à une charge P de* $102\,000^k$ *en nombre rond. Les puissantes traverses des pistons présentent la disposition de la figure* 530 *et ont été exécutées avec une longueur de bras* $A = 1727^{mm}$. *Le constructeur (Napier) a pris :* $h = 711^{mm}$, $b = 178^{mm}$; *le diamètre des tourillons* $d_2 = 254^{mm}$ *et la longueur* $= 381^{mm}$; *la hauteur du moyeu est de* 722^{mm}, *l'épaisseur de ses parois de* 127^{mm}, *et enfin le diamètre intérieur de* 254^{mm}. *Les formules précédentes nous auraient donné :* $d_2 = 225^{mm}$, $h = 685^{mm}$, $b = 185^{mm}$.

§ 188.

Traverses avec guides à articulations.

Les traverses qui doivent être munies de guides à articulations comportent, en dehors de leurs tourillons de charge, deux autres tourillons, qui sont en prolongement des premiers. La figure 531 représente

Fig. 531.



une traverse en fer, avec tourillons-guides, qui convient parfaitement pour les tiges de pistons de machines à balancier, et qui a été, dès l'origine, employée par *Watt*. Les nombres proportionnels se rapportent au module :

$$d_1 = \sqrt{P} + 5, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (175)$$

où P est la charge totale de la traverse. Le même module se trouve également utilisé dans les autres traverses. La charge P_3 d'un tou-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

rillon-guide peut se déduire de la charge P_2 d'un tourillon principal par la formule

$$\frac{P_3}{P_2} = \frac{\cos \alpha}{\sin \beta}, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (176)$$

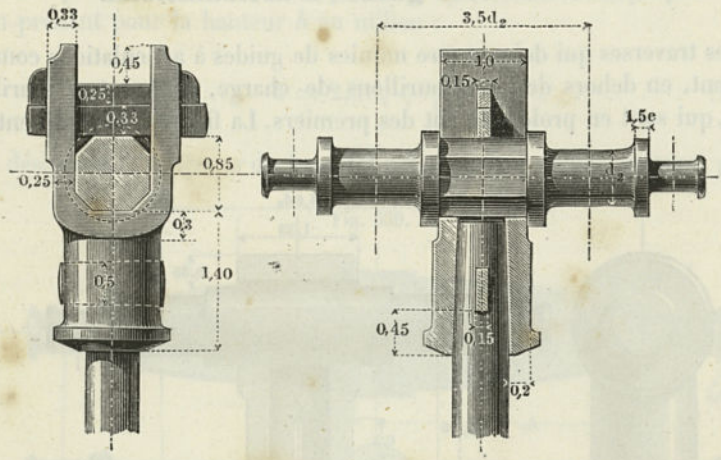
où α désigne le plus grand angle que fait, avec la direction du mouvement de la traverse, la bielle appliquée au tourillon d_2, et β l'angle que le contre-guide, articulé sur le petit tourillon, fait avec la normale à cette direction, lorsque α est un maximum; le dernier angle est facile à déterminer graphiquement.

Exemple. *Si l'angle* α, *à son maximum, est de* 20^0, *et si, en même temps,* $\beta = 15^0$, *on a* $\sin \alpha : \cos \beta = 0{,}3420 : 0{,}9659 = 0{,}35$; *d'où* $P_3 = 0{,}35\ P_2$.

Dans les machines à action directe, l'angle α peut atteindre et même dépasser 20^0; mais, lorsque la bielle est reliée à un balancier, il dépasse rarement 10^0.

La figure 532 représente une seconde forme de traverse en fer, avec

Fig. 532.



tourillons-guides. Dans cette disposition, il est très facile de supprimer la liaison entre la tige du piston et la tête de la traverse, ce qui rend son emploi très satisfaisant pour les machines à action directe.

§ 189.

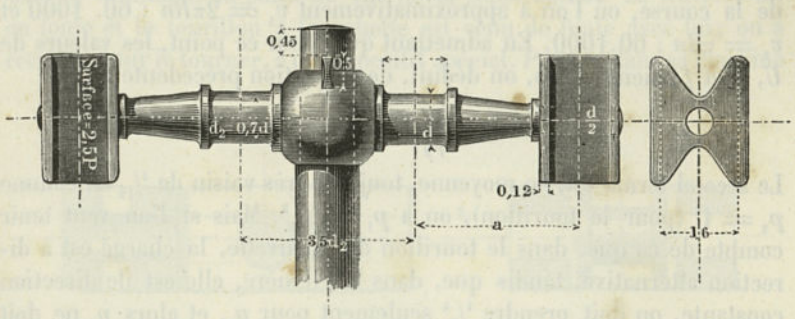
Traverses guidées par des glissières.

Les traverses guidées par des glissières sont celles qu'on emploie, de préférence, pour les machines à vapeur et les pompes; elles présentent des dispositions très variées, qui se distinguent essentiellement par le nombre et le mode d'emploi des glissières.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

La figure 533 représente un type de traverse très employé, qui comporte quatre surfaces-guides ou deux patins. Lorsque la machine tourne constamment dans le même sens et que la pression sur le piston agit toujours dans la direction de son mouvement, ou toujours dans

Fig. 533.



le sens directement opposé, une seule des deux faces de chaque patin se trouve pressée et, dans ce cas, la seconde face a simplement pour but de détruire l'effet des efforts accidentels qui viendraient s'exercer en sens contraire de la pression précédente. Lorsque, au contraire, la pression sur le piston s'exerce, tantôt dans la direction de son mouvement et tantôt en sens opposé, la traverse se trouve pressée alternativement sur les deux faces. Dans les machines à vapeur, ce changement de direction de la pression sur la traverse ne se produit pas seulement dans la marche à contre-vapeur; il est également une conséquence forcée de l'avance du tiroir; dans ce cas, il est vrai, cet effet ne se produit qu'aux extrémités de la course. Les surfaces frottantes des patins doivent, autant que possible, être composées d'une matière plus douce que celle des glissières, afin d'arriver, pour ces dernières pièces, à une usure plus faible. Pour le même motif, il convient que la surface de chaque partie frottante ne soit pas inférieure à $2,5P$, en désignant par P la pression exercée sur le piston; quelquefois même on prend une valeur double, soit $5P$. Avec les rapports qu'on admet ordinairement entre les longueurs de la bielle et le bras de la manivelle, la pression p exercée, par unité de surface, sur les parties frottantes, est environ $^1/_{12}$ kilog. dans le premier cas et $^1/_{24}$ dans le second. Si l'on désigne par p_1, p_2, v_1, v_2, f_1, f_2, les pressions par unité de surface, les vitesses de glissement et les coefficients de frottement, pour la glissière et le tourillon de manivelle, les usures linéaires, par seconde, sont respectivement $U_1 = \mu_1 p_1 v_1 f_1$ et $U_2 = \mu_2 p_2 v_2 f_2$, μ_1 et μ_2 étant des coefficients dépendant de la nature des matières en contact. La plupart des grandeurs entrant dans ces expressions varient pendant

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

la course du piston. Mais, si l'on prend leurs valeurs aux mêmes instants, le rapport des usures pour les positions correspondantes est :

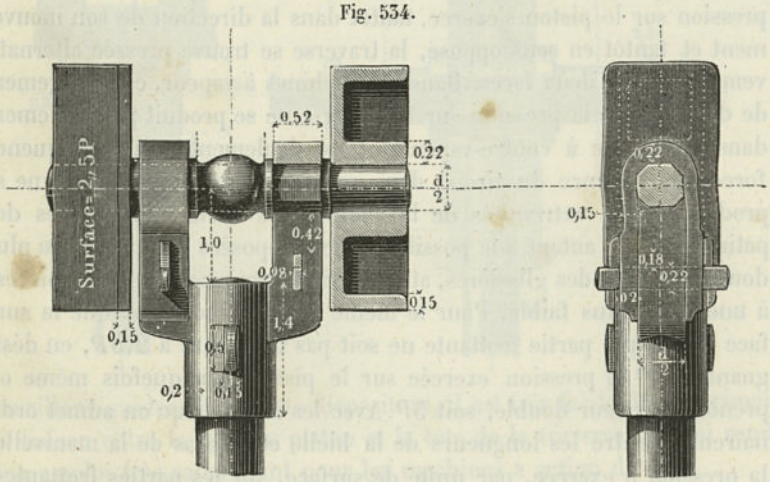
$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{\mu_1 p_1 f_1 v_1}{\mu_2 p_2 f_2 v_2}.$$

Le maximum de l'usure des glissières a sensiblement lieu au milieu de la course, où l'on a approximativement $v_1 = 2\pi Rn : 60.1000$ et $v_2 = \pi dn : 60.1000$. En admettant que, pour ce point, les valeurs de U, μ et f soient égales, on déduit, de l'équation précédente :

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{d}{2R}.$$

Le second terme est, en moyenne, toujours très voisin de $^1/_{12}$ et, comme $p_2 = 1^k$ (pour le tourillon), on a $p_1 = {}^1/_{12}{}^k$. Mais si l'on veut tenir compte de ce que, dans le tourillon de manivelle, la charge est à direction alternative, tandis que, dans la glissière, elle est de direction constante, on doit prendre $^1/_2{}^k$ seulement pour p_2, et alors p_1 ne doit plus être que de $^1/_{24}{}^k$. Dans le cas où le rapport $L : R$ est relativement très faible, on peut le prendre comme base pour la détermination de la pression Q sur la traverse, puisque cette pression, au milieu de la glissière, est approximativement égale à $P.R:L$.

Fig. 534.

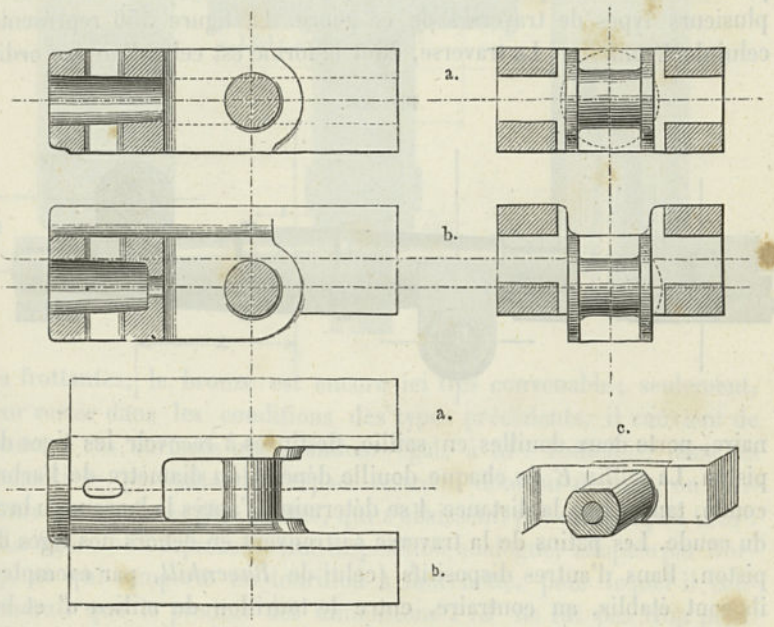


Dans la traverse, représentée par la figure 534, l'effort est transmis par un tourillon à fourchette, qui affecte, en outre, la forme sphérique; sur la figure, la fourchette, qui est clavetée sur la tige du piston, est supposée en fer; pour une fourchette en fonte, il faudrait augmenter les dimensions de la douille, porter son épaisseur à $0{,}28\,d_1$, et sa longueur à $1{,}75\,d_1$. Les glissières se trouvent ici notablement plus rapprochées de la tige du piston que dans le dispositif précédent.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Dans un grand nombre de locomotives américaines on rencontre une disposition extrêmement simple de traverse, avec quatre surfaces guides (fig. 535 *a* et *b*). Un usage assez répandu, pour ce genre de traverse, consiste à placer le plan moyen des patins, comme dans la disposition (*b*), au-dessus de l'axe de la tige du piston, ce qui offre de sérieux avantages au point de vue de la construction. La traverse est en fonte et le tourillon à fourchette est venu de fonte avec lui; on a recours, pour le tourner, à un dispositif spécial. *Porter*, dans sa machine

Fig. 535.



à vapeur du système *Porter-Allen*, qui est d'une exécution parfaite, a adopté, pour la traverse, une disposition tout à fait analogue à celle de la figure 535 *a*; mais le tourillon à fourchette est en acier et disposé comme le montre la figure (*c*) (V. aussi la figure 522). Les deux plats que présente ce tourillon ont pour effet de faciliter l'introduction de l'huile de graissage; c'est un perfectionnement qui a été adopté par d'autres constructeurs. Les surfaces des patins des traverses des machines américaines sont, comme développement, comparables à celles que nous avons recommandées précédémment.

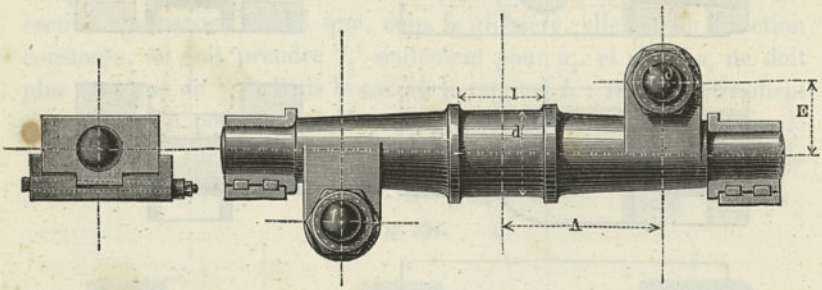
Exemple. *Locomotive de voyageurs Wood-Burning. — Diamètre du cylindre* $16''$; *pression de vapeur,* 110 *livres par pouce carré; on déduit de là* $P = 10016^{k}$; *la surface de glissement est de* $51\,000^{mmq}$, *soit, très approximativement,* $5P$.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Dans les traverses précédentes, les surfaces frottantes sont, le plus souvent, des garnitures de métal blanc ou de bronze. Des garnitures en verre se sont également bien comportées et il y aurait peut-être intérêt à faire des expériences avec du verre trempé.

Dans les machines à vapeur des navires à hélice, il s'est introduit peu à peu un système de construction qui exige une traverse d'une disposition particulière. C'est le système avec bielles en retour, qui permet de placer l'arbre coudé entre le couvercle du cylindre et la traverse; la tige du piston se trouve alors décomposée en deux tiges parallèles, dont le plan est incliné par rapport à cet arbre. Il existe plusieurs types de traverses de ce genre. La figure 536 représente celui de *Maudslay*. La traverse, dont la forme est celle d'un axe ordi-

Fig. 536.



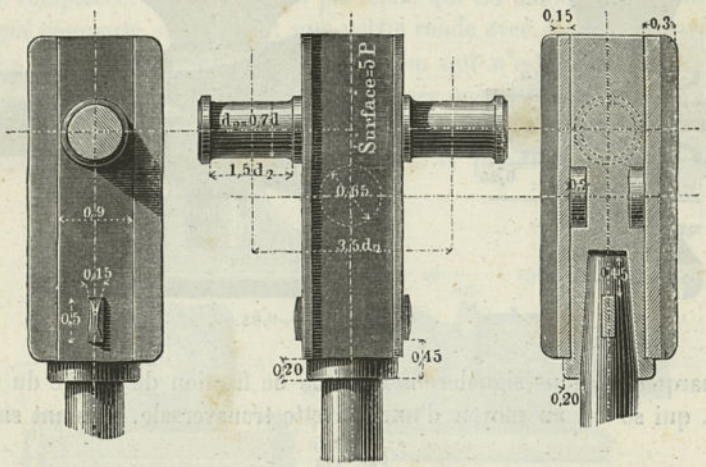
naire, porte deux douilles en saillie, destinées à recevoir les tiges du piston. La saillie E de chaque douille dépend du diamètre de l'arbre coudé, tandis que la distance A se détermine d'après la largeur du bras du coude. Les patins de la traverse se trouvent en dehors des tiges de piston. Dans d'autres dispositifs (celui de *Ravenhill*, par exemple), ils sont établis, au contraire, entre le tourillon du milieu d' et les tiges de piston, qui doivent être pour cela suffisamment écartées. La garniture inférieure de chaque patin est en bronze et est réglable au moyen de clavettes. On doit déterminer les dimensions de la traverse comme celles d'un axe, en ne perdant pas de vue que les forces appliquées au bras E tendent à produire, non seulement une flexion, mais encore une torsion du corps de la traverse. Le diamètre d' du tourillon déterminé, on doit prendre, pour sa longueur l', une valeur telle que la pression, par unité de surface, ne soit pas trop forte. Dans les machines anglaises, cette pression, sur le tourillon, varie de $0^k,6$ à 1^k et même $1^k,3$. Quant au diamètre δ des boulons, il convient ici encore de le déterminer par la formule (162).

Figure 537. Traverse de *Stephenson*. Dans ce dispositif, les glissières se réduisent, en réalité, à une seule, de telle sorte que la tra

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

verse n'a plus que deux faces frottantes, au lieu d'en avoir quatre, comme dans les types précédents. Les deux tourillons de la pièce intermédiaire, qui est en fer, s'engagent dans les deux branches d'une bielle fendue sur une grande longueur. Comme garniture des surfa-

Fig. 537.



ces frottantes, le bronze est encore ici très convenable; seulement, pour rester dans les conditions des types précédents, il convient de donner à ces surfaces une grandeur égale à $5P$. Toutefois, dans les locomotives, par suite de l'espace restreint dont on dispose, on rencontre des surfaces plus petites, qui s'abaissent, par ex., jusqu'à $2{,}5P$.

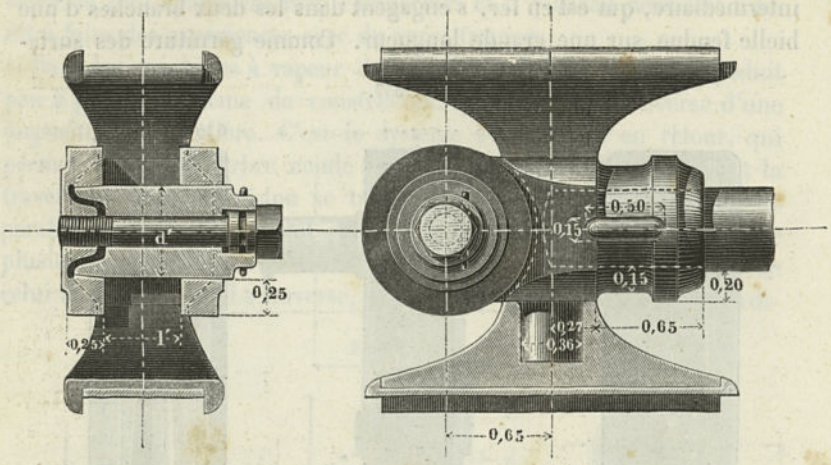
La figure 538 représente une disposition analogue, adoptée par *Borsig*, et qui comporte un tourillon à fourchette, pour lequel il conviendrait que le produit des dimensions $l'.d'$ ne fût pas trop petit. Malheureusement, dans la plupart des cas, l'espace limité dont on dispose ne permet pas de remplir cette condition, et il n'est pas rare de rencontrer des tourillons de ce genre, où la pression p, par unité de surface, s'élève à 2^k, 3^k et même au delà. On comprend que, dans de semblables conditions, le tourillon et les coussinets de la bielle soient exposés à de fréquents échauffements et à une usure rapide. Le mode de fixation du tourillon, tel que l'indique la figure, est assez remarquable. La pièce en fonte, qui forme le corps du patin, est garnie de plaques de bronze, ajustées avec soin, qu'il est possible de déplacer facilement, au moyen de feuilles de cuivre ou de zinc, intercalées entre elles et les faces de la pièce en fonte.

La figure 539 indique une nouvelle disposition de traverse, en usage, en France, au chemin de fer de l'Ouest. Le corps est en fer, les

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

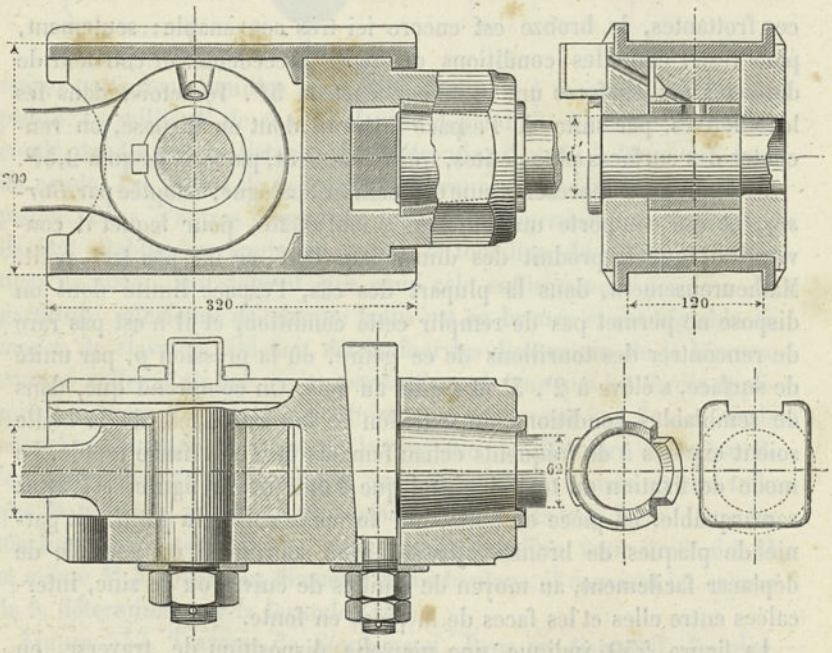
patins et la douille de la tête de bielle sont en acier. Comme détail

Fig. 538.



remarquable, nous signalerons le mode de fixation de la tige du piston, qui se fait au moyen d'une clavette transversale, agissant sur la

Fig. 539.



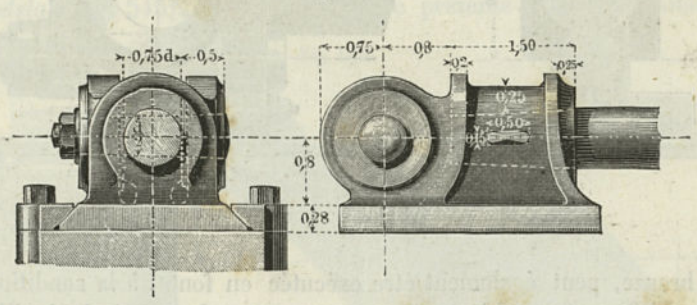
tête de cette tige, en même temps que sur une douille qui l'entoure;

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

cette douille en acier est de forme conique et divisée en quatre parties, suivant des génératrices. Comme il s'agit d'une construction normale, nous avons reporté sur la figure quelques-unes des dimensions principales. Les surfaces de contact semblent un peu faibles. Pour le boulon, la forme assez compliquée de la tête pourrait sans doute être remplacée, avec avantage, par celle qui est indiquée en pointillé et qui comporte simplement une partie ronde avec segment enlevé.

La figure 540 représente une traverse qui n'est guidée que d'un seul côté. Cette disposition n'est appliquée que dans le cas où le mouvement de rotation doit s'effectuer dans un seul sens, toujours le même, et où, par suite, la direction de la pression sur la glissière

Fig. 540.



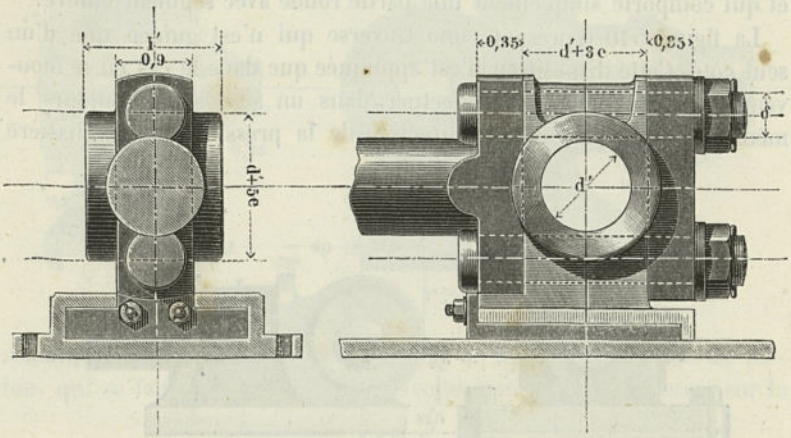
reste constante. Pour se mettre à l'abri des efforts accidentels qui peuvent se produire, en dehors du plan vertical passant par l'axe de la traverse, et de l'action de la contre-pression due à l'avance, dans les machines à vapeur (V. p. 485), le patin de la traverse se termine, sur les côtés, par deux parties taillées en biseau (ou mieux encore à angle droit), qui s'engagent entre deux rebords de même inclinaison, solidement fixés sur la glissière. Avec la fonte, la surface frottante de la traverse ne doit jamais être inférieure à $5P$, et il convient même de lui donner, autant que possible, une valeur plus considérable.

La figure 541 indique une autre forme de traverse à un seul patin, qui est empruntée à une machine de bateau de *Humphry Tennant*. Dans cette disposition, la pression, transmise par la traverse, s'exerçant suivant deux directions opposées, le recouvrement de la glissière est notablement plus prononcé que dans le cas précédent. La traverse, au lieu de porter un tourillon, forme, en réalité, un palier qui correspond à une tête de bielle, d'une construction analogue à celle de la figure 538. Pour corriger le jeu dû à l'usure, on a recours à l'emploi de plaques en cuivre. Celle qui garnit la rainure verticale se trouve remplacée, à chaque changement, par une autre plus mince, tandis

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

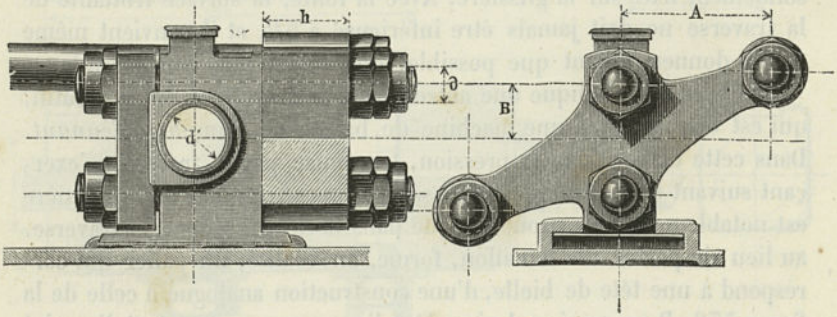
que, pour la rainure horizontale (sur la glissière), il convient, au contraire, de maintenir le contact, sur les deux faces de la glissière, en introduisant chaque fois une plaque plus épaisse que la précédente. Ce dispositif mérite d'être recommandé dans un assez grand nombre de circonstances. La pièce intermédiaire, qui ici est supposée

Fig. 541.



en bronze, peut également être exécutée en fonte, à la condition de la modifier convenablement, pour permettre de munir la douille du tourillon d'une garniture en métal blanc. Le module à adopter, pour les nombres proportionnels, est celui de la formule (161), où l'on doit introduire, pour d, le diamètre du tourillon normal d'extrémité équivalent, supposé en fer. Quant au diamètre ∂ des boulons, il se détermine par la formule (162).

Fig. 542.



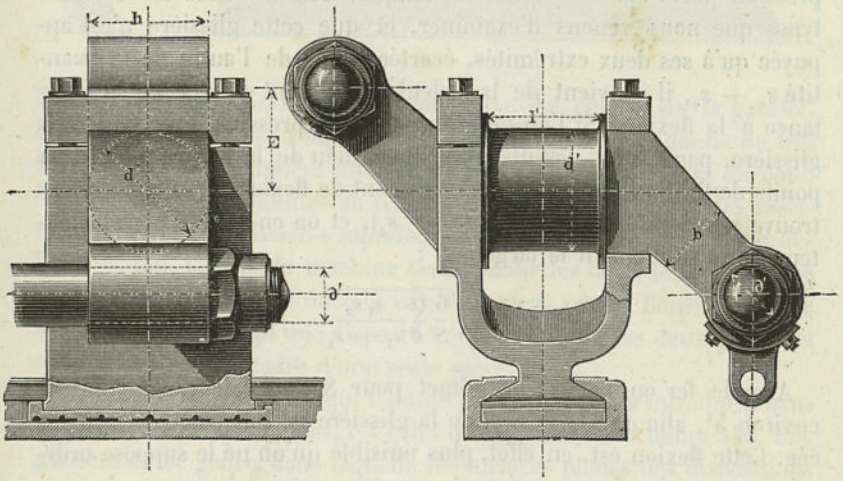
La figure 542 représente un troisième type très élégant de traverse à un seul patin, qui a été imaginé par *Napier*, pour les machines à

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

vapeur à bielles en retour, dont il a été question précédemment. Ici encore la bielle est supposée terminée par une tête à fourche. La pièce intermédiaire est en fonte; la distance B de chaque boulon à l'axe est réduite au strict minimum, afin d'arriver à une hauteur de traverse aussi faible que possible. La dimension h des bras se détermine en fonction de leur largeur, d'après une méthode connue (cas I et II, § 6). Les boulons, dont le diamètre δ est donné par la formule (162), sont munis de contre-écrous. Pour que cet assemblage donne de bons résultats, il est essentiel que les coussinets portent parfaitement l'un sur l'autre.

Un dernier dispositif de traverse, du genre de ceux que nous venons d'examiner, et qui n'est pas moins remarquable, est celui de *Maudslay* (fig. 543). La tête de la bielle présente la forme ordinaire,

Fig. 543.



celle de la figure 519, par exemple. La pièce, coudée en forme de Z, est encastrée dans une seconde pièce, qui se termine par un patin et qui est en fer. La largeur b' de chaque bras se calcule d'après les moments des forces données, lorsqu'on a choisi la valeur de l'autre dimension h, qui ici a été prise égale à d'; ce diamètre d' se détermine lui-même comme nous l'avons indiqué au chapitre des essieux. Le diamètre δ' des boulons doit être calculé par la formule (162), et il doit être au moins égal à la valeur que donne cette formule pour δ. Sur la droite de la figure, on doit encore remarquer une douille, fixée par des boulons et destinée à recevoir une tige de pompe ou une de ces pièces accessoires analogues, qui se rencontrent fréquemment dans les traverses des machines de bateaux. La figure à gauche donne

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

une coupe de la glissière et du patin, où se trouve représentée la garniture en métal blanc, qui a été coulé sur la surface en bronze, terminant le patin. Cette dernière pièce, qui peut être retirée, quand on a enlevé la pièce de recouvrement, visible sur la droite et fixée par des boulons, reçoit une plaque de cuivre, lorsqu'il y a lieu de corriger le jeu dû à l'usure. Les deux dernières dispositions de traverses ont résolu, avec un succès complet, un des problèmes de construction les plus compliqués et sont devenues de véritables types.

§ 190.

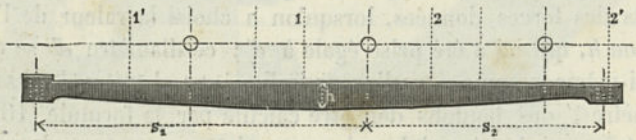
Glissières.

Les glissières se font en fer, en acier ou en fonte. Lorsque toute la pression porte sur une glissière unique, comme dans les derniers types que nous venons d'examiner, et que cette glissière n'est appuyée qu'à ses deux extrémités, écartées l'une de l'autre de la quantité $s_1 + s_2$, il convient de la calculer au point de vue de la résistance à la flexion. Si l'on désigne par Q la pression exercée sur la glissière, par s_1 et s_2 les distances du milieu de la traverse aux deux points de fixation (figure 544), le moment de flexion de la glissière se trouve représenté par $Q\, s_1\, s_2 : (s_1 + s_2)$, et on en déduit, pour la hauteur h, en se donnant la largeur b :

$$h = \sqrt{\frac{6}{S}\frac{Q}{b}\frac{s_1 s_2}{s_1 + s_2}}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (177)$$

Avec le fer ou l'acier, on admet pour S une valeur assez faible, environ 5^k, afin que la flexion de la glissière ne soit pas trop prononcée. Cette flexion est, en effet, plus nuisible qu'on ne le suppose ordinairement, puisqu'en supprimant, sur une certaine longueur, le contact entre la glissière et le patin, elle a, en réalité, pour résultat

Fig. 544.



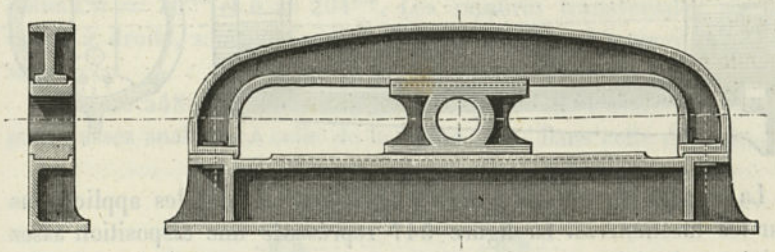
d'augmenter notablement la pression, par unité de surface, des parties qui restent en contact. Dans un certain nombre de glissières, on trouve des flexions de 1^{mm} et au delà (jusqu'à $2^{mm},5$), qui sont suffisantes pour donner une courbure appréciable. Lorsqu'on veut opérer

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

avec une plus grande exactitude, en tenant compte du déplacement de l'effort, on peut recourir au procédé graphostatique.

La figure 545 représente un cadre à glissières en fonte, qui est surtout avantageux dans le cas où la pression s'exerce dans une direction unique (de haut en bas). La glissière inférieure est ici supposée soutenue en tous les points de sa longueur, de telle sorte que sa

Fig. 545.



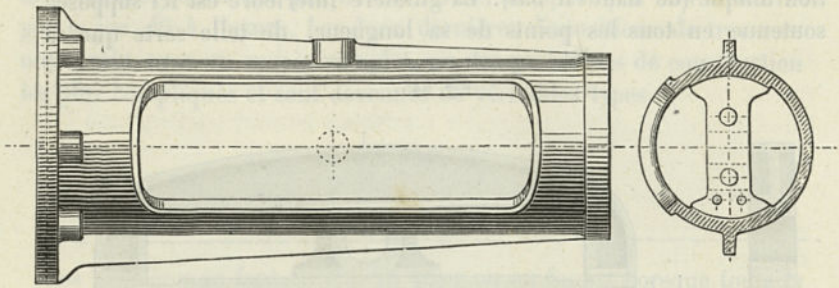
flexion peut être considérée comme nulle. La coupe, sur la gauche, indique la disposition adoptée pour le graissage et qui donne de très bons résultats; la glissière inférieure et la surface supérieure du patin de la traverse sont munies de rebords qui forment de véritables réservoirs d'huile. Les glissières supérieure et inférieure sont reliées par des boulons, qui, lorsque la machine tourne dans les deux sens (machines d'extraction des mines), doivent être fortement serrés. Dans ce cas, on emploie souvent aussi une disposition dans laquelle les deux glissières sont reliées par un cadre d'une seule pièce.

Une forme de glissière, qui tend de plus en plus à s'introduire dans les machines à vapeur fixes, est celle que représente la figure 546. Une glissière de ce genre, dans laquelle les surfaces planes des dispositions précédentes se trouvent remplacées par des surfaces cylindriques, constitue ce qu'on peut appeler une glissière cylindrique. Cette forme offre l'avantage qu'on peut disposer suivant le même axe, sur la machine à aléser, la glissière, en même temps que le cylindre à vapeur et obtenir, par suite, sans difficulté, une concordance parfaite entre les axes des deux organes. La rotation de la traverse autour de l'axe du cylindre est empêchée par la bielle, laquelle est elle-même maintenue par le bouton cylindrique de la manivelle; dans certains cas, pour plus de sécurité, on munit la glissière d'une languette longitudinale, qui s'engage dans une rainure pratiquée sur la traverse et l'empêche ainsi de tourner. La glissière, dans ce mode de construction, présente une très grande solidité et constitue, en outre, un véritable réservoir d'huile pour la surface inférieure du patin.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

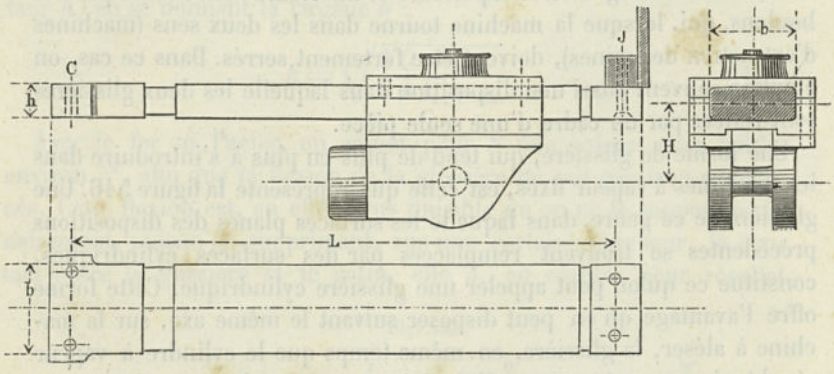
La traverse, comme l'indique la figure de droite, est analogue à celle de la figure 538. La garniture inférieure du patin est munie de clavettes qui permettent de l'amener au contact de la glissière.

Fig. 546.



La traverse, à un seul patin, a également trouvé des applications sur les locomotives. La figure 547 représente une disposition assez usitée en Amérique et qui figurait sur des locomotives belges, à l'Exposition de 1878, à Paris. La glissière, qui ici se trouve complètement enveloppée par le patin, est fixée à l'une de ses extremités, en *C*, sur le cylindre à vapeur et à l'autre, en *J*, sur un support spécial.

Fig. 547.



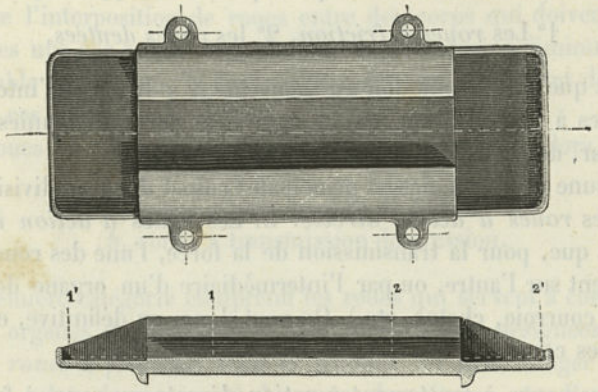
La comparaison de la figure 547 avec la figure 535 *b* permet de comprendre facilement comment on peut passer, pour la traverse, de la double glissière à la glissière unique. L'Ingénieur *J. J. Birckel* a montré que la glissière se trouve soumise à un moment de torsion considérable, résultant, d'une part, des déplacements latéraux des supports des essieux, et, d'autre part, des chocs latéraux qui agissent sur les essieux (couplés), les bielles, les bielles d'accouplement, etc. Pour mettre la glissière en mesure de résister à ces différentes actions, il

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

convient de lui donner une assez grande section. Si l'on prend la largeur de cette section b égale à $2\,{}^{2}/_{3}\,h$, on est conduit à déterminer h par la relation $h = \text{Const.}\,\sqrt[5]{G\,H^2 : Q\,L^2}$, dans laquelle G est le poids des pièces susceptibles de produire des chocs, Q la composante normale de la pression du piston, L la longueur de la glissière, et H l'écartement entre l'axe de la glissière et le milieu du tourillon de la traverse. Pour un diamètre de cylindre de 460^{mm}, une pression de vapeur de $6^{k},5$, avec $G = 4000^{k}$, $L = 1330^{mm}$ et $H = 190^{mm}$, on obtient $h = 76^{mm}$ et $b = 204^{mm}$. Les rainures transversales, sur la coupe à droite, sont destinées à recevoir l'huile qui a servi au graissage.

La figure 548 représente une glissière pour une traverse à un seul patin, assez analogue à celle de la figure 541. Dans cette disposition,

Fig. 548.



empruntée à une machine de bateau horizontale, la question du graissage se trouve parfaitement résolue. Les rebords forment, à chaque extrémité, une véritable auge, où la surface mobile, dans chacune des positions 1 — 1′ et 2 — 2′, se trouve baignée sur la moitié de sa longueur, de telle sorte qu'elle se trouve complètement graissée à chaque course.

Exemple. *Sur le vapeur « Arizona », dont il a été précédemment question, et sur d'autres navires analogues, d'une construction plus récente, on rencontre des glissières en fonte, à un seul patin, disposées verticalement ; le graissage se fait automatiquement. La pression est de* $29\,000^{k}$ *sur une surface de* $819\,000^{mmq}$ *; d'où il résulte que la pression par unité de surface est de* ${}^{1}/_{28}{}^{k}$ *environ.*

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

CHAPITRE SEIZIÈME

ROUES A FROTTEMENT

§ 191.

Classification des roues.

Les roues sont utilisées, dans les installations mécaniques, comme organes de transmission de mouvements de divers genres. Elles peuvent se diviser en deux classes principales :

1° Les *roues à friction*, 2° les *roues dentées*,

suivant que la transmission du mouvement a lieu par l'intermédiaire de roues à contour poli, ou, au contraire, de roues munies, sur leur pourtour, de parties saillantes, séparées par des vides.

Chacune des deux classes principales admet deux subdivisions :

a. Les *roues à action directe*. b. Les *roues à action indirecte*, suivant que, pour la transmission de la force, l'une des roues agit directement sur l'autre, ou par l'intermédiaire d'un organe de traction (corde, courroie, chaîne, etc.). On peut donc, en définitive, considérer les roues comme formant quatre classes distinctes :

I. *Les roues à frottement à action directe*, ou roues à friction.

II. *Les roues dentées à action directe*, ou roues dentées.

III. *Les roues à frottement à action indirecte*, tambours, poulies, etc.

IV. *Les roues dentées à action indirecte*, ou roues à chaînes.

Les roues des trois premières classes donnent lieu aux applications les plus nombreuses et les plus variées ; aussi les traiterons-nous ici avec quelques détails.

La forme d'une paire de roues dépend essentiellement de la position relative de leurs axes. Or, ces axes peuvent présenter, l'un par rapport à l'autre, les quatre positions suivantes :

1° Ils coïncident géométriquement ; 2° Ils sont parallèles ; 3° Ils se coupent ; 4° Ils se croisent, sans se couper.

De là, pour chaque espèce de roues, quatre séries de formes spéciales.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 192.

Deux modes d'emploi des roues à frottement.

Dans les roues à frottement à action directe, le mode de transmission de mouvement présente deux propriétés essentielles, qui donnent lieu à deux genres d'utilisation bien distincts.

En premier lieu, si deux roues en contact sont suffisamment pressées l'une contre l'autre, le frottement, dit de glissement, qui en est la conséquence, devient assez grand pour empêcher tout glissement de l'un des contours par rapport à l'autre, et, dans ces conditions, l'une des roues peut transmettre à l'autre force et mouvement.

La seconde propriété tient à la faible valeur du frottement, dit de roulement, par rapport à celle du frottement de glissement, de telle sorte que l'interposition de roues entre des corps qui doivent se déplacer, les uns par rapport aux autres, est de nature à diminuer, dans une notable proportion, le frottement qui serait le résultat du glissement de ces corps.

Les roues à frottement à action directe peuvent, dès lors, se diviser en :

a. roues à transmission de force,
b. roues à transmission de pression.

La première catégorie comprend les roues qui servent à commander certains organes de machines et qui peuvent être désignées sous le nom de *roues à friction*. Dans la seconde on peut ranger les rouleaux, les galets de roulement, les roues de voitures, etc. Par opposition aux roues de la première catégorie, les roues de la seconde peuvent être désignées sous le nom de *roues à antifriction*.

§ 193.

Roues à friction à axes parallèles.

Les surfaces de contact des roues à friction sont presque toujours des surfaces de révolution. Si, dans une paire de roues de ce genre en mouvement, on imagine deux cercles correspondants, roulant l'un sur l'autre, sans glisser, les nombres de tours des roues, dans le même temps, seront inversement proportionnels aux rayons de ces cercles. Si les nombres de tours, par minute (unité de temps à laquelle on les rapporte ordinairement), sont n pour la roue menante et n_1 pour la

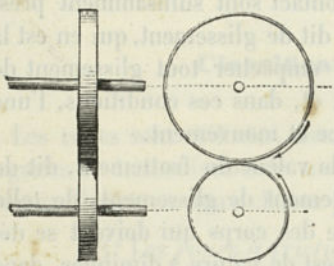
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

roue menée et si R et R_1 désignent les rayons des cercles de roulement, le rapport de transmission est donné par la relation :

$$\frac{n_1}{n} = \frac{R}{R_1} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (178)$$

Les roues à friction, pour arbres parallèles, reçoivent généralement des jantes cylindriques (fig. 549). Dans ce cas, si l'on a à vaincre une résistance tangentielle P, les roues, pour qu'il ne se produise aucun glissement, doivent exercer l'une sur l'autre une pression Q, laquelle, pour un coefficient de frottement f des parties en contact, est donné par la relation :

Fig. 549.



$$Q = \frac{P}{f} \quad \ldots \ldots \quad (179)$$

Pour f on peut prendre les valeurs suivantes :

Fer sur fer.	0,10 à 0,30
Bois sur fer.	0,10 à 0,60
Bois sur bois	0,40 à 0,60

Le système de transmission par roues à friction est évidemment d'une très grande simplicité et semble, par cela même, susceptible d'être utilisé avec avantage. Il était cependant resté presque sans applications dans les installations mécaniques et on ne le rencontrait guère que dans des mécanismes assez grossiers, comme, par ex., dans les scieries, pour l'entraînement des bois. C'est dans l'Amérique du Nord qu'il a été utilisé réellement, pour la première fois, et avec succès, comme organe général de transmission.

Il a été reconnu que, pour obtenir les meilleurs résultats, il convenait de donner aux deux roues des garnitures différentes, l'une en bois, l'autre en fer, celle en bois étant appliquée sur la roue menante, afin d'éviter que le glissement, qui se produit au moment de la mise en marche, ne déterminât des rainures transversales dans cette garniture, si elle se trouvait sur la roue menée. Les fibres des morceaux de bois qui composent la garniture ne sont pas normales aux contours de la roue et sont, au contraire, disposées suivant la périphérie. Le bois qu'il convient d'employer, de préférence, est l'érable; mais on peut utiliser également le tilleul, le peuplier et le sapin. Les roues doivent être tournées avec le plus grand soin; à cet effet, après les avoir calées sur leurs arbres, on les porte sur le tour, de telle sorte que, pendant

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

l'opération du tournage des jantes, ces arbres tournent sur leurs tourillons. Une paire de roues à friction cylindriques, construites avec toutes ces précautions, peut transmettre, en service courant, une force tangentielle de $^1/_2{}^k$ par millimètre de largeur de la jante, quand la garniture est en érable, et $^3/_8$ à $^1/_4{}^k$, quand elle est constituée par l'une des autres essences de bois mentionnées. D'après cela, on doit prendre pour la largeur b d'une roue à garniture en érable

$$b = 2P = 2 \times 75 \frac{N}{v} = 150 \frac{N}{v}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (180)$$

valeur qui doit être multipliée par 1,5 ou par 2 pour les autres espèces de bois. Dans cette formule, N représente le nombre de chevaux à transmettre et v la vitesse tangentielle des roues, en mètres; d'un autre côté, R étant le rayon d'une des roues, en millimètres, et n le nombre de tours par minute, on a $v = 2\pi R.\ n : 60.\ 1000$, et, par suite

$$b = \frac{1\,432\,395}{R} \frac{N}{n}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (181)$$

Il existe des installations dans lesquelles R atteint 6 pieds anglais ($1^m,83$), avec b allant jusqu'à 30″ ($0^m,762$) et où l'effort transmis par une paire de roues est de 60 chevaux et plus. D'après des expériences de *Wicklin*, le coefficient de frottement est compris entre 0,30 et 0,32, et la pression Q à exercer sur les roues doit, dès lors, être égale à 3,3 P. En raison des grandes facilités qu'elles présentent pour le débrayage, les roues à friction se recommandent pour un grand nombre d'applications importantes.

1er Exemple. *On doit transmettre, au moyen de roues à friction cylindriques, avec garniture en érable, un travail* $N = 10^{ch}$, *en passant d'un arbre tournant à* 80 *tours à un arbre faisant* 100 *tours. — Si l'on prend* $v = 6^m$, *la formule* (180) *donne :* $b = 150.10 : 6 = 250^{mm}$, *et de la formule* (181) *on tire :*

$$R = 1\,432\,395.10 : 250.80 = 716^{mm} \text{ et } R_1 = 0{,}8 . 716 = 573^{mm}.$$

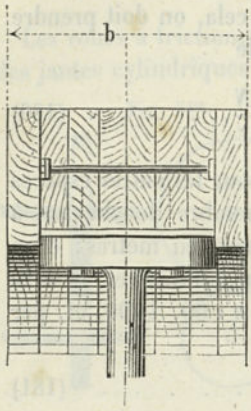
2e Exemple. *En partant d'un arbre, muni d'une poulie* $R = 300^{mm}$ *et tournant à la vitesse* $n = 90$ *tours, on veut transmettre* 1^{ch} *à un arbre intermédiaire faisant* 75 *tours. — On a, pour le rayon de la roue à placer sur cet arbre :* $R_1 = (90 : 75)\,300 = 360^{mm}$ *et pour la largeur* $b = 1\,432\,395 : 300 . 90 = 53^{mm}$. *Dans ce cas, on pourrait très bien employer du sapin pour la garniture et on aurait alors* $b = 2 . 53 = 106^{mm}$.

Pour la construction des roues à frictions cylindriques, on doit tenir compte des indications suivantes. De grandes roues, de $1^m,30$ à $3^m,50$ de diamètre, reçoivent des jantes en bois, de 150 à 180^{mm} d'épaisseur radiale, formées par la juxtaposition de planches, de 35 à 50^{mm} d'épais-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

seur. Ces planches, qui embrassent $^1/_{10}$, $^1/_8$ et même $^1/_6$ de la périphérie, doivent être découpées de telle sorte que la direction des fibres se rapproche le plus possible de la courbure de la jante. Elles doivent être parfaitement assemblées, bien collées les unes sur les autres et maintenues par des clous, ou mieux des boulons. La jante, ainsi préparée, doit avoir une largeur inférieure à *b* de 40 à 50^{mm}; on la place sur une forte monture composée d'un moyeu et de bras rayonnants, terminés par des pattes (*V.* fig. 550); le nombre de ces bras est de 6 à 8, suivant la grandeur de la roue. Des entailles, ménagées sur la surface intérieure de la jante, sont destinées à recevoir des coins, qu'on intercale entre la jante et les pattes (au-dessus et latéralement), de manière à produire un serrage énergique. On achève de fixer la jante sur les pattes au moyen de vis à bois, munies de têtes saillantes. Pour les roues très larges, on emploie deux montures juxtaposées.

Fig. 550.



La jante une fois fixée, on l'amène à sa largeur définitive, en rapportant, sur les deux faces latérales, des joues, dont l'épaisseur, dans le sens du rayon, est un peu supérieure à celle de la jante, de manière à recouvrir complètement les coins; ces joues cachent en même temps les têtes de boulons. La roue est alors clavetée sur son arbre et prête à être tournée, opération qui, comme nous l'avons déjà dit, doit être exécutée avec le plus grand soin.

Fig. 551.

Pour les petites roues, la monture précédente peut être remplacée avec avantage par une véritable poulie composée d'une couronne assez épaisse, avec bras droits. Sur cette couronne, on ajuste avec soin la jante en bois, dont le diamètre doit être assez juste pour qu'elle n'entre qu'à force et on la fixe avec des vis, mises de l'intérieur. On rapporte ensuite les deux joues latérales (fig. 551), qui doivent être assez larges pour recouvrir la couronne.

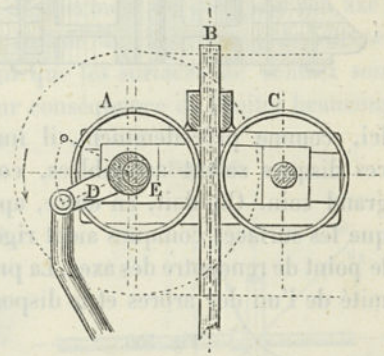
Cette couronne porte ordinairement quatre parties saillantes, parallèles à l'axe, qui s'engagent dans des rainures ménagées à l'intérieur de la jante en bois. Celle-ci a environ 100 millimètres d'épaisseur dans la direction des rayons. Elle doit, d'ailleurs, être en bois parfaitement sec.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Les roues menées se construisent comme des poulies de courroies, mais la couronne doit être plus résistante et porter un plus grand nombre de bras. Lorsque la largeur de la couronne dépasse 400 millimètres, ces bras doivent former une double rangée. Les deux roues, menante et menée, doivent, d'ailleurs, être équilibrées avec le plus grand soin, de manière à éviter tout effet de battement pendant la marche.

Une application importante et aujourd'hui très répandue des roues droites à friction se rencontre dans les appareils de pilonnage. Dans le dispositif de *Merril* (fig. 552), la tige du pilon, qui est en chêne et à section rectangulaire, est prise entre deux roues cylindriques en fonte *A* et *C*, dont la première est seule actionnée par une courroie. L'axe de cette roue est supporté, de chaque côté, par l'excentrique *E*, qu'on peut déplacer en agissant sur le levier *D*. Lorsque ce levier est amené dans sa position inférieure, la roue se trouve pressée contre la tige et détermine, par suite, l'élévation du pilon. Lorsqu'on relève le levier *D*, la roue *A* s'écarte de la tige et le pilon retombe. Dans d'autres dispositions, comme celles de *Hotchskiss* et *Stiles*, les deux roues sont actionnées par des courroies; il en est de même dans le marteau de précision de M. *Hasse*, de Berlin.

Fig. 552.

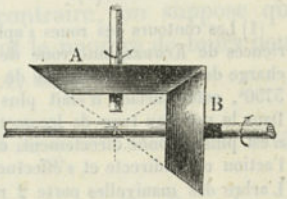


§ 194.

Roues à friction pour axes concourants.

Lorsque les axes se coupent et que le contact des roues doit se faire sur une assez grande largeur, il convient de donner aux jantes de ces roues la forme de troncs de cônes, ayant pour sommet commun le point d'intersection des axes (fig. 553). Dans ces conditions, si deux cercles de contact sur ces surfaces coniques roulent l'un sur l'autre, il y a également roulement de tous les autres couples de cercles de contact. Aussi les roues coniques, quand elles sont construites et exécutées d'après les principes précédents, sont-elles des organes de transmission très satisfaisants. Les figures 554 *a* et *b* représentent, en coupes, deux roues à friction

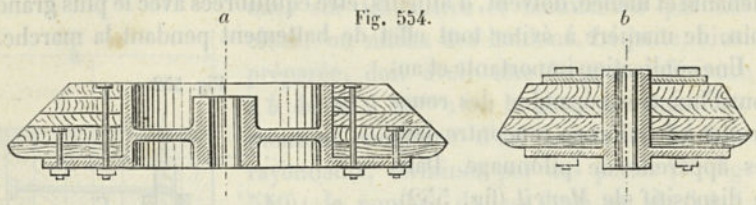
Fig. 553.



IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

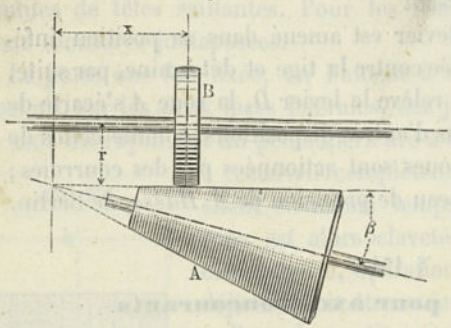
coniques, avec jantes en bois. Chaque jante est constituée par une série de disques en bois, dont le plus grand a ses fibres dirigées dans le sens du rayon, tandis que, pour tous les autres, la direction des fibres se rapproche le plus possible de la courbure de la surface.

Fig. 554.



Ici, comme précédemment, il importe que les planches composant ces disques soient assemblées, collées et boulonnées avec le plus grand soin. On doit, en outre, apporter la plus grande attention à ce que les surfaces coniques aient rigoureusement pour sommet commun le point de rencontre des axes. La pression nécessaire s'exerce à l'extrémité de l'un des arbres et la disposition la meilleure consiste à terminer cet arbre par un pivot plan, sur lequel on fait agir un levier de manœuvre, par l'intermédiaire d'une crapaudine.

Fig. 555.



C'est dans les locomotives qu'on rencontre l'application la plus importante des roues à friction, qui s'y présentent, à la fois, sous la forme cylindrique et sous la forme conique; le rail constitue là une des deux roues. En raison des pressions extrêmement élevées qu'elles ont à supporter, les jantes des roues sont en fer ou en acier. La force Q atteint le plus ordinairement 6 tonnes et va même souvent au delà (1).

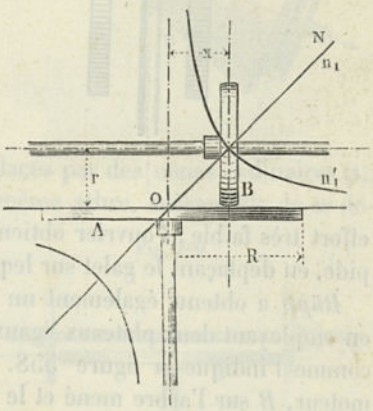
(1) Les contours des roues s'aplatissent au point où s'exerce la pression. D'après les expériences de *Krauss*, une roue de wagon, munie d'un bandage en acier, offrait, sous une charge de 5500^{k}, une surface de contact avec le rail (en fer) de 264^{mmq}; sous une charge de 3750^{k}, cette surface n'était plus que de 156^{mmq} (Schweiz. polyt. Zeitschrift 1866, p. 65). Dans le nouveau type de locomotives de l'américain *Fontaine*, l'essieu des roues motrices n'est plus actionné directement, comme dans les types ordinaires, par la machine à vapeur; l'action est indirecte et s'effectue par l'intermédiaire d'une transmission de roues à friction. L'arbre des manivelles porte 2 roues à friction cylindriques, de 6 pieds de diamètre, qui agissent sur deux autres roues de 56 pouces, conaxiales aux roues motrices, sur lesquelles elles sont fixées et qui ont aussi 6 pieds de diamètre. La charge de ces roues motrices et, par suite, celle des couples de roues à friction est de 32 000 livres anglaises, soit environ 8 tonnes sur chaque roue. (V. Engineering, 1881, mars, p. 274.)

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Dans certains cas, lorsque les efforts à transmettre ne sont pas très considérables, on emploie, au lieu de deux roues coniques, un système composé d'une roue droite roulant sur une roue conique (fig. 555); les deux roues sont alors, le plus souvent, munies de jantes métalliques. Il est facile, dans ce cas, de réaliser la pression nécessaire pour la roue B, qui constitue véritablement une roue disque ou un galet. Un avantage de ce mécanisme, c'est qu'il permet de faire varier le rapport des vitesses par un simple déplacement du galet sur son axe; on peut donc l'utiliser comme mécanisme de changement de vitesse.

Par contre, il offre l'inconvénient que les surfaces de contact sont forcément très faibles, ce qui a pour conséquence de limiter beaucoup les forces qu'il est possible de transmettre. On peut, toutefois, atténuer cet inconvénient par un procédé analogue à celui qui a été indiqué pour les manchons de friction, c'est-à-dire en augmentant le diamètre et la vitesse de la roue, de manière à diminuer la valeur numérique de l'effort tangentiel à transmettre. La forme la plus commode, pour ce mécanisme, s'obtient en faisant l'angle du sommet du cône $2\beta = 180°$, auquel cas la surface de ce cône devient un plan (fig. 556).

Fig. 556.



Cette roue plane A étant supposée calée sur l'arbre moteur et B étant alors la roue menée, le rapport des vitesses, pour un point situé à la distance x de l'axe A, est :

$$\frac{n_1}{n} = \frac{x \sin \beta}{r}, \quad \text{ou} \quad \frac{n_1}{n} = \frac{x}{r} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (182)$$

pour $2\beta = 180°$. La droite ON représente alors la loi de variation du nombre de tours de l'arbre mené. Si, au contraire, on suppose que l'arbre moteur est l'arbre du galet B, n étant le nombre de tours pour cet arbre et n'_1 celui de l'arbre de la roue A, on a

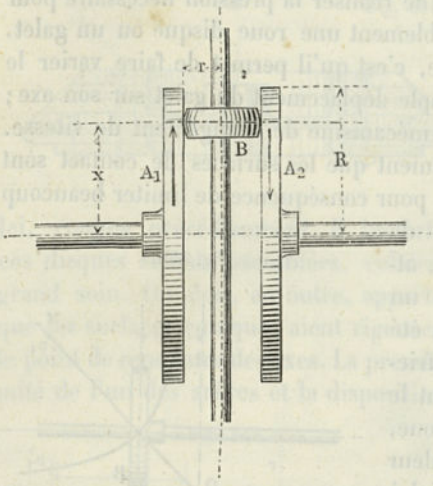
$$\frac{n'_1}{n} = \frac{r}{x \sin \beta}, \quad \text{ou} \quad \frac{n'_1}{n} = \frac{x}{r} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (183)$$

pour $2\beta = 180°$. L'équation entre x et n'_1 est alors celle d'une hyperbole équilatère (fig. 556). Pour les valeurs de x très rapprochées de O, l'entraînement de A par B devient illusoire.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

La figure 557 représente un mécanisme de changement de vitesses, dans lequel deux roues planes conaxiales agissent sur un galet. Les plateaux A_1 et A_2, qui tournent à la même vitesse, mais en sens inverse, fonctionnent comme moteurs, tandis que le galet est calé sur l'arbre mené.

Fig. 557.



Le rapport des vitesses, qui est proportionnel à la distance x, peut varier depuis 0 jusqu'à $R : r$. La pression nécessaire se donne facilement aux extrémités des arbres qui portent A_1 et A_2. Ce mécanisme a reçu d'abord de nombreuses applications dans les turbines à force centrifuge ou essoreuses ; plus récemment, il a été appliqué avec succès à la commande des tours de potiers, qui n'exigent qu'un effort très faible ; l'ouvrier obtient facilement une marche lente ou rapide, en déplaçant le galet sur lequel il agit au moyen de deux pédales.

Rüpp a obtenu également un mécanisme de variation de vitesses, en employant deux plateaux égaux et un galet intermédiaire, disposés comme l'indique la figure 558. Le plateau A est monté sur l'arbre moteur, B sur l'arbre mené et le galet intermédiaire C est susceptible de se déplacer suivant son axe. Le rapport de transmission est compris entre les limites $(a - R) : R$ et $R : (a - R)$; il varie d'après la relation

$$\frac{n_1}{n} = \frac{x}{a - x} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (184)$$

qui représente une hyperbole équilatère (fig. 558). *Rüpp* avait supposé qu'il serait possible de transmettre des forces plus considérables, en composant le galet d'une série de disques minces, distincts, au nombre de 5 et plus, tous libres de tourner sur l'arbre intermédiaire. Cet espoir ne s'est pas réalisé et il devait en être ainsi, puisque, d'après la formule (184), à chaque disque correspond une valeur différente pour le rapport de transmission, de telle sorte qu'à l'exception d'un disque, celui du milieu ou un quelconque, tous les autres doivent nécessairement glisser. Cette disposition a donc pour conséquence une perte de force, en même temps qu'une indétermination et des variations dans le rapport des vitesses pour une position du galet.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Le dispositif de *Barnhurst*, que représente la figure 559, fonctionne d'une manière tout à fait analogue au précédent. La seule différence

Fig. 558.

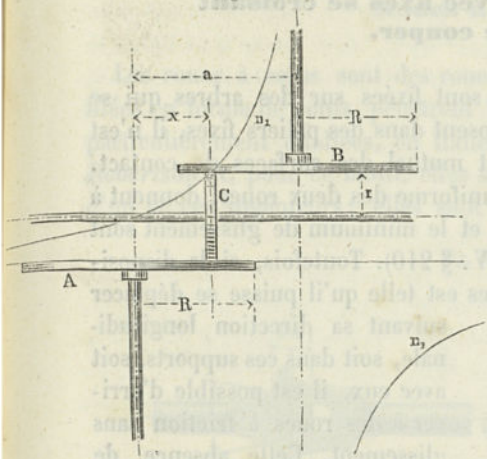
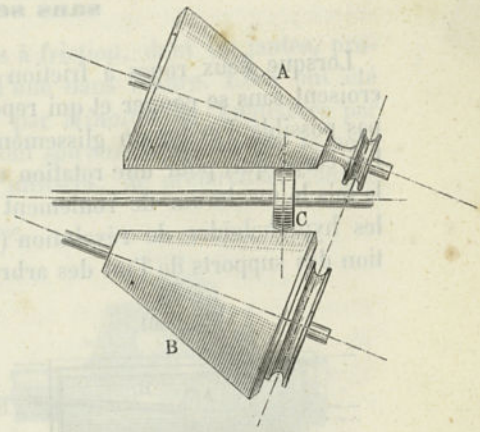


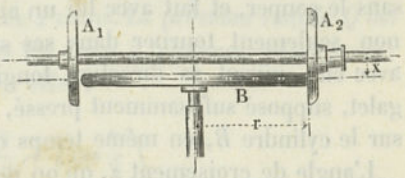
Fig. 559.



c'est que les plateaux sont ici remplacés par des cônes ordinaires (1).

Si l'on fixe deux plateaux sur un même arbre, susceptible de se déplacer longitudinalement, et si l'on place entre eux, en lui laissant un certain jeu, un disque dont l'axe soit perpendiculaire à celui de ces deux plateaux, on obtient un mécanisme qui permet de faire tourner à volonté l'arbre mené dans un sens ou dans l'autre, ou de le laisser en repos. Dans la figure, A_1 et A_2 sont les plateaux fixés sur l'arbre moteur, B le disque sur l'arbre mené.

Fig. 560.



On trouve une très belle application de ce mécanisme dans la presse de *Cheret*, où l'arbre de B forme vis; la disposition adoptée permet non seulement de changer le sens du mouvement, mais encore de varier la vitesse.

(1) V. *Engineer*, 1880, juin, p. 404. Le mécanisme a été imaginé pour les machines à coudre. V. aussi le mode de commande pour machines à coudre de H. Konig, D, R, P, 9565.

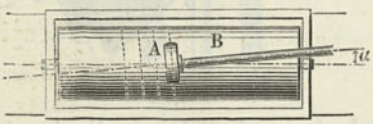
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 195.

Roues à friction avec axes se croisant sans se couper.

Lorsque deux roues à friction sont fixées sur des arbres qui se croisent sans se couper et qui reposent dans des paliers fixes, il n'est pas possible d'éviter un glissement mutuel des surfaces de contact. Les corps qui, pour une rotation uniforme des deux roues, donnent à la fois le maximum de roulement et le minimum de glissement sont les hyperboloïdes de révolution (V. § 210). Toutefois, si la disposition des supports de l'un des arbres est telle qu'il puisse se déplacer suivant sa direction longitudinale, soit dans ces supports, soit avec eux, il est possible d'arriver à des roues à friction sans glissement. Cette absence de glissement se trouve réalisée dans une disposition proposée par *Robertson* (1). Dans cette disposition, un galet A (fig. 561) agit sur une roue à friction cylindrique B, dont l'axe croise celui de A, sans le couper, et fait avec lui un angle assez faible; l'arbre de B peut non seulement tourner dans ses supports, mais encore se déplacer avec eux suivant sa direction longitudinale. Si l'on fait tourner le galet, supposé suffisamment pressé, il roule, en décrivant une hélice, sur le cylindre B, en même temps qu'il le fait tourner.

Fig. 561.



L'angle de croisement α, qu'on peut facilement modifier, est l'angle d'inclinaison de l'hélice. *Robertson* a utilisé ce dispositif comme mécanisme de changement de marche pour la table d'une machine à raboter le bois. On peut aussi, au moins cinématiquement, inverser ce mécanisme, en prenant l'arbre de B comme moteur, avec des paliers fixes, A étant rendu mobile avec ses supports.

Le même principe peut également s'appliquer au roulement d'un galet, sur un cône, un tronc de cône et un plateau. Il convient, toutefois, d'ajouter que les mécanismes, ainsi obtenus, ne semblent pas avoir une grande importance dans la pratique.

Les roues à friction pour axes qui coïncident ne sont autre chose que des manchons d'accouplement à friction.

(1) V. *Engineer*, vol. 24 (1867), p. 410, où l'on trouve encore une série d'autres propositions intéressantes de *Robertson*.

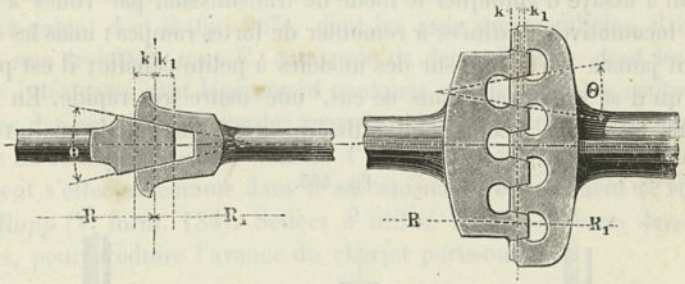
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 196.

Roues à coins.

Les roues à coins sont des roues à friction, dont les jantes, profilées en forme de coins, pénètrent l'une dans l'autre. Elles ont été particulièrement étudiées, en Italie par *Minotto*, en Angleterre par *Robertson* et, pour ce motif, elles sont souvent désignées par le nom d'un de ces ingénieurs; elles sont utilisées, de préférence, comme

Fig. 562.



roues droites (pour axes parallèles). La figure 562 donne les sections des jantes pour deux paires de roues à coins. La pression radiale Q est ici notablement plus faible que dans les roues à frictions cylindriques; pour un angle θ des coins, on a, en effet :

$$Q = P\left(\frac{\sin\frac{\theta}{2} + f\cos\frac{\theta}{2}}{f}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (185)$$

Un inconvénient de cette disposition, et qui a pour conséquence des frottements plus considérables, tient à ce qu'il n'y a dans chaque couronne qu'une seule section cylindrique pour laquelle les cercles de contact roulent l'un sur l'autre (1); le défaut est, d'ailleurs, d'autant plus faible que les rapports des longueurs des têtes k et k_1 aux rayons R et R_1 sont plus petits.

Dans le but de rendre $k : R$ et $k_1 : R_1$ aussi petits que possible, en conservant la même pression par unité de surface, on fait usage de

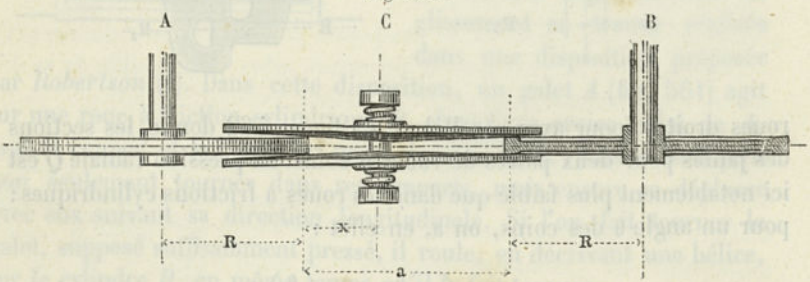
(1) Plus rigoureusement *Hansen* a montré (Dingler's Journal, vol. 137, 1855, p. 1), que les cercles de roulement se trouvent constamment sur la moitié des surfaces des coins en prise, qui est la plus éloignée de la roue motrice. Ces cercles changent donc de position et de grandeur, si la roue menante devient la roue menée. V. aussi Ad. *Ernst* (Zeitschrift d. V. deutscher Ingénieure, XXVI, p. 243).

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

roues à coins multiples, comme l'indique la figure. L'angle θ est souvent pris égal à 30°; il a une valeur encore plus faible dans les roues de Robertson. Avec de grandes vitesses à la circonférence et des marches de longue durée, il se produit presque inévitablement un grand développement de chaleur et, par suite, une usure considérable. Minotto a cherché tout particulièrement à rendre pratique l'emploi des roues à coins coniques; à cet effet, il a muni l'une des roues d'une rainure unique, disposée de telle sorte qu'elle puisse se déplacer pour que le coin de la seconde roue engrène toujours exactement à la même place. Robertson a employé des rainures analogues à celles des roues droites, c'est-à-dire non susceptibles de se déplacer.

On a essayé d'appliquer le mode de transmission par roues à coins aux locomotives destinées à remonter de fortes rampes; mais les essais n'ont jamais porté que sur des modèles à petite échelle; il est probable qu'il se produirait, dans ce cas, une usure très rapide. En Amérique, les roues à coins sont utilisées, avec succès, depuis un assez

Fig. 565.



grand nombre d'années, dans des machines élévatoires de différentes sortes; leur emploi doit être recommandé, de préférence, pour les transmissions à mouvement lent. Plus récemment, elles ont été appliquées pour la commande de treuils dans des navires; elles offrent, dans ce cas, des avantages tout particuliers, qui tiennent à la facilité avec laquelle on peut les embrayer ou les désembrayer et à leur marche à peu près silencieuse (1).

(1) Le cabestan à vapeur de H. D. Andrew possède des roues à coins qui, pour les fortes transmissions, ont 12 rainures, et, pour les faibles, 4 seulement. Les diamètres des roues à coins sont pour les machines de :

	Dans la transmission forte.	Dans la transmission faible.	Diamètre du tambour.	Longueur
5 chevaux	4 : 30″	8 : 26″	6″	27″
8 —	4 : 30″	8 : 26″	8″	27″
10 —	6 : 36″	12 : 30″	8″	30″
15 —	6 : 36″	12 : 30″	8″	30″

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Dans ces dernières années, *Gwynne*, en Angleterre, et *Webers*, en Allemagne, ont obtenu, à ce qu'il paraît, des résultats très satisfaisants, avec les roues à coins, en les utilisant pour des transmissions à grande vitesse, c'est-à-dire pour la commande de pompes centrifuges, tournant à 700 tours par minute ; les roues auxquelles ces constructeurs se sont arrêtés sont à rainure unique, avec profil courbe pour le coin ; elles sont disposées pour permettre un certain déplacement comme celles de Minotto (1). En Amérique, on a essayé, également avec succès, des roues à coins, à rainure unique, pour la commande de moulins.

Sellers a imaginé une disposition spéciale de roues à coins, qui constitue un dispositif de variation de vitesses. Entre deux roues simples à coins, *A* et *B* (fig. 563), dont les axes sont parallèles, il intercale une troisième roue *C*, composée de deux plateaux, dont les surfaces intérieures sont légèrement coniques et sont pressées contre les jantes des autres roues par des ressorts. L'axe de la roue *C* est susceptible de se déplacer entre ceux de *A* et de *B*. La transmission du mouvement s'effectue comme dans le mécanisme de changement de vitesse de *Rupp* (V. form. 184). Sellers a utilisé son mécanisme dans des tours, pour produire l'avance du chariot porte-outil.

§ 197.

Modes d'emploi particuliers des roues à friction.

Ainsi que nous l'avons indiqué précédemment, le roulement, dans les roues à coins, n'a réellement lieu que pour deux lignes correspondantes de leurs pourtours, tandis que, pour tous les autres points des surfaces de contact, il y a glissement. Cette particularité du mouvement généralisée a trouvé en mécanique des applications avantageuses, parmi lesquelles on peut citer le laminoir, une machine de travail qui s'est développée sous des formes extrêmement variées.

Dans cette machine, entre deux corps de l'espèce des roues à friction, se place une troisième pièce, qui doit subir un déplacement, une

(1) V. *Engineering*, 1868, p. 502 et 503 et 1869, p. 353. L'ingénieur *Brauer* a eu l'idée d'appliquer aux roues à friction le principe sur lequel repose la construction des manchons d'accouplement à lames (V. § 157). Il a établi des roues, dont les bords sont formés de lames, qui, d'une part, sont pressées les unes contre les autres, et, d'autre part, sont maintenues séparées par des anneaux en caoutchouc. Il suffit d'une faible pression axiale pour déterminer un frottement considérable des lames. V. pour la description de ces roues à lames, Berl. Verhandlungen, 1877, p. 235. L'emploi de ces roues à lames est nécessairement assez limité, en raison de ce que leur maintien en bon état exige une attention continue et que leur prix d'établissement est relativement trop élevé.

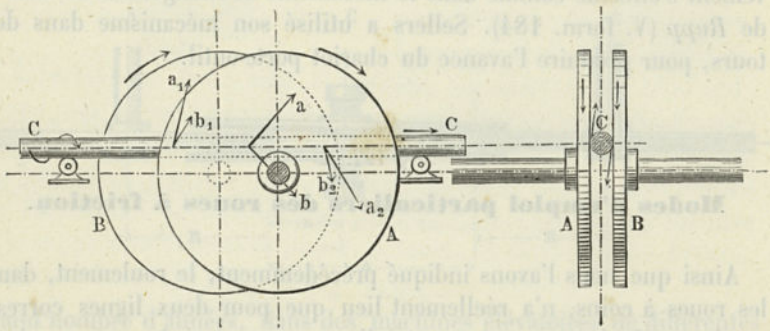
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

pression et un changement de forme. Les cylindres forment, en réalité, avec la pièce d'œuvre interposée, ce qu'on peut appeler un équipage de roues à friction composé. Dans le laminoir pour feuilles de tôle, aussi bien que dans le laminoir pour les étoffes à satiner, la pièce d'œuvre peut être considérée comme une roue à friction à deux rainures, de rayons infiniment grands; il en est de même du laminoir pour barres des forges. Dans le laminoir pour bandages de roues, les deux rayons, mentionnés précédemment pour la pièce d'œuvre, sont finis et de grandeur différente; l'un correspond à une roue pleine, l'autre à une roue creuse. La même observation s'applique à la machine à cintrer les tôles à trois cylindres, etc.

Un exemple particulièrement intéressant nous est fourni par la machine à polir de l'usine de Kirkstall, qui a déjà été signalée au § 148 et que représente ici la fig. 564.

Les disques plans A et B sont des roues à friction, en forme de plateaux. La pièce ronde C, interposée entre eux, est introduite un peu en

Fig. 564.



dehors du plan de leurs axes, mais parallèlement à ce plan. Elle se trouve ainsi soumise à des effets de glissement et de roulement, de telle sorte qu'elle reçoit, à la fois, un mouvement de rotation, autour de son axe, et un mouvement de translation.

Dans la région intérieure, c'est-à-dire entre les plans normaux menés par les axes des disques A et B, ceux-ci agissent pour faire tourner la tige dans le même sens; mais, dans les régions extérieures, ils tendent à lui donner des mouvements de rotation de sens opposés; l'un de ces efforts est prépondérant, et c'est précisément celui qui détermine une rotation de même sens que celle de la région intérieure. En même temps, les frottements de glissement sur les lignes de contact ont, dans les trois régions, une composante, en vertu de laquelle la tige prend un mouvement de progression de même sens que le mou-

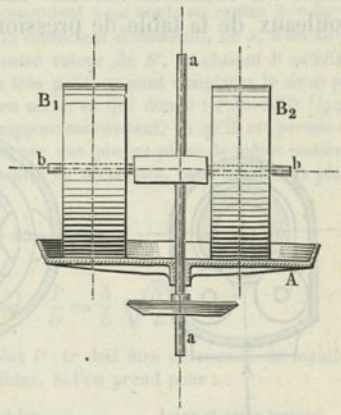
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

vement de la partie supérieure des disques. En réalité, la tige prend un mouvement héliçoïdal, qui a pour effet de l'arrondir et de la polir. Dans les anciennes machines à polir, on fait passer les pièces, à moitié froides, entre des cylindres ordinaires, munis de cannelures, en forme de demi-cercles, parfaitement dressées, mais les résultats obtenus ne sont pas aussi satisfaisants que ceux fournis par le procédé précédent.

On utilise également les roues à friction pour la mouture, c'est-à-dire pour le broyage des corps et leur réduction en poudre. C'est ce qui a lieu dans les moulins à cylindres, sur lesquels nous aurons l'occasion de revenir ultérieurement, dans les moulins de Bogard, où le broyage se fait au moyen de disques plans parallèles, et enfin, dans le procédé connu sous le nom de procédé des meules (fig. 565).

La cuvette A est une roue à friction plane, sur laquelle les deux meules, B_1 et B_2, roulent suivant un cercle qui correspond sensiblement à leur plan moyen, tandis que, pour tous les autres points de leur contour, il se produit un glissement, en arrière pour tous les points à l'extérieur de ce cercle, en avant pour tous les points à l'intérieur. Il en résulte, comme on le sait, un broyage très énergique de la matière interposée entre la cuvette et les meules. Dans la pratique, ce procédé se trouve appliqué sous deux formes différentes ; dans l'une des dispositions, la cuvette A est fixe et l'axe *bb* est en rotation autour de *aa*; dans la seconde, la cuvette A est, au contraire, animée d'un mouvement de rotation et l'axe *bb* est empêché de tourner autour de *aa*, grâce à un dispositif spécial. Dans le triturateur *Hanctin*, de Paris, les cylindres B_1 et B_2 ont la forme de roues à coins à quatre rainures ; sur la cuvette, les rainures ne correspondent pas aux coins ; elles sont déplacées d'une demi-largeur, de telle sorte que les coins brisent sans relâche la matière à pulvériser et effectuent, par suite, un mélange parfait (1). *Delnest* a employé comme broyeurs des hyperboloïdes (2), dont le diamètre à la gorge était de 310^{mm}, l'angle d'inclinaison des axes étant de 34°. Des laminoirs, d'une forme analogue, ont également été utilisés pour le laminage de barres de fer rond.

Fig. 565.



(1) V. *Appleton Cyclopaedia of applied mechanics*, New-York, 1880, t. II, p. 416.
(2) *Armengaud, Progrès de l'industrie*, vol. I, pl. 53 et 54.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 198.

Rouleaux de friction. Roues mobiles. Galets de roulement.

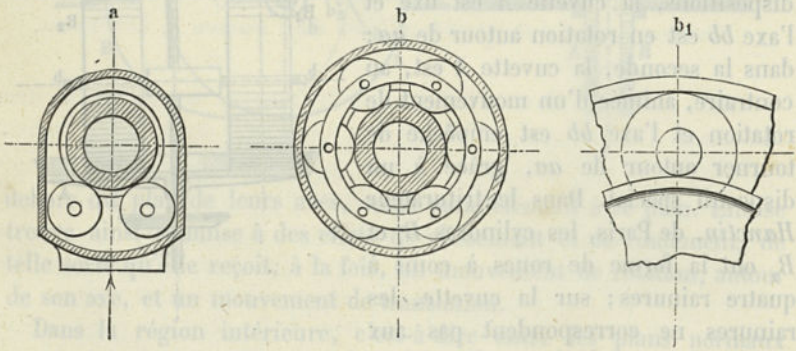
Les rouleaux de friction, les galets de roulement, qu'on désigne aussi sous le nom de rouleaux antifriction, présentent dans la pratique, deux modes d'emploi essentiellement différents :

(*a*) Dans le premier mode, les rouleaux de friction sont munis de tourillons de rotation ordinaires (ch. V), ou sont complètement supportés par des axes, auxquels ils transmettent la pression qu'ils reçoivent;

(*b*) Dans le second mode, les rouleaux sont disposés entre deux surfaces qui se déplacent, l'une par rapport à l'autre, et ils ont, sur toutes les deux, un mouvement relatif de roulement.

Les roues ou rouleaux mobiles peuvent être interposés entre deux surfaces de plusieurs manières. On les trouve employés, aussi bien entre des surfaces planes ou des corps prismatiques qu'entre des surfaces de corps de révolution, des surfaces héliçoïdales, etc. Comme roues ou rouleaux mobiles sur voie prismatique, on peut citer les rouleaux de la table de pression dans les presses d'imprimerie, ainsi

Fig. 566.

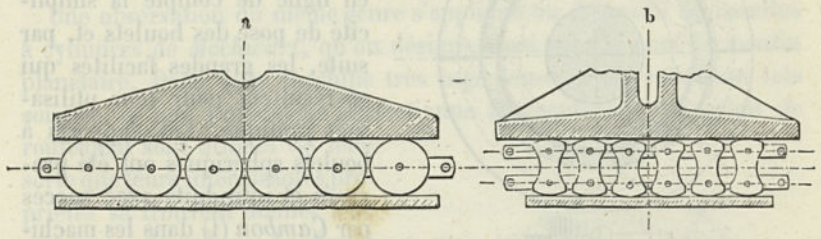


que les roues de wagons des chemins de fer, où, dans les courbes, on se trouve en présence de solides de révolution. Il en est de même pour les plaques tournantes, les ponts tournants, etc. Des surfaces de solides de révolution se rencontrent également utilisées comme surfaces d'appui dans ce qu'on appelle les supports à galets de roulement, comme, par exemple, dans les dispositions *a* et *b* de la figure 566, qui, en particulier, sont en usage dans les colonnes de grues; b_1 est la forme plus générale de *b*. Les fusées des essieux de voitures sont

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

parfois munies de supports à galets; ces derniers se rencontrent assez fréquemment employés dans les poulies en bois des moufles pour mâtures de navires; les poulies de ces moufles sont, d'ailleurs, elles-mêmes aussi des roues mobiles. Comme exemple de supports à rouleaux, fortement chargés, on peut citer ceux des poutres de ponts (1).

(1) Dans les supports de poutres de ponts, on emploie, soit des cylindres entièrement ronds, comme dans la fig. *a*, soit des cylindres avec deux aplatissements latéraux (fig. *b*). Ces derniers supports portent le nom de Pendules, nom qui ne semble d'ailleurs nullement



justifié. Il est intéressant de savoir quelle est la pression exercée, par unité de surface, sur chacun des rouleaux. La question est extrêmement compliquée; elle peut, toutefois, dans les cas simples où les rouleaux employés sont massifs, être traitée approximativement comme suit :

Si plusieurs cylindres parallèles et égaux, de rayon r et de longueur l, sont soumis à une pression P, ils s'aplatissent sur une largeur b, correspondant à un angle au centre $\beta = 2\varphi$ et on a la relation : $P = 2\int lrd\varphi \cos\varphi\, S'$; si E est le coefficient d'élasticité, on a, d'un autre côté, $S' = 2(E:2r)r(1-\cos\varphi)$. En substituant cette valeur de S', on obtient $P = 2Elr.(\sin\varphi - {}^1/_2\varphi - {}^1/_4 \sin 2\varphi)$. Comme φ est toujours très petit, on peut remplacer le sinus par les deux premiers termes de son développement en série, ce qui donne : $P = 2Elr\,{}^1/_6\varphi^3$, et, pour la tension maxima, $S = {}^1/_8 E\beta^2$. Si l'on suppose maintenant, ce qu'il est permis de faire, que, dans le remplacement d'un des cylindres par une plaque plane de même matière, la tension dans l'élément de surface $lrd\varphi$ est la moitié du maximum, on obtient, à la place des valeurs précédentes :

$$P = Elr\,\frac{\beta^3}{48} \quad \text{et} \quad S = \frac{E}{16}\beta^2,$$

d'où l'on tire :

$$S = 0{,}83\sqrt[3]{E}\sqrt[3]{\left(\frac{P}{lr}\right)^2} \quad \text{ou} \quad \frac{P}{lr} = \frac{4}{5}\sqrt{\frac{S^3}{E}}.$$

On voit que, pour une matière donnée, le rapport $P:lr$ doit être déterminé de manière que la tension reste au-dessous des limites admissibles. Si l'on prend pour :

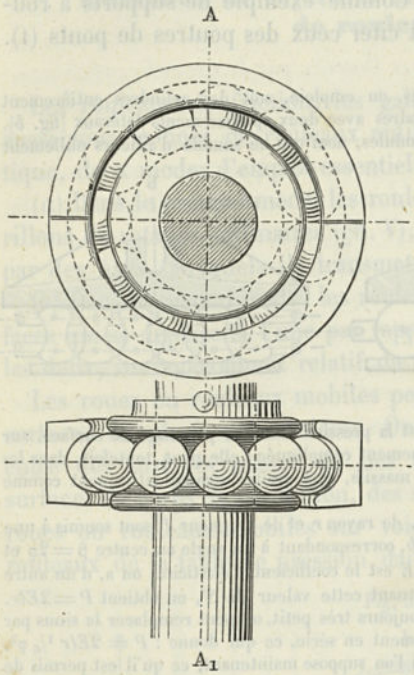
	Fonte et fonte.	Fer et fer.	Acier et acier trempé.
Avec $E =$	10000	20000	30000
$P:lr =$	0,30 à 0,36	0,24 à 0,29	0,77 à 0,99
il vient $S =$	8 à 9^k	8 à 9,5	18 à 23

1er Exemple. *Pont sur l'Elbe, à Hohnstorf. Poutres de* 100^m,5 *de portée. Supports en fonte et rouleaux aplatis, comme dans la figure b, également en fonte, Pression de* 360 000^k *répartie sur* 6 *rouleaux, ayant pour dimensions :* $l = 1350^{mm}$, $r = 105^{mm}$. — *On a* $P:rl = 60.000:(105.1350) = 0{,}42$, *d'où l'on déduit :* $\beta = \sqrt[3]{48:1000}\sqrt[3]{0{,}42} = 0{,}125$, *ce qui donne, pour la largeur de l'aplatissement produit par la charge,* $b = 105.0{,}125 = 13^{mm},1$. — *On a, d'un autre côté :* $S = (10000:16).0{,}125^2 = 10^k$.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Au lieu de rouleaux cylindriques, on a déjà souvent employé des boulets sphériques. S'ils sont inférieurs aux rouleaux, en ce que ces derniers présentent une plus grande surface d'appui et permettent, par suite, d'abaisser beaucoup plus la pression par unité de surface, il convient, d'un autre côté, de faire entrer en ligne de compte la simplicité de pose des boulets et, par suite, les grandes facilités qui en résultent pour leur utilisation pratique. Les supports à boulets sphériques ont été proposés et introduits avec succès par *Cambon* (1) dans les machines agricoles. La figure 567 représente une disposition de paliers de *Cambon*. Sur l'axe est fixé un anneau en acier, évidé en forme de gorge, sur laquelle peuvent rouler les boulets en acier, dont le nombre est de 9 à 13. Ces boulets sont retenus par une coquille en acier, en deux pièces, qui les entoure (2). Les bords de l'anneau font l'office de saillies de tourillons. Cambon fournit des boulets en acier, d'une exécution

Fig. 567.



2e Exemple. *Pont sur le Rhin, près Wesel. — Poutres de* $38^{m},33$ *de portée. Rouleaux et supports en acier trempé. Charge* $350\,000^{k}$, *répartis sur* 6 *cylindres pleins (forme a), pour lesquels* $l = 705^{mm}$, $r = 98^{mm}$. *— On trouve* $P : rl = 0,84$, *et* $\beta = 0,0108$; *on en déduit :* $b = 10^{mm},6$ *et* $S = 22^{k}$.

3e Exemple. *Pont de Clifton sur la chute du Niagara. —* $386^{m},84$ *d'ouverture entre les piles. Charge* $78\,000^{k}$, *sur* 11 *cylindres en acier* ($l = 160^{mm}$, $r = 15^{mm}$) *avec supports de même métal. — Le rapport* $P : rl$ *est ici extrêmement élevé; il est égal à* 2,95; $\beta = 0,19$; *d'où l'on déduit :* $b = 3^{mm}$ *et* $S = 35^{k}$. *Cette tension est extrêmement forte; elle peut cependant être admissible, à la rigueur, avec de l'acier trempé.*

Dans la pose des surfaces des rouleaux sur les pièces de support, on doit veiller, avec le plus grand soin, à ce que la répartition des pressions soit bien uniforme.

(1) *Cambon et fils* à Rosières-sur-Mouzon; le brevet indique 11 numéros de paliers à boulets sphériques.

(2) L'anneau fixé sur l'axe est une section de la forme creuse d'un anneau globoïdal (V. § 224), comme aussi l'anneau constituant le coussinet du palier peut, par opposition au premier, être considéré comme formé par le côté extérieur de l'anneau globoïdal. Entre ces deux globoïdes creux sont disposés les boulets sphériques.

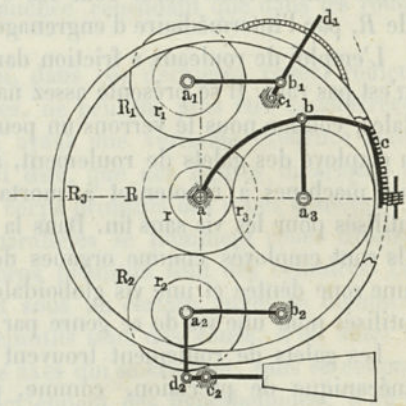
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

très soignée, dont les diamètres varient de 15 à 25^{mm}. On obtient ces boulets rigoureusement ronds en les soumettant à une pression de 1000 kil. dans un moulin sphérique, dont la disposition présente la plus grande analogie avec le palier qui vient d'être décrit.

Dans l'emploi des paliers à galets de roulement pour essieux de voitures, comme les roues constituent déjà par elles-mêmes des organes de roulement, on se trouve en présence d'un transport par rouleaux d'ordre supérieur; la même chose a lieu pour les moufles, quand leurs poulies sont munies de paliers à galets de roulement.

Une observation du même genre s'applique au dispositif de moulins à cylindres de *Mechwart*, qu'on désigne aussi sous le nom de moulin planétaire. Dans cette machine très ingénieuse, d'une exécution très soignée, et que l'inventeur perfectionne incessamment, les galets de roulement sont utilisés de telle sorte que leurs intéressantes propriétés se trouvent donner leur maximum de valeur. La figure 568 est la représentation schématique d'une des applications faites par Mechwart. R, R_1, R_2 sont des cylindres pour la mouture des grains. L'axe a du cylindre R est muni de paliers fixes; les axes a_1 et a_2 sont, au contraire, fixés aux extrémités de leviers b_1 a_1 et b_2 a_2, de telle sorte qu'ils sont susceptibles de se déplacer par rapport à a et que, par suite, les cylindres R_1 et R_2 peuvent être pressés contre le cylindre R. Les leviers peuvent être allongés ou raccourcis au moyen de vis de rappel. La pression est produite par la roue annulaire R_3, à l'aide de la roue planétaire r_3, et des deux poulies de roulement r_1 et r_2 folles sur les axes des cylindres. La roue r_3 est en contact avec la roue r, reliée d'une manière invariable au cylindre R. Si la pression entre les cylindres a besoin d'être augmentée, on agit sur le dispositif de leviers a_1 b_1 c_1 d_1 pour pousser le cylindre R_1 dans la partie la plus étroite de l'espace compris entre R et R_3, et on fixe c_1 d_1 en l'engageant dans une des encoches de l'arc denté indiqué sur la figure. L'usure des cylindres oblige à modifier, de temps à autre, la position de ce levier. La roue R_3 supprime presque complètement l'usure des tourillons des cylindres, en transformant le frottement de ces tourillons en frottement de roulement (comme dans les cas b et b_1

Fig. 568.



IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

de la figure 566). Le poids du cylindre supérieur est équilibré par un contrepoids, qui, par l'intermédiaire du levier coudé $c_2 d_2 a_2$, exerce sur le cylindre R_2, de bas en haut, une pression équivalente à la somme des poids de R_1 et de R_2.

Le dispositif de roues que nous venons d'indiquer est disposé aux deux extrémités des cylindres. Une disposition additionnelle a pour but d'éviter que, par suite de légères différences de diamètres aux extrémités de ces cylindres, il ne se produise quelques inégalités dans la pression. A cet effet, la roue planétaire r_3, suspendue à l'extrémité du levier $a_3 b$, est poussée, au moyen du levier abc, dans la partie la plus étroite de l'espace compris entre r et R_3, c'est-à-dire ici vers le bas. Le mouvement est donné à ce levier par une vis sans fin engrenant en c.

L'anneau R_3 est en acier et complètement forgé; toutes les autres roues sont en fonte dure. Tous les cylindres reçoivent le mouvement de R, par l'intermédiaire d'engrenages à chevrons (V. § 222).

L'emploi de rouleaux à friction dans les équipages de roues dentées n'est pas rare. Il se présente assez naturellement dans les roues frontales, comme nous le verrons un peu plus loin (fig. 589). *Withworth* a employé des galets de roulement, à la place d'un écrou à vis, dans ses machines à raboter et à mortaiser. *Bourdon* les a également utilisés pour les vis sans fin. Dans la machine d'extraction de *Jensen*, ils sont employés comme organes de transmission de pression entre une roue dentée et une vis globoïdale (V. § 224). Ils ont été également utilisés pour une vis de ce genre par *Hawkins*.

Les galets de roulement trouvent aussi des applications dans la mécanique de précision, comme, par exemple, dans la machine d'*Atwood*, le planimètre d'*Amsler*, etc. En dehors de la mécanique proprement dite, on les rencontre en usage dans les appareils de transport, les plus délicats comme les plus ordinaires; enfin, on les trouve utilisés dans certains meubles, qui doivent pouvoir, à l'occasion, être facilement déplacés sur la surface qui les supporte.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

CHAPITRE DIX-SEPTIÈME

ROUES DENTÉES

§ 199.

Disposition des roues dentées.

La position relative des axes géométriques des roues dentées a une action plus ou moins déterminante, au point de vue de la forme générale de ces roues, mais moins tranchée cependant que dans les roues à friction.

Les figures géométriques, qui, dans ces dernières roues, roulent réellement les unes sur les autres, ne peuvent plus être considérées, dans les roues dentées, comme ayant une véritable existence matérielle; elles ne sont plus, à vrai dire, que des figures théoriques et constituent ce qu'on appelle les corps primitifs des roues dentées.

Les roues dentées pour axes parallèles se nomment roues droites, ou roues cylindriques; leurs corps primitifs sont des cylindres. Les roues pour axes se rencontrant sous un certain angle se nomment roues d'angles; leurs corps primitifs sont des cônes, d'où aussi le nom de roues coniques. Pour les axes qui se croisent, sans se couper, les corps primitifs des roues deviennent des hyperboloïdes; d'où le nom d'engrenages hyperboloïdes, donné assez souvent à ces roues. Les arêtes des dents, dans un assez grand nombre de cas, au lieu d'être des lignes droites, sont des arcs d'hélices; les roues correspondantes sont alors des roues héliçoïdales. Il existe d'autres formes de dents, mais elles sont d'un usage très peu développé.

Si la transmission d'un mouvement doit se faire par roues dentées, sans changement de la loi de ce mouvement, c'est-à-dire si elle doit se faire uniformément, les corps primitifs mentionnés précédemment (cylindre, cône, hyperboloïde) sont des solides de révolution; les roues sont alors des roues circulaires, tandis qu'elles ne le sont plus, lorsque leurs corps primitifs, pour satisfaire aux exigences d'une transmission non uniforme de la vitesse, doivent recevoir une forme différente de celle de solides de révolution. Dans ce qui va suivre, nous ne nous occuperons que des roues circulaires.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

A. DENTURE DES ROUES DROITES.

§ 200.

Généralités sur les dents des roues droites.

Dans les roues droites, on peut adopter, pour les profils des dents, une forme telle que toutes les roues de même pas puissent engrener rigoureusement les unes avec les autres, c'est-à-dire que le rapport des vitesses angulaires de deux quelconques de ces roues reste toujours constant. Les roues qui jouissent de cette propriété peuvent être désignées sous le nom de *roues d'assortiment* (1). Celles qui en sont dépourvues sont des roues *indépendantes*.

Dans chaque paire de roues engrenant l'une avec l'autre, on désigne, sous le nom de cercles proportionnels, deux cercles décrits des centres des deux roues, dans un plan normal aux axes, avec des rayons tels qu'à chaque instant leur vitesse à la circonférence soit la même. Dans les engrenages droits, les cercles proportionnels sont tangents et constituent les cercles primitifs ou de division. C'est sur ces cercles, en effet, que se compte le pas des dents, c'est-à-dire la distance des plans moyens de deux dents consécutives. Nous allons d'abord nous occuper exclusivement des roues cylindriques à dents droites.

Les dents de ces roues affectent la forme prismatique; les deux bases d'un prisme de ce genre constituent les extrémités des dents; la partie qui se trouve en dehors du cylindre de division est la tête de la dent, tandis que l'autre partie en est le pied; la surface qui limite la tête est le sommet de la dent, et la surface qui sépare le pied de la dent du corps de la roue en est la base, ou la racine; l'espace compris entre deux dents voisines constitue le vide ou le creux des dents, et la surface qui limite ce vide est le fond de la roue. Les surfaces qui relient la base au sommet de la dent se nomment les flancs; la forme qu'il convient de donner à ces surfaces a une très grande importance et constitue spécialement le problème de la denture des roues.

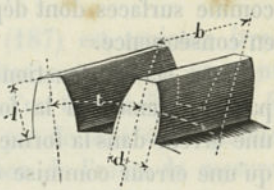
Dans une roue droite, la longueur l de la dent, figure 569, est la distance comprise entre la base et le sommet, la largeur b est l'écartement des extrémités, et enfin l'épaisseur d la longueur de l'arc du

(1) Dans ce cas, toutes les roues de même pas se trouvent constituer, en quelque sorte, une série dans laquelle on peut prendre deux éléments quelconques pour les faire engrener ensemble. V., à ce sujet, la *Cinématique* de Reuleaux, p. 153 de l'édition française.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

cercle primitif, compris entre les flancs ; le creux des dents est également représenté par la longueur de l'arc de ce même cercle, compris entre les parties pleines de deux dents consécutives. Comme le creux est légèrement supérieur à l'épaisseur et que la longueur de la tête est, au contraire, inférieure à celle du pied, il en résulte qu'il existe toujours un certain jeu entre les flancs des dents d'une paire de roues, ainsi qu'entre les sommets et les bases des creux.

Fig. 569.



Sur une même roue on donne, autant que possible, à toutes les dents la même épaisseur et le même creux et, par suite, le même pas, de telle sorte qu'on peut faire engrener une dent quelconque d'une des roues dans chacun des vides de l'autre. Il résulte de là que, du moment où la forme des dents satisfait simplement à la condition que les vides soient suffisants pour le logement des parties saillantes, le rapport inverse des nombres de tours n et n_1 effectués par les roues, dans un même temps, est égal au rapport direct du nombre de dents Z et Z_1, c'est-à-dire qu'on a :

$$\frac{n_1}{n} = \frac{Z_1}{Z} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (186)$$

et cela, que les roues soient circulaires ou non. La même relation aurait encore lieu, lors même que l'épaisseur des dents ne serait pas la même aux différents points du pourtour, à la condition, toutefois, que, dans chacun des creux de la plus petite des roues, pendant qu'elle fait un tour entier, engrène une dent de l'autre roue. Le nombre des saillies et des vides au pourtour d'une roue, c'est-à-dire ce qu'on appelle le nombre de ses dents, étant supposé déterminé de manière à satisfaire à cette condition, *la relation précédente exprime la loi fondamentale de la transmission par roues dentées*. Cette loi n'est pas le produit de considérations géométriques plus ou moins délicates, elle a été amenée par la force des choses, les nécessités de mouvement des organes de construction. Elle s'applique aux transmissions par roues dentées les plus primitives, qui sont en usage en Orient, depuis des milliers d'années, et dans lesquelles on ne s'impose, pour la conformation des dents, que la condition d'avoir des chevilles de bois suffisamment grandes et solides.

Les formes des flancs des dents doivent être établies de manière à satisfaire à la loi fondamentale. Dans les roues circulaires, destinées à la transmission uniforme du mouvement, le rapport des vitesses angu-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

laires, c'est-à-dire le rapport des différentielles $d\omega_1$ et $d\omega$ des angles ω_1 et ω, décrits dans le même temps, doit, pour ce motif, être égalé au rapport $Z : Z_1$ et non à une autre constante. Les flancs des dents, comme surfaces dont dépend le rapport $d\omega_1 : d\omega$, doivent être établis en conséquence.

Dans la construction des roues d'engrenages, on doit s'attacher particulièrement à la forme à donner aux dents. Toutefois, comme une erreur dans la forme des dents offre encore moins d'inconvénients qu'une erreur commise dans la division des cercles, il convient d'effectuer cette dernière opération avec la plus grande exactitude possible. A ce point de vue, on est beaucoup plus sûr des résultats obtenus, lorsqu'on fait usage, pour la construction des roues, de machines à diviser ou à tailler les dents. L'emploi des machines de ce genre tend d'ailleurs à se répandre de plus en plus, et on ne saurait trop s'en féliciter. La fabrication des roues se trouve aussi aujourd'hui beaucoup améliorée par l'emploi des machines à mouler. Pour les tours à fileter, par exemple, on ne devrait jamais employer que des roues divisées à la machine; les imperfections, que comportent nécessairement les roues simplement fondues et non taillées, ne permettent pas d'obtenir une régularité suffisante pour les divers filets de vis. Ces imperfections ont des conséquences plus fâcheuses encore, lorsqu'on se sert du tour pour tailler les dents d'une roue destinée à engrener avec une vis (V. plus loin, § 221). Avec les roues à vis sans fin, on se propose généralement d'obtenir une transmission de mouvement d'une grande douceur et sans chocs, et ce but peut se trouver très imparfaitement atteint, si les portions de filets, qui forment les dents d'une roue de ce genre, présentent certaines irrégularités, produites par l'emploi d'un tour à engrenages défectueux. Dans une usine de construction de machines, la forme des dents, qu'il convient d'adopter pour une classe déterminée de roues, ne doit être arrêtée qu'après avoir examiné avec le plus grand soin toutes les circonstances de nature à influer sur le choix de cette forme. Nous avons cherché à réunir ici les principes qui doivent guider pour cette détermination.

§ 201.

Rayon du cercle primitif.

Dans une roue circulaire dont le nombre de dents est Z et le pas t, le rayon R du cercle primitif est donné par la relation :

$$\frac{R}{t} = \frac{Z}{2\pi} = 0{,}15916\,Z. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (187)$$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

on a, de plus, d'après la formule (186) :

$$\frac{R}{R_1} = \frac{n_1}{n} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (188)$$

Le rayon qu'on obtient par la formule (187) est toujours irrationnel, à cause du nombre π. Pour faciliter son calcul, on peut recourir à la table du paragraphe suivant. Si l'on tient à éviter que R soit irrationnel, il faut choisir la valeur du pas de telle sorte qu'elle soit une partie aliquote ou un multiple, non de l'unité de mesure (millimètre), mais bien de π fois cette unité; ce procédé est en usage dans plusieurs usines de construction; t étant exprimé au moyen de cette nouvelle unité, l'équation précédente fournit pour R une valeur toujours rationnelle

$$R = \frac{Z}{2}\left(\frac{t}{\pi}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (189)$$

Exemple. *Une roue de* 24 *dents à un pas de* $6 \times 3{,}14\ldots$ *millimètres; d'après la formule* (189), *le rayon du cercle primitif a pour valeur :* $R = (24 : 2).6 = 72^{mm}$.

Pour porter sur la circonférence le pas et ses subdivisions, il est commode de se servir d'une échelle de périphérie (1). Pour obtenir une échelle de ce genre, dans le système métrique, on prend, sur une règle prismatique, en bois ou en métal, une longueur de 314 millimètres, qu'on divise en demi-millimètres; sur le côté opposé, on prend la même longueur, qu'on partage en 100 parties, chacune d'elles étant ensuite subdivisée en deux. Les longueurs, qui, sur les deux côtés, portent les mêmes chiffres, se trouvent être dans le rapport $1 : \pi$. Cette échelle peut aussi être utilisée avec avantage pour la rectification des arcs de cercles.

Dans ce qui va suivre, nous emploierons constamment les deux méthodes que nous venons d'indiquer; dans la première, le pas, rapporté à l'échelle ordinaire, est rationnel, et, par suite, le rayon du cercle ne peut pas l'être, tandis que, dans la seconde, le pas, exprimé en unités de l'échelle de périphérie, est encore rationnel, ainsi que le rayon, ce dernier étant rapporté à l'échelle métrique ordinaire. La table de la page suivante ne doit pas être confondue avec celle de *Donkin*, calculée au moyen de l'expression $r : t = 1 : 2\,sin\,(180° : Z)$, qui donne le rayon du cercle circonscrit à un polygone régulier de Z côtés, de longueur t. Ce rayon, surtout pour les faibles valeurs de Z, est différent du rayon R, défini précédemment. La confusion qu'on a

(1) Des échelles de ce genre, dont l'auteur a introduit l'usage, il y a plusieurs années, au Polytechnicum de Zurich, pour les exercices de construction de machines, se trouvent chez les opticiens Ernst et Ulrich, de cette ville, qui les exécutent avec beaucoup de soin.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

faite quelquefois entre ces deux tables a eu pour résultat de donner des roues d'une construction vicieuse.

§ 202.

Table relative au rayon du cercle primitif des dents.

Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0,159	0,318	0,477	0,637	0,798	0,955	1,114	1,273	1,432
10	1,59	1,75	1,91	2,07	2,25	2,39	2,55	2,71	2,86	3,02
20	3,18	3,34	3,50	3,66	3,82	3,98	4,14	4,30	4,46	4,62
30	4,77	4,93	5,09	5,25	5,41	5,57	5,73	5,89	6,05	6,21
40	6,37	6,53	6,68	6,84	7,00	7,16	7,32	7,48	7,64	7,80
50	7,96	8,12	8,28	8,43	8,59	8,75	8,91	9,07	9,23	9,39
60	9,55	9,71	9,87	10,03	10,19	10,34	10,50	10,66	10,82	10,98
70	11,14	11,30	11,46	11,62	11,8	11,94	12,10	12,25	12,41	12,57
80	12,73	12,89	13,05	13,21	13,37	13,53	13,69	13,85	14,01	14,16
90	14,32	14,48	14,64	14,80	14,96	15,12	15,28	15,44	15,60	15,76
100	15,92	16,07	16,23	16,39	16,55	16,71	16,87	17,03	17,19	17,35
110	17,51	17,67	17,82	17,98	18,14	18,30	18,46	18,62	18,78	18,94
120	19,10	19,26	19,42	19,58	19,75	19,89	20,05	20,21	20,37	20,53
130	20,69	20,85	21,01	21,17	21,33	21,49	21,64	21,80	21,96	22,12
140	22,28	22,44	22,60	22,76	22,92	23,08	23,24	23,40	23,55	23,71
150	23,87	24,03	24,19	24,35	24,51	24,67	24,83	24,99	25,15	25,30
160	25,46	25,62	25,78	25,94	26,10	26,26	26,42	26,58	26,74	26,90
170	27,06	27,21	27,37	27,53	27,69	27,85	28,01	28,17	28,33	28,49
180	28,65	28,81	28,97	29,12	29,28	29,44	29,60	29,76	29,92	30,08
190	30,24	30,40	30,56	30,72	30,88	31,03	31,19	31,35	31,51	31,67
200	31,83	31,99	32,15	32,31	32,47	32,63	32,78	32,94	33,10	33,26
210	33,42	33,58	33,74	33,90	34,06	34,22	34,38	34,54	34,69	34,85
220	35,01	35,17	35,33	35,49	35,65	35,81	35,97	36,13	36,29	36,45
230	36,60	36,76	36,92	37,08	37,24	37,40	37,56	37,72	37,88	38,04
240	38,20	38,36	38,51	38,67	38,83	38,99	39,15	39,31	39,47	39.63
250	39,79	39,95	40,11	40,26	40,42	40,58	40,74	40,90	41,06	41,22
260	41,38	41,54	41,70	41,86	42,02	42,17	42,33	42,49	42,65	42,81
270	42,97	43,13	43,29	43,45	43,61	43,77	43,93	44,08	44,24	44,40
280	44,56	44,72	44,88	45,04	45,20	45,36	45,52	45,68	45,84	46,00
290	46,15	46,31	46,47	46,63	46,79	46,95	47,11	47,27	47,43	47,59

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Premier mode d'emploi de la table précédente.

Exemple. *Quel doit être le rayon du cercle primitif d'une roue de 63 dents avec un pas de* 30^{mm} ? *La colonne 5, ligne 7, donne:* $R : t = 10{,}03$, *et, par suite,* $R = 10{,}03 . t = 10{,}03 . 30 = 300^{mm},9$, *soit* 301^{mm}.

Second mode d'emploi. — On peut encore, à l'aide de la table, déterminer le nombre des dents d'une roue, quand on connaît le pas (calculé) et qu'on se donne le rayon du cercle primitif.

Exemple. *Quel doit être le nombre de dents d'une roue dont le rayon du cercle primitif est de* 1000^{mm}, *pour un pas de* 40^{mm}? *On a, dans ce cas,* $R : t = 1000 : 40 = 25$. *Dans la table, on trouve (col. 9, ligne 16) le nombre 24,99 qui s'en rapproche beaucoup et on doit prendre, par suite, pour la roue,* $150 + 7 = 157$ *dents. A la rigueur, le rayon devrait être réduit à* $24{,}99 . 40 = 999^{mm},6$; *mais la différence entre cette dernière valeur et la précédente est négligeable.*

Troisième mode d'emploi. — La table permet encore de déterminer le pas, lorsqu'on connaît le rayon et le nombre de dents.

Exemple. *On donne* $R = 400$ *et* $Z = 54$. *A cette dernière valeur correspond dans la table (col. 6, ligne 6) le quotient* $R : t = 8{,}59$. *On doit donc prendre :* $t = R : 8{,}59 = 400 : 8{,}59 = 46^{mm},56$.

Si l'on prend la longueur de la tête de la dent $= 0{,}3t$ (*v.* § 207), *le rayon du cercle de tête* $R' = R \pm 0{,}3t$. *On peut donc, à l'aide de la table, obtenir le rapport* $R' : t$, *à la condition d'ajouter ou de retrancher 0,3 aux valeurs qu'elle fournit, suivant qu'il s'agit d'une roue à denture extérieure ou d'une roue creuse.*

§ 203.

Problème général du tracé des dents.

Dans une paire de deux roues droites, les surfaces des dents qui doivent se commander mutuellement sont des surfaces cylindriques, dont les bases sont déterminées par une section faite perpendiculairement aux axes des roues; on peut donc se borner à tracer le profil des dents dans une section de ce genre. Le problème de la denture à adopter, dans toute sa généralité, revient donc à celui-ci : étant donné le profil d'une dent d'une des roues, déterminer celui de la dent de la seconde roue qui doit engrener avec la première, de telle sorte que la transmission du mouvement s'effectue d'une manière uniforme.

I. **Premier procédé** (*Reuleaux*). Figure 570. — On connaît le profil de dent $a\,S\,b\,c$, on choisit le cercle primitif T de la roue O, d'où l'on déduit le cercle primitif T_1 de la roue O_1 ; il s'agit de déterminer le profil de dent $a_1 S$.., pour cette roue O_1. Si la courbe donnée est placée de telle manière que son point d'intersection S avec le cercle

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

primitif se trouve sur la ligne des centres OO_1, le point S est un point du profil cherché. Pour déterminer un second point a_1 de ce profil, celui qui, dans le mouvement des roues, doit venir coïncider avec le point a de la première courbe, menons la normale $a1$ à cette courbe, prenons l'arc $S1' =$ l'arc $S1$, la ligne $1s_1 =$ la corde $S1'$ et $Ss_1 = 11'$; si maintenant, des points S et $1'$, comme centres, avec s_1a et $1a$ respectivement pour rayons, nous décrivons deux arcs de cercle, le point d'intersection a_1 de ces arcs sera le point cherché, et $a_1 1'$ sera la

Fig. 570.

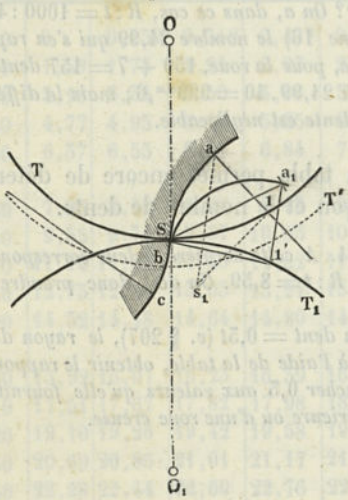
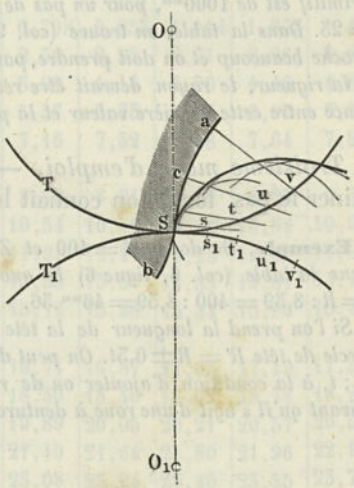


Fig. 571.



normale en a_1. Les points du profil donné, qui, comme le point c, occupent une position telle que leurs normales ne viennent pas rencontrer le cercle correspondant, ne peuvent pas être utilisés avec les cercles primitifs, tels qu'ils sont donnés. Pour qu'il en fût autrement, il serait nécessaire de modifier ces cercles (les augmenter dans le cas de la figure). La courbe trouvée peut d'ailleurs présenter des nœuds, des points de rebroussement, en un mot une forme complètement inexécutable, sans cesser pour cela d'être admissible au point de vue purement géométrique (1).

II. **Procédé abrégé** (*Poncelet*). Figure 571. — Sur le cercle primitif T_1, on détermine les points s_1, t_1, u_1, v_1... qui doivent venir coïncider avec les points s, t, u, v... de l'autre cercle T; si des points s_1, t_1, u_1... etc., comme centres, avec les longueurs des normales à la courbe donnée, va, uc, etc., on décrit des arcs de cercle, il suffit de tracer une courbe continue, tangente à tous ces arcs, pour obtenir le

(1) V. à ce sujet la *Cinématique* de Reuleaux, édit. française. p. 150.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

profil cherché. Les points s, t, u, v... doivent être pris suffisamment rapprochés les uns des autres.

Si, dans les deux procédés différents que nous venons d'indiquer, on porte, à partir des points s_1, t_1, u_1..., les longueurs des normales va, uc... en sens inverse, on obtient, pour la roue O_1T_1, un profil de dent correspondant à l'hypothèse où la denture est intérieure.

III. **Second procédé** (*Reuleaux*). Figure 572. — On connaît, comme précédemment, le profil $abcSde$ et les deux cercles primitifs T et T_1. On mène les normales $a1$, $b2$, $c3$...; par les points a, b, c... on décrit, du point O, des arcs de cercle, sur lesquels on prend des points I, II, III,.., tels que $SI = a1$, $SII = b2$, $SIII = c3$..., etc., et on trace la courbe passant par ces points I, II, III, IV, V...; cette

Fig. 572.

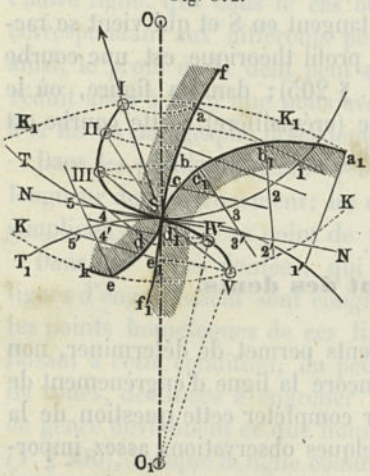
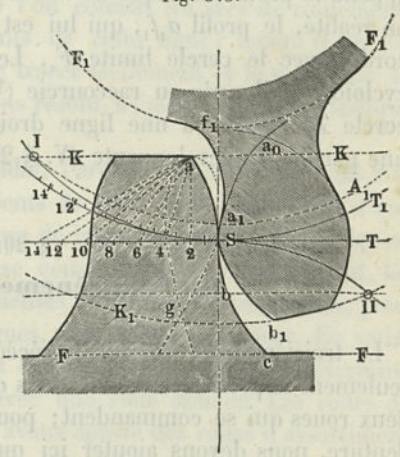


Fig. 573.



courbe, qu'on désigne sous le nom de ligne d'engrènement, est le lieu géométrique des points de contact des dents, c'est-à-dire que le contact a lieu respectivement aux points a, b, c... du profil donné, lorsque ces points se trouvent dans les positions I, II, III... Si maintenant, du point O_1, on décrit des arcs de cercle passant par les points I, II, III..., que sur T_1 on prenne les arcs $S1'$, $S2'$, $S3'$... égaux aux arcs $S1$, $S2$, $S3$... et qu'on fasse, en outre, $1'a_1 = 1a$, $2'b_1 = 2b$, $3'c_1 = 3c$..., la courbe continue $a_1b_1c_1$..., qu'on obtient, en réunissant les points a_1, b_1, c_1..., ainsi déterminés, représente le profil cherché. Ce procédé, qui est plus simple que celui du N° 1, est au moins aussi exact et il a, de plus, l'avantage de donner la ligne d'engrènement (V. § 204).

IV. **Profil théorique de la racine des dents** (fig. 573). — Il arrive souvent que, pour donner au pied de la dent une résistance suffisante,

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

on est obligé de le renforcer, de chaque côté, par un congé qui vient occuper une partie du vide; il est bien évident d'ailleurs que ce congé doit être disposé de manière à se trouver en dehors du chemin décrit par l'arête de la dent de la seconde roue et qui peut se déterminer de la manière suivante. Soient aSb et a_1Sb_1 les profils des dents des roues T et T_1, $a_1\ a_0$ le prolongement du profil du pied de la seconde dent, ISII la ligne d'engrènement, limitée par les cercles de tête K et K_1. A partir du point S, prenons, sur les cercles T et T_1, des longueurs d'arcs, respectivement égales, $S1$, 12, 23... $S1'$, $1'2'$, $2'3'$,., et, avec des ouvertures de compas, successivement égales aux droites Sa, $1a$, $2a$, $3a$.., décrivons, des points $1'$, $2'$, $3'$..., des arcs de cercle; l'enveloppe aa_1g de ces cercles déterminera ce qu'on appelle le profil théorique de la base de la dent, auquel on substitue, en réalité, le profil a_1f_1, qui lui est tangent en S et qui vient se raccorder avec le cercle limite F_1. Le profil théorique est une courbe cycloïdale, allongée ou raccourcie (V. § 205); dans la figure, où le cercle T se réduit à une ligne droite (crémaillère), cette courbe est une portion de développante (V. § 209).

§ 204.

De l'engrènement des dents.

Le troisième des procédés précédents permet de déterminer, non seulement le profil des dents, mais encore la ligne d'engrènement de deux roues qui se commandent; pour compléter cette question de la denture, nous devons ajouter ici quelques observations assez importantes.

La ligne d'engrènement passe par le point d'intersection du profil de chaque dent avec le cercle primitif et elle rencontre ce profil à angle droit, c'est-à-dire que la tangente NN à cette ligne est normale, en S, au profil de la dent. A chaque point de la ligne d'engrènement correspond un contact de dents et, par suite, un point de contact sur chacun des cercles primitifs; ainsi, par exemple, au point II de cette ligne correspondent les points 2 et $2'$ sur T et T_1. La longueur de l'arc du cercle primitif, comprise entre le point de rencontre de ce cercle avec la ligne d'engrènement et le point de contact sur ce même cercle, correspondant à un point de cette ligne, se nomme l'arc de roulement pour le point d'engrènement considéré. Ainsi $S2$ et $S2'$ représentent respectivement, sur les cercles T et T_1, les arcs de roulement correspondant au point d'engrènement II.

La somme des arcs de roulement, pour les points d'engrènement

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

les plus éloignés ($1S+S5$ ou $1'S+S5'$), constitue ce qu'on appelle l'arc d'engrènement; sa longueur, exprimée en nombre de pas, représente la durée de l'engrènement des dents considérées, qu'il est facile ici de déterminer graphiquement. Cette durée dépend de la longueur de la partie utilisée de la ligne d'engrènement. Comme la longueur du pied de la dent doit être augmentée, par suite de l'addition d'un congé et de la nécessité de donner un passage suffisant à la tête de la dent de l'autre roue, il en résulte que, dans les roues ordinaires, cette partie utilisée (V-I) se trouve limitée par les cercles de tête K et K_1.

Dans une roue, à un profil de dent donné, sur un cercle primitif connu, correspond une seule ligne d'engrènement et, réciproquement, pour une ligne d'engrènement donnée, il n'existe qu'un seul profil de dent satisfaisant. Ce profil ne peut d'ailleurs se déterminer, à l'aide de l'autre ligne, que dans le cas où l'on connaît les arcs de roulement, correspondant aux différents points de cette ligne; lorsqu'il en est ainsi, le profil de la dent peut se tracer facilement et le problème se réduit alors à celui que nous avons résolu, à l'aide du procédé indiqué à la fin du paragraphe précédent.

Dans les profils du genre cycloïdal, l'arc de roulement est égal à la longueur de l'engrènement; les dents de cette espèce sont donc d'une simplicité spéciale, au point de vue de leurs propriétés géométriques.

Dans les roues dentées, qui se commandent convenablement, les lignes d'engrènement sont congruentes et les arcs de roulement, pour les points homologues de ces lignes, sont d'égale longueur. En satisfaisant à cette condition, on peut construire un nombre indéterminé de roues, destinées à engrener avec une roue donnée. Les roues de ce genre deviennent ce que nous avons appelé des roues d'assortiment (V. § 200), lorsque la ligne commune d'engrènement a une forme telle qu'elle soit divisée en deux parties congruentes, non seulement par le cercle primitif, mais encore par le rayon, à son point d'intersection avec ce cercle.

Dans toutes les roues d'assortiment, engrenant avec une crémaillère, les deux parties du profil, au-dessus et au-dessous du cercle primitif, sont congruentes.

Si, par le point d'intersection de la ligne d'engrènement avec le cercle primitif, on mène un rayon aboutissant à un autre point quelconque de cette ligne (SI, par ex., fig. 572), ce rayon donne la direction et le point d'application de la pression exercée sur la dent, pour le point d'engrènement considéré.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 205.

Courbes cycliques.

Les courbes de roulement d'un cercle, ou courbes cycliques, sont celles qui se prêtent le mieux aux tracés des dents des roues d'assortiment ou, plus généralement, aux tracés de dents pour lesquels on tient à déterminer d'avance les propriétés géométriques. Lorsqu'un cercle roule sur un autre cercle, sans glisser, chaque point d'un rayon de ce cercle décrit une courbe, qu'on désigne sous les noms de cycloïde, commune, allongée ou raccourcie, suivant que le point décrivant se trouve sur la circonférence même du cercle roulant, sur le prolongement du rayon ou à l'intérieur.

Le cercle fixe est le cercle directeur de la courbe et nous désignerons son rayon par R; le cercle mobile, de rayon r, est le cercle générateur ou de roulement. Dans le cas où l'un des deux cercles est intérieur à l'autre, son rayon conserve le signe +, tandis qu'on affecte le second du signe —; avec cette convention, on peut diviser en cinq classes distinctes les courbes cycliques obtenues par les différentes combinaisons de R et r.

CERCLE DIRECTEUR.	CERCLE DE ROULEMENT.	COURBES CORRESPONDANTES.
$+ R$	$+ r$	Épicycloïde.
$+ \infty$	$+ r$	Orthocycloïde (1).
$- R$	$+ r$	Hypocycloïde.
$+ R$	$\pm \infty$	Développante de cercle.
$+ R$	$- r$	Péricycloïde.

Ces cinq espèces de courbes jouissent toutes des deux propriétés suivantes :

1. *La normale en un point de la courbe décrite passe par le point de contact correspondant du cercle générateur.*

2. *Le centre de courbure, pour un point de la courbe, est donné par l'intersection de la normale en ce point avec la ligne qui réunit le centre du cercle directeur au point diamétralement opposé au point décrivant.*

(1) L'auteur propose de substituer ce nom à celui de « cycloïde », qu'il convient de réserver pour la désignation de toute la famille des courbes cycliques.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Dans le cas où il s'agit de courbes allongées ou raccourcies, le point qu'il faut joindre au centre du cercle directeur est le point d'intersection du prolongement du rayon et de la perpendiculaire menée à la normale par le point de contact.

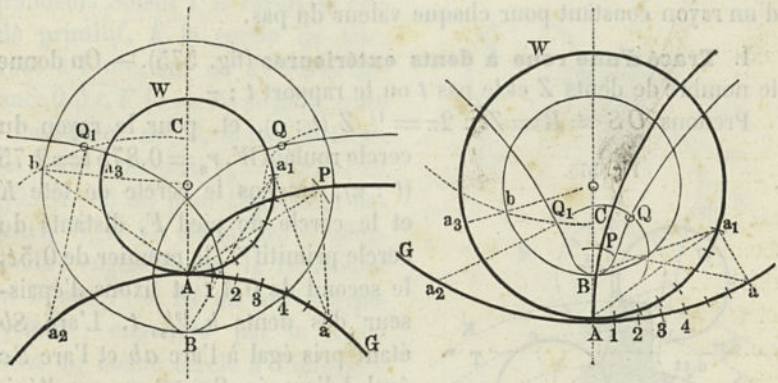
C'est à la première propriété qu'est due la supériorité de l'emploi des courbes cycliques pour les tracés de dents; la seconde propriété fournit le moyen de remplacer, sans inconvénients, dans le tracé des dents, les profils cycloïdaux par de simples arcs de cercle.

§ 206.

Tracés des courbes cycliques.

I. **Procédé exact** (fig. 574). — G est le cercle directeur, W le cercle de roulement, A le point de départ de la courbe. A partir du point A, et sur les deux circonférences G et W, on porte, du même côté, de petits arcs de même longueur; soient a et a_1 deux points de

Fig. 574.



division correspondants. Si, du point A, avec la distance $a\ a_1$, et du point a, avec la corde $A\ a_1$, on décrit deux arcs de cercle, le point d'intersection P de ces deux arcs sera un point de la courbe cherchée. Ce procédé, qui, dans la figure 574, a été simplement appliqué à l'épicycloïde et à l'hypocycloïde, peut être également utilisé pour les trois autres espèces de courbes cycliques.

II. **Procédé abrégé.** — Si des points de division 1, 2, 3,.. a comme centres, avec les longueurs des cordes correspondantes sur le cercle générateur, mesurées à partir du point A, on décrit des arcs de cercle, ces arcs doivent tous être tangents à la courbe cherchée et

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

peuvent, par suite, permettre de la tracer, pourvu que la longueur des arcs $A-1$, $1-2$... ait été prise suffisamment petite.

Dans le cas d'une courbe allongée ou raccourcie, ayant son point de départ en B, on commence par déterminer le point P (il n'est pas nécessaire pour cela de tracer la courbe elle-même); on décrit ensuite de a et de P, avec $a_1 B$ et AB, comme rayons, deux arcs de cercles, dont l'intersection Q est un point de la courbe cherchée.

On peut encore mener par le point a_3 le rayon $a_3\, b$ du cercle générateur, faire passer par le point b un arc concentrique au cercle directeur et prendre $a_2 Q_1 = Ab$; Q_1 est alors le point de la courbe correspondant au roulement sur l'arc $A a_2 = A a_3$.

§ 207.

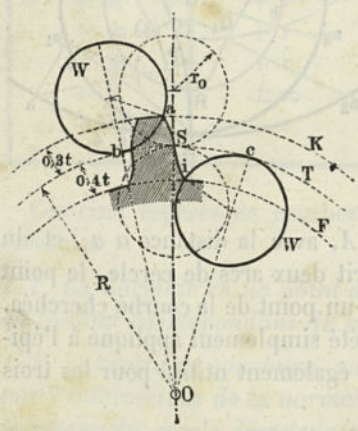
Profils des dents des roues d'assortiment.

Dans les roues de cette espèce, le profil des dents peut être rigoureusement formé par un arc d'épicycloïde et un arc d'hypocycloïde, ces arcs étant d'ailleurs engendrés tous les deux par un cercle mobile, d'un rayon constant pour chaque valeur du pas.

I. **Tracé d'une roue à dents extérieures** (fig. 575). — On donne le nombre de dents Z et le pas t ou le rapport $t : \pi$.

Prenons $OS = R = Zt : 2\pi = {}^1/_2 Z\ (t : \pi)$, et, pour le rayon du cercle roulant W, $r_0 = 0{,}875\, t = 2{,}75\ (t : \pi)$; traçons le cercle de tête K et le cercle de pied F, distants du cercle primitif T, le premier de $0{,}3t$, le second de $0{,}4\ t$ et fixons l'épaisseur des dents à ${}^{19}/_{40}\ t$. L'arc Sb étant pris égal à l'arc ab et l'arc Sc égal à l'arc ic, Sa est un arc d'épicycloïde, engendré par le roulement de W à l'extérieur de T et Si un arc d'hypocycloïde, engendré par le roulement d'un autre cercle W, à l'intérieur de T.

Fig. 575.



Dans le cas où le nombre des dents est égal à onze, l'arc Si se réduit à une droite dirigée suivant le rayon (1). Cette forme de dents peut

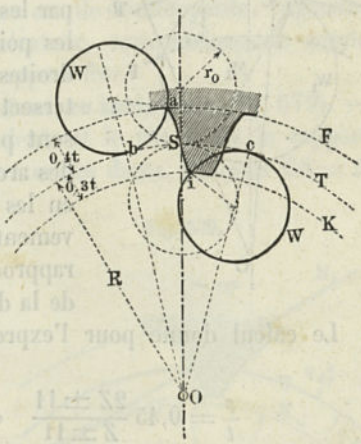
(1) Pour que l'hypocycloïde se réduise à une droite, il faut, en effet, que $r_0 = {}^1/_2\ R$. Or on a $2\pi R = Zt$ et $r_0 = 0{,}875\ t$; d'où l'on tire $Z = 0{,}875.4.\pi = 11$.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

encore s'appliquer convenablement, lors même qu'on descend jusqu'à sept pour le nombre des dents de la roue; mais, pour $Z < 11$, la courbure de l'arc d'hypocycloïde est différente de celle qui est représentée sur la figure, de telle sorte que l'épaisseur de la dent, à partir du cercle primitif, irait en diminuant jusqu'au cercle de pied. Au lieu de donner entièrement aux flancs de la dent ce profil théorique, on ne l'utilise que sur une partie de sa longueur, en le raccordant, par un fort congé, avec la couronne de la roue (V. § 203, où la figure 573 donne un exemple de ce genre de denture pour un pignon de sept dents, engrenant avec une crémaillère); dans ce cas, il convient également de renforcer les dents, au moyen de disques latéraux, venus de fonte avec elles. Le jeu est de $^1/_{10}\,t$ à l'extrémité des dents et de $^1/_{20}\,t$ entre les flancs.

II. **Tracé d'une roue à dents intérieures** (fig. 576). — En faisant abstraction du jeu, la forme des dents pour une roue creuse est exactement la même que pour une roue dentée extérieurement, de même grandeur. Soient T le rayon du cercle primitif, K le cercle de tête, tracé à l'intérieur de T, à une distance $0{,}3\,t$, F le cercle de pied, tracé à l'extérieur de T, à une distance de $0{,}4\,t$; prenons $r_0 = 0{,}875\,t = 2{,}75\ (t : \pi)$ et, pour l'épaisseur des dents, $^{19}/_{40}\,t$. Sa est un arc d'épicycloïde, engendré par le roulement de W sur T, et Si un arc d'hypocycloïde, engendré par le roulement du même cercle à l'intérieur de T.

Fig. 576.



Pour la crémaillère, on a $R = \infty$; Sa et Si deviennent, dans ce cas, des arcs congruents d'orthocycloïde (V. fig. 573).

Dans le système de denture précédent, la ligne d'engrènement se trouve coïncider avec le cercle générateur; l'arc d'engrènement a pour valeur l'arc ba, augmenté de l'arc $b_1 a_1$, qui lui correspond sur l'autre roue, lorsque les deux roues sont dentées extérieurement; dans le cas où l'une des roues est à dents intérieures, cet arc est égal à l'arc ba, augmenté de l'arc ci sur cette roue. La durée de l'engrènement ε varie de 1,22 à 1,60.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

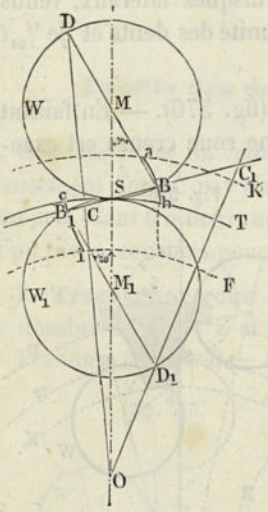
§ 208.

Tracé des arcs de cycloïdes par arcs de cercles.

Les arcs de cycloïdes qui constituent les profils des dents peuvent pratiquement être remplacés, avec une approximation suffisante, par deux portions d'arcs des cercles de courbure.

Fig. 577. Du point O on décrit le cercle primitif T et les cercles de tête et de pied K et F, déterminés comme précédemment ; de même, des centres M et M_1, on décrit les cercles de roulement W et W_1, tangents tous les deux, en S, au cercle T. Cela fait, on trace les diamètres BMD et $B_1M_1D_1$, qui font tous les deux, avec la ligne des centres, un angle de 30° et l'on mène la droite $C_1\,BS\,B_1$, qui passe par les trois points B, S et B_1 ; en joignant les points D et D_1 au point O, on obtient les droites OD et $OD_1\,C_1$, dont les points d'intersection C et C_1 avec la droite précédente sont précisément les centres de courbure des arcs aBb et cB_1i. Si l'on trace ces arcs, en les arrêtant aux cercles décrits primitivement du point O, on n'a plus qu'à les rapprocher pour obtenir le profil complet de la dent.

Fig. 577.



Le calcul donne pour l'expression des rayons de courbure :

$$\frac{\rho}{t} = 0{,}45\,\frac{2Z \pm 11}{Z \pm 11} \quad \text{et} \quad \frac{\rho}{\left(\frac{t}{\pi}\right)} = 1{,}42\,\frac{2Z \pm 11}{Z \pm 11}. \quad . \quad (190)$$

Le signe + correspond au rayon de courbure CB (ρ_a) de l'arc d'épicycloïde et le signe — au rayon de courbure C_1B_1 (ρ_i) de l'arc d'hypocycloïde. Le pied de la dent doit d'ailleurs être raccordé par un congé avec la couronne de la roue.

1er Exemple. *En supposant* $Z = 63$, $t = 30$, *on obtient, pour le rayon de courbure de l'arc d'épicycloïde :* $\rho_a = 30 \,.\, 0{,}45\,(126 + 11) : (63 + 11) = 30 \,.\, 0{,}45 \,.\, 137 : 74 = 0{,}833 \,.\, 30$, *ou, très approximativement,* 25^{mm} ; *de même, on a, pour le rayon de courbure de l'arc intérieur :* $\rho_i = 30 \,.\, 0{,}45\,(126 - 11) : (63 - 11) = 30 \,.\, 0{,}45 \,.\, 115 : 52 = 0{,}995 \,.\, 30 = 30^{mm}$.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

2° Exemple. *On donne* $Z = 11$, $t : \pi = 10$. *On a alors :* $\rho_a = 10 . 1,42.33 : 22 = 42,6 : 2 = 21^{mm},3$, *et* $\rho_i = 10 . 1,42 . 11 : 0 = \infty$, *c.-à-d. que, dans ce cas, les flancs se composent de simples lignes droites, tracées par le centre de la roue.*

3° Exemple. *On donne* $Z = 7$ *et* $t = 50$. *On a :* $\rho_a = 50 . 0,45(14 + 11) : (7 + 11) = 50 . 0,45 . 25 : 18 = 31^{mm},2$, *ou* 31^{mm}. *On trouve ensuite, pour le rayon de l'arc intérieur :* $\rho_i = 50 . 0,45 (14 - 11) : (7 - 11) = - 50 . 0,45 . 3 : 4 = - 50.0,3375 = - 17^{mm}$. *Dans ce cas les flancs de la dent se trouvent disposés comme l'indique la figure* 573.

Remarque. Lorsque le nombre des dents est inférieur à 15, il est préférable de recourir au tracé exact (§ 207), car, dans ce cas, la forme approximative que fournirait le tracé par arcs de cercles n'assurerait pas une marche suffisamment régulière.

§ 209.

Denture à développantes pour roues d'assortiment.

Le profil de la dent est formé par un arc de développante, engendré par le déroulement d'un cercle générateur, concentrique au cercle primitif et qui est avec lui dans un rapport fixe.

Denture extérieure (fig. 578) **et denture intérieure** (fig. 579). — Supposons donnés le nombre Z des dents et le pas t, ou le rapport $t : \pi$, de la roue dont il s'agit de tracer les dents. Prenons $OS = R$

Fig. 578.

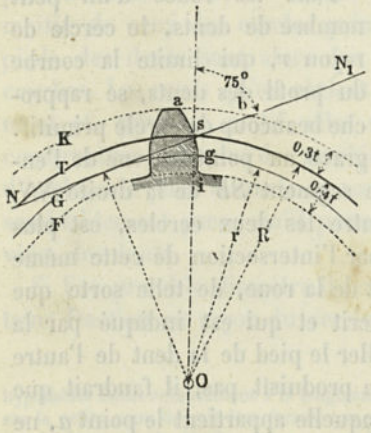
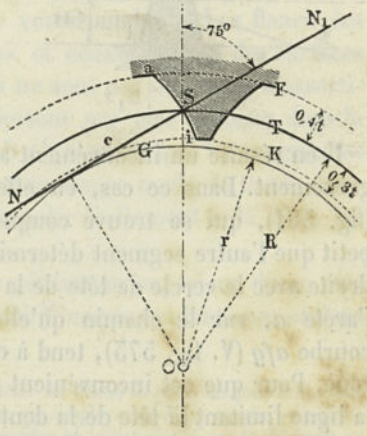


Fig. 579.



$= Zt : 2\pi = {}^1/_2 Z (t : \pi)$, puis traçons les cercles de tête et de pied K et F, à des distances k et f du cercle primitif, respectivement égales à $0,3t$ et $0,4t$ et adoptons ${}^{19}/_{40} t$ pour l'épaisseur des dents. Par

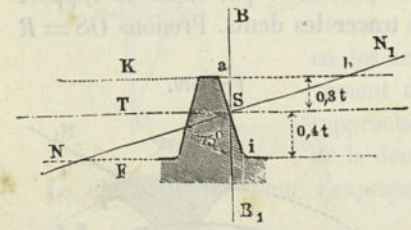
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

le point S menons la ligne NSN_1, inclinée de 75° sur la ligne OS; le cercle G, mené tangentiellement à cette droite, aura pour rayon $r = 0{,}966\,R = 0{,}154\,Zt = 0{,}483\,Z\ (t:\pi)$. Les arcs Sa et Sg, que décrit le point S, pendant que la droite NS se déroule et s'enroule sur le cercle G, donneront le profil cherché aSg de la dent. Dans le cas de la denture extérieure et pour une valeur de Z inférieure à 55, ce profil doit être prolongé par une partie droite radiale gi et raccordé par un congé avec la couronne de la roue.

La ligne d'engrènement est la droite NN_1; sa longueur totale se compose des deux segments Sb et Sb_1 (Sc pour la roue à denture intérieure), déterminés par les intersections de cette ligne avec les cercles de tête. Pour déterminer la durée ε de l'engrènement, il suffit de mener, par les extrémités d'un arc égal au pas, pris sur le cercle primitif, deux rayons, et de prendre l'arc qu'ils comprennent, sur le cercle de rayon r, comme unité de mesure, pour la longueur de l'engrènement. Pour deux roues de même grandeur, ayant chacune 14 dents, ε n'est que très peu supérieur à 1; d'une manière générale, ε se trouve compris entre 1 et 2,5.

Crémaillère (fig. 580). — Le profil des dents se réduit à une droite aSi, inclinée de 75° sur le cercle primitif T, qui est ici une ligne droite. L'angle de 75° s'obtient facilement, en juxtaposant deux équerres ordinaires, de 45° et de 30°.

Fig. 580.



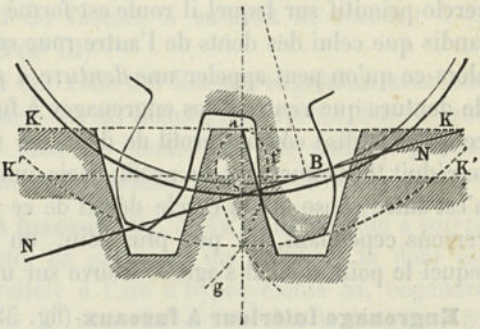
Dans les roues d'un petit nombre de dents, le cercle de rayon r, qui limite la courbe du profil des dents, se rapproche beaucoup du cercle primitif. Il en résulte un inconvénient assez grave au point de vue de l'engrènement. Dans ce cas, en effet, le segment SB de la droite NN_1 (fig. 581), qui se trouve compris entre les deux cercles, est plus petit que l'autre segment déterminé par l'intersection de cette même droite avec le cercle de tête de la dent de la roue, de telle sorte que l'arête a, sur le chemin qu'elle décrit et qui est indiqué par la courbe afg (V. fig. 573), tend à entailler le pied de la dent de l'autre roue. Pour que cet inconvénient ne se produisît pas, il faudrait que la ligne limitant la tête de la dent, à laquelle appartient le point a, ne s'élevât pas au-dessus de la ligne $K'K'$, menée par le point B (1).

(1) La contradiction que semble impliquer ce résultat d'une denture géométriquement exacte, conduisant à un engrènement inadmissible, n'est, en réalité, qu'apparente. D'après les

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Avec le mode de denture précédent pour les roues d'assortiment, la condition précédente ne se trouve réalisée, pour une roue engrenant avec une crémaillère, que quand Z est au moins égal à 28. Lorsqu'il n'en est pas ainsi, on peut employer un autre moyen, pour éviter l'effet fâcheux que nous venons d'indiquer, qui consiste à supprimer l'arête a et à terminer la dent par une partie fortement arrondie ; c'est un moyen assez souvent usité dans la pratique. Nous verrons un peu peu plus loin (§ 222) une application importante de la denture à développantes.

Fig. 581.



§ 210.

Denture à point.

On utilise encore assez souvent la denture par cycloïdes, en prenant, pour les deux roues, des cercles générateurs dont les rayons sont la moitié de ceux des cercles primitifs correspondants. Les flancs des pieds des dents sont alors des plans et ceux des têtes des surfaces courbes. Les roues qu'on obtient ainsi ne sont pas des roues d'assortiment et, pour ce motif, elles ne doivent pas être admises dans la construction ordinaire des machines. Il n'y a guère que les engrenages d'horlogerie pour lesquels on conserve encore ce mode de tracé, vraisemblablement parce qu'il permet de polir facilement à la lime les vides des dents.

Si l'on prend le diamètre du cercle générateur supérieur d'une certaine fraction au rayon du cercle primitif correspondant, on obtient

hypothèses faites relativement à la longueur des têtes de dents, le profil du pied de la dent sur la petite roue devrait être formé, non pas d'un arc simple, mais d'une courbe ⌄, composée de deux arcs de développantes, venant se raccorder en pointe sur le cercle de rayon r ; de ces deux arcs, l'un tomberait dans le vide et serait, par suite, inexécutable. Il s'agit donc ici, à vrai dire, de l'un des cas traités précédemment (I. § 203). La courbe de pied, indiquée dans la figure 581, n'est également pas exécutable, puisqu'une partie de la courbe rigoureuse se trouve supprimée.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

des dentures qui sont encore d'une exécution possible, mais qui, en pratique, ne sont admissibles que pour des cas tout particuliers.

Lorsqu'on choisit le cercle primitif d'une des deux roues comme cercle générateur, le profil des dents de la roue correspondant au cercle primitif sur lequel il roule est formé par des courbes cycliques, tandis que celui des dents de l'autre roue se réduit à un point. On a alors ce qu'on peut appeler une *denture à point*. C'est dans ce genre de denture que rentrent les engrenages à fuseaux. Dans ces derniers, ce qu'on utilise comme profil de dent, ce n'est pas le point auquel se réduit théoriquement ce profil, mais une courbe équidistante, qui n'est autre chose qu'un cercle décrit de ce point comme centre. Nous verrons cependant, un peu plus loin, un système de denture dans lequel le point dont il s'agit se trouve sur une arête de la dent.

Engrenage intérieur à fuseaux (fig. 582). — Du point auquel se réduit le profil de la dent de la roue R, on décrit, avec $^{19}/_{80}\ t$ pour rayon, un cercle, qui donne le profil du fuseau correspondant à ce point. Quant au profil de la dent sur la roue R_1, il est formé par une courbe parallèle (ou équidistante) à l'arc d'épicycloïde Sa, engendré par le point S, dans le roulement de T sur T_1 (l'arc ab = l'arc Sb); l'enveloppe des cercles, décrits des différents points de Sa, avec un rayon égal à celui du fuseau, donne le profil cd d'une partie de cette dent; l'autre partie di est formée par un quart de cercle. La ligne

Fig. 582.

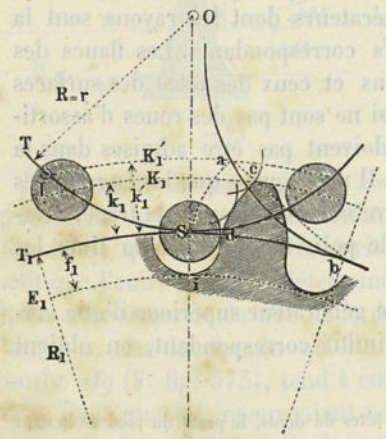
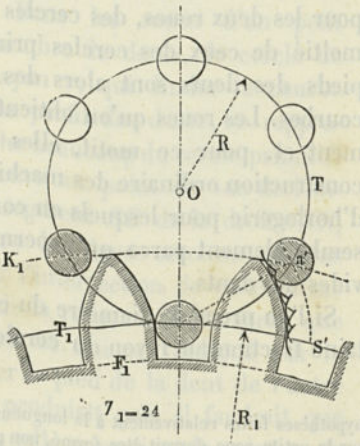


Fig. 583.



d'engrènement coïncide avec le cercle T, en supposant qu'elle soit déterminée comme si le point P engrenait avec l'arc d'épicycloïde Sa; sa longueur SI, dont la limite I est déterminée par le cercle de tête K'_1

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

et qui est égale à l'arc d'engrènement, doit être supérieure à t et, par suite, au moins égale à $1{,}1\,t$. Cette dernière valeur sert à déterminer la longueur k'_1, et la longueur réelle de la tête k_1, qui s'en déduit. Si l'on voulait déterminer la ligne d'engrènement réelle, qui est celle de la courbe dc avec le profil du fuseau, il suffirait de recourir à la méthode indiquée au § 203 (n° III).

La figure 583 représente une roue à 6 fuseaux engrenant avec une roue de 24 dents. Les fuseaux ont un diamètre égal à $^1/_3\,t$. Sur la roue de 24 dents, les flancs de pied des dents sont des surfaces planes, qu'on peut préparer facilement à la fraise et achever à la lime.

Engrenage intérieur à fuseaux (fig. 584). — La marche à suivre est identique à la précédente. La partie cd du profil de la dent est formée par une courbe parallèle à l'arc d'hypocycloïde Si, engendré par le roulement de T sur T_1 (l'arc Sb = l'arc ib); la longueur SI de l'engrènement, qui est la même que celle de l'arc, doit être prise au moins égale à $1{,}1\,t$. Le profil da du pied de la dent est une droite.

Fig. 584.

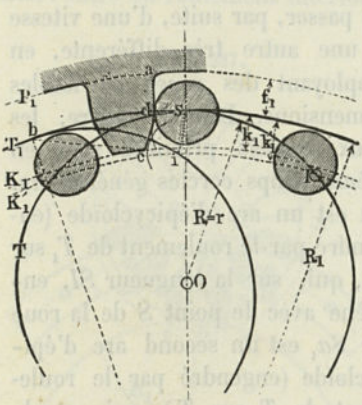
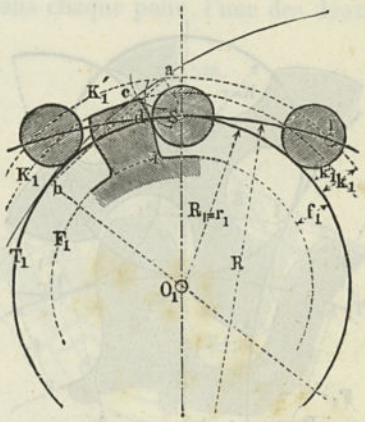


Fig. 585.



Dans la figure 585, c'est la roue creuse qui porte les fuseaux; le profil cd est parallèle à l'arc de péricycloïde Sa, engendré par le roulement de T sur T_1 (l'arc Sb = l'arc ab); la longueur SI de l'engrènement, qui, comme précédemment, est la même que celle de l'arc, doit être au moins égale à $1{,}1\,t$; le profil di du pied de la dent est une droite radiale.

Si dans la figure 584 on fait croître indéfiniment le rayon R_1, on obtient le mécanisme à crémaillère, dans lequel les profils des dents, sur la crémaillère elle-même, sont formés par des lignes parallèles à des orthocycloïdes.

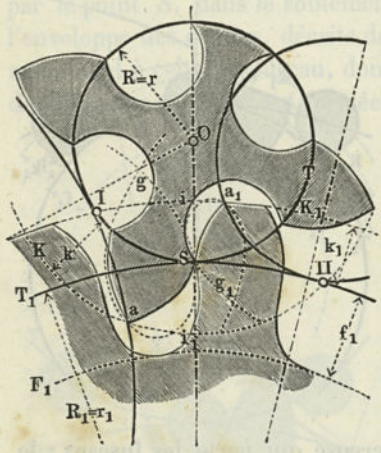
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Si, au contraire, c'est le rayon R qu'on fasse croître indéfiniment, dans la figure 585, on obtient une forme de crémaillère très simple (échelier), d'une exécution commode, qui est le plus souvent employée de préférence à la première; sur le pignon les profils des dents sont formés par des parallèles à des développantes de cercle.

Les engrenages à fuseaux, pour les installations qui exigent une certaine précision et qui ne se répètent pas souvent, offrent cet avantage que les fuseaux peuvent être exécutés très simplement et très exactement au moyen du tour; les crémaillères à fuseaux, en fer forgé, sont très employées, dans la pratique, pour tous les appareils qui sont exposés au froid, comme les appareils de manœuvre des écluses, des ponts tournants, des coupoles, dans les observatoires, etc. Les fuseaux, dans ce cas, peuvent ne pas être tournés et être formés simplement de barres de fer rond laminé, bien calibré.

Denture double à point (fig. 586). — Si l'on réunit ensemble deux dentures à point, on obtient une nouvelle denture, qui permet d'adopter, pour l'une des roues, un nombre de dents très faible et de passer, par suite, d'une vitesse à une autre très différente, en employant des roues de faibles dimensions. Dans la figure, les deux cercles primitifs sont en même temps cercles générateurs. Sa est un arc d'épicycloïde (engendré par le roulement de T_1 sur T), qui, sur la longueur SI, engrène avec le point S de la roue T; Sa_1 est un second arc d'épicycloïde (engendré par le roulement de T sur T_1), qui, sur la longueur SII, engrène avec le point S de la roue T_1. Si et Si_1 sont les profils des pieds des dents pour les roues R et R_1, Sag et Sa_1g_1 les profils théoriques des vides des mêmes roues (V. § 203). La petite roue est d'un emploi très convenable, à la condition d'encastrer les dents entre deux couronnes latérales; ce mode d'engrenage se rencontre fréquemment dans les crics ordinaires, les crics de soulèvement des fléaux des balances et dans les appareils d'élévation analogues.

Fig. 586.



IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 211.

Roues boucliers avec denture à point.

Le profil des dents ne doit pas nécessairement se trouver dans le voisinage immédiat des cercles primitifs; il peut être aussi plus ou moins en dehors ou en dedans. On obtient alors des engrenages, dans lesquels les dents de l'une des roues tournent complètement, ou presque complètement, autour des dents de la seconde, et dans ce cas il n'y a plus de fond de roue. En exécution, les dents sont en saillie sur l'une des faces de la roue, qui est ordinairement un disque plan, et leurs faces, qui sont bombées, rappellent les faces d'un bouclier. On peut donc désigner sous le nom de *roues-boucliers* (1) les roues de ce genre de construction, qui pourraient, d'ailleurs, être utilisées dans les exemples précédents, et pour lesquelles la denture à point est le plus souvent très convenable.

Les figures 587 et 588 représentent deux paires de roues de cette espèce, correspondant, l'une au roulement extérieur des cercles primitifs, l'autre au roulement intérieur. Dans chaque paire, l'une des deux

Fig. 587.

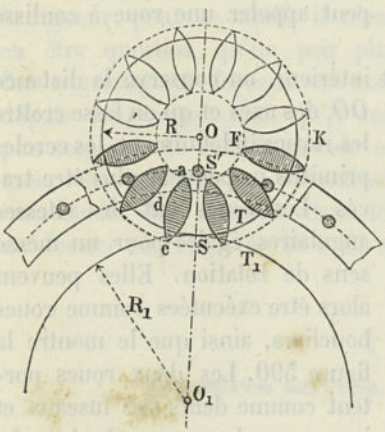
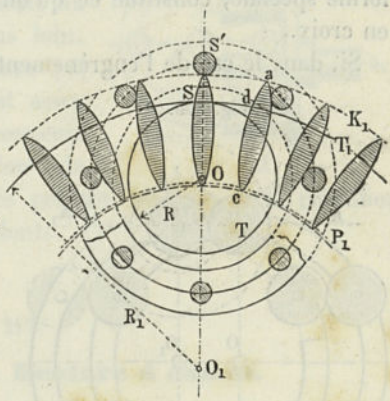


Fig. 588.



roues porte des fuseaux, l'autre des dents dont le profil est constitué, dans la première figure, par des parallèles à des épicycloïdes allongées

(1) L'expression *Scuti dentati* (boucliers dentés) se rencontre appliquée à des engrenages à fuseaux avec dents en forme de boucliers dans un vieil ouvrage italien (Zonca, Teatro di Machine, Padoue, 1621).

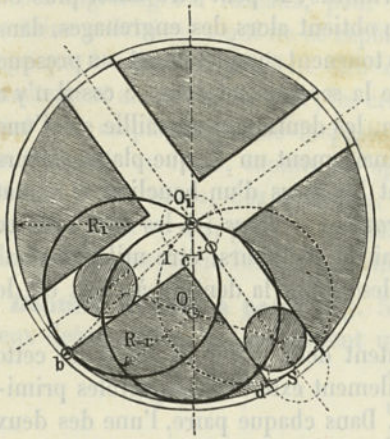
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

et dans la seconde, par des parallèles à des hypocycloïdes également allongées.

Une paire de roues boucliers remarquable est celle que représente la figure 589 et qui est connue depuis longtemps.

L'engrènement est intérieur; $R = {}^1/_2 R_1$, $Z = 2$, $Z_1 = 4$; les fuseaux se trouvent implantés sur la roue R.

Fig. 589.

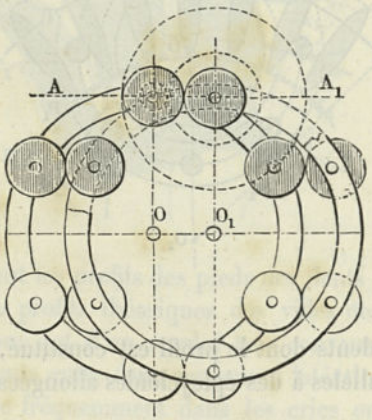


Les flancs des dents sur la roue R_1 tombent complètement à l'intérieur du cercle primitif et se réduisent à des droites, parallèles à la droite Si, à laquelle se réduit ici l'hypocycloïde. L'arc d'engrènement est sensiblement égal à $2\,t$, puisque le même fuseau engrène avec les deux flancs parallèles de R_1, le jeu pouvant facilement être réduit à zéro.

Les dents ou fuseaux de la roue R s'exécutent, le plus souvent, sous la forme de rouleaux mobiles. La grande roue, en raison de sa forme spéciale, constitue ce qu'on peut appeler une roue à coulisse en croix.

Si, dans le cas de l'engrènement intérieur, on conserve la distance OO_1 des axes et qu'on fasse croître les rayons indéfiniment, les cercles primitifs ne peuvent plus être tracés. Les roues ont des vitesses angulaires égales pour un même sens de rotation. Elles peuvent alors être exécutées comme roues boucliers, ainsi que le montre la figure 590. Les deux roues portent comme dents des fuseaux et la somme des rayons de deux fuseaux se commandant est égale à la distance OO_1. Sur la figure les rayons ont été faits égaux, mais on a indiqué également, en pointillé, deux paires de fuseaux inégaux. Il est facile de construire ces roues avec des rouleaux mobiles et de ne laisser aucun jeu. On

Fig. 590.

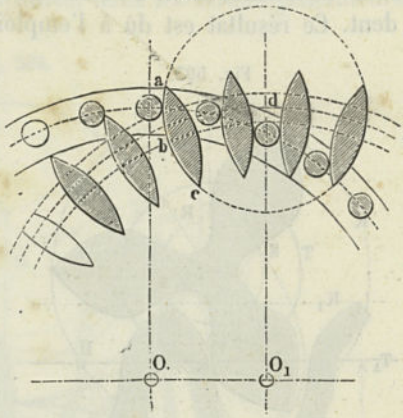


IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

peut leur donner le nom de *roues parallèles* (1), puisque deux rayons pris parallèles dans ces deux roues conservent constamment leur parallélisme.

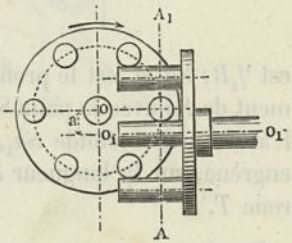
La figure 591 représente une autre forme de roues parallèles ; *abc* est un arc de cercle appartenant à l'un des quatre segments du fuseau circulaire décrit avec *da* comme rayon (d'après la règle précédente) ; c'est le profil pour la roue O_1.

Fig. 591.



Si l'on change la position relative des deux roues parallèles de la figure 590, en faisant tourner l'une d'elles autour de l'axe AA_1, mené parallèlement à OO_1 dans un plan passant par les axes de deux fuseaux en contact, l'engrènement ne cesse pas d'être convenable. Dans la figure 592, le déplacement des roues a été poussé jusqu'à l'angle droit. Les axes des deux roues se croisent sans se couper et, à la rigueur, pour ce motif, il n'aurait dû en être question qu'un peu plus loin. Cet engrenage à fuseaux est connu (2) depuis longtemps, bien qu'il soit assez peu employé. Il semble devoir convenir assez bien pour la transmission du mouvement des aiguilles dans les grosses horloges, à la condition de donner aux roues de 20 à 24 dents.

Fig. 592.



§ 212.

Dentures mixtes. Denture à cames.

Par la combinaison des différentes méthodes de denture, on peut, dans quelques cas particuliers, arriver à des formes de dents

(1) Ce genre de roues a été imaginé par le professeur Reuleaux, qui leur a donné également leur nom (Berl. Verhandl., 1875, p. 294).

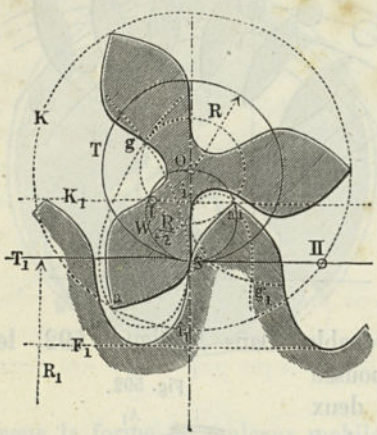
(2) V. *Tom Richard*, Aide-mémoire (1848), I, p. 656. — *Willis*, Principles of mechanisms (1851), p. 145. — *Laboulaye*, Cinématique (1854), p. 275.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

offrant une certaine importance pratique. Nous en donnerons deux exemples :

Denture mixte (fig. 593). — Ce genre de denture est très convenable pour la construction des petits pignons de commande des appareils élévateurs, car il a l'avantage de ne pas trop évider le pied de la dent. Ce résultat est dû à l'emploi de flancs droits pour le pied des dents de la petite roue. Afin d'obtenir une durée d'engrènement suffisante (ici dans le pignon à trois dents engrenant avec une crémaillère, elle atteint 1,15), il convient d'utiliser, jusqu'à leur point de rencontre, les courbes qui, sur les deux roues, déterminent les têtes des dents. *Sa* est un arc de développante, engendré par le roulement sur *T* du cercle primitif T_1 de la crémaillère (lequel se trouve ici être une droite); *Si* est une droite radiale (flanc du pied), engendrée par le roulement sur *T* du cercle *W*, dont le rayon est $^1/_2 R$; $Sa_1\, g_1$ est le profil théorique du vide de la roue *T*. L'engrènement de *Sa* avec le point *S* de la crémaillère a lieu sur la longueur *SII*. L'arc d'orthocycloïde Sa_1, engendré par le roulement de *W* sur T_1, engrène, sur la longueur SI_1 avec le flanc *Si* du pied de la dent de la roue *T*.

Fig. 593.



Denture à cames. — En combinant la denture à orthocycloïde avec la denture à développante, chacune d'elles étant utilisée pour l'un des deux flancs d'une dent, on obtient un profil très avantageux pour la résistance de cette dent. Ce même profil est également très favorable au point de vue du fonctionnement, surtout lorsque la transmission du mouvement ou de la force a lieu dans un seul et même sens (1).

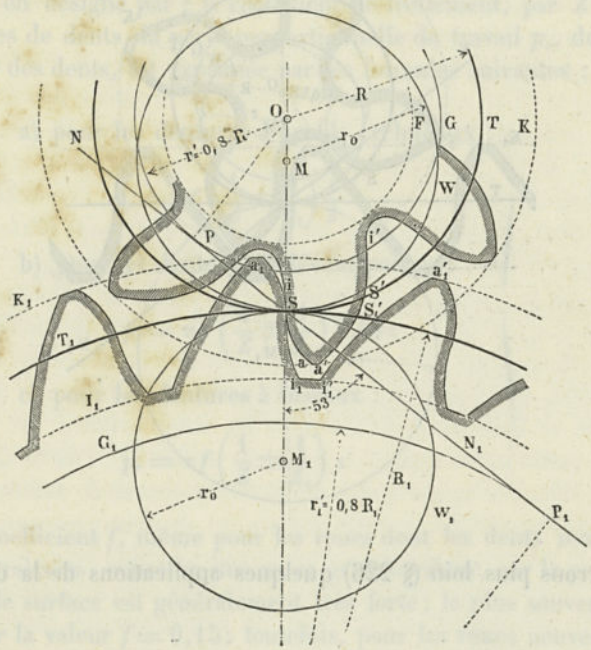
Ce genre de denture, en raison de la forme que présentent les dents, a reçu le nom de *denture à cames*. Les proportions dans les figures suivantes ont été choisies aussi favorables qu'il a paru possible de le faire pour les cas ordinaires et c'est, en réalité, bien suffisant.

(1) Cette denture avait déjà été proposée en 1851 par *Willis*; elle a été reprise en 1876 par *Gee*, qui a cherché à l'introduire dans la pratique; il avait adopté pour α une valeur beaucoup plus grande (68°) et, par suite, moins favorable que celle dont il a été fait usage dans la figure.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

La figure 594 représente une paire de roues d'assortiment avec denture à cames : $a\,Si$ et $a_1 Si_1$ sont les profils des dents (profils de pression, proprement dits), formés d'arcs d'orthocycloïdes, d'après les règles du § 207, avec $r_0 = 0{,}875\ t$ ou $r_0 = 2{,}75\ (t : \pi)$. — $a'\,S'\,i'$ et $a'_1\,S'_1\,i'_1$ sont des arcs de développantes, dont les cercles générateurs

Fig. 594.



ont pour rayons $r' = 0{,}8\ R$ et $r'_1 = 0{,}8\ R_1$, l'angle de la tangente commune à ces deux cercles étant de 53° (plus exactement 53°,8).

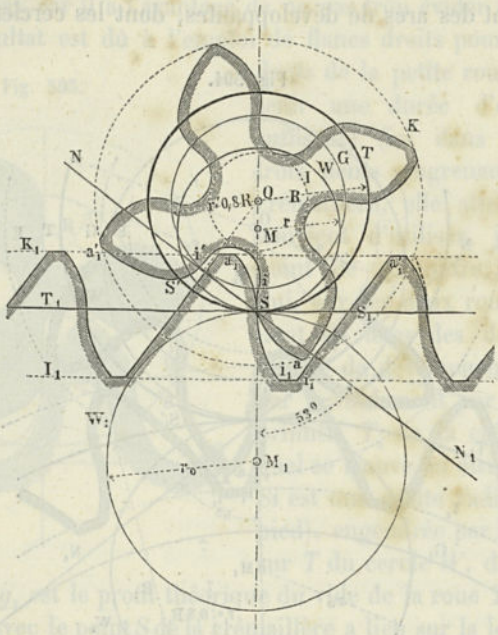
Pour les roues qui ont moins de quinze dents, comme cela a lieu ici pour la plus petite roue (qui n'en a que 7), les flancs des pieds des dents se déterminent d'après la méthode indiquée au § 203, de manière à donner passage aux têtes des dents des roues plus grandes qui peuvent avoir à engrener avec elles.

Roue indépendante avec denture à cames (fig. 595). — La roue, qui n'a que 4 dents, engrène avec une crémaillère. Sa et Si_1 sont déterminés, comme précédemment, avec le rayon $r_0 = 0{,}875\ t$; mais Si et Sa_1 sont engendrés par un cercle de rayon $r = {}^3/_4\ R$; les arcs de développantes correspondent à un angle de 53°. Les flancs de revers des dents de la crémaillère sont ici des lignes droites, ou, si

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

l'on veut, des développantes de cercles de rayons infiniment grands. L'inclinaison de ces flancs, comme l'indique la figure, est de 53°.

Fig. 595.



Nous verrons plus loin (§ 226) quelques applications de la denture à cames.

§ 213.

Frottement des dents dans les engrenages droits.

Le frottement des dents d'engrenages, dans les roues droites, dépend essentiellement des courbes adoptées pour les profils et se détermine d'après la forme, la grandeur et la position de la ligne d'engrènement. D'une manière générale, le frottement augmente avec la durée ε de l'engrènement. Dans l'expression de ce frottement, ε se trouve affecté d'un coefficient, variable avec la position de la ligne d'engrènement et qui est égal à $^1/_2$, lorsque l'arc d'engrènement, comme cela a ordinairement lieu pour les dents à profils cycloïdaux, se trouve partagé en deux parties égales par la ligne des centres des cercles primitifs ; il est sensiblement égal à 1, lorsque cet arc se trouve tout entier situé d'un même côté de la ligne des centres, comme, par

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

exemple, dans les dentures à fuseaux; enfin, il peut être pris égal à 0,66, lorsque la division de la ligne d'engrènement, comme dans les dentures par développantes, se trouve intermédiaire entre les deux précédentes. Le frottement dépend, dans une assez forte mesure, du nombre des dents, puisqu'il est inversement proportionnel à ce nombre et il diminue, par suite, très rapidement, à mesure que ce nombre augmente.

Si l'on désigne par f le coefficient de frottement, par Z et Z_1 les nombres de dents, la perte proportionnelle de travail p_r, due au frottement des dents, est exprimée par les formules suivantes :

a) pour les dentures à profils cycloïdaux :

$$p_r = \pi f \left(\frac{1}{Z} \pm \frac{1}{Z_1}\right) \frac{\varepsilon}{2}$$

b) pour les dentures à développantes :

$$p_r = \pi f \left(\frac{1}{Z} \pm \frac{1}{Z_1}\right) 0{,}66\,\varepsilon \qquad \ldots \quad (191)$$

c) pour les dentures à fuseaux :

$$p_r = \pi f \left(\frac{1}{Z} \pm \frac{1}{Z_1}\right) \varepsilon$$

Le coefficient f, même pour les roues dont les dents sont parfaitement graissées, conserve une assez grande valeur, car la pression par unité de surface est généralement très forte; le plus souvent on peut adopter la valeur $f = 0{,}15$; toutefois, pour les roues neuves et celles qui ne sont pas graissées, f s'élève à 0,20 ou 0,25, et même au delà. Dans les formules on doit prendre le signe —, lorsqu'une des roues (Z_1) est à denture intérieure.

1er Exemple. *Dans une paire de roues, ayant toutes les deux sept dents, à profils cycloïdaux,* $\varepsilon = 1{,}225$. *En prenant* $f = 0{,}15$, *la formule* (191 *a*) *donne, pour la perte de travail par le frottement :* $p_r = 3{,}14 \,.\, 0{,}15 \,.\, 2 \,.\, 1{,}225 : 2{,}7 = 0{,}08245$, *soit* $8\,{}^1/_4$ *p.* % *du travail transmis.*

2e Exemple. *Denture à profils cycloïdaux* $Z = Z_1 = 40$. *Dans ce cas* $\varepsilon = 1{,}44$ *et on a :* $p_r = 3{,}14 \,.\, 0{,}15 \,.\, 2 \,.\, 1{,}44 : 2 \,.\, 40 = 0{,}016995$ *ou* 1,7 *p.* %

3e Exemple. *Denture à profils cycloïdaux,* $Z = 7$, $Z_1 = -60$ (*roue à denture intérieure*). *On a alors* $\varepsilon = 1{,}40$ *et, par suite,*

$$p_r = 3{,}14 \,.\, 0{,}15 \,.\, 0{,}7 \,({}^1/_7 - {}^1/_{60}) \text{ ou } 4{,}2 \text{ p } \%.$$

4e Exemple. *Denture à profils cycloïdaux.* $Z = 7$, $Z_1 = \infty$ (*crémaillère*). *Dans ce cas* $\varepsilon = 1{,}37$ *et* $p_r = 3{,}14 \,.\, 0{,}15 \,.\, 1{,}37 \,({}^1/_7 + 0) : 2$ *ou* 4,6 *p* %.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

5e Exemple. *Denture à fuseaux.* $Z=6, Z_1=24$. *On trouve dans ce cas* $\varepsilon=1\,{}^1/_6$ (*voir la figure* 583) *et la formule* (191 *c*) *donne alors :* $p_r=3{,}14.0{,}15.{}^7/_6.5:24$, *soit* 11,4 *p.* $^0/_0$.

6e Exemple. *Denture à développantes.* $Z=Z_1=40$. *On a alors :* $\varepsilon=1{,}92$ *et la formule* (191 *b*) *donne :* $p_r=3{,}14.0{,}15.2.0.66.1{,}92:40=0{,}03$, *soit* 3 *p.* $^0/_0$, *valeur presque double de celle du* 2e *Ex.*

On peut conclure de là que, pour les trois genres de dentures, le maximum de perte par le frottement correspond aux fuseaux et le minimum aux profils cycloïdaux.

L'usure des dents ne dépend pas seulement de la valeur du coefficient de frottement, mais encore de la pression mutuelle des dents aux différents points et du rapport des longueurs des parties frottantes des profils des dents des deux roues. Il est évident, d'après cela, que, dans les dents à pression constante, l'usure n'est pas nécessairement, par cela même, égale pour tous les points, et c'est une grave erreur de supposer, comme on le fait souvent, que, dans les dentures à développantes (où la pression est constante), l'usure ne modifie pas la forme des dents. C'est, au contraire, pour ce genre de denture que les déformations, dues à l'usure, se trouvent être relativement les plus considérables, puisque, dans ce cas, la partie du flanc d'une dent qui est soumise au frottement, à l'intérieur du cercle primitif, est particulièrement petite relativement à celle de la tête de l'autre dent qui frotte sur elle. On a, du reste, souvent l'occasion de vérifier, dans la pratique, l'exactitude de cette remarque ; de deux roues engrenant ensemble et munies de dents à développantes, la plus petite (le pignon) présente fréquemment des creux d'une assez grande profondeur, dans la partie du profil située à l'intérieur du cercle primitif. Au point de vue de l'usure, le système de denture le plus avantageux est encore celui des profils cycloïdaux.

Il nous reste, en terminant, à faire remarquer qu'on peut tracer géométriquement la perte de travail due au frottement et que nous venons de calculer. A cet effet, on forme les différences des parties frottantes des profils, on les divise par les cordes correspondantes des arcs d'engrènement, on multiplie chaque quotient par le rapport de l'arc d'engrènement qui lui correspond à la longueur totale d'engrènement, on fait la somme de ces quotients et on la multiplie par le coefficient de frottement. Le résultat est la perte de travail p_r. Dans les dentures par développantes, les cordes se confondent précisément avec les segments de la ligne d'engrènement. La même règle fournit également la valeur de p_r pour les dentures à fuseaux. Cette règle donne au dessinateur le moyen de tracer au compas, sur son dessin, la perte de frottement correspondant au système de denture qu'il a adopté.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 214.

Avantages et inconvénients des différents systèmes de dentures.

Les deux systèmes principaux de dentures pour roues d'assortiment présentent chacun des avantages et des inconvénients.

Dentures à profils cycloïdaux. — Un des grands avantages de ce système consiste en ce que, pour des roues d'égale grandeur, la limite du nombre des dents peut être abaissée jusqu'à 7, tandis que, dans le système à développantes, pour les roues de même grandeur, la limite inférieure est 14, et, pour les roues inégales, de 11 sur la plus petite. Avec les profils cycloïdaux, la perte de travail, due au frottement, est relativement très faible, et l'usure ne modifie que très légèrement la forme des dents. Un inconvénient, d'ailleurs assez faible, est la double courbure (en forme d'un S) que doivent présenter les profils et qui rend leur exécution un peu plus difficile. Un second inconvénient tient à ce que l'écartement des axes des deux roues engrenant ensemble ne peut pas être modifié sensiblement, sans altérer la régularité de la transmission.

Dentures à développantes. — Les avantages les plus importants de ce système tiennent, en premier lieu, à la forme simple des dents et, en second lieu, à ce que les axes des deux roues peuvent être légèrement déplacés, sans que ces roues cessent d'engrener convenablement. Mais ces avantages sont compensés, du moins pour les roues d'un petit nombre de dents, par l'inconvénient que nous avons signalé précédemment et qui consiste en ce que, dans ce cas, la tête de la dent d'une des roues doit décrire, par rapport à la dent qui engrène avec elle, ou, plus exactement, par rapport à son flanc droit, un chemin tel qu'elle lui communique forcément une vitesse irrégulière. Cet inconvénient peut d'ailleurs être corrigé, en écartant les axes des deux roues d'une quantité assez forte pour que, dans ces deux roues, les dents viennent au moins sortir en même temps de la ligne d'engrènement. Il en résulte que cette denture fournit par elle-même le moyen de corriger un de ses défauts; toutefois, lorsqu'il s'agit de transmissions importantes et où l'on a à redouter des chocs assez fréquents, il convient d'éviter de marcher avec des roues ainsi écartées, surtout lorsque le nombre des dents est peu considérable.

La denture par développantes ne doit donc, en général, être recommandée que pour les roues d'un grand nombre de dents (celles où le

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

pignon n'en a pas moins de 30), car, dans ce cas, on peut utiliser convenablement les propriétés qu'elle présente, tandis que, pour les engrenages où des conditions spéciales conduisent à l'emploi de pignons d'un diamètre aussi faible que possible, il est indispensable de recourir à l'emploi des profils cycloïdaux. Ce dernier système de denture est d'ailleurs excellent, comme nous l'avons dit, pour les roues d'un grand nombre de dents, et il présente de très sérieux avantages au point de vue du frottement et de l'usure. Son emploi est à recommander dans les usines de construction, pour les roues d'assortiment et, en particulier, pour les roues droites. Pour les autres roues et pour les roues coniques, qui ne sont pas ordinairement des roues d'assortiment, la denture par développantes est peut-être préférable, en raison de la forme plus simple des dents.

Les dentures à point, ainsi que celles qui ont été désignées sous le nom de dentures mixtes, rendent, comme nous l'avons dit, d'assez grands services dans quelques cas particuliers, pour les appareils d'élévation, par exemple, et d'autres encore, où l'on fait usage de roues à dents en fer et en acier. La denture à cames peut aussi être utilisée avec avantage, en ce qu'elle permet d'employer des roues d'un nombre de dents plus faible que les autres et de réduire, par suite, les dimensions des roues.

Les roues boucliers ont des applications assez limitées; elles se rencontrent cependant dans un certain nombre de mécanismes ; nous aurons, du reste, l'occasion d'y revenir plus loin.

B. TRACÉS DES DENTS DES ROUES CONIQUES

§ 215.

Généralités sur les dents des roues coniques.

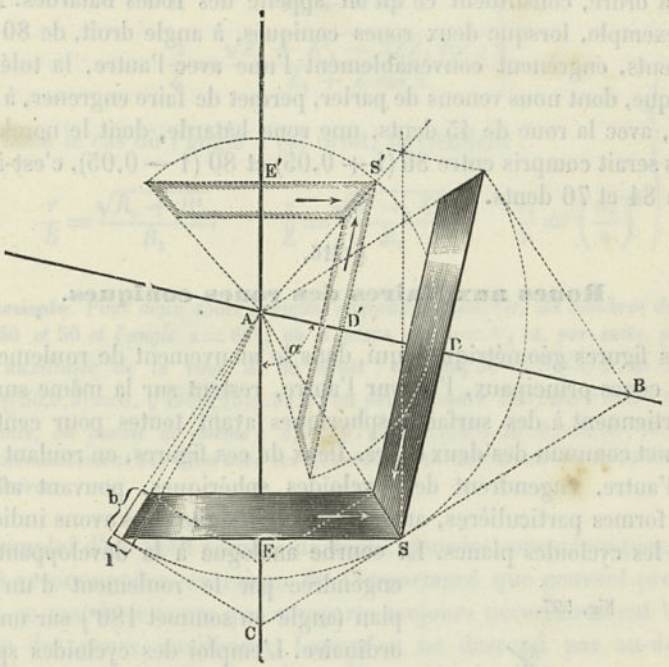
Dans les roues coniques, les cercles proportionnels aux vitesses se trouvent situés sur les deux cônes principaux dont les sommets coïncident avec le point d'intersection des axes géométriques de ces roues. Nous prendrons, comme cercles primitifs, les deux cercles proportionnels *SD* et *SE*, figure 596, qui forment les bases des deux cônes. Les longueurs des dents se mesurent, pour chaque roue, sur le cône supplémentaire du cône principal correspondant; *SB* et *SC* sont les génératrices des deux cônes supplémentaires, la ligne *BC* étant supposée perpendiculaire à *AS*. Les longueurs des dents sont alors comptées suivant *SB* et *SC*, la largeur suivant *SA* et l'épaisseur sur

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

les cercles primitifs; les dents sont des pyramides, ayant pour sommet commun le point A.

Pour déterminer les rayons SD et SE des cônes principaux, il suffit de diviser l'angle α des axes des roues par la génératrice de contact SA, de telle manière que les perpendiculaires SD et SE, abaissées d'un point S de cette ligne sur les axes, soient directement proportionnelles aux nombres de dents des roues, ou inversement proportionnelles aux nombres de tours, c'est-à-dire de telle sorte qu'on ait :

Fig. 596.



$SD : SE = Z : Z_1 = n_1 : n$. On voit par là que le problème comporte deux solutions, suivant que la ligne de division est menée à l'intérieur de l'angle α ou de l'angle supplémentaire, en d'autres termes, suivant qu'on considère, comme angle des axes, l'angle α ou son supplément. La différence entre ces deux solutions consiste en ce que, pour un même sens de rotation de l'arbre moteur, l'arbre mené tourne à droite, dans l'un des cas, et à gauche, dans l'autre (fig. 596). L'une de ces solutions peut donner une roue à denture intérieure : c'est ce qui arrive lorsqu'on a $n_1 : n < \cos a$.

Si des roues coniques doivent être des roues d'assortiment (V. § 200), il faut, non seulement que le pas soit le même, mais encore que la

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

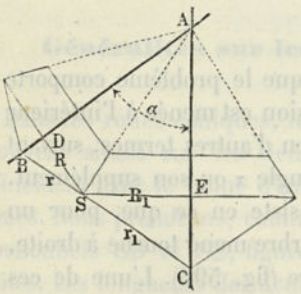
génératrice de contact (*AS*, fig. 596) ait la même longueur pour toutes les roues. Cette dernière condition est très rarement remplie et, par suite, des roues coniques, ayant le même pas et le même genre de denture, ne jouissent pas généralement de la propriété d'engrener convenablement les unes avec les autres. Du reste, dans la pratique, on considère comme admissibles, c'est-à-dire comme pouvant engrener suffisamment l'une avec l'autre, des roues établies avec des longueurs de lignes de contact dont la différence ne dépasse pas 5 p. %. Les roues, qui, pour un même angle des axes, sont disposées avec une différence de cet ordre, constituent ce qu'on appelle des roues bâtardes. Ainsi, par exemple, lorsque deux roues coniques, à angle droit, de 80 et de 45 dents, engrènent convenablement l'une avec l'autre, la tolérance pratique, dont nous venons de parler, permet de faire engrener, à angle droit, avec la roue de 45 dents, une roue bâtarde, dont le nombre de dents serait compris entre 80 (1 + 0,05) et 80 (1 — 0,05), c'est-à-dire entre 84 et 76 dents.

§ 216.

Roues auxiliaires des roues coniques.

Les figures géométriques, qui, dans le mouvement de roulement de deux cônes principaux, l'un sur l'autre, restent sur la même surface, appartiennent à des surfaces sphériques ayant toutes pour centre le sommet commun des deux cônes. Deux de ces figures, en roulant l'une sur l'autre, engendrent des cycloïdes sphériques, pouvant affecter cinq formes particulières, analogues à celles que nous avons indiquées pour les cycloïdes planes. La courbe analogue à la développante est engendrée par le roulement d'un cône plan (angle au sommet 180°) sur un cône ordinaire. L'emploi des cycloïdes sphériques, pour les profils de dents des roues coniques, présenterait, dans la pratique, de très grandes difficultés. Aussi se borne-t-on à recourir à un procédé approximatif, qui a été indiqué par *Tredgold* et qui donne des formes de dents très admissibles. Ce procédé consiste à reporter, aux extrémités des surfaces développées des cônes supplémentaires, les profils de dents correspondant à des roues auxiliaires, considérées comme roues droites, et à joindre les divers points, ainsi obtenus, au sommet commun des cônes.

Fig. 597.



IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Les roues auxiliaires de deux roues coniques R et R_1 (fig. 597) sont les roues droites de même pas, dont les rayons r et r_1 sont les génératrices BS et CS des cônes supplémentaires.

Pour une valeur donnée α de l'angle des axes, le rayon r et le nombre de dents z d'une roue auxiliaire se déduisent des valeurs connues des rayons R et R_1 des roues coniques et de leurs nombres de dents Z et Z_1, au moyen des formules suivantes :

$$\left.\begin{aligned} \frac{r}{R} &= \frac{\sqrt{R^2 + R_1^2 + 2RR_1 \cos\alpha}}{R_1 + R\cos\alpha} \\ \frac{z}{Z} &= \frac{\sqrt{Z^2 + Z_1^2 + 2ZZ_1 \cos\alpha}}{Z_1 + Z\cos\alpha} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad \left.\begin{aligned} &\\ &\\ &\\ &\end{aligned}\right\} \quad (192)$$

qui, dans le cas où l'angle α est droit, deviennent :

$$\frac{r}{R} = \frac{\sqrt{R_2 + R^2_1}}{R_1}, \qquad \frac{z}{Z} = \frac{\sqrt{Z^2 + Z^2_1}}{Z_1}, \qquad \frac{r_1}{r} = \left(\frac{n_1}{n}\right)^2$$

Exemple. *Pour deux roues coniques engrenant ensemble, les nombres de dents sont* 30 *et* 50 *et l'angle* $\alpha = 60^0$; *on a alors cos* $\alpha = {}^1/_2$ *et, par suite, pour la roue auxiliaire de la roue de* 30 *dents :* $z = 30\sqrt{30^2 + 50^2 + 2.30.50.0{,}5} : (50 + 30.0{,}5) = 6.\sqrt{4900} : 13 = 32.5$; *on peut prendre* 32. *Pour l'autre roue de* 50 *dents, on aurait de même :* $z_1 = 50.\sqrt{4900} : (30 + 50.0{,}5 = 50.70 : 55$, *ou approximativement* 64. *C'est avec ces éléments qu'on doit tracer les dents des roues auxiliaires.*

L'emploi d'un petit nombre de dents, pour les roues coniques, n'est pas à recommander, en raison de l'importance que peuvent prendre, dans ce cas, les erreurs que comporte toujours nécessairement la méthode des roues auxiliaires. Lorsqu'on ne descend pas au-dessous de 24, pour le nombre des dents d'une roue conique, sa roue auxiliaire en a au moins 28, et on peut alors adopter la denture par développantes. Les facilités qu'elle présente pour l'exécution des dents la rendent, dans ce cas, préférable à toutes les autres, malgré les petits inconvénients auxquels elle donne lieu. Comme les erreurs d'exécution, dans la denture des roues coniques, sont encore plus à redouter que pour les roues droites, il convient de prendre toujours, autant que possible, un nombre de dents assez considérable.

La perte de travail, due au frottement, dans les roues coniques, est sensiblement la même que celle de leurs roues auxiliaires.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 217.

Roue plane.

Les roues coniques à denture intérieure ne sont pas admissibles au point de vue pratique, car l'exécution de leurs modèles et leur ajustage présenteraient beaucoup plus de difficultés que pour les roues ordinaires. Nous devons cependant signaler un cas limite intéressant, qui tient le milieu entre ces deux genres de roues. Si l'on suppose que le rapport des vitesses des deux roues coniques soit numériquement égal à *cos* α, on voit que, dans l'une des solutions indiquées précédemment, le cône principal de l'une des roues (*SE* dans la figure 598) se transforme en un cône plan. La roue conique correspondante devient alors ce qu'on peut appeler une roue plane. Le cône supplémentaire

Fig. 598.

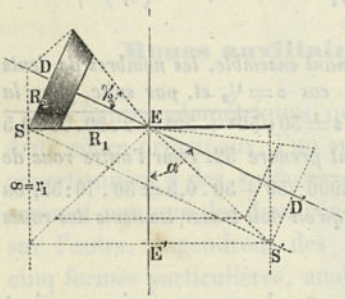
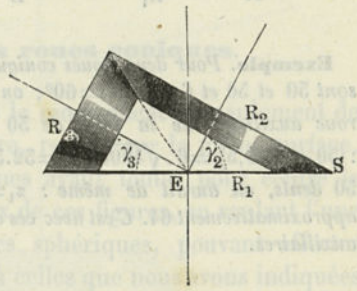


Fig. 599.



est un cylindre et le rayon de sa roue auxiliaire devient infini, c.-à-d. que la forme des dents doit être celle des dents d'une crémaillère.

Avec le tracé par développantes, cette dernière forme est particulièrement simple, de telle sorte que la construction de la roue plane mérite, à ce point de vue, d'attirer l'attention.

Le rapport des vitesses angulaires est, comme nous l'avons dit :

$$\frac{R_2}{R_1} = \cos \alpha. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (195)$$

ce qui, pour $\alpha = 60^0$, par exemple, conduit à $R_2 = {}^1/_2 R_1$.

On voit que, pour une valeur déterminée de l'angle des axes, l'emploi de la roue plane ne permet qu'un rapport unique des vitesses angulaires. Ce rapport peut également s'exprimer en fonction du demi-angle au sommet γ_2 de la roue R_2, et on a $R_2 : R_1 = \sin \gamma_2$.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Il convient de remarquer que deux roues coniques d'une même paire de roues peuvent engrener séparément avec la même roue plane. En supposant que ces deux roues R_2 et R_3 (fig. 599) aient leurs axes rectangulaires et que leurs angles au sommet soient γ_2 et γ_3, le rapport des vitesses angulaires est $R_2 : R_3 = tg.\gamma_2 = cotg.\gamma_3$, et on a pour :

$\frac{R_2}{R_3} = tg\gamma_2 =$	$^1/_4$	$^1/_3$	$^1/_2$	$^3/_4$	1	$^4/_3$	2	3	4
$\gamma_2 =$	14°	18°,50	26°,40	36°,50	45°	53°,10	63°,20	71°,50	76°
$\frac{R_2}{R_1} = sin\gamma_2 =$	0,242	0,317	0,449	0,600	0,707	0,800	0,894	0,948	0,970.

Chacune des deux roues R_2 et R_3 ne peut, à vrai dire, être employée avec la roue plane R_1 qu'autant que les nombres de dents permettent de réaliser, avec une approximation suffisante, le rapport $sin\gamma_2$. Bien que très limitée dans son emploi, la roue plane peut cependant être utilisée, avec avantage, dans certains cas particuliers, puisqu'elle fournit une solution d'une exécution très facile (1).

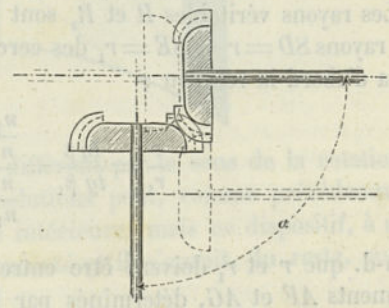
C. ENGRENAGES HYPERBOLOIDES.

§ 218

Corps primitifs des engrenages hyperboloïdes.

Les engrenages hyperboloïdes, ou hyberboliques, sont destinés à relier des arbres dont les axes se croisent sans se couper; le contact des dents ayant lieu suivant une ligne, ces engrenages rentrent dans la classe des engrenages de force (V. p. 565). Leurs corps primitifs sont des hyperboloïdes de révolution, qui se touchent suivant une génératrice commune, qu'on peut déterminer de la manière suivante :

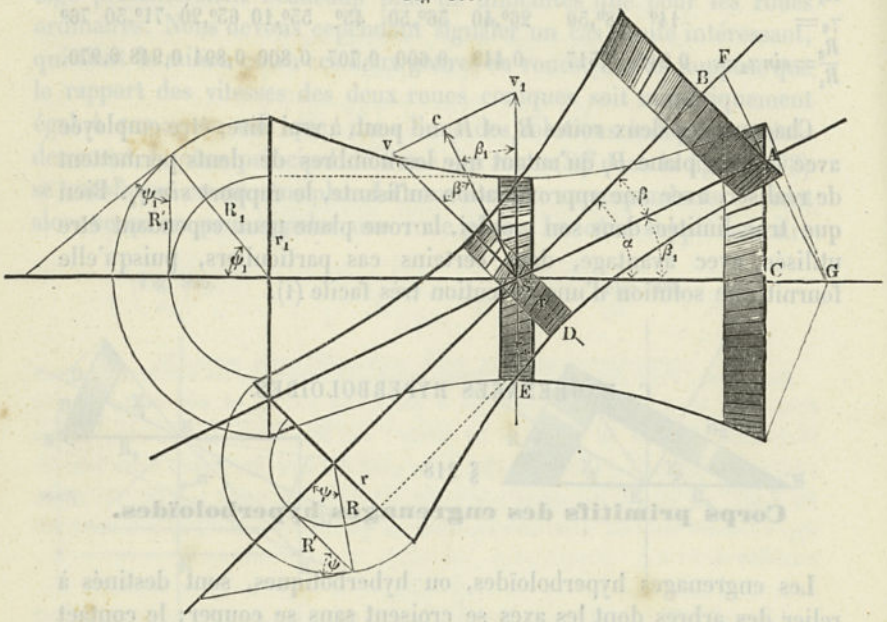
(1) Les roues universelles, proposées par le professeur *Beylich*, en 1866, étaient destinées à remplacer les roues coniques dans tous les cas où l'angle des axes est soumis à de fréquentes variations. Elles devaient servir à relier des arbres, dont l'angle pouvait varier de 0° à 180°. Ces roues que représente la figure ci-contre sont des segments dentés de globoïdes de III cl. (V. § 224), avec des dents et des vides alternés dans la direction des méridiens. Les applications de ce genre de roues paraissent être assez rares (V. la fin du § 211).



IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Dans la figure 600, qui est une projection faite normalement à la plus courte distance des axes, partageons l'angle d'inclinaison α de ces axes en deux autres, β et β_1, de telle sorte que les perpendiculaires AB et AC, abaissées sur leurs directions d'un point quelconque A de la ligne de division SA, soient inversement proportionnelles aux nombres de tours des roues. SA est alors la génératrice de contact des deux

Fig. 600.



hyperboloïdes; $AB = R'$ et $AC = R'_1$ représentent les projections des rayons des deux sections normales faites par le point A, et on a :

$$\frac{R'}{R'_1} = \frac{\sin\beta}{\sin\beta_1} = \frac{n_1}{n} = \frac{Z}{Z_1}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (194)$$

Les rayons véritables R et R_1 sont encore à déterminer, ainsi que les rayons $SD = r$ et $SE = r_1$ des cercles de gorge. Entre ces derniers on a d'abord la relation :

$$\frac{r}{r_1} = \frac{tg\,\beta}{tg\,\beta_1} = \frac{\dfrac{n_1}{n} + \cos\alpha}{\dfrac{n}{n_1} + \cos\alpha}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (195)$$

c.-à-d. que r et r_1 doivent être entre eux dans le rapport des deux segments AF et AG, déterminés par les projections des axes sur la

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

droite FG, menée par le point A perpendiculairement à la génératrice de contact. En désignant par a la plus courte distance de ces axes, on a :

$$\frac{r}{a} = \frac{1 + \frac{n}{n_1}\cos\alpha}{1 + 2\frac{n}{n_1}\cos\alpha + \left(\frac{n}{n_1}\right)^2}, \qquad \frac{r_1}{a} = \frac{1 + \frac{n_1}{n}\cos\alpha}{1 + 2\frac{n_1}{n}\cos\alpha + \left(\frac{n_1}{n}\right)^2}. \quad (196)$$

Les rayons R et R_1 étant les hypoténuses des triangles, dont les côtés sont respectivement R' et r, R'_1 et r_1, ont pour valeurs :

$$R = \sqrt{R'^2 + r^2}, \qquad R_1 = \sqrt{R'^2_1 + r_1^2}. \quad . \quad . \quad . \quad (197)$$

R' et R'_1 sont connus, d'après ce qui précède, lorsqu'on se donne la longueur $SA = l$. Les angles β et β_1 sont déterminés par les relations :

$$tg\,\beta = \frac{\sin\alpha}{\frac{n}{n_1} + \cos\alpha}, \qquad tg\,\beta_1 = \frac{\sin\alpha}{\frac{n_1}{n} + \cos\alpha}. \quad . \quad . \quad . \quad (198)$$

De même que dans le cas des roues coniques, le problème comporte deux solutions, suivant que la ligne SA est menée à l'intérieur de l'angle α ou à l'extérieur (c'est-à-dire dans l'angle supplémentaire),

Fig. 601.

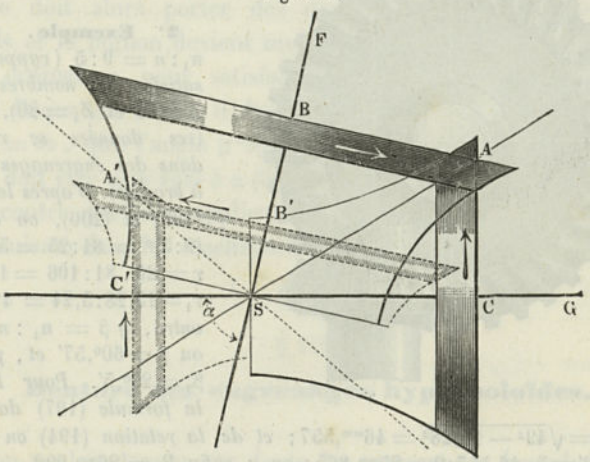


figure 601. Ces deux solutions diffèrent par le sens de la rotation de la roue menée. L'une de ces solutions peut, comme précédemment, conduire à une roue à denture intérieure; mais ce dispositif, à notre connaissance, n'a jamais été exécuté et il n'aurait, du reste, aucune valeur pratique.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Lorsque l'angle d'inclinaison α est égal à 90°, on a :

$$\frac{r}{r_1} = tg^2\beta = \left(\frac{n_1}{n}\right)^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (199)$$

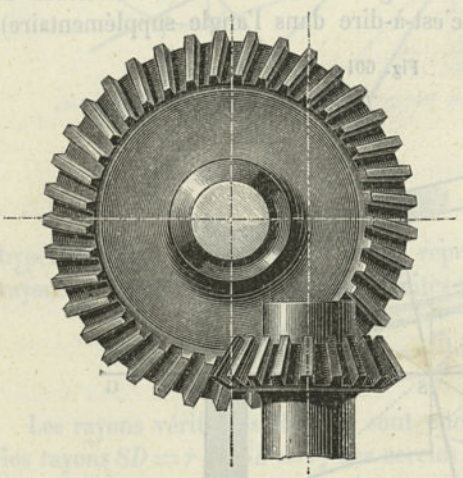
et

$$\frac{r}{a} = \frac{n_1^2}{n^2 + n_1^2}, \qquad \frac{r_1}{a} = \frac{n^2}{n^2 + n_1^2}, \qquad tg\,\beta = \frac{n_1}{n}. \quad . \quad (200)$$

Les corps primitifs des deux engrenages sont deux zones correspondantes des deux hyperboloïdes. Lorsque la distance des axes est faible, on ne peut pas le plus souvent utiliser, à cet effet, les zones comprenant les cercles de gorge et on doit recourir à des zones situées à une certaine distance, lesquelles peuvent ordinairement être remplacées, avec une approximation suffisante, par de simples troncs de cônes.

1er Exemple. $\alpha = 40°$, $n_1 : n = 1:2$ (*V. Ex. I*, § 221), $a = 100^{mm}$. *On a, dans ce cas,* $R' : R_1' = 1:2$; $r : r_1 = (0{,}5 + cos\,40°) : (2 + cos\,40°) = 1{,}266 : 2{,}766 = 0{,}4577$ *et* $a : r = (1 + 2\,cos\,40°) : (1 + 2\,.\,2\,cos\,40° + 4) = 2{,}532 : 8{,}064 = 0{,}31398$, *d'où l'on tire :* $r = 31^{mm},398$ *et* $r_1 = 68^{mm},602$. *On a en outre,* $tg\,\beta = sin\,40° : (2 + cos\,40°) = 0.6428 : 2{,}766 = 0{,}232393$, *d'où* $\beta = 13°,5'$ *et* $\beta_1 = 40° - \beta = 26°,55'$. *Pour la distance* $SA = l = 200^{mm}$, *on a* $R' = l\,sin\,13°,5' = 200\,.\,0{,}226368 = 45^{mm},27$ *et* $R'_1 = 200\,.\,sin\,26°,55' = 200\,.\,0{,}452634 = 90^{mm},04$; *enfin* $R = \sqrt{R'^2 + r^2} = 55^{mm},10$ *et* $R_1 = \sqrt{R'^2_1 + r_1^2} = 115^{mm},59$.

Fig. 602.



2e Exemple. $\alpha = 90°$, $n_1 : n = 9:5$ (*rapport auquel satisfont les nombres de dents* $Z = 36$ *et* $Z_1 = 20$), $a = 20^{mm}$ (*ces données se rencontrent dans des engrenages de bancs à broches*). *D'après les formules* (199) *et* (200), *on a* $r : r_1 = (9:5)^2 = 81:25 = 3{,}24$, *puis* $r = 20\,.\,81:106 = 15^{mm},28$ *et* $r_1 = 15{,}28 : 3{,}24 = 4^{mm},72$. *En outre,* $tg\,\beta = n_1 : n = 1{,}80$, *ou* $\beta = 60°,57'$ *et, par suite,* $\beta_1 = 29°,5'$. *Pour* $R = 49^{mm}$, *la formule* (197) *donne* $R' = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{49^2 - 15{,}28^2} = 46^{mm},557$; *et de la relation* (194) *on tire alors* $R'_1 = {}^5/_9\,R' = 5\,.\,46{,}557 : 9 = 25^{mm},865$; *on a enfin* $R_1 = 26^{mm},292$.

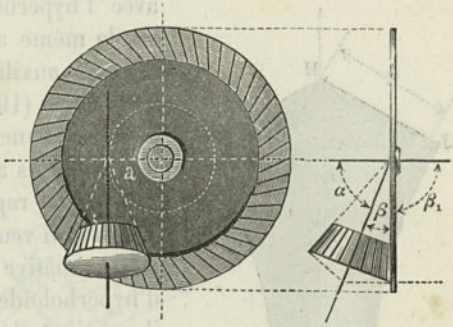
La figure 602 *donne, à demi-grandeur d'exécution, l'engrenage correspondant aux dimensions précédentes. D'après la table du* § 202, *le pas est, pour la grande roue,* $t = R : 5{,}75 = 49 : 5{,}73 = 8^{mm},55$ *et, pour la petite,* $t_1 = 26{,}29 : 3{,}18 = 8^{mm},27$.

3e Exemple. $\alpha = 90°$, $n_1 : n = 1$. *On trouve alors,* $\beta = 45°$, $r = r_1$, $R = R_1$; *les deux hyperboloïdes sont, dans ce cas, congruents* (*V. 4e Ex.* § 221).

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

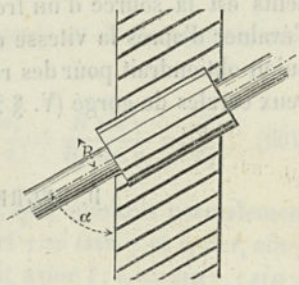
4° Exemple. *Dans le cas particulier où le rapport $n_1 : n$ est numériquement égal à $\cos\alpha$ et où la ligne de division, qui détermine l'angle β, se trouve située dans l'angle supplémentaire de α, de telle sorte qu'en tenant compte du signe, on ait $n_1 : n = -\cos\alpha$, l'un des corps primitifs se réduit à un cône et l'autre à un hyperboloïde plan, figure 603. Cette roue plane hyperboloïde correspond à la roue plane dans les engrenages coniques* (§ 217) *et peut engrener avec un roue conique ordinaire; elle n'offre, du reste, pas grand avantage pratique, car la roue plane s'oppose à la prolongation de l'arbre de la roue conique. Pour $\alpha = 60^0$, $n_1 : n = -1/2 = -\cos 60^0$, on obtient la roue plane. Dans ce cas, on a : $tg\,\beta = 1/3\sqrt{3}$ ou $\beta = 30^0$, $tg\,\beta_1 = \infty$ ou $\beta_1 = 90^0$; $R' : R'_1 = \sin 30^0 : \sin 90^0 = 0{,}5$; $r = o$, $r_1 = a$, $R = R'$, $R_1 = \sqrt{R'^2_1 + a^2} = \sqrt{4R^2 + a^2}$. Si $n_1 : n$ était négatif et $< \cos\alpha$, on obtiendrait une roue hyperboloïde à denture intérieure.*

Fig. 603.



Avec les engrenages hyperboloïdes, on peut obtenir également, comme cas limite, l'engrènement d'une crémaillère avec un pignon. La crémaillère doit alors porter des dents obliques et le pignon devient une roue droite ordinaire; pour satisfaire, en effet, à l'équation (195), il faut, puisque $r_1 = \infty$, que l'angle β soit égal à O et β_1 doit être pris égal à α (fig. 604). On rencontre quelques applications de ce mécanisme dans les machines-outils.

Fig. 604.



§ 219.

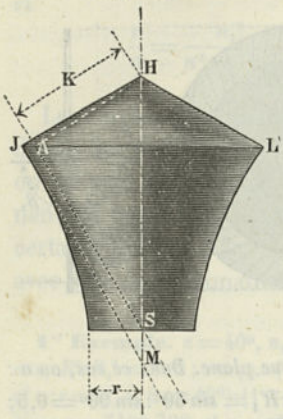
Denture des engrenages hyperboloïdes.

Si l'on voulait donner aux dents des engrenages hyperboloïdes des formes parfaitement rigoureuses, on rencontrerait de grandes difficultés d'exécution; mais on peut se contenter, comme pour les roues coniques, d'une forme approximative. Dans ce cas, pour déterminer les dents d'un engrenage hyperboloïde, on commence par tracer le cône supplémentaire de la zone d'hyperboloïde qu'on doit utiliser; le

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

sommet H de ce cône (fig. 605) s'obtient en menant une perpendiculaire AH à la génératrice SA, parallèle au plan de la figure. On arrive à des formes rigoureuses pour les dents, si, avec l'hyperboloïde primitif, on construit, sur la même arête de contact, deux hyperboloïdes auxiliaires, qui satisfont aussi aux conditions (198) et (199) et si l'on prend, pour les flancs des dents, les surfaces que décrivent les arêtes des hyperboloïdes auxiliaires, par rapport à l'hyperboloïde primitif. Si l'on veut se contenter d'une solution approximative en substituant à la zone d'hyperboloïde utilisée un tronc de cône, il convient de déterminer convenablement le sommet de ce cône. A cet effet, on fait tourner la génératrice SA autour de l'axe HS, jusqu'à ce que le point A vienne coïncider avec le point J; la projection de la génératrice, dans cette position, détermine, par son intersection avec HS, le sommet cherché M du cône.

Fig. 605.



Dans les engrenages hyperboloïdes, le glissement des flancs des dents est la source d'un frottement considérable. Ce frottement peut s'évaluer d'après la vitesse de glissement c', laquelle est égale à celle qu'on obtiendrait pour des roues héliçoïdales qui correspondraient aux deux cercles de gorge (V. § 220).

D. ENGRENAGES HÉLIÇOIDAUX

§ 220.

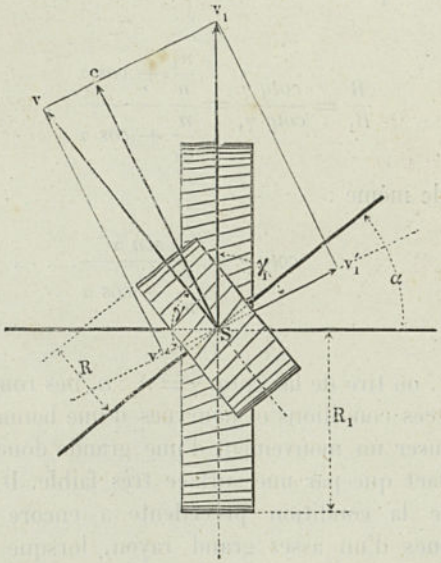
Roues cylindriques à dents héliçoïdales.

Les roues cylindriques à dents héliçoïdales peuvent, comme les roues hyperboloïdes, être utilisées pour la transmission du mouvement entre deux arbres qui se croisent sans se couper et, dans quelques cas, elles sont plus avantageuses à divers points de vue. Elles jouissent, d'ailleurs, d'un certain nombre de propriétés remarquables. Dans les roues A et B de la figure 606, les dents sont constituées par des hélices à gauche. Les angles d'inclinaison γ et γ_1 de ces hélices sont déterminés de manière qu'au point d'engrènement, les lignes héliçoïdales situées sur les cylindres primitifs aient une tangente commune,

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

c'est-à-dire qu'en désignant par α l'angle des axes on doit avoir $\gamma + \gamma_1 + \alpha = 180°$. Si l'on décompose les vitesses à la circonférence v

Fig. 606.



et v_1 suivant les directions de chaque tangente et de la normale correspondante, on obtient :

$$\frac{v_1}{v} = \frac{\sin\gamma}{\sin\gamma_1} \quad \text{et, par suite,} \quad \frac{n_1}{n} = \frac{R\sin\gamma}{R_1\sin\gamma_1} = \frac{Z}{Z_1}. \qquad (201)$$

D'un autre côté, comme les pas des dents, qui, mesurés normalement à la direction des hélices, ont pour valeurs $\tau = t\sin\gamma$ et $\tau_1 = t_1\sin\gamma_1$ doivent être égaux, il en résulte qu'on doit avoir $t : t_1 = \sin\gamma_1 : \sin\gamma$.

En vertu des composantes v' et v'_1 des vitesses, les flancs des dents de l'une des roues glissent sur ceux de l'autre avec une vitesse relative

$$c' = v' + v'_1 = c(\cot g\,\gamma + \cot g\,\gamma_1). \quad . \quad . \quad . \quad (202)$$

La conséquence de ce glissement est une perte de travail et de l'usure. Ces effets sont réduits au minimum, quand v' et v'_1 ont la même valeur, c'est-à-dire quand $\gamma = \gamma_1$.

Relativement au choix de γ et de γ_1 on peut s'imposer la condition que les tangentes aux deux lignes héliçoïdales restent aussi rapprochées que possible l'une de l'autre, un peu avant et un peu après le point où elles se trouvent coïncider complètement.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

C'est là une condition analogue à celle que nous aurions pu formuler plus haut (§ 218), relativement aux génératrices de contact des roues hyperboloïdes, et nous sommes, dès lors, conduits à la relation suivante, déjà donnée, pour ces roues, sous une forme un peu différente :

$$\frac{R}{R_1} = \frac{cotg\,\gamma}{cotg\,\gamma_1} = \frac{\frac{n_1}{n} + cos\,\alpha}{\frac{n}{n_1} + cos\,\alpha} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (203)$$

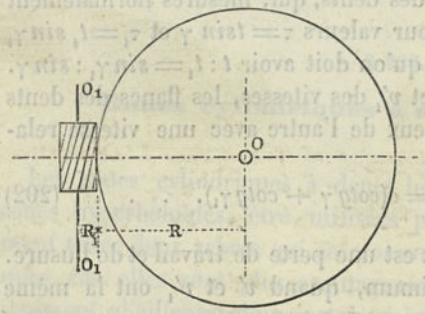
nous trouvons de même :

$$cotg\,\gamma = \frac{sin\,\alpha}{\frac{n}{n_1} + cos\,\alpha} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (204)$$

Pour $\alpha = 90°$, on tire de là : $cotg.\,\gamma = n_1 : n$. Des roues héliçoïdales, exécutées dans ces conditions et pourvues d'une bonne denture, sont de nature à assurer un mouvement d'une grande douceur, mais elles ne sont en contact que par une surface très faible. D'un autre côté, l'observation de la condition précédente a encore l'inconvénient d'exiger des roues d'un assez grand rayon, lorsque le rapport de transmission a une valeur quelque peu différente de 1, et notamment lorsque α est un angle droit.

Exemple. *On doit avoir* $n_1 : n = 5$, *avec* $\alpha = 90°$. *D'après les formules* (203) *et* (204), *on doit prendre* $R : R_1 = (n_1 : n)^2 = 9$ *et* $cotg.\,\gamma = n_1 : n = 5$, *ce qui donne* $\gamma = 18°,26'$ *et, par suite,* $\gamma_1 = 71°,34'$. *La figure* 607 *indique les dimensions proportionnelles, lesquelles laissent déjà à désirer, bien que le rapport de transmission ne soit que* 5. *La vitesse de glissement* $c' = c\,(5 + 0{,}333) = 5\,{}^1/_3\,c$. *La faiblesse de l'angle* γ *permet difficilement d'employer la petite roue comme roue menante. Ces inconvénients deviennent encore plus prononcés, lorsque le rapport de transmission augmente. Ainsi, par exemple, pour* $n_1 : n = 5$ *et* $n_1 : n = 10$, *les valeurs de* $R : R_1$ *sont respectivement* 25 *et* 100 *et les valeurs de* γ, $11°\,{}^1/_6$ *et* $5°\,{}^2/_3$. *On ne doit pas aussi oublier de remarquer que, pour tailler les dents des roues sur le tour, on rencontre de très grandes difficultés à réaliser, au moyen des roues de rechange de l'appareil, les vitesses correspondant rigoureusement aux angles d'inclinaison* γ *et* γ_1.

Fig. 607.



IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 221.

Roues héliçoïdales de forme approchée.

Si des deux conditions exprimées par les formules (201) et (203) on ne retient que la première, on arrive à éviter une partie des difficultés précédemment signalées et à obtenir cependant des roues susceptibles d'être utilisées. Afin de leur assurer une marche régulière, on doit, d'ailleurs, suivre, pour leur construction, l'un des trois procédés suivants : (*a*) donner aux deux roues des formes qui présentent de faibles écarts avec la forme héliçoïdale; (*b*) donner à l'une des roues rigoureusement la forme héliçoïdale, en reportant tous les écarts sur l'autre; (*c*) laisser à l'usure le soin de modifier peu à peu la forme primitive des dents et de l'amener à une forme se rapprochant assez de la forme héliçoïdale pour qu'il en résulte une marche régulière. La possibilité de simplifier ainsi la construction des roues héliçoïdales a eu pour résultat de donner un grand développement à leurs applications dans la pratique. Au premier rang de ces applications, comme importance, se placent celles de la vis sans fin, figure 608. Dans la disposition représentée sur la figure, on a supposé $\alpha = 90°$ et $z = 1$ (vis à un seul filet) ; les dents de la roue R_1 sont inclinées d'un angle γ sur les génératrices du cylindre et on a $tg.\gamma = t : 2\pi R = 0{,}15916\,(t : R)$.

Fig. 608.

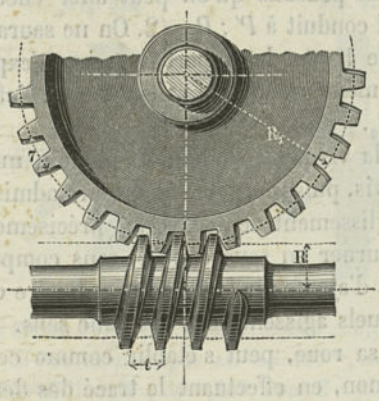
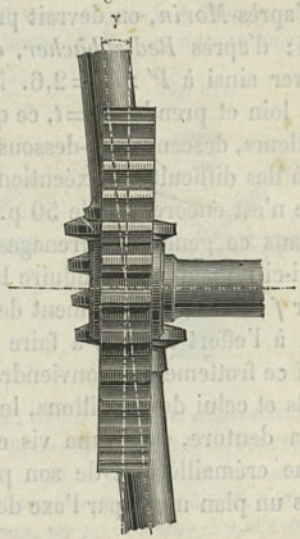


Fig. 609.



Dans la disposition de la figure 609, on a pris $\alpha = 90° - \gamma$, de telle sorte que les dents sur la roue R_1 se trouvent avoir leurs arêtes

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

parallèles à l'axe. t_1 désignant le pas de la roue, le pas de la vis est $t_1 : \cos\gamma$. Le rapport de transmission, d'après la loi fondamentale (186) est $n_1 : n = Z : Z_1$ et par conséquent, $1 : Z_1$ dans le cas actuel (1).

Dans un très grand nombre de cas, on se borne à donner à la vis rigoureusement la forme qu'elle doit avoir, en abandonnant à l'usure le soin de modifier l'autre roue pour arriver à une marche convenable. Dans les installations plus soignées, on fait usage du procédé (*b*), c'est-à-dire qu'on achève de donner à la denture de la roue sa forme convenable, au moyen de la vis agissant comme fraise ; malheureusement la vis ne peut guère agir ainsi d'une manière satisfaisante que si l'angle γ est petit.

Le frottement de la vis sur les dents de la roue est très considérable, en raison du glissement des filets sur les flancs des dents. f étant le coefficient de frottement, la force P', qu'il faut appliquer réellement pour faire tourner la vis, et la force P qui, appliquée au même bras de levier, serait suffisante, s'il n'y avait pas de frottement, sont approximativement dans le rapport $P' : P = (1 + f.\ 2\pi R : t) : (1 - ft : 2\pi R)$.

Pour $f = 0{,}16$, cette expression se réduit, sans erreur sensible, à

$$\frac{P'}{P} = 1 + \frac{R}{t}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (205)$$

D'où il résulte que, pour éviter une grande perte par le frottement, il convient de faire $R : t$ aussi petit que possible.

D'après *Morin*, on devrait prendre $R = 3\,t$, ce qui donnerait $P' : P = 4$; d'après *Redtenbacher*, on devrait descendre à $R = 1{,}6\ t$, et arriver ainsi à $P' : P = 2{,}6$. Nous pensons qu'on peut aller encore plus loin et prendre $R = t$, ce qui conduit à $P' : P = 2$. On ne saurait, d'ailleurs, descendre au-dessous de 1 pour le rapport $R : t$, sans s'exposer à des difficultés d'exécution ; même avec cette valeur limite, l'effet utile n'est encore que de 50 p. %.

Dans ce genre d'engrenages, la vis peut conduire le pignon, mais celui-ci ne peut pas conduire la vis, puisque, avec les valeurs admises pour f et $R : t$, le frottement de glissement se trouverait précisément égal à l'effort tendant à faire tourner en sens opposé, sans compter qu'à ce frottement il conviendrait d'ajouter le frottement ordinaire des dents et celui des tourillons, lesquels agissent dans le même sens.

La denture, pour une vis et sa roue, peut s'établir comme celle d'une crémaillère et de son pignon, en effectuant le tracé des dents dans un plan mené par l'axe de la vis, normalement à la surface cylin-

(1) Z_1 dans notre figure est égal à 30 ; par conséquent, pour une forme héliçoïdale rigoureuse, on devrait, d'après l'équation (203), prendre $R_1 = 900\ R$; γ serait égal à 88°,1.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

drique de la roue (V. § 224). Le tracé par développantes se trouve ici particulièrement avantageux, en ce qu'il donne des lignes droites pour le profil des dents de la roue; mais il ne faut pas perdre de vue que le nombre de ces dents doit être supérieur à 28 (§ 209). Le contact, qui, géométriquement, n'a lieu qu'en un seul point, se répartit, en réalité, sur une petite surface; si l'on veut établir un contact plus étendu, il convient de tailler les dents avec une fraise, disposée de manière à agir précisément comme la vis elle-même.

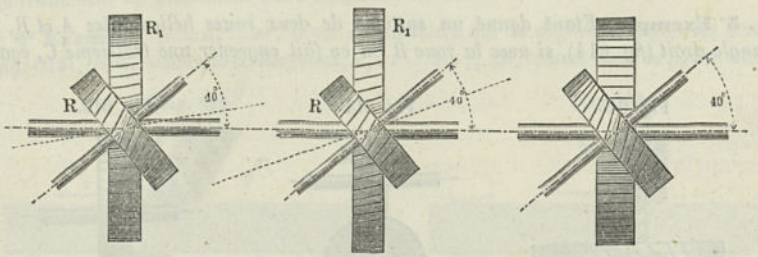
Les roues dentées, dans lesquelles le contact n'a lieu théoriquement qu'en un seul point, constituent ce qu'on désigne assez souvent sous le nom d'engrenages de précision, tandis qu'on réserve celui d'engrenages de force pour les roues dans lesquelles le contact des dents a lieu géométriquement suivant une ligne.

Les différences d'applications que semblent impliquer ces désignations ne sont pas, du reste, bien nettement tranchées; en particulier, les vis sans fin sont aussi bien utilisées pour la transmission de petites forces que pour celle d'efforts considérables.

En raison des valeurs assez différentes qu'on peut adopter pour les inclinaisons des filets, on se trouve conduit, pour les engrenages hélicoïdaux, à une grande variété de dispositifs, ainsi que le montrent les exemples suivants :

1er Exemple. $n_1 : n = 1/2$, *l'angle des axes* $\alpha = 40^0$ *et la plus courte distance de ces axes* $a = R + R_1$. *Si l'on prend* $\gamma = 60^0$, *on a d'après le* § 220 : $\gamma_1 = 180 - 60 - 40 = 80^0$ (*Fig.* 610). *La formule* (201) *donne* $R : R_1 = n_1 \sin\gamma_1 : n \sin\gamma = 1/2$

Fig. 610. Fig. 611. Fig. 612.



$(\sin 80 : \sin 60) = 0{,}5 \,.\, 0{,}9848 : 0{,}8660 = 0{,}5686$; *ce qui permet de déterminer* R *et* R_1. *Si l'on suppose, par ex.* $a = 100^{mm}$, *on a* $R_1 = a : [1 + (R : R_1)] = 100 : 1{,}5686 = 63^{mm},751$ *et* $R = 56^{mm},249$. *Pour* $Z = 20$, $Z_1 = 40$, *le pas, compté normalement aux dents, a pour valeur* $\tau = t \sin\gamma = 2\pi R \sin\gamma : Z = 2\pi \,.\, 56{,}249 \,.\, 0{,}866 : 20 = 9^{mm},862$. *Pour les pas des filets des roues, on a* $t = \tau : \sin\gamma = 9{,}862 : 0{,}866 = 11^{mm},388$ *et* $t_1 = \tau : \sin\gamma_1 = 9{,}862 : 0{,}9848 = 10^{mm},014$. *La formule* (202) *donne pour la vitesse de glissement des dents :* $c' = c(\cot g.\, 60^0 + \cot g.\, 80^0) = c(0{,}5774 + 0{,}1763) = 0{,}7537\, c$.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

2° Exemple. *Pour réduire c' à son minimum, prenons* $\gamma = \gamma_1 = (180\text{-}\alpha) : 2 = (180\text{-}40) : 2 = 70^\circ$ (*fig.* 611). *Nous avons alors* $R : R_1 = {}^1/_2$, $R_1 = 66^{mm},667$, $R = 33^{mm},333$, $\tau = 2\pi . 33,333 . 0,9367 : 20 = 9^{mm},840$, $t = t_1 = 9,840 : 0,9367 = 10^{mm},472$ *et* $c' = 2\,cotg.\,70^\circ . c = 0,728\,c$. *La valeur précédente de c' était donc déjà très voisine du minimum.*

3° Exemple. *Pour obtenir plus de facilité dans l'exécution, supposons* $\gamma = 90^\circ$, *ce qui conduit, pour l'une des roues, à une roue droite ordinaire* (*fig.* 612). *Nous aurons alors* $\gamma_1 = 180^\circ - 40^\circ - 90^\circ = 50^\circ$ *et* $R : R_1 = 0,5 . 0,7660 = 0,383$; *d'où* $R_1 = 72^{mm},307$, $R = 27^{mm},693$, $\tau = 11^{mm},842$, $t = \tau$, $t_1 = 15^{mm},459$ *et enfin* $c' = 0,8391\,c$.

Si, au lieu de a, on donne le pas normal τ, ce qui se fait ordinairement, lorsqu'on utilise des fraises existantes pour tailler les dents des roues, on choisit γ et γ_1, et on a alors $R\ sin\ \gamma = Z\,\tau : 2\pi$, d'où l'on tire :

$$R = \frac{Z\tau}{2\pi\ sin\ \gamma}, \qquad R_1 = \frac{Z_1\tau}{2\pi\ sin\ \gamma_1}. \quad . \quad . \quad . \quad (206)$$

On peut également donner R et τ; dans ce cas, γ n'est plus arbitraire; on a, en effet :

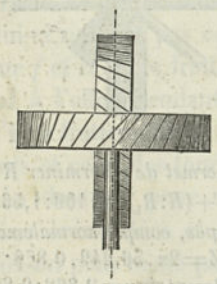
$$sin\ \gamma = \frac{Z\tau}{2\pi R}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (207)$$

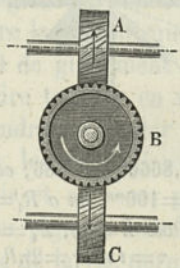
Nous donnons ci-après quelques autres exemples caractéristiques :

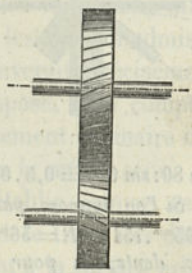
4° Exemple. $\alpha = 90^\circ$, $Z = Z_1$. *Pour réduire le glissement au minimum, faisons* $\gamma = \gamma_1 = (180\text{-}90) : 2 = 45^\circ$. *Les deux roues sont alors congruentes, toutes les deux avec dents filetées à gauche, ou encore à droite, comme dans la figure* 613. *La vitesse de glissement* $c' = 2 . cotg.\,45^\circ . c = 2c$.

5° Exemple. *Etant donné un système de deux roues héliçoïdales A et B, à angle droit* (*fig.* 614), *si avec la roue B on en fait engrener une troisième C, également à angle droit avec elle, les deux roues A et C se trouvent avoir des sens de rotation opposés. La roue intermédiaire B permet donc ici, comme dans les roues cylindriques, de changer le sens de la rotation.*

Fig. 613. Fig. 614. Fig. 615.







IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

6° Exemple. *Si l'on suppose* $\alpha = o$, *c'est-à-dire les axes parallèles, les roues se réduisent à des roues droites, avec des dents héliçoïdales, qu'on désigne sous le nom d'engrenages de Hooke ou de White* (*fig.* 615); *la somme* $\gamma + \gamma_1$ *étant égale à* 180°, *les filets des dents sont toujours, pour l'une des roues, à droite, et pour l'autre, à gauche. Ici les formes des filets doivent être établies rigoureusement. La vitesse de glissement c' est nulle* (*Voir, au sujet de ces roues, le* § 222). *Si avec* $\alpha = o$, *on a* $\gamma = o$, *les roues héliçoïdales deviennent de simples roues à friction.*

L'examen d'autres cas limites des roues héliçoïdales conduit à une série de dispositifs dignes d'attirer l'attention.

7° Exemple. $\alpha = 90°$, $\gamma = 10°$ *et, par suite* $\gamma_1 = 80°$, $R_1 = \infty$. *Crémaillère engrenant avec une vis* (*fig.* 616). *Si l'on fait* $\gamma_1 = 90°$, *c'est-à-dire la crémaillère normale et* $\gamma = 10°$, α *devient égal à* 80°, *la denture de la crémaillère devient alors*

Fig. 616.

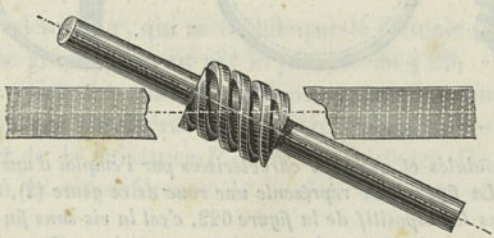


Fig. 617.

celle d'une bande d'écrou. Dans ses machines à raboter, Sellers donne aux dents de la crémaillère une inclinaison telle que la pression latérale qui en résulte soit précisément capable d'annuler l'effort qui s'exerce de l'autre côté et qui provient du frottement de glissement entre les flancs des dents.

8° Exemple. $R = R_1 = \infty$. *Deux crémaillères qui se déplacent toutes les deux* (*fig.* 618). *On a, comme précédemment,* $v_1 : v = \sin\gamma_1$. *Si, comme dans la figure* 619,

Fig. 618.

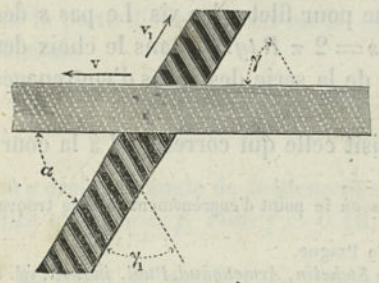
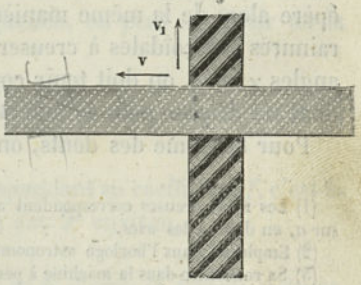


Fig. 619.



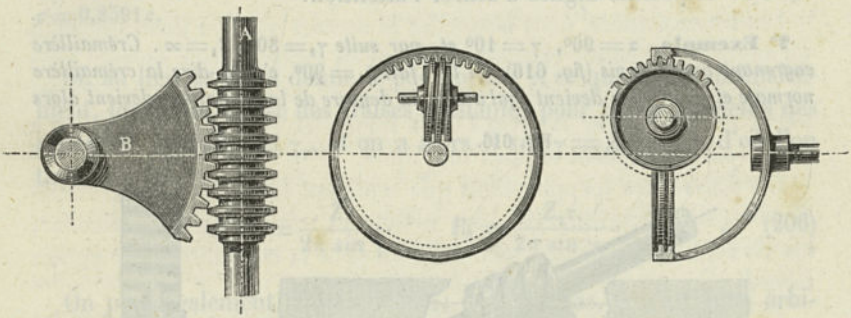
on a $\alpha = 90°$ *et si, de plus* (*pour réduire le glissement à son minimum*), *on prend* $\gamma = \gamma_1 = 45°$, *on a* $v = v_1$. *Ce mécanisme se trouve utilisé dans les machines à rayer les canons et les fusils, ainsi que dans quelques machines à tailler les vis.*

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

9e Exemple. $\alpha = 90^0$, $\gamma = 90^0$ *et, par suite,* $\gamma_1 = o$; *avec deux rayons de grandeur finie* (*fig.* 620), *on obtient ce qu'on appelle une crémaillère à rotation, dont on trouve d'assez fréquentes applications dans les régulateurs et autres appareils du même genre. La rotation de l'axe A ne produit aucun déplacement de B.*

10e Exemple. *L'engrenage à vis sans fin, comme nous l'avons déjà fait remarquer, est un cas particulier des roues héliçoïdales. Il se présente encore, bien qu'assez rarement, sous deux autres formes, que peuvent prendre, d'une manière*

Fig. 620. Fig. 621. Fig. 622.



générale les roues héliçoïdales et qui sont caractérisées par l'emploi d'une roue à denture intérieure (1). *La figure* 621 *représente une roue de ce genre* (2), *à dents droites ou inclinées. Dans le dispositif de la figure* 622, *c'est la vis sans fin qui est la roue creuse; l'autre roue est une roue droite à denture extérieure* (3).

§ 222.

Denture des roues héliçoïdales. Frottement.

Les dents des roues héliçoïdales sont le plus souvent taillées à la fraise, soit au moyen d'une machine spéciale, soit au moyen d'un tour à pointes, sur le porte-outil duquel on place la fraise obliquement. On opère alors de la même manière que pour fileter les vis. Le pas s des rainures héliçoïdales à creuser est $s = 2\,\pi\,R\,tg.\,\gamma$. Dans le choix des angles γ et γ_1, on doit tenir compte de la série des roues d'engrenages dont on dispose pour le tour (4).

Pour la forme des dents, on choisit celle qui correspond à la cour-

(1) Les roues creuses correspondent aux cas où le point d'engrènement doit se trouver sur a, en dehors des axes.

(2) Employée dans l'horloge astronomique de Prague.

(3) Sa rencontre dans la machine à percer de *Stehelin*, *Armengaud*, *Publ. indust.*, vol. I, pl. 40.

(4) Pour les diverses combinaisons qu'on peut obtenir avec la série des roues d'engrenage d'un tour, consulter l'ouvrage de *Brocot* (*Calcul des rouages par approximation*, Paris, 1862).

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

bure du filet complémentaire de celui qu'il s'agit de tailler, c'est-à-dire de celui qui lui est perpendiculaire.

Les rayons de courbure r et r_1 dont on doit faire usage sont :

$$r = \frac{R}{\sin^2 \gamma}, \qquad r_1 = \frac{R_1}{\sin^2 \gamma_1}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (208)$$

Ces rayons sont utilisés comme rayons des roues auxiliaires avec le pas τ; d'après la forme de denture adoptée, on obtient, par le vide des dents, le profil de la fraise.

1er Exemple. *Pour les roues du 1er Ex. du § précédent, on a* : $r = 36{,}249 : \sin^2 60^0 = {}^4/_3 . 36{,}249 = 48^{mm},332$, *et* $r_1 = 63{,}751 : \sin^2 80^0 = 63{,}751 : 0{,}9848^2 = 65^{mm},754$.

La valeur de r, qui se calcule par la formule (208), peut aussi être obtenue graphiquement par le procédé du § 29.

Les résistances dues au frottement, dans les roues héliçoïdales, sont souvent très considérables. Si elles étaient nulles, on aurait, pour le rapport de la puissance P et de la résistance Q, agissant respectivement à la circonférence de la roue menante et à celle de la roue menée,

$$\frac{P}{Q} = \frac{\sin \gamma}{\sin \gamma_1}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (209)$$

Le frottement ordinaire des dents est le même que celui des roues auxiliaires et peut se calculer d'après les indications du § 213.

Tant que α n'est pas nul, ce frottement a une valeur bien inférieure à celle du frottement produit par le glissement des flancs. L'expression c' de la vitesse de glissement, que nous avons indiquée précédemment, donne une idée de la grandeur de ce dernier frottement. Pour calculer la perte d'effet qui en est la conséquence, on peut se servir de la formule

$$\frac{P'}{P} = \frac{\sin \gamma_1}{\sin \gamma} \frac{\sin (\gamma + \varphi)}{\sin (\gamma_1 - \varphi)}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (210)$$

où φ désigne l'angle de frottement correspondant au coefficient f, c'est-à-dire que $tg\,\varphi = f$. Pour $f = 0{,}16$, on a $\varphi = 9^0$ environ.

2e Exemple. *Pour les roues précédentes, on a, d'après la formule ci-dessus,* $P' : P = \sin 80^0 . \sin 69^0 : \sin 60^0 . \sin 71^0 = 0{,}9848 . 0{,}9336 : 0{,}8660 . 0{,}9455 = 1{,}12$. *A la perte qu'on peut déduire de là il convient d'ajouter celle qui provient du frottement ordinaire des dents.*

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Une troisième perte d'effet correspond aux forces latérales K et K_1, qui agissent dans les directions des axes. On a pour ces forces :

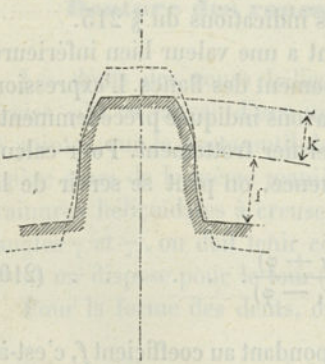
$$\frac{K}{P'} = cotg(\gamma + \varphi), \qquad \frac{K_1}{Q} = cotg(\gamma_1 - \varphi). \quad . \quad . \quad (211)$$

3e Exemple. *Pour la paire de roues précédente, on a* $K = P' cotg 69^0 = 0{,}3839 P'$ *et* $K_1 = Q cotg 71^0 = 0{,}3443 Q$; *de ces valeurs on peut déduire la perte de force correspondante, lorsqu'on connaît les dimensions des tourillons.*

Lorsque $\alpha = O$, c'est-à-dire lorsque les axes sont parallèles, le glissement des flancs est nul et la force P' est égale à la force P; en d'autres termes, les roues héliçoïdales, à axes parallèles, agissent sans qu'il se produise de glissement des flancs; toutefois, il reste, dans ce cas, le frottement ordinaire des dents, bien qu'il se trouve lui-même diminué dans une certaine mesure, et celui qui est dû aux forces K et K_1. Le frottement des dents peut, d'ailleurs, être amené à n'avoir qu'une valeur tout à fait négligeable, à la condition de donner aux dents d'une des roues la forme d'arêtes aiguës, de telle sorte que le contact de ces dents avec celles de l'autre roue (dont les flancs conservent une certaine étendue) ait lieu géométriquement en un seul point du cylindre primitif. Ce genre de denture, imaginé par *Hooke*, ne peut guère être utilisé que pour les engrenages de précision, mais il rend, dans ce cas, de très bons services (1).

Au lieu d'une arête aiguë, on peut utiliser également une surface courbe, présentant à son sommet une ligne susceptible de remplir le même rôle; cette idée, déjà indiquée par *Hooke*, a été mise à exécution par *Willis*. Supposons qu'on commence par tracer, à l'aide d'un des procédés ordinaires, les profils des dents pour les deux roues, comme si elles devaient engrener d'une façon continue, et qu'ensuite, sur les deux roues, ou même sur l'une d'elles seulement, on choisisse de nouvelles courbes de dents, avec la condition qu'elles restent complètement à l'intérieur des profils précédemment tracés, à l'exception du point qui se trouve sur le cercle primitif (fig. 623); les dents héliçoïdales, construites avec le profil ainsi modifié, jouiront de la propriété de ne se toucher qu'en un seul point du cylindre primitif

Fig. 623.

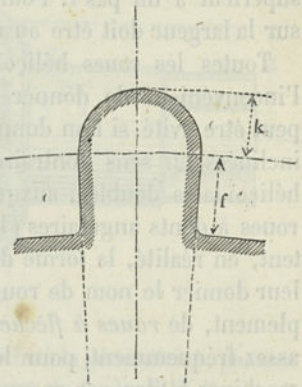


(1) On le rencontre, par ex., en usage dans plusieurs appareils de Breguet, où les vitesses de rotation atteignent 2000 tours par seconde et même 8000 d'après Haton.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

et de travailler, par suite, à peu près sans frottement. Les longueurs de tête et de pied k et f peuvent être prises plus faibles que dans les roues ordinaires. On doit, d'ailleurs, supposer que la portion d'hélice utilisée, pour chaque dent, correspond à plus d'un pas de la roue. Willis a montré qu'on peut arriver directement à des profils utilisables, en prenant, sur les deux roues, pour les flancs des pieds, les rayons, et, pour les flancs de tête, un demi-cercle commun aux deux côtés de la dent (fig. 624). Comme de pareilles dents ont l'inconvénient d'être rétrécies à la racine et de donner lieu à des pressions axiales très prononcées, même pour de faibles déplacements de l'une des roues par rapport à l'autre, il est préférable de recourir à l'emploi de la denture par développantes (fig. 625). Pour le tracé, on peut, avec une approximation suffisante, remplacer la développante par un arc de cercle, dont le rayon $B'S$ est inférieur à $BS = R \cos \alpha$, et dont le centre B' est sur la normale de contact NN_1. Ici, comme précédemment, il convient que la portion d'hélice correspondant à chaque dent ait un développement suffisant.

Fig. 624.



Le même résultat, c'est-à-dire la suppression presque complète du

Fig. 625.

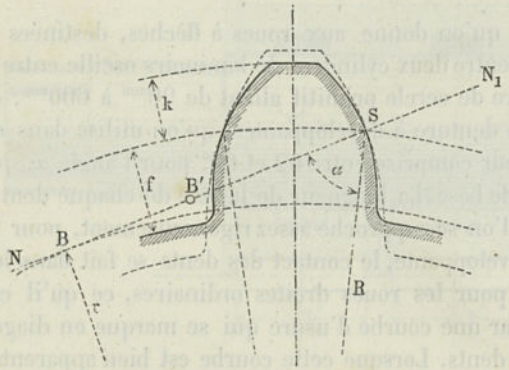
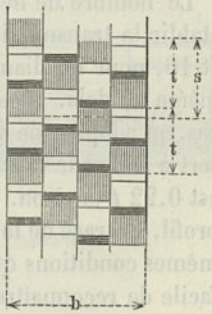


Fig. 626.



frottement, peut encore être obtenu au moyen des roues *étagées* ou *à échelons* (1), figure 626, qu'on trouve assez fréquemment employées

(1) En France, ces roues sont désignées sous le nom de roues *à denture croisée*. La maison Piat, rue Saint-Maur, à Paris, livre, depuis plusieurs années, des roues de ce genre, d'une exécution très soignée.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

dans les machines à raboter (*Shanks*, *Collier*, etc.). Pour que ces roues arrivent à travailler à peu près sans frottement, il est essentiel que les profils des dents soient établis dans des conditions analogues à celles qui ont été indiquées précédemment. L'écart s entre les échelons extrêmes d'une même série doit être égal ou même légèrement supérieur à un pas t. Pour les roues droites, le nombre des échelons sur la largeur doit être au moins égal à quatre.

Toutes les roues héliçoïdales dont il a été question jusqu'ici ont l'inconvénient de donner lieu à une pression axiale K. — Ce défaut peut être évité, si l'on donne à chaque roue deux dentures héliçoïdales, inclinées en sens contraire. On obtient de cette manière les roues héliçoïdales doubles, auxquelles on a donné en Allemagne le nom de roues à dents angulaires (*Winkelzähne*) (1). Comme les dents présentent, en réalité, la forme de pointes de flèches, il serait préférable de leur donner le nom de roues à *denture à flèches*, ou encore plus simplement, de *roues à flèches*. Connues depuis longtemps (2) et utilisées assez fréquemment pour les transmissions de petites forces (dans des machines à filer, par exemple, et dans des grosses horloges), ces roues, dans ces dernières années, ont été introduites par des usines allemandes dans la construction des grandes machines, et le développement de leurs applications a été extrêmement rapide. Après les résultats satisfaisants obtenus, en Amérique, dans les essais d'application de roues en fonte de cette espèce, les aciéries de Hagen ont eu l'idée de faire en acier des roues à flèches pour la commande de laminoirs et aujourd'hui les aciéries de Westphalie livrent ces roues à l'industrie en très grande quantité.

Le nombre de dents qu'on donne aux roues à flèches, destinées à établir la transmission entre deux cylindres de laminoirs oscille entre 9 et 16, pour un diamètre de cercle primitif allant de 90^{mm} à 600^{mm}, et même au delà. Dans la denture à développantes, qu'on utilise dans ce cas, on adopte une valeur comprise entre 62 et 69° pour l'angle α, qui sert à tracer le cercle de base. La longueur de la tête de chaque dent k est $0{,}22\ t$ environ. Si l'on se rapproche assez rigoureusement, pour le profil, du tracé de la développante, le contact des dents se fait dans les mêmes conditions que pour les roues droites ordinaires, ce qu'il est facile de reconnaître par une courbe d'usure qui se marque en diagonale sur les flancs des dents. Lorsque cette courbe est bien apparente, il est évident qu'on est assez loin de la marche sans frottement.

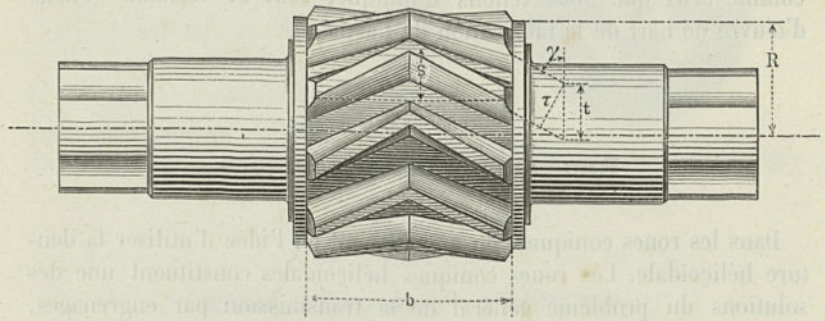
(1) En Angleterre, ces roues portent le nom de *mortice wheels* et, en France, celui de *roues à chevrons*.

(2) *White*, en 1808, les avait déjà recommandées avec instance. Plus tard, *Wethli* avait proposé une roue de ce genre, comme roue motrice, pour locomotive de montagne, en la faisant engrener avec une crémaillère, munie de dents correspondantes.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

La figure 627 représente une roue à flèches en acier fondu, à dix dents. Les tourillons et les têtes d'accouplement sont venus de fonte en une seule pièce avec la roue à flèches ; il arrive cependant assez souvent que l'axe forme une pièce distincte. L'arc s du cercle primitif,

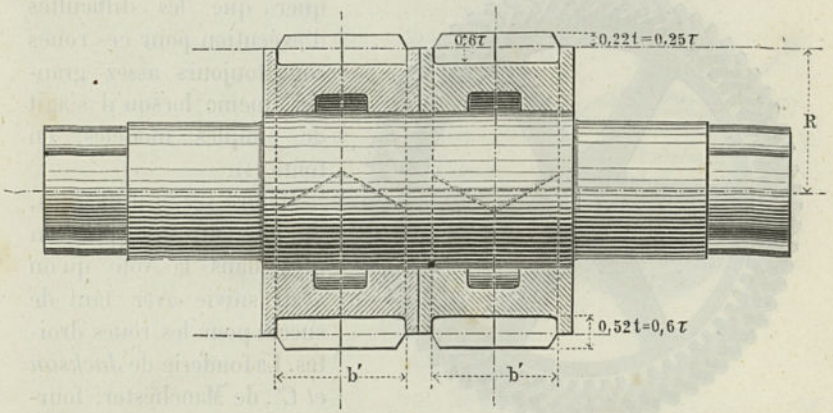
Fig. 627.



qui mesure la distance de la pointe d'une flèche à la génératrice, passant par les extrémités de la même flèche, est le saut de la dent. Si l'on veut réaliser une marche à peu près sans frottement, il convient de donner à ce saut une valeur légèrement supérieure au pas et de procéder, pour le tracé du profil de la denture, comme il a été dit précédemment (1).

Pour les laminoirs d'une très grande puissance, on peut employer

Fig. 628.



deux roues à flèches juxtaposées. La figure 628 représente une roue double de ce genre, exécutée aux aciéries de Hagen pour un laminoir réversible. Le rayon du cercle primitif est de 550^{mm}, le pas de 216^{mm},

(1) Dans notre exemple, le saut est égal à $0{,}8t$ environ, l'arc d'engrènement des courbes de dents est voisin de $0{,}75t$; la durée totale de l'engrènement est donc 1,55.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

la largeur de dent b', pour chaque roue, est de 500^{mm} et le poids total, y compris celui de l'arbre, atteint 11000^{k} environ.

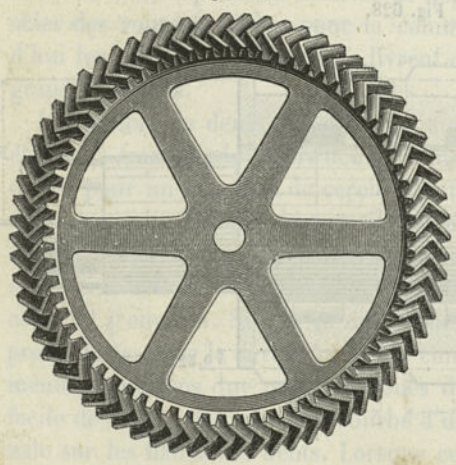
Les directions des flèches, pour les deux roues, sont inverses l'une de l'autre, de telle sorte que les conditions soient identiques pour la marche en avant et la marche en arrière. Des éléments de machines comme ceux que nous venons d'indiquer sont de véritables chefs-d'œuvre de l'art de la fabrication de l'acier.

§ 223.

Roues héliçoïdales coniques.

Dans les roues coniques, on a également eu l'idée d'utiliser la denture héliçoïdale. Les roues coniques héliçoïdales constituent une des solutions du problème général de la transmission par engrenages, solution qui correspond au cas où la distance a des axes devient nulle, l'angle α conservant une certaine valeur. Sa courbure la plus convenable pour les axes des dents est celle qui est donnée par l'hélice conique à inclinaison constante, dont la projection, sur le plan de base du cône, est une spirale d'Archimède. Dans les machines de filatures on rencontre d'assez nombreuses applications des roues héliçoïdales coniques. Il convient, du reste, de remarquer que les difficultés d'exécution pour ces roues sont toujours assez grandes, même lorsqu'il s'agit de simples modèles en fonte (1).

Fig. 629.



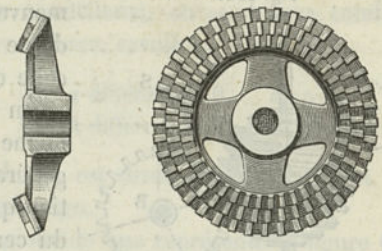
Malgré ces difficultés, on est entré de plus en plus dans la voie qu'on avait suivie avec tant de succès pour les roues droites. La fonderie de *Jackson et Ce*, de Manchester, fournit des roues coniques à flèches en fonte, obtenues avec des modèles taillés à la fraise. La figure 629 représente une de ces roues.

(1) Au sujet d'une machine permettant d'établir rigoureusement les dents des roues héliçoïdales coniques, v. *le Génie industriel*, vol. XII, p. 255.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Un assez grand nombre de roues de cette espèce ont déjà été livrées par l'usine Asthöwer et Cie, de Annen en Westphalie, et par la maison Piat, de Paris.

Fig. 630.



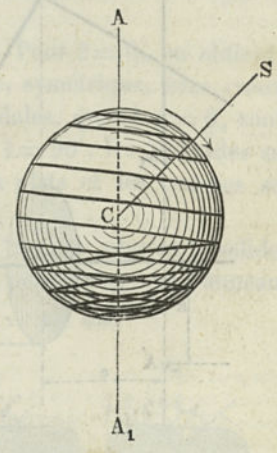
Cette dernière maison fournit également des roues coniques à échelons, ou à denture croisée. La figure 630 donne un exemple de ce dernier genre de roues où les échelons sont sur trois rangs.

§ 224.

Roues héliçoïdales globiques.

Si l'on fait tourner un cercle autour d'un axe AA_1, qui coïncide avec un de ses diamètres et qu'en même temps, dans un plan fixe (qui sera, par exemple, le plan du cercle dans sa position initiale), un rayon CS tourne autour du centre C avec une vitesse angulaire proportionnelle à celle du cercle, ce dernier décrira une sphère (fig. 631), pendant que le rayon CS tracera, sur cette sphère, une courbe affectant la forme héliçoïdale et qu'on pourrait appeler une hélice sphérique (1); la distance entre deux circonvolutions voisines, mesurée sur un méridien, est constante. Lorsque le rayon CS, qui, dans son mouvement, se rapproche de la position CA_1 de l'axe principal, vient à la dépasser, les circonvolutions nouvelles qu'il décrit croisent celles qu'il avait tracées antérieurement. Au lieu d'un simple rayon, on peut imaginer qu'on fasse tourner une série de points qui représentent le profil du vide d'une dent et qui découpent ce vide dans la sphère. Il se produit alors une hélice sphérique matérielle, avec laquelle on peut faire engrener une roue droite B, dans une position quelconque, à la condition que cette roue soit munie d'une denture appropriée,

Fig. 631.

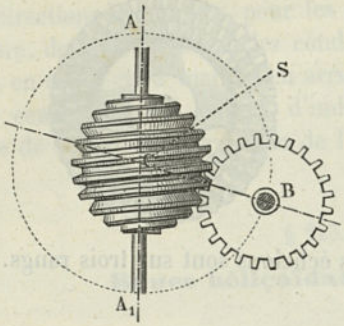


(1) Cette courbe est, en réalité, une cycloïde sphérique, v. § 216 ; les axoïdes cinématiques sont des cônes droits.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

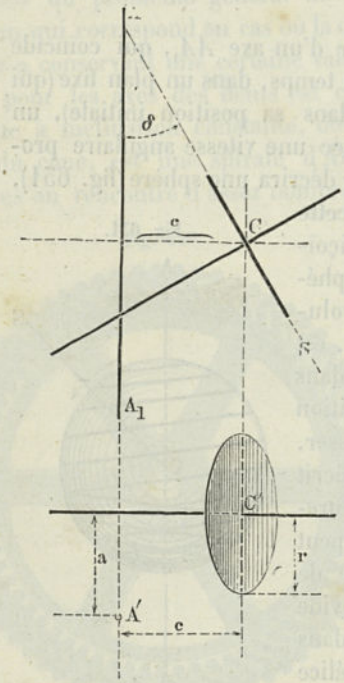
figure 632. Si les axes A et B sont convenablement disposés, l'hélice sphérique, lorsqu'elle est mise en mouvement, agit sur la roue dentée d'une façon tout à fait analogue à celle de la vis sans fin (§ 221).

Fig. 632.



On peut d'ailleurs élargir le problème et lui donner un caractère plus général, en prenant un axe de rotation qui ne soit pas un des diamètres du cercle. On obtient, dans ce cas, une série de corps de révolution, qui présentent une certaine analogie avec la sphère et que, pour ce motif, on peut comprendre sous le nom générique de *Globoïdes*. Les hélices tracées sur les surfaces de ces corps deviennent alors des hélices globoïdales (1), ou globiques, et, par suite les roues qui utilisent des hélices de ce genre peuvent être désignées sous le nom de roues héliçoïdales globiques (2). Plusieurs de ces roues possèdent des propriétés d'une certaine valeur au point de vue pratique.

Fig. 633.



On obtient, pour les globoïdes, des formes différentes suivant la position du cercle décrivant par rapport à l'axe principal. L'axe autour duquel tourne le rayon CS, et qui s'appelle l'axe secondaire, est normal au plan du cercle décrivant, et, suivant les cas, il rencontre l'axe principal, ou le croise, sans le couper.

Si l'on désigne encore par r le rayon du cercle décrivant (fig. 633), par a la plus courte distance des axes A et C, ou la longueur de leur perpendiculaire commune, par c la distance du centre du cercle décrivant au plan de cette perpendiculaire et

(1) Conformément à la remarque précédente, les courbes sont des cycloïdes globoïdales; les axoïdes cinématiques sont, dans le cas général, des hyperboloïdes de révolution.

(2) Nous proposons cette expression, au lieu de celle de globoïdales, dont la désinence laisserait à désirer.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

de l'axe principal, et enfin par δ l'angle que fait ce dernier axe avec le plan du cercle (angle qu'il suffit de compter de 0 à 90°, puisqu'au delà il ne se produit que des répétitions), on se trouve conduit à diviser les globoïdes en quatre classes, savoir :

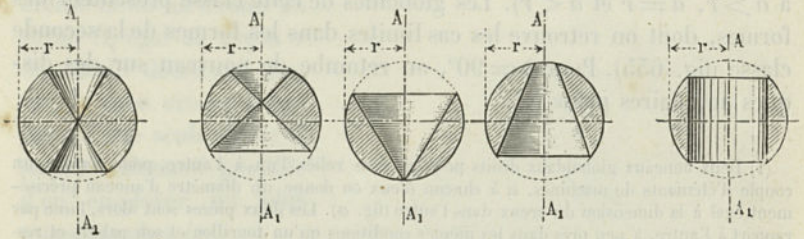
(I) $a = 0$, $c = 0$, (III) a différent de 0, $c = 0$,
(II) $a = 0$, c différent de 0, (IV) a différent de 0, c différent de 0.

On dit, en outre, qu'un globoïde est droit, quand $\delta = 0$, et qu'il est oblique, quand δ est un angle aigu.

La première classe donne le globoïde que représente la figure 634 ; c'est un secteur sphérique, symétrique par rapport à l'équateur ; l'hélice globoïdale est tracée sur la zone correspondante ; pour $\delta = O$, on retombe sur la sphère elle-même.

La seconde classe fournit une série de globoïdes obliques (fig. 635), secteurs sphériques, dissymétriques par rapport à l'équateur et dont

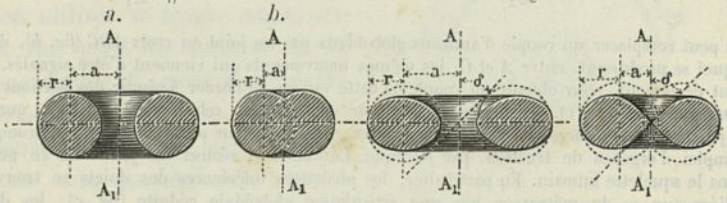
Fig. 634. Fig. 635. Fig. 636.



les zones contiennent les hélices globiques. Pour $\delta = 0$, on obtient, comme globoïde droit, un secteur sphérique, symétrique, avec creux cylindrique, figure 636. Les courbes héliçoïdales, quand $a = 0$, sont des cycloïdes sphériques. Si on a, en outre, $\delta = 90°$, les globoïdes se transforment en cônes plans ou en anneaux plats et les courbes se réduisent alors à des cycloïdes planes.

Dans la troisième classe, pour $\delta = O$ et $a > r$, on obtient le solide désigné jusqu'ici sous le nom de tore et qui, pour nous, sera l'anneau

Fig. 637. Fig. 638.



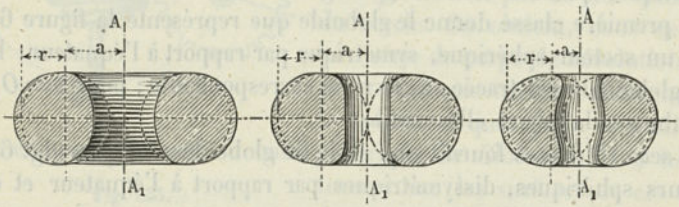
globoïdal droit, figure 637 a ; pour $a < r$, le globoïde obtenu (fig. 637 b) a la forme d'une pomme.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Si l'angle δ est aigu, les deux globoïdes précédents prennent des formes aplaties (fig. 638). Le globoïde de la classe (I) est le cas limite. Les courbes héliçoïdales sont des cycloïdes globiques, qui se transforment en cycloïdes planes lorsque $\delta = 90°$, auquel cas le globoïde se réduit à un disque annulaire plan.

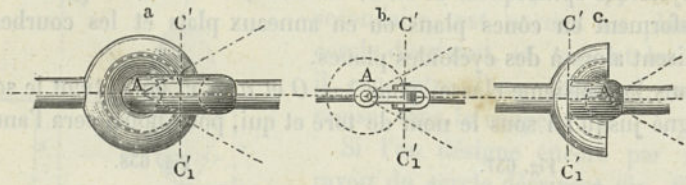
La quatrième classe fournit les formes de l'ordre le plus élevé (V. les 3 figures 639, qui, pour $\delta = 0°$, correspondent respectivement

Fig. 639.



à $a > r$, $a = r$ et $a < r$). Les globoïdes de cette classe présentent des formes, dont on retrouve les cas limites dans les formes de la seconde classe (fig. 635). Pour $\delta = 90°$, on retombe de nouveau sur des disques annulaires plans (1).

(1) Deux anneaux globoïdaux droits peuvent être reliés l'un à l'autre, pour former un couple d'éléments de machines, si à chacun d'eux on donne un diamètre d'anneau précisément égal à la dimension du creux dans l'autre (fig. *a*). Les deux pièces sont alors, l'une par rapport à l'autre, à peu près dans les mêmes conditions qu'un tourillon et son palier, et ressemblent au joint sphérique ; ce dernier doit même être considéré comme un cas particulier du couple d'éléments dont il s'agit ici. Dans le mouvement relatif des deux éléments *A* et *B*, un point quelconque de l'un d'eux ne peut décrire que des courbes appartenant à la surface d'un globoïde, qu'on doit imaginer relié à l'autre élément. Les chaînes ordinaires à maillons se composent de couples d'éléments qui se rapprochent beaucoup de couples de ce genre.

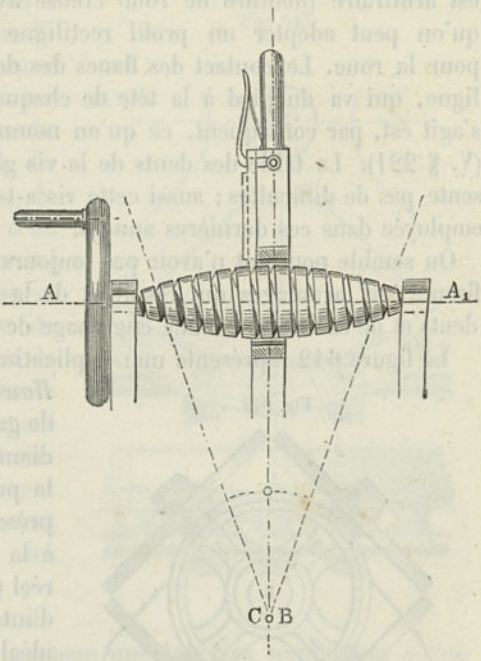


On peut remplacer un couple d'anneaux globoïdaux par un joint en croix *ABC* (fig. *b*), dans lequel se produisent, entre *A* et *C*, les mêmes mouvements qui viennent d'être signalés. On peut également, pour obtenir un couple de cette espèce, se borner à réunir des portions des deux globoïdes (fig. *c*), en supposant que leur déplacement relatif soit limité et que la disjonction des surfaces globoïdales en contact soit empêchée par un moyen quelconque, l'emploi d'organes de traction, par exemple. La nature a réalisé des joints de ce genre dans le squelette humain. En particulier, les phalanges inférieures des doigts se trouvent reliées aux os du métacarpe par une articulation globoïdale réduite (fig. *c*) ; les deux surfaces globoïdales correspondantes sont disposées l'une sur l'autre, comme deux selles. Tous les points des phalanges inférieures se meuvent, par rapport au métacarpe, sur des surfaces globoïdales.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

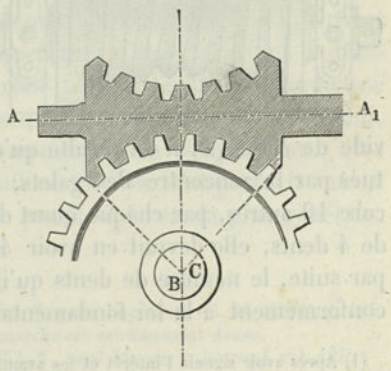
Il existe un certain nombre d'applications pratiques des roues héliçoïdales globiques. Elles reposent, d'ailleurs, toutes essentiellement sur l'emploi de globoïdes droits des classes III et IV. Dans le mécanisme à levier de la distribution de *Stephenson*, pour locomotives, on rencontre une hélice globique de la classe III (fig. 640). C'est la partie du milieu du globoïde de la figure 637 *b* ($a < r$) qui est utilisée. La roue B, qui doit engrener avec la roue globique, est construite comme roue creuse et on lui donne un rayon R_1 égal au rayon r du cercle décrivant. Enfin, la roue creuse n'utilise qu'une seule dent; il serait également possible d'en employer un plus grand nombre (1).

Fig. 640.



Il convient de remarquer qu'on peut aussi construire les globoïdes sous forme creuse. C'est ce qui a lieu pour le mécanisme de la figure 641, qui représente une vis sans fin, construite comme vis globique. Dans ce dispositif, on utilise une partie de la surface intérieure de l'anneau globoïdal droit de la figure 637 *a*. La section utilisée se trouve embrasser ici un quart du contour de la roue dentée B, mais rien n'empêcherait d'aller à la moitié, ou même au delà. La denture présente une particularité remarquable. R_1 a été pris égal à r, et, comme le globoïde est à denture

Fig. 641.



(1) La vis sans fin, avec roue creuse de la figure 621, pourrait également s'établir d'après le même principe.

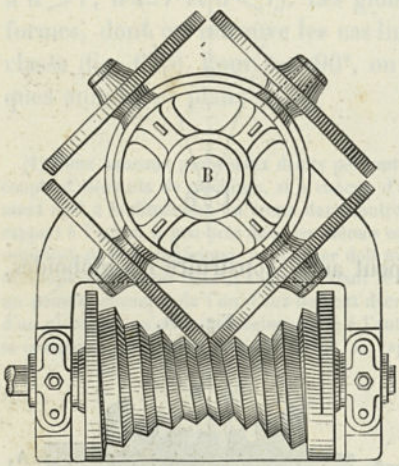
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

intérieure, les deux profils de dents (sur r et sur R_1) se trouvent coïncider. Ils ne glissent pas l'un sur l'autre dans le plan de la section normale à B, passant par AA_1, et, par suite, la forme des dents est arbitraire (denture de roue creuse avec $R = R_1$). Il en résulte qu'on peut adopter un profil rectiligne aussi bien pour la vis que pour la roue. Le contact des flancs des dents a lieu partout sur une ligne, qui va du pied à la tête de chaque dent. La denture dont il s'agit est, par conséquent, ce qu'on nomme une denture de force (1) (V. § 221). La taille des dents de la vis globique sur le tour ne présente pas de difficultés; aussi cette vis a-t-elle été assez fréquemment employée dans ces dernières années.

On semble pourtant n'avoir pas toujours accordé une attention suffisante aux avantages qui résultent de la simplicité de forme de ses dents et de sa valeur comme engrenage de force.

La figure 642 représente une application intéressante (2), faite par *Hawkins*. La roue B est munie de galets de roulement, de grand diamètre, qui rendent très faible la perte par le frottement. Il se présente ici un de ces cas où, à la place du nombre de dents réel (4) de la roue B, il convient d'introduire un nombre de dents idéal, comme il a été dit au § 200, au sujet de l'établissement de la loi fondamentale de la transmission par engrenages. Du moment où à chaque tour de la plus petite roue, c'est-à-dire de la vis globoïdale, une dent de l'autre roue B doit engrener avec un vide de cette vis, il en résulte qu'en dehors des vides de dents constitués par la rencontre des galets, la roue B devrait en présenter encore 10 autres, par chaque quart de circonférence, de sorte qu'au lieu de 4 dents, elle devrait en avoir $4(1 + 10) = 44$. Ce nombre 44 est, par suite, le nombre de dents qu'il convient d'attribuer à la roue B, conformément à la loi fondamentale.

Fig. 642.



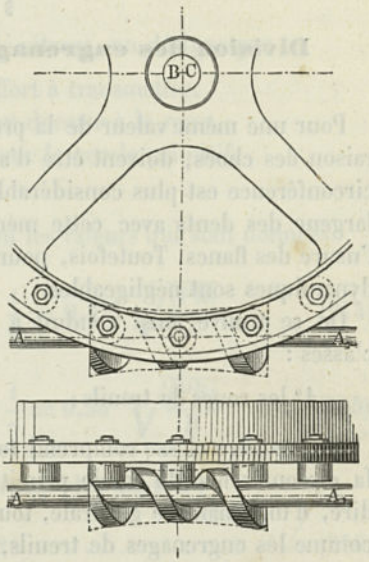
(1) Après avoir signalé l'intérêt et les avantages que présente l'emploi de la vis globique, il convient de faire remarquer que cette vis avait déjà été recommandée par *Smeaton* (*Miscellaneous Papers*, p. 185), qui l'avait vue utilisée dans une machine à diviser, chez le mécanicien *Hindley*. *Willis*, qui a mentionné ce mécanisme en 1851, dans ses « *Principles of mechanism* », n'a pas apprécié ses avantages à leur juste valeur.

(2) Hawkins Worm gearing, Sc. American, 1877. Suppl. 104, p. 1648.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

La commande par engrenages du manège de *Jensen* (1), figure 643, repose sur l'emploi d'un globoïde de la quatrième classe (fig. 639). Ordinairement on paraît prendre $a = r$, mais on rencontre aussi parfois des applications, où on a fait $a < r$, comme dans la figure 639 *c*. Ici encore, comme précédemment, on a fait $R_1 = r$ et on a utilisé la partie creuse du globoïde. Les rapports de dimensions sont déterminés de manière qu'on puisse passer d'un mouvement lent à un mouvement rapide, ce qu'on peut également réaliser avec la disposition de la figure 641, à la condition de donner à l'angle d'inclinaison de la vis une valeur suffisamment grande. La denture à fuseaux semble ici assez naturellement indiquée, en ce qu'elle permet également de remplacer les dents par des galets (2).

Fig. 643.



Si, dans les deux classes supérieures de globoïdes, on suppose que les axes secondaires s'éloignent à l'infini, les globoïdes se transforment en surfaces réglées; les hélices globiques arrivent également à leurs cas limites. Ainsi, la vis sans fin ordinaire se présente comme un cas limite de la classe III. Un autre cas limite est l'engrenage spiral de *Long* (3), qui appartient également à la classe III et pour lequel on a $c = 0$, $\delta = 0$ et a différent de 0. Le globoïde devient un cône plan et l'hélice globique une spirale d'Archimède. Si l'on suppose que R devienne également infini, il se produit un mécanisme se composant d'un disque plan, avec entailles en spirale, et d'une crémaillère. Si l'on transporte le tout à la classe IV, la spirale d'Archimède prend sa forme la plus générale, la développante de cercle.

(1) V. *Uhland*, Prakt. Maschinen konstructeur. V. aussi *Engineer*, vol. 24 (1867), p. 493.
(2) Le rapport de transmission est 12 : 1; la marche est extrêmement douce.
(3) V. *Civil-Engineer* et *Arch. Journal*, 1852; V. aussi *Dingler's Journal*, vol. 125.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

E. CALCUL DU PAS ET LARGEUR DES DENTS D'ENGRENAGES

§ 225.

Division des engrenages. — Section des dents.

Pour une même valeur de la pression, les dimensions des dents, en raison des chocs, doivent être d'autant plus fortes que la vitesse à la circonférence est plus considérable; on doit également augmenter la largeur des dents avec cette même vitesse, si l'on tient à diminuer l'usure des flancs. Toutefois, pour les roues à marche lente, les effets dynamiques sont négligeables.

On se trouve ainsi conduit à diviser les roues dentées en deux classes :

1° les roues de treuils; 2° les roues de transmissions.

La première classe comprend tous les engrenages dont la vitesse, à la circonférence du cercle primitif, ne dépasse pas $^1/_2$ mètre, c'est-à-dire, d'une manière générale, tous ceux des appareils mus à la main, comme les engrenages de treuils, de grues, etc.

Dans la seconde classe rentrent tous les engrenages dont la vitesse est supérieure à $^1/_2$ mètre et qui sont, le plus souvent, mus mécaniquement.

Le pas des dents t, la largeur b, la longueur l, l'épaisseur h du pied, la pression P et la tension de flexion S satisfont à la relation :

$$bt = 6\,\frac{P}{S}\left(\frac{l}{t}\right)\left(\frac{t}{h}\right)^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (212)$$

En introduisant les valeurs admises précédemment pour les rapports de la longueur et de l'épaisseur au pas ($l = 0{,}7\,t$, $h = 0{,}5\,t$), cette formule se réduit à :

$$bt = 16{,}8\,\frac{P}{S}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (213)$$

La résistance d'une dent est, d'après cela, proportionnelle à sa section et, à ce point de vue, on peut adopter, pour le rapport entre b et t, telle valeur qu'on veut : c'est là une particularité qu'on utilise souvent avec avantage dans la construction.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 226.

Pas et largeur des dents d'engrenages à faible vitesse.

Si, pour une roue en fonte à faible vitesse, on désigne par :

(PR) le moment statique de l'effort à transmettre,
Z le nombre de dents qu'on veut donner à la roue,
R le rayon préalablement fixé pour le cercle primitif,
t le pas des dents,

on doit prendre pour t et $t : \pi$, suivant les valeurs qui sont données :

$$t = 2{,}602 \sqrt[3]{\frac{(PR)}{Z}}, \qquad \frac{t}{\pi} = 0{,}827 \sqrt[3]{\frac{(PR)}{Z}}, \quad . \quad . \quad (214)$$

$$t = 1{,}67 \sqrt{\frac{(PR)}{R}}, \qquad \frac{t}{\pi} = 0{,}53 \sqrt{\frac{(PR)}{R}}. \quad . \quad . \quad (215)$$

On a, en même temps, pour la largeur des dents b :

$$b = 2t. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (216)$$

Dans ces formules on a introduit, pour la tension S, la valeur 3^k. La tension qui se produit réellement est plus faible, car l'épaisseur du pied de la dent est, en général, supérieure à $^1/_2\ t$, valeur admise dans l'établissement de la formule (213).

Comme le rapport $(PR) : R$ est égal à la force tangentielle P, il en résulte que la formule (215) est applicable au cas où la force P est donnée directement, comme par exemple dans les crémaillères.

Les formules précédentes permettent de reconnaître l'influence qu'exerce, sur la valeur numérique des dimensions d'une roue, la liberté relative qui est laissée pour le choix des grandeurs entrant dans le calcul. Soient t et t' les pas de deux roues, déterminées pour le même cas, Z et Z' les nombres de dents, S et S' les tensions dans les sections de pied de ces dents ; si, d'une manière générale, nous désignons par C, pour la première roue, et par C', pour la seconde, la constante $6\,(l : t)(t : h)^2$, réduite à 16,8, dans la formule (213), et si nous supposons donné le moment (PR), pour lequel on a à construire une roue, on aura d'après la formule (214) :

$$t = \sqrt[5]{2\pi C\,(PR)\,(t : b) : SZ}$$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

et, par suite :

$$\frac{t'}{t} = \sqrt[3]{\frac{C'}{C}\,\frac{S}{S'}\,\frac{Z}{Z'}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (217)$$

D'où l'on tire, pour le rapport des rayons R et R' :

$$\frac{R'}{R} = \frac{Z't'}{Zt} = \sqrt[3]{\frac{C'}{C}\,\frac{S}{S'}\left(\frac{Z'}{Z}\right)^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (218)$$

Les valeurs des constantes C dépendent des rapports admis pour les dimensions des dents, et celles de la tension S, de la matière choisie pour la roue. Si, pour simplifier la comparaison, nous supposons que les valeurs des constantes et des tensions soient les mêmes pour les deux roues, il ne reste plus que l'influence du nombre des dents. Une diminution de ce nombre de dents a pour effet d'augmenter le pas (217) et de réduire le rayon (218).

1er Exemple. *Pour* $Z=11$, $Z'=7$, *on a* $t' : t = \sqrt[3]{11:7} = \sqrt[3]{1,571} = 1,16$; $b' = 2t' = 1,16\,b$. *D'un autre côté,* $R' : R = \sqrt[3]{7^2 : 11^2} = \sqrt[3]{0,405} = 0,74$; *c'est-à-dire que la roue de 7 dents n'est que les* $^3/_4$ *environ de la roue de 11 dents correspondant au même cas, ou encore que la roue de 42 dents n'est, comme grandeur, que les* $^3/_4$ *de la roue de 66 dents (pour le même cas), mais qu'elle est* $1\,^1/_6$ *fois aussi large.*

Pour une denture donnée de roue d'assortiment, la constante C a une valeur déterminée, invariable, laquelle, par exemple, pour la denture à épicycloïdes du § 207, est 16,8, comme dans la formule (213). Dans la denture à cames (§ 212), cette constante a une valeur plus faible et permet, par suite, une réduction notable des dimensions de la roue. Dans ce mode de denture, en effet, la valeur de $h : t$, pour les roues de plus de 10 dents, se trouve déjà supérieure à 0,7 ; avec cette dernière valeur, C' devient égal à 8,4, c'est-à-dire à 0,5 C ; ce qui revient à dire que, toutes choses égales, la dent, avec le profil à cames, a une résistance double de celle d'une dent ordinaire.

2e Exemple. *Si, pour un moment donné (PR), on substitue la denture à cames à la denture ordinaire, sans changer le nombre des dents, le pas se trouve diminué et devient* $t' = t\sqrt[3]{0,5} = 0,79\,t$, *ou, en nombre rond,* $0,8\,t$; *le rayon du cercle primitif se trouve réduit dans la même proportion, ainsi que la largeur des dents. Dans le cas où l'on réduirait, en même temps, le nombre des dents, dans le rapport de 11 : 7, par ex. comme dans l'Ex. précédent, on aurait* $t' = t\sqrt[3]{0,5\,(11:7)} = 0,89\,t$ *et* $R' = R\sqrt[3]{0,5\,(7^2 : 11^2)} = R\sqrt[3]{0,202} = 0,58\,R$.

L'influence de la tension S est également assez marquée. Il est vrai de dire que, pour une matière donnée, c'est-à-dire pour la fonte, dans la majeure partie des cas, on ne peut guère s'éloigner beaucoup des valeurs admises comme normales; or, une augmentation de $^1/_4{}^k$ dans

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

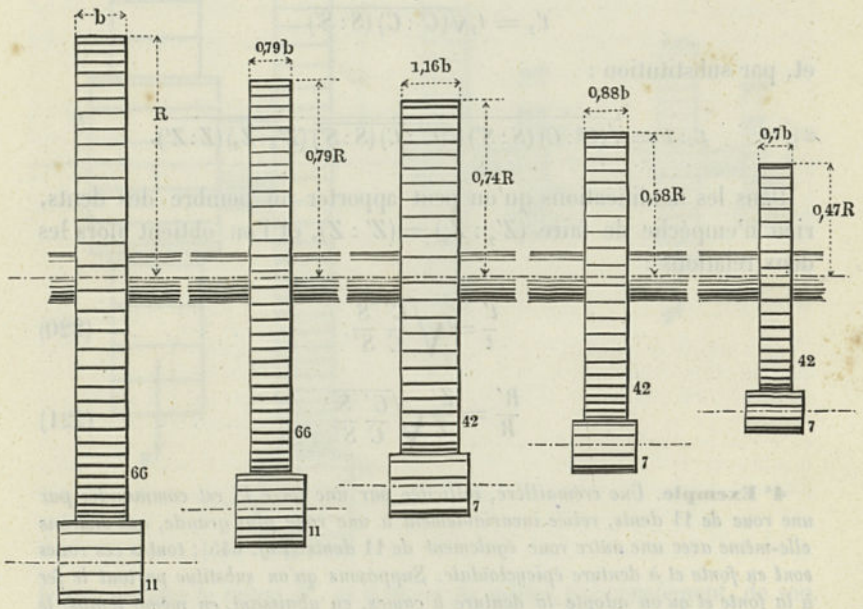
la tension ne réduirait que de 7 p. 100 le pas et le rayon de la roue; d'un autre côté, on n'a pas de raison pour choisir des tensions trop faibles, puisqu'on serait ainsi conduit à donner de grandes dimensions, non seulement aux roues, mais encore aux paliers, aux bâtis, et qu'on arriverait, par suite, à des machines d'un poids considérable.

La tension $S = 3^k$, indiquée précédemment, correspond, en réalité, à une sécurité supérieure à celle qu'on rencontre fréquemment dans la pratique, de telle sorte qu'il paraît assez inutile de descendre au-dessous de cette valeur, dans les cas ordinaires. Mais, si l'on emploie le fer comme matière de la roue, ce qui peut être indiqué dans quelques cas particuliers, on peut, au contraire, donner à la tension S une valeur plus élevée et faire, sans hésiter, $S = 6^k$. De cette manière, la valeur t', toutes choses égales d'ailleurs, se trouve réduite à $t\sqrt[3]{0,5} = 0,79\ t$.

3e Exemple. *En employant une roue en fer de sept dents, avec denture à cames, au lieu d'une roue en fonte de* 11 *dents, avec denture épicycloïdale, on a* $R' = R\sqrt[3]{0,5 \cdot 0,5\,(7^2 : 11^2)} = 0,47\,R$, *puis* $t' = t\sqrt[3]{1/4\,(11:7)} = 0,7\,t$ *et* $b' = 0,7\,b$.

Dans la figure 644, pour rendre facilement comparables les cinq cas traités dans les trois derniers exemples, on a disposé, les unes à côté

Fig. 644.



des autres, les projections des cylindres primitifs des roues. De plus, afin de mettre en évidence qu'il s'agit du même moment PR dans les cinq cas, on a conservé le même diamètre d'arbre pour les cinq roues.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Ici il est bien évident qu'entre le rayon d'une roue et le diamètr l'arbre il n'existe pas un rapport fixe, puisque les cinq constructions sont toutes susceptibles d'être utilisées.

L'invariabilité du moment, qui a été admise dans les exemples précédents, n'existe plus s'il arrive que la pression P soit transmise de la roue menée à une autre roue dentée; cette dernière roue intervient alors dans les changements de dimensions. Si, par ex., on prend deux roues, de rayons R et R', établies pour le même cas, et si l'on suppose que chacune de ces roues agisse, par l'intermédiaire d'une roue conaxiale, de rayon R_2 (ou R'_2), sur une crémaillère soumise à une charge donnée P, on a, d'après la formule (214) :

$$t = \text{Const.} \sqrt[3]{(C:S)\,(PR_2:Z)}$$

d'où l'on déduit :

$$\frac{t'}{t} = \sqrt[3]{\frac{R'_2}{R_2}\,\frac{C'}{C}\,\frac{S}{S'}\,\frac{Z}{Z'}}. \quad \ldots\ldots \quad (219)$$

et, par suite : $R' = R\sqrt[3]{(R'_2:R_2)\,(C':C)\,(S:S')\,(Z':Z)^2}$; comme $R_2 = Z_2 t_2$ et $R'_2 = Z'_2 t'_2$, on a, d'après la formule (215) :

$$t'_2 = t_2\sqrt{(C':C)\,(S:S')}$$

et, par substitution :

$$t' : t = \sqrt[3]{(C':C)\,(S:S')\sqrt{(C':C)\,(S:S')}\,(Z'_2:Z_2)\,(Z:Z')}.$$

Dans les modifications qu'on peut apporter au nombre des dents, rien n'empêche de faire $(Z'_2 : Z_2) = (Z' : Z)$, et l'on obtient alors les deux relations :

$$\frac{t'}{t} = \sqrt{\frac{C'}{C}\,\frac{S}{S'}}. \quad \ldots\ldots \quad (220)$$

$$\frac{R'}{R} = \frac{Z'}{Z}\sqrt{\frac{C'}{C}\,\frac{S}{S'}}. \quad \ldots\ldots \quad (221)$$

4e Exemple. *Une crémaillère, sollicitée par une force P, est commandée par une roue de* 11 *dents, reliée invariablement à une roue plus grande, qui engrène elle-même avec une autre roue également de* 11 *dents (Fig.* 645); *toutes ces roues sont en fonte et à denture épicycloïdale. Supposons qu'on substitue partout le fer à la fonte et qu'on adopte la denture à cames, en abaissant, en même temps, le nombre des dents des petites roues de* 11 *à* 4, *ce qu'on peut faire d'après le* § 212. *On a alors* $C' = 0{,}5\,C$ *et* $S' = 2S$; *d'où l'on déduit* $t' = t\sqrt{0{,}25} = {}^1/_2 t$ *et* $R' = R\,{}^4/_{11}\sqrt{{}^1/_4} = {}^2/_{11} R$.

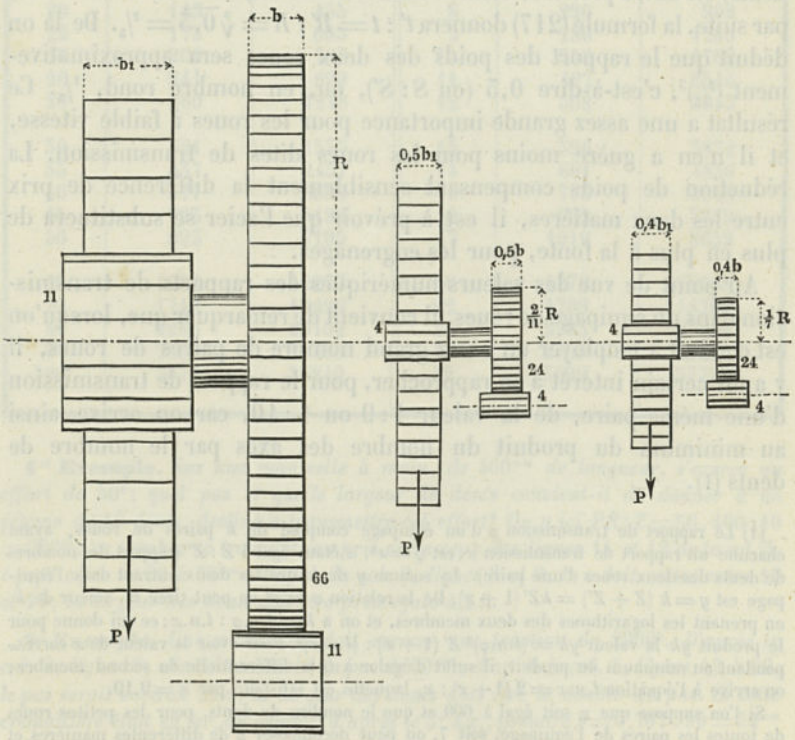
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Il est à remarquer que le rapport des dimensions entre la grande roue et le pignon, fixé sur le même axe, qui engrène avec la crémaillère, est exprimé par les formules (217) et (218), puisque les deux roues sont déterminées pour le même moment (PR).

3e Exemple. *Si, pour obtenir une réduction encore plus forte, on substitue l'acier au fer, ce qui permet de prendre* 10^k, *au lieu de* 6^k, *pour la tension, on obtient* $t' = t\sqrt{0{,}5 \cdot 0{,}3} = 0{,}387t$, *soit* $0{,}4t$ *et* $R' = 0{,}4 \cdot {}^4/_{11} R = 0{,}145R$, *ou environ* ${}^1/_7 R$. *On pourrait, à la rigueur, pousser la réduction un peu plus loin, en ne donnant aux petites roues que* 3 *dents, au lieu de* 4.

La figure 645 met en évidence les résultats des deux derniers exemples. La force P agissant sur la crémaillère est la même dans les trois cas. Son moment statique, par rapport à l'axe principal, diminue, d'ail-

Fig. 645.



leurs, comme le rayon R', et il en est de même, par conséquent, de son moment par rapport à l'arbre de la petite roue. Il y a lieu d'en tenir compte, aussi bien pour le diamètre à donner à ce dernier arbre que pour la longueur du bras de la manivelle de commande calée sur lui

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

et la pression à exercer sur le manche de cette manivelle. Des solutions du genre de celles qui précèdent se trouvent réalisées dans les crics. Elles présentent également un certain intérêt pour les chèvres de l'artillerie de campagne, où la légèreté est une des principales qualités qu'on demande aux appareils auxiliaires. On peut, du reste, de ce qui précède tirer d'utiles indications pour la construction des machines en général.

Nous avons déjà fait remarquer (§ 222) que l'emploi de l'acier fondu pour la construction des engrenages avait rapidement gagné du terrain. Ce mouvement a été singulièrement favorisé par le haut degré de résistance de cette matière, qui permet de faire des roues notablement plus légères que les roues en fonte. Pour deux roues, l'une en acier, l'autre en fonte, établies en vue du même moment statique, avec les mêmes rapports entre les dimensions des dents et le même nombre de dents, on devra prendre, comme nous l'avons dit, $S' = 10$ et $S = 3$ et, par suite, la formule (217) donnera $t' : t = R' : R = \sqrt[3]{0{,}3} = {}^2/_3$. De là on déduit que le rapport des poids des deux roues sera approximativement $({}^2/_3)^3$, c'est-à-dire $0{,}\overline{3}$ (ou $S : S'$), ou, en nombre rond, ${}^1/_3$. Ce résultat a une assez grande importance pour les roues à faible vitesse, et il n'en a guère moins pour les roues dites de transmission. La réduction de poids compensant sensiblement la différence de prix entre les deux matières, il est à prévoir que l'acier se substituera de plus en plus à la fonte, pour les engrenages.

Au point de vue des valeurs numériques des rapports de transmission dans un équipage de roues, il convient de remarquer que, lorsqu'on est conduit à employer un assez grand nombre de paires de roues, il y a un certain intérêt à se rapprocher, pour le rapport de transmission d'une même paire, de la valeur 1 : 9 ou 1 : 10, car on arrive ainsi au minimum du produit du nombre des axes par le nombre de dents (1).

(1) Le rapport de transmission φ d'un équipage composé de k paires de roues, ayant chacune un rapport de transmission x, est $\varphi = x^k$, x étant égal à $Z : Z'$ (rapport des nombres de dents des deux roues d'une paire). La somme y de toutes les dents entrant dans l'équipage est $y = k(Z + Z') = kZ'(1 + x)$. De la relation $\varphi = x^k$ on peut tirer la valeur de k, en prenant les logarithmes des deux membres, et on a $k = l.n.\varphi : l.n.x$; ce qui donne pour le produit yk la valeur $yk = (l.n.\varphi)^2 Z'(1 + x) : (l.n.x)^2$. Pour avoir la valeur de x correspondant au minimum du produit, il suffit d'égaler à 0 la différentielle du second membre; on arrive à l'équation $l.n.x = 2(1 + x) : x$, laquelle est satisfaite par $x = 9{,}19$.

Si l'on suppose que φ soit égal à 600 et que le nombre de dents, pour les petites roues de toutes les paires de l'équipage, soit 7, on peut décomposer φ de différentes manières et on arrive ainsi aux résultats suivants :

(a) $\varphi = 20.30$; le nombre des paires de roues k est alors de 2 seulement, avec un rapport de transmission de 20 pour l'une et de 30 pour l'autre. On trouva alors $y = 7(2 + 20 + 30) = 364$ et $yk = 364 \times 2 = 728$.

(b) $\varphi = 4.5.5.6$ — quatre paires de roues, $y = 7(4 + 4 + 5 + 5 + 6) = 168$ et $yk = 168 \times 4 = 672$.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 227.

Table relative aux engrenages en fonte, à faible vitesse, avec denture ordinaire.

t	$P=\frac{(PR)}{R}$	$\frac{(PR)}{Z}$	$\frac{t}{\pi}$	$P=\frac{(PR)}{R}$	$\frac{(PR)}{Z}$
10	36	57	3	32	48
12	51	98	4	56	113
14	70	156	5	88	220
16	91	255	6	127	381
18	116	331	7	173	605
20	143	455	8	226	902
22	173	605	9	286	1285
24	206	786	10	352	1762
26	241	999	11	427	2346
28	280	1248	12	508	3045
30	321	1535	13	596	3872
35	437	2437	14	691	4856
40	571	3638	15	793	5948
45	723	5180	16	902	7219
50	893	7105	17	1019	8659
60	1285	12277	19	1272	12088
70	1749	19496	22	1706	18766
80	2285	29102	25	2203	27558
90	2893	41456	28	2763	38688
100	3571	56840	32	3609	57750

1er Exemple. *Sur une manivelle à main, de* 400^{mm} *de longueur, s'exerce un effort de* 50^{k}; *quel pas et quelle largeur de dents convient-il de donner à un pignon de* 10 *dents, destiné à transmettre cet effort? On a ici* $PR:Z=50.400:10=2000$; *ce nombre se trouvant compris entre ceux des lignes* 11 *et* 12 *de la col.* 5, t *peut aller de* 30 *à* 35^{mm}; *d'après la col.* 6, *lignes* 8 *et* 9, $t:\pi$ *doit rester entre* 10 *et* 11; *la largeur des dents doit être prise égale à* $2t$.

2e Exemple. *Une crémaillère doit exercer une traction de* 2900^{k}. *D'après la col.* 2, *ligne* 19, *elle doit recevoir un pas de* 90^{mm}; *d'après la col.* 5, *lignes* 19 *à* 20, *le pas serait environ* 29π; *la largeur des dents doit être le double du pas. Si cette crémaillère était en fer, on devrait, d'après le* 3e *Ex., prendre* $t=0{,}707\,.\,90=64^{mm}$ *et* $b=128^{mm}$.

(*c*) $\varphi=6.10.10$ — trois paires de roues : $y=7(3+6+10+10)=203$ et $yk=203\times3=609$.

Cette dernière solution est la plus pratique; elle exige, il est vrai, plus de dents que (*b*), mais, par contre, elle n'exige que trois paires de roues au lieu de quatre.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 228.

Pas et largeur des dents des engrenages de transmissions.

Dans les engrenages de transmissions on doit admettre, pour la tension S, que déterminerait dans les dents la force P à l'état statique, une valeur d'autant plus faible que la vitesse v à la circonférence est plus forte, afin de compenser les effets dynamiques, les chocs et les vibrations. Dans ce but, on peut prendre pour les dents en fonte :

$$S = \frac{34,5}{v + 11}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (222)$$

Pour les dents en acier, cette valeur doit être multipliée par $3\,{}^{1}/_{5}$ et, pour les dents en bois, par ${}^{6}/_{10}$. On obtient ainsi :

Pour $v =$	$0^{m},5$	1^{m}	2	4	6	8	10	12	16^{m}
Fonte $S =$	5,00	2,89	2,65	2,50	2,05	1,81	1,64	1,50	1,38
Acier $S =$	10,00	9,63	8,83	7,67	6,77	6,05	5,47	5,00	4,60
Bois $S =$	1,80	1,73	1,59	1,38	1,22	1,09	0,98	0,90	0,83

La vitesse v (en mètres) se détermine en fonction du nombre de tours n par minute et du rayon R (en millimètres) par la formule :

$$v = \frac{\pi Rn}{30.1000} = 0,10472 \left(\frac{Rn}{1000}\right), \qquad \text{soit} \qquad \frac{Rn}{10000}. \quad (223)$$

Nous verrons qu'il suffit d'avoir une valeur simplement approchée de v.

Souvent on fait varier la largeur des dents b avec la valeur de P. *Tredgold* recommande de ne pas dépasser $7^{k},15$ pour la pression par millimètre de largeur des dents, c'est-à-dire pour le rapport $P : b$. Mais nous devons faire remarquer que cette règle est peu observée; dans un grand nombre d'installations bien exécutées, on trouve, pour ce rapport, des valeurs bien supérieures et qui s'élèvent jusqu'à 25. Il est, d'ailleurs, évident que, pour éviter une trop grande usure, il convient que le produit de $(P : b)$ par n ne soit pas trop considérable. Dans certains cas, la valeur de ce produit s'élève jusqu'à 1200, mais on constate alors une usure assez rapide. Dans les engrenages de fonte sur fonte, c'est pour la plus petite roue que l'usure est la plus forte. Il convient, dans ce cas, que

$$\frac{Pn}{b} \quad \text{ne dépasse jamais 500.} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (224)$$

et il est même préférable, si c'est possible, de se tenir au-dessous.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Quand il s'agit de faibles efforts à transmettre, on peut, tout en restant dans des dimensions acceptables, abaisser facilement à 200, et même à 100, cette constante, que nous appellerons le coefficient d'usure et que nous désignerons à l'avenir par A. Dans les engrenages à dents de fonte sur dents en bois, l'usure se porte à peu près complètement sur ces dernières et l'on n'a pas, par suite, à se préoccuper de celle des dents en fonte. On ne saurait également trop recommander de ne pas dépasser 500 pour A, dans la roue à dents en bois, et même de rester, de préférence, entre 300 et 400 (V. le 10e exemple du § 229). On ne peut évidemment pas établir, à ce sujet, des règles parfaitement précises, car on est obligé, dans les questions de ce genre, de prendre en considération les difficultés de construction de toute nature, de tenir compte des modèles existants, etc.; c'est au constructeur d'apprécier dans quelle mesure il convient de s'écarter des proportions recommandées et sanctionnées par l'expérience.

Il est à remarquer que les valeurs de A n'ont pas pour but de donner plus ou moins de sécurité dans la construction, mais simplement de réaliser des conditions plus ou moins favorables au point de vue de l'usure. Si l'on a de la place et si l'on peut prendre sans difficultés un coefficient d'usure assez faible, il ne faut pas hésiter à le faire; si cela ne peut pas avoir lieu, le coefficient d'usure choisi a tout au moins l'avantage de fournir, à priori, quelques indications sur l'usure à laquelle on doit s'attendre.

Lorsque plusieurs roues se trouvent engrener simultanément avec une roue unique, ce n'est plus le nombre de tours de cette roue qu'il convient d'introduire dans le calcul, mais bien le nombre de ses contacts de dents, c'est-à-dire le produit de son nombre de tours par le nombre des roues qui engrènent avec elle.

Si R est donné, comme cela arrive fréquemment pour les couronnes de roues hydrauliques, les volants dentés, etc., on connaît aussi P et, après avoir choisi la valeur de A, on a :

$$\left.\begin{aligned} b &= \frac{Pn}{A} = \frac{716\,200}{A}\frac{N}{R}, \\ \text{de même qu'on a pour une denture ordinaire :}\quad & \\ t &= \frac{16{,}8\,P}{Sb} = \frac{16{,}8\,A}{Sn}, \\ \text{et pour la denture à cames :}\quad & \\ t' &= \frac{8{,}4\,P}{Sb} = \frac{8{,}4\,A}{Sn}. \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (225)$$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Mais si R n'est pas connu d'avance, comme cela arrive dans le plus grand nombre des cas, le choix de Z reste libre. En remplaçant R par $Zt : 2\pi$, on a alors pour expression de la largeur des dents :

$$b = \frac{4\,500\,000}{A}\,\frac{N}{Zt}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (226)$$

En remplaçant A successivement par 1000, 900..., 150, 100, on obtient la série des expressions numériques suivantes :

Dentures ordinaires et à cames.			Dentures ordinaires.	Dentures à cames.	
$b = \frac{Pn}{1000}$	$= 716\,\frac{N}{R}$	$= 4500\,\frac{N}{Zt}$;	$t = \frac{16800}{nS}$;	$t' = \frac{8400}{nS}$	
$» = \frac{Pn}{900}$	$= 796\,»$	$= 5000\,»$	$» = \frac{15120}{nS}$	$» = \frac{7560}{nS}$	
$» = \frac{Pn}{800}$	$= 895\,»$	$= 5625\,»$	$» = \frac{13440}{nS}$	$» = \frac{6720}{nS}$	
$» = \frac{Pn}{700}$	$= 1023\,»$	$= 6429\,»$	$» = \frac{11760}{nS}$	$» = \frac{5880}{nS}$	
$» = \frac{Pn}{600}$	$= 1194\,»$	$= 7500\,»$	$» = \frac{10080}{nS}$	$» = \frac{5040}{nS}$	
$» = \frac{Pn}{500}$	$= 1432\,»$	$= 9000\,»$	$» = \frac{8400}{nS}$	$» = \frac{4200}{nS}$	(227)
$» = \frac{Pn}{400}$	$= 1790\,»$	$= 11250\,»$	$» = \frac{6720}{nS}$	$» = \frac{3360}{nS}$	
$» = \frac{Pn}{300}$	$= 2387\,»$	$= 15000\,»$	$» = \frac{5040}{nS}$	$» = \frac{2520}{nS}$	
$» = \frac{Pn}{200}$	$= 3581\,»$	$= 22500\,»$	$» = \frac{3360}{nS}$	$» = \frac{1680}{nS}$	
$» = \frac{Pn}{150}$	$= 4774\,»$	$= 30000\,»$	$» = \frac{2520}{nS}$	$» = \frac{1260}{nS}$	
$» = \frac{Pn}{100}$	$= 7160\,»$	$= 45000\,»$	$» = \frac{1680}{nS}$	$» = \frac{840}{n}$	

Dans les engrenages de transmissions, le nombre des dents ne doit pas être choisi inférieur à 20, afin d'éviter que les erreurs d'exécution ne prennent une importance trop considérable; pour ce même motif et plus encore au point de vue de l'usure, on doit ordinairement donner à Z une valeur plus élevée et d'autant plus grande que la vitesse de rotation est plus considérable. C'est ainsi que, dans les engrenages de turbines, qui ont une grande vitesse, le nombre des dents est rarement inférieur à 40 et dépasse souvent 80. Dans les engrenages à dents de fonte sur dents de bois, pour arriver à l'usure la plus faible, il y a avantage à placer les dents de bois sur la roue menante, puisque, dans

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

cette roue, l'engrènement commence à la racine de la dent pour finir à la tête, tandis que l'inverse a lieu pour la roue menée.

Au lieu d'opérer par tâtonnements, on peut aussi déterminer par le calcul des valeurs de Z qui fournissent, pour le rapport $b:t$, une valeur fixée. Si l'on combine les formules (225) et (226), on arrive, après une légère transformation, à l'expression remarquable :

$$Z = \frac{4\,500\,000}{16{,}8^2 A^5} \frac{n^2 S^2 N}{\left(\frac{b}{t}\right)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (228)$$

Cette expression met en évidence l'influence considérable de A sur Z, ou, inversement, l'influence du nombre de dents sur l'usure; elle fait ressortir également la grande importance des proportions du profil des dents, puisque la constante 16,8 (réduite à 8,4 dans la denture à cames) entre au carré. Enfin, il convient de remarquer que Z doit augmenter comme le carré de n et comme celui de S, quand les autres valeurs sont constantes; c'est ce qui explique, en partie, la prédilection pour les faibles tensions. La formule (228) a servi à calculer les valeurs numériques que contient le tableau ci-dessous :

Valeur de A =	1000	900	800	700	600	500	400	300	200	150	100
Dentures ordinaires.											
$\frac{4\,500\,000}{16{,}8^2 A^5}$ =	$\frac{0{,}016}{1000}$	$\frac{0{,}022}{1000}$	$\frac{0{,}031}{1000}$	$\frac{0{,}046}{1000}$	$\frac{0{,}074}{1000}$	$\frac{0{,}128}{1000}$	$\frac{0{,}25}{1000}$	$\frac{0{,}59}{1000}$	$\frac{2{,}00}{1000}$	$\frac{4{,}72}{1000}$	$\frac{16{,}0}{1000}$
Dentures à cames.											
$\frac{4\,500\,000}{8{,}4^2 . A^5}$ =	$\frac{0{,}064}{1000}$	$\frac{0{,}088}{1000}$	$\frac{0{,}124}{1000}$	$\frac{0{,}184}{1000}$	$\frac{0{,}296}{1000}$	$\frac{0{,}512}{1000}$	$\frac{1{,}00}{1000}$	$\frac{2{,}36}{1000}$	$\frac{8{,}00}{1000}$	$\frac{18{,}88}{1000}$	$\frac{64{,}0}{1000}$

Le rapport $b:t$ s'élève souvent jusqu'à 5. Pour des valeurs plus fortes de ce rapport, et parfois aussi pour de plus faibles, la couronne de la roue se fait en deux parties juxtaposées.

1er Exemple. *Une roue hydraulique, destinée à transmettre* 60 *chevaux, a un diamètre de* 8m *et une vitesse de* 1m,3 *à la circonférence; elle doit être munie d'une couronne en fonte à denture intérieure, dont le cercle primitif doit coïncider sensiblement avec la circonférence intérieure de la couronne, dont l'épaisseur est de* 400mm; *celle couronne conduit un pignon en fonte faisant* 40 *tours par minute.*

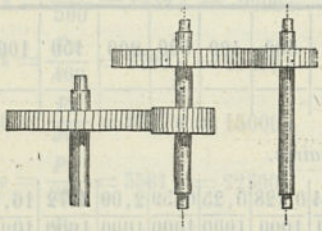
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

On a ici $n = 30.1{,}3 : \pi.4 = 5{,}1$ *et, par suite,* $n_1 : n = 40 : 5{,}1$. *On a de plus, approximativement* $v = 1{,}3\ (4000 - 400) : 4000 = 1^{m},17$ *et, par conséquent,* $P = 75.60 : 1{,}17 = 3846^{k}$. *Comme, d'après les remarques précédentes, S doit rester compris entre 2,89 et 2,65, nous prendrons* $S = 2{,}85$. *En outre, en prenant pour la petite roue* $Pn : b = 500$, *nous aurons* $P : b = 500 : 40 = 12{,}5$ *et, par suite* $b = P : 12{,}5 = 3846 : 12{,}5 = 307^{mm},7$, *soit* 310^{mm}. *La formule (227) fournit ensuite* $t = 8400 : 40.2{,}85 = 73{,}6$, *soit* 75^{mm}, *ce qui donne provisoirement* $Z = 2\pi R : t = 2.\pi.5600 : 75 = 306$. *Si nous faisons* $Z = 312$, *la couronne dentée se laisse diviser en 12 segments, de 26 dents chacun. Avec ce nombre, le rayon R devient* 3720^{mm}, *valeur admissible. Enfin, pour la roue menée, nous avons* $Z_1 = (n : n_1)Z = (3{,}1 : 40)312 = 24{,}18$, *soit 24, d'où* $R_1 = 24.75 : 2\pi =$ *très sensiblement* 287^{mm}.

2e Exemple. *Une turbine, dont l'arbre vertical fait 96 tours par minute, doit transmettre une force de 100 chevaux à un arbre horizontal faisant 144 tours; il s'agit de déterminer les deux roues coniques nécessaires pour cette transmission. Nous supposerons que la roue menante soit à dents de bois et que la roue menée soit à dents de fonte. La vitesse v, d'après une évaluation approximative, devant être comprise entre 6 et 7m, nous prendrons* $1^{k},2$ *pour S. Nous admettrons que le rapport* $b : t$ *doit être égal à 3 et que A doit être égal à 500. La formule (228) nous donne alors le nombre de dents* $Z = (0.128 : 1000)96^{2}.1{,}2^{2}.100 : 3 = 56{,}6$. *Nous prendrons* $Z = 60$; *il vient alors* $Z_1 = (96 : 144)60 = 40$. *On trouve ensuite* $t = 8400 : 96.1{,}2 = 72^{mm},9$, *soit* 75^{mm}, *puis* $b = 3t = 225^{mm}$ *et enfin* $v = 7^{m},2$.

3e Exemple. *Dans un équipage de roues dentées (fig. 646), où les couples de roues successifs sont de même grandeur, les efforts tangentiels sont inversement proportionnels aux nombres de tours; dans ce cas, pour que le coefficient d'usure (Pn : b) conserve la même valeur dans tous les couples de roues, il est nécessaire de donner à toutes ces roues la même largeur. Cette disposition se trouve appliquée dans les équipages de roues des tours à pointes.*

Fig. 646



4e Exemple. *Pour* $N = 5$, $n = n_1 = 60$, *on doit construire une paire de roues (bois sur fonte), susceptibles de durer longtemps et pour lesquelles on désire avoir* $b : t = 2$. *En évaluant la vitesse v à* $2^{m},4$, *nous aurons à prendre* $S = 1{,}41$; *puis, pour assurer aux roues une longue durée, nous ferons* $A = 150$. *La formule (228) nous donne alors :* $Z = (4{,}72 : 1000)3600.1{,}41^{2}.5 : 2 = 18.4{,}72 = 84{,}96$; *nous prendrons 84. On a ensuite* $t = 2520 : 60.1{,}41 = 30^{mm}$ *et* $b = 50\ 000.5 : 84.50 = 60^{mm}$.

5e Exemple. *Pour* $N = 40$, $n = 30$, $n_1 = 50$, *on doit construire, avec* $b : t = 2{,}5$, *deux roues en fonte à denture ordinaire. Pour v estimé à* $1^{m},5$, *nous devons faire* $S = 2{,}7$ *et, en prenant* $A = 500$, *nous aurons,* $Z_1 = (0{,}128 : 1000)2500.2{,}7^{2}.40 : 2{,}5 = 37{,}35$; *nous ferons* $Z_1 = 36$ *et nous aurons alors* $Z = {}^{5}/_{5}.36 = 60$. *On a ensuite* $t = 8400 : 50.2{,}7 = 62^{mm}$ *et* $b = 2{,}5t = 155^{mm}$.

Remplaçons maintenant la denture ordinaire par une denture à cames. En posant $b : t = 3.5$, *on a* $Z_1 = (0{,}512 : 1000)2500.2{,}7^{2}.40 : 3{,}5 = 106{,}6$; *nous prendrons* $Z_1 = 105$ *et, par suite,* $Z = {}^{5}/_{5}.105 = 175$. *Nous aurons ensuite* $t' = 4200 : 50.2{,}7 = 31{,}1$, *soit* 32^{mm} *et* $b = 32.3{,}5 = 112^{mm}$. *Les dimensions des dents sont plus faibles que précédemment, mais les rayons des roues sont plus grands. On a, en effet,* $R_1 = 5{,}73.62 = 355^{mm},26$ *et* $R'_1 = 534^{mm},72$, *valeurs admissibles.*

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

L'emploi de l'acier dans les engrenages entraîne l'adoption de proportions spéciales. On ne risque pas d'aller trop loin, en prenant, pour le coefficient d'usure A, avec l'acier, des valeurs doubles de celles qu'on prend avec la fonte (1). Quant à la tension S, si l'on veut utiliser les propriétés de résistance de l'acier, il convient d'aller plus loin et de la prendre 3 $^1/_3$ fois plus élevée. En partant de la formule (228), la valeur de A, avec l'acier, aurait pour effet de réduire à $^1/_8$ le nombre des dents en fonte, mais, par contre, S l'augmenterait dans le rapport $(^{10}/_3)^2$, ou de 11 à 1, de telle sorte que finalement le nombre des dents, avec l'acier, serait égal à celui des dents en fonte, multiplié par $^{11}/_8$, toutes les autres conditions étant supposées rester les mêmes. La conclusion à tirer de là, c'est que *les engrenages de transmissions en acier doivent avoir, en général, un nombre de dents un peu supérieur à celui des engrenages en fonte.*

On peut arriver à diminuer le nombre des dents, en prenant une valeur élevée pour le rapport de la largeur au pas. A ce point de vue, les roues à flèches présentent de sérieux avantages. Le rapport $b : \tau$ peut, sans difficulté, être porté, dans ces roues, à 7 ou 8, et même au delà.

On tient compte, d'une manière suffisamment exacte, de l'existence des rebords latéraux, en utilisant, pour le calcul (dans le cas où on fait usage de la denture ordinaire), les formules applicables à la denture à cames, où figure la constante 8,4 (au lieu de 16,8). La valeur qu'on détermine pour le pas se rapporte au pas normal $\tau = t \sin \gamma$, tandis que la valeur calculée pour la largeur des dents se rapporte à la largeur réelle de la couronne de la roue (b dans la figure 627, $2b'$ dans la figure 628).

6e Exemple. *Supposons qu'il s'agisse de construire en acier, comme roues à flèches, les roues du 5e Ex. Nous choisirons* $A = 1000$ *et provisoirement* $b : \tau = 6$, *avec* $S = 3^1/_3 . 2,7 = 9$. *Nous aurons d'abord* $Z_1 = (0,064 : 1000) 2500.81.40 : 6 = 86,4$; *ensuite* $\tau = 8400 : 50.9 = 18,7$ *et* $b = 4500.40 : 86,4.9 = 111^{mm},5$. *Nous prendrons* $Z_1 = 84$ (*d'où* $Z = 140$) *et* $b = 115^{mm}$. *Si l'on fait* $\gamma = 60^o$, *on a* $t = \tau : \sin 60^o = \tau : 0,866 = 21^{mm}$; *nous prendrons* $t = 22^{mm}$, *d'où* $\tau = 0,866.22 = 19^{mm}$ *et* $b : \tau = 115 : 19 = 6$. *Le saut atteint* $0,5\ b.\cot\gamma = 0,5.115.0,577 = 33^{mm}$, *valeur de beaucoup supérieure à un pas et qui, par suite, est complètement suffisante. On trouve ensuite* $R_1 = 13,37.22 = 294^{mm},14$ *et* $R = 22,28.22 = 450^{mm},16$; *on a donc, en définitive, de très petites roues.*

Nous avons réuni dans le tableau suivant vingt-deux exemples intéressants empruntés à la pratique.

(1) Dans la roue à flèches que représente la fig. 628, la largeur totale $b = 2b' = 1000^{mm}$. P étant estimé à 25000^k, $P : b = 25$ et pour $n = 40$, on a $Pn : b = 1000$. On a constaté l'excellent état de cette roue, qui fait partie de la commande d'un laminoir réversible.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

N°s	N	n	R	Z	t	b	v	P	S	$\frac{P}{b}$	$\frac{Pn}{b}$	OBSERVATIONS
1	1000	$\frac{36,67}{114,8}$	$\frac{3050}{972}$	$\frac{144}{46}$	133	610	11,70	6410	1,32	10,5	$\frac{385}{1205}$	*F/F* Machine à vapeur.
2	500	$\frac{25}{100}$	$\frac{3724}{939}$	$\frac{230}{58}$	102	356	9,70	2320	1,1	6,52	$\frac{2.163}{622}$	*F/F* Machine à vapeur.
3	270	$\frac{60}{12}$	$\frac{498}{2490}$	$\frac{19}{95}$	158	525	3,13	6500	1,3	12,40	$\frac{744}{149}$	*F/F* Machine à vapeur.
4	240	$\frac{13,3}{44}$	$\frac{2790}{843}$	$\frac{208}{68}$	79	406	3,89	4633	2,3	11,60	$\frac{154}{510}$	*F/F* Train du N° 8.
5	192	$\frac{1,33}{15,14}$	$\frac{10193}{897}$	$\frac{704}{62}$	91	381	1,42	10110	5,1	26,53	$\frac{35}{402}$	*F/F* Roue hydraulique.
6	192	$\frac{15,14}{50}$	$\frac{2691}{815}$	$\frac{208}{63}$	81	381	4,27	3375	1,6	8,86	$\frac{154}{443}$	*F/F* Train du N° 5.
7	140	$\frac{30}{55}$	$\frac{1485}{815}$	$\frac{132}{72}$	71	218	4,62	2273	$\frac{3,0}{3,4}$	10,42	$\frac{313}{573}$	*F/F* Machine à vapeur.
8	140	$\frac{30}{54,5}$	$\frac{1690}{905}$	$\frac{138}{76}$	77	330	5,31	1977	2,6	5,99	$\frac{180}{326}$	*F/F* Machine à vapeur.
9	120	$\frac{1,51}{13,3}$	$\frac{7391}{858}$	$\frac{560}{80}$	79	381	1,22	7377	4,0	19,36	$\frac{29,2}{257}$	*F/F* Roue hydraulique.
10	100	$\frac{45}{158,8}$	$\frac{2148}{610}$	$\frac{176}{50}$	76	254	10,09	743	0,65	2,92	$\frac{131}{520}$	*B/F* Machine à vapeur.
11	90	$\frac{26}{80}$	$\frac{2170}{705}$	$\frac{228}{74}$	60	150	5,91	1142	2,1	7,61	$\frac{198}{609}$	*B/F* Machine à vapeur.
12	82,5	$\frac{54}{85}$	$\frac{1400}{910}$	$\frac{114}{74}$	78	$\frac{2,120}{500}$	7,92	1563	$\frac{1,3}{1,0}$	6,50	$\frac{351}{2.540}$	*B/F* Navire à hélice.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

13	50	$\frac{4,0}{7,32}$	$\frac{1282}{700}$	$\frac{96}{52}$	83	270	0,53	7075	5,5	26,20	$\frac{105}{192}$	*F/F* Roue hydraulique.
14	20	$\frac{7,74}{40}$	$\frac{2170}{420}$	$\frac{248}{48}$	55	160	1,67	900	1,7	5,60	$\frac{43}{224}$	*F/F* Roue hydraulique.
					ENGRENAGES CONIQUES							
15	300	$\frac{93}{50}$	$\frac{620}{1160}$	$\frac{50}{93}$	78	330	6,04	3750	$\frac{2,3}{2,6}$	11,25	$\frac{1044}{562}$	*F/F* Turbine.
16	300	$\frac{100}{111,8}$	$\frac{755}{679}$	$\frac{55}{49}$	68	254	8,01	2806	2,7	11,04	$\frac{110}{123}$	*F/F* Train du N° 1.
17	240	$\frac{44}{44}$	1067	75	89	457	4,92	3659	1,5	7,70	389	*F/F* Train du N° 3.
18	200	$\frac{41}{80}$	$\frac{1500}{765}$	$\frac{98}{50}$	96	300	6,40	2344	1,4	7,80	$\frac{320}{624}$	*B/F* Turbine.
19	130	$\frac{93}{124}$	$\frac{795}{630}$	$\frac{80}{60}$	62	204	7,74	1260	$\frac{1,6}{1,7}$	6,18	$\frac{675}{766}$	*B/F* Turbine.
20	100	$\frac{93}{144,7}$	$\frac{595}{380}$	$\frac{70}{45}$	53	160	5,79	1300	$\frac{2,1}{2,7}$	8,14	$\frac{757}{1178}$	*B/F* Turbine.
21	50	$\frac{93}{218}$	$\frac{645}{275}$	$\frac{75}{32}$	54	160	6,28	597	$\frac{1,1}{1,3}$	3,70	$\frac{344}{807}$	*B/F* Turbine.
					ENGRENAGES HYPERBOLIQUES							
22	16	$\frac{72}{81,6}$	$\frac{549}{483}$	$\frac{68}{60}$	$\frac{50,7}{50,6}$	150	4,15	291	$\frac{0,65}{0,88}$	1,94	$\frac{140}{158}$	*B/F* Train.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 229.

Renseignements sur les tableaux précédents.

Les éléments fournis par le tableau se rapportent à des paires de roues soumises à des efforts considérables et pour lesquelles ont été donnés, aussi bien que possible, les nombres de dents (1). La matière de ces dents est indiquée dans la dernière colonne. *F/F*, *B/F*, *F/B* désignent respectivement des engrenages de fonte sur fonte, de bois sur fonte et de fonte sur bois, la première lettre se rapportant toujours aux dents de la roue menante. La 2e colonne donne le travail réel en chevaux. Les divers exemples du tableau donnent lieu aux observations suivantes :

N° 1. — *Exemple emprunté à la machine à vapeur Corliss de la filature et du tissage de Fleming à Bombay. Le volant denté est la roue menante ; les dents sont renforcées par des rebords latéraux, comme ceux de la figure* 651. *Le coefficient d'usure pour la roue menée est bien élevé et ne paraît pas devoir assurer à la roue une longue durée.*

N° 2. — *La roue menante est un volant denté, engrenant avec deux roues d'égale grandeur, à chacune desquelles il transmet un travail de* 300 *chevaux, soit, au total,* 600 *chevaux ; Pn : b, pour ce volant, a dû, par suite, être multiplié par* 2 *(avant-dernière colonne).*

N° 3. — *Emprunté à la machine soufflante de l'ancien chemin de fer atmosphérique de Saint-Germain. La valeur de Pn : b est certainement trop élevée ; ce défaut devait être très sensible, lorsque le service fonctionnait sans interruption.*

N° 4. — *P : b est très élevé ; toutefois, en raison du petit nombre de tours, Pn : b ne dépasse pas la limite admissible.*

Nos 5 et 6. — *Les données de ces deux numéros se rapportent à la puissante roue hydraulique de Greenock (la plus grande de toutes celles qui existent). La pression par unité de largeur de la couronne dentée est très considérable ; toutefois, la transmission paraît se faire dans des conditions satisfaisantes, ce qui doit sans doute être attribué à la faible valeur de Pn : b. Cette valeur, pour le* n° 6, *est à peu près la même que pour le* n° 5, *de telle sorte que les* 2 *pignons doivent être soumis très sensiblement au même degré d'usure.*

N° 7. — *Les dents de la petite roue (pignon) sont plus faibles que celles de la grande (volant denté), ainsi que le montre la colonne des tensions S. Il est probable qu'au début le volant portait des dents de bois.*

(1) Malgré le grand nombre de publications existantes, il n'est pas facile de réunir des exemples comme ceux du tableau. Le plus souvent, en effet, on ne trouve de renseignements que sur l'une des deux roues, tandis que la théorie de l'usure, telle qu'elle a été faite ici, implique la connaissance des deux roues engrenant ensemble. Il serait très désirable qu'on ne perdît jamais de vue cette considération. Il y aurait une grande utilité à réunir des données sur les roues existantes, en mesurant les usures produites.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

N° 9. — *Bien que la pression par unité de largeur* ($P : b$) *soit très considérable, la valeur de* $Pn : b$ *se trouve suffisamment petite. La tension des dents est assez forte. L'application de la formule* (222) *à ce cas, ainsi qu'au N° 4, aurait conduit à des valeurs plus faibles.*

N° 10. — *Un des exemples les plus dignes d'attention, car on possède des données satisfaisantes sur la grandeur de l'usure. Les dents de bois, disposées sur la roue menante, le volant de la machine motrice d'une fabrique de papiers (Kelvindale Paper Mill, à Glasgow), présentaient, au bout de* 26 *ans* $^1/_2$, *avec une marche de* 20 *heures par jour, une usure de* 3^{mm} *environ, mesurée sur le cercle primitif. Elles ont été alors remplacées pour la première fois* (1). *Pendant la première moitié de cette période, la machine fournissait, à la vitesse de* 38 *tours par minute, un travail de* 84 *chevaux (indiqués et abstraction faite du frottement). Deux fois par semaine, les dents étaient enduites de suif et de plombagine. En dehors de la bonne exécution (les dents de la roue menée avaient été taillées à la machine) et des soins apportés à l'entretien, il convient de signaler, comme une des principales causes de cette longue durée, les conditions éminemment favorables du coefficient d'usure.*

N° 11. — *Les dents, au bout d'un certain temps de service, ont été trouvées trop faibles ; ce qu'il convient d'attribuer à ce que la tension* $S = 2{,}1$ *était trop forte ; d'après la formule* (222) *nous aurions pris* $S = 1{,}22$.

N° 12. — *Deux roues à dents de bois engrènent avec un pignon à dents en fonte, calé sur l'arbre de l'hélice. Chaque dent, dans le sens de la largeur, se compose de* 2 *morceaux, de* 120^{mm} *de large.*

N° 13. — *Pression par unité de largeur très considérable, qui s'est traduite par l'usure des dents ; avec une aussi forte valeur de* $P : b$, *il est évidemment très difficile de maintenir les dents en bon état.*

N° 15. — *Les dents sont indiquées comme trop faibles et il s'est produit assez fréquemment des ruptures ; l'usure doit être évidemment très forte ; ce qui s'explique par la valeur tout à fait exceptionnelle de* $Pn : b$.

N° 17. — *Cette paire de roues (installée par Fairbairn) peut avoir à transmettre un travail double de celui qui est indiqué, c'est-à-dire que, dans certains cas, elle doit pouvoir transmettre le travail de* 4 *roues hydrauliques, au lieu de* 2, *chacune de ces roues ayant une puissance de* 120 *chevaux. Dans ces conditions, la tension des dents s'élèverait à* 3^k, *valeur admissible ; toutefois, pour une marche permanente, la valeur de* $Pn : b$ *serait alors un peu trop forte.*

N° 20. — *La valeur de* $Pn : b$, *pour la roue à dents en bois, paraît déjà un peu élevée ; mais, pour la roue en fonte, elle doit être considérée comme extrêmement forte ; il importe, toutefois, de remarquer que, dans ce cas, l'usure doit se produire presque exclusivement sur les dents de bois.*

N° 22. — *Cette paire de roues est empruntée à la transmission d'une usine de construction de machines, qui, précédemment, avait déjà employé, avec le plus grand succès, des roues hyperboloïdes, comme organes de transmission. Le défaut de cette disposition tient à ce que les dents de bois se trouvent placées sur la roue menée, ce qui a pour conséquence d'augmenter les chances d'usure, lesquelles, même sans cela, seraient déjà assez prononcées.*

(1) V. *Engineering*, 1879, fév., p. 123. Ce journal indique évidemment une valeur trop grande pour v et, par suite, les valeurs de P et de $P : b$ sont trop faibles.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

F. DIMENSIONS DU CORPS DES ROUES DENTÉES

§ 230.

Couronne d'une roue dentée.

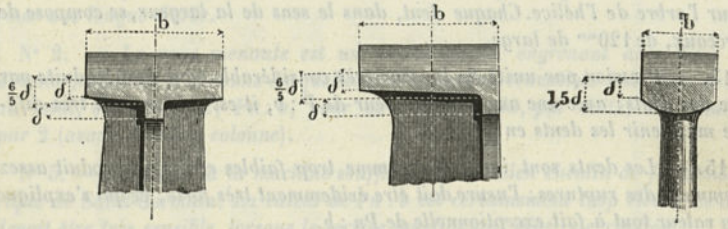
On désigne, sous le nom de couronne ou de jante d'une roue dentée, la partie annulaire sur laquelle se fixent les dents; la désignation de jante s'applique plus spécialement à chacun des segments qui, dans certains cas, constituent, par leur réunion, la couronne de la roue.

Dans les roues droites en fonte, on peut prendre, pour l'épaisseur de a couronne :

$$\delta = 3 + 0{,}4\,t. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (229)$$

L'épaisseur de la couronne n'est pas uniforme; d'un bord au milieu, ou d'un bord à l'autre, elle passe de δ à 6/5 δ (fig. 647); elle est, de

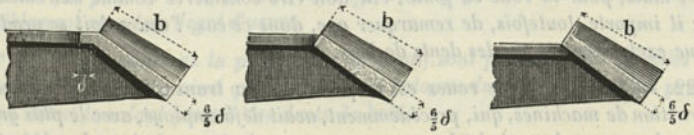
Fig. 647.



plus, renforcée par une nervure, qui, pour les faibles pas, peut être profilée en arc de cercle; mais, dans ce cas, il convient d'adopter des bras à section ovale. D'après la formule (229), un pas de 20^{mm} exige une épaisseur de couronne de $3 + 8 = 11^{mm}$; pour $t = 10^{mm}$, $\delta = 7^{mm}$.

Dans les roues coniques en fonte (fig. 648), l'épaisseur de la jante

Fig. 648.



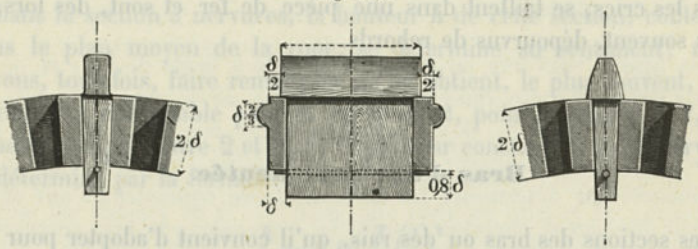
va en augmentant de l'intérieur à l'extérieur, où elle atteint $^6/_5\,\delta$; cette jante se raccorde avec les bras, comme l'indiquent les figures.

Dans les roues à dents en bois, la couronne doit avoir une plus grande épaisseur et doit être, en outre, renforcée latéralement; cette augmentation d'épaisseur a surtout pour objet de permettre un encas-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

tren ent convenable des dents (ou alluchons). Les dimensions proportionnelles, pour les roues droites et pour les roues coniques, sont indiquées respectivement par les figures 649 et 650. Les dents de

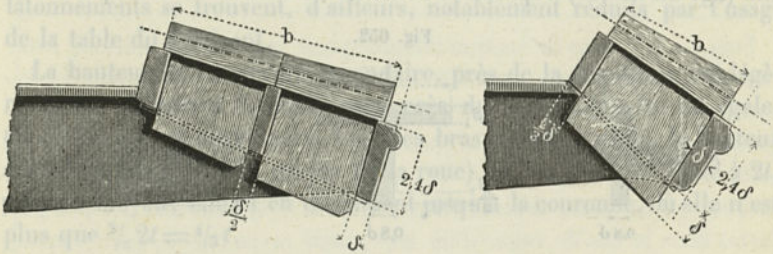
Fig. 649.



bois très larges sont formées de deux pièces, dont les queues sont séparées par une nervure.

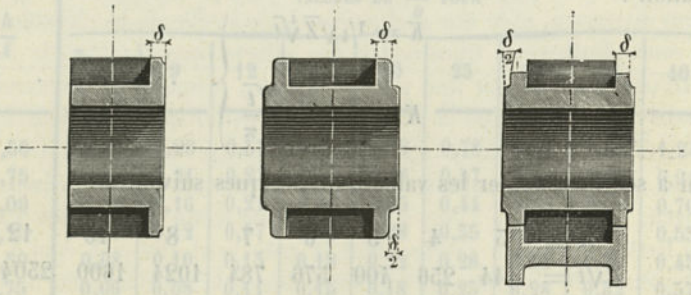
Le roues cylindriques de très faibles dimensions (petits pignons),

Fig. 650.



qui ont à transmettre un effort un peu considérable, doivent avoir une largeur suffisante pour assurer la résistance (V. fig. 644 et 645), ou encore être renforcées par un ou deux rebords (fig. 651), qui sont généralement tournés jusqu'au rayon du cercle primitif.

Fig. 651.



Dans les roues à flèches en acier (V. § 223), l'emploi de rebords latéraux a donné de bons résultats et s'est généralisé. Il n'entraîne

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

pas de difficultés d'établissement; au contraire, les rebords ont pour effet d'assurer la réussite de la coulée de l'acier, qui éprouve un retrait très prononcé (2 pour 100 environ) et tend, par suite, à se tasser.

Les petits pignons, comme, par exemple, ceux dont on fait usage dans les crics, se taillent dans une pièce de fer et sont, dès lors, le plus souvent, dépourvus de rebords.

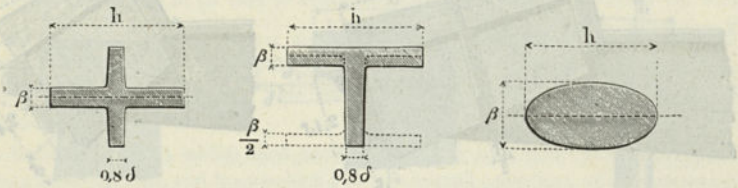
§ 231.

Bras d'une roue dentée.

Les sections des bras ou des rais, qu'il convient d'adopter pour les différentes formes de couronnes, sont représentées par les figures suivantes :

Figure 652. Sections à nervures, dans lesquelles il y a lieu de distinguer la nervure principale et la nervure secondaire; le tracé en pointillé (fig. du milieu) représente la forme de section de bras qui est la

Fig. 652.



plus convenable, lorsqu'on fait usage de machines à mouler, ou qu'on a recours à l'emploi de gabarits dans le moulage en sable (troussage). Dans la section ovale en tous les points de la longueur du bras, la largeur β est la moitié de la hauteur h. On obtient de bonnes proportions pour les roues, en déterminant le nombre K des rais par la relation :

ou

$$\left.\begin{aligned} K &= {}^1/_4 \sqrt{Z}\sqrt[4]{t} \\ K &= {}^1/_3 \sqrt{Z}\sqrt[4]{\frac{t}{\pi}} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (230)$$

qui a servi à calculer les valeurs numériques suivantes :

$K =$	3	4	5	6	7	8	10	12
$Z\sqrt{t} =$	144	256	400	576	784	1024	1600	2304
$Z\sqrt{\frac{t}{\pi}} =$	81	144	225	324	441	576	900	1296

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Exemple. *Pour une roue de* 50 *dents, de* 50^{mm} *de pas, la valeur* $Z\sqrt{t}$ *est* $50.7=350$, *qui se rapproche de* 400; *la roue doit donc avoir* 5 *bras. Si le pas n'était que de* 16^{mm}, *on aurait* $Z\sqrt{t}=50.4=200$, *nombre compris entre* 144 *et* 256 *et le nombre des bras devrait être de* 3 *ou* 4.

Dans la section à nervures, la hauteur h de cette section, contenue dans le plan moyen de la roue, se détermine au sentiment; nous devons, toutefois, faire remarquer qu'on obtient, le plus souvent, une valeur très convenable pour h, en prenant, pour le rapport $h:t$, un nombre compris entre 2 et 2,5; l'épaisseur constante β de la nervure se détermine par la formule :

$$\frac{\beta}{b}=0{,}07\,\frac{Z}{K}\left(\frac{t}{h}\right)^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (231)$$

Lorsque cette formule donne une épaisseur de nervure trop forte ou trop faible, au point de vue de l'aspect ou de l'exécution à la fonderie, on modifie la valeur choisie pour $h:t$ et on recommence le calcul. Les tâtonnements se trouvent, d'ailleurs, notablement réduits par l'usage de la table du § suivant.

La hauteur de la nervure secondaire, près de la couronne, est légèrement inférieure à b, tandis que, près du moyeu, elle lui est égale, ou même un peu supérieure. Dans les bras à section ovale, la hauteur h du bras (dans le plan moyen de la roue) est, en général, égale à $2t$, près du moyeu; elle va en diminuant jusqu'à la couronne, où elle n'est plus que $^2/_3\,2t=^4/_3\,t$.

§ 232.

Table relative aux dimensions des bras des roues dentées.

$\frac{h}{t}$	VALEURS DE $\frac{\beta}{b}$ POUR								
	$\frac{Z}{K}=7$	9	12	16	20	25	30	35	40
1,50	0,20	0,28	0,37	0,50	0,62	0,78	0,93	1,08	1,24
1,75	0,16	0,21	0,27	0,37	0,46	0,57	0,69	0,80	0,91
2,00	0,12	0,16	0,21	0,28	0,35	0,44	0,53	0,61	0,70
2,25	0,10	0,12	0,17	0,22	0,28	0,35	0,41	0,48	0,55
2,50	0,08	0,10	0,13	0,18	0,22	0,28	0,34	0,39	0,45
2,75	0,06	0,08	0,11	0,15	0,18	0,23	0,28	0,32	0,37
3,00	0 05	0,07	0,09	0,12	0,16	0,19	0,23	0,27	0,31

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Exemple. *Une roue à 6 bras, de 120 dents et de 50^{mm} de pas, a pour largeur de dents 100^{mm}. Si l'on prend, pour la hauteur h d'un bras, $h=2t=100^{mm}$, on a, d'après la table précédente (col. 6, ligne 3), $\beta=0{,}35.100=35^{mm}$. Si l'on trouvait cette épaisseur incommode et si l'on préférait une nervure plus faible, on pourrait prendre, par ex., $h=2{,}25t=2{,}25.50=113^{mm}$ et on aurait alors (col. 6, ligne 4), $\beta=0{,}28.100=28^{mm}$.*

Les bras à nervures en croix d'une roue à dents de bois et de la roue à dents de fonte, qui engrène avec elle, ne doivent avoir, comme dimensions, que les $^{8}/_{10}$ de celles qu'on donne aux roues de fonte sur fonte. Si l'on veut opérer d'une manière plus rigoureuse, on peut commencer par déterminer les dents de fonte équivalentes aux dents de bois données et chercher ensuite les dimensions de bras correspondant au pas, à la largeur et au nombre de ces dents en fonte.

§ 235.

Moyeu d'une roue dentée.

Suivant la forme de section adoptée pour les bras, la surface extérieure du moyeu d'une roue dentée se termine par une partie légèrement conique sur les deux côtés ou sur un seul; dans les roues de grandes dimensions, chaque tronc de cône est limité par une partie arrondie, dont le profil est un quart d'ellipse. La longueur L du moyeu, qu'on prend ordinairement égale à $^{3}/_{4}\,b$, peut être un peu plus forte, dans le cas de roues d'un très grand rayon; on a, pour l'épaisseur du moyeu, $w=10+0{,}4\,h$, h désignant la hauteur du bras. Dans les cas particulièrement importants, on utilise la formule (66) du § 65.

Lorsque le moyeu n'est pas destiné à être posé à chaud, il est légèrement évidé à l'intérieur, sur une partie de sa longueur, de telle sorte qu'on n'ait à dresser au tour, à chaque extrémité, qu'une largeur égale à $^{3}/_{4}\,w$. Le logement de la clavette est préparé sur toute la longueur du moyeu, avec une inclinaison égale à celle de la clavette. Dans les roues destinées à transmettre des efforts considérables, le moyeu se trouve renforcé par une partie saillante, ménagée directement au-dessus du logement de la clavette, afin d'éviter que l'introduction de cette dernière ne puisse amener une rupture. Une précaution, qui paraît préférable, consiste à renforcer chacune des extrémités du moyeu, ou au moins l'une d'elles, par une frette en fer mise à force. Ces frettes, à section carrée, dont le côté peut être pris égal à $^{1}/_{2}\,w$, ont pour effet d'augmenter très notablement la résistance du moyeu et permettent de chasser la clavette avec force, sans aucun danger de rupture (V. chap. III et la fin du § 161).

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 234.

Poids des roues dentées.

Le poids G d'une roue droite, établie d'après les règles précédentes, peut être représenté approximativement par l'expression

$$G = bt^2(6{,}25\,Z + 0{,}04Z^2). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (232)$$

dans laquelle b et t doivent être exprimés en décimètres. L'usage de cette formule se trouve notablement facilité par la table suivante, qui donne les valeurs de $G : bt^2$ pour une série de valeurs du nombre de dents. Chacune des valeurs de la table correspond à un nombre de dents qui est la somme des chiffres inscrits à l'entrée de la colonne et de la ligne horizontale, à l'intersection desquelles elle se trouve.

Z	0	2	4	6	8
20	141,0	156,9	173,0	189,5	206,4
30	223,5	241,0	258,7	276,8	295,3
40	314,0	333,0	352,4	372,1	392,2
50	412,5	433,2	454,1	475,4	497,1
60	519,0	541,3	563,8	586,7	610,0
70	633,5	657,4	681,5	706,0	730,7
80	756,0	781,5	807,2	833,3	859,8
90	886,5	913,6	940,9	968,6	996,7
100	1025,0	1053,7	1082,6	1111,9	1141,6
120	1326,0	1357,9	1390,0	1422,5	1455,4
140	1659,0	1694,1	1729,4	1765,1	1801,1
160	2024,0	2062,3	2100,8	2139,7	2179,0
180	2421,0	2462,5	2504,2	2546,3	2588,8
200	2850,0	2894,7	2936,9	2984,9	3030,6
220	3311,0	3358,9	3407,0	3455,5	3504,4

Exemple. *Une roue dentée en fonte, construite d'après les règles précédentes, a* 50 *dents,* $0^{dcm},5$ *de pas et* 1^{dcm} *de largeur; on a alors* $bt^2 = 0{,}25$ *et la table (col.* 2, *ligne* 4) *donne, pour le poids,* $G = 0{,}25 . 412{,}5 = 103^k,1$. *Si la roue, conservant encore* 50 *dents, avait* 30^{mm} *de pas et* 60^{mm} *de largeur, son poids serait* $G = 0{,}6 . 0{,}3^2 . 412{,}5 = 0{,}054 . 412{,}5 = 22^k,28$.

Les roues coniques et les roues à dents de fonte sur dents de bois, avec des bras à nervures en croix légers (V. la fin du § 232), ont des poids un peu inférieurs à ceux que donne la table précédente.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

CHAPITRE DIX-HUITIÈME

DÉTENTES

§ 255.

Des principaux genres de détentes et de leurs usages.

Nous comprendrons ici, sous la désignation commune de *détentes* (1), tous les dispositifs qui ont pour fonctions d'empêcher, à certains moments, des éléments de machines ou de mécanismes d'effectuer les mouvements qui leur sont propres. On peut distinguer deux espèces principales de détentes, suivant que le mouvement de l'élément doit être arrêté dans un seul sens, ou, au contraire, dans les deux sens. Celles de la première espèce constituent ce qu'on peut appeler des

détentes courantes,

tandis que celles de la seconde espèce sont, par opposition, des

détentes à repos.

Comme exemple de détente courante, nous citerons la détente à roue *abc* (fig. 653), avec dents en forme de pointes (en zigzag) et à

Fig. 653.

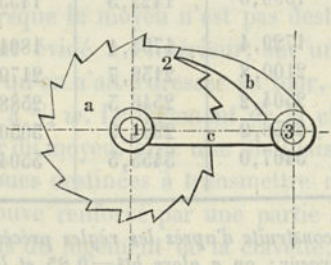
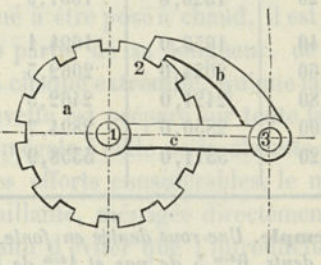


Fig. 654.



cliquet d'arrêt, profilé de la même manière. Une détente à repos est celle que représente la figure 654, dans laquelle les dents de la roue

(1) Le mot *Gesperre*, employé par l'auteur, n'a pas d'équivalent en français. Ce n'est que dans des cas relativement très limités qu'on pourrait le traduire convenablement par *Encliquetage*, la seule expression qu'on trouve en usage dans les traités de mécanique. Dans le cas actuel, il nous a semblé préférable d'adopter le mot *détente*, en généralisant le sens qu'on a donné à ce mot en horlogerie.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

ont la forme de tenons, le cliquet d'arrêt étant terminé par une partie saillante qui peut remplir exactement le vide entre deux dents. Le soulèvement du cliquet rend la détente libre, tandis que son introduction dans un des vides produit sa fermeture (clôture).

Si, dans les deux mécanismes précédents, composés chacun de trois pièces, la barre de jonction *c* est maintenue fixe, la roue *a* est la pièce soumise à l'arrêt, tandis que c'est la barre *c* qui remplit ce rôle, lorsque la roue *a* est fixe. Exemples : l'encliquetage ordinaire dans les appareils de levage et le dispositif d'arrêt du levier de distribution dans les locomotives.

De tous les mécanismes dont dispose la mécanique pratique, les détentes sont, en réalité, ceux dont l'usage est de beaucoup le plus développé. Au point de vue de leurs modes d'emploi, elles peuvent se diviser en six groupes distincts, savoir :

1° *Cliquetoirs* (1) destinés simplement à produire, par intermittences, l'arrêt d'une pièce, en s'opposant à tout mouvement de rotation ou de translation de cette pièce. Exemples : encliquetages de crics, de grues, d'axes de remontoirs.

2° *Retendoirs*, qui ont essentiellement pour fonction de laisser, par leur dégagement (déclenchement), les forces qui sollicitent la pièce tendue exercer leur action à un moment donné ; cette pièce, après déclenchement, abandonne la totalité, ou du moins une grande partie, du travail mécanique développé pour la tendre. Exemples : dispositifs de détentes dans les sonnettes à battre les pieux, dans les batteries de fusils et dans un très grand nombre de distributions de machines à vapeur.

3° *Arrêtoirs*, mécanismes ayant pour effet d'interrompre la marche en avant d'éléments de machines. Exemple : les parachutes dans les cages d'extraction des mines.

4° *Avançoirs*, mécanismes ayant essentiellement pour but de donner à une pièce un mouvement progressif intermittent, en sens contraire de celui que tendent à lui imprimer les autres forces dont elle suspend l'action. Exemple : plusieurs compteurs.

(1) Les détentes n'ayant été jusqu'ici l'objet d'aucune classification, aussi bien en Allemagne qu'en France, l'auteur a dû créer une série d'expressions nouvelles pour désigner les mécaniques des différents groupes. En allemand, cette formation ne présente aucune difficulté, puisque, pour tout mécanisme, il suffit d'ajouter le suffixe *werk* au radical du mot qui exprime l'action caractéristique de ce mécanisme. Les mêmes facilités n'existent pas en français, et nous avons dû, pour arriver à des mots de même désinence, adopter la terminaison *oir*. Nous avons ainsi été conduits aux six expressions du texte, qui correspondent respectivement à *Sperrwerke*, *Spannwerke*, *Fangwerke*, *Schaltwerke*, *Schliesswerke* et *Hemmwerke*. A la rigueur, pour le 1er et le 6e groupes, nous aurions pu adopter les mots *encliquetages* et *échappements*, qui sont fort usités ; si nous ne l'avons pas fait, c'est qu'il nous a semblé que ces mots sont, en réalité, bien plus propres à exprimer l'acte produit par le mécanisme que ce mécanisme lui-même.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

5° *Serroirs*, mécanismes destinés à l'établissement de liaisons, faciles à supprimer, tout en offrant une résistance suffisante aux forces qui les sollicitent. Exemples : divers accouplements de chemins de fer, manchons de débrayage d'arbres de transmission, et enfin les serrures.

6° *Échappoirs*, mécanismes ayant pour fonction essentielle de permettre à une pièce de prendre, à intervalles réguliers, un certain mouvement dans le sens des forces qui agissent sur elle. Exemples : les échappements en usage dans l'horlogerie.

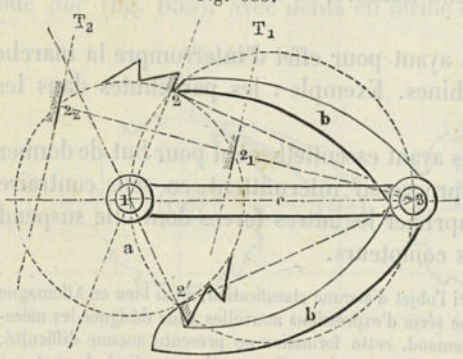
Parmi toutes les applications des divers genres de détentes qui viennent d'être indiqués, nous allons traiter brièvement, au point de vue de la construction, celles qui sont les plus importantes et qui peuvent être considérées comme fondamentales.

§ 256.

Détentes courantes à dents.

Dans la détente courante, le mouvement de la pièce d'arrêt, qui n'est pas empêché par l'organe destiné à produire cet arrêt, constitue ce qu'on appelle le mouvement direct ou progressif de cette pièce, tandis que le mouvement en sens contraire est le mouvement rétrograde. Les dents doivent donc avoir une forme telle que, dans le cas où la détente est fermée, elles empêchent la marche en arrière, sans s'opposer à la marche en avant. En outre, la disposition de l'ensemble doit être établie de manière que, dès le début d'un mouvement en arrière, le cliquet se trouve introduit dans le vide des dents par une force de clôture suffisante.

Fig. 655.



Si nous considérons tout d'abord, au point de vue de la forme des dents, la détente à roue droite de la figure 655, nous voyons de suite que le point d'attaque le plus avantageux pour le cliquet, sur le contour de la roue, est celui pour lequel la ligne 1.2, qui va du centre 1 de la roue à la pointe 2 du cliquet, est normale au rayon 2.3 de ce cliquet. Si, sur la distance des centres 1.3, comme diamètre, on décrit un cercle, les points 2 et 2', où il vient couper le cercle primitif de la roue, donnent les posi-

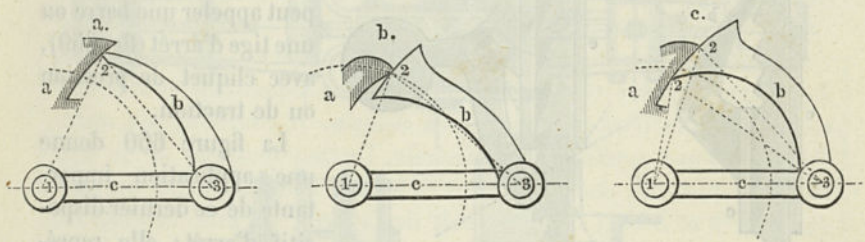
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

tions les plus favorables pour les points d'attaque. Si l'on utilise le point 2, le cliquet, en s'opposant à la marche en arrière, se trouve comprimé; on a alors un cliquet de pression; en choisissant, au contraire, le point 2′, on a un cliquet de traction. Si les flancs des dents sur la roue doivent se profiler suivant des lignes droites, l'un de ces plans doit être radial.

Si l'on choisit, pour le point d'attaque, 2_1 ou 2_2, en arrière ou en en avant de 2 ou de 2′, on obtient un dispositif d'arrêt qui peut encore fonctionner, mais dans des conditions moins favorables, car le bras de levier du couple de forces agissant sur la roue est, dans ce cas, inférieur à 1.2 et, par suite, la pression sur l'axe 3 est plus forte que précédemment. La direction des flancs, pour laquelle la pression sur le cliquet passe par l'axe 3, est donnée par la perpendiculaire menée en 2_1 sur $2_1.3$, ou en 2_2 sur $2_2.3$ (1).

Dans la disposition précédente il n'y a, sur les flancs des dents, qu'une position unique pour laquelle la pression P, transmise au cliquet, se trouve passer par l'axe de ce dernier; mais rien n'empêche de donner aux flancs un profil tel que P passe constamment par l'axe 3, quelle que soit la position du point d'attaque. Il suffit, à cet effet, d'adopter, pour ce profil, un arc de cercle, décrit du point 3 (fig. 656 *a*). On

Fig. 656.



arrive au même résultat, en terminant le cliquet par ce même profil et en donnant à la dent la forme d'une pointe, comme dans la figure 656 *b*; enfin, on peut encore adopter, pour le cliquet et le flanc de la dent, un profil identique, déterminé par le cercle décrit du point 3 (fig. 656 *c*). L'effort d'arrêt P, passant constamment par l'axe, ne tend plus ici à déplacer le cliquet et la denture peut être désignée sous le nom de *denture morte* (2). Nous étudierons un peu plus loin d'autres genres de dentures.

(1) Les directions des flancs possibles 1.2..., $2_1 T_1$..., $2_2 T_2$..., etc., sont les enveloppes d'une hyperbole, dont le cercle principal est le cercle 1.2 et dont l'un des foyers est au point 3; les lignes 1.2 et 1.2′ sont les asymptotes.

(2) Pour une marche en arrière qui tend à se produire, la dent de la roue est à un point mort, par rapport au cliquet.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

La roue peut aussi recevoir une denture intérieure, le cliquet agissant, d'ailleurs, soit par traction, soit par pression, en 2 et 2′ (fig. 657). D'un autre côté, l'axe 3, au lieu d'être à l'extérieur de la

Fig. 657.

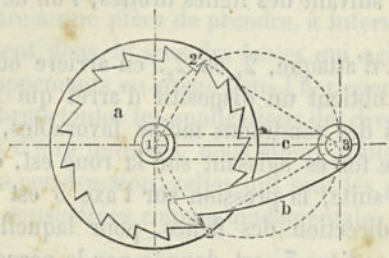
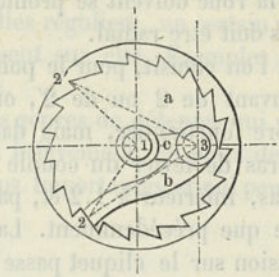
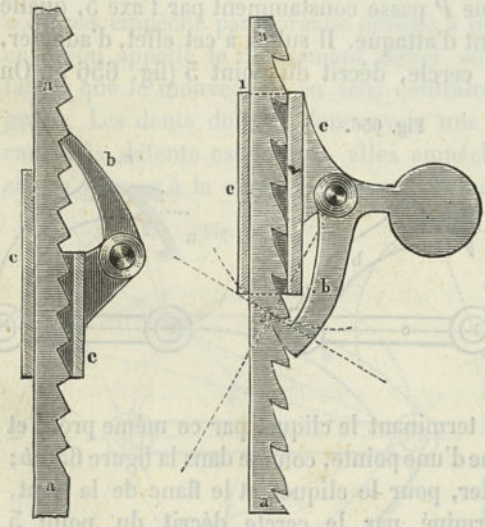


Fig. 658.



roue, peut être à l'intérieur (fig. 658). Toutefois, dans ce cas, la condition précédente, relative à la position la plus avantageuse du point d'attaque, n'est évidemment plus réalisable.

Fig. 659.



Si le rayon de la roue devient infini, cette roue se transforme en crémaillère, et on a alors ce qu'on peut appeler une barre ou une tige d'arrêt (fig. 659), avec cliquet de pression ou de traction.

La figure 660 donne une application importante de ce dernier dispositif d'arrêt; elle représente la partie supérieure du cadre de soulèvement d'une hélice amovible de navire à vapeur (1). Les deux tiges à dents *a*, qui supportent le cadre, au fur et à mesure de son soulèvement progressif, sont fixées, dans le plan moyen du navire, sur les parois du puits de l'hélice (*c* est la pièce d'arrêt, v. § 335). Le bon fonctionnement du dispositif est assuré par des ressorts en caoutchouc, en forme de maillons, disposés sur les leviers des cliquets *b*, *b*. Le cadre est soulevé et descendu, au moyen d'un palan, auquel

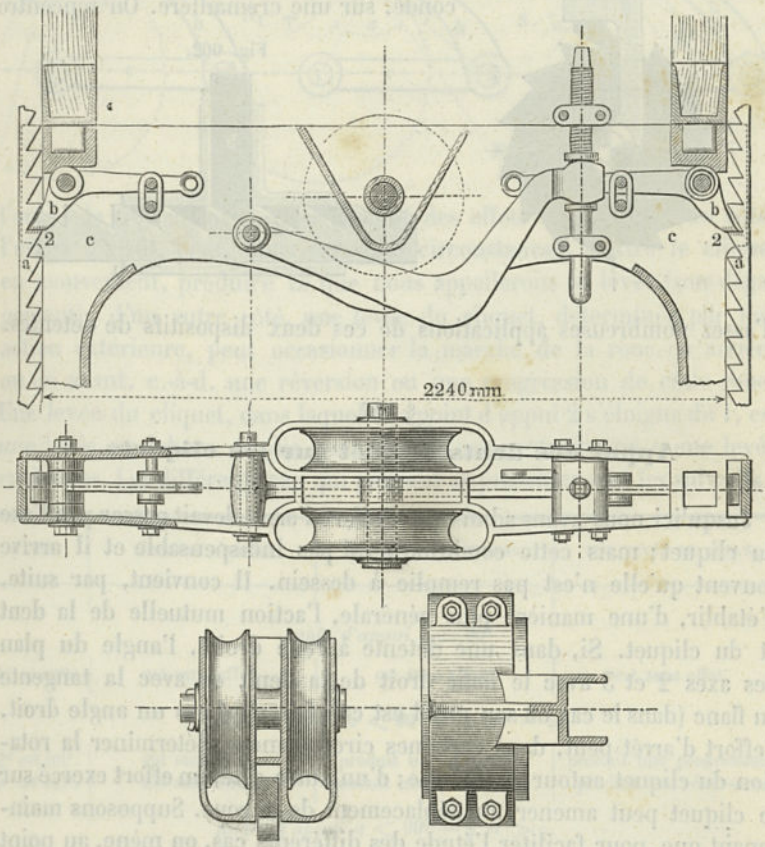
(1) V. la figure 324 du § 117, qui représente l'un des deux paliers correspondants pour l'hélice.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

appartiennent les deux poulies indiquées sur la figure, lorsqu'on a préalablement supprimé la jonction de l'arbre, portant l'hélice, avec l'arbre de couche (V. le manchon à fromage du § 156, pour lequel il suffit d'amener la rainure à être exactement verticale).

Dans le mouvement de descente, on maintient les cliquets dégagés, pendant tout le temps nécessaire, en agissant sur leurs leviers, au

Fig. 660.



moyen de cordes. Le cadre et les crémaillères sont en bronze. Le levier courbé, qui se trouve au milieu, est également un cliquet, appartenant à une détente à repos. C'est grâce à ce dernier que l'hélice, dont une aile se trouve convenablement entaillée, est empêchée de tourner, pendant les mouvements d'ascension et de descente. Le cadre se trouve maintenu dans sa position la plus basse par deux étrésillons en bois, garnis de bronze à leurs extrémités, qu'on voit représentés, à droite et à gauche, au-dessus des cliquets *bb*.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Ce n'est pas seulement à la roue, mais encore au cliquet 2.3, qu'on peut donner un rayon infiniment grand, sans avoir égard au rayon de la roue. Il se transforme alors en un véritable verrou à coulisse. Les figures 661 et 662 représentent deux détentes avec un verrou de ce genre qui, dans la première, agit sur une roue et, dans la seconde, sur une crémaillère. On rencontre

Fig. 661.

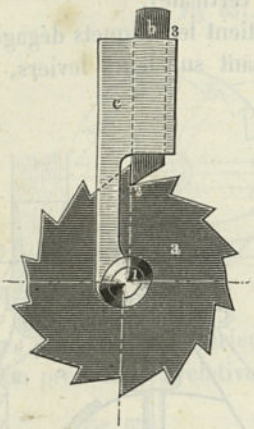
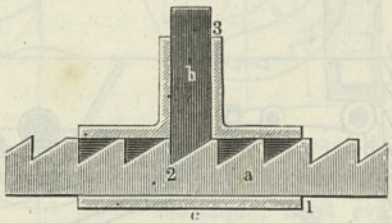


Fig. 662.



d'assez nombreuses applications de ces deux dispositifs de détentes.

§ 237.

Appui des dents d'arrêt sur les cliquets.

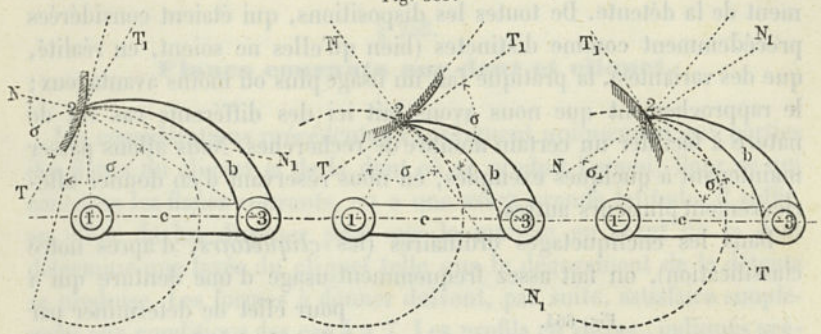
Jusqu'ici nous avons admis que l'effort d'arrêt devait passer par l'axe du cliquet; mais cette condition n'est pas indispensable et il arrive souvent qu'elle n'est pas remplie à dessein. Il convient, par suite, d'établir, d'une manière plus générale, l'action mutuelle de la dent et du cliquet. Si, dans une détente à roue droite, l'angle du plan des axes 2 et 3 avec le flanc droit de la dent, ou avec la tangente au flanc (dans le cas où son profil est courbe), n'est pas un angle droit, l'effort d'arrêt peut, dans certaines circonstances, déterminer la rotation du cliquet autour de son axe; d'un autre côté, un effort exercé sur le cliquet peut amener un déplacement de la roue. Supposons maintenant que, pour faciliter l'étude des différents cas, on mène, au point de contact 2 (fig. 663), une normale NN_1 au plan tangent au flanc de la dent; cette normale d'appui NN_1 peut tomber en dehors du triangle 1.2.3, ou le couper, ou coïncider avec l'un des côtés; dans le premier cas, l'appui est dit extérieur, tandis qu'il est intérieur dans le second. Si la normale coïncide avec 2.3, il est neutre et, si elle coïncide avec 2.1, il est nul, c.-à-d. qu'en dehors d'un frottement éventuel, il n'y a dans ce cas aucune action de la roue sur le cliquet, ou inversement.

L'angle σ que forme la direction 2.3 du cliquet avec la tangente en 2,

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

ou l'angle égal de la normale d'appui avec la normale à 3.2, se nomme l'angle d'appui. Suivant les valeurs du rapport de cet angle à

Fig. 663.



l'angle de frottement φ, il se produit des effets différents. D'un côté, l'effort d'arrêt, peut, dans certaines circonstances, mettre le cliquet en mouvement, produire ce que nous appellerons sa levée (son dégagement); d'un autre côté, une levée du cliquet, déterminée par une action extérieure, peut occasionner la marche de la roue en arrière ou en avant, c.-à-d. une réversion ou une progression de cette roue. Une levée du cliquet, dans laquelle le point d'appui 2 s'éloigne de 1, est une levée en dehors, tandis que, dans le cas contraire, on a une levée en dedans. Les différents cas qui peuvent se présenter sont les suivants :

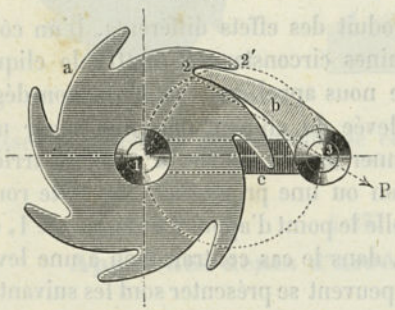
L'APPUI	L'EFFORT D'ARRÊT	UNE LEVÉE EN DEHORS	UNE LEVÉE EN DEDANS
		Angle d'appui $\sigma = 90^0$	
1° est neutre.	est sans effet.	est sans effet.	est sans effet.
		Angle d'appui $\sigma < 90^0$ *et* $> 90^0 - \varphi$.	
2° est intr.	est sans effet.	produit une réversion.	produit une progression.
3° est extr.	est sans effet.	produit une progression.	produit une réversion.
		Angle d'appui $\sigma < 90^0 - \varphi$ *et* $> \varphi$.	
4° est intr.	prod. une levée en dedans.	produit une réversion.	est prod. par l'effort d'arrêt.
5° est extr.	prod. une levée en dehors.	est prod. par l'effort d'arrêt.	produit une réversion.
		Angle d'appui $\sigma < \varphi$.	
6° est intr.	prod. une levée en dedans.	est sans effet.	est prod. par l'effort d'arrêt.
7° est extr.	prod. une levée en dehors.	est prod. par l'effort d'arrêt.	est sans effet.
		Angle d'appui $\sigma = 0$.	
8° est nul.	produit une réversion.	détermine un frottement.	détermine un frottement.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Dans la denture morte, on a $\sigma = 90°$ (cas n° 1). Au point de vue de la levée, il est à remarquer que, suivant que la denture est extérieure ou intérieure, une levée détermine ou bien la fermeture ou le dégagement de la détente. De toutes les dispositions, qui étaient considérées précédemment comme distinctes (bien qu'elles ne soient, en réalité, que des variantes), la pratique fait un usage plus ou moins avantageux; le rapprochement que nous avons fait ici des différents cas est de nature à faciliter un certain nombre de recherches. Nous allons passer maintenant à quelques exemples, en nous réservant d'en donner ultérieurement plusieurs autres.

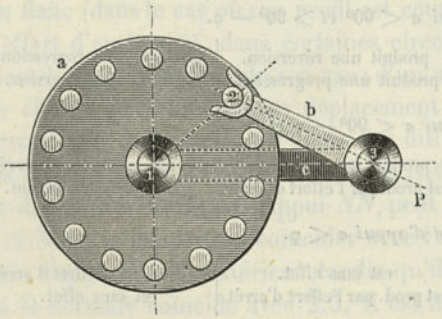
Dans les encliquetages ordinaires (les *cliquetoirs*, d'après notre classification), on fait assez fréquemment usage d'une denture qui a pour effet de déterminer par elle-même la fermeture, c'est-à-dire que, dans le cas où la roue est pleine, l'effort d'arrêt produit une levée en dedans du cliquet (fig. 664), comme dans le quatrième et le sixième cas.

Fig. 664.



Cette denture offre l'avantage que, du moment où le cliquet se trouve introduit dans un vide, la pression d'arrêt s'oppose à son dégagement. Dans les appareils de levage, la roue à rochet, destinée à maintenir la charge, reçoit assez souvent cette forme de denture. On la retrouve également dans la roue du manchon de Pouyer-Quertier (fig. 455), où la réalisation de la fermeture automatique présente une importance spéciale.

Fig. 665.



Si, pour un dispositif de détente, on se trouve dans les conditions du sixième cas ($\sigma < \varphi$), le dégagement par simple action sur le cliquet est impossible (cran de repos dans une batterie de fusil).

La clôture automatique se trouve également réalisée par la disposition de la figure 665, dans laquelle les dents de la roue sont des fuseaux. Le cliquet a la forme d'une fourchette, dont les flancs intérieurs sont profilés pour une levée en dedans et les flancs extérieurs pour une levée en dehors. Ici, comme d'ailleurs dans le dis-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

positif précédent, pour arriver au dégagement du cliquet, il est indispensable de faire tourner la roue en arrière d'un certain angle.

§ 238.

Flancs courants sur dent et cliquet.

Les considérations précédentes s'appliquent uniquement aux parties des flancs du cliquet et de la dent où se produit l'appui. Pour ce qui concerne les flancs courants, on a une assez grande latitude. Il suffit, en effet, de les disposer pour que la marche en avant de la dent détermine une levée du cliquet telle que le dégagement de la détente se produise. Les formes à donner doivent, par suite, satisfaire simplement aux conditions des cas 4 à 7. Les profils en zigzag, indiqués précédemment, sont d'un emploi très répandu. Il en est cependant d'autres en usage, comme ceux des figures 666 et 667, où les dents de la roue

Fig. 666.

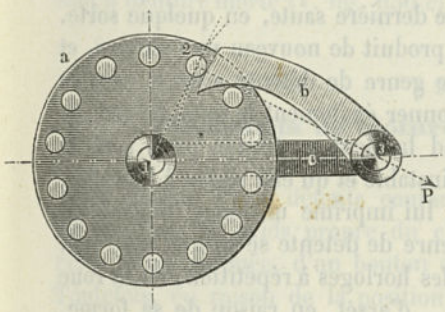
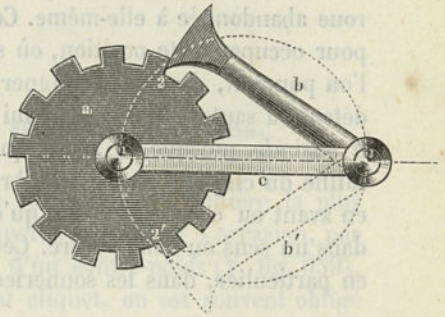
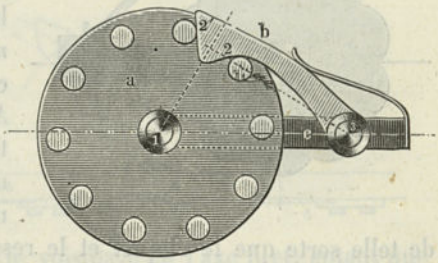


Fig. 667.



présentent une forme symétrique par rapport à leur plan moyen. Si l'on donne au cliquet une forme également symétrique, comme dans la figure 667, on peut aussi le placer en-dessous (comme l'indique le tracé en pointillé), et renverser, par suite, la direction de marche de la roue. (Avançoir, ou mécanisme d'avance, dans les machines-outils).

Fig. 668.



On rencontre même en usage dans la pratique des détentes, avec des flancs d'appui présentant une forme telle que la pression d'arrêt agit sur eux pour produire le dégagement. Dans le cas

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

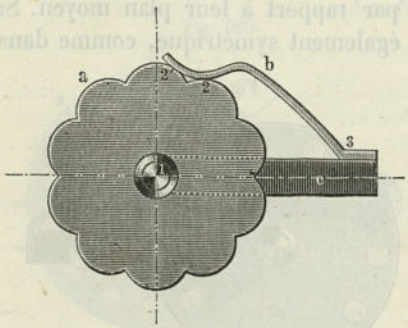
où un dispositif, muni de dents de ce genre, doit être utilisé comme cliquetoir, il est nécessaire que le cliquet soit constamment pressé dans le vide des dents par une force de clôture suffisante, pour empêcher qu'un maximum donné de l'effort d'arrêt ne détermine le dégagement. Il faut alors exercer une action extrêmement forte sur la roue pour arriver à la faire tourner. La figure 668 représente un cliquetoir de ce genre, où la clôture du cliquet se fait par un ressort et dont on trouve une application dans le dispositif de sûreté pour boulons de la figure 242.

§ 259.

Détentes à sauts ou à bascule.

Les détentes dont il vient d'être question en dernier lieu jouissent encore d'une autre propriété : dès que la pointe du cliquet vient à dépasser légèrement le milieu de la dent, le ressort de clôture a pour effet de faire tomber brusquement, dans une nouvelle position, la roue abandonnée à elle-même. Cette dernière saute, en quelque sorte, pour occuper cette position, où se produit de nouveau une clôture, et l'on pourrait, dès lors, désigner ce genre de détente sous le nom de détente à sauts. Mais on peut lui donner également le nom de *détente à bascule*, puisque la roue, quand la dent se trouve juste sous la saillie du cliquet, est en équilibre instable et qu'elle arrive à basculer, en avant ou en arrière, dès qu'on lui imprime un léger mouvement dans un sens ou dans l'autre. Ce genre de détente se trouve appliqué, en particulier, dans les sonneries des horloges à répétition, où la roue d'arrêt, en raison de sa forme, porte le nom d'étoile, tandis que le cliquet de l'étoile est souvent appelé le sauteur. On le rencontre légèrement modifié dans la machine à calculer de *Thomas*; la disposition adoptée dans ce cas est celle de la figure 669. Au lieu d'une articulation à tourillon, en 3, on emploie une charnière constituée par une lame élastique (V. § 180), de telle sorte que le cliquet et le ressort se trouvent réunis en une seule pièce.

Fig. 669.



Au lieu d'une roue complète, on peut, dans certains cas, se con-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

tenter d'un simple arc denté et même parfois se borner à une seule dent, comme dans la figure 670. La pièce d'arrêt et le cliquet peuvent, dans des cas analogues, recevoir exactement la même forme et

Fig. 670.

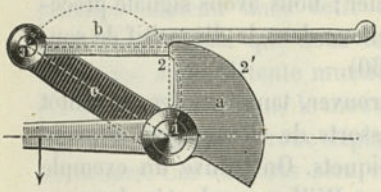
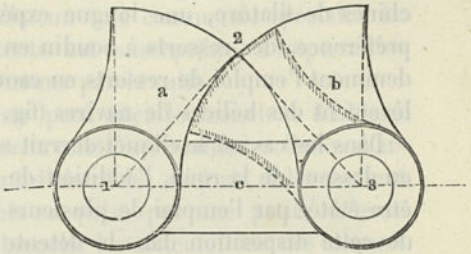


Fig. 671.



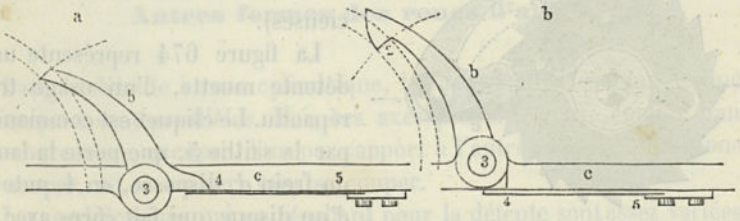
changer alternativement de rôle, dans leur action mutuelle (fig. 671). On rencontre des applications de ce dispositif dans les distributions des machines à vapeur de Cornouailles. Les cliquets, en raison de la forme qu'ils présentent, ont reçu le nom de quadrants ou de sextants. Ils sont à denture morte (V. fig. 656 *c*).

§ 240.

Dispositifs de clôture. Détentes muettes.

La clôture d'une détente courante se fait, de la manière la plus simple, par le poids propre du cliquet, renforcé, à l'occasion, par celui d'une poignée, d'un bouton ou d'un contre-poids (V. fig. 659). Toutefois, en raison de la position du cliquet, on est souvent obligé de recourir à l'emploi auxiliaire d'un ressort. Il convient de disposer ce ressort de telle sorte qu'il n'ait qu'une petite course et qu'il n'occasionne qu'une faible résistance de frottement. On doit, par suite,

Fig. 672.



placer son point d'attaque dans le voisinage de l'axe 3 et, autant que possible, sur la ligne des centres 1.3, de telle sorte que 3.4.5 soit une ligne droite (fig. 672 *a*). Dans le cas où l'on rencontre des difficultés à

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

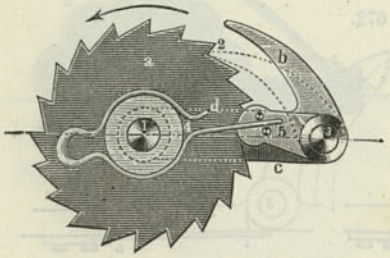
adopter cette disposition, qui est la plus avantageuse, on doit chercher, du moins, à s'en rapprocher le plus possible (V. fig. 672 *b*). La figure 680 (V. plus loin) représente un ressort de pression, fortement recourbé, employé dans une détente courante; là aussi la ligne passant par les points 3,4 et 5 s'éloigne peu d'une ligne droite. Dans les machines de filature, une longue expérience a conduit à employer, de préférence, des ressorts à boudin en acier; nous avons signalé précédemment l'emploi de ressorts en caoutchouc dans le dispositif de soulèvement des hélices de navires (fig. 660).

Dans les cas où le cliquet devrait se trouver, tantôt en dessus, tantôt en dessous de la roue, l'addition de ressorts de clôture peut souvent être évitée par l'emploi de plusieurs cliquets. On trouve un exemple de cette disposition dans la détente que *Wilbers* a adoptée dans ses machines à faucher le gazon (fig. 673). L'un des trois cliquets, qui sont munis de demi-tourillons, se trouve toujours dans une position telle que la pesanteur puisse agir, pour produire la clôture de la détente, puisque l'axe 1 reste horizontal.

Fig. 673.

Dans la marche en avant, avec la détente courante ordinaire, l'introduction répétée des cliquets dans les vides des dents est une cause d'usure, non seulement pour les cliquets et les dents de la roue, mais encore pour les articulations 3 des cliquets, sans compter que cette usure est, le plus souvent, accompagnée d'un bruit désagréable. On a donc été conduit naturellement à imaginer des dispositions de détentes dans lesquelles ces inconvénients sont évités, et qui sont désignées sous le nom de *détentes muettes* (ou silencieuses).

Fig. 674.



La figure 674 représente une détente muette, d'un usage très répandu. Le cliquet est commandé par la saillie 5, que porte la lame du frein *d*, disposée, en 4, autour d'un disque, qui fait corps avec la roue à rochet et qui lui est concentrique. Dès que la roue commence à tourner en avant, le bras 4.5 soulève le cliquet *b* et l'amène en dehors des dents. La course du cliquet est, d'ailleurs, limitée par les

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

goupilles, indiquées en 5. Pendant toute la durée de la marche en avant, la pièce *d* glisse sur son disque. Dans le cas où la marche en arrière viendrait à se produire, le bras 4.5 ramènerait le cliquet et l'engagerait de nouveau. Cette détente muette est employée dans les Mull-Jenny, ainsi que dans le manchon de Pouyer (V. fig. 455), où l'on trouve deux cliquets ayant chacun une commande spéciale. Le principe contenu dans cette détente est susceptible d'importantes applications, ainsi que nous le verrons par la suite.

Comme autre détente muette, on peut citer le manchon d'Uhlorn (V. fig. 456). Là, dans le mouvement relatif en avant, les flancs d'arrière des dents de la roue déplacent d'abord les cliquets et les mettent en dehors. Ces cliquets sont remis en prise par une petite détente auxiliaire (non silencieuse), dans laquelle les articulations des cliquets sont constitués par des lames à ressort (§ 180). Ces derniers font tourner les cliquets *b* de la détente principale d'un tout petit angle, dans la direction de la clôture, et les flancs des dents, disposés en vue d'une clôture automatique, achèvent de les mettre en prise (cas n°s 4 ou 6, § 237).

Les drilles ou perçoirs des machines à forer sont souvent munis de détentes muettes. La détente de Wilbers (fig. 673) peut être facilement transformée en détente de cette espèce. Si l'on dispose le mécanisme de telle sorte que l'axe 1 soit vertical et que les cliquets soient pressés, par l'action de la pesanteur, contre la paroi inférieure de la roue, le frottement entre ces cliquets et la roue détermine le déclenchement, dans le mouvement rotatif en avant, et l'enclenchement, dans le mouvement en arrière (dans ces deux mouvements le frottement agit comme force motrice sur les cliquets).

On peut imaginer une très grande variété de dispositions de détentes muettes.

§ 241.

Autres formes des roues d'arrêt.

Dans la détente à roue cylindrique, les axes 1 et 3 des deux organes principaux sont parallèles. Mais ces axes peuvent aussi, comme dans les engrenages, occuper, l'un par rapport à l'autre, d'autres positions, se couper, ou se croiser, sans se couper.

Les modifications qui en résultent pour la détente sont assez variées. Elles ne semblent pas, au premier abord, avoir l'importance qu'elles ont en réalité, et il convient, dès lors, d'entrer, à leur sujet, dans quelques explications.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Une détente courante pour axes qui se coupent, est la *détente à couronne* (fig. 675), dont la disposition, telle qu'elle est indiquée sur la figure, se rencontre assez souvent en usage dans les cabestans ; *a* est

Fig. 675.

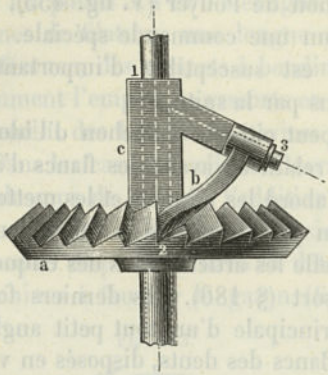
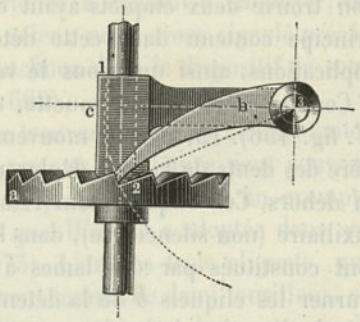


Fig. 676.



une roue en repos, *c* la pièce d'encliquetage. La détente à couronne existe également avec des axes qui se croisent, sans se couper, comme dans les dispositions des figures 676 et 677.

On peut obtenir aussi des dispositions très utiles, par la transformation de la roue *a* en roue creuse, en roue plane ou en une simple

Fig. 677.

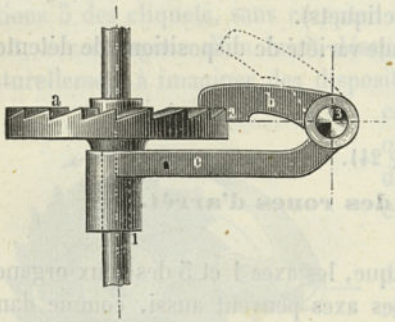
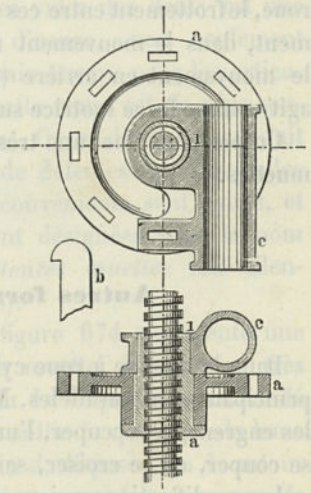


Fig. 678.



barre, et par celle du cliquet en verrou. La figure 678 représente une détente à couronne et à verrou, très usitée dans les pressoirs à vin. Ce verrou peut être facilement enlevé et placé en sens inverse (V. aussi

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

la fig. 667), de telle sorte qu'il soit possible de donner le mouvement en avant ou en arrière.

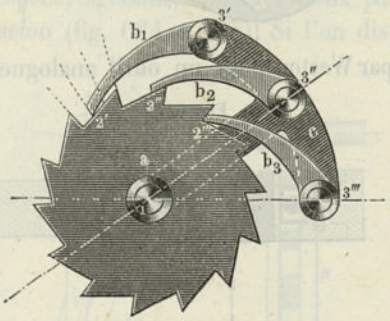
Le manchon à dents ordinaire (fig. 443) n'est, au fond, qu'une détente courante à couronne, avec verrou. La moitié du manchon, clavetée sur l'arbre A, est la roue d'arrêt a, avec denture en zigzag; l'autre moitié glissant sur l'arbre, à rainure et languette, est le verrou b; l'arbre B représente la pièce c de la détente; par rapport à ce dernier, l'arbre A (a) tourne dans un palier (petit tourillon, réel ou fictif, dans le joint de séparation des arbres), tandis que le verrou glisse sur B (c) parallèlement à l'axe de rotation (1).

§ 242.

Détentes fractionnées courantes.

Dans un grand nombre de cas, le besoin se fait sentir d'avoir une détente, disposée de telle sorte que l'arrêt puisse se produire, après une rotation inférieure à l'angle d'une division, ou d'un pas, de la roue d'arrêt. Ce résultat peut être obtenu par l'emploi de deux ou de plusieurs cliquets, dont chacun se déplace d'une quantité égale à une fraction d'un pas, et on a alors ce qu'on peut appeler des *détentes fractionnées*. Ces détentes présentent une richesse de formes extraordinaire et sont d'un usage extrêmement répandu. Mais il est arrivé souvent qu'on n'a pas su reconnaître leur caractère propre.

Fig. 679.



La figure 679 représente une détente fractionnée à trois cliquets, qui est bien connue et dans laquelle les cliquets s'engagent successivement, à des intervalles d'un tiers de pas; c'est une détente au tiers. Avec cette même disposition, on peut arriver à produire l'arrêt de la roue à

$$\frac{1}{3} \quad \frac{2}{3} \quad 1 \quad 1\frac{1}{3} \quad 1\frac{2}{3} \quad 2 \quad \text{etc., pas,}$$

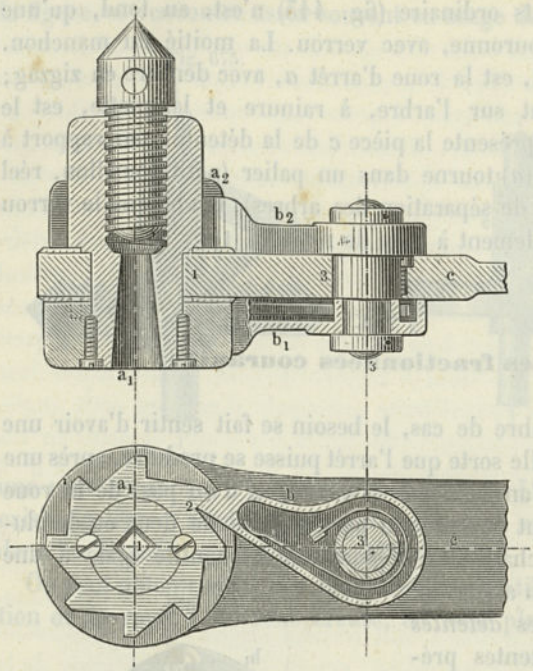
c'est-à-dire après une rotation égale à un multiple quelconque de $\frac{1}{3}$.

(1) On rencontre de nombreuses variétés de détentes courantes en usage dans la mécanique des pianos. Elles sont appropriées, avec le plus grand soin, au but à remplir et elles sont munies d'organes de dégagement particulièrement bien disposés. Grâce à ces détentes on est, en définitive, parvenu à donner à l'instrument, au point de vue de la touche, haut degré de perfection qui le distingue aujourd'hui.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

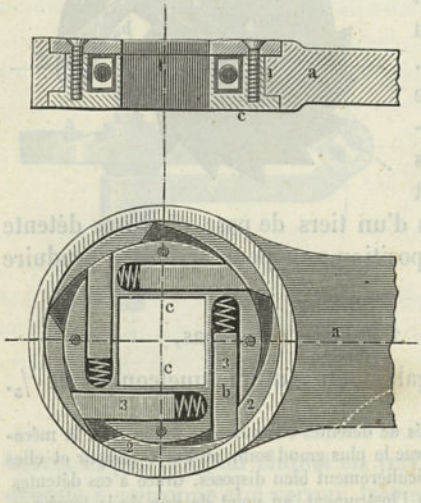
Cette détente se trouve employée, en particulier, dans les scies verticales alternatives, où, avec une division relativement grossière, on arrive à réaliser des avances très faibles. Une détente au demi se rencontre appliquée dans la drille à levier de *Weston* (fig. 680). Les deux cliquets b_1 et b_2 sont disposés sur des côtés différents du bras c et agissent sur les parties correspondantes a_1 et a_2 de la roue.

Fig. 680.



Une détente au quart, avec verrous (fig. 681), a également été exécutée par Weston pour un outil analogue au précédent. La denture, qui est intérieure, comporte cinq dents et le nombre des cliquets est de quatre. La détente du manchon d'Uhlhorn (fig. 456) est une détente au demi, de même que celle du manchon de Pouyer (fig. 455).

Fig. 681.



Si le fractionnement de la détente doit être seulement d'un demi, ou plus généralement, s'il s'agit de décomposer l'angle d'un pas en deux parties, égales ou inégales, les deux cliquets peuvent être réunis, de manière à constituer une pièce unique (fig. 682 et 683). Dans ces figures, les deux cliquets réunis agissent, l'un par

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

traction, l'autre par pression. Dans chaque mouvement simple d'oscillation autour de 3, le cliquet double laisse la roue avancer d'un demi-

Fig. 682.

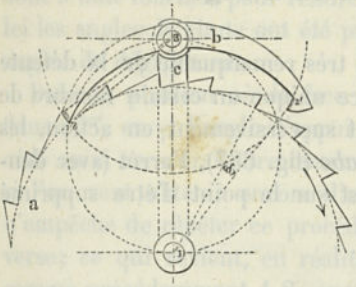
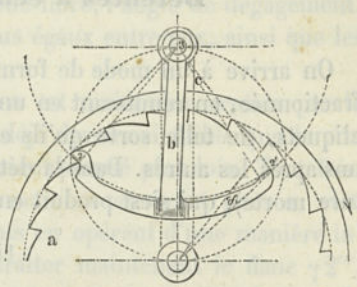


Fig. 683.



pas; dans la première figure, la denture est extérieure, sur roue pleine, et, dans la seconde, intérieure, sur roue creuse.

Si l'on fait tourner la roue en avant, les dents de cette roue soulèvent alternativement les deux cliquets. En raison de la forme du double cliquet, la détente dont il s'agit ici peut être désignée sous le nom de *détente à ancre*.

Si l'on donne à la roue la forme d'un disque annulaire, portant latéralement des dents en saillie (§ 211), on peut réunir, en une ancre unique, deux cliquets de même espèce, agissant, tous les deux par traction, ou tous les deux par pression (fig. 684 et 685). Si l'on dis-

Fig. 684.

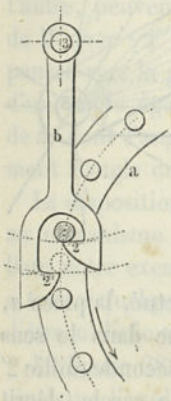


Fig. 685.

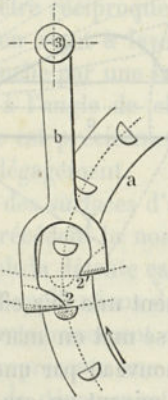
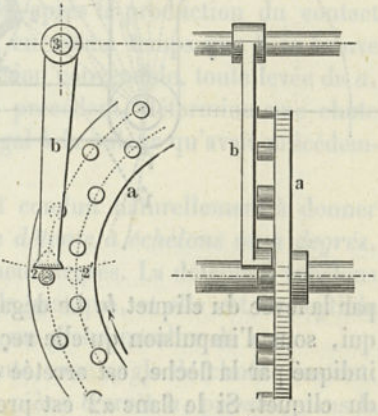


Fig. 686.



pose les dents de telle sorte qu'elles se succèdent alternativement sur deux anneaux concentriques, les deux cliquets de traction de la figure 684 et les deux cliquets de pression de la figure 685 peuvent être remplacés par un cliquet unique (fig. 686). Cette dernière détente fractionnée semble être nouvelle.

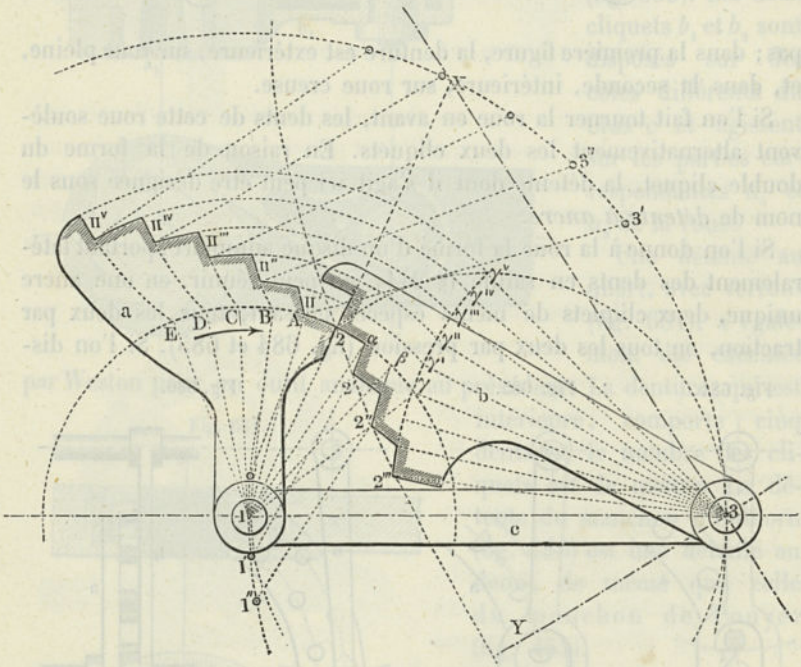
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 243.

Détentes à échelons ou à degrés.

On arrive à un mode de formation très remarquable de la détente fractionnée, en réunissant en une pièce unique un certain nombre de cliquets, de telle sorte qu'ils entrent successivement en action, les uns après les autres. Dans la détente *abc* (fig. 687), l'arrêt (avec denture morte), qui s'est produit en 2, est sur le point d'être supprimé

Fig. 687.



par la levée du cliquet *b*. Le dégagement une fois effectué, la pièce *a*, qui, sous l'impulsion qu'elle reçoit, se met en marche dans le sens indiqué par la flèche, est arrêtée de nouveau par une seconde saillie $2'$ du cliquet. Si le flanc $\alpha 2'$ est profilé suivant un arc de cercle, décrit du point 3, une nouvelle levée de *b* détermine, derechef et sans choc, le dégagement de *a* et permet une nouvelle chute de cette roue, jusqu'à la rencontre de la dent $\beta 2''$, et finalement la roue se trouve amenée au contact du dernier flanc $\gamma 2'''$. Les points 2, α, β, γ, correspondant aux différentes positions d'arrêt de la roue, se trouvent tous sur un cercle

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

décrit du point 1. Il se produit donc, en réalité, par les levées successives de b, trois progressions séparées de a. L'angle correspondant à chacun de ces déplacements de a se nomme l'angle de chute et celui dont b doit tourner, pour rendre la roue libre, l'angle de dégagement. Ici les angles de chute ont été pris tous égaux entre eux, ainsi que les angles de dégagement.

Dans la position où la face 2 de a est maintenue arrêtée par le flanc $\gamma 2'''$, en γ, l'angle d'appui σ est déjà devenu si faible que le procédé suivi ne saurait être convenablement poussé plus loin. Toutefois, si l'on veut obtenir encore d'autres marches en avant pour a, rien n'empêche de répéter ce procédé, mais en opérant d'une manière inverse; ce qui revient, en réalité, à traiter maintenant le flanc $\gamma 2'''$, comme précédemment 1.2, en disposant sur a, en arrière du flanc 2, d'autres dents II, II', II'' ..., qui, pour des levées ultérieures de b, seront arrêtées par le flanc $\gamma 2'''$. Il est facile d'employer ici une denture morte et la figure indique tout ce qui est nécessaire. Les angles de chute ont encore été pris tous égaux entre eux et aux précédents, de même que les angles de dégagement. De cette manière nous sommes arrivés à un mécanisme permettant, en tout, neuf arrêts successifs. Les surfaces de b produisant l'arrêt sont toutes décrites du point 3, de même que les surfaces limitant les dents de a sont décrites du point 1; les flancs d'arrêt sur a sont des arcs de cercle, dont le rayon est $32'' = 3\gamma$ et les surfaces limitant les flancs de b, des arcs de rayon 1.2.

Il convient de remarquer que les actions des pièces a et b, l'une sur l'autre, peuvent être réciproques. Si, après la production du contact de II^{v} avec $\gamma 2'''$, on vient à lever a, en même temps que b se trouve poussé vers la gauche par une impulsion convenable, toute levée de a, d'un angle égal à l'angle de chute précédent, détermine une chute de b, dont l'angle est précisément égal à la valeur qu'avait précédemment l'angle de dégagement.

La disposition des surfaces d'arrêt conduit naturellement à donner au mécanisme précédent le nom de *détente à échelons* ou *à degrés*. Dans notre exemple la détente est à neuf degrés. La détente à échelons a trouvé quelques applications dans la pratique, et elle est susceptible d'être utilisée avantageusement dans un grand nombre de cas.

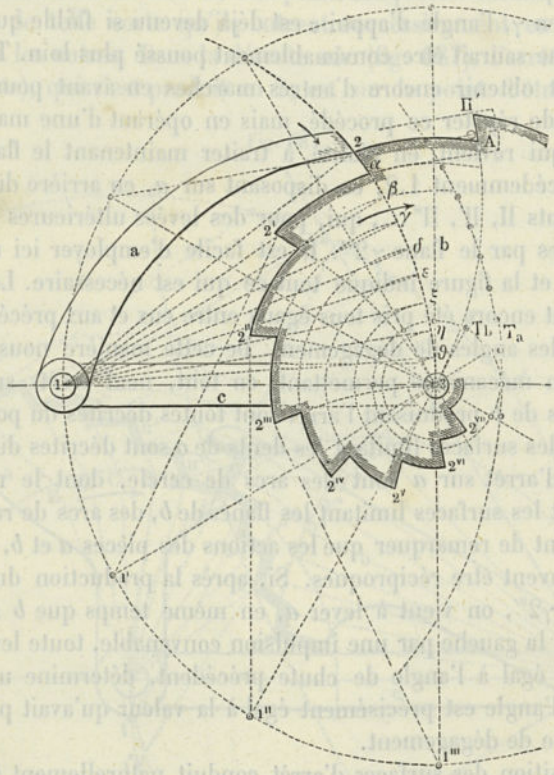
La figure 688 représente une détente, avec angle de chute constant, ainsi que l'angle de dégagement. La pièce d'arrêt a, pressée, dans la direction de la flèche, par une force convenable, présente la forme d'un cliquet, tandis que la pièce destinée à produire l'arrêt est un disque denté. Le cercle 1.2 passe par 3; les angles de dégagement pour b ont été pris égaux à 30° et les angles de chute pour a égaux à 5°.

Cette détente est en usage dans les sonneries des horloges à répéti-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

tion. La pièce destinée à produire l'arrêt porte le nom de limaçon (on pourrait dire limaçon à degrés). Le bras a, dans les sonneries, reçoit le plus souvent, à son extrémité, la forme figurée en A, en pointillé. La forme générale du limaçon est intéressante. Ses pointes en saillie $2, 2', 2''\ldots$, quand les conditions précédentes sont remplies, se trouvent

Fig. 688.



sur une péricycloïde raccourcie. Ici, où $1.2 = 1.3$, cette courbe est une péricycloïde homocentrique (1). Les sommets des angles rentrants sont situés sur une courbe de même espèce. Les cercles, qui, par leur roulement l'un sur l'autre, servent à décrire ces courbes, sont reportés sur la figure ; l'un T_a est décrit du point 1, l'autre T_b du point 3 ; leurs rayons sont dans le rapport inverse des angles de chute et de dégagement. Dans l'hypothèse d'une rotation continue des pièces b et a, ces cercles rouleraient l'un sur l'autre ; avec le mode de mouvement

(1). Voir, au sujet de cette dénomination, proposée par le professeur Reuleaux, la *Cinématique* du même auteur, édition française, p. 24.

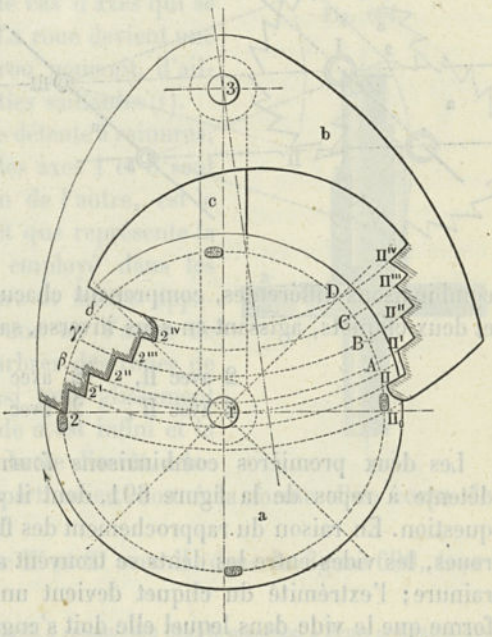
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

tel qu'il a lieu, ce sont des couples de points (indiqués sur la figure) qui viennent en contact, après chacune des chutes successives.

Dans la détente à échelons de la figure 687, les angles de chute et de dégagement étaient dans le rapport 1 : 2. Là aussi les pointes des dents se trouvent sur des cycloïdes, savoir : celles de *a* sur une péricycloïde, celles de *b* sur une hypocycloïde. Le point de contact des cercles générateurs tombe sur la ligne 3.1 prolongée, en dehors de la figure. Comme le rapport des rayons des cercles est 2 : 1 et que le contact est intérieur, l'hypocycloïde se réduit à une ellipse. Un arc de cette dernière courbe se trouve reporté sur la figure 687, où 3X et 3Y sont les directions des axes. Il résulte de là qu'on obtiendrait la forme la plus simple, pour la série des dents de *b*, en faisant $1.2 = 1.3$, puisque, dans ce cas, l'ellipse se réduirait à un diamètre du cercle principal correspondant à *b*, c'est-à-dire deviendrait ici la droite 3.X.

Si l'on réunit, pour une seule et même pièce d'arrêt, deux cliquets à plusieurs échelons, agissant, l'un par traction, l'autre par pression, on obtient la détente à ancre, que représente la figure 689. Ici, par un mouvement oscillatoire de l'ancre, on peut arriver à donner à la roue un mouvement progressif intermittent, comme dans les dispositifs des figures 682 à 686.

Fig. 689.



L'ancre est à 10 échelons et la roue à 4 dents. Ce mécanisme constitue, comme il est facile de le reconnaître, le cas général, d'où peuvent être déduites les détentes à ancre des figures dont il vient d'être question.

On pourrait encore traiter ici un grand nombre de problèmes intéressants et, en particulier, ceux dans lesquels, pour une rotation continue de la pièce déterminant l'arrêt, il se produit une rotation intermittente de la pièce d'arrêt elle-même. On trouve appliquées, dans l'art de l'horlogerie, des solutions de nombreux problèmes de ce genre.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Il est évident, d'ailleurs, que dans la détente à échelons, tous les changements qu'entraîne, avec elle, la position relative des axes, ainsi que ceux qui résultent de l'infinité des rapports possibles entre 2.1 et 2.3, doivent avoir pour conséquence une très grande variété de formes d'exécution.

§ 244.

Détentes à repos dentées.

La détente à repos dentée peut être considérée comme le résultat de la réunion des deux détentes courantes, fonctionnant en sens inverse l'une de l'autre. La figure 690 est la représentation schématique d'une réunion de ce genre.

Les quatre arrêts en 2, 2′, II et II′ peuvent donner lieu à quatre

Fig. 690.

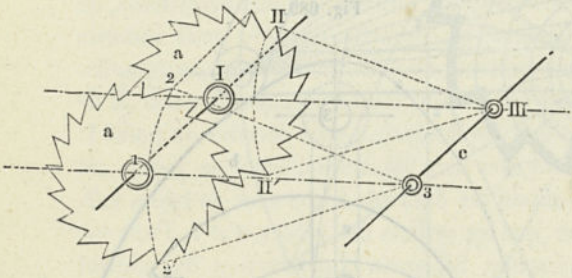
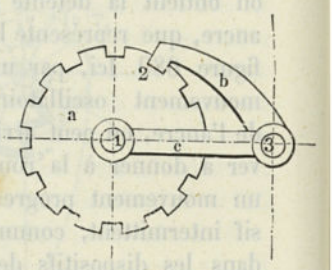


Fig. 691.



combinaisons différentes, comprenant chacune deux couples de dents et deux cliquets, agissant en sens inverse, savoir :

2 avec II, 2′ avec II′,
2 avec II′, 2′ avec II.

Les deux premières combinaisons fournissent identiquement la détente à repos de la figure 691, dont il a déjà été précédemment question. En raison du rapprochement des flancs d'arrêt des dents des roues, les vides entre les dents se trouvent avoir un profil en forme de rainure; l'extrémité du cliquet devient une saillie pleine, de même forme que le vide dans lequel elle doit s'engager; les dents de la roue reçoivent la même forme. Cette détente à repos pourrait s'appeler détente à rainures. Il est à remarquer que l'arrêt peut être réalisé plus sûrement, si l'on emploie une denture morte, ou une denture avec $(90^0 - \sigma) < \varphi$ (§ 237). Il existe une assez grande variété de formes d'exécution pour cette détente.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Les figures 692 et 693 représentent deux variantes de la détente à rainures. Le cliquet agit ici à la fois par traction et par pression. Si la

Fig. 692.

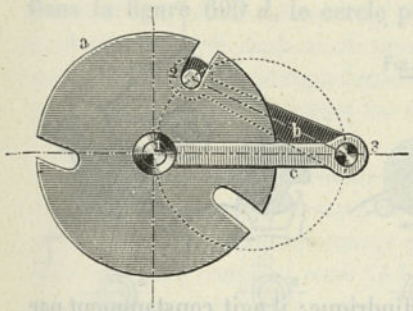
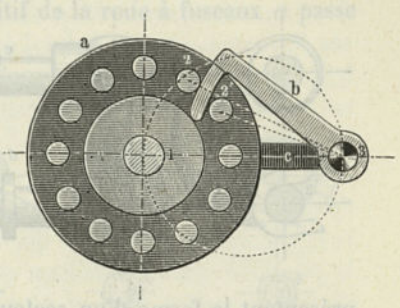
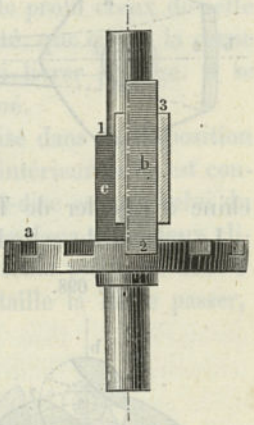


Fig. 693.



distance entre les axes 1 et 3 devient infinie, le cliquet se transforme en un verrou. La figure 694 représente la disposition que prend la détente à rainures dans le cas d'axes qui se croisent, sans se couper. La roue devient une roue à couronne; le verrou pourrait, d'ailleurs, avoir plusieurs parties saillantes (1).

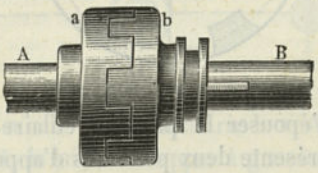
Fig. 694.



Une autre disposition de détente à rainures, correspondant au cas où les axes 1 et 3 sont à une distance infinie l'un de l'autre, est le mécanisme à chute d'arrêt que représente la figure 695, et qui est employé dans les treuils, les bancs de tours et autres appareils, pour fixer, dans l'une ou l'autre de leurs deux positions, les arbres des roues de débrayage et prévenir ainsi tout glissement longitudinal. Ici le rayon de *a* est infini et la roue *a* devient une simple barre d'arrêt, à laquelle on a, dans le cas particulier, donné la forme d'un corps de rotation.

Les combinaisons 2 avec II′ et 2′ avec II, dans la figure 690, four-

(1) Cette détente à rainures est facile à reconnaître dans le manchon à dents ordinaire, que représente la figure ci-contre. L'arbre *A* porte la roue à couronne *a*; l'autre moitié *b* de l'accouplement est le verrou; l'arbre *B* remplace la pièce de réunion *c*, puisqu'il peut tourner, par rapport à *A*, au moyen d'un tourillon (réel ou fictif) qui lui est concentrique, et qu'il sert de guide à la pièce *b*.



IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

nissent, quand $3.2 = \text{III.II}$, une détente à repos, du genre que représente la figure 696. Le cliquet se trouve transformé en une pièce

Fig. 695.

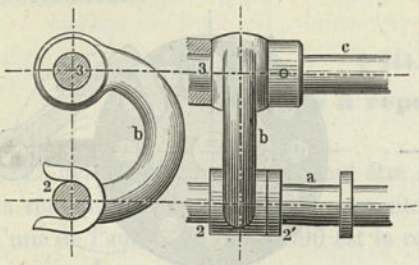
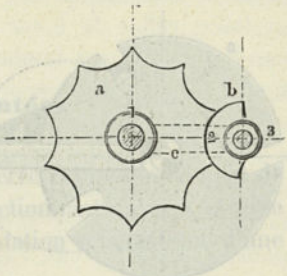
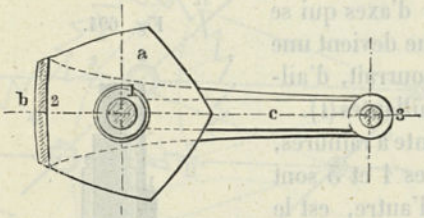


Fig. 696.



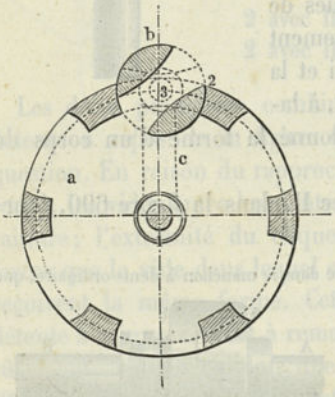
présentant la forme d'un secteur cylindrique; il agit constamment par pression, tandis que, dans la figure 697, il agit, au contraire, par traction. En raison de la forme du cliquet, cette détente à repos peut être désignée sous le nom de *détente à cylindre*. Sous la forme de la figure 696, elle est d'un emploi très facile et elle a trouvé de nombreuses applications, parmi lesquelles on peut citer la machine à calculer de Thomas et un certain nombre de compteurs.

Fig. 697.



Le secteur du cylindre *b* peut aussi tomber complètement à l'intérieur de la circonférence qui limite la roue, comme dans la figure 698. Dans ce cas, lorsque ce secteur se trouve convenablement placé par rapport aux dents, pour les laisser échapper, la roue peut tourner, à volonté, d'un assez grand angle, à gauche ou à droite. Si l'on veut limiter sa course à la valeur d'un pas, par exemple, on peut y arriver en donnant une forme convenable à l'entaille du cylindre, et, en particulier, celle qu'indique la figure 699 *a*. La denture de la roue *a* n'est plus assujettie ici à la condition d'épouser le profil circulaire du cylindre *b* (§ 237); il suffit qu'elle présente deux positions d'appui, à gauche et à droite de 1.3. comme

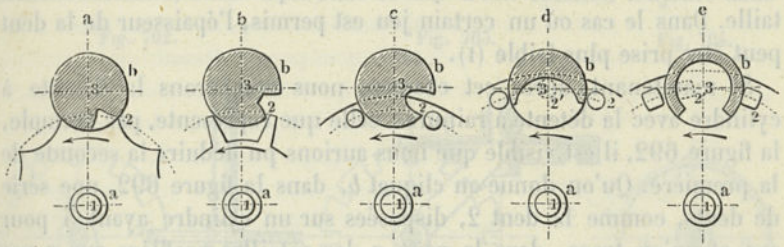
Fig. 698.



IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

dans la figure *b*; on peut donc, d'après cela, adopter pour la roue *a* une denture à fuseaux, comme en *c*. Cette dernière figure montre la forme qu'il convient de donner à l'entaille, dans la disposition de la figure 698, pour réduire l'amplitude de déplacement de la roue *a*. Dans la figure 699 *d*, le cercle primitif de la roue à fuseaux *a* passe

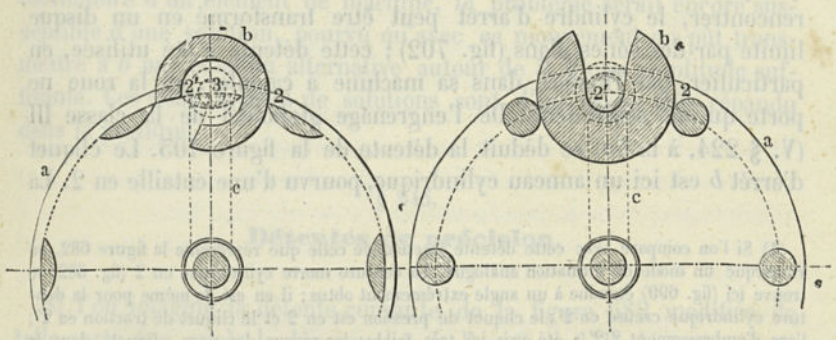
Fig. 699.



par l'axe 3; l'entaille du cylindre se trouve notablement augmentée. La dent 2, quand la roue reçoit une impulsion dans la direction de la flèche, pénètre à l'intérieur de l'entaille, dès que cette dernière s'ouvre devant elle; elle vient ensuite toucher le profil creux de cette entaille et ne peut s'échapper, à l'autre extrémité, que quand la corne de ce côté est suffisamment soulevée pour lui livrer passage. Il se produit, par suite, une espèce d'arrêt fractionné.

Ce genre d'arrêt apparaît complètement réalisé dans la disposition de la figure 699 *e*. Ici le profil de l'entaille, à l'intérieur de *b*, est concentrique au profil cylindrique extérieur, c'est-à-dire comme celui du cliquet de traction de la figure 697. On se trouve donc avoir deux cliquets de pression et de traction réunis en une seule pièce. La dent 2 pénètre à l'intérieur, dès que le bord de l'entaille la laisse passer,

Fig. 700.



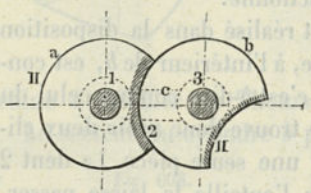
arrive en 2′ contre le profil intérieur et n'achève de parcourir le reste du pas que quand l'entaille, en tournant, la laisse échapper à gauche.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Si cette détente fractionnée doit être sans jeu, il est indispensable que les deux dents de la roue, qui, pendant l'arrêt, se trouvent à l'extérieur du cylindre et de chaque côté, soient rigoureusement en contact avec ce cylindre (Fig. 700). Si l'on s'impose, en outre, la condition que le fractionnement de l'arrêt soit égal à $^1/_2$, l'arc du cercle primitif, qui, sur la roue a, correspond à l'épaisseur de la dent, doit être pris égal à l'arc du même cercle compris entre les parois intérieures de l'entaille. Dans le cas où un certain jeu est permis, l'épaisseur de la dent peut être prise plus faible (1).

Si maintenant, après cet examen, nous comparons la détente à cylindre avec la détente à rainures, celle que représente, par exemple, la figure 692, il est visible que nous aurions pu déduire la seconde de la première. Qu'on donne au cliquet b, dans la figure 692, une série de dents, comme la dent 2, disposées sur un cylindre ayant 3 pour axe et qu'on trace, dans la roue a, les entailles profilées sur a par l'arc de cercle des dents, on obtiendra la détente cylindrique à peu près sous la forme indiquée par la figure 698. La détente à rainures peut également être déduite de la détente à cylindre, et inversement, en permutant la pièce qui produit l'arrêt avec celle qui le subit et en introduisant quelques changements accessoires de formes. En poussant les choses à la limite, on peut arriver à l'égalité complète des deux pièces et obtenir ainsi la disposition (2) que représente la figure 701.

Fig. 701.



Pour des positions d'axes plus compliquées, la détente à cylindre se laisse mettre sous différentes formes, utilisables dans la pratique; nous en donnerons quelques-unes. Dans le cas d'axes se croisant à angle droit, sans se rencontrer, le cylindre d'arrêt peut être transformé en un disque limité par des cônes plans (fig. 702); cette détente a été utilisée, en particulier, par Thomas, dans sa machine à calculer, où la roue ne porte qu'une seule dent. De l'engrenage globoïdal de la classe III (V. § 224, à la fin) se déduit la détente de la figure 703. Le cliquet d'arrêt b est ici un anneau cylindrique, pourvu d'une entaille en 2. La

(1) Si l'on compare avec cette détente fractionnée celle que représente la figure 682, on remarque un mode de formation analogue. La denture morte cylindrique en 2 (fig. 682) se trouve ici (fig. 699) étendue à un angle extrêmement obtus; il en est de même pour la denture cylindrique creuse en 2'; le cliquet de pression est en 2 et le cliquet de traction en 2'; l'arc d'embrassement 2.2' a été pris ici très faible; les rayons des deux cliquets, dans la figure 682, sont égaux, tandis qu'ici ils sont différents; enfin la première détente est courante, tandis que celle-ci est à repos.

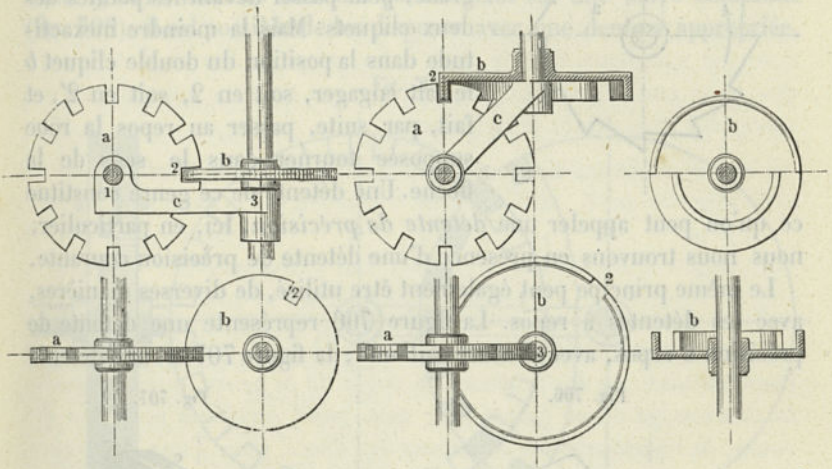
(2) Comparer cette détente avec la détente courante que représente la figure 671.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

figure 704 montre comment on peut établir, sur le même principe, une détente fractionnée.

Toutes les détentes à repos précédentes, dans lesquelles la pièce destinée à produire l'arrêt est un corps de rotation, avec échancrure, possèdent encore une propriété particulière qu'il convient de signaler: c'est qu'avec ces détentes, on est en mesure de produire des dégagements successifs, aussi bien dans le cas d'une rotation toujours dans

Fig. 702. Fig. 703. Fig. 704.



le même sens que dans le cas de mouvements de rotation alternatifs. Si donc le problème se posait d'effectuer, au moyen d'un arbre tournant toujours dans le même sens, le dégagement d'une des détentes précédentes, il suffirait d'accoupler cet arbre directement avec le cylindre d'arrêt; si l'on ne disposait, au contraire, que du mouvement oscillatoire d'un élément de machine, le problème serait encore susceptible d'une solution, pourvu qu'avec ce mouvement on pût transmettre à *b* une rotation alternative autour de 3, d'une amplitude suffisante. Ces deux formes de solutions sont d'un usage très répandu dans la pratique.

§ 245.

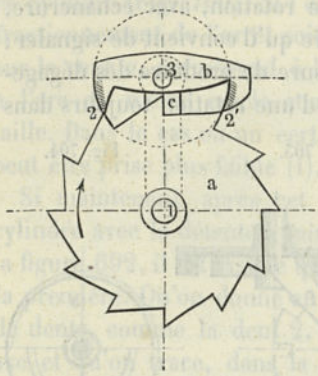
Détentes de précision.

Si l'on imagine la détente courante de la figure 682 modifiée de telle sorte que, après le dégagement de l'arrêt en 2, le dégagement en 2′ se produise avant que la roue n'ait parcouru un demi-pas, le principe ne sera pas changé. Or, pour obtenir ce résultat, il suffit que

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

l'angle de chute δ, en 2 et en 2′, soit réduit jusqu'à devenir nul, c'est-à-dire que la forme des cliquets soit telle qu'au moment où la dent est abandonnée en 2, la pointe du cliquet en 2′ se trouve bien exactement sur le cercle qui passe par les pointes des dents de la roue (fig. 705).

Fig. 705.



Dans ce cas, la roue *a*, recevant un mouvement d'impulsion en sens rétrograde, peut passer devant les pointes des deux cliquets. Mais la moindre inexactitude dans la position du double cliquet *b* le fait engager, soit en 2, soit en 2′, et fait, par suite, passer au repos la roue supposée tourner dans le sens de la flèche. Une détente de ce genre constitue ce qu'on peut appeler une *détente de précision*. Ici, en particulier, nous nous trouvons en présence d'une détente de précision courante.

Le même principe peut également être utilisé, de diverses manières, avec les détentes à repos. La figure 706 représente une détente de précision à repos, avec denture saillante ; la figure 707 est une détente

Fig. 706.

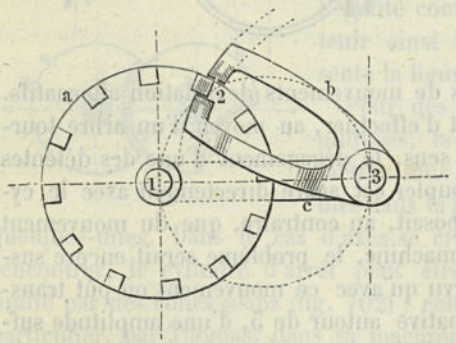
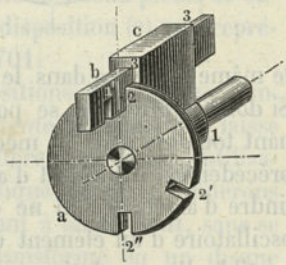


Fig. 707.



du même genre, avec roue à rainures ; dans cette dernière, le cliquet se trouve transformé en un verrou, muni d'une série d'entailles successives. Les applications pratiques des détentes de précision sont nombreuses ; nous aurons l'occasion d'y revenir plus tard.

§ 246.

Conception générale des détentes à dents.

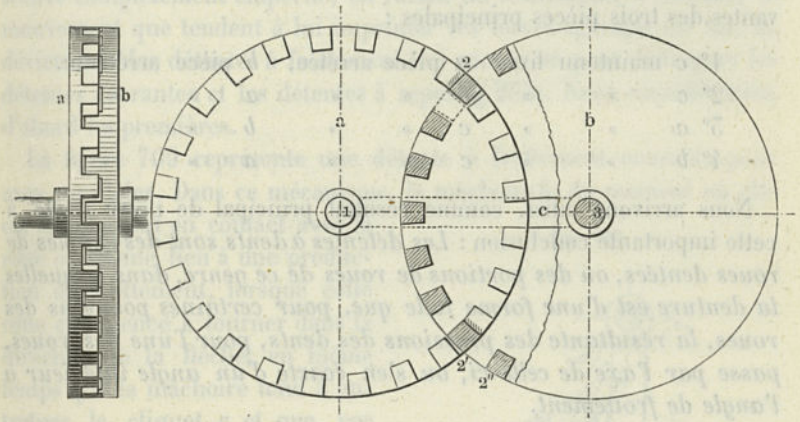
Dans un certain nombre de dispositions de détentes, considérées jusqu'ici, la pièce qui subit l'arrêt et celle qui le produit présentent une

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

ressemblance qui va presque jusqu'à la conformité, ou sont susceptibles de se remplacer; en fait, ce sont des pièces à action réciproque. C'est là une indication qu'on doit pouvoir arriver à une forme plus générale que celles obtenues précédemment et capable de les fournir toutes, par un mode de développement spécial. Il semble évident, d'ailleurs, que, dans cette forme générale, il ne doit plus exister aucune différence entre les deux pièces qui concourent à l'arrêt.

En réalité, si l'on considère deux roues dentées, deux roues à plateaux (§ 211), mobiles dans des paliers fixés sur une barre commune (fig. 708), il est possible de les disposer avec une denture appropriée,

Fig. 708.



de telle sorte qu'elles soient susceptibles d'agir, comme pièces d'arrêt, d'une manière complètement réciproque.

Dans la figure, on a choisi, comme exemple, une détente à entailles, à repos. La roue *b*, dans la position indiquée, arrête la roue *a*, en 2 comme en 2′; mais si on la fait tourner d'un demi-pas, elle laisse la roue *a* en liberté. D'un autre côté, si l'on fait tourner cette dernière roue *a* d'un angle correspondant à un nombre impair quelconque de demi-pas, c'est elle qui se trouve en position d'arrêter la roue *b*. Dans les deux cas, nous nous trouvons, de plus, en présence d'une détente de précision, de la nature de celle que représente la figure 706. Les détentes fractionnées, avec cliquets en forme d'ancres, s'en déduisent aussi facilement; il est évident, en effet, que l'ancre peut être considérée, non pas comme étant le produit d'un artifice qui consiste dans la réunion de deux cliquets, mais bien plutôt comme se trouvant comprise implicitement dans le problème général. Tous les genres de dentures (à zigzag, à entailles, à échelons et mixtes) sont utilisables

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

et conduisent aux différentes espèces de détentes. Il importe, toutefois, de ne pas perdre de vue que, dans les positions d'arrêt, la forme des dents exige des directions de forces telles que la pièce à arrêter ne puisse pas faire tourner la pièce destinée à produire l'arrêt. Des formes intermédiaires peuvent, comme nous l'avons vu (§ 237), donner lieu à une action de levée du cliquet. Il est bien évident aussi que la pièce produisant l'arrêt peut, dans certaines circonstances, avoir un mouvement de rotation en arrière et, dans d'autres, un mouvement de rotation en avant.

D'après ce que nous avons vu précédemment (§ 235), si l'une des roues est maintenue fixe, la pièce c devient pièce d'arrêt, de telle sorte que, pour une détente, on peut arriver aux quatre combinaisons suivantes des trois pièces principales :

1°	c	maintenu	fixe,	a	pièce	arrêtée,	b	pièce arrêtante.
2°	c	»	»	b	»	»	a	» »
3°	a	»	»	c	»	»	b	» »
4°	b	»	»	c	»	»	a	» »

Nous arrivons ainsi, comme résultat principal de notre étude, à cette importante conclusion : *Les détentes à dents sont des couples de roues dentées, ou des portions de roues de ce genre, dans lesquelles la denture est d'une forme telle que, pour certaines positions des roues, la résultante des pressions des dents, pour l'une des roues, passe par l'axe de celle-ci, ou s'en écarte d'un angle inférieur à l'angle de frottement.*

§ 247.

Dimensions des différentes pièces d'une détente.

Les formes des détentes à dents présentent une telle variété que la détermination des dimensions ne peut guère faire l'objet de règles bien précises. Du reste, dans chaque cas particulier, on peut trouver les éléments dont on a besoin en se reportant à ce qui a été dit précédemment. Ainsi, par exemple, pour les roues d'arrêt, il suffit de se reporter aux indications données pour les roues dentées et notamment pour les roues à denture à cames (§ 212). On doit apporter une attention spéciale à l'établissement des cliquets, qui sont exposés à des chocs; il convient de tenir compte de cette particularité dans la détermination des diamètres des tourillons. Souvent les cliquets possèdent un profil courbe; ils doivent alors être calculés comme des pièces soumises à des efforts composés (§ 18). Dans les cliquets à mouve-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

ments fréquemment répétés, il convient de recourir à l'emploi de l'acier, au moins pour les surfaces de contact; dans tous les cas, on doit s'arranger pour que la pression par unité de surface soit suffisamment faible.

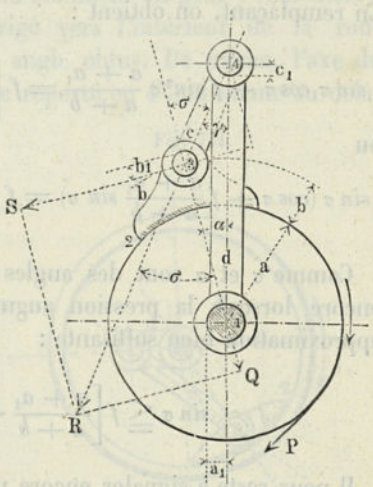
§ 248.

Détentes à frottement courantes.

On comprend, sous la dénomination de freins, tous les mécanismes qui ont pour objet de modérer, par l'action du frottement, la marche de corps en mouvement. Si ces mécanismes sont disposés de telle sorte que, par leur mise en action, un corps qu'il s'agit d'arrêter se trouve complètement empêché, en raison du frottement, d'effectuer le mouvement que tendent à lui imprimer les forces agissant sur lui, ils deviennent des détentes à frottement. Ici encore on peut distinguer les détentes courantes et les détentes à repos (§ 235). Nous considérerons d'abord les premières.

La figure 709 représente une détente à frottement courante pour axes parallèles. Dans ce mécanisme, la mâchoire b, du moment où elle est simplement en contact avec la roue a, donne lieu à une production de frottement, lorsque cette roue commence à tourner dans la direction de la flèche, en même temps que la mâchoire tend à entraîner le cliquet c et que, par suite, ce dernier exerce une pression sur l'articulation 4. La composante radiale Q de la pression, agissant dans la direction 4 . 3, a pour effet de serrer la mâchoire b contre la roue. L'autre composante tangentielle S peut être considérée comme composée des deux forces S_1 et S_2, qui ont même direction qu'elle et qui font équilibre aux frottements en 1 et 2. Au même point 3 agissent deux autres forces, S_3 et S_4, qui sont dirigées en sens contraire des premières, et qui proviennent des frottements en 3 et 4.

Fig. 709.



Le moment M de ces quatre frottements, par rapport à 1, est $M = (S_1 + S_2 - S_3 - S_4)(a + b)$. En partant des désignations d'angles indiquées sur la figure et en appelant a_1, b_1, c_1 les rayons des tourillons en

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

1, 3 et 4, avec $1.2 = a$, $2.3 = b$, $3.4 = c$ et $4.1 = d$, on a : $S_1 = Q f a_1 : (a+b)$, $S_2 = Q f a : (a+b)$, $S_4 = R f c_1 : c \cos\sigma = (Q f : \cos\sigma)\ c_1 : c \cos\sigma$ et $S_3 = S_4\ (b_1 : c_1)\ (d\alpha + d\gamma) : d\gamma$.

D'un autre côté, de la relation $(a+b) \sin\alpha = c \sin\gamma$ on tire, en différentiant : $d\alpha = d\gamma.\ c\cos\gamma : (a+b)\cos\alpha$.

En remplaçant et en remarquant que $d = c\cos\gamma + (a+b)\cos\alpha$, on trouve finalement $S_3 = (R f b_1 : c\cos\sigma)\ d : (a+b)\cos\alpha = (Q f : \cos\sigma)\ (b_1 : c\cos\sigma)\ d : (a+b)\cos\alpha$.

Ces valeurs introduites dans la première relation donnent :

$$M = Qf\left[\frac{a+a_1}{a+b} - \frac{1}{\cos^2\sigma}\left(\frac{b_1 d}{c(a+b)\cos\alpha} + \frac{c_1}{c}\right)\right](a+b).$$

La force P qui, agissant tangentiellement à la roue, dans la direction de la flèche, s'efforce de la faire tourner, peut être remplacée par un couple. Si l'on pose $M = Pa$, on a :

$$\frac{Pa}{a+b} = Qf\left[\frac{a+a_1}{a+b} - \frac{1}{\cos^2\sigma}\left(\frac{b_1 d}{c(a+b)\cos\alpha} + \frac{c_1}{c}\right)\right].$$

Mais Q est une fonction de P et on a : $Pa : (a+b) = Q\,tg\,\sigma$ (1). En remplaçant, on obtient :

$$\sin\sigma\cos\sigma + f\sin^2\sigma\,\frac{a+a_1}{a+b} = f\left[\frac{a+a_1}{a+b} - \left(\frac{b_1 d}{c(a+b)\cos\alpha} + \frac{c_1}{c}\right)\right]$$

ou

$$\sin\sigma\left(\cos\sigma + f\frac{a+a_1}{a+b}\sin\sigma\right) = f\left[\frac{a+a_1}{a+b} - \left(\frac{b_1 d}{c(a+b)\cos\alpha} + \frac{c_1}{c}\right)\right]$$

Comme σ et α sont des angles très petits, dont la valeur diminue encore lorsque la pression augmente, on peut prendre, avec une approximation bien suffisante :

$$\sin\sigma \leq f\left[\frac{a+a_1}{a+b} - \left(\frac{b_1 d}{c(a+b)} + \frac{c_1}{c}\right)\right]. \quad . \quad . \quad (253)$$

Il nous reste à signaler encore une circonstance assez remarquable. Supposons que, par suite de l'action d'une force indépendante, il vienne à s'exercer, sur le pourtour de la roue, une pression normale N, en dehors de Q; le frottement correspondant Nf aura pour effet de diminuer la force motrice qui sollicite la roue pour la faire tourner et,

(1) Le moment des frottements en 2 et 1, qui font équilibre à la force P, est égal à $P(a+a_1) - Pa_1 = Pa$.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

par suite, Q se trouvera aussi diminué. Si l'arrêt doit être produit par l'action du frottement qu'engendre la force Q, il convient, après comme avant, de déterminer la grandeur de σ, par l'équation (233). Toutefois, si la valeur de la pression N seule est suffisamment grande, il est évident que la force Q doit être nulle. Il importe, d'ailleurs, de remarquer qu'en pareil cas, on a affaire à une détente à repos et nullement à une détente courante; l'addition de N est donc sans utilité.

La pression R du cliquet est très considérable; on a, en effet : $R = Q : \cos\sigma$, ce qui donne approximativement :

$$R = \frac{Pa}{(a+b)\sin\sigma}. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (234)$$

Exemple. *Soient* $a = 360$, $a_1 = 40$, $b = 50$, $b_1 = 15$, $c = 300$, $c_1 = 15^{mm}$ *et* $f = 0{,}10$ (*dans les quatre points où il se produit des frottements*[1]). *On a d'abord approximativement* $d = a + b + c = 710^{mm}$ *et, par suite,* $\sin\sigma \leqq 0{,}10\,[400 : 410 - (15 : 300)\,(710 : 400) - 15 : 300]$ *ou* $\sin\sigma \leqq 0{,}084$, *ce qui correspond sensiblement à* $4^0\,5/6$. *Pour plus de sûreté, nous prendrons* $\sigma = 4^0\,1/2$, *c'est-à-dire* $\sin\sigma = 0{,}0787$. *Nous aurons alors* $R = P(360 : 410) : 0{,}0787 = 11{,}18P$. *La valeur réelle de d n'est que très peu inférieure à* $a + b + c$.

Les valeurs trouvées ne sont pas, comme on le voit, très satisfaisantes. Nous verrons un peu plus loin comment on peut y remédier.

Le cliquet c peut aussi être dirigé vers l'intérieur de la roue (fig. 710), auquel cas σ devient un angle obtus. De même, l'axe du cliquet, au lieu d'être en 4, peut être reporté en $4'$, ou même au delà,

Fig. 710.

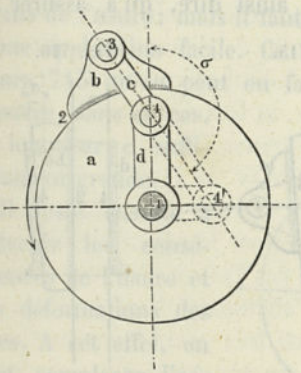
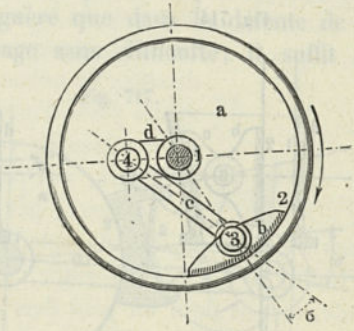


Fig. 711.



sur le prolongement de 3.4. Le cliquet agit alors par traction. Si a est une roue creuse, on obtient la disposition de la figure 711, et dans laquelle le cliquet travaille de nouveau à la compression.

(1) On pourrait, si on le jugeait utile, introduire pour S_1, S_2, S_3 et S_4 des coefficients différents f_1, f_2, f_3 et f_4.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Si un ou plusieurs des axes de rotation s'éloignent à l'infini, on obtient des cas particuliers qui méritent d'être signalés. La figure 712 représente la disposition correspondant au cas où la longueur du cliquet c devient infinie, et où, par suite, il en est de même de d et de c_1.

Fig. 712.

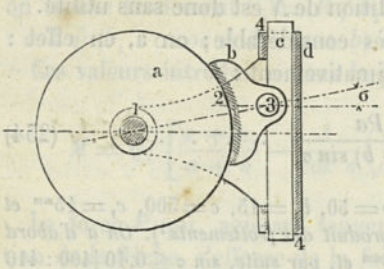
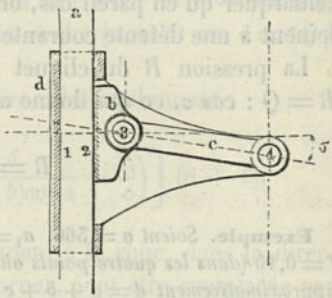


Fig. 713.



L'équation (233) fournit ici pour l'angle d'appui : $sin\ \sigma \leqq f\ [(a+a_1) : (a+b) - b_1 : (a+a_1) - 1]$. La solution devient impossible, si a_1 est petit et égal à b, par exemple ; l'ensemble de la disposition paraît donc n'être pas pratique.

Si l'on suppose le bras a infini, a_1 doit l'être également et on tombe alors sur la disposition de la figure 713. La roue se trouve transformée en une barre d'arrêt. La condition pour l'arrêt devient, dans ce cas, $sin\ \sigma \leqq f\ [2 - {}^1/_2\,(b_1 : c) - (c_1 : c)]$, et elle est parfaitement réalisable.

Si, avec a et a_1, on fait, en outre, c infini, on obtient la disposition que représente la figure 714. La condition d'arrêt est : $sin\ \sigma \leqq f(2-1)$. L'articulation 3 ne sert plus ici, pour ainsi dire, qu'à assurer le

Fig. 714.

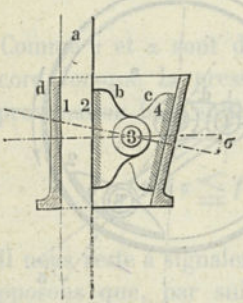


Fig. 715.

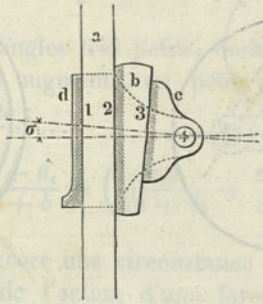
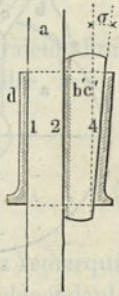


Fig. 716.



contact parfait des surfaces en 1, 2 et 4. La même chose a lieu pour l'articulation 4, dans le dispositif de la figure 715, pour lequel a, a_1, b_1, c et d sont infinis, b ayant, d'ailleurs, une valeur finie, comme étant la différence de deux longueurs a et b_1, qui sont infinies, mais qui sont dirigées en sens inverse. La condition d'arrêt est : $sin\ \sigma \leqq f\ (2-1)$.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

En raison du rôle limité que joue l'articulation, les deux dispositions précédentes pourraient se ramener à la disposition plus simple de la figure 716. Le sabot d'arrêt se trouve transformé en un verrou, en forme de clavette, comme déjà dans la figure 715, et le nombre des pièces se trouve réduit à trois (V. du reste le § suivant).

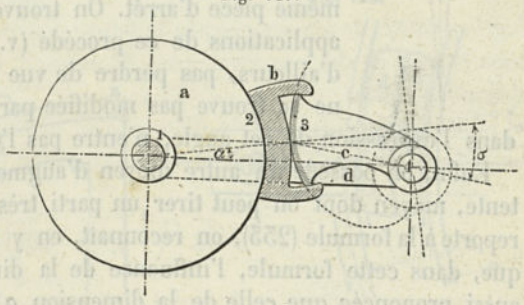
Les relations trouvées pour les détentes que nous venons d'examiner ne sont pas particulièrement satisfaisantes ; elles montrent qu'on doit apporter la plus grande attention dans le choix des dimensions et qu'on doit, en particulier, tenir grand compte des changements de formes qu'éprouvent les divers éléments, pour une valeur élevée de P. Ainsi qu'on peut le constater par l'exemple précédent, la faible valeur de l'angle d'appui σ constitue un point délicat. Dans cet exemple, en effet, la valeur de d se trouve, par ce fait, n'être inférieure que de 1^{mm} à $a+b+c$. D'un autre côté, les pressions P et Q déterminent un allongement de d et un raccourcissement de a, b et c. Pour $P=200^{k}$, ces modifications, en supposant les pièces établies dans les conditions de sécurité ordinaires, peuvent donner au total $^1/_2{}^{mm}$ environ.

Si à cela vient s'ajouter une petite usure, on voit que σ peut facilement devenir nul ; la pièce articulée bc se confond alors avec la ligne des centres et l'arrêt ne se produit plus.

Il convient donc de recourir à certains procédés accessoires pour rendre ce genre de détente utilisable.

Un choix convenable des valeurs numériques de a_1, c et d paraît devoir être un moyen efficace, au moins pour diminuer les inconvénients de l'usure ; mais il faut reconnaître que ce moyen est rarement d'une application facile. Ce n'est guère que dans la détente de la figure 713 qu'on peut en faire usage sans difficulté ; il suffit de prendre, dans ce cas, la longueur c suffisamment grande.

Fig. 717.



Il reste ensuite à prévenir les conséquences de l'usure et des déformations des tiges. A cet effet, on peut remplacer l'action du tourillon rond en 3 par celle de deux surfaces dentées, ou courbes, de forme convenable, disposées sur le cliquet et la mâchoire, comme dans la figure 717. Si l'on donne à la surface extérieure de la mâchoire un profil circulaire, décrit du point 1,

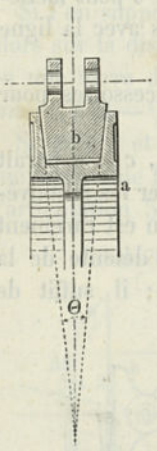
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

et si l'on termine le cliquet par un arc de développante, engendrée par un cercle décrit du point 4, avec un rayon égal à $d \sin \alpha$, il est facile de voir que, malgré l'usure produite et les déformations élastiques des pièces, σ reste sensiblement constant. Afin de tenir compte de l'augmentation de longueur de 1.4, qui se produit nécessairement, on pourrait, à la rigueur, prendre, pour le rayon du cercle générateur de la développante, une valeur légèrement supérieure à $d \sin \alpha$. La disposition qu'indique la figure 717 paraît être nouvelle. Nous verrons dans le § suivant d'autres variantes, susceptibles de conduire à des résultats analogues.

On peut aussi diriger son attention sur les procédés à employer pour augmenter le coefficient f, en 2. A ce point de vue, le choix des matières frottantes ne peut pas être d'une grande ressource, puisque le bois ne pourrait être utilisé que bien rarement et que le graissage des surfaces frottantes serait le plus ordinairement indispensable.

Il est possible, au contraire, d'arriver à des résultats très sérieux, en ayant recours à l'emploi du profil à coin, sur la mâchoire et la couronne de la roue. (V. les roues à coins § 196). Le coefficient f se trouve alors remplacé par la valeur $f : \sin {}^1/_2 \theta$, laquelle, pour $\theta = 60°$, devient égale à $2f$ et, pour $\theta = 30°$, approximativement égale à $4f$: c'est là un résultat qui mérite d'être pris en considération. En combinant ce dernier procédé avec le précédent, on peut arriver à des mécanismes d'un usage très satisfaisant.

Fig. 718.



On peut aller plus loin encore et chercher à abaisser la valeur de la force R, afin de diminuer les déformations. On y parvient, en faisant agir deux ou plusieurs détentes de même nature, au lieu d'une seule, sur une même pièce d'arrêt. On trouve, dans la pratique, des applications de ce procédé (v. le § suiv.) Il ne faut, d'ailleurs, pas perdre de vue que la condition pour σ ne se trouve pas modifiée par la répétition, puisque, dans l'expression de cet angle, n'entre pas l'effort d'arrêt P.

Enfin, on possède un autre moyen d'augmenter l'action d'une détente, moyen dont on peut tirer un parti très avantageux. Si l'on se reporte à la formule (253), on reconnaît, en y regardant de plus près, que, dans cette formule, l'influence de la dimension a_1 est presque aussi prononcée que celle de la dimension a elle-même. Si donc on augmente la valeur de a_1, jusqu'à ce qu'elle soit très voisine de celle de a (fig. 719), on élève, par cela même, notablement le minimum de σ. A la vérité, le frottement du tourillon en 1 se trouve augmenté et

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

c'est là une circonstance fâcheuse pour la marche à vide et la marche en avant. Mais on peut tourner la difficulté, en munissant l'axe du

Fig. 719.

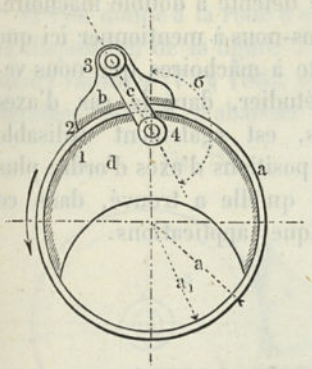
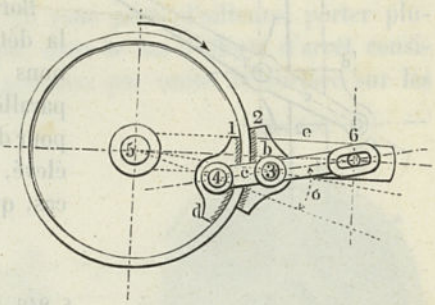


Fig. 720.



disque de supports spéciaux et en disposant le mécanisme à peu près comme l'indique la figure 720. Dans cette disposition, par suite de l'effort que fait la roue *a* pour tourner en arrière, les pièces *d* et *b* se trouvent pressées contre la couronne de la roue, à l'intérieur et à l'extérieur.

L'angle σ peut être pris sensiblement deux fois aussi grand que dans la disposition précédente, tous les autres éléments étant supposés conserver les mêmes valeurs.

La figure 721 représente une forme pratique de cette détente, en usage dans les châssis de scies ; le dispositif à vis *FG* sert à régler le jeu du levier *c* (1). Si l'on prend $a_1 > a$, on tombe sur la

Fig. 721.

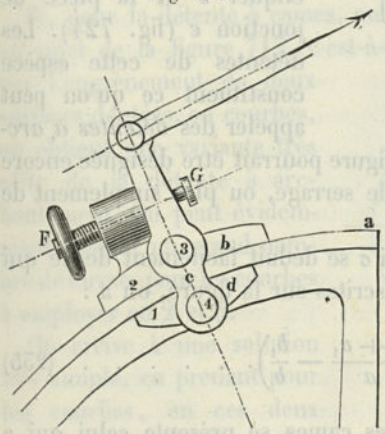
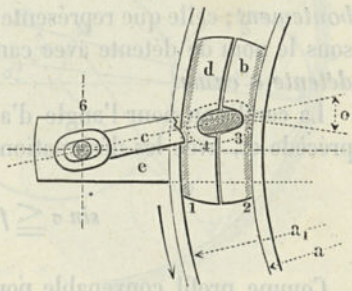


Fig. 722.



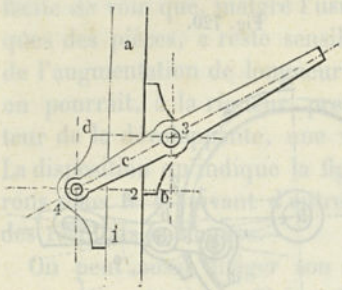
disposition de la figure 722, qui est également utilisable. Si de la

(1) V. Goodeve, *Elements of mechanism*, Londres, 1860, p. 49.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

détente à roue, on passe à la détente à tige droite, on obtient la disposition de la figure 723. Nous aurons l'occasion de revenir plus loin sur cette détente à double mâchoire.

Fig. 723.



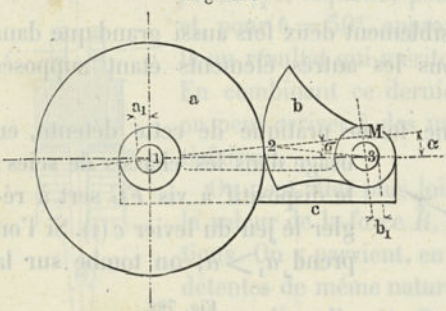
Bornons-nous à mentionner ici que la détente à mâchoires que nous venons d'étudier, dans le cas d'axes parallèles, est également utilisable pour des positions d'axes d'ordre plus élevé, et qu'elle a trouvé, dans ce cas, quelques applications.

§ 249.

Détentes courantes à arc-boutement.

Si l'effort d'arrêt n'est pas très considérable, on peut, dans la détente à mâchoires courante, supprimer le sabot d'arrêt, proprement dit, en remplaçant son action par celle d'une surface de pression terminant le cliquet. Le mécanisme se trouve alors réduit à trois éléments : la roue a, le cliquet b et la pièce de jonction c (fig. 724). Les détentes de cette espèce constituent ce qu'on peut appeler des *détentes à arc-boutement*; celle que représente la figure pourrait être désignée encore sous le nom de détente avec came de serrage, ou plus simplement de *détente à came*.

Fig. 724.



La condition pour l'angle d'appui σ se déduit facilement de ce qui précède et, avec les désignations inscrites sur la figure, on a :

$$\sin \sigma \leqq f\left(\frac{a + a_1}{a} - \frac{b_1}{b}\right). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (235)$$

Comme profil convenable pour les cames se présente celui qui a déjà été utilisé dans la figure 717 et qui est constitué par un arc de développante, dont le cercle générateur est décrit de 3, avec le rayon $c.\sin\alpha$. Avec une approximation bien suffisante, cet arc de développante

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

peut être remplacé par un arc de cercle, décrit du point M ($3\,M$ perpendiculaire à $1\,M$). Dans le cas où l'on fait croître a et c indéfiniment, on arrive directement à la détente de la figure 712.

Si l'on donne à la roue d'arrêt la forme d'une roue à coin, on obtient la disposition de la figure 725. La roue peut, d'ailleurs, porter plusieurs rainures (V. § 196), ce qui, dans le cas d'efforts d'arrêt considérables, permet d'abaisser la pression par unité de surface sur les

Fig. 725.

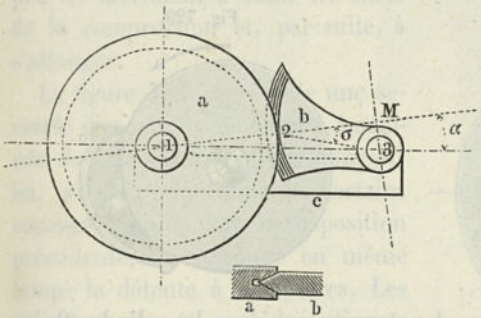
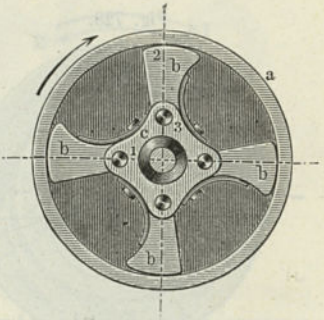


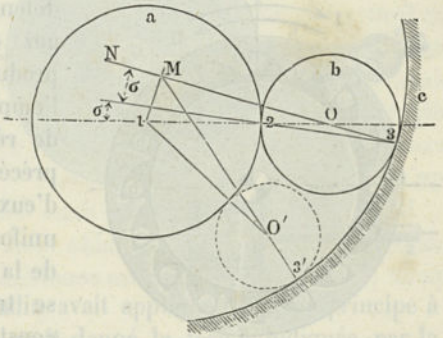
Fig. 726.



pièces en contact. Le cliquet peut être considéré comme formé par la réunion de plusieurs cliquets de même espèce. Une détente à arc-boutement dans laquelle on a multiplié les cames, pour abaisser la pression du cliquet, est celle qu'on désigne sous le nom d'encliquetage de *Dobo* (fig. 726), et qui a été employée, avec succès, par *Clair*, dans son indicateur (1).

Si, pour la détente à cames, on utilise le principe déjà mentionné, au sujet de la figure 717, c'est-à-dire le remplacement du tourillon par l'engrènement de deux surfaces dentées, ou courbes, on obtient une variante très utile de la détente à arc-boutement. On peut évidemment adopter un grand nombre de formes pour les courbes à employer en 2 et 3.

Fig. 727.



On arrive à une solution très simple, en prenant pour les courbes, en ces deux points, des arcs d'un seul et même cercle, et en donnant une forme convenable à la courbe qui doit être en contact, en 3, avec ce cercle et qui doit constituer le bâti. La

(1) V. *Morin*, Notions géométriques sur les mouvements. Paris, 1861, p. 200

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

came b se transforme alors en un cylindre (fig. 727). Si l'on fait l'angle $0.2.3 = \sigma$, si l'on tire et si l'on prolonge le rayon 30, la ligne $30N$ est une normale à la courbe qui doit être en contact, en 3, avec b, puisque l'angle $2.3.0 = \sigma$.

Comme courbe très convenable pour c, on peut prendre un cercle décrit du point M, que détermine sur la ligne $30N$ la perpendiculaire $1M$. Ce profil reste à peu près aussi avantageux, si l'on passe à un cylindre plus petit, $0'3'$, par exemple, puisque l'angle d'appui est

Fig. 728.

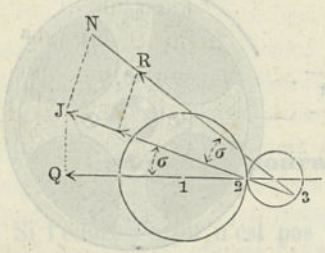
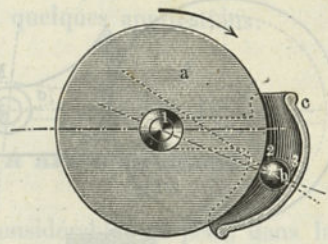


Fig. 729.

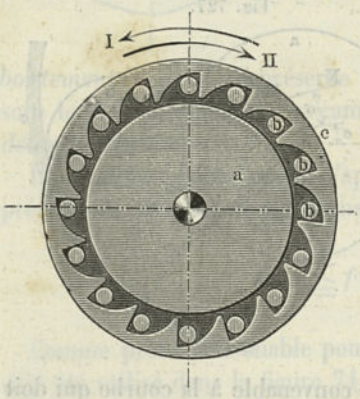


presque exactement le même, dans ce cas, qu'avec le cylindre 0; en d'autres termes, si le cylindre b venait à éprouver une certaine usure, il serait encore en état de produire l'arrêt d'une manière sûre.

Les pressions en 2 et 3 (fig. 728) deviennent alors : $T = Q : \cos\sigma$, $R = T : \cos\sigma = Q : \cos^2\sigma$; on a, d'ailleurs, $Q = P\ [a : (a + a_1)\ f]$.

La détente précédente a trouvé une application très étendue dans la machine à coudre de *Wheeler* et *Wilson* (fig. 729). La pièce produisant l'arrêt est ici une sphère en caoutchouc, au lieu d'un cylindre.

Fig. 730.

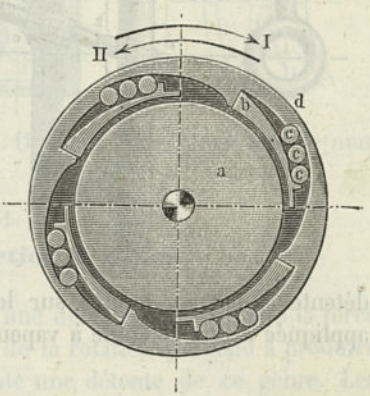


On rencontre également un emploi très remarquable de cette même détente dans l'ancienne machine à gaz de *Langen* (fig. 730). Pour produire l'arrêt, on a eu recours à l'emploi de plusieurs cylindres, afin de réduire, comme il a été dit précédemment, l'effort sur chacun d'eux. En raison de la répartition uniforme de ces pièces tout autour de la roue d'arrêt, l'influence de a_1 se trouve supprimée. L'ensemble constitue un avançoir, dans lequel, par suite d'un mouvement de rotation alternatif imprimé à c, la roue a se trouve avoir un mouvement en avant. Il se produit un arrêt, quand c, de la rotation dans le sens

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

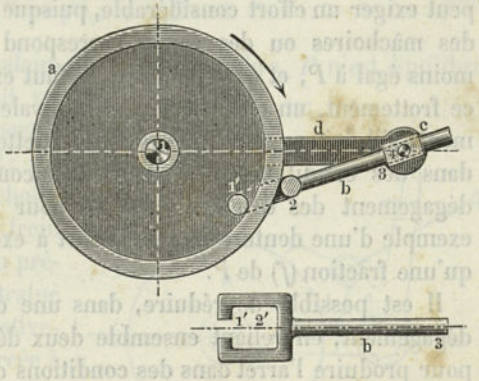
de la flèche *I*, passe à la rotation en sens inverse. Les cylindres, qui, dans le premier cas, se trouvaient pressés par la force centrifuge contre les parois des vides des dents de *c*, tendent, lors du changement de la direction de la rotation, à continuer leur mouvement et viennent, par suite, se pincer (se serrer) entre *c* et *a*. Ces cylindres, dans la machine à gaz, avaient à supporter une pression considérable; exécutés en fer, ils s'usaient rapidement; en bronze phosphoreux, ils se montraient plus résistants, mais peu à peu ils arrivaient à subir les effets de la compression et, par suite, à s'allonger.

Fig. 731.



La figure 731 représente une seconde disposition de détente, imaginée dans le même but par Langen; ici, avec la répétition de certains organes, comme dans la disposition précédente, on retrouve en même temps la détente à mâchoires. Les cylindres d'arrêt sont les cliquets transformés. Les tourillons des extrémités, 3 et 4, du cliquet *c*, dans le mécanisme primitif de la figure 709, sont ici remplacés par un contact de courbes, d'après le procédé indiqué dans la figure 727. La mâchoire *b* est conservée, mais, par suite de la répétition des organes, la pression de serrage se trouve réduite au quart de la valeur totale.

Fig. 732.



Les détentes, avec une double mâchoire, peuvent également être disposées comme détentes à serrage. La disposition de la figure 720 se retrouve dans la détente à serrage de *Saladin*, que représente la figure 732, et que son inventeur avait appelée encliquetage par friction (1). Saladin avait appliqué le même principe à la détente à tige droite et lui avait donné la forme indiquée par la figure 733. La forme d'anneau du cliquet permet de reconnaître, à

(1) Bulletin de Mulhouse, 1838, vol. XII, p. 296.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

première vue, l'analogie de cette détente avec la détente à cames (1). Du reste, *Hornblower*, dès l'année 1798, avait déjà employé une

Fig. 733.

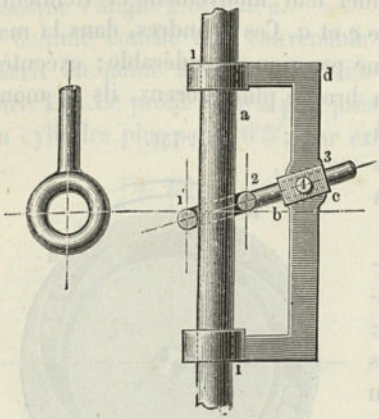
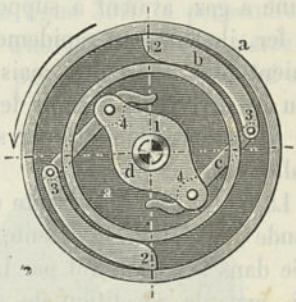


Fig. 734.



détente à serrage, fondée sur le même principe (fig. 734) et l'avait appliquée à une machine à vapeur rotative.

§ 250.

Allégement des détentes à friction courantes.

Le dégagement d'une détente à friction, qui se trouve sous pression, peut exiger un effort considérable, puisque, aux surfaces de glissement des mâchoires ou des cames correspond un frottement, qui est au moins égal à P, et que, par suite, il faut exercer, en sens contraire de ce frottement, un effort au moins équivalent pour produire le dégagement, s'il doit se faire sous pression. Cette opération se présente donc dans des conditions d'exécution beaucoup moins favorables que le dégagement des détentes à dents, pour lesquelles, dans le cas par exemple d'une denture morte, l'effort à exercer, au point d'arrêt, n'est qu'une fraction (f) de P.

Il est possible de réduire, dans une certaine mesure, l'effort de dégagement, en reliant ensemble deux détentes à friction, disposées pour produire l'arrêt dans des conditions opposées (V. fig. 735 et 736).

(1) Dans les broches de filature, il s'est fait assez récemment de nombreuses applications de dispositifs qui présentent la plus grande analogie avec cette détente. Le cliquet b (fig. 732) est formé d'un fil métallique très fin et porte en 4 un petit œil, dans lequel passe le fil à bobiner. Comme l'angle σ a une valeur supérieure à celle qu'exigerait l'arrêt, il se produit, non pas un arrêt véritable, mais un effet de frein (V. le commencement du § 248).

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Pendant que la détente en 2 se trouve à l'état d'arrêt, par suite d'une action exercée dans la direction de la flèche, la détente en 2′ tend, au contraire, à se dégager. En raison de la différence des distances 4.3 et 4.3′, le moment qui agit pour produire l'arrêt se trouve être toujours supérieur à l'autre. Cette disposition de détente semble être nouvelle. On peut la désigner sous le nom de *détente à gorge* (1).

Fig. 755.

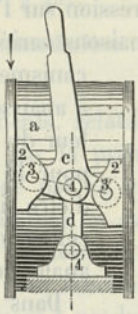
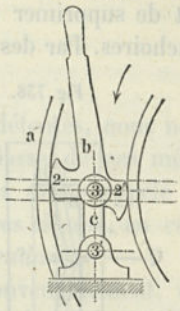


Fig. 756.



§ 251.

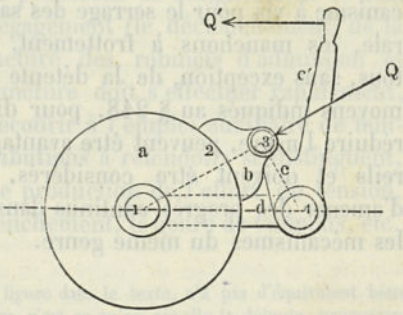
Détentes à friction à repos.

Une détente à friction à repos est une détente dans laquelle la force de clôture est indépendante du sens de la rotation que tend à produire l'effort d'arrêt. La fig. 737 représente une détente de ce genre. Les axes 1 et 4 sont parallèles; la mâchoire b est appliquée contre la roue d'arrêt a par une pression radiale Q, telle que, pour une force $\pm P$, agissant à la circonférence de cette roue, on ait la relation $Qf(a+a_1) \geqq Pa$, ou

$$Q \geqq \frac{P}{f}\left(\frac{a}{a+a_1}\right). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (236)$$

Si Q est inférieur à la valeur du second membre, P n'est équilibré qu'en partie; il se produit un mouvement de a, par rapport à b, avec glissement en 2; en d'autres termes, la mâchoire n'agit plus que comme frein (v. § 248). La disposition précédente, bien qu'elle entraîne une force de clôture relativement considérable, Q', exercée à l'extrémité du levier cc', trouve cependant des applications extrê-

Fig. 757.

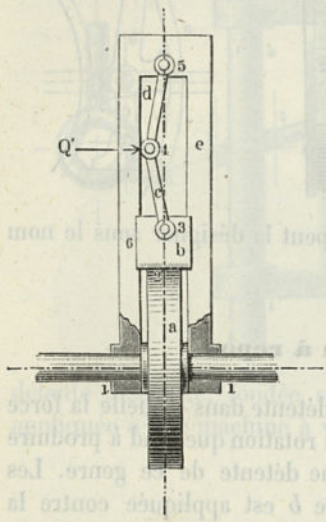


(1) Il existe dans la nature des exemples de détentes à friction. Plusieurs poissons, au moyen d'une détente en trois parties, arrivent à mettre en saillie certaines pointes et à les rabaisser ensuite. Voir : O. Thiele, *die Sperrgelenke einiger Welse*, etc. Dorpat, 1879.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

mement nombreuses dans les voitures de chemins de fer, où elle se rencontre généralement employée avec répétition de *b* et de *c*, dans le but de supprimer toute pression sur l'axe et de réduire l'usure des mâchoires. Par des combinaisons variées de leviers, ou d'autres mécanismes, on arrive, dans la pratique, à abaisser, comme on le désire, la valeur du rapport $Q' : Q$, non seulement pour le genre d'applications qui vient d'être signalé, mais encore pour toutes celles qui utilisent une disposition analogue.

Fig. 738.



Dans le cas où les axes 1 et 4, au lieu d'être parallèles, se croisent sans se couper, il est facile d'arriver à des conditions de construction satisfaisantes. La figure schématique 738 indique une disposition correspondant à deux axes à angle droit ; le rapport $Q' : Q$ se trouve ici réduit, dans une forte proportion, par la combinaison des leviers 3, 4, 5, qui sont protégés contre les pressions latérales par un guidage à glissières. Si l'on transforme la roue *a* en une roue creuse, en établissant le contact à l'intérieur, les conditions deviennent tout à fait avantageuses. Une détente à repos de cette espèce, avec répétition de certains éléments, est le manchon de Fossey (fig. 453), qui a été décrit antérieurement.

Le manchon de Koechlin (fig. 452) est également une détente à friction à repos, avec triple répétition de certains organes et avec mécanisme à vis pour le serrage des sabots d'arrêt. D'une manière générale, les manchons à frottement, traités précédemment, procèdent tous, sans exception, de la détente à friction à repos ; les différents moyens indiqués au § 248, pour diminuer la pression de clôture et réduire l'usure, peuvent être avantageusement utilisés dans ces appareils et doivent être considérés, en outre, comme susceptibles d'amener des progrès continus dans la voie de l'invention pour tous les mécanismes du même genre.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 252.

Retendoirs.

Dans les paragraphes précédents, relatifs aux détentes, nous nous sommes suffisamment étendus sur la première classe de ces mécanismes, celle qui est constituée par ce que nous avons appelé les cliquetoirs; il nous reste à examiner les cinq autres classes, en commençant par les mécanismes à tension, ou les *retendoirs*.

Un mécanisme de ce genre, pour fonctionner convenablement, doit être muni de dispositions destinées à produire le déclenchement. Dans les appareils et les mécanismes où le déclenchement doit se faire à la main, il suffit, le plus souvent, de munir le cliquet d'arrêt d'une partie saillante (la *clenche*), sur laquelle on exerce une pression. Mais, dans le cas où le déclenchement doit s'effectuer d'une manière automatique, à des intervalles réguliers, il convient d'introduire des dispositifs de dégagement spéciaux (*déclencheurs*), qui agissent sur la clenche (1).

L'effort d'arrêt, dans un retendoir, peut encore être désigné sous le nom d'effort de tension. Cet effort peut être produit par des poids, par des ressorts, par la pression de la vapeur ou de l'air, etc.; il est destiné à donner à la pièce, préalablement tendue, un mouvement rapide ou lent, dès que le déclenchement s'est produit. On trouve un riche choix d'exemples dans les batteries de fusils, ainsi que dans un grand nombre de distributions de machines à vapeur, et, en particulier, de celles qui ont été imaginées, à la suite de l'apparition des machines *Corliss* (2). Dans ces distributions, qu'on a appelées jusqu'ici distributions à déclenchement, et que nous proposons de désigner sous le nom de distributions à retendoir, le dégagement (le déclenchement) de la la pièce tendue produit la fermeture des robinets d'admission et d'échappement; comme cette fermeture doit s'effectuer rapidement, mais sans chocs, il convient de recourir à l'emploi auxiliaire de tampons. Les divers systèmes de distributions à retendoirs se distinguent, les uns des autres, par le mode de production de l'effort de tension, la disposition des organes de déclenchement, le genre de tampons, etc.

(1) L'expression allemande *Drücker*, qui figure dans le texte, n'a pas d'équivalent bien déterminé en français. Pour les armes à feu, c'est ce qu'on appelle la détente, expression que nous devons laisser de côté, puisque nous lui avons donné une signification plus générale.

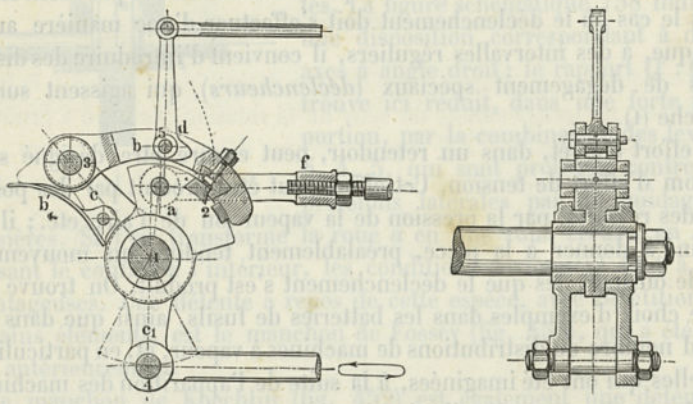
(2) Le système des machines connues sous ce dernier nom est dû, en réalité, à *F. E. Sickles*, constructeur à Providence (États-Unis), qui a pris, en 1842, son premier brevet pour « *Trip cut off* ».

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

La construction primitive adoptée par *Corliss* et celles de *Spencer* et d'*Ingliss*, qui l'ont rapidement suivie, est à peu près abandonnée aujourd'hui; elles ont été remplacées par d'autres dispositions, en nombre très considérable, ce qui s'explique facilement par la multiplicité des formes qu'est susceptible de prendre, comme nous l'avons vu, la détente à dents. Ce nombre, déjà extrêmement grand, sera encore facilement augmenté. Nous allons donner quelques exemples de distributions existantes.

1er Exemple. *Distribution à retendoir de Cail et Cie à Paris (fig. 739). — a, pièce à tension, formée d'un secteur de roue à une seule dent, calée sur l'axe 1 du distributeur circulaire; b, cliquet d'arrêt; c, bielle, montée folle sur le moyeu de a; b', ressort de clôture; d, déclencheur. La clenche est la partie du cliquet sur laquelle agit le tourillon 5 de la pièce précédente. En 2 il devrait y avoir une denture morte, mais il n'en est pas ainsi, comme le montre le cercle décrit du point 3. Les*

Fig. 739.



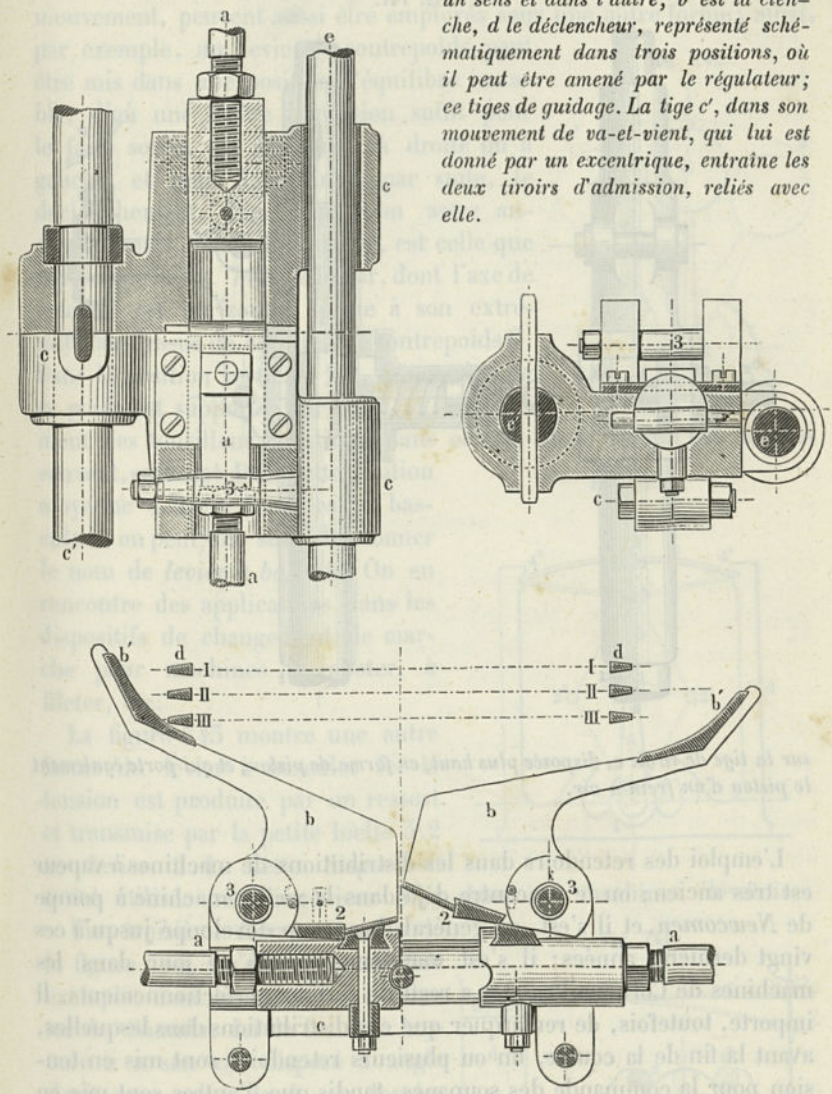
dents sont en acier et encastrées, d'une manière spéciale, dans le secteur et dans le cliquet. L'effort de tension est produit par un ressort à boudin, qui est comprimé par l'intermédiaire de la traverse f, quand le mécanisme se trouve mis en tension par le mouvement d'oscillation que lui communique le manneton c_1. Le tampon, ou frein, est constitué par une pompe à piston, commandée par la même tige f et qui aspire de l'air pendant la période de mise en tension. Suivant l'inclinaison donnée au déclencheur par le régulateur, le déclenchement se produit plus ou moins tôt.

2e Exemple. *Distribut ion à retendoir de Vannick, à Brünn (fig. 740). — Ici les retendoirs, pour les deux tiroirs d'admission (qui sont des tiroirs plans), sont disposés à la suite l'un de l'autre et ils agissent, l'un dans la marche en avant, l'autre dans la marche en arrière de la pièce c. On se trouve, en réalité, en présence de détentes à tige droite avec cliquets. La clôture de ces derniers se fait par leur propre poids. L'effort de tension est produit par la pression de la vapeur, laquelle agit, dans un petit cylindre auxiliaire, sur un piston attaché en a; il existe de chaque côté un frein à air, disposé comme dans l'exemple précédent; a, pièce à*

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

tension ; b, cliquet en forme de gachette ; ces deux pièces existent en double ; les dents sont en acier et à denture morte. c, support de cliquet qui, par l'action de la tige c', se déplace alternativement dans un sens et dans l'autre ; b' est la clenche, d le déclencheur, représenté schématiquement dans trois positions, où il peut être amené par le régulateur ; ee tiges de guidage. La tige c', dans son mouvement de va-et-vient, qui lui est donné par un excentrique, entraîne les deux tiroirs d'admission, reliés avec elle.

Fig. 740.

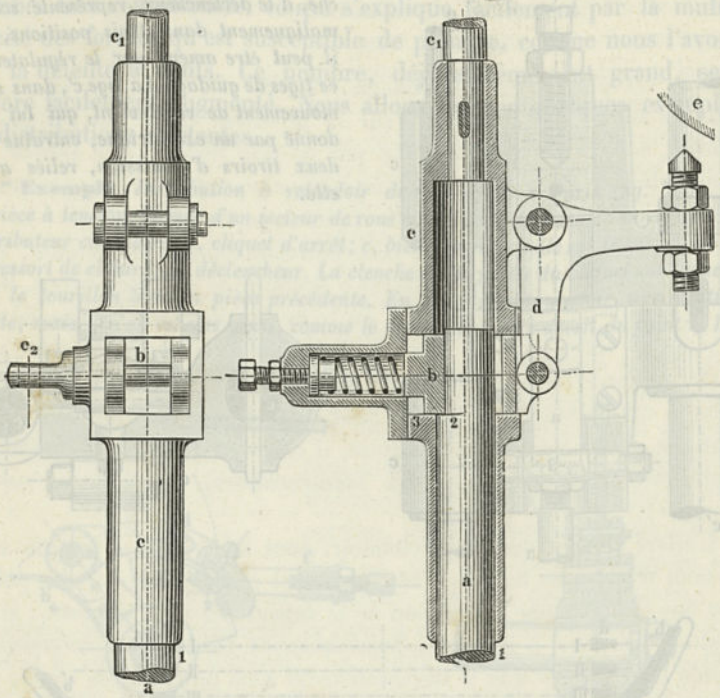


3° Exemple. *Distribution à retendoir de Powell, à Rouen (fig. 741). — Constituée par une détente à tige droite avec verrou. La pièce destinée à recevoir la tension est ici le support c, dans lequel le verrou b se trouve logé et est pressé par un ressort à boudin. La tige d'arrêt a reçoit, par un excentrique, un mouvement vertical de va-et-vient ; c_2 est un guidage pour le support c du verrou. Le déclen-*

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

chement a lieu plus ou moins tôt, suivant la position donnée par le régulateur au déclencheur e. L'effort de tension est produit par la pression de la vapeur, qui agit

Fig. 741.



sur la tige de tiroir c, disposée plus haut, en forme de piston, et qui porte également le piston d'un frein à air.

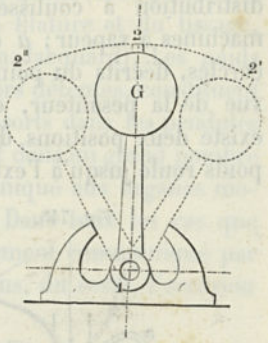
L'emploi des retendoirs dans les distributions de machines à vapeur est très ancien; on le rencontre déjà dans la vieille machine à pompe de *Newcomen*, et il s'est, en général, beaucoup développé jusqu'à ces vingt dernières années; il s'est maintenu jusqu'à ce jour dans les machines de Cornouailles et y a reçu de sérieux perfectionnements. Il importe, toutefois, de remarquer que ces distributions dans lesquelles, avant la fin de la course, un ou plusieurs retendoirs sont mis en tension pour la commande des soupapes, tandis que d'autres sont mis en liberté (v. fig. 670 et 671), avaient et ont encore pour fonction, non de fermer ces soupapes, mais bien de les ouvrir. D'un autre côté, les déclenchements des retendoirs des soupapes ont encore pour effet d'amener le changement de direction du mouvement du piston de la machine, tandis que, dans tous les exemples précédents, il a été admis

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

que ce changement de direction était déterminé par la commande de la manivelle.

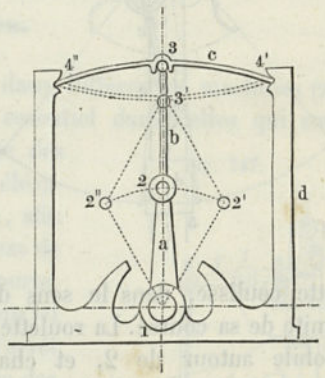
Des retendoirs, qui ont à produire le changement de direction du mouvement, peuvent aussi être employés sous une autre forme; ainsi, par exemple, un levier à contrepoids peut être mis dans une position d'équilibre instable, d'où une légère impulsion suffit pour le faire sortir, en l'amenant à droite ou à gauche, et pour déterminer, par suite, le déclenchement. Une disposition assez ancienne, mais encore fort usitée, est celle que représente la fig. 742; le levier, dont l'axe de rotation est horizontal, porte à son extrémité, au-dessus de cet axe, un contrepoids G. Dans la position verticale 1.2, la pression de ce poids est supportée par l'axe 1; le frottement des tourillons constitue, dans ce cas, un arrêt, qui est, le plus souvent, suffisant. Dans cette position moyenne 1.2, le levier est en bascule et on peut, par suite, lui donner le nom de *levier à bascule*. On en rencontre des applications dans les dispositifs de changement de marche pour machines à raboter, à fileter, etc.

Fig. 742.



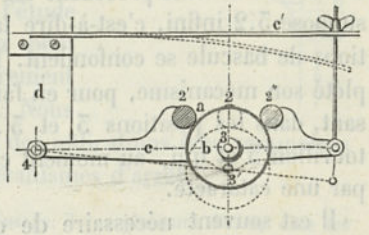
La figure 743 montre une autre forme du levier à bascule. Ici la tension est *produite par un ressort* et transmise par la petite bielle 3.2 au levier 2.1. Cette disposition a été utilisée par l'ingénieur *Kley* dans des machines élévatoires

Fig. 743.



Une troisième forme est celle de la figure 744, qu'on rencontre, par exemple, dans les machines à raboter de *Shanks*. Ici le levier à bascule *a* a son axe disposé à angle droit avec celui de *b*, ce dernier levier étant d'ailleurs remplacé par un rouleau. Les limites de course de *a* sont indiquées en 2′ et 2″.

Fig. 744.



Les détentes à bascule, étudiées au § 239, pourraient être considérées comme formées par des répétitions de retendoirs à bascule; il

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

convient, toutefois, de ne pas oublier qu'on se trouve ici en présence d'un mécanisme beaucoup plus perfectionné, puisque la détente nécessaire pour la position moyenne est tout simplement supprimée (on n'en trouve une qu'accidentellement).

On rencontre une quatrième forme du retendoir à bascule dans la distribution à coulisse (fig. 745), qu'*Hofmann* a appliquée aux machines à vapeur; *a* est une coulisse constituée par deux arcs de cercles, décrits du point 2, *b* une roulette, dont l'action, au point de vue de la pesanteur, est encore augmentée par le poids en *d'*. Il existe deux positions de bascule 3_0 et $3_0'$, en dehors desquelles le poids roule jusqu'à l'extrémité de la coulisse et fait, en outre, tourner

Fig. 745.

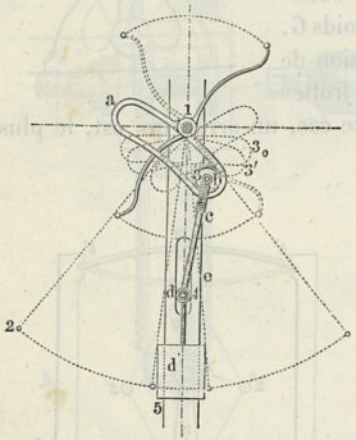
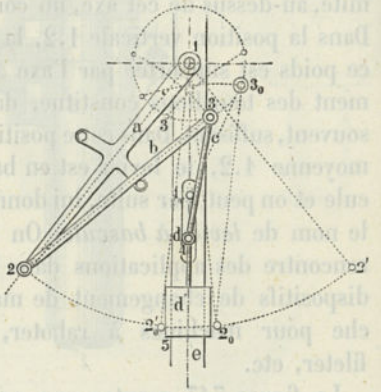


Fig. 746.



cette coulisse, dans le sens de la rotation commencée, jusqu'à la limite de sa course. La roulette peut être remplacée par un balancier *b*, mobile autour de 2, et chargé, comme précédemment, en *dd'* (fig. 746); la position de bascule $2_0 3_0$ dépassée, ce balancier se porte vers la position 2'.3' et entraîne avec lui le levier *a*. L'analogie avec le levier à bascule précédent est évidente. Si, dans la fig. 745, on suppose 3.2 infini, c'est-à-dire la coulisse rectiligne, les deux positions de bascule se confondent. Hofmann a, dans certains cas, complété son mécanisme, pour en faire un mécanisme d'arrêt, en établissant, dans les positions 3_0 et 3', une détente, destinée à arrêter le tourillon 3 et qui, au moment convenable, est elle-même déclenchée par une cataracte.

Il est souvent nécessaire de disposer un retendoir, de telle sorte qu'un effort très faible suffise pour le déclencher. Dans ce but, on a volontiers recours à un second retendoir, par lui-même facile-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

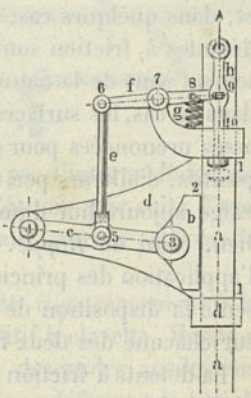
ment déclenchable, dont la pièce à tension, en devenant libre, met en mouvement, par impulsion ou par choc, la clenche du retendoir principal. L'ensemble constitue alors un retendoir d'ordre supérieur, ici du second ordre. (Voir, à ce sujet, les platines des carabines rayées, où la clenche du retendoir principal se nomme le déclic (1) ou gâchette.) On trouve également, dans les machines de la filature et du tissage, des retendoirs d'ordre supérieur (métiers à la Jacquard). Les poids moteurs des horloges, avec leurs cylindres et leurs détentes, constituent également des retendoirs, de même que les ressorts dans les pendules et les montres. Dans les télégraphes de Morse et dans un grand nombre d'autres dispositifs, le mouvement est communiqué aux organes mobiles par des retendoirs à poids ou à ressorts. Dans tous les cas que nous venons de citer en dernier lieu, le mouvement communiqué par le retendoir est un mouvement lent. Nous aurons, du reste, l'occasion de revenir plus tard sur ce sujet.

§ 253.

Arrêtoirs.

Les arrêtoirs peuvent être utilisés dans différentes machines (2), mais ils trouvent leur emploi le plus essentiel dans celles qui sont destinées à l'élévation et à la descente des fardeaux et, en particulier, dans les élévateurs de puits, dans les ascenseurs, etc., afin d'empêcher la chute de la charge, en cas de rupture accidentelle du câble qui la supporte. A notre connaissance, on n'a pas jusqu'ici fait la remarque que les dispositifs d'arrêt des élévateurs ne sont, en définitive, que des applications particulières des détentes ; ce que nous avons dit précédemment permet de reconnaître qu'il en est ainsi et que l'étude des nombreuses constructions qu'on peut avoir à examiner se trouve singulièrement facilitée par ce mode de conception. Nous pouvons, dès lors, nous borner ici à des indications très sommaires sur les dispositifs employés comme mécanismes d'arrêt.

Fig. 747.



(1) Les pièces à double détente étaient déjà en usage, il y a plusieurs siècles, dans les arbalètes et étaient exécutées d'une façon très remarquable. Comme l'arc et la corde, dans l'arbalète, formaient déjà un retendoir, l'arbalète, munie d'une pièce à déclic, était un retendoir de second ordre.

(2) Voy., par exemple, la dernière remarque du § 251.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Comme schéma de l'arrêtoir pour élévateur, on peut prendre une détente à tige droite (fig. 747), dans laquelle la barre d'arrêt *a* est fixe; la pièce chargée *d* est la pièce qu'il s'agit d'arrêter et le cliquet *c*, avec la mâchoire *b*, est maintenu hors d'action par le déclencheur *f*, tant que l'organe de traction en *h* reste tendu. Dans le cas contraire, le déclencheur *f*, sollicité par le ressort *g*, permet au dispositif d'arrêt d'entrer en action et la détente fonctionne. Si l'on emploie une détente à dents, au lieu de la détente à friction, la mâchoire *b* se trouve supprimée. La disposition et le mode de construction des différents éléments, de *a* à *h*, servent à différencier les divers systèmes d'arrêtoirs, qui ont été jusqu'ici utilisés dans la pratique, ou simplement proposés. Il est évident, tout d'abord, que les variantes doivent être nombreuses, puisque, comme nous l'avons vu, les organes de détentes peuvent prendre une infinité de formes.

Dans l'année 1879, la Société pour les progrès de l'Industrie (*Gewerbe-Fleiss*) a publié la collection des divers systèmes de parachutes qui ont été exécutés, ou peut-être encore simplement proposés (1). Nous renverrons à cette publication pour les détails. Les parachutes qui y sont décrits dépassent le chiffre de 80. Pour la plupart, ces dispositifs présentent plutôt le caractère de constructions provisoires, assez grossières, que celui de mécanismes bien exécutés. Parfois on trouve utilisées, comme barres d'arrêt, les pièces de boisage du puits; le plus souvent cependant cet arrêt se fait sur les madriers ou les pièces de guidage et, dans quelques cas, sur des câbles guides, tendus verticalement. Les détentes à friction sont les plus nombreuses : les détentes à arc-boutement sont de la nature de celle que représente la figure 724; mais, dans ce cas, les surfaces des cames sont souvent pourvues de rugosités, assez prononcées pour constituer une espèce de denture. Parmi les dispositifs, d'ailleurs peu nombreux, qui sont exécutés avec le soin qu'on exige aujourd'hui d'une construction de ce genre, figure, en premier lieu, celui de *Hoppe*. On reconnaît facilement, dans ce parachute, l'application des principes indiqués dans le § 248. La figure 748 représente la disposition de l'arrêtoir proprement dit, qui se trouve établi sur chacune des deux faces opposées de la benne.

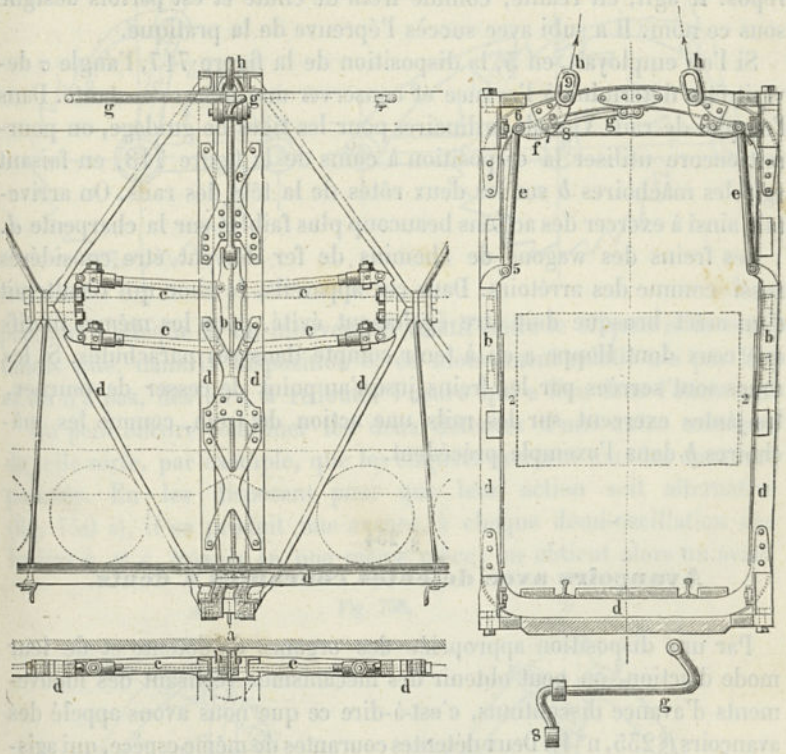
La détente à friction utilisée est celle de la figure 713; elle se trouve répétée 4 fois pour chaque arrêtoir et, par suite, 8 fois pour le parachute. Comme barres d'arrêt, on a utilisé les tiges de guidage *a*, composées de fers à T, solidement reliés entre eux et ajustés avec le plus grand soin. En 1, entre *a* et *d*, sont disposés des prismes de guidage; en 2 sont

(1) Berliner Verhandlungen 1879, p. 345 : Gekrönte Preisschrift von *D. F. Nitzsch*, über Fangvorrichtungen an Bergwerksforderungen, etc. Voy. aussi : *Maiss*, Beschreibung der Fangvorrichtungen, etc., in der Berg- und Hüttenmänn, 1879, p. 361.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

appliquées les mâchoires doubles, en acier trempé, qui sont réunies toutes les deux, par un boulon commun, à l'enclencheur *e*. Le ressort de fermeture *g* est un ressort de torsion (voy. n° VII, p. 64, et fig. 9, p. 68);

Fig. 748.



il est fixé, en *gg*, au toit de la benne et agit, par l'intermédiaire du déclencheur *f*, en 8, sur la tige *e* ou 6.5, aussitôt que, par suite d'une rupture de la chaîne, la traction de bas en haut, exercée en 9 sur le déclencheur, vient à disparaître.

La longueur 3.4 des cliquets *cc* est amenée rigoureusement à la valeur qu'elle doit avoir, au moyen d'un dispositif à clavette. Hoppe a admis que l'angle σ (V. § 237) ne devait pas descendre au-dessous d'une certaine limite, que la pression ne devait pas déformer le bâti *d*, ou même s'exercer sur lui d'une façon continue, et il a, en conséquence, disposé, sur les montants *d*, des arrêts de course pour les cliquets *c*.

La longueur 3.4 de ces cliquets se détermine de telle sorte qu'en tenant compte de la déformation élastique de la charpente *dd*, le frottement total en 2.2 soit environ le double de la charge à élever (lorsqu'il s'est produit une certaine usure, il y a lieu de régler de nouveau

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

la longueur des cliquets). Grâce à cette disposition, la benne, en cas de chute, n'est pas soumise à un effet brusque d'arrêt qui, en raison des chocs, pourrait amener facilement sa rupture; le dispositif réduit d'abord simplement sa vitesse et l'amène, sans secousses, à l'état de repos. Il agit, en réalité, comme frein de chute et est parfois désigné sous ce nom. Il a subi avec succès l'épreuve de la pratique.

Si l'on employait, en 3, la disposition de la figure 717, l'angle σ devrait être déterminé à l'avance et conserver une valeur constante. Dans l'emploi de rails Vignole ordinaires pour les tiges de guidage, on pourrait encore utiliser la disposition à coins de la figure 718, en faisant agir les mâchoires *b* sur les deux côtés de la tête des rails. On arriverait ainsi à exercer des actions beaucoup plus faibles sur la charpente *d*.

Les freins des wagons de chemins de fer doivent être considérés aussi comme des arrêtoirs. Dans ces appareils, le choc qui résulterait d'un arrêt brusque doit être également évité, pour les mêmes motifs que ceux dont Hoppe a eu à tenir compte dans ses parachutes. Si les roues sont serrées par les freins jusqu'au point de cesser de tourner, les jantes exercent sur les rails une action de frein, comme les mâchoires *b* dans l'exemple précédent.

§ 254

Avançoirs avec détentes courantes à dents.

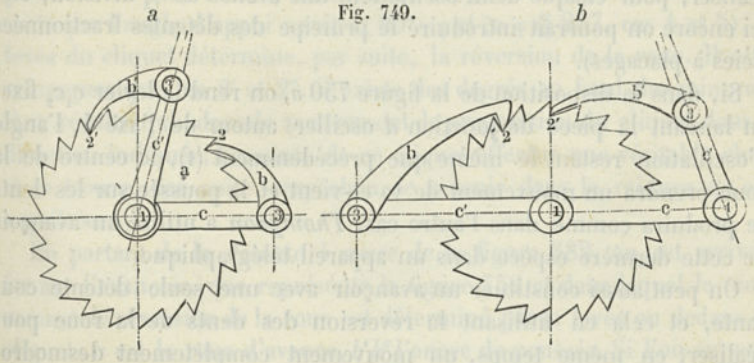
Par une disposition appropriée des organes de détente et de leur mode d'action, on peut obtenir des mécanismes réalisant des mouvements d'avance discontinus, c'est-à-dire ce que nous avons appelé des avançoirs (§ 235, n° 4). Deux détentes courantes de même espèce, qui agissent sur une seule et même roue et dont l'une est établie sur le levier *c*, tandis que l'autre a un mouvement oscillatoire autour de l'axe 1 (fig. 749), fournissent, par leur combinaison, une disposition d'avançoir bien connue. 3.2 est, dans ce cas, le cliquet d'arrêt, 3′.2′ le cliquet de poussée. Une course de ce dernier cliquet, supérieure à 1 division, mais légèrement inférieure à 2, détermine une avance de 1 division; de même, une course comprise entre 2 et 3 divisions produit une avance de 2 divisions, etc.; d'une manière générale, pour des oscillations régulières de *c*, l'avance est toujours d'un nombre entier de divisions.

Si l'on applique à ce mécanisme le principe de la détente fractionnée (§ 242), on peut réaliser des avances égales à $^1/_2$, $^1/_3$, $^1/_4$, etc. de division et à des multiples de ces fractions, comme, par exemple, celles qui sont d'un usage très répandu dans les scies à bois. Si l'on fait

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

osciller la bielle *c* du cliquet de poussée autour d'un axe 4, situé en dehors de 1 (fig. 749 *b*), il se produit pendant la poussée, dans la

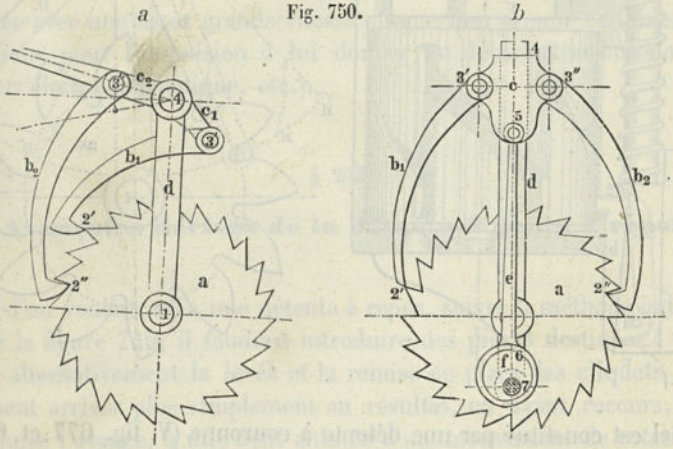
Fig. 749.



position d'attaque 2, un mouvement relatif entre le cliquet et la roue, tandis que, dans la disposition *a*, ce mouvement relatif n'a pas lieu et on n'a pas, dès lors, à redouter l'usure qui a lieu dans l'autre cas.

On peut encore combiner les deux détentes d'une autre manière, de telle sorte, par exemple, que les cliquets exercent tous les deux une poussée. En les disposant pour que leur action soit alternative (fig. 750 *a*), il se produit une avance, à chaque demi-oscillation des leviers c_1 et c_2, réunis en une même pièce; on obtient alors un avan

Fig. 750.



çoir double, bien connu sous le nom de levier de *Lagarousse* (1). Ce mécanisme peut recevoir d'autres dispositions, comme, par exemple, celle qu'indique la figure 750 *b*. Si l'on donne aux cliquets une course

(1) Du nom de son inventeur *M. de la Garousse*, qui l'a fait connaître en 1737 (*Bélidor*, Arch. hydraulique).

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

comprise entre $^1/_2$ et 1 division, l'avance de la roue, pour chaque oscillation complète, atteint 1 division ; on pourrait, par conséquent, réaliser, pour chaque demi-oscillation, une avance de $^1/_2$ division, etc. Ici encore on pourrait introduire le principe des détentes fractionnées (scies à placages).

Si, dans la disposition de la figure 750 *a*, on rend le levier c_1c_2 fixe, en laissant la pièce de jonction *d* osciller autour de l'axe 4, l'angle d'oscillation restant le même que précédemment (1), le centre de la roue prendra un mouvement de va-et-vient et la poussée sur les dents se produira comme dans l'autre cas. *Thompson* a utilisé un avançoir de cette dernière espèce dans un appareil télégraphique.

On peut aussi constituer un avançoir avec une seule détente courante, et cela en utilisant la réversion des dents de la roue pour réaliser, en même temps, un mouvement complètement desmodromique (2). C'est ce qui a été fait, par exemple, par les frères *Mauser*, d'Oberndorf, qui ont introduit un avançoir de ce genre dans leurs revolvers et leurs carabines-revolvers. La figure 751 représente ce mécanisme,

Fig. 751.

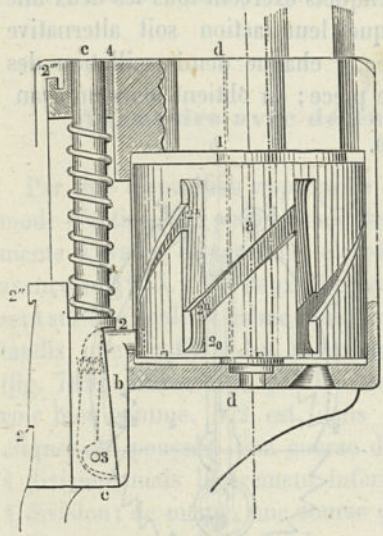
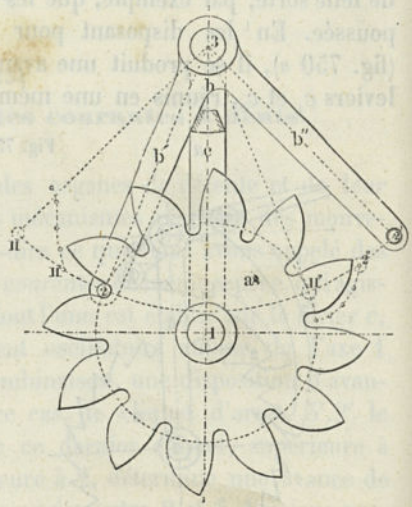


Fig. 752.



lequel est constitué par une détente à couronne (V. fig. 677 et 678) : *a* est la roue d'avance, *b* le cliquet de poussée, disposé, avec une arti-

(1) Inversion cinématique ordinaire.

(2) Cette expression, formée de δεσμος, *lien*, et de δρομος, course, reproduit assez fidèlement le mot allemand « zwanglaüfig », pour lequel il n'existait guère, en français, jusqu'ici d'autre équivalent que l'expression « à liaisons forcées », laquelle est évidemment moins simple que la précédente.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

culation 3, sur l'avançoir c; d est la monture. Le profil des dents est entaillé, en forme de rainures, dans la roue en couronne, une arête parallèle à l'axe, l'autre inclinée sur cet axe ou en hélice, et de telle sorte que l'angle d'appui σ soit $< 90° - \varphi$ et $> \varphi$ (§ 237, cas 4 et 5). La levée du cliquet détermine, par suite, la réversion de la roue. Il est à remarquer que, en 2′ et 2″, il existe des degrés au fond des rainures; il en résulte que, dans le mouvement de progression du cliquet dans la direction indiquée, la pointe de ce cliquet effectue une véritable chute et se trouve, par suite, empêchée de revenir dans la rainure qu'elle a quittée.

En partant de la détente à ancre de la figure 682, on est arrivé à former l'avançoir, que représente la figure 752 et dans lequel le mouvement de réversion de la roue est déterminé par la levée en dedans du cliquet; a est la roue d'avance, $b'b''$ l'ancre de poussée. Si l'on suppose que cette ancre passe de la position figurée en traits pleins à celle qui est figurée en pointillé, elle fera reculer la roue de $^1/_2$ division; le point 2 viendra en II et le point 2′ en II″. Le retour de l'ancre dans la première position déterminera un nouveau déplacement de $^1/_2$ division. Au début de chaque oscillation de l'ancre, la roue peut être considérée comme libre; si donc elle était sollicitée par un poids, ou par un ressort, à tourner à droite, elle pourrait commencer à prendre un mouvement dans ce sens, c'est-à-dire un mouvement opposé à celui que l'on a en vue; il importe donc, pour éviter cet effet, que l'ancre soit lancée avec une assez grande vitesse et que l'on prenne certaines précautions pour l'impulsion à lui donner au départ (transmission par action électro-magnétique, etc.).

§ 255.

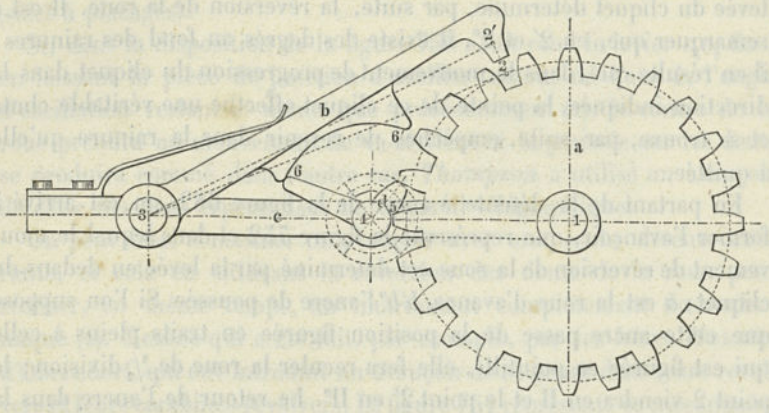
Avançoirs dérivés de la détente à dents à repos.

Si l'on voulait, avec une détente à repos, suivre la méthode indiquée pour la figure 749, il faudrait introduire des pièces destinées à effectuer alternativement la levée et la remise en place des cliquets. Mais on peut arriver plus simplement au résultat, en ayant recours, pour produire l'avance, à une dent animée d'un mouvement de rotation et reliée à un déclencheur pour le cliquet d'arrêt (fig. 753). Avant que la dent d'avance 5 ne soit en prise, la came de déclenchement 6 a déjà commencé à soulever le cliquet b; de même cette came le laisse pénétrer dans le vide suivant de la roue, avant que la dent de poussée ait complètement abandonné le vide dans lequel elle agissait. Le plus

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

souvent on peut se contenter, pour la roue a, d'une denture ordinaire; mais, si l'on tient à opérer plus exactement, on peut recourir à une

Fig. 753.



denture morte (fig. 754); on prévient ainsi toute marche directe de la roue, avant l'entrée de la dent 5 dans le vide, et toute marche en arrière, lorsque l'engrènement a cessé, aussi longtemps que le cliquet n'a pas pénétré à une profondeur suffisante.

Adaptée à une crémaillère, destinée à produire une avance, cette

Fig. 754.

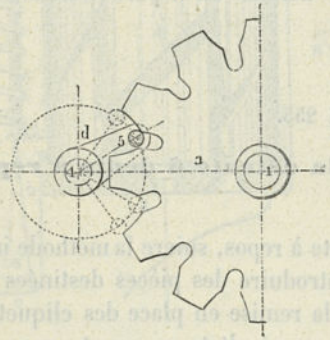
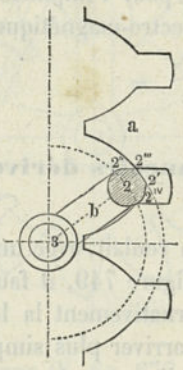


Fig. 755.



denture présente la forme de la figure 755. Ici le fuseau cylindrique de l'avanceur se trouve remplacé par une pièce dont le profil est constitué par plusieurs courbes; $2'2'''$ est un arc de cercle, décrit du point 3 comme centre, $2''2'''$ et $2'2^{IV}$ sont les chemins de tête décrits par les sommets des vides des dents (§ 203).

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

En employant l'une des formes de la détente cylindrique, que représentent les figures 696 et suiv., on peut réduire de 1 le nombre des pièces, puisque, dans ce cas, la dent de poussée et le cliquet d'arrêt se trouvent réunis et ne forment qu'une pièce unique. Les variétés du mécanisme qu'on obtient ainsi (fig. 756 à 758) portent différents

Fig. 756.

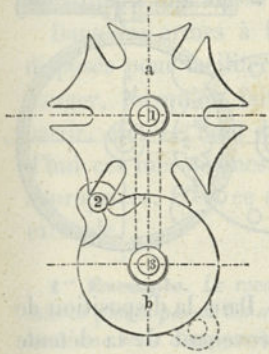


Fig. 757.

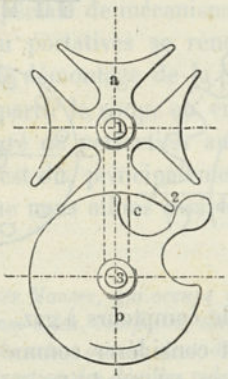
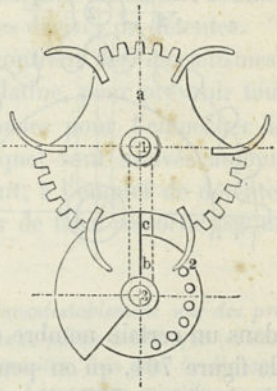


Fig. 758.



noms : Croix de Malte, d'après la forme que présente la roue, quand les axes 3 et 4 sont confondus en un seul ; Détente de Genève, d'après ses applications dans les horloges à musique, où, dans le but de limiter la course, la roue *b* porte une seconde dent (en pointillé dans la fig. 756) ; roue à étoile ; roue à dent unique, d'après *Redtenbacher* ; cette dernière désignation n'est pas à recommander, puisque la forme la plus générale (fig. 758) admet plusieurs dents pour la roue motrice, et qu'il en existe parfois deux dans la disposition de la figure 756.

Cet avançoir cylindrique peut recevoir un grand nombre de formes différentes. L'ingénieur *Brauer* en a fait une application intéressante dans ses roues d'arrêt (1), que représente la figure 759 : *a* roue menante, *b* roue menée. Après chaque rotation d'un pas de la roue menante, il se produit, pour la roue menée, une période d'arrêt, pendant que l'autre roue tourne d'un petit angle ($^1/_5$ de pas environ). Les sommets des dents de cette dernière roue forment une denture morte, qui est nécessaire pour obtenir ce résultat et qui est, par suite, analogue à celle de l'arc de repos de la roue à une seule dent de la figure 756.

(1) Ces roues conviennent très bien pour un certain nombre d'appareils tournants, en ce qu'elles rendent inutile l'addition de détentes spéciales. Comme application remarquable de l'avançoir cylindrique, on peut citer l'élévateur à chaîne de *Sambon*, voy. Mining and scientific Press., 1864, p. 161.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

La figure 760 représente un avançoir cylindrique, dérivé de la détente de la figure 700 et qui se rencontre en usage en Angleterre,

Fig. 759.

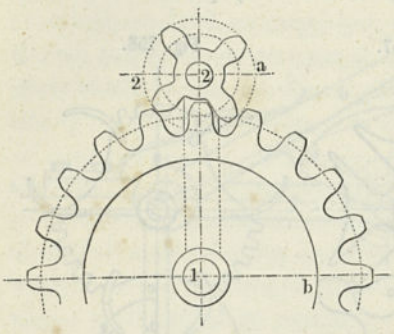
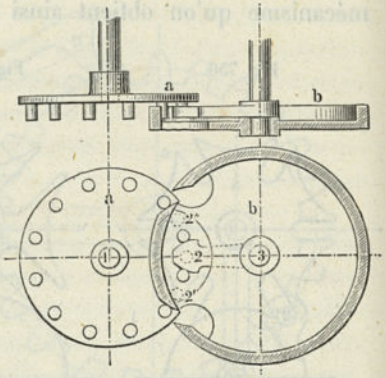


Fig. 760.



dans un certain nombre de compteurs à gaz. — Dans la disposition de la figure 761, qu'on peut considérer comme provenant de la détente de la figure 702, l'avance est produite par l'addition d'une petite

Fig. 761.

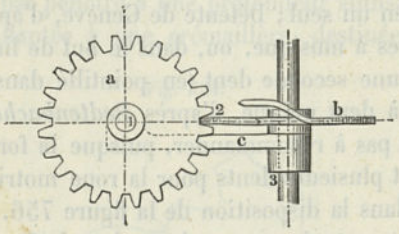
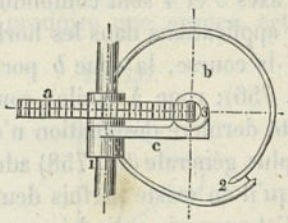


Fig. 762.



pièce, un filet courbe, disposé en hélice. — Dans la figure 762, déduite de la détente de la figure 704, l'avance est déterminée par l'action d'une petite longueur de filet, affectant la forme d'une spirale.

§ 256.

Serroirs.

Parmi les dispositifs de détentes, susceptibles d'établir des liaisons faciles à supprimer, tout en présentant une résistance suffisante aux efforts auxquels ils peuvent être soumis, et que nous avons désignés sous le nom de serroirs (§ 235, n° 5), doivent figurer, comme

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

nous l'avons dit, les accouplements mobiles d'arbres de transmission. A cette même catégorie appartiennent les attelages des wagons de chemins de fer, qui se distinguent des accouplements d'arbres, en ce que toutes les pièces servant à effectuer directement la liaison doivent présenter une plus grande mobilité, c.-à-d. doivent pouvoir être réunies ou disjointes beaucoup plus rapidement. Rien n'empêcherait, d'ailleurs, de considérer les accouplements mobiles, tous ensemble, comme constituant une classe spéciale de mécanismes dérivés de détentes.

Dans les armes à feu portatives se rencontrent des mécanismes, disposés pour faciliter le démontage de la platine, pour prévenir tout danger, lorsqu'on fait partir le coup, ou encore pour l'empêcher de partir, etc. Le haut degré de perfection auquel sont arrivés aujourd'hui ces mécanismes, est dû, principalement, à l'emploi de détentes appropriées. C'est ce que nous allons essayer de faire ressortir par un exemple.

1er Exemple. *Le revolver Mauser, qui occupe incontestablement une des premières places parmi les armes à feu, comprend, dans sa partie mécanique (comme toute une série d'appareils du même genre), deux dispositifs, l'un pour la décharge de l'arme, l'autre pour l'extraction des douilles vides. Le premier constitue ce que nous appellerons la mécanique du tir, l'autre, la mécanique d'extraction. (Dans les armes à magasin, il y aurait à ajouter une troisième mécanique, celle du chargement.)*

A. — MÉCANIQUE DU TIR

Elle comprend le barillet, le canon, le chien avec barrette droite, le ressort, la clenche (détente) et les pièces accessoires; ces organes, par leurs combinaisons, donnent les mécanismes suivants :

1° *Chien, avec barrette à ressort et clenche au cran de bandé = retendoir, dérivé de la détente à crémaillère (fig. 659) (le signe = remplace ici le mot « constitue »).*

2° *Barrette à ressort, avec clenche au cran de repos = serroir pour la clenche, dérivé de la détente à crémaillère (pour le reste, d'après la figure 664).*

3° *Barrette à ressort et cliquet avec barillet = avançoir, dérivé de la détente à couronne, avec verrou (fig. 651) et, en même temps, dans les deux positions extrêmes, cliquetoir à repos pour le barillet.*

4° *Cliquet de sûreté avec barillet = serroir dérivé de la détente à repos (pour le reste comme dans la figure 677).*

5° *Barillet avec cliquet de sûreté = cliquetoir, limitant la course du dernier.*

6° *Détente à bascule sur le cliquet de sûreté = cliquetoir pour les trois positions principales de cette détente (d'après la figure 669).*

7° *Verrou tournant (autour de son axe) sur l'axe du chien = serroir dérivé de la détente à repos de la figure 695.*

8° *Pontet (étrier) de la clenche, avec le tenon qui sert à le fixer = serroir dérivé d'une détente à repos.*

9° *Tenon de fixation avec clenche = serroir pour le tenon dérivé d'une détente à repos.*

10° *Canon rayé, avec balle = écrou avec vis, constituant ce qu'on peut appeler un mécanisme de guidage.*

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

B. — MÉCANIQUE D'EXTRACTI

Ce dispositif comprend un extracteur axial, qui saisit les douilles de cartouches par leur bourrelet, pour les rejeter en dehors; il est mis en mouvement, au moyen d'un arc denté, mobile autour d'un axe et terminé par un anneau; l'extracteur comporte, en outre, différents organes de détentes. Par leurs combinaisons, ces pièces forment les mécanismes suivants :

11° *Tiroir d'extraction, avec arc denté sur la poignée annulaire = mécanisme à tiroir, composé d'un pignon avec crémaillère (fig. 581).*

12° *Axe du barillet, maintenu en place par une détente = serroir constitué par une détente courante à tige (fig. 695).*

13° *Poignée annulaire, réunissant ensemble, au moyen d'une détente à repos, le canon et le support du barillet = serroir dérivé d'une détente à repos (fig. 654).*

14° *Axe de la poignée annulaire, maintenu à l'état de repos par l'axe du cliquet de sûreté = serroir dérivé de la figure 701, forme, par sa combinaison avec (13), un serroir de second ordre.*

15° *L'axe de la poignée annulaire, après rabatage de la poignée, arrête l'axe du cliquet de sûreté = serroir déduit d'une détente à repos, forme avec (4) un serroir de second ordre.*

16° *Cliquet de sûreté, agissant comme verrou tournant, arrête l'axe de la poignée annulaire, dans la direction de cet axe = serroir dérivé de la figure 695, forme, par sa combinaison avec (4), un serroir de second ordre.*

17° *Moyeu de la poignée annulaire, arrête l'axe du cliquet de sûreté = serroir (d'après la figure 695), forme avec (4) un serroir de second ordre.*

D'après cette analyse, on arrive à trouver, dans le revolver Mauser, 17 mécanismes, formés par 26 pièces. Ces mécanismes comprennent : 1 retendoir, 1 avançoir, 2 cliquetoirs, 11 serroirs, dont 4 de second ordre, 1 mécanisme de guidage et 1 mécanisme à tiroir. L'appareil mécanique de l'arme dont il s'agit se trouve ainsi expliqué, aussi bien au point de vue du but qu'il doit remplir qu'à celui de sa composition (Voy. encore § 261).

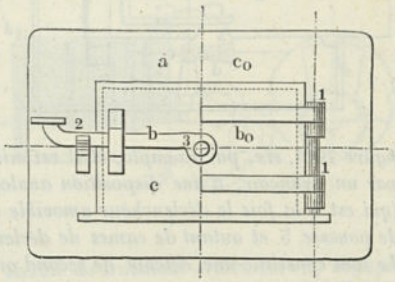
Les serroirs trouvent une application très importante dans le fonctionnement des chemins de fer; ils se rencontrent, en effet, utilisés dans les dispositifs d'aiguillages, et notamment dans ce qu'on appelle les postes centraux d'aiguillages, qui, imaginés par *Saxby* et *Farmer*, ont été ensuite perfectionnés par *Henning*, *Busing* et d'autres ingénieurs. Les serroirs dont on fait usage, pour cet objet spécial, sont, le plus souvent, d'ordre très élevé (dixième, douzième ordre et au delà). Ils sont, en effet, combinés de telle sorte que certains déplacements d'aiguilles ou de signaux doivent d'abord être tous complètement effectués, avant qu'il soit possible d'exécuter le déclenchement du dernier cliquetoir et, par suite, la mise en place du dernier signal. Dans le système très perfectionné « Blocksystème » imaginé par *Siemens* et *Halske*, pour les aiguillages, on fait usage d'appareils électriques pour maintenir fermés, ou rendre libres, les serroirs des aiguilles. On trouve ici combinés des retendoirs et des serroirs d'ordre très élevé.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Il serait presque impossible d'énumérer les applications que les serroirs trouvent dans les serrures, pour la fermeture des portes de toute nature, des armoires, des volets, des caisses, etc. On rencontre, d'ailleurs, dans l'exécution de ces mécanismes, tous les degrés, depuis la simplicité des grossières constructions en bois jusqu'à la perfection la plus complète du travail à la machine. Aux points de vue historique et ethnographique, cette exécution s'étend jusqu'aux limites du domaine des procédés mécaniques.

Une disposition de porte constitue déjà, par elle-même, une détente, (la pièce *b* est la porte, la pièce *c* le chambranle, la pièce *a* le corps dont il s'agit d'empêcher le passage); les portes mobiles autour d'axes sont des détentes courantes, tandis que les portes à glissement sont des détentes à repos. Une fermeture simple à loquet, comme celle de la porte de fourneau de chaudière de la figure 763, par sa combinaison avec la porte, forme, à vrai dire, une portion de détente courante à couronne, dans laquelle la rainure d'arrêt détermine une limitation de la course entre *b* et *c*. (Considérées comme éléments de détente, la porte et la partie contre laquelle elle vient s'appliquer sont encore désignées par b_0 et c_0.)

Fig. 763.



La porte, avec verrou glissant (pêne) de la serrure de chambre ordinaire, forme de même une portion d'une détente à couronne à repos.

Dans les serrures avec clef, celle-ci est le déclencheur de la détente; très souvent aussi elle fait mouvoir le pêne. Plus on veut obtenir de sécurité dans la fermeture, plus on complique les dispositions de la clef et de la détente, en multipliant les détails de forme dans les surfaces de déclenchement et de poussée, afin d'augmenter l'efficacité du déclencheur. Nous donnerons ici, comme exemples, quelques-uns des systèmes de serrures les plus importantes.

2° Exemple. *Le pêne de la serrure ordinaire, dite française (fig. 764), a une disposition analogue à celle de l'avançoir de la figure 753. Le pêne est la pièce d'avance a, transformée en une barre droite; l'arrêt est déterminé par le cliquet b, qui souvent se trouve, comme ici, formé d'une seule pièce avec son ressort de clôture (articulation à lame); la caisse de la serrure est la pièce de jonction ou le bâti c, et enfin la clef est le déclencheur et le pousseur d. Les serrures en usage pour les portes de chambres, avec bec-de-cane, pêne dormant et verrou, se trouvent comporter une détente courante et deux détentes à repos; l'une d'elles, celle du*

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

pêne dormant, est, en outre, munie d'un avançoir à repos, c'est-à-dire d'une quatrième détente, qui forme avec elle une détente de second ordre. Dans une porte à deux battants viennent encore s'ajouter deux autres détentes, sous la forme de verrous verticaux, qui peuvent être isolés, ou réunis sur une crémone.

3e Exemple. *Dans la serrure de Chubb (fig. 765), qui doit être simplement considérée comme une serrure d'armoire, le pêne dormant forme d'abord, avec la porte et le cadre, une détente à repos, dans le genre de celle de la figure 691. En second lieu, il est maintenu à l'arrêt par plusieurs cliquets de précision (d'après la*

Fig. 764.

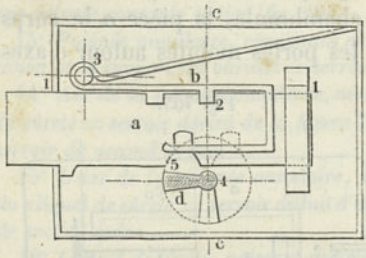


Fig. 765.

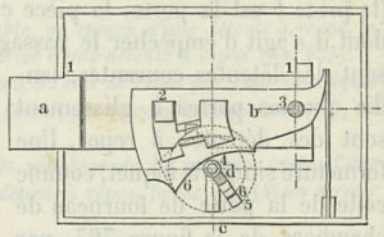
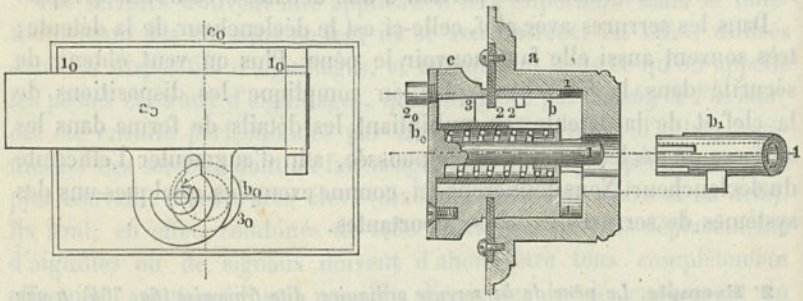


figure 706), six, par exemple, et il est mis en mouvement (en avant ou en arrière) par un avançoir, d'une disposition analogue à celle de la figure 755, où la clef (qui est à la fois le déclencheur amovible et le pousseur) comporte l'axe 4, la dent de poussée 5 et autant de cames de déclenchement qu'il existe de cliquets d'arrêt. Le tout constitue une détente de second ordre, avec détente de précision à répétition (ici 6).

4e Exemple. *La disposition de la serrure de Bramah (fig. 766 a et b) diffère de la précédente. Ici encore le pêne est un avançoir à barre droite, dérivé de l'avançoir cylindrique à repos de la figure 755; seulement il est maintenu à l'arrêt, non*

a. Fig. 766. b.



par une disposition spéciale de cliquets, comme précédemment, mais bien par le poussoir, grâce à la denture morte dont on fait usage.

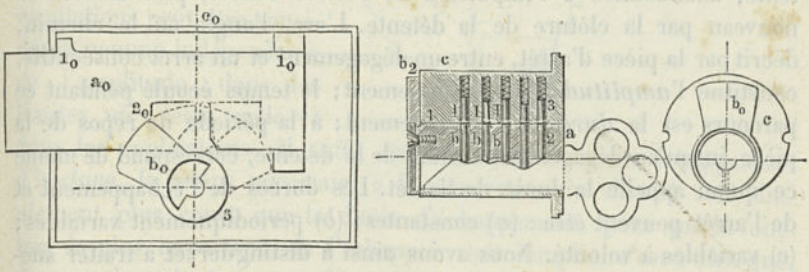
Le poussoir, de son côté, est sous la dépendance d'une détente à couronne à verrous (d'après la figure 707), dans laquelle la répétition va de 5 à 8 (ici 5). Sur a est fixé le disque, à denture intérieure, où se trouvent les vides 2 de la figure 707; ce disque est fait en deux pièces pour pouvoir être introduit dans une hancrure annulaire, pratiquée sur c; il est ensuite fixé sur a par des vis. La clef

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

est munie d'une saillie prismatique pour le poussoir, qui reste constamment à l'intérieur de la serrure, et de déclencheurs pour les verrous formant arrêt. Le tout constitue, d'après cela, un serroir de troisième ordre, avec détente de précision à répétition sur le poussoir; la clef déclenche et entraîne ce poussoir. Le ressort à boudin, qui entoure la broche centrale, repousse constamment les verrous b vers l'extérieur et forme, en outre, avec b_1 et a, un retendoir, lequel, en fait, rejette constamment la clef vers son entrée, dans une position où elle est sans action.

5e Exemple. *La serrure de Yale (fig. 767 a et b) possède également un poussoir qui reste constamment dans la serrure et qui est dérivé de l'avançoir cylindrique. Il est maintenu à l'arrêt par une détente de précision à répétition, analogue à celle de la figure 706 (b de longueur infinie, c'est-à-dire transformé en verrou).*

a. Fig. 767. b.



Ici encore on se trouve en présence d'un serroir de troisième ordre. La clef dégage les verrous de précision, employés en répétition pour maintenir le poussoir en arrêt, en même temps que, par sa forme plate, elle sert à entraîner ce poussoir. La figure permet de comprendre l'habile fixation du poussoir b_0 sur la pièce d'arrêt a.

Les serrures dites à combinaisons sont des serroirs, avec détentes de précision, dont les cliquets, ou les verrous, sont amenés dans la position, soit d'enclenchement, soit de déclenchement, non pas tous ensemble, au moyen d'une clef, mais, au contraire, séparément à la main, en se guidant d'après certains repères.

Les serrures de sûreté de Arnheim, Wertheim, Fichet, etc. sont, le plus souvent, des serroirs allant jusqu'au quatrième ordre, ou résultent de la réunion de serroirs d'ordre supérieur avec des serrures de combinaisons. Sur ce terrain spécial, il convient de signaler les produits remarquables de l'industrie américaine et, en particulier, ceux de Yale–Towne Manufacturing Company, à Stamford (Connecticut) (1).

(1) Certaines serrures pendantes en usage dans l'antiquité (en Égypte, en Grèce, à Rome, dans l'Inde et en Chine) reposaient sur le principe de la détente courante, avec cliquets à charnière à lame élastique, dont le dégagement était produit par la simple poussée d'une clef droite. Les serrures de portes, en usage en Égypte, sont des détentes à repos de second ordre, avec serroir de précision en répétition, comme dans la serrure de Yale. Toutefois, le mode de construction de la serrure égyptienne est complètement différent, puisque sa détente de précision est dans le verrou de fermeture. On retrouve le même mode d'arrêt dans des serrures de portes de l'ancienne Rome et, en particulier, dans quelques serrures provenant des fouilles de Pompéi. Dans un grand nombre de pays (Chine, Perse, Bulgarie, Italie du Sud, Silésie, Basse-Saxe, etc.), on trouve aujourd'hui encore en usage des serrures en bois, dont le verrou de fermeture est maintenu fermé (en second ordre) par des verrous dormants, également en bois, au nombre de 4 ou 6; le dégagement de ces verrous se fait, le plus souvent, au moyen d'une clef en forme de peigne; le verrou principal porte une poignée qui permet de le faire avancer.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 257.

Échappoirs. Des différents genres d'échappoirs.

Les échappoirs doivent être considérés comme étant les plus importants des mécanismes de détentes. Ils sont, en effet, disposés de manière à permettre l'emploi de forces élémentaires pour un travail mécanique régulier et se trouvent, dès lors, utilisés sur une très grande échelle. Dans un mécanisme de cette nature, la pièce soumise à l'arrêt est, à certains moments, en vertu du dégagement de la détente, abandonnée à l'impulsion de l'effort d'arrêt, puis arrêtée de nouveau par la clôture de la détente. L'arc, l'angle ou le chemin, décrit par la pièce d'arrêt, entre un dégagement et un arrêt consécutifs, constitue l'*amplitude* de l'échappement; le temps écoulé pendant ce parcours est la *durée* de l'échappement; à la période de repos de la pièce, jusqu'au dégagement suivant de la détente, correspond de même ce qu'on appelle la durée de l'arrêt. Les durées de l'échappement et de l'arrêt peuvent être : (*a*) constantes; (*b*) périodiquement variables; (*c*) variables à volonté. Nous avons ainsi à distinguer et à traiter successivement trois genres d'échappoirs :

(*a*) les échappoirs à marche uniforme;
(*b*) — — à action périodique;
(*c*) — — à action variable à volonté.

§ 258.

Échappoirs à marche uniforme.

Si, dans une détente courante ordinaire (fig. 768), dont la roue *a* est sollicitée par une force (qui est ici une traction due à un poids), le cliquet *b* est soulevé et aussitôt engagé de nouveau (par suite de l'abandon de la touche b_1), de telle sorte qu'il vienne arrêter la dent la plus rapprochée, on peut dire qu'il s'est produit un échappement, dans le sens que nous avons indiqué. L'amplitude de cet échappement est d'une division, ou d'un pas de la roue. Si, après un certain temps d'arrêt, le fait se répète, et cela d'une manière continue, l'intervalle entre les dégagements restant constant, on se trouve en présence d'un échappoir à marche uniforme.

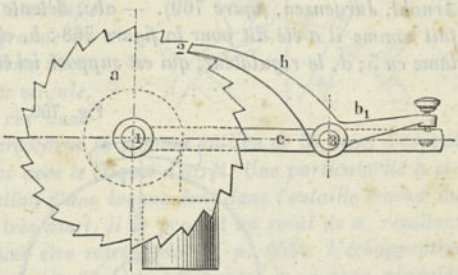
Il va sans dire que pratiquement l'action de la main sur la touche, pour produire le dégagement du cliquet, se trouve remplacée par celle

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

d'un organe mécanique, lequel, pour assurer à la roue une marche régulière, doit se mouvoir en mesure ; c'est ce qu'on appelle le régulateur de l'échappoir.

Les échappoirs à marche uniforme employés dans les appareils d'horlogerie sont de beaucoup les plus nombreux. Dans ces mécanismes, le régulateur est un organe isochrone, ou, en d'autres termes, à oscillations d'égale durée : un pendule, un balancier, ou un appareil analogue. Dans ces régulateurs, la durée des oscillations peut être considérée comme indépendante de l'amplitude, dans les limites où reste celle-ci dans les applications. Il suffit dès lors que, dans un échappement d'horloge, le temps nécessaire à la reinsertion du cliquet soit simplement plus court que la durée d'échappement, pour que la fonction la plus importante de l'échappoir soit remplie, c'est-à-dire que, dans un laps de temps quelconque, supérieur à cette durée, la roue tourne constamment du même nombre de pas ; l'angle correspondant peut alors être utilisé pour la mesure du temps ; une partie plus ou moins considérable du travail moteur peut, d'ailleurs, être employée en excès et consommée par les chocs. Cette remarquable propriété des échappoirs a permis de réaliser, même avec des appareils d'une exécution relativement imparfaite, une mesure assez exacte du temps. Il est évident qu'on doit apporter d'autant plus de soin dans le choix et l'établissement des détentes, que l'on veut obtenir un plus grand degré de précision. Pour le même motif, on doit s'attacher à diminuer le plus possible les résistances dues au frottement, aux chocs, et s'efforcer d'assurer l'isochronisme dans le régulateur (compensation, etc.).

Fig. 768.



Dans les appareils d'horlogerie, le travail élémentaire employé est utilisé uniquement pour vaincre les résistances nuisibles. Comme le régulateur éprouve lui-même des résistances de ce genre dans son mouvement, il convient de lui restituer la force vive qu'elles absorbent. C'est dans ce but qu'on ajoute à l'échappoir des dispositifs d'accélération ou d'impulsion, destinés à communiquer au régulateur une partie de la force motrice équivalente aux résistances nuisibles.

Les différentes espèces d'échappements des appareils d'horlogerie se distinguent donc, d'une manière systématique, par le choix de la détente, du régulateur, du déclencheur et de l'accélérateur. La dé-

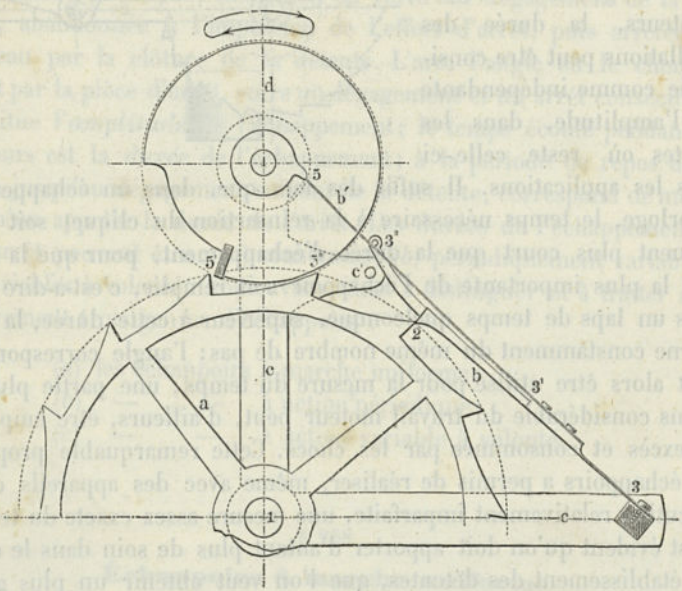
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

tente peut d'ailleurs être, soit une détente simple, soit une détente fractionnée et d'un ordre plus ou moins élevé. Nous donnerons ici quelques exemples d'échappements convenablement choisis.

A. — Échappements avec détentes simples.

1er Exemple. *Échappement libre pour chronomètres (J. Le Roy, Earnshaw, Arnold, Jurgensen, figure 769). — abc, détente courante dont le déclenchement se fait comme il a été dit pour la figure 768 ; b, cliquet d'arrêt avec articulation à lame en 5 ; d, le régulateur, qui est supposé ici être un balancier, mais qui pourrait*

Fig. 769.



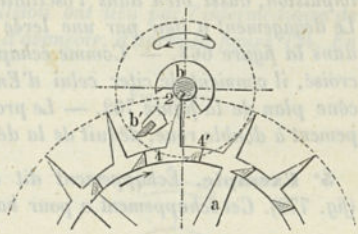
être aussi, dans certains cas, un pendule, 4.5 doigt de dégagement, relié invariablement avec d, effectuant, en 5, le déclenchement du cliquet, au moyen d'une seconde détente courante, quand le balancier exécute son oscillation à gauche (en sens contraire du mouvement des aiguilles) ; c', butoir limitant la course du cliquet b. En 5', palette d'impulsion (accélérateur), sur laquelle une dent de la roue a agit directement, de 5' en 5''. Après le parcours de l'arc 5' 5'', le cliquet b arrête en 2 la dent de la roue qui se trouvait tout d'abord en 5''. Dans l'oscillation inverse du balancier, le doigt de dégagement dépasse le cliquet à ressort b'. Le balancier, à partir de 5'' jusqu'à la fin de sa course et dans le mouvement de retour, oscille donc dans une indépendance complète de la roue a ; de là le nom d'échappement libre (1).

(1) Ce bel échappement qui est donné ici, en premier lieu, comme une conséquence du principe indiqué au sujet de la figure 768, semble être, en même temps, le premier échappement à pendule qui ait été trouvé ; il a été indiqué, d'une manière générale, par *Galilée*, en 1641. V. *Gerland*, Erfindung der Pendeluhr, publication de Westermann, août 1884.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

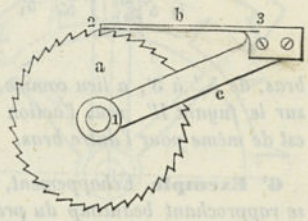
2e Exemple. *Échappement duplex* (*fig.* 770), *pouvant se déduire de la détente à repos de la figure* 699. *Le balancier est fixé sur l'axe du cliquet d'arrêt b; les dents 4, 4'.., disposées, de champ, sur la roue a, servent à donner l'impulsion, en agissant directement sur le levier b' du balancier; les grandes dents de la roue a servent à produire le repos, en s'appuyant sur le rouleau 2. Assez analogue au précédent est l'échappement, dit à virgule, qui n'en diffère que par la longueur plus grande du levier d'impulsion b' et par la forme de la pièce principale, qui est celle d'une virgule. La plus grande simplicité de ces deux échappements, par rapport au précédent* (3 *organes au lieu de* 5), *tient à ce que le régulateur forme une seule pièce avec le cliquet d'arrêt. Une particularité à signaler, c'est que, dans la pénétration d'une longue dent dans l'entaille* (*coche*) *du rouleau, après un saut en avant très court, il se produit un recul de a, résultant de ce que la rotation de b se trouve être rétrograde* (*V. p.* 633). *L'échappement duplex, dont l'idée première est due à l'horloger Dutertre, a eu pour véritable créateur P. Le Roy. Le nom de duplex, appliqué à cet échappement, est dû à ce que, à l'origine, la roue a était formée de deux roues superposées, portant, l'une les grandes dents* (*de repos*) *et l'autre les petites* (*d'impulsion*). *Cette réunion de deux roues en une seule, mais sous d'autres formes, se retrouve encore dans un grand nombre d'autres roues d'échappement, où l'on peut compter à part les parties dentées qui agissent comme organes d'impulsion.*

Fig. 770.



3e Exemple. *L'échappement de Hipp* (*fig.* 771) *montre que, dans la détente courante, le régulateur peut être combiné avec le cliquet d'arrêt. abc est une détente courante simple. Le cliquet b est un ressort vibrant, qui constitue, en même temps, le régulateur, lequel, à chacune de ses oscillations, laisse passer une dent, pour arrêter, immédiatement après, celle qui lui succède; l'impulsion a lieu sur l'arête qui termine la lame vibrante b. En augmentant le battement de cette lame, on peut arriver à faire échapper, à chaque oscillation, deux dents, au lieu d'une seule, et la vitesse de la roue devient double; en même temps l'arête de la lame se trouve effleurée légèrement deux fois, pour chaque oscillation, et, par suite, le ton correspondant aux vibrations de cette lame passe à l'octave supérieure, ce qui permet de reconnaître facilement, à l'oreille, la marche plus rapide du mécanisme.*

Fig. 771.



B. — Échappements a détentes fractionnées.

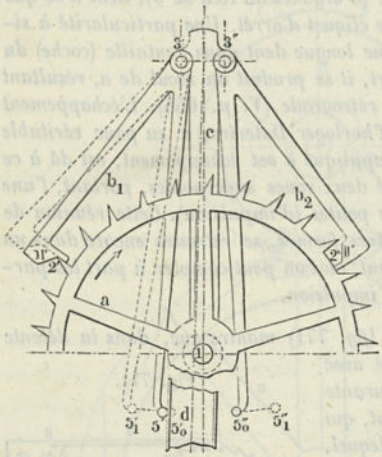
4e Exemple. *Échappement triplex de Lamb. — Un échappement de cette espèce, dont la roue porte deux rangées annulaires de dents, pourrait être désigné, à bon droit, sous le nom d'échappement à double roue. Toutefois, on paraît avoir adopté, en horlogerie, l'expression d'échappement à triple pas pour celui que l'Américain Lamb a appliqué à ses montres. Ce mécanisme comporte une détente courante à bascule, comme dans l'exemple* 1, *ainsi qu'un corps de régulateur*

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

analogue; seulement ce dernier se trouve disposé entre deux anneaux dentés, qui appartiennent, l'un à une roue creuse, l'autre à une roue pleine, et qui déterminent un arrêt fractionné (V. fig. 686); ce régulateur reçoit de ces deux anneaux une impulsion, aussi bien dans l'oscillation directe que dans l'oscillation rétrograde. Le dégagement a lieu par une levée en dehors, effectuée sur un cliquet, comme dans la figure 668. — Comme échappement à double roue, avec axe de l'ancre croisé, il convient de citer celui d'Enderlin, qui peut se déduire de la détente à cône plan de la figure 702. — Le professeur Reuleaux a proposé aussi un échappement à double roue, déduit de la détente fractionnée de la figure 686.

5e Exemple. *Échappement dit à force constante de Mudge ou de Tiede (fig. 772). Cet échappement a pour base la détente courante au demi ($^1/_2$) de la figure 679, avec deux cliquets, l'un de pression b_1, l'autre de traction b_2. En 2′ et 2″, ces cliquets ont une denture morte pour l'arrêt et, en II′ et II″, des fuyants pour la levée des cliquets en dehors (cas 5 et 7, p. 613). Le régulateur est un pendule d. Les bras des déclencheurs, 3′5′ et 3″5″, sont déplacés tout d'abord par l'action de ce pendule dans la direction du dégagement, c'est-à-dire que le bras de b_1, par exemple, est d'abord soulevé jusqu'en $5_1'$; mais ensuite ce bras, en vertu de son poids (ou sous l'action d'un ressort), repousse le pendule vers sa position moyenne, et cela sur une longueur $5_1'5_0'$ supérieure à celle dont il avait été soulevé lui-même, de telle sorte que le travail, sur le parcours $5'5_0'$, reste en excédent pour l'accélération du pendule. La levée du bras, de $5_0'$ à 5′, a lieu comme conséquence du déplacement que produit la dent sur le fuyant II′, sous l'action de la force motrice qui sollicite la roue. — Il en est de même pour l'autre bras.*

Fig. 772.



6e Exemple. *Échappement, dit à gravité, de Bloxam ou de Denison (fig. 773), se rapprochant beaucoup du précédent. Le régulateur ici encore est un pendule, suspendu, en 4, par une articulation à lame. La roue d'arrêt est décomposée en deux roues, avec divisions inversées (V. fig. 686). Les fuyants II′ et II″ sont disposés d'une manière plus avantageuse que dans le cas précédent, en ce sens qu'il se produit infiniment moins de frottement entre ces fuyants et les dents. Un volant à ailettes, représenté par e, est destiné à empêcher les accélérations nuisibles que pourrait prendre la roue, pour les grandes amplitudes d'échappement, allant à 60°. Le volant n'est pas fixé sur l'axe 1 de la roue, mais placé simplement sur lui avec une détente courante, de telle sorte que, l'échappement une fois produit, la force vive encore contenue dans les masses puisse se dissiper dans l'air.*

7e Exemple. *Échappement libre à ancre (fig. 774). Les deux cliquets de la détente fractionnée sont réunis en une seule pièce, comme dans la figure 682, mais leur mode d'action est très analogue à celui qui a été indiqué pour la figure 772. Le régulateur est un balancier d. En agissant sur le bras à fourchette b_3, il*

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

détermine alternativement le dégagement, ou le décrochement des dents, en 2′ et 2″, puis, après chacun de ces dégagements, il reçoit une impulsion de la roue a, qui vient agir sur les fuyants II′ et II″. Les crochets de l'ancre 2′ II′ et 2″ II″ portent le nom de palettes. Le dégagement et l'impulsion ont lieu par l'intermédiaire de la denture en 5, qui est une denture à repos d'avançoir, d'après la figure 754. En

Fig. 773.

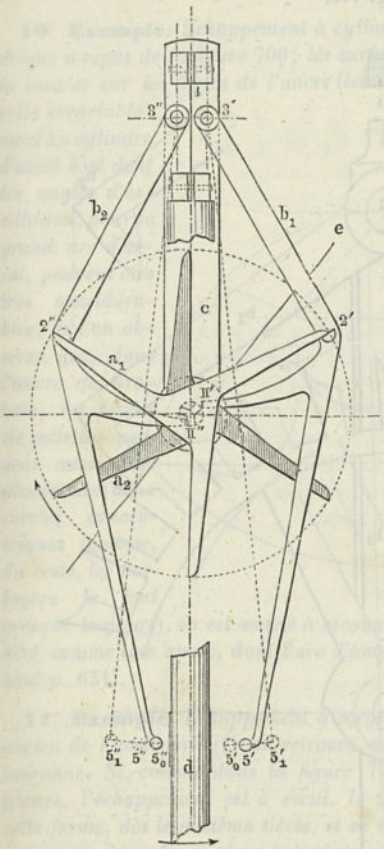
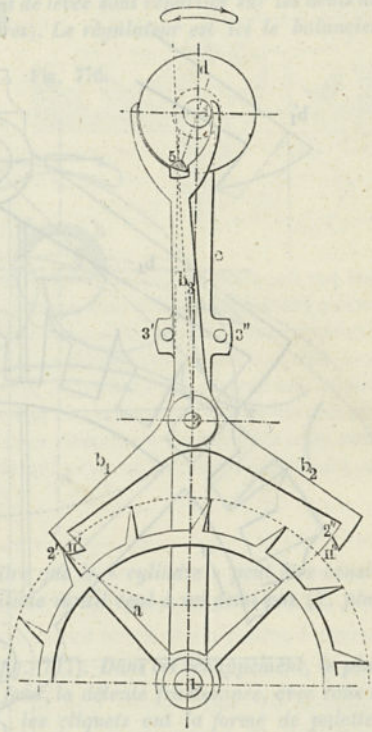


Fig. 774.



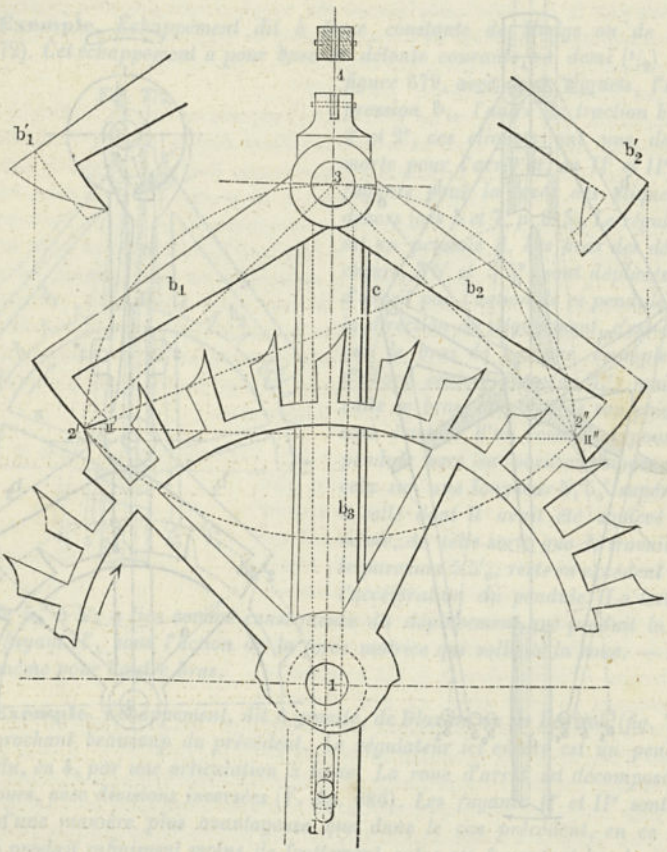
3′ et 3″ sont des butoirs, destinés à limiter la course du bras à fourchette b_3. Quelquefois cette limitation est obtenue par l'emploi d'une fermeture à repos sur le cylindre saillant 4. Le nom de cet échappement est dû à la forme d'ancre que présente la pièce formée par les deux cliquets b_1 et b_2 (V. figure 682). De ce qu'il existe en 5, comme en 2, un mécanisme de détente, on doit conclure que l'appareil entier constitue un mécanisme de détente de second ordre (1).

(1) Un échappement, avec mécanisme de troisième ordre, a été construit récemment par A. F. Müller, à Passau; dans cet appareil, entre le bras à fourchette et la roue, se trouve encore intercalé un cylindre d'arrêt, que doit déplacer le bras à fourchette et qui est disposé comme dans la figure 699 *b*, ou encore comme dans l'échappement duplex.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

8e Exemple. *Échappement à ancre à repos de Graham (fig. 775). La disposition générale de cet échappement est la même que celle du précédent; toutefois, la denture entre le bras b_3 et le régulateur est différente, de telle sorte que le mode de fonctionnement se trouve aussi modifié. Lorsque le bras b_3, entraîné par le pendule, a produit le dégagement et qu'ensuite, en vertu de l'action des fuyants, il a communiqué une impulsion au pendule, il ne passe pas au repos, comme*

Fig. 775.



dans l'autre échappement; il est, à son tour, entraîné de nouveau un peu plus loin par le régulateur, de telle sorte que, sur les surfaces de repos, 2′ ou 2″, il y a encore mouvement entre la roue et l'ancre. La denture en 5 agit donc trois fois pendant chaque demi-oscillation du régulateur, tandis qu'elle n'agissait que deux fois dans l'échappement libre. En vertu de la denture morte en 2′ et 2″, la roue reste en repos pendant le reste de l'oscillation de l'ancre; de là le nom d'échappement à repos.

Avant qu'on ne fût arrivé à la forme actuelle des palettes, les surfaces d'arrêt et de levée se trouvaient réunies sur une même surface courbe (V. les figures accessoires b'_1 et b'_2) et, par conséquent, on n'employait pas de denture morte (disposi-

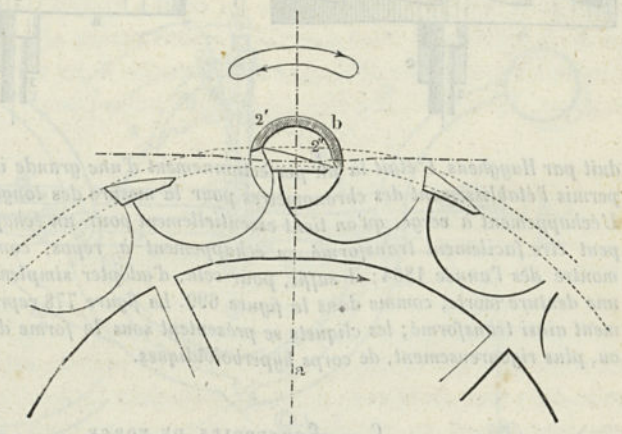
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

tion primitive, indiquée par Clément en 1680, et qui paraît avoir été imaginée par le Dr Hooke, en 1666). Cette forme déterminait, à chaque attaque d'une palette, un recul de la roue (cas 3 et 5, p. 613); c'est pourquoi l'échappement à ancre, ainsi construit, était dit à recul.

9e Exemple. *De la détente fractionnée de la figure 684 on peut déduire l'échappement à chevilles, connu sous le nom d'échappement de Lepaute, mais imaginé, en réalité, par le jeune horloger Caron, plus tard marquis de Beaumarchais.*

10e Exemple. *Échappement à cylindre (fig. 776), dérivé de la détente cylindrique à repos de la figure 700; les surfaces de levée sont réparties sur les dents de la roue et sur les flancs de l'ancre (les lèvres). Le régulateur est ici le balancier relié invariablement au cylindre d'arrêt b et dont les angles d'oscillation, pour le grand arc d'arrêt, peuvent être très considérables. Si l'on observe que, dans l'ancre de Graham, les profils de palettes peuvent aussi être placés entre deux cercles concentriques (comme, du reste, les horlogers le font presque toujours), on est amené à reconnaître que le « cylindre » peut être considéré comme une ancre, dont l'arc d'amplitude serait égal à un demi-pas (V. plus haut p. 631).*

Fig. 776.



11e Exemple. *Échappement à verge (fig. 777). Dans cet échappement, le plus ancien de l'horlogerie (1), on retrouve, au fond, la détente fractionnée, avec roue à couronne. Si, comme dans la figure 777, les cliquets ont la forme de palettes planes, l'échappement est à recul. Il paraît avoir été utilisé en horlogerie, sous cette forme, dès le dixième siècle, et se rencontre encore aujourd'hui en usage.*

Comme, dans les anciennes horloges à roues, le régulateur (le balancier) avait son centre de gravité sur l'axe de rotation et ne possédait aucun ressort susceptible

(1) D'après une opinion assez répandue en Allemagne, cet échappement aurait été imaginé, vers 1370, par *Heinrich de Wick*, pour les horloges à balancier; mais, comme il existait des horloges de ce genre longtemps avant, il paraît devoir être attribué à l'évêque *Gerbert* (devenu plus tard le pape Sylvestre II), qui l'aurait inventé vers l'année 990. Le balancier était constitué par une règle en métal, placée en croix sur un axe vertical et chargée de poids pouvant être déplacés (réglants ou régules); il n'avait aucun ressort. Il se nommait balancier, libramentum, æquilibrium ou rostrum (en raison des coches ménagées sur la tige pour les poids). *Huyghens* a aussi utilisé l'échappement à verge pour ses horloges à pendules; mais, au lieu de laisser l'axe vertical 3 des cliquets d'arrêt agir directement sur le balancier, il le faisait agir, au moyen d'un pignon, sur un arc denté à axe horizontal, lequel portait le bras en relation avec le pendule (V. *Gerland*).

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

d'entretenir ses oscillations, la propriété de l'échappement, d'être à recul, était indispensable pour déterminer l'oscillation en retour du balancier et, par suite, pour permettre d'utiliser ce dernier comme organe oscillant régulièrement. C'est ce qui explique pourquoi ce mécanisme s'est maintenu aussi longtemps. Vers la fin du quinzième siècle, Hèle avait imaginé de munir le balancier d'un ressort, formé d'une soie de cochon, et ce n'est qu'en 1665 *que le ressort en acier fut intro-*

Fig. 777.

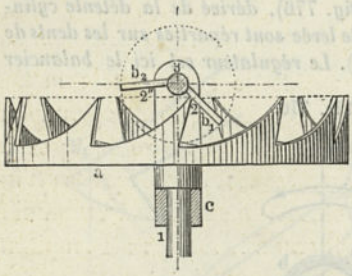
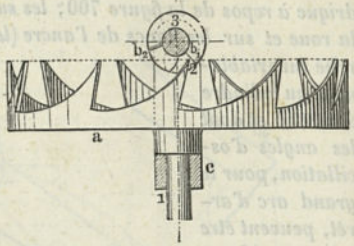


Fig. 778.



duit par Huyghens. C'était là un perfectionnement d'une grande importance, qui a permis l'établissement des chronomètres pour la mesure des longitudes en mer. — L'échappement à verge, qu'on tient essentiellement pour un échappement à recul, peut être facilement transformé en échappement à repos, comme l'auteur l'a montré dès l'année 1864; *il suffit, pour cela, d'adopter simplement aux cliquets une denture morte, comme dans la figure* 699. *La figure* 778 *représente l'échappement ainsi transformé; les cliquets se présentent sous la forme de corps coniques, ou, plus rigoureusement, de corps hyperboloïdiques.*

C. — Échappoirs de force.

A côté des échappements d'horlogerie, destinés simplement à régulariser l'action de la force motrice nécessaire pour surmonter les résistances nuisibles de l'appareil, on peut aussi imaginer des échappoirs disposés de telle sorte que la force motrice, outre les résistances nuisibles, ait à vaincre une résistance d'un autre genre, c'est-à-dire à effectuer un travail utile. Pour distinguer les échappoirs de cette espèce des précédents, nous les désignerons sous le nom d'*échappoirs de force*. Déjà, dans les horloges à sonneries, on pourrait considérer comme tels les échappoirs au moyen desquels s'effectue le travail, parfois assez considérable, qu'exige la mise en mouvement des cloches. Toutefois, nous ne nous y arrêterons pas et nous nous bornerons à donner un seul exemple choisi parmi d'autres échappoirs de force, dont le nombre est assez considérable.

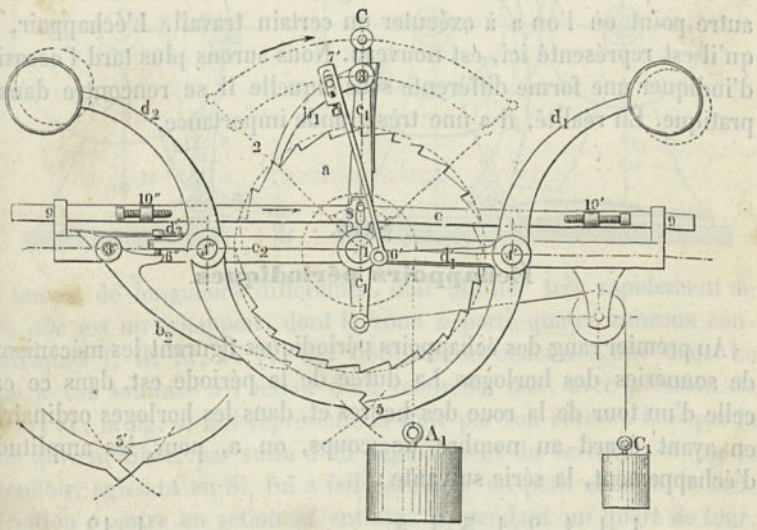
12° Exemple. *Échappoir de force pour mouvement de va-et-vient (fig.* 779). — *a* b_1 c_1 *et* ab_2c_2 *sont des détentes courantes ordinaires, dont les cliquets sont déclenchés et enclenchés au moyen d'un mécanisme auxiliaire (la distribution). Ce*

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

mécanisme remplace donc le régulateur des appareils précédents. L'échappoir sert à transformer le travail de descente du poids A_1 pour communiquer au levier c_1 un mouvement oscillatoire, qui peut être utilisé, en C par exemple, pour l'exécution d'un travail mécanique. La distribution s'opère à l'aide d'un retendoir double $d_1 d_2$ 5, avec détente, d'après la figure 671, et par l'intermédiaire du tiroir e, qui, commandé en S par le levier c_1, constitue le déclencheur du double retendoir. Le régulateur est ici, par conséquent, l'organe oscillant c_1, qui effectue, en second ordre, les dégagements de l'échappoir.

Le jeu de l'appareil est le suivant. Dans la position indiquée, la roue a, en tournant à droite, entraîne avec elle le cliquet b_1, ainsi que le levier c_1, jusqu'à ce que le déclencheur 10″ vienne toucher le cliquet d_2 et que, par suite du déplacement

Fig. 779.



résultant, la détente en 5 se trouve dégagée. Mais cette détente appartient à l'un des retendoirs, et, comme le bras d_1 est chargé d'un poids qui tend à le faire tourner de gauche à droite, il en résulte que, le dégagement une fois produit, les cliquets de retendoirs viennent prendre la position 5′, représentée dans la figure accessoire de gauche. En même temps a lieu l'enclenchement du cliquet d'arrêt b_2, par suite du soulèvement en 6″ de la touche d_2; la roue a se trouve, dès lors, arrêtée par ce cliquet et passe au repos. Par suite de l'abaissement du contrepoids du bras d_1, la queue d'_1 de ce bras se trouve relevée et vient agir, par l'intermédiaire de la tringle 6′ 7′, sur le cliquet b_1 qu'elle soulève; aussitôt, sous l'action du poids C_1, le levier c_1 se met à tourner à gauche et est ramené dans sa position primitive. Cela fait, le déclencheur e, par l'intermédiaire de la touche 10, détruit de nouveau l'arrêt en 5′; en même temps qu'il retend d_1, le cliquet b_1 se retrouve en prise; le retendoir d_2 détendu dégage le cliquet b_2 et laisse la roue a libre pour une nouvelle rotation à droite.

L'échappoir précédent est à simple effet. Il est facile de le transformer en un échappoir à double effet, dans lequel le contrepoids C_1

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

est inutile. Il conviendrait, dans ce but, d'ajouter une seconde roue d'arrêt, à laquelle on pourrait donner un mouvement de rotation à gauche, au moyen d'un poids moteur; un second cliquet, disposé sur c_1 (symétriquement par rapport à b_1), viendrait s'encliqueter sur cette roue, qui pourrait être maintenue à l'arrêt par un autre cliquet, analogue à b_2, mais disposé à droite. Le levier d_1 porterait la touche destinée à produire le dégagement de ce dernier cliquet, tandis que le levier d_2 recevrait une queue et une tringle pour le dégagement du second cliquet sur le balancier c_1. Quant à la distribution, elle resterait la même. Le mouvement de va-et-vient du balancier c_1, ainsi obtenu, peut être transmis d'un grand nombre de manières à un autre point où l'on a à exécuter un certain travail. L'échappoir, tel qu'il est représenté ici, est nouveau. Nous aurons plus tard l'occasion d'indiquer une forme différente sous laquelle il se rencontre dans la pratique. En réalité, il a une très grande importance.

§ 259.

Échappoirs périodiques.

Au premier rang des échappoirs périodiques figurent les mécanismes de sonneries des horloges. La durée de la période est, dans ce cas, celle d'un tour de la roue des heures et, dans les horloges ordinaires, en ayant égard au nombre de coups, on a, pour les amplitudes d'échappement, la série suivante :

1, 1, 1, 2, 1, 3, 1, 4. . . . . 1, 12

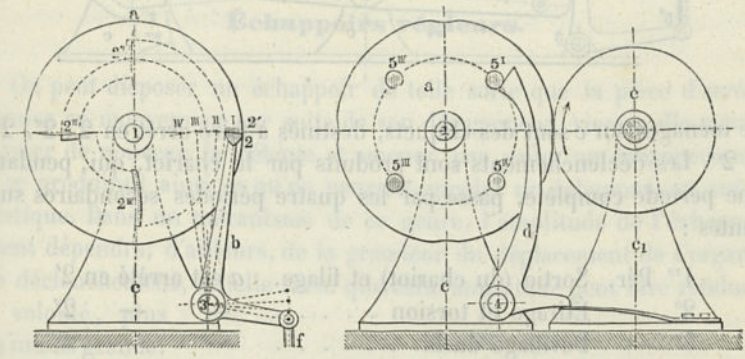
comprenant 90 coups. Au moyen d'un régulateur (volant à ailettes) convenablement disposé, les temps d'échappement sont rendus proportionnels aux amplitudes; ces deux éléments varient, par suite, de la même manière, dans l'intervalle d'une période. Les deux dispositions le plus généralement employées pour ce genre d'échappoir sont celles de la sonnerie allemande et de la sonnerie anglaise, laquelle se nomme aussi sonnerie à répétition. Une pièce essentielle de ce dernier mécanisme, le limaçon à échelons, a été décrit précédemment (fig. 688); il sert à régler la division en périodes. Sans entrer plus avant dans l'indication d'autres détails, qui nous conduiraient trop loin, nous nous bornerons à faire remarquer que le dispositif servant à frapper les coups est un retendoir.

On trouve des applications très remarquables des échappoirs périodiques dans les métiers de filatures (Mull-Jenny), où ils sont utilisés

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

comme mécanismes de renversement de marche. Dans les métiers à filer, de même que dans les sonneries, les échappoirs effectuent un travail mécanique utile; ils sont donc également, dans ces deux cas, des échappoirs de force. Nous décrirons ici brièvement l'appareil de ce genre employé dans le métier de *Platt*. Dans les figures 780 *a* et *b*, 1 est l'arbre de changement de marche, lequel, après quatre intervalles

a Fig. 780. *b*



de temps, de longueurs différentes, doit tourner très rapidement de 90°, *abc* est un échappoir, dont la roue *a* porte quatre anneaux concentriques I, II, III, IV (V. fig. 686), muni chacun d'une dent. La roue *a* est soumise à l'action d'un retendoir *adc*, avec pression de ressort (V. la fig. *a*, qui représente la roue par son revers). Lorsque la roue devient libre, par suite d'un déplacement du levier *b*, et que le retendoir, agissant en 5′, lui a fait parcourir un petit chemin, la roue à friction *e* entre en action et entraîne *a*, pendant un quart de tour, en tendant de nouveau le cliquet *d*, vers la fin de ce mouvement. Les légères entailles, ménagées sur le pourtour de la roue *a*, à l'extrémité de chaque quadrant, ont pour but de mettre fin, précisément en ces points, à l'action de la roue à friction. On voit ici, d'une manière bien nette, que la force motrice pour un échappoir peut être fournie, non pas simplement par un retendoir, comme cela a lieu dans les sonneries, mais encore par un cursoir. — Les déclenchements et les échappements en 2 ont lieu dans l'ordre suivant :

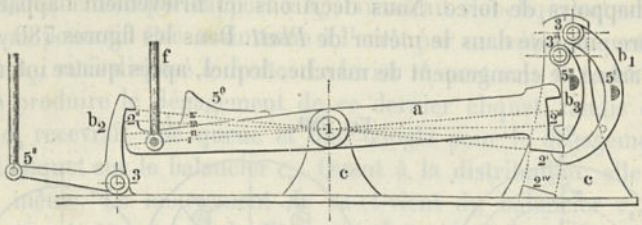
I II, II III, III IV et IV I.

Ils sont produits par un second échappoir que représente la figure 781. La tige *f*, qui commande le cliquet *b* (fig. 780), est mue, d'une façon intermittente, par le levier *a*, qui, dans les descriptions des machines à filer, porte le nom de balancier. L'échappement est constitué par une détente fractionnée, une détente au quart, dont la

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

signification est ici plus facile à comprendre qu'au § 242, puisque la forme des cliquets répond nettement à l'expression. b_1, b_2, b_3 et la sail-

Fig. 781.



lie ménagée sur *c* sont des cliquets, destinés à faire arrêt en 2′, 2″, 2‴ et 2ᵉᵛ. Les déclenchements sont produits par le chariot, qui, pendant une période complète, passe par les quatre périodes secondaires suivantes :

1re	Pér.	Sortie (du chariot) et filage.	*a* est arrêté en	2′
2e	—	Étirage et torsion	— —	2″
3e	—	Dévidage du fil.	— —	2‴
4e	—	Renvidage et rentrée. . . .	— —	2ᵉᵛ

Marche de l'appareil. — A la fin de la première période, une saillie du chariot vient toucher le cliquet b_1, en 5′. Le balancier, qui est plus lourd à droite qu'à gauche, passe de la position I à la position II, où il est arrêté par le cliquet b_2; dans son mouvement, il a, par l'intermédiaire de la tige *f*, déplacé le cliquet *b* de l'échappoir précédent et l'a amené en 3 II; alors commence la seconde période.

A la fin de la seconde période, le cliquet b_2 est déclenché par le compteur du selfacting (un avançoir intermittent), qui agit en 5″; le balancier tombe dans la position III, en amenant le cliquet *b* (fig. 780) en 3 III et se trouve arrêté en 2‴ par le cliquet b_3. Le déplacement du cliquet *b* introduit la troisième période.

Cette troisième période est très courte; l'enrouleur du fil, par une poussée qu'il exerce en 5‴, déclenche le cliquet b_3; le balancier vient alors dans la position IV, entraînant le cliquet *b* en 3 IV, ce qui commence la quatrième période.

Dans cette dernière a lieu de nouveau une rentrée du chariot, lequel, un peu avant la fin de son mouvement, attaque le balancier en 5°, au moyen d'un galet, et le ramène dans sa première position (il tend le retendoir). Le cliquet *b* se trouve lui-même ramené par le balancier dans sa position primitive 3 I et, grâce au renversement de marche, une nouvelle période principale recommence.

Le mécanisme complet est, comme on le voit, un échappoir pério-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

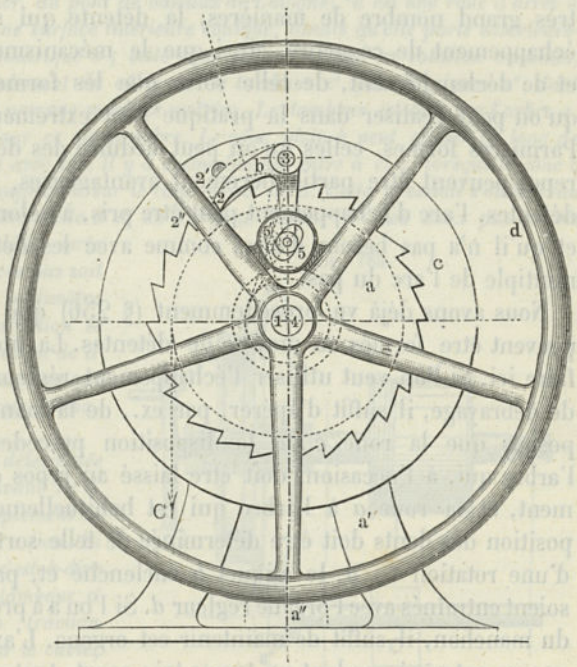
dique de second ordre, et même de troisième ordre, là où s'ajoutent des accouplements. Si l'on considère, en même temps, les retendoirs, on arrive à un mécanisme de détente de cinquième ordre ; c'est un mécanisme de sixième ordre qui se trouve en action dans le compteur, dont il a été précédemment question.

§ 260.

Échappoirs régleurs.

On peut disposer un échappoir de telle sorte que la pièce d'arrêt, remise en mouvement par suite de son dégagement, vienne elle-même fermer de nouveau la détente et amener, par suite, un échappement. Il se produirait ainsi ce qu'on pourrait appeler un échappement automatique. Dans un mécanisme de ce genre, l'amplitude de l'échappement dépendra, d'ailleurs, de la grandeur du déplacement de l'organe de déclenchement, de telle sorte que cette amplitude peut être rendue, à volonté, plus ou moins grande. C'est ce qui justifie le nom d'*échappoirs régleurs*, que nous proposons d'adopter pour les mécanismes de cette espèce, qui semblent appelés à jouer un rôle de plus en plus important dans la mécanique moderne.

Fig. 782.



La figure 782 représente un échappoir régleur, facile à comprendre, que l'auteur a déduit de la détente muette de la figure 674. Dans ce dispositif, *a* est une roue d'arrêt fixe (reliée invariablement au bâti *a'*), *b* un cliquet, *c* une pièce de jonction entre les

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

deux organes précédents, disposée sous forme de roue et sollicitée par un poids C à tourner dans le sens qui empêche la fermeture; 3.5 est un appendice du cliquet. Celui-ci peut être décroché par l'intervention de l'organe réglant d, disposé sous forme de roue mobile autour de l'axe 4 (ou 1), lorsque cet organe reçoit un certain mouvement de rotation dans le sens de celle que tend à prendre la roue c. Si cette rotation de d est assez forte pour que la levée du cliquet soit complète, le poids moteur C met la roue c en mouvement. L'axe 3 du cliquet se trouvant fixé sur cette roue est entraîné en même temps; mais, d'un autre côté, comme l'appendice est retenu au point 5, le cliquet se met en mouvement dans le sens de la fermeture de la détente, et, dès qu'il commence à pénétrer dans le vide de dent $2''$, l'arrêt se trouve rétabli de nouveau. Afin d'éviter qu'après un décrochement du cliquet, la roue d soit dans une position instable, on peut disposer un frein en a''. Si l'on fait tourner la roue d d'angles correspondant à deux, trois, quatre... pas de a, la roue c se trouve mise en liberté à chaque déclenchement et, après avoir décrit des arcs de deux, trois, quatre... pas, est de nouveau soumise à l'arrêt.

Il est évident, d'après ce qui précède, que l'on peut modifier, d'un très grand nombre de manières, la détente qui sert de base à un échappement de ce genre, ainsi que le mécanisme d'enclenchement et de déclenchement, de telle sorte que les formes de construction qu'on peut réaliser dans la pratique sont extrêmement nombreuses. Parmi ces formes, celles qu'on peut déduire des détentes à friction à repos peuvent être particulièrement avantageuses, puisque, avec ces détentes, l'arc d'échappement peut être pris, à volonté, petit ou grand, et qu'il n'a pas besoin d'être, comme avec les détentes à dents, un multiple de l'arc du pas.

Nous avons déjà vu précédemment (§ 256) que les accouplements peuvent être formés au moyen de détentes. La même chose peut se faire ici. Si l'on veut utiliser l'échappement régleur comme manchon de débrayage, il suffit d'opérer, par ex., de la manière suivante. Supposons que la roue c de la disposition précédente appartienne à l'arbre qui, à l'occasion, doit être laissé au repos ou mis en mouvement, et la roue a à l'arbre qui est habituellement en marche. La position des dents doit être déterminée de telle sorte que, dans le cas d'une rotation de a, le cliquet b enclenché et, par suite, la roue c soient entraînés avec l'organe régleur d. Si l'on a à produire le débrayage du manchon, il suffit de maintenir cet organe. L'axe du cliquet 3 est encore entraîné pendant un temps très court, tant qu'il reste en prise en 2, mais, dès que cette prise cesse, c passe au repos. Si l'on donne à d un léger mouvement, dans le sens de la rotation, le cliquet rentre

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

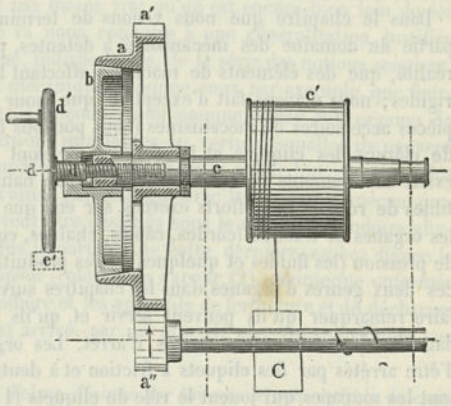
en prise en 2 et il y a de nouveau entraînement de *c*. Un manchon, ainsi disposé, constitue ce qu'on peut appeler un manchon régleur.

On peut se demander accessoirement si, dans le cas particulier dont il s'agit, l'emploi d'une détente à dents est avantageux ou non. Le mécanisme à roue dentée a été pris ici comme élément de représentation, uniquement parce qu'il rend les explications plus faciles à saisir. Pour les manchons de débrayage, les détentes à friction à repos sont, dans le plus grand nombre des cas, particulièrement avantageuses. Le manchon que représente la figure 448 est un manchon régleur avec détente de cette espèce ; *A* est la roue d'arrêt, *B* le cliquet se présentant sous la forme d'un cône, *b* l'organe régleur.

Si, au moyen d'un manchon régleur à friction, on forme un élévateur, c'est-à-dire une machine sur laquelle agit, au moyen d'un câble de traction, ou d'une autre manière, une résistance, qui tend constamment à produire un mouvement rétrograde de la roue d'arrêt, on se trouve en présence d'un nouveau dispositif, d'un mode d'action particulier, un élévateur avec frein automatique.

Exemple. *La figure* 783 *représente schématiquement un élévateur de ce genre (employé, en particulier, au pont de bateaux de Cologne). a est une roue d'arrêt à friction qui possède une surface intérieure conique, tandis qu'elle porte extérieurement une denture cylindrique a' ; cette roue est maintenue en rotation continue, dans le sens de l'enroulement du câble sur le tambour c', par le pignon a'', dont l'arbre est commandé par une machine motrice. Le tambour est calé sur l'arbre c, et la roue a est folle sur ce même arbre. Le cône plein b peut glisser le long de l'arbre c, mais tourne avec lui. Il y a accouplement entre a et c, lorsque le cône b exerce une pression suffisante sur le cône creux de a. Cette pression s'obtient au moyen de la vis différentielle d et de l'organe régleur d'. Les deux pas de vis sont déterminés de telle sorte que la différence de ces pas soit peu importante (1 millimètre environ) et que la pression se produise pour une rotation de d' effectuée dans le même sens que celle du tambour c' pour l'élévation.*

Fig. 783.



Lorsque la pression déterminée par la rotation en avant de d' est suffisante, l'accouplement se produit et l'élévation a lieu. Si d' est maintenu fixe, c'est-à-dire laissé en repos, le tambour c' s'arrête, malgré la traction qu'exerce la charge sur le câble, car le mouvement de descente que tend à produire cette traction, du moment où il commence, a précisément pour effet de presser, l'une contre l'autre, les surfaces de a et de b assez fortement pour

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

que le frottement résultant suffise à faire équilibre à la charge. Si enfin on fait tourner d' en arrière, la traction exercée par c fait également tourner c' en arrière; mais l'action de frein en ba reste constante et conserve toujours, sans aucune manœuvre spéciale, la grandeur nécessaire pour empêcher toute accélération.

Nous aurons à revenir encore sur d'autres applications extrêmement importantes des échappoirs régleurs et nous nous bornerons ici à faire remarquer, d'une manière générale, que la propriété caractéristique de ces mécanismes est de permettre, moyennant une dépense de force très faible, de faire intervenir à volonté et de faire disparaître ensuite rapidement les efforts les plus considérables.

§ 261.

Généralisation des mécanismes de détentes.

Les mécanismes de détentes, que nous avons examinés jusqu'ici, se sont montrés propres à recevoir un nombre infini d'applications et leur usage est, en fait, très développé; à ce point de vue, ils laissent bien loin en arrière tous les autres mécanismes : ce résultat s'explique par cette propriété qu'a la détente de permettre de réaliser, en même temps, aussi bien le *mouvement* relatif que le *repos* relatif. En partant de ces idées de mouvement et de repos, les six genres de mécanismes que nous avons étudiés sont encore susceptibles d'être classés en deux groupes : les cliquetoirs, les arrêtoirs et les serroirs servent, en effet, à empêcher les mouvements, ou à les limiter, tandis que les retendoirs, les avançoirs et les échappoirs servent, au contraire, à en introduire. Ces mouvements sont d'ailleurs discontinus, tandis que ceux produits par les mécanismes traités antérieurement (manivelles, roues à friction, engrenages) étaient des mouvements continus. Nous donnerons à ces derniers mécanismes le nom de *cursoirs*; on les rencontre, du reste, employés à côté des mécanismes de détentes et avec eux.

Dans le chapitre que nous venons de terminer, nous n'avons parcouru qu'une partie du domaine des mécanismes à détentes, puisque nous n'avons considéré, en réalité, que des éléments de machines affectant la forme de corps très sensiblement rigides; nous n'avons fait d'exception que pour les ressorts se présentant comme pièces accessoires de mécanismes (nous pouvons faire remarquer ici que les ressorts de clôture des cliquets et les freins à air sont des retendoirs auxiliaires). Mais il existe des éléments de machines d'une autre nature, qui ne sont, en réalité, susceptibles de résister aux efforts exercés sur eux que dans une seule direction; ce sont les organes de traction (cordes, câbles, chaînes, courroies, sangles, etc.) et les organes de pression (les fluides et quelques autres produits). Tout en nous réservant de traiter ces deux genres d'organes dans les chapitres suivants, nous devons, dès maintenant, faire remarquer qu'ils peuvent servir et qu'ils servent, en réalité, ordinairement dans les détentes, comme corps d'arrêt. Les organes de traction sont susceptibles d'être arrêtés par des cliquets à friction et à dents; avec les organes de pression, ce sont les soupapes qui jouent le rôle de cliquets (1).

(1) V. à ce sujet, Reuleaux, *Cinématique*, édit. française, p. 458 et suiv.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Du moment où les mécanismes de détentes peuvent aussi s'étendre à ces deux classes d'éléments, leur domaine s'élargit d'une façon très sensible, notamment à l'égard des organes de pression. Il est tout d'abord évident que les pompes à pistons et à soupapes pour les liquides, comme pour les gaz, sont des avançoirs, et que, d'un autre côté, les dispositifs d'arrêt dans les tuyaux, les canaux, les réservoirs, etc., sont très souvent des cliquetoirs, ou des serroirs, et parfois aussi des arrêtoirs. Il est non moins évident que certaines machines motrices, comme les machines à colonne d'eau et les machines à vapeur ordinaires, jouent le rôle d'échappoirs et que d'autres, comme les machines à gaz, forment un système mixte, composé d'un échappoir et d'un avançoir. Des retendoirs, constitués par des organes de pression, sont également d'un usage très répandu; on les rencontre, par ex., sous la forme d'accumulateurs de pression pour grues hydrauliques, presses, machines à river, appareils de manœuvre d'écluses, machines à percer les pierres, etc, ou sous la forme de réservoirs d'air pour des usages de diverses natures; enfin, la cataracte des machines à vapeur élévatoires n'est pas autre chose qu'un retendoir, avec écoulement lent et réglable (1).

Les mécanismes de détentes, qui se trouvent utilisés dans ces différents cas, sont principalement des mécanismes d'un ordre élevé. L'histoire du développement des machines énumérées est, dans les points essentiels, celle de ces mécanismes eux-mêmes.

Comme exemple intéressant, nous devons signaler l'échappoir de force de la figure 779, lequel, si l'on imagine la roue d'arrêt transformée en une colonne de vapeur, peut représenter une machine à haute pression, à simple effet, avec distribution de Farey. C'est sur l'échappoir, qui est la base fondamentale de la machine à vapeur à piston, qu'ont toujours porté uniquement les nombreuses modifications dont la recherche a été la préoccupation constante des constructeurs, depuis les origines de la machine à vapeur jusqu'à nos jours. C'est une remarque que nous aurions déjà pu faire au paragraphe 252 et qui s'applique complètement à ces mécanismes à action de vapeur qui, dans ces dernières années, ont été mis, au premier plan, sous le nom de *moteurs asservis*, et qui ont trouvé, en particulier, pour la commande du gouvernail, dans les vaisseaux, une application s'étendant chaque jour davantage. Ces mécanismes ne sont, en réalité, pas autre chose que des échappoirs régleurs pour organes de pression; ils jouent un rôle capital dans les ingénieuses machines des torpilleurs.

Bien que le terrain des applications des mécanismes de détentes se trouve ainsi considérablement élargi, il n'en est pas moins vrai qu'on est encore bien loin de ses limites. Une étude plus approfondie va nous conduire à une généralisation, justifiée et même, au point de vue scientifique, indispensable, de la série des notions acquises.

Au lieu de recourir à des moyens mécaniques, comme ceux, par exemple, que fournissent les pompes (c'est-à-dire des avançoirs), pour communiquer aux organes de pression, liquides ou gazeux, les tensions intérieures en vertu desquelles ils peuvent agir dans des retendoirs, rien n'empêche d'utiliser, dans le même but, des procédés physiques. Les mécanismes obtenus ainsi, par analogie avec les appareils mécaniques dont il a été question jusqu'ici, peuvent être désignés sous le nom de retendoirs physiques. Parmi les mécanismes les plus importants de cette dernière espèce figure la chaudière à vapeur. La masse de vapeur (colonne de vapeur (2), maintenue enfermée par les soupapes, forme, avec la chaudière et les appareils de fermeture et de décharge, un retendoir physique, lorsqu'on est arrivé, par un procédé physique, à donner aux

(1) Dans l'arrêtoir (parachute) de F. Pelzer, désigné par lui sous le nom de frein de chute hydraulique, le choc de la cage d'extraction, saisie au passage, est modéré par une cataracte hydraulique, qui est également un retendoir, à écoulement lent et surtout retardé.

(2) V., au sujet de cette expression, Reuleaux, *Cinématique*, édition française, p. 495.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

molécules d'eau un état d'agrégation spécial, qui, pour une haute température, existe avec une pression élevée. Comme retendoirs physiques, on peut également citer les réservoirs à acide carbonique fluide, disposés en vue de la production de force, et dont l'emploi, dans ces derniers temps, s'est, de plus en plus, développé.

On doit également compter, comme retendoirs physiques, les accumulateurs électriques, et même, sous certaines conditions, les batteries galvaniques. Leurs organes de détente sont appropriés à la nature des efforts à transmettre. Si l'arrêt se fait par contact, avec emploi de ressorts traînants, par exemple, ce sont ces ressorts qui constituent les cliquets : la force se trouve ici mise en action par simple rapprochement. Les mécanismes de détentes fondés sur ce procédé se présentent sous différentes formes. La machine dynamo-électrique se révèle comme un avançoir physique, commandé par un cursoir mécanique, tandis que la machine électrodynamique est un échappoir physique, commandant un cursoir mécanique. On peut également former des cursoirs physiques.

Certains corps peuvent être préparés par une action chimique, de manière à donner lieu à la production d'effets de forces mécaniques; tels sont les effets qu'on obtient par la chaleur et le galvanisme. Les groupes de corps, ainsi préparés, peuvent être désignés sous les noms de retendoirs chimiques, cursoirs chimiques, etc.

Comme retendoir chimique, on peut citer le charbon et, d'une manière générale, tout combustible. Dégagé par l'ignition, il abandonne, sous forme de chaleur, le travail mécanique qui se trouvait incorporé en lui. Le travail ainsi fourni peut recevoir divers genres d'utilisation. Pour nous, il ne s'agira ici que de la production de mouvement mécanique. A cet effet, on peut utiliser le travail de la chaleur pour tendre un retendoir physique, comme cela se fait dans les chaudières à vapeur, ou recourir au courant galvanique, comme dans le service des télégraphes. Chacun des mécanismes mentionnés (retendoirs, cursoirs, avançoirs, etc.) peut, suivant les circonstances, transmettre son action à l'un quelconque des autres mécanismes de la série.

En partant de là, notre machine à vapeur ordinaire, par exemple, avec la chaudière et le foyer, se présente comme une combinaison bien ordonnée des quatre parties principales suivantes :

un retendoir chimique (combustible du foyer),
avec un retendoir physique (chaudière à vapeur),
un échappoir mécanique (machine à vapeur proprement dite),
et un cursoir mécanique (mécanisme de manivelle avec roue),

mécanismes se transmettant, l'un à l'autre, dans l'ordre indiqué, le travail mécanique qui se trouve dégagé dans le foyer. Si la machine à vapeur se trouve être le moteur d'une locomotive, au mécanisme de manivelle vient s'ajouter un cursoir, sous la forme de roues à friction avec rails, et, dans le convoi accroché à la locomotive, on trouve un mécanisme de guidage, composé des roues des voitures et des supports avec la voie, de telle sorte que le tout travaille en sixième ordre.

Les retendoirs chimiques peuvent encore être utilisés, au point de vue mécanique, d'une autre manière, par un procédé qui consiste à dégager, dans un temps extrêmement court, c'est-à-dire presque instantanément, le travail de la chaleur accumulé dans la masse; c'est ce qui a lieu, par exemple, dans les matières explosives, les poudres, etc., et aussi dans les gaz. La mise en liberté de la chaleur dans ces matières se fait, le plus souvent, en vue d'un but spécial. Elle peut s'effectuer, soit directement par une action mécanique, un choc ou une friction, soit indirectement par inflammation, au contact d'un corps déjà en ignition. D'après les catégories précédemment indiquées, le dégagement peut être, suivant les cas, de premier, de second, etc., ordre. Dans les armes à feu ordinaires, il se produit, le plus souvent, un dégagement chi-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

mique (un déclenchement) de second ordre. En premier lieu se produit le dégagemen de la chaleur par l'amorce fulminante, qui est un retendoir chimique, facile à déclencher mécaniquement et, en second lieu, par communication de l'ignition ainsi développée, le dégagement de chaleur de la charge de poudre, qui doit lancer le projectile. Dans le revolver de Mauser, dont il a été précédemment question, il y a lieu, par suite, d'ajouter aux mécanismes déjà énumérés (§ 256) les deux retendoirs chimiques (en supposant un anneau de cartouches, au lieu d'une seule). En définitive, dans cette arme, comme le chien est un retendoir mécanique, le lancement du projectile se fait par un retendoir de troisième ordre. Dans les charges de dynamite, le déclenchement de l'amorce fulminante est produit par un cursoir chimique, le cordeau porte-feu.

Pour nous résumer, si nous désignons, d'une manière générale, sous le nom de *trains* (mécanismes de transmission), les divers dispositifs considérés, pour la transmission de la force et du mouvement, les développements précédents montrent que la mécanique pratique a à sa disposition des *trains mécaniques, physiques et chimiques* et qu'elle offre, pour les applications, des combinaisons de ces divers mécanismes qui semblent convenables, que ces mécanismes soient employés parallèlement ou subordonnés les uns aux autres.

La machine à vapeur ordinaire se trouve être, d'après cela, un train de quatrième ordre. Les trains d'ordre élevé sont très nombreux et rendent des services signalés. C'est ainsi que, dans la télégraphie électrique, un retendoir physique de second ordre (dans le service des relais) sert à rendre libre un cursoir mécanique et à mettre en mouvement un appareil traceur ; les deux retendoirs physiques sont maintenus en tension par des retendoirs chimiques (ou encore, si l'on veut, par des cursoirs); l'acte entier arrive au cinquième ordre. Les sonneries électriques ordinaires des stations de chemins de fer agissent comme des trains de quatrième ordre, en partant d'un retendoir à poids, mis en tension à la main. Le frein de *Westinghouse*, en comptant à partir de la chaudière, est un train de cinquième ordre, comprenant :

Échappoir,	Avançoir,	Retendoir,	Échappoir,	Cliquetoir.
Machine à vapeur,	Pompe de compression,	Réservoir d'air,	Commande de pistons,	Frein.

Si l'on compte, en outre, la chaudière et le foyer, on arrive au septième ordre. Les services signalés, dont on est redevable à ce frein et à tous les dispositifs analogues, reposent sur ce fait que, pour produire l'action de frein, on a constamment à sa disposition un retendoir à air, largement tendu, dont le déclenchement peut se faire avec la plus grande facilité.

Pour citer encore un dernier exemple, prenons le système de commande par l'air comprimé, qu'on cherche aujourd'hui, de plus en plus, à utiliser pour les pompes de puits établies à une grande profondeur. Si l'on suppose que l'on se serve d'air comprimé au moyen d'une machine à vapeur, avec transmission par manivelle, on obtient, pour le cas actuel, la série des trains suivants :

1. Combustible du foyer.	retendoir	chimique.
2. Chaudière à vapeur.	retendoir	physique.
3. Machine à vapeur proprement dite.	échappoir	mécanique.
4. Mécanisme de la manivelle.	cursoir	—
5. Pompe de compression d'air.	avançoir	—
6. Réservoir d'air.	retendoir	—
7. Machine à pression d'air dans le puits.	échappoir	—
8. Pompe à eau.	avançoir	—

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

L'extraction de l'eau se fait donc, en réalité, par un train de huitième ordre. L'élévation de cet ordre donne une idée des pertes d'effet auxquelles on doit s'attendre. Bien que ces pertes doivent être ici très considérables, il semble que, dans un certain nombre de circonstances, on ait cru devoir passer outre, en raison des autres avantages que présente ce mode de commande (1).

Des développements précédents et des exemples, qui ont mis en évidence l'emploi des trains mécaniques, physiques et chimiques, dans une série de combinaisons éminemment efficaces, il résulte que la science de la mécanique technique est dans l'obligation de prendre en considération les trains physiques et chimiques, au même titre que les trains mécaniques, comme cela a lieu, en fait, dans la mécanique industrielle; il n'est pas douteux, d'après ce qui précède, que l'électromécanique rentre également dans le domaine de cette même science. L'invention se livre sans relâche à la recherche de nouveaux trains des trois espèces. Dans l'emploi de ces mécanismes, les tâtonnements tendent de plus en plus à disparaître, pour faire place à des méthodes certaines et précises, dont on trouve la preuve dans la manière rationnelle dont les différents trains sont subordonnés et juxtaposés, les uns par rapport aux autres. Et cela est vrai, non pas simplement pour les dispositifs qui fournissent ou transportent de la force, mais aussi pour ceux dont l'objet est l'utilisation directe de la force, au point de vue technologique. C'est ce qui ressort, avec la dernière évidence, de l'examen des nombreuses machines-outils, de construction récente, où l'on a multiplié les trains, en les disposant les uns au-dessus des autres, ou en les juxtaposant. En opérant ainsi, on s'est proposé comme but, non seulement de remplacer l'habileté manuelle, mais encore d'améliorer essentiellement la qualité des produits et, d'une manière générale, d'arriver à la production de pièces de remplacement, rigoureusement semblables, ou, suivant l'expression consacrée, interchangeables.

(1) Comme autre exemple intéressant, on peut encore signaler le mode de commande des horloges par l'air comprimé, de l'ingénieur *Mayrhofer*, à Vienne. Une horloge centrale, à poids (voir p. 655), qui, par elle-même, est en troisième ordre, allant au cinquième avec son remontage automatique, a pour fonction de déclencher, toutes les heures, un retendoir physique (Batterie), qui est alors de sixième ordre; celui-ci déclenche un retendoir mécanique de troisième, lequel dégage la détente (robinet) du retendoir conduite d'eau (lui-même de sixième ordre). Ce train, de neuvième ordre, par un déclenchement en dixième ordre, détermine un afflux d'eau plus considérable, qui sert à mettre en tension un retendoir à air. Ce dernier fait mouvoir toutes les horloges du circuit; il les fait marcher avec un mécanisme de détente de second ordre et les règle avec un autre de troisième, c'est-à-dire qu'il fait disparaître les erreurs de position des aiguilles. Les horloges, qui, en elles mêmes, sont de troisième ordre, se trouvent, d'après cela, combinées, en seizième et dix-septième ordre, avec l'horloge centrale; elles sont commandées en onzième ordre (pour la marche) et en douzième (pour le réglage). Pour la remise en place des six mécanismes de détentes entre l'horloge centrale et celles du circuit, on fait usage d'un mécanisme auxiliaire de détente de troisième ordre. Un appareil de sûreté comprend, en outre, sept autres mécanismes de détentes. En résumé, abstraction faite de tous les appareils accessoires, on se trouve ici en présence de $16+1+6+3+7=33$ trains en action, les uns avec les autres

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

CHAPITRE DIX-NEUVIÈME

ORGANES DE TRACTION COMME ÉLÉMENTS DE MACHINES

§ 262.

Des différentes espèces d'organes de traction.

Les éléments de machines dont il a été question jusqu'ici sont susceptibles de résister à des efforts de direction quelconque et se présentent comme des corps rigides ou, du moins, sensiblement rigides; mais il existe une série d'autres éléments qui ont pour caractère essentiel de ne pouvoir résister qu'à des efforts de traction, tandis qu'ils se comportent très mal sous l'action d'efforts de flexion, de compression et de torsion. Ce sont les cordes, les câbles, les fils métalliques, les lames, les courroies, les sangles et les chaînes; nous comprendrons tous ces éléments sous la désignation commune d'organes de forces de traction, ou, plus simplement, d'*organes de traction*. Leur faculté d'utilisation est nécessairement limitée, en raison même des conditions particulières qu'ils présentent, au point de vue de la résistance; mais, d'un autre côté, il devient possible, par cela même, de résoudre, au moyen de ces organes, de nouveaux problèmes, d'arriver, par exemple, avec un seul et même organe de traction, à mettre des forces en action dans une direction variable, suivant des lignes de forme courbe ou complexe, ce qui permet d'obtenir certains résultats pratiques, dans des conditions particulièrement avantageuses. L'importance de ces résultats se trouve encore augmentée par ce fait que la résistance de la matière, dans les organes de traction, se trouve mise en jeu dans des conditions éminemment favorables et que, par suite, la quantité de matière à employer est relativement faible.

§ 263.

Modes d'utilisation des organes de traction.

Les organes de traction peuvent se diviser en deux catégories : les organes *fixes* et les organes *mobiles* ou *courants*. Les premiers sont

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

utilisés pour supporter des charges, exercer des tensions dans les ouvrages de bâtiments; ils entrent aussi, comme éléments de construction, dans les machines. On en trouve des exemples dans les ponts suspendus, les ponts de bateaux, les appareils de mâture, les câbles ou aussières de remorquage, les tirants en fils de fer, etc. Les organes de traction courants se rencontrent, dans les machines, en combinaison avec d'autres éléments, de formes appropriées, qui agissent comme organes mobiles de transmission de force. L'action simultanée d'un organe de traction courant avec d'autres éléments de machines peut s'exercer de trois manières nettement distinctes, qui correspondent respectivement :

1° *au guidage*,
2° *au roulement* (*enroulement et déroulement*) (1),
3° *à l'entraînement* (2) de l'organe de traction.

Les combinaisons des organes de traction avec les dispositifs pour le guidage, le roulement et l'entraînement sont simples, multiples, associées, ou non, à des organes de traction fixes. Pour l'intelligence des différentes applications, il est nécessaire de rappeler ici sommairement les plus importantes de ces combinaisons.

1. **Guidage.** — La figure 784 représente schématiquement plusieurs appareils à organes de traction, dans lesquels n'intervient que le guidage.

a, poulie dite fixe, sur laquelle un organe de traction (une corde, par exemple) est guidé sous un certain angle, en vue de l'action à exercer sur une charge Q à mouvoir. Ce corps Q est lui-même supposé muni d'un guidage (figuré en pointillé); dans les appareils de levage, ce guidage se trouve réalisé approximativement par l'action de la gravité. Un disque rond, ou poulie à gorge, mobile autour d'un axe, assure le guidage de la corde.

b, poulie dite mobile, disposée sur la pièce à mouvoir; la résistance due au poids Q se répartit également sur les deux brins de la corde.

c, combinaison de *a* et de *b*, connue sous les noms de moufle, palan, etc.

d, combinaison de quatre guidages de la forme *a*: le corps Q, mobile

(1) Les expressions *enroulement* et *déroulement* correspondent bien exactement aux termes allemands *Aufwicklung* et *abwicklung*. Elle expriment les mêmes actes; il n'en est pas de même du mot *roulement*, qui, par suite de la signification qu'on lui donne ordinairement, se trouve reproduire, d'une façon insuffisante, le substantif *Wicklung*, lequel est l'expression générale du genre d'action dont il s'agit. Nous le conserverons toutefois, à défaut d'un autre plus satisfaisant.

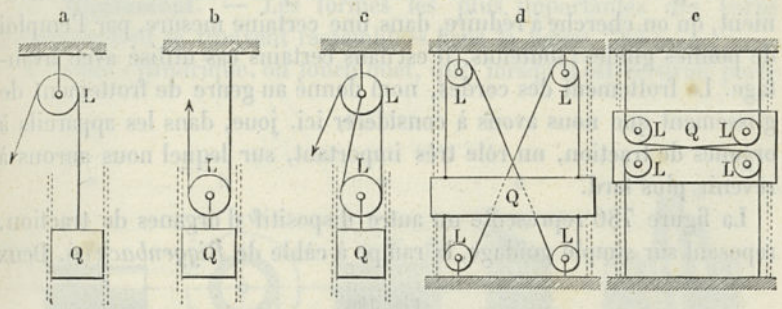
(2) L'entraînement n'est autre chose qu'un enroulement avec un déroulement se produisant dans le même sens de mouvement.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

sur une voie droite parallèle aux brins de corde latéraux, reste parallèle à lui-même, grâce au guidage des cordes (guide parallèle de *Th. Bergner*, utilisé dans des équerres).

e, combinaison de quatre guidages du genre *b*. Le corps *Q* se meut

Fig. 784.

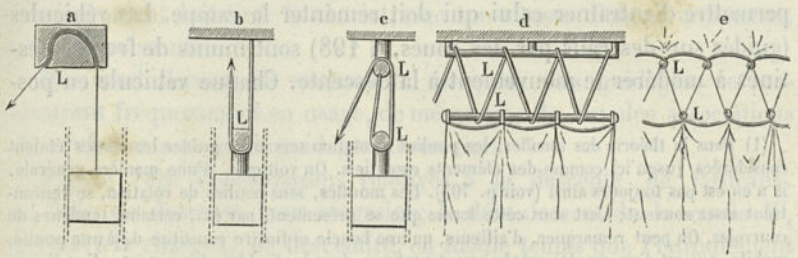


ici encore parallèlement à lui-même (ancien guide parallèle en usage dans le chariot du métier self-acting, et qu'on retrouve encore dans la grue roulante de *Tangye*) (1).

Le disque de guidage, au lieu d'être porté par un simple tourillon, se trouve parfois muni d'un palier à galets, d'après la disposition de la figure 506 (Voy. aussi § 266). Ce palier a essentiellement pour but de diminuer les frottements dans les points où portent les efforts de flexion; mais on peut s'en dispenser, à la condition d'arrondir convenablement les parties exposées.

Les dispositifs *a*, *b*, *c* de la figure 785 correspondent aux trois premiers de la figure précédente, avec suppression des disques de

Fig. 785.



rotation. L'action des forces reste la même, à cela près que le frottement est plus considérable. Dans la disposition *d*, on retrouve une moufle à six brins. Dans la marine, au lieu de poulies, on utilise assez

(1) *d* est une inversion cinématique de la disposition *c*, qui est plus ancienne.

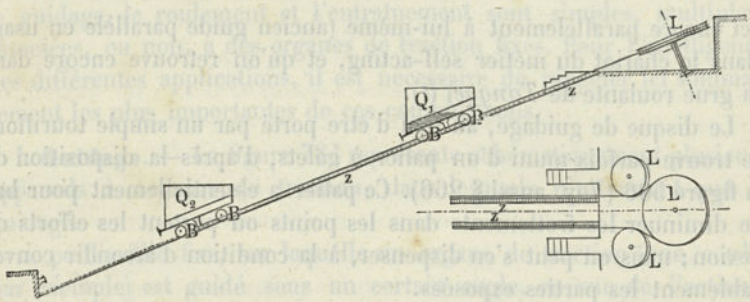
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

souvent de simples boucles, formées avec des cordons, comme on le voit dans la figure *e* (1).

Le frottement est, en général, considérable, puisque l'organe de traction presse la surface convexe de guidage en tous les points de contact ; sa grandeur augmente rapidement avec l'étendue de ce contact (V. § 265). Ce frottement constitue le plus souvent un inconvénient, qu'on cherche à réduire, dans une certaine mesure, par l'emploi de poulies guides ; toutefois, il est dans certains cas utilisé avec avantage. Le frottement des cordes, nom donné au genre de frottement de glissement que nous avons à considérer ici, joue, dans les appareils à organes de traction, un rôle très important, sur lequel nous aurons à revenir plus tard.

La figure 786 représente un autre dispositif d'organes de traction, reposant sur simple guidage, la rampe à câble de *Riggenbach* (2). Deux

Fig. 786.



véhicules, pouvant circuler sur deux voies inclinées voisines, sont reliés par un câble, guidé au sommet de la rampe. Le véhicule qui doit descendre reçoit, à ce sommet, une charge d'eau suffisante pour lui permettre d'entraîner celui qui doit remonter la rampe. Les véhicules (guidés sur des rails par des roues, § 198) sont munis de freins, destinés à modérer le mouvement à la descente. Chaque véhicule en pos-

(1) Dans la théorie des moufles, les poulies à rotation servant à guider les cordes étaient considérées jusqu'ici comme des éléments essentiels. On voit que, d'une manière générale, il n'en est pas toujours ainsi (voir p. 705). Des moufles, sans poulies de rotation, se rencontrent assez souvent ; c'est sous cette forme que se présentent, par ex., certains tendeurs de courroies. On peut remarquer, d'ailleurs, qu'une boucle ordinaire constitue déjà une poulie, mobile, qui est d'un emploi extrêmement pratique dans le ficelage des paquets. Une liaison par fil, dans des vêtements et dans des chaussures, et même une simple couture peuvent être considérées comme constituant une moufle, dans laquelle tous les brins ne sont passés et tirés que successivement, au lieu de l'être en une seule fois, et qui, par suite, peuvent faire équilibre à un grand effort, supporté en commun par tous les fils.

(2) Applications remarquables ; à *Giessbach*, Suisse, avec pente de 28 pour 100 ; à Born Jesus de Braza, en Portugal (1877), avec 45 pour 100 ; à Montreux (1885), avec 57 pour 100 ; à Lisbonne (rue Lavra), rampe courbe en forme de S, avec pente de 25 pour 100 (1885).

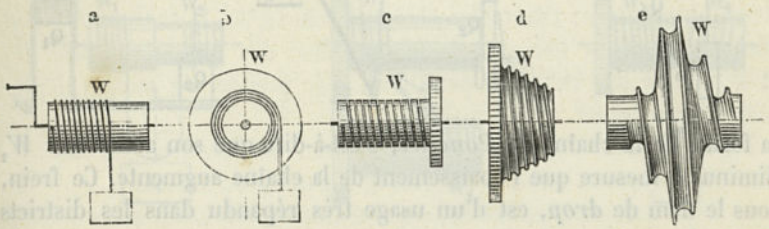
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

sède deux, qui portent des roues dentées, engrenant avec une crémaillère z, disposée au milieu de la voie. L'un des freins est utilisé en service courant et est commandé à la main, tandis que l'autre est disposé pour être mis en action automatiquement, en cas de rupture du câble guide.

2. **Roulement.** — Les formes les plus importantes des corps d'enroulement se trouvent rassemblées dans la figure 787 :

a, treuil cylindrique, ou tourniquet, qui, lorsqu'il est vertical, porte

Fig. 787.



le nom de cabestan; dans les treuils puissants et les machines d'extraction, le tambour a un diamètre relativement plus considérable;

b, tambour pour l'enroulement en spirale d'une courroie, d'un câble plat, etc., qu'on maintient latéralement par des disques à faces planes (1);

c, tambour à chaîne, à rainure hélicoïdale pour le logement des maillons;

d, tambour conique, avec logement en forme d'hélice conique pour l'organe de traction (fusée dans les montres, tambour conique dans les machines d'extraction, avec câble de suspension lourd);

e, limaçon à corde du métier de filature (mull-jenny), où la corde en s'enroulant doit tirer le chariot avec une vitesse d'abord croissante, puis décroissante.

Des combinaisons de roulements, avec ou sans guidages, se rencontrent fréquemment en usage, de même que de simples associations de roulements avec les guidages nécessaires.

Figure 788. Combinaisons relatives à la descente de fardeaux. *a*, frein de descente pour magasins; le déroulement de la corde W_1 permet à la charge Q_1 de descendre, en même temps que l'enroulement de la corde W_2 fait monter le contrepoids Q_2, lequel détermine ultérieurement l'enroulement en W_1, lorsqu'on a enlevé la charge Q_1;

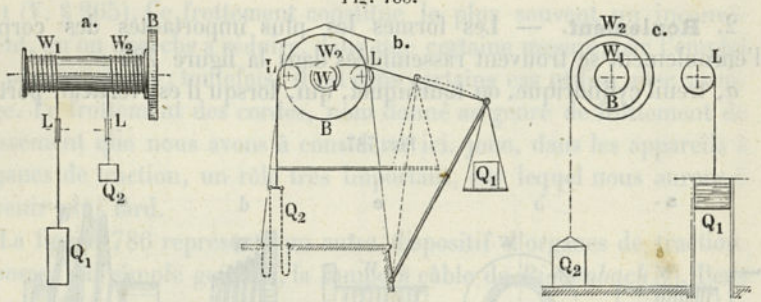
(1) Dans ces derniers temps, cette disposition a été également utilisée, avec succès, pour des câbles ronds en fils métalliques, aux mines de Clifton, près de Manchester (Mining and scientific Press, 1884, p. 177).

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

B est un frein pour modérer le mouvement ; on ajoute des guidages *L*, lorsqu'ils sont nécessaires (1).

b, frein de descente pour wagonnets de charbon ; combinaison d'un enroulement et d'un déroulement, avec frein *B* ; le contrepoids Q_2 a

Fig. 788.

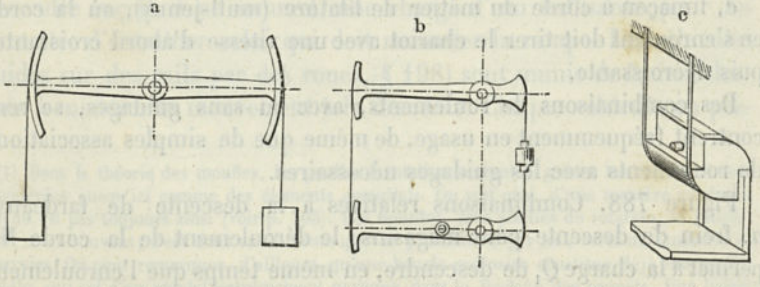


la forme de la chaîne de *Poncelet*, c'est-à-dire que son action sur W_2 diminue à mesure que l'abaissement de la chaîne augmente. Ce frein, sous le nom de *drop*, est d'un usage très répandu dans les districts de charbons, en Angleterre.

c, élévateur pour gueulards de hauts fourneaux ; combinaison d'un enroulement et d'un déroulement de lames d'acier ; en Q_1, récipient recevant une charge d'eau, qui élève au niveau du gueulard la benne Q_2, chargée de matières ; la benne déchargée, on laisse écouler l'eau, et le récipient vide est remonté par la benne ; frein *B* pour modérer le mouvement.

Autrefois, bien plus qu'aujourd'hui, on avait recours, pour les mouvements oscillants d'appareils à leviers, à la combinaison d'enrou-

Fig. 789.



lement et de déroulement de la figure 789 *a* ; la combinaison *b* s'emploie avantageusement pour le mouvement de scies à découper ; *c* est

(1) En Angleterre, cette disposition se nomme *Jigger ;* pour les matières qui se placent dans des sacs, on peut utiliser, comme contrepoids Q_2, un sac vide. Le frein de descente de *Büdler* pour les formes de pains de sucre est très bien disposé (Voy. *Armengaud*, Publ. ind. VII, p. 12).

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

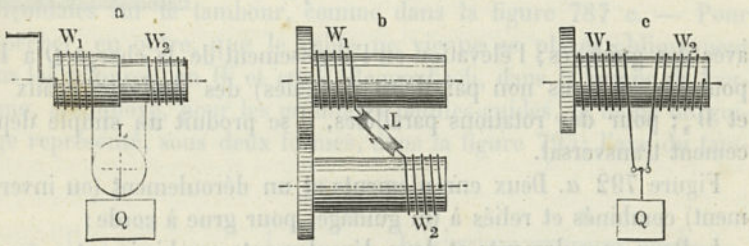
une combinaison de deux roulements de lames d'acier très minces ($0^{mm},2$), constituant une charnière de la balance d'*Emery* (1).

Pour les treuils d'élévation de charges, on trouve en usage aussi bien des applications simples, comme celles de la figure 790, que des combinaisons comme celles de la figure 791.

a, combinaison d'un enroulement, d'un déroulement et d'un guidage, constituant ce qu'on appelle le treuil chinois ou différentiel.

b, deux roulements et un guidage (qui n'est pas indispensable),

Fig. 790.



combinés par l'ingénieur *Brown*, de Winterthur, dans un treuil à chaînes pour grues roulantes, afin de laisser la charge s'élever ou s'abaisser constamment suivant la même verticale, malgré le déplacement des points d'enroulement (ou de déroulement).

c, disposition imaginée dans le même but par le professeur *Reuleaux* (1862); deux roulements combinés sans guidage; une fois disposées exactement suivant les rainures du tambour, les chaînes conservent constamment la même inclinaison sur l'axe de ce tambour.

Les tirages, qui sont aujourd'hui d'un usage très développé pour les signaux et les barrières, dans les chemins de fer, sont des combinaisons du roulement et du guidage; les organes de traction, pour les parties droites, sont de simples fils de fer et, pour les parties enroulées, des chaînes.

Pour les grues, les roulements simples, avec guidages, sont d'un emploi extrêmement répandu; les figures 791 indiquent un certain nombre d'exemples :

a, grue avec flèche mobile; deux roulements avec guidages.

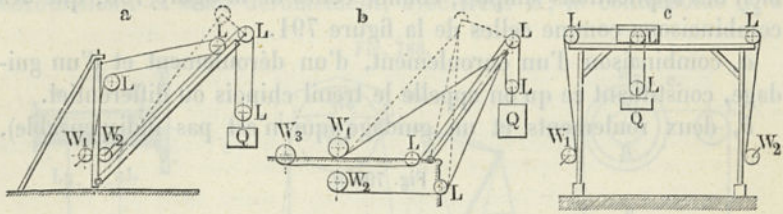
b, grue à mâter, grue à bigue; trois roulements avec guidages; W_1 et W_2 sont utilisés pour maintenir et diriger l'arbre de la bigue, W_3 pour soulever et abaisser la charge Q.

(1) Dans cette balance, qui est d'une extrême précision, *Emery* est parvenu à éviter à peu près tout frottement, en remplaçant les articulations ordinaires à couteaux par des articulations à lames métalliques, comme celles de la figure. Voir pour la description de cet ingénieux appareil, Berl. Verhandlungen des Vereins für Gewerbefleiss, mars 1884.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

c, grue roulante pour constructions; le bâti est mobile sur roues; un enroulement et un déroulement égaux, associés et combinés, reliés

Fig. 791.

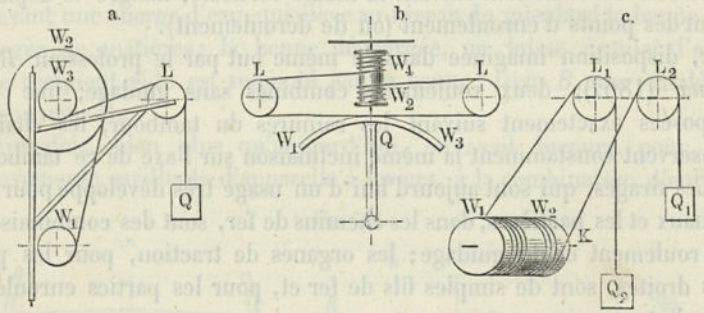


avec des guidages; l'élévation ou l'abaissement de la charge Q a lieu pour des rotations non parallèles (inégales) des tambours égaux W_1 et W_2; pour des rotations parallèles, il se produit un simple déplacement transversal.

Figure 792 *a*. Deux enroulements et un déroulement (ou inversement) combinés et reliés à un guidage, pour grue à corde;

b. Deux enroulements et deux déroulements combinés entre eux et avec deux guidages (souvent avec addition de moufles), pour le mou-

Fig. 792.



vement de la barre du gouvernail dans les navires, et même dans les vaisseaux de la marine militaire, où l'on pourrait constater encore certaines variantes dans le mode d'attaque et de commande des câbles ou des cordes, formés de tresses de cuir.

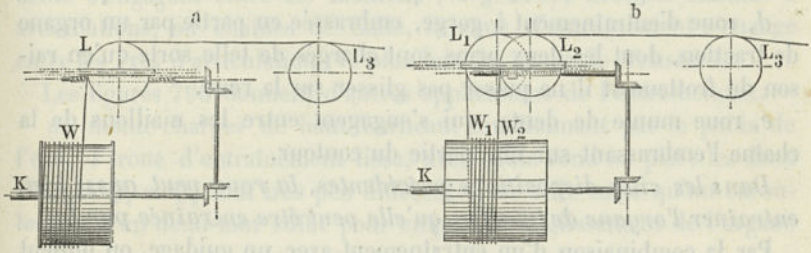
c. Enroulement et déroulement combinés avec deux guidages pour la machine ordinaire d'extraction des mines, où les deux tambours, reliés l'un à l'autre, tournent en avant ou en arrière, sous l'action d'une machine motrice. Le même système se trouve aussi utilisé pour des rampes. S'il s'agit simplement de descendre des fardeaux, la machine motrice est supprimée (plans inclinés automoteurs); un frein sur le tambour sert alors à modérer le mouvement de descente·

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Exemples : plans inclinés automoteurs des mines et des carrières, rampes de chargement sur les quais de rivières, etc. (V. aussi chap. XXII). Dans les rampes à câbles, avec machine motrice, pour le transport des voyageurs, à côté du câble principal on en rencontre parfois un second, un câble guide, qui constitue un câble de sécurité (ancien chemin à corde du Kahlenberg, à Vienne).

Dans les câbles ronds, qui, d'après la disposition de la figure 792 *c*, sont enroulés et guidés ensuite, l'enroulement en hélice peut déterminer des forcements fâcheux, en *W* comme en *L*. On peut obvier, dans une certaine mesure, à cet inconvénient, au moyen de rainures héliçoïdales sur le tambour, comme dans la figure 787 *c*. — Pour empêcher, en outre, que le câble ne vienne se placer obliquement dans les rainures, en *W* et en *L*, Reggenbach, dans la rampe de Lausanne, a employé, pour les premières poulies-guides, le mode de guidage représenté, sous deux formes, dans la figure 793; l'axe du tam-

Fig. 793.



bour à câble est établi parallèlement au plan du câble $W L L_3$ (fig. *a*), ou aux plans $W_1 L_1 L_3$ et $W_2 L_2 L_3$ (fig. *b*). Dans cette dernière disposition, c'est le même câble qui s'enroule et se déroule sur le tambour.

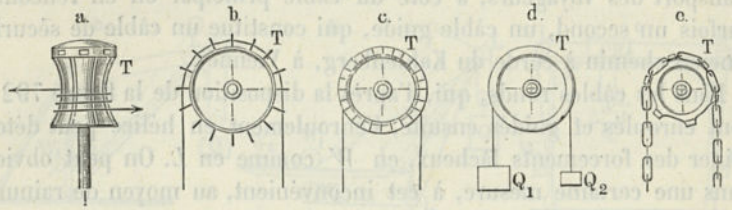
3. **Entraînement**. — Ce mode d'action des organes de traction est celui qui est de beaucoup le plus répandu. Les figures 794 représentent les dispositions d'entraînement les plus importantes.

a, cabestan; autour du tambour en creux, qui porte des lames de glissement suivant un certain nombre de méridiens, s'enroule de quelques tours l'organe de traction, qui doit être sollicité par des forces à ses deux extrémités; dans son enroulement en spirales, cet organe arrive à se placer définitivement dans le voisinage de la gorge; comme le frottement de la corde, même pour un petit nombre de tours, est déjà très important, il en résulte que le brin libre, qui se déroule, peut être facilement maintenu tendu à la main (V. p. 721). Dans les cabestans à câbles métalliques, le tambour ne porte pas de lames de glissement. Le cabestan constitue ce qu'on peut appeler un treuil d'entraînement.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

b, roue avec fourchettes, formant mâchoires, dans lesquelles vient se serrer le câble, disposition qu'on rencontre fréquemment en usage

Fig. 794.



dans les treuils de bâtiments et dans des treuils de divers genres, destinés à l'élévation de fardeaux.

c, tambour à charnières ou à griffes, de *Fowler*, armé, sur tout le pourtour, de larges pinces (V. plus loin) qui, par suite de la traction sur le brin supportant la charge, se ferment d'elles-mêmes et serrent fortement l'organe de traction, lequel est ici un câble métallique.

d, roue d'entraînement à gorge, embrassée en partie par un organe de traction, dont les deux brins sont chargés de telle sorte qu'en raison du frottement il ne puisse pas glisser sur la roue.

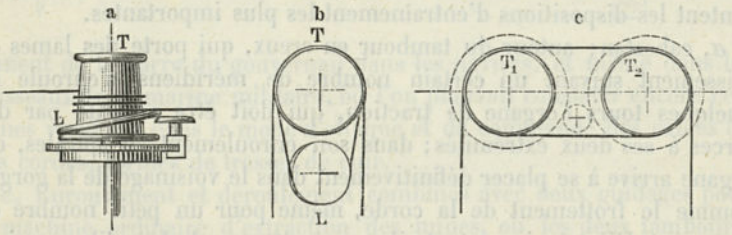
e, roue munie de dents, qui s'engagent entre les maillons de la chaîne l'embrassant sur une partie du contour.

Dans les cinq dispositions précédentes, la roue peut aussi bien entraîner l'organe de traction qu'elle peut être entraînée par lui.

Par la combinaison d'un entraînement avec un guidage, on obtient tout d'abord les treuils d'entraînement susceptibles d'être utilisés dans la pratique, que représentent les figures 795.

a, cabestan à câble, de *David*, à tambour simplement conique; une poulie-guide, en forme d'anneau, pousse constamment le brin qui

Fig. 795.



s'enroule vers la petite base du tambour; l'anneau-guide, qui est mobile, repose, d'un côté, sur le rebord inférieur du tambour et sur une petite roue horizontale, qu'on peut déplacer à volonté.

b, treuil d'entraînement avec contre-poulie. La poulie menante *T*

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

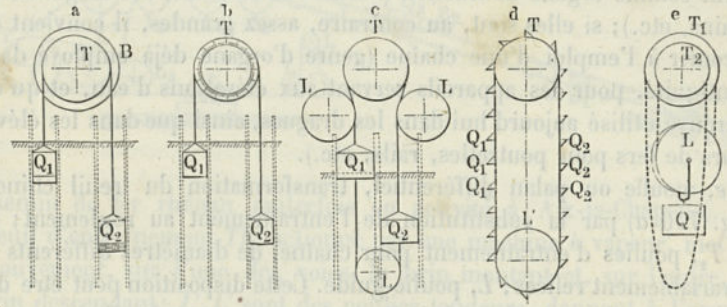
est supposée à deux rainures, tandis que la poulie-guide L, disposée obliquement, n'en a qu'une seule. La poulie T reçoit deux demi-tours de corde. Si l'on veut aller plus loin, il faut ajouter à T et à L une rainure pour chaque demi-tour en plus. La contre-poulie L peut également être disposée comme seconde poulie menante, en établissant, par exemple, une commande intermédiaire par engrenages, comme dans la figure 795 *c* (grues d'usines, treuils de remorqueurs, etc.).

Dans les machines à organes de traction, le roulement peut parfois être remplacé, avec avantage, par l'entraînement, puisque, dans ce dernier cas, la direction de l'organe de traction ne change pas et que son mouvement est souvent non limité. Ce remplacement peut se constater dans un assez grand nombre d'applications, et tout d'abord dans les grues. Dans ces appareils, pour les chaînes ordinaires à maillons ovales, et d'après le procédé de *Bernier*, on emploie, comme tambour d'entraînement, ce qu'on appelle la noix, une roue dont les dents s'engagent entre les maillons (V. § 276); avec les chaînes à articulations, ou chaînes de Galle, la roue d'entraînement s'engage entre les axes d'articulation (V. plus loin les grues de *Neustadt*).

Les figures 796 donnent d'autres applications de l'entraînement.

a, monte-charges de haut-fourneau, fonctionnant par le poids de l'eau. T roue d'entraînement lisse, avec câble rond ou plat; les deux charges Q_1 et Q_2 sont très peu différentes, de telle sorte qu'un enroulement d'un demi-tour suffit pour empêcher le glissement de l'organe

Fig. 796.



de traction sur T et, dès lors, l'action de frein doit s'exercer sur cette roue elle-même. — Cet appareil peut, à la rigueur, être considéré comme le point de départ, assez éloigné du reste, du chemin à rampe de Riggenbach (fig. 784), et avec cette différence que, dans ce dernier cas, l'action de frein s'exerce en Q_1 et Q_2, tandis qu'ici elle fait défaut en ces points et que le frein en B ne saurait empêcher les con-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

séquences d'une rupture du câble. La disposition *a*, avec emploi de chaînes sur *T*, a été utilisée avec succès par *Green*, pour les écluses du canal Great-Western, en Angleterre.

b représente un appareil d'extraction, avec tambour à griffes. On a également utilisé ce dispositif pour des plans inclinés automoteurs; ici les charges Q_1 et Q_2 peuvent être très notablement différentes, sans qu'on ait à redouter, pour cela, un glissement du câble (métallique) sur le tambour.

c, dispositif d'extraction, d'après le système de *Köppen*; câble métallique, rond ou plat, sur poulies lisses. L'angle d'enroulement sur *T* est augmenté, au moyen de deux poulies-guides *L*, *L*, dans des proportions telles que, pour le maximum de la valeur du rapport entre Q_1 et Q_2, on n'ait pas à redouter de glissement (V. § 265).

Afin d'éviter que le poids du câble de suspension n'agisse comme surcharge, sur le côté lourd, on dispose, sous les cages d'extraction, un câble identique (le sous-câble), qui se développe jusqu'au point le plus bas, où il passe sur une poulie-guide spéciale. Il semble que, dans ce système, il y aurait lieu d'employer le dispositif de la figure 795 *c*; il offrirait le double avantage de n'exiger qu'une seule poulie-guide et de ne soumettre le câble qu'à une flexion s'exerçant toujours dans le même sens.

d, roue à chapelet ou noria; entraînement et guidage combinés. L'organe de traction emporte, dans un mouvement continu, une série de récipients, qui se vident à la partie supérieure. Si les différences de poids, pour les deux brins, sont peu importantes, une courroie suffit comme organe de traction (norias des moulins, des magasins de grains, etc.); si elles sont, au contraire, assez grandes, il convient de recourir à l'emploi d'une chaîne (genre d'organe déjà employé dans l'antiquité, pour les appareils servant aux élévations d'eau, et qu'on retrouve utilisé aujourd'hui dans les dragues, ainsi que dans les élévateurs de fers pour poutrelles, rails, etc.).

e, moufle ou palan différentiel, transformation du treuil chinois (fig. 790 *a*) par la substitution de l'entraînement au roulement; T_1 et T_2, poulies d'entraînement pour chaîne, de diamètres différents et invariablement reliées; *L*, poulie-guide. Cette disposition peut être désignée sous le nom de palan d'entraînement, pour la distinguer de la disposition plus ancienne, à guidage, de la figure 784 *c*.

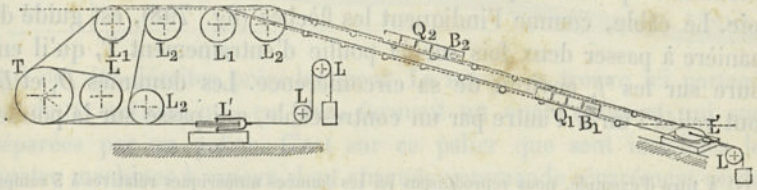
Le mode d'entraînement *d* donne encore lieu à quelques remarques. Sous des formes appropriées, il trouve une série d'applications des plus importantes. Sous la forme d'une bande, disposée horizontalement, ou avec une faible inclinaison, l'organe de traction peut servir au transport de matériaux en petits morceaux, qu'on place directement

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

sur sa surface. Comme exemples, on peut citer les toiles sans fin, destinées à conduire les fibres de matières textiles aux machines de préparation, les feutres mobiles des machines à papier, les toiles sans fin dans les hachoirs à tabac, à paille, etc., les chaînes à lattes pour le transport des pailles, les courroies pour le transport des grains, etc. Dans ces différents cas, c'est la gravité qui maintient les matières en place sur l'organe de traction. Mais on peut se soustraire à cette intervention de la pesanteur, en doublant l'organe transporteur (V. la fin du §), de manière à comprendre entre les deux organes la matière à transporter; cette dernière doit, d'ailleurs, être susceptible de prendre une forme qui se prête à ce mode de transport. On trouve une application très importante de ce mode d'action de l'organe de traction, dans les presses mécaniques, pour l'amenage des feuilles de papier aux cylindres imprimeurs, à l'appareil de pliage, etc., ainsi que pour leur enlèvement; toutes ces opérations s'effectuent au moyen de bandes mobiles et avec une grande précision, bien que les mouvements se fassent avec une extrême rapidité. Le même principe a été introduit, avec succès, dans les machines à aiguiser les aiguilles, dans les machines d'allumettes, etc.

Le treuil d'entraînement a donné la possibilité d'établir des chemins à rampes d'une grande longueur, avec commande par câble. Nous en citerons quelques exemples. — Figure 797. Commande d'une rampe du

Fig. 797.



chemin de fer rhénan (autrefois en activité à Aix-la-Chapelle). Le treuil d'entraînement *TL*, actionné par une machine à vapeur, met en mouvement, sur l'une des voies, le brin montant et, sur l'autre, le brin descendant; *L'*,*L'* sont des poulies-tendeurs, donnant à l'organe de traction la tension nécessaire, au moyen de poids guidés par des cordes. Les voitures Q_1 et Q_2, composant les deux trains, s'appuient contre les wagons B_1 et B_2, qui sont très lourds et qui sont munis de freins excellents, pour pouvoir modérer le mouvement à la descente.

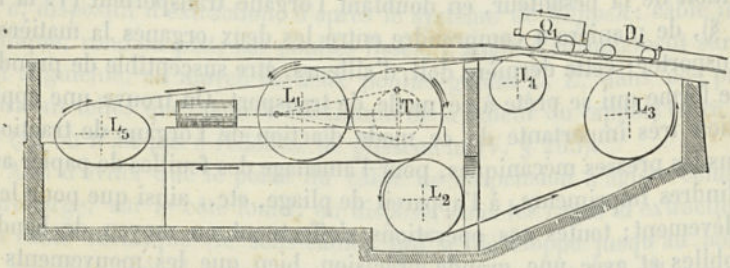
Dans les mines d'anthracite, en Pensylvanie, et entre ces mines, on fait un très grand usage, pour le transport de trains de ce combustible, de rampes à câbles, d'une construction remarquable; quelques-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

unes sont établies dans le genre de la machine d'extraction de la figure 792 *c*, d'autres avec commande par bandes métalliques, mais la plupart comportent des treuils d'entraînement.

Les figures 798 et 799 représentent schématiquement une disposition de ce genre (1). Le train de charbon n'est pas attelé directement à l'organe de traction; il est placé en avant d'une voiture spéciale *D*

Fig. 798.



(*dummy*), fixée à l'extrémité du câble ou de la bande métallique. Le dummy a une voie spéciale, assez étroite, qui tombe à l'intérieur de la voie principale et qui, au bas de la rampe, passe notablement en dessous. Lorsque, dans le mouvement de descente, le dummy est arrivé à ce point, il abandonne le train *Q*, qu'il avait soutenu jusque-là et le laisse poursuivre librement sa route (V. fig. 799); dans le mouvement d'ascension, il vient se placer en arrière du train, qu'une locomotive spéciale a poussé au delà du point de chute de la petite voie. Le câble, comme l'indiquent les flèches (fig. 798), est guidé de manière à passer deux fois sur la poulie d'entraînement *T*, qu'il entoure sur les $^3/_4$ environ de sa circonférence. Les dummies D_1 et D_2 sont reliés l'un à l'autre par un contre-câble, qui passe sur la poulie-

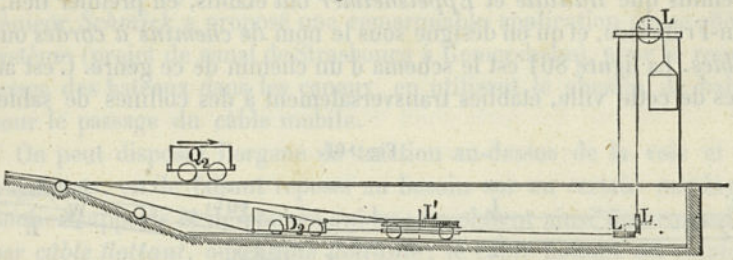
(1) A titre d'exemple, nous reproduisons ici les données numériques relatives à 3 rampes successives d'une même exploitation, dans le Wyomingrevier, destinées à monter le charbon d'une hauteur totale de 1025′,9.

Rampes *Ashley*.	N° I	N° II	N° III
Longueur	3700′	3000′	5000′
Hauteur	354,7′	422,2′	269′
Longueur du câble principal	4640′	3670′	5780′
Diamètre du câble principal	$2\,^1/_4$″	$2\,^1/_2$″	$2\,^1/_4$″
Diamètre du contre-câble	$1\,^1/_2$″	$1\,^1/_2$″	$1\,^1/_2$″
Rayon des poulies d'entraînement	$124\,^1/_8$″	$124\,^1/_8$″	$124\,^1/_8$″
Nombre des wagons	15	11	22
Poids des wagons	49^t	33^t	71^t
Poids du charbon contenu	86^t	65^t	127^t
Poids total	135^t	99^t	198^t
Traction sur le câble	17^t	20^t	16^t
Charge de rupture sur le câble	114^t	124^t	114^t
Temps moyen d'une ascension	8^{min}	5^{min}	6^{min}

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

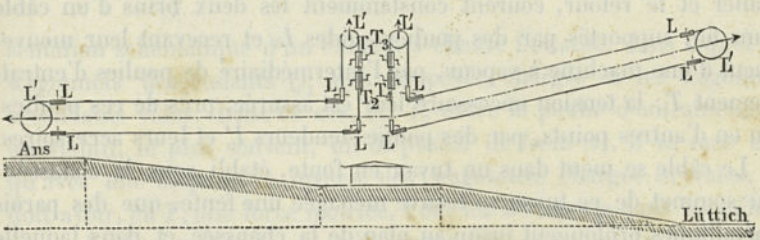
tendeur L'; ce second câble assure constamment au câble principal la tension nécessaire, même quand le train se trouve au pied ou au sommet de la rampe, sur des parties de voie horizontales. Sur sa voie longue de 75 pieds, le wagon tendeur a le jeu nécessaire, même pour les épissures.

Fig. 799.



La figure 800 donne l'esquisse d'un plan incliné, en service régulier, entre Lüttich et Ans, et dont la disposition diffère notablement de celles qui ont été décrites précédemment. La rampe se trouve ici partagée en deux sections qui, en plan, forment un angle obtus et qui sont séparées par un palier. C'est sur ce palier que sont installées les quatre machines à vapeur, dont chacune commande séparément un des quatre treuils d'entraînement T_1, T_2, T_3 et T_4; sur ces quatre machines, deux sont constamment en marche en même temps ou au repos; L', L' sont des poulies-tendeurs.

Fig. 800.



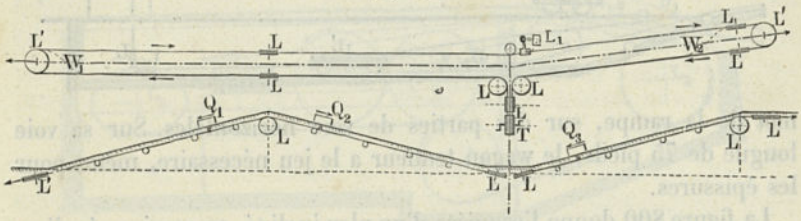
Ici, comme dans le cas précédent, le fonctionnement diffère essentiellement de celui des rampes déjà décrites, puisque le câble de traction se meut constamment dans le même sens. Dans le dernier cas et dans celui-ci, le service est réglé de telle sorte que, après et avant l'expédition de chaque convoi, le câble mobile est mis au repos, afin que l'accrochage du wagon à frein puisse se faire commodément. Toutefois, on comprend qu'il soit possible de supprimer ce repos et d'arriver pourtant à un fonctionnement satisfaisant, à la condition de trouver un procédé permettant d'accrocher, à un instant quelconque,

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

le wagon-frein, ou tout autre wagon muni d'un frein, sur le câble en mouvement, et de l'en dégager également à tout instant.

C'est précisément un procédé de ce genre qu'on rencontre dans les chemins que *Hallidie* et *Eppelsheimer* ont établis, en premier lieu, à San-Francisco, et qu'on désigne sous le nom de *chemins à cordes* ou *à câbles*. La figure 801 est le schéma d'un chemin de ce genre. C'est aux rues de cette ville, établies transversalement à des collines de sables,

Fig. 801.



qu'a été appliquée tout d'abord cette disposition, qui se trouvait, dans ce cas, convenir particulièrement bien. Sous les deux voies, pour l'aller et le retour, courent constamment les deux brins d'un câble sans fin, supportés par des poulies-guides L, et recevant leur mouvement d'une machine à vapeur, par l'intermédiaire de poulies d'entraînement T; la tension nécessaire leur est assurée, près de ces poulies, ou en d'autres points, par des poulies-tendeurs L' et leurs accessoires.

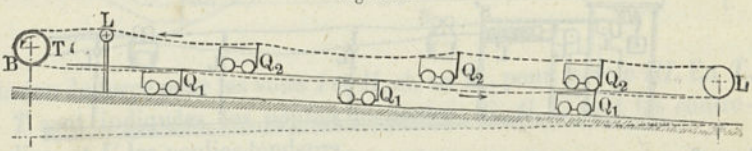
Le câble se meut dans un tuyau en fonte, établi sous la chaussée; au sommet de ce tuyau se trouve ménagée une fente, que des parois métalliques prolongent jusqu'au plan de la chaussée et dans laquelle s'engagent des barres de fer minces, qui, à l'une de leurs extrémités, sont fixées aux voitures, tandis qu'à l'autre elles viennent serrer le câble avec une pince, de forme spéciale (*gripp*), dont l'action peut être facilement supprimée par une manœuvre du conducteur. La poulie guide L_1, qui existe nécessairement au pied commun à deux rampes, est tournée de côté, quand une voiture passe; dans les courbes sont disposées un certain nombre de poulies-guides latérales, légèrement en dehors du milieu du tuyau du câble. Un peu avant que le point le plus bas d'une rampe d'extrémité ne soit atteint, le gripp lâche le câble et la voiture, devenue libre, est amenée sur l'autre voie par l'action de l'aiguille W_1; de même, au retour, lorsqu'elle est près de la fin de sa course (au sommet supérieur de la rampe), elle est ramenée sur la première voie par l'action de l'aiguille W_2. Les voitures qui descendent agissent sur le câble, en sens contraire des voitures qui remontent, de telle sorte qu'elles annulent les résistances dues à la pesanteur et la traction du câble a, dès lors, essentiellement et uni-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

quement pour objet de surmonter les frottements, comme dans la voie horizontale. Le système des chemins à câbles (chemins funiculaires) a, dans ces dernières années, subi avec succès l'épreuve de la pratique, à Chicago, à Londres et dans plusieurs autres villes (1). L'ingénieur *Schmick* a proposé une remarquable application de ce même système (projet de canal de Strasbourg à Gemersheim), pour le remorquage des bateaux dans les canaux, en utilisant le chemin de halage pour le passage du câble mobile.

On peut disposer l'organe de traction au-dessus de la voie et des wagonnets, en le faisant reposer au besoin sur un certain nombre de poulies-supports et de poulies-guides ; on obtient ainsi une commande par *câble flottant*, ou *chaîne flottante* ; le câble flottant est employé, en particulier, pour les charrues à vapeur. La figure 802 est la repré-

Fig. 802.



sentation schématique d'un chemin à chaîne flottante, dans lequel les wagonnets descendants Q_1 sont supposés chargés et les wagonnets ascendants vides. Dans ce cas, en T, outre la poulie d'entraînement, on établit, le plus souvent, un dispositif de frein (2). Il va sans dire qu'avec une disposition inverse des wagonnets chargés et vides, on doit avoir, en T, une force motrice. Pour les transports dans les mines, ce mode de commande est très convenable et on en trouve d'assez nombreuses applications, notamment dans les houillères (3). La chaîne agit alors, le plus souvent, en passant dans une fourchette, fixée sur l'une des faces de chaque wagonnet.

Les chemins à câbles, qui doivent surtout à l'ingénieur *Ad. Bleichert* le haut degré de perfection auquel ils sont arrivés, présentent une assez grande analogie avec les systèmes décrits en dernier lieu, bien

(1) Il va être prochainement appliqué à Paris, dans le quartier de Belleville.

(2) Comme exemple très intéressant, nous citerons l'installation du chemin à chaîne flottante de l'ingénieur A. Brüll, aux mines de fer d'Aïn-Sedma, en Algérie (Portefeuille économique des machines 1881, p. 145 et suiv.).

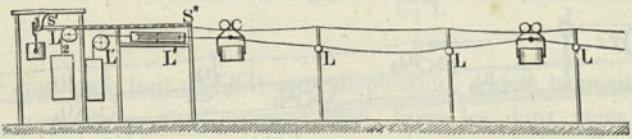
La longueur totale, en projection horizontale, est de 7000^m environ et la différence de niveau de 690^m ; l'inclinaison la plus forte est de 0,30. Les longueurs de chaînes employées ont été de 2600^m, 3080^m et 9320^m, avec des diamètres de 24^{mm}, 22^{mm} et 20^{mm}. Le système est automoteur et fonctionne à peu près complètement sans l'intervention d'ouvriers, sur toute sa longueur.

(3) Aux houillères de Saarbrück l'emploi d'une chaîne flottante a été trouvé supérieur, en moyenne, à celui d'un câble. Les chaînes agissent directement sur les wagonnets par leur poids, sans l'intermédiaire d'une fourchette.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

qu'ils ne soient destinés qu'au transport de charges isolées, notablement plus faibles. Ce sont des chemins à câbles mobiles, dans lesquels la voie est elle-même constituée par un câble métallique. Ce dernier câble (conformément au § 263) peut être désigné ici sous le nom de câble fixe ou stationnaire (1). Le câble mobile, ou câble de traction, se trouve au-dessous du câble fixe, qui joue le rôle de rail. Les wagonnets sont constitués par un système comprenant deux galets à gorge, un bâti qui porte leurs axes et le récipient destiné à recevoir la charge, lequel est suspendu au bâti par un bras en forme de crochet, à la manière d'un pendule. De distance en distance, le câble fixe est remplacé par des tiges rondes, dont l'emploi avait été antérieurement proposé par *Dücker* pour les chemins de fer aériens. Aux stations (V. les schémas des fig. 803, *a* et *b*), la voie suspendue se

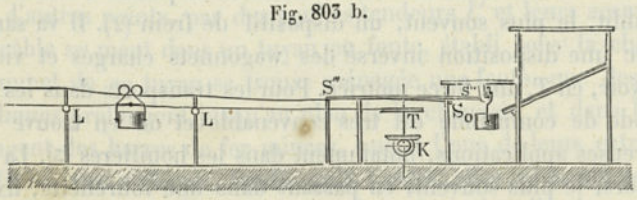
Fig. 803 a.



transforme en voie à rails rigides, sur lesquels viennent s'engager les véhicules (Voy. S^{I}, S^{II}, et S^{III}, S^{IV}).

Le câble fixe est fortement ancré en S_0 et il est muni en L_2 d'un

Fig. 803 b.



dispositif à poids, destiné à lui assurer une tension convenable. T est une poulie d'entraînement, actionnée par une machine à vapeur K ;

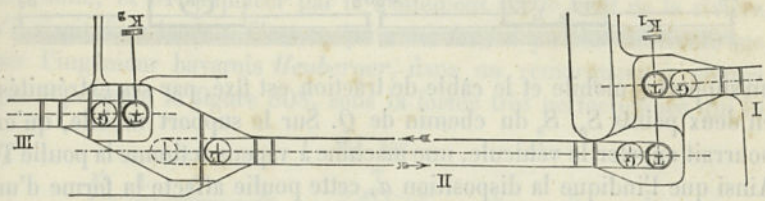
(1) Ces dénominations sont conformes à la distinction établie entre les câbles fixes et les câbles mobiles; elles correspondent aux expressions anglaises *pulling rope* et *stationary rope*. En Angleterre, *Hodgson* a cherché à introduire un système de chemin aérien, dans lequel le récipient de la charge était suspendu directement au câble mobile et dans lequel, par suite, il n'existait pas de câble fixe; mais ce système s'est peu répandu, tandis que l'autre s'est, au contraire, développé rapidement. Au milieu de l'année 1885, la société Bleichert et Cie avait exécuté plus de 290 kilom de chemins à câble, parmi lesquels on peut citer celui des mines de Lollar, près de Weilburg, qui a 10^km^ 1/2, un autre de 13 kilom pour Liker-Vashegy, en Hongrie, etc. *Th. Obach*, de Vienne, a construit, pour le transport de minerais et de charbons, le grand chemin à câble des Sept Châteaux; la longueur totale de ce chemin est de 30 kilom 1/2 et la différence de niveau de 892^m^; il traverse 60 crêtes de collines et 62 vallées; pour 28 travées, la distance entre les supports des câbles est de 200 à 472^m^; la hauteur, au-dessus du sol des vallées, va jusqu'à 247^m^. Le câble fixe, sur la longueur correspondant aux charbons, a un diamètre de 17^mm^ et, pour celle des minerais, 25^mm^; les diamètres, pour le câble de traction, sont respectivement de 13 et de 18^mm^.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

L', L' sont des poulies-tendeurs pour les deux brins du câble sans fin mobile. Dans le cas où il existe, sur le parcours, de fortes rampes à franchir, ce dernier câble doit s'enrouler deux fois sur T, au lieu d'une seule, c'est-à-dire embrasser deux fois la moitié du contour de T; on a recours, dans ce but, à l'emploi d'une contre-poulie auxiliaire, comme l'indique la figure 795 *b*.

La figure 804 représente, en plan, la disposition de deux stations de force motrice, avec changements de voies. En K_1 se fait la trans-

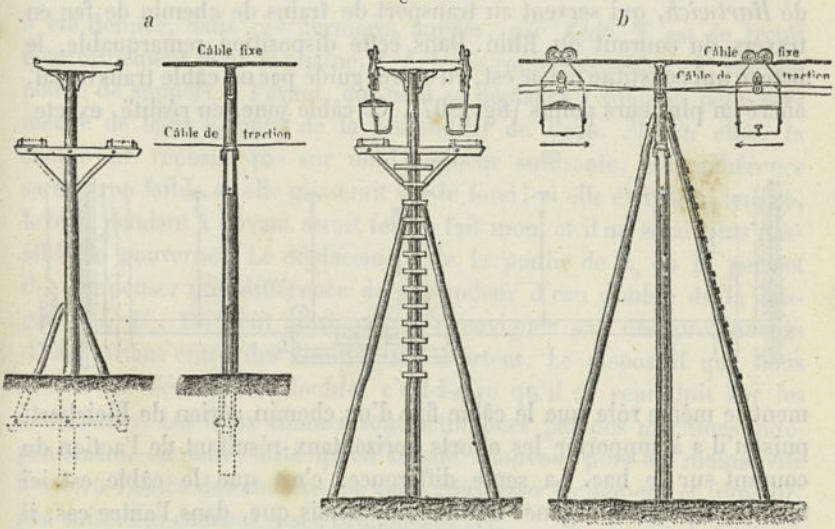
Fig. 804.



mission de force pour les voies *I* et *II*, et, en K_2, pour la voie *III*. En T, T, T sont indiquées les poulies menantes; G, G, G sont les contre-poulies, et L' les poulies-tendeurs.

Les supports, ou piliers, pour les deux câbles, ont des hauteurs et des dimensions différentes, suivant le profil du sol. La figure 805 re-

Fig. 805.



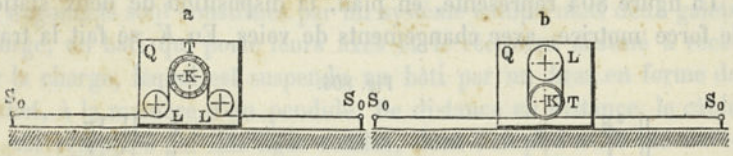
présente deux modes de construction de piliers, utilisés par Bleichert dans ses installations; la première disposition *a* correspond à des hau-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

teurs de 8 mètres au plus, la seconde *b* à des hauteurs comprises entre 8 et 25 mètres. Il existe quelques exemples de supports dont la hauteur atteint 40 mètres.

La figure 806 donne deux combinaisons d'entraînement et de guidage; la poulie menante *T* et les poulies-guides *L*,*L* sont disposées sur

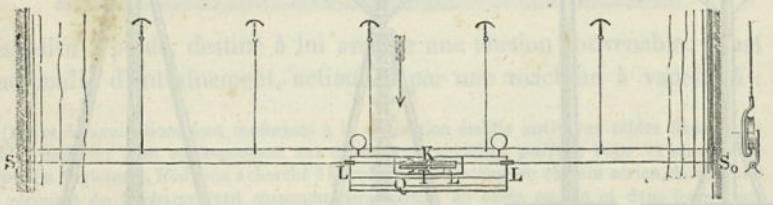
Fig. 806.



un support *Q* mobile et le câble de traction est fixé, par ses extrémités, en deux points S_0, S_0 du chemin de *Q*. Sur le support mobile, qu'on pourrait appeler le véhicule, une machine à vapeur actionne la poulie T. Ainsi que l'indique la disposition *a*, cette poulie affecte la forme d'un tambour à griffes et l'organe de traction est, par suite, un câble. L'ensemble donne le schéma de la disposition d'un bateau remorqueur ou d'un toueur à câble. Si, comme dans la figure *b*, on suppose le tambour *T* disposé pour recevoir une chaîne, on tombe sur le schéma d'un bateau remorqueur à chaîne.

Le treuil d'entraînement (fig. *b*) peut également être utilisé avec un câble métallique, comme on en trouve un exemple dans les bacs à vapeur de *Hartwich*, qui servent au transport de trains de chemin de fer en travers du courant du Rhin. Dans cette disposition remarquable, le bateau qui constitue le bac est, en outre, guidé par un câble transversal, ancré en plusieurs points (fig. 807). Ce câble joue, en réalité, exacte

Fig. 807.

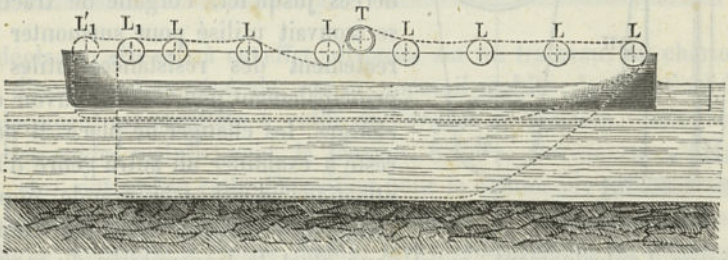


ment le même rôle que le câble fixe d'un chemin aérien de Bleichert, puisqu'il a à supporter les efforts horizontaux résultant de l'action du courant sur le bac. La seule différence, c'est que le câble est ici maintenu par des organes de traction, tandis que, dans l'autre cas, il est soutenu par des supports verticaux, soumis à la compression. On se trouve en présence d'un transport par câbles, dans lequel le câble d'entraînement et le câble-rail sont en suspension sous l'eau.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Si l'on imagine que, dans la combinaison de la figure 806, l'appareil mobile Q ait une longueur supérieure à la distance $S_0\,S_0$, le guidage étant, d'ailleurs, supposé modifié en conséquence, le principe subsiste toujours, mais l'action ne saurait être la même, puisque l'appareil mobile, par suite de son rapprochement des points de fixation, doit nécessairement recevoir une disposition inverse. On peut, du reste, réunir en un seul les points extrêmes du câble de traction, c'est-à-dire en faire un câble sans fin, on peut même supprimer ce point unique de fixation, pourvu que le poids du câble ait une valeur suffisante, et le remplacer par le frottement sur le fond de la rivière, s'il s'agit d'un bateau. C'est ce qui a été fait, il y a plus de trente ans, par l'ingénieur bavarois *Heuberger*, dans un remorqueur à chaîne, que représente la figure 808, sous la forme très perfectionnée qui lui

Fig. 808.



a été donnée, dans ces dernières années, par *Zédé*. T est le treuil d'entraînement pour la chaîne, L, L, L des rouleaux-guides ; L_1 est une poulie de support à l'avant, qui peut se déplacer à volonté, pour permettre de tenir compte de la profondeur de l'eau. Si, en effet, la chaîne ne reposait pas sur une longueur suffisante, son adhérence serait trop faible et elle glisserait sur le fond ; si elle était trop longue, le brin pendant à l'avant serait tout à fait mou, et il ne serait plus possible de gouverner. Le déplacement de la poulie de L_1 en L'_1 permet de compenser une différence de profondeur d'eau double de la longueur $L_1\,L'_1$. On peut ainsi arriver à naviguer par des profondeurs d'eau variant entre des limites très écartées. Le dispositif que nous venons de décrire est double, c'est-à-dire qu'il se reproduit sur les deux flancs. Les deux chaînes sont actionnées par des machines indépendantes, de telle sorte qu'en faisant mouvoir plus ou moins vite l'une ou l'autre des chaînes, on peut gouverner facilement et franchir, par suite, des courbes assez prononcées (1).

(1) Ce toueur à chaîne sans fin a été décrit par M. Zédé dans le Bulletin de la Société d'Encouragement, janv. 1884. Après une série d'épreuves très concluantes, effectuées sur un chaland du Rhône, de 35^m de long et 7^m,50 de large, avec des chaînes du calibre de 46^{mm},

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Lorsqu'un organe de traction supportant une charge et enroulé sur une poulie en mouvement n'est pas suffisamment tendu, la poulie peut ne pas soulever cette charge ; mais, si l'on donne à cet organe, à certains moments, la tension nécessaire et qu'on la supprime ensuite, il devient possible de réaliser, avec une rotation continue de la poulie, des mouvements alternatifs d'ascension et de chute de la charge. C'est ce qui se produit dans certaines dispositions de marteaux-pilons, dont la figure 809 donne une représentation schématique. *T*, poulie constamment en mouvement ; *Q*, masse du marteau ; *H*, poignée à main pour donner et supprimer alternativement la tension à l'organe de traction, qui est ici une courroie.

Fig. 809.

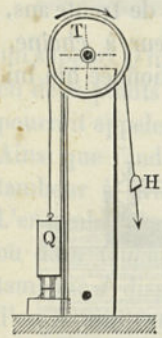
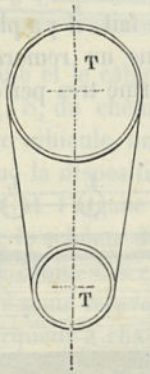


Fig. 810.



Dans toutes les applications considérées jusqu'ici, l'organe de traction se trouvait utilisé pour surmonter directement des résistances utiles et principalement pour faire mouvoir des charges, les changer de place. Il nous reste à examiner un autre genre d'applications, d'une très grande importance, qui consiste dans des combinaisons d'entraînement, ayant pour objet la transmission du mouvement de rotation d'une poulie à une autre poulie, de manière à permettre d'utiliser la force transmise en tel point et de telle manière qu'on le désire.

C'est à une combinaison de ce genre qu'on doit la transmission par courroie (fig. 810), la transmission par câble et la transmission par chaîne, laquelle est, d'ailleurs, d'un emploi beaucoup plus rare que les deux autres. La tension nécessaire de l'organe de traction est engendrée ou maintenue, soit directement par les résistances dans les supports, soit par l'intermédiaire de rouleaux-guides, ou plutôt de rouleaux tendeurs. Les deux brins de l'organe de traction sont inégalement tendus ; celui dont la tension est la plus forte est le brin *conducteur* ou *menant*, l'autre le brin *conduit* ou *mené*. Les applications

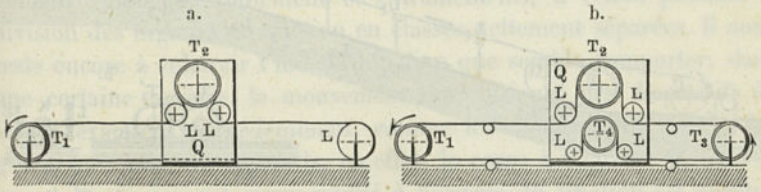
pesant 46[k] le mètre courant, M. Zédé a étudié la construction d'un remorqueur, destiné à remonter, contre le courant du Rhône, un convoi de 500 tonnes. Il a adopté, pour ce toueur, les dimensions suivantes : Longueur 70[m], largeur 6[m],6, creux 2[m], tirant d'eau moyen 0[m],75 et à l'arrière 0[m],80, déplacement d'eau 260 tonneaux ; les deux chaînes latérales en fonte ont été prévues à 150[k] le m., chacune d'elles devant être actionnée par une machine de 150 chev. indiqués. La vitesse moyenne prévue à la remonte était de 6[kilom] par heure. Le déplacement possible de la poulie L_4, fixé à 6[m], permettait de faire face à des différences de profondeur d'eau de 12[m]. Des expériences antérieures avaient indiqué que le coefficient de frottement des chaînes sur le fond variait de 0,8 à 1,2 du poids de la chaîne dans l'air.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

de ce genre de mécanisme simple (*cursoir*) sont innombrables (V. chap. XX à XXII). Nous nous bornerons, pour le moment, à en mentionner une, qui a pour objet la transmission de la rotation d'arbres, dont les supports sont fixes, à des arbres dont les supports sont mobiles; c'est la transmission par organes de traction pour axes mobiles (fig. 811).

Dans la disposition *a*, l'une des deux poulies d'entraînement T_2 peut

Fig. 811.



se déplacer; elle est, à cet effet, disposée sur un traîneau, un chariot, ou, d'une manière générale, sur un appareil mobile; la direction du déplacement est parallèle à celle de l'organe de traction, dont trois poulies-guides maintiennent la tension. *Sellers*, *Ducommun*, *Steinlen*, etc., ont utilisé cette disposition pour la commande par courroies de certaines machines-outils, et, en particulier, de machines à raboter; la force transmise à l'arbre mobile sert accessoirement au déplacement de l'appareil mobile. Dans le métier self-acting des filatures, cette même disposition se trouve utilisée, avec cordes en coton, pour la commande des broches sur le chariot (1).

La disposition *b* diffère de la précédente, en ce qu'on utilise, pour la transmission de la force, les deux brins du câble, de la courroie, etc., au lieu d'un seul. Les poulies menantes T_1 et T_3, tournant dans des supports fixes, font tourner respectivement les arbres mobiles de T_2 et T_4. On peut évidemment faire agir ces deux derniers arbres de différentes manières, et, en particulier, leur faire actionner un treuil, destiné à produire le mouvement du chariot Q. C'est ce qui avait lieu dans l'ancienne locomotive funiculaire d'*Agudio*. Dans cette disposition, les roues motrices T_2 et T_4 commandaient, par l'intermédiaire de roues à

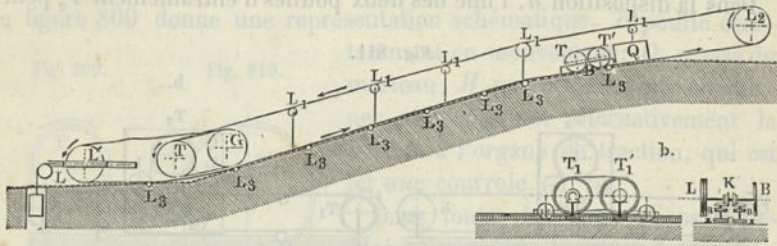
(1) Le plus souvent les poulies et les cordes de transmission se trouvent disposées par paires, les unes à côté des autres. Cette disposition a été utilisée par *Ramsbotton* pour des grues roulantes; elle l'a été également, pour des appareils du même genre, par *Tangye* et par *Towne*, avec emploi de câbles métalliques et, en même temps, avec addition d'un guidage parallèle, au moyen de câbles de même nature, d'après la disposition de la figure 784 *e*. Dans les appareils des deux derniers constructeurs, la force transmise est utilisée pour le changement de place, sur la grue, du treuil de manœuvre des charges, pour le déplacement de la grue tout entière, ainsi que pour la commande du treuil, en vue de l'élévation ou de la descente de la charge.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

friction, un treuil d'entraînement qui, de son côté, agissait sur le câble principal, comme dans le toueur sur chaîne fixe de la figure 806.

Après de nombreuses modifications (1), l'inventeur est revenu à un mode de commande analogue à celui de la figure 811 *a* et dont la figure 812 donne ici la disposition schématique. Dans cette disposition,

Fig. 812.



qui a été mise en service sur la rampe de Soperga, près de Turin, on a établi, au milieu de la voie (fig. *b*), une double crémaillère, dans laquelle engrènent des roues dentées du treuil que porte la voiture *Q*. Au pied de la rampe est installé le treuil d'entraînement *TG*, qui est actionné par une machine à vapeur de 500 chevaux et qui tourne toujours dans le même sens.

Le brin conducteur du câble passe d'abord sur une série de poulies-guides $L_1, L_1 \ldots$, supportées par des piliers, puis s'enroule sur la poulie-guide L_2, établie un peu au delà du sommet de la rampe, pour venir regagner, au niveau du sol, le treuil $T'T'$ de la locomotive funiculaire. Le brin conduit, qui part du bas de cette locomotive et qui se meut avec une vitesse plus grande qu'elle, est supporté, au niveau de la voie, par une série de poulies-guides enterrées L_3, $L_3 \ldots$; au bas de la rampe, au delà de *TG*, se trouve établie une poulie-tendeur *L*. La vitesse du câble métallique d'entraînement est quatre fois la vitesse du train à la remonte. La descente s'effectue sous l'action des freins que porte la locomotive, le câble restant à l'état de repos. Pour permettre d'amener le câble à cet état, les roues coniques, sur les axes moteurs de la locomotive, sont reliées par des manchons à friction *K*, *K* aux axes de T_1 et de T_1'. Lorsque le convoi est arrivé à son point culminant, il suffit de débrayer ces manchons pour faire passer le câble au repos.

L'exposé sommaire que nous venons de présenter, bien qu'il n'ait en aucune façon épuisé le sujet, permet cependant de se faire une idée des immenses services que rendent aujourd'hui, en mécanique, les organes de traction.

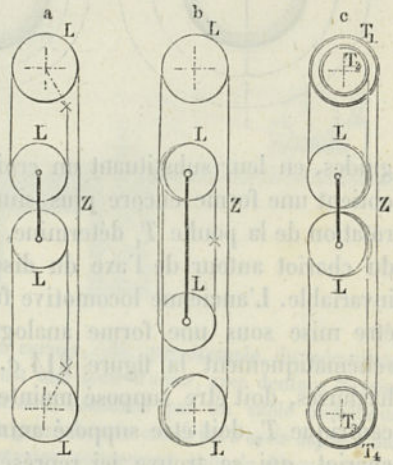
(1) Voy. Bulletin de la Soc. d'Encouragement, vol. XVI, 1869, p. 48.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Nous n'avons pas rencontré moins de sept modes de commande différents pour les chemins à câbles et quatre pour les bateaux remorqueurs. Ce rapide développement est d'autant plus remarquable que, pendant bien des années, le câble était considéré comme devant être exclu du corps de la voie et qu'en réalité son installation sur la voie s'est trouvée présenter une sécurité beaucoup plus grande qu'on n'aurait pu l'espérer à priori.

La distinction que nous avons établie, d'après le mode de fonctionnement (guidage, roulement et entraînement), a rendu possible la division des organes de traction en classes nettement séparées. Il nous reste encore à éclaircir l'indétermination que semble comporter, dans une certaine mesure, le mouvement de plusieurs des dispositifs de levage examinés précédemment, comme les moufles, les treuils, les grues, etc. Avec ces appareils, en effet, le corps à mouvoir Q, dans le cas où le mouvement communiqué à l'organe de traction est négatif, ne se déplace dans le même sens que si la pesanteur tend à lui imprimer un mouvement rétrograde (1). Mais on peut arriver à assurer au corps Q un mouvement complètement déterminé, en ajoutant au dispositif primitif un autre dispositif semblable, établi en sens inverse, c'est-à-dire en vue de la marche en arrière. La transmission par courroie de la figure 810 constitue déjà une répétition de cette nature ; c'est le doublement du dispositif d'entraînement de la figure 794 *d*. Comme autres exemples, on peut encore citer les moufles des figures 784 *c*, et 796 *e*, que la figure 813 donne ici sous leur forme complète, avec la répétition dont il vient d'être question. Si l'on exerce une traction sur le câble Z, dans un sens ou dans l'autre, les poulies de charge montent ou descendent, c.-à-d. prennent un mouvement direct ou rétrograde (2). Un fait bien évident, c'est qu'on tend, de plus en plus, à l'emploi des commandes par câbles sans fin, et il est souvent facile de constater les additions apportées à de demi-méca-

Fig. 813.



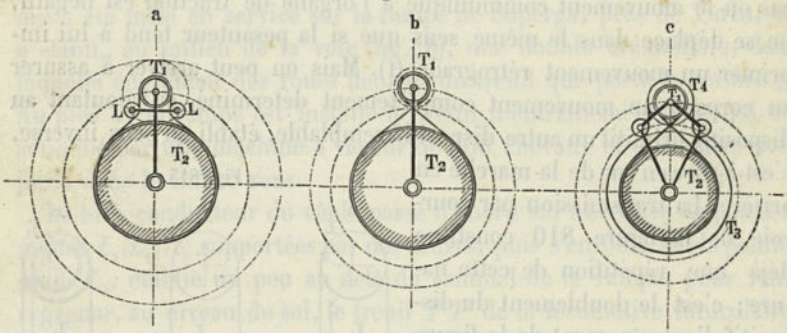
(1) Clôture de force cinématique.

(2) Le professeur Reuleaux est le premier qui ait signalé ces dispositions, qu'on peut utiliser avantageusement dans certains cas et auxquelles il avait été amené par des considérations cinématiques. Voy. *Cinématique*, p. 609.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

nismes, pour en faire des mécanismes complets. A ce point de vue, du reste, il convient d'observer que, dans la figure 806, le câble principal, fixé à ses deux extrémités, doit déjà être considéré comme un organe de traction (ou tout au moins comme une portion d'un organe de cette espèce); c'est ce que montre bien nettement la figure 808; la même observation s'applique aux figures 784, *d* et *e*, ainsi qu'à la figure 813 *b*, où les poulies de charge sont simplement disposées autrement que dans la figure *a*, mais où le câble se présente incontestablement sous la forme d'un câble sans fin (le point restant fixe est indiqué par une croix). Si l'on suppose les dispositions des figures 806 et 811 mises sous une forme générale, c'est-à-dire sous une forme telle que les chemins décrits par le chariot soient circulaires, on arrive à la figure 814 *a*. Si maintenant on supprime les poulies-

Fig. 814.



guides, en leur substituant un croisement de l'organe de traction, on obtient une forme encore plus simple, celle de la figure 814 *b*. Une rotation de la poulie T_1 détermine, après comme avant, le mouvement du chariot autour de l'axe du disque T_2, qui conserve une position invariable. L'ancienne locomotive funiculaire d'Agudio peut également être mise sous une forme analogue et très simple, que représente schématiquement la figure 814 *c*. Le disque T_2, marqué par des hachures, doit être supposé maintenu fixe, tandis que le disque concentrique T_3 doit être supposé animé d'un mouvement de rotation; le chariot, qui se trouve ici représenter la locomotive, se meut alors suivant un cercle (1).

Enfin, il convient encore de faire remarquer que, dans les trains (V. p. 691) électriques, les organes de traction, sous la forme de fils métalliques, de câbles, etc., jouent un rôle très important comme conducteurs de force.

(1) Cette disposition représente un cas particulier de l'engrenage différentiel, ou du mécanisme à roue satellite.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

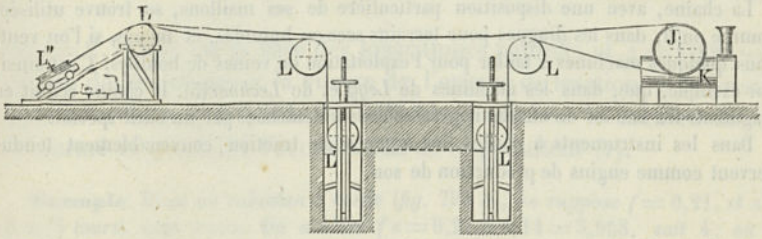
§ 264.

Applications technologiques des organes de traction.

En dehors des emplois dont il vient d'être question pour la transmission des forces, les organes de traction en trouvent encore de très variés comme outils, c'est-à-dire comme organes de changement de formes des corps. Nous signalerons ici quelques-uns des plus remarquables.

Sous la forme de lame en acier dentée, l'organe de traction est utilisé, comme outil, dans les scies à arc et à cadre, dans les scies à placage et, d'une manière générale, dans les scies à châssis à plusieurs lames. Si la lame n'est pas dentée, elle peut, avec un mode de tension analogue, servir à scier des pierres, à la condition de lui ajouter du sable fin et de l'eau; on peut également utiliser un simple fil métallique, en facilitant son action par l'addition d'huile avec de l'émeri, de la poussière de diamant, etc. Grâce à une forte tension, on parvient à donner au fil, par lui-même très flexible, un certain degré de résistance contre les efforts transversaux. La lame de scie sert aussi comme scie à chantourner, sous la forme de lame à enroulement oscillatoire, comme dans la figure 789 *b*. Dans ces différentes applications, l'organe de traction est animé d'un mouvement de va-et-vient. Mais rien n'empêche de l'uti-

Fig. 815.



liser, dans le même but, sous la forme d'un cursoir, celle, par exemple, du mécanisme de la figure 810; si l'organe de traction est une lame d'acier, avec denture de scie, on a une scie à lames; s'il est, au contraire, constitué par un câble métallique (mince), on obtient une scie à câble (1). Ce genre de scie est arrivé à avoir aujourd'hui des applications industrielles assez importantes, notamment pour le découpage des pierres de taille.

M. *J. Zervas* a fait un usage très ingénieux de la scie à câble pour le débitage de blocs et de plaques de laves, ou d'autres espèces de pierres. Il l'a employée notamment sous la forme que représente schématiquement la figure 815, pour découper des blocs sur place dans la masse rocheuse, en l'attaquant par la partie supérieure. Dans ce

(1) C'est en partant des scies à fil métallique en usage pour les pierres précieuses et les agates que le professeur Reuleaux a eu l'idée, en 1877, d'utiliser une scie à câble pour l'établissement de modèles en plâtre de surfaces héliçoïdales réglées (p. 193).

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

mode de sciage on commence par creuser deux petits puits, dans lesquels on introduit les supports pour les poulies $L'L'$, qui servent à la fois à assurer le guidage et la tension; elles sont, à cet effet, poussées peu à peu vers le bas, au moyen de dispositifs à vis, de telle sorte que la poulie-tendeur L'' peut maintenir le câble suffisamment tendu. On ajoute, comme à l'ordinaire, de l'eau et du sable; dans le début, le câble se composait de trois fils, enroulés en hélices; mais, dans ces dernières années, M. Zervas a modifié ce mode de construction, en composant son câble d'un fil métallique droit, autour duquel s'enroule en spirale un second fil (1). En 1882, *Paulin Gay* s'est fait breveter pour une scie destinée au sciage des pierres. Cet appareil comprend une série de câbles, disposés parallèlement, de manière à diviser, dans une seule opération, un bloc en un certain nombre de plaques.

En raison de la flexibilité que présente un organe de traction, dans le sens transversal, la transmission par courroie de la figure 810 a trouvé une application dans les machines à polir. La pièce d'œuvre est maintenue pressée contre la courroie sur laquelle est fixée la substance destinée à produire le polissage (2).

Dans les opérations du filage, les organes de traction agissent encore comme outils pour la formation de fils, cordons, câbles, etc.; mais ici il y a action réciproque de ces organes les uns sur les autres, et cette action repose sur les procédés du guidage et de l'enroulement. De même, dans la fabrication des nattes, des tapis, des tricots, des dentelles, des tissus, etc., l'organe de traction introduit agit sur celui qui est déjà mis en œuvre, et inversement, avec guidage et enroulement partiel ou complet, dans une succession de mouvements convenables et appropriés au but à remplir, mouvements dont la réalisation a conduit aux nombreux dispositifs et aux machines si ingénieuses qu'on rencontre dans ces branches de l'industrie. La couture, comme nous l'avons déjà fait remarquer accessoirement au § 263 (p. 696), repose essentiellement sur le principe du guidage.

La chaîne, avec une disposition particulière de ses maillons, se trouve utilisée, comme outil, dans les dragues pour terrains secs ou humides, et même, si l'on veut, dans quelques machines à tailler pour l'exploitation de veines de houilles. C'est ainsi, par exemple, que, dans les machines de *Legg* et de *Lechner* (3), la chaîne réduit en fragments les bandes de charbon, préalablement détachées par un outil spécial.

Dans les instruments à cordes, les organes de traction convenablement tendus servent comme engins de production de son.

(1) D'après M. *Zervas*, dans des expériences faites à Pirna sur des laves du Rhin, la surface sciée par heure, avec de bonnes scies ordinaires, a été de $0^{mq},0125$ à 0,0150, tandis qu'avec ses scies à câbles on a obtenu, sur des blocs longs de 2 à 3^{m} :

Marbre de Carrare	$1^{mq},20$	par heure.
Marbre rouge de Belgique	0,33	—
Granit de Bretagne	0,12	—
Porphyre dur de Belgique	0,09	—
Basalte du Rhin dur	0,15	—
— — tendre	0,25	—

c'est-à-dire 10 à 15 fois plus qu'avec les scies à lames ordinaires.

(2) Dans l'usine de nickelage de *Newmann Schwartz* et *Weill*, à Fribourg-en-Brisgau, les disques à polir tournent à des vitesses de 33 à 34^{m} par seconde.

(3) Voy. le journal *Iron*, n° de juin 1872, p. 712; voy. aussi *Scientific American*, août 1878, p. 102.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 265.

Frottement des cordes.

Lorsqu'un organe de traction, sollicité par des forces à ses deux extrémités, est mis en mouvement sur une surface guide, de forme courbe, il se produit, entre cet organe et la surface, un frottement de glissement, qui, dans certains cas, est très considérable. Comme ce frottement a été étudié tout d'abord dans les cordes, il a été désigné sous le nom de frottement des cordes.

Supposons que la surface guide appartienne à un corps de révolution et que le mouvement ait lieu dans un plan normal à l'axe; la traction T sur le brin menant aura à vaincre, à la fois, le frottement F de la corde et la charge t sur le brin mené (fig. 816), de telle sorte qu'on a tout d'abord, pour la valeur du frottement, $F = T - t$. Cette valeur dépend de la grandeur α de l'angle embrassé, et du coefficient de frottement f; elle est indépendante du rayon R de la surface, mais elle dépend de l'action de la force centrifuge sur l'organe de traction. Ces diverses influences se trouvent exprimées par les deux relations :

$$T = te^{f\alpha(1-z)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (237)$$

$$F = t(e^{f\alpha(1-z)} - 1) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (238)$$

où $e = 2{,}71828$ est la base des logarithmes naturels et $z = 1000\,\gamma v^2 : gS$, en désignant par v la vitesse de l'organe de traction, S la tension dans sa section, γ le poids du millimètre cube de la matière dont il est formé et $g = 9{,}81$ l'accélération de la pesanteur (1).

Exemple. *Dans un cabestan à corde (fig. 794 a), on suppose* $f = 0{,}21$, *et* $\alpha = 6\pi$ (*5 tours*), *avec* $z = o$. *On a alors* $f\alpha = 0{,}21.6.3{,}14 = 3{,}958$, *soit 4; on en déduit* $F = t\,(2{,}718^4 - 1) = t\,(54{,}6 - 1) = 53{,}6\,t$; *le frottement de la corde sur le tambour est donc près de 54 fois plus grand que la traction exercée sur le brin mené (brin libre).*

L'influence de la force centrifuge est sensible pour les grandes vitesses et quand l'organe de traction ne se trouve soumis qu'à de faibles tensions.

(1) La force centrifuge Z, qui agit en sens contraire de la pression radiale U, ou dans le même sens (comme dans certains manchons à roue creuse), a pour expression : $Z = (G : g)\,v^2 : (R : 1000) = (\gamma q l d\alpha : g)\,v^2 : (R : 1000) = (1000\,\gamma q : g)\,v^2 d\alpha$, q désignant la section de l'organe de traction. Comme Sq est égal à la tension Q de cet organe, la relation précédente devient $Z = (Q.1000\,\gamma : gS)\,v^2 d\alpha$. D'un autre côté, le frottement dQ sur l'arc $Rd\alpha$ produit pendant le glissement (pour un contact extérieur) est égal à $(U\text{-}Z)f$; comme d'ailleurs $U = Qd\alpha$, on a finalement $(U\text{-}Z)f = fd\alpha Q[1 - (1000\,\gamma v^2 : gS)] = fd\alpha Q\,(1\text{-}z)$, etc.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Pour les cordes en chanvre, en coton, etc., ainsi que pour les courroies de cuir, γ est sensiblement égal à 0,000 001, tandis que, pour les câbles métalliques, il a une valeur environ 9 fois plus forte. La valeur de S, dans l'expression $z = 1000\,\gamma v^2 : gS$, est, à proprement parler, une fonction de α; toutefois, on peut admettre, dans le calcul, une valeur constante, moyenne des valeurs pour les différentes sections comprises dans l'angle α. C'est ainsi qu'a été calculé le tableau suivant, lequel est applicable aux câbles métalliques, comme aux cordes à fibres végétales, à la condition de considérer les valeurs numériques de $(1-z)$ comme correspondant à des valeurs de S neuf fois plus fortes dans le premier cas que dans le second.

VALEURS DU COEFFICIENT $(1-z)$ POUR LA FORCE CENTRIFUGE.

CORDES A FIBRES ET COURROIES S	VITESSES v A LA CIRCONFÉRENCE						CABLES MÉTALLIQUES S
	5m	10m	15m	20m	25m	30m	
0,2	0,988	0,950	0,868	0,800	0,688	0,550	1,8
0,3	0,991	0,967	0,925	0,867	0,792	0,700	2,7
0,4	0,994	0,975	0,944	0,900	0,844	0,775	3,6
0,5	0,995	0,980	0,955	0,920	0,875	0,820	4,5
0,6	0,997	0,983	0,963	0,933	0,896	0,850	5,4
0,8	0,997	0,987	0,972	0,950	0,922	0,888	7,2
1,0	0,998	0,990	0,978	0,960	0,938	0,910	9,0

On voit, d'après cela, que, dans le cas d'une grande vitesse, il est utile d'avoir une tension élevée de la matière dans l'organe de traction, pour prévenir l'action perturbatrice de la force centrifuge. Pratiquement, pour tenir compte de cette force dans le calcul, on peut, dans chaque cas, poser $f\alpha(1-z) = f'\alpha$, c'est-à-dire introduire, au lieu du véritable coefficient de frottement f, un autre coefficient f', qui a pour valeur $(1-z)f$.

Si l'organe de traction est utilisé comme dans le dispositif de la figure 810, de telle sorte que l'effort tangentiel P doive être transmis par la poulie à la corde, la chaîne, la courroie, etc., ou inversement, les tensions doivent engendrer un frottement $\geqq P$, d'où il suit qu'on a comme minimum de valeur de T :

$$\frac{T}{P} = \tau = \frac{e^{f'\alpha}}{e^{f'\alpha} - 1} = \frac{\rho}{\rho - 1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (239)$$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

en même temps que

$$\frac{T}{t} = \rho = e^{f'\alpha} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (240)$$

Ces deux valeurs sont des nombres absolus. Le rapport $T : P$ indique le degré de tension que doit avoir l'organe de traction ; il peut, par suite, être appelé le *module de tension* et désigné par τ. Quant au rapport $T : t$, nous l'appellerons le *module de frottement* (de la corde, de la courroie, etc.) et nous le désignerons par ρ. Le tableau suivant donne une série de valeurs pour ces deux modules.

TABLE DES MODULES DE FROTTEMENT ET DE TENSION.

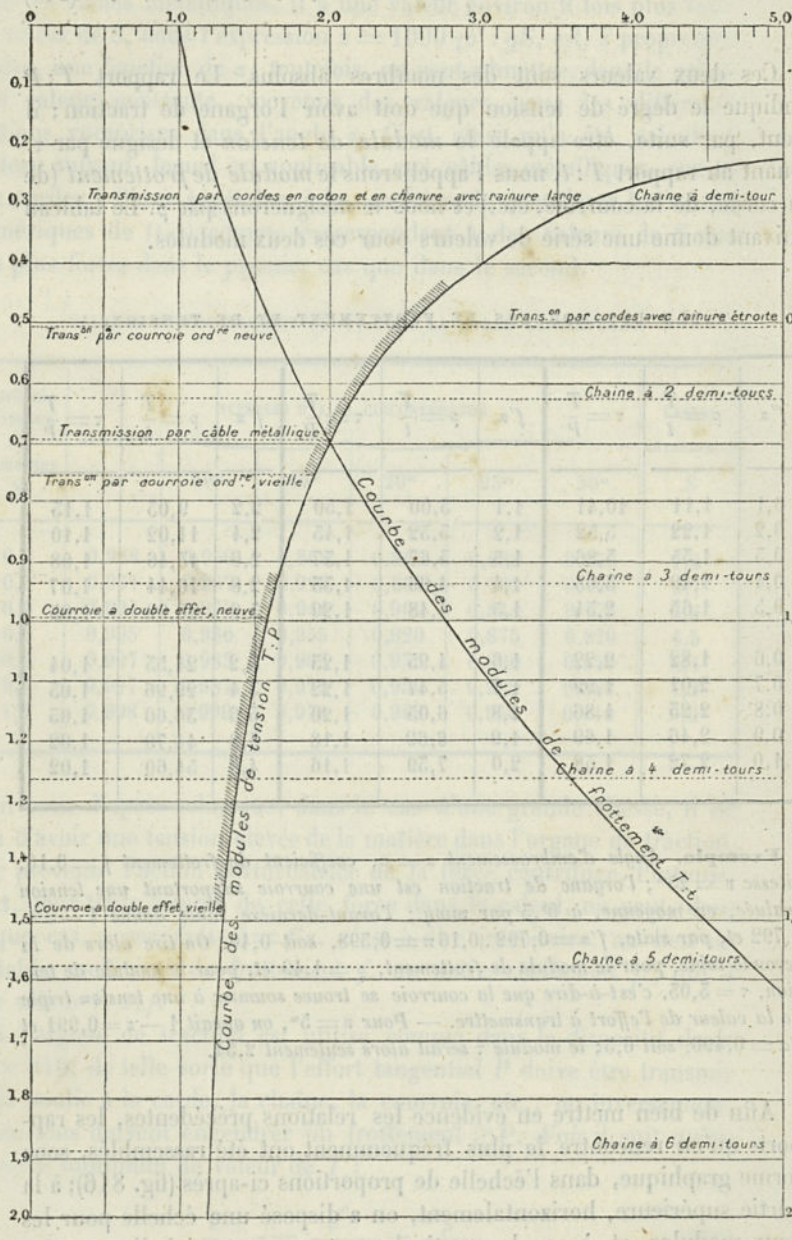
$f'\alpha$	$\rho = \frac{T}{t}$	$\tau = \frac{T}{P}$	$f'\alpha$	$\rho = \frac{T}{t}$	$\tau = \frac{T}{P}$	$f'\alpha$	$\rho = \frac{T}{t}$	$\tau = \frac{T}{P}$
0,1	1,11	10,41	1,1	3,00	1,50	2,2	9,03	1,13
0,2	1,22	5,52	1,2	3,32	1,43	2,4	11,02	1,10
0,3	1,35	3,86	1,3	3,67	1,37	2,6	13,46	1,08
0,4	1,49	3,03	1,4	4,06	1,33	2,8	16,44	1,07
0,5	1,65	2,54	1,5	4,48	1,29	3,0	20,09	1,05
0,6	1,82	2,22	1,6	4,95	1,25	3,2	24,53	1,04
0,7	2,01	1,99	1,7	5,47	1,22	3,4	29,96	1,03
0,8	2,23	1,86	1,8	6,05	1,20	3,6	36,60	1,03
0,9	2,46	1,69	1,9	6,69	1,18	3,8	44,70	1,02
1,0	2,72	1,58	2,0	7,39	1,16	4,0	54,60	1,02

Exemple. *Angle d'embrassement* $\alpha = \pi$, *coefficient de frottement* $f = 0{,}16$, *vitesse* $v = 25^m$; *l'organe de traction est une courroie supportant une tension évaluée, en moyenne, à* $0^k{,}3$ *par mmq.; l'avant-dernière table donne* $1 - z = 0{,}792$ *et, par suite,* $f'\alpha = 0{,}792 \cdot 0{,}16\pi = 0{,}398$, *soit* 0,40. *On tire alors de la seconde table, pour le module de frottement,* $\rho = 1{,}49$ *et, pour le module de tension,* $\tau = 3{,}03$, *c'est-à-dire que la courroie se trouve soumise à une tension triple de la valeur de l'effort à transmettre. — Pour* $v = 5^m$, *on aurait* $1 - z = 0{,}991$ *et* $f'\alpha = 0{,}490$, *soit* 0,5 ; *le module* τ *serait alors seulement* 2,54.

Afin de bien mettre en évidence les relations précédentes, les rapports qu'on rencontre le plus fréquemment ont été rassemblés, sous forme graphique, dans l'échelle de proportions ci-après (fig. 816); à la partie supérieure, horizontalement, on a disposé une échelle pour les deux modules, et, à gauche, verticalement, une autre échelle pour les produits $f'\alpha$.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Fig. 816.



IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

La pression, par unité de surface, p de l'organe de traction, sur le contour de la roue, augmente, en allant du brin mené au brin menant. Elle a pour expression $Qd\alpha : b'Rd\alpha$, b' désignant la largeur de la bande de contact ; d'un autre côté, pour la section q, on a $Q = qS$ et, par suite,

$$\frac{p}{S} = \frac{(Qd\alpha : b'Rd\alpha)q}{Q} = \frac{q}{b'R} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (241)$$

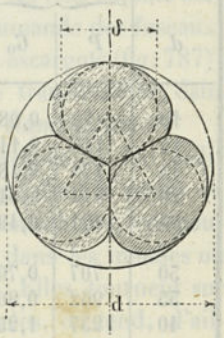
d'où l'on peut conclure qu'il est facile de tenir faible la pression par unité de surface. Nous reviendrons un peu plus loin sur quelques applications particulières de cette formule, ainsi que de l'échelle de proportions de la figure 816.

§ 266.

Cordages à fibres.

Cordes ou câbles en chanvre. — Les cordages à fibres dont l'usage est le plus répandu sont les cordes rondes en chanvre, composées de trois torons tordus. On les fait lâches ou serrées, suivant qu'elles doivent être plus ou moins flexibles. La section d'une corde cylindrique à trois torons, ayant chacun un diamètre δ, serait $3\,\pi/4\,\delta^2$; comme, d'ailleurs, entre δ et le diamètre d du cercle circonscrit (fig. 817), existe la relation $d = \delta\,(1+1 : cos\ 30^0) = 2{,}15\,\delta$, il en résulte, pour la section de la corde, $q = (\pi : 6{,}16)\,d^2$. Mais, en raison de l'enroulement en hélice et de l'aplatissement des torons, à leurs surfaces de jonction, on peut prendre $q = \pi/5\,d^2$, c'est-à-dire égal à 0,8 seulement de la section du cercle entier. Du bon chanvre, dans des cordes lâches, peut être chargé à raison de $1^k{,}25$ par mm.q.; dans des cordes serrées, on peut admettre une charge $1\ ^1/_2$ fois aussi forte.

Fig. 817.



Dans les calculs, on peut opérer comme si le cercle d était tout à fait plein, à la condition de n'introduire, pour la tension, que les $^4/_5$ de la valeur réelle, c.-à-d. de remplacer les chiffres précédents respectivement par 1^k et $1^k{,}5$. On obtient alors, pour P :

$$\left.\begin{array}{lll} \text{cordes lâches} & d = 1{,}13\sqrt{P}, & \text{ou} \quad P = 0{,}785\,d^2 \\ \text{— serrées} & d = 0{,}92\sqrt{P}, & \text{ou} \quad P = 1{,}178\,d^2 \end{array}\right) \quad . \quad . \quad (242)$$

Le rayon R des poulies ou tambours ne devrait jamais descendre au-dessous de 3 à 4 d, pour une corde lâche, et de 6 à 8 d, pour une

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

corde serrée, ce rayon étant mesuré jusqu'au centre de la corde. Dans le cas où il s'agit d'un service très actif, comme dans les machines d'extraction, R n'est jamais inférieur à 25 d.

Les câbles plats en chanvre sont formés de 4 à 6 cordes rondes, juxtaposées et réunies par des coutures, qui portent chacune $^1/_4$ ou $^1/_6$ de la charge totale et doivent, dès lors, être déterminées en conséquence.

Le poids, par mètre courant, est en moyenne :

$$\left.\begin{array}{rl} \text{pour les cordes lâches,} & G_0 = 0{,}00075\, d^2 \\ \text{— serrées,} & G_0 = 0{,}00108\, d^2 \end{array}\right\} \quad . \quad . \quad (243)$$

ou, en chiffre rond, pour les deux espèces :

$$G_0 = {}^1/_{1000} P, \text{ d'où } P = 1000 G_0$$

La dernière expression montre que les deux espèces de cordes contiennent la même quantité de fibres. La table suivante donne une série de valeurs déduites des formules précédentes pour les cordes en chanvre à 3 torons.

DIAMÈTRE	CORDES LACHES		CORDES SERRÉES		DIAMÈTRE	CORDES LACHES		CORDES SERRÉES	
d	P	G_0	P	G_0	d	P	G_0	P	G_0
10	79	0,08	118	0,12	55	2376	2,38	3564	3,56
12	113	0,11	170	0,17	60	2827	2,83	4241	4,24
15	178	0,18	268	0,27	65	3318	3,32	4977	4,98
20	314	0,31	471	0,47	70	3848	3,85	5773	5,77
25	491	0,49	736	0,74	75	4418	4,42	6627	6,63
30	707	0,70	1060	1,06	80	5027	5,03	7541	7,54
35	962	0,96	1443	1,44	85	5675	5,67	8512	8,51
40	1257	1,25	1885	1,88	90	6362	6,36	9545	9,54
45	1590	1,59	2386	2,39	95	7088	7,09	10625	10,62
50	1963	1,96	2945	2,94	100	7850	7,85	11781	11,78

D'après la formule (243), une corde de L mètres se trouve déjà soumise, dans la section la plus rapprochée du point de suspension, à une fraction ($^1/_{1000} L$) de la charge qu'elle peut supporter. Pour $L = 1000$, le poids propre de la corde atteindrait, pour cette section, la limite de charge pratique. Cette longueur est, par suite, ce qu'on peut appeler la *longueur de charge* de la corde. Il est évident qu'on ne peut

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

employer utilement qu'une longueur de suspension plus faible. La charge P' admissible pour une longueur L de la corde est donnée par la relation $P' + {}^1/_{1000}\,LP = P$, d'où l'on tire : $P' = P(1 - {}^1/_{1000}\,L)$.

Pour une longueur de suspension de 6000^m, la corde se romprait sous son propre poids, puisque le module de rupture (calculé pour la section complète) va de 6^k à $6^k,4$, pour les cordes lâches, et de 9^k à $9^k,6$, pour les cordes serrées. Cette longueur constitue donc ce qu'on peut appeler la *longueur de rupture* de la corde. Pour une corde plongeant dans l'eau (un plomb de sonde), les longueurs de charge et de rupture s'élèvent sensiblement au double des valeurs précédentes.

Lorsque les cordes sont exposées à une très grande fatigue, la construction à trois torons n'est pas suffisante ; on remplace alors les torons par des cordes et on obtient ce qu'on appelle plus particulièrement un *câble*. Pour quelques applications spéciales, on établit aussi des câbles comprenant plus de trois cordes.

Cordes en coton. — Les cordes en coton tordu, qui sont le plus souvent à trois torons, sont essentiellement utilisées comme cordes de transmission et sont, pour ce motif, établies lâches. Leur résistance à la rupture est de $5^k\,{}^1/_3$ (rapportée à la section complète) ; on les emploie avec une tension allant de $^2/_3{}^k$ à $1^k,5$; on les rencontre, par exemple, dans les métiers de filatures (1), où elles servent comme cordes pour les guides parallèles (fig. 748), pour la commande des fuseaux, et comme organes de traction pour les tambours à escargots (fig. 787) ; elles sont également utilisées, comme organes de transmission, dans les grues roulantes, établies d'après le système de *Ramsbotton*.

Le guidage des cordes formées de matières fibreuses se fait ordinairement au moyen de poulies, munies d'une gorge, dont le rayon est légèrement supérieur à celui de la corde. Dans les machines, ces poulies se font le plus souvent en fonte, tandis que, dans les moufles ou palans des vaisseaux, elles sont en bois de gaïac. Elles tournent sur des tourillons cylindriques ; depuis quelques années, on tend, d'ailleurs, de plus en plus à recourir, comme dans la marine, à l'emploi de supports à galets de roulement (fig. 818) (2).

Pour les appareils soumis à de faibles efforts de traction, les poulies mobiles se font en bronze dur, tandis que, pour des efforts considérables, on a recours à l'emploi d'acier trempé. Dans les cas où les

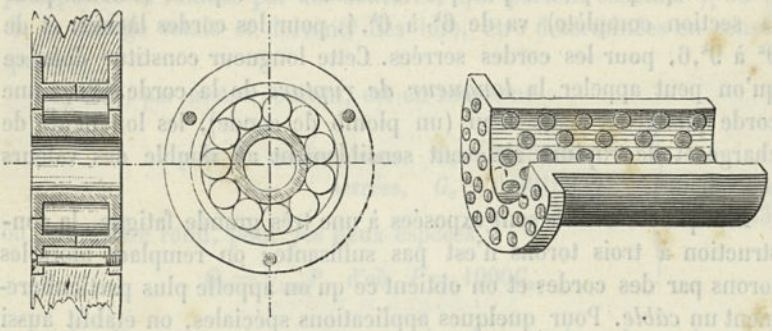
(1) D'après les expériences de *J.-J. Rieter*, fabricants à Winterthur, dans un métier de 884 broches, la corde de l'escargot, de 22^{mm} de diamètre, supporte, à un certain moment, une tension de 600^k et au delà, ce qui correspond à une tension de $1^k,6$ (calculée sur le cercle plein).

(2) Disposition de *Martini*, en usage dans la marine italienne.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

poulies sont destinées à faire un service pénible et fréquemment répété, les supports à galets de leurs boîtes peuvent être garnis d'une substance particulière, qu'on appelle *métalline* (1). Les supports en

Fig. 818. Fig. 819.



métalline (fig. 819) se composent de cylindres en bronze, dans lesquels se trouvent encastrées une série de chevilles, formées d'une matière lubrifiante spéciale. Des supports de ce genre ont été essayés dans la construction du pont de l'East-River, à New-York, et se sont particulièrement bien comportés; pendant une année entière, il n'a pas été nécessaire de recourir à l'addition d'une matière de graissage.

§ 267.

Câbles métalliques.

Les cordes métalliques ordinaires sont rondes et à 36 fils; elles se composent, en effet, de 6 torons, comprenant chacun 6 fils; ces torons sont enroulés autour d'une âme centrale en chanvre et chacun d'eux contient aussi une âme plus petite, de même matière.

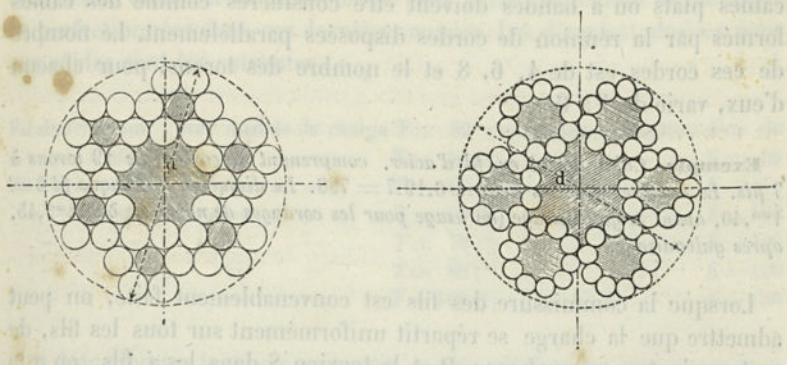
Ces âmes sont de la plus grande importance, au point de vue de la conservation des cordes mobiles ou courantes (V. § 269), et elles doivent être en chanvre de première qualité. Dans les cordes métalliques qui doivent rester fixes, les âmes en chanvre des torons, et même l'âme centrale, peuvent être remplacées par des fils métalliques; le nombre des fils se trouve ainsi porté à 42, dans le premier cas, et à 49, dans le second, et la résistance se trouve augmentée d'autant. On rencontre encore en usage des cordes à 6 torons, avec âmes en chanvre, dans lesquelles le nombre des fils est de 48, 54, 60, 72, etc.; on

(1) Produit de la maison John Wallace et Cie à Londres.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

n'est pas, d'ailleurs, limité au chiffre de 6 torons. Les figures 820 *a* et *b* représentent, en coupe, deux cordes, l'une à 36 fils, l'autre à

a. Fig. 820. b.



60 fils. Dans les deux, il existe une âme centrale en chanvre, ainsi que dans chaque toron. Dans ce mode de construction, quand les fils sont bien serrés les uns contre les autres, on a, en désignant par d le diamètre extérieur, δ le diamètre d'un fil et i le nombre total des fils :

$$\left.\begin{array}{rccccccc} i = & 36 & 48 & 54 & 60 & 66 & 72 & \\ d:\delta = & 8{,}00 & 10{,}25 & 11{,}33 & 12{,}80 & 13{,}25 & 14{,}20 & \end{array}\right\}. \quad (244)$$

Lorsqu'une corde métallique est neuve, les fils ne sont pas fortement appliqués les uns contre les autres ; ils sont maintenus quelque peu écartés par les âmes en chanvre ; aussi trouve-t-on, dans ce cas, pour d, une valeur de 10 à 25 0/0 plus forte que celle donnée par le tableau. Mais, après un certain temps d'usage, on finit par retomber sur cette dernière valeur. En ce qui concerne le nombre des fils, on trouve aujourd'hui, dans la fabrication, des écarts assez considérables. Ainsi, par exemple, s'il s'agit de torons sans âmes en chanvre, les nombres de fils qu'on peut donner à chacun d'eux sont :

3 7 10 14 16 19 (1),

tandis qu'avec emploi d'âmes en chanvre, les nombres utilisés sont :

5 6 7 8 9 10

Le nombre des torons varie de 3 (cordages métalliques de marine) à 4, 5, 6 (chiffre de beaucoup le plus usité), 7, 8, 12, 14, 16, 19.

Pour les cordages, qui doivent présenter une résistance particulièrement considérable à la traction, en même temps qu'une assez grande

(1) Dans certaines mines d'Amérique, on fait un très grand usage de cordes métalliques à 6 torons, de 19 fils, avec âme centrale en chanvre.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

flexibilité, on a recours au câble (1) proprement dit, obtenu par la commissure d'un certain nombre de cordes ou d'écheveaux de fils métalliques ; le nombre de ces cordes peut être de 3, 4, 5 ou 6. Les câbles plats ou à bandes doivent être considérés comme des câbles formés par la réunion de cordes disposées parallèlement. Le nombre de ces cordes est de 4, 6, 8 et le nombre des torons, pour chacun d'eux, varie de 4 à 6.

Exemple. *Câble lourd en fil d'acier, comprenant* 6 *cordes, de* 19 *torons à* 7 *fils. Le nombre total des fils* $i = 6.19.7 = 798$. *Le diamètre de chaque fil* $\delta = 1^{mm},40$, *avant le galvanisage* (*en usage pour les cordages de navires*); $\delta = 1^{mm},45$, *après galvanisage.*

Lorsque la commissure des fils est convenablement faite, on peut admettre que la charge se répartit uniformément sur tous les fils, de sorte qu'entre cette charge P et la tension S dans les i fils, on a la relation :

$$P = Si\frac{\pi}{4}\delta^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (245)$$

Le diamètre des fils varie de 1^{mm} à $3^{mm},5$. Mais si l'on veut laisser au câble une grande flexibilité, on ne dépasse guère $2^{mm},2$.

Dans l'application d'un câble sur une poulie, un tambour, etc., de rayon R, les différents fils éprouvent des flexions, qui sur les côtés du fil travaillant par traction, aussi bien que sur le côté travaillant par compression (V. p. 8), déterminent une tension, dont l'intensité est $s = E\delta : 2R$; le module d'élasticité E, pour le fer comme pour l'acier, étant égal à 20 000, on a :

$$s = 10000\frac{\delta}{R} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (246)$$

Cette tension s, sur le côté de la section travaillant par traction, vient s'ajouter à la tension S, due à la force P. Il convient donc, pour éviter des flexions permanentes, que la somme $S + s$ ne dépasse pas le module de charge de la matière. La valeur de R devient un minimum, quand $s = 2S$. Dans ce cas, qui réalise les conditions les plus favorables, le câble se trouve donc soumis, par le fait de la flexion, à un effort double de celui qu'exerce sur lui la traction.

La somme $S + s$ permet de déterminer, dans chaque cas, quel rap-

(1) Cette expression s'emploie également pour les câbles métalliques ordinaires et même de préférence à celle de *corde*, qui n'est plus guère en usage que pour les cordages formés de fibres végétales. Encore, dans ce dernier cas, lorsqu'il s'agit d'organes de transmission, emploie-t-on le plus souvent l'expression de câble.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

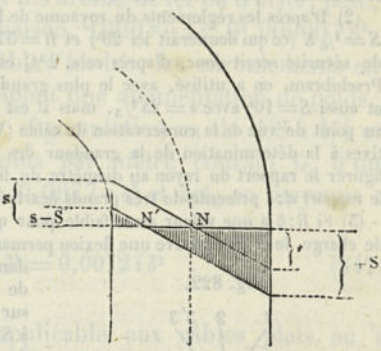
port il convient d'adopter entre les tensions S et s, dues respectivement à l'allongement et à la flexion (1).

Comme matière pour les câbles de charge, on utilise les fils de fer et d'acier, dont les fabrications se sont particulièrement développées et perfectionnées dans ces dernières années. Les données admises pour ces câbles sont les suivantes :

Fil de fer recuit	avec	module de charge	$T=$	30	et module de rupture	$K=$	40
— blanc	—	—	$T=$	40 (*)	—	—	$K=$	56
Fil d'acier coulé	—	—	$T=$	45 (*)	—	—	$K=$	60
— fondu	—	—	$T=$	55 (*)	—	—	$K=$	100
— —	—	—	$T=$	70 (*)	—	—	$K=$	120
— —	—	—	$T=$	80 (*)	—	—	$K=$	150
— —	—	—	$T=$	100 (*)	—	—	$K=$	180

(1) Pour déterminer la sécurité que présente un câble métallique, au point de vue de la rupture, ou même simplement de la limite d'élasticité, il est donc indispensable de prendre en considération la valeur $(S+s)$. C'est ce qu'il est facile de montrer par quelques exemples. D'après les règlements du royaume de Prusse, le module de rupture K étant, pour les fils d'acier, de 115^k, on doit, pour avoir une sécurité représentée par 6, prendre $S = {}^1/_6 115 = 19^k,1$. La tension d'allongement qu'on prescrit ainsi est peut-être admissible, mais le degré de sécurité qu'elle semble comporter n'est nullement en concordance avec l'état de choses réel, puisqu'on laisse de côté la tension de flexion. Si un câble, ainsi calculé, avait, par exemple, 42 fils, son diamètre serait $d = 10\,\delta$, et si l'on prenait, pour le diamètre de la poulie, $75\,d$, comme il convient de le faire, on aurait, pour le rayon de cette poulie, $R = 37{,}5\,d$; d'après la relation (246), la tension de flexion serait alors $s = 10000\delta : 37{,}5.10\,\delta = 26{,}66$. La somme $S+s$ aurait, par suite, pour valeur, $26{,}66 + 19{,}1 = 45^k,77$. La sécurité réelle contre la rupture serait donnée par le rapport $115 : 45{,}77 = 2{,}51$, soit $2\,{}^1/_2$, au lieu de 6. La figure 821 représente les valeurs des tensions considérées. A droite, c'est-à-dire sur le côté du fil travaillant par traction, la tension d'allongement $(+S)$ s'ajoute à la tension de flexion $(+s)$ pour donner une tension totale $(S+s)$; à gauche, la première se retranche de la seconde, pour donner une tension $(s-S)$. L'axe neutre de la section s'éloigne, par suite, notablement du milieu N de cette section et se trouve reporté alors vers le côté concave du fil courbé, en N', par exemple. Dans la Compagnie des Mines de Prschibram, le coefficient de sécurité se détermine autrement, mais le résultat obtenu diffère encore beaucoup de la valeur réelle. On prend, pour ce coefficient, le quotient de $K-s$ par S ; avec les données précédentes, ce quotient devient $(115 - 26{,}66) : 19{,}1 = 88{,}33 : 19{,}1$, soit 4,6, nombre qui est encore notablement supérieur au coefficient réel de sécurité, c'est-à-dire au rapport de la charge de rupture à la charge effective.

Fig. 821.



(*) Ces valeurs ont été déduites de quelques essais isolés sur des fils, et surtout d'expériences sur des tiges d'acier minces, en l'absence d'essais suffisants pour la détermination directe des modules de charge des fils. Ces expériences ont été faites sur des aciers (non trempés) par *J.-W. Cloud*, à l'arsenal de Watertown (États-Unis), avec la machine d'essais si remarquable, imaginée par *Emery* (V. *Transact. Am. Soc. of Mech. Engineers*, vol. V,

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Ce tableau montre qu'il n'est pas possible d'indiquer, d'une manière générale, la résistance des câbles métalliques, et qu'il convient, dans chaque cas particulier, de tenir compte de l'espèce de fils qu'on veut employer.

Pour des câbles d'extraction, on utilise avec succès du fil d'acier, dont le module de rupture $K = 120^k$, et qui a l'avantage de n'être pas trop cassant, tout en offrant une très grande résistance (1). Pour ce fil, on peut, à la rigueur, prendre $S = 20^k$ et aussi $s = 20^k$; la somme $S + s = 40^k$ correspond alors à un coefficient 3 de sécurité contre la rupture (2).

La valeur $s = 20^k$ exigerait qu'on eût $R = (10\,000 : 20)\,\delta = 500\,\delta$. Si l'on donne à R une valeur plus faible, la sécurité s'abaisse; elle s'élève, si on le prend plus grand (3). Au point de vue de la durée des

1883/84, p. 175); ces expériences ont porté sur cinq sortes d'aciers et ont donné les valeurs suivantes :

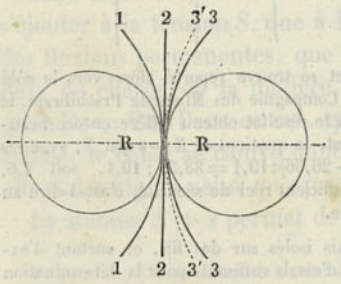
	MODULE DE CHARGE T	MODULE DE RUPTURE K	MODULE D'ÉLASTICITÉ E
	55 à 54	91 à 107	25800 à 25200
2.	49 à 51	94 à 105	22500 à 21800
3.	63 à 58	101 à 95	21600 à 22000
4.	44 à 46	76 à 66	22400 à 21600
5.	47 à 45	83 à 74	22900 à 21700

(1) Ces fils d'acier sont employés, en particulier, par Felten et Guilleaume, de Mülheim-s.-le-Rhin, et par *Stein* à Mulhouse.

(2) D'après les règlements du royaume de Prusse, on doit prendre, comme nous l'avons vu, $S = {}^1/_6\,K$ (ce qui donnerait ici 20^k) et $R = 37{,}5\,\delta$, d'où l'on déduit $s = 26^k\,{}^2/_3$; le coefficient de sécurité serait donc, d'après cela, $2\,{}^1/_2$ environ, comme précédemment. Aux mines de Przibram, on a utilisé, avec le plus grand succès, les valeurs $S = 16^k\,{}^1/_3$ avec $s = 19^k\,{}^1/_6$ et aussi $S = 16^k$ avec $s = 25^k\,{}^2/_3$, mais il est préférable de ne pas dépasser 19 à 20^k pour s, au point de vue de la conservation du câble (V. aussi § 269). — Dans les prescriptions relatives à la détermination de la grandeur des poulies et tambours, il conviendrait de faire figurer le rapport du rayon au diamètre du fil δ, au lieu du rapport au diamètre d, puisque le rapport $d:\delta$ présente de très grands écarts suivant le nombre des fils.

(3) Si $R:\delta$ a une valeur assez faible pour que la somme $S + s$ soit supérieure au module de charge, le câble éprouve une flexion permanente, laquelle ne saurait être considérée comme dangereuse. Dans la figure 822, le redressement de la courbure permanente 1.1 pourrait engendrer, sur le côté concave du fil, des tensions, qui, ajoutées à S, n'atteindraient pas encore la valeur du module de charge. Mais si, dépassant la position 2.2, on donne une courbure en sens contraire et qu'on amène, par exemple, le fil en 3.3, il pourrait se produire une nouvelle flexion permanente en 3′.3′, en sens contraire de la première, et ainsi de suite. Ces successions de flexions permanentes, si elles étaient trop fréquemment répétées, pourraient devenir dangereuses. Cette observation trouve sa confirmation dans les appareils d'extraction de mines, où la corde placée en dessous V_2L_2 (fig. 792 c) s'use plus rapidement que le câble supérieur W_1L_1 (Durées observées, aux mines de Pluto, puits Thiess : 15 mois ${}^1/_2$ contre 22 m. ${}^1/_3$, 18 mois contre 24, 17 m. ${}^2/_3$ contre 20, etc.).

Fig. 822.



IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

câbles, la galvanisation des fils a donné des résultats satisfaisants dans les mines.

Pour les cordages fixes de la marine, on utilise assez souvent le fil de fer recuit et galvanisé, avec $K = 40^k$; pour les cordages mobiles, on tend à recourir, de plus en plus, au fil d'acier, également galvanisé, avec $K = 120^k$.

Les aussières de remorquage sont fréquemment établies avec du fil de fer de fusion, dont le module de rupture reste compris entre 40 et 50^k.

Les câbles de transmission de force, pour charrues à vapeur, sont faits, de préférence, avec le fil d'acier le plus résistant, pour lequel $K = 180$. (V. au sujet des câbles de transmission le chap. XXI.)

Pour les câbles principaux des ponts suspendus, les fils ne sont pas tordus, mais simplement disposés parallèlement, les uns à côté des autres, et maintenus reliés ensemble, à des distances de 2/3 à $3/4^m$, par des espèces de ceintures, constituées par des fils de fer recuits (1).

§ 268.

Poids des câbles métalliques et de son influence.

Le câble en faisceaux, composé de i fils droits, de fer ou d'acier, pèse, abstraction faite des ceintures de liaison, $1000\,\pi/4\,i\delta^2.0^k,00000\,78^k$, par mètre de longueur. Dans les câbles tordus, les enroulements en hélices et les âmes en chanvre entraînent une augmentation de poids; pour le câble rond ordinaire, cette augmentation va de 1/8 à 1/4 et est, en moyenne, de 1/6. — Le poids par mètre courant G_0 d'un pareil câble varie donc de 0,0069 à 0,0077 $i\delta^2$ et est, en moyenne :

$$G_0 = 0{,}0091\,\frac{\pi}{4}\,i\delta^2 = 0{,}0072\,i\delta^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (247)$$

Cette expression est également applicable aux câbles plats ou à bandes; pour les câbles, proprement dits, la torsion des cordes ou écheveaux qui les composent augmente le poids de 1/8 à 1/4, ou, en moyenne, de 1/6.

(1) De très grands ponts en fils métalliques ont été construits récemment, dans l'Amérique du Nord, par l'ingénieur *Röbling*. Son pont sur le Niagara, pour une portée de 250^m, comporte 4 câbles principaux, formés chacun de 7 cordes en fils métalliques, disposés en faisceaux : nombre des fils $i = 3640$, diamètre de fil $\delta = 3^{mm},7$, diamètre de câble $d = 254^{mm}$. Le pont suspendu de Röbling entre New-York et Brooklyn, pour une arche principale de 474^m, comprend 4 câbles en faisceaux de fils d'acier (avec $K = 120$ et $E = 20\,000$). Le nombre des fils $i = 5700$, le diamètre d'un fil $\delta = 4^{mm},6$ et le diamètre du câble $d = 394^{mm}$.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Dans les câbles d'extraction pour puits d'une grande profondeur, G_0 exerce une influence sensible sur la charge de la section supérieure. Pour une longueur L (en mètres) d'un câble vertical, chargé à la partie inférieure d'un poids P, on a $P + LG_0 = S\pi/4\, i\delta^2$; d'où l'on déduit, pour les câbles ronds et les câbles à bandes ordinaires :

$$P = S\frac{\pi}{4} i\delta^2\left(1 - 0{,}0091\frac{L}{S}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (248)$$

1er Exemple. *Profondeur de puits* $L = 500^m$, *charge* $P = 2000^k$. *Pour un câble en fils d'acier (avec* $K = 120^k$ *et* $S = 20^k$*), en supposant* $i = 36$, *on a :* $\delta^2 = (4:\pi)\ 2000:[20.36(1 - 0{,}2275)] = 4{,}603$, *d'où* $\delta = 2^{mm},14$. — *Pour* $L = 0$, *on aurait* $\delta^2 = 3{,}54$ *et* $\delta = 1^{mm},88$.

De l'expression précédente, il est facile de déduire la longueur L_c, que devrait avoir un câble, suspendu verticalement, pour que son poids propre déterminât, dans la section supérieure, la tension S; on a :

$$L_c = 110S \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (249)$$

L_c est ce qu'on appelle la *longueur de charge* pour la tension S. Si la profondeur d'un puits atteint cette longueur et si le câble ne doit pas être soumis à une tension supérieure à S, il convient de ne plus y suspendre aucune charge. Pour $S = K$, le câble se romprait sous son propre poids.

La *longueur de rupture* étant désignée par L_r on a :

$$L_r = 110K. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (250)$$

2e Exemple. *Pour les câbles ronds d'une section constante, la longueur de rupture atteint les valeurs suivantes :*

$K =$	40	56	60	100	120	150	180
$L_r =$	4400	6160	6600	11000	13200	16500	19800

Pour les puits d'une grande profondeur, on a trouvé avantageux de donner aux câbles d'extraction la forme de solides d'égale résistance, de manière à rendre illimitées les longueurs de charge et de rupture. La formule applicable à ce cas a été donnée précédemment (§ 4, p. 6). La diminution de la section peut être réalisée par deux procédés différents, consistant à réduire progressivement, soit le nombre i des fils, en laissant le diamètre δ constant, soit le diamètre δ, en conservant i constant. En supposant qu'au bout du câble le diamètre soit réduit à δ_0, ou le nombre des fils à i_0, on doit prendre, à la distance x, comptée à partir du bas :

$$log.\frac{i}{i_0} \text{ ou } log.\frac{\delta^2}{\delta_0^2} = 0{,}4342945\,\gamma\frac{x}{S},$$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

γ' étant le coefficient du poids, que nous avons trouvé égal à 0,0091, pour les câbles ronds et les câbles plats; on aura donc pour ces deux espèces de câbles :

$$log.\frac{i}{i_0} \text{ ou } log.\frac{\delta^2}{\delta_0{}^2} = 0{,}0039494\frac{x}{S}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (251)$$

3e Exemple. *En prenant la tension d'allongement égale à* 20^k, *on a :*

pour $x =$	200	400	600	800	1000	1200
$x:S =$	10	20	30	40	50	60
$i:i_0 =$	1,0094	1,199	1,314	1,439	1,576	1,726
$\delta:\delta_0 =$	1,0047	1,045	1,146	1,199	1,255	1,314

valeurs qu'il est facile de réaliser avec une certaine approximation (1).

Pour compenser l'influence du poids du câble, dans la période d'ascension, on a eu souvent recours, comme nous l'avons déjà signalé (p. 705), à l'addition d'un sous-câble; dans certaines mines de Prusse, ce dernier est déterminé de manière à équilibrer les 2/3 de la charge du câble de suspension. En l'absence de sous-câble, la compensation peut s'obtenir au moyen de tambours coniques (V. fig. 787), qui sont d'un usage assez répandu dans les mines d'anthracite des États-Unis. — Le câble plat, par son enroulement en spirale, fournit déjà une compensation partielle, qui peut être rendue complète par un choix convenable du rayon du tambour à vide (2). Le câble plat, qui est

(1) Aux mines de Przibram, la réduction de section a été réalisée d'une manière parfaite. Au puits Adalbert, par exemple, où $R = 1900^{mm}$, $P = 1750^k$ (dont 1000 de charge utile) et où le câble est formé de 7 morceaux à 6 torons enroulés et de 8 âmes en chanvre, on a obtenu les résultats suivants :

PROFONDEUR DE PUITS x	DIAMÈTRES DES FILS δ	POIDS PAR MÈTRE G_0	TENSION D'ALLONGEMENT S	TENSION DE FLEXION s	SOMME $S+s$
1200	2,65	2,27	16,52	19,17	35,49
1000	2,50	2,02	16,14	18,08	34,22
800	2,35	1,78	16,05	17,00	33,05
600	2,20	1,50	16,08	15,92	32,00
400	2,05	1,36	16,27	14,85	31,10
200	1,90	1,17	16,66	13,75	30,41

La confection du câble (en fils d'acier, $K = 120$) commence par l'extrémité dont le diamètre est le plus faible. On exécute 200^m de câble environ avec les fils les plus petits, puis, à partir de là, tous les 5 mètres, on coupe un fil et on le remplace par un autre du numéro immédiatement supérieur. Le renforcement du câble se fait ainsi d'une manière très uniforme. La vitesse moyenne du câble en marche est de 8^m et elle atteint, au maximum, 14^m. Chaque câble effectue, en chiffre rond, 100000 ascensions par an, et sa durée est de 3 à 4 ans, ce qui correspond à une extraction de 3 à 400000 tonnes de matières, chiffre qui doit être considéré comme assez élevé, eu égard à la grande profondeur de puits. La sécurité est réduite au minimum, quand la benne est au point le plus bas; elle est alors de 120:35,49, ou 3,38. Au puits Maria, voisin du précédent, pour réaliser les avantages incontestables d'une grande valeur de R, on s'est décidé à remplacer les poulies et les tambours de 2850^{mm} de diamètre par d'autres de 3800^{mm}.

(2) Le calcul d'une compensation exacte, pour un câble métallique plat, a été donné par *Dwelshauvers-Dery*, dans la *Revue universelle* de DE CUYPER, 1874, vol. 36, p. 1.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

d'un emploi très répandu en Belgique, est très peu utilisé en France. Après avoir joui d'une certaine faveur en Allemagne, il tend, de plus en plus, à céder la place au câble rond ; il en est de même en Angleterre et aux États-Unis.

Les câbles, destinés à servir de conducteurs de paratonnerres, doivent être entièrement en fils de cuivre, tandis que les câbles pour télégraphe sont simplement une âme en cuivre, avec une enveloppe de protection.

§ 269.

Raideur des cordes et des câbles.

La résistance due à la raideur des câbles intervient dans le guidage, aussi bien que dans l'enroulement et l'entraînement. Comme mesure de cette résistance, il est d'usage de prendre la force qu'il est nécessaire d'appliquer à un câble (qui embrasse la moitié d'un tambour très mobile et dont les deux brins supportent une charge Q), pour que ce câble arrive à s'enrouler d'un côté et à se dérouler de l'autre. On suppose que le câble, au point d'enroulement, ne s'applique pas complètement sur le tambour, c'est-à-dire que sa courbure en ce point n'est pas exactement celle qui correspond au rayon de ce tambour, et que, d'un autre côté, au point de déroulement, il ne prend pas une forme rectiligne, de telle sorte qu'il existe une différence entre les longueurs des bras de leviers des deux brins. D'après *Eytelwein*, pour une corde en chanvre, de diamètre d, la raideur Σ a pour expression :

$$\Sigma = \sigma \frac{d^2}{R} Q \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (252)$$

où, pour R et d exprimés en millimètres, $\sigma = 0{,}0186$. *Coulomb* a proposé une autre expression assez incommode $\Sigma = C_1 d^{1,7} : R + C_2 Q$. *Weisbach*, à la suite d'un nombre très limité d'expériences, a trouvé pour les câbles métalliques :

$$\Sigma = 0{,}49 + 2{,}58 \frac{Q}{R} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (253)$$

1er Exemple. *Pour une corde en chanvre, de* 25^{mm} *de diamètre et une charge de* 400^{k} *sur une poulie, de* 100^{mm} *de rayon, on a, d'après Eytelwein,* $\Sigma = 0{,}0186.625.400 : 100 = 46^{k},5$, *ce qui semble bien élevé. La formule de Coulomb donnerait* $50^{k},2$ *seulement.*

3e Exemple. *Un câble métallique de* 36 *fils, de* 1^{mm} *de diamètre, est enroulé sur une poulie de* 1120^{mm} *de diamètre et la charge est de* 250^{k}. *D'après la formule de Weisbach, on aurait :* $\Sigma = 0{,}49 + 2{,}38.250 : 560 = 1^{k},55$.

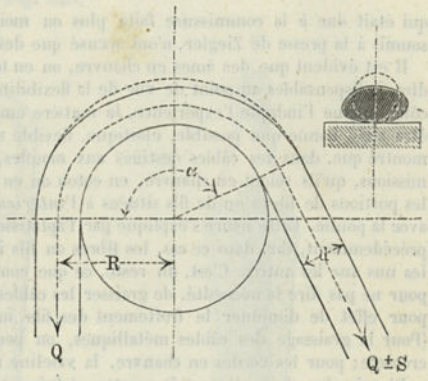
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

L'utilité des deux formules ne va pas loin. De nouvelles expériences seraient très désirables (1). La formule (253) montre cependant que, dans certaines circonstances, il y a avantage, avec les câbles métal-

(1) Le mode de conception de la raideur, tel qu'il est présenté dans le texte, ne saurait plus aujourd'hui être considéré comme satisfaisant, puisqu'il ne permet pas de se rendre compte du genre de travail mécanique que la raideur exerce sur le câble. D'un autre côté, dans toutes les expériences exécutées autrefois par *Amontons*, *Navier*, *Poncelet* et *Morin*, l'arc d'embrassement a toujours été supposé constant, tandis que, dans la pratique, on constate qu'il subit d'assez fortes variations et qu'il y a lieu d'admettre, suivant toute probabilité, que son influence sur le phénomène est très notable. Suivant moi, voici essentiellement ce qui doit se passer.

Dans un câble disposé autour d'une poulie R, ainsi que l'indique schématiquement la figure 823, l'effet produit ne se réduit pas, comme on pourrait le croire, à une compression des fibres ou des fils, sur le côté concave de la courbure du câble, et à un allongement, sur le côté convexe; en réalité, l'action de la charge Q détermine un allongement de tous les torons, sans exception, puisque ceux-ci, en raison du mouvement hélicoïdal de leurs âmes, transmettent, sur toute leur étendue, la traction qu'ils reçoivent. Pour ce motif, la portion de câble courbée peut ne pas conserver la section circulaire, de diamètre d, qu'elle avait à l'origine, et éprouver des modifications de forme telles que la quantité de matière contenue dans la partie de câble courbée reste égale à celle de cette même partie, supposée étendue en ligne droite. Les changements de section peuvent être de deux sortes : 1° des compressions; 2° un aplatissement de la section, là où la compression se trouve poussée jusqu'à une certaine limite.

Fig. 823



Dans la pratique des transmissions par câbles, il est deux changements de formes qu'on peut observer facilement. En premier lieu, des câbles qui doivent être flexibles sont tressés lâches, de telle sorte que, à leur passage sur les poulies, ils sont également compressibles. La charge a pour conséquence de déterminer un resserrement du câble, même lorsqu'il est étendu, puisque les forces de traction résultant des torsions en hélices ont pour effet de presser les torons contre l'axe du câble; c'est pour ce motif qu'un câble fortement chargé est ce qu'on appelle dur. La compression devient surtout très prononcée sur les poulies et détermine des changements de forme, non pas simplement élastiques, mais encore permanents, qui se traduisent nettement par l'amincissement des câbles en service. [Dans la transmission par câble d'Oberursel, par exemple, *Leloutre* et *Zuber* ont pu constater, à différentes reprises, que le diamètre de 15^{mm} s'était abaissé à 14^{mm} et que la majeure partie de cette réduction devait être attribuée au rétrécissement permanent des âmes en chanvre; comme, dans ce câble, on avait $\delta = 1^{mm},75$, le diamètre de 14^{mm} se trouvait être exactement égal à 8 δ (v. form. 244)]. La réduction de diamètre a aussi nécessairement pour conséquence une extension du câble, qui a, du reste, été constatée partout. Afin de limiter cet allongement dans les câbles de transmissions, l'ingénieur *Ziegler* a eu l'idée de donner à ces câbles, avant leur mise en place, une compression artificielle, en leur faisant subir une extension de 0,71 à 2, 6 p. % (v. les résultats des expériences de cet Ingénieur sur le fonctionnement et l'entretien des transmissions par câbles métalliques, Winterthur, 1871). L'utilité de cette opération préliminaire semble contestable, d'après ce que nous venons de dire.

D'un autre côté, d'après les observations faites jusqu'ici, les âmes en fils métalliques n'ont pas donné de bons résultats pour les câbles mobiles, qui se trouvaient ainsi avoir une trop grande raideur; en d'autres termes, ils n'éprouvaient aucune compression, en dehors de celle

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

liques, à prendre, pour le rayon R de la poulie, une valeur supérieure à celle qu'exigerait la simple considération de la tension de flexion s, donnée par la formule (246) (v. aussi le chap. XXI).

§ 270.

Assemblages de câbles. Tampons de câbles.

Dans les cordes en chanvre, comme dans les câbles métalliques, les jonctions s'effectuent le plus souvent, et surtout lorsque le câble doit rester lisse, au moyen d'une *épissure*. Il existe deux genres de ce

qui était due à la commissure faite plus ou moins lâche (des câbles à âmes métalliques, soumis à la presse de Ziegler, n'ont accusé que des extensions de 0,22 à 1,2 p. %).

Il est évident que des âmes en chanvre, ou en toute autre matière souple, sont, pour ainsi dire, indispensables au point de vue de la flexibilité des câbles métalliques et que, d'un autre côté, comme l'indique l'expérience, la matière employée pour la confection de ces âmes doit être aussi bonne que possible, élastique, flexible et durable. L'expérience a également démontré que, dans les câbles destinés aux mouffles, aux appareils d'extraction et aux transmissions, qu'ils soient en chanvre, en coton ou en fils métalliques, l'*usure* se montre dans les portions de fibres ou de fils situées à l'*intérieur*, bien qu'elles ne soient pas en contact avec la poulie. Cette usure s'explique par l'aplatissement de la section, que nous avons signalé précédemment, car, dans ce cas, les fibres ou fils intérieurs doivent glisser transversalement les uns sur les autres. C'est, du reste, ce que confirme l'utilité, universellement reconnue, pour ne pas dire la nécessité, de graisser les câbles métalliques, opération qui a évidemment pour effet de diminuer le frottement des fils intérieurs dans leur glissement transversal. (Pour le graissage des câbles métalliques, on peut employer une graisse, non acide, à la créosote; pour les cordes en chanvre, la vaseline réussit très bien.)

D'après des observations très exactes et fréquemment répétées, faites par Ziegler sur les transmissions à câbles métalliques, l'âme en fil de fer se trouve parfois poussée latéralement en dehors de l'axe, ce qui est une conséquence bien évidente de la compression et, en particulier, de l'aplatissement du câble, dans son passage sur la poulie. Rieter et Cie ont fait sur des câbles en coton, employés comme organes de transmission dans des filatures, cette observation (confirmée par d'autres ingénieurs) que « les câbles s'usent toujours intérieurement, par suite du frottement des torons les uns sur les autres, et qu'un câble à torsion serrée devient inutilisable dans un temps plus court qu'un câble à torsion lâche, du même nombre de fils, bien que la résistance de ce dernier soit, en réalité, plus faible ».

Eu égard à ces diverses circonstances, il n'est pas douteux que toutes les expériences faites jusqu'ici sur la raideur doivent être considérées comme tout à fait insuffisantes. Il est maintenant bien évident que l'arc d'embrassement doit avoir une grande influence, comme l'indique, du reste, la pratique. Il résulte également de ce qui précède que, dans les chemins à rampes, on ne doit pas hésiter, pour des déviations angulaires très faibles, à employer de très petites poulies-guides, tandis que, pour des déviations importantes, il convient de s'en garder avec le plus grand soin. Avec un arc d'embrassement faible, la compressibilité du câble peut, en effet, être suffisante pour permettre le changement de forme nécessaire sur la portion de câble courbée. Pour une certaine grandeur de α, laquelle est encore à déterminer, l'aplatissement peut commencer, puis atteindre un maximum pour une autre valeur de cet angle, à partir de laquelle la raideur pourrait devenir indépendante de α. Parmi les recherches à entreprendre, pour élucider ces différents points, les plus importantes de beaucoup sont celles qui se rapportent aux câbles métalliques. En terminant, il convient de faire remarquer que l'expression de Σ devra contenir deux fonctions de α, l'une relative à la compression, l'autre à l'aplatissement. La première, pour les câbles préalablement comprimés et pour les câbles vieux, peut n'avoir qu'une importance assez faible et même être de nature à disparaître graduellement; l'autre devra tenir compte de divers éléments et, entre autres, de l'état de graissage, c'est-à-dire du coefficient de frottement.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

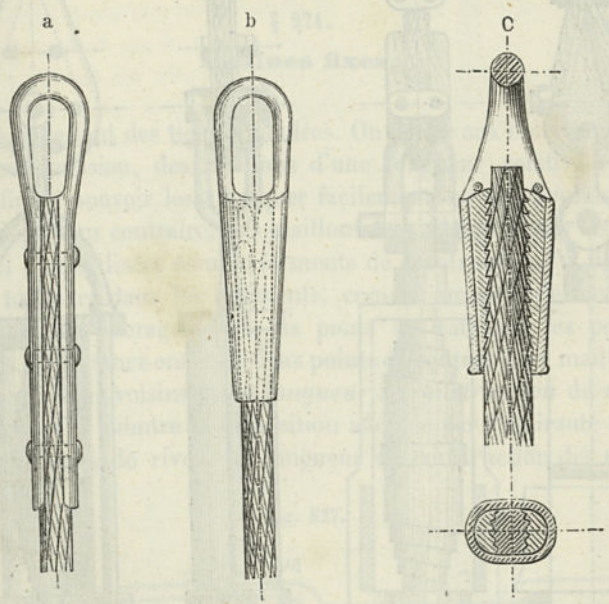
mode d'attache : l'épissure courte, ou allemande, l'épissure allongée, dite espagnole; c'est cette dernière qu'on emploie, de préférence, aujourd'hui pour les câbles métalliques. S'il s'agit d'un câble à six

Fig. 824.

1	2	3	*M*	4	5	6
6′	5′	4′		3′	2′	1′

torons, par exemple, pour lequel l'épissure doit avoir la longueur 1.6 (fig. 824), trois des torons de gauche 1, 2 et 3 sont déroulés et coupés, à partir de *M*, sur la longeur *M*.1, et on enroule, à leur place, les

Fig. 825.



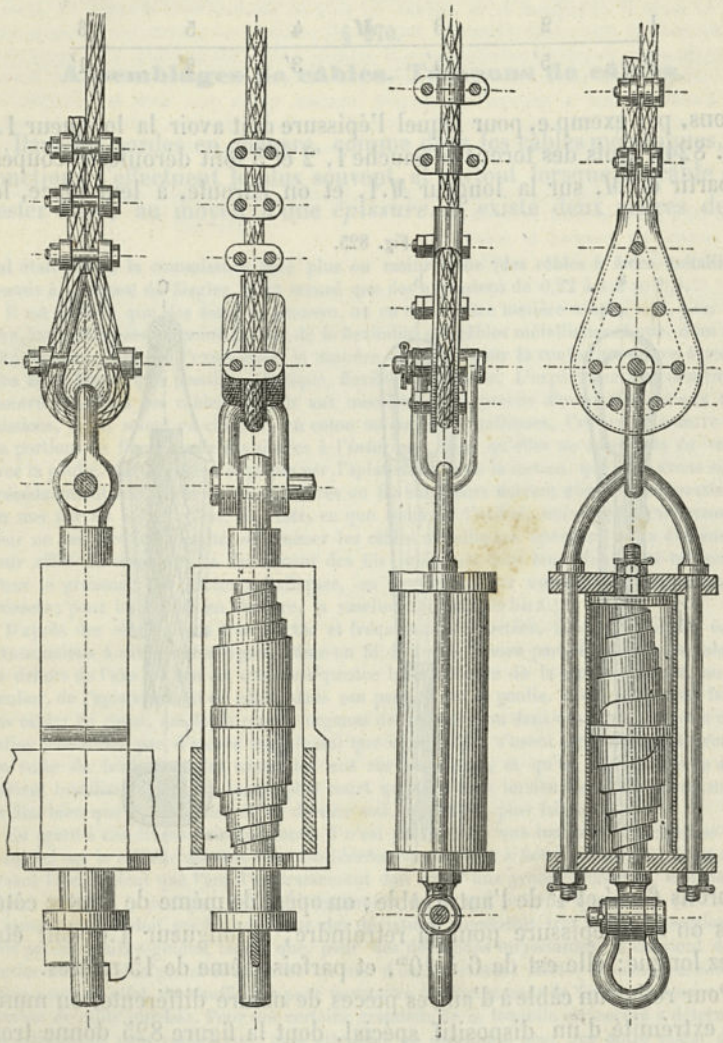
3 torons 6′, 5′ et 4′ de l'autre câble; on opère de même de l'autre côté; puis on bat l'épissure pour la retreindre; la longueur 1.6 doit être assez longue; elle est de 6 à 10^{m}, et parfois même de 15 mètres.

Pour relier un câble à d'autres pièces de nature différente, on munit son extrémité d'un dispositif spécial, dont la figure 825 donne trois des principaux types en usage. *a* est l'attache, dite à col de cygne, reliée au câble par une série de rivets transversaux, qui passent à travers les fils; *b* est une boîte conique, dans laquelle on introduit l'extrémité du câble, dont les fils sont ensuite repliés sur une certaine longueur et noyés dans du zinc fondu; *c* est une disposition plus

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

récente, imaginée par *Kortüm*, dans laquelle deux clavettes dentelées viennent pincer le câble et le maintenir; les clavettes, une fois en place, sont retenues par des goupilles. De nombreuses expériences

a. Fig. 826. b



ont démontré que ce mode de fixation présente le même degré de résistance que les autres parties du câble.

La figure 826 *a* est une attache de câble, avec tampon à ressort, en usage à la mine Zentrum, à Eschweiler, et qui est due à l'ingénieur

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Osterkamp. Le coulant en fer, qui forme la garniture intérieure du nœud du câble, est rempli par un bloc de bois.

La figure 826 *b* représente l'attache à friction, avec tampon suspendu, que construisent *Felten* et *Guilleaume*. Le tampon est un organe distinct, qui n'est pas, comme dans la disposition précédente, disposé à la partie supérieure de la benne d'extraction et dont l'emploi entraîne, par conséquent, une augmentation assez sensible de la longueur de construction de l'ensemble. Dans le tampon d'Osterkamp, la course du ressort conique est limitée par la bride de la douille de la clavette, et c'est un avantage assez sérieux, au point de vue de la conservation de ce ressort.

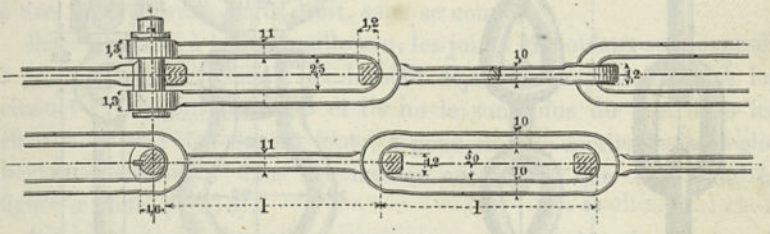
§ 271.

Chaînes fixes.

Les chaînes sont des tiges articulées. On donne aux chaînes mobiles, ou de transmission, des maillons d'une longueur relativement très faible, afin de pouvoir les appliquer facilement sur des poulies, tandis qu'on adopte, au contraire, des maillons très allongés pour les chaînes fixes, qui sont utilisées comme éléments de construction (V. fig. 261), comme tendeurs dans les bâtiments, comme amarres de navires, de lavoirs, comme ancrages dans les ponts de bateaux, les ponts volants, etc. La distance entre les deux points de contact d'un maillon avec les deux maillons voisins est la *longueur de construction* du maillon.

La figure 827 montre la disposition adoptée par l'amirauté anglaise pour les chaînes de rives. La longueur de construction des maillons

Fig. 827.

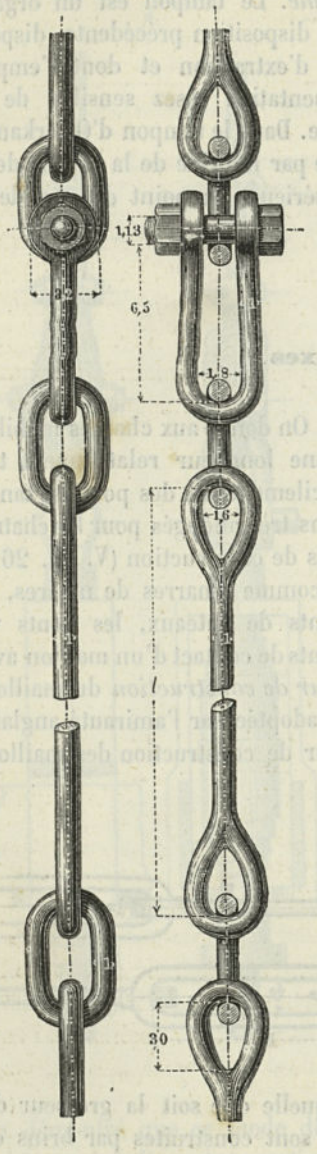


est toujours de $^1/_2$ brasse ou 914^{mm}, quelle que soit la grosseur du fer dont ils sont formés. Les chaînes sont construites par brins de 20 maillons, c'est-à-dire d'une longueur de 10 brasses. Comme pièce de jonction de deux brins, on emploie un maillon spécial, affectant la forme d'une fourchette, fermée par un boulon ; cette pièce, représentée

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

sur la gauche de la figure, se nomme *manille*. Les boulons des manilles, ainsi que leurs goupilles, sont en acier et étamés.

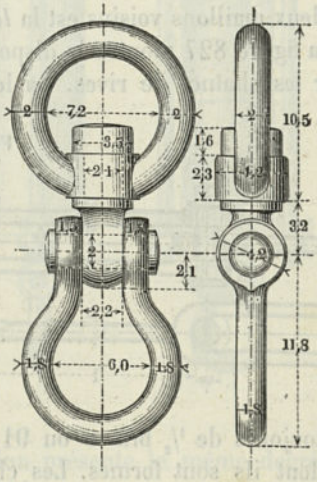
Fig 828.



La figure 828 représente une autre disposition de chaîne avec maillons à longues tiges. Entre deux des maillons, dont la longueur de construction est $1^{m},50$, on intercale un petit chaînon ovale, destiné à rendre la chaîne plus mobile. La manille est fermée par un boulon ordinaire très solide.

Pour donner aux chaînes précédentes une certaine mobilité, *on* les munit d'un anneau tournant, qu'on appelle un *émérillon*. La figure 829 représente un émérillon de grandes dimensions pour les chaînes de la figure 827 ; le boulon de cet organe porte une manille à grande ouverture, permettant l'attache de deux chaînes ; l'anneau lui-même peut en recevoir trois.

Fig. 829.



L'unité pour les membres proportionnels est le diamètre du fer des maillons composant la chaîne de la figure 827.

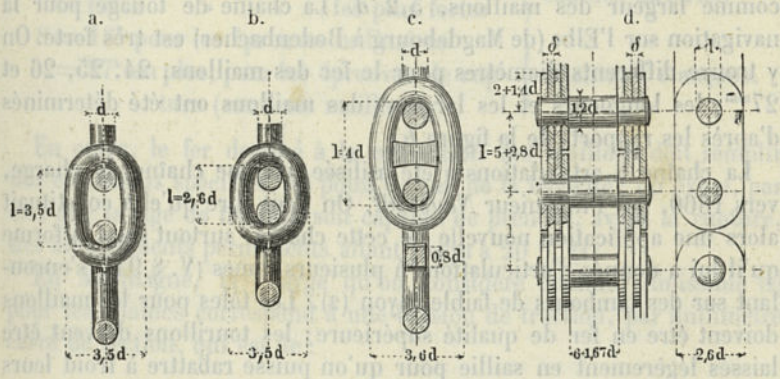
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 272.

Chaînes mobiles.

La figure 830 représente les chaînes mobiles les plus importantes pour la construction des machines ; *a* est la chaîne à maillons larges, *b* la chaîne à maillons étroits, *c* la chaîne à étançons, et *d* la chaîne articulée, appelée aussi chaîne de Galle. Au point de vue constructif, cette dernière chaîne est la plus compliquée, mais elle est, par contre, la plus simple au point de vue de la mobilité des maillons, puisqu'elle

Fig. 830.



se compose d'articulations à tourillons parallèles, qui se succèdent à des distances égales. Les trois autres chaînes ont des articulations d'ordre supérieur, qui ne sont autre chose que des joints globoïdaux (§ 224, p. 578) ; chacun d'eux remplace deux articulations à tourillons, à axes se croisant à angle droit, sans se couper.

Dans la chaîne à larges maillons *a*, les joints globoïdaux sont exposés à se déranger facilement ; ils le sont déjà beaucoup moins dans les chaînes à maillons étroits *b* et ils ne le sont plus du tout dans les chaînes *c*, où l'étançon (en fonte) a pour effet de mettre le joint globoïdal sensiblement dans les mêmes conditions que celles de la figure *a* (Note, p. 578).

Les rapports de dimensions, qui se rencontrent dans les chaînes à maillons, ne sont pas complètement invariables. Ceux que donnent les figures *b* et *c* sont ceux qui ont été adoptés par l'amirauté allemande. Pour les chaînes ouvertes, comme pour les chaînes à étançons, l'amirauté anglaise a adopté respectivement 4 *d* et 3,6 *d* pour la longueur de construction et la largeur des maillons. En France, l'amirauté

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

exige, pour ces deux éléments, $3.25\,d$ et $3{,}4\,d$ dans le cas des chaînes ouvertes, et $3{,}85\,d$ et $3{,}75\,d$ pour les chaînes à étançons.

Pour les grues et autres appareils de levage, il est nécessaire de recourir à l'emploi de chaînes établies avec une grande perfection, qu'on désigne sous le nom de *chaînes calibrées*.

La fabrication des chaînes a pris un essor particulier, d'abord en France, puis en Allemagne, par suite de leur application à la navigation fluviale, pour laquelle on ne peut guère employer que des chaînes calibrées et parfaitement soudées (1). Les chaînes dont on fait usage sont ouvertes et à maillons étroits.

Au canal d'eau douce de Suez, la chaîne de touage, pour un diamètre $d = 17^{mm},5$, a, comme longueur de construction, $3\,d$ et, comme largeur des maillons, $3{,}2\,d$. La chaîne de touage pour la navigation sur l'Elbe (de Magdebourg à Bodenbacher) est très forte. On y trouve différents diamètres pour le fer des maillons, 24, 25, 26 et 27^{mm}; les longueurs et les largeurs des maillons ont été déterminés d'après les rapports de la figure *b*.

La chaîne à articulations a été utilisée, comme chaîne de charge, vers 1860, par l'ingénieur *Neustadt*. On peut dire qu'elle constituait alors une application nouvelle de cette chaîne, surtout sous la forme qu'il lui a donnée d'articulations à plusieurs lames (V. § 94), s'enroulant sur des tambours de faible rayon (2). Les tôles pour les maillons doivent être en fer de qualité supérieure; les tourillons doivent être laissés légèrement en saillie pour qu'on puisse rabattre à froid leurs extrémités. Précédemment, la chaîne articulée était déjà en usage dans un certain nombre d'appareils, comme, par ex., les bancs à étirer, et dans plusieurs métiers de filatures, où elle sert à porter des contrepoids.

§ 273.

Calcul des chaînes à maillons et à articulations.

Les chaînes à maillons provenant des bonnes fabriques offrent l'avantage d'avoir été complètement éprouvées, avant leur livraison. Tous les maillons sont soumis à des charges d'épreuve correspondant

(1) En France, les fabriques de Dorémieux à Saint-Amand et de Plinchon Havez, à Guérigny, fournissent d'excellentes chaînes de ce genre. On trouve également de beaux produits dans les usines de Hawkes Crawshay à Gateshead sur la Tyne (où l'on a introduit la nouvelle méthode française de fabrication). En Allemagne, l'usine de Bonne-Espérance, à Oberhausen, S-Ruhr, fournit aussi des chaînes bien calibrées.

(2) V. Grues et appareils de levage à chaîne Galle, par *C. Neustadt*, Paris, 1867, ainsi qu'une série d'articles dans la *Publication industrielle d'Armengaud*.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

à des tensions qui doivent rester au-dessous des limites d'élasticité ou, du moins, ne les dépasser que très peu. Quelques maillons isolés (trois le plus souvent) sont prélevés sur les livraisons de la forge, tous les quinze jours, et essayés jusqu'à la rupture.

Assez souvent la charge d'épreuve se détermine en admettant, comme valeur de la tension,

$S = 14^k$ par millim. carré pour les chaînes ouvertes,
$= 17^k$ » » » » à étançons,

(Pour ces dernières chaînes, on prend, en Angleterre, $S = 17^k,9$.)
L'Amirauté allemande admet :

$S = 12^k$ pour les épreuves dites d'élasticité
$= 13^k,5$ » » les plus fortes } chaînes ouvertes

$S = 18^k$ pour les épreuves ordinaires
$= 27^k$ ou plus, pour les épreuves de rupture (sur trois maillons). } chaînes à étançons.

En outre, le fer destiné à la confection des maillons doit remplir des conditions spéciales, au point de vue de la ténacité ; on exige, par ex., que la tige de fer brut soit capable de prendre, avant la rupture, des allongements permanents allant jusqu'à 20 % (1).

En Allemagne, la charge qu'on considère comme admissible (2) pour les chaînes correspond à une tension de traction, par millimètre carré de section, qui est de :

$6^k,56$ pour les chaînes ouvertes,
$9^k,54$ pour les chaînes à étançons

ce qui donne comme valeur de la charge admissible P

pour les chaînes ouvertes $P = 10\,d^2$
» » à étançons $P = 15\,d^2$ } . . . (254)

La chaîne à articulations est soumise au maximum d'effort au moment où elle vient s'engager sur son tambour denté (V. fig. 837). Ce dernier doit avoir au moins cinq dents en prise avec les boulons

(1) A l'usine de Guérigny, l'allongement permanent doit être :

Pour des tiges de	40 à 21	mm	de	diamètre	18 p. %
—	20 à 12	—	—		16 —
—	10	—	—		14 —
—	8	—	—		12 —
—	6	—	—		10 —

(2) *Towne*, dans son « Treatise on cranes », Stamford (Connecticut), 1883, indique $6^k,3$ à 7^k comme tension admissible.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

de la chaîne. Si maintenant on admet, ce qui est assez plausible, que les pressions des dents croissent en progression arithmétique et qu'elles soient, par suite, proportionnelles aux nombres 1, 2, 3, 4 et 5, il en résulte que la charge supportée par le corps du dernier boulon est $^5/_{15}\ P$, ou $^1/_3\ P$; chacun des tourillons de ce boulon est donc soumis aussi à une charge égale à $^1/_3\ P$, en même temps qu'il est tiré, en sens contraire, par un effort $^1/_2\ P$. Si l'on considère comme admissible, pour le boulon, un maximum de tension de $12^k,25$ et si l'on fait à peu près de même pour les autres parties (Neustadt admettait 16^k), les dimensions des divers éléments, pour une charge donnée P, se trouvent exprimées par les formules suivantes :

$$\left.\begin{aligned} \delta &= \frac{0.4}{i+1}\sqrt{P} \\ d &= 0{,}25\,\frac{i+2}{i+1}\sqrt{P} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (255)$$

ou

$$\frac{d}{\delta} = 0{,}58\,(i+2)$$

d est le diamètre des tourillons, δ l'épaisseur des lames de tôle formant les maillons et i leur nombre ; comme i doit être un nombre entier et pair, on doit prendre le nombre pair qui se rapproche le plus de la valeur fournie par l'expression :

$$i = {}^1/_3\sqrt[3]{P} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (256)$$

La table ci-après donne une série de valeurs calculées par ces formules. La tôle employée pour la confection des lames doit être de première qualité et présenter spécialement une très grande ténacité. Dans les épreuves, poussées jusqu'à la rupture, les chaînes de Neustadt indiquaient comme résultat quatre à cinq fois la charge admissible.

1er Exemple. *Une chaîne à maillons ouverts, dont le fer a un diamètre de* 25^{mm}, *peut, d'après la formule* (254), *supporter une charge de* $10.25^2 = 6250^k$; *une chaîne à étançons, avec le même diamètre de fer, pourrait être chargée à* $15.25^2 = 9375^k$.

2e Exemple. *Soit à construire une chaîne articulée pour* $P = 10\,000^k$. *La formule* (256) *donne* $i = {}^1/_3\sqrt[3]{10\,000} = 7{,}16$; *nous prendrons* $i = 8$ *et nous aurons alors :* $\delta = 0{,}4\sqrt{10\,000} : (8+1) = 40 : 9 = 4^{mm},5$ *et* $d = 4{,}5.0{,}58\,(8+2) = 26^{mm},1$, *soit* 26^{mm}; *la longueur de construction* $l = 5 + 2{,}8.26 = 78^{mm}$; *la largeur des lames* $b = 2{,}6.26 = 68^{mm}$; *la longueur du corps d'un boulon* $= 6 + 1{,}67.26 = 49{,}6$, *soit* 50^{mm}; *son diamètre* $= 1{,}2.26 = 32^{mm}$; *la hauteur du sommet des lames au-dessus du boulon* $= 2 + 0{,}9.26 = 26^{mm}$.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

TABLE RELATIVE AUX CHAÎNES ARTICULÉES.

CHARGE P	NOMBRE DES LAMES i	ÉPAISSEUR DES LAMES δ	LARGEUR DES LAMES b	DIAMÈTRE DES TOURILLONS d	LONGUEUR DE CONSTRUCTION l
250	2	2	13	5	20
500	2	3	18	7	25
750	4	2	18	7	25
1000	4	2,5	23,5	9	30
1500	4	3	27,5	10,5	35
2000	4	3,5	33	12,5	40
3000	6	3	36,5	14	45
4000	6	3,5	43	16,5	51
5000	6	4	50	19	58
7500	6	5	60	23	70
10000	8	4,5	68	26	78
18000	8	5,5	83	32	95
20000	10	5	86	33	98
25000	10	6	109	42	125
30000	10	6,5	120	46	139

§ 274.

Longueur des fers et poids des chaînes.

La longueur B de la barre de fer, avec laquelle on peut imaginer construite une chaîne à maillons, de longueur L, est à L dans le même rapport que la longueur b d'un maillon, supposé développé, à la longueur de construction l de ce maillon. On trouve pour les chaînes a, b, c de la figure 830 :

	Chaîne à maillons larges.	*Chaîne à maillons étroits.*	*Chaîne à étançons.*	*Chaîne à étançons, compris l'étançon.*
$\frac{b}{d} =$	11,33	9,42	11,94	13,25
$\frac{b}{l} =$	2,52	2,69	2,39	2,65

Il est facile, d'après cela, de déduire les poids des chaînes de ceux des barres de fer rond (V. § 82, p. 210). Plus la longueur de construc-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

tion est grande, relativement au diamètre du fer, plus les chaînes sont avantageuses, au point de vue de la réduction de poids (1). (V. les chaînes du § 271.)

Les longueurs de charge et de rupture (V. § 268) se trouvent être, dans les chaînes, trop élevées pour être prises pratiquement en considération; il n'y a guère que pour les chaînes d'ancres qu'il y ait quelque peu lieu d'en tenir compte (V. le § suivant). En prenant le module de rupture K égal à 26 pour les chaînes ouvertes, à 27 pour les chaînes à étançons, et le module de charge égal respectivement à 14 et à 17, et, en remarquant qu'on a, d'une manière générale, $L_c = T : 500\gamma\, {}^{b}/_{l}$ et $L_r = K : 500\gamma\, {}^{b}/_{l}$, on obtient :

	Chaîne à maillons larges.	*Chaîne à maillons étroits.*	*Chaîne à étançons.*
$L_c =$	1424	1334	1665
$L_r =$	2644	2478	2612

§ 275.

Assemblages de chaînes.

La liaison de brins de chaînes, les uns avec les autres, ou avec d'autres organes de construction, se fait, soit au moyen de pièces forgées spécialement, *orillons*, *anneaux*, etc., soit au moyen de pièces de jonction, devenues usuelles, *manilles*, *émérillons* et *crochets*.

Une pièce en usage pour les chaînes d'ancres est le maillon double, ou géminé, que représente la figure 831. Il se fait en acier fondu et il est, en raison de sa forme ramassée, préférable à un anneau rond. La figure 832 *a* représente la manille ordinaire. La fourchette est en fer, mais le boulon et sa goupille de fixation sont en acier, et tous les deux sont étamés; la goupille a une longueur un peu plus faible que la douille de la manille, de telle sorte qu'elle laisse un vide à chaque extrémité et qu'on peut assurer sa position au moyen de deux petits tampons en plomb, chassés fortement. Le maillon qui s'assemble avec la manille doit avoir une longueur un peu supérieure à celle des autres maillons de la chaîne, afin de permettre l'introduction de la fourchette. La manille est la pièce auxiliaire essentielle pour la formation de longues chaînes, au moyen de brins de longueur limitée. D'après les prescriptions de l'amirauté allemande, une chaîne d'ancre

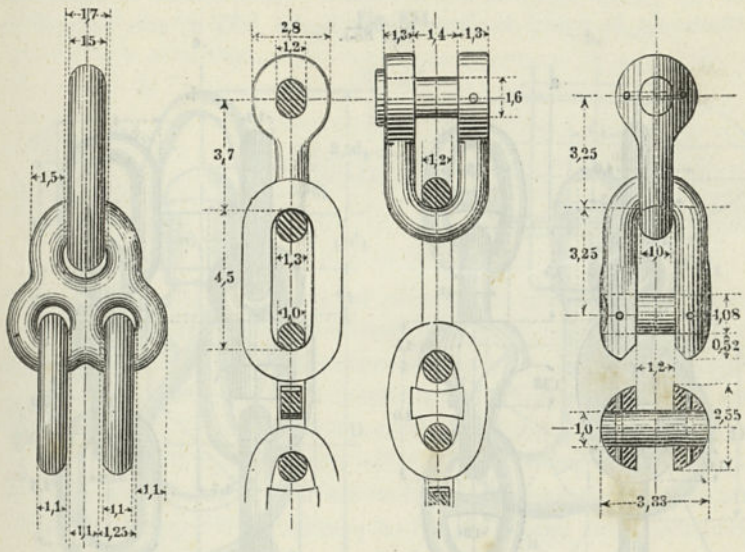
(1) C'est évidemment pour cette raison que, dans les derniers temps, les administrations des différentes marines ont porté, dans les chaînes à étançons, la longueur de construction à $4d$, au lieu de $3d$, longueur imposée antérieurement.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

(chaîne à étançons) doit être composée de sept brins, de 25 mètres (dans l'amirauté anglaise 22m,85), qui sont réunis par des manilles et dont deux, en outre, portent un émérillon ; une ancre de veille (seconde ancre) comporte deux de ces brins en plus, construits avec du fer dont le diamètre est plus fort de 3 millimètres.

Pour les chaînes utilisées dans la navigation, on emploie des manilles différentes, de formes plus arrondies et qui sont, en outre, toujours

Fig. 831. a Fig. 832. b.



au nombre de deux, l'une à la suite de l'autre, comme dans la figure 832 *b*, qui représente la liaison par manilles dans la chaîne de touage sur l'Elbe.

L'émérillon donne à la chaîne la possibilité de tourner autour de son axe longitudinal ; théoriquement c'est un tourillon d'appui, intercalé dans la tige à maillons. La figure 833 *a* donne la vue extérieure et la coupe de l'émérillon en usage dans la marine allemande ; la coupe indique la disposition du bouton, dont la tige est refoulée à son extrémité, après l'introduction du maillon inférieur. La figure 833 *b* donne les dimensions proportionnelles de l'émérillon de la marine anglaise.

Les figures 834 *a* et *b* représentent deux crochets, l'un simple, l'autre double, destinés à la suspension de charges à élever. La construction de ces organes exige d'autant plus d'attention qu'on est exposé à d'assez graves erreurs, lorsqu'on veut évaluer, au sentiment, les charges qu'on peut leur faire supporter. Avec les crochets, on

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

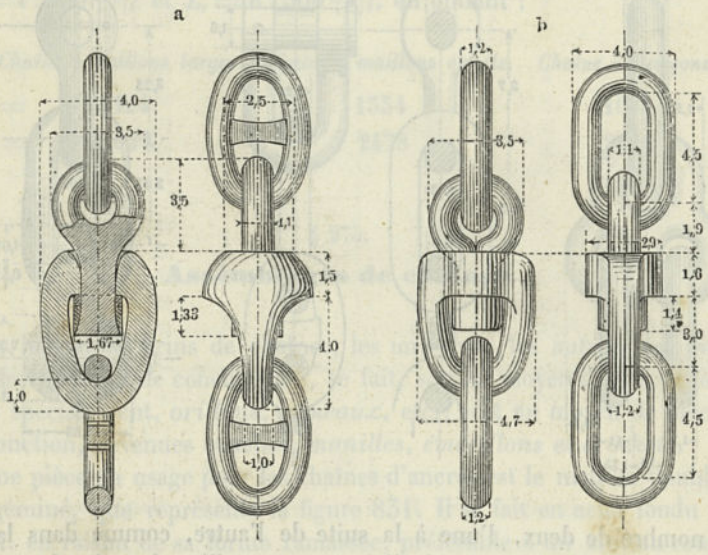
se trouve dans un cas de résistance composée et on est conduit à leur donner des dimensions relativement très considérables.

Le diamètre d_1 de la gorge du crochet peut se calculer par la formule (70), de telle sorte qu'on obtient pour une charge P :

$$d_1 = 0{,}7\sqrt{P} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (257)$$

Cette formule correspond à l'hypothèse d'un effort de traction de $2^k{,}5$, mais il ne faut pas perdre de vue que si la charge agit oblique-

Fig. 855.



ment, cet effort peut s'élever à une valeur quintuple (§ 18). Les autres dimensions peuvent, d'après les formules I (p. 48 et 49), être rapportées au diamètre d_1. Si l'on désigne par w le diamètre intérieur du crochet, par h la plus grande des dimensions transversales du corps, l'autre dimension étant prise égale à $^2/_3\,h$, on a, en admettant 9^k pour la tension dans le creux du crochet :

$$\frac{h}{d_1} = 1{,}30\sqrt{\frac{w}{h} + 5/4} \text{ ou } \frac{h}{\sqrt{P}} = 0{,}87\sqrt{\frac{w}{h} + 5/4}. \quad . \quad (258)$$

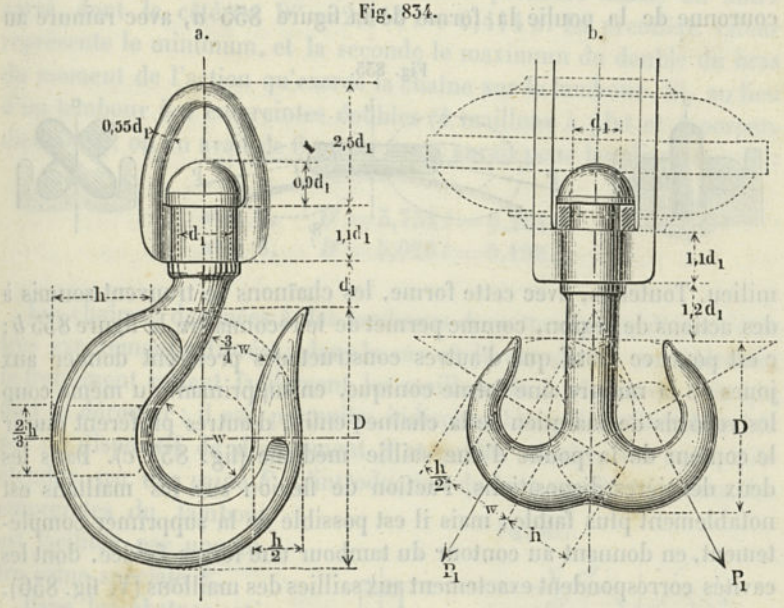
Dans la section diamétralement opposée à celle qui a pour hauteur h, la dimension correspondante est $^h/_2$ et, par suite, le cercle qui détermine le profil extérieur du crochet a pour diamètre $D = w + 1{,}5\,h$. Ces relations fournissent la série des valeurs suivantes :

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

$w : h =$	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5
$h : d_1 =$	1,77	1,82	1,86	1,91	1,95	1,99	2,03	2,08	2,12	2,16
$h : \sqrt{P} =$	1,19	1,22	1,25	1,28	1,31	1,33	1,36	1,39	1,41	1,44
$w : d_1 =$	1,06	1,27	1,49	1,72	1,95	2,19	2,44	2,70	3,07	3,24
$D : d_1 =$	3,72	4,00	4,28	4,59	4,88	5,18	5,48	5,82	6,15	6,48

Le plus ordinairement on prend le rapport $w : h = 1$. Dans les grues de quais, pour surmonter les résistances accessoires dans le

Fig. 834.



mouvement de descente du crochet, on a souvent l'habitude de disposer directement sur lui un poids assez lourd, comme on l'a indiqué dans la figure du crochet double. Dans ce dernier agit sur chaque corne une composante P_1 de la charge totale P ; on détermine la valeur d'_1 pour cette composante P_1, et c'est à cette nouvelle unité d'_1 qu'on rapporte les dimensions w, h et D.

Exemple. *Charge d'un crochet à tracer* 2000^k. *La formule* (257) *donne, pour le diamètre de la gorge,* $d_1 = 0,7\sqrt{2000} = 31,29$, *soit* 31^{mm}. *Si, en supposant le crochet simple, nous prenons* $w = h$, *il viendra* $h = 1,95.31 = 60^{mm}$, $D = 60 + 1,5.60 = 150^{mm}$. *Pour un crochet double, en supposant que l'angle des composantes soit de* 60°, *on aurait* $P_1 = 0,5P : \cos 30^o = 1000 : 0,886 = 1155^k$, *et, par suite,* $d'_1 = 0,7\sqrt{1155} = 25,8$, *soit* 24^{mm}. *Si on prend* $w : h = 0,9$, *on aura* $h = 1,91.24 = 45,84$ *ou* 46^{mm}, $w = 1,72.24 = 41^{mm}$ *et* $D = 41 + 1,5.26 = 110^{mm}$. *Pour la partie supérieure, on aurait, comme précédemment,* $d_1 = 31^{mm}$ *et, par suite, la longueur de la gorge* $= 1,2\,d_1 = 37^{mm}$, *etc.*

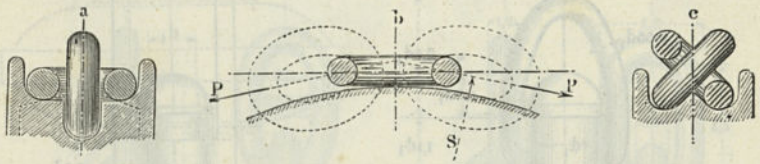
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 276.

Tambours et poulies de chaînes.

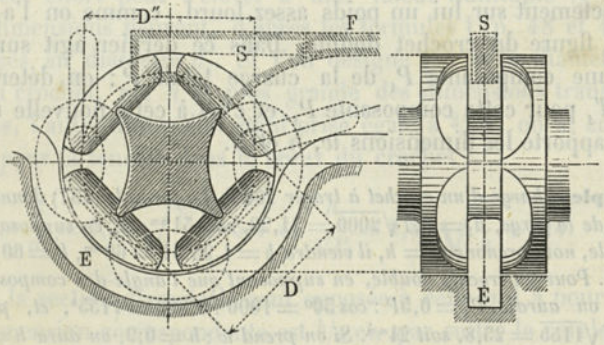
Pour les poulies et les tambours, destinés aux chaînes à maillons, le rayon R, supposé mesuré jusqu'à l'axe de la chaîne, doit, dans les cas ordinaires, être compris entre 10 d et 12 d. Afin d'assurer à la chaîne un logement convenable, certains constructeurs donnent à la couronne de la poulie la forme de la figure 835 a, avec rainure au

Fig. 835.



milieu. Toutefois, avec cette forme, les chaînons se trouvent soumis à des actions de flexion, comme permet de le reconnaître la figure 835 b; c'est pour ce motif que d'autres constructeurs préfèrent donner aux joues de la rainure une forme conique, en supprimant du même coup les rebords de maintien de la chaîne; enfin, d'autres préfèrent munir le contour de la poulie d'une saillie médiane (fig. 835 c). Dans les deux dernières dispositions, l'action de flexion sur les maillons est notablement plus faible; mais il est possible de la supprimer complètement, en donnant au contour du tambour une forme évidée, dont les cavités correspondent exactement aux saillies des maillons (V. fig. 836).

Fig. 836.



Ce procédé, qui fournit des poulies très convenables pour les moufles, permet, en outre, d'utiliser des tambours de très faibles dimensions

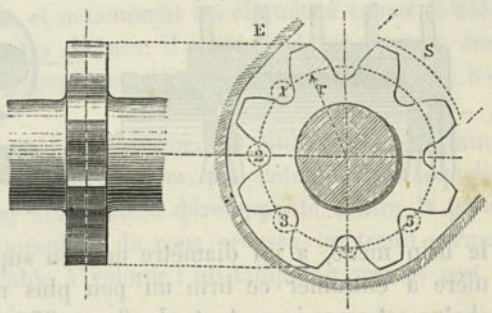
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

pour les treuils et d'obtenir, par suite, des treuils à chaînes exigeant très peu de place. Ces tambours, qu'on désigne le plus souvent sous le nom de poulies à *empreintes*, deviennent des *noix à chaînes*, lorsqu'ils ont de petites dimensions, comme dans le cas de la figure 836. Dans cette figure, où le nombre des empreintes est de 4, l'intersection des plans moyens des maillons, appliqués à plat, avec le plan normal au tambour, détermine un carré dont le côté $D' = l + d + 2(l - d)\sqrt{1/2}$ $= 2{,}414\,l - 0{,}414\,d$. L'intersection, avec le même plan, des plans moyens des maillons perpendiculaires aux premiers donne un autre carré, dont le côté est $D'' = 2{,}414\,l + 0{,}414\,d$. La première valeur représente le minimum, et la seconde le maximum du double du bras du moment de l'action qu'exerce la chaîne sur le tambour. Si, au lieu d'un tambour à 4 empreintes doubles (4 maillons à plat et 4 perpendiculaires), on en avait de 6 ou de 8, on aurait pour les diamètres D' :

avec 6, $D' = 3{,}732\,l - 0{,}264\,d$.
avec 8, $D' = 5{,}026\,l = 0{,}198\,d$.

Les chaînes, destinées à des tambours de cette espèce, doivent être très exactement calibrées ; dans le cas où la charge est considérable, le frottement retient facilement les maillons de la chaîne du brin qui doit se dérouler ; il est, par suite, indispensable qu'ils soient détachés par un dispositif de dégagement S et guidés ensuite, sur une petite étendue, par une gaine F. L'introduction du brin conducteur dans les empreintes du tambour est facilitée par une autre gaine spéciale E.

Fig. 837.



Dans les chaînes articulées, le tambour denté est d'une construction beaucoup plus simple (fig. 837) ; mais il est cependant nécessaire de conserver la gaine d'introduction E et le dispositif de dégagement S. Les profils des dents deviennent des arcs de cercles, décrits des centres des vides de ces mêmes dents. Pour un nombre de dents z, le rayon r du cercle primitif est :

$$r = \frac{l}{2 \sin \frac{180}{z}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (259)$$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

D où l'on tire pour :

$z =$	8	9	10	12	14	16	18	20
$\frac{r}{l} =$	1,5066	1,3619	1,618	1,932	2,247	2,563	2,879	3,196

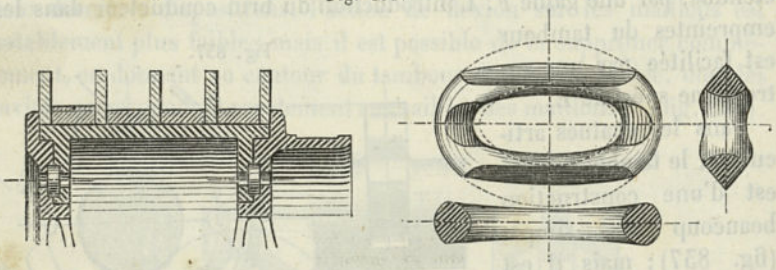
Le nombre 8 est le plus petit qu'on puisse adopter pour z. Neustadt prenait :

$z = 8$ pour $P = 250$ à 3000^k
$z = 9$ — $P = 3000$ à 20000^k
$z = 10$ — P au delà de 20000^k.

Les simples poulies guides, pour les chaînes articulées comme pour les chaînes à maillons, reçoivent de 16 à 30 dents.

Pour les treuils de toueurs sur chaînes, du genre ordinaire, on emploie des tambours d'entraînement lisses, à axes parallèles. Ces tambours ne sont pas rigoureusement en regard; ils sont déplacés, l'un par rapport à l'autre, dans le sens de la longueur, d'une quantité égale à une demi-rainure. La figure 838 *a* donne une coupe de la couronne d'un des tambours en usage dans les remorqueurs de la compagnie de navigation sur l'Elbe. Les rainures portent une garniture de fond en acier et sont séparées, les unes des autres, par des disques annulaires en fer. La dernière rainure, d'où s'échappe

a. Fig. 838. b.



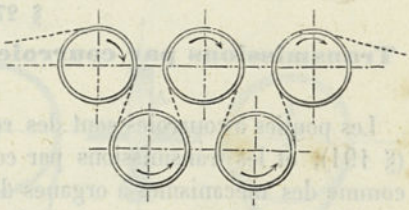
le brin mené, a un diamètre un peu supérieur aux autres, de manière à entraîner ce brin un peu plus rapidement. L'usure de la chaîne est assez importante. La figure 838 *b* représente un maillon de chaîne usé après un service trop prolongé. Il convient de ne pas perdre de vue que l'enroulement a pour effet de déterminer une torsion de la chaîne entraînée, et cette torsion comprend un nombre de demi-tours précisément égal au nombre des demi-enroulements que subit la chaîne. Cette torsion n'offrirait pas d'inconvénients sérieux, si, sur la chaîne, s'effectuaient constamment, et d'une manière régu-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

lière, des voyages aussi nombreux et aussi longs à la descente qu'à la remonte. Mais, en réalité, dans un touage en fonctionnement normal, le nombre des premiers est de beaucoup inférieur à celui des seconds. Il en résulte que la chaîne, avec le temps, se tord de plus en plus; les effets de torsion s'accumulent dans les haut-fonds (baissiers) des rivières, où la chaîne se trouve frotter fortement sur le fond.

Il devient, par suite, indispensable de relever, de temps à autre, la chaîne en ces points, et d'ouvrir les manilles d'assemblage des brins, afin de pouvoir les détordre. Si l'on voulait éviter la torsion, on pourrait recourir à une disposition analogue à celle qu'indique la figure 839, dans laquelle on suppose une série de tambours simples, disposés dans le même plan, les uns au-dessous des autres, et commandés par une série d'engrenages, de manière à ce que chacun d'eux tourne dans le sens indiqué par la flèche qui lui correspond.

Fig. 839.



§ 277.

Détentes des organes de traction.

Les organes de traction peuvent être arrêtés dans leurs mouvements par des cliquets de friction, et notamment les cliquets à cames (§ 248 et 249), tandis que, pour les chaînes, il convient de recourir à des cliquets à dents, qui s'engagent entre les maillons, comme entre les dents d'une crémaillère.

Les constructeurs Felten et Guilleaume, de Mülheim-sur-le-Rhin, utilisent, pour les câbles de remorqueurs, une détente, dans laquelle le câble se trouve serré par une came à développante contre la paroi intérieure d'un segment immobile de roue creuse; un treuil permet d'élever ou d'abaisser le câble à volonté; un tampon à ressort sert à amortir l'effet des chocs.

Des détentes à cliquets, le plus souvent sous la forme de détentes fractionnées, trouvent d'utiles applications dans les chaînes des ancres de veille des navires à vapeur. *Bernier*, à Paris, a employé, avec succès, des détentes de ce genre dans ses treuils à chaînes, destinés à l'élévation des fardeaux.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

CHAPITRE VINGTIÈME

TRANSMISSIONS PAR COURROIES

§ 278.

Transmissions par courroies se guidant elles-mêmes.

Les poulies à courroies sont des roues à friction, à action indirecte (§ 191), et les transmissions par courroies doivent être considérées comme des mécanismes à organes de traction (§ 262), formés par des combinaisons d'entraînement et de guidage. Lorsqu'ils sont susceptibles de fonctionner sans dispositif spécial de guidage, ils constituent ce qu'on peut appeler les transmissions par courroies se guidant elles-mêmes. C'est ce qui a lieu pour la courroie avec poulies cylindriques, quand les arêtes de cette courroie (de forme prismatique) se meuvent dans des plans perpendiculaires aux axes des poulies, ou, en d'autres termes, quand la ligne médiane du brin qui s'enroule sur une poulie se trouve dans le plan moyen de cette poulie.

Si, sur une poulie de forme conique, s'enroule une courroie dont la direction est normale à l'axe du cône, elle tend à décrire sur cette poulie un chemin de forme hélicoïdale conique, ce qu'il est facile de reconnaître, en imaginant la surface du cône développée sur un plan (fig. 840). Si donc on donne à la jante d'une poulie la forme d'un

Fig. 840.

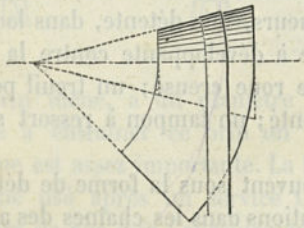
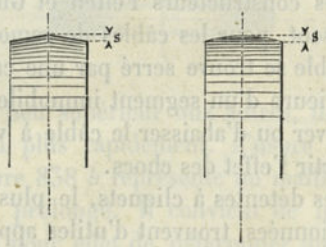


Fig. 841.



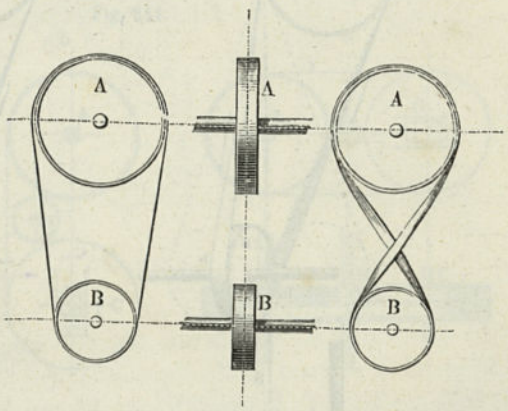
double tronc de cône, ou une forme bombée (fig. 841), le brin qui s'enroule tend à se placer au milieu du contour bombé, lors même que sa direction n'est pas rigoureusement dans le plan moyen de la poulie. Dans les courroies en cuir, avec la hauteur ordinaire du bom-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

bement $s = {}^1/_{20}$ de la largeur de la courroie, la déviation peut aller, sans inconvénient, jusqu'à $2^0\ {}^1/_5$ (dont la *tang.* $= 4$ p. $^0/_0$). Pour les courroies en coton, il convient, en raison de la plus faible élasticité de la matière, de réduire s à ${}^1/_{150}$, ce qui réduit naturellement la valeur de la déviation admissible. Dans les transmissions ordinaires, l'une des deux poulies, au moins, reçoit une forme bombée.

Parmi les transmissions par courroies se guidant elles-mêmes, les plus simples sont celles qui correspondent à des axes parallèles (fig. 842 *a* et *b*); *a* est une courroie *droite*, *b* une courroie *croisée;* toutes les deux peuvent tourner indifféremment dans les deux sens.

a. Fig. 842. b.



Pour les arbres dont les axes coïncident, comme pour ceux dont les axes se coupent, on ne peut pas établir de transmissions par courroies se guidant elles-mêmes; mais il en est tout autrement pour les arbres qui se croisent, sans se couper, à la condition de disposer les poulies de telle sorte que l'intersection *SS* de leurs plans moyens passe par les points où la courroie abandonne les deux poulies (fig. 843). La ligne de direction de la courroie, pour chaque poulie, tombe alors dans le plan moyen de cette poulie, mais il n'en est pas de même de la ligne de déroulement et, pour ce motif, la rotation n'est possible que dans un seul sens (qui est indiqué ici par les flèches). Les points de déroulement sont *a* et *b*. La disposition générale de la figure 843 donne la transmission par courroie droite, quand l'angle β des plans moyens des poulies est égal à 0^0, et la transmission par courroie croisée, quand $\beta = 180^0$. Dans les positions intermédiaires, la courroie est partiellement croisée. Pour $\beta = 90^0$, on a une courroie semi-croisée, pour $\beta = 45^0$ une courroie croisée au quart, etc. (1).

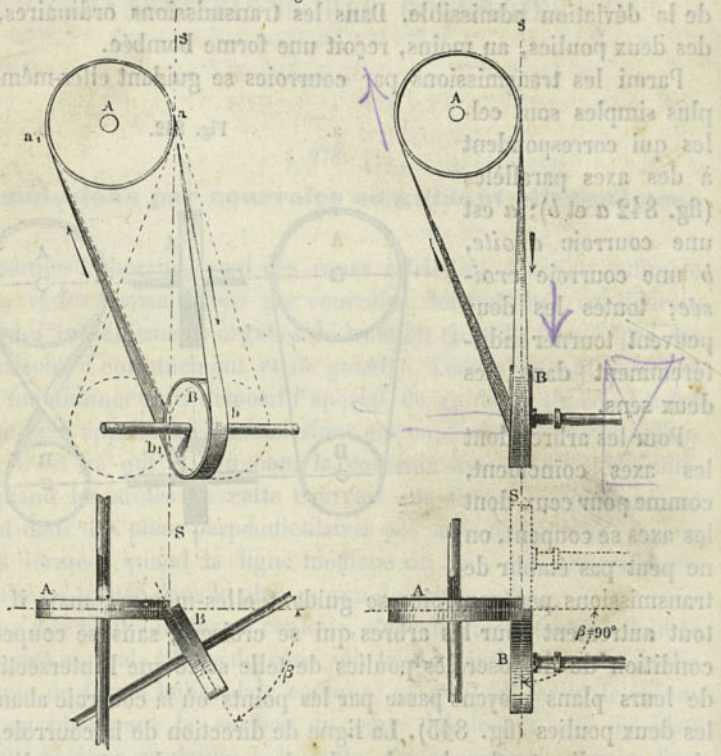
D'après *Redtenbacher*, l'angle des deux brins de la courroie peut

(1) La disposition géométrique indiquée dans le texte, pour les axes qui se croisent sans se couper, n'est qu'une solution approchée. Une solution rigoureuse du problème, qui est, en fait, très compliqué, a été donnée par *J.-B. Webb* dans les « *Transactions of the American Soc. of mechanical Engineers* ». Vol. IV (1883, p. 165).

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

aller jusqu'à 25° ; c'est la valeur qui correspond sensiblement au cas où la distance des axes est égale au double du diamètre de la plus grande des deux poulies. D'un autre côté, d'après *Völkers*, si l'on

Fig. 843.



veut éviter que la courroie n'éprouve une trop grande fatigue, par suite de la torsion aux points de déroulement, il convient que cette distance des axes ne descende jamais au-dessous de $10\sqrt{Db}$, b désignant la largeur de la courroie et D le diamètre de la poulie menante (1). Dans chaque cas particulier, on devra prendre celle de ces limites qui donnera la plus grande valeur.

§ 279.

Transmissions par courroies avec poulies guides.

Dans une transmission par courroie avec poulies guides, le guidage se trouve convenablement réalisé, lorsque, pour chaque poulie, le

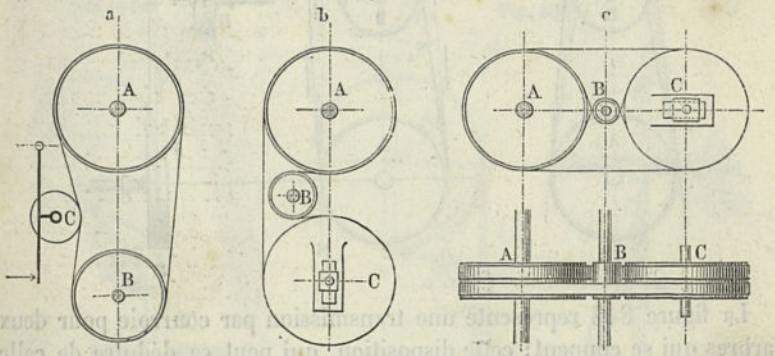
(1) Le fabricant de courroies *Gehrckens*, de Hambourg, a obtenu d'excellents résultats en renforçant la courroie semi-croisée sur sa face convexe

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

point de déroulement est le point de contact de la ligne d'intersection du plan moyen de cette poulie avec celui de la poulie suivante (1).

Figure 844 *a*, *b*, *c*. Transmissions par courroies pour axes parallèles, où les plans moyens de *A*, de *B* et de *C* coïncident; *a* est une transmission avec rouleau tendeur, *b* une transmission pour un rapport de vitesses très élevé (2); la poulie guide *C* a un diamètre égal à celui de la poulie menante *A*; munie d'un dispositif de déplacement, elle peut également servir à tendre la courroie; *c* transmission par cour-

Fig. 844.



roie de *Weaver*, pour rapports de vitesses très élevés (3), composée de deux transmissions du genre de celle qui précède (très employée dans les scies circulaires). Dans les deux dernières dispositions, la courroie doit être parfaitement lisse, c'est-à-dire ne présenter aucune partie saillante.

Figures 845 et 846. Axes parallèles, deux poulies guides. Dans la première disposition, les plans moyens des poulies guides sont tangents aux deux poulies de transmission; le mouvement de la courroie peut s'effectuer indifféremment dans les deux sens.

Dans le cas qui se présente le plus ordinairement, où il suffit que ce mouvement ait lieu dans un seul sens, on peut se contenter de la seconde disposition, qui est plus facile à établir. Si l'on considère *B* comme une poulie guide, et, dans ce cas, rien n'empêche de la supposer folle sur le même arbre que *A*, les deux poulies *C* et *D* peuvent être utilisées comme poulies de transmission.

Si les poulies guides *C* et *D* sont établies entre les deux arbres *A* et *B* (fig. 847), au lieu d'être en dehors, elles tournent toutes les deux

(1) Approximativement exact, voy., à ce sujet, la remarque de la page 757.

(2) Mécanisme d'*Eckert*, employé, en particulier, pour la commande du tambour dans une machine à battre le blé.

(3) *Scientific American*, et *Cooper's Use of belting* (Philadelphie, 1878), p 171.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

dans le même sens et peuvent, dès lors, être fixées sur un arbre commun. La rotation ne peut se faire que dans un seul sens.

Fig. 845.

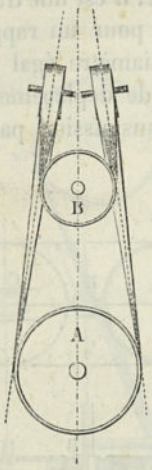
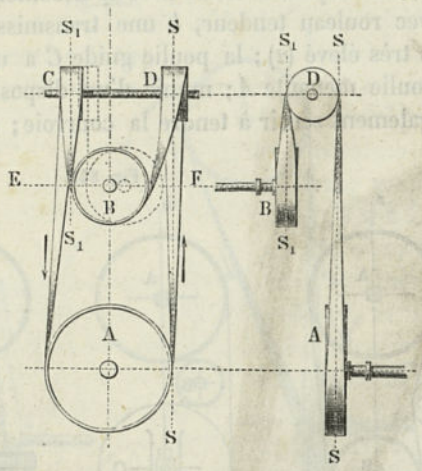


Fig. 846.



La figure 848 représente une transmission par courroie pour deux arbres qui se coupent; cette disposition, qui peut se déduire de celle de la figure 846 (V. le pointillé), ne permet la rotation que dans un

Fig. 847.

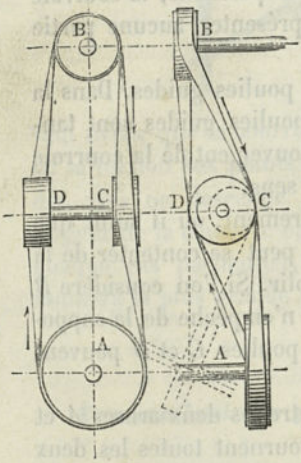
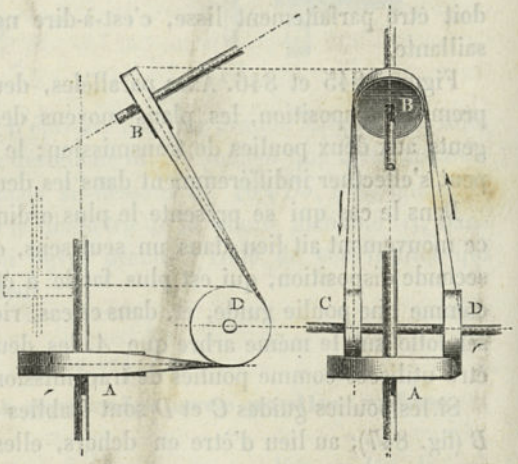


Fig. 848.



seul sens. Les deux poulies guides tournent en sens opposés; mais, comme leurs axes géométriques coïncident, elles sont faciles à installer.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

La figure 849 indique une courroie, semi-croisée, avec poulie guide; l'un des brins est établi dans la direction SS de l'intersection des plans moyens des deux poulies de transmission; puis, par un point c, pris arbitrairement sur SS, on mène aux deux circonférences contenues dans ces plans les tangentes ca, cb et on dispose la poulie guide dans le plan formé par ces deux droites. La rotation peut s'effectuer dans les deux sens.

La figure 850 donne une autre disposition de courroie semi-croisée, avec poulie guide. Le brin de courroie, qui se déroule de A, s'incline

Fig. 849.

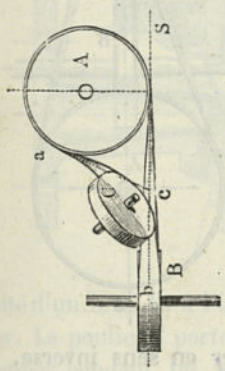
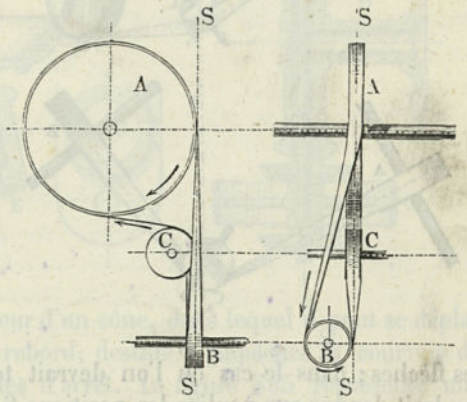


Fig. 850.



pour venir passer sur la poulie B, tandis que l'autre brin se trouve guidé, avant son enroulement, par la poulie C, disposée dans le plan moyen de A, tangentiellement à SS. Ce mode de transmission se prête très bien à la commande d'une série d'arbres verticaux par un même arbre horizontal.

Figure 851. Cas général pour les arbres se croisant, sans se couper. Sur la ligne d'intersection SS des plans moyens des poulies, on choisit deux points c et c_1, par lesquels on mène aux cercles moyens les tangentes ca, cb et $c_1 a_1$, $c_1 b_1$; on détermine ainsi les deux plans cab et $c_1 a_1 b_1$ qu'il convient d'adopter pour les poulies guides C et C_1, lesquelles doivent être établies naturellement en contact avec les tangentes précédentes. La rotation peut s'effectuer dans les deux sens. La figure 852 donne une application particulière correspondant au cas où la ligne SS se trouve passer par le centre du cercle moyen d'une des poulies.

Une simplification du cas général peut être réalisée, en disposant les poulies guides sur un seul et même axe géométrique $C'C'$ (fig. 853), qu'on choisit parallèle aux deux poulies de transmission. La déviation

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

des brins n'a lieu que sur les poulies guides; mais, par cela même, la rotation n'est possible que dans un seul sens, celui qui est indiqué par

Fig. 851.

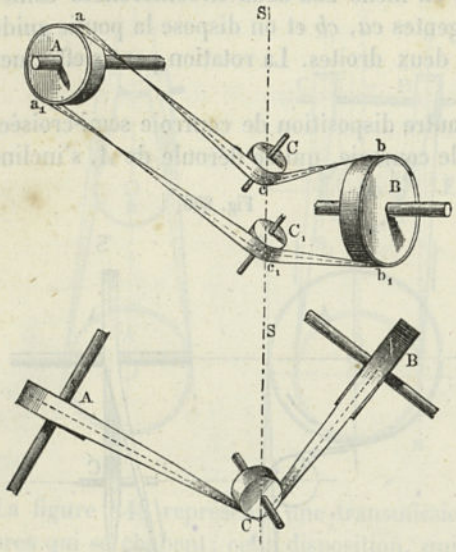
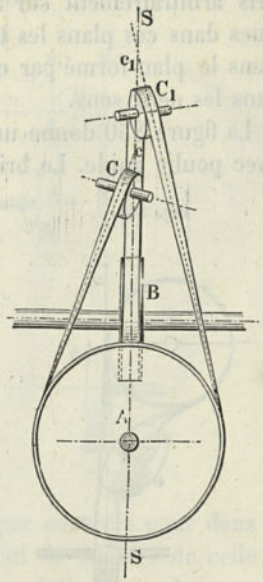
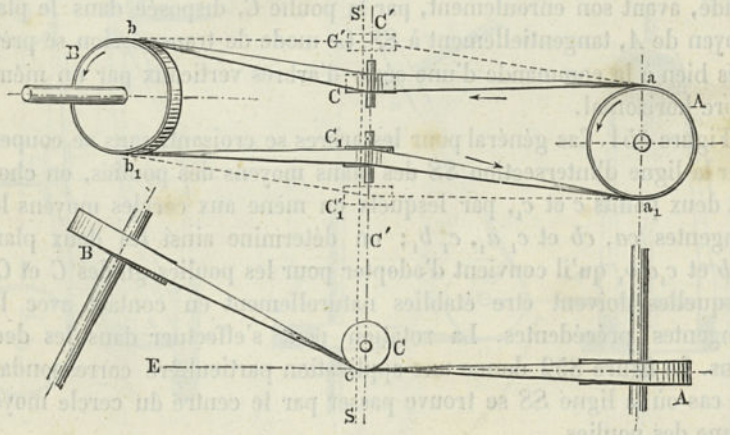


Fig. 852.



les flèches; dans le cas où l'on devrait tourner en sens inverse, il faudrait donner aux poulies les positions figurées en pointillé. L'angle

Fig. 853.



de déviation ne doit pas être trop considérable, afin d'éviter les chutes de la courroie, toujours à redouter, notamment aux moments d'arrêt de la transmission.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Les supports des axes des poulies guides reçoivent le plus souvent des formes spéciales. Une disposition bien pratique est celle que représente la figure 854. L'arbre de la poulie *C*, qui est creusé, pour permettre l'introduction de l'huile de graissage, est disposé à l'extré-

Fig. 854.

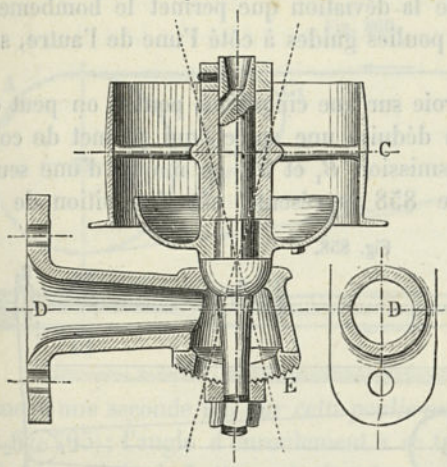
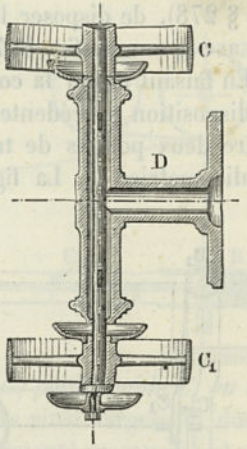


Fig. 855.



mité d'un bras *D*, à l'intérieur d'un cône, dans lequel il peut se déplacer. La poulie *C* porte un rebord, destiné à empêcher la courroie de tomber pendant les périodes d'arrêt. La figure 855 représente une

Fig. 856.

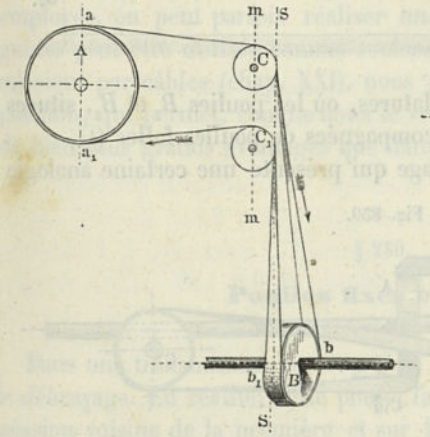
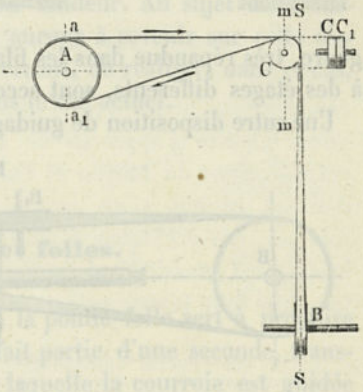


Fig. 857.



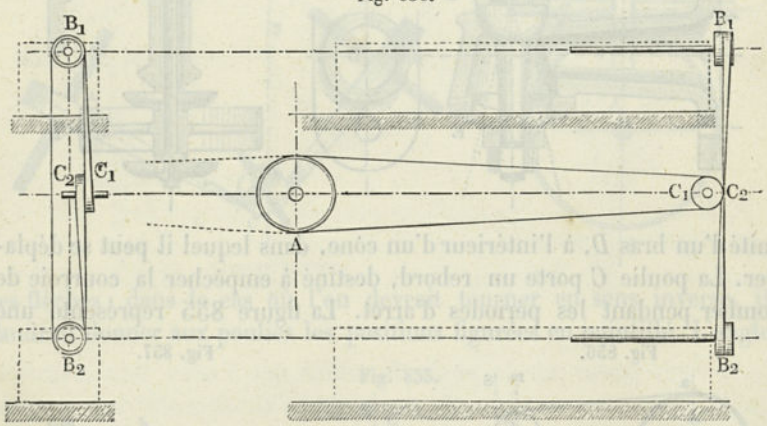
autre forme de support, qui a été imaginée par le professeur Reuleaux, pour la disposition de transmission de la figure 848, et qui a donné des résultats satisfaisants; les poulies sont montées folles sur un axe commun en fer.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Lorsqu'on est libre de choisir les positions des arbres de transmission, de telle sorte que l'intersection des plans moyens des poulies soit au moins tangente à l'une d'elles, il devient possible d'adopter la disposition très pratique de la figure 856. Si la distance AC a une grandeur convenable, relativement à la largeur de la courroie, il devient possible, en raison de la déviation que permet le bombement (V. § 278), de disposer les poulies guides à côté l'une de l'autre, sur un axe commun (fig. 857).

En faisant passer la courroie sur une cinquième poulie, on peut de la disposition précédente en déduire une autre, qui permet de conduire deux poulies de transmission B_1 et B_2, au moyen d'une seule poulie motrice A. La figure 858 représente une disposition de ce

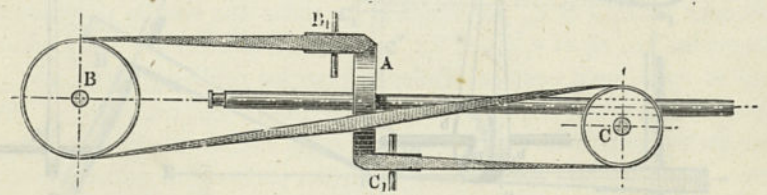
Fig. 858.



genre, très répandue dans les filatures, où les poulies B_1 et B_2, situées à des étages différents, sont accompagnées de poulies folles (1).

Une autre disposition de guidage qui présente une certaine analogie

Fig. 859.



avec la précédente est celle de la figure 859, dans laquelle la poulie A fait mouvoir deux arbres parallèles B et C, dont les axes sont tous les

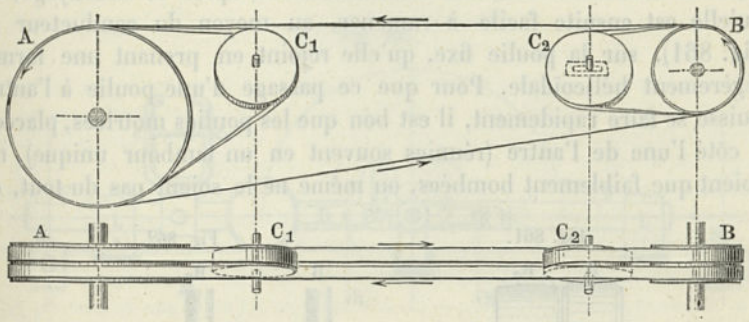
(1) V. *Fairbairn, Mills* und *Millwork*, II (Londres 1868), p. 103. V. le § 303 pour la signification théorique de cette commande multiple.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

deux perpendiculaires à celui de A et dont l'un le coupe, tandis que l'autre le croise, sans le couper.

Enfin, une dernière disposition à mentionner est celle de la figure 860, qui est due au professeur Reuleaux. — Ici, chacun des brins de courroie, en quittant sa poulie de transmission, se trouve

Fig. 860.



ramené une seconde fois sur cette poulie par une poulie guide C_1 ou C_2 (V. fig. 795); l'angle d'enroulement α se trouve ainsi largement doublé et le module de frottement $e^{f\alpha}$ se trouve augmenté en conséquence. Cette disposition constitue ce qu'on pourrait appeler une transmission par *courroie à double effet*. La section de la courroie peut être les $^6/_{10}$ seulement de celle qui serait nécessaire dans la transmission simple, de telle sorte que, malgré la plus grande longueur de courroie employée, on peut parfois réaliser une économie. L'une des poulies guides peut être utilisée comme rouleau tendeur. Au sujet des transmissions par câbles (chap. XXI), nous aurons à revenir sur cette disposition, qui permet, comme nous le verrons, de réaliser, dans ce cas, de bien plus grands avantages que dans le cas actuel.

§ 280.

Poulies fixes et folles.

Dans une transmission par courroie, la poulie folle sert à produire le débrayage. En réalité, cette poulie fait partie d'une seconde transmission voisine de la première et sur laquelle la courroie est guidée par ce qu'on peut appeler le *conducteur de courroie*. Les broches, les branches de fourche et autres organes, qui servent à amener la poulie directement dans la nouvelle direction, doivent, d'après les remarques précédentes (p. 695), être considérées comme des poulies guides, lors

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

même qu'ils ne possèdent pas de douilles mobiles ou de véritables rouleaux. Les conducteurs de courroies sont, par conséquent, des supports mobiles de poulies guides; dans la figure 861 sont indiquées en pointillé les broches c et c_0, qui remplacent des poulies guides C et C_0, pouvant tourner autour de tourillons fixes (1).

Il convient de placer toujours la poulie folle sur l'arbre mené, puisqu'alors la courroie continue son mouvement, après le débrayage, et qu'elle est ensuite facile à ramener, au moyen du conducteur F (fig. 861), sur la poulie fixe, qu'elle rejoint en prenant une forme légèrement hélicoïdale. Pour que ce passage d'une poulie à l'autre puisse se faire rapidement, il est bon que les poulies motrices, placées à côté l'une de l'autre (réunies souvent en un tambour unique), ne soient que faiblement bombées, ou même ne le soient pas du tout, et

Fig. 861.

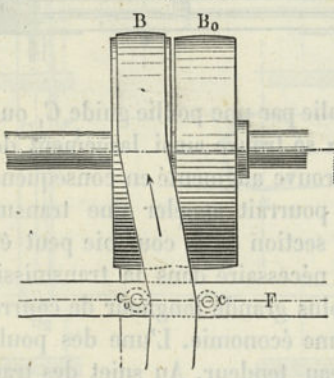
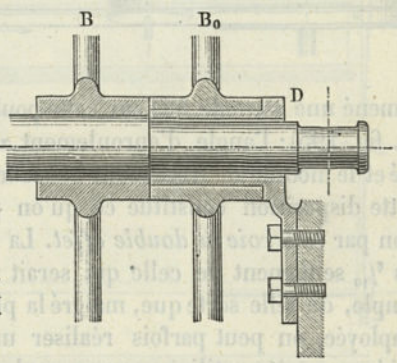


Fig. 862.



que le conducteur soit établi dans le voisinage des poulies de l'arbre mené. La poulie folle doit avoir la paroi intérieure de son moyeu constamment baignée par l'huile, et on a construit, à cet effet, un très grand nombre d'appareils de graissage. Le frottement qui se produit entre le creux du moyeu et l'arbre agit comme force motrice sur ce dernier, ce qui a eu pour conséquence d'entraîner, à différentes reprises, des accidents. Il est possible de rendre cette action motrice inoffensive, en adoptant la disposition de la figure 862, dans laquelle la poulie folle tourne sur une douille fixe D, conaxiale à l'arbre (2).

(1) On a constaté qu'avec les courroies en coton, les bords sont fortement attaqués par le conducteur, lors même que les broches c et c_0 sont garnies de petits rouleaux en bois; il semble que ce serait le cas de revenir à la construction complète, avec des poulies C et C_0 suffisamment grandes, ce qui aurait l'avantage de réduire notablement le frottement.

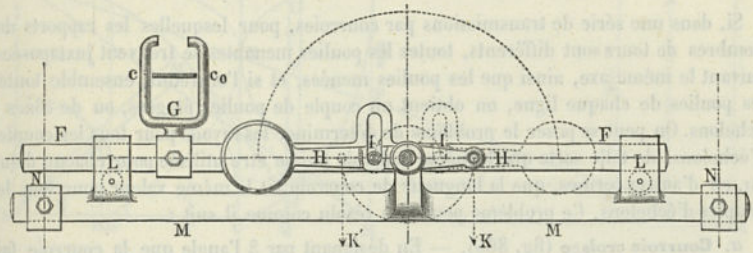
(2) Cette disposition excellente avait été recommandée par la Société industrielle de Mulhouse pour éviter les accidents dans les fabriques et prescrite pour les batteurs. La construction fait ressortir très nettement que la poulie folle, comme il a été dit précédemment, appartient à une seconde transmission par courroie.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Pour la commande de la fourchette de débrayage, il existe en usage un grand nombre de mécanismes, parmi lesquels il convient de signaler ceux dans lesquels on a cherché à empêcher que la courroie ne puisse faire revenir la fourchette en arrière. Un de ces mécanismes, qui rend de très bons services, est celui de *Zimmermann* (fig. 863).

Le conducteur F, sur lequel la fourchette G est fixée par une vis dans la place qu'elle doit occuper, est amené par le levier H, au moyen

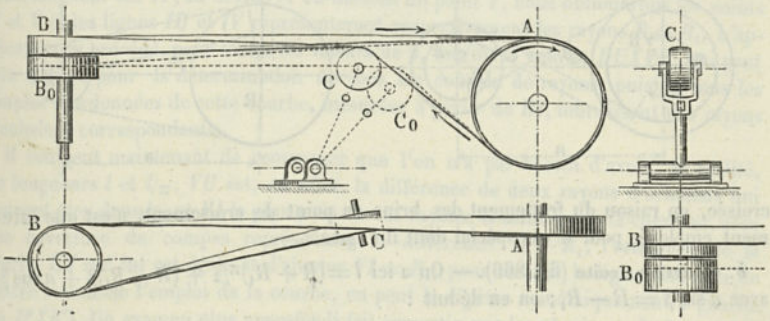
Fig. 863.



du tourillon I, de l'une à l'autre de ses deux positions principales et, dans cette position, il se trouve maintenu à l'arrêt par une denture morte; en y regardant de plus près, on retrouve là l'avançoir à repos des figures 754 et 755. Le changement de position de la fourchette se fait au moyen d'une traction par corde, exercée en K ou en K' (1).

La figure 864 représente une poulie folle pour courroie semi-croisée. Dans cette disposition, due au professeur Reuleaux, la poulie C, qui est

Fig. 864.



indispensable au guidage, est utilisée, en même temps, en raison de la faculté de déplacement qu'elle possède, pour conduire la courroie sur la poulie folle B_0 et pour la ramener sur la poulie fixe B. Si l'on

(1) On retrouve une disposition analogue dans le conducteur de courroies de *Hildebrandt*, destiné surtout aux cordes. V. Bulletin de la Soc. Ind. de Mulhouse, 1885.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

donne à ces poulies une largeur suffisante, comme on l'a indiqué dans la petite figure à droite, il devient possible de déplacer légèrement l'arbre B dans la direction de son axe, comme cela, par exemple, est nécessaire dans les moulins à blé, pour le soulèvement des meules.

§ 281.

Poulies étagées.

Si, dans une série de transmissions par courroies, pour lesquelles les rapports des nombres de tours sont différents, toutes les poulies menantes se trouvent juxtaposées, suivant le même axe, ainsi que les poulies menées, et si l'on réunit ensemble toutes les poulies de chaque ligne, on obtient un couple de poulies étagées, ou de cônes à échelons. On peut se poser le problème de déterminer les rayons pour tous les couples d'échelons, de telle sorte que la même courroie puisse être utilisée pour chacun d'eux ou, en d'autres termes, que la longueur de courroie ait la même valeur pour tous les couples d'échelons. Ce problème peut être résolu comme il suit :

a. **Courroie croisée** (fig. 865). — En désignant par β l'angle que la courroie fait avec la ligne des centres des poulies R et R_1 et par a la distance des axes, on a, pour la demi-longueur de la courroie : $l = R(\pi/2 + \beta) + R_1(\pi/2 + \beta) + a\cos\beta$, ou encore :

$$l = (R + R_1)\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right) + a\sqrt{1 - \frac{(R + R_1)^2}{a^2}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (260)$$

Cette valeur est constante, quand la somme $R + R_1$ est constante, c'est-à-dire quand la réduction sur l'un des rayons est égale à l'augmentation sur l'autre. La courroie

Fig. 865.

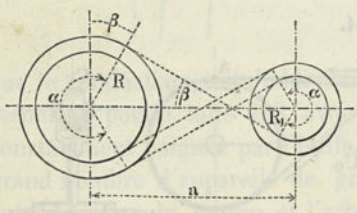
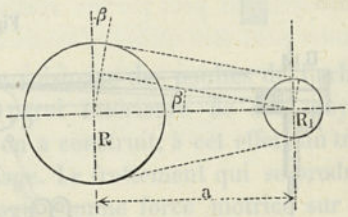


Fig. 866.



croisée, en raison du frottement des brins au point de croisement, n'est que rarement employée pour le cas spécial dont il s'agit.

b. **Courroie droite** (fig. 866). — On a ici $l = (R + R_1)\pi/2 + (R - R_1)\beta + a\cos\beta$, avec $a\sin\beta = R - R_1$; on en déduit :

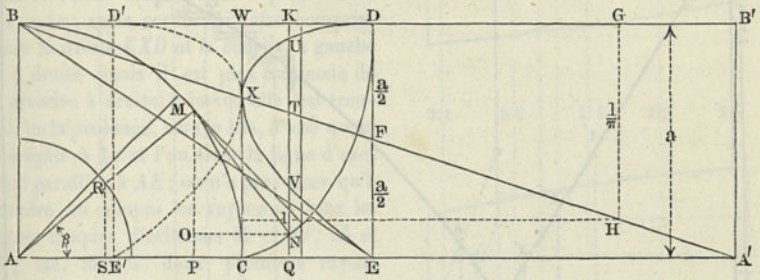
$$\left.\begin{aligned} R &= \frac{l}{\pi} - \frac{a}{\pi}(\beta\sin\beta + \cos\beta) + \frac{a}{2}\sin\beta \\ R_1 &= \frac{l}{\pi} - \frac{a}{\pi}(\beta\sin\beta + \cos\beta) - \frac{a}{2}\sin\beta \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (261)$$

La fonction est transcendante, mais il est possible de la représenter par un tracé. Dans le rectangle $ABB'A'$ (fig. 867), décrivons du point A, avec $AB = a$, le quart de

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

cercle BMC. A l'intérieur de cet arc tombent toutes les valeurs de β qu'on peut avoir à prendre en considération. Pour une quelconque de ces valeurs, CAM, menons MN perpendiculaire à MA et prenons $MN = \text{arc}\,MC = a\beta$; si, de plus, nous abaissons MP perpendiculaire sur AC, puis NO perpendiculaire sur MP, nous aurons $NO = a\beta\sin\beta$. En traçant par N la ligne QNK parallèle à AB, nous obtenons $AQ = PQ + AP = a(\beta\sin\beta + \cos\beta)$. Le même procédé appliqué à toutes les valeurs de β, comprises

Fig. 867.



entre 0° et 90°, donne, pour les positions des extrémités N, la développante de cercle CND, où $BD = \text{arc}\,BMC = \pi/2\ a$. En traçant DE parallèle à BA et en prenant le milieu F, nous aurons $DF = EF = a/2$ et, par suite, $DF : DB = a/2 : \pi/2 = a : \pi$; nous trouverons de même $TK = a/\pi\ QA = a/\pi(\beta\sin\beta + \cos\beta)$.

Cette valeur est maintenant à retrancher de l/π. Si l'on prolonge BF jusqu'à sa rencontre, en A', avec la ligne AC, la ligne AA' est à $A'B'$ dans le rapport $\pi : 1$, de telle sorte qu'en prenant $BG = l$ et en menant GH parallèle à $A'B'$, on a $GH = l/\pi$. En reportant cette longueur parallèlement, en IK, on obtient, en IT, la valeur $l/\pi - a/\pi(\beta\sin\beta + \cos\beta)$. A cette dernière valeur il reste à ajouter $\pm a/2\sin\beta$.

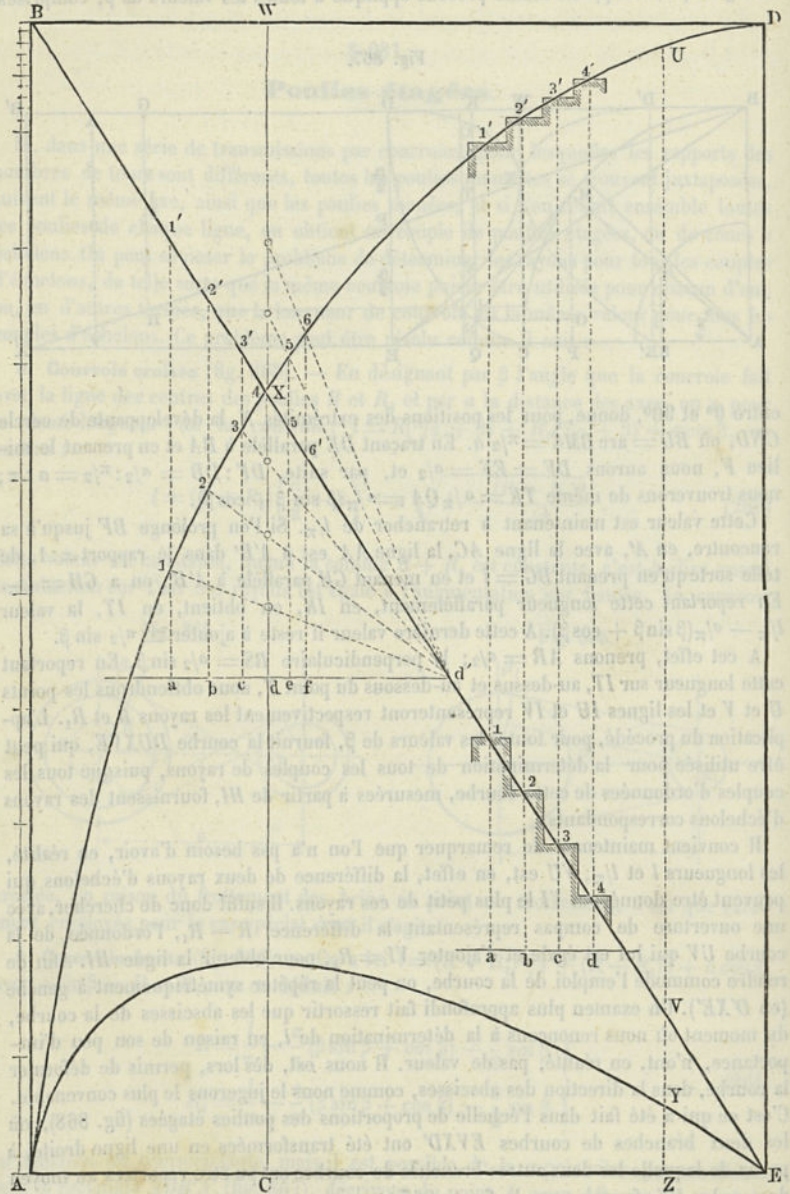
A cet effet, prenons $AR = a/2$; la perpendiculaire $RS = a/2\sin\beta$. En reportant cette longueur sur IT, au-dessus et au-dessous du point T, nous obtiendrons les points U et V et les lignes IU et IV représenteront respectivement les rayons R et R_1. L'application du procédé, pour toutes les valeurs de β, fournit la courbe $DUXVE$, qui peut être utilisée pour la détermination de tous les couples de rayons, puisque tous les couples d'ordonnées de cette courbe, mesurées à partir de HI, fournissent des rayons d'échelons correspondants.

Il convient maintenant de remarquer que l'on n'a pas besoin d'avoir, en réalité, les longueurs l et l/π; VU est, en effet, la différence de deux rayons d'échelons qui peuvent être donnés, et VI le plus petit de ces rayons. Il suffit donc de chercher, avec une ouverture de compas représentant la différence $R - R_1$, l'ordonnée de la courbe UV qui lui est égale et d'ajouter $VI = R_1$, pour obtenir la ligne HI. Afin de rendre commode l'emploi de la courbe, on peut la répéter symétriquement à gauche (en $D'XE'$). Un examen plus approfondi fait ressortir que les abscisses de la courbe, du moment où nous renonçons à la détermination de l, en raison de son peu d'importance, n'ont, en réalité, pas de valeur. Il nous est, dès lors, permis de déformer la courbe, dans la direction des abscisses, comme nous le jugerons le plus convenable. C'est ce qui a été fait dans l'échelle de proportions des poulies étagées (fig. 868), où les deux branches de courbes $EVXD'$ ont été transformées en une ligne droite, à partir de laquelle les deux autres branches de courbes ont pu être reportées au moyen des cordes UV, fournies par la figure 867.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Fig. 868.

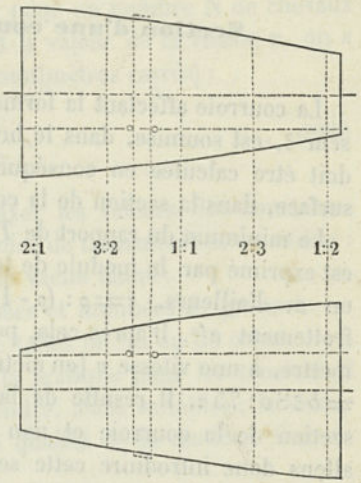
ÉCHELLE DE PROPORTIONS DES POULIES ÉTAGÉES.



IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Emploi de l'échelle de proportions des poulies étagées. — Les côtés parallèles *AB* et *DE* du rectangle représentant la distance des axes *a*, tous les rayons sont obtenus comme parties proportionnelles de *a*; à cet effet, *AB* porte une échelle de division (le tracé a été fait en admettant que *AB* soit de 400 à 500^{mm}). Si l'on suppose maintenant que $1a$ et $1'a$ soient deux rayons d'échelons donnés, on commence par chercher la corde verticale qui a pour valeur $1'a - 1a$; cette corde doit être comprise entre la droite *EXD* et la courbe, à gauche ou à droite (mais il est plus commode de la prendre à droite); lorsqu'elle est trouvée, on la prolonge, vers le bas, d'une quantité égale à $1a$ et l'on trace la ligne d'axes *abcd* parallèle à *AE*; on n'a plus alors qu'à prendre au compas les rayons de tous les autres couples d'échelons $b2$ et $b2'$, $c3$ et $c3'$, etc. Si les deux premiers rayons donnés sont d'égale grandeur, la corde $R - R_1 = 11' = 0$ et la longueur $1a = R_1$, qui sert à tracer la ligne d'axes, doit être portée, à partir du point *X*, sur la verticale *CX*.

Fig. 869.



Il est facile maintenant d'obtenir des couples d'échelons de rapports donnés. En partant du premier rapport, que nous avons supposé 1 : 1, on commence par porter, à partir du point de croisement *X*, le rayon correspondant *Xd*, et on trace la ligne d'axes *dd'* jusqu'à sa rencontre, en *d'*, avec *Bd*; on porte ensuite sur *dX*, à partir de *d*, les différents rapports géométriques, évalués en prenant *Xd* comme unité (dans la figure, on a limité par de petits cercles ces longueurs, qui correspondent à $^1/_4$, $^1/_2$, $^3/_4$, $^5/_4$, $^3/_2$). Les rayons, menés de *d'* à ces différents points, viennent couper les branches de courbe en une série de points, dont les ordonnées, par rapport à la ligne d'axes *dd'*, fournissent les valeurs R_1. On obtient ainsi les rayons :

$a1$	et $a1'$	pour le	rapport	1 : 4
$b2$	» $b2'$	»	»	2 : 4
$c3$	» $c3'$	»	»	3 : 4
dX	» dX'	»	»	4 : 4
$e5$	» $e5'$	»	»	5 : 4
$f6$	» $f6'$	»	»	6 : 4

On peut imaginer que les échelons aient une épaisseur infiniment mince, de telle sorte qu'ils finissent par constituer des conoïdes, sur lesquels la courroie puisse être déplacée par un organe conducteur et maintenue aussi dans une position déterminée (guidage). Des conoïdes sont nécessaires dans les dispositifs de bobinage des machines à filer. La figure 869 représente un couple de conoïdes de ce genre, dont les rayons ont été déterminés au moyen de l'échelle de proportions. Dans ces conoïdes, les déplacements de la courroie doivent augmenter les vitesses angulaires en progression arithmétique : on part de là pour déterminer en conséquence les rayons correspondants, ce qui a été fait dans la figure.

Dans l'échelle la courbe *EYA* indique la limite jusqu'à laquelle les lignes d'axes peuvent se rapprocher de *AE*. Comme on ne peut pas évidemment aller au delà de $R + R_1 = a$, on a pris $VY = {}^1/_2\ (AB - VU)$.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 282.

Section d'une courroie. Effet spécifique.

La courroie affectant la forme d'une bande, de largeur b et d'épaisseur δ, est soumise, dans le brin menant (§ 265), à une tension T et doit être calculée en conséquence. Pour la tension S, par unité de surface, dans la section de la courroie, on a : $T = b\delta S$.

Le minimum du rapport de T à la force tangentielle P à transmettre est exprimé par le module de tension τ, puisqu'on a $T = \tau P$ (§ 265) ; on a, d'ailleurs, $\tau = \rho : (\rho - 1)$, en désignant par ρ le module de frottement $e^{f\alpha}$. D'après cela, pour une force N (en chevaux) à transmettre, à une vitesse v (en mètres) de la courroie, on a : $N = Pv : 75 = b\delta Sv : 75\tau$. Il résulte de là que, dans le calcul, doit intervenir la section de la courroie et non pas simplement la largeur (1). Nous allons donc introduire cette section, mais, pour obtenir des valeurs numériques plus commodes, nous exprimerons la grandeur q en centimètres carrés, ce qui donnera $100\,q = b\delta$ et, par suite,

$$N = \frac{100\,qvS}{75\tau}.$$

Cette formule est d'une très grande utilité, car elle permet une détermination facile de l'effet utile de la courroie pour l'unité de section et l'unité de vitesse. Si l'on désigne cet effet (en chevaux) par N_0, on a $N_0 = N : qv$ et, par conséquent,

$$N_0 = \frac{4}{3}\frac{S}{\tau}. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (262)$$

Cette valeur a comme caractère particulier de ne dépendre que de S et de τ, qui eux-mêmes dépendent, S de la matière composant la courroie, τ de l'angle α, correspondant à l'arc d'embrassement, ainsi que du coefficient f, c'est-à-dire de la nature des surfaces en contact de la poulie et de la courroie. Il en résulte que, pour un même angle α, le second membre de l'équation est une fonction de propriétés purement matérielles et qu'il est, dès lors, rationnel d'adopter, pour N_0,

(1) Jusqu'ici c'est un usage très répandu de supposer constante l'épaisseur δ et d'admettre que, pour les courroies doubles ou triples, la valeur de cette constante est simplement doublée ou triplée, de telle sorte que, malgré les différences assez prononcées qui existent réellement pour les épaisseurs, on se dispense, le plus souvent, dans les ouvrages ou mémoires, d'indiquer l'épaisseur des courroies et qu'on se borne à dire qu'elles sont plus ou moins larges.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

la dénomination *d'effet spécifique de la courroie* (1). Il est évident que la connaissance de l'effet spécifique, inhérent à une courroie d'une espèce donnée, permet de déterminer, avec la plus grande facilité, la section que doit avoir cette courroie, pour un nombre N de chevaux à transmettre, puisque, en choisissant la valeur de la vitesse v, on a immédiatement pour la section q (en centimètres carrés) :

$$q = \frac{N}{N_0 v} \cdot \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (263)$$

Il reste, pour le calcul de N_0, à fixer les valeurs des constantes S et τ. Comme matières pour les courroies de transmission, on utilise :

Le cuir, et, de préférence, le cuir de vache tanné ;

Le coton, sous forme de bandes tissées et imbibées de graisse ;

Le caoutchouc, avec interposition de toiles de lin ou de coton.

Les indications qu'on peut tirer de la pratique pour les tensions S sont, comme il est facile de le comprendre, assez variables ; la valeur de la tension dépend, d'ailleurs, de la qualité de la matière. Comme valeurs pratiques, on peut admettre :

Cuir. . . .	$S = 0{,}30$	à	$0{,}45$,
Coton . . .	$S = 0{,}20$	à	$0{,}30$,
Caoutchouc. .	$S = 0{,}25$	à	$0{,}35$.

L'épaisseur de courroie δ, pour un cuir simple, est de 4 à 6^{mm}. En superposant plusieurs cuirs et en les reliant par des coutures, de la colle, des broches, des goupilles en bois, etc., on obtient des courroies doubles, triples, quadruples et même quintuples. Les courroies de coton s'établissent, à volonté, à des épaisseurs comprises entre 6 et 18^{mm}. Avec le caoutchouc, on réalise telle épaisseur qu'on désire, en interposant un nombre convenable de couches de tissus, sous la forme de bandes, de plis, de tubes et de spirales aplatis.

Le module de tension τ dépend de α et de f; ce dernier coefficient dépend lui-même de l'ancienneté de service de la courroie, puisque l'adhérence pour les courroies qui ont servi a une valeur plus grande que pour les courroies neuves. Toutefois, comme le calcul ne doit porter que sur les courroies à l'état neuf, on devra, dans l'hypothèse de poulies en fonte bien polies, admettre les valeurs suivantes :

Cuir et coton	$f = 0{,}16$ à $0{,}25$ (2),	d'où	$\rho = 1{,}6$ à $2{,}1$
Caoutchouc	$f = 0{,}20$ à $0{,}25$,	d'où	$\rho = 1{,}8$ à $2{,}1$.

(1) Le mot *effet* étant pris avec le sens qu'il comporte dans l'expression d'*effet utile*, introduite dans la science par *Coriolis*.

(2) Dans ses expériences *Towne* a trouvé, à différentes reprises, $f = 0{,}35$.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Comme $\tau = \rho : (1 - \rho)$, on tire de là, en arrondissant les chiffres :

Cuir et coton	$T : P$	ou	$\tau = 2{,}5$ à $1{,}9$
Caoutchouc	$T : P$	ou	$\tau = 2{,}2$ à $1{,}9$.

En introduisant dans la formule (262) ces valeurs et celles de S, indiquées précédemment, on obtient, pour *les effets spécifiques des courroies :*

Cuir . . .	$N_0 = 0{,}16$ à $0{,}30$,	ou en moyenne,	$1/5$
Coton. . .	$N_0 = 0{,}11$ à $0{,}21$	—	$1/7$
Caoutchouc .	$N_0 = 0{,}15$ à $0{,}25$	—	$1/6$

. . (264)

Ces valeurs sont applicables à des courroies tournant à des vitesses comprises entre 0 et 15 mètres environ. Une fois la section de la courroie déterminée, la largeur qu'il convient d'admettre dépend des épaisseurs de cuirs, des tissus dont on peut disposer, etc.

Au point de vue des efforts de flexion, il y a tout avantage à ne pas faire trop grand le rapport $\delta : R$. D'après les observations de certains fabricants, la valeur $1/30$ constitue pour ce rapport une limite inférieure (1) à recommander.

Les valeurs de la tension et de l'épaisseur étant connues, on peut en déduire la pression par unité de surface p entre les surfaces de contact de la courroie et de la poulie. A cet effet, dans la formule (241), il suffit de remplacer la largeur b' par la largeur b de la courroie et, en remarquant que $q = b\delta$, on obtient la relation très simple

$$\frac{p}{S} = \frac{\delta}{R}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (265)$$

1er Exemple. *Calculer une transmission par courroie en cuir pour* 100 *chevaux, dans laquelle on doit avoir* $n = 80$, $n_1 = 150$. *En admettant* 1/5 *pour l'effet spécifique et en supposant une vitesse de courroie de* 15m, *on obtient* $q = 100 : 0{,}2.15 = 33^{cmq},33$. *Une courroie double, de* 10^{mm} *d'épaisseur et de* 333^{mm} *ou* 335^{mm} *de largeur, serait, par conséquent, suffisante. Pour la poulie menante on a* $2\pi Rn : 60.1000 = v = 15^m$, *d'où l'on tire* $R = 60.1000.15 : 2\pi.80 = 1800^{mm}$; *pour la poulie menée,* $R_1 = 1800.80 : 150 = 960^{mm}$. *La détermination de la pression p par unité de surface exige la connaissance de S. On a d'abord* $P = 75.100 : 15 = 500$ *et, par suite,* $T = 2{,}5.P = 1250$, *d'où l'on déduit, pour la tension, dans le brin conducteur,* $S_1 = 1250 : 335.10 = 0^k,373$; *de même* $t = 1{,}5P = 750$ *donne, pour le brin conduit,* $S_2 = 750 : 335.10 = 0^k,224$. *La tension est donc, en moyenne, de* $0^k,30$. *La relation* (264) *donne alors, pour la pression moyenne sur la grande poulie,* $p = 0{,}30.10 : 1800 = 1/600$, *et sur la petite,* $p = 0{,}30.10 : 960 = 1/320$. *La surface de contact sur la grande poulie est* $1800.\pi.335 = 1895600^{mmq}$; *en supposant* $f = 0{,}16$, *on a, d'après cela, pour valeur du frottement,* $1895600.16 : 600 = 505^k$.

(1) Les courroies en coton, avec les épaisseurs les plus faibles, de 6 à 10^{mm}, se comportent notablement mieux qu'avec des épaisseurs plus fortes.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

2e Exemple. *Déterminer le nombre de chevaux que peut transmettre, à la vitesse de* 10^m, *une courroie en coton, de* 100^{mm} *de largeur et de* 9^{mm} *d'épaisseur. En admettant l'effet spécifique* $^1/_7$ *que l'expérience a démontré être très convenable, on a, d'après* (262) : $N = qvN_0 = 10.0,9.10 : 7 = 12,85$, *soit* 13^{ch}. *La tension moyenne pour les deux brins est* $0^k,22$, *ce qui donne pour la pression p, en moyenne,* $1,98 : R$.

3e Exemple. *Calculer une courroie en caoutchouc pour une pompe centrifuge (le caoutchouc convient particulièrement bien pour les courroies exposées à l'humidité). Le travail* $N = 20^{ch}$ *doit être transmis par un arbre faisant* 80 *tours à l'arbre de la pompe, qui en fait* 300. *En prenant* $^1/_5$ *pour l'effet spécifique et en admettant* 10^m *pour la vitesse de la courroie, nous aurons* $20 = q.10.^1/_5$ *d'où l'on tire* $q = 10^{cmq}$, *ce qui, pour* $\delta = 5^{mm}$, *conduit à* $b = 200^{mm}$. *On a ensuite, pour le rayon de la poulie menée,* $R_1 = 60.1000.10 : 2\pi.300 = 319$, *soit* 320^{mm}, *et, par conséquent, pour le rayon de la poulie menante,* $R = (300 : 80)320 = 1200^{mm}$. *La valeur moyenne de S est* $0^k,3$, *ce qui donne* $p = 0,3.5 : 1200 = ^1/_{800}$, *pour la grande poulie, et* $p = 0,3.5 : 320 = ^1/_{213}$ *pour la petite.*

Pour les cas extraordinaires, il convient de revenir aux formules fondamentales. Ainsi, par exemple, pour la courroie à double action de la figure 860, où l'angle α est égal à 2π, au lieu de π, la valeur de $f\alpha$ devient sensiblement 1 et le module de tension doit être égal à 0,6 seulement de la valeur précédente, de telle sorte que la valeur de q doit être abaissée dans la même proportion.

Dans le cas où la vitesse v de la courroie est très considérable, l'action de la force centrifuge, comme nous l'avons vu, n'est pas négligeable. Pour $v = 25^m$ et $S = 0^k,4$, l'exposant, dans le module du frottement, au lieu de $f\alpha$, prend la valeur $0,84 f\alpha$ (V. la 1re table du § 265) ; en supposant $f = 0,16$ et $\alpha = \pi$, on a donc $f'\alpha = 0,84.0,16\pi = 0,42$, ce qui donne $\tau = 2,91$ (2e table du § 265), c'est-à-dire les $^7/_6$ environ de la valeur de τ dans le cas normal ; il en résulte que la section q de la courroie doit être augmentée également de $^1/_6$. La limite supérieure de la vitesse v, dans la transmission ordinaire par courroie, pourrait être fixée à 30 mètres (1).

§ 283.

Exemples de transmissions par courroies existantes.

Les exemples de transmissions par courroies, que contient la table suivante et qui sont empruntés à des installations existantes, donnent une série d'indications très utiles pour le calcul des courroies.

(1) Dans la construction du tunnel de l'Arlberg, on a employé un ventilateur, dont la courroie marchait à la vitesse de 24^m environ et qui a fonctionné sans interruption pendant 14 mois.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

DONNÉES RELATIVES A DES TRANSMISSIONS EXISTANTES.

N^{os}	N	n	R	v	P	b	δ	S	N_0	OBSERVATIONS
1	624	$\frac{40}{100}$	$\frac{6907}{2760}$	14,67	3234	2665	17	0,36	0,19	2 courroies en cuir juxtaposées (1).
2	200	$\frac{52}{182}$	$\frac{3500}{1000}$	19,05	787	610	12	0,27	0,14	Cuir
3	190	$\frac{65}{223}$	$\frac{1824}{573}$	12,40	1149	559	6	0,86	0,45	» (2).
4	175	$\frac{120}{228}$	$\frac{1445}{762}$	18,10	715	737	9	0,27	0,14	»
5	153	$\frac{120}{160}$	$\frac{1600}{1200}$	20,10	571	320	15	0,54	0,18	» (1).
6	130	$\frac{36}{94}$	$\frac{3250}{1152}$	12,25	702	255	10	0,69	0,37	»
7	90	$\frac{65}{182}$	$\frac{2128}{760}$	14,40	470	304	9	0,43	0,25	»
8	81	$\frac{55}{137,5}$	$\frac{2500}{1000}$	14,40	422	250	15	0,52	0,17	» (1).
9	60	$\frac{100}{100}$	$\frac{1500}{1500}$	7,80	287	510	12	0,19	0,10	»
10	54	$\frac{45}{125}$	$\frac{2500}{900}$	11,78	300	440	6	0,28	0,15	»
11	42	$\frac{60}{90}$	$\frac{1800}{1200}$	11,30	279	300	5	0,46	0,25	»
12	40	$\frac{66}{102}$	$\frac{1250}{988}$	10,50	286	353	6	0,34	0,18	»
13	530	$\frac{60}{262}$	$\frac{3660}{686}$	26,2	1517	965	18	0,22	0,11	Coton.
14	497	$\frac{70}{144,4}$	$\frac{2516}{1220}$	18,4	2026	762	18	0,37	0,20	»
15	470	$\frac{62,5}{114}$	$\frac{2440}{1258}$	15,9	2217	813	18	0,38	0,20	»
16	413	$\frac{48}{120}$	$\frac{3050}{1220}$	15,3	2024	762	18	0,36	0,52	»
17	325	$\frac{125}{172,4}$	$\frac{1525}{1105}$	19,9	1174	559	18	0,29	0,15	»
18	134	$\frac{125}{133,5}$	$\frac{1220}{1144}$	15,9	632	254	18	0,29	0,15	»
19	60	$\frac{70}{175}$	$\frac{1875}{752}$	13,75	328	420	12	0,16	0,15	»
20	35	$\frac{81,3}{99,3}$	$\frac{965}{787}$	8,2	320	127	18	0,35	0,19	»
21	66	$\frac{165}{245}$	$\frac{1400}{950}$	24,2	205	300	15	0,15	0,07	Caoutchouc avec 8 plis.

(1) *Leloutre*, Transmissions par courroies, cordes et câbles, etc., Paris, Tignol, 1884.
(2) *Cooper*, Use of belting, Philadelphie, 1878.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Remarque. — On ne doit pas être surpris qu'un certain nombre de valeurs données dans ce tableau, pour S et N_0, s'éloignent de celles que nous avons indiquées comme convenables, tandis que d'autres offrent une très grande concordance avec ces dernières. Les tensions très élevées que présentent quelques courroies de cuir tiennent vraisemblablement à ce qu'on avait utilisé des cuirs d'une qualité tout à fait exceptionnelle, et, d'un autre côté, on peut supposer que les courroies dont il s'agit se sont accommodées par l'usage et ont un module de tension notablement inférieur à 2,5 (et égal peut-être à 1,5 seulement), de telle sorte que la tension qui se produit en réalité est, dans une assez forte mesure, inférieure à celle du tableau. En second lieu, il ne faut pas perdre de vue que plusieurs ingénieurs calculent les courroies par des formules différentes des nôtres et les prennent plus fortes, ce qui conduit naturellement à des valeurs plus faibles pour S. L'opinion plausible, mais erronée, que l'adhérence des courroies tient à la pression de l'air compte encore un certain nombre de défenseurs. Elle est d'abord en contradiction avec ce fait que, dans les câbles, où la pression de l'air ne saurait jouer aucun rôle, se rencontrent les mêmes modules de frottement que dans les courroies; d'un autre côté, elle se trouve condamnée par les nombreuses expériences qui ont été exécutées récemment, avec un soin extrême, par Leloutre et qui ont été, en définitive, la confirmation complète de la théorie du module de frottement.

§ 284.

Assemblages ou jonctions de courroies.

Les assemblages ou jonctions, au moyen desquels on arrive à donner à une courroie de transmission la forme d'une bande revenant sur elle-même, réclament une attention spéciale, en raison de la tension généralement plus forte que la matière de la courroie a à supporter dans les parties assemblées. Les nombreuses tentatives qui ont été faites pour réduire au minimum l'affaiblissement de la courroie et pour faciliter le rétablissement rapide de la jonction, lorsque la courroie a besoin d'être retendue, ont eu pour effet de donner naissance à un nombre considérable d'assemblages. Nous donnerons ici quelques-uns de ceux dont l'usage est le plus répandu.

Figure 870 *a*. Assemblage en sifflet et couture des deux bouts de la courroie, au moyen de fil poissé, ou encore au moyen de lanières minces d'un cuir spécial (*Kronleder*), extrêmement résistant, qui tient de la nature du parchemin.

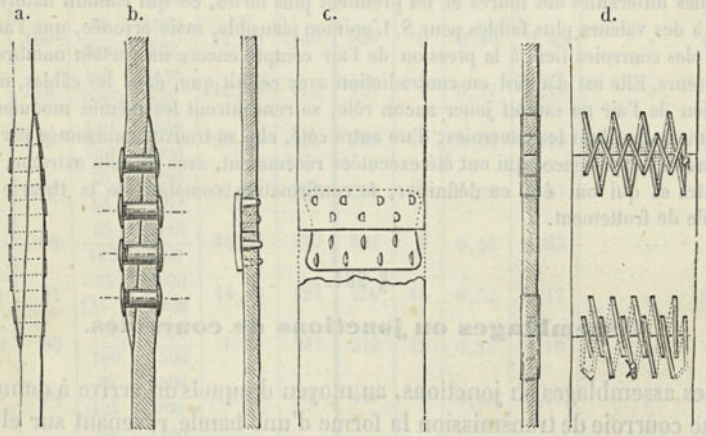
b. Assemblage en sifflet et fermeture à vis; les têtes et les écrous des vis ont une forme ronde aplatie, avec deux trous pour la clef à béquille, destinée à produire le serrage.

c. Jonction à crochet ou à agrafe ; le crochet est construit en fonte malléable et les extrémités des griffes sont rabattues. Pour les courroies d'une largeur supérieure à 100^{mm}, on emploie deux ou plusieurs agrafes. Cette jonction affaiblit peu la courroie et est très facile à rétablir ; aussi son usage est-il déjà très développé.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

d. Assemblage pour fortes courroies, à une ou plusieurs épaisseurs; bords coupés carrément et réunis au moyen de lanières de cuir fort (*Kronleder*); la section totale de toutes les lanières est beaucoup plus faible que celle de la courroie elle-même, mais, en raison de leur qualité exceptionnelle, elles assurent une résistance suffisante (1). Toutefois, le mode de couture indiqué en haut de la figure *d* offre l'inconvénient que le croisement des lanières est nuisible pour leur

Fig. 870.



conservation, en même temps que la fermeture de la couture sur le bord de la courroie affaiblit cette couture. Ces deux défauts se trouvent évités dans la disposition américaine qui se trouve indiquée au-dessous sur la même figure.

Figure 871 *a*. Jonction de courroie de *Bötter*; c'est une fermeture à broche (ardillon), qui a donné de bons résultats pour la commande de moulins à cylindres; l'affaiblissement qui en résulte est faible et le changement est facile.

b. Jonction à broche de *Moxon* (2); dans ce mode de fermeture, qui paraît susceptible d'une grande résistance, la broche, qui porte une tête à l'une de ses extrémités, est facilement rabattue à l'autre.

c. Assemblage avec bande de recouvrement rapportée et cousue, particulièrement convenable pour les courroies en coton.

d. Courroie triple, sans dispositif de fermeture spécial; la ferme-

(1) Leloutre a utilisé avec succès le premier mode de couture de la fig. *d* pour une courroie de 665^{mm} de largeur et de 17^{mm} d'épaisseur; la largeur des lanières était de 12^{mm}, leur section de 2^{mmq},75; les trous de couture avaient 14^{mm}. V. Transmissions par courroies, etc.

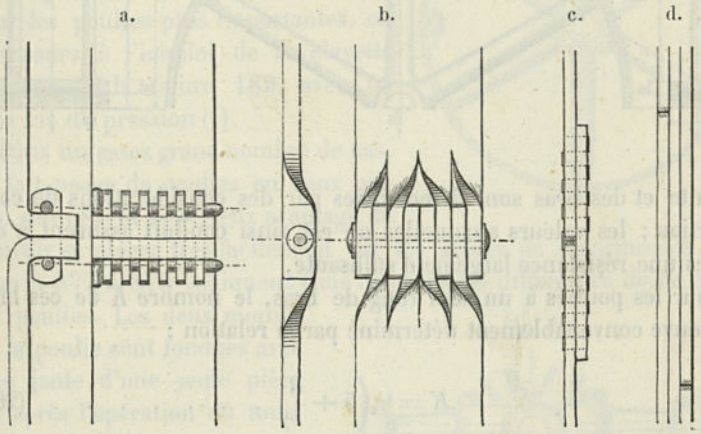
(2) V. Chronique industrielle, 1882, vol. V, p. 97. V. aussi *Mechanical World*, 1882, vol. 12, p. 56.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

ture se fait par l'alternance des joints des trois couches; cette courroie ne pouvant être retendue, on lui donne la tension nécessaire au moyen de rouleaux tendeurs ; elle convient bien pour la commande de laminoirs, où elle a trouvé son emploi.

La fermeture d'un assemblage, aussi bien à l'origine qu'après un retendage, doit, pour les fortes courroies, se faire avec le plus grand soin (1), de manière à déterminer la tension nécessaire $^1/_2(T+t)$.

Fig. 871.



Les courroies légères, ou même celles qui sont simplement soumises à de faibles efforts, sont souvent réunies par collage de leurs extrémités, taillées en biseau ; on emploie, à cet effet, soit de la colle de cuir (mélange de colle de poisson et de gélatine), soit une solution de gutta-percha dans le sulfure de carbone.

§ 285.

Construction des poulies de courroies.

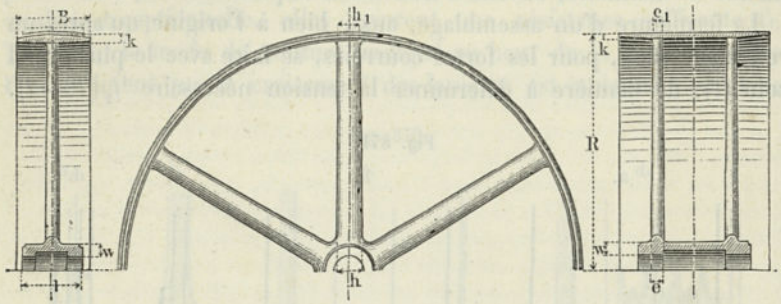
Le corps d'une poulie pour courroie se fait le plus ordinairement en fonte et d'un seul morceau. Les bras ou les rais, auxquels autrefois on était porté à donner une forme courbe, dans le but de prévenir les effets des tensions dans la fonte, reçoivent aujourd'hui, de préférence, une forme rectiligne. Suivant la largeur de la jante, on la soutient par une, deux ou même trois séries de bras, disposées parallèlement.

(1) Leloutre a utilisé, avec grand avantage, un tendeur de courroies dynamométrique, qui lui a permis d'aller, par exemple, pour $^1/_2(T+t)$, à 4000^k.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Dans la figure 872, l'une des coupes représente une poulie avec un seul rang de bras, l'autre une poulie à deux rangs. Les épaisseurs de

Fig. 872.



la jante et des bras sont déterminées par des considérations de construction ; les valeurs auxquelles on est ainsi conduit assurent à ces pièces une résistance largement suffisante.

Pour les poulies à un seul rang de bras, le nombre K de ces bras se trouve convenablement déterminé par la relation :

$$K = {}^1/_2\left(5 + \frac{R}{b}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (266)$$

d'où l'on tire la série des valeurs numériques suivantes :

$\frac{R}{b} =$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$K =$	3		4		5		6		7		8		9.

On peut prendre, de même, pour la hauteur h des bras, près du moyeu :

$$h = 6 + \frac{b}{4} + \frac{1}{10}\frac{R}{K} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (267)$$

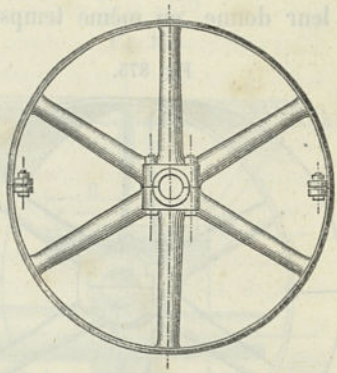
on fait ensuite la hauteur près de la jante $h_1 = 0{,}8h$, et les épaisseurs correspondantes e et e_1 respectivement égales à ${}^1/_2 h$ et ${}^1/_2 h_1$. Pour les poulies à deux ou trois rangées de bras, on peut les considérer comme composées de deux ou trois poulies à un seul rang; les hauteurs des bras sont alors égales à 0,8 ou 0,7 de la valeur précédente, fractions qui correspondent à $\sqrt[5]{{}^1/_2}$ et $\sqrt[5]{{}^1/_3}$.

Dans les poulies d'une bonne construction, l'épaisseur k de la jante varie de ${}^1/_3 h$ à ${}^1/_4 h$; assez souvent cette épaisseur se trouve encore plus faible (par suite du tournage). La largeur de cette même jante

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

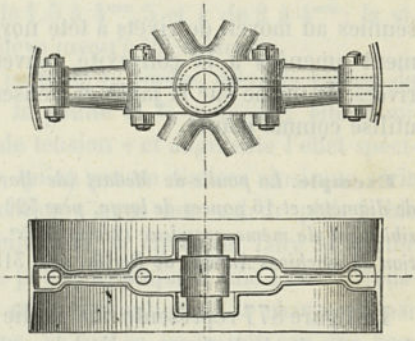
est comprise entre $^9/_8\,b$ et $^5/_4\,b$. L'épaisseur w de la paroi du moyeu varie de h à $^5/_4\,h$, en supposant h déterminé par la formule précédente. Il suffit de donner au moyeu une largeur égale à b, dans les poulies à un seul rang de bras, et à $2b$, dans les poulies à deux rangs. Avec les poulies légères, la fixation du moyeu sur l'arbre est complètement assurée par de simples vis de pression (v. fig. 875 et 877); pour les poulies plus importantes, on a recours à l'emploi de la clavette concave de la figure 189, avec ou sans vis de pression (1).

Fig. 875.



Dans un assez grand nombre de cas, on fait usage de poulies en deux pièces, qui offrent le sérieux avantage de pouvoir se placer très facilement sur les arbres de transmission. Les figures 873 à 875 indiquent trois dispositions différentes de ce genre de poulies. Les deux moitiés de la poulie sont fondues avec une jante d'une seule pièce et, après l'opération du tournage et de l'alésage, on coupe les minces parois de liaison, qui sont faciles à reconnaître dans la figure 874.

Fig. 874.



La figure 875 représente le mode de jonction de *Walker*, qui se fait au moyen de crochets en fonte malléable ou en acier. Dans ces trois dispositions, on se dispense de clavettes de fixation spéciales pour le moyeu.

En Angleterre et en Amérique, les poulies avec jante en fer, bras et moyeu en fonte, sont aujourd'hui d'un usage assez répandu. Ces poulies offrent l'avantage de n'exiger qu'une pièce de fonte très simple et d'avoir un poids notablement plus faible (de 25 à 60 %) que les poulies entièrement en fonte; ce dernier point peut avoir une grande

(1) Il est facile de reconnaître qu'une simple fixation par frottement est suffisante, en se reportant à la faible valeur, trouvée précédemment, pour la pression p entre la courroie et la poulie. Dans les cas ordinaires, il résulte de là que, pour un coefficient de frottement sur la clavette moitié de celui sur la courroie, la pression p', par unité de surface de contact de la clavette, doit être de 2 à 4000 fois la valeur de p, ce qui, d'après les exemples du § 282, ne donne pas plus de 3 à 4 pour p'.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

importance dans certaines transmissions, au point de vue du travail absorbé par le frottement des tourillons. La figure 876 donne la disposition de poulie de *Medart*. Les deux moitiés de la jante reçoivent leur forme cylindrique, en passant dans une machine à cintrer, qui leur donne, en même temps, le bombement nécessaire ; elles sont

Fig. 875.

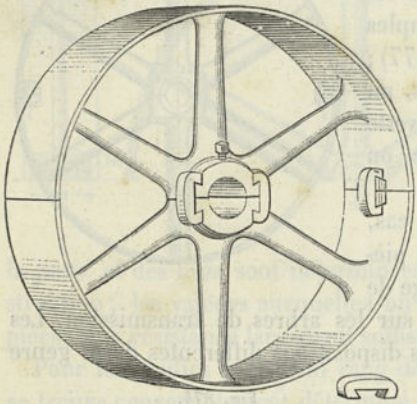
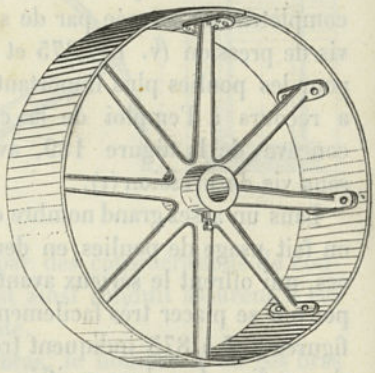


Fig. 876.



réunies au moyen de rivets à tête noyée. Les pattes des rais, préalablement amenées à la convexité convenable par simple meulage, sont rivées de même sur la jante et l'ensemble se trouve en mesure d'être utilisé comme poulie.

Exemple. *La poulie de Medart (de Hartford Eng. Company), de 60 pouces de diamètre et 16 pouces de large, pèse 320 livres ou 145ᵏ ; la poulie en fonte sensiblement de même grandeur* ($2R = 1525^{m}, B = 400^{mm}$) *de la Société de construction de machines Anhalt, de Berlin, pèse* 318^{k}.

La figure 877 représente une poulie en deux pièces, avec une jante en fer, amenée de la forme cylindrique à la forme bombée par tournage.

On a cherché également, et non sans succès, à établir en fer le moyeu et les bras. Toutefois, les difficultés d'exécution semblent devoir s'opposer au développement de ce mode de construction, qui devra probablement être réservé pour les très grandes poulies (de 5 à 8 mètres de diamètre).

Sturtevant, de Boston, emploie des poulies entièrement en acier pour ses ventilateurs, d'une construction si remarquable. Sur l'arbre du ventilateur est vissé invariablement le moyeu d'un disque en acier (fig. 878) ; sur la tranche de ce disque est rapportée à chaud une jante en acier, tournée et alésée, qui présente, à l'intérieur, une légère rainure pour le logement du disque. L'arbre, avec la poulie, est placé

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

dans ses paliers et toutes les parties sont de nouveau tournées en marche, afin de prévenir toute inégalité de répartition des masses autour de l'arbre (v. plus bas). Sturtevant utilise ce mode de construction pour 11 types différents de poulies, dans lesquels R va de

Fig. 877.

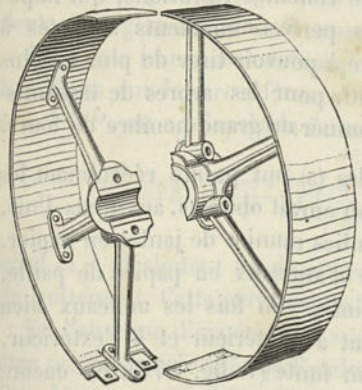
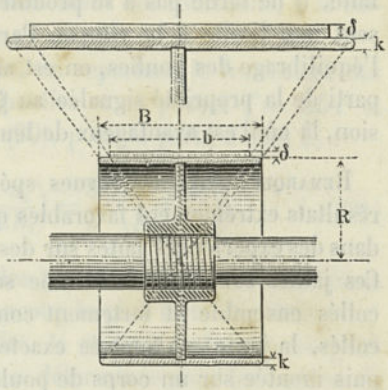


Fig. 878.



24 à 130^{mm}, b de 33 à 175^{mm}, δ de 1,5 à 4^{mm},5 et k de 2 à 4^{mm}; la vitesse v, dans ces ventilateurs, s'élève jusqu'à 25 mètres.

Une garniture de cuir, sur la jante de la poulie, élève la valeur du coefficient f du frottement entre la poulie et la courroie; elle diminue, par conséquent, le module de tension τ et augmente l'effet spécifique. Il semblerait, d'après cela, qu'on puisse réaliser ainsi une série d'avantages dignes d'attirer l'attention; avec une valeur plus faible de τ, on pourrait réduire la section de la courroie, faire la poulie plus étroite, ou, en tous cas, plus petite. Appliqué à une grande transmission, le procédé entraînerait une diminution de la charge et, par suite, du frottement des tourillons, ce qui se traduirait par une économie de force. Toutefois, d'après les observations de l'auteur, les actions auxquelles se trouve soumise la courroie, dans le cas d'une garniture en cuir, ne correspondent pas à un effet spécifique plus élevé que dans les poulies sans garniture et, dès lors, l'utilité de cette addition reste douteuse, d'autant plus que la dépense d'établissement est assez importante (voy. du reste la remarque ci-après).

Plus la vitesse d'une poulie est considérable, plus il est important que son axe géométrique de rotation soit un axe libre. A cet effet, le centre de gravité de la poulie doit d'abord se trouver sur cet axe; en outre, les masses doivent être réparties de telle sorte que les axes d'inertie passent par l'axe de rotation et que le moment de la force

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

centrifuge soit nul (1). On peut arriver à ce résultat par un procédé empirique, qui consiste à balancer ou, comme on dit, à équilibrer la poulie, en faisant disparaître l'inégalité de répartition des masses par l'addition de petits bouchons de plomb, en des points convenablement choisis (2). Plus une poulie est équilibrée avec soin, plus on peut la faire tourner vite, tandis que si elle ne l'est que d'une manière imparfaite, il ne tarde pas à se produire de violentes vibrations, qui imposent une limite à la vitesse. Par les perfectionnements apportés à l'équilibrage des poulies, on est arrivé à pouvoir tirer de plus en plus parti de la propriété signalée au § 146, pour les arbres de transmission, là où il est avantageux de leur donner un grand nombre de tours.

Remarque. Certaines revues spéciales (3) ont publié récemment les résultats extrêmement favorables qu'on aurait obtenus, aux Etats-Unis, dans des expériences faites sur des poulies munies de jantes en papier. Ces jantes sont formées d'une série d'anneaux en papier de paille, collés ensemble et fortement comprimés. Un fois les anneaux bien collés, la jante est tournée exactement à l'intérieur et à l'extérieur, puis montée sur un corps de poulie en fonte (v. fig. 876), ou encore sur un disque à moyeu en papier. L'essentiel est que le contour extérieur de la jante conserve constamment une certaine rugosité, due aux corpuscules siliceux de la matière employée, ainsi qu'un module de frottement très élevé. Calculé d'après les résultats indiqués, le module ρ (§ 265) serait sensiblement égal à 6, valeur qui correspond, pour le module de tension τ, à la valeur très faible 1,2. Dans ces conditions, il suffirait de prendre $T = 1{,}2\,P$, au lieu de $2{,}5\,P$, comme dans les poulies en fonte ordinaires. L'emploi de ces nouvelles poulies aurait donc pour conséquence de doubler l'effet spécifique de la courroie (v. § 282) et d'entraîner une diminution notable de l'effort de traction sur cette courroie et, par suite, de la perte d'effet utile ; il permettrait, en même temps, de faire les poulies plus petites et, par conséquent, plus légères que les poulies en fonte équivalentes. Ce serait donc un perfectionnement essentiel et riche en conséquences, apporté au côté technique des transmissions par courroies. On ne saurait donc trop conseiller de nouvelles expériences, destinées à bien établir jusqu'où vont les résultats annoncés comme si favorables et à s'assurer s'ils sont de nature à se maintenir.

(1) V. à ce sujet un article du professeur Reuleaux : « Ueber das Zentrifugal Moment », Berliner Verhandlungen, 1876, p. 50.

(2) Un certain nombre d'usines livrent aujourd'hui des poulies équilibrées. L'usine *Defiance machine works* (à Defiance, Ohio) construit un appareil très remarquable pour équilibrer les organes tournants de machines.

(3) V., par exemple, *American Machinist*, 1885, mai 23, p. 7.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 286.

Perte d'effet dans la transmission par courroie.

Dans la transmission par courroie se produisent trois pertes d'effet essentielles, qui correspondent au frottement des tourillons, à la raideur et au glissement de la courroie.

Dans une transmission horizontale, en reportant le frottement des tourillons sur la circonférence des poulies et en posant $T = 2{,}5\,P$ et $t = 1{,}5\,P$, on a, d'après la formule (99), pour la perte d'effet E_t :

$$\frac{F'}{P} = E_t = \frac{T+t}{P}\frac{4}{\pi} f\left(\frac{d}{2R} + \frac{d_1}{2R_1}\right) = \frac{8}{\pi} f\left(\frac{d}{R} + \frac{d_1}{R_1}\right). \quad . \quad . \quad (268)$$

où d et d_1 désignent les diamètres des tourillons et f leur coefficient de frottement. Cette perte est de beaucoup la plus forte des trois.

En l'absence d'expériences spéciales, la raideur de la courroie peut être prise égale à celle qu'Eytelwein a déterminée pour les cordes. Si l'on désigne par s le coefficient de raideur pour la force Σ' qui fait équilibre à la raideur sur les deux poulies, on a :

$$\frac{\Sigma'}{P} = E_r = s\,\frac{T+t}{P}\left(\frac{\delta^2}{R} + \frac{\delta^2}{R_1}\right) = 4\,s\left(\frac{\delta^2}{R} + \frac{\delta^2}{R_1}\right). \quad . \quad . \quad (269)$$

où l'on doit poser $s = (4 : \pi)0{,}009$, soit $0{,}012$.

La perte d'effet par le glissement tient à ce qu'un volume déterminé de la courroie, en raison de sa tension plus forte sur la poulie menante, recouvre une longueur plus grande que sur la poulie menée. En désignant par G' la force absorbée par le glissement sur les deux poulies, on a, pour la tension S_1 dans le brin menant :

$$\frac{G'}{P} = E_g = \frac{1 - \frac{t}{T}}{1 + \frac{E}{S_1}} = \frac{0{,}4\,S_1}{E + S_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (270)$$

E est ici le module d'élasticité de la courroie, lequel, pour le cuir, est de 15 à 20^k. Les pertes dues à la raideur et au glissement sont relativement faibles.

Exemple. *Soient* $d = d_1 = 100^{mm}$, $R = R_1 = 500^{mm}$, $\delta = 5^{mm}$, $f = 0{,}08$, $s = 0{,}012$, $E = 20^k$ *et* $S_1 = 0^k{,}3$. *On trouve :* $F' = P(8.0{,}08 : \pi)0{,}4 = 0{,}08\,P$; $\Sigma' = P(0{,}048.2)(25 : 500) = 0{,}0048\,P$; *enfin* $G' = P\,(0{,}4.0{,}3 : 20{,}5) = 0{,}0059\,P$. *La perte totale serait donc :* $E_t + E_r + E_g = 0{,}08 + 0{,}0048 + 0{,}0059 = 9{,}1$ *p.* %.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

CHAPITRE VINGT-ET-UNIÈME

TRANSMISSIONS PAR CABLES

§ 287.

Des différentes espèces de transmissions par câbles.

Lorsque, dans la disposition de la figure 810, on utilise un câble comme organe de transmission de force, on constitue ce qu'on appelle une transmission par câble. Suivant que le câble employé est composé de fibres végétales ou de fils métalliques, les applications et les détails de construction se trouvent présenter des différences si prononcées qu'on devrait, à la rigueur, distinguer trois genres de transmission par câble, correspondant aux trois espèces principales de câbles en usage dans la pratique (câbles en chanvre, en coton et en fils métalliques); dans tous les cas, nous les traiterons ici séparément.

La transmission par câble (ou corde) en chanvre, qui est la plus ancienne, s'est vu, pendant longtemps, préférer la transmission par courroie, pour les forces de quelque importance, et ce n'est guère que vers 1860 qu'elle a été sérieusement appliquée (d'abord par *Combes*. à Belfast), et que son utilisation, pour le transport de forces considérables, s'est développée progressivement. La nature de la matière ne permet, d'ailleurs, de l'employer que dans les locaux couverts. Il en est de même de la transmission par câble en coton, qui, en raison de la souplesse et de la flexibilité de l'organe principal, a trouvé d'utiles applications, assez limitées du reste, dans les métiers de filatures, les grues et un certain nombre d'autres appareils. La transmission par câbles métalliques a été imaginée, vers 1850, par les frères *Hirn*, du Logelbach, et elle s'est ensuite développée rapidement. Elle est, à un haut degré, propre à la transmission de forces considérables entre des points très éloignés; elle constitue donc essentiellement le mécanisme de transmission (le train) à distance. Elle est utilisable à l'air libre, et cela d'une manière très satisfaisante, comme l'a montré la pratique. Son cercle d'applications, déjà très développé, est, comme nous le verrons, susceptible encore d'une grande extension.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

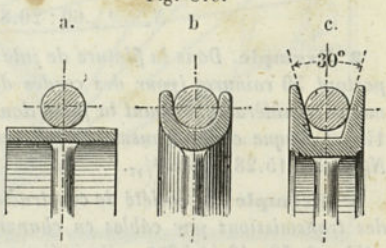
A. TRANSMISSION PAR CABLES EN CHANVRE.

§ 288.

Effet spécifique. Section du câble.

Commençons par établir l'effet spécifique du câble en chanvre (V. § 282). D'après la formule (262), il a pour expression générale $N_0 = {}^4/_5 S_1 : \tau$, en désignant par S_1 la traction dans le brin menant et par τ le module de tension. Ce module dépend, non seulement du coefficient de frottement f, mais encore de la forme de la rainure de la poulie, dans laquelle le câble se trouve engagé. Avec une rainure présentant la forme d'un demi-cercle (fig. 879 *b*), le frottement n'est que très peu supérieur à celui qui correspond à la poulie complètement cylindrique (fig. *a*). Si, au contraire, cette rainure affecte la forme d'un coin, comme dans la figure *c* (V. Roues à coin, §196), la surface de contact devient plus faible, mais l'adhérence est plus considérable. Dans l'expression de τ, que donne la formule (239), on peut tenir compte de l'influence de la forme de la rainure, au moyen du coefficient f'. D'après les expériences très exactes de Leloutre, f, qui est égal à 0,075, pour une corde neuve sur poulie cylindrique, devient 0,088 pour une rainure semi-circulaire, et 0,150 pour une rainure à coin, dont l'angle est de 60°, ce qui correspond, du reste, bien exactement à l'action du coin, qui, pour cet angle, double la pression (V. formule 185). Avec $f' = 0{,}088$, et pour un enroulement sur une demi-circonférence, on obtient sensiblement $f'a = 0{,}3$ et, par suite, $\tau = 3{,}86$; avec $f' = 0{,}15$, on trouve $f'a = 0{,}47$ et $\tau = 2{,}67 = {}^8/_3$ (V. p. 722). Cette dernière valeur, qui, en réalité, s'abaisse encore un peu pour les cordes ayant servi, est celle qu'il convient d'utiliser avec les rainures en forme de coin, telles qu'on les emploie aujourd'hui. En prenant, pour la tension, une valeur très faible, ${}^1/_4{}^k$, on obtient, pour l'effet spécifique, $N_0 = {}^4/_5 \cdot {}^1/_4 : {}^8/_5 = {}^1/_8$.

Fig. 879.



Assez souvent on trouve, pour N_0, des valeurs plus faibles, s'abaissant jusqu'à ${}^1/_{16}$, de telle sorte que, comme règle pratique, nous pouvons prendre, pour l'effet spécifique de la transmission par une corde en chanvre, c'est-à-dire pour le travail (exprimé en chevaux) que cette

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

corde est capable de transmettre, par centimètre carré de sa section (1) et pour chaque mètre de vitesse :

$$N_0 = \frac{1}{8} \text{ à } \frac{1}{16}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (271)\ (2)$$

Lorsqu'on doit transmettre un travail très considérable, il convient de disposer un certain nombre de cordes, les unes à côté des autres, sur les poulies, munies, à cet effet, d'un nombre suffisant de rainures. Pour les transmissions de machines motrices, on emploie très fréquemment des câbles de 50 millimètres; ce diamètre s'abaisse parfois à 30 millimètres et d'autres fois s'élève à 70 millimètres.

1er Exemple. *Une machine à vapeur existante, de* 60 *chevaux, transmet travail par* 5 *cordes de* 50^{mm}, *à la vitesse de* 45 *tours par minute et avec un diamètre de poulie de* $5^m,44$. *On tire de là* $v = 3,44.\pi.45 : 60 = 8^m,105$; *la section d'une corde* $q = {}^1/_4\pi.50^2 : 100 = 19^{cmq},635$, *soit* 20^{cmq}. *On en déduit :*

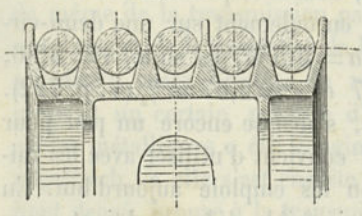
$$N_0 = {}^1/_5.60 : 20.8 = {}^5/_{40} = 1 : 13,33.$$

2e Exemple. *Dans la filature de jute de Geraer, la machine motrice a un volant portant* 30 *rainures (pour des cordes de* 60^{mm}), *qu'on garnit en nombre plus ou moins considérable, suivant la force dont on a besoin. La vitesse des cordes est de* 15^m *et chaque corde transmet* 25 *chevaux. On a donc ici, pour l'effet spécifique,* $N_0 = 25 : 15.28,5$, *soit* ${}^1/_{17}$.

3e Exemple. *La société de construction de machines Anhalt, de Berlin, fournit des transmissions par câbles en chanvre, pour lesquelles, avec les diamètres de câbles de* 30, 40 *et* 50^{mm}, *elle indique des efforts P à la circonférence égaux à* 42, 75 *et* 120^k. *Les sections des câbles en cmq sont* 7,0, 12,5 *et* 20. *Comme* $N : v = P : 75$, *on tire de là :* $N_0 = P : 75.q$, *ce qui, pour les trois cas, donne* $42 : 75.7$, $75 : 75.12,5$ *et* $120 : 75.20$, *c'est-à-dire* $N_0 = 1 : 12,5$.

La figure 880 représente la section de la jante d'une poulie à cinq rainures pour transmission par corde. Pour les machines à vapeur de grande puissance, les volants à rainures, qui servent comme poulies de transmission, constituent des pièces de construction très puissantes et dont l'exécution présente parfois de sérieuses difficultés (3).

Fig. 880.



L'emploi de la transmission par cordes a permis d'apporter des simplifications très importantes dans les installations des arbres de trans-

(1) Ici, comme précédemment (§ 266), la section q est supposée égale à la surface complète du cercle d'un diamètre égal à celui de la corde.

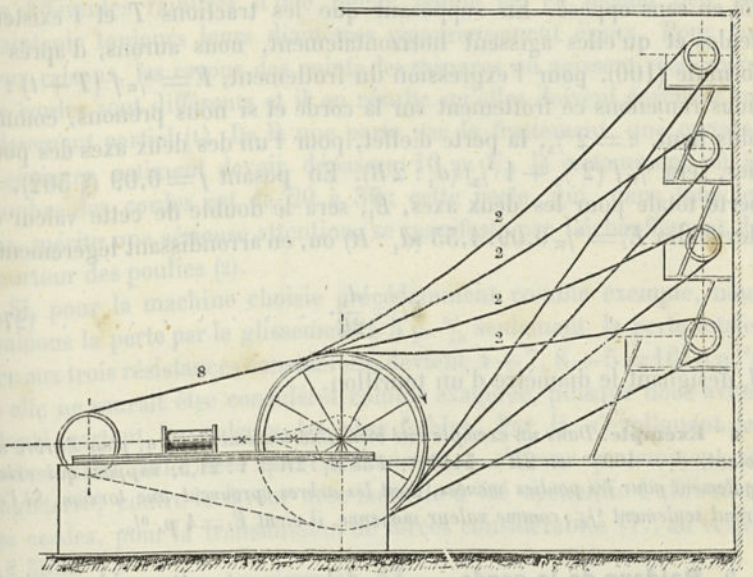
(2) Dans une filature de Cologne, cinq cordes, de 42^{mm} de diamètre, à la vitesse de $15^m,25$, transmettent 180 chevaux indiqués, ce qui donne $N_0 = {}^1/_6$.

(3) D'après l'*Engineer*, janv. 1884, il existe, en Angleterre, une roue de transmission par

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

mission des fabriques, notamment en ce qui concerne les arbres premiers moteurs et d'éviter les équipages de roues dentées. La figure 881 représente une disposition qui est actuellement très en faveur pour un

Fig. 881.



train de fabrique. Dans cette disposition, la machine à vapeur, installée au rez-de-chaussée, transmet la force motrice, au moyen de seize câbles, à cinq arbres horizontaux, établis à cinq étages différents.

§ 289.

Perte d'effet dans la transmission par câble en chanvre.

Dans la transmission par câble en chanvre, il existe plusieurs sources de résistances nuisibles, qui, dans les cas ordinaires, viennent réduire le travail utile dans une proportion assez considérable. Ces résistances tiennent principalement au frottement des tourillons, à la raideur et au glissement du câble.

a. **Frottement des tourillons**. — Ce frottement a une valeur assez importante, notamment dans la commande par cordes appliquée

cordes, qui est le volant d'une machine de 4000 chevaux. Cette roue, qui peut recevoir 60 cordes, a une largeur de 15 pieds anglais et un diamètre de 39 pieds : elle pèse 140 tonnes.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

aux machines à vapeur, où l'arbre du volant a nécessairement des tourillons d'un grand diamètre. Le calcul de ce frottement ne peut, d'ailleurs, se faire que d'une manière approximative, puisque les efforts exercés sur les tourillons par les tractions des cordes viennent agir, tantôt dans le même sens que le poids et d'autres charges, tantôt en sens opposé. En supposant que les tractions T et t existent seules et qu'elles agissent horizontalement, nous aurons, d'après la formule (100), pour l'expression du frottement, $F = {}^4/_\pi f\,(T+t)$: si nous ramenons ce frottement sur la corde et si nous prenons, comme plus haut, $\tau = 2\,{}^2/_3$, la perte d'effet, pour l'un des deux axes des poulies, sera ${}^4/_\pi f\,(2\,{}^2/_3 + 1\,{}^2/_3)\,(d_1 : 2R)$. En posant $f = 0{,}09$ (§ 302), la perte totale pour les deux axes, E_t, sera le double de cette valeur et deviendra $E_t = {}^8/_\pi\, 0{,}09 . 4{,}33\,(d_1 : R)$ ou, en arrondissant légèrement :

$$E_t = \frac{d_1}{2R}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (272)$$

d_1 désignant le diamètre d'un tourillon.

1er Exemple. *Dans un exemple cité bien antérieurement, on a, pour l'arbre du volant,* $d_1 = 160^{mm}$ *et* $2R = 3440^{mm}$, *d'où* $d_1 : 2R = 1 : 21{,}5$, *rapport qui existe également pour les poulies menées, dont les arbres éprouvent une torsion. Si l'on prend seulement* ${}^1/_{25}$, *comme valeur moyenne, il vient* $E_t = 4$ *p.* $^0/_0$.

b. **Raideur de la corde.** — En déterminant cette raideur par la formule d'Eytelwein (253), il convient d'introduire pour Q, dans cette formule, la valeur ${}^1/_2\,(T+t)$, ou plutôt $(T+t)$, en considérant ensemble les deux poulies, ce qui, pour $\tau = 2\,{}^2/_3$, donne $Q = 4\,{}^1/_3\,P$. Si nous observons maintenant que les cordes de transmission sont très lâches, nous en conclurons que le coefficient de raideur s doit être plus faible que dans la formule d'Eytelwein ; en admettant comme vraisemblable qu'il ne doit guère en être que les ${}^2/_3$, nous obtiendrons $\Sigma : P = {}^2/_3\, 0{,}0186\,(d^2 : R)\; 4\,{}^1/_3$ et, par suite, pour la perte d'effet :

$$E_r = 0{,}054\,\frac{d^2}{R}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (273)$$

d désignant le diamètre de la corde.

6e Exemple. *Dans la transmission par corde en chanvre de l'exemple précédent,* $d = 50^{mm}$ *et* $R = 1720^{mm}$. *On a donc :* $E_r = 0{,}054\,(2500 : 1720) = 0{,}078$, *soit* 7,8 *p.* $^0/_0$.

c. **Perte par le glissement.** — La perte par le glissement des cordes dont il s'agit ici n'est pas cette perte insignifiante et négligeable

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

dont il a été précédemment question (§ 286), au sujet de la transmission par courroie. Elle est complètement différente et est la conséquence de la division de la force à transmettre entre un grand nombre de cordes. Il est ordinairement impossible de donner le même degré de tension à toutes les cordes, disposées, les unes à côté des autres, dans les différentes rainures d'une même poulie et, en second lieu, de maintenir toujours leurs diamètres rigoureusement égaux. Pour ces deux raisons, les rayons des points des rainures où agissent réellement les cordes sont différents et il en résulte qu'elles doivent éprouver un glissement partiel (1). De là une perte par le frottement, que certains ingénieurs estiment devoir dépasser 10 p. %, là notamment où le nombre des cordes est de 20 à 30; cette perte, qui, dans tous les cas, mérite une sérieuse attention, se manifeste par l'échauffement du pourtour des poulies (2).

Si, pour la machine choisie précédemment comme exemple, nous évaluons la perte par le glissement à 5 p. % seulement, la perte totale, due aux trois résistances considérées, devient $4+7,8+5=16,8$ p. % et elle ne saurait être considérée comme exagérée, puisque nous avons adopté partout les valeurs les plus faibles. Par là s'expliquent les protestations autorisées qui commencent à s'élever (notamment en Angleterre) contre la faveur avec laquelle a été accueillie l'utilisation des cordes, pour la transmission de forces considérables (V., au reste, le § 303).

§ 290.

Pression sur les cordes en chanvre. Usure.

Au point de vue de la largeur b' de la surface d'appui, il convient de distinguer les trois formes que peut présenter la poulie (cylindrique, à gorge semi-circulaire ou globique, et à rainure en coins, figure 888), si l'on veut appliquer la formule (241). Avec la forme a, la largeur b' peut être évaluée à $^1/_8$ du contour de la corde. On a alors, pour la pression par unité de surface, $p = S\pi/_4\, d^2 : \pi/_8\, dR$, d'où l'on tire.

$$\frac{p}{S} = 2\frac{d}{R} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (274)$$

(1) Si, transversalement au plan moyen de la poulie, on trace un trait en couleur sur les cordes tendues les unes à côté des autres, il est facile de constater que, presque immédiatement après la mise en marche, les repères tracés sur les différentes cordes se séparent et qu'au bout d'un certain temps ils se trouvent répartis tout autour de la poulie.

(2) On peut établir la perte totale due à la raideur et au glissement, d'une manière relativement rigoureuse, au moyen d'essais au frein sur des machines existantes. Il serait intéressant, pour la science technique, que ces expériences fussent faites partout où l'occasion s'en présente.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Avec la poulie à gorge (fig. 888 *b*), on peut poser $b' = \pi/_2 d$, ce qui donne

$$\frac{p}{S} = \frac{1}{2}\frac{d}{R}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (275)$$

Dans le cas de la rainure en coin (fig. *c*), la pression radiale Q de la corde se décompose en deux forces, dirigées normalement aux parois de la rainure et ayant pour valeur $Q' = {}^1/_2 Q : \sin {}^1/_2 \theta$; pour les deux positions, la largeur d'appui b' peut encore être prise égale à $^1/_8$ du contour de la corde et on a alors :

$$\left.\begin{aligned} &\frac{p}{S} = \frac{1}{\sin {}^1/_2 \theta}\frac{d}{R} \\ &\text{et, pour } \theta = 30^0, \text{ sensiblement :} \\ &\frac{p}{S} = 4\frac{d}{R} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (276)$$

Ainsi, dans ce cas, qui est le plus défavorable, la pression par unité de surface est encore peu importante, S étant très petit, puisque, comme nous l'avons vu, il doit être pris au plus égal à $^1/_4{}^k$.

Exemple. *Avec* $S = {}^1/_4$ *et* $d : R = {}^1/_{25}$, *on a, pour la poulie cylindrique,* $p = {}^1/_2 . {}^1/_{25} = {}^1/_{50}$, *pour la poulie à gorge semi-circulaire,* $p = {}^1/_{200}$ *et, pour la poulie à rainures, avec* $\theta = 30^0$, $p = {}^1/_{25}{}^k$ *par millimètre carré.*

On voit qu'en définitive les pressions sur les contours des cordes ont une valeur très faible, et c'est ce qui explique la durée relativement assez longue des transmissions par cordes (deux à trois ans), quand elles ne se trouvent pas soumises à d'autres causes accidentelles d'usure.

B. TRANSMISSION PAR CABLES EN COTON.

§ 291.

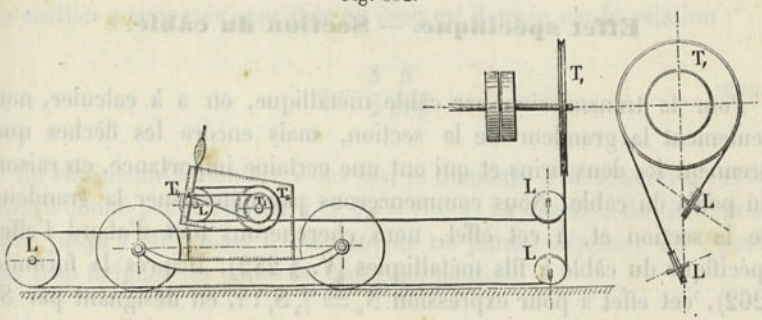
Emplois de la transmission par câbles en coton.

Les câbles en coton sont d'un usage beaucoup moins développé que les cordes en chanvre, bien qu'ils jouissent de propriétés supérieures, au point de vue de la transmission des forces ; ils sont, en effet, à la fois, très résistants et très flexibles, mais ils sont d'un prix assez élevé, et c'est là sans doute ce qui limite leurs applications. Nous avons déjà signalé (§ 266) l'utilisation de ces câbles pour la commande des broches dans le métier mull-jenny ; la transmission peut, dans ce cas, être disposée comme l'indique, par ex., la figure 882. T_1 est la poulie menante, et T_2 la poulie menée, établie sur le chariot porte-broches.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Cette dernière poulie transmet sa puissance au tambour cylindrique T_3, lequel donne le mouvement aux broches T_4, au moyen de cordons de faibles dimensions ; L, L sont des poulies guides. Dans les grands métiers qui comportent un nombre de broches considérable,

Fig. 882.



et où un câble ordinaire, de 22^{mm} de diamètre, serait insuffisant pour transmettre la force motrice de T_1 à T_2, on a recours à deux câbles de ce même diamètre, disposés l'un à côté de l'autre ; toutes les poulies sont alors à deux rainures, de forme semi-circulaire.

Dans les bancs à broches disposés en cercle, comme, par exemple, ceux de *Martin*, de Verviers, on trouve des câbles en coton, de 15^{mm} de diamètre, employés dans la commande par poulies étagées (12 échelons pour un rapport de transmission qui varie de 3 : 1 à 2 : 3). Le procédé indiqué au § 281 pourrait être utilisé pour la détermination des rayons des divers échelons. Les rainures ici encore sont de forme semi-circulaire.

Ainsi que nous l'avons déjà mentionné au § 266, Ramsbotton a introduit l'usage des câbles en coton, comme organes de transmission, dans les grues roulantes. On trouve là des câbles de 15 à 22^{mm}, qui travaillent à des vitesses de 12 à 15^{m}; un tendeur à poids assure au câble une tension convenable.

Il reste à se demander si l'emploi de la transmission par câble en coton est à recommander pour les cas où, comme ici, la charge se trouve avoir nécessairement un mouvement extrêmement lent, 0^{m},1 à 0^{m},05 par seconde, et où, par suite, on se trouve conduit à intercaler, entre le câble et la charge, une série d'organes de transmission, pour passer d'une grande vitesse à une vitesse très faible (1).

(1) Il convient encore de faire remarquer que, dans nombre de cas, les câbles de transmission en fibres végétales se trouvent remplacés par des câbles en cuir, obtenus par la torsion en spires d'une bande de cuir. On rencontre des câbles de ce genre ou des cordons, employés aussi bien pour de faibles commandes, comme, par exemple, celle des tours à pédale, que pour des installations industrielles importantes, parmi lesquelles figure celle des bancs à broches circulaires dont il a été question dans le texte.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

C. TRANSMISSION PAR CABLES MÉTALLIQUES.

§ 292.

Effet spécifique. — Section du câble.

Pour la transmission par câble métallique, on a à calculer, non seulement la grandeur de la section, mais encore les flèches que prennent les deux brins et qui ont une certaine importance, en raison du poids du câble. Nous commencerons par déterminer la grandeur de la section et, à cet effet, nous chercherons tout d'abord l'effet spécifique du câble à fils métalliques (V. § 282). D'après la formule (262), cet effet a pour expression $N_0 = {}^4/_5 S_1 : \tau$, en désignant par S_1 la tension de traction dans le brin menant, au point où il commence à s'enrouler sur la poulie motrice, ou encore au point où il abandonne la poulie menée.

Le module de frottement ρ est plus élevé que dans la transmission par courroie, d'abord parce que α est toujours très rapproché de π et qu'en second lieu le coefficient f a une valeur plus forte, en raison du mode de garniture de la jante par des bandes de cuir, disposées normalement au plan de la poulie (V. plus bas); d'après d'anciennes et de récentes expériences, ce coefficient ne descend pas au-dessous de 0,22 et peut aller à 0,25, ou même au delà. Avec la première valeur, $e^{f\alpha}$ devient égal à 2 (V. aussi figure 816) et, par suite, le module de tension $\tau = 2 : 2\text{-}1 = 2$. Si donc, comme c'est le cas presque toujours, la force centrifuge peut être négligée, l'effet spécifique de la transmission par câbles métalliques est

$$N_0 = \frac{2}{5} S_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (277)$$

Numériquement cet effet a une valeur très élevée, comme le montre, du reste, la pratique, puisque, avec des câbles de dimensions très faibles, on est arrivé à transmettre des puissances très considérables. Pour S_1, il convient d'aller, avec des fils en fer, jusqu'à 6^k et au delà, et avec des fils en acier jusqu'à 15^k, valeur qui pourrait même encore être dépassée. On obtient ainsi, pour l'effet spécifique cherché :

$S_1 =$	1	1,5	3	4,5	6	7,5	9	10,5	12	13,5	15
$N_0 =$	${}^2/_5$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Par conséquent, on a, en nombres ronds :

pour les câbles en fil de fer $N_0 = {}^2/_3$ jusqu'à 4 et au delà,
— — d'acier $N_0 = {}^2/_3$ — 10 —

La section q supposée exprimée en cmq est donnée par la relation :

$$q = \frac{3}{2}\frac{N}{vS_1}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (278)$$

En choisissant le nombre i des fils, le diamètre δ de chacun d'eux se trouve donné par la relation $i\,\pi/_4\,\delta^2 = 100\,q$. La vitesse v du câble peut aller jusqu'à 30^m, mais il convient de ne jamais dépasser 32^m, pour pas trop fatiguer les jantes en fonte des poulies.

§ 293.

Influence du rayon des poulies.

Par suite de l'enroulement du câble autour de la poulie de rayon R, il se produit, dans tous les fils, une tension de flexion s, dont la grandeur est $s = E\,\delta/_2 : R$ et comme $E = 20\,000$ pour le fil de fer, comme pour le fil d'acier, on a :

$$s = 10000\,\frac{\delta}{R}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (279)$$

Au point où le brin menant commence à s'appliquer sur la poulie et au point où il l'abandonne, la tension de chaque fil, sur le côté exposé à l'extension, est égale à la somme $S_1 + s$. C'est cette somme qui exprime l'effort auquel la matière se trouve soumise, effort qui ne doit pas dépasser certaines limites (V. § 267). Ici on peut prendre pour le fer, comme limite supérieure parfaitement admissible, la valeur 18^k et, pour l'acier, une valeur supérieure, dépendant du mode de préparation de ce métal ; pour du bon fil d'acier étiré, $S_1 + s$ peut aller jusqu'à 36^k (et même 40^k).

Si donc on suppose que le fil soit soumis au maximum d'extension qu'il peut supporter, en laissant la somme des tensions atteindre les limites précédentes de 18 et de 36^k, et si l'on désigne par S la tension d'allongement dans ce même fil, on déduit de la formule (279) la série des valeurs suivantes :

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

FIL DE FER						FIL D'ACIER					
S	s	$\frac{R}{\delta}$	S	s	$\frac{R}{\delta}$	S	s	$\frac{R}{\delta}$	S	s	$\frac{R}{\delta}$
0,5	17,5	571	9	9	1111	1	35	286	18	18	551
1	17	588	10	8	1250	2	34	294	20	16	625
2	16	625	11	7	1429	4	32	313	22	14	715
3	15	667	12	6	1667	6	30	334	24	12	834
4	14	714	13	5	2000	8	28	357	26	10	1000
5	13	769	14	4	2500	10	26	385	28	8	1250
6	**12**	**833**	15	3	3333	**12**	**24**	**417**	30	6	1667
7	11	909	16	2	5000	14	22	455	32	4	2500
8	10	1000	17	1	10000	16	20	500	34	2	3000

On diminue la fatigue du fil quand, pour une valeur donnée de S_1, on prend le rapport $R : \delta$ supérieur à celui qu'indique le tableau. Pour une valeur donnée de la somme $S_1 + s$, on obtient les plus petits rayons de poulies, en valeur numérique, lorsqu'on fait $s : S_1 = 2$, ce qui correspond, pour $R : \delta$, aux nombres 833 et 417 (1). Avec ces rapports, qui sont les plus favorables, le fil se trouve soumis à un effort de flexion double de sa tension d'allongement.

1er Exemple. *On veut transmettre un travail* $N = 60^{ch}$ *avec un câble en fils de fer, dont la vitesse* v *doit être de* 15^m; S_1 *doit être égal à* 6^k *et le nombre* i *des fils à* 36. *Nous avons d'abord, pour la section du câble,* $q = 1{,}5.60 : 15.6 = 1^{cm.q} = 100^{mm.q}$, *ce qui donne, pour la section d'un fil,* $100 : 36 = 2^{mm.q},78$ *et, pour son diamètre,* $\delta = \sqrt{(100 : 36)(4 : \pi)} = 1^{mm},88$, *soit* $1^{mm},9$. *Nous aurons ensuite, comme minimum, pour le rayon de la poulie,* $833.1{,}9 = 1583^{mm}$; *nous prendrons, en nombre rond,* $R = 1600^{mm}$. *De là on déduit, pour le nombre de tours,* $n = 60.1000.15 : 2\pi.1600 = 281 : \pi = 89{,}5$, *soit* 90. *Si l'on avait pris* $S_1 = s = 9^k$, *on aurait trouvé* $q = 66^{mmq},7$, $\delta = 1^{mm},85$, $R = 1111.1{,}85 = 2055^{mm}$ *et* $n = 70$.

On peut se demander s'il convient d'avoir égard à la force centrifuge du câble et dans quelle mesure? Si l'on va pour v jusqu'à 30^m, la table de la page 722, pour $S = 6$, donne sensiblement $1 - z = 0{,}87$; par suite, à la place de $f\alpha$, on doit mettre $f'\alpha = 0{,}87 f\alpha$. Pour $f = 0{,}25$, on a $f'\alpha = 0{,}87 \,.\, 0{,}25 \,.\, \pi = 0{,}70$ et, pour $f = 0{,}22$, $f'\alpha = 0{,}60$. La première valeur donne, pour le module de frottement du câble, 2,01, c'est-à-dire la même valeur que précédemment; mais

(1) On tire, en effet, des formules (279) et (282) : $R = K\sqrt[3]{\frac{1}{s^2 S_1}}$; la somme $s + S_1$ étant constante, le maximum du produit $s^2 S_1$ (ou le minimum de R) a lieu pour $s = 2S_1$.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

la seconde ne donne plus que 1,82 et on trouve alors, pour le module de tension, $\tau = 2{,}22$ (table de la p. 725). Dans ce cas, l'effet spécifique ne serait plus que 20 : 22, 2 ou $^{10}/_{11}$ de ce qu'il était précédemment. En partant de cette nouvelle valeur, on obtiendrait, pour le câble, une section augmentée dans le rapport de 1,1 à 1. Pour des valeurs moyennes de la vitesse, comprises entre 10 et 20^{m}, la différence serait beaucoup plus faible et, par suite, négligeable, surtout avec le fil d'acier, supposé employé avec les tensions élevées qu'on peut admettre.

2° Exemple. *Quel travail peut-on transmettre par un câble à 36 fils, de 2^{mm} de diamètre, à la vitesse de 30^{m}? Ici, en tenant compte de la force centrifuge, on doit prendre* $N_0 = {}^{10}/_{11} \cdot {}^{2}/_{3} \cdot 6 = 3{,}636$ *et, en outre,* $q = 0{,}01.36.\pi/4.4 = 1{,}13$. *On a, par conséquent,* $N = q\,v\,N_0 = 1{,}13.30.3{,}636 = 123{,}26$, *ou largement 120 chevaux. On a, d'ailleurs, pour le rayon,* $R = 2.10000 : 12 = 1666{,}6$, *soit 1670^{mm}.*

3° Exemple. *Combien de chevaux peut-on transmettre, dans les mêmes conditions, en employant comme matière du fil d'acier fondu de bonne qualité (V. § 267)? En prenant* $S_1 = 12$, N_0 *devient le double de ce qu'il était, c'est-à-dire égal à* 7,272; *N se trouve donc aussi doublé et porté, par suite, à 247^{ch}. Pour diminuer la fatigue du fil, au lieu de prendre s égal à 24^{k}, comme nous pourrions le faire, nous ferons* $s = 20^{k}$ *seulement, et nous obtiendrons alors* $R = 2.10000 : 20 = 1000^{mm}$.

Si la résistance P, supposée ramenée sur du câble, est donnée directement, ce qui est assez rare, la formule fondamentale $100\,q\,S_1 = \tau P$ donne, en faisant $\tau = 2$:

$$q = \frac{1}{50}\,\frac{P}{S_1}. \qquad (280)$$

Ce qui est plus souvent donné, c'est le moment statique qui doit être transmis, au maximum, sur l'arbre mené (commande de pompes, etc.). Si l'on divise, membre à membre, l'équation précédente par l'équation (279), on a $q = {}^{1}/_{500\,000} \cdot PR\,(s : S_1)\,(1 : \delta^2)$ et, comme $q = \pi/4\,\delta^2 : 100$, on tire de là

$$\delta = 0{,}0634 \sqrt[3]{\frac{1}{i}} \sqrt[3]{\frac{s}{S_1}\,PR}. \qquad (281)$$

ou, en introduisant, au lieu du moment PR, le quotient $N : n$ tiré de (135) :

$$\delta = 5{,}67 \sqrt[3]{\frac{1}{i}} \sqrt[3]{\frac{s}{S_1}\,\frac{N}{n}}. \qquad (282$$

4° Exemple. *Une pompe foulante, actionnée par une manivelle montée sur l'arbre mené d'une transmission par câble, donne une résistance de 400^{k} sur le bras de cette manivelle, long de 360^{mm}; le maximum de la valeur de PR est alors 400.360. Si l'on suppose qu'on veuille employer un câble de 36 fils de fer, avec* $S_1 = 6^{k}$ *et* $s = 12^{k}$, *on aura* $\delta = (0{,}0634 : \sqrt[3]{36})\,\sqrt[3]{144000.2} = 1{,}268$, *soit 1^{mm},25. On déduit de là, pour le rayon, d'après la table,* $R = 833.1{,}25 = 1040^{mm}$, *valeur qui, comme l'avons vu, est un minimum.*

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 294.

Flèches des câbles.

Pour que, dans un câble de transmission, les tensions T et t aient des valeurs convenables, la flèche de chaque brin doit avoir une grandeur déterminée, qu'il est nécessaire, d'ailleurs, de connaître au point de vue de l'espace exigé pour le passage de la transmission. La ligne d'axe du câble affecte la forme d'une courbe, qui se trouve comprise entre la chaînette et la courbe élastique, et qui se rapproche beaucoup d'une parabole (1). Dans une transmission horizontale, pour laquelle la distance des points de suspension est a (fig. 883) et la flèche h, qui devient h_1 pour le brin menant, h_2 pour le brin conduit et h_0 à l'état de repos, le paramètre c de cette parabole est donné par la relation :

$$c = \frac{a^2}{8h} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (283)$$

d'où l'on déduit pour la force tangentielle K à un point de suspension.

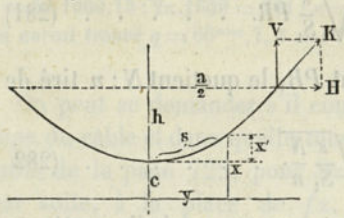
$$K = p\left(h + \frac{a^2}{8h}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (284)$$

Toutes les longueurs sont ici supposées exprimées en mètres. Avec la section du câble q (exprimée comme précédemment en centimètres

(1). L'équation de la chaînette, d'après la figure ci-contre, est :

$$x = \frac{c}{2}\left(e^{\frac{y}{c}} + e^{-\frac{y}{c}}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (285)$$

où, au point (x,y) les forces tangentielle, verticale et horizontale sont respectivement px, ps et pc, p désignant le poids par unité de longueur, et où $s = \sqrt{x^2 - c^2}$. Pour le point de suspension, on a, par conséquent :



$$K = p\,(h + c), \quad V = p\sqrt{h^2 + 2hc},$$
$$H = pc \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (286)$$

où le paramètre c est encore inconnu. Pour le déterminer, développons l'équation première en deux séries, ce qui donnera :

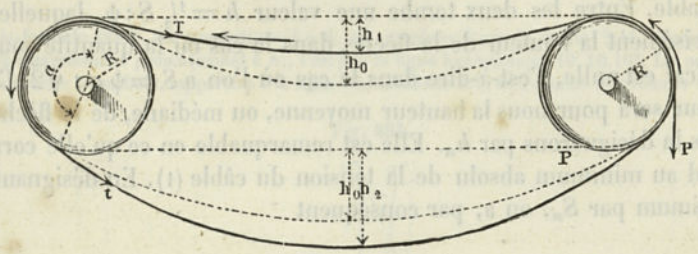
$$x = \frac{c}{2}\left(1 + \frac{y}{c} + \frac{y^2}{1.2.c^2} + \frac{y^5}{1.2.3.c^5} + \ldots \quad + 1 - \frac{y}{c} + \frac{y^2}{1.2c^2} - \frac{y^5}{1.2.3c^5} + \ldots\right).$$

Dans une transmission par câble, par suite de la tension, la portion de courbe utilisée est toujours assez aplatie, de telle sorte que le quotient $y:c$ est <1 et que, dans ces limites, les séries sont convergentes. On peut donc s'arrêter aux trois premiers termes et l'on a alors, avec une approximation suffisante, $x = {}^1/_2\, c\,(2 + y^2 : c^2) = c + y^2 : 2c$ et $x' = x - c = y^2 : 2c$, ou encore $y^2 = 2cx'$ (Équation d'une parabole).

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

carrés) on a $K = 100\,qS$ et $p = 100\,q\varphi\,1000\,\gamma$, en désignant par γ le poids d'un millimètre cube du câble et φ un coefficient, destiné à tenir compte de l'enroulement hélicoïdal des fils et de la présence des

Fig. 883.



âmes en chanvre. γ est égal à $0^k,0000078$; φ n'a pas une valeur tout à fait invariable (V. §. 268), mais il peut ici être pris égal à $^7/_6$.

On a alors $p = {}^7/_6 . 0{,}0078.100\,q = 0{,}0091.100\,q$ et, en posant $\psi = 0{,}0091$, nous aurons

$$S = \psi\left(h + \frac{a^2}{8h}\right) = 0{,}0091\left(h + \frac{a^2}{8h}\right). \quad . \quad . \quad . \quad (287)$$

D'où l'on tire :

$$h = \frac{1}{2}\frac{S}{\psi} \pm \sqrt{\frac{1}{4}\frac{S^2}{\psi^2} - \frac{a^2}{8}}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (288)$$

ou, en valeur numérique, en prenant le signe (−) :

$$h = 55\,S - \sqrt{(55\,S)^2 - \frac{a^2}{8}}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (289)$$

Si, dans le second membre de la formule (287), on néglige le premier terme h, on obtient, avec une approximation, le plus souvent suffisante, $S = \psi\,(a^2 : 8\,h)$ et, par suite

$$h = 0{,}00114\,\frac{a^2}{S} = \frac{a^2}{879\,S}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (290)$$

1er Exemple. *Dans une transmission par câble, la corde a, pour laquelle on peut prendre, sans le moindre inconvénient, l'écartement des poulies, est égale à* 80^m*; dans le brin menant* $S_1 = 6^k$*, et, dans le brin mené,* $S_2 = 3^k$*. De la formule* (289) *on tire* $h_1 = 330 - \sqrt{330^2 - 6400 : 8} = 330 - 328{,}79 = 1^m,21$*, et* $h_2 = 165 - \sqrt{165^2 - 800} = 2^m,45$*. La formule approximative* (290) *donnerait* $h_1 = 0{,}00114.6400 : 6 = 1^m,216$ *et* $h_2 = 0{,}00114.6400 : 3 = 2^m,432$*; l'approximation est, comme on le voit, bien suffisante.*

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

En partant de l'expression rigoureuse de la flèche h, on peut se proposer de tracer graphiquement cette flèche; on y arrive de la manière suivante. Les deux signes du radical, dans la formule (288), fournissent, pour h, deux valeurs exactes, comme l'indique la figure 884; mais la plus grande n'est pas utilisable, car elle conduit à un équilibre instable. Entre les deux tombe une valeur $h = {}^1/_2\, S : \psi$, laquelle est précisément la hauteur de la flèche, dans le cas où la quantité sous le radical est nulle, c'est-à-dire dans le cas où l'on a $S = \psi\, a : \sqrt{2}$. Cette valeur sera pour nous la hauteur moyenne, ou médiane, de la flèche et nous la désignerons par h_m. Elle est remarquable en ce qu'elle correspond au minimum absolu de la tension du câble (1). En désignant ce minimum par S_m, on a, par conséquent

$$S_m = \psi \frac{a}{\sqrt{2}}. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (291)$$

qui, pour la valeur $\psi = 0{,}0091$, devient,

$$S_m = \frac{a}{155{,}5}. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (292)$$

comme $h_m = {}^1/_2\, S_m : \psi$, on tire de là, pour la hauteur moyenne

$$h_m = \frac{a}{\sqrt{8}}. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (293)$$

(1) De la formule (287), on tire, en différentiant, $dS = \psi\,[dh + {}^1/_8\,(0 - a^2 : h^2)\,dh]$, et le minimum de S est donné par l'équation $\psi\,[1 - ({}^1/_8\, a^2 : h^2)] = 0$; mais $a^2 : 8h$ étant le paramètre (285), si nous le désignons par c_m, cette équation devient $1 - (c_m : h_m) = 0$, c'est-à-dire $c_m = h_m = a : \sqrt{8}$ et, par suite, on aura, d'après la formule (287), $S_m = \psi\,(h_m + a^2 : 8h_m) = \psi\,[(a : \sqrt{8}) + (a : \sqrt{8})] = \psi\, a : \sqrt{2}$. Dans la figure 884, on a utilisé l'introduction commode de h_m et on a indiqué, en outre, comment on a trouvé, pour chaque valeur de h, le paramètre correspondant c, au moyen du tracé graphique de la proportion $2h : {}^a/_2 = {}^a/_2 : c$.

En prenant $2.5' = 2.4' = h'$ et $4'6' = {}^a/_2$, puis, en menant $6'7'$ perpendiculaire à $6'5'$, on obtient, en $4'7'$, le paramètre c'. De même, en prenant $2.5'' = 2.4'' = h''$ et, avec une construction analogue, on trouve, en $4''7''$, le paramètre c''. Pour trouver le sommet $4''$ de la parabole inférieure, on a :

$$h' + \frac{a^2}{8h'} = h'' + \frac{a^2}{8h''}, \text{ d'où } h' - h'' = \frac{a^2}{8}\left(\frac{1}{h''} - \frac{1}{h'}\right) = \frac{a^2}{8}\,\frac{(h' - h'')}{h'h''}.$$

Ce qui donne $h'h'' = a^2 : 8 = h^2{}_m$. Si donc on prend $2.8 = h_m$ et $2.5' = h'$ (comme précédemment) et que, par le point 8, on mène à $8.5'$ une normale, cette ligne, par son intersection en $4''$, donne $2.4'' = h''$. Les droites 5.6, $5'.6'$, $5''.6''$ viennent toutes se couper au point 9, milieu de la demi-corde des paraboles; on peut donc, dans le tracé, partir de ce point, pour déterminer les extrémités $7, 7', 7''$ des paramètres, en menant les lignes 9.6, $9.6'$, $9.6''$ et les normales à ces lignes. Les directrices des paraboles se trouvent à une distance du sommet égale à ${}^1/_2\, c$. Pour la parabole médiane, la directrice est L_m, qui coupe l'axe à égale distance de 4 et de 7, et le foyer est F_m, qui tombe au point milieu de h_m et se trouve être, en même temps, le centre du cercle $5.6.7.1$.

Sur la figure est tracée une autre courbe, qui indique les valeurs de S. Le terme qui,

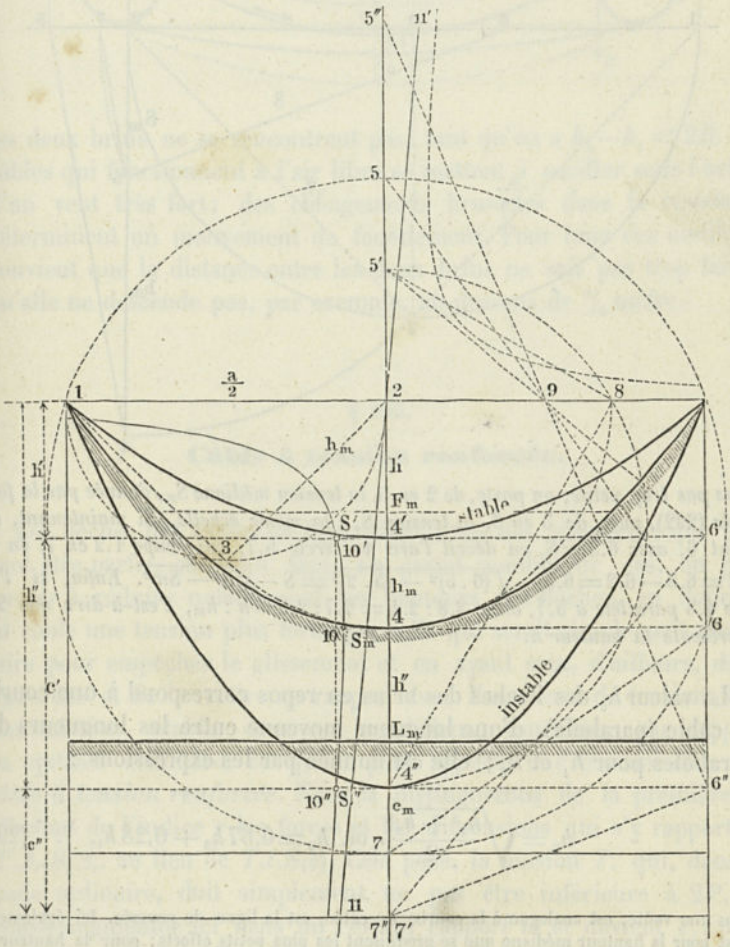
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Si l'on divise maintenant, membre à membre, les deux équations (288) et (295), on obtient, après quelques transformations :

$$\frac{h}{h_m} = \frac{S - \sqrt{S^2 - S^2_m}}{S_m} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (294)$$

dans la formule (287), est proportionnel à h, est représenté par la droite 2.11, tandis que l'autre (inversement proportionnel à h), l'est par la ligne hyperbolique 10′.10.10″. Les ordonnées de cette hyperbole, rapportées à la ligne des abscisses 2.7, fournissent les valeurs de S

Fig. 884.



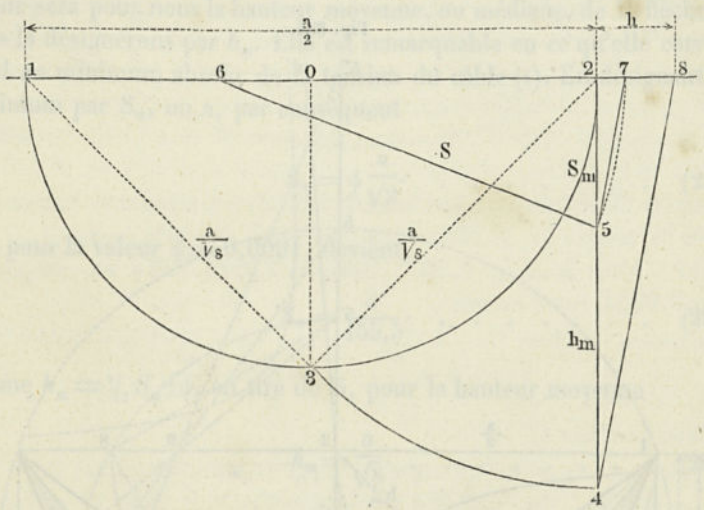
correspondant aux hauteurs des flèches h, portées en abscisses. Les ordonnées 4′10′ et 4″10″ représentent les tensions d'égale grandeur S' et S''; 4.10 est la tension médiane. L'hyperbole tracée en pointillé (en haut à droite) correspondrait aux efforts de compression dans une voûte parabolique, composée d'éléments égaux, à peu près cylindriques. La courbe qui,

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

De là se déduit immédiatement la construction géométrique indiquée dans la figure 885.

Sur la longueur $1.2 = {}^1/_2\, a$, *comme diamètre, on décrit le demi-cercle* 1.3.2; *on joint l'extrémité* 3 *du quart de cercle* 2.3 *au point* 2 (*ou* 1), *et on a tout d'abord* $3.2 = 3.1 = a/2 : \sqrt{2} = a : \sqrt{8} =$ *la hauteur médiane* h_m. *On porte cette longueur en* 2.4, *perpendiculairement à* 1.2; *sur cette ligne, à une échelle quelconque,*

Fig. 885.



mais pas trop petite, on porte, de 2 *en* 5, *la tension médiane* S_m, *donnée par la formule* (292), *puis, de* 5 *en* 6, *la tension* S, *à la même échelle. Si maintenant, du point* 6, *avec* $6.5 = S$, *on décrit l'arc de cercle* 5.7, *qui coupe* 1.2 *en* 7, *on a,* $2.7 = 6.5 - 6.2 = 6.5 - \sqrt{(6.5)^2 - (5.2)^2} = S - \sqrt{S^2 - Sm^2}$. *Enfin, si l'on tire* 4.8 *parallèle à* 5.7, *on a* $2.8 : 2.4 = 2.7 : 2.5 = h : h_m$, *c'est-à-dire que* 2.8 *représente la hauteur* h.

La valeur h_0 des flèches des brins en repos correspond à une courbe de câble (parabole), d'une longueur moyenne entre les longueurs des paraboles pour h_1 et h_2; elle est donnée par les expressions :

$$h_0 = \sqrt{\frac{h_1^2 + h_2^2}{2}}, \text{ ou } h_0 = 0{,}67\, h_2 + 0{,}28\, h_1. \quad . \quad (295)$$

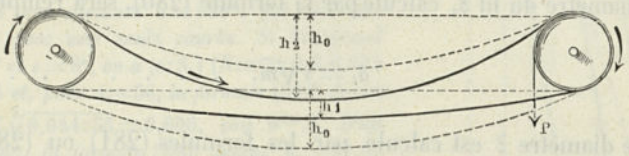
dans une voûte, est analogue à la courbe du câble, est la ligne de poussée. Ici également, c'est pour la hauteur médiane que se produisent les plus petits efforts; pour la hauteur la plus faible (arc surbaissé), il y a équilibre stable, tandis que, pour la hauteur la plus forte, il y a, dans certains cas, un équilibre instable, qui, grâce à une charge et une épaisseur de voûte convenables, peut être transformé en un équilibre stable; mais il en résulte, surtout pour la voûte, d'assez grandes complications; c'est l'arc surbaissé de la hauteur médiane qui produit l'impression la plus rassurante.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Elle est très facile à déterminer graphiquement d'après la première de ces deux expressions.

Le brin conducteur n'occupe pas nécessairement la position la plus élevée, et il peut aussi être placé souvent, avec avantage, à la partie inférieure, comme dans la figure 886. — Dans une marche tranquille,

Fig. 886.



les deux brins ne se rencontrent pas, tant qu'on a $h_2 - h_1 < 2R$. Les câbles qui fonctionnent à l'air libre se mettent à osciller sous l'action d'un vent très fort; des changements brusques dans la résistance déterminent un mouvement de fouettement. Pour tous ces motifs, il convient que la distance entre les deux brins ne soit pas trop faible, qu'elle ne descende pas, par exemple, au-dessous de $^1/_2$ mètre.

§ 295.

Câble à tension renforcée.

Les flèches des câbles de transmission ont des grandeurs qui peuvent être parfois gênantes. Dans un grand nombre de cas, on peut arriver à réduire notablement les hauteurs des flèches, en donnant au câble une tension plus forte que celle qui serait simplement nécessaire pour empêcher le glissement et en ayant soin, d'ailleurs, de le renforcer et de le mettre en rapport avec l'excédent de tension. Une transmission, établie dans ces conditions, constitue, par rapport au système ordinaire, ce qu'on peut appeler une transmission par *câble à tension renforcée*. Nous la distinguerons de la première en affectant de l'indice r les forces et les dimensions qui s'y rapportent ($T_r, t_r, S_r, \mathfrak{d}_r$, au lieu de $T, t, S, \mathfrak{d}$). Cela posé, la tension T, qui, dans le mode ordinaire, doit simplement ne pas être inférieure à $2P$, se trouve augmentée ici dans un certain rapport m et devient T_r; on a alors, en partant de $T = 2P$:

$$T_r = mT = 2mP,\ t_r = (2m-1)P,\ \frac{t_r}{T_r} = \frac{2m-1}{2m}. \quad . \quad (296)$$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Si l'on suppose que la tension S_1 dans le brin menant ne soit pas changée (à cause des poulies, etc.), la tension S_2, dans le brin conduit, ne sera plus $^1/_2 S_1$ et deviendra :

$$S_{2r} = S_1 \frac{2m-1}{2m}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (297)$$

Le diamètre du fil δ, calculé par la formule (280), sera remplacé par

$$\delta_r = \delta \sqrt{m}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (298)$$

Si ce diamètre δ est calculé par les formules (281) ou (282), on prendra :

$$\delta_r = \delta \sqrt[3]{m}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (299)$$

De ces différentes formules on a déduit la série des valeurs du tableau ci-dessous :

$m = \frac{T_r}{T}$	$\frac{T_r}{P}$	$\frac{t_r}{t} = \frac{t_r}{P} = \frac{S_{2r}}{S_2}$	$\frac{S_{2r}}{S_1} = \frac{t_r}{T_r}$	$\frac{\delta_r}{\delta} = \sqrt{m}$	$\frac{\delta_r}{\delta} = \sqrt[3]{m}$
1,6	3,2	2,2	0,69	1,26	1,17
1,8	3,6	2,6	0,72	1,34	1,22
2,0	4,0	3,0	0,75	1,41	1,26
2,2	4,4	3,4	0,77	1,48	1,30
2,4	4,8	3,8	0,79	1,55	1,34
2,6	5,2	4,2	0,81	1,61	1,38
2,8	5,6	4,6	0,88	1,67	1,41
3,0	6,0	5,0	0,83	1,73	1,44
3,2	6,4	5,4	0,84	1,79	1,47
3,4	6,8	5,8	0,85	1,84	1,50
3,6	7,2	6,2	0,86	1,90	1,53
3,8	7,6	6,6	0,87	1,95	1,56
4,0	8,0	7,0	0,88	2,00	1,59
4,2	8,4	7,4	0.88	2,05	1,61
4,4	8,8	7,8	0,89	2,10	1,64
4,6	9,2	8,2	0,89	2,14	1,66
4,8	9,6	8,6	0,90	2,19	1,69
5,0	10,0	9,0	0,90	2,24	1,71

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

La transmission par câble à tension renforcée convient très bien, surtout lorsqu'il s'agit de transmettre des forces peu considérables; elle trouve, pour cet objet, d'assez nombreuses applications.

Exemple. *On veut transmettre, au moyen d'un câble, une force* $N = 5^{ch},5$, *avec* $n = 100$ *tours, à une distance* $a = 180^{m}$, *qui doit être franchie avec une seule courbe. Si l'on prend* $S_1 = 10^{k}$ *et* $s = 8^{k}$, *on a* $(s:S_1)\,(N:n) = 0,8.0,055 = 0,044$ *et, pour* $i = 36$, *la formule* (282) *donne* $\delta = 5,67\sqrt[3]{0,044:36} = 0,606$, *soit* $0^{mm},6$. *D'un autre côté, la formule* (290) *donne* $h_1 = 3^{m},69$ *et* $h_2 = 7^{m},38$, *d'où* $h_2 - h_1 = 3^{m},69$. *D'après* (279), *on devrait prendre, pour R, la valeur* $1250.\delta = 1250.0,6 = 750^{mm}$; *on aurait, par suite,* $h_2 - h_1 > 2R$, *de telle sorte que le brin conduit ne pourrait pas être placé à la partie supérieure et que, dès lors, les axes des poulies devraient être établis au-dessus du sol, à une hauteur supérieure à* $R + h_2$, *ou à* $8^{m},15$. *Supposons maintenant que nous utilisions un câble à tension renforcée, en prenant, pour le diamètre du fil,* 1^{mm}, *au lieu de* $0^{mm},6$. *Nous avons alors* $\delta_r : \delta = 1,67$ *et la table précédente* (*ligne* 16) *donne* $S_{2r} = 0,89.S_1 = 0,39.10 = 8,9$, *d'où* $h_{2r} = 0,00114 . 180^2 : 8,9 = 4^{m},15$ *et* $h_{2r} - h_1 = 4,15 - 3,69 = 0^{m},46$; *en outre* $R = 1250\,\delta_r = 1250^{mm}$; *on peut donc ici placer le brin conduit à la partie supérieure. La plus grande flèche correspond à l'état de repos, pour lequel, d'après* (295), *on a* $h_{0r} = 3^{m},88$, *valeur qui entraîne, pour la position des axes, une hauteur un peu supérieure à* $3^{m},88 + 1^{m},25 = 5^{m},13$, *soit* 3^{m} *de moins que précédemment. La figure* 887 *représente les rapports des hauteurs pour les deux genres de câbles, à une échelle triple de celle des longueurs.*

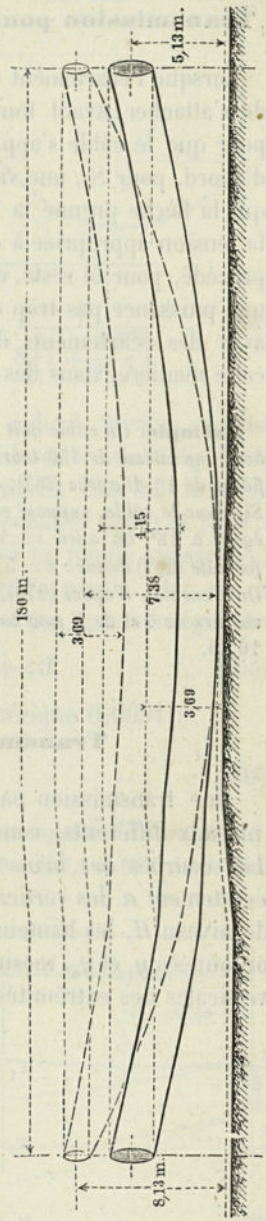


Fig. 887.

Cet exemple montre que, dans les transmissions par câbles à forte tension, destinées à transmettre de faibles puissances, il convient de ne pas descendre, pour le diamètre des fils, au-dessous de 1^{mm}, afin d'arriver à des flèches peu considérables (voy. toutefois, les restrictions signalées au § 305).

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 296.

Transmission pour un faible écartement des poulies.

Lorsque l'écartement des poulies est peu considérable, il convient de s'attacher, avant tout, à ce que les flèches soient assez grandes pour que le câble s'applique convenablement. A cet effet, on choisit d'abord, pour S_1, une valeur très faible, puis on procède de telle sorte que la flèche prenne la valeur qu'on désire et on détermine ensuite la tension appropriée à cette valeur, au moyen de la formule (287) ; le procédé, pour le reste, est celui qui a été indiqué primitivement. Pour une puissance pas trop considérable, la transmission par câble, même avec des écartements de poulies assez faibles, peut être réalisée de cette manière, dans des conditions encore assez satisfaisantes.

Exemple. *Un câble doit transmettre, à une distance de* 20^m, *un travail de* 5^{ch}, *avec une vitesse de* 150 *tours pour les poulies, le brin menant devant présenter une flèche de* 1^m. *D'après* (287), *on a :* $S_1 = 0{,}0091(1 + 20^2 : 8) = 0{,}4645$, *soit* $0^k{,}45$. — *Si, pour le câble, supposé en fil de fer, on admet que la somme* $s + S_1$ *doive être égale à* 18^k, *on aura* $s = 18 - 0{,}45 = 17^k{,}55$. *D'un autre côté, pour* $i = 36$, *la formule* (282) *donne :* $\delta = 5{,}67\sqrt[3]{(1:36)(17{,}55:0{,}45)(5:150)} = 5{,}67.0{,}314 = 1^{mm}{,}8$. *On a ensuite, d'après* (279), $R = 10\,000.1{,}8 : 17{,}55 = 1026$, *soit* 1050^{mm} ; *ces deux valeurs de* δ *et de* R *sont tout à fait admissibles. La vitesse* v *devient, dans ce cas,* $16^m{,}5$.

§ 297.

Transmission par câble inclinée.

Une transmission par câble, dont les poulies sont établies à des niveaux différents, constitue une *transmission par câble inclinée*. Les courbes des brins sont, dans ce cas, dissymétriques. Pour un écartement a des verticales menées par les extrémités et une différence de niveau H, les hauteurs de flèches, $h' = x_1$ et $h'' = x_2$, ainsi que les ordonnées y_1 et y_2, mesurant les distances du sommet de la courbe aux verticales des extrémités (1), sont données par les relations :

$$\left.\begin{aligned} x_1 = h' &= \frac{a^2}{8c} + \frac{c}{2}\frac{H^2}{a^2} - \frac{H}{2} \\ x_2 = h'' &= \frac{a^2}{8c} + \frac{c}{2}\frac{H^2}{a^2} + \frac{H}{2} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (300)$$

et

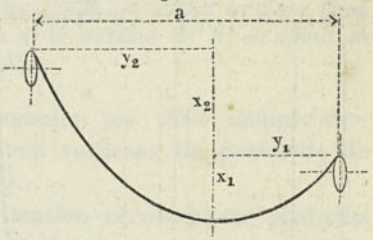
$$y_1 = \frac{a}{2} - c\frac{H}{a}, \quad y_2 = \frac{a}{2} + c\frac{H}{a}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (301)$$

(1) On a, entre ces éléments, les relations : $y_1^2 = 2cx_1$, $y_2^2 = 2cx_2$, $y_1 + y_2 = a$, et $x_2 - x = H$; on tire de là, $y_2^2 - y_1^2 = 2c(x_2 - x_1 = 2cH$, d'où $y_2 - y_1 = 2cH : a$, etc.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

dans lesquelles le paramètre c n'est pas connu. Mais, d'après (286), on a $K=p(h+c)$, ou $Sq=\psi q(h+c)$ et, en ayant égard à ce que la poulie inférieure est la plus faiblement chargée, on a : $S'=\psi(c+x_1)$, d'où $c=(S':\psi)-x_1$. En remplaçant ici x_1 par sa valeur tirée de (300), on obtient, après quelques transformations :

Fig. 888.



$$c=\frac{\frac{S'}{\psi}+\frac{H}{2}}{2+\frac{H^2}{a^2}}+\sqrt{\left(\frac{\frac{S'}{\psi}+\frac{H}{2}}{2+\frac{H^2}{a^2}}\right)^2-\frac{a^2}{8\left(1+\frac{1}{2}\frac{H^2}{a^2}\right)}} \quad . \quad (302)$$

Le signe (+), qui se trouve ici devant le radical, tient à ce que l'on doit prendre la parabole supérieure (parabole stable de la fig. 884) qui correspond au plus grand des deux paramètres. Une fois le paramètre c déterminé, x_1 et y_1 se déduisent des formules (300) et (301). Pour la branche de courbe qui va regagner la poulie supérieure, on a encore à chercher la tension S'' sur cette poulie. Or, on a $S''=\psi(c+x_2)$ et, d'un autre côté, $\psi c=S'-\psi x_1$, par conséquent :

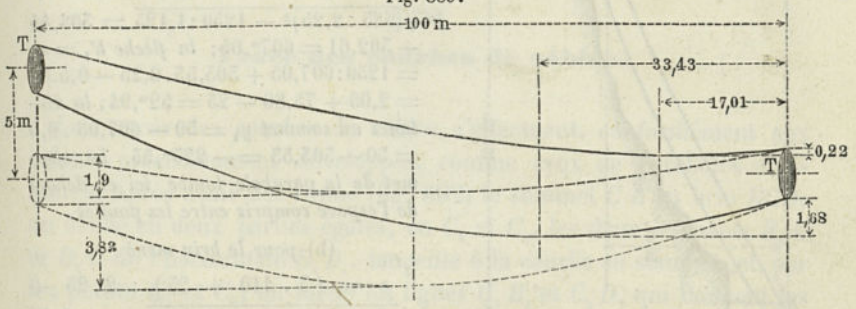
$$S''=S'+\psi(x_2-x_1)=S'+\psi H. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (303)$$

ou encore, en remplaçant ψ par sa valeur numérique 0,0091 :

$$S''=S'+\frac{H}{110} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (304)$$

1er Exemple. *On donne* $a=100^m$ *et* $S'_1=6^k$. *Si l'on supposait d'abord* $H=0$, *on aurait* $c=(6.110+0):2+\sqrt{330^2-(100^2:8)}=330+328,1=658^m,1$. *On tirerait ensuite de* (300) : $x_1=x_2=h_1=a^2:8c=10\,000:8.658,1=1,899$, *soit* $1^m,9$. *Pour le brin conduit, ou* $S'_2=3$, *on trouverait* $c=165+\sqrt{27225-1250}=326^m,17$ *et, par suite,* $h_2=10\,000:8.326,17=3^m,85$.

Fig. 889.



IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Supposons maintenant $H = 5^m = 0{,}05\ a$. — *On obtient alors :*

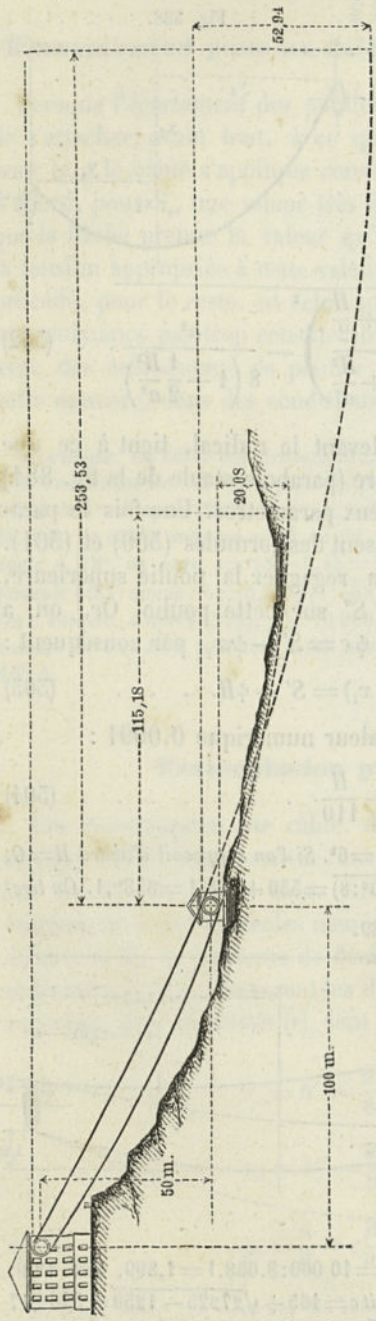


Fig. 890.

(a) *pour le brin menant :*

$$c = (6 \cdot 110 + 2{,}5) : (2 + 0{,}05^2) + \sqrt{(662{,}5 : 2{,}0025)^2 - 100^2 : 8(1 + 0{,}00125)}$$
$$= 330{,}84 + \sqrt{109452{,}46 - 1248{,}44} = 330{,}84 + 328{,}94 = 659^m{,}78.$$

— *Cette valeur est simplement un peu plus forte que la précédente pour* $H = 0$ *; on trouve, pour les flèches :*

$h'_1 = 100^2 : (8.659{,}78) + 329{,}88 \cdot 0{,}0025 - 2{,}5 = 1{,}894 + 0{,}825 - 2{,}5 = 0^m{,}219$ *et* $h''_1 = h'_1 + 5 = 5^m{,}219$.

La distance $y_1 = (100 : 2) - (659{,}78 : 20) = 50 - 32{,}99 = 17^m{,}01$.

(b) *pour le brin mené :*

$$c = (3 \cdot 110 + 2{,}5) : 2{,}0025 + \sqrt{(352{,}5 : 2{,}0025)^2 - 1248{,}44} = 166{,}04 + 165{,}29 = 331^m{,}33$$; *la flèche* $h'_2 = 100^2 : (8 \cdot 331{,}33) + 165{,}67 \cdot 0{,}0025 - 2{,}5 = 1^m{,}68$ *et* $h''_2 = h'_2 + 5 = 6^m{,}68$; *enfin* $y_1 = 50 - 331{,}33 \cdot 0{,}05 = 50 - 16^m{,}57 = 33^m{,}43$.

Les tensions dans le câble, sur la poulie supérieure, au lieu de 6^k *et de* 3^k, *sont* $6 + {}^5/_{110} = 6{,}04$ *et* $3^k{,}04$. *La figure* 889 *représente les flèches calculées à une échelle triple de celle des longueurs.*

2e Exemple. *On donne encore :* $a = 100^m$, $S_1 = 6$ *et* $S_2 = 3$, *mais avec* $H = 50^m$; *on trouve alors :*

(a) *pour le brin menant :*

$$c = (6 \cdot 110 + 25) : 2{,}25 + \sqrt{(685 : 2{,}25)^2 - 1250 : 1{,}125} = 304{,}44 + 302{,}61 = 607^m{,}05$$; *la flèche* $h'_1 = x_1 = 1250 : 607{,}05 + 303{,}53 \cdot 0{,}25 - 0{,}5 \cdot 50 = 2{,}06 + 75{,}88 - 25 = 52^m{,}94$; *la distance au sommet* $y_1 = 50 - 607{,}05 \cdot 0{,}5 = 50 - 303{,}53 = -253^m{,}53$. *Le sommet de la parabole tombe ici en dehors de l'espace compris entre les poulies.*

(b) *pour le brin mené :*

$$c = (3 \cdot 110 + 25) : 2{,}25 + \sqrt{(355 : 2{,}25)^2 - 1111{,}11} = 157{,}78 + 172{,}58 = 330^m{,}36$$; *la flèche* $h'_2 = 1250 : 330{,}36 + 165{,}18 \cdot 0{,}25 - 25 = 5{,}78 + 41{,}50 - 25 = 20^m{,}08$; *enfin* $y_1 = 50 - 330{,}36 \cdot 0{,}5 = -115^m{,}18$.

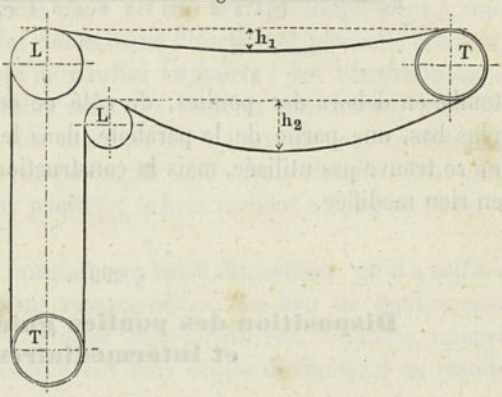
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Ici encore le sommet de la parabole tombe à l'extérieur. La figure 890 *représente les courbes des deux brins avec la même échelle pour les hauteurs et les longueurs. Les tensions dans les sections du câble sur les poulies augmentent ici d'une façon plus sensible que précédemment, en raison de la grandeur de H; on trouve, en effet,* $S'_1 = 6 + 50:110 = 6^k,45$ *et* $S'_2 = 5^k,45$.

La limite supérieure pour la transmission par câble inclinée correspond au cas où les brins deviennent verticaux (le paramètre de la parabole est alors infiniment grand).

Dans la transmission verticale, la tension nécessaire ne peut plus être réalisée, comme précédemment, par l'infléchissement du câble, et il convient de se ménager des moyens de produire l'écartement des paliers de poulies (au moyen de ressorts, de poids, etc.). On peut, d'ailleurs, en ayant recours à l'addition de poulies guides auxiliaires, combiner, avec la transmission verticale, une transmission horizontale, comme l'indique la figure 891, ou même une transmission inclinée, et l'on n'a plus alors qu'à déterminer les flèches nécessaires pour donner au câble les tensions convenables. Ce procédé est applicable dans la majeure partie des cas de la pratique.

Fig. 891.



§ 298.

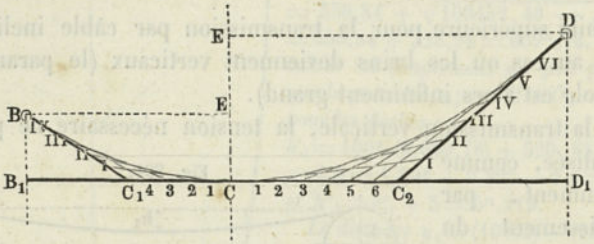
Tracé des courbes de câbles.

Les tracés des courbes de câbles s'effectuent, conformément aux calculs précédemment développés, comme ceux de paraboles ordinaires. Après avoir déterminé (fig. 892) le sommet C d'un brin BCD, on divise en deux parties égales, en C_1 et C_2, les deux segments B_1C et D_1C de l'horizontale B_1D_1, tangente à la courbe au sommet, et, par les points C_1 et C_2, on mène les lignes C_1B_1 et C_2D, qui donnent les directions du brin aux deux points B et D, où il commence à embrasser les poulies. On partage ensuite les longueurs CC_1 et C_1B en un même nombre de parties égales, aux points 1, 2, 3 et I, II, III; en

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

joignant 1 I, 2 II, 3 III, etc., on obtient une série de lignes enveloppes de l'arc de parabole cherché. En opérant de même pour CC_2D, on déterminera l'autre partie de la courbe du câble. Lorsque le sommet C

Fig. 892.



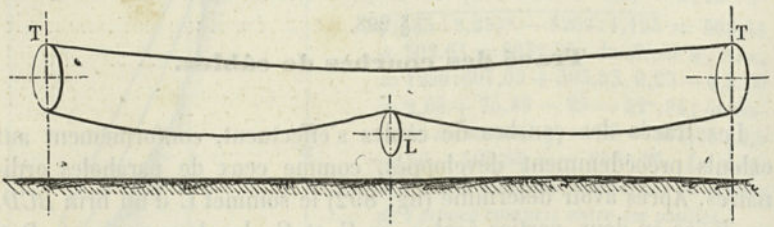
tombe en dehors des poulies, du côté de celle qui est au niveau le plus bas, une partie de la parabole, dans le voisinage de ce sommet, ne se trouve pas utilisée, mais la construction précédente ne se trouve en rien modifiée.

§ 299.

Disposition des poulies guides, supports et intermédiaires.

Lorsque les deux poulies d'une transmission par câble sont très éloignées et qu'elles se trouvent à une hauteur insuffisante au-dessus du sol, il est indispensable de soutenir le câble par d'autres poulies. Dans certains cas, il peut être suffisant de supporter en un point le brin mené (fig. 893), tandis que le brin menant reste libre. Une por-

Fig. 893.

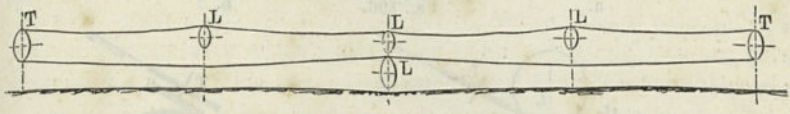


tion de transmission par câble, comprise entre deux poulies consécutives, constitue ce qu'on peut appeler une *section* de la transmission ; dans le cas précédent, le brin menant, du point de départ au point d'arrivée, fonctionne dans une section unique, tandis que le brin mené passe dans deux sections. Lorsque les deux brins ont besoin

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

d'être soutenus, on adopte assez souvent une disposition consistant à donner au brin menant un nombre de points d'appui moitié moindre

Fig. 894.

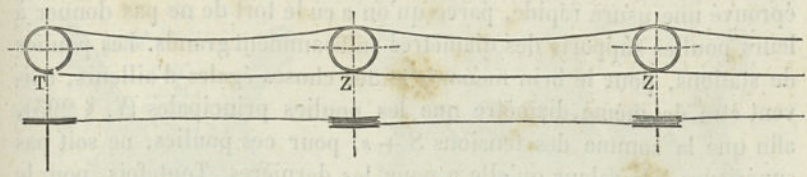


que pour le brin conduit (fig. 894), ou à prendre, pour le premier, des sections de longueur double de celles du second.

Les poulies qu'on emploie dans ce cas servent simplement à supporter le câble et non à lui donner une direction et peuvent, dès lors, être désignées sous le nom de *poulies supports* ; les constructions à établir aux points où le câble doit être soutenu constituent, avec les poulies qu'elles portent, les *stations* de la transmission. La dernière transmission représentée comporte, par suite, trois stations, deux simples et une double (à deux poulies) ; le brin menant a deux sections, le brin mené quatre.

L'ingénieur *Ziegler* a imaginé une autre disposition, qu'il a utilisée dans une série d'applications remarquables. Au lieu de poulies supports, il a employé des poulies *intermédiaires*, à double rainure (fig. 895). Chacune d'elles recevant deux câbles distincts, il en résulte

Fig. 895.



qu'au fond la transmission primitive se trouve remplacée par plusieurs transmissions successives ; à chaque section correspond, en réalité, une transmission. Le mieux est de faire ici toutes les sections de même longueur, de telle sorte qu'un câble de réserve puisse servir à remplacer un quelconque des câbles de la série, qui viendrait à se rompre.

On cherche, en général, à obtenir qu'une transmission par câble ait pour projection horizontale une ligne droite et que toutes les poulies consécutives soient disposées dans un même plan. Mais il arrive parfois que le mouvement ne peut pas se faire complètement en ligne droite et qu'il est nécessaire de dévier la projection horizontale de la transmission, en intercalant une station angulaire ou de *changement*

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

de direction. Dans ce cas, on peut réaliser le changement de direction pour chaque brin du câble, au moyen de deux poulies verticales et d'une poulie horizontale (fig. 896 *a*), soit, en tout, six poulies pour les

a. Fig. 896. b.

deux brins. On peut encore arriver à une solution plus simple, au point de vue du nombre des organes, en installant deux poulies de transmission dont les axes sont reliés par deux roues d'angle.

Dans un certain nombre de cas, il peut arriver qu'à une station on soit obligé de céder latéralement une partie de la force, au moyen d'arbres de transmission, ou d'une transmission par câble auxiliaire; c'est ce qui peut se faire et se fait, en réalité, souvent à l'aide de roues d'angles et d'arbres correspondants. Une station, disposée en vue de l'abandon d'une partie de la force transmise, constitue ce qu'on appelle une *station de partage*.

En ce qui concerne la grandeur des poulies guides, des poulies supports et des poulies intermédiaires, nous devons faire remarquer que c'est un élément sur lequel on devrait se garder de faire des économies. Un grand nombre de transmissions par câbles métalliques ont éprouvé une usure rapide, parce qu'on a eu le tort de ne pas donner à leurs poulies supports des diamètres suffisamment grands. Les poulies de stations, pour le brin menant, toutes choses égales d'ailleurs, doivent être de même diamètre que les poulies principales (V. § 293), afin que la somme des tensions $S + s$, pour ces poulies, ne soit pas supérieure à la valeur qu'elle a pour les dernières. Toutefois, pour le brin mené, les poulies supports peuvent être d'un diamètre plus faible, puisque la tension S_2 du câble, dans ce brin, est inférieure à S_1; elle est, en effet, égale à $^1/_2 S_1$, dans la transmission ordinaire et à $[(2m-1):2m]\ S_1$, dans la transmission à tension renforcée (§ 291). Les plus petites valeurs qu'on puisse admettre pour les rayons R_2 se déduisent de la formule (279) et de la table du § 293.

1er Exemple. *Transmission par câble métallique ordinaire, avec* $S_1 = 6^k$ *et* $S_2 = 3^k$. *Le diamètre du fil, supposé en fer, étant* $1^{mm},5$, *la valeur la plus petite est pour le rayon des poulies de transmission, d'après la table* (§ 293), $R = 835.1,5 = 1250^{mm}$ *et, pour les poulies supports,* $R_2 = 666.1,5 = 1000^{mm}$.

2e Exemple. *Pour un câble de transmission en fils de fer, on a* $\delta = 1^{mm}, S_1 = 4^k$ *et* $S_2 = 2^k$; *on trouve* $R = 714^{mm}$ *et* $R_2 = 625^{mm}$.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

3e Exemple. *Pour une transmission par câble à tension renforcée, on donne* $m = 3$, $\delta = 1^{mm},5$ *et* $S_1 = 6^k$. *La tension* $S_2 = S_1(2.3 - 1) : 6 = 5^k$; *par suite* $R = 1250^{mm}$, *comme précédemment, et* $R_2 = 769.1,5 = 1155^{mm}$; *la différence entre les grandeurs des poulies de transmission et des poulies supports est ici trop faible pour avoir un bien grand intérêt dans la pratique.*

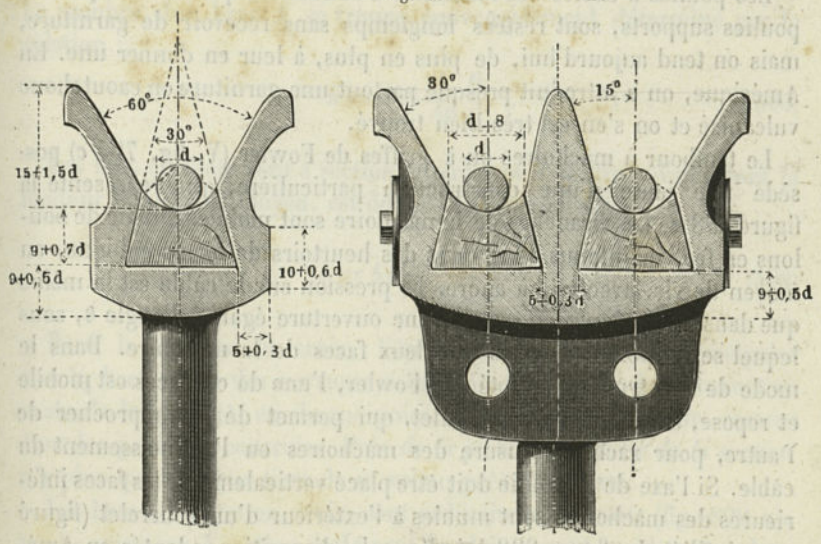
§ 500.

Construction des poulies de câbles.

En raison de la faible valeur du coefficient de frottement de fer sur fer, le contact direct d'un câble de transmission avec la surface nue d'une rainure métallique n'est guère admissible. Aussi a t-on eu recours, de bonne heure, à la garniture de la jante de la poulie avec une matière relativement molle.

A l'origine, les jantes étaient en bois et recouvertes d'une garniture de cuir ou de gutta-percha, disposée en long; mais on n'a pas tardé à reconnaître que des jantes en fonte, exactement tournées, étaient bien préférables et que la meilleure garniture était celle qu'on obtenait avec de petits morceaux de cuir, disposés perpendiculairement au plan moyen de la poulie. Les figures 897 *a* et *b* représentent deux jantes en

a. Fig. 897. b.



fonte, l'une simple, l'autre double. Les faces de la rainure simple sont inclinées, toutes les deux, de 30° sur le plan moyen de la poulie. Dans la rainure double, une semblable inclinaison entraînerait un

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

poids trop considérable pour la saillie du milieu; aussi donne-t-on aux faces de cette saillie une inclinaison moindre, qui n'est que de 15° (conformément à ce qui existe dans plusieurs installations éprouvées). Les nombres proportionnels sont rapportés au diamètre du câble d, dont la plus faible valeur est supposée être 10 millimètres. La pression par unité de surface p entre le câble et la garniture se calcule par la formule (275). Ainsi, par exemple, pour $i = 36$, $R : \delta = 1000$ et $S = 6$, elle est égale à $2.6.8\,\delta = 0{,}096$, soit $^1/_{10}{}^k$, pression que le cuir peut très bien supporter.

Le fond de chaque rainure se termine par une entaille en queue d'aronde pour le logement de la garniture; cette forme a pour but d'empêcher que la force centrifuge n'arrive à projeter au dehors les éléments qui la composent. On prépare les morceaux de la garniture de cuir, en découpant de vieilles courroies bien grasses; lorsqu'on est obligé d'employer du cuir neuf, on a soin de le graisser convenablement, en le faisant bouillir dans de l'huile de poisson. Les morceaux de cuir, découpés en forme de trapèzes, sont fortement tassés dans la rainure au moyen d'un battoir en bois; le vide qui reste à la fin et dans lequel le battoir ne peut plus s'introduire est rempli avec de la gutta-percha; il ne reste plus alors qu'à tourner la garniture, ainsi préparée.

Les poulies à câbles des machines d'extraction, qui ne sont que des poulies supports, sont restées longtemps sans recevoir de garniture, mais on tend aujourd'hui, de plus en plus, à leur en donner une. En Amérique, on a introduit presque partout une garniture en caoutchouc vulcanisé et on s'en est très bien trouvé.

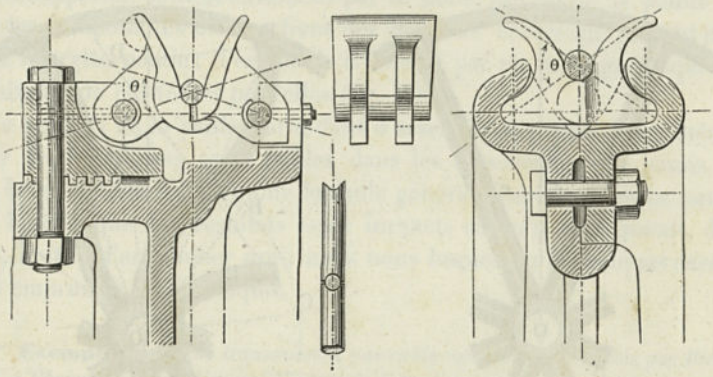
Le tambour à mâchoires ou à griffes de Fowler (V. fig. 794 *c*) possède une jante d'une construction particulière, que représente la figure 898 *a*. Les branches de la mâchoire sont mobiles autour de boulons en fer, maintenus fixes dans des heurtoirs de forme cubique, au moyen de vis, avec tête à ancre. La pression sur le câble est la même que dans une rainure en coin, d'une ouverture égale à l'angle θ, sous lequel se coupent les plans des deux faces de la mâchoire. Dans le mode de construction adopté par Fowler, l'une de ces faces est mobile et repose, à cet effet, sur un filet, qui permet de la rapprocher de l'autre, pour racheter l'usure des mâchoires ou l'amincissement du câble. Si l'axe de la poulie doit être placé verticalement, les faces inférieures des mâchoires sont munies à l'extérieur d'un bourrelet (figuré en pointillé). La figure 898 *b* indique la disposition adoptée en Amérique, pour le tambour à mâchoires, et qui est infiniment plus simple que la précédente. Au lieu de boulons, on emploie des demi-tourillons (V. § 95) et les deux branches de la mâchoire sont identiques. L'angle

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

d'ouverture θ a une valeur plus grande que dans le tambour de Fowler.

Dans les poulies de câbles, le corps et la jante sont ordinairement en fonte ; pourtant, dans les poulies supports et dans les poulies inter-

a. Fig. 898. b.



médiaires, on rencontre aussi des bras en fer forgé, encastrés (pendant le coulage) dans le moyeu et la jante en fonte (V. fig. 901). Les poulies en fonte de grandes dimensions sont établies en deux pièces, et cela surtout parce qu'autrement elles seraient d'un transport difficile. Le nombre des bras K se trouve convenablement déterminé par la relation :

$$K = 4 + \frac{1}{40}\frac{R}{d}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (305)$$

Les bras en fonte sont à section en croix ou à section ovale, dont la hauteur h, près du moyeu, est donnée par l'expression.

$$h = 4d + \frac{1}{4}\frac{R}{K}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (306)$$

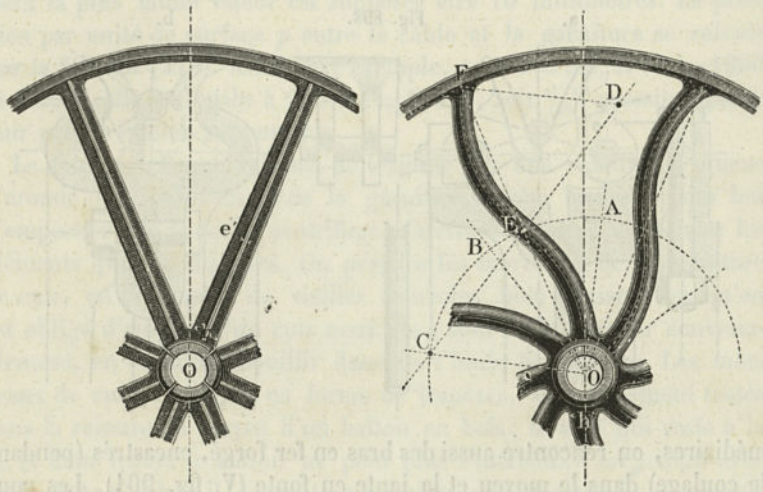
Dans la section en croix, l'épaisseur des nervures principales $e = {}^1/_5\, h$ et celles des nervures secondaires $e' = {}^2/_3\, e$. Pour la section ovale, la largeur est, en chaque point, la moitié de la hauteur, comme dans les poulies à courroies. Près de la jante, la hauteur de la section n'a plus que les deux tiers de sa valeur près du moyeu.

Les bras à section en croix sont ordinairement droits (fig. 899 *a*), tandis que ceux à section ovale sont le plus souvent courbes et à double courbure (fig. 899 *b*). Pour arriver à déterminer convenablement cette double courbure, on commence par décrire un cercle avec le rayon $OA = {}^1/_2 R$, puis on porte, sur ce cercle, des longueurs AB, BC...

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

correspondant à la division des bras; on prend ensuite $AE = \frac{2}{3} AB$, on mène OC normal à AO et on détermine le centre de courbure C, en élevant une perpendiculaire sur le milieu de OE (ce point C se trouve

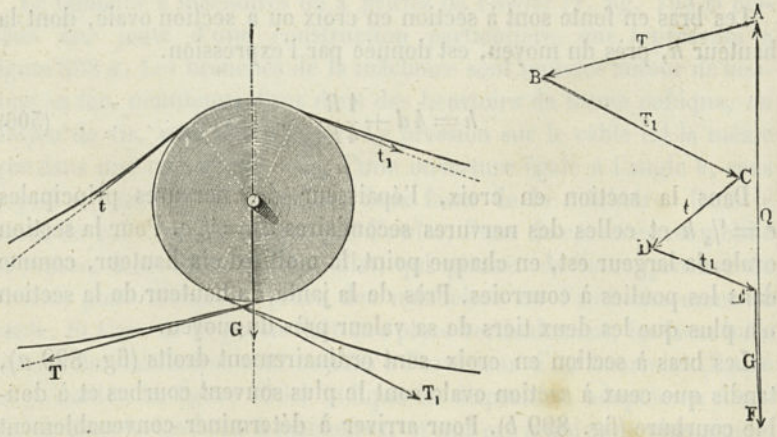
a Fig. 899. *b*



précisément sur la circonférence). Le second rayon de courbure DE est pris égal au précédent.

Lorsque, dans une poulie à une seule rainure, on fait usage de bras droits, il convient de fondre le moyeu en ménageant quelques rainures (fig. 899 *a*), qu'on garnit avec des cales, lesquelles sont

a Fig. 900. *b*



ensuite solidement maintenues par deux frettes en fer, rapportées à chaud, de manière à produire un serrage énergique. Pour ce moyeu

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

divisé, il convient de se reporter au § 285, qui fournit également les indications nécessaires pour la détermination de l'épaisseur des parois.

Pour les poulies supports et les poulies intermédiaires, l'écartement des tourillons des axes est compris entre $^1/_5 R$ et $^1/_2 R$. Les charges qu'ils ont à supporter sont déterminées par le poids propre de la poulie et par les composantes des tractions des brins de câbles qui passent par l'axe de cette poulie ; il est facile d'obtenir par un tracé graphique la résultante de ces forces partielles (fig. 900).

Le poids G de la poulie varie dans d'assez fortes proportions, même pour des différences assez faibles dans les dimensions des parois et des bras, de telle sorte qu'une formule générale pour le poids ne pourrait fournir que des résultats assez inexacts et qu'il nous paraît, dès lors, inutile d'en donner une; nous nous bornerons à quelques exemples empruntés à la pratique.

1er Exemple. *Dans une transmission par câble métallique, installée par Rieter et Cie à Oberursel, les poulies ont* 3750mm *de diamètre, avec* 12 *bras droits, à section ovale ; les poulies d'extrémités, à une seule rainure, pèsent* 1148k *et les poulies intermédiaires, à deux rainures,* 1264k ; *le nombre des fils* $i = 36$, *et leur diamètre* $\delta = 1^{mm},75$.

2e Exemple. *La société de construction de machines Anhalt, de Berlin, livre des poulies supports, avec des bras formés de tiges de fer, comme l'indique la figure* 901, *dont les poids sont donnés par le tableau ci-dessous :*

$R =$ 500	600	700	800	900	1000	1250	1500	1750mm
$G =$ 80k	96	112 à 140	128 à 156	144 à 176	144 à 230	240 à 285	340	400k

Il résulte de là que les charges des tourillons des poulies ne sont pas considérables. Si donc on donne à ces tourillons des longueurs relativement grandes, on peut arriver à ce résultat important de n'avoir qu'une pression par unité de surface très faible, ce qui permet d'employer des coussinets en fonte dans des paliers articulés (§ 116) et de les maintenir facilement en bon état, en les munissant de graisseurs automatiques. Dans un grand nombre de cas, il y a intérêt à établir les axes des poulies en acier trempé à la surface, avec âme en fer doux, afin de réduire le diamètre des tourillons au minimum, tout en assurant à la construction la sécurité la plus complète.

3e Exemple. *Les poulies intermédiaires, mentionnées dans le* 1er *exemple, éprouvent (d'après le mode de composition des charges de la figure* 900 *b), sur leurs tourillons (en fer), une pression totale de* 1380k, *soit* 690k *sur chaque tourillon. Cette pression, d'après la table du* § 91, *conduirait, pour* $l : d = 1,5$, *à un diamètre de tourillons* $d = 50^{mm}$. — *On leur a donné, en réalité, un diamètre de* 95mm, *afin d'abaisser convenablement la pression p sur les coussinets et d'assurer le maintien*

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

du graissage. En fait, avec la longueur donnée aux tourillons $l = 120^{mm}$, *on a* $p = 690 : 95.120 = {}^1/_{16}{}^k$ (*V. la remarque de la page* 270). *Si, en utilisant la formule* (89), *nous prenions* $l : d = 4$, *avec* $S = 6^k$, *nous aurions* $d = \sqrt{16.4.690 : 6\pi} = 48{,}45$, *soit* 50^{mm} *et* $l = 4d = 200^{mm}$, *ce qui conduirait à* $p = 690 : 50.200 = 1 : 14{,}5$, *c'est-à-dire à une valeur déjà très convenable; en même temps, le moment du frottement du tourillon se trouverait abaissé à la moitié environ de celui qui se produit réellement* (*tourillons et coussinets pourraient alors être construits comme l'indiquent les figures* 324 *et* 325). *Avec l'emploi d'un corps en acier trempé et une âme en fer doux, on pourrait prendre* $d = 30^{mm}$ $l = 240^{mm}$, *et on obtiendrait* $p = {}^1/_{10}$; *la perte d'effet ne serait alors que le* ${}^1/_4$ *environ de la précédente.*

L'expérience a montré que les poulies de câbles doivent être équilibrées avec le plus grand soin, afin d'éviter les inconvénients qu'entraînerait pour la commande une marche qui ne serait pas uniforme.

§ 301.

Construction des piliers de stations.

La valeur extrêmement élevée de l'effet spécifique de la transmission par câble métallique a conduit, comme nous l'avons déjà dit, à l'utiliser pour transmettre des forces considérables à de très grandes distances, pour transporter la puissance motrice de chutes d'eau aux points où elle peut être avantageusement employée, pour répartir cette puissance entre divers établissements, en un mot, pour mettre les forces mécaniques naturelles au service de l'industrie. Toutefois, malgré toute la simplicité du système, il se présente, pour les transmissions à longue distance, certaines difficultés, inhérentes à l'établissement des piliers de stations : dans tous les cas, la construction de ces piliers constitue l'un des éléments les plus importants de l'ensemble et il convient, par suite, de donner sur ce point quelques indications, tirées essentiellement de l'examen d'installations bien établies.

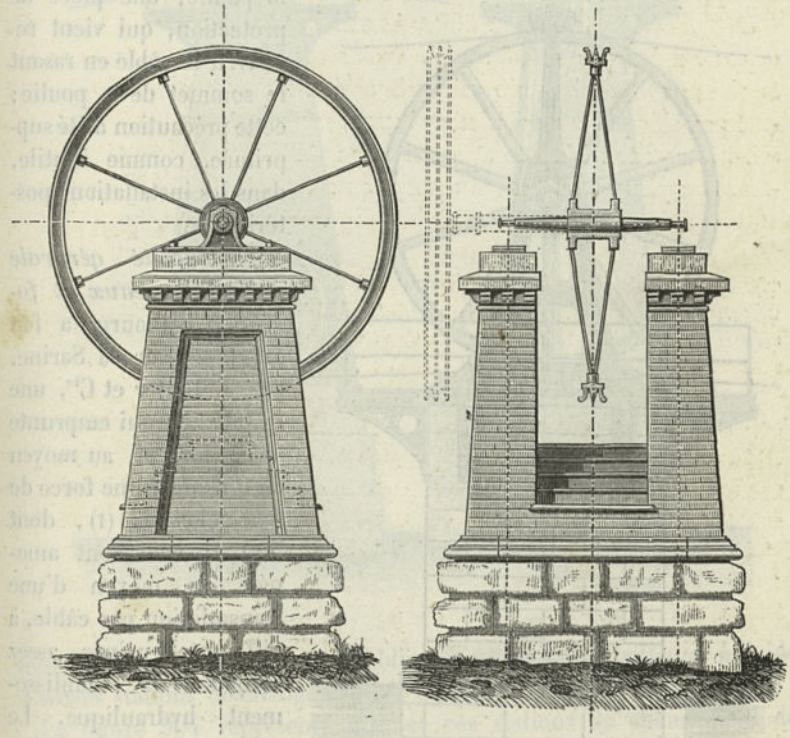
La figure 901 représente un pilier en maçonnerie pour une station intermédiaire. Ce pilier est supposé formé d'un massif en briques, qui repose sur un soubassement en gros moellons et qui est surmonté d'assises en pierres de taille, pour recevoir les paliers. C'est ce mode de construction, quelque peu simplifié, qui a été employé pour les piliers de la transmission d'Oberursel, mentionnée précédemment, et qui transmet 104 chevaux à une distance de 966^m. Cette transmission, partagée en huit sections égales, se trouve posséder, par suite, deux stations d'extrémités et sept stations intermédiaires; la longueur d'une section est de $120^m{,}75$, le rayon des poulies $R = 1875^{mm}$, le nombre de tours

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

$n = 114{,}5$, $v = 22^{m},37$ et $\delta = 1^{mm},75$; la différence de niveau entre les deux stations d'extrémités est de $44^{m},41$.

L'établissement de la *Société des machines hydrauliques de Schaffouse* (construit par J. Rieter et Cie), qui fonctionne depuis 1866, emprunte au courant du Rhin une force totale de 760 chevaux, se répartissant de la manière suivante : sur la rive gauche du Rhin,

Fig. 901.



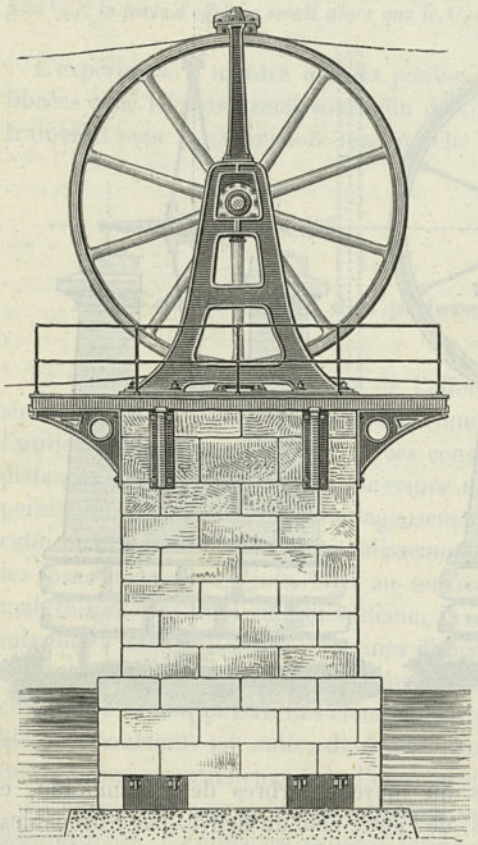
200 chevaux sont utilisés au moyen d'arbres de transmission, et 560 chevaux sont transmis, de l'autre côté du fleuve, par trois câbles, dont l'écartement de poulies est de $117^{m},6$; deux de ces câbles sont égaux et transmettent ensemble 530 chevaux (avec $n = 180$, $R = 2250^{mm}$ et $v = 23^{m},56$) ; le troisième câble ne transmet que 30 chevaux (avec $n = 180$ et $R = 900^{mm}$). De la station de dérivation et de partage, installée sur la rive gauche, part une autre transmission, qui longe le fleuve, en sens contraire du courant, et qui emprunte à la force précédente environ 480 chevaux, pour les distribuer sur une longueur de $355^{m},5$, divisée en trois sections principales, dont les longueurs sont $115^{m},2$, $101^{m},4$ et $138^{m},9$. Le nombre des fils, pour les deux câbles

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

forts, $i = 80$, et leur diamètre $\partial = 1^{mm},85$; ces deux câbles sont à 8 torons de 10 fils.

La figure 902 représente un pilier de station intermédiaire, qui peut être considéré comme un type de bonne construction pour machines; ce pilier porte deux poulies égales, établies l'une à côté de l'autre. Afin d'éviter que le câble puisse être projeté en dehors de sa rainure, on a fixé, sur le bâti de la poulie, une pièce de protection, qui vient recouvrir le câble en rasant le sommet de la poulie: cette précaution a été supprimée, comme inutile, dans les installations postérieures.

Fig. 902.



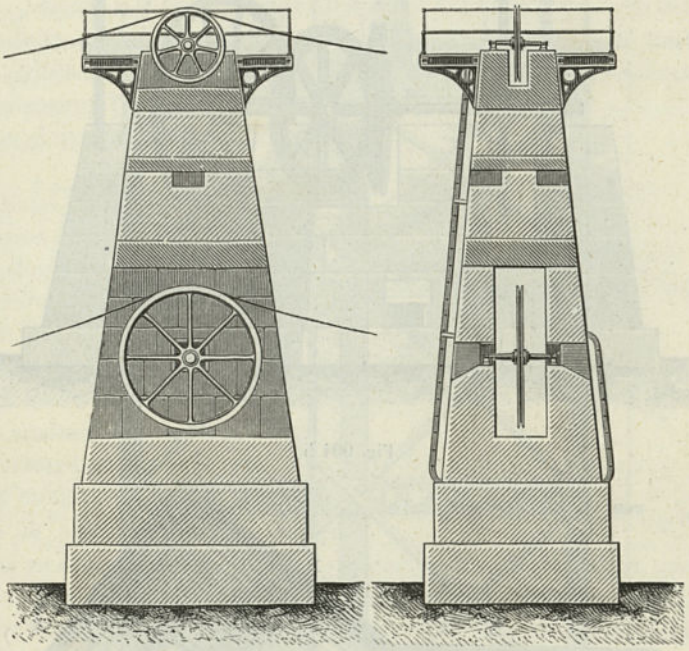
La *Société générale suisse des eaux et forêts*, à Fribourg, a fait exécuter, sur la Sarine, par J. Rieter et Cie, une installation qui emprunte à ce torrent, au moyen de turbines, une force de 600 chevaux (1), dont 300 environ sont amenés, au moyen d'une transmission par câble, à différentes usines, assez éloignées de l'établissement hydraulique. Le câble, qui comprend cinq sections de 155^m chacune, s'élève d'abord d'une hauteur de $81^m,84$, pour aboutir à une scierie. La figure 903 représente un des piliers de station, qui ont ici une très grande hauteur; ce pilier porte deux poulies. Une des stations (n° II) se trouve dans un tunnel, établi spécialement pour le passage de la transmission. Le câble est formé de 10 torons de 9 fils, dont le diamètre $\partial = 1^{mm},8$; on a, en outre,

(1) On a le projet de conduire, sur le plateau de Pérolles, au moyen de quatre transmissions par câbles distinctes, une force de 2100 chevaux, que peut fournir la chute de la Sarine.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

$R = 2250$, $n = 81$ et $v = 19^m$. Au delà de ce tunnel, la force est transmise, au moyen d'une station de partage, partie à la scierie, dont il vient d'être question, partie à d'autres établissements, situés plus

Fig. 903.



loin ; la répartition entre ces établissements se fait, d'ailleurs, à l'aide d'autres stations de changement de direction et de partage.

La figure 904 représente une de ces stations de changement de direction. En dehors de la scierie (16 scies), la transmission par câble fournit la force nécessaire à une fabrique de wagons, à une fonderie, à une fabrique d'engrais et à une série d'autres établissements moins importants. La longueur totale des différentes sections de la transmission atteint 2010 mètres.

La Société Rieter et Cie a exécuté également, pour le compte de la *Compagnie générale de Bellegarde*, une grande installation de turbines et de transmissions par câbles, en vue de l'utilisation de ce qu'on appelle la *chute du Rhône* (à Bellegarde). On pourrait prendre au Rhône et à la Valserine, au moyen de cinq turbines de 630 chevaux chacune, une force totale de 3150 chevaux, que des transmissions par câbles pourraient amener sur le plateau de Bellegarde. Jusqu'ici on

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

n'est parvenu à utiliser qu'une assez faible fraction de cette force (1), en particulier pour l'éclairage électrique de la ville.

Comme autre exemple, nous mentionnerons encore l'installation de turbines et de transmissions par câbles que la municipalité de Zurich

Fig. 904 a.

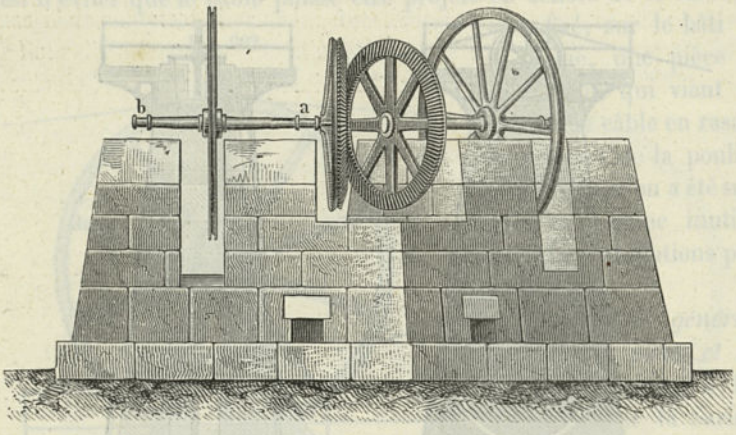
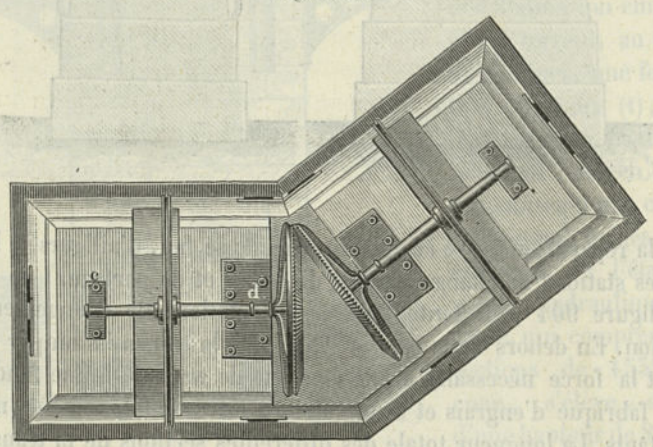


Fig. 904 b.

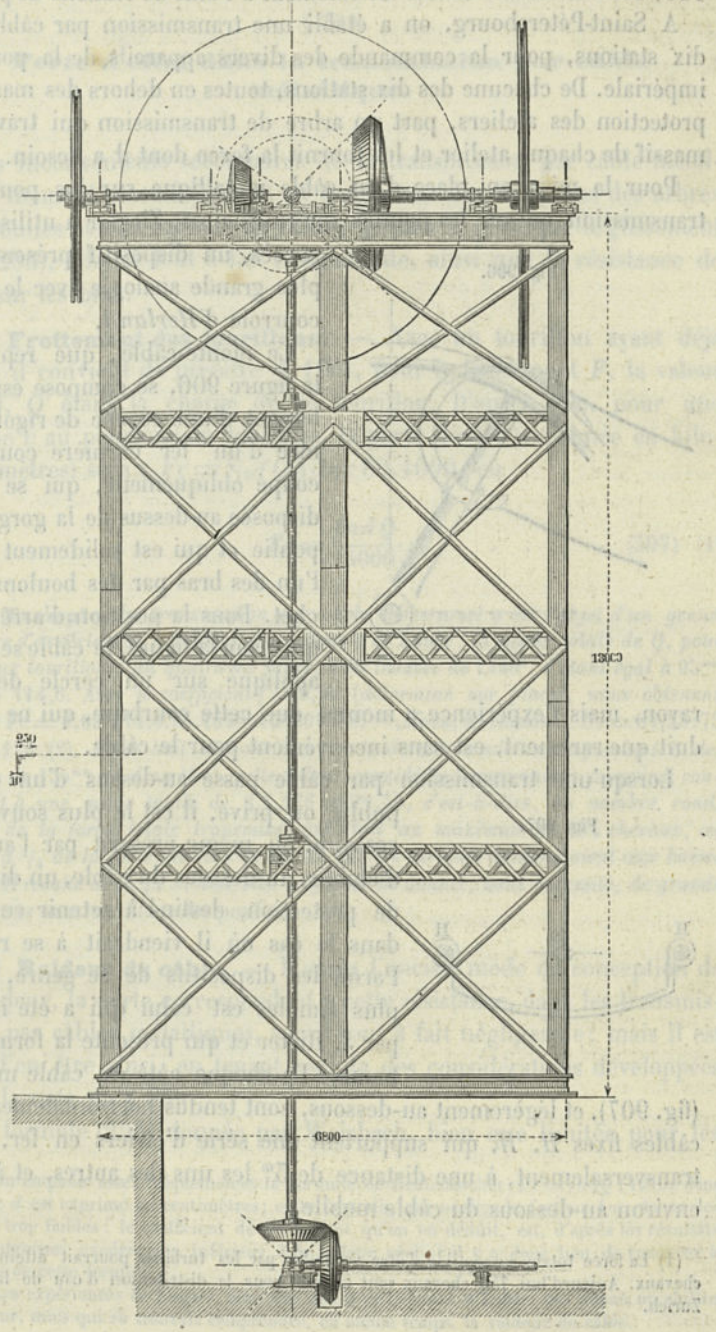


a fait exécuter par la Société *Escher-Wyse et Cie*, pour l'utilisation de la puissance motrice du Limmat. Ici, comme les piliers, par suite de différentes circonstances, devaient être très élevés, on les a faits en fer. La figure 905 représente une station de partage de cette transmission. La longueur totale est de 1 kilomètre environ, et sur les 900^ch que les

(1) Les industries installées pour tirer parti de la force disponible n'ont pas réussi et la Société d'exploitation a fait de mauvaises affaires.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Fig. 905.



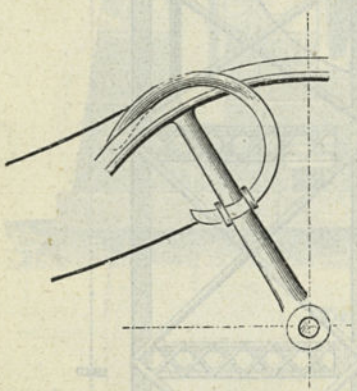
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

turbines empruntent à la chute (1), la transmission par câbles en prend 150, dont 80 sont transmis latéralement à l'aide de stations de partage.

A Saint-Pétersbourg, on a établi une transmission par câble, avec dix stations, pour la commande des divers appareils de la poudrerie impériale. De chacune des dix stations, toutes en dehors des massifs de protection des ateliers, part un arbre de transmission qui traverse le massif de chaque atelier et lui fournit la force dont il a besoin.

Pour la mise en place d'un câble métallique sur les poulies de transmission ou sur les poulies intermédiaires, Ziegler a utilisé, avec succès, un dispositif présentant la plus grande analogie avec le monte-courroie d'*Herland*.

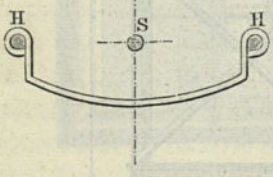
Fig. 906.



Ce monte-câble, que représente la figure 906, se compose essentiellement d'une espèce de rigole, formée d'un fer cornière courbé et coupé obliquement, qui se trouve disposée au-dessus de la gorge de la poulie et qui est solidement fixée à l'un des bras par des boulons à crochet. Dans la position d'arrêt, indiquée sur la figure, le câble se trouve appliqué sur un cercle de faible rayon, mais l'expérience a montré que cette courbure, qui ne se produit que rarement, est sans inconvénient pour le câble.

Lorsqu'une transmission par câble passe au-dessus d'un chemin public ou privé, il est le plus souvent nécessaire, ou même prescrit par l'autorité, d'établir, au-dessous du câble, un dispositif de protection, destiné à retenir ce câble, dans le cas où il viendrait à se rompre. Parmi les dispositifs de ce genre, un des plus simples est celui qui a été imaginé par J. Rieter et qui présente la forme d'un hamac. De chaque côté du câble mobile S (fig. 907), et légèrement au-dessous, sont tendus horizontalement deux câbles fixes *H*, *H*, qui supportent une série d'étriers en fer, placés transversalement, à une distance de 3^m les uns des autres, et à $0^m,50$ environ au-dessous du câble mobile.

Fig. 907.



(1) La force totale susceptible d'être recueillie par les turbines pourrait atteindre 1150 chevaux. Aujourd'hui 750 chevaux sont utilisés pour la distribution d'eau de la ville de Zurich.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 302.

Perte d'effet dans la transmission par câble métallique.

Les inconvénients secondaires de la transmission par câble métallique tiennent essentiellement au frottement des tourillons des arbres des poulies et à la raideur du câble; quant à la perte par le glissement (v. § 286), elle est tout à fait insignifiante, ainsi que la résistance de l'air sur les bras.

(a) **Frottement des tourillons.** — Avec un tourillon ayant déjà servi, il convient de prendre (§ 100), pour le frottement F, la valeur $^4/_\pi fQ$, Q étant la charge de ce tourillon. D'après cela, pour une vitesse c au pourtour du tourillon, la perte d'effet (exprimée en kilogrammètres) sera : $Fc = {}^4/_\pi fQndn : 60.1000$, ou

$$Fc = \frac{fndQ}{15000}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (307) \quad (1)$$

1er Exemple. *La transmission par câble d'Oberursel a été l'objet d'un grand nombre d'expériences, exécutées par Leloutre et Zuber : la valeur totale de Q, pour les deux tourillons, au quatrième pilier, a été trouvée de* 1540^k, *d étant égal à* 95^{mm} *et n à* 114,6. *Avec le coefficient* $f = 0{,}09$ (*déterminé sur place*), *nous obtenons alors :* $Fc = 0{,}09.114{,}6.95.1540 : 15000 = 87^{kgm}{,}53$ *ou, en chevaux,* $N_t = 87{,}53 : 75 = 1^{ch}{,}176$ (2). *Pour huit stations* (*les points de commande correspondant à des arbres de* 135^{mm} *de diamètre*), *cette valeur, considérée comme valeur moyenne, conduirait à une perte totale de* $8.1{,}176 = 9^{ch}{,}36$, *c'est-à-dire, en nombre rond, à* $^1/_{10}$ *de la force totale transmise, qui était au maximum de* 104 *chevaux, ou même à* $^1/_4$ *de la force minima de* $40^{ch}{,}3$, *que les turbines développaient aux basses eaux. Il résulte de là qu'on doit bien se garder de donner, sans nécessité, de grands diamètres aux tourillons des poulies.*

(b) **Raideur du câble.** — D'après l'ancien mode de conception de la raideur, la perte correspondant à cette résistance, dans les transmissions par câbles métalliques, serait tout à fait négligeable; mais il est loin d'en être ainsi, en tenant compte des considérations développées dans la note du § 269.

La formule (253) donnée par Weisbach, bien que limitée pour les

(1) On emploie assez fréquemment la formule de Redtenbacher $Fc = fndQ : 1910$, dans laquelle d est exprimé en centimètres; cette formule, qui néglige le facteur $4/\pi$, donne des valeurs trop faibles : le coefficient de frottement qu'on en déduit, est, d'après les résultats de nombreuses expériences, inférieur à la valeur réelle; il y a donc lieu de renoncer à l'emploi de cette formule.

(2) Les expériences de Ziegler, ainsi que celles de Leloutre et Zuber, ont donné un chiffre supérieur, mais qui se trouvait comprendre, en même temps, la raideur du câble.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

motifs indiqués précédemment, conserve cependant une certaine valeur. Si nous l'appliquons ici, nous obtenons $\Sigma = 0{,}49 + 2{,}38\ T' : R$, en désignant par T' la tension du câble. La perte d'effet (exprimée en kilogrammètres) est donc ici :

$$\Sigma v = 2{,}38\, v \left(0{,}206 + \frac{T'}{R}\right). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (308)$$

2e Exemple. *Pour le cas pratique précédent, les données sont :* $v = 22^{m},57$, $R = 1875^{mm}$ *et* $T' = {}^{1}/_{2}(T + t) = 0{,}5.922^{k}$. *On a, par suite,* $\Sigma v = 2{,}38.22{,}57(0{,}206 + 461 : 1875) = 53{,}24(0{,}206 + 0{,}246) = 24^{kgm},06$. *Pour chaque section, cette perte se trouve doublée et devient* 48,12, *de telle sorte qu'on a, pour les huit sections,* $8.48{,}12 = 384^{kgm},96$. *Cette perte exprimée en chevaux est* $N_r = 384{,}96 : 75 = 5^{ch},13$. *Si l'on ajoute cette perte à celle du frottement des tourillons, la perte totale devient* $N_{tr} = 9{,}36 + 5{,}13 = 14^{ch},50$. *Les mesures directes de Ziegler ont donné, pour cette même perte,* $15^{ch},34$ (1), *ce qui semble montrer que le mode de calcul de la perte due à la raideur est admissible. La perte totale se trouve représenter* 14.50 : 104, *c'est-à-dire* 13,9 *pour* 100 *du travail maximum fourni par les turbines, ou* 14,5 : 40,5, *c'est-à-dire* 38,9 *pour* 100 *du travail minimum. Le plus faible de ces rapports a encore, comme on le voit, une valeur très élevée.*

§ 305.

Dispositions pour grandes transmissions par câbles. Système du professeur Reuleaux.

Les indications précédentes suffisent pour donner une idée des services signalés que peut rendre la transmission par câbles métalliques, et pour mettre en évidence la place importante qu'elle est arrivée à prendre dans les grandes installations mécaniques. Ses applications, dont quelques-unes ont un caractère grandiose, témoignent d'une éducation parfaite, au point de vue de la construction, et constituent des solutions satisfaisantes des problèmes qui étaient posés. Toutefois, il semble possible d'apporter des perfectionnements dans la disposition générale, là surtout où il s'agit de transmettre une force considérable à une grande distance et où, par suite, la transmission par câble doit nécessairement être divisée en un grand nombre de sections. Pour les cas de ce genre, le système des poulies intermédiaires de Ziegler a certainement fait ses preuves et est, pour ainsi dire, le système prépondérant; mais il présente cependant certaines sujétions, qui ont pour effet d'augmenter les difficultés des applications des transmissions par câbles. Parmi ces sujétions, il convient de signaler les suivantes :

(1) En réalité, $15^{ch},246$; mais il convient de diminuer cette valeur de ${}^{1}/_{8}$, afin de tenir compte de l'excès de perte de frottement qu'entraînait le premier arbre principal, dont le diamètre était de 122^{mm}.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

(*a*). La grande hauteur qu'on est, le plus souvent, obligé de donner aux piliers, à l'élévation desquels vient encore contribuer la hauteur importante qu'il est indispensable de se réserver pour les poulies.

(*b*). La largeur qu'il est nécessaire de donner à chaque pilier, lequel doit, non seulement être assez élevé pour que le brin inférieur soit à une hauteur suffisante au-dessus des passages, mais encore être en état de résister à l'effort de traction, assez considérable, auquel il se trouve soumis, dans le plan de la section, lorsqu'il supporte un seul câble.

(*c*). La nécessité de construire très solidement les piliers de stations, en raison de la présence d'équipages de roues dentées. La figure 905, qui représente un pilier du câble de Zurich, fait ressortir bien nettement toutes ces sujétions.

(*d*). Les pertes de force qu'entraîne la raideur des câbles, pertes dont jusqu'ici on n'a généralement pas tenu compte ou qu'on a estimées à une valeur trop faible, en l'absence de données sérieuses sur la raideur des câbles métalliques.

(*e*). Les interruptions qu'entraîne, pour le service, l'obligation de retendre le câble, lorsqu'il est devenu trop lâche.

(*f*). La nécessité où l'on est de donner au câble une tension suffisante pendant l'été, où, par suite de la température, il a son maximum d'allongement, d'où il suit que, pendant la saison froide, il se trouve avoir inutilement un excès de tension.

(*g*). L'inconvénient résultant de ce que les poulies de transmission, établies à l'extérieur, près du mur d'un bâtiment d'usine, projettent tout autour les matières de graissage du câble et salissent le mur, ainsi que l'espace au-dessous des poulies.

(*h*). La nécessité de donner aux poulies intermédiaires une grande résistance et, par suite, un poids assez considérable, en raison des fortes tensions des câbles, ce qui a également pour conséquence d'augmenter la perte de force due au frottement des tourillons.

Il est évident, d'après cela, qu'il serait avantageux d'arriver à des dispositions permettant l'emploi de piliers peu élevés et légers, dans lesquelles les câbles pourraient être tendus facilement et, autant que possible, d'une façon automatique. Il serait bon également de réduire le nombre des épissures, de placer les poulies motrices à l'intérieur du bâtiment de l'usine, où, au moyen d'enveloppes, il serait facile de se mettre à l'abri des projections de matières de graissage, et enfin d'employer, partout où c'est possible, des poulies très légères. Ces divers *desiderata* peuvent être réalisés, d'une manière très satisfaisante, avec les dispositions que nous allons indiquer.

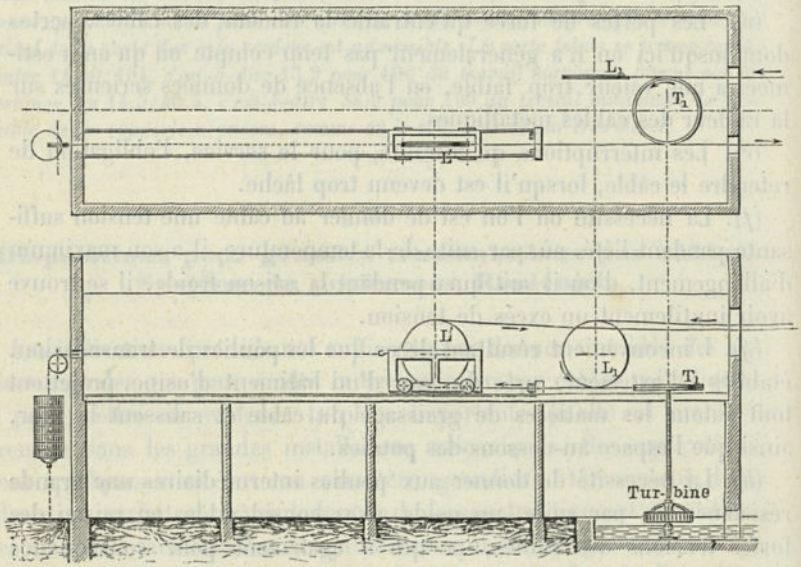
En premier lieu, il convient que l'organe transporteur d'une trans-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

mission par câble tout entière soit, autant que possible, constitué par un câble unique, sans fin, depuis la poulie menante jusqu'à la poulie menée, et cela, afin que le plus grand nombre possible de poulies aient à agir comme poulies supports et puissent, par suite, être construites légèrement. En second lieu, il serait avantageux que les deux brins fussent à la même hauteur au-dessus du sol, cette hauteur étant, d'ailleurs, la plus faible qu'on puisse admettre, eu égard aux circonstances extérieures.

A cet effet, dans le local de la force motrice, que nous désignerons sous le nom de *station de la machine motrice*, nous disposerons la première poulie de transmission T_1 (fig. 908) directement sur l'arbre

Fig. 908.



de la machine, ou sur un arbre relié au premier par engrenages; nous ferons ensuite passer le brin conducteur, fortement tendu, sur une poulie guide verticale L_1, tournant dans des paliers fixes, à l'intérieur de la salle de la machine; en quittant cette poulie, le brin recevra, sur la longueur de la première section, une direction sensiblement horizontale, ascendante ou descendante.

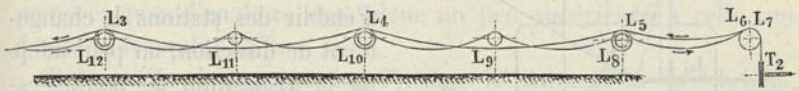
Quant au brin conduit, il passera de la poulie T_1 sur une poulie tendeur L', tournant dans des paliers fixés à un chariot, qui peut se mouvoir sur des rails horizontaux, parallèles au plan de la première section, et qui est tiré en arrière par un poids légèrement supérieur à $2t$. En quittant la poulie L', le brin conduit, amené à la même

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

hauteur que l'autre brin, s'échappera au dehors, pour courir parallèlement avec lui, sur la longueur de la section. Le chariot de tension et sa voie sont ici figurés à l'abri, sous toit; cela suppose que les emplacements voisins et ceux qui sont au-dessous puissent être utilisés pour d'autres usages, pour magasin, atelier, logement de gardien, etc.; dans le cas où il n'en serait pas ainsi, l'appareil pourrait, sans grand inconvénient, être placé à l'air libre.

Les stations pour les deux brins se réduisent à de simples stations supports, à la condition, bien entendu, que sur tout le parcours, on n'ait besoin d'aucune distribution de force. Si la transmission est normale, et non à tension renforcée (§ 295), il faut, pour que les deux

Fig. 909.



brins aient la même flèche, que la distance entre les supports soit, pour le brin conduit, la moitié seulement de celle des supports pour le brin conducteur (fig. 909); les stations simples se trouvent alors alterner avec les stations doubles.

Dans le cas où aucun changement de direction n'est nécessaire, les deux brins se meuvent dans des plans parallèles, dont la distance est égale au diamètre de la poulie motrice T_1; à la pénétration dans le bâtiment de l'usine, ou dans un avant-corps, ils passent sur deux poulies guides verticales L_6 et L_7 (qui, dans la figure, se projettent l'une sur l'autre), puis sur la poulie de transmission T_2, située dans un plan vertical, perpendiculaire aux plans des poulies guides.

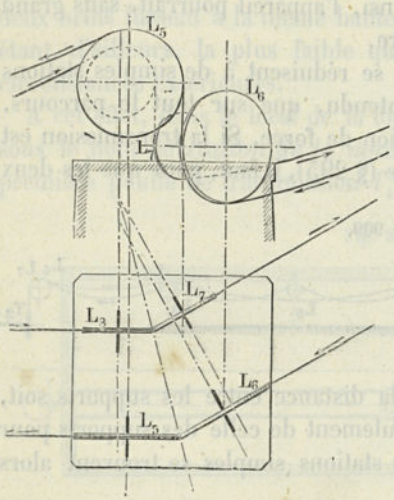
Lorsque la machine motrice passe au repos, le brin conduit tend à attirer le chariot de tension vers la turbine, puisque les deux brins prennent alors une tension commune égale à $^1/_2\ (T+t)$. Par précaution, on peut disposer, à l'extrémité de la voie du chariot, de ce côté, des butoirs à ressorts. On peut également placer les chaises des paliers de la première poulie guide L_1 du brin conducteur contre des tampons à ressorts, ce qui permettrait, à la rigueur, de faire des observations dynamométriques.

Si la transmission vient à passer de l'état de repos à l'état de mouvement, le chariot tendeur L' se met à reculer lentement et finit par donner au brin conduit la tension convenable t. Plus le câble s'allonge (au début), plus le chariot se reporte en arrière; les ressorts peuvent d'ailleurs être déplacés, au fur et à mesure, de manière à conserver à ce chariot une même longueur de course. Lorsque, par suite de cet

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

allongement, le chariot est arrivé à sa position limite, dans le sens du recul, il devient indispensable de couper le câble pour le raccourcir et de réunir ensuite les deux bouts par une épissure. L'allongement du câble neuf se produit, du reste, dans une plus faible mesure qu'avec le système de transmission à poulies intermédiaires, et cela par la raison que le nombre des demi-enroulements de câble sur les poulies est moins considérable. Pour ce même motif, l'usure du câble se trouve aussi notablement réduite.

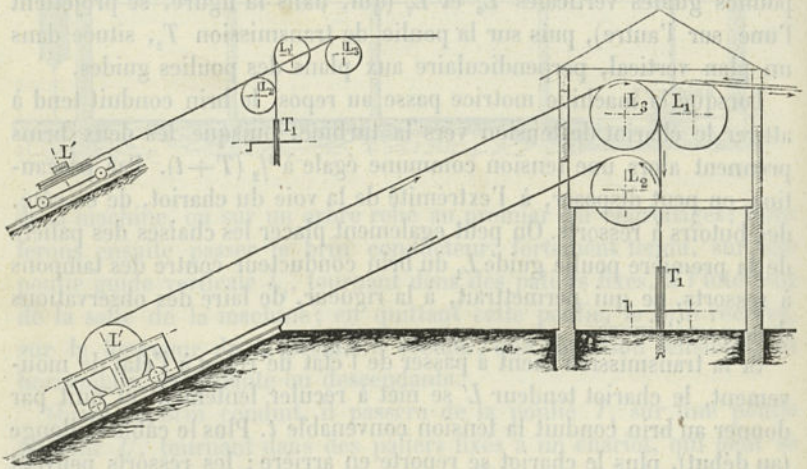
Fig. 910.



Dans le cas où il est nécessaire d'établir des stations de changement de direction, on peut adopter la disposition de poulies esquissée dans la figure 910 ; chaque brin n'exige plus que deux poulies, au lieu de trois, comme dans la disposition ordinaire, et les roues dentées, dont l'emploi entraîne une perte de force assez considérable, se trouvent ainsi complètement évitées.

Si, dans le local de la force motrice, la première poulie de trans-

a. Fig. 911. b.



mission T_1 est verticale, au lieu d'être horizontale, on peut recourir à la disposition de la figure 911 *a*, qui exige une poulie guide de plus

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

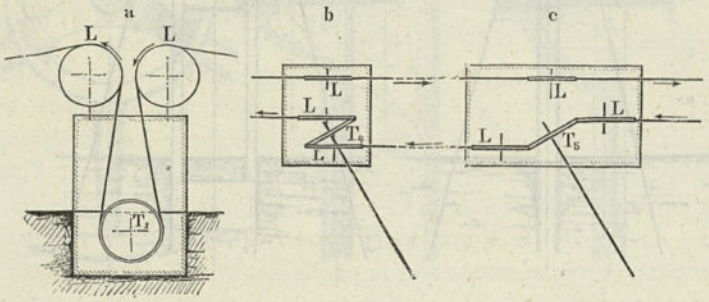
que la précédente. Cette figure montre, en même temps, comment on doit opérer, quand il est possible de donner une certaine inclinaison à la voie du chariot tendeur; c'est alors le poids de ce chariot, convenablement chargé, qui produit l'effort de traction nécessaire. La figure 911 *b* indique la disposition à adopter pour rendre la poulie tendeur parallèle au plan de la voie du chariot. D'après les expériences faites sur le chemin à câble de Brooklyn, à New-York, il semble que, pour les transmissions par câbles, exposées à des variations d'efforts considérables, il y aurait intérêt à munir le chariot tendeur d'un frein, qui, sans action dans la période de tension, viendrait modérer le mouvement du chariot dans sa marche de retour vers la poulie motrice. Une détente à friction, d'une disposition analogue, par exemple, à celle de la figure 709, conviendrait très bien dans ce cas, à la condition de prendre, pour l'angle σ, une valeur un peu supérieure à celle que donne la formule (233).

Si la poulie de transmission T_2, dans le bâtiment de la fabrique, est disposée de manière que l'un des deux brins soit dans son plan, il suffit, pour ramener le second sur cette même poulie, d'établir une station simple de changement de direction.

Lorsque la transmission est très longue et qu'elle exige, par suite, un grand nombre de stations supports, la facilité avec laquelle on peut former les stations de changement de direction, d'après notre système précédent, permet de rapprocher les deux brins, l'un de l'autre, aussi près qu'on le juge convenable.

Les stations de partage s'établissent également d'une manière toute différente de celle qui était jusqu'ici en usage. En premier lieu, l'emploi des roues dentées peut être complètement évité et, en second

Fig. 912.



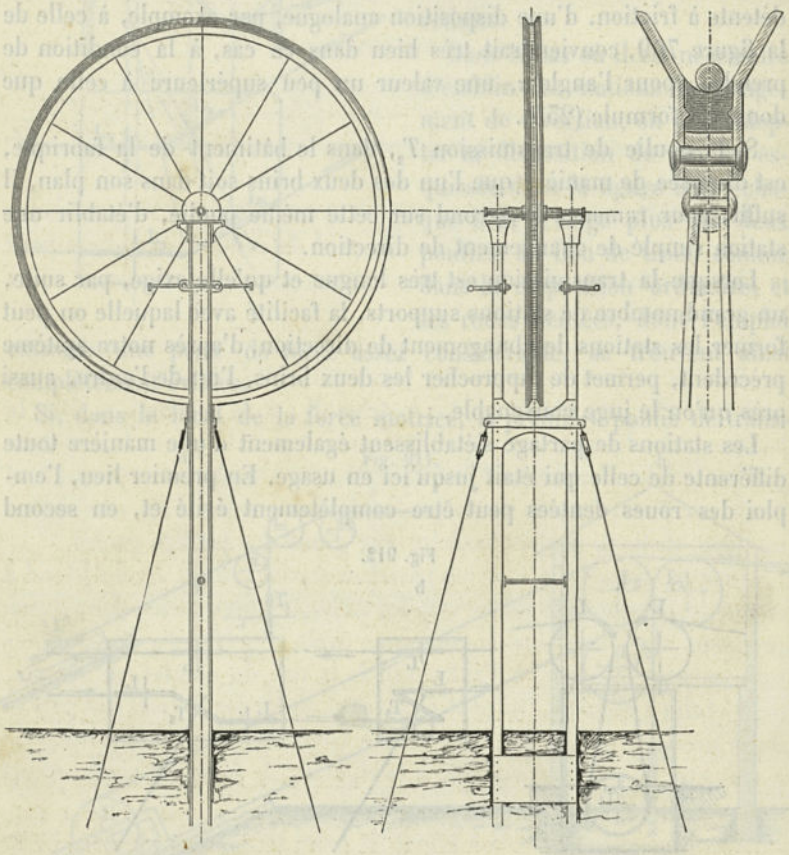
lieu, il est facile de trouver des dispositions pour conduire les câbles dans différentes directions. La figure 912 indique une de ces dispositions pour les cas où l'axe de la poulie à commander est à une certaine profondeur ; la figure *a* correspond au cas où cet axe est normal aux

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

plans verticaux des sections, les figures *b* et *c* aux cas où le même axe est incliné par rapport à ces plans.

En raison des faibles efforts auxquels elles sont soumises dans ce système, les poulies supports, comme on l'a déjà dit, peuvent être construites très légères. A ce point de vue, l'emploi de la fonte pour la jante des poulies serait un obstacle; mais rien n'empêche de l'établir en fer, au moyen de cornières, affectant une courbure circulaire, avec une bande de même courbure, intercalée et réunie avec elle par des rivets (fig. 914). La courbure de ces éléments de la jante pourrait être

Fig. 913. Fig. 914.



facilement obtenue au moyen de machines à cintrer, de forme appropriée. Des cannelures annulaires saillantes servent ici à maintenir les plaques de cuir constituant la garniture. Quant aux rais, ils peuvent être formés de tiges de fer droites, qui viennent se visser dans le moyeu

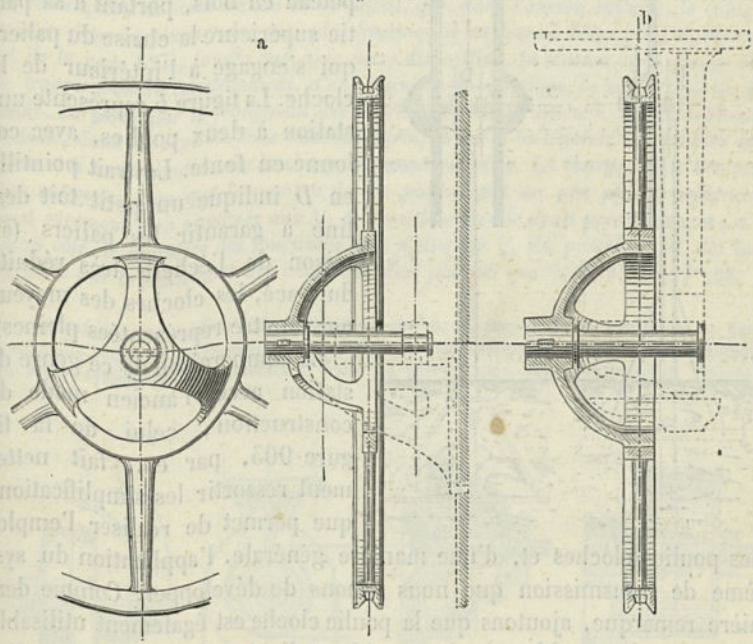
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

en fonte, ou peuvent encore être encastrés dans ce moyeu pendant la coulée du métal en fusion; il serait, d'ailleurs, facile de faire ce moyeu en deux parties. Le poids d'une poulie, ainsi établie, descend naturellement à une valeur très faible.

Un mode de construction assez convenable pour les piliers supports est, par ex., celui que représente la figure 913. Deux montants verticaux, formés de fers en U, sont engagés par leur pied dans un massif de maçonnerie, et sont maintenus par des tirants, ancrés dans des blocs de pierres; ils portent, à leur partie supérieure, les paliers articulés des tourillons des poulies. Sur chaque montant, au-dessous du palier, est disposée une barre transversale, destinée à servir d'appui pour une échelle. Dans un grand nombre de cas, il serait plus facile d'établir un pilier en fer de ce genre qu'un pilier en maçonnerie.

Les poulies supports et les poulies intermédiaires en fonte peuvent être également construites sous une forme spéciale, qui présente souvent des avantages; cette forme est celle qu'indique la figure 915. Le

Fig. 915.



moyeu de la poulie est en dehors des deux tourillons de l'axe et le plan moyen de cette poulie est, comme précédemment, à égale distance des milieux des tourillons. Les bras se trouvent reliés au moyeu par une surface bombée, en forme de parapluie ou de cloche. Cette forme,

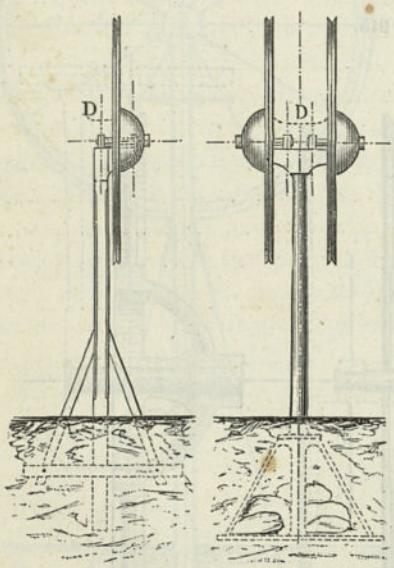
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

imaginée par l'auteur, offre cet avantage que, par son mode de fixation sur l'axe, la poulie se trouve libre sur un côté, sans charger les tourillons inégalement et dans des directions opposées. Le calcul de l'axe de la poulie se fait comme dans le cas *d* du § 132.

La figure 915 *b* indique une autre forme de construction de la poulie cloche. Dans cette disposition, la cloche, proprement dite, est exécutée séparément et, sur l'anneau qui la termine, se place une poulie à bras droits; on a ainsi l'avantage de pouvoir utiliser un seul et même modèle de cloche pour des poulies de différentes grandeurs, en même temps que la faculté d'exécuter ces poulies en fer. D'un autre côté, les deux tourillons de l'axe se trouvent réunis en un tourillon unique, qui peut être placé dans un simple palier rigide, comme l'indique la partie en pointillé, sous deux formes différentes.

Avec l'emploi des poulies cloches, les stations, qu'elles soient à une ou à deux poulies, prennent une forme particulièrement simple. La figure 916 *a* montre une station support, à une seule poulie, avec poteau en bois, portant à sa partie supérieure la chaise du palier, qui s'engage à l'intérieur de la cloche. La figure *b* représente une station à deux poulies, avec colonne en fonte. Le trait pointillé en *D* indique un petit toit destiné à garantir les paliers (en raison de l'échelle très réduite du tracé, les cloches des moyeux ont dû être représentées pleines).

a. Fig. 916. b.



La comparaison de ce genre de station avec l'ancien mode de construction, celui de la figure 903, par ex., fait nettement ressortir les simplifications que permet de réaliser l'emploi des poulies cloches et, d'une manière générale, l'application du système de transmission que nous venons de développer. Comme dernière remarque, ajoutons que la poulie cloche est également utilisable comme poulie à câble pour les machines d'extraction, de même que, dans certains cas, pour des tambours de treuils à chaînes et à câbles (1).

(1) La poulie cloche peut être également employée avec avantage pour la transmission par courroie, comme on peut le voir par quelques exemples. Figure *a*, remplacement d'un arbre

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Nous allons maintenant appliquer le système que nous venons de développer à un exemple pratique ; nous choisirons, à cet effet, l'installation de la transmission par câble du § 302.

Exemple. *La transmission par câble d'Oberursel, établie pour* 104 *chevaux, a huit sections égales, avec deux poulies motrices, l'une à l'usine de production de la force, l'autre à l'usine d'exploitation, et six poulies intermédiaires en autant de stations, sans dérivation latérale. Il y a donc* 16 *demi-enroulements de poulies qui, comme nous l'avons vu, entraînent une perte de force par la raideur de* $5^{ch},15$. *Dans l'application du système précédent, nous arrivons à trois demi-enroulements dans l'usine de la force motrice (V. fig.* 908), *un demi-enroulement dans l'usine qui la reçoit, avec deux enroulements au quart sur des poulies guides* L_6 *et* L_7 (*fig.* 909), *et enfin* 10 *à* 11 (7 + 4) *contacts avec les poulies supports des stations, dont chacun se fait sur* $^1/_{30}$ *à peine de la circonférence; ces stations sont supposées établies conformes à notre système de construction et munies de poulies tout à fait légères. A côté des quatre demi-enroulements, les autres enroulements partiels* (2 *au quart et* 11 *à* $^1/_{30}$) *ont un effet au plus équivalent à celui de deux demi-enroulements, de telle sorte que nous avons, en définitive, à tenir compte au plus de* 6 *demi-enroulements. La perte d'effet correspondant à la raideur est donc les* $^6/_{16}$ *de celle qui a été précédemment calculée, c'est-à-dire* $^6/_{16}$ $5,15 = 1^{ch},92$. *Encore convient-il de remarquer, au point de vue de ce calcul, que, dans l'ancien système, le câble se trouve, dans la plupart des cas, plus tendu qu'il ne devrait l'être (V. l'observation (f) de la page* 827), *tandis que, avec notre disposition, la tension dans chaque brin se trouve prendre constamment, d'une manière automatique, la valeur qu'elle doit avoir. La perte par le frottement des tourillons peut, d'ailleurs, être notablement réduite, dans les sept stations intermédiaires, grâce à la légèreté des poulies supports et à la diminution de la charge agissant sur elles. La charge totale des poulies supports, bien que le nombre de ces poulies soit un peu plus considérable, peut sûrement être ramenée aux* $^2/_3$ *de la valeur qu'elle avait précédemment ; d'un autre côté, le diamètre des tourillons peut n'être que* $^1/_3$ *du précédent, et, dès lors, la perte par le frottement des tourillons n'est plus ici que* $^2/_3.^1/_3.9,36 = 2^{ch},08$.

de transmission intermédiaire par une poulie cloche ; *b*, emploi d'une poulie de ce genre pour petits bancs de tours, machines à fraiser et machines-outils analogues ; *c*, application du même système à des machines à fraiser, à percer, etc., avec poulie folle, d'après la

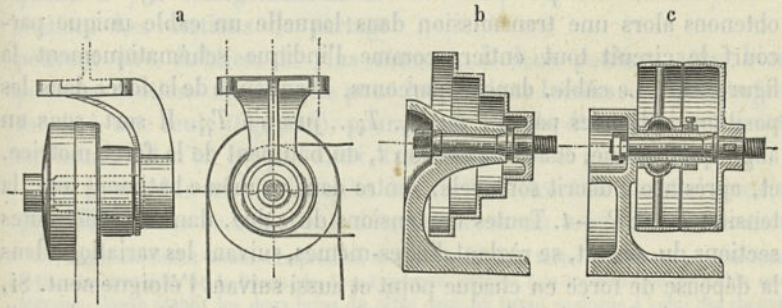


figure 862. Pour les roues, dans les grues roulantes, les plaques tournantes, les chariots transporteurs, les berlines des mines, etc., la forme de la poulie cloche présente souvent des avantages, par rapport aux formes en usage jusqu'ici.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

A cette perte il convient d'ajouter celle qui résulte de l'introduction des poulies guides et qui peut être évaluée à $0^{ch},40$, *de telle sorte qu'on obtient, en définitive, pour la perte d'effet totale,* $N_{tr} = 1,92 + 2,08 + 0,40 = 4^{ch},40$. *Le travail transmis étant au maximum de* 104 *chevaux et le minimum de* $40^{ch},5$, *on voit que, en chiffres ronds, la perte est, dans le premier cas, de* $4,2$ *p.* $\%$ *et, dans le second, de* 11 *p.* $\%$, *au lieu de* $13,9$ *et de* $35,9$, *comme nous l'avions trouvé pour l'autre système; il y a donc là une économie de force qui mérite certainement d'être prise en sérieuse considération.*

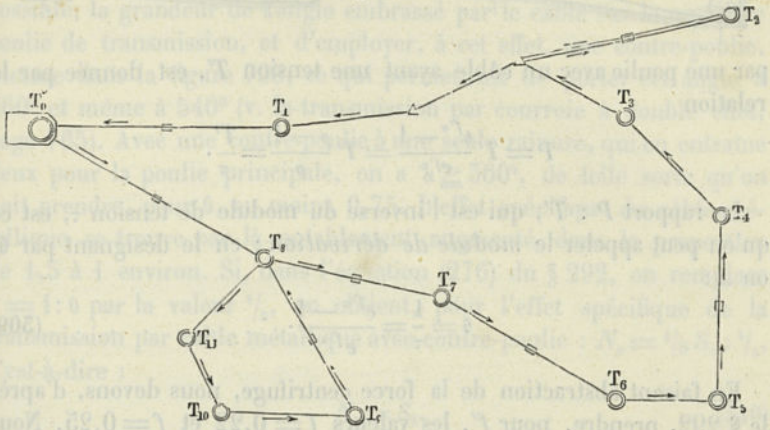
Dans l'exemple que nous venons de rappeler, il n'existait pas de stations de partage; le travail introduit dans le câble, à l'usine de force motrice, était abandonné tout entier, abstraction faite des résistances nuisibles, à l'extrémité du parcours, dans l'usine qui devait l'utiliser. Il nous reste maintenant à traiter une question intéressante, relative aux variations qu'éprouvent les tensions dans le brin conducteur, lorsque ce brin a traversé une ou plusieurs stations de partage. Si, dans des stations de ce genre, il cède successivement des forces P_1, P_2, P_3, P_4, etc. (supposées mesurées à la circonférence des poulies), sa tension primitive T se trouve diminuée des valeurs de ces forces et il y a lieu de tenir compte de cette diminution pour la détermination des flèches h, en deçà et au delà de chaque station. Ainsi, toute dérivation de force, qui a lieu à une station de partage, se traduit par un changement de tension du câble. Toutefois, la somme de toutes les forces P doit entrer en ligne de compte pour la tension t du brin conduit, sur la première poulie menante, où l'autre brin possède la tension T, de telle sorte que pour le calcul on a, comme précédemment, l'équation $T - t = \Sigma P$. Nous pouvons tirer de là des conclusions d'une certaine importance.

Si, en effet, nous supposons, en principe, l'abandon de force aux stations de partage, nous pouvons toujours répartir la puissance totale d'une transmission par câble entre des stations de ce genre et nous obtenons alors une transmission dans laquelle un câble unique parcourt le circuit tout entier, comme l'indique schématiquement la figure 917. Le câble, dans ce parcours, abandonne de la force dans les positions indiquées par T_1, T_2, T_3, T_4... jusqu'à T_{11}. Il sort, sous un angle quelconque, et avec la tension t, du bâtiment de la force motrice, et, après avoir décrit son cycle, rentre dans ce même bâtiment avec la tension $T = \Sigma P + t$. Toutes les tensions du câble, dans les différentes sections du circuit, se règlent d'elles-mêmes, suivant les variations dans la dépense de force en chaque point et aussi suivant l'éloignement. Si, en effet, la force à céder en un point quelconque diminue jusqu'à devenir nulle, le chariot tendeur, par suite des changements de flèches du câble, vient toujours se placer de lui-même dans une position telle

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

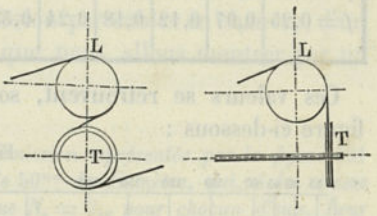
que $T - t = \Sigma P$, où t est une constante. Une transmission de ce genre, desservant une série d'ateliers, disposés sur un circuit fermé, constitue ce que nous appelerons une *transmission cyclique par câble*. Dans la figure, les stations supports sont indiquées par de petits carrés, ou par

Fig. 917.



des triangles, suivant que le câble conserve sa direction ou qu'il en change ; les stations de partage sont représentées par de petits cercles. On voit en T_8, comment on peut brancher, sur la transmission principale, une transmission secondaire, également à circuit fermé ; cette dernière constitue une transmission cyclique de second ordre (V. § 261). Les stations peuvent toutes s'établir d'une manière très simple. Les stations supports sont à une seule poulie, dans les parties rectilignes, et à deux poulies, quand il y a changement de direction. Les stations de partage peuvent être établies, le plus souvent, à deux poulies, aussi bien pour les sections droites que pour les sections brisées, et quelquefois même à une seule (fig. 918), pourvu que l'angle d'enroulement α soit suffisant; s'il n'en est pas ainsi, trois poulies sont nécessaires.

Fig. 918.



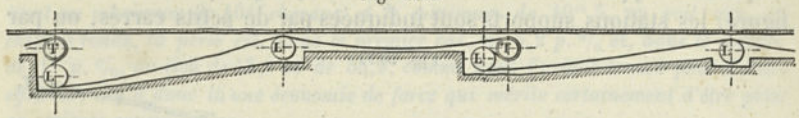
On peut avoir parfois à établir des sections de câbles souterraines (1) (fig. 919). Dans ce cas, pour déterminer si un angle d'enroulement

(1) Immédiatement avant l'impression de cette partie du texte, l'auteur a eu communication des procédés de J. Boone, de San-Francisco, relatifs à la transmission par câble souterraine. Boone établit les deux brins du câble dans un tuyau analogue à celui des chemins à câbles, en les supportant par de petites poulies, et il dispose les dérivations comme dans la figure 911 *a;* toutefois, il fait les poulies guides *L L* si faibles qu'il doit en résulter une tension de flexion très élevée pour les fils du câble. V. Schweiz. Bauzeitung, mai 1885.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

de grandeur donnée α est suffisant, il convient de remarquer que, d'après la formule (239), la force P, qui peut être, au plus, transmise

Fig. 919.



par une poulie avec un câble ayant une tension T', est donnée par la relation

$$P = T' \frac{e^{f'\alpha} - 1}{e^{f'\alpha}} = T' \frac{\rho - 1}{\rho} = \frac{T'}{\tau}.$$

Le rapport $P : T'$, qui est l'inverse du module de tension τ, est ce qu'on peut appeler le *module de dérivation*; en le désignant par θ, on a :

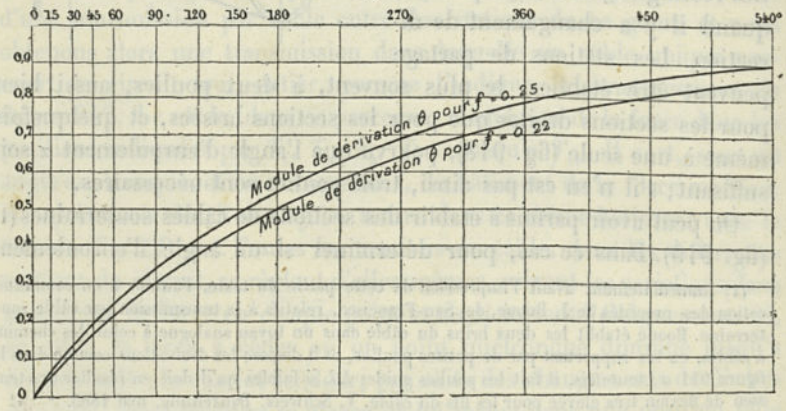
$$\theta = \frac{1}{\tau} = \frac{e^{f'\alpha} - 1}{e^{f'\alpha}}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (309)$$

En faisant abstraction de la force centrifuge, nous devons, d'après le § 292, prendre, pour f', les valeurs $f = 0{,}22$ et $f = 0{,}25$. Nous obtenons alors, pour le module θ, les valeurs numériques suivantes :

$\alpha =$	15°	30°	45°	60°	90°	120°	150°	180°	270°	360°	450°	540°
$f = 0{,}22$	0,06	0,11	0,16	0,21	0,29	0,38	0,44	0,50	0,65	0,75	0,82	0,87
$f = 0{,}25$	0,07	0,12	0,18	0,24	0,33	0,42	0,48	0,54	0,69	0,79	0,86	0,90

Ces valeurs se retrouvent, sous formes de diagrammes, dans la figure ci-dessous :

Fig. 920.



IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

L'examen de la table ou de la figure montre que, pour un angle d'enroulement de 30°, la force que peut transmettre la poulie atteint déjà $^1/_{10}$ de la tension T' du brin conducteur, et $^1/_3$ environ pour 90°.

On peut en conclure, en même temps, que, dans la transmission cyclique, il serait particulièrement avantageux d'augmenter, le plus possible, la grandeur de l'angle embrassé par le câble sur la première poulie de transmission, et d'employer, à cet effet, une contre-poulie, comme dans la figure 795, ce qui permettrait de porter cet angle à 360° et même à 540° (v. la transmission par courroie à double effet, page 765). Avec une contre-poulie à une seule rainure, qui en entraîne deux pour la poulie principale, on a $\alpha \geqq 360°$, de telle sorte qu'on doit prendre, pour θ, au moins 0,75. L'effet spécifique du câble métallique se trouve par là notablement augmenté, dans la proportion de 1,5 à 1 environ. Si, dans l'équation (276) du § 292, on remplace $\tau = 1 : \theta$ par la valeur $^4/_3$, on obtient, pour l'effet spécifique de la transmission par câble métallique avec contre-poulie : $N_0 = {}^4/_3 S_1 : {}^4/_3$, c'est-à-dire :

$$N_0 = S_1. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (310)$$

L'introduction de la contre-poulie dans l'installation des poulies de la machine motrice présente rarement des difficultés.

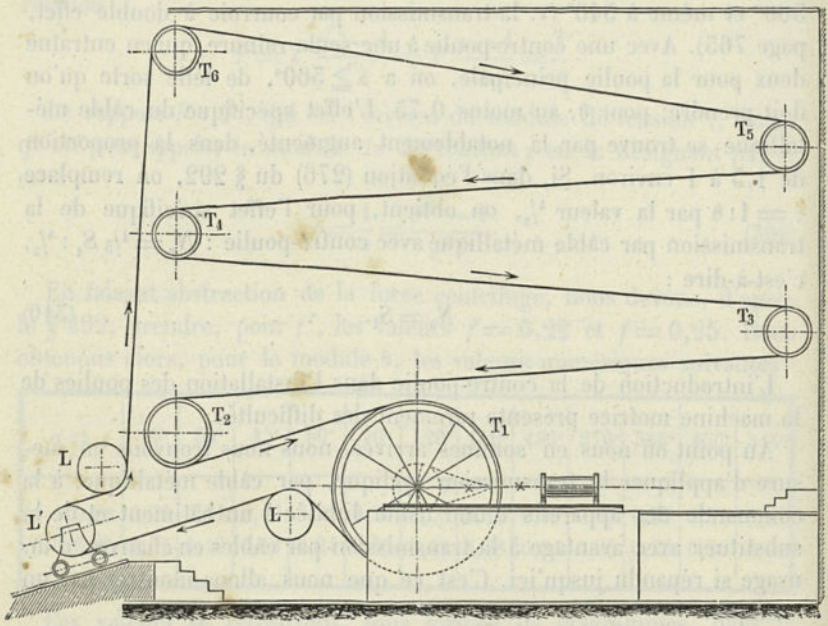
Au point où nous en sommes arrivés, nous nous trouvons en mesure d'appliquer la transmission cyclique, par câble métallique, à la commande des appareils d'une usine limitée à un bâtiment et de la substituer avec avantage à la transmission par câbles en chanvre, d'un usage si répandu jusqu'ici. C'est ce que nous allons montrer par un exemple.

1er Exemple. *La disposition de la transmission représentée par la figure* 881 (*p.* 790) *comporte* 16 *câbles en chanvre, de* 50^{mm} *de diamètre, qui, à la vitesse* $v = 12^m$, *travaillent avec un effet spécifique* $N_0 = {}^1/_{15}$ *pour chacun d'eux. Leur section* $q = 20^{cmq}$. *On a, par suite,* $N = q.v.N_0 = 20.12.{}^1/_{15} = 16^{ch}$ *pour chaque câble, soit* $16.16 = 256^{ch}$ *pour le travail de tous les câbles. Adoptons maintenant la disposition de la figure* 921 *et remplaçons les* 16 *câbles en chanvre par un câble unique à* 60 *fils en acier, en admettant la valeur très modérée de* 12^k *pour la traction dans le brin menant et en portant la vitesse v à* 16^m. *D'après* (276), *nous devrons prendre, pour la section totale des fils,* $q = {}^5/_2.256 : 16.12 = 2^{cmq} = 200^{mmq}$, *ce qui donne, pour la section de chaque fil,* $200 : 60 = 3^{mmq},67$, *et, par suite, pour le diamètre,* $\delta = 2^{mm},15$. *Dans la commande par câbles en chanvre, le rayon de la poulie menante sur la machine à vapeur était de* 1800^{mm} *; pour passer de la vitesse de* 12^m *à celle de* 16^m, *nous devrons multiplier ce rayon par* $^4/_3$ *et le prendre, dès lors, égal à* 2400^{mm}. *Il en résulte, pour la tension de flexion,* $s = 10000.2,15 : 2400 = 8^k,96$, *soit* 9^k, *valeur très modérée pour le fil d'acier* (*V. formule* 279). *A la place du tambour à* 16 *rainures, de* $3^m,60$ *de diamètre, nous aurons donc une*

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

poulie à une seule gorge, de $4^m,8$ *de diamètre, munie d'une garniture en cuir* (*V. fig.* 897). *Un point important qui reste à examiner est celui de la tension de flexion dans les poulies de charge* T_2, T_3..., *etc. En supposant qu'elles auraient eu, dans la transmission par câbles en chanvre, un rayon de* 900^{mm}, *nous devrons leur donner ici* $^{16}/_{12}.900 = 1200^{mm}$, *pour conserver aux arbres le même nombre de tours. Nous obtenons alors, pour la tension de flexion,* $s = 10000.2,15 : 1200 = 17^k,9$, *soit* 18^k, *qui, ajoutée à la traction* $S_1 = 12^k$, *donne une tension totale de* 30^k, *valeur qui, comme nous l'avons vu au* § 267, *est très admissible pour le fil*

Fig. 921.



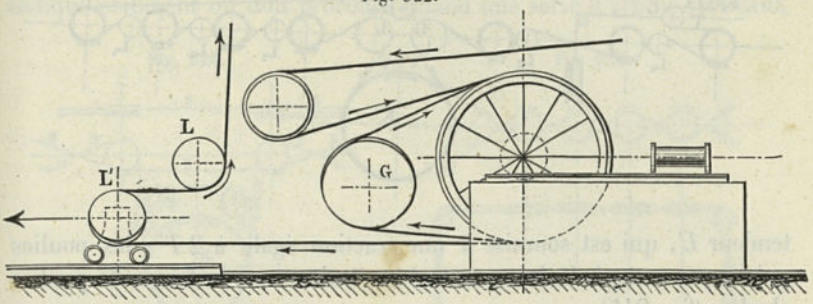
d'acier. Nous prendrons les poulies guides L,L de même diamètre que les poulies de transmission ($R = 1200^{mm}$) ; *quant à la poulie tendeur L', on peut la faire légèrement plus grande* (*afin de maintenir faible la résistance de raideur*). *Les résistances nuisibles ont une valeur moindre que dans la transmission par câbles en chanvre, puisque, pour le câble métallique, le module de tension* τ *a une valeur plus faible* (2, *au lieu de* $2\,^2/_3$, *v.* § 289) *et que, d'un autre côté, l'effort tangentiel P est également plus faible, en raison de l'augmentation de la vitesse; la perte due à la raideur est également plus faible; quant à la perte par le glissement, elle est complètement négligeable, d'après ce que nous avons dit au* § 289.

Dans le cas où l'on voudrait recourir à l'emploi d'une contre-poulie, on pourrait l'établir dans la position qu'indique la figure 922. *La contre-poulie G et la poulie tendeur L' doivent être toutes les deux placées obliquement et de telle sorte que l'écart existant entre les deux brins du câble* (*à son entrée et à sa sortie sur la poulie motrice*), *comme conséquence de l'emploi de la contre-poulie, se trouve corrigé par la poulie tendeur. L'effet spécifique du câble, pour* $\alpha > 360^0$, *devient au moins* $1\,^1/_2$ *fois plus considérable, c'est-à-dire qu'il passe largement de* $N_0 = 8$ *à* $N_0 = 12$. *On peut, dès lors, réduire la section aux* $^2/_3$ *de la valeur calculée précé-*

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

demment, et prendre, par suite, $q = {}^4/_5\ cmq = 133^{mmq}$; ce qui permet, si l'on veut, de donner au câble 56 fils seulement au lieu de 60; on a, en effet, pour la section d'un fil, $133 : 36 = 3^{mmq},79$, d'où l'on déduit $\delta = 2^{mm},18$. Le diamètre du câble (à l'état neuf) étant compris entre $8\,\delta$ et $9\,\delta$ est de $17^{mm},5$ à $19^{mm},5$. On pourrait se demander si, dans le cas dont il s'agit, l'avantage réalisé est suffisant pour justifier

Fig. 922.

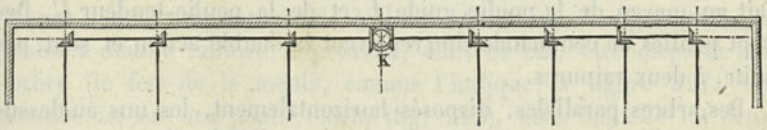


l'addition d'une contre-poulie. Lorsqu'il s'agit de transmissions de forces très considérables, et notamment dans le cas d'une transmission cyclique s'étendant à travers toute une région, l'avantage est très important. Dans certaines circonstances, et c'est là un point qui mérite d'être signalé, la contre-poulie peut être disposée de manière à équilibrer (par la traction du câble) une partie du poids du volant (quand il s'agit d'une machine à vapeur), et à diminuer, par suite, le frottement des tourillons (V. aussi fig. 911).

L'emploi de la transmission cyclique par câble permet également, dans un grand nombre de cas, d'arriver, pour la commande des arbres de transmission intermédiaires, à une disposition notablement plus simple que celle qu'on pouvait obtenir jusqu'ici avec des roues dentées, lesquelles étaient, le plus souvent, des roues coniques. Nous en donnerons ici quelques exemples.

La figure 923 *a* représente une installation de transmissions pour un tissage, empruntée à la pratique. L'arbre principal *K* commande, par

Fig. 923 a.



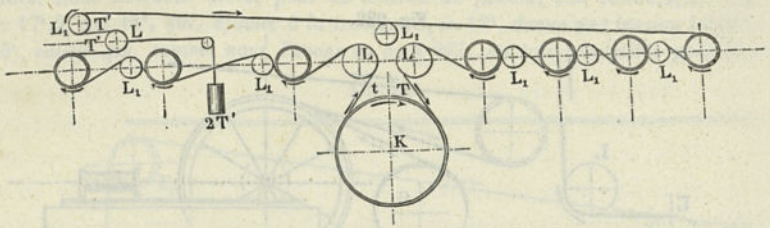
un double jeu de roues coniques, deux arbres horizontaux, qui donnent eux-mêmes le mouvement à sept arbres transversaux, par l'intermédiaire de roues d'angles (1).

(1) Dans les fabriques qui comprennent à la fois filature et tissage, il existe souvent 12 à 18 arbres transversaux.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

La figure 923 *b* montre comment les arbres longitudinaux peuvent être remplacés par un câble unique, formant un cycle ; l'installation comprend sept poulies de commande, neuf poulies guides et une poulie

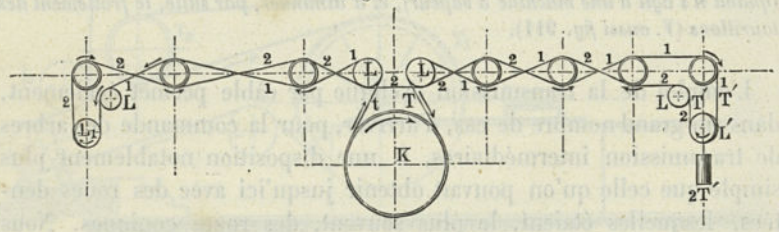
Fig. 923 b.



tendeur L', qui est soumise à une traction égale à $2\,T'$; les poulies guides peuvent généralement être construites sous la forme de poulies cloches (fig. 915).

La figure 923 *c* indique une autre solution, correspondant au cas où les arbres transversaux doivent tourner alternativement à gauche et à droite. Ici, on peut utiliser, avec avantage, la disposition à double effet

Fig. 923 c.



de l'organe de traction, dont il a déjà été fait usage dans la figure 860 (§ 279). On a désigné par 1 et par 2 les brins de câble qui se meuvent respectivement sur les poulies du premier plan et sur celles du second ; le passage du câble du plan 1 au plan 2, et inversement, se fait au moyen de la poulie guide L_1 et de la poulie-tendeur L'. Des sept poulies de commande cinq reçoivent la double action et sont, par suite, à deux rainures.

Des arbres parallèles, disposés horizontalement, les uns au-dessus des autres, et qui jusqu'ici étaient commandés, le plus souvent, par un arbre principal vertical, peuvent également être mis en mouvement, dans des conditions avantageuses, au moyen d'un simple câble cyclique.

Si l'on désire que, dans l'un des cas précédents, la poulie motrice K soit embrassée deux fois par le câble, il suffit d'adopter la disposi-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

tion qu'indique la figure 924. Deux contre-poulies G_1 et G_2 servent à opérer le passage du plan 1 au plan 2. Pour le guidage, il est, en outre, indispensable, quand il s'agit de l'une des dispositions principales des figures 923 *b* ou *c*, de faire passer le câble dans un troisième plan (pour racheter l'écart des deux rainures de la poulie). La figure 925 indique comment on doit procéder quand une série d'arbres verticaux

Fig. 924.

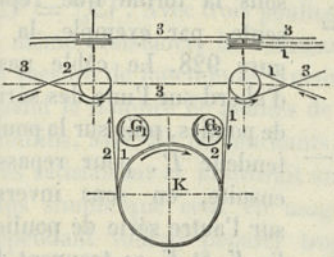
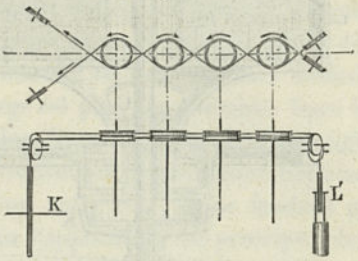


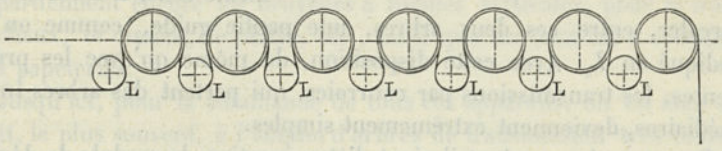
Fig. 925.



parallèles, qui alternativement doivent tourner à droite et à gauche, ont à recevoir leur mouvement d'un arbre *K* horizontal.

Dans les moulins à blé, où les paires de meules sont disposées par files, la transmission cyclique peut également trouver une application, avec la disposition que représente, par exemple, la figure 926

Fig. 926.

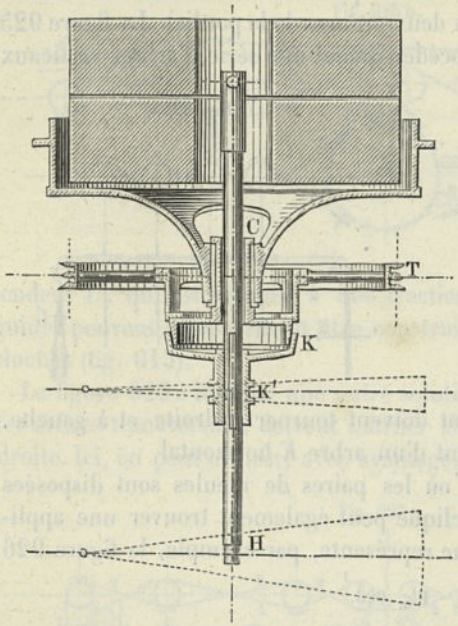


et dans laquelle toutes les meules tournent dans le même sens; une alternance dans le sens de la rotation serait, du reste, parfaitement admissible, à la condition que le piquage de chaque meule fût en rapport avec le sens de son mouvement. On serait alors en mesure d'appliquer le mode de commande à double action de la figure 925. La poulie à double rainure *T* pourrait, dans ce cas, être disposée sur l'arbre (le fer) de la meule, comme l'indique la figure 927. On retombe ici sur une poulie cloche (fig. 915), dans laquelle les deux tourillons de rotation se trouvent confondus en un seul ; ce tourillon unique est, en outre, creux et entoure, avec un certain jeu, le fer de la meule. En *K* est indiqué un manchon (manchon conique à friction ou tout autre analogue); en *K'* est un engin d'embrayage et de débrayage pour ce manchon, et en *H* un dispositif de soulèvement pour le fer de meule.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

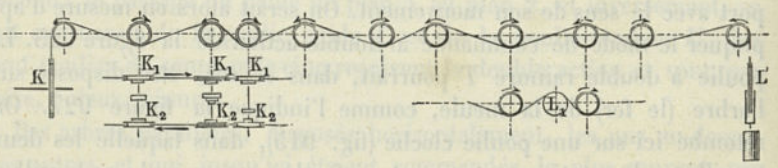
Si, dans une usine, il existe une série d'arbres parallèles, qui tous, ou presque tous, doivent tourner, tantôt à droite, tantôt à gauche, ou passer au repos à certains moments, on peut souvent utiliser très convenablement, pour leur commande, la transmission cyclique, sous la forme que représente, par exemple, la figure 928. Le câble passe d'abord sur l'une des séries de poulies, puis sur la poulie tendeur L', pour repasser ensuite, en sens inverse, sur l'autre série de poulies. En K_1 et K_2 se trouvent des manchons à friction, disposés, l'un pour la rotation à gauche, l'autre pour la rotation à droite. Dans le cas où deux arbres voisins devraient tourner dans le même sens, il suffirait d'intercaler, entre ces deux arbres, une poulie guide, comme on l'a indiqué en L_1. Avec cette disposition, de même qu'avec les précédentes, les transmissions par courroies, qui partent des arbres intermédiaires, deviennent extrêmement simples.

Fig. 927.



Dans tous les cas dont il vient d'être question, le module de dérivation θ doit être déterminé conformément aux règles précédemment

Fig. 928.



indiquées (formule 309), et on en déduit la valeur que doit avoir l'angle d'embrassement. Si, pour prendre un exemple (fig. 925), on suppose que chacun des deux brins du câble embrasse les poulies sur un arc de 30°, on peut remarquer que ces deux brins exercent sur les poulies une action d'entraînement et que chacun d'eux abandonne à l'une quel-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

conque de ces poulies une fraction de force qui, même pour la plus petite valeur du coefficient de frottement (0,22), est représentée par 0,11 (d'après la table de la page 858). Si maintenant on désigne par T' et t' les tensions que possèdent les deux brins, en quittant une poulie, on a, pour le maximum de la force que peut céder le câble à cette poulie, $P' = 0{,}11\,(T' + t')$. Comme d'ailleurs ici $T' + t' = T + t$, avec $T = 2\Sigma P$ et $t = \Sigma P$ (v. § 265), il en résulte qu'on a $P' = 0{,}11 . 3\Sigma P = {}^1/_3 \Sigma P$. Avec trois poulies de charge seulement, présentant toutes la même résistance, la commande prise comme exemple serait déjà en mesure de fonctionner ; mais la marche est encore mieux assurée, quand le nombre de poulies de charge est plus considérable. Dans les moulins, avec 20, 30 tournants et plus, la méthode serait d'un emploi très satisfaisant et fournirait un mécanisme de transmission beaucoup plus simple que ceux en usage. D'un autre côté, il ne faudrait pas cependant vouloir pousser trop loin l'application du principe ; dans les petits moulins, en effet, comme ceux qu'on emploie pour le graphite et les couleurs, la commande par courroie est généralement plus avantageuse, car elle se prête mieux à l'établissement de dispositifs d'arrêt. C'est donc essentiellement pour les forces motrices d'une certaine importance que la transmission cyclique par câble présente de véritables avantages.

A cette classe des appareils à meules, en dehors des moulins à blé, appartiennent encore les broyeurs à meules verticales, pour le trass, la chaux, le ciment, le plâtre, etc., ainsi que les moulins à cylindres des papeteries.

Jusqu'ici, pour la commande de tous ces appareils, on en était réduit, le plus souvent, à l'emploi d'arbres de transmission très lourds, avec équipages de roues coniques et courroies de transmission, larges et épaisses, toutes choses qui entraînaient des dépenses assez considérables d'installation et de fonctionnement. La transmission cyclique par câble peut être substituée avantageusement à ce genre de commande, et nous allons en donner encore un exemple.

3e Exemple. *Pour la commande de deux machines de Völter, destinées à la préparation de pâte de bois, on doit transmettre, au moyen d'un câble cyclique, deux fois 60 chevaux, fournis par deux turbines ; le nombre de tours des axes des meules est de 125 par minute. Nous commanderons par les arbres des turbines, au moyen d'engrenages droits, un arbre vertical, que nous ferons tourner à 125 tours et sur lequel nous placerons la poulie de commande du câble. L'effet spécifique de ce câble, d'après (276), est* $N_o = {}^2/_3 S_1$*; en prenant* $S_1 = 15^k$*, pour un câble en acier, nous aurons* $N_o = 10$*. Si nous admettons pour la vitesse* $v = 16^m$*, la formule (276) donnera, pour la section du câble,* $q = 2.60 : 10.16 = 0^{cmq},75$ *ou* 75^{mmq}*. Pour* $i = 36$*, la section d'un fil sera* $2^{mm},08$*, et, par suite, le diamètre* $\delta = 1^{mm},65$*, que nous porterons à* $1^{mm},8$*. Avec le nombre de tours 125, le rayon de la poulie*

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

$R = 16.1000.60 : 2\pi.125 = 1223^{mm}$; nous prendrons $R = 1250^{mm}$. La formule (279) donne alors, pour la tension de flexion dans les fils, $s = 10\,000.1,8 : 1250 = 14^{k},4$, valeur modérée et admissible. Le câble, chargé des 120 chevaux fournis par les turbines, est amené, par l'intermédiaire de poulies guides, à la première machine de Völter, où il abandonne 60 chevaux, puis à la seconde, à laquelle il cède la force égale qui lui restait. Les commandes accessoires, peu importantes au point de vue de la force, sont dérivées par une ou deux des poulies guides. Une poulie tendeur donne au brin conduit la tension nécessaire t. En suivant le câble, on trouve que ses tensions T et t, sur la poulie motrice, doivent être respectivement égales à $2\Sigma P$ et ΣP; comme on a : $\Sigma P = 75.120 : 16 = 562^{k},5$, il en résulte qu'on doit prendre $T = 1125^{k}$ et $t = 562^{k},5$. Après la première machine, la tension du brin menant se trouve diminuée de $P' = 281^{k},25$ et n'est plus que $T' = 1125 - 281,25 = 843^{k},75$. Il résulte de là que, pour la seconde machine, la force tangentielle est encore $P' = 281^{k},25$, de telle sorte que la tension s'abaisse à $843,75 - 281,25 = 562^{k},50$, c'est-à-dire devient précisément égale à la tension t dans le brin conduit, laquelle est maintenue constante par la poulie tendeur, dont l'axe supporte une charge égale ou même légèrement supérieure à 1125^{k}.

Les poulies de commande pour les arbres des meules sont disposées sur les côtés extérieurs des machines, afin de ne pas gêner les manœuvres de service. Elles sont réunies à ces arbres au moyen de manchons à friction, du système Adyman (V. § 309). Pour éviter l'usure des moyeux et aussi pour permettre qu'un axe de meule puisse être enlevé isolément, sans troubler le fonctionnement, on peut donner aux poulies des moyeux en forme de cloches (fig. 915) et fixer la chaise du palier de l'axe de la poulie directement sur le massif de fondation, en dehors de la machine à défibrer. Si l'on redoutait un défaut de coïncidence entre les axes de la meule et de la poulie, on pourrait avoir recours à l'addition d'un arbre intermédiaire articulé et muni d'un manchon.

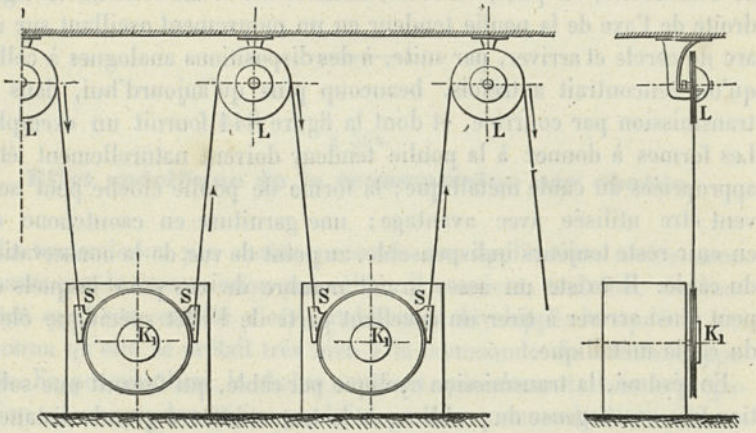
Pour les moulins à cylindres, on peut recourir, dans certaines circonstances, à une disposition avantageuse, qui consiste à commander deux cylindres par une seule poulie à câble. La poulie menée se place alors sur un arbre intermédiaire, qui, à chacune de ses extrémités, est relié à l'arbre d'un cylindre par un manchon à friction.

Enfin, il se présente certains cas où il est possible d'actionner directement, par un câble cyclique, un certain nombre de machines outils, possédant des arbres de commande horizontaux ; c'est ce qu'on peut faire notamment lorsqu'on a à installer, les unes à la suite des autres, plusieurs machines de même espèce, demandant beaucoup de force, comme, par exemple, des moulins à cylindres, des broyeurs, etc. La figure 929 indique la disposition à adopter. L'embrayage et le débrayage des appareils exigent, dans ce cas, l'addition de manchons à friction K_1, K_1,... ; quant aux poulies-guides $L,L,\ldots$ il y aurait intérêt à leur donner la forme de poulies cloches, en supportant leurs axes au moyen de petites chaises pendantes, fixées sous le solivage du plancher de l'atelier. Il conviendrait, d'ailleurs, pour la sécurité du personnel, que le câble, dans le voisinage des poulies de commande, fût masqué, sur une certaine longueur, par des enveloppes de protection S, S....

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Ce mode de commande est particulièrement avantageux, quand il est possible d'installer, à l'étage supérieur, une deuxième série d'appareils semblables aux premiers ; les poulies-guides se trouvent alors remplacées par les poulies de commande des appareils de cette seconde

Fig. 929.



série, et tous les organes intermédiaires de transmission se trouvent, par cela même, supprimés. Les poulies de commande de l'étage supérieur, auxquelles il convient de conserver la forme de poulies cloches, doivent être dans certaines conditions ; leurs axes doivent être supportés par des paliers fixés sur des bâtis spéciaux, tout à fait indépendants de ceux des appareils eux-mêmes (comme dans le 3e ex.), de telle sorte qu'on puisse visiter, réparer et même enlever une machine quelconque, sans nuire en rien au fonctionnement de toutes les autres.

Il importe, d'ailleurs, de faire remarquer que, pour l'emploi de la transmission cyclique par câble, tel que nous venons de l'indiquer, il est indispensable que l'installation tout entière de la fabrique soit faite précisément en vue de ce mode de transmission, tous les appareils devant présenter une orientation convenable pour la transmission cyclique, si l'on veut que celle-ci donne tous ses avantages. Ce n'est guère que dans quelques cas particuliers qu'on pourrait arriver à substituer à une transmission par arbres existante une transmission cyclique par câble.

Comme dernière question, il nous reste encore à repasser de la transmission cyclique à la transmission simple par câble, c'est-à-dire à celle qui comporte uniquement une poulie de charge et une poulie motrice. Avec la disposition en usage jusqu'ici, on n'était pas en état d'utiliser cette transmission pour des écartements de poulies très petits, à moins

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

de donner au câble des tensions exagérées ; de faibles variations de température auraient eu pour effet de tendre le câble à l'excès ou de le relâcher outre mesure. Mais cette dernière difficulté disparaît, à la condition de conserver, dans la transmission simple, la poulie tendeur, cet élément si essentiel de la transmission cyclique. Pour plus de commodité, on peut, du reste, transformer le mouvement en ligne droite de l'axe de la poulie tendeur en un mouvement oscillant sur un arc de cercle et arriver, par suite, à des dispositions analogues à celles qu'on rencontrait autrefois, beaucoup plus qu'aujourd'hui, dans la transmission par courroie, et dont la figure 844 fournit un exemple. Les formes à donner à la poulie tendeur doivent naturellement être appropriées au câble métallique; la forme de poulie cloche peut souvent être utilisée avec avantage ; une garniture en caoutchouc ou en cuir reste toujours indispensable, au point de vue de la conservation du câble. Il existe un assez grand nombre de cas pour lesquels on peut ainsi arriver à tirer un excellent parti de l'effet spécifique élevé du câble métallique.

En résumé, la transmission cyclique par câble, qui fournit une solution très avantageuse du problème de la transmission à grande distance, surtout lorsqu'on a à répartir la force motrice sur plusieurs points, est également susceptible de résoudre, d'une manière très satisfaisante, le problème de la transmission à faible distance, auquel cas, en conservant sa poulie tendeur, elle redevient l'ancienne transmission simple. Toutes les difficultés de construction, dans la grande transmission cyclique, sont plus faibles que dans l'ancien système de transmission ordinaire ; l'entretien est moindre et l'installation infiniment plus commode. Le champ des applications du nouveau système paraît devoir prendre une grande extension. Ce système semble également capable de soutenir, avec succès, la concurrence du nouveau mode de transport de la force par l'électricité. Ce dernier procédé, il ne faut pas l'oublier, comporte forcément une perte d'effet très importante, en raison de la double transformation de la force en courant électrique, puis de ce courant en force (c'est-à-dire du passage de petites vitesses à de grandes vitesses et inversement) ; il exige, en outre, pour cette double transformation, des machines d'un prix très élevé (voy., du reste, au chap. XXIV, la comparaison des différents modes de transmissions à distance).

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

CHAPITRE VINGT-DEUXIÈME

TRANSMISSIONS PAR CHAINES — FREINS

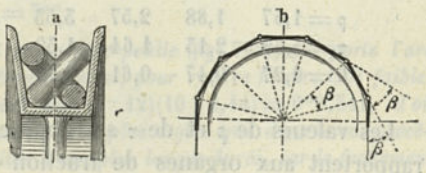
§ 304.

Effet spécifique de la transmission par chaîne.

La transmission par chaîne présente des applications moins nombreuses que la transmission par câble; il convient, toutefois, de constater que son emploi s'est notablement développé, lorsqu'il a été reconnu qu'elle se prêtait très bien à la commande de certains appareils. En premier lieu, la chaîne convient spécialement, dans la préparation mécanique de certains produits, pour la commande des tambours des machines à laver, à débourber, à cribler, etc., qui servent au traitement des minerais et des charbons, ainsi que pour les pétrins mécaniques, dans les boulangeries, etc. ; dans ces divers appareils, en raison de l'humidité, de la chaleur, de la poussière, etc., des chaînes à maillons étroits se montrent préférables à d'autres organes de traction pour transmettre un mouvement de rotation. En second lieu, la chaîne à maillons a trouvé un vaste champ d'applications dans les mines, où elle est utilisée avec avantage, au fond comme à la surface, non seulement, comme chaîne flottante, pour le transport direct des wagonnets (fig. 802), mais encore pour la transmission de mouvements de rotation à de grandes distances.

Les poulies servant à la transmission sont munies de jantes, qui sont à rainures unies ou profilées en forme de coins, ou encore qui sont plus ou moins disposées comme les jantes à empreintes du § 276. Dans le premier cas, c'est le frottement qui produit l'adhérence, comme dans les transmissions par courroies ou par câbles, tandis que, dans le second, les empreintes agissent comme une denture.

Fig. 930.



Dans les chaînes à maillons où l'adhérence est due simplement au

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

frottement, comme dans la figure 930 *a* (1), la disposition des maillons est celle qu'indique la figure 930 *b* et, pour le frottement à la circonférence, $F = T - t$ (v. §. 265), on a la relation :

$$T = t\left(1 + 2f\sin\frac{\beta}{2}\right)^{m} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (311)$$

T et t désignant, comme précédemment, les tensions des brins conducteur et conduit, et f le coefficient de frottement. L'angle β est déterminé, en fonction de la longueur de construction l des maillons et du rayon r du tambour, par l'équation $r \sin {}^1/_2\beta = {}^1/_2 l$, et le nombre m des maillons engagés, par la relation $m = \alpha : \beta$. On peut ici, avec une approximation suffisante, remplacer β par $l : r$, et on a alors, pour le module de frottement :

$$\rho = \frac{T}{t} = \left(1 + f\frac{l}{r}\right)^{\alpha\frac{r}{l}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (312)$$

Il résulte de là que le module de frottement pour la chaîne n'est pas, comme pour le câble, indépendant de r et qu'il varie avec le rapport $r : l$. On descend rarement, pour ce rapport, au-dessous de 5. Cette dernière valeur étant admise pour cause de sécurité, si l'on suppose, en outre, $f = 0{,}1$, et si l'on exprime l'angle d'enroulement α en fonction du nombre u des demi-tours de la chaîne, on obtient, comme valeur pratiquement utilisable, $\rho = T : t = (1 + {}^1/_{50})^{5\pi u}$, ou

$$\rho = \frac{T}{t} = 1{,}57^{u} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (313)$$

Pour des valeurs de u allant de 1 à 8, cette relation donne les valeurs numériques des modules de frottement ρ, de tension τ et de dérivation θ (v. p. 838) :

$u =$	1	2	3	4	5	6	7	8
$\rho =$	1,37	1,88	2,57	3,53	4,83	6,61	9,06	12,41
$\tau =$	3,69	2,13	1,64	1,39	1,26	1,18	1,12	1,09
$\theta =$	0,27	0,47	0,61	0,72	0,79	0,85	0,89	0,92

Les valeurs de ρ et de τ se rapprochent beaucoup de celles qui se rapportent aux organes de traction continus, comme les câbles, les courroies, les fils métalliques, etc., et figurent, par suite, dans l'échelle

(1) Cette disposition, qui est rigoureuse pour les chaînes articulées, s'applique, avec une approximation bien suffisante, aux chaînes à maillons.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

de proportions de la page 724, dans les limites où celle-ci a été établie. Il est à remarquer que la chaîne sur poulie à jante lisse n'exige une forte tension que lorsqu'elle n'embrasse qu'une demi-circonférence. D'après le §. 282, l'effet spécifique d'un organe de traction moteur est $N_0 = {}^4/_5\, S : \tau = {}^4/_5\, S0$; en faisant successivement S égal à 6,5,4 et 3^k, on obtient, pour la chaîne à maillons ouverts, les valeurs suivantes de N_0 :

	$u =$ 1	2	3	4	5	6	7	8
pour $S = 6^k$, $N_0 =$	2,16	3,76	4,88	5,76	6,32	6,80	7,12	7,36
» $S = 5$, $N_0 =$	1,80	3,13	4,06	4,80	5,27	5,67	5,93	6,13
» $S = 4$, $N_0 =$	1,44	2,51	3,25	3,84	4,21	4,53	4,75	4,91
» $S = 3$, $N_0 =$	1,08	1,88	2,44	2,88	3,16	3,40	3,56	3,68

L'effet spécifique varie, comme on le voit, entre 1 et 7,5, suivant la valeur qu'on juge convenable de donner à la tension, par unité de surface, dans la section de la chaîne, mais on peut dire, d'une manière générale, qu'il est très élevé. Dans les installations existantes, on constate que la tension S a des valeurs différentes; cette tension doit être naturellement prise assez petite, lorsqu'on veut arriver à une usure faible (par le frottement). La section q (en centim. carrés) du fer des maillons d'une chaîne, qui doit transmettre N chevaux, à la vitesse v, se déduit de la relation $N = 2qvN_0$ (§ 282) et on a :

$$q = \frac{1}{2v}\frac{N}{N_0}. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (314$$

v n'a jamais une valeur très élevée; c'est pour cela que précédemment, dans la détermination de ρ, nous avons pu négliger l'action de la force centrifuge.

1er Exemple. *Une chaîne s'enroulant d'un demi-tour sur des poulies à jantes unies doit transmettre* 10 *chevaux, avec* $v = 6^m$ *et* $S = 6^k$; *la section de cette chaîne (en fer) sera* $q = (1 : 12)(10 : 2{,}16) = 0^{cmq}{,}386 = 38^{mmq}{,}6$, *ce qui correspond, pour le fer des maillons, à un diamètre* $d = 7^{mm}$.

2e Exemple. *Si l'on a recours à une contre-poulie (fig.* 795), *qui porte l'arc d'embrassement à trois demi-circonférences, et si, pour rendre l'usure très faible, on prend* $S = 3^k$ *seulement, il vient* $q = (1 : 12)(10 : 2{,}44) = 0^{cmq}{,}341$, *d'où* $d = 6^{mm}{,}6$; *la chaîne est, dans ce cas, un peu plus légère que dans le cas précédent, mais elle est cependant susceptible d'une plus longue durée, car le frottement est beaucoup plus faible (V.* § 305).

Avec l'emploi de poulies à empreintes, au lieu de poulies unies, l'effet spécifique s'élève aussitôt d'une manière très notable, car des

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Fig. 931.

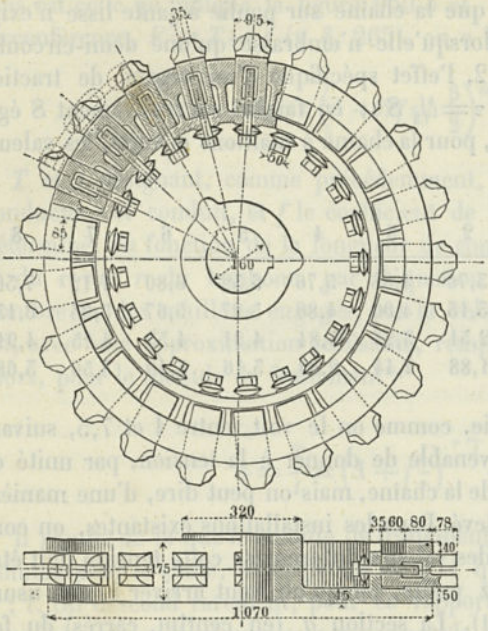
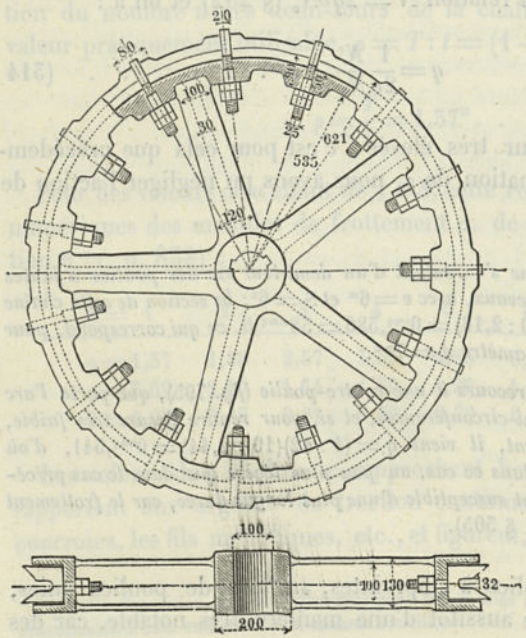


Fig. 932.



cavités s'adaptant convenablement aux maillons ont pour effet de retenir la chaîne aussi sûrement que pourraient le faire huit demi - enroulements. Les figures 931 et 932 représentent deux installations très soignées de grandes poulies à empreintes (1). Dans la poulie de la figure 931, qui a été établie pour une chaîne de 25^{mm}, les parties saillantes, qui sont en acier, affectent la forme de dents et leur saillie est plus prononcée que dans le mode de construction de la poulie de la figure 932, qui correspond à une chaîne de 18^{mm}. Dans les deux cas, toutes les dents peuvent se déplacer radialement, afin de permettre de compenser l'allongement des maillons des chaînes, ce qui se fait

(1) Ces poulies se rencontrent dans la commande du chemin à chaîne flottante des mines de fer de Dicido en Espagne (voir Revue industrielle, 1884, p. 54); cette voie, longue de 3 kilom., avec une pente totale de 341^{m},4, a été construite par l'ingénieur Brüll; les chaînes travaillent à une tension de $3^{k}\,1/3$ à $3^{k}\,1/2$.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

par l'interposition de plaques de tôles sous les racines des dents. Les boulons de fixation des dents, dans la seconde disposition, sont munis de

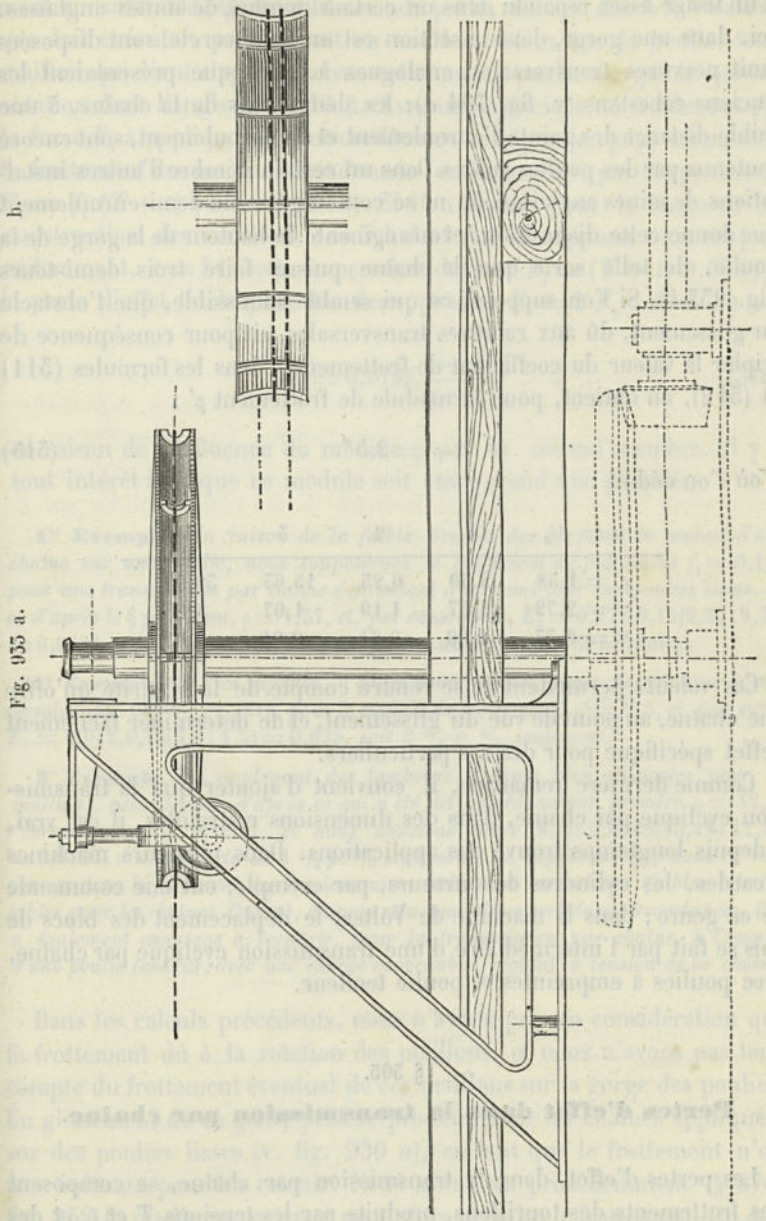


Fig. 935 a.

contre-écrous, tandis que, dans la première, la sécurité est assurée par des rondelles élastiques *Belleville*, qui se sont très bien comportées.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

La figure 933 *a* représente une poulie de transmission par chaîne, avec un bâti, d'une construction solide, mais un peu grossière, qui est d'un usage assez répandu dans un certain nombre de mines anglaises. Ici, dans une gorge, dont la section est un demi-cercle, sont disposées huit nervures transversales, analogues à celles que présentaient les anciens cabestans (v. fig. 794 *a*); les deux brins de la chaîne, à une faible distance des points d'enroulement et de déroulement, sont encore soutenus par des poulies guides. Dans un certain nombre d'autres installations de mines anglaises, on ne se contente pas du demi-enroulement que donne cette disposition, et on augmente la hauteur de la gorge de la poulie, de telle sorte que la chaîne puisse faire trois demi-tours (fig. 933 *b*). Si l'on suppose, ce qui semble admissible, que l'obstacle au glissement, dû aux rainures transversales, ait pour conséquence de tripler la valeur du coefficient de frottement f dans les formules (311) et (312), on obtient, pour le module de frottement ρ' :

$$\rho' = 2{,}5^{u}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (315)$$

d'où l'on déduit :

$u =$	$1/2$	1	2	3	4
$\rho' =$	1,58	2,50	6,25	15,63	39,06
$\tau' =$	2,72	1,67	1,19	1,07	1,03
$0' =$	0,37	0,60	0,84	0,94	0,97

Ces valeurs permettent de se rendre compte de la sécurité qu'offre une chaîne, au point de vue du glissement, et de déterminer facilement l'effet spécifique pour des cas particuliers.

Comme dernière remarque, il convient d'ajouter que la transmission cyclique par chaîne, dans des dimensions restreintes, il est vrai, a depuis longtemps trouvé des applications. Dans plusieurs machines à cardes, les cylindres débourreurs, par exemple, ont une commande de ce genre; dans la machine de Völter, le déplacement des blocs de bois se fait par l'intermédiaire d'une transmission cyclique par chaîne, avec poulies à empreintes et poulie tendeur.

§ 305.

Pertes d'effet dans la transmission par chaîne.

Les pertes d'effet, dans la transmission par chaîne, se composent des frottements des tourillons, produits par les tensions T et t, et des frottements des maillons de la chaîne, aux points où elle vient s'appliquer sur la poulie et où elle la quitte. La perte due au frottement

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

des tourillons peut être calculée, comme on l'a indiqué précédemment (§. 302), et, pour une valeur élevée de 0, elle n'est pas relativement considérable. Quant à la seconde perte, elle est due à la rotation que doit exécuter, par rapport au maillon voisin sur la poulie, tout maillon qui vient s'appliquer sur cette même poulie ou qui la quitte, rotation dont l'angle est égal à β. Avec un coefficient de frottement f_1, la force F_1 à appliquer à la circonférence de la poulie, pour surmonter le frottement des maillons, est donnée (v. form. 100) par l'expression: $F_1 = f_1 (T+t) (4:\pi) ({}^1/_2 d : r)$. Si l'on prend, pour la longueur de construction des maillons, $l = 3{,}5\, d$ et si l'on suppose, comme précédemment, $r = 5l$, cette expression devient $F_1 = (T+t)\ 0{,}036\, f_1$; la perte d'effet totale pour les deux poulies $E_e = 2\, F_1 : P$ et on a :

$$E_e = 0{,}072 f_1 \frac{\rho+1}{\rho-1}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (316)$$

en raison de l'influence du module ρ sur le second membre, il y a tout intérêt à ce que ce module soit aussi grand que possible.

1er Exemple. *En raison de la faible étendue des surfaces de contact d'une chaîne sur une poulie, nous supposerons le coefficient de frottement* $f_1 = 0{,}15$; *pour une transmission par chaîne s'enroulant d'un demi-tour sur poulies lisses, on a, d'après le § précédent,* $\rho = 1{,}37$, *et, par conséquent,* $E_e = 0{,}072.0{,}15(2{,}37 : 0{,}37) = 0{,}0691$, *soit 7 % pour la perte d'effet due au frottement de la chaîne.*

2e Exemple. *Si l'on suppose la gorge d'une poulie, munie de nervures transversales (fig. 933 a), on aura, pour le module de frottement,* $\rho' = 2{,}5$, *et, par suite,* $E_e = 0{,}072.0{,}15(5{,}5 : 1{,}5) = 0{,}025$, *soit 2 ${}^1/_2$ p. % seulement.*

3e Exemple. *En employant des tambours à dents bien disposées pour les maillons, nous devons, d'après ce qui a été dit précédemment, prendre* $\rho = 12{,}41$ *(correspondant à* $u = 8$*), et nous obtenons alors* $E_e = 0{,}0108(13{,}41 : 11{,}41) = 0{,}0127$, *soit une perte de 1 ${}^1/_4$ p. % seulement, en supposant que dans ce cas, comme dans le précédent, les tensions aient réellement les valeurs faibles admissibles pour les chaînes. On voit, d'après cela, que, dans certaines circonstances, il y a également avantage à recourir, pour la transmission par chaîne, à l'emploi d'une poulie tendeur, avec une charge convenable, réglant la tension de la chaîne.*

Dans les calculs précédents, nous n'avons pris en considération que le frottement dû à la rotation des maillons, et nous n'avons pas tenu compte du frottement éventuel de ces maillons sur la gorge des poulies. Un glissement de ce genre peut se produire dans les chaînes appliquées sur des poulies lisses (v. fig. 930 *a*), en tant que le frottement n'est pas suffisant pour les retenir. Nous avons vu précédemment (§ 276, fig. 838 *b*) quelle importance peut alors prendre le frottement. On doit donc toujours chercher à prévenir, autant que possible, le glissement des chaînes.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 306.

Stations intermédiaires et de partage.

Les applications de beaucoup les plus importantes de la transmission par chaînes sont celles qui se rapportent au service du traînage dans les mines, au fond comme à la surface, et principalement dans les mines de houilles. L'Angleterre est le premier pays où l'on ait fait des installations de ce genre, dont quelques-unes sont tout à fait remarquables; l'Amérique l'a suivie dans cette voie (1). En Allemagne, notamment dans la région de Saarbrück, les traînages par chaînes ont été introduits avec persistance et ont donné de bons résultats.

La figure 934 donne, en plan et en coupe, un exemple d'une application intéressante de la chaîne flottante sans fin, qui se trouve utilisée, non seulement pour l'entraînement des wagonnets, mais encore pour le transport à distance de la force motrice. La disposition représentée a été exécutée à la mine de Gannow, à Burnley (Lanscashire). Les poulies motrices sont désignées par T, les poulies guides par L; on rencontre ici une paire de poulies tendeurs L', agissant sur les deux brins de la chaîne; c'est une disposition fréquemment utilisée; les simples poulies supports ne sont pas indiquées dans le tracé.

(1) Aux États-Unis, on emploie, de préférence, le traînage par câbles métalliques, qui a remplacé le traînage à bras pour toutes les galeries principales, surtout depuis qu'on est arrivé à pouvoir utiliser la commande par câbles pour des parcours présentant un grand nombre de courbes et de ramifications. En Angleterre et en Amérique, un dispositif de voie de transport, actionné par une machine, se nomme un plan mécanique (*engine plan*), par abréviation de l'expression « plan incliné mécanique », car, dans un grand nombre de ces installations et, à l'origine, dans toutes, le plan incliné constituait un élément indispensable de l'ensemble; plus tard le nom a été conservé là même où des voies, simplement horizontales, sont desservies par des câbles ou des chaînes de remorque.

Dans le traînage ou le remorquage par câble métallique, on peut, à la rigueur, distinguer quatre systèmes différents de roulage mécanique :

I la rampe automatique, ou plan automoteur;
II le roulage mécanique avec câble simple;
III — — avec câble de retour;
IV — — avec câble sans fin.

Ces mêmes systèmes peuvent, d'ailleurs, également fonctionner assez convenablement, en utilisant la chaîne comme organe de traction.

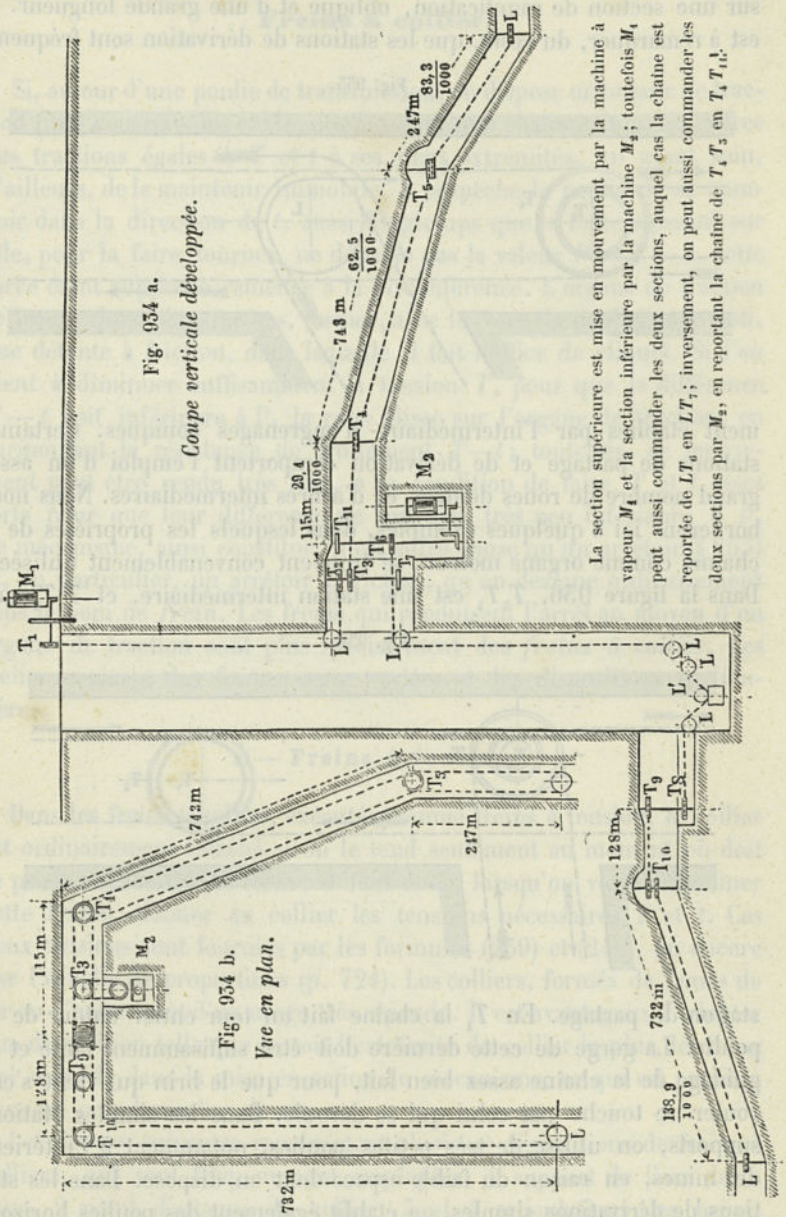
Le système (I) correspond à peu près à la figure 788 *a*, à la condition de remplacer la voie horizontale par une voie inclinée; le système (II) peut de même être considéré comme la moitié du dispositif d'extraction de la figure 792 *c*, où la direction verticale de transport serait remplacée par une direction inclinée. Dans le système (III), le câble, entraîné le long de la voie par un tambour, retourne (parallèlement, ou non, à la direction de l'aller) à la machine, en s'enroulant sur un second tambour. Les deux tambours peuvent être à accouplement fixe ou mobile, et ils peuvent être également tous les deux munis de freins distincts. Le système avec câble de retour est d'un emploi très avantageux et il est, en fait, très répandu. Le système (IV) est celui de la figure 797; le câble peut ici très bien être remplacé par la chaîne; lorsque cette dernière se trouve guidée, comme c'est préférable, à la partie supérieure des wagonnets, ou berlines, on a une chaîne flottante (v. fig. 802).

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Dans les mines anglaises, les chaînes sont utilisées de diverses manières pour transmettre les mouvements de rotation ; les poulies

Fig. 934.

Transmission par chaîne à la mine de Gannow.

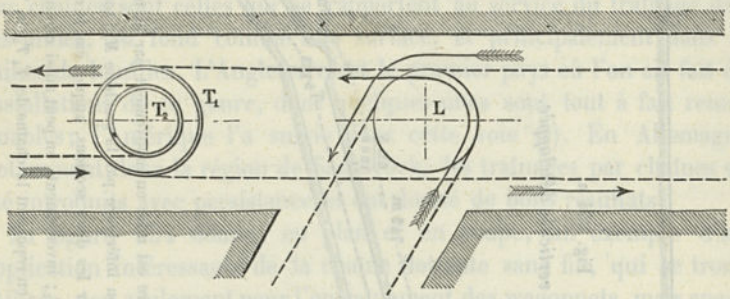


intercalées sur le parcours correspondent exactement aux stations dont il a été question dans la transmission par câble.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

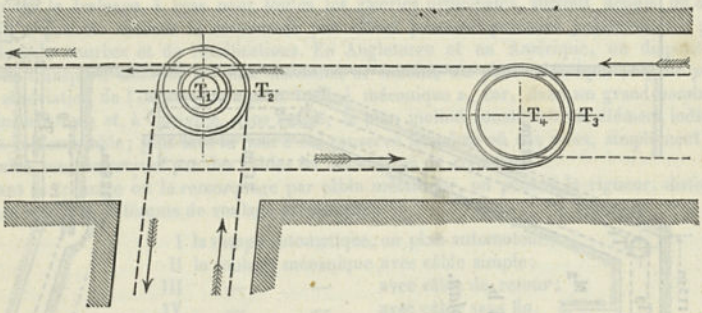
Dans la figure 935, nous avons, en T_1T_2, une station intermédiaire et, en L, une station de changement de direction, qui amène la chaîne sur une section de ramification, oblique et d'une grande longueur. Il est à remarquer, du reste, que les stations de dérivation sont fréquem-

Fig. 935.



ment établies par l'intermédiaire d'engrenages coniques. Certaines stations de partage et de dérivation comportent l'emploi d'un assez grand nombre de roues dentées et d'arbres intermédiaires. Nous nous bornerons ici à quelques exemples, dans lesquels les propriétés de la chaîne, comme organe moteur, se trouvent convenablement utilisées. Dans la figure 936, T_3T_4 est une station intermédiaire, et T_1T_2 une

Fig. 936.



station de partage. En T_1 la chaîne fait un tour entier autour de la poulie. La gorge de cette dernière doit être suffisamment large et le guidage de la chaîne assez bien fait, pour que le brin qui vient s'enrouler ne touche pas celui qui se déroule. Dans les simples stations supports, on utilise de très petites poulies, notamment à l'intérieur des mines, en raison du faible espace dont on dispose. Dans les stations de dérivations simples, on établit également des poulies horizontales, de faibles rayons, mais avec des rainures d'une assez grande hauteur. La vitesse des chaînes varie de 1^m à $1^m,33$ par seconde.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 307.

Freins à collier.

Si, autour d'une poulie de transmission, on dispose un organe de traction (une courroie, un câble, une lame ou une chaîne), et qu'on exerce des tractions égales à T et t à ses deux extrémités, en ayant soin, d'ailleurs, de le maintenir immobile, il empêche la poulie de se mouvoir dans la direction de t, aussi longtemps que la force agissant sur elle, pour la faire tourner, ne dépasse pas la valeur $P = T - t$, cette force étant supposée ramenée à la circonférence. L'organe de traction se trouve donc, dans ce cas, former, avec la roue (la poulie) et le bâti, une détente à friction, dans laquelle il fait l'office de cliquet. Si l'on vient à diminuer suffisamment la tension T, pour que la différence $T - t$ soit inférieure à P, la roue glisse sur l'organe de traction, en surmontant la résistance de frottement $T - t$; toutefois, ce mouvement peut être rendu très lent, à la condition de faire T et t assez forts pour que leur différence ne soit que très peu inférieure à P. Le mécanisme, ainsi constitué, n'est autre chose qu'un arrêtoir (§ 253) et, en particulier, un arrêtoir à friction, qu'on désigne ordinairement sous le nom de *frein*. Les freins qui produisent l'arrêt au moyen d'un organe de traction sont plus spécialement des *freins à collier*. Ces freins reçoivent des formes assez variées et des dispositions particulières.

a. — Freins à tension.

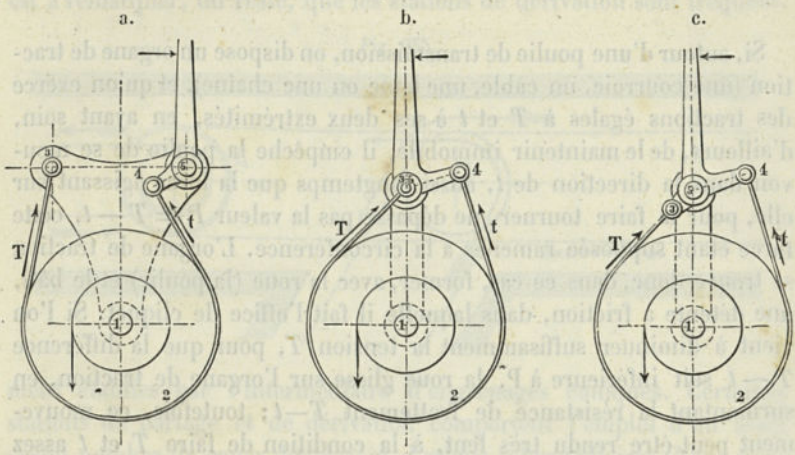
Dans les freins à collier, exécutés comme freins à tension, le collier est ordinairement relâché et on le tend seulement au moment où doit se produire l'action de frein; il faut donc, lorsqu'on veut déterminer cette action, donner au collier les tensions nécessaires T et t. Ces deux tensions sont fournies par les formules (239) et (240), ou encore par l'échelle de proportions (p. 724). Les colliers, formés de lames de fer ou d'acier, sont d'un usage très répandu. Il est avantageux d'adopter une disposition telle que ce soit l'extrémité du collier la plus détendue qui se tende dans la mise en action du mécanisme, ce qui est possible dans un grand nombre de cas.

Les figures suivantes représentent plusieurs dispositions de freins à colliers, qui sont fréquemment employées. 1 support de l'axe de la roue, 2 point d'attaque du collier, 3 et 4 articulations des brins, 5 axe du levier, sur lequel on doit agir pour tendre le collier. Dans la figure 937 *a*, 3 et 5 sont séparés, tandis que, dans la figure *b* ils sont

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

réunis, ou conaxiaux; dans la figure *c*, 3 et 5 sont de nouveau séparés; 3 redevient mobile, mais de telle sorte que 3 et 5 restent à très

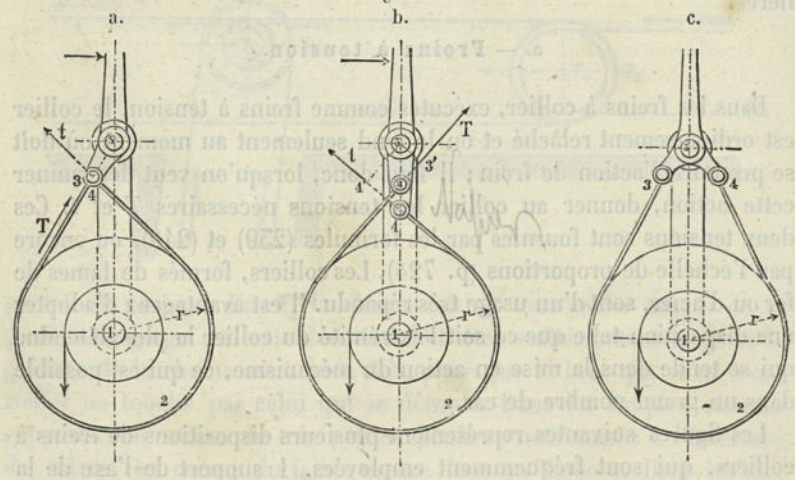
Fig. 937.



peu près dans la direction de T; il ne se produit, dès lors, qu'une action peu sensible de *T* sur le levier.

Dans la figure 938 *a*, les articulations 3 et 4 sont réunies et, comme précédemment, 3 et 5 se trouvent sensiblement sur la direction de *T*. La figure 938 *b* représente le frein différentiel de *Napier*, dans lequel

Fig. 938.



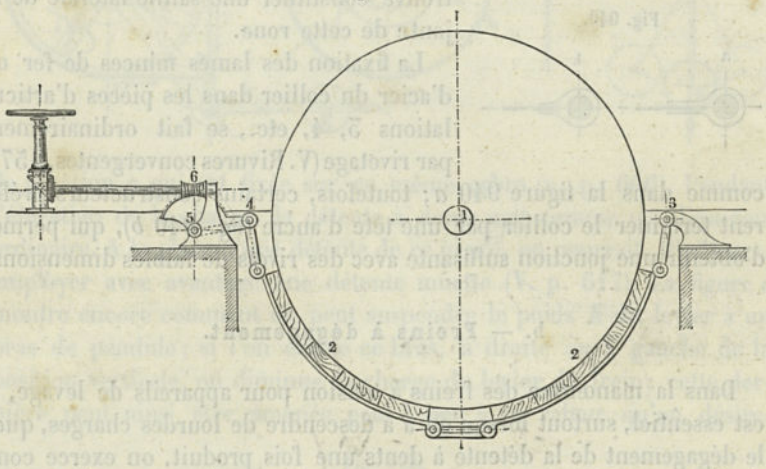
3 et 4 ont des positions telles que les perpendiculaires, abaissées de 5 sur les directions de *T* et *t*, sont à peu près inversement proportionnelles à ces tensions; les moments de ces forces sont, par suite, presque

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

égaux et, comme ils sont de sens opposés, l'action exercée par le collier du frein sur le levier se trouve n'avoir qu'une valeur assez faible. La figure 938 *c* indique une disposition applicable au cas où la poulie peut tourner à droite et à gauche et où le frein doit pouvoir agir dans les deux sens de rotation. Il est facile de déterminer l'angle 3.5.4 de telle sorte que la tension T agisse dans des conditions favorables sur le levier ou, ce qui revient au même, que l'effort à exercer sur ce levier, pour maintenir le collier tendu, soit très faible.

Pour les machines d'extraction, en raison de la grandeur des efforts que le frein doit exercer, on a recours assez souvent à une disposition analogue à celle de la figure 939. Ici le collier porte une garniture en

Fig. 939.



bois, qui a pour effet de donner un coefficient de frottement élevé. En 6 se trouve indiqué l'emploi de la vis globique de la figure 641.

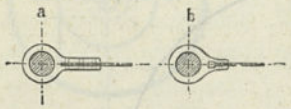
Exemple. *Construire un frein, avec collier en acier, pour un arbre soumis à un effort de* 1000^k, *agissant avec un bras de levier de* 200^{mm}. *Choisissons la disposition de la figure* 938 *a, dans laquelle l'arc embrassé peut atteindre, en nombre rond,* 0,7 *de la circonférence. Comme le collier doit être maintenu constamment graissé, nous prendrons* $f = 0{,}1$; *nous aurons donc* $f\alpha = 0{,}1.0{,}7.2\pi = 0{,}45$. *La table de la page* 723 *donne alors, pour le module de tension,* $t = T : P = 2{,}88$ *et, pour le module de frottement,* $\rho = T : t = 1{,}5$ (*V. aussi l'échelle de proportions, p.* 724). *On déduit de là :* $t : P = {}^2/_5(T : P) = {}^2/_5.2{,}88 = 1{,}92$. *Maintenant, si l'on donne au disque du frein un rayon de* 400^{mm}, *l'effort à la circonférence sera* $P = (200 : 400)1000 = 500^k$ *et, par suite,* $t = 1{,}92.500 = 960^k$ *et* $T = 2{,}88.500 = 1440^k$. *Si le frein doit être tendu par une pression exercée à la main sur un levier, relié directement au levier* 4,5, *et si cette pression doit être de* 20^k, *le rapport du levier à main et du levier* 4.5 *sera* $960 : 20 = 48$. *Le collier étant appelé à supporter une tension* $T = 1440^k$, *admettons* $S = 10^k$ *pour la tension par unité de surface et prenons pour l'épaisseur* $\delta = 2^{mm}$; *la largeur à donner au collier sera*

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

$b = 1440 : 10.2 = 72^{mm}$, valeur acceptable. Une question qui n'est pas sans intérêt est celle de la pression par unité de surface, entre le collier et son disque. La formule (241) donne pour cette pression : (a) à l'extrémité, où $S = 10^k$, $p = 10.(\delta : R) = 10.2 : 400 = {}^1/_{20}{}^k$; (b) à l'extrémité, où, à cause de $t : T = {}^2/_3$, la tension S n'est que ${}^2/_3.10 = 6^k,7$, $p = {}^2/_3{}^1/_{20} = {}^1/_{30}{}^k$; ces deux valeurs sont si faibles qu'il n'y a pas à se préoccuper de l'usure qui peut en résulter.

Cet exemple montre que, même dans les conditions les plus favorables, on a à exercer sur la lame du collier un effort de traction relativement considérable. Aussi, pour abaisser la valeur numérique de cet effort, convient-il, en général, dans les treuils de levage, de placer le disque du frein sur l'un des arbres intermédiaires. Le disque du frein est souvent venu de fonte avec une roue dentée et sa jante se trouve constituer une saillie latérale de la jante de cette roue.

Fig. 940.



La fixation des lames minces de fer ou d'acier du collier dans les pièces d'articulations 3, 4, etc., se fait ordinairement par rivetage (V. Rivures convergentes, § 57), comme dans la figure 940 *a;* toutefois, certains constructeurs préfèrent terminer le collier par une tête d'ancre (fig. 940 *b*), qui permet d'obtenir une jonction suffisante avec des rivets de faibles dimensions.

b. — Freins à dégagement.

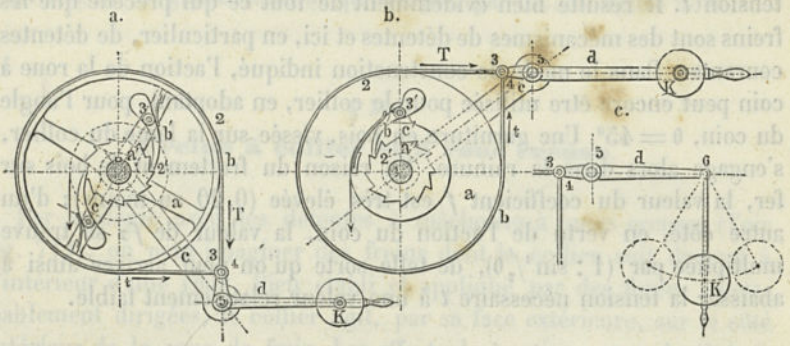
Dans la manœuvre des freins à tension pour appareils de levage, il est essentiel, surtout lorsqu'on a à descendre de lourdes charges, que, le dégagement de la détente à dents une fois produit, on exerce constamment, sur le levier, l'effort nécessaire pour modérer la vitesse de l'arbre soumis à l'action du frein. C'est là une condition qui n'est pas toujours facile à remplir, surtout lorsque le levier du frein est commandé directement à la main; une erreur sur la direction du mouvement, un manque d'assurance, une simple hésitation peuvent amener et ont déjà amené souvent des accidents déplorables. Mais on peut éviter facilement ces causes d'insécurité par l'emploi du frein à dégagement, imaginé par l'auteur. La figure 941 représente un frein de ce genre, sous deux formes différentes. Le disque du collier est fou sur l'arbre soumis à l'action du frein, mais il lui est relié par l'intermédiaire d'une détente courante à dents $a'b'c'$; un levier à poids K donne au collier la tension nécessaire pour déterminer le plus grand effort de frein qu'on désire obtenir. Si l'on veut descendre une charge, on doit commencer par dégager le frein, c'est à dire par soulever le poids K suffisamment pour qu'il se produise un glissement entre le

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

collier et sa roue. Dans le cas où, par suite d'une erreur ou d'une maladresse, le levier à poids viendrait à être lâché, le mouvement de descente cesserait aussitôt.

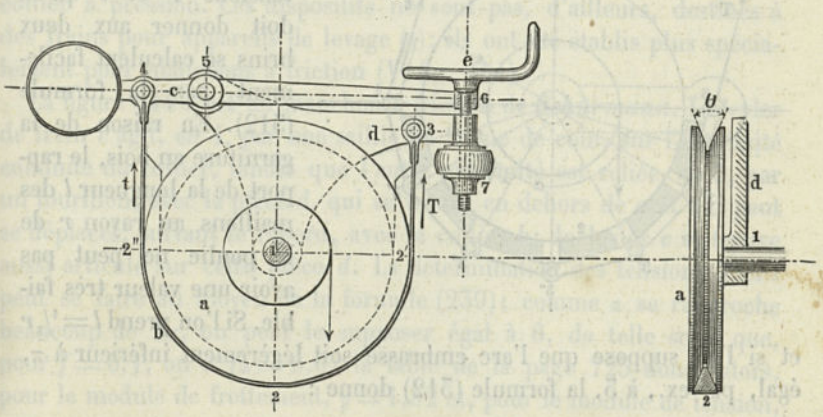
Dans la figure *a*, la roue d'arrêt *a'* de la détente à dents est fixée sur l'arbre qui reçoit l'action du frein; dans la figure *b*, c'est la pièce

Fig. 941.



de jonction *c* qui est fixée sur ce même arbre (v. p. 606). Pendant l'élévation de la charge, la détente à dents agit comme un cliquetoir ordinaire. A la place d'une détente de ce genre, on pourrait, d'ailleurs, employer avec avantage une détente muette (V. p. 617). La figure *c* montre encore comment on peut suspendre le poids *K* du levier à un bras de pendule; si l'on écarte ce bras, à droite ou à gauche de la position verticale, on diminue la charge du levier du frein; cette dernière peut ainsi être amenée peu à peu à la valeur qu'on désire.

Fig. 942.



La figure 942 représente une autre disposition de frein à dégagement du même auteur. Ici on donne au collier *b*, au moyen de l'action de

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

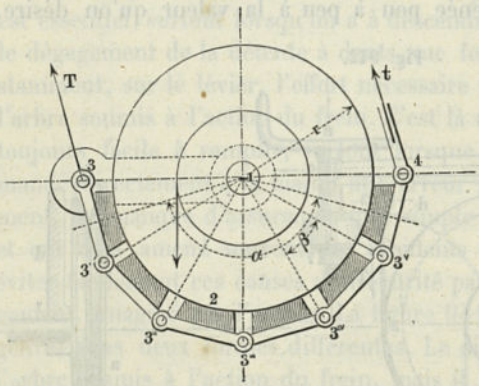
la vis $e7$ sur le levier c, une tension t juste suffisante pour retenir la charge qui tend à se mouvoir en sens inverse de a; le réglage se trouve facilité par l'interposition d'un tampon de caoutchouc en 7. S'il s'agit de descendre la charge, on commence par desserrer légèrement le frein en e, puis on le tend ensuite de nouveau. Quand la charge s'élève, la roue a, en $2''$, surmonte facilement le frottement déterminé par la tension t. Il résulte bien évidemment de tout ce qui précède que les freins sont des mécanismes de détentes et ici, en particulier, de détentes courantes. Dans le mode de construction indiqué, l'action de la roue à coin peut encore être utilisée pour le collier, en adoptant, pour l'angle du coin, $\theta = 45°$. Une garniture en bois, vissée sur la lame du collier, s'engage alors dans la rainure. En raison du frottement de bois sur fer, la valeur du coefficient f est très élevée (0,20 au moins); d'un autre côté, en vertu de l'action du coin, la valeur de $f\alpha$ se trouve multipliée par $(1 : \sin \frac{1}{2}\theta)$, de telle sorte qu'on peut arriver ainsi à abaisser la tension nécessaire t à une valeur relativement faible.

§ 308.

Freins à chaînes.

On peut également employer la chaîne comme organe de traction dans les freins; mais, dans ce cas, on la munit ordinairement d'une garniture, qui est le plus souvent formée de sabots en bois (fig. 943). Les tensions T et t qu'on doit donner aux deux brins se calculent facilement par la formule (312). En raison de la garniture en bois, le rapport de la longueur l des maillons au rayon r de la poulie ne peut pas avoir une valeur très faible. Si l'on prend $l = \frac{1}{3}r$ et si l'on suppose que l'arc embrassé soit légèrement inférieur à π, égal, par ex., à 3, la formule (312) donne :

Fig. 943.



$$\rho = \frac{T}{t} = \left(1 + \frac{f}{3}\right)^{9} \cdot \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (316)$$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Pour le frottement de bois sur fer, on peut prendre $f = 0.30$ (V. p. 500). On a alors, pour le module de frottement, $\rho = T : t = 1,1^{9} = 2,35$; on en déduit $T : P = \tau = \rho : (\rho - 1) = 2,35 : 1,35 = 1,74$ et $t : P = \tau - 1 = 0,74$, ou $t = 0,74\,P$. Ces résultats montrent que, dans les freins puissants, comme ceux des machines d'extraction, il est indispensable de recourir à l'emploi de mécanismes auxiliaires à engrenages, du genre de celui qu'indique, par ex., la figure 939.

§ 309.

Freins à collier et à roue creuse.

Par analogie avec les détentes à mâchoires à roues creuses (Voir fig. 711), on peut imaginer des freins dont le collier soit disposé à l'intérieur d'une roue. Bien établi et appliqué par des forces convenablement dirigées, le collier agit, par sa face extérieure, sur le côté intérieur de la roue de frein. Les efforts de traction auxquels il était précédemment soumis se trouvent remplacés par des efforts de compression et il rentre, dès lors, à vrai dire, dans la catégorie des organes de pression (V. le chap. suiv.); mais, par suite de considérations pratiques, il peut également trouver ici sa place.

Le collier de pression exerce sur le pourtour intérieur de la roue des actions identiques comme grandeur, mais opposées comme direction, à celles du collier de traction sur la roue pleine, de telle sorte que le rapport ρ des tensions T et t conserve la valeur qui a été trouvée précédemment. La figure 944 indique trois exemples d'application du collier à pression. Ces dispositifs ne sont pas, d'ailleurs, destinés à des freins pour appareils de levage (1); ils ont été établis plus spécialement pour manchons à friction (V. fig. 451).

La figure 944 *a* est un manchon à friction de *Schürmann*. Le levier de frein *c* agit, en 4, par une saillie en forme de coin, sur l'extrémité conduite du collier, tandis que l'autre extrémité est reliée, en 3, par un tourillon, avec la pièce *d*, qui se trouve en dehors de *a* et qui peut se déplacer, suivant le rebord, avec le collier *b*; le levier *c* se trouve aussi articulé sur cette pièce *d*. La détermination des tensions T et t peut se faire au moyen de la formule (239); comme α se rapproche beaucoup de 2π, on peut le supposer égal à 6, de telle sorte que, pour $f = 0,1$, on a $f\alpha = 0,6$; la table de la page 723 donne alors, pour le module de frottement, $\rho = 1,82$ et, pour le module de tension,

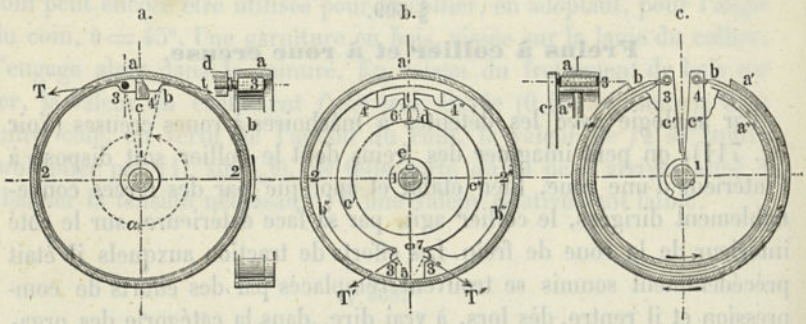
(1) Pour les appareils de ce genre, un des freins à roue creuse les plus répandus, en France, est celui de MM. Mégy, Bazan et Etcheverria.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

$\tau = 2{,}22$, d'où l'on déduit $t = 1{,}22\,P$. Afin que le manchon puisse se débrayer de lui-même, lorsque la pression t vient à cesser, il est nécessaire que le collier fasse légèrement ressort vers l'intérieur, ce qui n'est pas sans entraîner quelques difficultés d'exécution.

Ces difficultés, qui sont assez grandes avec les colliers formés de lames d'acier minces, sont beaucoup moindres avec le collier en fonte, d'une certaine épaisseur, qui se trouve employé dans le manchon d'*Adyman*. La figure 944 *b* représente un manchon de ce genre, du plus

Fig. 944.



grand modèle. Le collier *b* se compose de deux parties égales b' et b'', qui, en $4'$ et $4''$, viennent s'appuyer, par leurs extrémités, en forme de nez, contre un heurtoir, qui est muni d'une paroi en forme de disque et qui est relié à l'arbre par un clavetage. Les leviers c' et c'' ont un axe de rotation commun, en 5, et viennent presser les extrémités du collier, en $3'$ et $3''$, lorsqu'ils sont écartés l'un de l'autre, en 6, par une pièce glissante, en forme de coin. Un boulon en saillie sur le plan de *e* empêche tout glissement des leviers c' et c'', et, par suite, du collier $b'\,b''$, dans la direction 7.1.

Enfin, la figure 944 *c* donne une disposition dans laquelle le collier est utilisé de deux manières, comme collier de traction et comme collier de pression; telle qu'elle est représentée, cette disposition se rencontre dans le mécanisme de changement de marche de *Prentiss*.

Le collier en acier *b* est garni de cuir. Suivant que les bras c', c'' rapprochent ou écartent ses extrémités, il agit, comme collier de traction, sur la face extérieure du disque a'', ou, comme collier de pression, sur la face intérieure du disque a'. Un manchon, qui peut se déplacer suivant l'axe et qui est muni de rainures héliçoïdales, sert à produire le mouvement de rapprochement ou d'écartement des extrémités des bras c' et c'' du levier de commande.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

CHAPITRE VINGT-TROISIÈME

ORGANES DE PRESSION COMME ÉLÉMENTS DE MACHINES

§ 310.

Des différentes espèces d'organes de pression.

En regard des organes de traction, dont il a été question dans les quatre derniers chapitres (v. aussi § 261), viennent se placer les corps dont la propriété essentielle, ou tout à fait prépondérante, est de ne pouvoir opposer de résistance qu'aux efforts de compression. En première ligne figurent les fluides, liquides ou gazeux, comme l'eau, l'huile, l'air, la vapeur, les gaz, et les matières à l'état plus ou moins pâteux, comme l'argile, les métaux fondus et les métaux qui sont mous par eux-mêmes, ou amollis par l'action de la chaleur. Viennent ensuite les matières granuleuses, telles que les grains des diverses céréales, les produits de mouture de toute espèce, les graviers, les sables, etc. Une propriété fondamentale de tous ces corps consiste en ce que, d'une part, un effort assez faible, ou même souvent presque nul, suffit pour produire la séparation de leurs groupes d'éléments ou de leurs plus petites particules (à moins qu'ils ne tendent à se séparer d'eux-mêmes, comme les corps gazeux), et que, d'un autre côté, ils opposent toujours une résistance plus ou moins forte au rapprochement mutuel de leurs particules, résistance qui, pour certains fluides, comme l'eau, par exemple, se rapproche de celle que pourraient opposer des métaux solides. Ces corps peuvent être utilisés de différentes manières comme éléments de machines. Au point de vue de ce mode d'emploi spécial, nous les comprendrons sous la désignation commune d'organes de forces de pression, ou, plus simplement, *d'organes de pression*. Ils partagent, avec les organes de traction, la propriété caractéristique, et très importante, de pouvoir transmettre des efforts dans des directions variables à volonté; mais leur rôle, dans les applications de la mécanique, est beaucoup plus considérable, en raison de leurs multiples propriétés physiques.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 311.

Modes d'utilisation des organes de pression.

La correspondance entre les organes de traction et de pression est telle que les forces intérieures, mises en action dans ces deux genres d'organes, ont comme seule différence d'être affectées de signes contraires ; mais l'analogie pourrait être poussée beaucoup plus loin et rien n'empêcherait d'établir, comme on l'a fait pour les organes de traction (§ 263), une distinction entre les organes de pression fixes et les organes de pression mobiles. Toutefois, comme cette distinction n'aurait, pour les organes de pression, aucune importance pratique, il est inutile de la faire. Il en est tout autrement pour les trois genres d'action qui ont été mentionnés au § 263 ; ils se retrouvent également ici. Nous aurons donc à étudier les trois modes distincts suivant lesquels s'exerce l'action simultanée d'un organe de pression avec d'autres éléments de machines pour arriver à :

1° *conduire*, ou *guider* ;
2° *retenir*, ou *accumuler* ;
3° *actionner*, ou *entraîner*.

Ces différentes actions peuvent se rencontrer séparées ou réunies, et elles sont utilisées dans les machines sous des formes extrêmement nombreuses. La multiplicité de ces formes nous oblige à les classer d'une manière systématique, afin de permettre de se rendre nettement compte du vaste domaine qu'elles occupent.

§ 312.

Guidage des organes de pression.

Pour conduire ou guider les organes de pression, c'est-à-dire pour les obliger à effectuer des mouvements plus ou moins déterminés, il convient de recourir à l'emploi de deux espèces d'éléments de machines, qui sont formés de corps solides. Ces éléments servent :

(*a*) à recevoir les forces intérieures des organes de pression, en constituant, pour ces derniers, une clôture, sous forme d'enveloppe ;

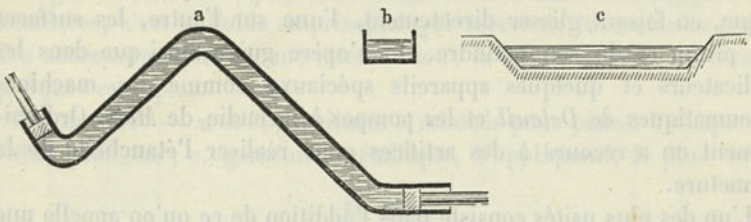
(*b*) à transmettre les forces extérieures sur les organes de pression, au moyen de clôtures mobiles.

Tuyaux, rigoles, canaux. — Les tuyaux *a* (fig. 945) empêchent les particules de l'organe de pression de se séparer les unes des autres.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

et tracent leur chemin à l'ensemble de ces particules, qui peut être considéré comme constituant un corps de forme limitée. Ils correspondent, pour les changements de direction de l'organe de pression, aux poulies, sur lesquelles sont guidés les organes de traction. Ces derniers, là où il n'y a pas de changement de direction, n'ont pas

Fig. 945.



besoin d'enveloppes, puisque les particules, situées à l'intérieur, sont déjà, par elles-mêmes, en mesure d'opposer la résistance nécessaire à la pression de celles qui sont situées à l'extérieur, et cela en vertu de la propriété, que possèdent les diverses sections, de pouvoir résister, non seulement à la traction, mais encore à la pression. Les rigoles, les cheneaux *b* sont des tuyaux qu'on laisse ouverts sur un côté, car la pesanteur et aussi la puissance vive de l'organe de pression en mouvement s'opposent à ce que ce dernier s'échappe par la partie laissée ouverte. Les fossés, les canaux *c* sont des rigoles de très grandes dimensions; les cours d'eau naturels jouent assez souvent le rôle de canaux.

Organes de transmission, piston et capsule. — Le corps qui reçoit directement le travail mécanique d'un organe de pression ou qui, inversement, transmet à cet organe un travail mécanique, peut être désigné, d'une manière générale, sous le nom d'organe de transmission. Les organes de ce genre se rencontrent sous différentes formes : 1° celle de récipients mobiles, godets, aubes, etc. ; 2° celle de surfaces directrices mobiles (turbines) ; 3° enfin, celle de pistons mobiles dans des récipients, des tuyaux, des canaux. Le piston empêche le passage de l'organe de pression, dans la direction de son mouvement ou dans la direction opposée, tandis que le tuyau ou la rigole l'arrêtent normalement à la direction de ce mouvement. L'enveloppe du piston peut être désignée, d'une manière générale, sous le nom de *capsule*. Nous reviendrons plus tard sur ces dénominations spéciales. Pour le moment, nous nous bornerons à indiquer rapidement les formes de pistons les plus importantes.

On ne peut arriver à une fermeture tout à fait sûre entre un piston

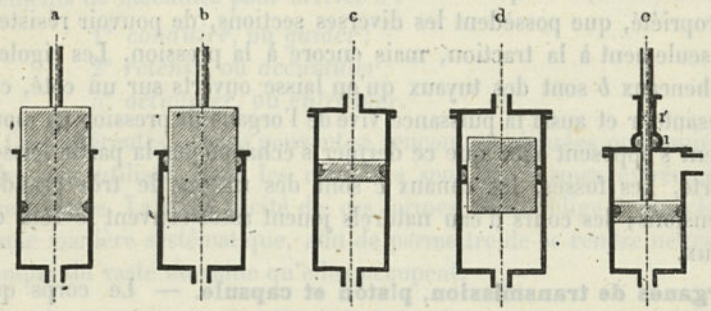
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

et sa capsule qu'à la condition que ces deux organes soient en contact par des surfaces; géométriquement il n'existe que trois formes de corps permettant de réaliser cette condition, corps prismatiques, corps de révolution et corps à surface héliçoïdale. La forme prismatique, et surtout la forme cylindrique à section circulaire, est celle dont l'usage est de beaucoup le plus répandu.

Il est très difficile d'arriver à une fermeture complètement hermétique, en faisant glisser directement, l'une sur l'autre, les surfaces du piston et de son cylindre. On n'opère guère ainsi que dans les indicateurs et quelques appareils spéciaux, comme les machines pneumatiques de *Deleuil* et les pompes à incendie de *Metz*. Ordinairement on a recours à des artifices pour réaliser l'étanchéité de la fermeture.

L'un des plus usités consiste dans l'addition de ce qu'on appelle une garniture. Figure 946 *a*, piston avec garniture extérieure; *b*, piston

Fig. 946.



avec garniture intérieure. La capsule, qui, sous la forme où elle se présente ici, porte le nom de cylindre ou de corps de pompe, est ouverte sur un côté; le piston se trouve en contact, par une seule face, avec l'organe de pression emprisonné; on dit alors qu'il est à *simple effet*; *c* et *d* sont, au contraire, des pistons à *double effet*. Au point de vue technique, les pistons *a* et *c*, avec garniture extérieure, sont des pistons à disques, tandis que les pistons *b* et *d*, à garniture intérieure, sont des pistons plongeurs.

e, combinaison d'un piston à disque et d'un piston plongeur, pour former un piston à double effet. La partie du plongeur qui sort à l'extérieur sert comme pièce de jonction du piston avec d'autres éléments de machines: elle est ici supposée pourvue d'une garniture intérieure 1, mais on pourrait aussi lui en donner une extérieure, comme on l'a indiqué en 1'.

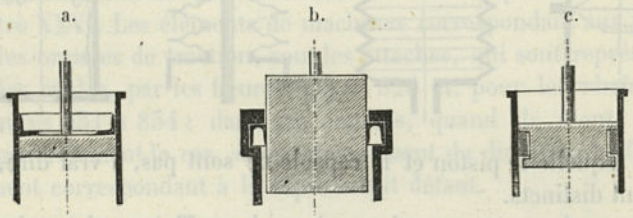
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Les pistons à simple et à double effet se trouvent souvent percés d'ouvertures, qui sont munies de soupapes ou de clapets; on les désigne alors sous le nom de pistons à soupapes, en réservant pour les précédents celui de pistons pleins ou fermés.

Dans les pistons à garniture, l'étanchéité ne s'obtient qu'à la condition d'exercer une pression extérieure sur la matière qui compose cette garniture, tandis que, dans les garnitures dites automatiques ou autoclaves, c'est le fluide emprisonné qui exerce de lui-même la pression nécessaire, sans aucune intervention; la figure suivante en donne quelques exemples.

Figure 947. — *a* et *b*, garnitures à rebords pour piston à disque et piston plongeur; *c*, garniture métallique, s'appliquant, le plus sou-

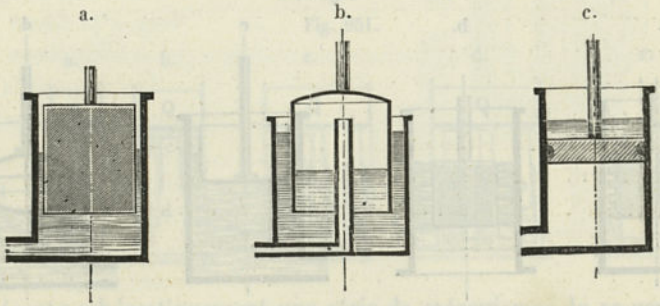
Fig. 947.



vent, aux pistons à disques, mais parfois aussi aux pistons plongeurs (boîtes à garniture métallique). Dans les trois cas, le fluide, du côté où la pression est la plus forte, agit sur la face intérieure du rebord, ou de l'anneau métallique, et l'applique aussi bien sur la surface glissante du piston que sur le pourtour du logement de la garniture.

Dans cette catégorie des garnitures autoclaves, on peut faire rentrer également les garnitures à fermeture hydraulique des figures 948 *a*

Fig. 948.



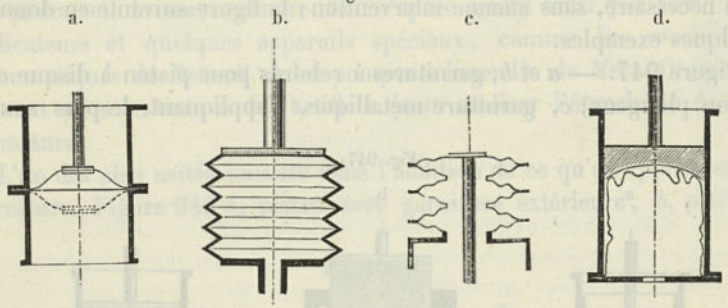
et *b*, qui se rapportent toutes les deux à des pistons plongeurs. La première forme est utilisée dans les appareils de lavage des minerais,

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

la seconde dans les gazomètres, les pompes à air, les cloches à plongeur, les caissons à air pour fondations de piles, etc. Dans un certain nombre de garnitures à étoupes ou à rebords, on se met à l'abri des fuites d'air par l'addition d'une couche d'eau ou d'huile.

Une garniture qui assure l'étanchéité complète de l'organe mobile, par rapport à la capsule, est la garniture, dite à membrane ou à soufflet (fig. 949), qui est une des plus anciennes garnitures connues

Fig. 949.

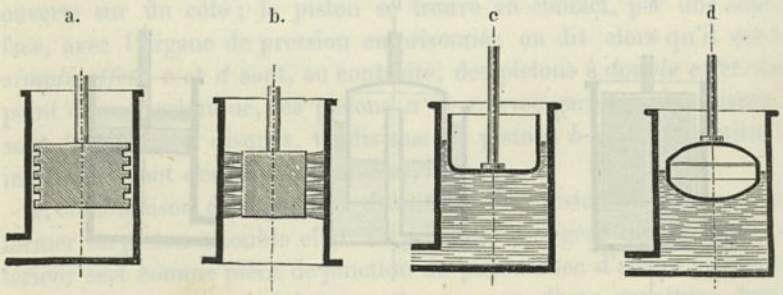


et dans laquelle le piston et la capsule ne sont pas, à vrai dire, bien nettement distincts.

a, Pompe des prêtres ou des moines, *b* soufflet, *c* piston à membrane métallique, constituée par des tôles ondulées en acier, en laiton, etc., utilisé dans les manomètres et autres appareils à pression à faible course; *d*, piston à poche, en usage dans les pompes destinées aux fluides qui ne doivent pas être en contact avec les parois du piston et de la capsule.

Une dernière classe de garnitures de pistons est celle que forment les dispositifs de la figure 950, lesquels ne sont utilisés, le plus sou-

Fig. 950.



vent, que pour l'air. — *a*, garniture libre, constituée par une série de rainures annulaires, tracées sur le piston et formant une espèce de

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

labyrinthe ; en raison des changements de section du canal qui lui est ouvert pour s'échapper, l'organe de pression circule à travers ce labyrinthe avec une vitesse qui va constamment en diminuant, de telle sorte qu'avant qu'il ne soit passé de l'autre côté du piston, ce dernier peut avoir terminé complètement sa course. — *b* garniture labyrinthe avec brosses, dont on trouve, par exemple, une application dans un chemin de fer à air comprimé, au palais de Sydenham. Parmi les pistons à garniture libre, on peut faire figurer également les flotteurs, qui sont portés par des liquides et qui montent ou s'abaissent, en même temps que la surface de niveau de ces derniers. — *c* flotteur ouvert, disposé en forme de vase; *d* flotteur fermé, qui peut être un récipient creux ou un bloc plein, dont le poids est alors, le plus souvent, équilibré en partie par un contrepoids.

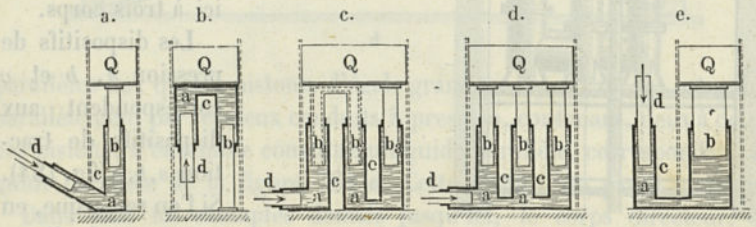
La construction des pistons et des boîtes à étoupes sera traitée au chapitre XXVI. Les éléments de machines correspondant aux pistons, dans les organes de traction, sont les attaches, qui sont représentées, pour les câbles, par les figures 825 et 826 et, pour les chaînes, par les figures 831 à 834 ; dans ces organes, quand ils n'ont, comme c'est généralement le cas, aucun changement de direction à effectuer, l'élément correspondant à la capsule fait défaut.

§ 313.

Dispositifs de guidage pour organes de pression.

Avec un organe de pression et les éléments de guidage correspondants on peut former un dispositif de transmission de force, qu'il convient de désigner sous le nom de mécanisme de guidage à organe de pression, ou, plus simplement, de *guidoir à pression*. La figure 951

Fig. 951.



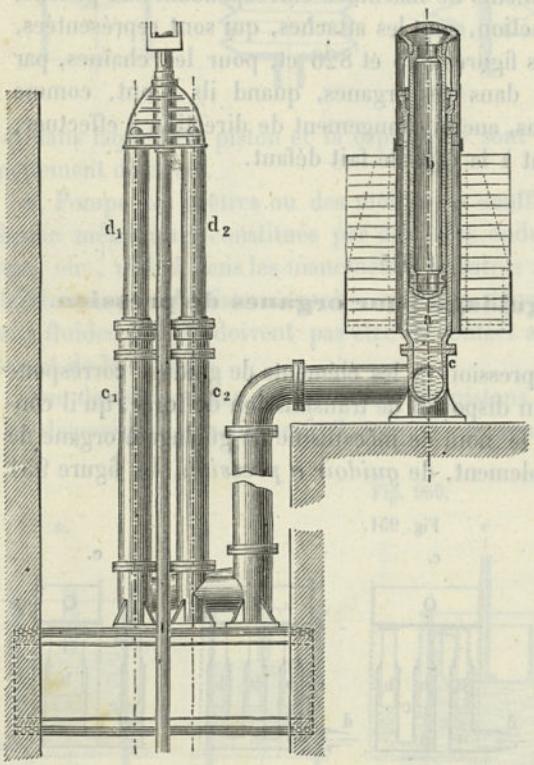
représente schématiquement une série de mécanismes de ce genre. — *a*, appareil de pression à piston pour l'élévation verticale d'une charge *Q*. Les pistons *b* et *d* sont supposés de même diamètre ; la

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

pression sur d, en négligeant le frottement, est égale à Q; on se trouve ici en présence d'une espèce de câble hydraulique, de même section que les pistons, et qui, avec un changement de direction de 120°, exerce sur la charge une pression de bas en haut. Il convient de donner à cette disposition une dénomination spéciale. En la comparant avec celle qu'on peut considérer comme lui correspondant exactement dans les organes de traction (fig. 784 et 785 *a*), on serait conduit tout d'abord à lui donner le nom de poulie hydraulique ; mais il est une autre dénomination qui semble encore préférable, celle de *levier hydraulique*, et c'est celle que nous adopterons ici.

b. Levier hydraulique mobile. Les pistons d et b sont encore supposés de même diamètre ; la résistance Q se trouve répartie sur deux câbles hydrauliques de même section que les pistons et, par suite, abstraction faite du frottement, l'effort sur chacun d'eux est égal à $\frac{1}{2}Q$; l'angle de changement de direction est ici de 180°.

Fig. 952.



c. Combinaison ou réunion des deux cas *a* et *b*. Les pistons b_1, b_2, b_3 sont de même grosseur et la charge Q se trouve répartie sur trois câbles hydrauliques égaux ; le mécanisme de guidage à pression est ici à trois corps.

Les dispositifs de pression *a*, *b* et *c* correspondent aux dispositifs de traction *a*, *b*, *c* (fig. 784). Si l'on remarque, en outre, que la disposition *c* a pour résultat de laisser la même pression se produire sur chacune des faces inférieures des trois pistons b_1, b_2, b_3 (supposés égaux), on est amené à reconnaître qu'on pourrait lui donner aussi la forme *d*,

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

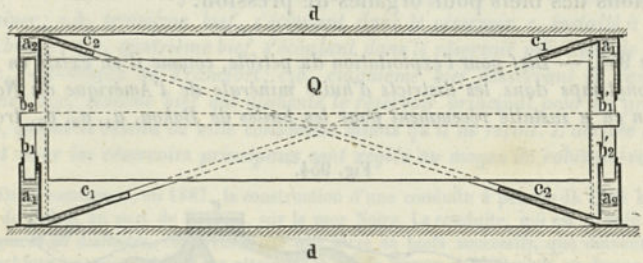
ou encore, en réunissant les trois pistons en un seul, la forme *e*; mais cette dernière disposition est précisément celle de la presse hydraulique. On voit, d'après cela, que ce dernier appareil a pour base la disposition de guidage à pression, qui correspond au mécanisme de guidage par traction désigné sous le nom de moufle.

Une comparaison des deux formes *e* et *a* de la figure 951 montre, d'ailleurs, que ces deux dispositions reposent complètement sur le même principe; *e* est donc aussi un levier hydraulique, mais un levier à bras inégaux, tandis que celui de *a* est à bras égaux.

Le levier hydraulique a été utilisé, il y a longtemps déjà, pour équilibrer les maîtresses tiges des pompes de puits (1); mais c'est surtout dans ces dernières années qu'il a donné lieu à d'assez nombreuses applications de ce genre. La figure 952 représente un levier hydraulique, construit, pour cet objet, sur les données de l'ingénieur *Oeking* (2). La tige de pompe est suspendue aux deux pistons d_1 et d_2 et la charge directe du troisième piston *b* est déterminée d'après le poids de cette tige. Dans les leviers de ce genre, les câbles hydrauliques, lorsqu'ils ont un assez grand développement, s'appellent assez souvent des *tiges hydrauliques*. Dans ses balances si remarquables (p. 699), Émery emploie des leviers hydrauliques à bras inégaux, avec pistons à membranes, comme organes de transmission de force.

Fig. 953. — Combinaison de deux dispositifs de guidage de la forme *a* (fig. 951). Le corps *Q*, glissant sur des voies droites, qui sont

Fig. 953.



parallèles aux quatre pistons, d'égale grandeur, b_1, b_2, b_3, b_4, est guidé parallèlement par les deux conduits à pression, contenant, deux à deux, ces pistons. L'ensemble constitue un guide parallèle, correspondant au guide parallèle de la figure 784 *d*. Cette disposition paraît nouvelle.

Dans tous les exemples donnés jusqu'ici, le corps directeur, de

(1) Déjà, en 1846, au puits Zentrum, dans le bassin d'Eschweiler, des leviers hydrauliques à bras égaux étaient en usage pour les tiges des échelles mobiles (Fahrkunst).

(2) V. Zeit. Deutsch. Ing., vol. 29 (1885), p. 545. *Oeking* désigne, à tort, le dispositif *ab* sous le nom d'accumulateur.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

forme invariable, détermine, par la forme de ses parois, le chemin que doit suivre l'organe de pression. Mais il ne faut pas perdre de vue que le mouvement prescrit ou imposé est toujours un mouvement relatif. Il en résulte que l'organe de pression peut être aussi lui-même l'élément directeur, le corps solide étant alors l'élément conduit. C'est ce qui a lieu, par exemple, dans les vaisseaux, en vertu de l'action du gouvernail, qui réalise le guidage dans le plan, de même que dans la torpille *Whitehead*, où l'emploi de plusieurs appareils de ce genre permet de réaliser le guidage dans l'espace.

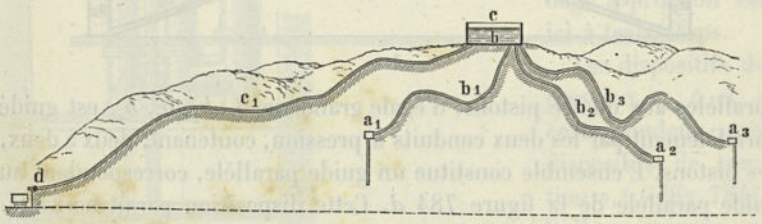
§ 314.

Biefs des organes de pression.

Sous le nom de *biefs* (ou de retenues), on peut désigner ces dispositions, au moyen desquelles un organe de pression est amené dans un réservoir, où il peut s'accumuler en quantité plus ou moins considérable, et s'échapper ensuite, à certains moments, pour être utilisé à distance. Ces phénomènes d'accumulation et d'écoulement correspondent, comme il a été déjà dit au § 311, à ceux d'enroulement et de déroulement des organes de traction (fig. 787). Le nom de bief a été emprunté aux ouvrages du même genre qu'on rencontre dans les canaux de navigation. Nous donnerons ici quelques exemples des applications des biefs pour organes de pression.

Figure 954. — *Bief pour l'exploitation du pétrole, comme il en existe en usage depuis longtemps dans les districts d'huile minérale de l'Amérique du Nord et comme on en a installé récemment pour les huiles de Bakou.* a_1, a_2, a_3, *trous de*

Fig. 954.



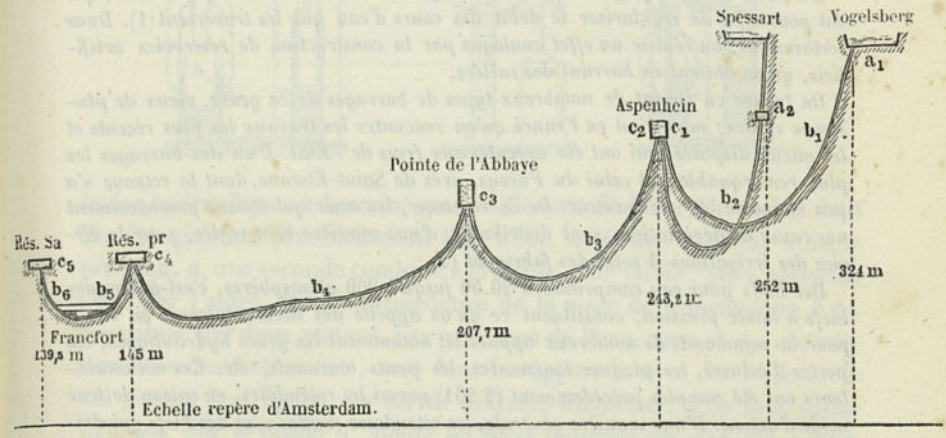
forage, avec installation de pompes, destinées à refouler dans le réservoir supérieur c, par des conduites, longues souvent de plusieurs milles, l'huile fournie par les puits artésiens. De ce réservoir elle s'écoule naturellement par une conduite c_1, *le plus souvent aussi d'une très grande longueur, jusqu'au point d où elle doit être*

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

mise en fûts et ultérieurement expédiée. Les variations dans l'adduction ou l'écoulement de l'huile élèvent ou abaissent le niveau dans le réservoir c (1).

Les réservoirs élevés, qui desservent les conduites d'eau des villes, forment, avec leur réseau de branchements, des biefs du même genre. Sur les conduites d'adduction, on a parfois à intercaler, quand le relief des terrains traversés l'exige, des siphons renversés, qui sont reliés les uns aux autres par des réservoirs et qui constituent, avec ces derniers, des biefs. Nous citerons, comme exemple remarquable d'une installation de ce genre, la conduite d'eau de sources établie par l'ingénieur Schmick pour la distribution de Francfort-s.-M. (*fig.* 955). — $a_1 b_1$, *bief le plus*

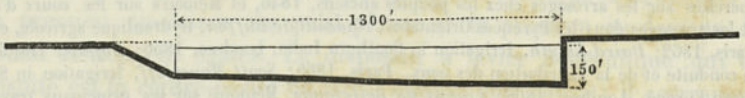
Fig. 955.



élevé, alimenté par les sources de Birstein, dans le Vogelsberg; $a_2 b_2$ *second bief, avec les sources de Gieserborn dans le Spessart. Ces deux biefs s'écoulent, au moyen de robinets-vannes de réglage, dans le réservoir* $c_1 c_2$, *établi sur le sommet de l'Aspenhainer;* $c_2 b_3$ *troisième bief, s'écoulant dans le réservoir* c_3 *installé à la pointe de l'Abbaye;* $c_3 b_4$ *quatrième bief, s'écoulant dans le réservoir principal de distribution* c_4, *au-dessus de Francfort;* $c_4 b_5$ *cinquième bief desservant la canalisation urbaine;* $b_6 c_5$ *sixième bief qui alimente le réservoir principal pour un grand faubourg, quand le réseau de ville consomme moins qu'il ne reçoit. L'arrivée et l'écoulement pour les réservoirs principaux sont réglés au moyen de robinets-vannes* (2).

(1) On a commencé, en 1887, la construction d'une conduite à pétrole de 1005 kilomètres, allant de Bakou au port de Batoum, sur la mer Noire. La conduite, qui est formée de tuyaux de 6 pouces de diamètre, est divisée par une série de biefs successifs, que doivent desservir des machines à vapeur, et finit par atteindre le col de Suram, à 3000 pieds au-dessus du niveau de la mer. De ce point, l'huile doit se rendre directement dans un bief unique, établi à Batoum.

(2). On trouve un exemple d'installation de siphon, remarquable par son importance, dans la nouvelle conduite d'eau du Croton à New-York, travail dont l'exécution a été commencée récemment (1887). Ce siphon passe sous la rivière de Harlem, à une profondeur de 150 pieds



au-dessous du niveau de l'eau; il a été établi à travers une couche de rochers résistante et représente un canal cylindrique de dix pieds et demi de diamètre. (V. pour plus de détails « Techniker » de New-York. N° I, 1886, et « Mechanics » Nov. 1886, p. 241.)

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Des biefs de petites dimensions sont d'un usage général dans les stations de prise d'eau des chemins de fer. Comme biefs servant à donner le mouvement à des machines hydrauliques, on peut citer les étangs, les retenues, avec canaux d'amenée et de fuite, qui sont en usage dans les installations de roues hydrauliques et de turbines. Les montagnes du Harz sont, en quelque sorte, couvertes de biefs de ce genre, dont l'établissement peut servir de modèle. Des tranchées d'un grand développement, des canaux, etc., peuvent souvent, en raison du grand volume d'eau qu'ils contiennent, remplacer les étangs ou les retenues; c'est ce qui a lieu, par exemple, pour la plupart des canaux de navigation. Pour les irrigations des prairies, on utilise des biefs à faible pression, desservant des bassins de faible étendue.

Les lacs, dans les pays de hautes montagnes, constituent des biefs naturels, qui ont pour effet de régulariser le débit des cours d'eau qui les traversent (1). *Dans certains cas, on réalise un effet analogue par la construction de réservoirs artificiels, qu'on obtient en barrant des vallées.*

On trouve en Orient de nombreux types de barrages de ce genre, vieux de plusieurs siècles; mais c'est en France qu'on rencontre les travaux les plus récents et les mieux disposés, qui ont été exécutés aux frais de l'État. L'un des barrages les plus remarquables est celui du Furens, près de Saint-Étienne, dont la retenue n'a pas moins de 50^m *de hauteur. De ce réservoir, les eaux qui étaient précédemment une cause de dévastation, sont distribuées, d'une manière bien réglée, pour le service des irrigations et celui des fabriques* (2).

Des biefs pour eau comprimée à 20,50 *jusqu'à* 200 *atmosphères, c'est-à-dire des biefs à haute pression, constituent ce qu'on appelle des accumulateurs, en usage pour la commande de nombreux appareils, notamment les grues hydrauliques, les portes d'écluses, les plaques tournantes, les ponts tournants, etc. Ces accumulateurs ont été comptés précédemment* (§ 261) *parmi les retendoirs, en raison de leur mode d'action. D'une manière générale, les rétendoirs fluides sont des biefs qui doivent être utilisés avec un fort écoulement se produisant dans un temps très court. Dans cette catégorie de biefs rentrent les installations qu'on rencontre dans la Forêt-Noire, pour le flottage des bois. A certains moments, l'eau, accumulée dans une série d'étangs, est lâchée dans un réseau de rigoles, où sont disposés les morceaux de bois et, dans une chute courte et rapide, elle les entraîne jusqu'à proximité d'un cours d'eau navigable.*

Lorsqu'on a à sa disposition une conduite à haute pression, il est parfois désirable de pouvoir s'en servir pour commander un appareil à basse pression, ou, inversement, il peut être utile de passer d'une

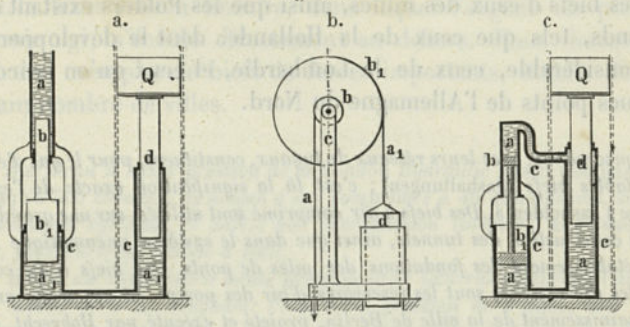
(1) Les lacs de Suisse réduisent de 55 à 60 p. % l'action des hautes eaux descendant des Alpes. Ainsi, par exemple, le rapport entre les débits, pour les hautes et les basses eaux, est de 10,9 : 1, en amont du lac de Constance, tandis qu'en aval il n'est plus que de 4,9 : 1. Pour le Rhône et le lac de Genève, les deux rapports analogues sont 12,7 : 1 et 5 : 1. Voir à ce sujet « Denkschrift betreffend die bessere Ausnützung des Wassers, etc. Münich, 1883 ».

(2) Voir, pour plus de détails, à ce sujet, les ouvrages suivants : *Jaubert de Passa*, Recherches sur les arrosages chez les peuples anciens, 1846, et Mémoire sur les cours d'eau et les arrosages dans les Pyrénées Orientales; *Nadault de Buffon*, Hydraulique agricole, etc., Paris, 1862; *Baird-Smyth*, Irrigation in Southern India, Londres, 1856; *Dupuit*, Traité de la conduite et de la distribution des eaux, Paris, 1865; *Scott Moncrieff*, Irrigation in Southern Europe, Londres, 1868; *Linant de Bellefonds*, Mémoire sur les principaux travaux d'utilité publique en Égypte, depuis la plus haute antiquité, Paris, 1873; *Krantz*, Étude sur les murs de réservoirs, Paris, 1870; en outre, de nombreux mémoires dans les Annales des Ponts et chaussées; v. aussi une publication de l'auteur « Ueber das Wasser », Berlin, 1876.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

basse à une haute pression. Ce double résultat est facile à obtenir avec la disposition qui a été imaginée par l'auteur et que représente la figure 956 *a*. Cette disposition peut encore être considérée comme un

Fig. 956.



levier hydraulique, à bras inégaux, différent, d'ailleurs, de celui dont il a été question précédemment (fig. 951). *a* est une conduite à haute pression, a_1 une seconde conduite à pression plus faible ; elles agissent, l'une sur l'autre, par l'intermédiaire de la pièce de transmission $b\ b_1$, constituée par deux pistons. Les pressions de l'eau, en *a* et a_1, abstraction faite des frottements, sont dans le rapport inverse des sections de ces pistons *b* et b_1, ou des carrés de leurs diamètres, s'ils sont cylindriques. Sur le piston *d*, ajouté ici pour indiquer un exemple d'utilisation du levier hydraulique en question, s'exerce en *c* l'action de la plus basse pression. On peut considérer ce nouveau levier comme le résultat qu'on obtiendrait en disposant les deux pistons de l'ancien levier hydraulique sur un même axe, en les réunissant invariablement et enfin en remplaçant par des pressions d'eau les deux forces agissant sur ces pistons. Il est, du reste, facile de voir que notre nouveau levier hydraulique correspond à la combinaison d'enroulements avec organe de pression, qui a été indiquée précédemment pour une grue à corde (fig. 792 *a*) ; c'est ce que montre nettement la comparaison de cette figure avec la figure 956 *b* (V. aussi page 704). Le levier actuel est donc un levier hydraulique à bief, par rapport au levier hydraulique à guidage de la figure 951 *e*. Si, dans le levier à bras inégaux, on établit une communication entre la conduite pour *a* au-dessus du petit piston, et celle pour *d*, comme l'indique la figure 956 *c*, la pression au-dessus du petit piston et la pression au-dessous du grand deviennent égales. Le dispositif à levier hydraulique qui en résulte est la contre-partie du treuil chinois (fig. 790 a) ; il correspond aussi, comme le treuil lui-même, au palan différentiel, ou moufle d'entraînement, de la figure 796 *e*.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

En regard des biefs à pression élevée pour l'eau viennent se placer des biefs à pression basse, c'est-à-dire des biefs dans lesquels l'eau, sur des surfaces souvent très étendues, se trouve à un niveau inférieur à celui du sol naturel. Comme exemples de biefs de ce genre, on peut citer les biefs d'eaux des mines, ainsi que les Polders existant dans les bas-fonds, tels que ceux de la Hollande, dont le développement est très considérable, ceux de la Lombardie, et ceux qu'on rencontre en quelques points de l'Allemagne du Nord.

Les gazomètres, avec leurs réseaux de tuyaux, constituent, pour le gaz d'éclairage, de véritables biefs (gashaltungen) ; *c'est là la signification exacte de l'expression anglaise* « gasholden ». *Des biefs à air comprimé sont utilisés, sur une grande échelle, dans la construction des tunnels, ainsi que dans le système pneumatique en usage pour l'établissement des fondations des piles de ponts. Des biefs à air comprimé, de petites dimensions, sont les réservoirs d'air des pompes et appareils analogues.*

L'assainissement de la ville de Berlin, projeté et exécuté par Hobrecht, s'effectue au moyen de dix biefs à basse pression (système dit radial), dans lesquels la basse pression est produite par des pompes à vapeur. Les liquides sont envoyés de là, par des conduites rayonnantes, dans des terrains absorbants, situés à une grande distance de la ville.

On rencontre également des biefs à basse pression pour l'air, comme, par exemple, dans les établissements de la Monnaie, en Angleterre, où le réservoir de vide porte le nom assez bizarre d'Exzenter ; l'air atmosphérique, qui s'échappe des machines, auxquelles il a donné le mouvement, est constamment repris par des pompes actionnées par la vapeur. Les biefs d'air, pour l'aération des mines, doivent être aussi considérés comme des biefs à basse pression.

Il existe également des biefs pour les organes de pression qui se présentent sous forme granuleuse. Tels sont, par exemple, les grands magasins à blé, dont le service se fait par machines, et dont les installations se sont multipliées dans ces dernières années.

Un bief, mis en action par un procédé physique, est la chaudière à vapeur, que nous avons pu désigner aussi comme un retendoir (§ 261). *Comme bief actionné à la fois physiquement et chimiquement, on peut citer l'accumulateur électrique, que, d'après les développements précédents, on pourrait nommer un bief de courants. Enfin, on peut considérer les machines de production de froid comme des biefs à basse pression, dont le fonctionnement repose, en même temps, sur un procédé physique et un procédé mécanique.*

Une nouvelle idée qui a pris un rapide développement est celle de l'organisation de biefs d'organes de pression, dans les villes, pour la distribution de force motrice. Les conduites d'eau à haute pression (*Armstrong*), qui fonctionnent en Angleterre, ont marqué le premier pas dans cette voie ; le second a été fait par le remarquable moteur à gaz d'Otto et aujourd'hui la mécanique technique possède diverses solutions de cet important problème. On crée, dans ce but, des biefs spéciaux, que, d'une manière générale, on peut désigner sous le nom de *biefs de forces*, et, en partant de ces biefs, on arrive à distribuer la

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

force au moyen de la transmission à la distance (V. § 287). Le système de distribution peut être celui de la transmission cyclique (V. § 303), dans lequel l'organe de pression, après avoir produit son effet utile, revient au bief de départ, pour être comprimé de nouveau, ou bien celui de la transmission linéaire, dans lequel l'organe de pression, après avoir agi, s'écoule directement au dehors. Nous donnons ci-dessous des exemples de biefs de forces importants, établis dans un un certain nombre de villes.

1°. — *Bief d'eau à haute pression de la London Hydraulic power Company; distribue jusqu'à* 300 *chevaux, au moyen d'eau comprimée à* 46 *atmosphères, en partie par transmission cyclique, en partie par transmission linéaire; une installation analogue, plus ancienne, existe à Hull.*

2°. — *Bief à air comprimé à haute pression de la General compressed air Company, à Leeds et à Birmingham; l'air, à la pression de* 3 *atm., doit fournir* 1000 *chevaux à Leeds et* 6000^{ch} *à Birmingham; le système de transmission adopté est celui de la transmission linéaire* (1). — *A Paris, la Compagnie parisienne de l'air comprimé, procédés V. Popp., avec trois stations, doit fournir des forces pouvant aller de* 1 *kilogrammètre seulement jusqu'à* 70 *ou* 80^{ch}; *la force totale mise à la disposition du public est indiquée comme devant être de* 3000 *chevaux. — Les biefs à air comprimé sont vraisemblablement appelés à prendre un grand développement.*

3°. — *Bief à vapeur à haute pression; appliqué à New-York, sur une très grande échelle, par plusieurs sociétés; transmission linéaire pure.*

4°. — *Bief à air à basse pression, installé à Paris par la Société anonyme de distribution de force à domicile; transmission linéaire pure. L'usine centrale, qui est en fonctionnement régulier depuis* 1885, *ne paraît pas devoir fournir beaucoup plus de* 200 *chevaux.*

5°. — *Conduite à eau chauffée à haute pression, à Washington; la National superheated water Company fournit de l'eau chauffée sous une pression de* 26 *à* 33 *atmosphères, qui se transforme en vapeur dans chacune des machines que dessert la canalisation.*

6°. — *Bief à gaz moteur, à mentionner ici, en raison des tentatives faites pour utiliser, comme gaz moteur, à l'aide de biefs, ce qu'on appelle le gaz à l'eau.*

La distribution de force par l'intermédiaire de biefs électriques n'a pas encore trouvé jusqu'ici une base bien solide.

§ 315.

Entraînement des organes de pression.

Le mode d'action qui, pour les organes de traction, a été désigné sous le nom d'entraînement, existe également pour les organes de

(1) V. *A. Lupton* et *Sturgeon*, Compressed air versus hydraulic pressure, Leeds, 1886; v. aussi *Sturgeon*, Compressed air power schemes, Londres, 1886, ainsi que : The Birmingham compressed air Company, Birmingham, 1886.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

pression et donne lieu aux applications les plus étendues. Les moyens dont on dispose pour actionner ces derniers organes sont, d'ailleurs, beaucoup plus variés que pour les premiers, et il convient, dès lors, de les classer d'après le mode d'action de l'organe de pression et aussi d'après l'effet que doit réaliser le mouvement de la machine sur laquelle s'exerce cette action.

Une première distinction, très importante, repose sur la nature du mouvement imposé à l'organe de pression par le mécanisme ; ce mouvement peut être, en effet, continu ou intermittent, suivant qu'on emploie

un mécanisme à mouvement continu (cursoir),
ou un mécanisme à détente (cliquetoir, avançoir, etc.).

Les cliquets d'arrêt, pour les organes de pression, sont les obturateurs, comme on l'a déjà fait remarquer (V. § 261).

Un second élément de classification est fourni par l'appareil combiné avec l'organe de pression, dont le mode de construction présente des différences essentielles, suivant que

l'organe de pression actionne,
l'organe de pression est actionné,
le porteur de l'organe recevant l'impulsion est actionné.

Nous aurons à en tenir compte dans l'ordre des exemples à citer. Enfin, on peut également trouver quelques avantages à séparer les cas dans lesquels

l'organe de pression agit par son poids,
l'organe de pression agit par sa force vive.

Bien qu'elle ne soit pas nettement tranchée, cette dernière distinction offre cependant certaines facilités et se trouve mise particulièrement en évidence dans l'établissement des théories relatives aux machines dont il s'agit ici.

D'après ces bases et conformément à la marche suivie dans le § 263, relativement aux organes de traction, nous grouperons ensemble des exemples importants des différentes machines à organes de pression, en commençant par les cursoirs, qui constituent le plus simple des deux genres de machines que nous avons à étudier.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

A. CURSOIRS AVEC ORGANES DE PRESSION.

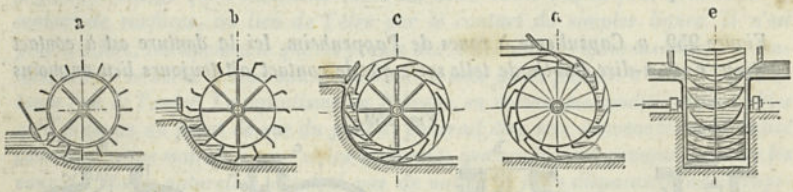
§ 316.

Cursoirs dans lesquels l'organe de pression actionne par son poids.

A quelques exceptions près, de faible importance, nous n'avons à considérer ici que des organes de pression liquides (1), lesquels, pour une faible vitesse, obéissent essentiellement aux lois de la pesanteur.

Figure 957. *a, roue hydraulique en dessous, b, roue à coursier. Les organes qui reçoivent l'action de l'eau sont disposés en cercle; ce sont les aubes, ou palettes,*

Fig. 957.



qui, dirigées rigoureusement, ou à peu près, suivant des rayons, font l'office de pistons (V. page 869). La capsule est constituée, pour a, par un coursier à faible courbure, et, pour b, par un coursier circulaire, embrassant presque exactement le contour de la roue.

c, roue en dessus, à marche en arrière, d, roue en dessus, à marche en avant (V. page 132). Les organes actionnés sont ici des récipients disposés sur un cylindre et qui portent le nom d'augets. e, roue de côté (de Zuppinger). Dans ces cinq cas, en raison de la faible pression, la conduite reste ouverte à la partie supérieure. Dans la roue à augets d, le coursier se trouve complètement ou en partie supprimé, puisque les parois des augets se trouvent constituer des récipients pour l'eau qui, en s'abaissant, remplit le rôle de moteur.

Fig. 958.

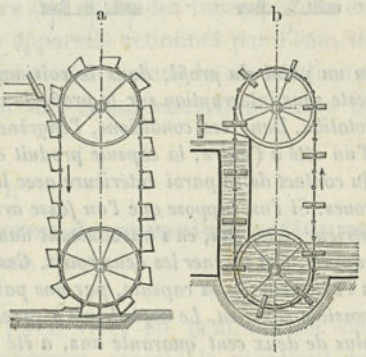


Figure 958. *a, chapelet avec seaux ou godets, destinés à recevoir l'eau d'une chute. b, chapelet, avec chaîne à pistons, mobile, avec un certain jeu, dans une capsule de forme prismatique.*

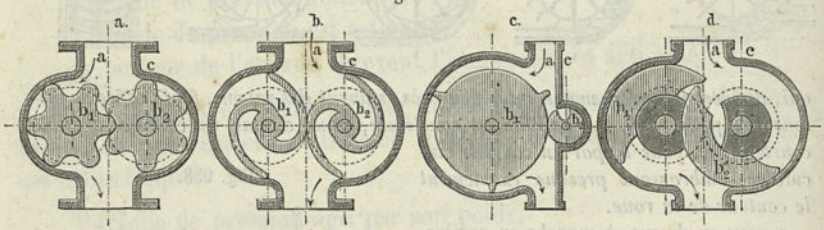
(1) Mentionnons, à titre de curiosité, que, dans l'un des territoires des États-Unis, on a essayé, très sérieusement, d'utiliser, dans une roue à augets, des couches de sable, qui se trouvaient placées en surélévation et qui étaient constamment renouvelées par l'action de vents réguliers.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Dans chacune des machines de la figure 957, l'action de l'eau motrice sur la roue est tout à fait analogue à celle d'une crémaillère sur son pignon, et, envisagée à ce point de vue, la roue hydraulique est, en réalité, une roue dentée. Mais ce mode d'action, du moment où l'eau est supposée n'agir comme moteur que par son poids, ne peut être avantageux que s'il est possible de donner à la roue une hauteur égale ou même supérieure à celle de la chute. Les appareils de la figure 958 permettent sans doute d'employer des roues de plus faibles dimensions, mais ils présentent certaines difficultés, au point de vue de la construction et surtout du fonctionnement. La réunion de deux roues hydrauliques dans une capsule permet, au contraire, d'utiliser le travail de la pesanteur pour une grande hauteur de chute, avec des roues très petites. Les cursoirs qu'on obtient ainsi constituent ce qu'on peut appeler des capsulismes à roues (1). Nous allons en donner quelques exemples.

Figure 959. *a. Capsulisme à roues de Pappenheim. Ici la denture est à contact continu, c'est-à-dire établie de telle sorte que le contact ait toujours lieu au moins*

Fig. 959.



en un point du profil, dans le voisinage de la ligne des centres, et que ce point reste sans interruption sur le profil de chacune des roues, dans leur mouvement de rotation. Dans ces conditions, l'engrènement des dents ferme tout passage à l'eau, d'un côté à l'autre; la capsule produit également une fermeture étanche, par suite du contact de sa paroi intérieure avec les sommets des dents et les bases des deux roues. Si l'on suppose que l'on fasse arriver de l'eau en charge par le conduit supérieur, cette eau, en s'introduisant dans les vides entre les dents et la paroi de la capsule, fait tourner les deux roues. Ces deux roues se trouvent constamment reliées, à l'extérieur de la capsule, par une paire de roues dentées, travaillant autant que possible sans jeu. Le capsulisme à roues, qui est très ancien et paraît remonter à plus de deux cent quarante ans, a été employé, à l'origine, comme pompe à eau, mais il peut également, comme on vient de le voir, être utilisé comme machine rotative, sous l'action de l'eau ou d'un fluide quelconque; il peut même, à la rigueur, être employé comme compteur à eau.

(1) Nous conservons ici l'expression de *Capsulisme* que nous avons adoptée, dans l'édition française de la Cinématique de Reuleaux, pour désigner un mécanisme dans lequel se rencontrent une capsule (un récipient de forme quelconque) et un piston qui s'y ajuste exactement. V. page 368 de la Cinématique.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

b. Capsulisme à roues (compteur à eau) de Payton, avec denture à développantes. Ici le contact des dents n'est pas continu comme dans le dispositif précédent, mais le tracé est fait de telle sorte qu'un nouveau contact commence avant que celui qui le précède ne soit terminé. Un passage du fluide ne peut donc pas avoir lieu dans la position d'engrènement; toutefois, une partie du fluide (celle qui tombe dans les vides formés par la face postérieure des dents) se trouve ramenée par chaque roue dans le conduit inférieur. Il convient d'éviter avec soin les compressions de ces quantités d'eau ramenées en arrière.

c. Capsulisme à roues de Eve. Le rapport des nombres de dents, ou des diamètres, des deux roues est de 1 : 3. Le contact des dents n'est pas continu. Dans tous les capsulismes à roues, que le contact soit continu ou non, le volume d'eau théorique écoulé est exactement ou très sensiblement égal au volume de l'anneau compris entre les deux cylindres passant par les sommets et les pieds des dents, c'est-à-dire au volume de l'anneau denté pour une des roues.

d. Capsulisme à roues de Behrens. Ici les deux roues sont à une seule dent (comme dans le capsulisme de Repsold, dont il sera question un peu plus loin) et elles ont, en outre, la forme de roues boucliers (V. § 211). Par là se trouve réalisé le grand avantage que l'étanchéité entre les deux roues est, en fait, assurée par le contact de surfaces, au lieu de l'être par le contact de simples lignes. Il n'est plus, dès lors, indispensable que les profils des dents soient rigoureusement en contact, et l'on se borne à leur donner une forme telle qu'ils passent à une petite distance l'un de l'autre. Le capsulisme de Behrens, en raison des conditions favorables qu'il présente au point de vue du piston, pourrait être très convenablement utilisé comme machine motrice à eau, si les impuretés que renferment presque toujours les eaux des chutes naturelles n'étaient pas de nature à faire disparaître assez rapidement l'étanchéité.

Dans les capsulismes à roues, le mouvement de passage du liquide n'a pas lieu d'une manière uniforme, et le défaut d'uniformité est d'autant plus prononcé que le nombre des dents des roues pistons est plus faible; les capsulismes, comme appareils actionnés par l'eau, ne conviennent donc que pour de faibles vitesses; dans le cas contraire, les pertes dues aux chocs deviennent une cause assez importante de détérioration.

§ 317.

Cursoirs dans lesquels l'organe de pression actionne par sa force vive.

Pour actionner des cursoirs par force vive, on peut utiliser des organes de pression liquides ou aériformes, comme le montrent les exemples suivants.

Fig. 960. a. Roue de rivière, roue pendante de bateau; les organes recevant l'impulsion sont des palettes plates, radiales, ou, comme ici, légèrement inclinées, qui sont actionnées par le courant; l'effet utile de ces roues est extrêmement faible.

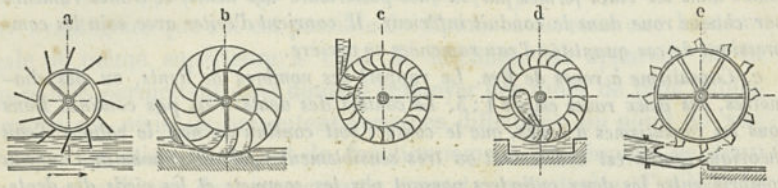
b. Roue Poncelet; les aubes présentent la forme de canaux à parois courbes. Sur ces aubes ou sur le coursier qui les entoure, la veine fluide s'élève sans choc,

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

en vertu de sa vitesse, et redescend ensuite, abandonnant sa force vive, avec un effet utile assez élevé.

c. Roue tangentielle, à introduction d'eau extérieure (roue de Zuppinger), aubes analogues à celles de la roue Poncelet, mais fortement recourbées en arrière, sur

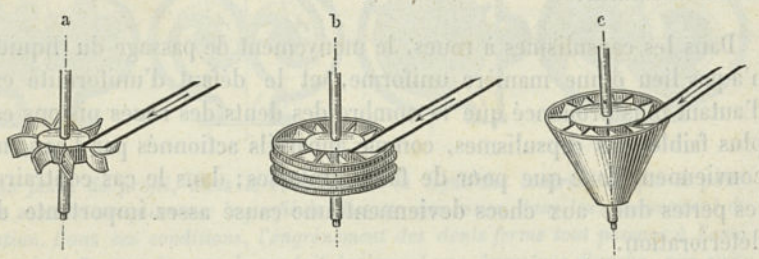
Fig. 960.



leur bord intérieur. La veine liquide vient heurter la paroi de l'aube, lui abandonne sa force vive et sort à l'intérieur avec une vitesse très faible. d, Roue tangentielle à introduction d'eau intérieure; la veine liquide, qui, d'ailleurs, agit comme dans la roue précédente, sort à l'extérieur. e. Roue Hurdy-Gurdy, des Américains; les organes recevant l'impulsion sont des aubes en forme de cuillères; l'ensemble constitue, en réalité, une roue tangentielle à introduction d'eau extérieure, d'un grand diamètre, avec un petit nombre d'aubes. La roue Hurdy-Gurdy, qui n'avait à l'origine qu'un caractère de construction provisoire, assez grossière, est devenue aujourd'hui une roue hydraulique dont l'effet utile est élevé (1).

Les roues hydrauliques que représente la figure 961 *sont toutes à introduction d'eau latérale. a, Roue hérisson, qu'on rencontre encore parfois utilisée pour les*

Fig. 961.



cours d'eau de montagnes; construction primitive et grossière, d'un très faible rendement. b, Ancienne turbine de Borda, nommée aussi vis hydraulique, composée de canaux héliçoïdaux, entourés d'une enveloppe cylindrique. c, Danaïde, turbine très primitive, à introduction d'eau latérale, constituée par des canaux héliçoïdaux, avec enveloppe de forme conique.

Dans toutes les roues énumérées jusqu'ici, en partant de celles de la figure 958, la force vive est cédée à une paroi de canal, sous la forme de simple pression. Aussi toutes ces roues ont-elles été désignées sous le nom de roues à pression.

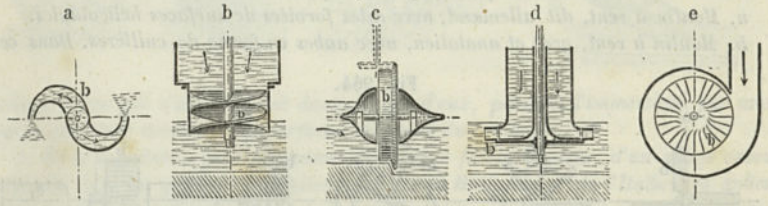
(1) Elle a été perfectionnée notamment par *Pelton* (Nevada City). Ce constructeur livre des roues allant jusqu'à 300 chevaux. V. Mining and Scientific Press, Oct. 1884, p. 246, et juillet 1885, p. 21. Escher Wyss et Cie, de Zurich, construisent des roues Pelton, avec boîte à vanne, pour la commande de machines dynamo-électriques.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

L'action de la force vive s'exerce d'une manière toute différente dans les roues suivantes, immergées et traversées par le courant d'eau ; la pression agit, en effet, simultanément sur toutes les parois du canal rempli par le liquide Il se produit là un recul, ou, comme on dit encore, une réaction hydraulique du fluide s'écoulant de chacun des canaux, sous la forme d'un jet distinct. C'est pour ce motif que ces roues ont reçu le nom de roues ou turbines à réaction (1).

Figure 962. *a, Roue de Segner. Le courant d'eau, qui entre ici par l'axe et qui s'échappe aux extrémités du canal, fait tourner la roue par réaction. b, Turbine héliçoïdale, que l'eau remplit complètement. Le moulinet de Woltmann peut être*

Fig. 962.

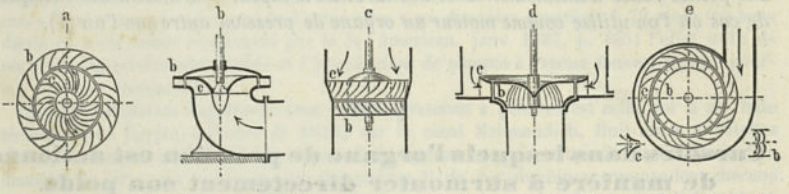


considéré comme une portion de turbine de ce genre. c, Turbine à courant de Girard, à introduction d'eau latérale et immersion partielle. d, Turbine de Cadiat, à introduction intérieure. e, Turbine de Thomson, à introduction extérieure, avec axe horizontal; l'échappement de l'eau se fait à l'intérieur et des deux côtés suivant la direction de l'axe.

Dans les cinq exemples précédents, le courant d'eau arrive sans être divisé jusqu'aux divers canaux de la partie mobile, où sa division se fait alors d'elle-même par les parois de ces canaux; dans les roues des exemples suivants, le courant principal se trouve, au contraire, divisé par des directrices en une série de courants distincts.

Figure 963. *a, Turbine Fourneyron, à immersion complète et à introduction intérieure, avec directrices; la couronne de ces directrices est fixée invariablement*

Fig. 963.



à ce qu'on appelle la roue guide, sur laquelle l'eau arrive dans la direction de l'axe.

b, Turbine Fourneyron, avec introduction d'eau par le bas, qu'on appelle aussi

(1) On a proposé aussi le nom de turbine à action, mais sans grand succès. L'expression technique de « réaction de l'eau » n'est peut-être pas très heureuse, mais elle peut cependant être utilisée. Si l'on tenait à remplacer l'expression de réaction par une autre meilleure, il faudrait revenir à celle de roues à pression.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

assez souvent turbine Nagel, du nom d'un constructeur qui en a fait un grand nombre d'applications.

c, Turbine Jonval (ou Henschel), à immersion complète, et à introduction latérale, avec directrices sur la roue guide c.

d, Turbine Francis, à immersion complète et à introduction extérieure, avec roue directrice guide c.

e, Turbine Schiele; turbine double, immergée et à introduction extérieure, avec double écoulement latéral, dans la direction de l'axe; une roue directrice c, fixe, a pour effet d'accélérer, d'une façon continue, la vitesse de l'eau jusqu'à son entrée dans les aubes mobiles.

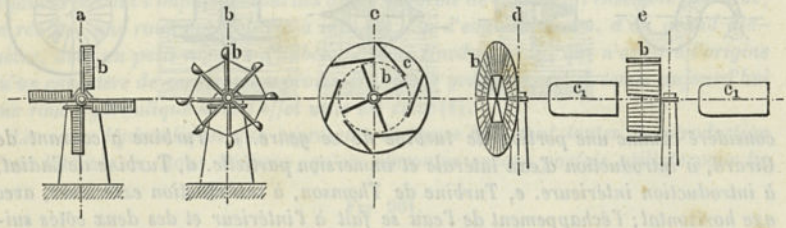
Dans les trois dernières turbines à immersion complète, on peut installer avec avantage, à la partie inférieure de la roue, une colonne d'aspiration (V. fig. c et d).

Pour les organes de pression aériformes, en particulier pour le vent, on emploie les roues ou moulins à vent, que représente la figure 964.

a, Moulin à vent, dit allemand, avec ailes formées de surfaces héliçoïdales.

b. Moulin à vent, grec et anatolien, avec aubes en forme de cuillères. Dans ces

Fig. 964.



deux roues, l'action du vent est analogue à celle du courant d'eau dans les roues à pression énumérées précédemment.

c. Moulin à vent polonais, avec couronne c d'aubes directrices fixes.

d. Moulin à vent américain (de Hallady), avec un grand nombre d'aubes en bois, étroites, qui, sous l'action de la pression d'un vent d'une certaine force, se placent plus ou moins parallèlement à l'axe de la roue et qui, par l'action d'un dispositif à contrepoids, sont ensuite ramenées à leur position primitive; e indique la position des aubes, déplacées sous la pression d'un grand vent; le gouvernail c_1 a pour effet d'amener automatiquement l'axe de la roue dans la direction du vent. Des petites roues d'anémomètres et des turbines à vapeur fournissent des exemples de cas où l'on utilise comme moteur un organe de pression autre que l'air (1).

§ 318.

Cursoirs dans lesquels l'organe de pression est actionné de manière à surmonter directement son poids.

L'emploi de cursoirs, destinés à l'élévation de fluides, et principalement de l'eau, remonte à une époque très reculée ; les machines de

(1) En raison de la petitesse de la masse mécanique de la vapeur, l'emploi de turbines de ce genre n'est pas avantageux; toutefois, elles ont été utilisées dans ces derniers temps pour quelques cas particuliers, par ex., pour la commande de scies à rails et de machines dynamos.

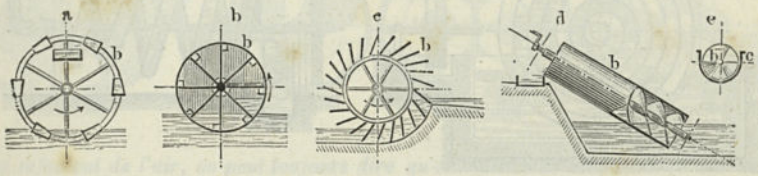
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

cette espèce appartiennent, en réalité, aux inventions les plus anciennes du domaine des machines, proprement dit.

Figure 965. *a. Roue élévatoire, munie de pots, de godets ou de seaux, qui servent à élever de l'eau; elle peut être actionnée par des hommes ou des animaux et souvent aussi par une roue pendante* (*V. fig.* 960 *a*) (1).

b. Tympan des anciens (*Archimède*), *resté en usage jusqu'à ces derniers temps; les secteurs abandonnent, à peu près à la hauteur de l'axe, et près de cet axe, le*

Fig. 965.



volume d'eau qui s'est introduit dans chacun d'eux, pendant l'immersion, par une petite ouverture ménagée à la surface extérieure du tambour.

c. Roue à palettes, pour élévation de l'eau à faible hauteur, d'un usage assez répandu dans les polders de l'Allemagne, de la Hollande et de l'Italie; les aubes sont, tantôt tout à fait droites, tantôt pliées à leur extrémité, ou encore complètement courbes et emboîtées dans un coursier (2).

d. Vis d'Archimède, qui, avec l'inclinaison indiquée, convient bien pour élévation d'eau. La vis d'Archimède est également très propre, dans toutes les positions, à l'élévation d'organes de pression en poudre ou en grains. Lorsqu'elle sert comme vis de transport, le tuyau qui forme l'enveloppe de la vis b est supprimé et remplacé par une caisse fixe, comme l'indique, par exemple, la figure e; lorsque la vis de transport est très inclinée, ou même verticale, la caisse doit être complètement fermée sur tout le pourtour (3).

Dans la pompe spirale (*fig.* 966 *a*), *les canaux de forme courbe de la vis d'Archimède se trouvent, en quelque sorte, ramenés dans un plan. Ici, en raison des masses d'air emprisonnées entre les différents tronçons d'eau, successivement puisés,*

(1) De grandes roues de cette dernière espèce sont en usage, en Syrie depuis plusieurs siècles, et en particulier sur l'Oronte (ou Nahr el Aasy), au nord de Damas. Dans la ville de Hamath (40 000 hab.), l'eau nécessaire à la consommation est obtenue au moyen de douze roues de ce genre. La plus grande d'entre elles a un diamètre supérieur à 70 pieds (un beau dessin en a été donné récemment par le Sc. American, janv. 1887, p. 65); l'effet utile de ces roues est extrêmement faible et l'introduction de pompes à vapeur dans ces régions pourrait être très rémunératrice.

(2) Une installation importante avec roues élévatoires à palettes est celle qui a été faite récemment en Égypte, à l'usine de Atfeh, sur le canal Mahmoudieh. Huit roues à palettes planes, légèrement inclinées sur le rayon, d'une largeur comprise entre 3^{m} et 3^{m},60 et d'un diamètre de 10^{m}, sont actionnées par 6 machines (2 de ces machines commandent chacune 2 roues); elles puisent dans le Nil l'eau nécessaire pour le service du canal et l'élèvent, en moyenne, à 2^{m},60. Pour les quatre roues les plus anciennes, la vitesse à la circonférence est de 1^{m},20; elle n'est que de 0^{m},9 pour les quatre plus récentes (celles qui sont commandées par 2 machines à vapeur). Le débit pour chacune de ces 4 dernières roues est de 144^{mc} par tour et de 176^{mc} pour les autres; en 24 heures les 8 roues peuvent élever 2 922 700^{mc} à la hauteur précédemment mentionnée (v. Engineer, janv. 1887, p. 57). V. aussi la nouvelle installation de pompes centrifuges, p. 893.

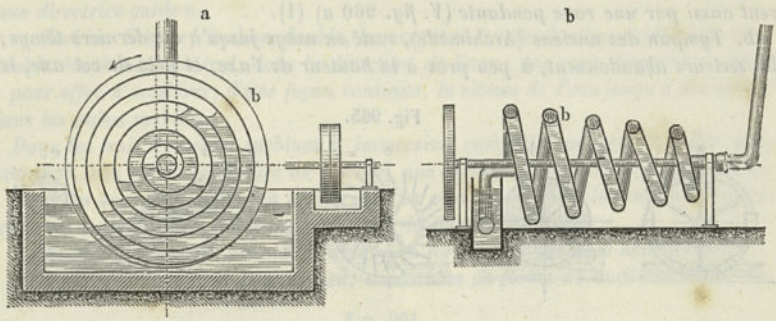
(3) Une nouvelle forme de vis de transport est celle de la spirale en fils métalliques imaginée par l'ing. E. Kreiss, de Hambourg.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

on peut arriver à augmenter la pression exercée sur le liquide et réaliser, par suite, une augmentation sensible de la hauteur d'élévation (1).

Figure 966. *b. Pompe spirale conique, ou Cagniardelle* (2). *Dans cet appareil*

Fig. 966.



les différences de hauteur des tronçons de liquide puisés sont en rapport avec les diamètres du cône. La Cagniardelle peut également être utilisée comme machine soufflante, à la condition de maintenir l'eau puisée à une hauteur correspondant à la pression de l'air.

Les appareils à chapelets de la figure 958 peuvent, par l'introduction d'une force motrice, être transformés en appareils propres à l'élévation de liquides et, sous cette forme, ils trouvent de nombreuses applications; c'est ainsi, par exemple, que la disposition de la figure 958 *b* conduit à la pompe à chapelet en usage dans l'exploitation des mines, à la roue élévatoire à aubes, en donnant au tube enveloppe une position inclinée, etc. Avec la disposition de la figure 958 *a*, on retombe sur la chaîne sans fin des dragues, la noria des moulins, l'aspirateur des magasins de grains, etc.

Par une transformation analogue, relativement au mode de commande, les capsulismes à roues, dont il a été précédemment question (p. 884), trouvent des applications variées comme appareils élévatoires; il convient de donner ici quelques nouveaux exemples de capsulismes de ce genre.

(1) Les fabricants *Klein*, *Schanzlin* et *Becker*, de Frankenthal, fournissent des pompes spirales pour divers usages (pâtes à papier, pulpe de betteraves, liquides boueux, etc.), et dans les conditions suivantes :

Hauteur d'élévation en m. . .	0,74	1,50	2,42	3,47	4,65	5,94	8,82	10,40
Nombre de tours par 1′. . . .	22	20	19	18	17	16	16	15
Diamètre extérieur en *m*. . .	0,78	0,95	1,08	1,20	1,32	1,43	1,53	1,71

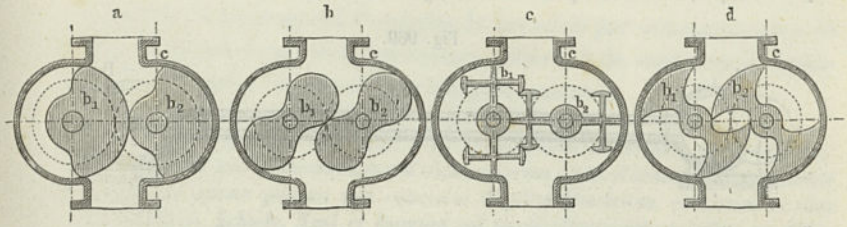
(2) Du nom de son inventeur, *Cagniard-Latour*. Cet appareil a reçu un grand nombre de modifications de forme et de disposition. Ordinairement on fait plonger complètement la Cagniardelle dans un réservoir d'eau; la figure montre qu'avec une disposition convenable du tuyau d'aspiration, on peut arriver à donner au réservoir d'eau une petite section.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Figure 967. *a. Pompe de Repsold ; capsulisme dont les roues ne portent qu'une seule dent, tracée, d'ailleurs, d'après les règles du* § 207.

b. Pompe de Root ; capsulisme à roues à deux dents, d'une disposition tout à fait analogue à celle de Pappenheim (fig. 959 *a), utilisé de préférence comme ventilateur de forge et d'un usage très répandu. Dans les appareils de ce genre,*

Fig. 967.



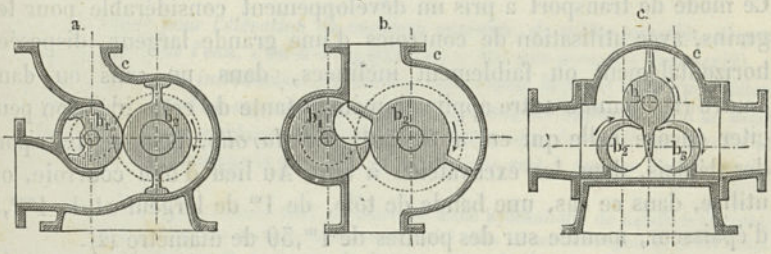
qui refoulent de l'air, on peut toujours dire qu'on surmonte la résistance due au poids de l'organe de pression, puisqu'on déplace, en la reportant plus loin, la colonne d'air à élever, qui est comprise dans la mesure en atmosphères ; il n'est pas nécessaire, dès lors, d'établir une distinction entre les pompes pour liquides et air.

c. Ventilateur de Fabry, destiné à l'aération des mines, capsulisme à roues à deux dents, avec contact non continu.

d. Capsulisme à roues à deux dents, à contact non continu, imaginé d'abord par Root comme ventilateur et qui a été transformé plus tard par Greindl pour en faire spécialement une pompe à eau.

Greindl a employé également la forme de la figure 968 *a, avec* 2 *dents sur l'une des roues et* 1 *sur l'autre ; il a toujours considéré, et avec raison, qu'il était particu-*

Fig. 968.



lièrement important de prévenir les compressions d'eau (1). *Précédemment Évrard avait imaginé, pour un appareil soufflant, la disposition b, dont la première ne diffère pas en principe.*

e. Capsulisme à trois roues, utilisé d'abord par Baker, comme machine soufflante, puis par Noël, comme pompe à eau.

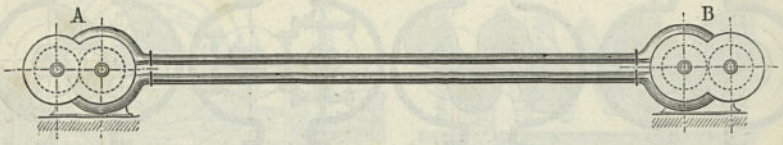
(1) On peut trouver des détails extrêmement complets sur cette pompe, et sur les divers perfectionnements qu'elle a reçus, dans des mémoires du baron *Greindl* et dans l'ouvrage de M. *Poillon*. « Traité des pompes et machines à eau », Paris, 1885. Dans cet ouvrage, M. Poillon exprime le regret que l'auteur ait cru devoir décrire, dans sa Cinématique, divers systèmes de pompes, sans se préoccuper du point de vue des compressions d'eau. C'est là une erreur, comme M. Poillon pourra facilement s'en assurer, en se reportant aux §§ 96 et 100 (pages 425 et 430) de l'édition française de la Cinématique.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Il convient de signaler encore que Behrens avait établi son capsulisme à roues (fig. 959 d) pour être utilisé, non seulement comme machine rotative à vapeur, mais encore comme pompe à eau. En 1867, il avait exposé une pompe à vapeur, comprenant deux capsulismes sur le même axe, l'un destiné à recevoir l'action de la vapeur, l'autre, à agir comme pompe de refoulement.

On pourrait également imaginer deux capsulismes à roues combinés, comme, par exemple, dans la disposition de la figure 969, de manière à exercer une action

Fig. 969.



l'un sur l'autre. L'un de ces capsulismes A refoulerait de l'eau, destinée à mettre en mouvement le second B, placé, à la rigueur, à une très grande distance, et l'eau, à la sortie de ce dernier, pourrait être ramenée au conduit d'aspiration du premier capsulisme. L'ensemble constituerait un train de second ordre (V. § 261), dont le mode d'action serait analogue à celui d'une transmission par chaîne ou par courroie. Les pertes d'effet pourraient, toutefois, n'être pas sans importance.

Il nous reste à mentionner, en dernier lieu, les machines qui, avec l'addition d'un organe de traction, servent à transporter les organes de pression en grains, en poudre, etc. Ce sont celles qui, avec des toiles et courroies sans fin, des chaînes à lattes, etc., sont destinées à transporter, par exemple, des graviers, des sables, des matières fibreuses, etc. Ce mode de transport a pris un développement considérable pour les grains, avec utilisation de courroies d'une grande largeur, disposées horizontalement ou faiblement inclinées, dans un sens ou dans l'autre (1). Comme autre application importante de cette idée, on peut citer encore celle qui en a été faite par *Marolle*, pour le transport des déblais, dans les excavateurs à sec. Au lieu d'une courroie, on utilise, dans ce cas, une bande de tôle, de 1^{m} de largeur et de $1^{mm},5$ d'épaisseur, montée sur des poulies de $1^{m},30$ de diamètre (2).

(1) Il existe à Cologne une belle installation de ce genre. V. pour plus de détails, les *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*. Vol. VI, 1884-85, p. 400. La *Duluth Elevator Company* construit des appareils de transport de cette espèce sur de très grandes dimensions. La courroie, dont la largeur est ordinairement de $36''$ ($0^{m},90$), mais qui, dans certains appareils récents, a été portée à $50''$ ($1^{m},27$), est en caoutchouc, à 4 plis de toile; elle fonctionne à une vitesse de 10 à $12',9$, c'est-à-dire, en nombres ronds, de 3 à $3^{m},9$ par seconde, et transporte les grains qu'elle reçoit à des distances variables de 2^{m} à 275^{m}, et même au delà. Pour donner une idée de la quantité transportée, il suffit de mentionner qu'une courroie de $36''$ débite, par heure, 14 000 Buschel, ou 175 tonnes de blé. On ne craint pas de donner à la courroie une inclinaison de 45°, en supposant la vitesse réglée en conséquence.

(2) Quinze appareils de ce genre ont fonctionné au canal de Panama, avec une distance de transport de 56^{m}. La vitesse de la bande mobile était de 3 à 4^{m} et, dans les terrains exceptionnellement favorables, elle pouvait aller à 10 ou 12^{m}. V. Revue industrielle, 1885, p. 154.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

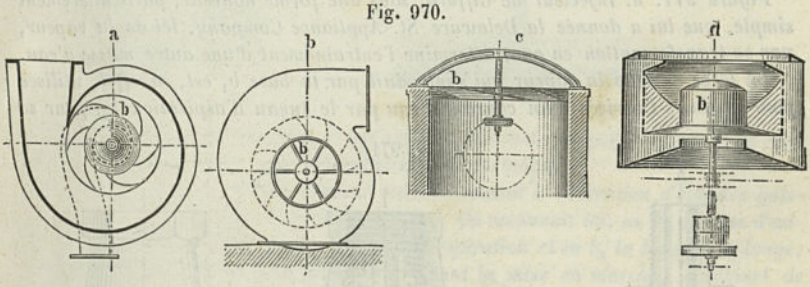
§ 319.

Cursoirs dans lesquels l'organe de pression est actionné par communication de force vive.

La mise en mouvement d'organes de pression par communication de force vive donne lieu, sous des formes variées, à de nombreuses applications, comme le montrent les exemples suivants.

Figure 970. *a. Pompe centrifuge, avec introduction intérieure, pour liquides. L'action s'exerce par l'intermédiaire d'aubes courbes ; afin d'obtenir un rendement plus élevé, on ajoute parfois une couronne d'aubes directrices, entourant la roue mobile. Gwynne, Schiele, Neut et Dumont ont particulièrement contribué au développement des pompes centrifuges* (1). *On a également employé avec avantage ce*

Fig. 970.



genre de pompes pour l'élévation de matières vaseuses, de sables mouillés, de graviers mélangés à de l'eau, c'est-à-dire qu'on en a fait une pompe à draguer (2).

b. Ventilateur, à introduction intérieure, dans lequel la force centrifuge détermine le mouvement d'un organe de pression aériforme; cet appareil est d'un usage très répandu comme machine soufflante. D'un autre côté, lorsqu'il est muni d'un tuyau d'aspiration, comme la pompe a, le ventilateur sert à aspirer l'air impur, à

(1) Dans le courant de l'année 1887, la nouvelle usine hydraulique de Katatbeh (Égypte), destinée à l'alimentation du canal de même nom, a été mise en service régulier. Cette installation, qui a été faite par M. J. Farcot, de Paris, comprend cinq pompes centrifuges, commandées chacune par une machine à vapeur spéciale. Le diamètre de ces pompes est de $3^m,8$ et la vitesse à la circonférence de $6^m,36$; la quantité d'eau à fournir, d'après le marché, était de 2 millions $^1/_2$ de mètres cubes, par 23 heures, pour les cinq roues, la hauteur d'élévation variant entre $0^m,3$ et 3^m. V., pour la description détaillée, le Portefeuille des mach. d'Oppermann, décembre 1887.

(2) La pompe centrifuge a été employée avec succès pour la construction du canal d'Amsterdam à la mer du Nord et, plus tard, sur une très grande échelle, pour l'établissement du port de Oakland, près de San Francisco. Par l'action d'un courant d'eau énergique, on commençait par délayer une partie du terrain, et une pompe centrifuge, de $1^m,85$ de diamètre, venait ensuite prendre la boue, ainsi formée, pour la refouler dans une conduite (de $0^m,50$ de diamètre), supportée par un flotteur et qui l'amenait jusqu'au point choisi pour la décharge. La plus grande longueur de la conduite a été de 870^m. En huit mois, la quantité de boue transportée a été, en moyenne, de 23000^{mc}. V. Engineering, juillet 1884, p. 26. V. aussi Revue industrielle, 1887, p. 13.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

enlever les poussières de toute espèce, la sciure, les copeaux et autres menus déchets des ateliers, et il constitue, dès lors, un des moyens les plus puissants d'assainissement pour les salles de fabriques (1) *et d'aération pour les mines* (*Ventilateur Guibal*).

c. Ventilateur héliçoïdal, appelé aussi ventilateur de Steib; il peut servir, à la rigueur, aux mêmes usages que l'appareil précédent, mais il a une action notablement plus faible; il convient mieux pour les élévations d'eau et il se trouve, en particulier, assez fréquemment employé dans les polders de la Hollande.

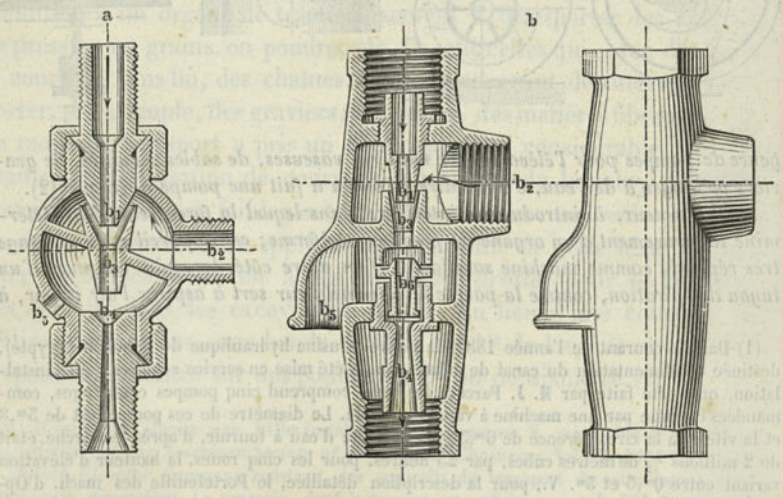
d. Essoreuse, ou centrifuge; cet appareil sert à dessécher les matières fibreuses ou en grains, qui sont humides, à séparer des fluides d'après les poids spécifiques (*Essoreuses de lait, etc.*). *Ses applications sont très nombreuses.*

Pour communiquer la force vive à un organe de pression qui doit être entraîné, on peut, au lieu d'une roue, ou d'un autre élément de machine rigide, utiliser un second organe de pression, soit liquide, soit gazeux. Les pompes à jet, ou injecteurs, répondent à ce but spécial.

Figure 971. *a. Injecteur de Giffard, sous une forme nouvelle, particulièrement simple, que lui a donnée la Delaware St. Appliance Company. Ici de la vapeur, par sa transformation en eau, détermine l'entraînement d'une autre masse d'eau.*

La force vive de la vapeur qui s'introduit par la buse b_1 *est, en effet, utilisée pour produire l'arrivée d'un courant d'eau par le tuyau d'aspiration* b_2, *pour se*

Fig. 971.



mêler avec elle dans la buse de mélange b_3, *en se condensant, et finalement pour lancer ce mélange dans la buse de sortie* b_4. *Avant l'établissement de l'état permanent, l'eau rejaillit en avant de* b_4 *et s'écoule par le tuyau de trop-plein* b_5. *L'admission de vapeur est réglée par un robinet disposé au-dessus de* b_1.

b. Injecteur de Gresham, à remise en marche automatique, disposé de telle sorte qu'après un arrêt de fonctionnement, dû à l'absence d'arrivée d'eau par le tuyau b_2,

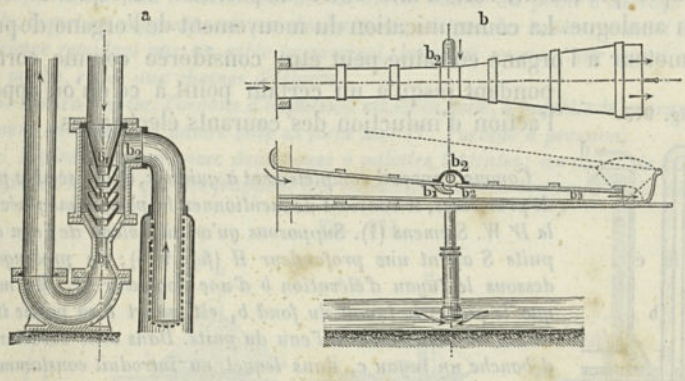
1. Sturtevant, de Boston, construit d'excellents ventilateurs pour ce but spécial et pour un grand nombre d'autres applications.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

la marche régulière se rétablit d'elle-même, dès que l'eau vient baigner de nouveau le pied du tuyau d'aspiration. A cet effet, entre b_3 et b_4, se trouve interposée une buse b_6, qui peut se mouvoir librement et qui, sous l'action des pressions exercées sur elle, par le bas et par le haut, vient se placer à distance convenable de b_3.

Figure 972. a. Injecteur de Friedmann. La buse de mélange b_3 est constituée par une série d'entonnoirs superposés, destinés à réaliser l'introduction du courant

Fig. 972.



d'eau par portions successives, ce qui est très favorable au point de vue de la condensation de la vapeur et de l'entraînement du mélange.

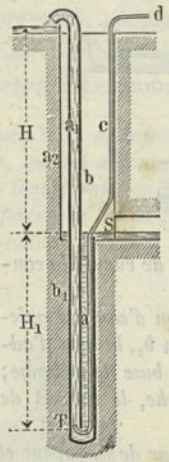
b. Pompe à jet de Nagel, destinée essentiellement à l'élévation d'eau des galeries de mines, au moyen d'un courant d'eau. On reconnaît ici, en b_1, la buse d'admission de l'eau motrice, en b_2 le tuyau d'aspiration et en b_3 la buse de mélange; une buse de sortie n'est pas nécessaire. Avant la mise en marche, le robinet de réglage à l'extrémité de b_3 est fermé.

Dans la machine soufflante à jet de vapeur, l'air est aspiré par de la vapeur et entraîné (c'est ce qui se passe, par exemple, dans le four à coupole d'Herbertz). On peut également produire le même effet avec de l'air à forte pression et arriver ainsi par là à lancer de l'eau (pulvérisateurs). Inversement, au moyen d'un courant d'eau, on peut aspirer de l'air et déterminer son entraînement (comme dans la pompe à air de Bunsen), etc. La soufflerie à jets a trouvé rapidement des applications nouvelles d'une grande importance. Parmi ces applications figure au premier rang celle qui se rapporte à l'alimentation des foyers par du pétrole : une pompe à jet à vapeur sert à lancer l'huile sous forme très divisée, soit dans le foyer d'un four métallurgique, soit encore dans celui d'une chaudière de navire à vapeur. Il semble que, pour les chaudières marines, on peut entrevoir, dans un avenir plus ou moins éloigné, le remplacement du charbon par le pétrole. Suivant le procédé indiqué par W. Siemens, c'est à la partie inférieure qu'on établit le réservoir d'huile, en laissant accès à l'eau de mer par une série d'ouvertures, ménagées dans le fond du navire. La quantité de pétrole consommée se trouve, dès lors, remplacée directement par de l'eau de mer; toute la charge de liquide du réservoir sert, en même temps, comme lest. On peut également mettre en mouvement ou élever, au moyen de pompes à jet, des organes de pression de forme granuleuse, comme du sable, des blés, etc.; ordinairement c'est au moyen d'un courant d'air, dans lequel elles flottent, que les matières sont entraînées; mais, dans certains cas, on peut aussi recourir à un courant d'eau.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Les pompes à jet présentent cette particularité très remarquable que leur action s'exerce simplement par guidage du courant de l'organe de pression, ou, si l'on veut, que l'entraînement est déterminé uniquement par guidage (v. § 311) ; il convient, toutefois, de ne pas perdre de vue que la production du courant d'entraînement lui-même suppose déjà l'existence, soit d'un bief, comme celui mentionné dans l'exemple précédent, soit d'une autre disposition susceptible d'une action analogue. La communication du mouvement de l'organe de pression moteur à l'organe entraîné peut être considérée comme correspondant jusqu'à un certain point à ce qu'on appelle l'action d'induction des courants électriques.

Fig. 973.



Comme appareil complètement à guidage, et qui semble plein de promesses, il convient de mentionner la pompe imaginée par le Dr W. Siemens (1). *Supposons qu'on ait à élever de l'eau d'un puits S ayant une profondeur H (fig. 973); on prolonge en dessous le tuyau d'élévation b d'une longueur H_1, de même que le puits; le tuyau du fond b_1 est ouvert à sa partie inférieure et donne accès à l'eau du puits. Dans cette ouverture T débouche un tuyau c, dans lequel on introduit constamment, par la partie supérieure d, de l'air à une pression légèrement inférieure à celle qui correspond à la colonne d'eau H_1. Cet air pénètre dans le tuyau d'ascension sous forme de bulles, et émulsionne le liquide, en formant avec lui un mélange dont la densité est inférieure à celle de l'eau. Ce mélange de bulles et d'eau s'élève, dès lors, sous la pression de l'air du tube c et vient se déverser, d'une manière continue, au niveau supérieur. Les bulles d'air se détendent pendant la période d'ascension et cèdent ainsi le travail de compression qu'elles ont reçu. Siemens recommande de faire $H_1 = H$, c'est-à-dire d'arriver à $^1/_2$ pour le poids spécifique du mélange d'air et d'eau.*

§ 320.

Cursoirs dans lesquels le porteur de l'organe recevant l'impulsion est actionné.

Il ne nous reste plus à examiner que le troisième mode d'entraînement, celui dans lequel le porteur de l'organe recevant l'impulsion est l'élément qui doit être mis en mouvement. Bien qu'il ne se trouve utilisé que sous des formes relativement peu nombreuses, ce mode d'entraînement est cependant d'une très grande importance, en raison du rôle essentiel qu'il remplit dans la marche des vaisseaux. Dans tous

(1) Cette pompe a été désignée sous le nom de *Pompe à geyser*, parce que ses effets sont analogues à ceux des fontaines naturelles d'Islande (Geysers).

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

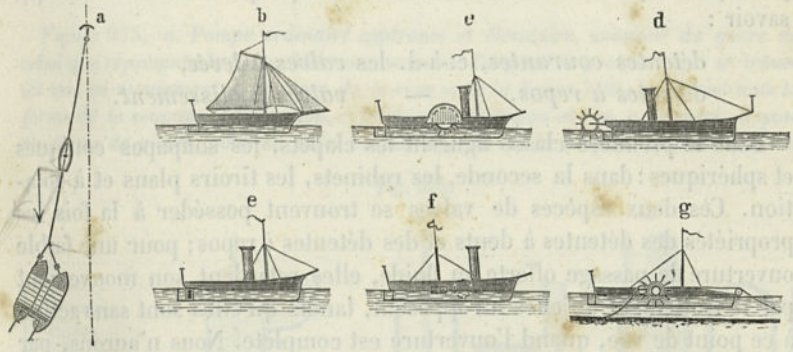
les exemples qui vont suivre, l'action est due à la force vive d'un organe de pression.

Figure 974. *a. Bac de courant, bac flottant, pont volant. L'organe recevant l'impulsion est constitué ici par les parois des bateaux qui, grâce à une disposition convenable des chaînes d'attache, viennent se placer obliquement par rapport à la direction du courant et éprouvent, de la part de ce courant, une action latérale, de telle sorte que le bac tend à décrire un arc de cercle autour du point d'ancrage de son câble, lequel est supporté, soit par des barques, soit par des bouées ; souvent ce câble se trouve remplacé par un câble transversal, immergé ou non, sur lequel se meut une poulie, reliée aux chaînes d'attache.*

b. Navire à voile; l'organe d'impulsion est ici la voile, à laquelle le courant d'air régnant au-dessus du navire cède sa force vive (*V. Turbine à pression*).

c. Navire à vapeur, avec deux roues à palettes latérales; les aubes de ces roues impriment à l'eau qu'elles frappent une impulsion en sens contraire de la direction

Fig. 974.



suivie; cette eau vient, à son tour, exercer une pression sur les aubes et, par leur intermédiaire, sur les axes des roues et leurs supports.

d. Bateau à vapeur, avec roue éperon, ou roue de poupe, qui agit comme les roues du cas précédent.

e. Navire à hélice; une roue héliçoïdale, tournant sous l'action de la vapeur, imprime à l'eau qu'elle frappe une impulsion en sens contraire de la direction de la marche; cette eau, de son côté, exerce, en sens contraire, sur les ailes de l'hélice, une pression, qui se transmet à l'axe de cette hélice et, par suite, au palier de butée, fixé sur les parois du navire.

f. Navire à réaction hydraulique ; une pompe centrifuge, actionnée par une machine à vapeur, communique à l'eau qu'elle aspire une force vive; cette eau s'écoule par des tuyaux d'éjection, disposés longitudinalement, et la force vive qu'elle a reçue se trouve cédée au navire, sous forme de réaction hydraulique (1).

g. Bateau à roues pendantes; les deux roues, que porte le bateau, actionnent un treuil à câble (*lequel peut être un treuil d'enroulement, ou un treuil d'entraînement, V. fig.* 787 *et* 794), *et, par l'intermédiaire de ce treuil, font mouvoir le bateau; c'est, du reste, le plus mauvais de tous les modes de transport connus.*

(1) Ce mode de commande a été essayé, en 1856, par Seydell sur le navire « Albert », puis, vers 1866, par Ruthven sur le « Waterwitsch », et récemment par Thornycrofft pour des torpilleurs; il ne s'est, du reste, pas développé jusqu'ici.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

A l'origine, on a essayé la commande directe par réaction pour la torpille, qu'on chargeait avec de l'acide carbonique; mais on n'a pas tardé à l'abandonner pour lui substituer la commande par air comprimé, au moyen de deux hélices jumelles. La commande directe par réaction est celle des fusées et des projectiles à fusées.

B. MÉCANISMES DE DÉTENTES AVEC ORGANES DE PRESSION.

§ 321.

Avançoirs de fluides dérivés de la détente courante.

Les détentes des organes de pression sont les obturateurs. Elles se laissent diviser, comme les détentes à éléments rigides, en deux classes principales, qui sont absolument les mêmes que pour ces dernières (1), savoir :

détentes courantes, c.-à-d. les *valves à levée*,
détentes à repos, — *valves à glissement*.

Dans la première classe figurent les clapets, les soupapes coniques et sphériques : dans la seconde, les robinets, les tiroirs plans et à rotation. Ces deux espèces de valves se trouvent posséder à la fois les propriétés des détentes à dents et des détentes à repos; pour une faible ouverture de passage offerte au fluide, elles retardent son mouvement par le frottement qu'elles lui opposent, tandis qu'elles sont sans action à ce point de vue, quand l'ouverture est complète. Nous n'aurons, par suite, nul besoin de faire ici une distinction analogue à celle que nous avons dû établir précédemment entre les détentes à dents et les détentes à friction.

Les pompes et les machines motrices à pistons se trouvent être, d'après cela, des mécanismes de détentes. Cette nouvelle manière de les envisager (2) ne saurait tarder plus longtemps à s'introduire dans la pratique, puisque l'ancien mode de conception ne permet plus d'embrasser d'un seul coup d'œil toutes leurs applications, dont le nombre et la variété vont sans cesse en croissant. Les pompes à soupapes, dont nous allons tout d'abord nous occuper, sont des avançoirs de fluides. Nous nous dispenserons, d'ailleurs, de distinguer, dans ces mécanismes, l'action de la pesanteur de celle de la force vive, car ces deux genres d'action se trouvent très souvent réunis.

(1) Comme l'auteur l'a montré dans sa Cinématique, édition française, p. 487 et suiv.

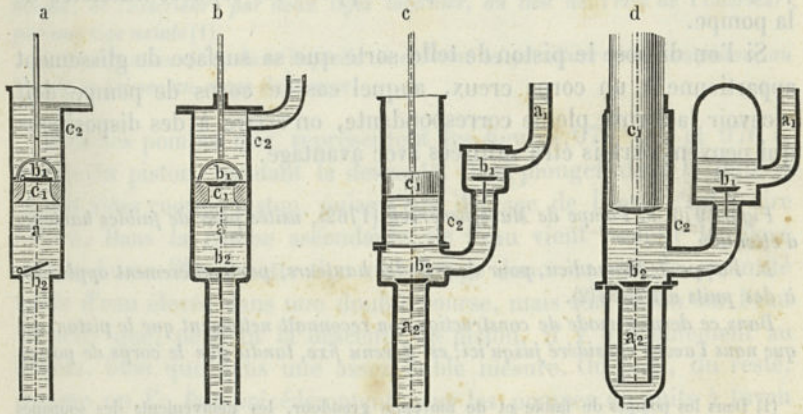
(2) C'est en 1874 que, pour la première fois, l'auteur a publié, dans les *Berl. Verhandlungen* (p. 228), son mode de conception des appareils à pistons, qu'il avait introduit dans ses leçons depuis l'année 1866.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

L'avançoir le plus ancien est l'avançoir à air, et le premier piston utilisé a été le piston à membrane (p. 872), sous la forme d'une peau de bête. C'est le pouce de l'homme qui a rempli tout d'abord la fonction d'une soupape, puis, dans les grands soufflets de forge, ce fut le talon du souffleur (1). Postérieurement s'introduisit l'usage des clapets de cuir. Quant au piston, on eut l'idée de le raidir par l'addition d'une plaque et il prit la forme du piston de la pompe des prêtres (fig. 949); plus tard se produisit celle de notre soufflet ordinaire, avec lames ondulées; on vit ensuite apparaître le piston à disque mobile (avec garniture extérieure), et enfin, après lui (dans la première partie du dernier siècle) (2), le piston plongeur (à garniture intérieure, v. § 312); ces deux derniers pistons ont subi de nombreuses transformations, qui ont conduit aux formes extrêmement variées en usage aujourd'hui. Nous allons maintenant passer aux exemples.

Figure 975. *a. Pompe ordinaire aspirante et élévatoire, avançoir du genre de celui que représente la figure* 749; *a courant de l'organe de pression (qui se trouve ici mis en mouvement, à la place de la roue a de la figure* 749), b_2 *cliquet sous la forme de la soupape d'aspiration,* c_2 *guidage pour piston et eau,* c_1 *support, disposé en forme de piston, pour un autre cliquet* b_1, *qui est la soupape élévatoire. L'eau*

Fig. 975.



qui a été poussée au-dessus de cette soupape s'écoule au dehors, à une certaine hauteur au-dessus du piston; si cette hauteur doit être assez grande, il convient de prolonger le tuyau]de guidage c_2 *d'une longueur correspondante, en même temps que la tige du piston qui se meut à l'intérieur de ce tuyau.*

(1) Les soufflets à pied, représentés dans les peintures murales égyptiennes, n'avaient pas, comme l'ont cru *Wilkinson* et *Ewbank*, des soupapes à clapets; la fermeture de l'orifice se faisait par le talon du souffleur, comme elle se fait encore aujourd'hui dans certains soufflets de l'Inde, dont la forme est presque identique. V. à ce sujet, *Wedding-Percy*, Eisenhüttenkunde, Brunswick, 1864, p. 494; le soufflet à main des Indiens a aujourd'hui encore un orifice d'accès d'air qui se ferme simplement par le pouce.

(2) V. Bélidor, Architecture hydraulique, Paris, 1739, p. 62.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

b. Disposition pour le cas où cette tige et le piston lui-même doivent rester accessibles; l'eau s'élève dans un tuyau établi parallèlement; il est nécessaire d'ajouter une boîte à étoupes, qui assure l'étanchéité au passage de la tige.

c. Pompe, dite foulante, avec piston à disque; d, pompe du même genre, avec piston plongeur. Dans les deux cas, la seconde soupape se trouve dans une boîte disposée sur un tuyau vertical latéral. La colonne d'eau a se trouve maintenant divisée en deux parties, l'une supérieure a_1, l'autre inférieure a_2; celle-ci se trouve déplacée ou élevée, pendant la marche ascendante du piston, tandis que la colonne supérieure l'est pendant la marche descendante.

L'arrêt qui se produit à chaque fin de course, pour les masses d'eau mises en mouvement, donne lieu à des chocs; afin d'en diminuer l'importance, on maintient la vitesse de l'eau suffisamment faible; assez souvent aussi on cherche à détruire l'effet de ces chocs au moyen de réservoirs d'air. Dans la figure d, il existe un réservoir de ce genre sur chacune des colonnes d'eau.

Les pompes précédentes sont ce qu'on appelle des pompes à *simple effet*, parce que, pour une double course du piston, le corps de pompe ne se remplit d'eau qu'une fois. Sous l'expression de remplissage, ou de cylindrée, on doit entendre ici un volume égal au produit de la surface du piston par la longueur de sa course (1).

Les espaces qui existent ordinairement entre les soupapes, le piston et les couvercles, en dehors de l'espace correspondant au remplissage, proprement dit, constituent ce qu'on appelle les *espaces nuisibles* de la pompe.

Si l'on dispose le piston de telle sorte que sa surface de glissement appartienne à un corps creux, auquel cas le corps de pompe doit recevoir la forme pleine correspondante, on arrive à des dispositions qui peuvent parfois être utilisées avec avantage.

Figure 976. *a. Pompe de Munschenbroek* (1762), *usitée pour de faibles hauteurs d'élévation.*

b. Pompe de Donnadieu, pour de grandes hauteurs, particulièrement applicable à des puits artésiens (2).

Dans ce dernier mode de construction, on reconnaît nettement que le piston, tel que nous l'avons considéré jusqu'ici, est devenu fixe, tandis que le corps de pompe

(1) Dans les pompes de faible et de moyenne grandeur, les mouvements des soupapes entraînent des pertes en remplissage, qui vont en diminuant à mesure que la vitesse du piston augmente. Ainsi, dans une série d'expériences (Kœnig, Pumpen, Iena, 1869, p. 40), les quantités d'eau réellement élevées ont été respectivement :

pour 27 à 40	coups doubles	par	minute...	92 p. %	du	volume théorique,
— 50	—	—	—	95	—	—
— 60	—	—	—	98	—	—

Dans les pompes de très grandes dimensions, le remplissage réel peut même parfois dépasser le remplissage théorique; c'est ainsi qu'on a constaté, par exemple, un excédent de 4 p. % pour une pompe de 1^{m} de diamètre, aux mines de Bleyberg (Portefeuille John Cocquerill); ce fait tient à ce que la colonne d'eau en mouvement continue encore à passer à travers la soupape d'aspiration, après l'arrêt de la course du piston (v. Z. D. Ing., juin 1887, p. 516).

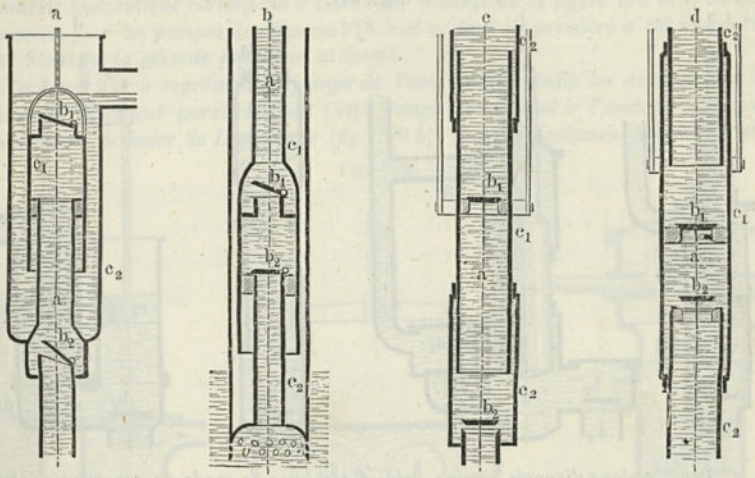
(2) V. *Poillon*, Traité théorique et pratique des pompes, Paris, 1885. Pl. 27.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

et le tuyau sont devenus mobiles, sans que, d'ailleurs, le principe de la pompe se trouve modifié (*V. fig.* 749).

c. Pompe de Althans, avec piston dit télescopique, qui ne diffère de celle de la figure 975 *a qu'en ce que le piston a une plus grande longueur et qu'il est com-*

Fig. 976.



mandé, de l'extérieur, par deux tiges latérales, au lieu de l'être de l'intérieur, par une tige axiale (1).

d. Modification de c, dans laquelle on a donné la garniture creuse au piston, au lieu de la laisser au corps de pompe.

Dans les pompes que représentent les figures 975 *a*, *b* et 976 *a*, la tige du piston, pendant la descente, vient plonger dans le liquide et agit alors comme piston, puisqu'elle déplace de l'eau, c'est-à-dire l'élève. Dans la course ascendante, de l'eau vient remplir la place qu'elle laisse libre ; cette tige ne change donc en rien la quantité totale d'eau élevée dans une double course, mais son action sur l'eau est telle que, pendant la descente du piston, il y a écoulement au dehors, bien que dans une assez faible mesure. On peut, du reste, comme on l'a fait précédemment pour les pompes de puits à tuyau d'ascension ouvert, arriver à rendre les écoulements égaux, pendant la descente et la montée, en munissant la tige du piston d'une garniture, ou en la transformant en piston plein. La pompe qu'on obtient ainsi peut être désignée sous le nom de pompe à double écoulement, ou, plus simplement de *pompe double ;* elle se compose, au fond, de deux pompes dont les soupapes sont communes. Nous allons en donner quelques exemples.

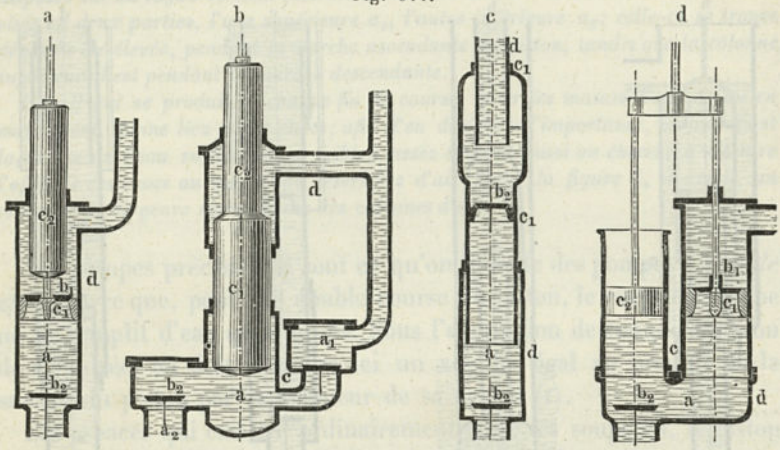
(1) V. aussi les pompes avec des pistons de ce genre, imaginées récemment par les Espagnols Barufet et Veciana, Poillon, p. 194, Pl. 33 et 34.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Figure 977. *a. La tige d'un piston à disque* c_1 *a été élargie, de manière à donner un piston plongeur* c_2, *dont la section est la moitié de celle de* c_1 ; *on a alors ce qu'on appelle aussi une pompe différentielle.*

b. Pompe à deux pistons, de diamètres différents, disposés comme pistons plongeurs, avec soupapes sur boîtes fixes (*Dubuc*) (1).

Fig. 977.

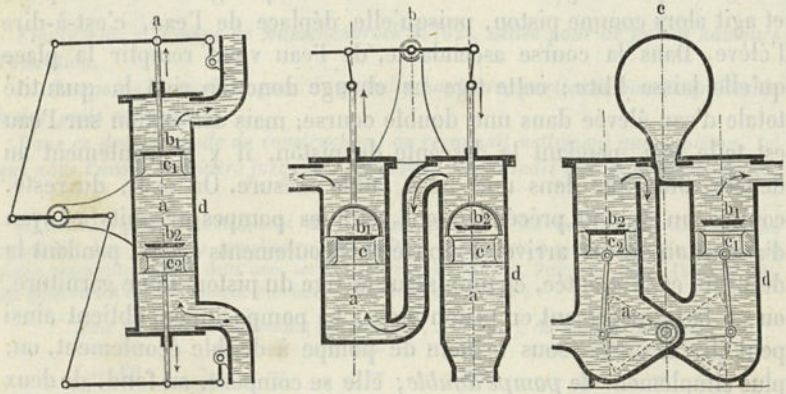


c. Deux pistons disposés comme celui d'Althans ; ce mode de construction (*Rettinger*) *convient très bien pour les pompes de mines.*

d. Le piston auxiliaire, sous forme de piston à disque, est établi parallèlement au piston principal (*disposition imaginée par Trevethik* (2) *vers* 1802).

Les deux colonnes d'eau, supérieure et inférieure, dans une pompe élévatoire, peuvent rester en mouvement pendant les deux périodes

Fig. 978.



de montée et de descente de la tige du piston, à la condition de transformer également en piston le support de la soupape d'aspiration. Le

(1) Distribution d'eau de Saïgon. V. Poillon, Pl. 7.

(2) V. Ewbank, Hydraulics and mechanics, New-York, 1870, p. 280.

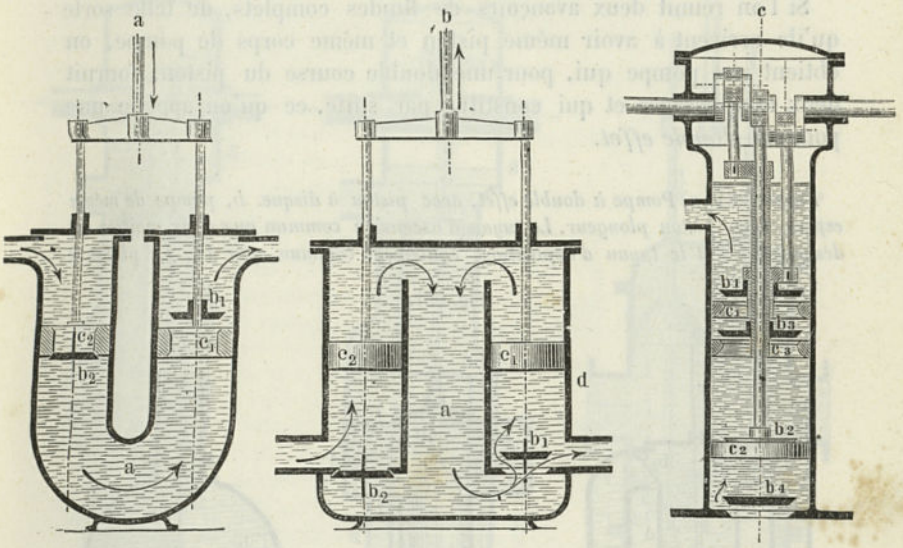
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

mécanisme forme alors un avançoir double (v. p. 661), et on réalise de nouveau une pompe à double écoulement, ou pompe double.

Figure 978. *a. Pompe double, avec deux pistons à soupapes, à mouvements conjugués* (*attribuée à Fourneyron, mais, en réalité, beaucoup plus ancienne*); *cet avançoir hydraulique correspond à l'avançoir à dents de la figure* 750 *a. Il en est de même pour les pompes des figures* 978 *b et c, dont la première a été imaginée par Stoltz, et la seconde par Amos et Smyth.*

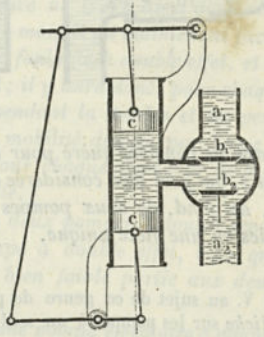
La figure 979 *a représente la pompe de Vose, dans laquelle les deux pistons à soupapes marchent parallèlement. Cette pompe correspond à l'avançoir désigné sous le nom de levier de Lagarousse* (*fig.* 750 *b*). *Il serait également possible d'éta-*

Fig. 979.



blir des pompes doubles de ce genre, avec des pistons pleins, dans le cas où on y trouverait quelque intérêt; c'est ce qui a été fait, par exemple, dans la disposition b (*indiquée par le professeur Reuleaux*), *à laquelle il serait facile d'en ajouter d'autres* (1). *La pompe de Fourneyron* (*fig.* 978 *a*) *peut être transformée, au point de vue du dispo-*

Fig. 980.



(1) La pompe dont la figure ci-contre donne une esquisse, et qui est de *Lippold* (v. *Bach*, pompes à incendie, Stuttgart, 1883, p. 41), n'est pas, comme on pourrait le croire à première vue, une pompe à avançoir double; dans cette pompe, le piston unique, qui serait seul nécessaire, se trouve, en réalité, décomposé en deux pistons, ayant chacun une course moitié moindre, ou la même course, mais avec une section réduite à moitié. La pompe double de Franklin est d'une disposition analogue, qui ne présente aucun avantage (v. König, Pumpen, Iena, 1869, p. 55).

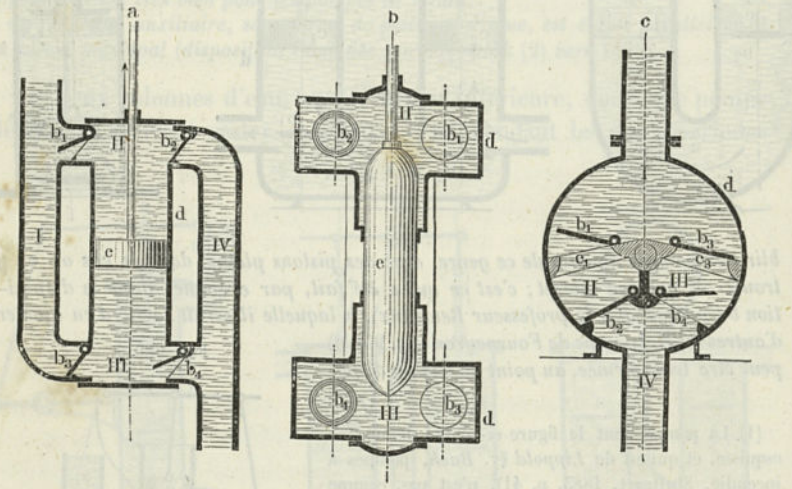
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

sitif de commande; au lieu du système de leviers indiqué sur la figure, on peut recourir à l'emploi de deux manivelles, fonctionnant en sens opposés. On retomberait alors sur le cas de la figure 750 *a, où les leviers* c_1 *et* c_2 *seraient supposés transformés en manivelles, qui auraient à tourner autour de* 4. *Au lieu de deux manivelles, avec cliquets, on pourrait aussi en employer trois, et on tomberait, dans ce cas, sur un avançoir triple. C'est ce qui a lieu, en réalité, dans la pompe de Downton (fig.* 979 *c). Les trois pistons* c_1, c_2, c_3 *agissent successivement, l'un après l'autre, et communiquent à l'eau, dans le tuyau d'ascension, un mouvement d'une uniformité satisfaisante, à laquelle vient, du reste, contribuer le réservoir d'air qui entoure les manivelles; la soupape de pied* b_4 *pourrait, au besoin, être supprimée* (1).

Si l'on réunit deux avançoirs de fluides complets, de telle sorte qu'ils arrivent à avoir même piston et même corps de pompe, on obtient une pompe qui, pour une double course du piston, fournit deux remplissages et qui constitue par suite, ce qu'on appelle une pompe à *double effet*.

Figure 981. *a. Pompe à double effet, avec piston à disque. b, pompe de même espèce, avec piston plongeur. Le tuyau d'ascension commun aux deux moitiés est désigné par I et le tuyau d'aspiration, également commun, par IV. Le piston à*

Fig. 981.



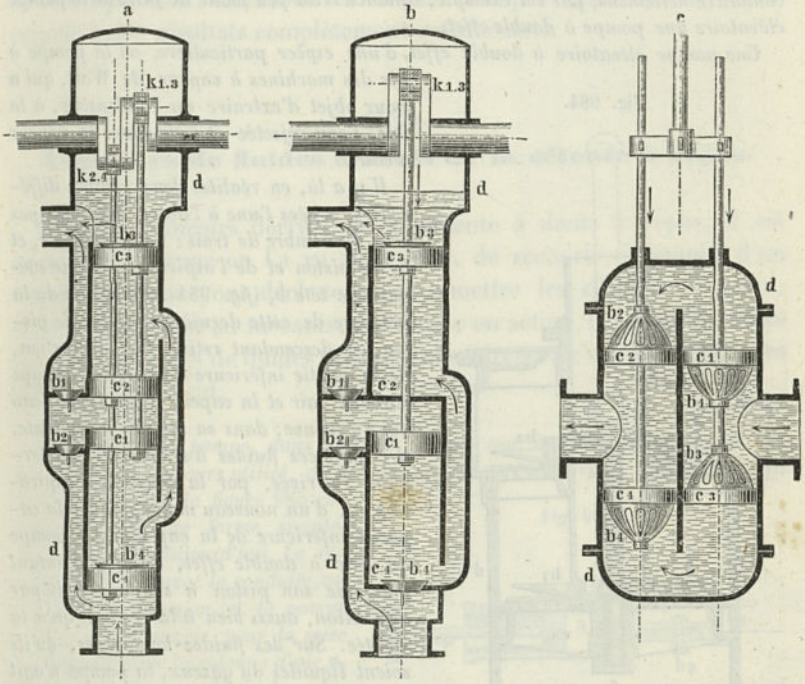
soupape ne convient guère pour la formation de pompes à double effet. La disposition c, qui peut être considérée comme constituant une pompe de ce genre, se compose, au fond, de deux pompes distinctes, dont les capsules c_1 *et* c_2 *se trouvent réunies en une pièce unique.*

(1) V. au sujet de ce genre de pompes, dans le journal de Dingler, 1871, un article de *Haedicke* sur les pompes à un seul cylindre et à plusieurs manivelles.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Fig. 982 a. Pompe de Stone, qui, comme celle de Downton, est surtout utilisée sur les vaisseaux. On rencontre ici quatre pistons agissant dans deux corps de pompes de même diamètre, disposés suivant le même axe, à la suite l'un de l'autre. Les pistons c_1 et c_3, reliés invariablement, sont commandés par la manivelle K1.3, tandis que les pistons c_2 et c_4, également reliés, sont mis en mouvement par la manivelle K2.4, égale à la première et de sens opposé (calée à 180°). Pour faire comprendre plus facilement les mouvements, supposons la pompe disposée, comme celle de la figure b, de telle sorte que le couple de pistons c_2c_4 soit fixe, et que l'autre couple c_1c_3 soit commandé par une manivelle, qui aurait pour longueur la somme

Fig. 982.



des longueurs des bras des deux manivelles de la figure a. Il n'y aura alors rien de changé, au point de vue de la quantité d'eau élevée ; mais il est maintenant facile de reconnaître que la pompe inférieure est une pompe foulante à double effet, et la pompe supérieure une pompe élévatoire à simple effet ; il y aura donc, pour chaque tour de la manivelle, trois remplissages, dont deux pendant la montée et un pendant la descente. Le seul changement résultant de la mobilité donnée par Stone à c_2 et à c_4 consiste en ce qu'il y a $^3/_2$ remplissages pour chaque demi-tour de manivelle. Cette pompe est, d'ailleurs, un avançoir double.

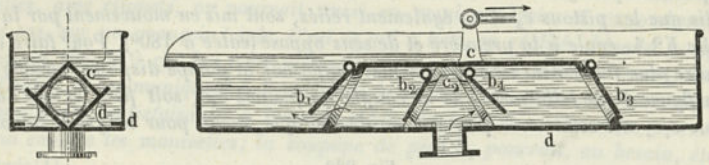
Figure 982. c. Pompe d'Audemar. Ici on rencontre deux pompes à double écoulement (de Vose), combinées pour donner une pompe à double effet, bien que chaque corps de pompe ne soit commun que sur une bien faible partie aux deux pistons conaxiaux correspondants.

La pompe de Norton, en forme de V (fig. 983), est une pompe élévatoire à double

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

effet. Ici la pièce formée des pistons c_2 et c_4 reliés ensemble est fixe, tandis que la capsule, avec les soupapes de refoulement b_1 et b_3, est rendue mobile. On peut re-

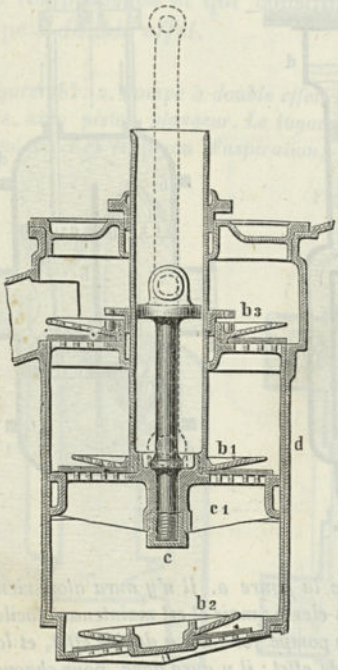
Fig. 983.



connaître nettement, par cet exemple, combien il est peu facile de faire de la pompe élévatoire une pompe à double effet.

Une pompe élévatoire à double effet, d'une espèce particulière, est la pompe à air des machines à vapeur, de Watt, qui a pour objet d'extraire du condenseur, à la fois, l'eau injectée et l'air (avec la vapeur d'eau).

Fig. 984.



Il y a là, en réalité, deux pompes différentes, reliées l'une à l'autre. Les soupapes sont au nombre de trois : les soupapes b_1 et b_2 du piston et de l'aspiration, et une soupape de tête b_3 (fig. 984). En raison de la présence de cette dernière soupape, le piston en descendant retire, par aspiration, de la partie inférieure du corps de pompe d'abord l'air et la vapeur d'eau, puis l'eau qui s'y trouve; dans sa marche ascendante, il refoule ces fluides à travers b_3 et détermine l'arrivée, par la soupape d'aspiration b_2, d'un nouveau mélange dans la capacité inférieure de la capsule. La pompe est donc à double effet, et cela d'autant plus que son piston à soupape agit par aspiration, aussi bien à la descente qu'à la montée. Sur des fluides homogènes, qu'ils soient liquides ou gazeux, la pompe n'agit pas autrement que si elle n'avait que deux soupapes. La troisième soupape peut cependant parfois être de quelque utilité, soit pour décharger une autre soupape (clapet de pied sur le tuyau d'aspiration), soit pour rendre séparables des conduites (soupape d'alimentation, dite clapet de retenue, dans les chaudières à vapeur), etc.

Les exemples précédents suffisent pour donner un aperçu des avançoirs de fluides qu'on peut former avec une détente courante. Pour tous ces appareils, dès que les quantités à élever sont considérables, il devient important de réaliser une fermeture sans choc des soupapes, ou, en d'autre termes, de mettre les cliquets en prise avec douceur.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Avec les détentes formées d'éléments rigides, cette condition entraîne déjà certaines difficultés (v. § 240) et il est bien évident qu'on doit en rencontrer ici de beaucoup plus grandes avec les fluides, où il s'agit souvent d'arrêter de puissantes masses en mouvement. La science des machines se livre, plus que jamais, à l'étude de ces questions (1), à la solution desquelles la pratique tend à contribuer par la création de nombreux dispositifs d'obturation. On a également cherché à rendre desmodromiques les mouvements de levée et de chute des valves, en les faisant opérer par la machine, au lieu de les laisser se faire automatiquement; mais tous ces efforts n'ont pas encore abouti jusqu'à ce jour à des résultats complètement satisfaisants.

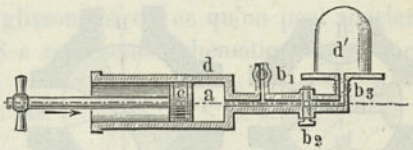
§ 322.

Avançoirs de fluides dérivés de la détente à repos.

Dans les avançoirs dérivés de la détente à dents à repos, il est nécessaire, comme on l'a vu au § 255, de recourir à l'emploi d'un organe extérieur pour déclencher et remettre les cliquets en prise, et permettre ainsi au mécanisme d'entrer en action. Il en est de même pour les avançoirs de fluides avec détentes à repos, c'est-à-dire avec les valves à glissement.

Exemple. *Une pompe, dans laquelle, depuis son invention par Otto de Gerike* (2), *on a toujours utilisé, de préférence, les arrêts à repos, est la pompe de compression, que la figure* 985 *représente sous une forme simple, encore en usage aujourd'hui. Le récipient d'forme, avec la conduite, un bief à basse pression, et la pompe* $acdb_1b_2$, *un avançoir pour la mise en mouvement de la colonne d'air a. La valve de décharge* b_1 *et la valve d'aspiration* b_2 *ont toutes les deux la forme de robinets. Lorsque le piston doit être retiré, le robinet* b_2 *est ouvert à la main, puis fermé, quand la course est terminée; le robinet* b_1, *qui précédemment était fermé, est alors ouvert pour laisser échapper l'air comprimé par le piston dans son mouvement de retour, puis il est de nouveau fermé;* b_3 *est un robinet d'admission d'air, avec trou correspondant.*

Fig. 985.



On arrive sans grandes difficultés à relier entre elles les valves à glissement, dans les pompes à simple effet et même dans les

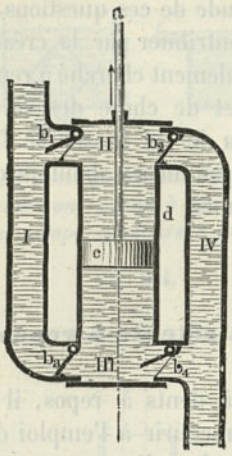
(1) V. à ce sujet les recherches de *Fink*, « Konstruktion der Kolben- und Zentrifugalpumpen », Berlin, 1872. V. aussi *Bach*, « Konstruktion der Feuerspritzen », Stuttgart, 1883, et surtout les mémoires de cet ingénieur dans Zeitsch. der D. Ing. 1886 et 1887.

(2) C'est ainsi que se trouve écrit (et non *Guericke*) le nom de cet illustre inventeur dans les dessins primitifs.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

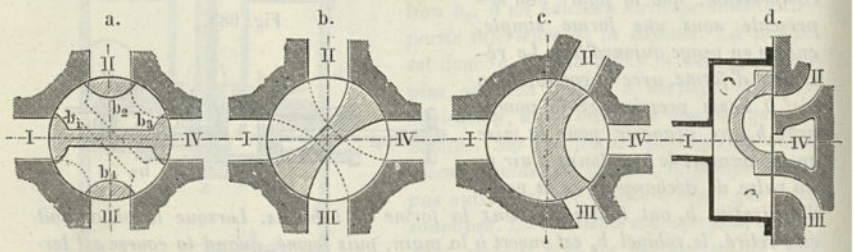
pompes à double effet. Si, dans les pompes à double effet, à détente courante, dont il a été précédemment question, on examine le jeu des valves, on remarque que b_1 et b_4 doivent toujours s'ouvrir au même instant, b_2 et b_3 devant se fermer ensemble, immédiatement avant cette ouverture des deux autres, et inversement.

Fig. 986.



Le problème des quatre valves revient donc à ceci que les quatre espaces *I* à *IV* doivent être mis alternativement en communication, *I* avec *II* et *III* avec *IV*, ou *I* avec *III* et *II* avec *IV*. Mais, pour arriver à ce résultat, si les valves sont à glissement, rien n'empêche de les relier les unes avec les autres, pour en former une seule pièce de construction. C'est ce qui peut se faire, par exemple, avec la disposition de la figure 987 *a*; les valves se trouvent réduites à quatre bandes sur la clef d'un robinet, qui est dit robinet à quatre voies. Dans la position où elle est figurée, la clef ferme les quatre voies, ce qui correspond aux extrémités de course du piston. Mais, si on la fait tourner de 45°, par exemple, vers la droite, pour l'amener dans la position indiquée

Fig. 987.



en pointillé, on met en communication *I* avec *III* et *II* avec *IV*; si, au contraire, la rotation de 45° a lieu vers la gauche, il y a communication de *I* avec *II* et de *III* avec *IV*. Maintenant on peut supprimer les bandes b_2 et b_4, sans changer en rien les résultats précédents, comme le montre la figure *b*; de même on peut rapprocher les conduits *II*, *IV* et *III*, comme on l'a fait en *c*. L'alésage en *I* et dans les parties voisines devient inutile et, d'un autre côté, le rayon de courbure de la surface de glissement, conservée comme nécessaire, peut être augmenté à volonté et même être rendu infini, comme dans la figure *d*. Cette

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

dernière forme, si simple, à laquelle se trouve finalement ramenée la réunion de quatre valves, constitue la disposition bien connue du tiroir à coquille. Il est évident qu'on pourrait encore obtenir d'autres formes de réunion de quatre ou même d'un plus grand nombre d'obturateurs; mais il importe de ne pas perdre de vue que le tiroir représenté est constitué par la réunion de quatre valves; pour les machines à vapeur, dans ces vingt dernières années, le tiroir a été, comme on le sait, décomposé de nouveau en quatre obturateurs distincts, ou valves à levée.

Une propriété remarquable des valves à glissement se trouve mise nettement en évidence dans les figures *a* et *d*. Les surfaces d'obturation dépassent, des deux côtés, les bords des orifices des conduits; les parties en saillie s'appellent les recouvrements. Il est facile de donner des valeurs différentes aux deux recouvrements, pour un même conduit, et de faire inégaux les recouvrements, pour des conduits différents. Lorsqu'il en est ainsi, les ouvertures et les fermetures des conduits n'ont plus lieu simultanément, mais bien les unes après les autres.

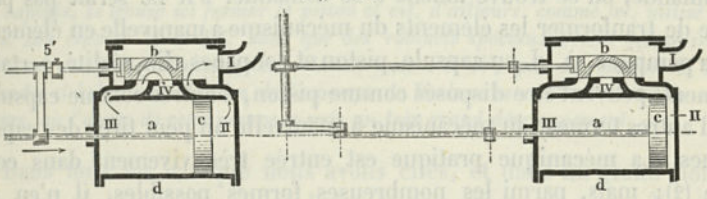
Des deux propriétés signalées ici, la dernière fait complètement défaut aux valves à levée et la première leur manque presque complètement. *La supériorité d'emploi des valves à glissement dans tous les mécanismes de détentes pour fluides repose sur les deux particularités signalées et qui consistent en ce qu'on peut :*

1° *Réunir facilement plusieurs valves en un seul élément de construction;*

2° *Régler en même temps, au moyen des recouvrements, la succession des actions des valves.*

Une pompe munie de valves à glissement est ce qu'on peut appeler une pompe à tiroir; la figure 988 *a* représente schématiquement une

a. Fig. 988. b.



pompe de ce genre, dans laquelle *I* est supposé, comme précédemment, le conduit pour la colonne de pression, et *II* celui de la colonne d'aspiration. Ces pompes comportent nécessairement un dispositif de commande pour le tiroir, lequel constitue, avec ce dernier, la distribution, et peut être établi de plusieurs manières.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Le mode de commande qui semble tout d'abord le plus simple est celui qu'on obtient en disposant, sur la tige du piston, un bras en saillie qui, un peu avant la fin de la course, vient frapper le taquet 5′ (ou le contre-taquet 5″), fixé sur la tige du tiroir, et détermine son déplacement. Ce procédé présente une certaine analogie avec celui qui a été suivi pour l'avançoir à dent (fig. 753) ; mais il a le défaut d'exiger pour le piston une assez grande vitesse, afin que ce dernier puisse agir avec choc sur la tige du tiroir et le lancer assez pour l'amener, au delà de sa position moyenne, dans l'autre position d'extrémité.

Cet inconvénient peut être évité par l'addition d'un retendoir à bascule (fig. 742 et 643, V. aussi § 239), que la saillie de la tige du piston aurait simplement à pousser, à chaque course, dans la position de bascule. Mais on peut arriver au but d'une manière un peu plus simple, lorsqu'on emprunte le mouvement alternatif du piston de la pompe à un arbre de transmission, au moyen d'un mécanisme à manivelle, comme, par ex., dans la figure 988 *b* ; il est alors facile de commander le tiroir par un excentrique et de lui donner un mouvement alternatif continu. Ce mode de transmission est fréquemment employé, notamment dans les pompes de compression d'air (1), dans les souffleries Bessemer, etc. Si l'on observe maintenant que les déplacements, qu'il est nécessaire de donner au robinet à quatre voies de la figure 987, peuvent être produits par une rotation toujours dans le même sens, au lieu de l'être par une rotation dans les deux sens, on se trouve amené à reconnaître que, dans le cas où l'on emploie un tiroir tournant ou robinet, on peut renoncer au mouvement alternatif, déterminé par le mécanisme d'excentrique, et le remplacer par un mouvement uniforme de rotation toujours dans le même sens.

Dans le cas de la figure 988 *b*, on a eu recours à un mécanisme à manivelle pour la commande du piston de la pompe. Avec ce mode de commande, on se trouve amené à se demander s'il ne serait pas possible de tranformer les éléments du mécanisme à manivelle en éléments de la pompe, c.-à.-d. en capsule, piston et soupapes. En réalité, certains éléments peuvent être disposés comme piston, d'autres comme capsule ; en d'autres termes, du mécanisme à manivelle on peut tirer des capsulismes. La mécanique pratique est entrée très vivement dans cette voie (2) ; mais, parmi les nombreuses formes possibles, il n'en est qu'un bien petit nombre qui se soient montrées susceptibles d'être utilisées. Nous allons en donner trois exemples.

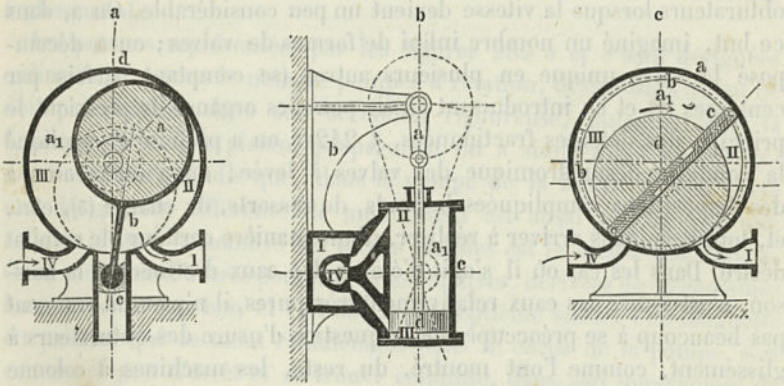
(1) *Weiss*, Trockene Schieberkompressoren und Vakuumpumpen, Zeitschr. Deutsch. Ing., 1885, p. 929.

(2) V. le traité de Cinématique de l'auteur où, après avoir indiqué plus de 90 capsulismes à manivelles, il est arrivé à les classer d'après des points de vue cinématiques déterminés.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Figure 989. a. Capsulisme à manivelle, dérivé du mécanisme de manivelle précédent; pompe de Pattison. La manivelle a élargie s'est transformée en un excentrique et la bielle b est devenue un piston, qui est constamment en contact avec la capsule cylindrique d, suivant une arête sur le pourtour et suivant une surface sur chacun des fonds. Dans la position représentée il y a communication de I avec II et de III avec IV; dans la position du piston, figurée en pointillé, il y a communication de

Fig. 989.



III avec I et ensuite de nouveau de II avec I et de III avec IV, et ainsi de suite alternativement. Le piston effectue de lui-même, par la succession de ses positions, ces changements de communication des conduits; il agit ainsi, en quelque sorte, comme un tiroir, de telle sorte que des obturateurs spéciaux pour la distribution sont inutiles.

b. Capsulisme à manivelle, dérivé de la coulisse à manivelle oscillante. La pièce c du mécanisme, qui, dans la figure 989 a, a une importance tout à fait secondaire, se trouve ici former la capsule; ses oscillations, par rapport à b permettent de réaliser, entre b et c, la relation qui existe entre un tiroir et sa glace, ou entre la clef et le boisseau d'un robinet; ici les conduits II et III sont disposés sur la clef même du robinet. La pompe oscillante qu'on obtient ainsi a été l'objet d'un certain nombre d'applications comme pompe à eau.

c. Pompe à gaz de Beale, qu'on peut imaginer comme dérivée de la manivelle à coulisse rotative. L'élément c du mécanisme, qui pourrait être également transformé en capsule, se trouve ici former le piston et est, d'ailleurs, comme tel, utilisé deux fois. Les espaces II et III, sans que des robinets spéciaux soient nécessaires, se trouvent mis alternativement en relation avec I et IV, par la rotation de d. De grandes et belles installations de la pompe de Beale se rencontrent dans les usines à gaz, où l'usage de cette pompe a pris un très grand développement

Dans tous les cas que nous avons cités, et dans un grand nombre d'autres analogues, un point digne de remarque, c'est que l'arrêt du fluide se fait toujours par des valves à glissement. Le motif qui semble s'opposer à leur emploi dans les pompes ordinaires, c'est que les impuretés, tenues en suspension dans l'eau, produiraient une usure assez rapide des surfaces de glissement. Mais, pour les cas où il s'agit d'élever de l'eau pure, on pourrait peut-être examiner si les valves

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

à glissement ne pourraient pas être utilisées beaucoup plus qu'on ne l'a fait jusqu'ici. En tous cas, il est assez extraordinaire que, d'un côté, on fasse ressortir les avantages que présenterait, pour les pompes, l'emploi des valves à glissement (1), tandis que, d'un autre côté, on fait les plus grands efforts pour mettre les pompes, munies de valves à levée, à l'abri des secousses et des chocs que déterminent ces obturateurs lorsque la vitesse devient un peu considérable. On a, dans ce but, imaginé un nombre infini de formes de valves; on a décomposé la valve unique en plusieurs autres (se comptant parfois par centaines (2) et en introduisant ainsi, pour les organes de pression, le principe des détentes fractionnées, § 242); on a proposé et appliqué la conduite desmodromique des valves à levée; on a eu recours à des dispositions compliquées de poids, de ressorts, de charge (3), etc., et, tout cela, sans arriver à réaliser, d'une manière certaine, le résultat désiré. Dans les cas où il s'agit d'élever des eaux destinées à la boisson, c'est-à-dire des eaux relativement très pures, il n'y aurait vraiment pas beaucoup à se préoccuper de la question d'usure des obturateurs à glissement, comme l'ont montré, du reste, les machines à colonne d'eau. Malgré cela, on ne semble pas marcher dans la voie de l'emploi des pompes à obturateurs de glissement et on manque d'éléments sérieux de comparaison entre les deux systèmes de pompes. Tout ce qu'on peut dire, c'est que jusqu'ici il n'est nullement démontré, d'une manière irréfutable, que le dernier système ne soit pas pratique.

D'un autre côté, on a lieu d'être surpris, quand on voit des applications isolées de valves à glissement, dans des pompes, provoquer, en quelque sorte l'étonnement et être réclamées comme des découvertes tout à fait nouvelles, lorsqu'on a reconnu la supériorité de leur fonctionnement (4). On peut, à la rigueur, pour s'expliquer ces contra-

(1) *Poillon*, dans son ouvrage, s'exprime ainsi à propos des pompes à tiroir (page 93): « Le soulèvement et la chute de clapets étant remplacés, dans ce système de pompe, par l'ouverture et la fermeture automatiques d'orifices, sans que la puissance vive du liquide ait à intervenir en rien pour assurer ces fonctions, on conçoit sans peine qu'un tel système de pompe permette de marcher avec des vitesses beaucoup plus grandes qu'avec les soupapes et les clapets. » Mais il signale ensuite l'usure assez rapide qui est à redouter pour les surfaces de glissement et conclut, en définitive, que la pompe à tiroir ne lui paraît pas appelée à des applications nombreuses.

(2) V. *Riedler*, Ueber Konstruktionsgrundlagen der Pumpen- und Gebläseventile, Zeitsch. der Deutschen Ingenieure, 1885, p. 502.

(3) V. *Bach*, Selbsthätige Pumpenventile, Zeitsch. d. D. Ing., 1886, p. 421.

(4) Dans son article, précédemment cité, Weiss s'exprime ainsi (p. 930), au sujet des soupapes à levée : « Enfin il va de soi que l'usure si fâcheuse des soupapes est d'autant plus grande que le nombre de tours de la machine est plus considérable », et plus loin : « La disposition adoptée fait disparaître d'un seul coup les inconvénients qui limitent la faculté de travail des pompes à soupapes ordinaires : la possibilité d'arriver sans difficulté à une marche rapide à volonté est due à ce que, à la place d'une soupape (à levée) automatique, on a utilisé, pour la distribution, un tiroir desmodromique. »

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

dictions, tenir compte de la différence d'action de ces obturateurs avec l'eau et avec l'air ; il convient, toutefois, de ne pas oublier que, même dans les souffleries, malgré la faible masse du fluide en mouvement, les soupapes à levée donnent lieu parfois à des battements très prononcés. Pour tous ces motifs, on se trouve amené à conclure qu'il y aurait lieu d'étendre également les recherches du côté des obturateurs à glissement.

Les pompes représentées par les figures 989 *a* et *c* sont désignées ordinairement sous le nom de pompes à rotation, désignation qu'on ne doit pas prendre dans son acception rigoureuse, puisque, dans la figure *a*, par ex., le piston, proprement dit a simplement un mouvement oscillant, tandis que, dans la pompe de la figure *b*, qui porte une désignation différente, le mouvement est aussi produit par une rotation et que le nombre des pièces mobiles est le même que dans *a*. On a construit d'autres pompes, dites rotatives, dérivées de mécanismes à mouvements courbes, et cela dès le dix-septième siècle. Une languette ou palette, qui se meut radialement dans le corps de la pompe, sert comme cliquet d'arrêt et se trouve conduite, dans son mouvement de rentrée ou de sortie, par un corps profilé en forme de courbe. A cette catégorie appartiennent les pompes de *Samain*, d'*Eremac*, de *Stoltz* et un grand nombre d'autres (1). La dernière de ces pompes ne possède aucune garniture en cuir ; elle est complètement à clôture métallique, et, pour ce motif, elle a trouvé de très nombreuses applications en Italie et en France, notamment comme pompe à vin et à huile d'olives ; en Allemagne, on emploie également avec avantage des pompes rotatives de ce genre comme pompes à vin et à bière.

L'engouement incontestable qui s'est manifesté au sujet des pompes rotatives, dont la base est l'avançoir, peut s'expliquer facilement. A côté de la prétention, assez puérile, d'éviter des pertes de force, qui ne se produisent pas, il y a, en réalité, la tendance à rendre uniforme le mouvement de la colonne de fluide que détermine la pompe ; de là les dispositions des figures 982 et 989. Cette uniformité ne peut, d'ailleurs, être réalisée que d'une manière approchée, et cela tient à l'essence même du mécanisme pris comme base de formation ; ce mécanisme est précisément un avançoir, c'est-à-dire un appareil à action intermittente, lequel, au point de vue des mouvement produits, se distingue essentiellement des cursoirs.

On croit réaliser l'uniformité désirée pour le courant de fluide, en laissant agir directement les éléments de la pompe, actionnés par un cursoir, mais leur action n'est en rien la même que dans ce dernier

(1) On trouve une série de ces pompes dans l'ouvrage de Poillon déjà cité.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

mécanisme. Il est cependant possible d'arriver au but qu'on se propose par la combinaison d'avançoirs, sans le concours d'un cursoir, et c'est ce que nous indiquerons un peu plus loin (page 934).

§ 525.

Échappoirs pour organes de pression.

En regard des avançoirs pour organes de pression, viennent se placer les échappoirs, dans des conditions d'analogie complète avec les mécanismes de détentes de même nom, formés d'éléments rigides. Dans la détente à dents du § 258, qui se trouve reproduite ici dans la figure 990, l'échappement résultait de ce que la roue *a*, sollicitée par une force, se trouvait, à certains intervalles, arrêtée par l'insertion du cliquet *b* entre les dents, puis rendue libre par le soulèvement de ce cliquet. Si nous supposons maintenant que, dans la figure 991, la

Fig. 990.

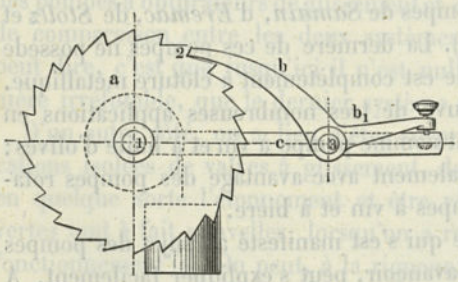
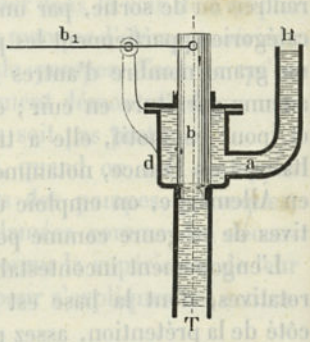


Fig. 991.



pièce d'arrêt *a* soit un organe de pression, de l'eau, par exemple, en communication, soit avec un bief à haute pression, en H, soit avec un bief à basse pression, en T, soit encore avec tous les deux, il suffira de produire, par intermittences, le soulèvement et la fermeture de la soupape *b*, pour constituer un échappoir. A l'aide de cette disposition il devient possible de réaliser, avec l'organe de pression, un travail mécanique desmodromique. L'amplitude de l'échappement n'est plus déterminée, comme dans le cas précédent, par le pas de la denture d'une roue, et elle peut, comme dans les roues à friction, être rendue, à volonté, plus ou moins grande.

Les applications des échappoirs avec fluides sont, en principe, les mêmes que pour les échappoirs formés d'éléments rigides; mais prati-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

quement, au point de vue de l'importance, elles présentent des différences assez prononcées. Nous pourrions, comme nous l'avons fait précédemment, établir une distinction nettement tranchée entre les échappoirs d'horlogerie, d'un côté, et les échappoirs de force, de l'autre; seulement, ces derniers ont une importance infiniment plus considérable au point de vue de pratique, et nous désirons, par suite, les étudier tout d'abord. D'un autre côté, parmi les échappoirs de cette nature, ceux qui se présentent en première ligne sont ceux dans lesquels les actions ne sont pas périodiques, c'est-à-dire ceux qui rentrent dans la forme simple dont la disposition de la figure 991 donne une première idée et où les durées d'arrêt et d'échappement sont réglées à la main; dans les échappoirs à éléments rigides, on ne rencontre que très peu d'exemples de dispositions de ce genre. Les échappoirs d'organes de pression, dont le mode d'action est analogue à celui des échappements d'horlogerie, peuvent également être utilisés comme appareils destinés à mesurer, non pas le temps, comme ceux du § 258, mais le volume. Enfin, en ce qui concerne les échappoirs régleurs, avec la signification spéciale qui leur a été donnée au § 260, il convient de remarquer qu'ils n'agissent essentiellement ici que comme échappoirs de force.

Nous sommes ainsi amenés à distinguer et à traiter successivement quatre genres d'échappoirs :

(*a*) Les échappoirs de force, non périodiques;
(*b*) — — périodiques;
(*c*) — — comme échappoirs régleurs;
(*d*) les échappoirs de mesure, ou compteurs.

A. ÉCHAPPOIRS DE FORCE NON PÉRIODIQUES A ORGANES DE PRESSION.

§ 324.

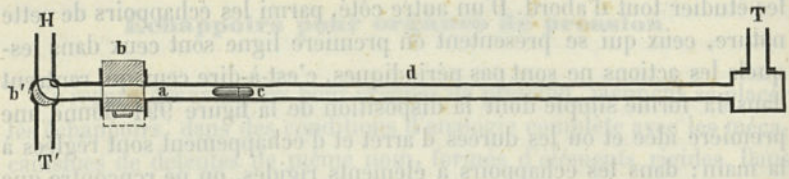
Échappoirs de fluides pour transport de charges.

Un échappoir, qui correspond, en principe, à la forme simple de la figure 991, est le dispositif de *Felbinger*, que représente schématiquement la figure 992 et qui est utilisé pour le transport, par tuyaux, des dépêches de la poste. Le tuyau est en communication, en *H*, avec un bief d'air à haute pression et, en *T*, avec un bief d'air à basse

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

pression (air raréfié); *b* est un tiroir (détente à repos) qui, dans la figure, est supposé ouvert; le piston *c*, qui est disposé en forme d'étui en cuir et qui contient les lettres, cartes et télégrammes à expédier, parcourt la conduite sous l'action de la pression de l'air. Pour une

Fig. 992.



section extrême, où le parcours ne doit avoir lieu que dans un sens, le bief de basse pression *T* manque à l'extrémité, ou, du moins, peut manquer, tandis qu'un bief de ce genre *T'* doit être mis en relation avec la conduite, au moyen d'une valve *b'*, à la station de gauche, au lieu de *H*, dès qu'il s'agit d'opérer un transport de droite à gauche. On peut, en réalité, opérer le transport vers l'intérieur, de droite à gauche, en utilisant simplement ce bief à basse pression, ou le transport de gauche à droite avec la haute pression seule. L'importance des tubes pneumatiques pour les postes est bien connue (1).

Comme exemple d'échappoir avec biefs à basse pression, on peut citer l'ancien chemin de fer atmosphérique, imaginé en 1834 par *Pincus* et installé en Angleterre, un peu plus tard, par *Clegg* et *Samuda:* le chemin de Kingston-Dalby fonctionnait avec une pression de 1/6 d'atmosphère dans le réservoir de basse pression; aujourd'hui ce système est complètement abandonné.

Si, avec un échappoir, on veut faire mouvoir un piston, en avant et en arrière, dans une même conduite, l'obturateur unique de la figure 991 n'est plus suffisant et il convient d'en installer au moins un second, comme nous l'avons déjà indiqué pour la figure 992. Un exemple d'échappoir, ainsi disposé, qui a pratiquement une importance énorme, est fourni par les écluses de canaux de navigation et se trouve représenté schématiquement par la figure 993.

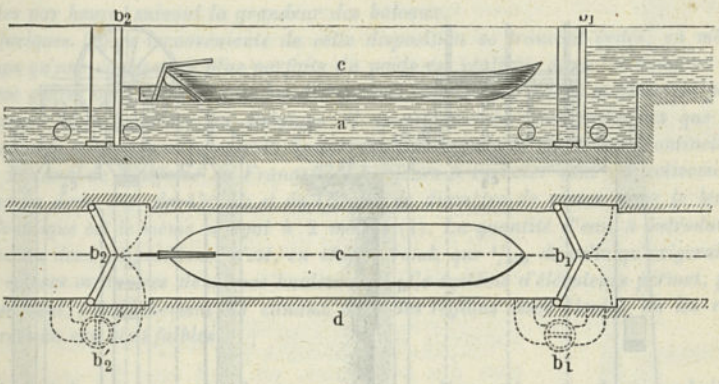
La conduite est ouverte à la partie supérieure (*V. fig.* 945 *b et c*); *les soupapes* b_1 *et* b_2 *sont, le plus souvent, disposées comme des détentes courantes et sous la forme de doubles clapets* (*portes d'écluses*); *de petites soupapes accessoires* b'_1 *et* b'_2 (*ventelles*), *qu'on peut mouvoir du haut, au moyen de crémaillères, permettent de ne*

(1) Le réseau des tubes pneumatiques à Berlin a une longueur totale de 42 kilomètres. A Paris, le réseau atteint aujourd'hui près de 160 kilomètres.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

donner à l'eau, au début, qu'un écoulement très lent. Le bateau c à déplacer représente le piston, qui se trouve disposé comme flotteur (V. fig. 950 c). Dans le cas

Fig. 993.



où le bateau doit s'élever, c'est b_1 qui forme la soupape d'échappement, tandis que c'est b_2 dans le cas contraire.

Les écluses ordinaires, bien qu'elles soient extrêmement utiles, ont l'inconvénient d'avoir un rendement très faible; au lieu de la masse d'eau strictement indispensable, qui devrait correspondre au volume du bateau, avec un léger excédent seulement pour le jeu et les fuites, elles exigent, en effet, un remplissage complet du sas pour chaque élévation, ou une vidange complète pour chaque descente. Aussi les écluses rachetant une faible hauteur sont-elles moins désavantageuses que les écluses élevées. On est arrivé, par de meilleures dispositions, à éviter cette dépense d'eau exagérée.

En premier lieu, si l'on imagine le service du canal doublé, c'est-à-dire fait au moyen de deux écluses juxtaposées, il est évident qu'un bateau descendant peut en soulever un autre, d'un poids presque égal, à condition que le mécanisme employé pour la transmission de la force entre les deux flotteurs agisse comme s'il était sans poids, et qu'il permette un changement de direction de cette force égal à 180°. Les organes de traction et de pression satisfont à cette double condition.

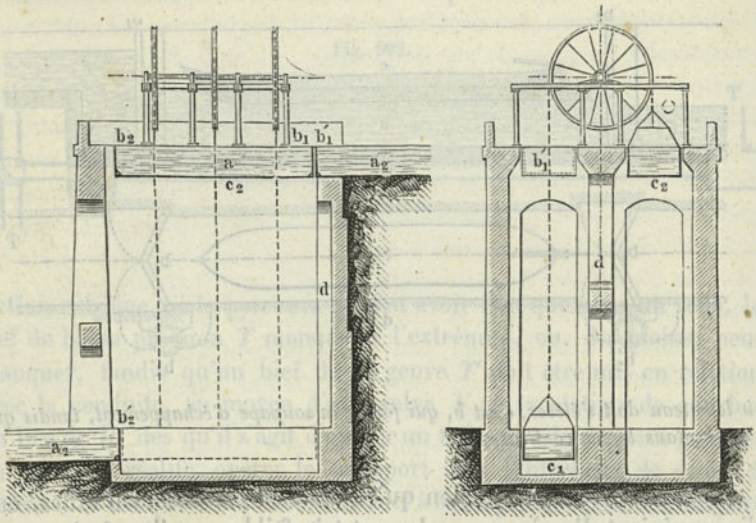
Dans les écluses de Green, sur le canal du Great-Western, en Angleterre, construit en 1840, on a utilisé des chaînes comme organes de transmission (V. fig. 994). Les bateaux sont placés dans des caisses rectangulaires c_1 c_2, parfaitement étanches, munies, à leurs extrémités, de clapets, ou portes glissantes, destinés à les raccorder successivement avec l'un ou l'autre des deux biefs, qui sont eux-mêmes pourvus de clapets en b'_1 et b'_2. Une très faible surcharge de la caisse qui doit descendre, déterminée par l'introduction d'un petit volume d'eau du bief, suffit pour vaincre les résistances accessoires et déterminer l'ascension de l'autre caisse (1).

(1) V., à ce sujet, la notice de *M. J. Hirsch*, Ingénieur en chef des Ponts et Chaussées, sur les élévations et plans pour canaux, Paris, 1881.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

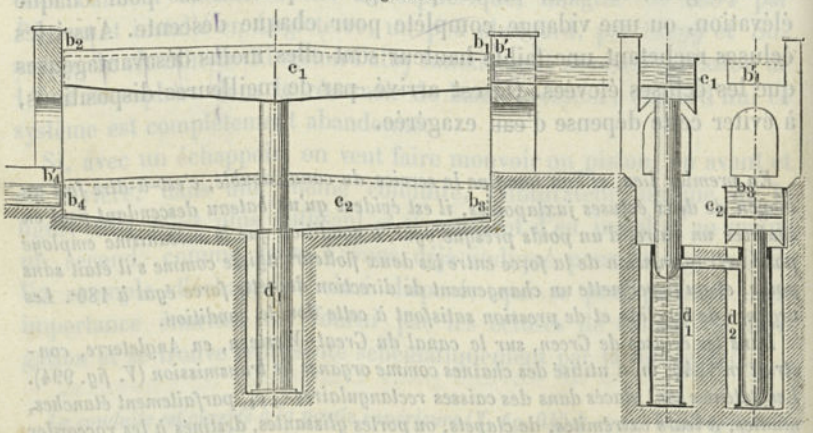
Plus tard, et tout d'abord en 1875 à Anderton, sur le canal de la Mersey, Edwin Clark a remplacé la chaine par un organe de pression, en substituant au mécanisme

Fig. 994.



précédent un levier hydraulique, comme l'indique la figure 995. Ici apparaît nettement la possibilité d'échange (dont il a été question page 874) entre la poulie à

Fig. 995.



câble ou à chaine et le levier hydraulique. Les caissons, ou sas mobiles, c_1 et c_2, sont supportés chacun par un piston plongeur de 0m,91 de diamètre; ils ont 22m,85 de longueur et 4m,75 de large (1). Une tranche d'eau, de 0m,15 de hauteur, intro-

(1) V. pour la description : *Colyer*, Hydraulic steam and hand power lifting machinery. Londres, 1881 ; V. aussi la notice de *M. J. Hirsch*, déjà citée, et enfin *Robinson*, Hydraulic power and hydraulic machinery, Londres, 1887.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

duite par la soupape d'échappement, dans le caisson descendant, suffit pour vaincre toutes les résistances accessoires et déterminer le mouvement (la hauteur d'eau dans le sas montant est de 1m,37 et de 1m,52 dans le sas descendant). L'élévateur d'Anderton rachète une chute de 15m,30; on peut faire de 4 à 8 opérations complètes par heure, suivant la grandeur des bateaux.

Quelques légers inconvénients de cette disposition se trouvent évités, en même temps qu'une égalisation plus parfaite du poids est réalisée, dans les caissons du même genre, mais de plus grandes dimensions, étudiés par Clark et Stanfield pour le canal de la Louvière, en Belgique; il en est de même des élévateurs que ces ingénieurs ont construits, avec la Société des établissements Cail, aux Fontinettes, sur le canal de Neuffossé en France; les hauteurs à racheter sont respectivement, pour les deux cas, de 15m,55 et de 13m,13; le diamètre de piston pour le levier hydraulique est le même et égal à 2 mètres (1). *La quantité d'eau à introduire, dans ces deux dispositions, n'est, en chiffre rond, que* $^1/_{500}$ *de celle qu'exigeraient des écluses ordinaires de mêmes hauteurs* (2). *Ce système d'élévateurs permet, par conséquent, l'établissement de canaux dans des régions assez élevées, où les ressources en eau sont faibles.*

Les échappoirs précédents sont tous alimentés par des conduites ouvertes, mais il en est d'autres où la commande se fait par de véritables tuyaux. Il existe en usage, pour le transport vertical de charges de toute espèce, de nombreux types d'élévateurs à pistons, avec pression d'eau plus ou moins forte.

Comme exemple on peut citer l'appareil élévatoire, à piston plongeur, que représente la figure 996. Les deux soupapes sont réunies en un robinet unique b (*voir page 909*). *H est une conduite d'eau à haute pression, A un tuyau de décharge à l'air libre, G,G, deux contrepoids à chaînes, destinés à équilibrer le poids du piston plongeant dans l'eau; arrivé en haut, à l'extrémité de course, le piston ferme l'admission d'eau, en venant agir, par une saillie, sur un butoir que porte la tige de commande b' du robinet. Depuis quelques années, des ascenseurs, fondés sur le même principe, ont été établis, en assez grand nombre, pour l'élévation des personnes. Quelques-uns ont des dimensions très considérables. Tel est, par exemple, l'ascenseur double installé à la station de Hamilton-Street, du chemin de fer de la*

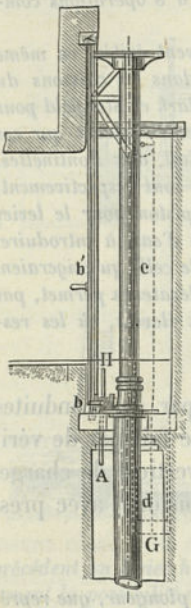
(1) V. Colyer et Robinson, déjà cités. V. en outre, ascenseur des Fontinettes, portef. des machines d'Oppermann, janvier 1889. Les péniches à élever sont de 300 tonneaux; elles ont 38m,5 de longueur sur 5 mètres de large et 1m,80 de tirant d'eau. Les dimensions des sas mobiles correspondantes sont de 40 mètres, 5m,80 et 2m,10. Le poids total à soulever atteint 800 tonnes, correspondant à une pression d'eau de 25 atmosphères.

(2) Dans les écluses à sas mobiles de Green, le service se fait généralement avec des barques chargées à la descente et des barques vides à la montée; le caisson qui monte doit donc recevoir une certaine charge d'eau, prise au bief inférieur. Il en résulte que la quantité d'eau ainsi élevée, étant supérieure à celle qu'on consomme pour le service, on doit en laisser écouler une partie. Le système d'écluses à sas mobiles se recommande donc lorsqu'il s'agit de racheter des chutes assez importantes, et on voit, d'après cela, qu'il peut être très avantageux d'établir un canal de niveau sur une longueur aussi grande que possible, en rachetant par un élévateur la hauteur nécessaire pour passer au bief le plus rapproché. Il convient de mentionner ici que l'ingénieur suisse *Seyler* a proposé, en 1863, des écluses à sas mobiles, dans lesquelles le levier hydraulique se trouvait remplacé par un levier à air, ou levier pneumatique.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Mersey à Londres (1); *la course des pistons est de* 26m,60 *et leur diamètre de* 0m,45; *chaque cabine peut contenir* 50 *personnes. Une installation plus remarquable encore et plus hardie est celle des ascenseurs des tours du palais du Trocadéro, à Paris. La course commune pour ces deux appareils, exécutés par des constructeurs différents, est de* 62m,50; *le diamètre du piston plongeur est de* 0m,35 *pour l'ascenseur Edoux et de* 0m,40 *pour celui de Bon et Lustrement* (2).

Fig. 996.

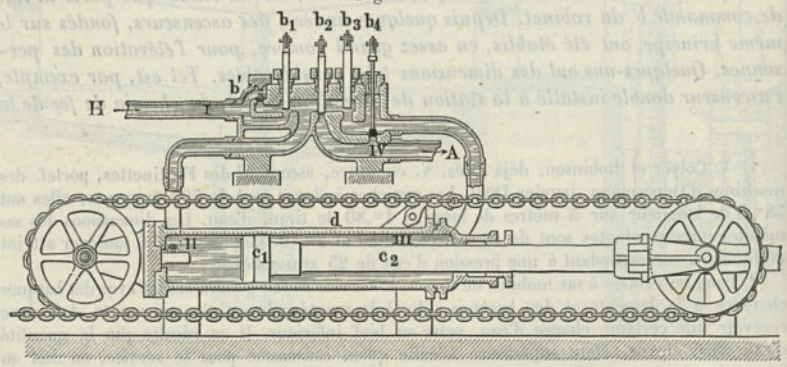


Les ascenseurs à piston plongeur ne sont pas, d'ailleurs, sans offrir quelques difficultés d'établissement, tant au point de vue des contrepoids qu'à celui du logement du corps de pompe du piston. Aussi, dans certains cas, on est arrivé à substituer un piston à disque au piston plongeur. Comme appareils de ce genre, bien disposés pour l'élévation des personnes, on peut citer les ascenseurs d'*Otis* (3), de *Samain*, etc.

L'échappoir à eau, fonctionnant à haute pression, a été également appliqué à des grues de diverse nature et, en premier lieu, par *Armstrong;* puis il a été utilisé, par cet ingénieur et par d'autres, pour une série d'appareils et, en particulier, pour les appareils *Bessemer*, dont la grue hydraulique constitue l'un des éléments indispensables.

La figure 997 *donne un exemple d'un échappoir pour grue, établi dans le*

Fig. 997.



système d'Armstrong. Le piston est à double effet; on retrouve de nouveau ici les quatre soupapes b_1, b_2, b_3, b_4 *de la figure* 986; *seulement ils sont disposés de ma-*

(1) V., pour plus de détails, portef des machines d'Oppermann, janvier 1887.
(2) A la tour Eiffel, l'ascenseur Edoux, allant de la deuxième galerie au sommet (hauteur 160m,40), comprend 2 pistons plongeurs, de 80m,20 de course chacun, V. Gén. Civil, sept. 1888.
(3) V. Zeitsch. Deutsch. Ing. 1885, p. 759. V. aussi Port. des Mach. d'Opp. Déc. 1886.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

nière à pouvoir être actionnés séparément de l'extérieur, l'ensemble devant constituer un échappoir non périodique. En I se fait l'admission d'eau sous pression et, en IV, la décharge dans l'atmosphère.

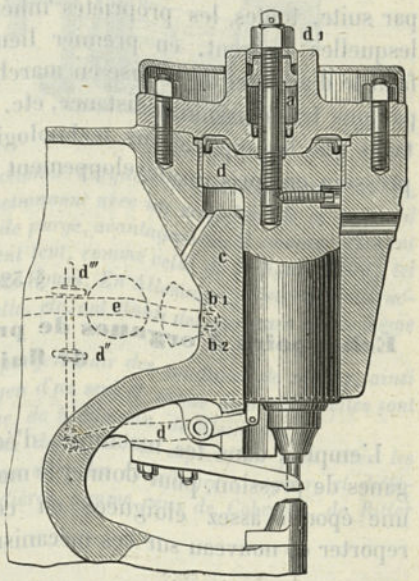
Le piston plongeur c_2 a une section égale à la moitié de celle du piston c_1, avec lequel il est relié (V. fig. 946 e) et agit sur une chaîne mouflée. Si les soupapes b_2 et b_3 sont ouvertes, comme on l'a supposé dans la figure, le piston se meut en avant (vers la droite), sous l'action d'une force égale à la moitié de la pression exercée à l'arrière de c_1; si b_1 et b_4 sont ouverts, le mouvement se fait sous l'action de cette pression entière; avec b_2 et b_3 ouverts, il se produit un mouvement en arrière (vers la gauche), déterminé par la charge de la chaîne mouflée (contrepoids). La soupape b' est une soupape de sûreté, qui entre en action dans le cas où, la soupape b_3 étant seule ouverte, il se produirait une descente rapide de la charge de la grue.

§ 325.

Échappoirs hydrauliques dans les machines de transformation.

Après avoir reconnu que les échappoirs hydrauliques se prêtaient très bien à l'élévation des fardeaux, on a été naturellement conduit à essayer de les utiliser pour les machines de transformation. C'est ce qui a été fait, avec un plein succès, notamment par *Tweddell* pour les machines à river (V. p. 155), à percer, à cintrer, etc. Nous donnerons ici un exemple de ce genre de machines.

Fig. 998.



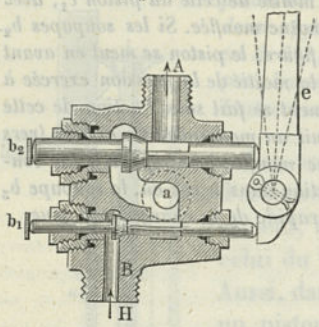
La figure 998 représente une commande par échappoirs, pour une machine à percer de Tweddell (1). d est le piston de l'échappoir, b_1 et b_2 ses deux soupapes, correspondant, l'une à la communication avec le bief à haute pression H, l'autre avec la décharge à l'air libre A. Si l'on ouvre b_1, en agissant sur le levier de manœuvre e, la pression vient agir à la partie supérieure de d et pousse ce piston. Le mouvement de retour (de bas en haut) s'effectue par l'intermédiaire du piston auxiliaire d_1, qui est relié invariablement avec d et dont la face inférieure est constamment en communica-

(1) Pour plus amples détails sur cette machine et sur les autres appareils de *Twedell*, V. Proceedings of the Inst. of Civ. Engineers, LXXIII, 1883. V., en outre, Engineer, juillet et août 1885, Revue industrielle, p. 493, 1885 et Mechanics, p. 272, 1885.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

tion avec le bief à haute pression H. Si b_1 est fermé et b_2 ouvert, la pression agissant sur d_1 le fait aussitôt remonter, ainsi que d. On se trouve, en réalité, en présence d'un levier hydraulique, à bras inégaux, dont le petit bras est constamment chargé par H, tandis que le grand bras est alternativement en communication avec H et A. Le dispositif à leviers d' d'' d''' limite la longueur de course du poinçon, grâce aux saillies d'' et d''', qu'on peut déplacer sur leur tige, suivant les besoins, et qui ont pour effet de ramener constamment et d'une manière sûre le levier e dans sa position moyenne.

Fig. 999.



La même chose avait lieu pour l'élévateur de la figure 996; nous devons constater ici la tendance à la mise en mouvement automatique de l'échappoir. La figure 999 représente une des formes que Tweddell a données à la disposition des soupapes b_1 et b_2.

Ce mode d'emploi de la pression de l'eau rappelle, à première vue, celui de la presse hydraulique, bien qu'en réalité il en diffère essentiellement. La presse est, en effet, un avançoir, tandis que les dispositifs dont il vient d'être question sont des échappoirs et possèdent, par suite, toutes les propriétés inhérentes à ces mécanismes, parmi lesquelles figurent, en premier lieu, la rapidité de mouvement, la facilité d'arrêt et de remise en marche, la possibilité de la commande par une transmission à distance, etc. C'est en raison de tous ces avantages que les applications technologiques des échappoirs à organes de pression ont pris un développement aussi rapide.

§ 526.

Échappoirs à organes de pression pour déplacement de fluides.

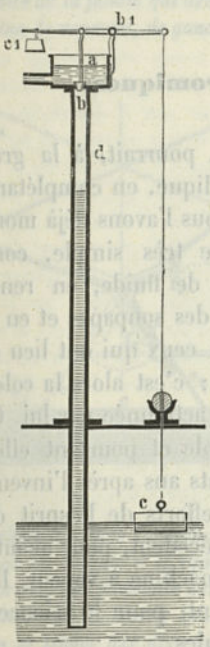
L'emploi, dans les machines, d'échappoirs non périodiques, à organes de pression, pour donner le mouvement à des fluides, remonte à une époque assez éloignée; en ce moment, l'attention semble se reporter de nouveau sur ces mécanismes.

Un exemple remarquable de ce genre d'échappoirs est fourni par la figure 1000, qui représente l'appareil de Brindley pour l'alimentation des chaudières, appareil presque oublié aujourd'hui et dont la disposition générale correspond au schéma de la figure 991. L'ouverture de la soupape b se fait, suivant les besoins, par l'action du flotteur c, et sa fermeture par le contrepoids c_1 (V. p. 872). Cette dis-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

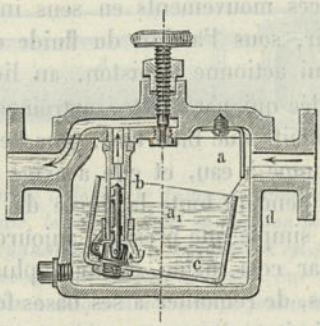
position a été employée, pour la première fois, dans les chaudières à vapeur de Watt; dans celles de Newcomen, c'était encore le conducteur qui avait à ouvrir et à fermer, à certains moments, le robinet, qui remplaçait la soupape d'échappement.

Fig. 1000.



La figure 1001 *représente l'appareil d'évacuation de vapeur condensée, ou purgeur, de Kirchweger. La soupape d'échappement b est encore ouverte ici par le flotteur c, comme dans l'appareil précédent, mais avec cette différence que le vase constituant ce flotteur, dès qu'il est rempli, jusqu'à une certaine hauteur, par l'eau qui s'y déverse, s'abaisse brusquement et détermine ainsi l'ouverture complète de la soupape. Celle-ci se trouve donc actionnée par un retendoir, qui est mis en tension et finalement déclenché par le remplissage du flotteur. Ici c'est un organe de*

Fig. 1001.



pression gazeux a (la vapeur) qui actionne l'organe de pression liquide a_1 (1).

Avant l'introduction de purgeurs fonctionnant avec un retendoir de ce genre, il existait toute une catégorie d'appareils de purge, avantageusement connus, reposant sur l'emploi d'un flotteur à déclenchement lent, comme celui de la figure 1000; *tel était notamment le purgeur de Tulpin, de Rouen. En Allemagne, certains constructeurs, Handrick à Buckau, Dehne à Halle, etc. ont établi des purgeurs sur ce même principe.*

Des échappoirs analogues servent à purger d'air des conduites de vapeur, ainsi qu'à enlever de l'eau et de l'air, au moyen d'un seul et même dispositif; telles sont les soupapes de concentration d'Andreae, de Kuhlmann, de Klein, etc.

Comme autres exemples d'échappoirs de la même espèce, on peut citer les monte-jus des sucreries, les retours d'eau dans les chauffages à vapeur, et différents appareils d'alimentation de chaudières, comme ceux de Cohnfeld, de Ritter et Mayhew, etc.

(1) L'appareil de purge de *Kirchweger* a reçu un assez grand nombre de formes différentes. Celle de la figure est d'un constructeur de Düsseldorf. En Angleterre, le purgeur de Mac Douglas, qui est très répandu, repose sur un principe tout à fait analogue. C'est encore sur ce même principe que les frères Körting ont établi une pompe complète, qu'ils ont désignée sous le nom de pompe à flotteur.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

B. ÉCHAPPOIRS DE FORCE PÉRIODIQUES A ORGANES DE PRESSION.

§ 527.

Machines motrices orthodromiques.

L'échappoir de fluide, à action périodique, pourrait, à la grande rigueur, se déduire de l'échappoir non périodique, en complétant la disposition de ce dernier; mais, ainsi que nous l'avons déjà montré, on peut également l'obtenir, d'une manière très simple, comme résultat d'une transformation de l'avançoir de fluide, en rendant desmodromiques l'ouverture et la fermeture des soupapes et en produisant ces mouvements en sens inverses de ceux qui ont lieu dans l'avançoir, sous l'action du fluide comprimé; c'est alors la colonne fluide qui actionne le piston, au lieu d'être actionnée par lui. C'est là une idée qui paraît être extrêmement simple et pourtant elle ne s'est produite que bien tard, plus de deux cents ans après l'invention de la pompe à eau, et elle a exigé tous les efforts de l'esprit d'invention, pendant toute la durée du siècle précédent, pour aboutir à la forme simple que présente aujourd'hui la machine à vapeur. Il est donc, par cela même, d'autant plus important, pour la science des machines, de remonter à ses bases fondamentales.

Les limites que nous nous sommes imposées ne nous permettent pas de suivre le développement complet depuis l'origine, et nous devons nous borner ici à rappeler que, dans la machine à vapeur de Newcomen, le déplacement des soupapes était produit par une détente à bascule, comme il en a déjà été fait mention précédemment (p. 652). Cela fait, nous allons donner quelques exemples très instructifs au point de vue spécial qui nous occupe.

1er Exemple. Machine à colonne d'eau à simple effet de Bélidor (1) (*fig.* 1002). — *Le piston c qui se meut dans le cylindre d est un piston à disque; a_1 est l'entrée de la colonne d'eau supérieure, a_2 la sortie de la colonne inférieure, les soupapes b_1 et b_2 sont réunies en un seul robinet à trois voies* (*V. p.* 909); *ce robinet est manœuvré par un retendoir à bascule* (*V. p.* 652), *commandé par le piston c. Le levier à bascule Ee_1e_2* (2), *chargé d'un poids en E, se trouve, dès le début de la course, attaqué par la poulie c_1* (*reliée invariablement au piston*), *qui le fait tourner autour de son axe, lequel est complètement indépendant de celui du levier f; un peu avant la fin de la course du piston, le levier E arrive à dépasser sa position*

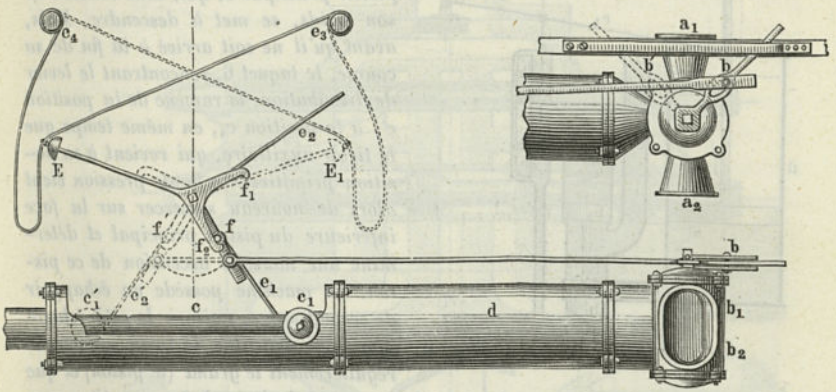
(1) V. Belidor, architecture hydraulique, Paris, 1739, vol. II, p. 238.

(2) Bélidor l'appelle le balancier, en même temps qu'il désigne la distribution sous le nom de Régulateur.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

moyenne et bascule; dans ce mouvement, il saisit, par le taquet f_1, le levier f, l'entraîne dans la position f' et amène, par suite, le levier b du robinet dans la position b' (le bras e_1 se trouve ici disparaître derrière E). Il y a alors renversement de la distribution. Le piston reprend un mouvement en sens inverse et, par l'intermédiaire de la poulie qui avait été amenée en c'_1 dans le mouvement précédent, il entraîne de nouveau, de gauche à droite, le bras e_2 du levier de bascule, qui occupait

Fig. 1002.



la position e'_2; vers l'extrémité de la course, le levier se trouve de nouveau dans la position de bascule et il ramène, par suite, le robinet dans sa position primitive b. Un cordon, qui s'enroule sur de petits cylindres e_3 et e_4, auxquels il est fixé, et qui est attaché en E, sert à limiter le mouvement de bascule du levier. Sur la tige du piston se trouve fixé directement le piston à disque d'une pompe foulante (1).

Il est à remarquer que cette machine constitue, en réalité, un mécanisme de détente de second ordre; l'ensemble de la disposition du piston moteur et des soupapes constitue, en effet, un échappoir et la distribution un retendoir, et tous les deux se déclenchent mutuellement.

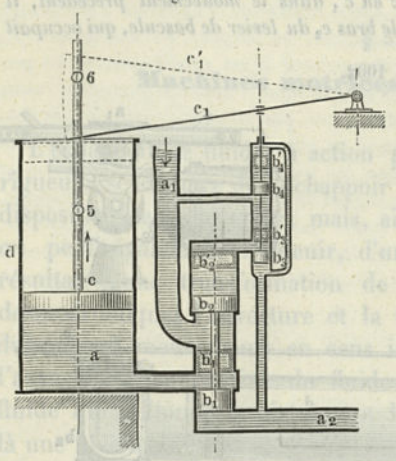
2° Exemple. Machine à colonne d'eau, à simple effet, de Reichenbach (*fig.* 1003). — *Au lieu du retendoir à bascule, qui, dans la machine précédente, effectuait le déplacement de la soupape vers la fin de la course, Reichenbach employait un second échappoir hydraulique et munissait d'un piston la soupape de distribution, en disposant précisément le tiroir b_1 b_2 sous la forme de piston. Il donnait également la forme de tiroir à piston aux deux soupapes réunies b_3, b_4 du second échappoir. Le piston principal c produit le déplacement de ce dernier tiroir, par l'intermédiaire des taquets 5 et 6 et du levier c_1. a_1 est la colonne d'eau supé-*

(1) Cette machine a été projetée, en 1737, par Bélidor pour l'usine hydraulique du pont Notre-Dame, mais elle n'a pas été exécutée. Comme de simples projets n'ont qu'une importance assez secondaire, au point de vue de l'histoire de l'invention des machines, nous aurions laissé celui-ci de côté, si nous n'avions pas jugé intéressant de signaler sa distribution, qui est certainement bien entendue et qui a été reproduite, à diverses reprises, comme invention nouvelle, sous différents noms. Il convient d'ajouter que cette distribution, même en 1737, n'était pas nouvelle, qu'elle existait déjà dans la machine à vapeur de Newcomen et avec une analogie telle dans les détails qu'il est vraisemblable qu'elle était une simple application, d'autant plus que Bélidor, dans le même volume de son remarquable ouvrage, décrit la machine à feu, avec les détails de distribution.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

rieure, a_2 la colonne inférieure. Le taquet 5 amène le tiroir auxiliaire dans la position b'_3 b'_4, ce qui a pour effet de mettre la face supérieure de b_2 en communication avec la conduite à basse pression; comme d'ailleurs on a pris $b_2 > b_1$, la haute pression qui s'exerce entre ces deux pistons détermine leur mouvement et les amène dans la position b'_1 b'_2. La basse pression se trouve alors régner sous le piston principal c, qui, sous l'action de son poids, se met à descendre. Mais, avant qu'il ne soit arrivé à la fin de sa course, le taquet 6, rencontrant le levier de distribution, le ramène de la position c'_1 à la position c_1, en même temps que le tiroir auxiliaire, qui revient à sa position primitive; la haute pression vient alors de nouveau s'exercer sur la face inférieure du piston principal et détermine une nouvelle ascension de ce piston. La machine possède un échappoir de second ordre, puisque le petit échappoir, qui constitue le tiroir, déclenche régulièrement le grand (le piston) et que celui-ci, à son tour, déclenche le petit; le dispositif du levier 5.6 c_1 constitue, par lui-même, un troisième mécanisme, de telle sorte que la machine, considérée dans son ensemble, travaille en troisième ordre.

Fig. 1003.



3e Exemple. Machine à colonne d'eau, à double effet, de Roux (1) (*fig.* 1004). — *Le double effet, dans cette machine, est le résultat de la réunion de quatre soupapes en une seule et de l'introduction successive de la haute et de la basse pression sur les deux côtés d'un piston.*

En outre, le dispositif à levier c_1 se trouve ici remplacé par un échappoir, constitué par les petits pistons b'_2, b'_3, sur les faces extérieures desquels viennent agir alternativement la haute et la basse pression, que leur transmet, par les conduits k'_2 et k'_3, le piston principal, à ses extrémités de course. Nous nous trouvons, par conséquent, avoir ici, dans l'ensemble, un échappoir de troisième ordre. Les extrémités c_2 et c_3, en forme d'ogives, du piston principal c constituent, dans la machine actuelle, des pistons de pompes. La marche de cette machine doit être éminemment satisfaisante.

Il ressort nettement de ce qui précède que la machine à vapeur à piston est également un échappoir de force. Sa distribution seule, en raison de l'expansion et de la condensation de la vapeur, s'écarte plus ou moins, suivant les circonstances, de celles dont il a été question jusqu'ici. Mais on trouve, dans le passé et même aussi dans le présent, des cas très simples, pour lesquels la différence n'est qu'assez faible.

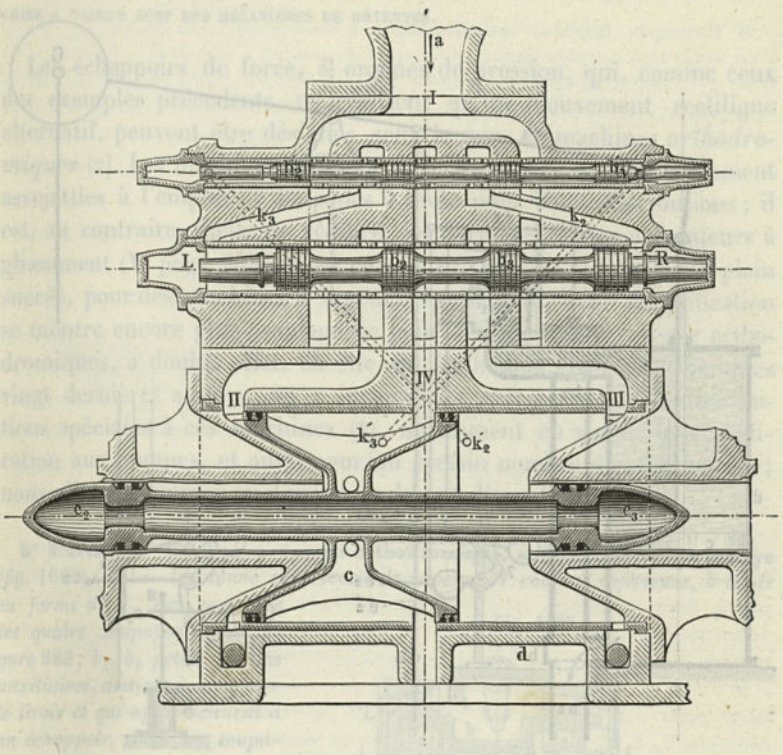
4e Exemple. Machine à vapeur à haute pression, à simple effet (*fig.* 1005). — *a_1 est la colonne supérieure de vapeur, a_2 la colonne inférieure, en communica-*

(1) V. Bulletin de la Société d'Encouragement, N° de juin 1888.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

tion avec l'atmosphère. Si l'on suppose la soupape b_1 ouverte, la vapeur s'introduit et met en mouvement, dans la direction de la flèche, le piston c, qui soulève le poids G, constituant la charge. Les soupapes b_1 et b_2 sont ouvertes par un reten-

Fig. 1004.



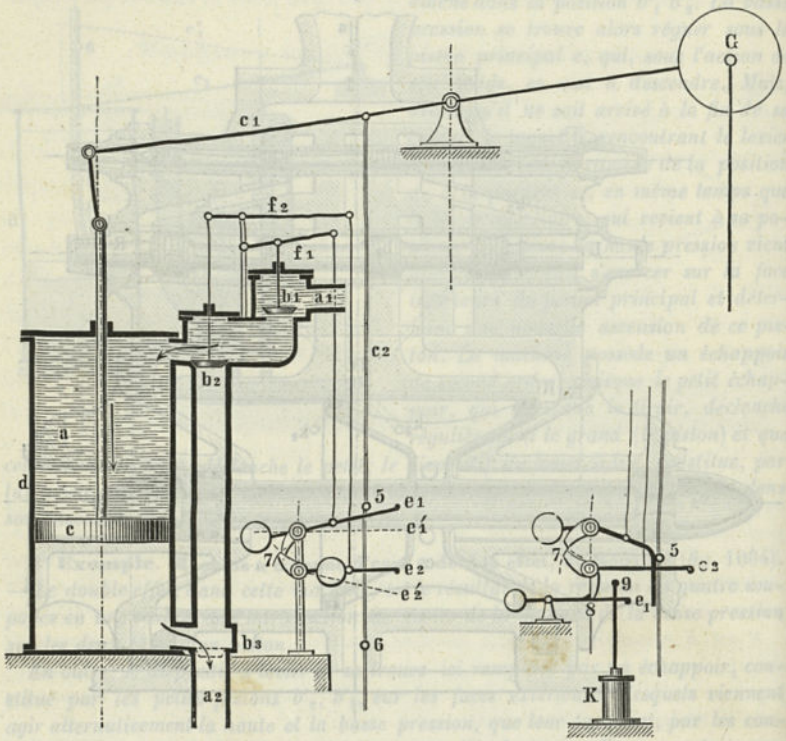
doir, quand celui-ci est déclenché par les taquets 5 et 6 d'une tige de distribution, qui se meut avec le piston; les cliquets du retendoir agissent en sens opposés et sont du genre de ceux que représente la figure 671. Lorsque le piston c arrive à l'extrémité inférieure de sa course, le taquet 5 produit le dégagement de la détente en 7, mais tend, en même temps, le retendoir f_1 e_1, en fermant la soupape b_1. En vertu du dégagement produit en 7, le retendoir $f_2 e_2$ ouvre la soupape b_2, qui laisse tout d'abord pénétrer sous le piston c la vapeur qui a déjà été utilisée. Par là se trouve établie l'égalité de pression sur les faces supérieure et inférieure du piston, de telle sorte que la soupape b_2 peut être désignée sous le nom de soupape d'équilibre. Sous l'action du poids G, le piston remonte et, à la fin de sa course, le taquet 6 dégage la détente en 7 et produit, par suite, de nouveau le déclenchement du retendoir e_1 f_1, en même temps qu'il ferme la soupape d'équilibre et qu'il tend le retendoir correspondant.

La méthode est donc ici différente de ce qu'elle était précédemment, puisque, à chaque fin de course, un retendoir se trouve superposé à l'échappoir principal a_1 b_1 $b_2 c d$; mais ces deux retendoirs peuvent être considérés comme résultant de la décomposition en deux du retendoir à bascule, à double effet, du premier exemple.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

L'action de chacun de ces retendoirs a lieu en troisième ordre, relativement à la levée des soupapes, et en second ordre pour leur fermeture. La distribution représentée est de Farey; la figure 779 *montre cette même distribution constituée par*

Fig. 1005.



un mécanisme de détente à éléments rigides. Le mode de fonctionnement dans la machine à simple effet correspond, d'une manière générale, à celle de l'échappement de chronomètre de la figure 769.

Si l'on doit faire usage de la condensation, on est conduit à ajouter une troisième soupape b_3, *qui est ouverte, lorsque* b_2 *est fermé et, en outre, pour le condenseur, un robinet d'injection, qui est ouvert et fermé en même temps que* b_3. *Si l'on veut, d'un autre côté, laisser la vapeur se détendre, on doit donner au levier* e_1 *une forme telle qu'il détermine, avant la fin de la course, la fermeture de* b_1 *par le taquet* 5, *supposé convenablement placé* (*V. la figure de droite*), *et qu'il maintienne souleré le poids tendeur correspondant; mais, comme par là le dégagement en* 7 *se fait en temps inopportun, il est nécessaire que* f_2 *soit maintenu par un second arrêt en* 8, *lequel est déclenché, soit, à la fin de la course, par la tige de distribution, soit comme cela se fait le plus ordinairement, par le retendoir K à mouvement lent, qui constitue ce qu'on appelle une cataracte; le déclenchement a lieu, après un certain temps de repos, au moyen du taquet* 9 (*V. page* 688).

Le condenseur est un bief à basse pression, dont l'application spéciale à la ma-

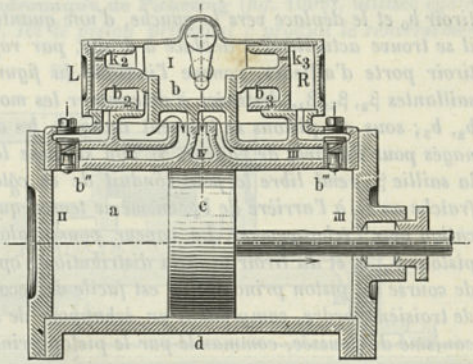
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

chine à vapeur est due à Watt (1). *Le fonctionnement de ce condenseur exige, en outre, ordinairement l'emploi de deux avançoirs à organes de pression, la pompe à air et la pompe à eau froide; d'un autre côté, la machine conduit, à l'aide d'un autre avançoir, la pompe d'alimentation, destinée au remplacement de l'eau dans le réservoir à haute pression. En résumé*, TOUS LES MÉCANISMES CONSTITUANT LA MACHINE A VAPEUR SONT DES MÉCANISMES DE DÉTENTES.

Les échappoirs de force, à organes de pression, qui, comme ceux des exemples précédents, ne réalisent qu'un mouvement rectiligne alternatif, peuvent être désignés sous le nom de machines *orthodromiques* (2). Les machines à vapeur de cette espèce ne sont nullement assujetties à l'emploi de soupapes à levée pour leurs distributions; il est, au contraire, facile de réduire ces dernières à des obturateurs à glissement (V. page 908). C'est ce que *Rittinger* a fait, avec un plein succès, pour des machines à vapeur d'épuisement. Cette simplification se montre encore plus avantageuse pour les machines à vapeur orthodromiques, à double effet, où elle est facilement réalisable. Dans ces vingt dernières années, on a imaginé un grand nombre de distributions spéciales à ces machines (3), notamment en vue de leur application aux pompes, et aussi pour un certain nombre d'autres usages; nous allons examiner quelques-uns de ces dispositifs.

5° Exemple. Machine à vapeur orthodromique, à double effet, de Tangye (*fig.* 1006) (4). — *I colonne supérieure de vapeur, IV colonne inférieure, b tiroir en forme de E, qui remplace les quatre soupapes de la figure* 986; b_2, b_3 *petits pistons auxiliaires, destinés à actionner le tiroir et qui appartiennent à un échappoir, dont les soupapes b', b'' sont ouvertes par le piston c, lorsqu'il arrive près des extrémités de sa course. Ces soupapes mettent les chambres R et L en communication avec les espaces cylindriques II et III. Si la soupape b''', par exemple, est soulevée par le piston, il se produit en R une basse pression, et la haute pression qui règne en L met alors le tiroir en mouvement; mais aussitôt l'équilibre tend*

Fig. 1006.



(1) Les développements donnés ici par l'auteur offrent le grand avantage de mettre cette invention sous son vrai jour.

(2) De ορθος, droit, et δρομος, course.

(3) L'après *Deane*, le nombre des distributions de ce genre, pour les États-Unis seulement, est supérieur à 100.

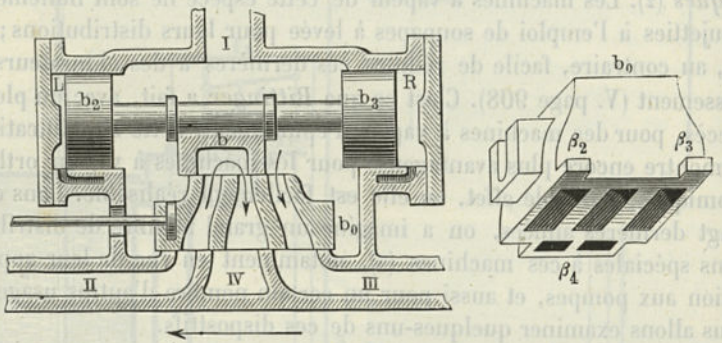
(4) V., pour plus de détails, la description complète donnée dans le traité des pompes de *Poillon*, p. 141, Pl. 10.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

à s'établir entre les espaces R et L, car la vapeur à haute pression s'écoule par le petit trou k_2. Le jeu inverse se répète à l'autre extrémité de course. On est ici en présence d'un échappoir à vapeur de second ordre, avec mécanisme de poussée superposé, de telle sorte que l'ensemble travaille en troisième ordre. Tangye a fait de nombreuses applications de cette machine pour des pompes à vapeur.

6e Exemple. Machine orthodromique, à double effet, de Blake (*fig.* 1007), *d'un usage très répandu pour la commande de pompes à vapeur* (1). *Au-dessous du tiroir principal b est disposé un autre tiroir b_0, muni de trois canaux qui restent constamment en communication avec les conduits d'admission II et III, ainsi*

Fig. 1007.



qu'avec le conduit d'échappement IV, malgré le léger déplacement que transmet à ce tiroir, un peu avant la fin de chaque course, une saillie disposée sur la tige du piston. Dans la position qu'indique la figure, la vapeur arrivant de I pousse le piston vers la gauche; un peu avant la fin de sa course, celui-ci vient agir sur le tiroir b_0 et le déplace vers la gauche, d'une quantité précisément égale à celle dont il se trouve actuellement déplacé à droite, par rapport à sa position moyenne. Ce tiroir porte d'ailleurs, comme l'indique la figure de côté, une série de parties saillantes β_2, β_3, β_4, destinées à déterminer les mouvements des pistons auxiliaires b_2, b_3; sous ces pistons se trouvent indiqués les débouchés des petits conduits ménagés pour l'arrivée de vapeur. Si l'on suppose le tiroir b_0 poussé vers la gauche, la saillie β_2 rend libre le petit conduit de ce côté, qui laisse entrer de la vapeur fraîche en L, à l'arrière de b_2, en même temps que β_4 met l'espace R en communication avec l'échappement. La vapeur pousse alors vers la droite l'ensemble des pistons b_2, b_3 et du tiroir b, et la distribution s'opère. L'inverse a lieu à l'autre fin de course du piston principal. Il est facile de reconnaître dans l'ensemble un train de troisième ordre, comprenant un échappoir de second ordre, placé sous un mécanisme de poussée, commandé par le piston principal.

7e Exemple. Machine orthodromique, à double effet, de Deane (*fig.* 1008), *également très employée pour les pompes à vapeur* (2); *tiroir avec double piston auxiliaire, comme précédemment. Ce dernier piston est ici gouverné par un tiroir spécial b' (en réalité très petit), auquel le piston à vapeur principal communique*

(1) D'après le catalogue de Blake, en 1886, plus de 20000 pompes à vapeur de Blake étaient déjà en usage aux États-Unis.

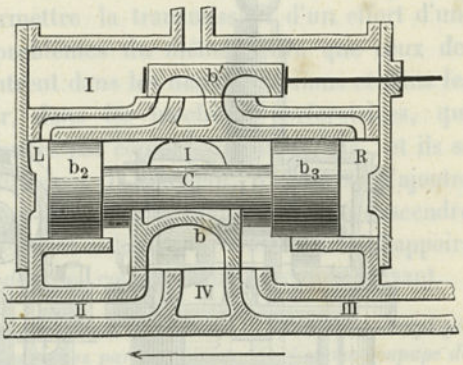
(2) V. Am. Machinist 17 fév. et oct. 1885. V. aussi, pour les excellentes pompes à vapeur de Dow, le Mining and scientific Press, mars et mai 1885.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

un mouvement lent par l'intermédiaire d'un renvoi de leviers. Le tiroir b' gouverne l'échappoir b_2 b b_3 et celui-ci effectue, de son côté, la distribution de l'échappoir principal. Le tout travaille en troisième ordre.

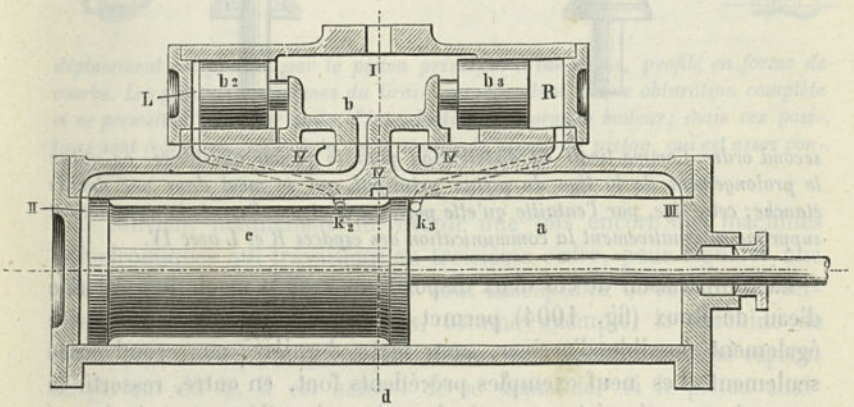
Si l'on compare les machines des trois derniers exemples avec la machine à colonne d'eau de Reichenbach, on reconnaît immédiatement qu'elles sont, en principe, conformes à cette dernière. Dans les dispositions des exemples 5 et 6, on voit nettement la lutte avec les difficultés du problème et on reconnaît les différentes formes accessoires par lesquelles on a dû passer successivement. Un autre mode de construction, d'un usage très répandu pour les pompes à vapeur, est celui de *Knowles*. Cette machine, qui est aussi de troisième ordre, comporte également pour le tiroir un piston auxiliaire, auquel le piston principal transmet un léger mouvement de rotation, qui permet à la vapeur d'arriver sur les faces et de s'échapper par des ouvertures ménagées sur ce piston auxiliaire.

Fig. 1008.



8e Exemple. Machine orthodromique de Pickering (*fig.* 1009), *utilisée également dans les pompes à vapeur. Ici le piston principal c produit le renversement*

Fig. 1009.

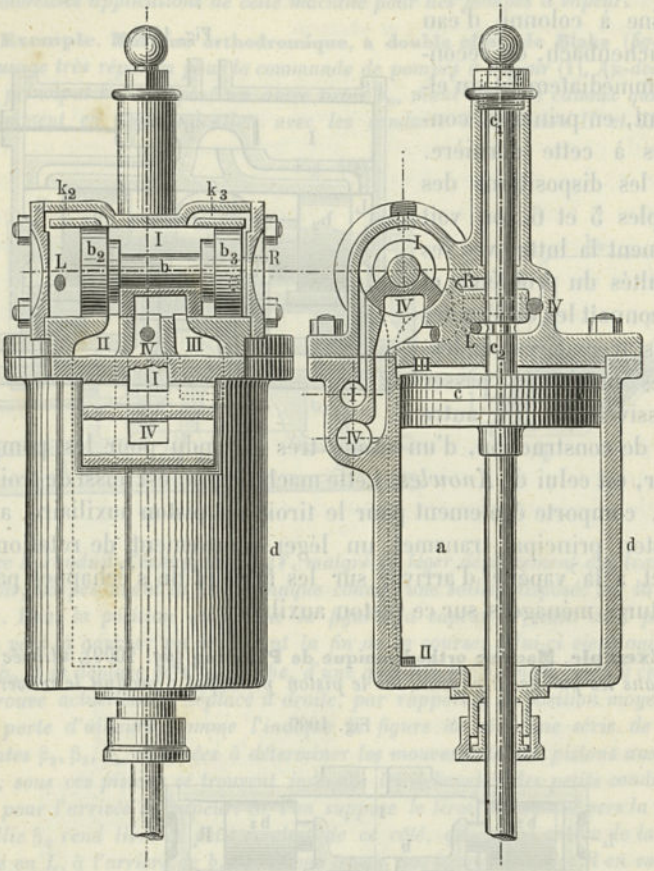


de marche du tiroir auxiliaire b_2 bb_3, en mettant les espaces R et L en communication alternativement avec I et IV. L'ensemble est un échappoir à vapeur de second ordre.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

9e Exemple. Machine orthodromique de Harlow (*fig.* 1010), *destinée aussi à la commande de pompes à vapeur* (1). *Cette machine, qui, en principe, est tout à fait analogue à la disposition précédente, est également un échappoir à vapeur de*

Fig. 1010.



second ordre. Comme tiroir de distribution pour le piston auxiliaire, on utilise le prolongement de la tige du piston principal, qui se meut dans une douille étanche; cette tige, par l'entaille qu'elle porte en c_2 et par l'extrémité c_1, établit et supprime alternativement la communication des espaces R et L avec IV.

La comparaison de ces deux dispositions avec la machine à colonne d'eau de Roux (fig. 1004) permet de reconnaître qu'il aurait été également possible d'arriver, pour cette dernière, au second ordre seulement. Les neuf exemples précédents font, en outre, ressortir la concordance qui existe, en principe, pour les éléments principaux, entre les machines examinées et les échappements d'horlogerie. La

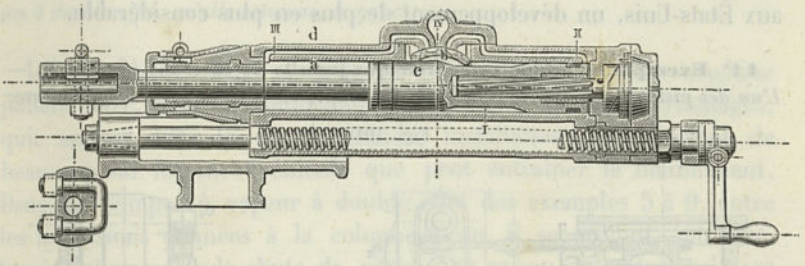
(1) V. Engineering and Mining journal de New-York, Oct. 1884, p. 231.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

roue d'échappement *a* se trouve remplacée par la colonne fluide et l'ancre par le tiroir, qui présente avec elle la plus grande analogie, même au point de vue de la forme ; quant à l'organe oscillant, qui correspond au pendule ou au balancier, il est disposé ici, non pas simplement pour rendre les oscillations aussi indépendantes que possible, mais encore pour permettre la transmission d'un effort d'une certaine importance. Des problèmes du même genre que ceux des pompes à vapeur se rencontrent dans les marteaux-pilons et dans les sonnettes à vapeur et à air, dans les machines perforatrices, qui presque toujours sont actionnées par compression d'air, etc., et ils se résolvent d'une manière analogue. Il convient, d'ailleurs, d'ajouter que, pour ces machines, on est généralement parvenu à descendre du troisième au second ordre, c'est-à-dire à se réduire à un échappoir, avec un mécanisme à tiroir courbe, comme dans l'exemple suivant.

10e Exemple. Machine orthodromique de Githen (*fig.* 1011), *employée avec succès pour la perforation des roches par percussion* (1). *Comme soupape de distribution on utilise ici un tiroir en E oscillant, en forme d'arc de cercle, dont le*

Fig. 1011.



déplacement est produit par le piston principal c lui-même, profilé en forme de courbe. Les positions moyennes du tiroir correspondent à une obturation complète et ne permettent pas, par suite, l'introduction de l'organe moteur ; mais ces positions sont franchies, grâce à la force vive de la masse du piston, qui est assez considérable.

Il convient maintenant de revenir une fois encore aux machines orthodromiques qui travaillent en troisième ordre, pour signaler une autre forme, sous laquelle elles sont susceptible de rendre des services assez importants. Prenons, comme exemple, la machine de Deane (fig. 1008). On y rencontre deux échappoirs de même espèce. En partant de là, il est naturel de se demander si le piston auxiliaire ne pourrait pas être utilisé également pour transmettre une

(1) V. Engineering and Mining Journal, New-York, mars 1887 ; V. aussi, pour la description de l'intéressante perforatrice de *Halsey*, Transactions of the Amer. Society of mech. Engineers, New-York, 1884-1885.

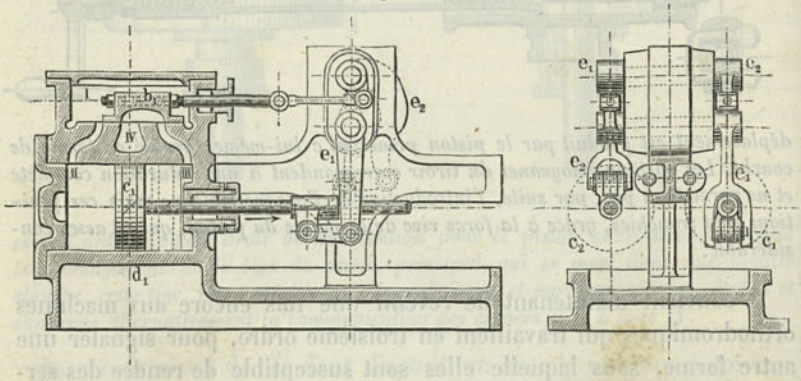
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

force à l'extérieur, pour commander, par exemple, un piston de pompe, comme le fait le piston principal. Il est évident que la chose est possible, à la condition d'augmenter son diamètre et sa course; rien ne s'oppose, du reste, à ce qu'on leur donne les mêmes valeurs qu'au grand piston. On se trouve alors amené à commander le tiroir b par le nouveau piston, au moyen de leviers de renvoi, comme la chose se fait déjà pour la commande du tiroir b' par le piston principal. Avec une disposition convenable de la tige auxiliaire, il devient évidemment possible de remplacer le tiroir en E par un tiroir à coquille ordinaire; c'est là une transformation secondaire, mais qui peut cependant rendre des services. On peut réussir ainsi à placer les deux échappoirs tout à fait à côté l'un de l'autre et, ce qui est le mieux, sur le même bâti. En définitive, *on arrive à une machine orthodromique jumelle, c'est-à-dire formée de deux machines identiques conjuguées, dont chacune actionne le tiroir de distribution de l'autre.*

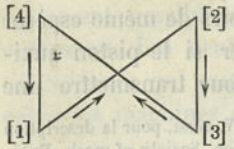
Cette disposition est aujourd'hui assez fréquemment en usage; utilisée déjà, en 1859, par *Mazeline*, pour de petites installations, elle se retrouve, dans les machines de *C.-C. Worthington*, qui ont pris, aux États-Unis, un développement de plus en plus considérable.

11° Exemple. Machine orthodromique jumelle de Mazeline (*fig.* 1012). — *L'un des pistons c_1 se trouve représenté en coupe, dans sa position moyenne, avec*

Fig. 1012.



son tiroir b_1, à fin de course, lequel est actionné par les leviers de renvoi e_2 de l'autre piston, qui se trouvent représentés sur la même figure. Le travail a lieu en second ordre, à la condition de laisser de côté ce qu'exige le doublement. Si l'on désigne par [1] *et* [3] *les deux échappoirs à piston (cylindre, piston, tiroir, vapeur) et par* [2] *et* [4] *les mécanismes à leviers de distributions, le mouvement s'opérera conformément au tracé ci-contre, dans lequel la combinaison* [1] [2] [3] *représente un*

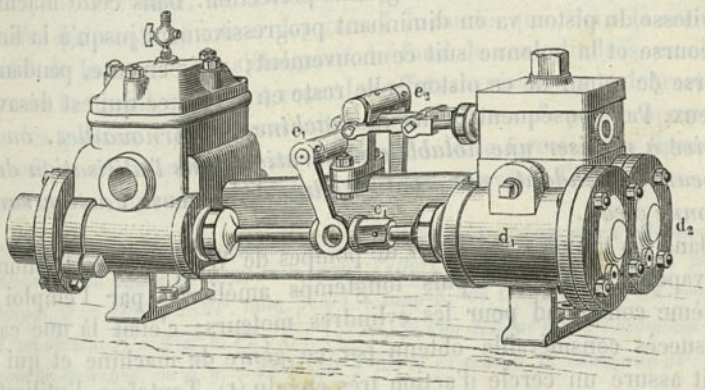


IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

entraînement de second ordre, de même que [3] [4] [1]. *Cette machine est utilisée pour la commande de pompes.*

12e Exemple. Pompe à vapeur jumelle de Worthington (*fig.* 1015). — *On n'a donné ici qu'une vue extérieure, la disposition se comprenant d'elle-même*

Fig. 1015.



d'après ce qui précède. La machine à vapeur jumelle se trouve à droite et les pompes à double effet, qu'elle actionne, à gauche.

La réunion de deux machines à action directe en une machine jumelle offre, pour la commande des pompes, de sérieux avantages, qui, surtout dans le cas de grandes installations, l'emportent de beaucoup sur les inconvénients que peut entraîner le doublement. Dans les pompes à vapeur à double effet des exemples 5 à 9, entre les impulsions données à la colonne d'eau, il se produit, en effet, forcément une grande chute de vitesse, en raison du temps qu'exige le retour du piston, tandis qu'avec les pompes jumelles, cette chute est presque nulle, puisque, au moment où l'un des pistons arrive à la fin de sa course, l'autre est déjà en mouvement.

Il convient, toutefois, de signaler un inconvénient inhérent à toutes les machines à vapeur représentées jusqu'ici, lorsqu'elles sont utilisées pour la commande directe de pompes, inconvénient qui tient à ce que le piston à vapeur doit travailler à peu près à pleine pression pendant toute sa course, pour surmonter la résistance constante qu'éprouve le piston de la pompe à eau. On a donc ici *une action convenable sur l'eau, avec une utilisation médiocre de la pression de la vapeur.*

C'est ce qui se produisait également dans les machines élévatoires les plus simples, et notamment dans les machines d'épuisement des mines, où l'on avait constaté de bonne heure cette imperfection et où on avait cherché à y remédier, en disposant, sur les tiges de pistons

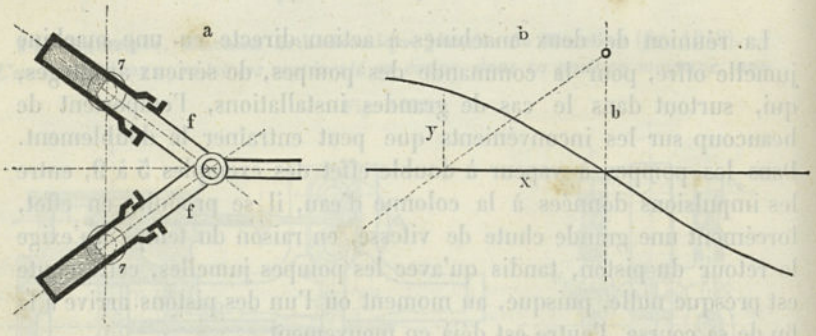
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

et les pièces de renvoi, des masses pesantes, susceptibles d'emmagasiner une force vive considérable. Cette force vive leur était communiquée, pendant que la vapeur agissait à haute pression, et elles la restituaient pendant la période d'expansion.

C'est ainsi que la machine d'épuisement de Cornouailles a été améliorée et amenée à une assez grande perfection. Dans cette machine, la vitesse du piston va en diminuant progressivement jusqu'à la fin de la course et la colonne suit ce mouvement; mais ensuite, pendant la course de retour de ce piston, elle reste en repos, ce qui est désavantageux. Par conséquent, *dans la machine de Cornouailles, on est arrivé à réaliser une notable amélioration dans l'utilisation de la vapeur, en rendant, par contre, plus défectueuse l'action sur la colonne d'eau.*

Dans les grandes machines de pompes de Worthington, l'action de la vapeur avait été depuis longtemps améliorée par l'emploi du système compound pour les cylindres moteurs; c'était là une cause du succès considérable obtenu par ce genre de machine et qui lui avait assuré un cercle d'action très étendu (1). Toutefois, l'utilisation réalisée pour la vapeur n'était toujours pas aussi élevée qu'on aurait

Fig. 1014.



pu le désirer. C'est en 1886 seulement que Worthington est arrivé au but de ses efforts, l'élévation de l'effet utile, par l'emploi de ce qu'il a appelé le *compensateur hydraulique*.

Le mécanisme de compensation qu'il a utilisé (fig. 1014) est un retendoir à bascule, du genre de celui que représente la figure 743,

(1) Dans ces dernières années, les usines de la Société R. Worthington ont livré des machines pouvant fournir de 22 000 à 54 000 mètres cubes d'eau par jour. Les machines de ce genre ont donné de bons résultats dans les régions du pétrole pour l'alimentation des biefs à huile (V. p. 875). En 1887, dans les districts de pétrole de l'Amérique seulement, on comptait environ 70 machines Worthington, de 600 à 800^{ch} chacune; une des dernières a des pistons plongeurs de 10″ et refoule dans une conduite de 6″, longue de 30 milles anglais. Ce sont des machines Worthington qui doivent desservir la conduite d'huile de Bakou à Batoum, dont il a été question à la page 877 (V. Engineering and Mining Journal, janv. 1887).

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

et dans lequel, au lieu de la pression d'un ressort, on emploie celle de l'eau, déterminée par un réservoir d'air à haute pression. Ce réservoir forme un bief de force à action périodique (V. page 876). Les pistons *f,f* du retendoir sont conduits par une traverse, fixée sur le prolongement de la tige du piston à vapeur. Pendant la première moitié de la course, la traverse les pousse dans leurs cylindres respectifs, qui oscillent autour des axes 7,7, tandis que, dans la seconde moitié de la course, ils s'éloignent du fond de ces cylindres, en abandonnant le travail qu'ils ont reçu. Les effets de résistance et de traction, que les pistons *f,f* exercent alternativement sur le piston à vapeur, peuvent se représenter par un diagramme de la forme de la figure *b*, forme qu'on obtiendrait également par des relevés à l'indicateur.

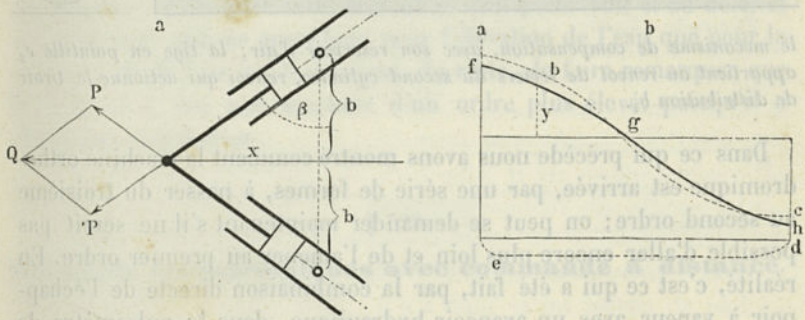
En désignant par P la pression de chacun des deux pistons et en adoptant les notations de la figure 1015 *a, on a, pour l'effort Q exercé sur la tige du piston principal,* $Q = 2P\sin\beta = 2P.\ tang.\ \beta : \sqrt{1 + tang^2\beta}$, *où* $tang\ \beta = x : b$. *En remplaçant, on obtient* $Q = 2\,(x : b)\ P : \sqrt{1 + (x : b)^2}$. *Si l'on désigne par y l'ordonnée Q de la courbe cherchée, on a* $y = 2Px : \sqrt{x^2 + b^2}$, *et en posant la constante* $2P = c$:

$$\frac{y}{c} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + b^2}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (317)$$

équation qu'on peut utiliser directement pour le tracé du diagramme.

Si l'on porte cette courbe sur le rectangle qui représente le diagramme de la résistance de l'eau (fig. 1015 *b*), on obtient, comme

Fig. 1015.



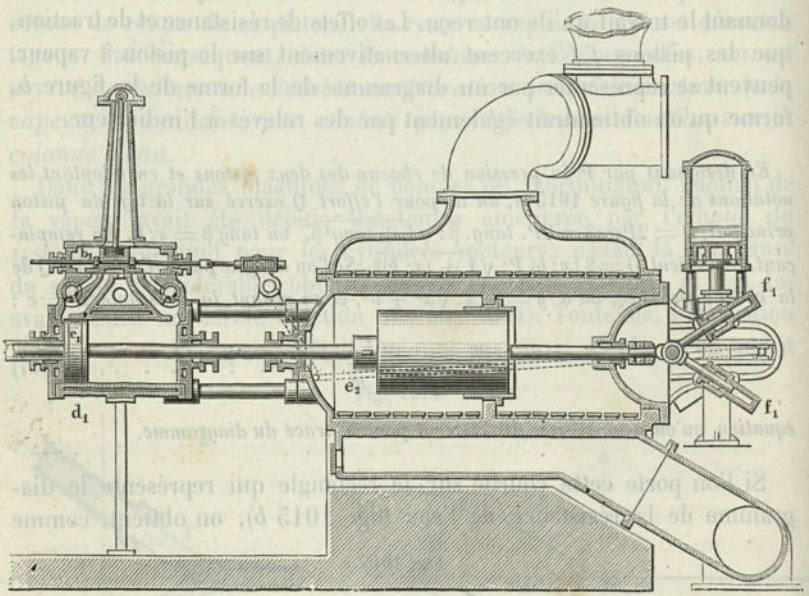
courbe de la résistance réelle, la ligne *fgh*, et l'on voit de suite que cette courbe possède, à un haut degré, l'analogie désirée avec un diagramme de pression de vapeur, correspondant à une forte détente, en d'autres termes, que la puissance et la résistance, dans la machine, se correspondent presque exactement. La courbe *abcde*, en traits pointillés, est empruntée à un diagramme relevé directement à l'indi-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

cateur (1). On peut conclure de tout ce qui précède que, *dans la machine à vapeur à action directe, avec le compensateur de Worthington, il est possible d'obtenir une action satisfaisante aussi bien de la pression de l'eau que de celle de la vapeur* (2).

La figure 1016 *représente, en coupe longitudinale, un des cylindres d'une machine jumelle de Worthington pour commande de pompes. A droite est indiqué*

Fig. 1016.



le mécanisme de compensation, avec son réservoir d'air; la tige en pointillé e_2 *appartient au renvoi de leviers du second cylindre, renvoi qui actionne le tiroir de distribution* b_1.

Dans ce qui précède nous avons montré comment la machine orthodromique est arrivée, par une série de formes, à passer du troisième au second ordre; on peut se demander maintenant s'il ne serait pas possible d'aller encore plus loin et de l'amener au premier ordre. En réalité, c'est ce qui a été fait, par la combinaison directe de l'échappoir à vapeur avec un avançoir hydraulique, dans le pulsomètre de

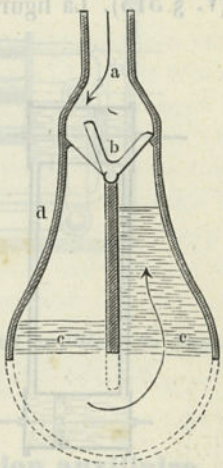
(1) *Mair*, Experiments on a direct acting steampump Excerpt minutes of the proceedings of the Inst. of. Civ. Engineers. Londres, 1886.

(2) Avec la machine de Worthington et ses compensateurs, on atteint le but que poursuivaient, depuis près de 200 ans, les constructeurs de pompes à vapeur. Il s'est en effet écoulé ce nombre d'années, depuis les premiers travaux de Papin à Cassel (1690), jusqu'à ce qu'on soit arrivé à satisfaire, en même temps, aux conditions contradictoires que semblaient impliquer, d'un côté, les mouvements de l'organe de pression moteur élastique et, de l'autre, ceux de l'organe actionné, dépourvu d'élasticité.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Hall, dont la figure 1017 représente schématiquement la partie supérieure. *a* vapeur, *b* détente en forme d'ancre, *d* bâti (V. fig. 775). Si l'on imagine le récipient *d* fermé à la partie inférieure, comme l'indiquent les traits en pointillé, et si l'on suppose introduit à l'intérieur un corps de fluide *c*, qui remplace le mélange d'eau et de vapeur du pulsomètre, on se trouve en présence d'une action de premier ordre. L'effet utile de ce dispositif est, comme on le sait, très faible ($^1/_4$ à $^1/_3$ de celui de la machine à vapeur à piston), mais, dans un certain nombre de cas, ce défaut se trouve compensé par la simplicité de l'installation et du fonctionnement.

Fig. 1017.



Un autre échappoir de premier ordre est le bélier hydraulique de *Montgolfier*, qui est également combiné directement avec un avançoir hydraulique; l'effet utile est faible. Plus tard, on a eu l'idée de substituer à l'avançoir à eau un avançoir à air, qui était également actionné directement par un échappoir; c'est ce qui a été fait, pour la première fois, sur une grande échelle, dans la construction du tunnel du mont Cenis, avec le compresseur d'air à moteur hydraulique de *Someiller*; l'effet utile s'est ainsi trouvé porté à 50 p. 100 environ. Dans ces derniers temps, grâce à une série d'innovations remarquables, *Pearsall* est arrivé à faire du bélier hydraulique une machine d'un effet utile très élevé (80 pour 100 et au delà) et qui peut être utilisée aussi bien pour l'élévation de l'eau que pour la compression de l'air (1). Il convient, du reste, de faire remarquer que Pearsall en a fait une machine d'un ordre plus élevé, puisqu'il a ajouté une distribution.

§ 528.

Machines orthodromiques avec commande à distance.

Si une machine orthodromique est chargée de commander une pompe à piston, qui doit être installée à une assez grande distance, il devient nécessaire d'établir entre les deux appareils un dispositif de transmission. Précédemment on faisait le plus souvent usage de ce

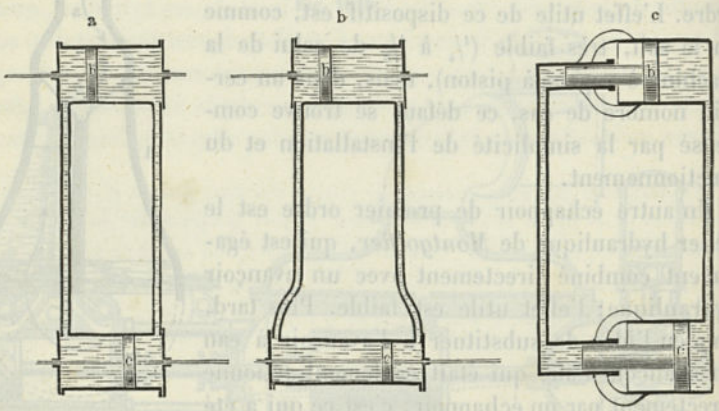
(1) V. Engineering, vol. XLI (juillet 1886), page 47; V. aussi H. D. *Pearsall*, Principle of the hydraulic ram applied to large machinery, London, Bedford Press, 1886.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

qu'on appelait une maîtresse tige ; mais on peut aussi utiliser, dans le même but, une conduite à pression.

Lorsque l'organe de pression employé est l'eau, la transmission intermédiaire porte le nom de tige hydraulique. On obtient une transmission de ce genre par la combinaison de leviers hydrauliques (V. § 313). La figure 1018 représente trois dispositions différentes.

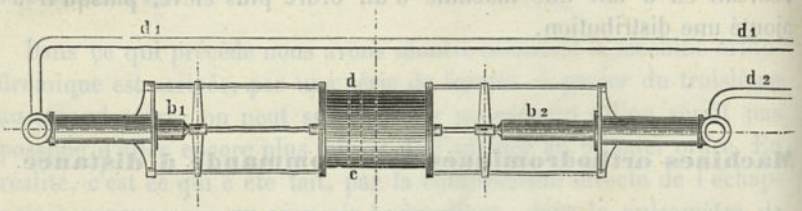
Fig. 1018.



a est un dispositif de conduite de pression fermé, avec deux pistons égaux ; *b* un dispositif du même genre, avec pistons inégaux ; enfin *c*, un troisième avec pistons composés. Pour les pompes de mines, on a proposé, à différentes reprises, la tige hydraulique et on l'a appliquée quelquefois. Une application remarquable est la suivante.

Exemple. *Machine d'épuisement avec tige hydraulique aux mines de charbon de Sulzbach-Altenwald* (1). *La figure* 1019 *donne un plan schématique de l'installation à la surface et la figure* 1020 *le plan de celle du fond de la mine. La conduite de pression est disposée comme celle de la figure* 1018 *b. Le piston à vapeur c, au*

Fig. 1019.

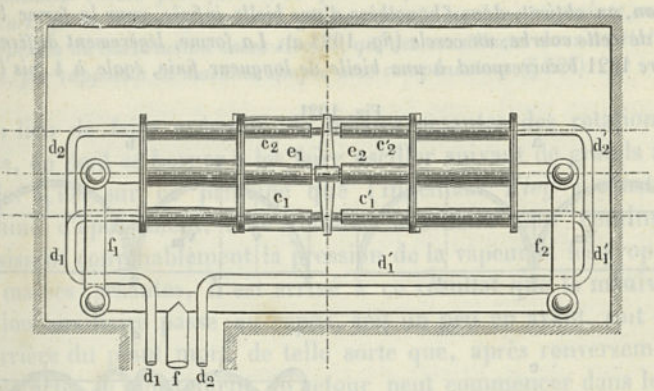


(1) V., pour les détails de cette excellente machine, Zeitschrift für Berg-Hütten und Salinenwesen, XXII, page 179, XXIII, p. 6, et XXIX. La hauteur d'élévation est de près de 250 mètres ; au début, cette machine donnait 6 coups doubles par minute, puis 10 et enfin aujourd'hui elle en donne 16, avec des pauses de une seconde, ce qui correspond à une vitesse moyenne de piston de $1^m,94$. La tension de l'eau dans les tuyaux de conduite de $c_1 c_2$ est de 80 atm. ; les pistons de pompes ont un diamètre de $0^m,514$ et une course de $1^m,70$.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

moyen des deux pistons plongeurs b_1 et b_2, commande les pistons c_1 c'_1 et c_2 c'_2, situés au fond de la mine, et ceux-ci, de leur côté, actionnent les pistons de pompes

Fig. 1020.



$_1$ et e_2. C'est pour la symétrie qu'on a décomposé en deux les pistons du dispositif de pression.

§ 329.

Machines orthodromiques avec rotation auxiliaire.

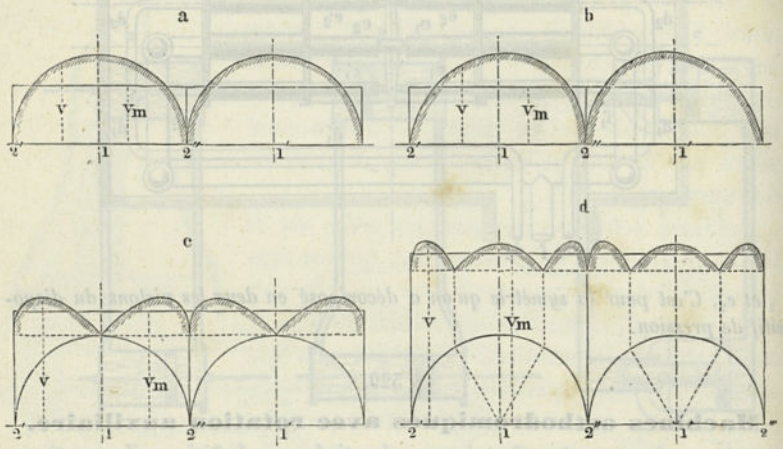
Un moyen efficace, auquel on a eu recours pour améliorer l'action de la vapeur dans la machine orthodromique, consiste dans l'emploi de masses animées d'un mouvement de rotation, au lieu des masses oscillantes de la machine de Cornouailles. A l'aide d'un mécanisme spécial, on transforme le mouvement rectiligne alternatif du piston à vapeur en un mouvement de rotation autour d'un axe, sur lequel on place un volant. On constitue ainsi ce qu'on peut appeler des machines orthodromiques, avec rotation auxiliaire. Comme, dans ces machines, la couronne du volant peut avoir facilement une vitesse 4 à 5 fois plus grande que celle du bouton de manivelle, il en résulte qu'on peut arriver ainsi à diminuer notablement la grandeur des masses nécessaires; pour une vitesse quadruple seulement de la vitesse moyenne du piston, cette grandeur devient seize fois moindre que dans la machine orthodromique simple. Il y a donc là un moyen de réaliser une meilleure utilisation de la vapeur, et c'est pour ce motif qu'on le trouve fréquemment employé dans les installations de pompes à vapeur, depuis les plus petites dimensions jusqu'aux plus grandes (1).

(1) La machine à pompe de *Gaskill*, très répandue aux Etats-Unis, est une machine jumelle, avec rotation auxiliaire et manivelles calées à angle droit; elle a un très bon effet utile. V. à ce sujet l'intéressant rapport de *Porter* : Report of the trial of the Gaskill Pumping Engine at Saratoga, published by the Board of Water Commissioners, 1883.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Si l'on considère une machine simple pour pompe, avec rotation auxiliaire, il est facile de voir que l'action sur l'eau ne s'exerce pas dans de bonnes conditions, en raison des variations très fortes qu'éprouve la vitesse v du piston. Si l'on représente cette vitesse par une courbe, dont les abscisses sont les chemins parcourus par le piston, on obtient, dans l'hypothèse d'une bielle infinie, pour la forme la plus simple de cette courbe, un cercle (fig. 1021 a). La forme, légèrement différente, de la figure 1021 b correspond à une bielle de longueur finie, égale à 4 fois la lon-

Fig. 1021.

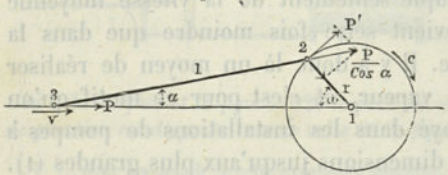


gueur de la manivelle. Cette courbe représente, en même temps, le rapport de l'effort tangentiel au cercle de la manivelle à la pression transmise par le piston (1). *La masse d'eau mise en mouvement doit suivre plus ou moins les valeurs variables de v, lesquelles s'écartent assez fortement de la valeur moyenne v_m, ce qui n'est pas sans entraîner de notables variations de pression dans la masse de l'eau; aussi pour ce motif convient-il, malgré l'addition de réservoirs d'air, de limiter la vitesse moyenne de l'eau à une valeur assez faible.*

Les variations deviennent notablement plus faibles, quand on conjugue deux des machines en question pour en faire une machine jumelle, avec manivelles à angle droit. La figure c représente les courbes de vitesse correspondantes. Plusieurs

(1) En partant des notations de la figure 1022, on a la relation $v : c = \sin\alpha + \text{tang}\,\alpha \,.\, \cos\omega$. D'un autre côté, on a $Pdz = P'rd\omega$, et par suite $Pv = P'c$; le rapport $P' : P$ est donc égal à la même expression; les courbes précédentes se trouvent, dès lors, représenter aussi le rapport de la force tangentielle à la pression du piston. P et c sont représentés, dans les figures a et b, par 1′2′, dans la figure c par 2′2″ et dans la figure d par 2′1′; dans les tracés c et d, le rapport $1 : r$ a été de nouveau supposé infini. Les courbes sont établies dans l'hypothèse de pompes à double effet. Si l'on supposait deux pompes à simple effet, avec manivelles disposées en sens opposés, refoulant l'eau dans un seul et même tuyau, la courbe de la figure b devrait, pour la seconde moitié, être disposée exactement comme pour la première, c'est-à-dire être symétrique par rapport à son milieu.

Fig. 1022.



IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

installations de pompes à vapeur, exécutées dans ces derniers temps, ont reçu cette disposition. Tout récemment on a même construit des machines trigéminées, avec manivelles calées à 120°. Les courbes de vitesses, données par la figure d, sont naturellement encore plus favorables que les précédentes. Il est bien évident, d'ailleurs, que la machine jumelle et, plus encore, la machine trigéminée entraînent des dépenses de construction assez élevées, qui les constituent dans un état d'infériorité, par rapport à la machine simple avec compensateur (§ 327).

Au lieu de faire exécuter aux masses pesantes des rotations complètes, on peut se borner à les faire osciller suivant de grands arcs de cercle. C'est sur ce principe que l'ingénieur *Kley* a construit sa machine d'épuisement, avec rotation auxiliaire non continue. En choisissant convenablement la pression de la vapeur et les proportions des masses pesantes, il est arrivé à ce résultat que la manivelle de rotation auxiliaire passe au repos, soit un peu en avant, soit un peu en arrière du point mort, de telle sorte que, après renversement par la cataracte, le mouvement de retour peut commencer dans les deux cas. Dans le premier cas, le volant, après la pause, prend un mouvement rétrograde et, dans le second, un mouvement direct (1).

§ 330.

Machines à rotation. — Distributions.

En regard des machines orthodromiques viennent se placer les échappoirs à organes de pression qui doivent céder leur travail mécanique dans un mouvement de rotation continu et qui, par suite, sont destinés à agir comme des cursoirs. On peut les désigner sous le nom de *machines à rotation*. Entre ces machines et les machines orthodromiques, proprement dites, viennent s'intercaler les machines avec rotation auxiliaire, dont il a été question dans le paragraphe précédent. Le passage du mouvement rectiligne au mouvement de rotation peut se faire de plusieurs manières; le plus généralement on a recours à la disposition bien connue qui consiste à utiliser simplement un mécanisme à manivelle, pour transformer le mouvement rectiligne alternatif du piston de l'échappoir en un mouvement circulaire continu autour d'un axe.

La pression P', qui agit tangentiellement au cercle du bouton de la manivelle, éprouve de très fortes variations de grandeur (V. fig. 1021), lesquelles se trouvent encore augmentées, quand la pression P du piston varie elle-même, par suite de l'expansion de la vapeur. Il est

(1) V., au sujet de cette intéressante machine : comptes-rendus de Saint-Étienne, juin 1877, Dingler's journal, vol. 242, page 1, 1881, et vol. 244, page 349, 1882.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

donc nécessaire de recourir également à l'emploi d'un compensateur (V. page 936), qui se présente ici sous la forme d'un volant. Ce dernier se trouve, d'après cela, constituer un réservoir de force, ou, suivant la désignation proposée (page 880), un bief pour force vive. Une utilisation particulièrement importante du bief de force se rencontre dans les laminoirs, où fréquemment on emprunte à ce bief, en un temps très court, une force comparable à celle que produit la machine elle-même, de telle sorte que, par exemple, une machine de 1000 chevaux se trouve fournir, pendant une courte période, un travail de 2000 chevaux; c'est une preuve évidente que le volant constitue bien réellement un bief de force.

Comme éléments importants et se présentant sous des formes extrêmement variées dans les machines à rotation, il convient de signaler les distributions, c'est-à-dire les dispositifs utilisés pour le dégagement et la clôture de la détente de l'échappoir. Dans toute la série des distributions dont il a été question dans les paragraphes précédents, on retrouvait la même disposition fondamentale, consistant en ce que le mouvement des valves était un mouvement rectiligne, déterminé, soit par celui du piston lui-même, soit par celui d'une tige que commandait ce piston. Dans les machines à rotation on rencontre un autre mode de commande : le mouvement de la détente de l'échappoir est donné par le mécanisme de rotation de la machine; il va de soi que ce mode de commande qui, comme on le sait, est très usité, est également applicable aux machines avec rotation auxiliaire. Nous avons, par suite, à distinguer :

les distributions à course alternative;
les distributions à rotation.

Pour les machines à mécanisme de rotation, les deux espèces de distributions peuvent être le plus souvent utilisées; mais elles agissent d'une manière différente, à un point de vue essentiel : *avec les distributions de la première espèce, le sens dans lequel tourne le mécanisme de rotation est indifférent, tandis qu'avec celles de la seconde espèce il est, au contraire, déterminé.*

Les machines à rotation de *Watt* possédaient généralement une distribution à course alternative (1); avec une distribution fonctionnant bien régulièrement, elles pouvaient, par suite, tourner aussi bien à droite qu'à gauche et exigeaient, dès lors, une attention tout à fait spéciale pour la mise en marche.

(1) V. *Farey*, Treatise on the Steam engine, Londres 1827, p. 524; les machines avec distribution à tiroir ne furent construites par la Société Boulton et Watt qu'après le départ de Watt et sa rentrée dans la vie privée.

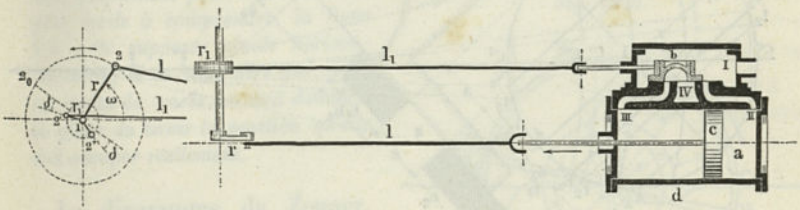
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Hornblower, l'inventeur de la machine à double cylindre (*compound*), avait également donné à cette dernière une distribution du même genre. Ce n'est que vers 1800 que commencèrent à se montrer les distributions à mécanisme de rotation, avec l'obturateur à glissement, imaginé en 1799 par *Murdock ;* toutefois, la distribution à course alternative se maintint encore assez longtemps dans les machines et aujourd'hui encore on la voit reparaître, de temps à autre, comme invention nouvelle. Dans les machines orthodromiques, avec rotation auxiliaire, de construction récente, on rencontre presque toujours la distribution à rotation; la machine de Kley, dont il a été précédemment question (page 943), fait exception; elle est munie d'une distribution à course alternative, afin qu'elle puisse se remettre en marche, après une pause, aussi bien en avant qu'en arrière du point mort de la manivelle.

Le tiroir, qui, comme nous l'avons vu, est le résultat de la réunion de quatre soupapes à levée en un seul obturateur à glissement (V. § 322), donne, par cela même, une grande simplicité à la distribution de l'échappoir ordinaire à double effet, ainsi que permet de le constater la figure 1023, qui est la représentation schématique d'une machine à vapeur.

La commande du tiroir b par un mécanisme d'excentrique (excentrique r_1, avec sa tige l_1) n'est pas naturellement la commande la plus

Fig. 1023.



ancienne; avant elle, on a employé le disque à bosses, qui avait pour effet de ramener rigoureusement l'obturateur à la position de repos, immédiatement après l'ouverture ou la fermeture. Un avantage du tiroir, qui est resté longtemps inaperçu et qui a été reconnu plus tard comme ayant une certaine importance, consiste en ce que, grâce aux recouvrements, il permet de supprimer, avant la fin de la course du piston, l'admission de vapeur en II et en III et qu'il laisse, par suite, l'expansion se produire. D'un autre côté, pour que, malgré l'existence du recouvrement, la vapeur puisse déjà commencer à s'introduire, lorsque la manivelle principale est au point mort, il convient que le bras r_1 de l'excentrique se trouve, à ce moment, dans la position 1.2',

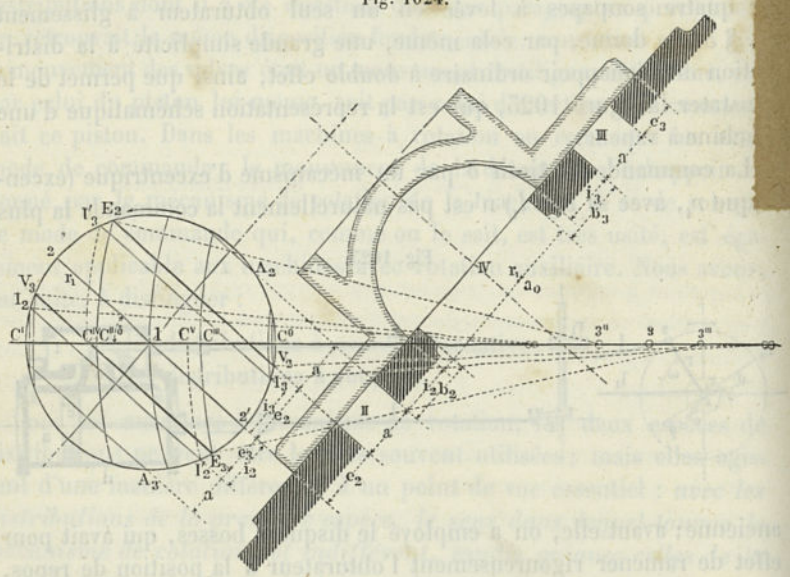
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

enavant de sa position moyenne, d'un angle $\delta = 2_0 1.2'$, qu'on appelle l'angle d'avance à l'admission ; la direction de la rotation de la manivelle principale r est alors celle qui a été suivie pour décrire cet angle, c'est-à-dire qu'ici la rotation doit se faire à gauche ; si elle devait, au contraire, se faire à droite, la manivelle r_1 devrait occuper la position $1.2''$.

Les mouvements du tiroir se représentent assez ordinairement par un tracé graphique (1) ; les valeurs qu'on doit donner à l'angle d'avance et aux recouvrements, pour que l'admission de vapeur cesse à une fraction déterminée de la course du piston, se déterminent de la manière suivante :

Le cercle décrit du point 1, *avec* $1C^0$ *pour rayon, représente le cercle du bouton de la manivelle que remplace l'excentrique et, en même temps, à échelle réduite, celui de la manivelle principale. Soient* C'' *et* C''' *les points symétriquement placés*

Fig. 1024.



de la course du piston, où doit se faire la suppression de l'admission de vapeur. Si, par ces points, on fait passer des arcs de cercle, décrits de $3''$ *et* $3'''$ *avec le rayon* $1.3 = l$, *les intersections* E_2 *et* E_3 *avec le cercle précédent détermineront les angles décrits par le rayon de manivelle, pendant que le piston parcourt les chemins* C^0C'' *et* $C'C'''$, *qui, dans la figure, représentent les* 7/10 *de la course. Si maintenant on choisit la position de manivelle* V_2, *pour laquelle l'introduction de vapeur doit commencer, dans le cas du mouvement vers la gauche, qu'on tire la ligne* V_2E_2 *et qu'on mène par le centre la parallèle* $2.1.2'$, *l'angle* $2.1.C'$ *repré-*

(1) Autrefois on utilisait pour ce tracé ce qu'on appelait l'Ellipse du tiroir ; mais, depuis 1860, on a recours, de préférence, au diagramme du tiroir de *Zeuner*.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

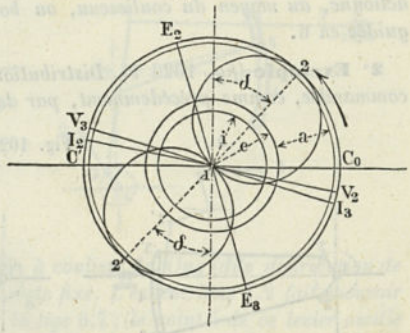
sente l'angle d'avance δ à employer, et la distance de 2.1 à E_2V_2 le recouvrement extérieur e_2 du bord du tiroir sur le bord du conduit d'admission II ; la largeur a de ce conduit est maintenant à choisir, avec la condition qu'elle soit inférieure à $r_1 - e_2$; elle est déterminée ici par la parallèle A_2. Quand la manivelle est arrivée en I_2, ce qui correspond, dans le cas actuel, aux $^{98}/_{100}$ de la course du piston, la communication avec l'échappement doit commencer, et, pour cela, il faut que le recouvrement i_2 soit pris égal à l'écartement entre la ligne équatoriale 2.1.2′ et la parallèle $I_2I'_2$ à cette ligne.

Pour le mouvement de gauche à droite, le procédé est analogue. Seulement, comme l'angle δ est déjà connu, il suffit de mener par E_3 la parallèle E_3V_3, qui détermine la position V_3, pour laquelle doit commencer l'introduction. Le recouvrement extérieur e_3 est notablement plus faible que e_2 et le bord du conduit III est beaucoup plus dépassé que de l'autre côté. Le recouvrement intérieur i_3 a été fait ici égal à i_2, afin de conserver la glace du tiroir symétrique; pour le même motif, les largeurs des bandes b_3 et b_2 ont été prises égales. Il existe un certain arbitraire dans le choix de cette largeur et on doit se guider par cette considération que le tiroir se trouvant complètement rentré doit recouvrir encore la bande d'une quantité suffisante. Les points I'_2 et I'_3 fournissent une indication qui n'est pas sans importance; ils indiquent les moments où cessent les communications avec l'échappement. Les positions C^{IV} et C^V du piston, qui correspondent à ces fermetures de l'échappement, ne sont pas symétriques, et cela précisément parce qu'on a pris $i_3 = i_2$. La vapeur se trouve donc emprisonnée plus tôt à droite qu'à gauche, de telle sorte que la compression est plus forte dans le mouvement vers la droite que dans l'autre; mais il ne peut en résulter aucun inconvénient sérieux.

Il nous a été tout à fait facile, comme on vient de le voir, de tenir compte du rapport $l:r$. On pourrait de la même manière avoir égard au rapport $l_1:r_1$; mais il n'y aurait à cela aucune utilité, car on n'arriverait ainsi qu'à des différences extrêmement faibles, tout à fait négligeables. Il convient encore de remarquer que, simplement pour rendre le tracé plus facile à comprendre, la ligne 1.3 a été supposée placée horizontalement; il va sans dire que, dans les études de tracés, on doit donner à la glace du tiroir la position qu'elle doit occuper réellement.

Le diagramme de Zeuner, pour le cas actuel, s'obtient comme il suit (fig. 1025).

Fig. 1025.



Le cercle décrit avec 1 C_0 représente, comme précédemment, les cercles des deux manivelles. Les angles $C_0$1.2 et C′1.2′ ont été pris tous les deux égaux à 90° − δ : du point 1 sont décrits deux cercles, ayant respectivement pour rayons les recouvrements e et i, lesquels ont été supposés égaux pour les deux extrémités du tiroir, comme c'est, du reste, ordinairement le cas; un troisième cercle est décrit du même point 1, avec le rayon e + a; enfin on a tracé deux autres cercles sur les lignes 1.2 et 1.2′ comme diamètres.

Ces deux cercles sont ce qu'on appelle les cercles du tiroir. Les rayons vecteurs, menés aux différents points, donnent les écarts du tiroir pour les angles corres-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

pondants, c'est-à-dire les distances des bords de ce tiroir à leurs positions moyennes. Pour la position de manivelle $1V_2$, *par exemple, commence l'introduction dans la marche à gauche, pour* $1E_2$ *la fermeture de l'admission, pour* $1I_2$ *l'échappement, etc.* (1).

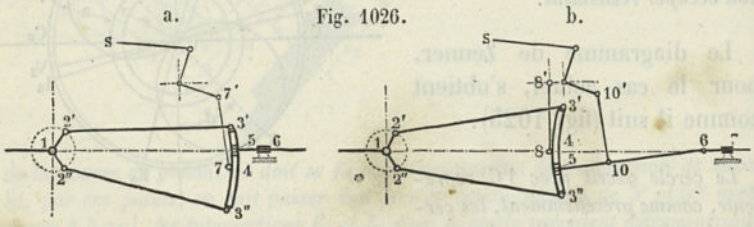
Le diagramme de Zeuner donne les distances cherchées en coordonnées polaires, tandis que le précédent (du professeur Reuleaux) les donne en coordonnées ordinaires. Rigoureusement, dans la figure de Zeuner, les deux cercles 1.2 *et* 1,2′ *devraient être superposés, de telle sorte que les rayons vecteurs de* 1.2′ *doivent être pris négativement, c'est-à-dire portés en sens inverse. C'est pour rendre le tracé plus clair que Zeuner a introduit les deux cercles.*

Il résulte de ce qui précède qu'on peut changer le degré de détente, en faisant varier la course de l'excentrique et l'angle d'avance ; on peut même arriver ainsi à changer le sens de la rotation, c'est-à-dire produire ce qu'on appelle le renversement de marche. Il existe en usage, dans la pratique, toute une série de mécanismes de distributions à renversement, dans lesquels il suffit d'agir sur un simple levier de manœuvre (levier de l'appareil régleur), pour réaliser les changements dont il vient d'être question. Parmi ces mécanismes, les plus importants, au point de vue pratique, sont les distributions par coulisses ou par glissières, dont nous allons donner rapidement quelques exemples (2).

1er Exemple (*fig.* 1026 *a*). [*Distribution à coulisse de Stephenson. Deux excentriques égaux, dont les tiges* 2′3′ *et* 2″3″ *sont articulées aux extrémités d'une coulisse, courbée extérieurement, communiquent à ces extrémités un mouvement oscillatoire, pendant que le point de symétrie* 7 *de la coulisse est suspendu par la tringle* 77′ *à l'extrémité d'un levier de renvoi de l'appareil de réglage. La coulisse actionne, au moyen du coulisseau, ou bouton de glissière,* 5, *la tige du tiroir guidée en* 6.

2e Exemple (*fig.* 1026 *b*). *Distribution à coulisse de Gooch. — La coulisse est commandée, comme précédemment, par deux excentriques, mais sa courbure est*

a. Fig. 1026. b.



en sens inverse; son point de symétrie 8 *est suspendu par la tringle* 88′ *et ne peut qu'osciller autour de l'axe* 8′, *qui est fixe, tandis que, sur la bielle d'accouplement*

(1) Il est d'usage de disposer le tiroir symétriquement, c'est-à-dire de faire $e_3 = e_2$. Mais les fermetures à l'admission sont alors notablement différentes pour les deux courses du piston.

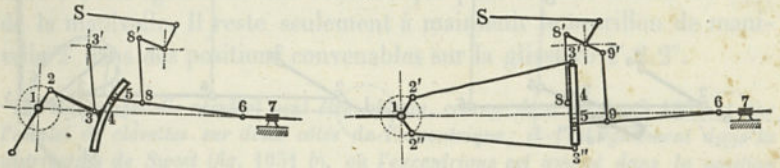
(2) V., pour plus de détails, *Zeuner*, Schiebersteuerungen 4e Ed. 1885. Fribourg, V. aussi *G. Schmidt*, die Kulissensteuerungen, Zeitschr. der österr. Ing. und-Arch. Vereins, 1886.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

du bouton de la tige du tiroir, le point 10 *peut osciller autour de l'axe* 10′, *qui appartient au dispositif de réglage.*

3° Exemple (*fig.* 1027 *a*). *Distribution à coulisse de Pius Fink. — La coulisse courbe de l'exemple précédent se trouve conservée, mais elle reçoit son mouvement d'oscillation d'un seul excentrique, au lieu de deux. Cette disposition simple est beaucoup moins employée qu'elle ne mérite de l'être.*

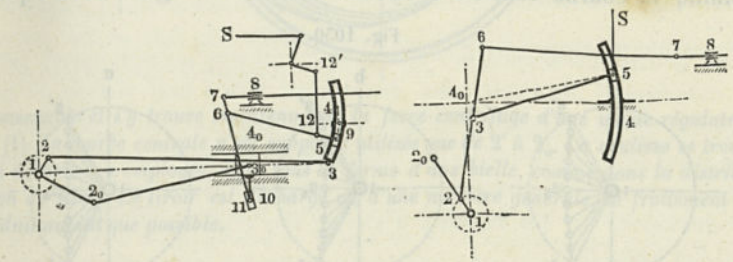
a. Fig. 1027. b.



4° Exemple (*fig.* 1027 *b*). *Distribution à coulisse d'Allan (Trick). La coulisse des exemples* 1 *et* 2 *se trouve être ici une glissière droite; mais le point de symétrie* 8 *de cette glissière, de même que le point* 9 *de la tringle d'accouplement, ont la possibilité d'osciller tous les deux autour des axes* 8′ *et* 9′, *appartenant au dispositif de réglage* (1).

5° Exemple. (*fig.* 1028 *a*). *Distribution à coulisse de Heusinger. La coulisse* 4, *commandée par un excentrique, oscille autour d'un axe fixe* 9, *passant par son milieu; comme second excentrique fonctionne la manivelle* 1.2$_0$, *avec la bielle* 2$_0$3$_0$ *et la traverse* 4$_0$, *qui, par* 10.11.6.7, *agit sur la tige du tiroir, ce que fait également la coulisse par l'intermédiaire de* 5·6, *pendant que le point* 12 *de l'accouplement* 5.6 *oscille autour de l'axe* 12′ *relié au dispositif de réglage.*

a. Fig. 1028. b.



6° Exemple (*fig.* 1028, *b*). *Distribution à coulisse de Klug (dite distribution de Marshall, en Angleterre). La coulisse* 4 *reste fixe. L'excentrique* 1.2 *fait mouvoir le levier* 2.3.6, *qui agit sur le tiroir par la tige* 6.7 ; *le point* 3 *de ce levier oscille autour de l'axe* 5 *du bouton de glissière, que maintient le dispositif de réglage. Dans les applications, au lieu de la coulisse* 4, *on trouve ordinairement employée une bielle* 4$_0$5, *dont l'axe* 4$_0$ *coïncide avec celui de la glissière représentée, mais cela ne fait, en réalité, aucune différence, puisque l'arc de glissière n'est, en définitive, pas autre chose qu'une forme sensible de la disposition d'une bielle de ce genre* (2).

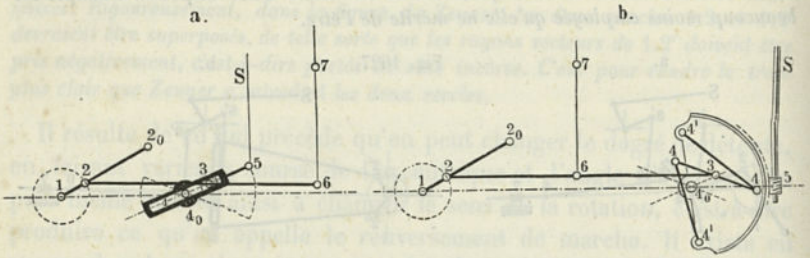
(1) V. *Reuleaux*, die Allan'sche Kulissensteuerung, Civ. Ing. 1857, p. 93.

(2) Au sujet de la distribution de Klug, V. aussi Engineering, août 1880, nov. 1881 fév. 1885, janv. 1887, etc.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

7e Exemple (*fig.* 1029 *a*). *Distribution de Brown. Le mouvement suivant un arc de cercle du point* 3 *de la distribution précédente se trouve ici remplacé par un glissement dans une coulisse droite.*

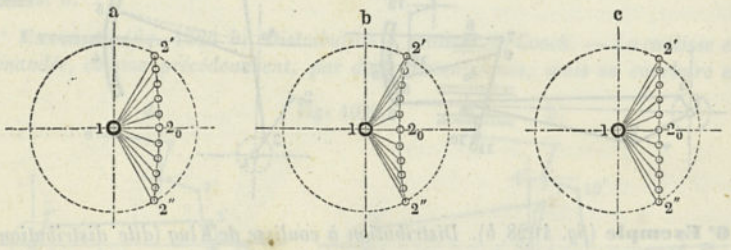
Fig. 1029.



8e Exemple (*fig.* 1029 *b*). *Distribution d'Angström. Le point* 3 *de la distribution précédente se trouve ici guidé par un parallélogramme articulé (de Watt); le point* 6 *est entre les points* 2 *et* 3, *au lieu d'être en dehors* (1).

Dans les huit distributions précédentes, on peut admettre que le tiroir se trouve très sensiblement conduit comme si, pour chaque position particulière du dispositif de réglage, il était actionné par un excentrique unique, de grandeur et d'avance idéales, dans lequel la longueur de la tige devrait être considérée comme infinie par rapport au rayon. La succession des centres de ces excentriques idéaux se nomme la courbe centrale de la distribution. La figure 1030 repré-

Fig. 1030.



sente les formes que prennent, en général, les courbes centrales des distributions à coulisses. La forme *a* correspond aux exemples 1, 4 et 5, la forme *b* à l'exemple 1, dans l'hypothèse où les lignes d'excentriques seraient croisées, et enfin la figure *c* (où la courbe se réduit à une droite) aux exemples 2, 3, 6, 7 et 8. Dans cette dernière forme, l'ouverture pour l'avance à l'admission, ou ce qu'on appelle l'avance

(1 Ces dernières distributions, ainsi que les dispositions analogues, sont désignées, en Angleterre, sous le nom de distributions radiales. V. Engineer, fév. 1883, Graham, On Radial Valve Gears.

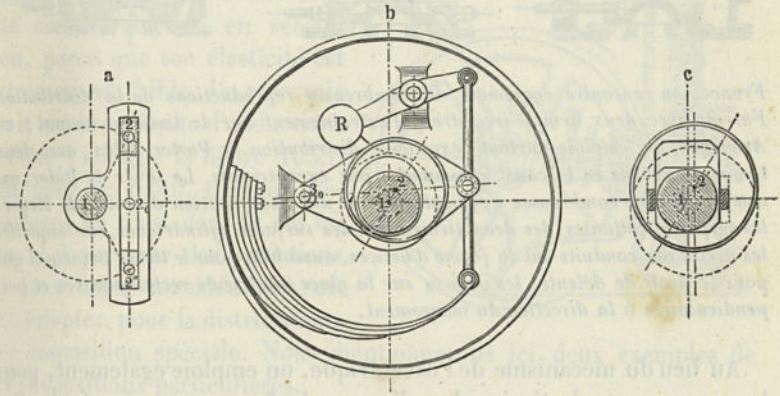
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

linéaire, est constante, ce que certains ingénieurs considèrent comme particulièrement important.

On peut maintenant établir aussi des distributions à échappoirs, en s'arrangeant pour qu'un tourillon de manivelle de distribution 2′ soit obligé de se déplacer directement le long d'une courbe centrale, comme on l'a indiqué, par exemple, dans la figure 1031. On arrive alors à avoir également une coulisse qui peut tourner autour de l'axe de la manivelle. Il reste seulement à maintenir le tourillon de manivelle 2′ dans des positions convenables sur la glissière 2′.2.2″.

9° Exemple. *Ce résultat peut être obtenu, comme dans la figure* 1031 *c, par l'emploi de clavettes sur deux côtés de l'excentrique; il l'est également dans la distribution de Sweet (fig.* 1031 *b), où l'excentrique est amené dans la position*

Fig. 1031.



convenable et s'y trouve maintenu par la force centrifuge d'une masse régulatrice R (1). *La courbe centrale n'est supposée utilisée que de* 2′ *à* 2_0. *La coulisse se trouve ici de nouveau employée, mais sous la forme d'une bielle, comme dans la distribution de Klug. Le tiroir est déchargé et, d'une manière générale, le frottement est réduit autant que possible.*

Bien que les distributions décrites en dernier lieu semblent avantageuses, en raison de leur simplicité, elles n'en conservent pas moins l'inconvénient inhérent à toutes les distributions à un seul tiroir, pour une forte variation dans le degré de la détente, et qui consiste en ce que, pour une avance linéaire constante, la compression et l'avance à l'échappement de la vapeur se font dans des conditions qui, non seu-

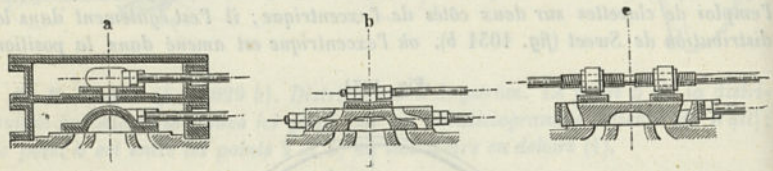
(1) V., p. la distribution de Sweet, la description de Rose, Mechanical Drawing Selftaught, Philadelphie, Baird, 1883. Un mécanisme très analogue est celui du régulateur de Grist, et celui des machines à vapeur de Harmon, Gibbs, etc. Récemment Sturtevant a muni ses machines à vapeur d'un régulateur de ce genre, agissant sur l'excentrique de détente. V. The Engineer, New-York, janv. 1888.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

lement ne restent pas identiques pour les divers degrés de détente, mais deviennent même parfois assez défavorables. C'est pour cette raison qu'on préfère souvent recourir aux distributions avec expansion indépendante, c'est-à-dire à celles qui comportent un second tiroir spécial pour la détente.

Les trois dispositions suivantes (fig. 1032) fournissent des exemples de distributions de ce genre; la disposition a se trouve appliquée dans la distribution de Gonzenbach; la disposition b se rencontre dans différentes distributions; la troisième c est celle de la distribution Meyer, dont l'usage est très répandu (1). *En*

Fig. 1032.



France, on rencontre également de nombreuses reproductions de la distribution Farcot, avec deux tiroirs (registres) d'entraînement sur le tiroir principal; en Amérique, on emploie surtout l'excellente distribution de Porter-Allen, avec deux tiroirs à rebords en biseaux, commandés par excentriques. Le tiroir de Rider, qui compte d'assez nombreuses applications, est une modification de celui de Meyer; les surfaces frottantes des deux tiroirs sont des surfaces cylindriques, sur lesquelles les arêtes des conduits ont la forme d'hélices, aussi bien pour le tiroir principal que pour le tiroir de détente, les orifices sur la glace étant seuls rectangulaires et perpendiculaires à la direction du mouvement.

Au lieu du mécanisme de l'excentrique, on emploie également, pour le mouvement du tiroir, des disques de forme non circulaire. Ces disques offrent certains avantages, dont le plus important se rapporte à la rapidité d'ouverture et de fermeture des conduits. Un fait vraiment curieux est la faveur dont jouissent ces disques, par rapport aux excentriques, sur les bateaux à vapeur des régions de l'Ouest et du Sud des États-Unis.

Sous sa forme primitive de robinet, ou celle de cône plan, le tiroir peut effectuer la distribution, en recevant un mouvement de rotation toujours dans le même sens, au lieu d'un mouvement de rotation alternatif; on a alors ce qu'on peut appeler un tiroir rotatif. L'application de ce tiroir à la machine à vapeur a fait l'objet d'un certain nombre de brevets, dont le plus remarquable est celui de *Dingler*, de Deux-Ponts; toutefois, cette application a contre elle une dépense assez considérable d'installation. Le tiroir de rotation à mouvement

(1) Une très bonne distribution à deux tiroirs est celle de *Bilgram*, qui est mise en mouvement par un seul excentrique. V. Bilgram, Slide valve gears, Philadelphie, Claxton, 1878.

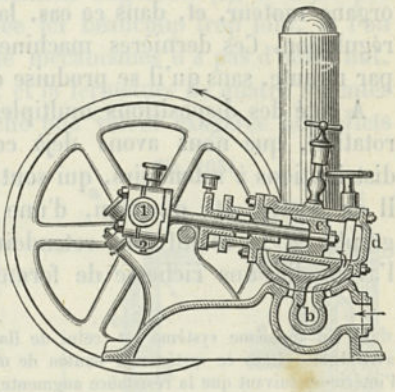
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

alternatif a été utilisé, sur une très grande échelle, par *Corliss* et ses nombreux imitateurs.

Dans les capsulismes à manivelle oscillants et rotatifs, les distributions à tiroirs se présentent sous des formes différentes de celles des distributions avec manivelle d'impulsion rectiligne, disposées comme dans la figure 1023. Prenons comme exemple la machine à colonne d'eau de *Schmid*, de Zurich (fig. 1033). Ici le tiroir *b* est relié, d'une manière invariable, avec le bâti de la machine et a une forme dérivée de la disposition de la figure 987 *c*.

La régulation de la marche des machines rotatives à pression hydraulique présente infiniment plus de difficultés que celle des machines à vapeur, d'abord parce que le fluide moteur a une densité considérable et, en second lieu, parce que son élasticité est extrêmement faible. Un réservoir à air sur la conduite d'adduction, comme l'indique la figure 1033, est, pour ce motif, toujours nécessaire; de plus, dans le cas où l'on a à prévenir des variations de force assez considérables, on doit adopter, pour la distribution, une disposition spéciale. Nous mentionnerons ici deux exemples de ces dispositions particulières.

Fig. 1033.



10e Exemple. *Si l'on veut que la fermeture de l'admission puisse se produire avant la fin de la course, il est nécessaire que, par un jeu convenable de soupapes, la communication avec la colonne inférieure a_2 se trouve établie, dès que la communication cesse avec la colonne supérieure a_1. Hoppe (de Berlin) s'est particulièrement attaché au développement de ce système et l'a appliqué dans des installations remarquables, parmi lesquelles on peut citer celle des mines de Mansfeld et celle de la gare centrale de chemin de fer à Francfort. Ce système exige, d'ailleurs, une perfection extraordinaire d'exécution.*

11e Exemple. *Un second moyen consiste à modifier la course, d'après la force dont on a besoin. Il a été appliqué, avec le plus grand succès, par Helfenberger, de Rorschach. Ce constructeur modifie le bras de manivelle au moyen d'un retendoir hydraulique, qui est disposé dans le disque portant le bouton et qui est déclenché, suivant les besoins, par un taquet, quand la machine arrive au point mort extérieur. Le retendoir hydraulique est à double effet; déclenché par un régulateur convenablement disposé (et muni de deux taquets), il repousse le bouton de manivelle vers l'intérieur ou vers l'extérieur, lorsque la machine marche trop vite ou trop lentement. Celle-ci travaille dans des conditions très favorables; d'après des expériences très exactes, elle donne de 90 à 82 pour 100 d'effet utile, pour des varia-*

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

tions de force de 1 à 2/5 (V. à ce sujet, les expériences de Autenheimer, Buss et Kuratli, effectuées en janvier 1885 sur une machine de Helfenberger (1).

Un quatrième système, qui s'est produit récemment, est celui de *Rigg*, qui utilise également le changement de course pour régler la marche. La machine est un capsulisme dérivé de la coulisse à manivelle rotative (2), avec quatre pistons à simple effet, disposés dans autant de cylindres, comme dans les machines de *Ward*, *Schneider* et *Mouline*. Le changement de course se produit par le régulateur, du système de *Sweet* (p. 951), au moyen d'un échappoir hydraulique, qui diminue ou augmente, suivant les besoins, la distance *a*. Rigg utilise la même machine avec emploi de vapeur ou d'air, comme organe moteur, et, dans ce cas, la variation de détente sert pour la régulation. Ces dernières machines doivent faire jusqu'à 2000 tours par minute, sans qu'il se produise de secousses trop prononcées (3).

A côté des dispositions multiples des distributions de machines à rotation, que nous avons déjà considérées, viennent se placer les distributions à retendoirs, qui sont utilisées pour la même opération. Il en a déjà été question, d'une manière explicite, dans le paragraphe 252, relatif aux retendoirs. Elles présentent, comme nous l'avons dit, une richesse de formes extraordinaire. Dans ces distri-

(1) Un troisième système est celui de Hastie, de Londres (V. Engineer, août 1878 et avril 1880). Dans ce système le bouton de manivelle est déplacé vers l'extérieur ou vers l'intérieur, suivant que la résistance augmente ou diminue; ce déplacement est effectué par deux disques courbes, avec le secours d'un ressort en spirale, mesurant la force qui le traverse. Mais il est facile de voir, en y regardant de plus près, que la machine ne saurait être ainsi réellement réglée, et cela pour deux raisons :

1° Avec des résistances qui vont en augmentant, pour maintenir l'égalité entre le moment statique de ces résistances et celui de la force actionnant la manivelle, le ressort mesurant cette force doit évidemment faire tourner les disques courbes, de manière à pousser le bouton de manivelle vers l'extérieur. Ce résultat peut être obtenu dans une certaine mesure seulement. Si, au lieu de la résistance, c'est la force motrice qui vient à augmenter, le ressort poussera également le bouton en dehors, au lieu de le pousser en dedans, comme ce serait nécessaire. La même fausse manœuvre se produirait, mais en sens inverse, si la force motrice venait à diminuer. 2° La vitesse angulaire d'une machine n'est pas une fonction de la force transmise, c'est-à-dire que la machine doit marcher vite ou lentement, suivant la manière dont le mouvement est communiqué; c'est ce que la pratique doit avoir montré pour la machine dont il s'agit, comme elle l'a du reste démontré victorieusement pour des machines analogues. C'est une erreur de croire, avec certains auteurs, que « la régulation dynamométrique » (comme celle dont il s'agit ici) est supérieure à tous les autres modes, sous le prétexte qu'elle « corrige toute cause de perturbation, avant que celle-ci n'ait pu agir sur la machine ». Il est aujourd'hui bien démontré que c'est là une erreur, mais une erreur bien excusable, puisque l'imperfection de la conclusion précédente a échappé à Poncelet lui-même (V. le Régulateur dynamométrique de *Poncelet*, Cours de mécanique appliquée aux machines, librairie Gauthier-Villars, 1874).

(2) V. la Cinématique de Reuleaux, édition française, p. 383.

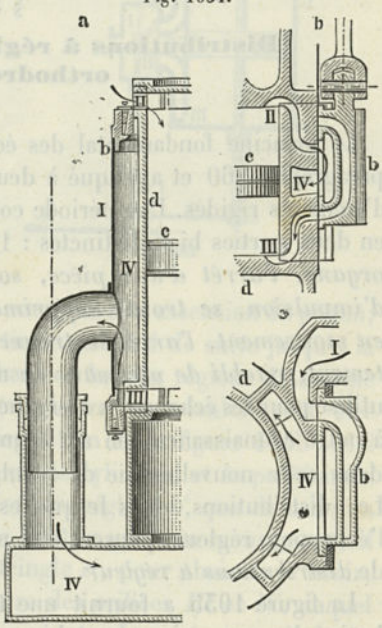
(3) V. *Rigg*. Obscure influences of Reciprocation in High Speed Engines, Transactions of the Soc. of. Engineers, 1886, V. aussi Engineer, juin 1886. La machine de Rigg va trouver une source d'applications très importante dans le mode de transmission de force par l'air comprimé, dont vont être dotées les villes de Birmingham et de Leeds.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

butions on retrouve le tiroir de nouveau remplacé par les quatre soupapes, qui, par leur réunion, avaient servi à le former (p. 909) et cette nouvelle décomposition résulte évidemment de la facilité qu'elle offre pour l'action du régulateur sur la fermeture de l'admission de vapeur. Aux distributions à retendoirs sont venues s'en joindre d'autres, d'une action analogue à celle des soupapes, résultant de la division du tiroir en quatre parties.

On leur a donné le nom de distributions *desmodromiques* (1), désignation qui, du reste, pourrait également s'appliquer aux distributions ordinaires à tiroir, avec excentrique unique. Par l'addition de ces nouvelles dispositions, le nombre déjà si considérable des formes de distributions s'est trouvé notablement augmenté (2). Il n'est pas douteux que la production est allée ici beaucoup trop loin, si l'on considère que ce grand étalage de mécanismes n'a pas d'autre but, en définitive, que le déclenchement et la fermeture de quatre détentes d'un échappoir. On a souvent attaché une valeur exagérée aux effets des « *distributions de précision* », désignation sous laquelle se trouvent également compris les deux derniers genres de distributions. En Amérique, où elles étaient surtout devenues à la mode, elles commencent à perdre de leur importance et leurs applications diminuent dans une certaine mesure. On est, à diverses reprises, revenu de nouveau au tiroir à coquille, en apportant tous ses soins à l'améliorer, au point de vue de la décharge et du mode de commande.

Fig. 1034.



Remarque. *Dans ce qui précède, il n'a pas été question de la distinction entre la distribution « intérieure » et la distribution « extérieure », qui est plus ou moins usuelle dans certaines parties de l'Allemagne. Si cette distinction a été laissée de côté, c'est qu'elle doit être considérée, en réalité, comme n'étant pas scientifique. Elle ne correspond, en effet, à aucune différence dans l'action mécanique des éléments de la distribution, qu'ils soient disposés à l'extérieur de la machine ou à l'intérieur; les mêmes éléments sont,*

(1) V. l'explication donnée pour cette expression, p. 705.

(2) En Allemagne, jusqu'à l'année 1888, le nombre des brevets pris pour des distributions de machines à vapeur dépassait le chiffre de 500.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

d'ailleurs, à l'occasion, placés extérieurement ou intérieurement, suivant les exigences du mode de construction adopté, ou les vues du constructeur. Nous pouvons citer facilement quelques exemples. Ainsi, dans la machine à colonne d'eau de Schmid (fig. 1033), le tiroir est à l'extérieur de la machine; il en est de même dans la distribution du cylindre de soufflerie de la figure 1034 a, ou de la distribution de la machine à vide de la figure 1034 b (V. Oppermann, Portef. écon. des mach., février 1888).

Le tiroir à vapeur de Cuvelier est situé et fonctionne librement à l'extérieur du cylindre à vapeur, ainsi que celui de Leclerq (V. Génie ind. 1864 et Schweiz polyt. Z. 1864), etc. Une tige de tiroir ordinaire, qui se trouve moitié à l'extérieur, moitié à l'intérieur de la machine, est tantôt extérieure presque complètement, tantôt intérieure; de telle sorte que, dans le mode de conception précédent, sa désignation devrait varier constamment. Du reste, en dehors de l'Allemagne, où elle n'existe qu'en certains points, cette distinction pour les distributions n'a pris racine nulle part.

C. ÉCHAPPOIRS RÉGLEURS COMME ÉCHAPPOIRS DE FORCE.

§ 331.

Distributions à régleurs pour machines orthodromiques.

Le principe fondamental des échappoirs régleurs a été exposé au paragraphe 260 et appliqué à deux mécanismes de détentes formés d'éléments rigides. Une période complète du mouvement se décompose en deux parties bien distinctes : 1° *par suite du déplacement d'un organe, l'arrêt d'une pièce, soumise constamment à un effort d'impulsion, se trouve supprimé;* 2° *par cette pièce, mise ainsi en mouvement, l'arrêt se trouve ensuite, directement ou indirectement, rétabli de nouveau.* Le même principe peut également être utilisé pour les échappoirs à organes de pression et, sans que personne, à notre connaissance, en ait donné jusqu'ici l'explication, il a trouvé dans cette nouvelle voie de nombreuses et importantes applications. Les distributions, dans lesquelles se trouve utilisé le principe de l'échappoir régleur, peuvent être naturellement désignées sous le nom de *distributions à régleur*.

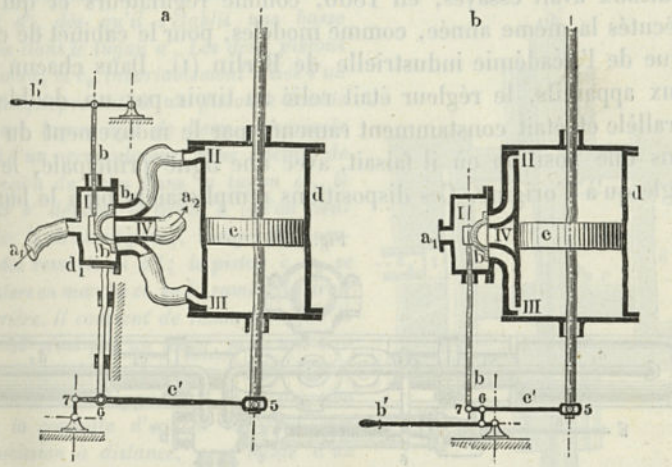
La figure 1035 *a* fournit une figuration schématique d'une distribution de ce genre pour machines orthodromiques.

La boîte d_1 du tiroir d'un cursoir à piston, à double effet, pour un fluide quelconque $a_1 a_2$, est supposée établie parallèlement au cylindre vertical d, avec la possibilité de se déplacer dans le sens vertical; à cet effet, les conduits *I* à *IV* doivent être disposés sous la forme de tuyaux flexibles. Imaginons maintenant que le tiroir à coquille *b*, qui

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

réunit de nouveau en lui les quatre robinets pour les divers conduits (V. p. 909), soit légèrement déplacé, de bas en haut, au moyen du régleur b'. Ce tiroir permet alors à la colonne supérieure de fluide a_1 de s'introduire sous le piston c par le conduit *III*, tandis que le fluide qui se trouve au-dessus de c est mis, par le conduit *IV*, en communication avec la colonne inférieure a_2; le piston se trouve donc soulevé. Mais, d'après la manière dont il est relié, par la tringle c', avec la boîte du tiroir d_1, cette boîte se soulève également. Les conduits *III* et *IV* se trouvent de nouveau fermés, le fluide arrêté, et, par suite, le piston obligé de passer au repos. Une nouvelle levée du tiroir,

Fig. 1055.



déterminée par le régleur b', amène une nouvelle ascension du piston, en même temps que de la boîte du tiroir, et ainsi de suite jusqu'à la fin de la course. Un mouvement de haut en bas du régleur détermine la marche descendante du piston (1). Le même résultat peut être obtenu également au moyen de la disposition de la figure 1035 *b*. Ici la boîte du tiroir est supposée fixée sur le cylindre, et la position du tiroir dépend aussi bien de la position du régleur b' que de celle du piston c. Si b' pousse le tiroir vers le haut, c entre en mouvement; il agit alors, par l'intermédiaire de la tringle c', pour abaisser le tiroir, jusqu'à ce que se produise la fermeture des orifices *III* et *IV*, auquel cas le piston passe de nouveau au repos, etc. Le piston c suit donc, dans les deux dispositions, les déplacements du régleur, vers le haut comme vers le bas, et il s'arrête, lorsque ce régleur reste au point

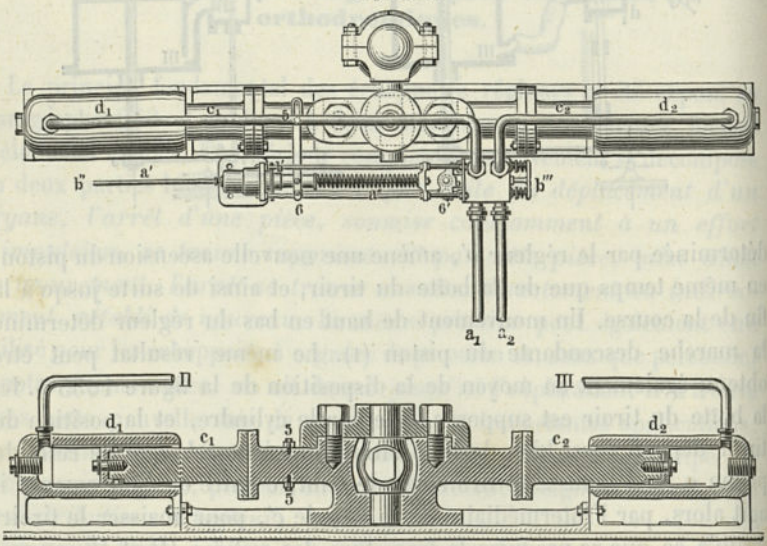
(1) Les échappoirs régleurs du § 260 ne sont qu'à simple effet et, par suite, il n'y a pas lieu à déplacement rétrograde du régleur.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

mort. Il peut d'ailleurs, dans les mouvements qu'il prend, surmonter toute résistance qui ne dépasse pas l'excès de pression de la colonne supérieure a_1 sur la colonne inférieure a_2, tandis que, d'un autre côté, la mise en mouvement du régleur se fait facilement, puisqu'il n'a à vaincre essentiellement que des frottements. Les solutions du problème peuvent être mises sous forme pratique de plusieurs manières; il convient, d'ailleurs, de remarquer que, bien avant la connaissance des formes générales simples dont il vient d'être question, le problème avait été abordé de divers côtés, par voie détournée.

C'est ainsi, par exemple, qu'une double solution s'était trouvée fournie, d'une manière indirecte, par deux dispositifs que le professeur Reuleaux avait essayés, en 1866, comme régulateurs et qui furent exécutés la même année, comme modèles, pour le cabinet de cinématique de l'Académie industrielle de Berlin (1). Dans chacun de ces deux appareils, le régleur était relié au tiroir par un double guide parallèle et était constamment ramené, par le mouvement du piston, dans une position où il faisait, avec une ligne principale, le même angle qu'à l'origine. Ces dispositions remplissaient bien le but, mais

Fig. 1056.



elles avaient l'inconvénient d'être assez encombrantes. En 1868, *Farcot* a fait connaître un dispositif reposant également sur l'emploi d'un guide parallèle (approché) (2); mais ce dispositif comportait

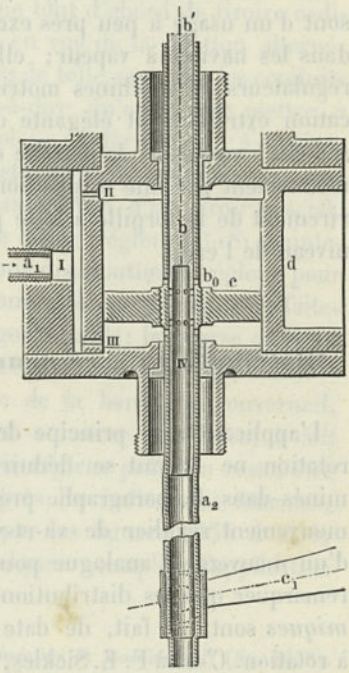
(1) V. le travail du prof. Rittershauss « Ueber Kraftvermittler », Civ. Ingenieur 1879 et 1880.
(2) V. Annales industrielles 1873, p. 518. V. aussi Oppermann, Portefeuille économique des machines, 1874, p. 113.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

aussi un nombre de pièces trop considérable pour pouvoir être utilisé convenablement dans la pratique. Plus tard, Farcot est arrivé à une série de solutions essentiellement plus simples, qui ont trouvé d'assez nombreuses applications, notamment dans la marine militaire (1). Nous allons donner maintenant quelques exemples de dispositifs plus récents.

1er Exemple. *Berrier-Fontaine et Widmann actionnent la barre du gouvernail, dans les grands navires à vapeur, au moyen de l'échappoir régleur hydraulique* (2), *que représente la figure* 1056 *et qui appartient au système b (fig.* 1035). *Ici le régleur b' est un piston plongeur mis en mouvement par de l'eau comprimée, qui lui est amenée par le tuyau a'. Ce même piston est repoussé en sens contraire par le ressort a'', dès qu'il s'établit une basse pression dans le tuyau a'. Les deux pistons plongeurs c_1 et c_2, invariablement reliés l'un à l'autre, représentent un piston à double effet, sur lequel agit de l'eau comprimée venant d'un accumulateur. Sous l'action de la pression de l'eau dans le tuyau a', le régleur b' déplace le tiroir b (qu'on peut appeler le tiroir régleur), malgré la pression des ressorts en b''; le piston c_1 c_2 se met alors en marche et, en* 5, *ramène le tiroir en arrière. Il convient de remarquer que la pièce* 56' *n'est pas un levier, mais une traverse, invariablement liée au tiroir. L'établissement et la suppression de la pression dans la conduite d'eau a' se font par transmission à distance, avec l'aide d'un second échappoir régleur, analogue au précédent; l'ensemble se trouve donc constituer une distribution à régleur de second ordre.*

Fig. 1057.



2e Exemple. *La figure* 1057 *représente une ingénieuse distribution à régleur imaginée par Guhrauer et Wagner* (3) *pour régulateurs de machines à vapeur. Ici la glace du tiroir, qui, d'après le système a de la figure* 1035, *doit être conduite dans le sens de la marche du piston, est établie directement sur ce piston c et concentriquement à sa tige; le tiroir b, qui a la forme*

(1) Farcot a donné à son système le nom de *servo-moteur* (ou *moteur-asservi*), en désignant, sous le nom de *rênes*, l'organe permettant de modifier à la main la distribution, c'est-à-dire la tige ou la barre de manœuvre, que nous avons appelée le *régleur*. Ces désignations ont peut-être l'inconvénient de faire ressortir, sous forme figurée, plutôt l'effet produit que le moyen employé pour le produire. D'un autre côté, la machine à vapeur ordinaire à renversement était déjà un moteur asservi au conducteur.

(2) V. Revue Industrielle, 1886, p. 373. La même revue, 1887, p. 148, donne une distribution à régleur de *Schuttleworth* pour commande de gouvernail.

(3) Construite par Ganz et Cie, à Budapest; est à recommander surtout pour les distributions des systèmes Meyer et Rider.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

d'un tiroir à piston, est actionné directement par le tachymètre du régulateur, qui lui transmet ses mouvements d'ascension et de descente. Le piston c, par des orifices extrêmement fins, II et III, se trouve en communication constante avec la colonne supérieure a_1; mais, dès que le tiroir est poussé vers le haut ou vers le bas, il est mis également, d'un côté, en communication avec la colonne inférieure a_2, par une série de trous b_0. Comme la vapeur ne peut s'introduire que très lentement, du même côté, en raison de l'étroitesse des orifices II et III, il en résulte que la pression sur la face du piston se trouve diminuée; il se déplace donc sous l'action de la pression, assez considérable, agissant sur l'autre face et, dans son mouvement, il entraîne le dispositif de leviers c_1 qui règle l'admission de vapeur dans la machine, et cela jusqu'à ce que les ouvertures b_0 du petit tiroir b soient de nouveau recouvertes. Comme tout semble l'indiquer, l'action de ce régulateur doit être supérieure.

Les distributions à régleurs pour machines à course alternative, sont d'un usage à peu près exclusif pour la commande du gouvernail dans les navires à vapeur; elles sont également employées pour les régulateurs de machines motrices. Enfin, elles ont trouvé une application extrêmement élégante dans la torpille *Whitehead*, où elles servent à suspendre la marche en profondeur; le régleur est mis en mouvement par une disposition barométrique et permet de réaliser le virement de la torpille à telle profondeur qu'on désire au-dessous du niveau de l'eau.

§ 332.

Distributions à régleurs pour machines à rotation.

L'application du principe de l'échappoir régleur aux machines à rotation ne saurait se déduire immédiatement des divers cas examinés dans le paragraphe précédent, où il ne s'agissait que d'un mouvement régulier de va-et-vient du piston et, par conséquent, d'un mouvement analogue pour le tiroir. Il convient, d'ailleurs, de remarquer que les distributions à régleurs pour machines *orthodromiques* sont, en fait, de date plus récente que celles des machines à rotation. C'est à F. E. Sickles, de Providence, que doit être attribuée, à ce qu'il semble, l'invention de la première distribution à régleur pour machine à rotation, à une date antérieure à 1860 (1) (V. aussi p. 648).

1er Exemple. *Dans la distribution à régleur de Sickles pour machine à rotation, les deux excentriques de distribution d'une machine à vapeur (jumellée) oscillante, reliés invariablement l'un à l'autre, sont fous sur l'arbre des manivelles et sont actionnés par une roue à chevilles (le régleur), qu'on manœuvre à la main.*

(1) D'après le catalogue de l'Exposition du Centenaire à Philadelphie (Vol. II, p. 52), Sickles avait présenté déjà en 1849 une première demande de brevet pour cet objet, mais il n'a obtenu son brevet qu'en 1860 seulement; sa première machine à rotation, avec distribution à régleur, figurait à l'Exposition universelle de Londres de 1862.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Les boîtes et les glaces des tiroirs des deux cylindres oscillent avec ces derniers. Il en résulte que la machine marche dans le sens de la rotation que le régleur imprime aux deux excentriques et qu'elle interrompt sa marche, dès que les tiroirs sont maintenus fixes par le régleur, puisque alors les glaces des tiroirs, qui se trouvent partager le mouvement des cylindres, déterminent la fermeture de l'admission de vapeur.

Dans les dispositions, extrêmement nombreuses, sous lesquelles on a présenté plus tard la solution du problème de la distribution à régleur, pour les machines à rotation, on peut constater l'emploi de deux procédés nettement distincts.

Dans le premier procédé, la machine à vapeur, construite comme machine jumelle (sans volant), est munie tout d'abord de tiroirs ordinaires sans avance et préparée ensuite en vue de la rotation alternative ; à cet effet, les tiroirs sont disposés de telle sorte que les conduits I et IV puissent être échangés, c'est-à-dire qu'on puisse mettre, à volonté, I en communication avec la colonne inférieure a_2, à la place de la colonne supérieure a_1, et IV avec cette dernière colonne, à la place de la première. Ce résultat est obtenu au moyen d'un tiroir spécial, que nous pouvons ici encore appeler le tiroir régleur (1). Si maintenant on traite ce tiroir comme celui d'une distribution à régleur pour machine à course alternative, on est conduit à des solutions parfaitement utilisables pour la commande de gouvernails ; la course qu'il est nécessaire de donner au tiroir régleur n'est pas, dans ce cas, considérable, puisque le mouvement angulaire de la barre du gouvernail, actionnée par la machine à vapeur, est un mouvement tout à fait limité, qui atteint rarement 90°. Le tiroir régleur peut, du reste, être mis en mouvement, en se guidant d'après les indications fournies, au sujet des deux cas fondamentaux, par les figures 1035 *a* et *b*. Nous allons, d'ailleurs, donner ici quelques exemples d'application du procédé.

2° Exemple. Machine de gouvernail de Duminy et Bossière (2) (*fig.* 1038). — *Le tiroir régleur b est appliqué sur la glace b_0 d'un tiroir pouvant s'élever et s'abaisser, dont le conduit inférieur A est constamment en communication avec la partie extérieure des deux tiroirs de distribution du petit moteur spécial, tandis que son conduit supérieur J communique avec l'intérieur de ces mêmes tiroirs. Le levier régleur b' agit, par l'intermédiaire d'une roue intérieure, sur la vis à forte inclinaison b", qui termine la tige du tiroir régleur. La tige de la glace mobile b_0 est munie, au contraire, d'une vis à pas très faible b_0" et est commandée, au moyen de roues coniques, par l'axe c' du tambour à empreintes, qui porte la chaîne allant à la barre du gouvernail. Dès que, par suite de la position donnée à b, la machine*

(1) Les Anglais donnent à ce tiroir le nom de tiroir de chasse (*hunting valve*).
(2) V. Revue industrielle, 1886, p. 401.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

à vapeur se met en marche et entraîne le tambour à chaînes, ce dernier agit sur b_0, qui glisse sur b, et finit par déterminer la fermeture de la vapeur. Les divers rapports sont déterminés de telle sorte que l'angle dont tourne la barre du gouvernail, jusqu'à la fermeture de l'admission de vapeur, soit précisément égal à l'angle dont on a déplacé le levier régleur b'. Grâce à cette excellente disposition, la position de la poignée b' fait connaître immédiatement l'angle dont la machine a déplacé la barre du gouvernail, à partir de la direction de la quille; il est donc inutile de recourir à un autre indicateur pour la position du gouvernail. Il est facile de reconnaître, dans la glace glissante b_0, la boîte de tiroir mobile du cas fondamental a, dont les tuyaux flexibles sont remplacés ici par des surfaces de glissement à fermeture étanche (1). *L'axe b'_1 permet de manœuvrer le tiroir régleur depuis la passerelle du commandant.*

Fig. 1038.

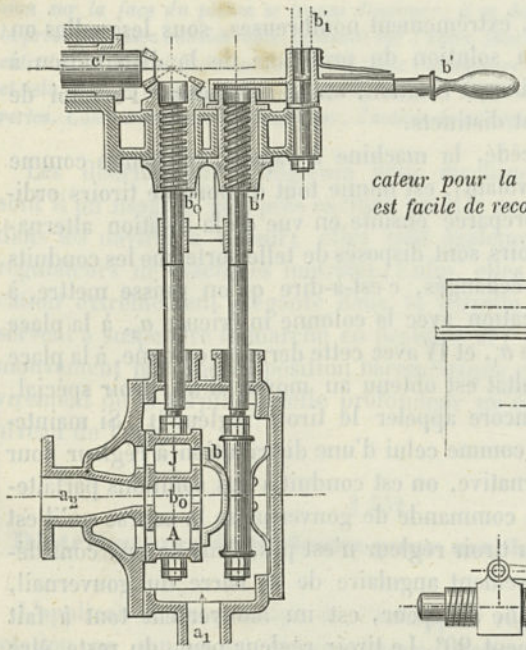
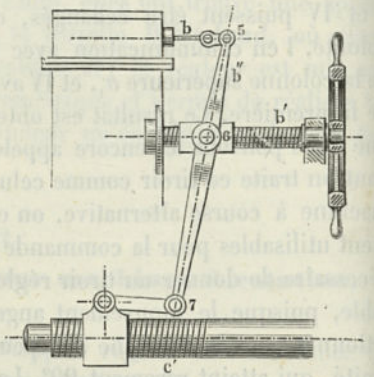


Fig. 1039.



3e Exemple. Machine de gouvernail de Th. Britton (2) (*fig.* 1039). — *Le régleur b' est une vis, qu'on manœuvre au moyen d'un volant à poignées; cette vis agit, en 6, sur le levier b'' et, par là, sur le tiroir régleur b, tandis qu'une seconde vis c', tracée sur l'arbre du tambour à empreintes de la chaîne, agit également sur le levier b'', en 7, pour ramener le tiroir régleur dans la position de fermeture, quand b' l'a mis dans la position d'ouverture. Nous retrouvons ici la disposition du cas fondamental b* (*fig.* 1035).

4e Exemple (*fig.* 1040). *Distribution à régleur de Douglas et Coulson* (3), *qui se ramène aussi au cas b. Ici les mouvements de réglage se trouvent concentrés sur*

(1) Une disposition analogue, avec glace mobile b_0, et par suite avec tiroir régleur *b* déplaçable, est celle de la distribution à régleur de *Hastie*, brevetée en 1875. — La distribution à régleur pour gouvernail, de *Holt* (Leeds), comporte également une glace de tiroir glissante. V. Engineer, 1877, sept., p. 221.

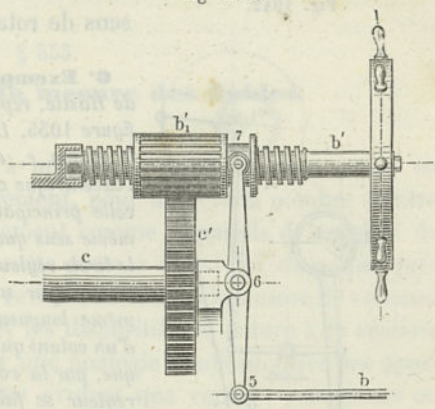
(2) V. Revue industrielle, 1884, p. 435.

(3) V. Engineering, 1882, avril, p. 281.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

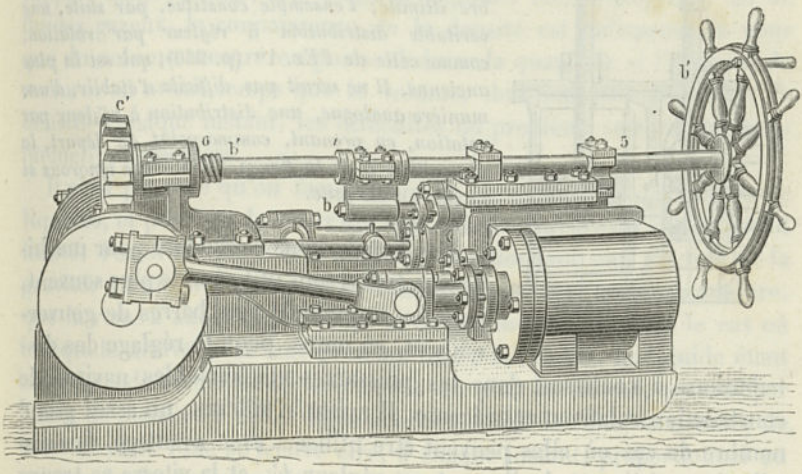
un nombre d'organes moindre que dans le cas précédent. Quand la vis b' a déplacé son écrou b'_1 et a, par suite, amené le tiroir régleur b au delà de sa position moyenne, l'axe c du tambour à empreintes, mis en mouvement, vient lui-même agir, par la roue droite c', sur la longue roue que porte l'écrou b'_1 et ramène, par suite, le tiroir à sa position primitive.

Fig. 1040.



5° Exemple (*fig.* 1041). *La distribution à régleur de Davis et Cie, dont nous donnons ici une vue d'ensemble, montre une solution particulièrement simple du problème, et qu'on peut également considérer comme dérivée du cas fondamental b. Le régleur b' pénètre, en 6, par une partie filetée, dans l'axe de la roue dentée c', qui est mise en mouvement par la machine à vapeur. Lorsqu'en manœuvrant le volant b' on a déterminé le déplacement du tiroir régleur et, par suite, la mise*

Fig. 1041.



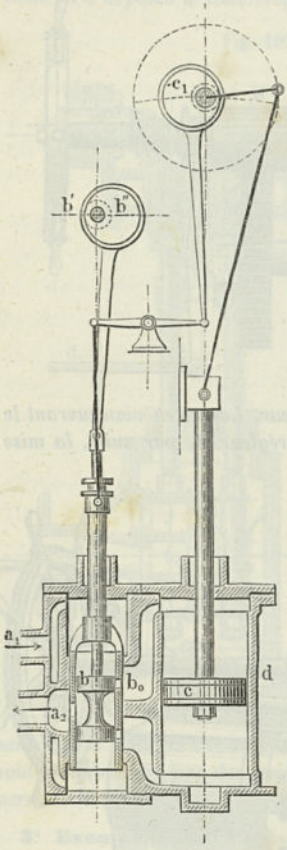
en marche de la machine à vapeur, l'écrou que porte la roue c', en agissant sur le filet b', ramène la tige et, par conséquent, le tiroir régleur, dans leurs positions primitives.

Le second procédé de formation d'une distribution à régleur pour machine à rotation se trouve appliqué beaucoup plus rarement que le premier. Ce procédé consiste à donner au tiroir régleur des mouvements alternatifs, convenablement appropriés, tout en conservant le

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

principe essentiel de la distribution à régleur; les distributions auxquelles il conduit permettent d'effectuer, à volonté, une série de courses alternatives avec un seul et même sens de rotation de manivelles.

Fig. 1042.



6° Exemple (*fig.* 1042). *Distribution à régleur de Hastie, reposant, au fond, sur le cas a de la figure* 1035. *La glace mobile* b_0 *est conduite par le piston c, avec réduction de course, et, comme l'excentrique* c_1 *a la même direction que la manivelle principale, elle se meut constamment dans le même sens que ce piston. Le régleur b' qui conduit le tiroir régleur b peut également être mis en mouvement par une manivelle (excentrique) b'', ayant même longueur de bras que* c_1, *et cela au moyen d'un volant qu'on manœuvre à la main. Il en résulte que, par la rotation de ce volant, la distribution à régleur se fait d'une manière régulière. Dans le but d'assurer le passage des points morts, on adopte ici encore pour le moteur la disposition de machine jumelle. Dans ces conditions, les rotations des axes des manivelles peuvent se succéder en nombre illimité; l'ensemble constitue, par suite, une véritable distribution à régleur par rotation, comme celle de l'Ex.* 1er (*p.* 960), *qui est la plus ancienne. Il ne serait pas difficile d'établir, d'une manière analogue, une distribution à régleur par rotation, en prenant, comme point de départ, la disposition b de la figure* 1035. *Nous ignorons si la chose a été faite.*

Les distributions à régleurs pour machines à rotation sont utilisées, le plus souvent, pour la commande des barres de gouvernails et, en outre, pour le réglage des distributions à coulisses, dans les puissantes machines des navires de construction relativement récente. Il existe, d'ailleurs, un assez grand nombre de cas où elles peuvent être utilisées avec avantage. Ces distributions obéissent docilement au régleur *b'*, et la vitesse se trouve modifiée d'après sa marche, sans qu'il soit nécessaire d'agir sur les valves d'admission. Il va sans dire qu'en raison même de la simplicité du système, on ne doit pas s'attendre à un emploi bien économique de la vapeur.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

D. CURSOIRS ET ÉCHAPPOIRS COMME APPAREILS DE MESURE.

§ 333.

Cursoirs pour la mesure des fluides.

Dans l'examen des cursoirs à organes de pression, nous avons eu l'occasion de signaler accessoirement, pour un certain nombre d'entre eux, qu'ils étaient utilisés également comme appareils de mesure de quantités pour les fluides. Il nous reste à entrer ici dans quelques détails. La mesure mentionnée revient, au fond, à la mesure de volumes ou de capacités (V. p. 915) et les dispositifs de nature à la réaliser se trouvent, dès lors, présenter une analogie manifeste avec les appareils d'horlogerie; il est même évident que certains mesureurs ou compteurs de fluides pourraient être considérés, avec quelque raison, comme constituant des horloges. Si le fluide à mesurer est liquide et, en même temps, homogène, les quantités et les volumes sont dans un rapport simple; mais, s'il s'agit de liquides non homogènes, ou de fluides gazeux, la connaissance de la densité est indispensable pour que du volume mesuré on puisse déduire la quantité; si l'appareil de mesure, en même temps que le volume, doit indiquer lui-même la densité à chaque instant, les difficultés du problème se trouvent notablement augmentées.

Il n'est pas rare qu'on fasse usage de cursoirs pour la mesure de liquides, et pourtant le choix des appareils de ce genre est extrêmement limité. Parmi les roues non fermées, fonctionnant sous l'action de la gravité, on ne peut guère citer, comme propre à ce genre de mesure, que la roue à aubes (fig. 957 *d*) et encore seulement dans le cas où le liquide arrive avec une pression tout à fait faible. Le liquide étant alors introduit lentement, au-dessous du plan horizontal, passant par l'axe, de manière à éviter toute accélération de la roue, le nombre de tours de cette roue se trouve être, à chaque instant, proportionnel au volume de fluide introduit depuis l'origine.

1er Exemple. *Comme roue à aubes de ce genre, on peut citer le tambour de mesure employé dans le compteur d'alcool de Siemens* (1). *Ce tambour est à trois*

(1) V. Z. D. Ing. 1874, p. 108, puis : Vorläufige Bestimmungen zur Ausführung der Reichsgesetze, betreffend die Besteuerung des Branntweins, etc., Berlin, 1887, où se trouvent représentées les formes les plus nouvelles du compteur. En 1887, il existait en service plus de 4500 exemplaires de ce compteur, avec dispositif automatique pour le degré d'alcool : 3500 en Russie (depuis 1872), 300 en Suède (depuis 1882) et 500 en Allemagne (depuis 1887). Des expériences comparatives, poursuivies pendant trois mois en Suède (en

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

aubes et l'introduction du liquide se fait à l'intérieur. Comme, dans le mesurage de l'alcool, le degré de densité a une très grande importance, Siemens a muni son appareil d'une disposition accessoire, extrêmement ingénieuse, et qui consiste dans l'addition d'un flotteur, destiné à mettre la marche du compteur, proprement dit, en rapport avec le degré du mélange qui passe.

Si l'on veut mesurer des liquides à haute pression avec une roue à aubes, il est nécessaire de la munir d'une enveloppe, et de maintenir à l'intérieur une pression en rapport avec celle du liquide, en ayant recours à l'emploi d'un fluide gazeux auxiliaire, ce qui est, le plus souvent, très incommode. Parmi les cursoirs fonctionnant sous l'action de la gravité, les capsulismes à roues (p. 884 et 891) conviennent mieux comme compteurs, pour ce cas particulier, et on en rencontre çà et là quelques applications (1); la fermeture pour les surfaces frottantes y est mieux assurée que dans les roues à aubes à enveloppes. Mais, dans le cas actuel, les cursoirs qui sont de beaucoup le plus en usage sont ceux dans lesquels l'organe de pression agit par sa force vive (§ 317). On a utilisé, pour la formation de ces compteurs, aussi bien les roues à palettes que les roues à réaction.

2° Exemple. *Extrêmement répandu est le compteur à eau de Siemens* (2), *dans lequel la roue de mesure est une turbine à réaction* (*V. p.* 887). *Les résultats qu'il fournit sont entachés d'une erreur possible de* 2 *p.* %, *en plus ou en moins.*

Une autre turbine employée pour la mesure de l'eau est le moulinet de *Woltmann* (*V.* p. 887), qui fournit des résultats d'une exactitude convenable pour la mesure du débit de l'eau dans des canaux ouverts.

Les fluides gazeux, quand leur densité est faible et sensiblement invariable, peuvent être mesurés assez exactement au moyen de cursoirs en forme de roues hydrauliques, mais surtout au moyen de la roue à aubes. Dans les cas mentionnés précédemment, le fluide auxiliaire, destiné à occuper les espaces qui n'étaient pas remplis par le fluide à mesurer, était un gaz quelconque, de l'air, par ex.; ici, c'est l'inverse : le fluide à mesurer est gazeux et le fluide auxiliaire liquide.

1883), ont fourni les résultats suivants. Par des mesures de volumes faites avec le plus grand soin, et des déterminations aréométriques, exécutées sur une quantité donnée d'un liquide, d'une teneur en esprit-de-vin de 50 p. %, on avait trouvé, pour la quantité d'alcool, 15365931 litres; la mesure du même liquide, effectuée au moyen de 216 compteurs distincts, a donné, pour la quantité d'alcool, 15450775 litres, c'est-à-dire 1/2 p. % en plus: c'est là une preuve de l'exactitude que peut fournir un compteur à roue à aubes bien établi.

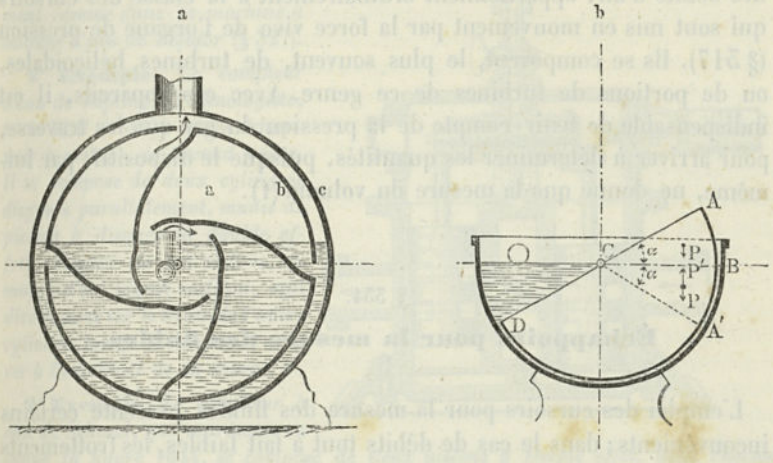
(1) V. par exemple, dans Schweizerische Bauzeitung, 1883, mars, p. 81, le compteur d'eau de *Crown*. On peut citer aussi le compteur de *Payton* (p. 884), bien que ses applications soient restées comprises entre des limites assez étroites.

(2) Dans l'ancien mode de construction, Siemens employait une roue de Segner (fig. 962 *a*); dans le dispositif actuel, la roue de mesure est une turbine pleine, à introduction extérieure, avec roue directrice (fig. 963 *d*).

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

3e Exemple. *Dans cette catégorie rentre le compteur ordinaire à gaz de Clegg et Crosley (fig. 1043 a), dont les applications se comptent aujourd'hui par centaines de milliers. Le tambour mesureur est une roue à quatre aubes, qui est mise en mouvement par l'action du gaz d'éclairage, introduit vers la partie centrale. L'introduction de ce gaz doit avoir lieu au-dessus du plan horizontal de l'axe. Comme fluide auxiliaire, qui pourrait ici être appelé le fluide d'arrêt, on utilise l'eau, ou*

Fig. 1043.



encore la glycérine, quand on a à craindre la gelée. Si, par évaporation ou par entraînement, la quantité du liquide d'arrêt vient à diminuer, il passe, par chaque tour du tambour, un volume de gaz supérieur à celui qui passait avant. Pour remédier à cet inconvénient, on emploie, comme on le sait, un flotteur de sûreté, qui ferme l'arrivée de gaz lorsque l'abaissement du niveau du liquide devient trop prononcé. — Pour les mesures qui doivent être d'une très grande précision, on ajoute au compteur le flotteur de Sanders (fig. 1043 b), qui maintient le niveau constant, tant que sa cuvette conserve une provision de liquide (1).

Le compteur précédent, à notre connaissance, n'a été employé jusqu'ici que pour les gaz à très faible pression. Mais il peut être également utilisé pour les gaz à pression élevée, comme, par exemple, l'air comprimé, destiné à faire mouvoir des machines, à la condition de

(1) Le flotteur tournant autour de l'axe C a la forme d'un demi-cylindre et doit être construit de telle sorte que les centres de gravité de tous ses secteurs soient précisément les mêmes que si le corps creux en tôle était homogène. Dans ce cas, si l'on suppose que le flotteur émerge d'un angle α, correspondant au secteur ACB, la poussée du secteur $A'CD$, dont l'angle est $180 - 2\alpha$, passe par l'axe C; comme poussée agit effectivement la poussée P' correspondant au secteur $A'CB$. En sens inverse agissent les deux poids P des secteurs égaux ACB et $A'CB$, appliqués aux centres de gravité de ces secteurs. L'équilibre devant exister pour une grandeur quelconque de l'angle α, il en résulte qu'on doit avoir $P' = 2P$, c'est-à-dire que le poids spécifique du flotteur, supposé homogène, doit être la moitié de celui du liquide dans lequel il plonge; il doit donc être de 0,50, si ce liquide est de l'eau, et de 0,65, s'il est de la glycérine.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

donner à l'enveloppe extérieure une résistance suffisante. Dans l'installation entreprise récemment à Birmingham, pour la distribution de la force motrice par l'air comprimé, on a, sur les conseils de l'auteur, tiré parti de ce mode d'emploi, en adoptant, d'ailleurs, la disposition de compteur sec indiquée ci-dessous (p. 969).

Les anémomètres, dont on se sert, de préférence, pour la mesure des débits d'air, appartiennent ordinairement à la classe des cursoirs qui sont mis en mouvement par la force vive de l'organe de pression (§ 317). Ils se composent, le plus souvent, de turbines héliçoïdales, ou de portions de turbines de ce genre. Avec ces appareils, il est indispensable de tenir compte de la pression du gaz qui les traverse, pour arriver à déterminer les quantités, puisque le dispositif, par lui-même, ne donne que la mesure du volume (1).

§ 334.

Échappoirs pour la mesure des fluides.

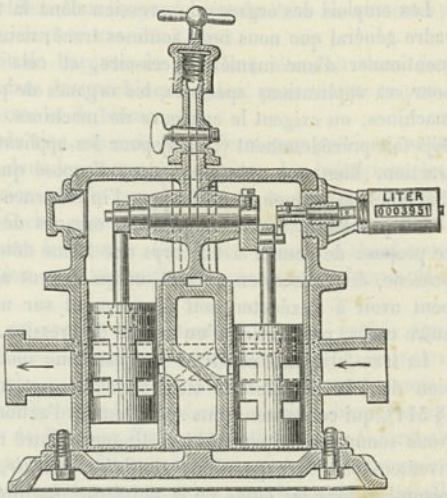
L'emploi des cursoirs pour la mesure des fluides présente certains inconvénients ; dans le cas de débits tout à fait faibles, les frottements des tourillons et des autres surfaces frottantes, s'il s'agit de capsulismes, ainsi que les défauts d'étanchéité, prennent une assez grande importance et peuvent influer notablement sur l'exactitude des indications de mesure. Aussi a-t-on cherché à utiliser des récipients à pistons pour la réception et l'évacuation du fluide à mesurer, ce qui a nécessairement conduit à l'emploi d'échappoirs. Ces derniers appareils ont pris un très grand développement comme compteurs d'eau. Nous allons en donner quelques exemples.

(1) De même que pour la mesure du volume, comme ici, on peut également utiliser des cursoirs pour la mesure du temps. En réalité, les horloges les plus anciennes, les horloges à eau (clepsydres) et les sabliers, étaient des cursoirs. Au moyen âge apparurent les horloges à échappements (voy. p. 680). Mais, à différentes reprises, et tout récemment encore, on a cherché à construire des horloges à cursoirs. A titre d'exemple à l'appui, on peut citer l'emploi du pendule conique comme régulateur pour appareils destinés à la mesure du temps (voy. Redtenbacher, Bewegungsmechanismen, 1861). Le problème présente, d'ailleurs, des difficultés, puisqu'il revient, en définitive, à obliger un cursoir à avoir, en premier lieu, un mouvement uniforme et, en second lieu, une certaine vitesse. Il convient de mentionner également ici les moteurs pour les instruments d'observatoires et dans lesquels on utilise, avec avantage, pour la régulation du mouvement, le frottement, sur lequel s'exerce l'influence de la force centrifuge de masses tournant en cercle. Comme solutions moins exactes, mais cependant utilisables, on peut encore citer les volants à ailettes des sonneries d'horloges et un grand nombre d'appareils, dits enregistreurs, ainsi que les volants à ailettes qui agissent, d'une manière très satisfaisante, dans plusieurs systèmes de télégraphes à bandes mobiles. Toutefois, en aucun cas, les cursoirs ne permettent une régulation de marche aussi rigoureuse et d'aussi longue durée que les échappoirs, et c'est ce qui explique l'usage à peu près exclusif de ces derniers pour la mesure du temps.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

1er Exemple. *Un compteur d'eau à pistons, dont l'usage est très répandu, est celui de Kennedy (Revue ind. 1881, p. 205). L'eau à mesurer fait mouvoir un piston à disque, dont le cylindre est le plus souvent vertical; la distribution (avec robinet à quatre voies) s'opère au moyen d'un rétendoir à bascule, essentiellement comme dans la machine à colonne d'eau de Bélidor* (§ 327).

Fig. 1044.



2e Exemple. *Le compteur d'eau de Jopling [Technologiste, tome XLII (1882)] est un échappoir à pistons de second ordre. Il se compose de deux cylindres disposés parallèlement, munis de pistons à disques (à double effet); chacun de ces pistons, au moyen d'un taquet saillant, agit directement sur le tiroir de l'autre cylindre, lorsqu'il est près d'arriver à l'extrémité de sa course.*

3e Exemple. *Le compteur à eau de Schmid, que représente en coupe la figure* 1044, *se compose de deux pistons à simple effet, dont chacun porte, en lui-même, le tiroir pour l'échappoir voisin. En raison de l'introduction du mécanisme à manivelle, l'action a lieu ici en troisième ordre.*

Pour les corps gazeux, on utilise également des échappoirs compteurs. Ces appareils, sous le nom de compteurs secs, ont pris une grande extension dans l'industrie du gaz d'éclairage. Un certain nombre d'ingénieurs les considèrent comme supérieurs aux compteurs humides, précédemment décrits, en raison de l'absence des petits inconvénients que comporte la variation de niveau du liquide d'arrêt. Pour éviter les frottements de surfaces qui, en raison de la nature du gaz d'éclairage, pourraient n'être pas sans inconvénients, on a renoncé, en général, à l'emploi de pistons glissant sur les parois, et on a adopté les pistons à membrane ou à poche (p. 872), qu'après beaucoup d'essais on est enfin arrivé à établir dans de bonnes conditions de durée.

4e Exemple. *Parmi les bons compteurs à sec, on peut citer le compteur à gaz de Glover* (1). *C'est un échappoir de second ordre, qui arrive à travailler en troisième ordre, par suite de l'addition d'un mécanisme à manivelle, qui commande les deux tiroirs et l'appareil compteur. Les pistons à poche sont formés de toile, rendue imperméable au gaz, d'après le procédé de Schülke, par l'application d'un enduit de tannin.*

(1) L'exactitude de la mesure avec les compteurs secs ne doit pas être considérée comme supérieure à celle qu'on obtient avec les compteurs humides.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 335.

Applications technologiques des organes de pression.

Les emplois des organes de pression dans la technologie ne rentrent pas dans le cadre général que nous nous sommes tracé; nous devons, dès lors, nous borner à les mentionner d'une manière accessoire, et cela avec d'autant plus de raison que, pour ces applications spéciales, les organes de pression se trouvent faire partie de machines, ou exigent le concours de machines. C'est, du reste, ce que nous avons déjà fait précédemment (§ 264) pour les applications technologiques des organes de traction. Bien que très sommaire, l'exposé que nous allons donner ne sera pas, d'ailleurs, sans quelque utilité pour l'intelligence de notre sujet.

Les problèmes technologiques des organes de pression sont ceux dans lesquels on se propose de donner à un corps une forme déterminée, ou de modifier celle qu'il possède, de réaliser, en un mot, ce qu'on peut appeler une *transformation*, laquelle peut avoir à s'exécuter, soit directement sur un organe de pression, soit sur un autre corps, par l'action d'un organe de pression.

La transformation constitue le quatrième mode d'utilisation des organes de pression dans la machine et vient s'ajouter aux trois modes précédemment indiqués (§ 311), qui concernent plus spécialement l'action à l'intérieur même de la machine. Nous sommes ainsi amenés à distinguer quatre modes d'action, caractérisés respectivement par les expressions *conduire*, *retenir*, *actionner* et *transformer*, et qui résument tous les effets de la puissance machinale de tous les éléments constructifs des machines. Le quatrième mode constitue spécialement le domaine de la technologie.

Afin de pouvoir donner une idée sommaire des applications dont il s'agit ici, nous les classerons en cinq groupes distincts, sous les désignations suivantes : *Remplissage de la conduite; écoulement en dehors de la conduite; écoulement intérieur; action par jet; enveloppement ou recouvrement.*

a. *Remplissage de la conduite.*

1. La propriété des organes de pression, d'être d'autant plus propres à remplir les conduites que leur fluidité est plus complète, se trouve utilisée dans les opérations de la fonderie. Les métaux, avec lesquels on doit établir des objets de formes déterminées, sont amenés, par l'action de la chaleur, à l'état d'organes de pression fluides, puis introduits dans des moules creux, préparés à l'avance. On opère de même avec la cire, le suif, la stéarine, la paraffine, etc., pour la fabrication des bougies et autres produits analogues. Par le refroidissement, l'organe de pression, sous la nouvelle forme qu'il a reçue, repasse de nouveau à l'état solide, qu'il possédait avant l'opération. Le plâtre, le ciment, la magnésie et les matières analogues, introduits dans des moules, sous la forme de pâtes, obtenues par leur malaxage avec de l'eau, finissent par se durcir (faire prise), en vertu de la combinaison de l'eau et de l'acide carbonique; des procédés de dissolution différents permettent d'arriver à un résultat du même genre avec d'autres substances.

2. Du verre fluide est amené, par l'action d'une presse, à remplir une conduite fermée; il peut également, par l'action de la pression exercée au moyen de cylindres, être transformé en plaques percées de trous (vitres d'aération de *Trélat*).

3. Lorsqu'il n'est pas possible d'arriver à une fluidité complète, on détermine, par l'action de la chaleur, un certain degré d'amollissement, comme, par exemple, dans la presse à fer de *Haswell*, dans la fabrication des roues de wagons d'*Arbel*, etc.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

A la pression naturelle, qui, dans les cas du n° 1, était le plus souvent suffisante, il devient indispensable, en raison de la faible fluidité de la matière, de substituer une pression énergique par piston.

4. Le plomb est naturellement assez mou, à l'état naturel, pour qu'on puisse lui donner des formes variées par la simple pression d'un piston; c'est ce qui a lieu, en particulier, dans les presses à projectiles, d'un usage si répandu dans les arsenaux; comme matière première, on utilise, dans ce cas, des tuyaux.

5. Le procédé du refroidissement de l'organe de pression, introduit dans des moules creux, est également utilisé dans les machines à glace, pour mettre ce produit sous la forme de plaques, de barres et de blocs.

6. Des alliages de cuivre, d'étain, de zinc, etc., ainsi que de métaux précieux, sont traités, comme organes de pression, dans les presses monétaires, les balanciers, les moutons et comprimés dans des matrices, qu'ils remplissent, en en épousant exactement les formes. Des blocs de fer et d'acier, convenablement chauffés, sont également soumis à l'action de puissantes presses à étamper. Ces blocs, soumis d'abord sous le marteau à une première préparation, puis réchauffés, reçoivent leurs formes définitives dans des moules en acier.

7. Un fil, qui est essentiellement un organe de traction, peut aussi parfois être traité comme un organe de pression; c'est ce qui arrive lorsqu'on refoule, dans des moules creux, de forme convenable, des portions de fil qui les remplissent exactement, comme des matières fluides, en épousant les courbures. Comme exemples, on peut citer les remarquables machines de *William Prym*, de Stolberg, pour la confection des crochets, des orillons et des chaînes en fils métalliques, celles de *Fürtwangler* à Triberg, pour les chaînes d'entraînement dans les horloges, etc. Le mode de travail est analogue, dans la machine à spirales en fils métalliques, de *Hoff* et *Vogt*; le fil, entraîné par de petits cylindres, est refoulé dans un trou de forme héliçoïdale, d'une longueur extrêmement faible, d'où il sort enroulé lui-même en spirale.

8. Au moyen de la presse à mouler, actionnée par leviers ou par pression hydraulique, on obtient, avec de la pâte d'argile à moitié sèche, des briques, des carreaux et autres produits analogues, auxquels la forme est donnée par des moules en fer. On obtient de même des briquettes (pleines ou à trous) de tourbe et de houille, ainsi que des tablettes de chocolat, formées de poudre de cacao, préalablement préparée.

9. Le bois artificiel, ou factice, se prépare au moyen d'un mélange de sciure et d'autres substances, qu'on transforme en une matière solide, très dense, au moyen de la compression par piston dans des moules creux.

10. Le carton s'obtient au moyen d'une pâte, qu'on soumet, dans des moules, à une forte pression, donnée également par un piston.

11. Dans le moulage mécanique, c'est-à-dire dans la préparation de moules en sable au moyen de machines, le sable, à moitié humide, qui constitue un organe de pression granuleux, est pressé fortement sur le modèle, disposé dans la caisse à moules. Ici, la conduite pour organe de pression se trouve utilisée deux fois, une première dans la formation du moule, une seconde dans l'opération de la fonte.

12. Les presses à empaqueter pour les matières en poudre de toute nature, pour les matières fibreuses, qui peuvent être considérées comme organes de pression (foin, paille, coton, laine, chinagrass, etc.), agissent par remplissage de la conduite, en exerçant sur ces matières une pression qui est souvent poussée très loin.

b. *Écoulement en dehors de la conduite. Formation de jet.*

Quand un organe de pression est enfermé dans une conduite et que, par l'action d'une pression convenable, il est amené à s'écouler en un point muni d'une embou-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

chure, le jet qui s'écoule prend la forme de section que lui impose cette embouchure. Cette formation de jet est utilisée pour la transformation de corps, aussi bien avec l'organe de pression facilement fluide qu'avec celui qui l'est difficilement, avec l'organe pâteux, mou, jusqu'à l'organe d'une dureté notable.

1. Dans les presses à argile de *Schlyckeisen* et d'autres, les briques, les tuyaux de drainage, les tuiles, etc., sont obtenus par formation de jet et la matière qui s'écoule est divisée en morceaux réguliers, au moyen d'un couteau, constitué par un fil. Souvent la pression nécessaire pour l'écoulement est communiquée à la masse d'argile par des ailettes en hélices, c'est-à-dire par une pompe héliçoïdale.

2. Dans les presses pour pâtes alimentaires, une pâte convenablement préparée est refoulée par un piston, à travers une plaque munie d'une série de petits orifices, en forme d'étoiles, d'anneaux, etc. ; un coupage divise ces jets soit en petites feuilles, très minces, soit en tiges d'une certaine longueur; ces divers produits sont ensuite desséchés, en conservant la forme qu'ils ont reçue.

3. Dans le procédé de M. de *Cherdonnet* (1), on prépare, par formation de jet, de la soie artificielle, au moyen de nitrocellulose. La matière, dissoute dans un mélange d'alcool et d'éther, à un état de fluidité qui se rapproche de celui de l'eau, est renfermée dans un réservoir en cuivre étamé, où une pompe maintient une pression de plusieurs atmosphères; elle s'écoule à travers une série d'orifices capillaires en verre, de $0^{mm},1$ à $0^{mm},2$ de diamètre, à bords extrêmement fins. La solidification se fait ensuite au contact de l'eau, où pénètre chaque jet, et les fils obtenus viennent s'enrouler sur des bobines.

4. Dans la machine à papier, la pâte, amenée à l'état de fluidité complète, s'écoule horizontalement sous une pression naturelle et vient s'étaler en lame mince ; elle est ensuite débarrassée d'eau par succion, rendue solide par dessiccation, et enfin amenée à son état définitif par le lissage.

5. Des tuyaux de plomb sont également obtenus, par formation de jet, au moyen d'une presse spéciale. La matière, le plus souvent légèrement échauffée, est refoulée par la pression d'un piston et s'échappe de l'embouchure, sous la forme d'un jet jaillissant de bas en haut.

6. La gutta-percha est amenée, par formation de jet, à l'état d'enveloppe autour des fils conducteurs des télégraphes et autres fils d'appareils électriques.

7. La presse à découper, la presse à emporte-pièce, la machine à percer, la machine à poinçonner, au moyen de laquelle on prépare les trous de rivets dans les tôles, agissent toutes par formation de jet, ainsi que l'ont démontré, pour la première fois, les remarquables expériences de *Tresca*; il en résulte, en effet, qu'il se produit, dans ce cas, un véritable écoulement du métal.

8. De la presse à emboutir, destinée à la préparation de vases, de boîtes, de couvercles, de culots de cartouches, etc., on peut dire également qu'elle agit par formation de jet; dans cette machine une partie de l'embouchure est mobile par rapport à l'autre. Les presses à emboutir très puissantes de *Erdmann Kircheis*, de Aue (Saxe), ainsi que celles de la fabrique de machines de Oberhagen, fonctionnent au moyen d'un mécanisme à manivelles et à cames; les presses à métaux de *Lorenz*, de Carlsruhe, marchent par pression hydraulique. L'emploi de la presse d'emboutissage est particulièrement développé aux États-Unis (2).

(1) V. le Bulletin de la Société d'Encouragement du mois de juillet 1889.

(2) V., à ce sujet, la conférence faite par *Oberlin Smyth*, à l'Institut Franklin, en janvier 1886, « sur l'écoulement des métaux, dans le procédé d'emboutissage » (Journal of the Franklin Institute, 1er nov. 1886). Les presses à emboutir américaines sont établies, de préférence, en vue d'une opération unique, d'une exécution rapide.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

9. Le banc à étirer pour les fils (tréfileries), aussi bien que pour les tiges d'une certaine dimension, agit aussi, à vrai dire, par formation de jet, la filière constituant l'embouchure. Mais, puisque le fil, d'après ce que nous avons vu (7, a), peut être considéré aussi bien comme organe de traction que comme organe de pression, on peut dire que le jet, à sa sortie de l'embouchure, est entraîné par un effort de traction. Avec le banc à étirer, on peut donner à des tuyaux en laiton une section de forme étoilée ou cannelée, et même une forme d'aspect analogue à celle d'une corde, c'est-à-dire une forme héliçoïdale.

10. Dans la fonte des plombs, on retrouve encore une espèce de formation par jet; la matière, destinée à la préparation des grains, doit, en effet, être débarrassée des crasses de plomb et on la fait passer, dans ce but, sur un tamis, d'où elle s'échappe, par les trous, sous forme de gouttes allongées, lesquelles, pendant la chute, s'arrondissent et se transforment en petites sphères.

11. Dans l'éclairage au gaz, au moyen d'une forme appropriée de l'orifice de sortie (du brûleur), on arrive à donner à la veine gazeuse qui s'écoule une section ronde, plate, annulaire, etc. Dans le brûleur à deux trous (bec Manchester), deux jets ronds sortent inclinés l'un sur l'autre et s'aplatissent mutuellement.

c. *Écoulement intérieur.*

Il existe un grand nombre d'organes de pression dont la composition est hétérogène, qui comprennent, par exemple, des matières granuleuses et des matières fluides, ou des substances fluides qui se comportent différemment, ou encore des substances qui, tout en présentant la plus grande similitude, ont des poids spécifiques différents, etc. Au point de vue technologique, se pose assez fréquemment le problème d'effectuer, dans ces organes, la séparation des divers éléments, de séparer les fluides des solides, les gros des petits, les légers des lourds. D'une manière générale, ce problème ne peut guère se résoudre autrement qu'en déterminant un écoulement intérieur dans la masse de l'organe de pression. A cet effet, on a recours, de préférence, à l'action d'une pression artificielle, assez élevée, mais parfois aussi la séparation s'opère sous la pression naturelle de la pesanteur pour la substance considérée et, dans quelques cas, par l'introduction d'un mouvement transversal de va-et-vient, un mouvement de secousses, c'est-à-dire par l'intervention de l'action de la force vive; on rend, du reste, cette dernière action plus efficace, en communiquant à la substance d'œuvre une vitesse de rotation considérable. Nous allons en donner quelques exemples.

1. Presses pour l'expulsion des liquides, telles que les pressoirs à vin, les presses pour graines oléagineuses, les presses à tourteaux, à olives, les presses à stéarine, à pulpe de betteraves, etc. Ces diverses presses déterminent un écoulement intérieur dans la masse pressée et séparent, par suite, les parties fluides des éléments solides.

2. Les presses-filtres servent à séparer les parties fluides, dans les matières troubles ou vaseuses; à cet effet, ces matières, sous l'action d'une forte pression, sont forcées de s'écouler à travers une succession de petits canaux, de plus en plus fins, où les particules solides finissent par s'arrêter. Les filtres-presses sont en usage dans les fabriques de couleurs, de stéarine, d'amidon, de sucre, etc., et même dans les fabriques de porcelaines.

3. L'épuration de l'eau peut se faire, au moyen d'une conduite sous pression naturelle, dans des bassins de clarification, des réservoirs à parois perméables, des filtres, etc.; mais on peut aussi recourir à des dispositifs spéciaux d'épuration, comme, par exemple, ceux de *Niemax* (de Cologne), qui permettent de rendre, à volonté, l'eau plus dure ou plus douce.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

4. Les appareils de traitement des matières, dans les mines et les usines, effectuent la séparation d'organes de pression composés, par écoulement intérieur, dans des conditions extrêmement variées, où l'on rencontre les applications les plus ingénieuses des lois de l'hydraulique.

5. Les machines à cribler ou à tamiser, qui sont utilisées aussi bien dans les préparations des mines que dans une foule d'autres opérations, effectuent la séparation des grains d'après leur grosseur, avec communication de force vive à la matière, par secousses ou par renversements. Un tamis peut être considéré comme un mécanisme d'arrêt, qui ne laisse passer que les corps d'un certain degré de petitesse.

6. Les centrifuges, essoreuses ou turbines, communiquent, par rotation, à la matière d'œuvre une force vive d'une grandeur telle qu'il se produit tout d'abord un écoulement intérieur, puis un écoulement extérieur, comme, par exemple, dans les essoreuses servant à la dessiccation du linge, du fil, etc.

7. Avec les tambours centrifuges, on arrive également à séparer des mélanges de fluides, d'après les différents degrés de leurs poids spécifiques. Ces appareils ont trouvé récemment une sérieuse application dans la laiterie, où ils sont désignés sous le nom de séparateurs.

8. Dans l'appareil Bessemer, à travers la masse de fonte à l'état liquide, on lance, sous forte pression, un organe de pression gazeux (de l'air); par suite de l'écoulement intérieur très violent qui en résulte, s'effectuent la conversion et l'expulsion d'une partie du carbone mélangé au fer.

d. *Action de jet.*

Un jet de fluide peut recevoir une quantité relativement considérable de force vive. Cette propriété se trouve fréquemment utilisée pour des transformations, bien que les formes des appareils en usage pour ce genre d'applications soit en nombre assez restreint. Nous en donnerons quelques exemples.

1. Le tuyau à jet est utilisé avec un très grand succès dans les opérations qui ont pour but d'obtenir l'or par le lavage; il sert surtout à préparer le minerai, qui doit être soumis à ce lavage. En Californie, de puissantes couches de sables mouvants, soumises à l'action de jets d'eau énergiques, sont transformées et passent de l'état de matières solides à celui de matières troubles ou boueuses, coulant facilement (1).

2. Dans la soufflerie à jet de sable de *Tilghman*, un courant d'air, produit par un ventilateur, maintient en mouvement des grains de sable, qui, par leur réunion, constituent un jet. Au moyen de ce jet, on arrive à rendre mates des surfaces de verre (parfois avec certaines parties réservées, qu'on tient à conserver brillantes et qu'on couvre à cet effet); de même on arrive à grener des surfaces métalliques, à les rendre rudes au toucher, à rhabiller des limes, à nettoyer des pièces de fonte, c'est-à-dire à les débarrasser des parcelles de sable de moulage restées adhérentes, etc.

3. Dans les appareils de nettoyage des céréales, les grains sont projetés avec force, par action centrifuge, contre des surfaces frottantes et sont débarrassés, par ce moyen, de la poussière, des enveloppes et des barbes; ce mode de traitement peut être considéré comme une utilisation de l'action par jet.

4. Dans le sifflet à vapeur, le timbre, frappé par un jet de section annulaire, éprouve

(1) On peut presque maintenir sans danger le doigt dans le jet, près de l'embouchure du tuyau, alors que ce même jet fait écrouler des blocs de 10 à 15^{m} de large. — V. Appleton's Cyclopædia of applied mechanics, New-York, 1880. La vitesse des jets, à la sortie, varie de 25 à 60^{m}, suivant les chutes dont on dispose.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

des changements de forme, qui se succèdent très rapidement, et les oscillations qui en sont la conséquence se traduisent par des sons.

5. Dans les tuyaux à anche des orgues et autres instruments à anche, le son est le résultat des oscillations d'une lame métallique que vient frapper un jet d'air.

6. Dans la trompette à vapeur agissant au moyen de la sirène, des impulsions de jets de vapeur, se succédant rapidement, communiquent à une colonne d'air des mouvements qui se traduisent par des sons stridents.

7. Dans le tuyau d'orgue simple, une colonne d'air, sous l'action d'un jet d'air, se trouve mise en vibrations résonnantes. L'orgue d'église est peut-être le plus ancien échappoir à organe de pression. Son déclenchement, en vue de la production d'effets musicaux, se fait par la main, jouant sur un clavier. Dans les installations modernes, l'orgue d'église agit en cinquième ordre; on y rencontre, en effet; une petite machine à colonne d'eau (échappoir), la soufflerie (avançoir) et son régulateur (bief), un registre (échappoir) et une tribune, avec la mécanique des soupapes (échappoir). Dans un orgue, avec clavier à dix octaves, il existe 120 échappoirs, dont chacun agit, avec n registres sur n espèces de tuyaux différents, disposés les uns à côté des autres. Comme variétés bâtardes des orgues d'églises, on peut citer les orgues à rotation et autres appareils de musique mécaniques, du même genre, dans lesquels le déclenchement et la fermeture des échappoirs s'effectuent par des dispositifs mécaniques.

e. *Enveloppement ou recouvrement.*

Comme contre-partie de l'emprisonnement d'un organe de pression, dans un réservoir ou une conduite, se présente l'enveloppement d'un corps par un organe de pression. C'est ce qui se trouve réalisé, quand un corps, plongé dans un organe de pression fluide, se trouve imbibé par lui, de telle sorte que, pour le moins, sa surface extérieure se trouve revêtue ou recouverte par l'organe de pression. Ce revêtement peut, d'ailleurs, n'avoir lieu qu'en partie, sur un seul côté, par exemple, d'une figure plane, ou encore simplement par places, suivant des figures déterminées. Sur le principe de ce revêtement reposent une série d'applications technologiques, dont nous allons donner quelques exemples importants.

1. Dans la teinturerie, l'imbibition des étoffes, des fils, etc., se fait par un organe de pression, qui contient les matières colorantes. On a recours, pour cette opération, à des machines de divers genres.

2. Dans l'encollage et dans les autres modes d'apprêt des étoffes et des fils, un organe de pression fluide (mais assez épais) est appliqué avec des brosses. On se trouve là en présence d'une action, qui est au moins de second ordre, puisque la brosse doit tout d'abord être recouverte par l'organe de pression et qu'ensuite cette même matière doit être appliquée sur la pièce d'œuvre.

3. Dans l'encollage du papier avec de la colle animale, le recouvrement se fait avec un liquide contenant cette colle dissoute.

4. Dans la fabrication du papier de couleur et dans celle du cuir d'ornements, on recouvre, avec de la couleur, la matière sur l'une de ses faces.

5. Dans l'imprimerie, et tout d'abord dans la typographie, dans l'impression sur pierre, sur cuivre, sur zinc et sur acier, un organe de pression, à l'état pâteux, produit, par places, un recouvrement, qui est le plus souvent de troisième ordre, mais, qui parfois s'élève au quatrième; il y a, en effet, apport de l'encre sur les rouleaux, étendage et répartition sur leur surface, transport sur les surfaces des caractères ou des plaques, et enfin second transport sur les feuilles de papier.

6. Dans le procédé d'impression des étoffes et des papiers peints, au moyen de la

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Perrotine et de la machine à cylindres, la surface des caractères formant les dessins est recouverte de couleur, le plus souvent en troisième ordre, et cette couleur est ensuite portée sur les tissus ou sur le papier. La dessiccation des papiers peints se fait ordinairement en les exposant à l'action d'un courant d'air chaud, c'est-à-dire d'un organe de pression gazeux. Assez souvent, avant le séchage, la surface d'impression, encore humide et maintenue visqueuse, est soumise à l'action d'un organe de pression poussiéreux (poussière de drap), qui a pour effet de transformer les parties imprimées, en leur donnant un aspect velouté.

7. Dans l'impression au mordant pour tissus, il y a d'abord impression, comme dans les cas 5 et 6, avec un organe de pression (le mordant), susceptible de prendre la couleur, puis immersion de la pièce, ainsi préparée, dans le liquide contenant la couleur; enfin, enlèvement de ce liquide, sur les surfaces non recouvertes de mordant, par des lavages, c'est-à-dire par enveloppement de la matière d'œuvre avec de l'eau pure.

8. Le recouvrement galvanique de surfaces et de corps avec de l'or, de l'argent, du cuivre, du laiton, du zinc, du nickel, etc., se fait par l'intermédiaire d'un appareil physique, l'appareil galvanique. Ici également, le recouvrement métallique se trouve souvent limité à certaines parties de la surface, en protégeant les autres par des substances non conductrices. Dans d'autres procédés électrotechniques, des matières minérales, plongées dans un bain liquide, sont décomposées et le métal qu'elles renferment est précipité par le passage d'un courant électrique puissant, engendré par l'action de machines motrices.

9. Dans l'éclairage au moyen de gaz pauvres en carbone, il y a enveloppement et mélange de ces gaz avec d'autres gaz, riches en carbone, et aussi avec l'air. Dans les lampes à gaz à incandescence, l'éclat de la flamme est dû à l'enveloppement de corps susceptibles de briller (petits paniers de magnésie, filets de zéolithe, etc.), par des gaz n'ayant, par eux-mêmes, qu'un faible pouvoir éclairant.

10. Dans le condenseur à injection, le courant de vapeur à condenser est enveloppé et traversé par l'eau froide.

11. Dans le condenseur par surface, il y a enveloppement, pour les parois des tuyaux, d'un côté par la vapeur, et, de l'autre par l'eau; l'action est de second ordre.

12. Dans la disposition ordinaire des appareils à rafraîchir la bière, une couche mince de ce liquide coule sur les parois extérieures de deux tôles ondulées entre lesquelles circule de l'eau froide; l'action est, comme précédemment, de second ordre.

Aux divers procédés industriels que nous venons d'indiquer se rattachent tous les procédés analogues qui, tout en reposant sur les mêmes principes fondamentaux, ne sont en usage qu'à la main; leur examen rentre bien dans le domaine de la technologie, mais non dans celui de la mécanique industrielle. Les cinquante exemples cités correspondent à autant, ou même à un plus grand nombre de chapitres spéciaux de la technologie; quelques-uns exigeraient des volumes entiers. Si développée qu'ait été leur énumération, elle n'a pas la prétention d'être complète; elle ne doit servir qu'à indiquer les contours du terrain qu'il y a lieu de considérer. Mais on peut conclure de ce qui précède qu'il existe un nombre extrêmement considérable de machines de transformation et de dispositions machinales, qui reposent toutes essentiellement sur les propriétés des organes de pression et qui, par conséquent, se trouvent toutes avoir une base commune.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

CHAPITRE VINGT-QUATRIÈME

CONDUITES POUR ORGANES DE PRESSION

§ 336.

Formules empiriques pour les épaisseurs de tuyaux en fonte.

De tous les éléments de machines, mentionnés dans le § 312, pour la conduite des organes de pression, les tuyaux sont ceux dont l'usage est de beaucoup le plus répandu. On utilise, pour leur construction, des matières très différentes : la fonte, le fer, l'acier, le cuivre, le bronze, le laiton, le plomb, le bois, l'argile, le papier, etc. Pour les conduites souterraines des installations d'eau, d'air et de gaz, la fonte a encore conservé jusqu'ici la préférence, bien que, comme nous le verrons un peu plus loin, la place lui soit vivement disputée par le fer et l'acier.

Dans les tuyaux cylindriques en fonte, que nous avons à traiter ici, en premier lieu, les questions de fabrication et de facilité d'emploi ont une importance telle que, dans la détermination de l'épaisseur des parois, il n'y a pas à tenir compte des pressions intérieures, à moins que celles-ci ne soient extrêmement fortes, et qu'il est suffisant, pour ne pas dire nécessaire, de recourir à l'emploi de formules purement empiriques. Il est d'usage, et c'est là une précaution excellente, de soumettre les tuyaux à une épreuve de pression hydraulique, aussi bien avant leur sortie de l'usine qu'à leur arrivée sur les lieux où ils doivent être employés; cette épreuve se fait, le plus souvent, à une pression égale à 1 fois $^1/_2$, ou même 2 fois, la pression en service courant. On protège ordinairement les tuyaux contre la rouille par l'application d'un bitumage, faite à une température élevée; dans quelques cas, d'ailleurs assez rares, on a recours au procédé beaucoup plus coûteux de l'émaillage.

Si l'on désigne par D le diamètre intérieur d'un tuyau à construire et par δ l'épaisseur de ses parois, les dimensions étant exprimées en millimètres, on doit prendre, pour δ, les valeurs suivantes :

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

tuyaux en fonte pour conduites d'eau, d'air et de gaz :

$$\delta = 8 + \frac{D}{80}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (318)$$

tuyaux de vapeur en fonte et cylindres de pompes à air :

$$\delta = 12 + \frac{D}{50}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (319)$$

cylindres à vapeur et corps de pompes alésés, en fonte :

$$\delta = 20 + \frac{D}{100}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (320)$$

1er Exemple. *Un tuyau de pompe, de* 300^{mm} *de diamètre, doit avoir, comme épaisseur, d'après la formule* (318), $\delta = 8 + 300:80 = 11^{mm},75$, *soit* 12^{mm}. *Pour un tuyau de vapeur de même diamètre, on aurait, d'après* (319), $\delta = 12 + 300:50 = 18^{mm}$.

2e Exemple. *Dans la distribution d'eau de Francfort, dont la figure* 955 *donne le tracé sommaire, les tuyaux de* 400^{mm} *et de* 508^{mm} *ont reçu respectivement, comme épaisseurs,* $\delta = 8 + 400:80 = 13^{mm}$ *et* $\delta = 8 + 508:80 = 14^{mm},4$, *soit* $14^{mm},5$ *à* 15^{mm} *; bien que les sections* b_1 *et* b_2 *aient à supporter des pressions de* 18 *atmosphères, ces tuyaux se sont très bien comportés*[1].

3e Exemple. *Dans les appareils de forage et d'aération du tunnel du Mont-Cenis, les tuyaux de conduite d'air, de* 200^{mm} *de diamètre, qui avaient à supporter une pression intérieure de* 5 *atmosphères et qui, de plus, sur une longueur de* 600 *à* 800^{m}, *étaient exposés au soleil et à la pluie, auraient dû avoir, d'après la formule* (318), *une épaisseur de* $10^{mm},5$ *; on leur avait donné* 10^{mm}.

4e Exemple. *Pour un cylindre de locomotive de* 400^{mm} *de diamètre, on doit, d'après la formule* (320), *prendre* $\delta = 20 + 400:100 = 24^{mm}$. *Sur les bateaux à vapeur de rivières, où l'on tient à réduire les poids, les cylindres ont des épaisseurs plus faibles.*

La fonte de tuyaux a présenté, dans les vingt dernières années, un développement technologique remarquable. Les fabricants, dans le but de se mettre à l'abri des accidents et d'arriver à des prix plus avantageux, ont eu une tendance à exagérer les épaisseurs. Ils ont trouvé, dans les municipalités des villes, timorées ou disposées à augmenter la sécurité du service, des oreilles complaisantes, de telle sorte que les dépenses d'installation des canalisations sont devenues, par cela même, plus fortes qu'elles n'auraient dû l'être. Des millions se trouvent ainsi enterrés dans le sol, sans grande utilité. C'est là une question digne de toute l'attention des ingénieurs qui s'occupent spécialement d'installations d'eau et de gaz.

(1) La fonderie de Roll, à Solothurn, qui dispose de fonte très résistante, fournit, pour les conduites d'eau, des tuyaux d'une épaisseur plus faible, répondant à la formule $\delta = 6 + D/80$.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 337.

Table relative aux poids des tuyaux en fonte.

DIAMÈTRES DES TUYAUX D	POIDS DES TUYAUX DE 1^m DE LONGUEUR POUR L'ÉPAISSEUR δ :						
	8	10	12	14	16	18	20
60	12,40	15,95	19,66	23,57	27,67	31,94	36,41
70	14,19	18,20	22,39	26,76	31,31	36,04	40,96
80	15,99	20,48	25,12	29,94	34,95	40,14	45,51
90	17,85	22,75	27,85	33,13	38,59	44,25	50,06
100	19,64	25,79	30,59	36,32	42,23	48,33	54,61
110	21,44	27,30	33,33	39,50	45,87	52,42	59,16
120	23,06	29,58	36,05	42,69	49,52	56,51	63,71
130	25,15	31,85	38,78	45,87	53,16	60,62	68,26
140	26,94	34,13	41,50	49,06	56,79	64,72	72,81
150	28,74	36,41	44,24	52,24	60,44	67,99	77,37
160	30,59	38,68	46,97	55,43	64,08	72,90	81,92
180	34,18	43,24	52,45	61,80	71,37	81,10	91,02
200	37,85	47,78	57,89	68,17	78,64	89,15	100,12
220	41,49	52,34	63,55	74,54	85,92	97,48	109,22
240	45,14	56,86	68,81	80,92	95,20	105,66	118,32
260	48,79	61,44	74,27	87,29	100,48	113,86	127,42
300	56,09	70,55	85,19	100,03	115,04	130,24	145,63
350	65,12	81,92	98,85	115,95	133,25	150,72	168,39
400	74,17	93,29	112,47	131,88	151,46	171,20	191,14
500	92,41	116,05	139,51	163,74	187,86	211,33	236,64
600	110,67	138,78	167,11	194,00	224,27	253,11	282,16
700	128,86	161,56	194,41	225,82	260,68	294,08	327,66
800	147,05	184,31	221,73	257,72	297,08	335,02	373,16
900	165,30	207,06	249,02	289,57	333,50	375,86	418,69
1000	180,19	229,82	276,34	323,03	369,90	416,93	464,19

Comme poids spécifique pour la fonte, on a pris la valeur moyenne 7,25. Les brides et les manchons des tuyaux sont à calculer séparément.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 538.

Tuyaux en fonte soumis à une forte pression.

Pour le calcul des épaisseurs des tuyaux, qui ont à supporter une pression intérieure particulièrement forte, on peut très bien utiliser la formule de Lamé (§ 19) :

$$\frac{\delta}{D} = \frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{S+p}}{S-p} - 1\right). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (521)$$

p désignant la pression intérieure par unité de surface, S le maximum de tension dans les sections longitudinales de la paroi, et la pression extérieure étant supposée assez faible pour être négligée (V., au reste, la formule 27). Si la pression à l'intérieur est de a atmosphères, on a $p = {}^{a}/_{100}$. Si le tuyau est ouvert à ses deux extrémités, la pression intérieure ne donne lieu à aucun effort sur les sections transversales.

En introduisant le diamètre extérieur $D_0 = D + 2\delta$, l'expression précédente peut se mettre sous la forme :

$$\frac{D_0}{D} = \sqrt{\frac{S+p}{S-p}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (522)$$

Ces expressions montrent qu'on ne doit jamais laisser la pression intérieure p du fluide dépasser la valeur S, considérée comme admissible pour la matière composant la paroi. Si l'on prend S égal au module de rupture à l'extension et si l'on fait $p \geqq S$, on voit, d'après les deux formules, que le tuyau éclatera, quelque grande que soit la valeur donnée à δ.

Avec des dimensions et des pressions données, on a pour la tension S dans la paroi :

$$\frac{S}{p} = \frac{D_0^2 + D^2}{D_0^2 - D^2} = \frac{1+\varphi^2}{1-\varphi^2}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (523)$$

en désignant par φ le rapport $D : D_0$, comme précédemment (§ 90). On obtient alors les valeurs suivantes :

$\varphi =$	0,50	0,52	0,54	0,56	0,58	0,60	0,62	0,64	0,66	0,68	0,70
$S : p =$	1,67	1,74	1,82	1,91	2,01	2,13	2,25	2,39	2,54	2,72	2,92
$\varphi =$	0,72	0,74	0,76	0,77	0,78	0,79	0,80	0,81	0,82	0,83	0,84
$S : p =$	5,15	5,42	5,73	5,91	4,11	4,32	4,56	4,81	5,11	5,45	5,79
$\varphi =$	0,85	0,86	0,87	0,88	0,89	0,90	0,91	0,92	0,93	0,94	0,95
$S : p =$	6,26	6,68	7,23	7,86	8,62	9,52	10,65	12,01	13,80	16,17	19,51

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

1er Exemple. *Dans la conduite du tunnel du Mont-Cenis (v. § précédent) on a* $\delta = 10$, $D = 200$ *et, par suite,* $D_0 = 220$, *d'où* $\varphi = 200:220 = 0{,}91$. *Comme on avait* $p = {}^5/_{100}$, *la table donne* $S = 10{,}63.0{,}05 = 0^k{,}53$, *valeur qui se trouvait doublée et égale à* $1^k{,}06$, *sous la pression d'épreuve, qui était de* 10 *atmosphères.*

Si p est faible, on peut simplifier la formule (321) et prendre, avec une approximation suffisante :

$$\frac{\delta}{D} = \frac{1}{2}\frac{p}{S} \qquad \text{et} \qquad \frac{S}{p} = \frac{D}{2\delta}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (324)$$

2e Exemple. *Pour la conduite précédente, on aurait, d'après cela,* $S = 0{,}5p.D:\delta = 0{,}5.0{,}05.200:10 = 0^k{,}50$, *comme valeur approximative, au lieu de* $0^k{,}53$.

3e Exemple. *Soit à calculer des tuyaux, de* 100^{mm} *de diamètre intérieur, pour une conduite d'eau à haute pression de* 100 *atm. Afin d'avoir une sécurité complète, nous admettrons que S ne doit pas dépasser* $2^k{,}25$ *et comme* $p = 0{,}01.100 = 1^k$, *nous aurons* $S:p = 2{,}25$. *Cette valeur correspond, dans la table, à* $\varphi = 0{,}62$: *on a, par suite,* $D_0 = D:0{,}62 = 100:0{,}62 = 161^{mm}$. *Si l'on suppose qu'en raison de l'action des masses liquides en mouvement, la pression intérieure puisse aller parfois jusqu'à* 150 *atm., ce qui donne* $p = 1^k{,}50$, *la valeur de S s'élève à* $2{,}25.1{,}5 = 3^k{,}38$. *Une conduite de la gare centrale de Francfort, déterminée pour* 100 *atm., a, comme dimensions,* $D = 100$, $D_0 = 160^{mm}$.

4e Exemple. *La machine à colonne d'eau de* 40 *chevaux, établie par Helfenberger à Hersbrugg, à la pointe du Rhin (V. p.* 953), *a, pour une chute de* 400^m, *une conduite d'amenée en fonte, de* 4500^m *de longueur et de* 120^{mm} *de diamètre intérieur, dont l'épaisseur, dans le dernier tiers, est de* 11^{mm}. *On a, par suite, ici* $D_0 = 142^{mm}$, $D = 120^{mm}$, $p = 4^k$, *et la formule* (323) *donne* $S = 4(142^2 + 120^2):(142^2 - 120^2) = 4(34564:5764)$, *soit* 24^k, *valeur fabuleusement élevée pour des tuyaux en fonte. Aucun de ces tuyaux pourtant ne s'est rompu, bien que, dans les essais faits sur la machine, la pression, dans le réservoir d'air, se soit fréquemment élevée à* 50 *atm. La conduite a été fournie par la fonderie de Roll, à Solothurn, qui met en œuvre une fonte très résistante.* (*V. Rem. de la p.* 978.)

5e Exemple. *Si, pour les tuyaux déterminés par la formule* (318), *on calcule les tensions de la matière, en supposant que la pression intérieure soit de* 10 *atm., on obtient la série des valeurs suivantes :*

$D =$	80	160	400	800	1200
$\delta =$	9	11	15	18	23
$\varphi =$	0,85	0,88	0,92	0,96	0,98
$S:p =$	6,21	7,86	12,01	24,51	49,51
$S =$	0,6	0,8	1,2	2,5	5,0

Les tensions calculées S se produisent, comme il a été dit précédemment, dans les sections longitudinales du cylindre constituant le tuyau, quand ce dernier est ouvert aux deux extrémités. Mais, quand il a un fond, il se produit également des efforts sur les sections transversales, qui, pour la partie cylindrique, sont représentés par $^1/_2\ S$, et qui, dans le voisinage du fond, ont une valeur plus grande et

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

d'autant plus prononcée que le changement de direction de la paroi cylindrique se fait plus brusquement. Si le fond se raccorde avec le cylindre par un angle vif, il doit se produire, aux points de raccordement, une tension au moins égale à $\sqrt{S^2 + (0{,}5\,S)^2} = 1{,}12\,S$. Comme tuyaux de ce genre, munis d'un fond, on peut citer les cylindres (pots) de presses hydrauliques. Ces cylindres se font encore assez souvent en fonte, et leur établissement présente d'autant plus de difficultés que l'épaisseur de la paroi doit être plus considérable. Aussi cherche-t-on à réduire cette épaisseur, en admettant, pour la tension de la matière, une valeur assez élevée, et en apportant les plus grands soins dans les opérations, afin de rendre la fonte aussi bonne que possible. L'expérience a montré qu'on arrive à une matière très convenable pour les cylindres de presses, en la soumettant à une série de fusions successives, et en la coulant chaque fois en plaques minces, qu'on brise ensuite. On a obtenu également de bons résultats par l'addition d'une certaine proportion de fer dans le four à réverbère (métal Stirling). Il est bien évident, d'ailleurs, qu'on peut admettre pour S une valeur d'autant plus élevée que la matière première a été mieux choisie et que la mise en œuvre a été faite avec plus de soins. La pratique indique qu'on peut alors aller à 7^k, et parfois même au delà, à la condition, toutefois, que l'on soit bien sûr de la qualité de la fonte dont on dispose. Le bronze donne lieu à des observations analogues. Le bon laiton ordinaire n'est pas susceptible de supporter, sans déformations permanentes, des tensions supérieures à 3^k ou $3^k{,}5$. Si l'on veut aller au delà, il convient d'employer un alliage plus résistant, comme, par exemple, celui qu'on obtient par l'addition de manganèse. Nous allons donner maintenant quelques exemples empruntés à la pratique et qui peuvent fournir d'utiles indications.

6e Exemple. *Pour l'élévation du pont de Conway, on a fait usage d'une presse hydraulique, dont les dimensions étaient les suivantes : Diamètre du piston* $K = 457^{mm}$, *diamètre du cylindre* $D = 508^{mm}$, *épaisseur de la paroi* $\delta = 222^{mm}$. *La charge à soulever était de* $660\,000^k$. *On déduit de là que la pression de l'eau devait être de* 402 *atm. et la formule* (523) *donne alors, pour la tension,* $S = 7^k{,}2$. *Le cylindre employé est représenté par la figure* 1045.

7e Exemple. *Pour le montage du pont Britannia, on s'est servi de presses hydrauliques de différents genres de construction. L'un des appareils se composait d'une presse double, dont les cylindres avaient les mêmes dimensions que celui de la presse de l'exemple précédent; seulement la charge sur chaque piston n'était que de* $467\,900^k$ *et correspondait, par suite, à une pression d'eau de* 285 *atm.; dans ces conditions, le calcul donne* $5^k{,}1$ *pour la tension dans la matière.*

8e Exemple. *Parmi les appareils de levage, utilisés dans cette opération gigantesque, figurait une presse simple, destinée à soulever une pièce du poids de* $1\,162\,400^k$;

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

le diamètre du piston était de 508^{mm}, *celui du cylindre de* 559^{mm} *et l'épaisseur des parois de* 254^{mm}. *La pression de l'eau s'élevait, d'après cela, à* 575 *atm., ce qui, d'après la formule* (523), *donne, pour la tension, le chiffre énorme de* 10^{k}. *Avant que la pièce soulevée ne fût arrivée au niveau des piles, le cylindre de la presse se brisa et la charge, en retombant sur les supports de sûreté, qu'on avait établis au-dessous, éprouva de fortes avaries. La rupture du cylindre ne se produisit pas longitudinalement, mais bien transversalement, le fond s'étant séparé du cylindre, comme l'indique la figure* 1046. *Ainsi, malgré la valeur exagérée de la tension sur son pourtour, le cylindre a*

Fig. 1045.

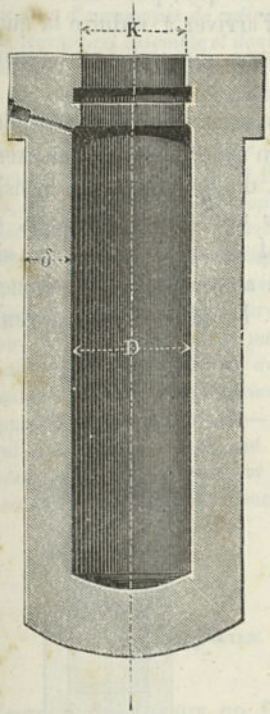
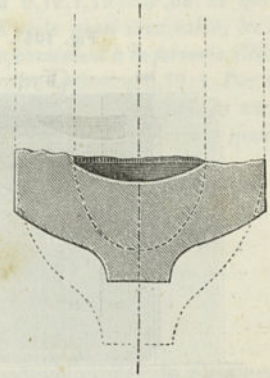


Fig. 1046.



montré qu'il était capable d'une grande résistance, résultat qui doit être attribué au soin spécial apporté dans le choix et le mélange des matières premières et aux précautions prises dans l'opération de la coulée[1]. *Le détachement du fond résultait, sans aucun doute, de ce que son raccordement avec le cylindre avait été fait à angle vif, de telle sorte que la valeur précédemment mentionnée,* 1,12 *S, se trouvait être ici égale à* $11^{k},2$. *Le nouveau cylindre reçut les mêmes dimensions que celui qui s'était rompu, mais le raccordement fut disposé d'une manière plus satisfaisante, comme l'indique le tracé en pointillé de la figure* 1046.

9e Exemple. *Dans une presse hydraulique, établie pour la fabrication de meules en émeri, on rencontre les données suivantes :* $D = 720^{mm}$, $D_0 = 1040^{mm}$, $K = 700^{mm}$ *et* $P = 1\,200\,000^{k}$; *on en déduit* $p = 3^{k},118$, *ce qui correspond à* 312 *atm. On a, d'ailleurs,* $\frac{\delta}{D} = 720 : 1040 = 0,69$ *et, par conséquent,* $S = 3,118.2,82 = 8^{k},8$, *valeur qui doit être considérée comme très forte.*

(1) Dans une première opération, le cylindre avait été coulé renversé (le fond en haut), et il dut être rejeté, car le fond était poreux ; une seconde opération, dans laquelle le fond était à la partie inférieure, fournit le cylindre qui se déchira, comme il est dit dans le texte; la cassure était à grains irréguliers. Le troisième cylindre, pour lequel la fonte avait été préalablement soumise à une double fusion, résista parfaitement. Un quatrième cylindre, fondu comme pièce de rechange, resta sans emploi.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Dans ces dernières années, on est arrivé à utiliser assez fréquemment l'acier fondu comme matière pour les cylindres de presses, ce qui permet d'aller, pour la tension S, jusqu'à 15 et même 20^k. Toutefois, il convient de faire remarquer ici que, pour l'établissement des cylindres en fonte, il est possible d'arriver à réduire la quantité de matière employée par d'autres moyens que celui qui consiste à admettre des tensions élevées.

En premier lieu, on peut éviter les mouvements qu'entraîne le raccordement du fond avec le cylindre, en ayant recours, par exemple, à la disposition imaginée par *Hummel*, de Berlin, et qui consiste à remplacer le fond, proprement dit, par une plaque séparée, qu'on fixe au-dessous du cylindre, en assurant l'étanchéité par une simple garniture à rebord (fig. 1047). On peut aussi employer comme fond un bouchon fileté (fig. 1048), d'après le procédé de *Lorenz*, de

Fig. 1047.

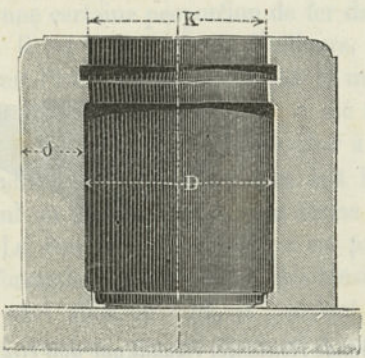
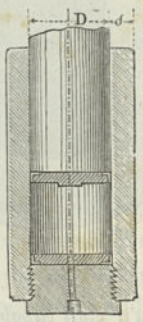


Fig. 1048.



Carlsruhe, en ajoutant au-dessus une garniture à rebord, comme celle que le même constructeur utilise pour rendre le piston étanche.

En second lieu, on peut augmenter le diamètre K du piston, en se bornant, d'ailleurs, à le faire assez grand pour que la pression de l'eau ne soit pas exagérée et que, par suite, la tension S ait également une valeur admissible. Cette augmentation du diamètre du piston peut se faire d'autant mieux que la quantité de matière à employer, au lieu d'augmenter avec ce diamètre, va, au contraire, en diminuant. On a, en effet, pour la section F de la paroi du cylindre, $F = \pi(D + \delta)\delta$ et, en remplaçant δ par sa valeur tirée de l'équation (321), $F = {}^1/_4 \pi D^2 2p : (S-p)$, ou encore, en introduisant le diamètre K du piston et la pression totale P :

$$F = \left(\frac{D}{K}\right)^2 \frac{2P}{S-p}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (325)$$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

expression qui, pour une valeur déterminée de S, ne peut évidemment que diminuer avec p.

10e Exemple. *Dans une presse hydraulique construite par Hummel, pour la fabrication d'enveloppes de cylindres en papier, on rencontre deux cylindres juxtaposés, travaillant ensemble et dont le mode de construction est celui de la figure* 1047. *Le diamètre des pistons* $K = 601^{mm}$, *le diamètre des cylindres* $D = 628^{mm}$, *l'épaisseur des parois* $\delta = 222^{mm}$; *la pression sur chaque piston* $P = 1\,000\,000^{k}$, *ce qui donne* 2 *millions de kilogrammes pour la pression totale. La pression de l'eau se trouve être, d'après cela, de* 352 *atm., et la tension dans la matière, d'après la formule* (325), *s'élève à* $7^{k},19$. *Il est évident qu'ici, suivant d'anciens errements, on a pris une valeur trop élevée pour p et une valeur trop faible pour K. Si l'on portait K à* 676^{mm}, *c'est-à-dire, en nombre rond, aux* $^{9}/_{8}$ *de la valeur précédente, p se trouverait multiplié par* $(^{8}/_{9})^{2}$ *ou* 0,79, *et serait, par suite, ramené à* $2^{k},78$. *Si maintenant on conservait le rapport entre les diamètres extérieur et intérieur du cylindre, c'est-à-dire la valeur* φ, *S se trouverait réduit dans le même rapport que p et deviendrait, par suite, égal à* $0,79.7,19 = 5^{k},68$, *ce qui semble acceptable. Mais alors, si l'on admet que* $D:K$ *reste aussi invariable, les sections du nouveau cylindre et de l'ancien seraient, conformément à la formule* (325), *dans le rapport* $(5,68 - 2,78):(7,19 - 3,52)$, *c'est-à-dire également* 0,79 : 1. *Par ce changement dans les dimensions, qui augmente d'une manière si notable la sécurité de la presse, le nouveau cylindre se trouverait donc, en outre, exiger une quantité de matière inférieure d'un cinquième à celle du cylindre primitif.*

§ 339.

Tuyaux en fer et en acier.

L'emploi des tuyaux en fer tend à se développer, de plus en plus, pour les canalisations de gaz d'éclairage et de chauffage, d'eau, de pétrole et d'air, ainsi que pour les conduites de vapeur. Ces tuyaux s'obtiennent, soit par soudage à chaud entre des cylindres, soit par rivetage à froid. Le soudage se fait par simple rapprochement des bords, ou par recouvrement, avec ligne de joint parallèle à l'axe du tuyau. Tout récemment, on est arrivé, en Amérique, à établir des tuyaux, dans lesquels la ligne de joint affecte la forme héliçoïdale et où le soudage se fait avec recouvrement (1). Après l'opération du soudage, les tuyaux sont, le plus souvent, passés à la filière, surtout dans le but de rendre régulière la surface extérieure, et c'est pour cela qu'on les désigne aussi sous le nom de tuyaux étirés.

Il existe également en usage des tuyaux en acier doux, qu'on peut

(1) V. Engineering and Mining Journal, New-York, avril 1888, J. C. *Bayles*, Spirally welded tubing; V. aussi un rapport inséré dans l'Institut américain des Ingénieurs des mines de Boston, fév. 1888. La machine pour l'enroulement du tube et le soudage a été décrite dans Sc. American, juin 1888.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

fabriquer comme les tuyaux en fer; mais on peut aussi les préparer comme ceux en acier fondu, en cuivre, en métal Delta, etc., d'après le procédé par rouleaux inclinés, de *Mannesmann* (1), dans lequel on part d'une tige pleine (un lingot); les tuyaux fournis par ce procédé sont naturellement sans ligne de joint.

Les tuyaux soudés à chaud sont dans d'excellentes conditions pour résister aux pressions extérieures et aux efforts de traction; mais il n'en est pas de même pour les pressions intérieures. Avec les tuyaux à joint longitudinal, soudés bord à bord, on ne peut guère admettre pour S une valeur supérieure à 1^k, tandis qu'avec les tuyaux à recouvrement, cette valeur peut être de 6 à 9^k. Les tuyaux soudés suivant une hélice (avec recouvrement) peuvent supporter des pressions d'épreuve, comprises entre 22 et 28^k, suivant la qualité de la tôle employée; pratiquement, on ne doit leur faire supporter qu'une pression quelque peu plus faible. Les tubes, obtenus par le procédé Mannesmann, permettent, au contraire, d'aller, sans autre inconvénient, presque jusqu'à la limite d'élasticité de la matière employée; par conséquent, pour l'acier fondu et l'acier au four Siemens, on peut admettre de 24 à 40^k; de là, au point de vue de l'emploi, une supériorité incontestable sur les tuyaux à rivures.

1er Exemple. *Parmi les conduites qui, dans les districts d'huile de pétrole, en Amérique, desservent les biefs dont il a été précédemment question (p. 875), on en rencontre qui sont formées de tuyaux de* 152^{mm} *de diamètre, soudés à chaud avec recouvrement; leur épaisseur est de* 8^{mm} *seulement, pour une pression intérieure de* 67 *atm. La formule* (324) *donne, dans ce cas,* $S = 0{,}67.152 : 16 = 6^k{,}57$; *plus rigoureusement, d'après la formule* (325), *on aurait* $S = 0{,}67.(168^2 + 152^2) : (168^2 - 152^2) = 6^k{,}7$.

2e Exemple. *Conformément aux indications fournies par les sources citées dans la note de la page* 985, *pour des tuyaux avec ligne de joint héliçoïdale, l'épaisseur nécessaire serait de* 2^{mm} *seulement.*

3e Exemple. *Pour un tuyau fabriqué d'après le procédé de Mannesmann et appliqué à la conduite à haute pression du 3e Ex. du* § 338, *dans laquelle* $D = 100^{mm}$ *et* $p = 1^k$, *si l'on employait de l'acier Siemens et si l'on faisait* $S = 10^k$, *valeur tout à fait faible, la formule* (324) *donnerait :* $\delta = 100.0{,}5 : 10 = 5^{mm}$. *Avec la formule plus rigoureuse* (325), *on obtiendrait* $S = (110^2 + 100^2) : (110^2 - 100^2) = 221 : 21 = 10^k{,}5$. *Le tuyau en acier pèserait* $12^k{,}5$ *seulement, par mètre courant, tandis que le poids du tuyau en fonte calculé précédemment était de* $88^k{,}8$.

Pour les conduites d'eau d'une grande longueur, d'après des expériences faites en Amérique, les tuyaux rivés en fer présentent de sérieux avantages. L'ingénieur *Hamilton Smyth* a fait, à ce sujet, des

(1) V. dans le Portefeuille des Machines d'Oppermann, fév. 1888, p. 30, la fabrication des tubes métalliques sans soudure, par le procédé de MM. *Reinhard* et *Max. Mannesmann*.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

communications très intéressantes (1). C'est en Californie, vers 1852, que, pour la première fois, on fit usage de tuyaux en fer, formés de tôle tout à fait mince ($1^{mm},6$), en remplacement des tuyaux en toile à voiles, au moyen desquels on amenait l'eau à haute pression, pour l'application du procédé de désagrégation hydraulique, mentionné au § 335 (N° 1, *d*). Ces tuyaux étaient formés de tôles du commerce, avec une rivure à froid, à un seul rang; ils se reliaient les uns aux autres, comme les tuyaux de poêles, par simple emboîtement, l'extrémité la plus étroite de chaque tuyau se trouvant toujours dirigée à l'avant. Le premier essai ayant réussi au delà de toute espérance, d'autres ne tardèrent pas à suivre, et aujourd'hui on ne compte plus les applications de ce genre de conduites, essentiellement simples, dans ces régions, où il n'est pas rare de rencontrer des tuyaux d'un diamètre allant de $0^{m},55$ à $0^{m},75$. La longueur de construction de ces tuyaux varie de $5^{m},50$ à $7^{m},50$. On obtient une protection très convenable contre la rouille, en immergeant, pendant plusieurs minutes, les tuyaux neufs dans un mélange bouillant d'asphalte et de goudron. Lorsque les extrémités entrent trop librement l'une dans l'autre, on a soin d'enrouler préalablement une corde goudronnée autour de l'extrémité la plus étroite; les parties non remplies sont garnies avec de petites cales en bois tendre de sapin, qu'on chasse fortement; on prévient les légers suintements, qui pourraient se produire aux jonctions, en ajoutant un peu de sciure à l'eau qui doit traverser les tuyaux (2).

Après l'épreuve si remarquable qu'elles avaient subie, dans les districts miniers, ces mêmes conduites ont été utilisées comme conduites permanentes, et notamment dans les distributions d'eau des villes. C'est ainsi, par exemple, que San Francisco était depuis longtemps alimentée d'eau à boire par deux conduites de ce genre, et qu'en 1886 on en a établi une troisième. Pour les conduites permanentes, de grands diamètres, les extrémités des tuyaux qui s'emboîtent, les unes dans les autres, sont, en outre, reliées invariablement par une ligne de rivets. Pour des tuyaux étroits, soumis à une assez forte pression intérieure, on a recours à une garniture en plomb. Le tableau suivant fournit des renseignements sur quelques conduites importantes du genre de celles dont il vient d'être question.

(1) V. Engineering and Mining Journal, New-York, mai et juin 1884 : « Water power with high pressures and wrougth iron water pipe ». — V. aussi, Journal of the Iron and Steel-Institute, Londres, 1886, n° 1 : « On wrought iron conduit pipes ».

(2) Comme exemple de l'étanchéité donnée par ce mode de jonction assez grossier, Hamilton Smyth cite une conduite d'eau motrice, installée par lui, qui avait deux milles anglais de longueur et une charge de 550 pieds au point le plus bas. Les pertes par les fuites pour cette conduite, établie sur le sol et protégée simplement par deux planches inclinées, en forme de toit, n'atteignaient que 3 à 4 pieds cubes par minute.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

NOMS	DATE DE LA POSE	LONGUEUR	DIAMÈTRE	MAXIMUM DE PRESSION EN COL. D'EAU	TENSION S	NATURE DES TUYAUX
Cherokee.	1870	3903^{m}	762^{mm}	271^{m}	12^{k},3	Tôle de fer, avec double rivure.
Virginia City.	1872	11316	279	525	10	Tôle de fer, avec double rivure.
	1873	11316	254	525	10	Soudés à chaud à recouvrement et réunis par des manchons à vis.
Ruisseau du Texas. . . .	1878	1554	432	252	1,2	Tôle de fer, à double rivure.
Humbug.	1868	364	660	57 (?)	8,1	Tôle de fer de 1^{mm},7 d'épaisseur, à simple rivure.

En Allemagne, et dans d'autres pays, règne encore ce préjugé que les tuyaux en fer ne résistent pas aussi bien à la rouille que les tuyaux en fonte ; les installations américaines semblent prouver que c'est là une crainte qui n'est nullement justifiée. Du reste, on rencontre en Angleterre, dans les établissements hydrauliques de Kimberlay, une conduite en fer assez ancienne, de 0^{m},36 de diamètre et de 6^{mm},4 d'épaisseur, qui n'a pas moins de 30 kilomètres de longueur et qui s'est toujours parfaitement comportée. Il convient, dès lors, pour les installations publiques de conduites d'eau, de prendre en considération les tuyaux en fer et en acier, qui sont susceptibles d'une longue durée et qui sont essentiellement d'un emploi plus commode que les tuyaux en fonte.

4e Exemple. *Pour compléter la communication précédente, il convient d'ajouter ici quelques données sur la conduite du ruisseau du Texas, installée par l'ingénieur Hamilton Smyth. Cette conduite est un siphon (fig. 1049), qui emprunte au ruisseau du Texas un volume d'eau de* $0^{mc},9$ *par seconde et le conduit, dans une direction transversale, aux mines de Bloomfield, pour la commande de machines. A sa sortie, l'eau pénètre dans le canal d'amenée des roues hydrauliques. Le point d'entrée de l'eau, sur l'autre bord, a été déterminé de manière à réaliser le rapport le plus favorable pour les tensions et les frottements de l'eau (V. § 542). On est arrivé ainsi à fixer à* $92^{m},6$ *la différence de hauteur entre les points d'entrée et de sortie, avec un développement en longueur de* 1354^{m}. *Les tuyaux ont une longueur de construction de* $6^{m},10$ *et une rivure à deux rangs, avec les épaisseurs suivantes, indiquées dans la figure par des numéros de tôles :*

Sur	$411^{m},4$	*on a*	$\delta = 2^{mm},1$
»	$66^{m},1$	»	$2^{mm},4$
»	$73^{m},2$	»	$2^{mm},8$
»	$76^{m},3$	»	$3^{mm},0$
»	$97^{m},6$	»	$3^{mm},4$
»	$186^{m},1$	»	$3^{mm},8$
»	$442^{m},3$	»	$4^{mm},2$

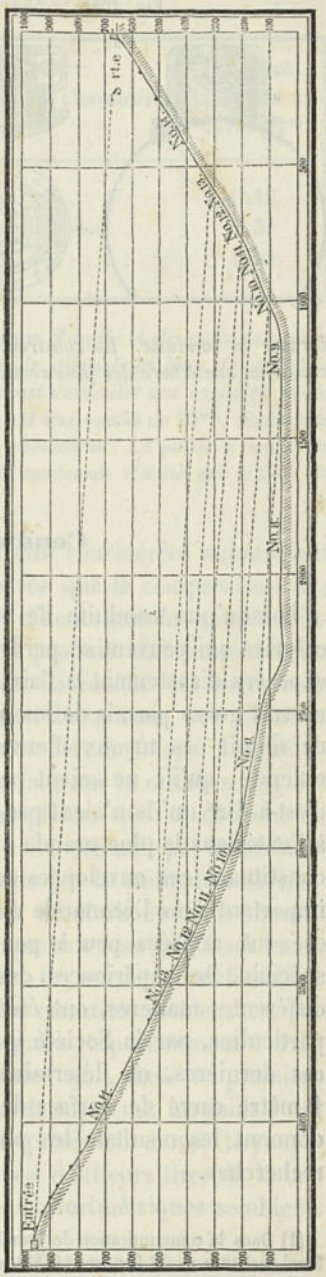


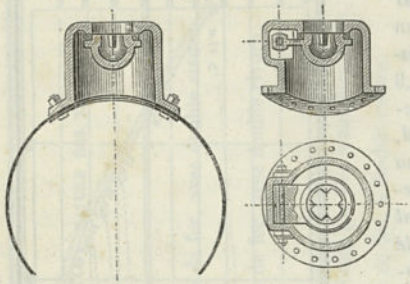
Fig. 1049.

Le diamètre moyen des tuyaux atteint 432^{mm}. *La valeur la plus élevée de S, pour toutes les sept tôles, avait été calculée à* $11^{k},6$; *mais quelques-unes des tôles ayant été livrées trop minces, cette tension s'est élevée à* $12^{k},7$ (*elle est encore plus forte de* $^1/_4$ *ou* $^1/_5$ *à la rivure*). *A l'entrée, le tuyau du siphon est disposé en entonnoir, d'une forme telle que le coefficient de contraction est de* 0,92. *La conduite est recouverte de gravier, sur une hauteur de* $0^{m},3$ *à* $0^{m},6$, *et elle vient passer sous le lit du ruisseau, au fond de la vallée. Pendant une grande partie de l'année, le siphon coule sans être complètement rempli et aspire, par suite, beaucoup d'air. Pour s'en débarrasser, on a disposé, en un certain nombre de points convenablement choisis* (14), *des robinets d'air, ayant la disposition qu'indique la figure* 1050. *Ce*

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

sont de lourds clapets en fonte, avec rondelle annulaire en caoutchouc pour la fermeture. Lorsqu'ils se trouvent en contact avec de l'air par leur face intérieure, ils s'ouvrent d'eux-mêmes, sous l'action de leur propre poids et laissent ainsi pénétrer à l'intérieur de l'eau, qui, en remplaçant l'air, finit par amener leur fermeture. Celles de ces sorties d'air qui se trouvent les plus élevées servent encore, dans le cas de rupture d'un tuyau en un point bas, à laisser rentrer de l'air par la partie supérieure, afin que la pression atmosphérique ne puisse pas écraser la conduite. La construction, indiquée ici d'une manière très sommaire, constitue une œuvre des plus remarquables (1).

Fig. 1050.



§ 340.

Conduites de vapeur.

Lorsqu'une conduite de vapeur a un grand développement, les calories qui peuvent se perdre par les surfaces extérieures des tuyaux, exposées directement à l'air, deviennent assez importantes pour qu'il ne soit guère permis de les négliger et pour qu'il y ait lieu, dès lors, de munir ces tuyaux d'enveloppes protectrices, en supposant, bien entendu, qu'ils ne soient pas utilisés comme tuyaux de chauffage, c'est-à-dire qu'ils n'aient pas précisément pour fonction de transmettre à l'extérieur la plus grande quantité de chaleur possible. Les matières constituant ces enveloppes se trouvent jouer, par suite, un rôle assez important dans l'économie du fonctionnement des machines à vapeur, et sont arrivées peu à peu à constituer des objets de fabrication spéciale. Des expériences, destinées à établir l'efficacité relative de ces différentes matières, ont été exécutées, à différentes reprises, et, en particulier, par la Société industrielle de Mulhouse, vers 1860. Dans ces dernières, on déterminait la quantité de vapeur condensée par 1 mètre carré de surface de tuyau. Les chiffres du tableau suivant donnent les résultats les plus importants fournis par cette série de recherches.

(1) Dans la communication de Hamilton Smyth, publiée dans le « Journal of the Iron and Steel Institute », de Londres (1886), cet Ingénieur fait remarquer, non sans raison, qu'une conduite de tuyaux en fonte, pour de hautes pressions, lui produit l'effet d'un pont suspendu à chaînes, dont les maillons seraient en fonte.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

PREMIÈRE SÉRIE DE RÉSULTATS.

NATURE DE L'ENVELOPPE	QUANTITÉ CONDENSÉE EN 1″ PAR $1^{m.q.}$	NATURE DE L'ENVELOPPE	QUANTITÉ CONDENSÉE EN 1″ PAR $1^{m.q.}$
Tuyau non enveloppé. .	$2^{g},84$	Argile.	$1^{g},12$
Mastic de Pimont . . .	1,56	Déchets de coton. . . .	1,39
Paille.	0,98	Feutre.	1,35

Le mastic, dit de Pimont, composé d'un mélange d'argile et de poils de vache, était appliqué sous une épaisseur de 60^{mm}. *La paille, disposée en long, formait une couche de* 14^{mm} *d'épaisseur, autour de laquelle venait s'enrouler une corde en paille de* 15^{mm} *de diamètre. Les déchets de coton formaient une couche de* 25^{mm}, *recouverte de toile. Le feutre était recouvert d'un enduit de caoutchouc. La paille a donné les résultats les plus favorables, puisque la quantité condensée n'a été que le tiers de ce qu'elle était avec le tuyau sans enveloppe.*

Les expériences de Mulhouse doivent être considérées aujourd'hui comme sans grande valeur, d'un côté, parce que la comparaison des quantités d'eau condensée a fait ressortir d'assez grandes causes d'incertitudes et que, d'un autre côté, il s'est produit ultérieurement un certain nombre d'autres matières isolantes. La Société des ingénieurs allemands a entrepris de nouvelles recherches, mais les résultats paraissent devoir se faire attendre encore un certain temps. Aux États-Unis, le professeur *Ordway*, de Boston, a fait, sur le même sujet, des expériences très remarquables et très complètes, qui se divisent en deux séries bien distinctes : la première a été exécutée par la méthode de la mesure de l'eau condensée, la seconde par la méthode calorimétrique (1). Ces expériences, comme celles de Mulhouse, ont montré que la première méthode ne peut donner que des résultats assez incertains; c'est ainsi, par exemple, qu'avec deux tuyaux de même diamètre, ayant l'un 2 pieds de long et l'autre 30, les quantités condensées, par pied carré et par heure, ont été trouvées égales respectivement à 328^{g} et à 140^{g}. Il convient également de signaler que, dans sa première série d'expériences, Ordway a trouvé, pour le tuyau nu, un poids d'eau condensée notablement inférieur à celui qu'avaient donné les expériences de Mulhouse, mais sans qu'on puisse d'ailleurs tirer de là une conclusion bien déterminée. Les recherches calorimétriques semblent,

(1) V. Transactions of the Am. Soc. of Mech. Engineers, vol. V (1883-84) : Experiments upon nonconducting coverings for steam pipes, et vol. VI (1884-85) : nonconducting coverings for steam pipes.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

au contraire, mériter confiance, car elles ont conduit à des valeurs qui concordent toutes d'une manière très convenable. Nous donnons ici deux extraits des nombreux résultats obtenus par Ordway.

DEUXIÈME SÉRIE DE RÉSULTATS.

Température de la vapeur, 155° C. — *Enveloppes de* 25^{mm} *d'épaisseur.*

NATURE DE L'ENVELOPPE	TAUX P. % EN ÉLÉMENTS SOLIDES	CALORIES CÉDÉES EN 1 HEURE PAR 1^{mq}
Enveloppe d'air (tuyau nu).	0,0	1302
Coton cardé.	1,0	310
Plumes.	2,0	321
Laine.	2,1	301
Magnésie calcinée.	2,3	335
Charbon de liège en gros grains. . . .	3,1	343
Magnésie calcinée.	4,9	340
Laine.	5,6	220
Noir de fumée.	5,6	266
Carbonate de magnésie.	6,0	371
Farine fossile.	6,0	393
Laine.	7,9	238
Asbeste.	8,1	1329
Blanc de zinc.	8,8	466
Farine fossile.	11,2	426
Charbon de bois de sapin.	11,9	376
Carbonate de magnésie.	15,0	416
Feutre.	18,5	277
Noir de fumée.	24,4	286
Craie.	25,3	560
Graphite.	26,1	1922
Magnésie calcinée.	28,5	1156
Blanc de zinc.	32,3	1164
Pierre ponce.	34,2	845
Gypse.	36,8	839
Sel gemme.	48,0	1983
Coke d'anthracite.	50,6	968
Sable fin.	51,4	1690
Sable gros.	52,9	1684

Ce tableau fournit, sur un certain nombre de substances, des indications remarquables, en partie inattendues; un résultat digne d'attention, c'est que, d'une manière générale, la chaleur cédée par l'enveloppe augmente avec sa teneur en éléments solides. Avec la magnésie calcinée, par exemple, la quantité de chaleur passe de 335 *à* 1156, *quand la proportion de matières solides s'élève de* 2,3 *à* 28,5. *L'asbeste constitue, comme on le voit, une enveloppe très désavantageuse; l'inverse a lieu pour*

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

le noir de fumée, mais il est vrai de remarquer que son maniement est très désagréable. La laine a un effet très satisfaisant. Dans la pratique, il y a naturellement à tenir compte du prix d'achat.

TROISIÈME SÉRIE DE RÉSULTATS

Température de la vapeur, 155° C. — Épaisseur de l'enveloppe variable.

NATURE DE L'ENVELOPPE	ÉPAISSEUR DE LA COUCHE	TAUX P. °/₀ EN MATIÈRES SOLIDES	CALORIES CÉDÉES EN 1 H. PAR 1^{mq}
Ouate de coton, avec surfaces encollées.	50^{mm}	1,0	129,1
— —	40	1,3	193,4
— —	30	1,7	205,5
— —	20	2,5	326,4
— —	15	3,4	424,2
— —	10	5,1	502,4
Ouate de laine.	25	5,6	219,8
Magnésie calcinée, légère.	25	2,3	335,2
— compacte. . . .	25	4,9	340,1
— comprimée. . .	25	28,5	1155,9
Carbonate de magnésie, léger. . . .	25	6,0	370,9
— — compacte. .	25	9,4	586,7
— — comprimé..	25	15,0	416,5
Farine fossile, légère.	25	6,0	393,4
— comprimée.	25,6	11,2	425,8
Liège en bandes (1).	15	(?)	87,1
Liège en morceaux cimentés (2). . .	30	(?)	59,2
Pâte de farine fossile et de poils. . .	9	(?)	69,4
Coton cardé.	50	(?)	157,7
Balle de riz (dans carton paille).. . .	12	(?)	71,9

Cette troisième série fait ressortir, entre autres choses, l'influence du degré de compacité des matières fibreuses, ou granuleuses, utilisées pour le revêtement. Dans les six premiers cas, on a employé une seule et même enveloppe, qu'on comprimait de plus en plus, de manière à réduire son épaisseur ; il en est résulté une augmentation de la perte par rayonnement.

Ordway considère le liège comme une des meilleures matières de revêtement, surtout sous la forme de liège en petits morceaux, agglomérés par un ciment, qu'il recommande de mouler comme des coussinets, épousant la forme des tuyaux ; c'est ce qui a, du reste, déjà été éprouvé avec succès.

Ordway ne conseille pas de laisser des espaces d'air sous les couches des matières de revêtement, ou entre ces couches ; il juge préférable de remplir les vides avec

(1) Placées les unes contre les autres, comme les douves de tonneaux, avec une mince couche d'air au-dessous.

(2) Déchets de liège, réduits en petits morceaux par un hachoir et cimentés ensemble par 1 fois 1/2 leur poids de silicate de potasse à 30°B. ; une mince couche d'air au-dessous.

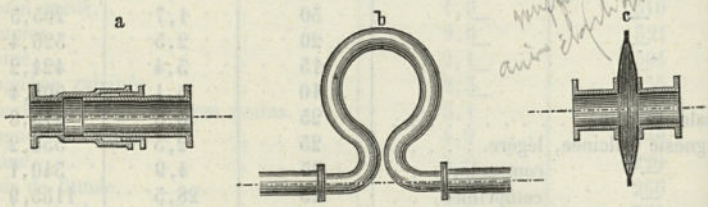
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

une poussière légère. De toutes les substances expérimentées, les meilleures, d'après lui, sont : le feutre, le liège, la farine fossile, la magnésie, le charbon de bois et la balle de riz (1).

Relativement à ses expériences, dont l'exécution doit être considérée comme parfaite, Ordway fait observer, avec beaucoup de raison, qu'il est sans utilité de donner aux appareils de grandes dimensions, lesquelles sont coûteuses et gênantes. De même que, dans les analyses chimiques, il suffit de prendre quelques grammes du corps à étudier, au lieu de kilogrammes, il convient, dans les expériences de physique, de réduire les dimensions, car une augmentation de grandeur n'a pas nécessairement pour conséquence l'exactitude des résultats.

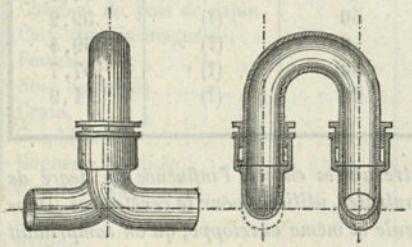
Dans les longues conduites de vapeur, l'allongement des tuyaux par la chaleur rend nécessaire l'addition de ce qu'on appelle des *compensateurs* (2), ou, plus exactement, des *manchons de dilatation.*

Fig. 1051.



La figure 1051 représente les formes qu'on donne ordinairement à ces accessoires de la tuyauterie. *a* est une boîte de dilatation; *b*, un tuyau de cuivre flexible; *c*, un soufflet de dilatation, avec fonds en acier élastique. La figure 1052 donne un coude, avec boîtes à étoupes. Les dispositions *a*, *b* et *c* exigent plus ou moins qu'on assure la fixité des extrémités des portions de conduite réunies par un compensateur, afin que le changement de longueur se manifeste simplement dans le manchon; cette condition n'existe pas pour la disposition de la figure 1052.

Fig. 1052.



Relativement à la valeur réelle de l'allongement des tuyaux par la chaleur, il convient de remarquer que, si l'échauffement est de t^0, l'allongement se trouve exprimé par les valeurs suivantes :

(1) A ces substances il convient d'en ajouter une, très efficace, qui a été produite récemment, et qui se compose de colle de farine ordinaire avec de la sciure de bois. Revue Industrielle, sept. 1888.

(2) Ces dispositifs ne compensent pas l'augmentation et la diminution des longueurs, comme les tiges dans le pendule à gril; elles les empêchent simplement d'être nuisibles

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Fonte.	$t : 90100$
Fer.	$t : 84600$
Cuivre.	$t : 58200$
Laiton.	$t : 53500$

4e Exemple. *Une conduite en fonte, de* 30^m *de longueur, qui à l'état de non-utilisation, est à* 10^0, *reçoit de la vapeur à* 4,5 *atm. de pression effective et se trouve, par suite, portée à* $149^0,1$; *elle éprouve alors un allongement de* $30.1000.139,1 : 90100 = 46^{mm},3$.

§ 341.

Tuyaux en cuivre et en autres matières.

Les tuyaux en cuivre, brasés à la soudure forte, ne doivent pas être soumis, dans les conduites de vapeur, à une tension S supérieure à 1^k ou $1^k\,1/4$; la soudure est, en effet, par elle-même, une cause d'insécurité et elle diminue de $1/5$ environ la résistance de la tôle de cuivre, que l'échauffement produit par la vapeur réduit déjà de 10 à 12 p. %, pour une pression de 4 à 6 atm. (1).

Avec les tuyaux en cuivre sans soudure, étirés, en partant d'un bloc plein, ou obtenus par le procédé de Mannesmann, on peut aller, pour S, de 6 à 8^k.

Les tuyaux de plomb, préparés sans soudure à la presse (v. § 335, *b*, 5), peuvent supporter une tension S égale à $0^k,5$.

On a utilisé, pour quelques conduites d'eau, des tuyaux en bois, établis, comme les tonneaux, au moyen de douves juxtaposées; le fabricant *Herzog*, du Logelbach, en a fait quelques applications, avec un plein succès; la conduite la plus récente a $1^m,8$ de diamètre et 1800 mètres de longueur.

(1) Deux explosions de tuyaux à vapeur en cuivre, qui ont eu de lourdes conséquences (l'une sur le bateau-poste anglais, l'*Elbe*, l'autre sur le *Lahn* du Lloyd allemand), ont provoqué de nouvelles expériences sur les tuyaux de cette nature. V. Engineering, 1888, août, p. 113 à 125. On a trouvé ainsi que le module de rupture K à la traction atteignait :

Pour les tuyaux brasés à la soudure forte.	$K = 23,5$.
Pour les tuyaux étirés sans soudure et ceux obtenus par précipitation galvanique.	$K = 35,5$.

Le précipité galvanique se fait sur un noyau, animé d'un mouvement de rotation, avec compression mécanique continue de la couche qui se forme, exercée par une pierre à polir (agathe), qui a, par rapport au tube, un mouvement héliçoïdal.

La diminution de la résistance du cuivre sous l'action de la température a lieu, comme il suit, d'après des expériences très remarquables exécutées à l'Institut Franklin :

Température du cuivre :

50°	100°	150°	200°	250°	294°	367°	427°	500°	644°	727° C.

Diminution du module de rupture :

0,018	0,054	0,093	0,151	0,205	0,256	0,343	0,439	0,558	0,886	1,000.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Les tuyaux en papier bitumé ne sont susceptibles que d'applications restreintes; ils ne résistent pas à l'action du soleil.

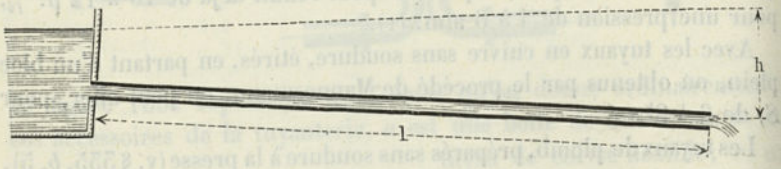
§ 342.

Résistances au mouvement dans les tuyaux.

Les résistances, qui s'opposent au mouvement de fluides dans des machines, sont dues, soit aux changements de direction dans le mouvement, soit aux variations de vitesse, soit enfin au frottement. Nous ne traiterons ici qu'un petit nombre de cas, en nous bornant à ceux où le mouvement a lieu dans des tuyaux.

Résistance de frottement. — Quand de l'eau s'échappe d'un réservoir à parois pleines (fig. 1053) par un tuyau cylindrique, si l'on

Fig. 1053.



désigne par h la hauteur de chute (du niveau de l'eau dans le réservoir au centre de l'orifice de sortie), l la longueur du tuyau, D son diamètre intérieur (en mètres) et v la vitesse, on a, d'après Weisbach :

$$h = \left(1 + \zeta_0 + \zeta \frac{l}{D}\right) \frac{v^2}{2g} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (326)$$

et la quantité écoulée par seconde :

$$Q = \frac{\pi}{4} D^2 v. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (327)$$

ζ_0 désignant le coefficient de résistance ou de frottement pour l'embouchure d'entrée et ζ le coefficient analogue pour le tuyau.

Quand le tuyau s'applique à arêtes vives sur le réservoir, le coefficient ζ_0 a une valeur considérable et est égal à 0,505; mais, quand les arêtes, à l'orifice, sont arrondies avec soin, que le tuyau, à l'entrée, a la forme d'un entonnoir, convenablement évasé, ce coefficient peut

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

descendre à 0,08. Dans ce dernier cas, pour des tuyaux d'une grande longueur, on peut négliger ζ_0 (1).

Pour le coefficient de frottement ζ, différentes hypothèses ont cours. Les conditions dans lesquelles s'opère le mouvement d'un fluide, à l'intérieur d'un tuyau, sont, en réalité, très complexes. Si l'on suppose dans un tuyau une série de cylindres concentriques, qui divisent le fluide en autant de couches annulaires, les molécules qui se trouvent sur l'axe se meuvent avec une certaine vitesse, tandis que, pour les molécules des autres couches, la vitesse va constamment en diminuant, à mesure qu'on se rapproche de la couche extrême, qui est en contact avec la paroi et qui doit être considérée comme restant immobile; en d'autres termes, la vitesse, pour chaque couche annulaire, est une fonction de la distance à la paroi et, partant de zéro, elle atteint son maximum pour les molécules qui se trouvent sur l'axe du tuyau. Dans les fluides gazeux, la vitesse pour les différentes couches se rapproche beaucoup plus rapidement de ce maximum que dans les liquides. Mais, dans les deux cas, le frottement du fluide est la somme des frottements des couches annulaires les unes sur les autres. Dans les installations industrielles viennent encore s'ajouter, comme causes de frottement, les écarts que présente la forme réelle du tuyau par rapport à la forme cylindrique, les rugosités de la paroi, etc. Il en résulte que, même dans les conditions les plus favorables, l'expression mathématique du frottement ne saurait être simple. Quant aux expressions déduites d'expériences, elles sont évidemment susceptibles de prendre différentes formes, en même temps qu'elles peuvent aussi donner des résultats différents, suivant les quantités prises comme bases. Dans l'hydraulique pratique, l'influence de l'état de la surface supérieure du liquide (la présence de plantes aquatiques, algues, etc.) a souvent ce résultat fâcheux que des conduites, avec une pression qui ne change pas, arrivent à fournir sensiblement moins d'eau.

On s'est trouvé ainsi conduit à porter spécialement son attention sur les moyens d'obtenir, pour l'intérieur des tuyaux, des surfaces bien lisses, susceptibles de conserver leur poli, en même temps qu'à rechercher quel était, parmi les divers modes de calcul de ζ, celui auquel devait être accordée la préférence.

La Société des architectes et des ingénieurs allemands, au sujet de nouvelles recherches de quelques-uns de ses membres, a eu l'occasion de faire une comparaison des formules les plus employées pour la

(1) Si le tuyau, au lieu de sortir d'un réservoir à parois planes, sort d'un autre tuyau, le coefficient de résistance devient beaucoup plus grand; on doit alors disposer l'orifice, au point de raccordement, avec le plus grand soin, de manière à arriver à une faible valeur pour ζ_0. V. à ce sujet les intéressantes expériences de Roux, Zeitsch. D. Ing. 1885, vol. XXX.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

détermination de ζ. Les résultats de cette comparaison se trouvent consignés dans un travail qui n'est pas sans mérite, mais dont la conclusion est qu'il n'existe pas encore de base tout à fait solide pour cette détermination et qu'il y a lieu, dès lors, de continuer les recherches. Nous nous trouvons ainsi amenés à tirer parti des formules existantes. Parmi ces dernières, celles qui se sont toujours montrées comme étant le plus susceptibles d'être utilisées sont les formules de *Weisbach* et de *Darcy*. Si, dans l'expression précédente de h, on sépare la partie qui correspond au frottement et si on la désigne par h_1, on peut, avec Weisbach, prendre pour l'eau :

$$h_1 = \zeta \frac{l}{D}\frac{v^2}{2g} = \left(0{,}01439 + \frac{0{,}0094711}{\sqrt{v}}\right)\frac{l}{D}\frac{v^2}{2g}. \quad (528)\ (1)$$

toutes les dimensions étant exprimées en mètres. On tire de là pour

$v =$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	2	3	4	5	6
$\zeta =$	0,0 446	356	317	294	278	266	257	250	244	239	211	198	191	186	182

D'après Darcy, on a également pour l'eau :

$$h_1 = \zeta \frac{l}{D}\frac{v^2}{2g} = \left(0{,}01989 + \frac{0{,}0005078}{D}\right)\frac{l}{D}\frac{v^2}{2g} \quad . \quad . \quad (529)$$

expression qui, pour les grandes vitesses, donne des valeurs un peu supérieures à celles que fournit la formule de Weisbach.

D'après *Iben*, on obtient la plus petite perte de charge avec la formule de *Barré de Saint-Venant* :

$$h_1 = \left(0{,}023197\, v^{-\frac{2}{7}}\right)\frac{l}{D}\frac{v^2}{2g}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (530)$$

Pour $l = 100$, $D = 0{,}1$, on obtient, quand la vitesse v varie de $0^m{,}5$ à $3^m{,}0$.

$v =$	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0
D'après Weisbach $h_1 =$	0,354	1,217	2,537	4,302	6,496	9,115
— Darcy. .	0,318	1,273	2,865	5,093	7,958	11,460
— St-Venant	0,355	1,182	2,569	3,877	5,687	7,774

(1) Cette formule et les deux suivantes sont également utilisées, quand à la charge h_1 vient encore s'ajouter une autre hauteur h_1', qui se trouve correspondre à un rétrécissement de l'orifice de sortie. Reste à savoir si cette dernière hauteur h_1', lorsqu'elle est importante, comme dans les transmissions par eau à haute pression (voy. p. 880), n'augmente pas le coefficient de frottement. Des expériences sur ce point sont désirables.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Si, dans la formule (327), on remplace v par sa valeur tirée de l'équation $h_1 = \zeta (l : D) (v^2 : 2g)$, on obtient :

$$Q^2 = \left(\frac{\pi}{4}\right)^2 D^4 h_1 \frac{D}{l} \frac{2g}{\zeta} = \left(\frac{\pi}{4}\right)^2 \frac{2g}{\zeta} D^5 \frac{h_1}{l} = \frac{12{,}102596}{\zeta} D^5 \frac{h_1}{l}.$$

Si maintenant, pour des calculs approximatifs, on suppose ζ constant, comme le recommande *Dupuit* (1), on tire de là :

$$Q^2 = C D^5 \frac{h_1}{l}.$$

Dupuit fait $C = 400$, c'est-à-dire $\zeta = 0{,}03025649$, et il vient alors :

$$D^5 = \frac{l}{h_1} \left(\frac{Q}{20}\right)^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (331)$$

d'où l'on tire, comme valeur approchée (2) :

$$Q = \sqrt{\frac{h_1}{l} \left(\frac{D}{0{,}3}\right)^5} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (332)$$

Ces formules peuvent être employées de la manière suivante : pour des valeurs connues de Q et de l, ainsi que de la hauteur de chute disponible h_1, on commence par déterminer le diamètre intérieur D du tuyau, comme si la hauteur h_1 devait être tout entière consommée par le frottement, puis on prend, pour D, une valeur quelque peu supérieure à celle qui a été ainsi calculée et on en déduit, d'après les formules de Weisbach ou de Darcy, la perte de charge réelle due au frottement. Nous allons donner quelques exemples de l'application de cette méthode.

1er Exemple. *Dans le grand siphon du* § 339 (*fig.* 1049), *on a* $D = 0^m{,}432$, $l = 1353^m{,}8$ *et* $Q = 0^{mc}{,}896$; *de là on déduit, en supposant que l'écoulement ait lieu à plein tuyau,* $v = 0{,}896 : 0{,}785 . 0{,}432^2 = 0{,}896 : 0{,}1466 = 6^m{,}11$. *A cette vitesse correspond, d'après Weisbach, un coefficient* $\zeta = 0{,}01439 + 0{,}0094711 : 2{,}472 = 0{,}0182$.

La formule (328) *donne alors :* $h_1 = 0{,}0182 (1353{,}8 : 0{,}432) (6{,}11^2 : 2.9{,}81) = 108^m{,}56$. *En réalité, la hauteur de chute existante n'est que de* $92^m{,}60$. *Par conséquent, le coefficient de Weisbach, qui est pourtant plus faible que celui de Darcy, se trouve ici encore trop élevé. Si l'on détermine* ζ *d'après la hauteur existante* $h'_1 = 92^m{,}60$, *on trouve* $\zeta = 0{,}0155$; *le coefficient véritable devrait être encore*

(1) V. Dupuit, Traité théorique et pratique de la conduite et de la distribution des eaux, 1865.

(2) L'expression 1 : $0{,}3^5$ donne 412, au lieu de 400; mais l'approximation est admissible. Dupuit préfère la forme (332) à la forme $Q = 20 \sqrt{(h_1 : l) D^5}$ qui paraît plus simple, parce que la constante 0,3 est directement proportionnelle au coefficient ζ.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

un peu plus faible. — La formule de St-Venant, $h_1 = 0{,}023197.(1353{,}8 : 0{,}432.9{,}81.2).(6{,}11)^{-\frac{2}{7}}$ *donne* $h_1 = 88^m{,}4$, *valeur qui est légèrement au-dessous de la véritable valeur de* h'_1, *mais qui pourtant s'en rapproche suffisamment.*

2° Exemple. *Dans une conduite d'eau de Stuttgart, on a* $l = 1102^m$, $D = 0^m{,}101$ *et* $v = 0^m{,}629$; *on en déduit, d'après Weisbach,* $\zeta = 0{,}0263$ *et* $h_1 = 11{,}02.0{,}556 = 5^m{,}7965$. *L'expérience a fourni* $h'_1 = 7^m{,}08$, *d'où* $\zeta = 0{,}0322$. *La différence tient vraisemblablement à certaines résistances accessoires, deux vannes d'arrêt et six branchements.*

3° Exemple. *Dans une autre conduite de Stuttgart, pour laquelle on avait* $l = 92^m$, $D = 0^m{,}0257$ *et* $v = 1^m{,}798$, *l'expérience a fourni, pour la perte de hauteur, une valeur qui, rapportée à la longueur de* 100^m, *est de* $25^m{,}271$. *D'après Darcy, on obtiendrait, avec les données précédentes,* $h_1 = 25^m{,}466$, *valeur extrêmement rapprochée du résultat fourni par l'expérience. Cette concordance a été constatée dans un assez grand nombre des expériences entreprises sur la canalisation de Stuttgart; toutefois, dans quelques-unes de ces expériences, l'écart entre le résultat observé et la valeur fournie par la formule de Darcy a été assez prononcé.*

Si c'est de l'air, au lieu d'eau, qui circule dans les tuyaux, ce fluide éprouve par le frottement une perte de pression, qui correspond à la hauteur h_1 d'une colonne d'eau de la grandeur suivante :

$$h_1 = \zeta_1 \frac{l}{D} \frac{v^2}{2g\varepsilon} = 0{,}025 \frac{l}{D} \frac{v^2}{2g\varepsilon}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (333)$$

où ε représente le rapport de la densité du fluide remplissant le tuyau à celle de l'air extérieur. Comme ε, lorsque l'air dans le tuyau est comprimé, se trouve être constamment plus grand que 1, il en résulte que h_1 est plus petit qu'avec l'eau, notamment lorsque la compression de l'air intérieur est élevée.

Des expériences très remarquables ont été exécutées par l'ingénieur *Stockalper* sur les conduites d'air comprimé du tunnel du Saint-Gotthard (1). Il est arrivé à reconnaître que la formule de Darcy (329) s'appliquait parfaitement bien à l'air, à la condition de multiplier les résultats qu'elle fournit par le rapport de la densité de l'air à celle de l'eau. Le professeur *Unwin* a également fait, sur le frottement de l'air, des communications très intéressantes, dans lesquelles il a, en particulier, fait ressortir l'influence considérable du diamètre D sur la valeur de ζ (2).

4° Exemple. *Dans la construction du tunnel de Hoosac, au Massachussets, pour une conduite d'air comprimé, de* 36 000 *mètres de longueur, en nombre rond, la*

(1) V. *Stockalper*, Expériences faites, au Tunnel du Saint-Gotthard, sur l'écoulement de l'air comprimé, Genève, 1879.

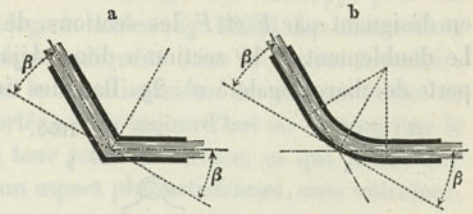
(2) The coefficient of friction of air flowing in long pipes. Excerpt of the Proceedings of the Inst. of. Civ. Engineers, Londres, 1880.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

pression de l'air, dans les appareils de compression, était de 821 *livres par pouce carré, et de* 801 *dans le tunnel, à l'entrée.*

Résistance dans les tuyaux coudés et courbés. — Avec un tuyau à coude (fig. 1054 *a*), l'eau éprouve, dans son passage, une perte de charge notable, qui, d'après Weisbach, pour un angle de rejaillissement égal à β, peut être déterminée par la formule :

Fig. 1054.



$$h_2 = \zeta_2 \frac{v^2}{2g} = (0{,}9457\ sin^2\beta + 2{,}047\ sin^4\beta)\ \frac{v^2}{2g}. \quad . \quad (334)$$

d'où l'on tire :

pour β =	10°	20°	30°	40°	45°	50°	60°	70°
ζ_2 =	0,050	0,139	0,364	0,740	0,985	1,260	1,861	2,431

5e Exemple. *Dans le cas d'un coude à angle droit, pour lequel* β = 45°, *la valeur de* ζ_2 *est très voisine de* 1 *et la perte de charge est, par suite, sensiblement égale à* $v^2 : 2g$.

Dans le tuyau courbe (fig. 1054 *b*), la perte de charge est plus faible, bien qu'elle ne soit toujours pas assez petite pour être négligeable ; elle a ici pour expression :

$$h_2 = \zeta_2 \frac{\beta}{90} \frac{v^2}{2g}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (335)$$

Dans ce cas ζ_2 dépend du rapport du diamètre D du tuyau au rayon de courbure r de la ligne médiane de ce tuyau, et cela de la manière suivante :

pour $\frac{0{,}5\,D}{r}$ =	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
ζ_2 =	0,131	0,138	0,158	0,206	0,294	0,440	0,661	0,977	1,408	1,978

6e Exemple. *Pour un tuyau courbé à angle droit, dans lequel on suppose* $r = D$, *on a* $h_2 = 0{,}294.(45:90)(v^2:2g) = 0{,}147(v^2:2g)$, *c'est-à-dire que la perte de charge n'est guère que* $^1/_7$ *de celle trouvée pour le tuyau coudé à angle droit.*

Résistances dues au changement brusque de section. — Si, dans une conduite, un courant d'eau doit passer brusquement de la vitesse v_1 à la vitesse v, comme c'est le cas, par exemple, pour la dis-

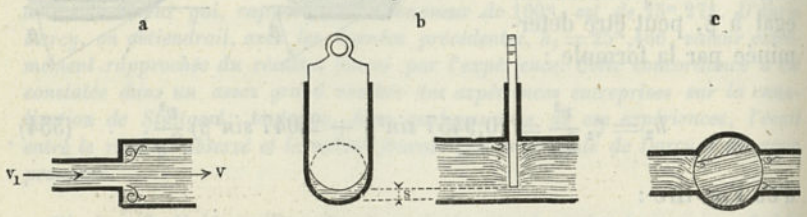
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

position de conduite de la figure 1055*a*, il se produit une perte de charge qui, d'après Weisbach, a pour mesure,

$$h_3 = \frac{v_1^2 - v^2}{2g} = \left(\frac{F}{F_1} - 1\right)^2 \frac{v^2}{2g} = \zeta_3 \frac{v^2}{2g}. \quad . \quad . \quad (336)$$

en désignant par F et F_1 les sections, de telle sorte que $Fv = F_1 v_1$. Le doublement de la section a donc déjà pour effet d'entraîner une perte de charge égale à $v^2 : 2g$. Dans les tiroirs à registres pour tuyaux

Fig. 1055.



cylindriques (fig. 1055*b*) et dans les robinets pour tuyaux de ce genre (fig. 1055*c*), il se produit également des effets de contraction. Dans le cas des registres, les valeurs de ζ_3 sont données, d'après Weisbach, par la table suivante :

Hauteur de levée $s =$	7/8	3/4	5/8	1/2	3/8	1/4	1/8
rapport $F_1 : F =$	0,948	0,856	0,740	0,609	0,466	0,315	0,159
$\zeta_3 =$	0,07	0,26	0,81	2,06	5,52	17,00	97,80

Dans le cas des robinets :

Angle d'inclinaison =	10°	20°	30°	40°	50°	60°	65°	82°
rapport $F_1 : F =$	0,850	0,692	0,535	0,385	0,250	0,137	0,091	0
$\zeta_3 =$	0,29	1,56	5,47	17,3	52,6	206	486	∞

Ces nombres font ressortir l'influence considérable qu'exercent, sur le mouvement de l'eau, les boîtes à tiroirs, les élargissements pour les dépôts de boues, et généralement toutes les dispositions analogues, qu'on rencontre dans les conduites et qui sont de nature à entraîner des variations de vitesses. On doit donc chercher à éviter, le plus possible, les changements brusques de sections, ou du moins à les atténuer, par l'intercalation de courbes dans le profil, puisqu'on peut arriver à supprimer ainsi une grande partie des pertes de charge. Pour les fluides gazeux, les pertes sont notablement moins importantes, en raison de la plus faible densité des masses en mouvement, mais il convient pourtant de ne pas les perdre de vue. Pour les autres genres de résistances dans les conduites, comme, par exemple, celles que l'eau éprouve dans les canaux et les rivières, il conviendra de se reporter aux traités spéciaux d'hydraulique.

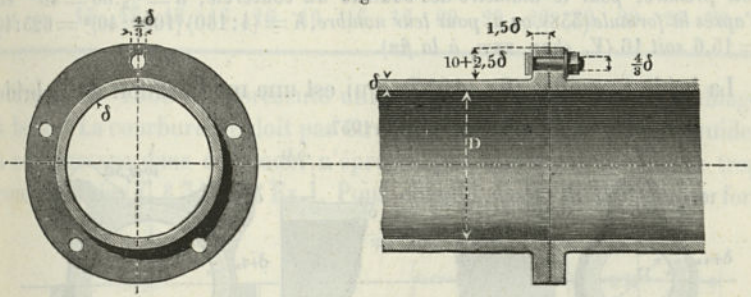
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 343.

Assemblages pour tuyaux en fonte.

Un mode d'assemblage, qui est d'un usage très développé pour les tuyaux en fonte, est l'assemblage à brides (fig. 1056). Les dimensions proportionnelles à adopter sont indiquées dans la figure. Autrefois, entre les trous de boulons et le bord intérieur de chaque bride, on laissait ordinairement une portée ; mais aujourd'hui on la supprime le plus souvent et on dresse au tour toute la surface, ce qui donne une jonction plus rigoureuse et d'un aspect plus satisfaisant, sans entraîner,

Fig. 1056.



d'ailleurs, une dépense sensiblement plus forte. Un certain nombre de constructeurs emploient, pour faire joint, un anneau en fil de cuivre, qui se loge dans deux rainures creusées au tour sur les brides et qui, par la compression, donne une étanchéité assez complète pour rendre inutile l'addition d'un mastic (1). Dans les tuyaux ordinaires, qui ne doivent pas être soumis à une pression trop élevée, on peut prendre pour le nombre K des boulons des brides :

$$K = 2 + \frac{D}{50} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (337)$$

D étant exprimé en millimètres. Il résulte de là que, pour un tuyau de 100 millimètres, il faut 4 boulons, 6 pour un tuyau de 200, etc. La même formule donne, pour le cylindre d'une pompe à air, de 1500 millimètres de diamètre, $K = 2 + 1500 : 50 = 32$ boulons.

(1) Certains constructeurs, comme Felten et Guilleaume, livrent préparés des anneaux en fils tressés, qui conviennent très bien pour les joints à brides. On emploie aussi parfois un petit tube creux en plomb, garni intérieurement de diverses matières élastiques (carton, mèches en coton, en chanvre, etc.) ; les rainures sur les brides peuvent alors être supprimées à la rigueur. — Souvent aussi, la garniture se compose d'une simple rondelle annulaire, ayant sensiblement la largeur des brides et qui, suivant les cas, est en plomb, en carton, en cuir, en amiante ou en caoutchouc. Quelquefois aussi on a recours au joint au minium, particulièrement dans le cas où la conduite doit être traversée par de la vapeur.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Pour une pression intérieure d'une certaine importance, qui agit sur un fond ou sur un couvercle, il est préférable de déterminer K par la formule :

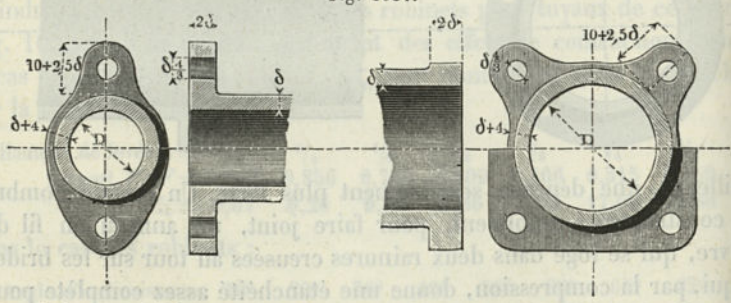
$$K = \frac{a}{160}\left(\frac{D}{d}\right)^2 \cdot \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (338)$$

où d désigne le diamètre des boulons, D le diamètre du tuyau, a la pression en atmosphères qui règne à l'intérieur. Ici le diamètre d_1 du noyau des boulons doit être supposé égal à $0{,}8\,d$ et la tension dans ce noyau de $2^k{,}5$, comme dans la formule (72).

Exemple. *Un cylindre à vapeur, de* 1000^{mm} *de diamètre, soumis à une pression effective de 4 atm., doit avoir, comme épaisseur, d'après la formule* (320) : $\delta = 20 + 1000:100 = 30^{mm}$; *d'après les indications de la figure précédente, on doit prendre, pour le diamètre des boulons du couvercle,* $d = {}^4/_5.30 = 40^{mm}$ *et, d'après la formule* (338), *on a, pour leur nombre,* $K = (4:160)\,(1000:40)^2 = 625:40 = 15{,}6$ *soit* 16 (*V. chap.* XXVI, *à la fin*).

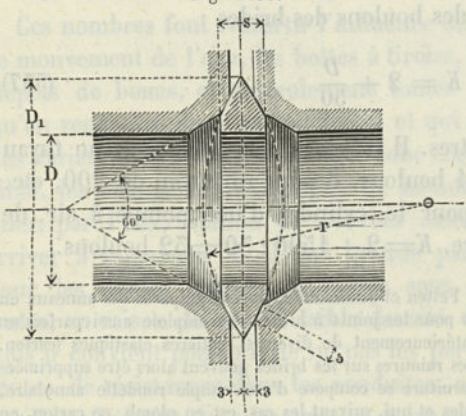
La bride à oreilles (fig. 1057), qui est une modification de la bride

Fig. 1057.



circulaire, est d'un emploi assez répandu ; comme la surface de contact est plus faible, l'épaisseur doit être portée à $2\,\delta$, ou même $2{,}5\,\delta$, au lieu de $1{,}6\,\delta$.

Fig. 1058.



Dans les locomotives des chemins de fer de Prusse, on trouve en usage, comme pièces de joint, entre les brides de tuyaux ou de couvercles, un anneau en laiton, de forme lenticulaire (fig. 1058). Ces anneaux, imaginés par *Wöhler*, et qui portent le nom de lentilles de joints, s'appliquent très bien sur leurs portées et

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

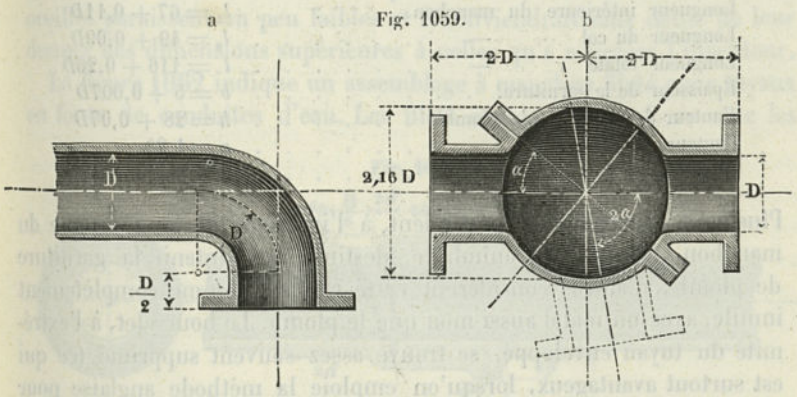
ont donné jusqu'ici des résultats très satisfaisants. La table suivante donne les dimensions des 30 types de lentilles en usage.

$D =$	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85
$D_1 =$	40	45	55	60	60	70	75	75	80	90	90	95	105	105	110
$r =$	30	30	45	45	45	60	60	60	60	75	75	75	90	90	90
$s =$	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13

$D =$	90	95	100	105	110	115	120	125	130	135	140	145	150	155	160
$D_1 =$	115	120	130	135	140	140	145	150	165	170	170	175	180	185	190
$r =$	90	90	110	110	110	110	110	110	130	130	130	130	130	130	130
$s =$	13	13	16	16	16	16	16	16	20	20	20	20	20	20	20

La figure 1059 *a* représente un coude de tuyau, avec assemblage à bride. La courbure ne doit pas être trop brusque, afin que le liquide, à son passage dans ce coude, n'éprouve pas une perte de charge trop considérable (V. § 342, 6e Ex.). Pour chaque angle différent que for-

Fig. 1059.



ment les axes des tuyaux d'une conduite, on est obligé de faire un modèle de coude spécial. A ce point de vue, l'emploi du coude universel de *Brown* (fig. 1059 *b*) est plus avantageux. Une seule des deux pièces qui composent le coude a ses trous de boulons percés à l'avance; ceux de la seconde pièce ne sont percés qu'au moment de la pose, après avoir été tracés sur place. Suivant la position relative des brides, l'angle du coude peut varier entre 2α et 180°. Dans la figure on a admis la valeur $\alpha = 40°$, qui satisfait à peu près à toutes les exigences de la pratique.

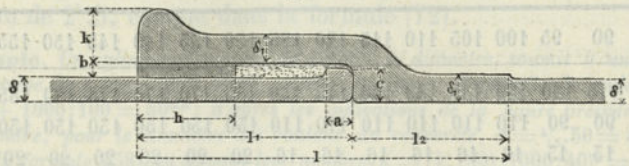
L'assemblage à manchons est en usage surtout pour les canalisations

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

d'eau et de gaz. Comme matière de garniture, on emploie le plomb, auquel on donne la forme d'un anneau en deux parties; sous cette forme, il s'introduit facilement et il n'y a plus qu'à le serrer fortement sur une garniture à étoupes, qu'on a préalablement chassée dans le manchon.

L'extrémité évasée du tuyau est le manchon proprement dit, et l'autre le bourrelet. Les dimensions peuvent être déterminées par les

Fig. 1060.



nombres proportionnels ci-après, qui ont été choisis avec beaucoup de soin. L'épaisseur δ du tuyau est fournie par la formule (318), c'est-à-dire qu'on a $\delta = 8 + {}^{1}/_{80} D$. On a ensuite :

Épaisseur de la paroi du manchon.	$\delta_1 = 10 + 0{,}0135D$
Largeur du renflement de la couronne.	$k = 18 + 0{,}0025D$
Longueur intérieure du manchon.	$l_1 = 67 + 0{,}11D$
Longueur du col —	$l_2 = 49 + 0{,}09D$
Longueur totale —	$l = 116 + 0{,}20D$
Épaisseur de la garniture.	$b = 5 + 0{,}007D$
Hauteur de l'anneau de plomb.	$h = 28 + 0{,}07D$
Hauteur du bourrelet.	$a = 1{,}2\delta$
Épaisseur —	$c = \delta + b - 2$

Plusieurs constructeurs pratiquent, à l'intérieur de la couronne du manchon, une rainure annulaire, destinée à maintenir la garniture de plomb; d'autres considèrent cette rainure comme complètement inutile, avec un métal aussi mou que le plomb. Le bourrelet, à l'extrémité du tuyau enveloppé, se trouve assez souvent supprimé (ce qui est surtout avantageux, lorsqu'on emploie la méthode anglaise pour le coulage des tuyaux); dans ce cas, le manchon doit présenter une saillie intérieure, près du bord.

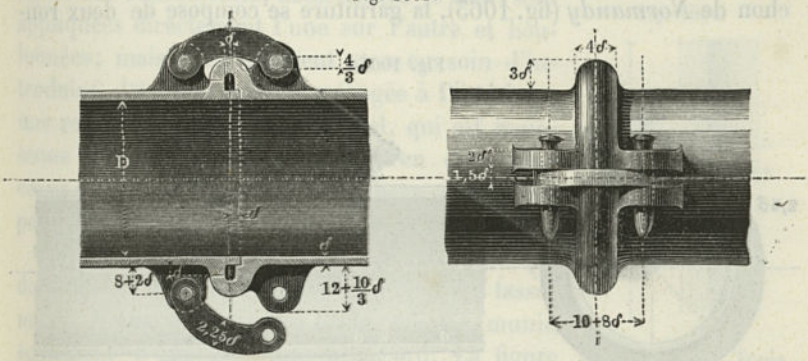
Suivant une méthode assez répandue en Belgique, la garniture en plomb se trouve souvent remplacée par un anneau en caoutchouc, de forme globoïdale (V. fig. 657 *a*), lequel, dans le mouvement d'enfoncement du tuyau, se trouve, en quelque sorte, roulé à l'intérieur du manchon.

La figure 1061 représente l'assemblage de tuyaux du système *Petit*. Dans le manchon, qui est très court, est introduite une rondelle en caoutchouc, qu'on comprime fortement, en utilisant les tuyaux eux-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

mêmes comme leviers; deux griffes, avec goupilles en fer, assurent la fermeture. Ce système d'assemblage, qui a été employé dans un

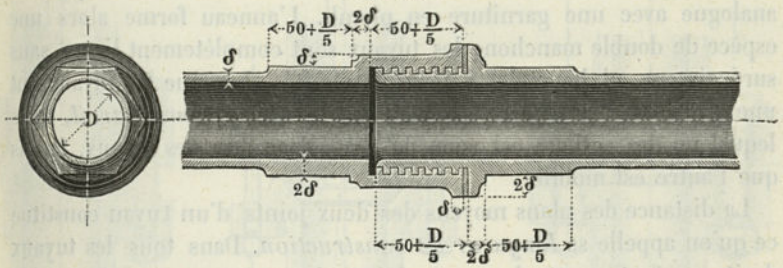
Fig. 1061.



assez grand nombre d'installations de conduites d'eau et, en particulier, au camp de Châlons, a l'avantage de rendre très commode et très rapide la pose de longues conduites; il leur donne, en outre, une certaine flexibilité, qui est d'une assez grande importance pour les installations à faire sur un sol exposé à des tassements. Toutefois, les oreilles paraissent un peu faibles et il conviendrait sans doute de leur donner des dimensions supérieures à celles qu'a adoptées l'inventeur.

La figure 1062 indique un assemblage à manchon fileté pour tuyaux en fonte de conduites d'eau. Les filets sont venus de fonte avec les

Fig. 1062.

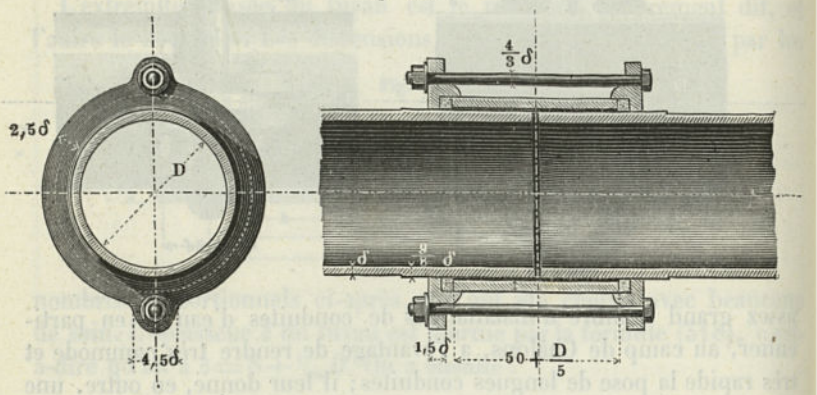


tuyaux et la garniture consiste en une rondelle de plomb, qui se trouve comprimée par la surface plane annulaire terminant la partie filetée extérieure. Cet assemblage peut être considéré comme un assemblage à brides à un seul boulon, établi concentriquement au tuyau et élargi (V. § 86), de manière à pouvoir être percé d'une ouverture égale à la section de la conduite. Comme la partie filetée est d'une seule pièce avec le tuyau correspondant, il est nécessaire, pour le serrage, de pouvoir faire tourner chaque tuyau autour de son axe; c'est dans ce but

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

que se trouve ménagé, en avant des filets, un renflement à plusieurs pans, qu'on peut saisir avec une clef. Cet assemblage peut être utilisé pour des tuyaux allant jusqu'à 50 ou 60^{mm} de diamètre. Dans le manchon de *Normandy* (fig. 1063), la garniture se compose de deux ron-

Fig. 1063.



delles de caoutchouc. Ce mode d'assemblage, d'une construction extrêmement simple, peut être employé, avec avantage, dans tous les cas où le caoutchouc n'est pas exposé à une usure trop rapide et où les tuyaux ne tendent pas à se séparer. Il permet, comme le système Petit, un certain degré de déformation de la ligne de tuyaux, en même temps qu'il rend leur réunion, ou leur séparation, extrêmement facile. Dans certaines conduites d'eau, on rencontre une disposition analogue avec une garniture en plomb. L'anneau forme alors une espèce de double manchon; les tuyaux sont complètement lisses, sans surépaisseur, ni bourrelet à leurs extrémités. Lorsque les tuyaux ont une tendance à se séparer, on peut recourir au système *Lavril*, dans lequel un des colliers est venu de fonte avec l'un des tuyaux, tandis que l'autre est mobile.

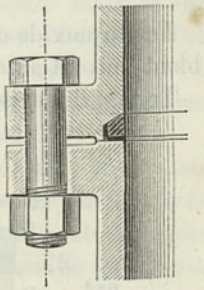
La distance des plans moyens des deux joints d'un tuyau constitue ce qu'on appelle sa *longueur de construction*. Dans tous les tuyaux droits en fonte, cette longueur doit toujours être, au minimum, de 1 à 2^{m}; pour les conduites d'un développement considérable, elle doit être prise aussi grande que possible. Dans les tuyaux à manchons, pour les conduites de gaz et d'eau, les valeurs adoptées sont, en général, les suivantes :

$D =$ 100^{mm}.	longueur de construction	2 à 3^{m}.
300^{mm}.	—	—	3 à 4^{m}.
600^{mm} et au delà.	—	—	4^{m}.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

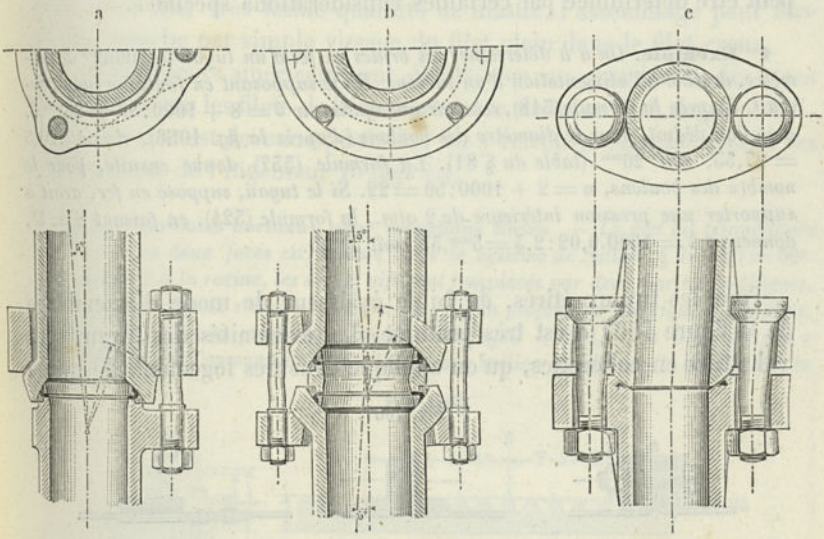
Pour les conduites d'eau à haute pression, *Riedler* recommande comme très satisfaisante la garniture à rebord, que représente la figure 1064. Les brides, dressées sur le tour, sont appliquées directement l'une sur l'autre et boulonnées; mais préalablement on a eu soin d'introduire, dans une rainure ménagée à l'intérieur, une rondelle en cuir, avec rebord, qui est maintenue par un anneau métallique en deux morceaux; dans certaines circonstances, cet anneau peut être en une seule pièce.

Fig. 1064.



Pour des tuyaux en fonte à haute pression, qui doivent être établis sur un sol exposé à des tassements, *Hoppe* emploie une bride conique, munie également d'une garniture à rebord. La figure 1065 donne trois dispositions différentes de ce genre d'assemblage. *a* bride conique simple; la garniture est maintenue, dans la position qu'elle doit avoir, par un anneau de bronze, divisé transversalement par rapport

Fig. 1065.



à l'axe; l'amplitude de la déviation possible est de 5°. *b* bride conique double permettant une déviation, dans la conduite, de 10°, et présentant, au point de vue de la construction, la même disposition que *a*. La troisième forme *c*, qui est la plus récente, n'exige aucun anneau spécial pour le maintien de la garniture; quant à sa mobilité, elle se trouve réalisée tout autrement que dans *a* et *b*; les deux boulons d'assemblage sont munis de têtes à articulation sphérique.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

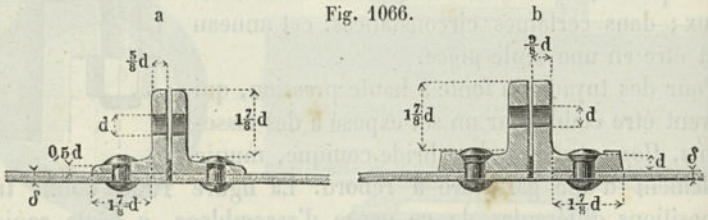
§ 344.

Assemblages pour tuyaux en fer et en acier.

Les tuyaux de conduites, formés de feuilles de tôle rivées, s'assemblent souvent au moyen de brides en fer ou en fonte (fig. 1066 *a* et *b*).

Lorsqu'il n'existe pas d'autre base de calcul, on peut déterminer le

Fig. 1066.

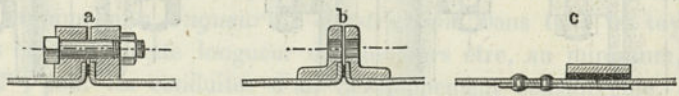


diamètre et le nombre des boulons, comme si le tuyau était en fonte, et utiliser ensuite, pour les autres dimensions, les nombres proportionnels indiqués sur la figure. Quant à l'épaisseur δ du tuyau, elle peut être déterminée par certaines considérations spéciales.

1er Exemple. *On a à déterminer les brides en fer d'un tuyau de* 1000mm *de diamètre, destiné à l'alimentation d'un turbine. En le supposant en fonte, ce tuyau devrait, d'après la formule* (318), *recevoir une épaisseur* $\delta = 8 + 1000:80 = 20^{mm},5$, *d'où l'on déduit, pour le diamètre des boulons* (*d'après la fig.* 1056), $d = {}^4/_3.20,5 = 27,33$, *soit* 26mm (*table du* § 81). *La formule* (337) *donne ensuite, pour le nombre des boulons,* $n = 2 + 1000:50 = 22$. *Si le tuyau, supposé en fer, avait à supporter une pression intérieure de* 2 *atm., la formule* (324), *en faisant* $S = 3^k$, *donnerait* $\delta = 1000.0,02:2.3 = 3^{mm},33$, *soit* $3^{mm},5$.

Pour les tuyaux étirés, de faible épaisseur, le mode d'assemblage de la figure 1067 *a* est très pratique. Les extrémités des tuyaux sont rabattues en collerettes, qu'on applique dans des logements de même

Fig. 1067.



forme, préparés au tour sur les rondelles en fonte, destinées à former les brides; on a indiqué sur la figure une rainure annulaire, dans laquelle viennent se loger les têtes de boulons et qui sert à les maintenir pendant le serrage (V. fig. 427). *b* est un assemblage analogue, avec brides en fer, constituées par des cornières.

Les tuyaux en fer, à faible épaisseur, dont il a été question au § 339, reçoivent, lorsqu'ils sont soumis à une pression intérieure

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

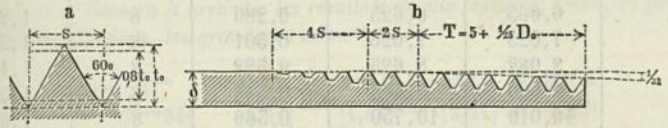
élevée, un assemblage de renforcement, comme celui de la figure *c*. A l'extrémité de l'un des tuyaux à relier, on glisse un tube en fer, qui s'y ajuste exactement et qu'on fixe par des rivets; puis, sur la partie de ce tube qui dépasse, on enfonce l'extrémité de l'autre tuyau et enfin on recouvre le joint par une virole en fer, qui glisse librement. Cette virole forme un manchon extérieur, dans le vide duquel on coule du plomb, qu'on matte ensuite avec soin. Des assemblages de ce genre peuvent agir aussi comme manchons d'allongement (V. § 340).

Les assemblages pour tuyaux étirés, en fer, en acier, etc., constituent des éléments de construction très importants. La jonction se fait dans les meilleures conditions par vissage, en utilisant des pièces auxiliaires spéciales, qu'on peut désigner sous le nom de pièces d'assemblage. Pour une conduite de tuyaux de surface lisse, sans aucune saillie, on emploie des manchons doubles, formés de la même matière que les tuyaux à relier, tandis que, pour des branchements, on a recours à des manchons à raccords ou à des pièces en *T*. Une méthode qui mérite d'être recommandée est la méthode américaine, qui consiste à établir les filetages avec une certaine conicité, de telle sorte que, avec une très faible quantité de mastic, l'assemblage peut être rendu étanche par simple vissage du filet plein dans le filet creux.

Les ingénieurs américains ont établi avec un grand soin des types normaux, pour les filets de leurs manchons de tuyaux, et, depuis 1887, leur adoption est devenue générale; on y retrouve essentiellement les propositions de l'ingénieur *Briggs* (1).

Types américains normaux pour manchons filetés. — *Le filet est triangulaire et l'angle des deux faces est, comme dans le système de Sellers* (§ 76), $2\beta = 60^{\circ}$. *Au sommet et à la racine, les angles vifs sont remplacés par deux parties rectilignes, qui ont pour effet de réduire, chacune, de* $^1/_{10}$, *la profondeur théorique* t_0 *des filets, de telle sorte que la profondeur réelle* t *est égale à* $0{,}8t_0$ *et à* $0{,}69$ *du pas* s (*fig.* 1068 *a*). *Si l'on considère maintenant une section longitudinale du filet sur le*

Fig. 1068.



tuyau (*fig.* 1068 *b*), *on voit que cette section va en diminuant jusqu'à l'extrémité libre, et l'inclinaison, pour chaque côté, est de* $^1/_{32}$.

La longueur de cette partie conique est fixée à $T = (4{,}8 + 0{,}8D)s$; *c'est, en même temps, la longueur de la partie du manchon qui est filetée. A la suite de*

(1) V. Transactions of the Am. Soc. of. Mech. Engineers, vol. VII (1885-86). Bond, Standard pipe and pipe threads; voy. aussi vol. VIII (1886-87). Report of the Committee on Standard pipe and pipe threads, et Final report, etc.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

cette partie conique vient une autre partie, d'une longueur $T_1 = 2s$, *dans laquelle les filets sont coupés au sommet suivant la surface du cylindre de diamètre* D_0. *Enfin, dans la partie suivante, de longueur* $T_2 = 4s$, *la profondeur des filets va en diminuant constamment, et on finit par retomber simplement sur le cylindre* D_0. *L'épaisseur* δ *du tuyau doit être supposée telle qu'à l'extrémité de T, l'épaisseur comprise entre l'intérieur du tuyau et le fond des filets soit égale à* $0{,}025 + 0{,}0175 D_0$. *Le pas s des filets est pris naturellement beaucoup plus fin que dans les boulons de fixation de même diamètre (c'est un filet élargi, V. § 86) et l'on a adopté, en réalité, pour ce pas, cinq valeurs seulement, comprises dans les dimensions de filets usuelles aux États-Unis; ces valeurs sont* $s = {}^1/_{27}, {}^1/_{18}, {}^1/_{14}, {}^1/_{11.5}, {}^1/_8$ *de pouce.*

La table suivante donne les valeurs numériques pour divers diamètres de tuyaux.

FILETS AMÉRICAINS POUR MANCHONS DE TUYAUX

DIAMÈTRE INDIQUÉ (1) (en pouces)	DIAMÈTRE INTÉR^r RÉEL D (en pouces)	DIAMÈTRE EXTÉR^r RÉEL D_0 (en pouces)	ÉPAISSEUR δ (en pouces)	NOMBRE DE FILETS POUR 1″ $1/s$	LONGUEUR T (en pouces)
$^1/_8$	0,270	0,405	0,068	27	0,19
$^1/_4$	0,364	0,540	0,088	18	0,29
$^3/_8$	0,494	0,675	0,091	18	0,30
$^1/_2$	0,623	0,840	0,109	14	0,39
$^3/_4$	0,824	1,050	0,113	14	0,40
1	1,048	1,315	0,134	11 $^1/_2$	0,51
1 $^1/_4$	1,380	1,660	0,140	11 $^1/_2$	0,54
1 $^1/_2$	1,610	1,900	0,145	11 $^1/_2$	0,55
2	2,076	2,375	0,154	11 $^1/_2$	0,58
2 $^1/_2$	2,468	2,875	0,204	8	0,89
3	3,067	3,500	0,217	8	0,95
3 $^1/_2$	3,548	4,000	0,226	8	1,00
4	4,026	4,500	0,237	8	1,05
4	4,508	5,000	0,246	8	1,10
5	5,045	5,563	0,259	8	1,16
6	6,065	6,625	0,280	8	1,26
7	7,023	7,625	0,301	8	1,36
8	8,082	8,625	0,322	8	1,46
9	9,000	9,688	0,344	8	1,57
10	10,019	10,750	0,366	8	1,68

Inclinaison du cône de la partie filetée $^1/_{32}$ sur chaque côté.

(1) Les nombres de cette colonne n'ont aucun rapport avec les diamètres réels.

Il est à remarquer que l'épaisseur δ *donnée par cette table se laisse exprimer très convenablement par la formule* $\delta = 0{,}111\sqrt{D_0}$. *Pour des valeurs de* D_0 *égales*

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

à 0,405, 1,050, 4,000 *et* 10,750, *cette formule fournit* 0,071, 0,114, 0,222 *et* 0,364, *valeurs qui auraient pu, sans inconvénient être utilisées, au lieu de celles de la table. Pour le filet creux dans le manchon, on peut adopter le même profil, comme l'indique la figure* 1069 *b; toutefois, on donne généralement à la partie conique de ce profil une inclinaison légèrement supérieure à* $^1/_{32}$, *de telle sorte que l'effort pour enfoncer le manchon s'exerce au point où il présente le plus de résistance.*

En ce qui concerne les dimensions de D_0 *supérieures à* 10″,75, *nous sommes conduits à admettre, puisque la commission spéciale n'en dit rien, que le pas de* $^1/_8$″ *doit être conservé pour les tuyaux d'un plus fort diamètre, dans le cas où l'on jugerait convenable d'employer des manchons filetés pour ces tuyaux.*

En présence du rapide développement que tend à prendre l'emploi des tuyaux étirés dans les divers pays où le système métrique est en usage, et notamment en Allemagne, il nous semble indispensable de fixer les règles à suivre pour l'établissement des filets des tuyaux à manchons. Il va de soi que les conventions américaines ne sont plus directement applicables, en raison de la différence des systèmes de mesures. Avant tout, il convient d'adapter les gradations de diamètres au système métrique. En ce qui concerne les autres dimensions proportionnelles, si bien étudiées en Amérique, ce qu'il y a de mieux à faire, c'est de les conserver exactement, en se bornant à la transformation en mesures métriques. Nous sommes ainsi conduits aux propositions suivantes, destinées à satisfaire à ces diverses conditions.

Types normaux proposés pour les manchons filetés dans le système métrique. — *Le filet sera profilé, comme dans le système américain, de manière que l'angle au sommet* $2\beta = 60^\circ$. *La pointe sera coupée et le fond rempli sur une hauteur égale à* $^1/_{10}$ *de la profondeur théorique* t_0 *du filet, de telle sorte que la profondeur réelle sera encore* $0{,}8t_0$ *ou* $0{,}8.0{,}866\,s = 0{,}69\,s$ (*puisque* $t_0 = s.\cos 30^\circ = 0{,}866.s$). *On conservera également l'inclinaison de* $^1/_{32}$ *qui a reçu la sanction de l'expérience.*

On prendra, pour la longueur T de la partie conique de la section filetée, $T = (5 + {}^1/_{25}D_0)s$, *qui coïncide très sensiblement avec les dimensions précédentes; les résultats seront simplement arrondis, pour avoir des mesures plus simples. Les longueurs* $T_1 = 2s$ *et* $T_2 = 4s$ *seront conservées. L'épaisseur* δ *sera donnée par la formule* $\delta = 0{,}555\sqrt{D_0}$, *qui est une simple transformation de la formule américaine, et on se bornera à arrondir les résultats qu'elle fournira. Enfin, on prendra, pour les pas des filets, les grandeurs suivantes :*

$s =$	1^{mm}	$1^{mm},4$	$1^{mm},8$	$2^{mm},2$ *et*	$3^{mm},2$
	[0mm94]	[1,41]	[1,81]	[2,21]	[3,17]

lesquelles coïncident très sensiblement avec les valeurs de la série américaine qui sont indiquées au-dessous (entre parenthèses), après avoir été transformées en millimètres; à l'exception de la première valeur, la concordance est telle entre les deux séries, qu'on pourrait dire que les filets sont interchangeables. On a rassemblé, dans la table suivante, les diverses dimensions proportionnelles pour les valeurs de D_0 *comprises entre* 10 *et* 325^{mm}.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

FILETS MÉTRIQUES PROPOSÉS POUR MANCHONS DE TUYAUX (1).

DIAMÈT. EXTÉR^{r} D_0	ÉPAISSEUR δ	DIAMÈTRE INTÉR^{r} D	PAS s	LONGUEUR $T = 5 + {}^{1}/_{25}\, D_0$	LONGUEUR $T_1 = 2s$	LARGEUR $T_2 = 4s$
10	1,75, soit 1,75	6,5	1,0	5,4 s, soit 5,5	2,0	4
15	2,15 » 2,00	11,0	1,4	5,6 s, » 7,5	2,8	5,6
20	2,48 » 2,50	15,0	1,4	5,8 s, » 8	2,8	5,6
25	2,78 » 2,75	19,5	1,8	6,0 s, » 11	3,6	7,2
30	3,04 » 3,00	24,0	1,8	6,2 s, » 12	3,6	7,2
35	3,29 » 3,25	28,5	2,2	6,4 s, » 14	4,4	8,8
40	3,51 » 3,50	33,0	2,2	6,6 s, » 15	4,4	8,8
50	3,92 » 4,00	42,0	2,2	7,0 s, » 15	4,4	8,8
60	3,30 » 4,25	51,5	2,2	7,4 s, » 16	4,4	8,8
70	4,65 » 4,75	60,5	3,2	7,8 s, » 25	6,4	12,8
80	4,85 » 5,00	70,0	3,2	8,2 s, » 26	6,4	12,8
90	5,27 » 5,25	79,5	3,2	8,6 s, » 28	6,4	12,8
100	5,55 » 5,50	89,0	3,2	9,0 s, » 29	6,4	12,8
110	5,82 » 5,75	98,5	3,2	9,4 s, » 30	6,4	12,8
120	6,08 » 6,00	108,0	3,2	9,8 s, » 31	6,4	12,8
130	6,33 » 6,25	117,5	3,2	10,2 s, » 33	6,4	12,8
140	6,57 » 6,50	127,0	3,2	10,6 s, » 34	6,4	12,8
150	6,80 » 6,75	136,5	3,2	11 s, » 36	6,4	12,8
175	7,34 » 7,25	160,5	3,2	12 s, » 38	6,4	12,8
200	7,85 » 7,75	184,5	3,2	13 s, » 42	6,4	12,8
225	8,33 » 8,25	208,5	3,2	14 s, » 45	6,4	12,8
250	8,76 » 8,75	232,5	3,2	15 s, » 48	6,4	12,8
275	9,20 » 9,25	256,5	3,2	16 s, » 51	6,4	12,8
300	9,51 » 9,50	281,0	3,2	17 s, » 54	6,4	12,8
325	10,01 » 10,00	305,0	3,2	18 s, » 58	6,4	12,8

Inclinaison de la partie conique $= {}^{1}/_{32}$ sur chaque côté.

On est parti ici du diamètre extérieur D_0 du tuyau; on peut se demander s'il ne serait pas préférable de rapporter les diverses dimensions au diamètre intérieur D, comme on le fait ordinairement. Il n'est pas douteux que le choix de D_0 se recommande davantage, au point de vue des pièces d'assemblage, qu'on s'efforce aujourd'hui de

(1) Les propositions du professeur Reuleaux ont été acceptées par différentes usines (à Remscheid, Saarbrouck et Komotau) où l'on fabrique des tuyaux par le procédé Mannesmann, et y sont aujourd'hui régulièrement appliquées.

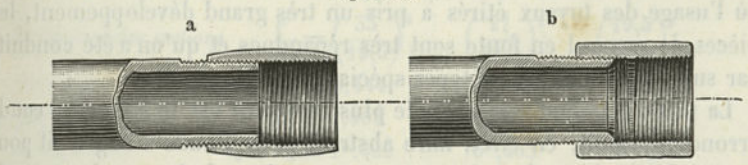
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

faire rentrer dans les types normaux; d'un autre côté, si l'on se reporte à la table américaine (p. 1012), on voit qu'il existe parfois de très grands écarts entre les nombres de la première colonne, qui servent à désigner les tuyaux, et les diamètres intérieurs réels, de telle sorte que, par une espèce de convention tacite, on est arrivé à désigner les divers tuyaux de la série par des nombres qui n'ont aucun rapport avec les dimensions intérieures. En admettant, comme nous l'avons fait, une série basée sur la gradation des diamètres D_0, on laisse au dessinateur ou au fabricant la possibilité de choisir, pour l'épaisseur δ, une valeur plus faible que celle qu'indique la table, ou, au contraire, plus forte, suivant les circonstances. Si, avec D_0, on doit aller au delà de 325^{mm}, on peut, pour les cas ordinaires, conserver $\delta = 10^{mm}$, lors même que, pour des valeurs inférieures de D_0, une épaisseur plus faible ne serait pas considérée comme suffisante.

L'exécution des filets, pour les tuyaux comme pour les manchons, exige une exactitude et un soin extraordinaires, puisque les pièces d'assemblage doivent être interchangeables et que c'est là un résultat qu'on doit tendre à obtenir dans tous les cas. Il est indispensable, pour cela, de disposer de machines à fileter puissantes et d'une très grande perfection d'exécution, de machines auxiliaires pour la confection des outils à fileter, ainsi que d'appareils de mesure d'une extrême précision. En Amérique, on est arrivé par là à un haut degré de perfection.

Raccords avec manchons filetés pour tuyaux étirés. — Le simple manchon fileté droit, destiné à la jonction de deux tuyaux d'égal diamètre D_0, disposés à la suite l'un de l'autre (fig. 1069 *a*),

Fig. 1069.



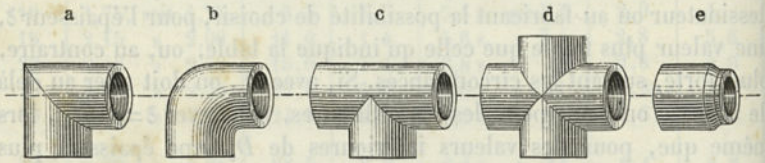
s'exécute, de préférence, en fer ou en acier. Il a, en définitive, simplement à recevoir deux parties taraudées, chacune de longueur T (table de la p. 1014), qui ne sont séparées que par un faible jeu, nécessaire pour permettre éventuellement un léger rapprochement des extrémités des tuyaux. Dans un certain nombre de cas, l'assemblage doit être établi sous la forme d'une vis double (vis à droite et vis à gauche), comme l'indique la figure 1069 *b*, afin de permettre la jonction de deux tuyaux, qu'on ne peut pas faire tourner autour de

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

leurs axes géométriques. Pour des assemblages d'autres genres, on utilise des pièces de fer ou d'acier sous plusieurs formes, dont la figure 1070 donne des exemples.

a est une pièce à coude vif à angle droit, *b* un coude arrondi, *c* une pièce en *T*, qu'on peut considérer, en quelque sorte, comme constituée par la juxtaposition de deux pièces à coude *a*; *d* est une

Fig. 1070.



pièce en croix, formée comme la précédente de deux coudes; enfin *e* est un manchon de réduction. Ces divers raccords conviennent très bien pour la conduite d'organes de pression gazeux; mais, pour les liquides, comme l'eau, l'huile, etc., il n'en est pas tout à fait de même; à l'exception du raccord courbe *b*, ils ne doivent être recommandés que lorsqu'il s'agit de liquides animés d'une faible vitesse, ou lorsqu'on ne voit aucun inconvénient à laisser se produire les pertes de charge, qu'entraînent avec eux les changements brusques de direction. Pour les conduites importantes, et où le travail à dépenser est considérable, on tend, de plus en plus, à diminuer les pertes de charge par l'emploi de pièces d'assemblage de formes convenables.

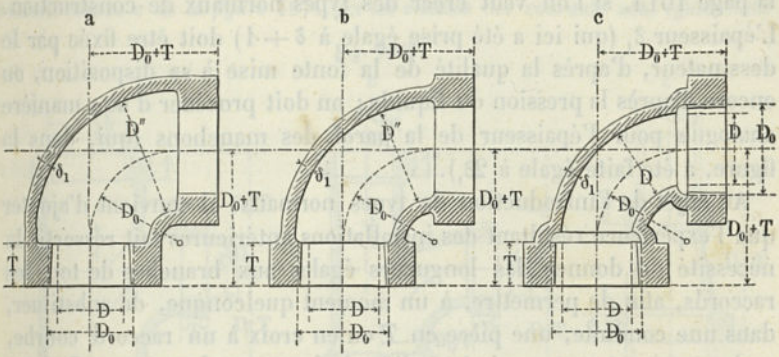
L'emploi de la fonte pour ces raccords permet d'arriver facilement à ce résultat. C'est pour ce motif que, en Angleterre et en Amérique, où l'usage des tuyaux étirés a pris un très grand développement, les pièces de raccord en fonte sont très répandues et qu'on a été conduit, par suite, à la fixation de types spéciaux de construction.

La pièce d'assemblage qui a le plus de valeur est le raccord à coude arrondi; on doit, en effet, faire abstraction du coude à angle vif pour les conduites de quelque importance, en raison de la grande perte de charge qu'il détermine (V. p. 1001). La figure 1071 représente le raccord courbe en fonte, sous trois formes différentes, disposées toutes les trois pour l'emploi du filet conique dont il a été précédemment question (p. 1012). La forme *b* est celle qui est la plus en faveur, bien que la forme *a* soit préférée par certains constructeurs, en raison de sa plus grande simplicité. Quant à la forme *c*, qui est nouvelle, elle est proposée par l'auteur. Comme les pertes de charges qui correspondent à ces trois formes sont différentes, et sont de nature à

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

influer sur le choix à faire, il y a lieu de les calculer. Ces pertes de charge sont au nombre de deux ; l'une est due à la courbure (on a

Fig. 1071.



supposé ici le rayon de courbure $r = D_0$), l'autre à l'élargissement de section à l'entrée et au rétrécissement à la sortie.

2e Exemple. *La figure* 1071 *représente en demi-grandeur le raccord courbe pour* $D_0 = 25^{mm}$, *et l'on suppose la vitesse* $v = 2^m$. *La formule* (335) *donne alors pour la perte de charge correspondant à la courbure :* $h_2 = \zeta_2(\beta : 90)(4 : 2.9,81) = 0,102\zeta_2$. *D'un autre autre côté, en désignant par* D'' *le diamètre à l'intérieur du coude, on a*

dans les cas	*a*	*b*	*c*
	$0,5D'' : r = 0,66$	0,54	0,39
par suite	$\zeta_2 = 0,573$	0,352	0,201
et enfin	$h_2 = 0,058$	0,036	0,021.

En second lieu, d'après la formule (336), *la perte, due à l'élargissement et au rétrécissement, est :* $h_3 = 2[\zeta_3(4 : 2.9,81)] = 0,408\zeta_3$.

Or, dans les cas	*a*	*b*	*c*
le rapport des sections	$\frac{F}{F_1} = \left(\frac{33}{19,5}\right)^2$	$\left(\frac{27}{19,5}\right)^2$	$\left(\frac{19,5}{19,5}\right)^2$
On en déduit	$\zeta_3 = 3,444$	0,904	0 (1)
par suite	$h_3 = 1,404$	0,369	0
et enfin	$h_2 + h_3 = 1^m,462$	$0^m,405$	$0^m,021$.

Ces résultats montrent que la forme a n'est pas à recommander, même pour des conduites de vapeur, bien que le chiffre des pertes soit, dans ce cas, beaucoup plus faible que pour l'eau ; on voit également que la forme b, malgré la faveur dont elle jouit, entraîne encore des pertes notables. A ce point de vue, la dernière forme c est bien supérieure. Elle a, en outre, l'avantage de donner la pièce de fonte la plus légère, puisque les poids des parties courbes, dans les trois formes, sont très approximativement proportionnels aux nombres 36, 30 *et* 25.

(1) Le liquide qui se trouve dans les vides, en arrière des manchons, peut avec raison être considéré comme restant immobile, de telle sorte qu'il n'y a, en réalité, pas de changement de section.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Des autres dimensions du raccord courbe il ne reste plus à mentionner spécialement que la longueur des branches, qui a pour grandeur $D_0 + T$, les valeurs de D_0 et de T devant être prises dans la table de la page 1014, si l'on veut créer des types normaux de construction. L'épaisseur δ_1 (qui ici a été prise égale à $\delta + 1$) doit être fixée par le dessinateur, d'après la qualité de la fonte mise à sa disposition, ou encore d'après la pression du liquide ; on doit procéder d'une manière analogue pour l'épaisseur de la paroi des manchons (qui, dans la figure, a été faite égale à $2\delta_1$).

Au sujet de l'introduction de types normaux, il convient d'ajouter que l'expérience résultant des installations antérieures fait ressortir la nécessité de donner des longueurs égales aux branches de tous les raccords, afin de permettre, à un moment quelconque, de substituer, dans une conduite, une pièce en T ou en croix à un raccord courbe, ou inversement, sans avoir à modifier la longueur des tuyaux. Ce principe fondamental (1) doit également être observé pour les raccords destinés à la jonction de tuyaux de diamètres différents. Dans ce cas, c'est le diamètre le plus grand qui doit être pris pour module et qui sert à désigner la pièce d'assemblage ; en d'autres termes, c'est le plus grand des diamètres de manchons, D_0, qui doit servir à fixer la longueur des branches $D_0 + T$ et à désigner le raccord ; c'est donc ce qu'on peut appeler le diamètre *dénominateur* (2). Un raccord en T, qui aurait une branche de 100^{mm} de diamètre de manchon et deux autres de 80^{mm}, rentrerait, par conséquent, dans la classe des raccords de 100^{mm}. Ces deux règles, dont l'utilité n'est pas contestable, ont été observées dans les pièces d'assemblage représentées ci-après, et qui ont été établies, en outre, de manière à supprimer, autant que possible, les chocs dans le passage du liquide à travers ces pièces.

3e Exemple. *La figure* 1072 *a représente un raccord en T, destiné à diviser un courant d'eau en deux moitiés, dont l'une conserve la direction primitive, tandis que l'autre doit prendre une direction perpendiculaire. Au fond se retrouve ici la forme courbe b de la figure précédente : on a également observé l'usage qui consiste à conserver au tuyau de prolongement de la conduite primitive le même diamètre qu'à cette conduite elle-même. Quant au diamètre du branchement latéral D', il est égal à* 0,7*D, de telle sorte que la section correspondante est la moitié de celle de D et que, par suite, la vitesse du courant, dans le branchement, est la même que dans le tuyau d'amenée, tandis que, dans le prolongement, elle est réduite à la moitié. Les deux courants se trouvent divisés par une paroi intermédiaire très effilée, qui détermine, en quelque sorte, la formation d'un coude arrondi pour le*

(1) V. Transactions of the Am. Soc. of Mechanical Engineers, IV (1882/83), p. 274.

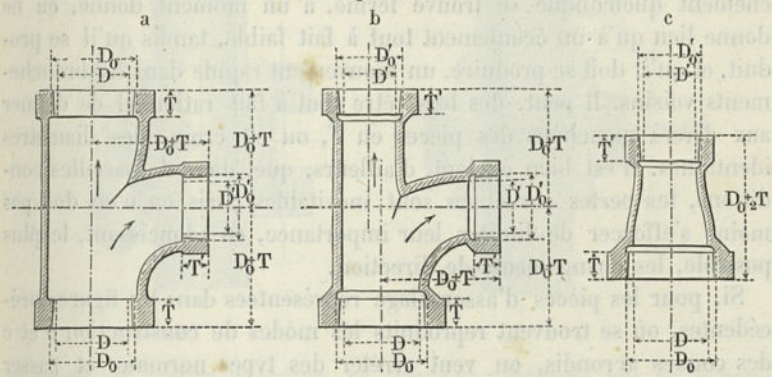
(2) En Angleterre et en Amérique, on a adopté, pour ce diamètre, l'expression de « prime denomination », en regard de « secondary denomination » pour les diamètres de manchons plus petits.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

guidage du courant qui va vers la droite. Ce mode de séparation, d'après Roux (V. Rem., p. 996), est tout particulièrement à recommander ; il a donné à cette cloison de partage du courant le nom de coin de séparation.

La figure b indique un autre mode de construction de raccord en T, dérivé du raccord courbe c de la figure 1071. *Ici les vitesses des courants sont égales dans*

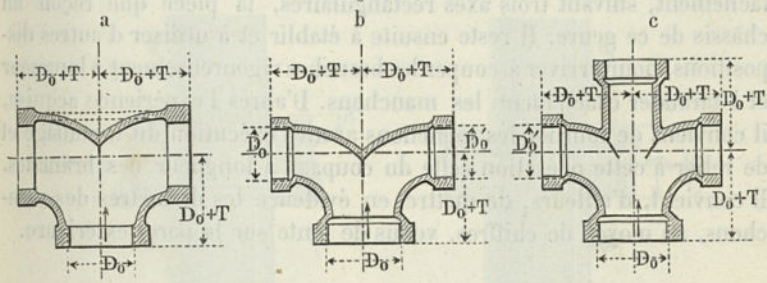
Fig. 1072.



les deux branches et les changements de direction sont partout adoucis. c est un manchon de réduction, établi pour un cas où l'eau doit avoir, à la sortie, une vitesse double de celle de l'entrée; la réduction de section est faite graduellement, de manière à diminuer, le plus possible, les pertes de charge pour le changement de vitesse.

4e Exemple. *La figure* 1073 *a représente un raccord en T, avec deux branches latérales égales, disposées d'après le coude b de la figure* 1071. *On a indiqué un coin de séparation, qui donne des résultats bien supérieurs à ceux qu'on obtiendrait*

Fig. 1073.



avec l'assemblage rectiligne, indiqué au pointillé. Toutefois, les pertes dues aux chocs sont encore assez importantes, car la vitesse du courant se trouve brusquement abaissée à moitié. Cet inconvénient se trouve évité dans la disposition b, dérivée du raccord c de la figure 1071 ; *ici la vitesse ne change pas, de telle sorte que les pertes par les chocs sont très faibles. La figure c est un raccord en croix, avec trois branches égales, établi également d'après le raccord c (fig.* 1071).

Dans les exemples précédents, on a admis que le fluide à conduire, à partir d'un point de partage, correspondant à deux, trois branche-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

ments, ou à un plus grand nombre, coulait d'une manière continue, c'est-à-dire qu'il avait un mouvement uniforme dans les tuyaux. Mais, en réalité, ce n'est pas toujours ce qui a lieu dans les grands réseaux de conduite, desservant, soit des maisons particulières, soit des édifices publics, ou encore des fabriques. Il arrive très souvent qu'un branchement quelconque se trouve fermé, à un moment donné, ou ne donne lieu qu'à un écoulement tout à fait faible, tandis qu'il se produit, et qu'il doit se produire, un mouvement rapide dans les branchements voisins. Il peut, dès lors, être tout à fait rationnel de donner aux divers manchons des pièces en *T*, ou en croix, des diamètres identiques. Il est bien évident, d'ailleurs, que, dans de pareilles conditions, les pertes par chocs sont inévitables. Mais on n'en doit pas moins s'efforcer de limiter leur importance, en adoucissant, le plus possible, les changements de direction.

Si, pour les pièces d'assemblage représentées dans les figures précédentes, où se trouvent reproduits les modes de construction *b* et *c* des coudes arrondis, on veut arrêter des types normaux et passer ensuite à l'exécution, on est forcément conduit à l'emploi de dispositions auxiliaires tout à fait spéciales, dans le but d'assurer l'interchangéabilité des pièces et, d'une manière générale, leur facile utilisation. Pour assurer la concordance rigoureuse des axes des filets, aussi bien pour les branches qui sont en prolongement l'une de l'autre que pour celles qui leur sont perpendiculaires, on doit recourir à l'emploi de châssis de suspension particuliers, qui, extérieurement, affectent, en quelque sorte, la forme cubique, afin qu'on puisse arriver à disposer facilement, suivant trois axes rectangulaires, la pièce que reçoit un châssis de ce genre. Il reste ensuite à établir et à utiliser d'autres dispositions, pour arriver à couper les branches rigoureusement à longueur et à tarauder exactement les manchons. D'après l'expérience acquise, il convient de tourner les manchons avant l'exécution du taraudage et de relier à cette opération celle du coupage à longueur des branches. Il convient, d'ailleurs, de mettre en évidence les diamètres des manchons, au moyen de chiffres, venus de fonte sur la paroi extérieure.

§ 345.

Assemblages de tuyaux de plomb. — Assemblages mixtes.

Les tuyaux en plomb s'assemblent fréquemment au moyen de brides libres en fer, qui pressent, l'un contre l'autre, les rebords qu'on obtient en rabattant les extrémités des tuyaux, après l'introduction des brides.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

La figure 1074 représente une excellente disposition d'assemblage pour tuyaux de plomb, au moyen de brides à oreilles. Les tuyaux, évasés

Fig. 1074.

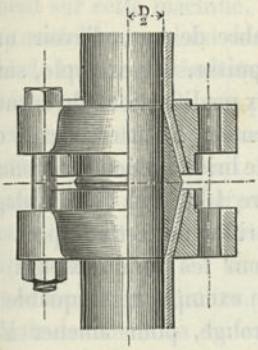
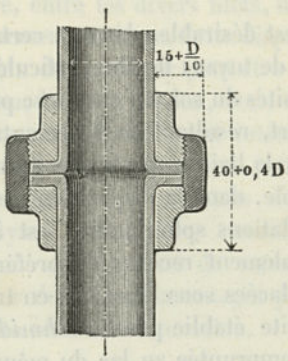


Fig. 1075.



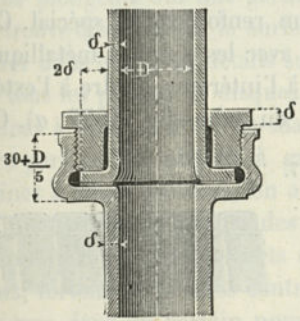
en forme de troncs de cônes, se trouvent appliqués par le serrage des brides sur un double tronc de cône creux en laiton.

La figure 1075 représente un assemblage à manchon fileté (système *Louch*); les trois pièces extérieures sont en fonte.

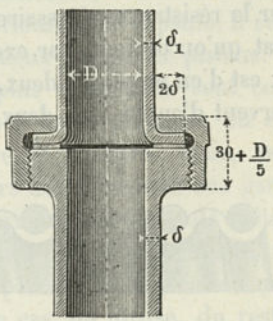
La figure 1076 *a* représente un mode d'assemblage d'un tuyau en plomb avec un tuyau en fer, et la figure 1076 *b* la jonction d'un tuyau

Fig. 1076.

a



b



en plomb avec un tuyau en fonte (d'après Louch). On a recours, dans les deux cas, à l'interposition d'une rondelle en caoutchouc, ou en toute autre matière analogue. Les parties saillantes des manchons sont à six ou huit pans, de manière à permettre d'effectuer le serrage au moyen d'une clef.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

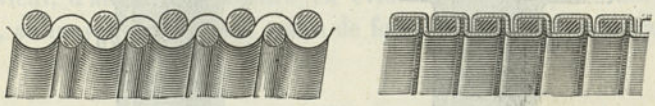
§ 546.

Tuyaux flexibles.

Il est désirable, dans un certain nombre de cas, d'avoir une conduite de tuyaux flexible, articulée, qui puisse, par exemple, suivre les sinuosités du sol, ou encore se prêter aux modifications de la surface de support, résultant de tassements accidentels. En pareils cas, on peut établir la liaison des tuyaux au moyen de brides articulées, comme, par exemple, dans la disposition de la figure 1065, où l'assemblage est à articulations sphériques. C'est à des brides de cette espèce qu'on a généralement recours de préférence pour les conduites qui doivent être placées sous l'eau. On en trouve un exemple remarquable dans la conduite établie par *G. Schmidt*, à Carouge, pour amener à Genève l'eau empruntée au lac du même nom. Cette conduite a un diamètre intérieur de $1^{m},2$; elle est formée de tuyaux rivés en tôle, de 5^{mm} d'épaisseur et de 9^{m} de longueur, sur lesquels sont fixées, par des rivets, des brides en fonte, qui s'emboîtent les unes dans les autres, au moyen d'articulations sphériques.

Au lieu de prendre des tuyaux rigides et des brides flexibles, on peut faire l'inverse. Les tuyaux flexibles sont les tuyaux de cuir, de toile, de caoutchouc, etc. Dans les pompes à incendie, où ces divers tuyaux sont en usage, leur jonction présente une disposition particulière, bien connue. Si un tuyau flexible doit être soumis à de fortes pressions, soit à l'intérieur, soit à l'extérieur, on cherche, le plus souvent, à lui donner la résistance nécessaire par un renforcement spécial. C'est le résultat qu'on obtient, par exemple, avec les spirales métalliques; le mieux est d'en employer deux, l'une à l'intérieur, l'autre à l'extérieur, qui servent d'appui aux deux faces du tube (fig. 1077, *a*). Ce sont

a Fig. 1077. b



alors les spirales qui donnent la résistance, tandis que le tube n'a plus essentiellement qu'à assurer l'étanchéité. De là l'idée, assez naturelle, de disposer également en spirale la partie des tuyaux destinée simplement à isoler l'intérieur de l'extérieur. Cette idée se trouve réalisée dans le tuyau métallique flexible imaginé par *Levasseur*, à Paris, et dont la figure 1077 *b* donne une coupe longitudinale. La partie de la

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

paroi destinée à assurer la résistance est constituée par une spirale, dont la section est donnée approximativement par la forme du chiffre 5; cette spirale est en tôle de cuivre, ou en une autre tôle métallique flexible, et se prépare au moyen d'une machine spéciale. Pendant l'enroulement sur cette machine, s'engage, entre les divers filets, un cordon en caoutchouc, qui est destiné à former garniture. Cette disposition a donné de très bons résultats. Le tuyau de Levasseur peut être utilisé aussi bien pour le gaz que pour l'eau, l'air, la vapeur, etc., et il se comporte également bien avec des pressions élevées, soit intérieures, soit extérieures; les tuyaux sont essayés à une pression intérieure allant jusqu'à 12 atmosphères. Les brides et autres pièces d'assemblage sont vissées sur les filets des tuyaux et l'on perce ensuite, avec les plus grands soins, les trous destinés aux boulons de serrage. Ce tuyau semble, en particulier, présenter de sérieux avantages pour les freins à air des chemins de fer, à haute ou à basse pression.

§ 347.

Pistons à disques.

Ainsi que nous l'avons déjà fait remarquer au § 312, les corps les plus essentiels, après les tuyaux, pour la conduite des organes de pression, sont les pistons et, parmi eux, les plus employés ceux dont l'étanchéité est assurée par l'addition d'une garniture spéciale. Les pistons à garniture extérieure sont les pistons à disques, tandis que les pistons plongeurs ont une garniture intérieure, c'est-à-dire que celle-ci se trouve disposée sur la surface intérieure de la capsule. Il convient d'entrer dans quelques détails sur ces deux espèces de pistons.

De tous les pistons à disques, les plus importants sont ceux des machines à vapeur. Pour les machines à basse pression, on emploie encore parfois des pistons à garniture de chanvre; mais, pour les machines à haute pression, on a recours exclusivement aux garnitures métalliques, dans lesquelles des anneaux ou des segments métalliques sont appliqués par des ressorts contre les parois du cylindre, et sont, de plus, fortement pressés contre ces parois par la pression même de la vapeur; dans un certain nombre de cas, on utilise, du reste, avec avantage, une garniture mixte, dans laquelle les anneaux métalliques se trouvent pressés intérieurement par une garniture de chanvre remplaçant les ressorts.

Comme module, pour les dimensions du piston, nous adopterons :

$$s = 4\sqrt[4]{D+1} - 3. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (339)$$

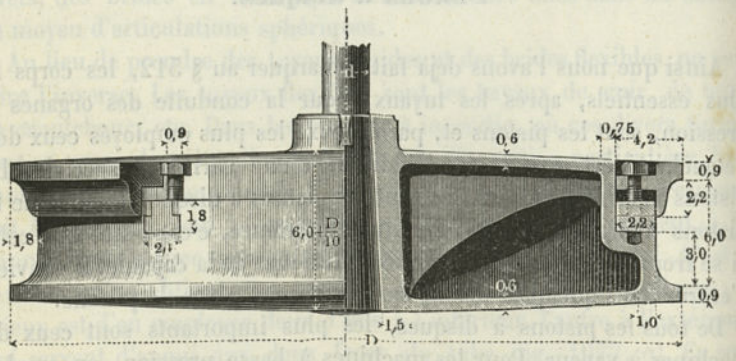
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

D désignant le diamètre du piston; cette formule donne les valeurs suivantes :

D	s	D	s	D	s	D	s
5	3	81	9	410	15	1296	21
9	4	112	10	509	16	1526	22
16	5	150	11	625	17	1785	23
26	6	198	12	760	18	2076	24
39	7	256	13	915	19	2401	25
57	8	326	14	1093	20	3164	26

Figure 1078. Piston à garniture en chanvre, fondu en forme de boîte creuse, d'après le mode de construction de Penn; le serrage de la garniture se fait par un couvercle annulaire mobile; les boulons, sur lesquels on agit, pour produire ce serrage, s'engagent dans des

Fig. 1078.



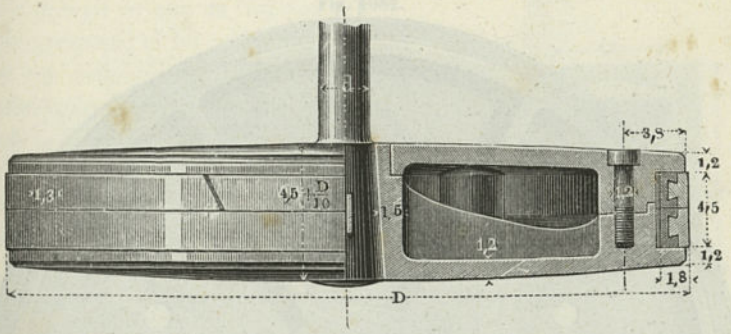
écrous en bronze à emboîtement. Pour les grands diamètres, le corps du piston présente un certain bombement, qu'on détermine en prenant, pour la hauteur au milieu, $6s + {}^1/_{10}D$: dans le cas où cette hauteur serait inférieure à celle des bords $7{,}8s$, c'est cette dernière qu'on devrait conserver pour le milieu et alors il n'y aurait plus de bombement.

Exemple. *Pour un piston à garniture de chanvre, dont le diamètre* $D = 600^{mm}$, *on a* $s = 17$. *L'épaisseur de la garniture est, par suite,* $1{,}8.17 = 31^{mm}$, *et sa hauteur* $6.17 = 102^{mm}$; *la hauteur des bords du piston est* $7{,}8.17 = 133^{mm}$ *et celle près du moyeu* $6.17 + 600:10 = 162^{mm}$, *valeur notablement supérieure à la précédente.*

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

La figure 1079 représente un excellent piston métallique (de Krauss). La garniture est formée de deux anneaux en acier, recouvert de métal blanc, qui sont coupés obliquement. Pour remédier au défaut d'étan-

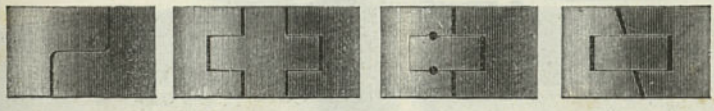
Fig. 1079.



chéité, à la coupure de chaque anneau, on peut recourir à l'un quelconque des dispositifs de la figure 1080. Les différentes pièces rappor-

Fig. 1080.

a b c d



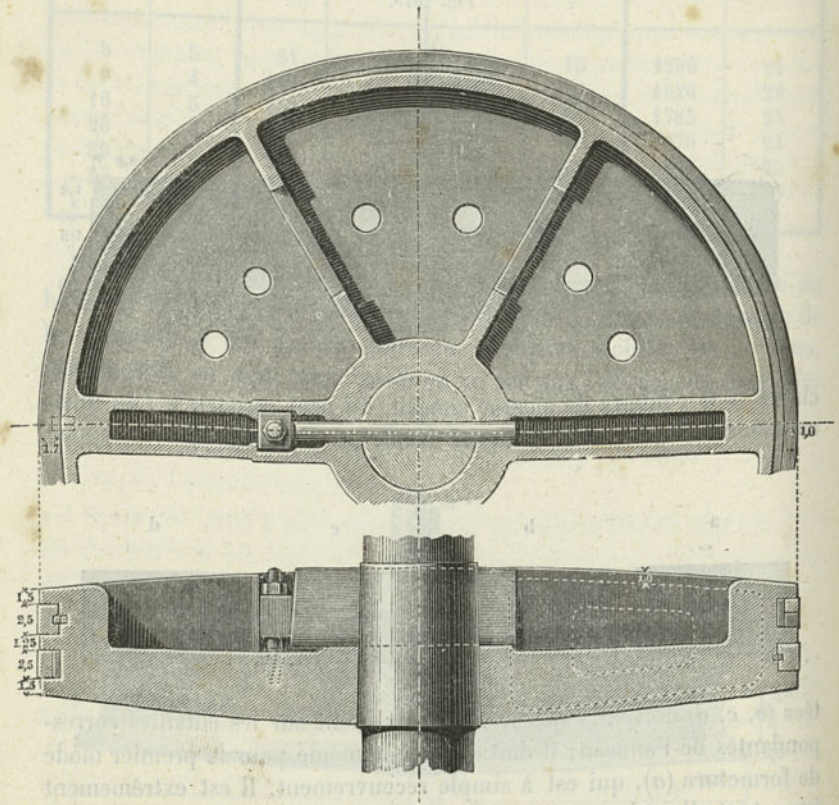
tées (*b*, *c*, *d*) doivent s'ajuster rigoureusement sur les entailles correspondantes de l'anneau; il doit en être de même pour le premier mode de fermeture (*a*), qui est à simple recouvrement. Il est extrêmement important d'employer, pour les surfaces frottantes des anneaux, un métal plus tendre que celui du cylindre, afin que l'usure se produise surtout sur ces anneaux, qui sont beaucoup plus faciles à remplacer. A ce point de vue, des anneaux entièrement en bronze sont d'un emploi avantageux; le fer et l'acier, au contraire, sont peu satisfaisants; on obtient d'assez bons résultats avec la fonte, à condition qu'elle soit très douce et que celle du cylindre soit suffisamment dure.

La figure 1081 représente un piston, dit suédois, pour machine à vapeur fixe, emprunté à une grande machine soufflante, d'une construction très remarquable (*Egestorff*). Le corps du piston a la forme d'une boîte creuse, comme celui de la figure 1078; sur le plan se trouvent indiqués les trous ronds qui servent au dégagement du noyau, lorsque la pièce est fondue. Les anneaux formant la garniture

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

sont en fonte et sont assemblés à recouvrement, comme dans la disposition de la figure 1080 *a*; leur position est assurée par de petites

Fig. 1081.



chevilles. Le mode de fixation du moyeu du piston mérite d'attirer l'attention; la clavette transversale se trouve maintenue par une seconde clavette, qui est elle-même munie d'un boulon de sûreté; la fixation est de troisième ordre.

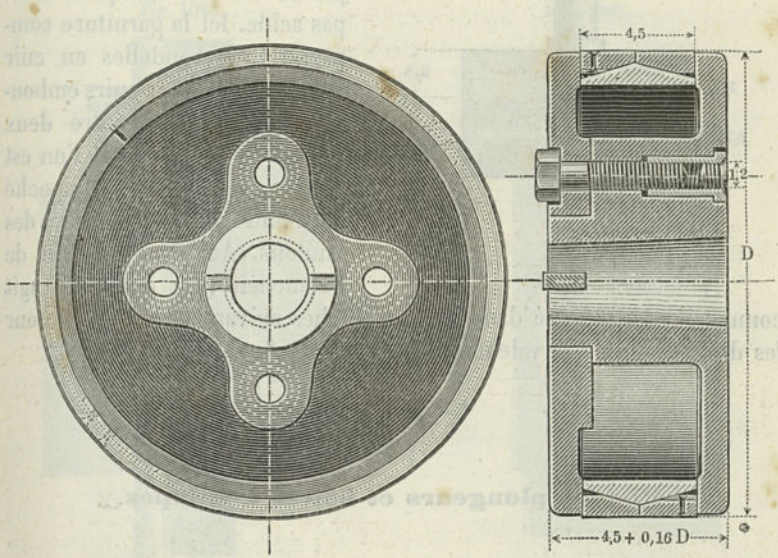
La figure 1082 représente un piston métallique (de *Webers*) dans lequel les anneaux, composant la garniture, sont repoussés vers l'extérieur par un anneau commun en acier, formant ressort. La surface extérieure, en forme de double cône, de ce ressort, permet d'amener bien en contact les anneaux de garniture, par le simple serrage des boulons du couvercle, lorsqu'on met le piston en place pour la première fois. Ces boulons sont munis, comme dans le piston de Penn, d'écrous en bronze, qui sont entièrement percés sur toute leur lon-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

gueur, pour permettre une bonne exécution des filets, et qui sont ensuite fermés par des bouchons à vis.

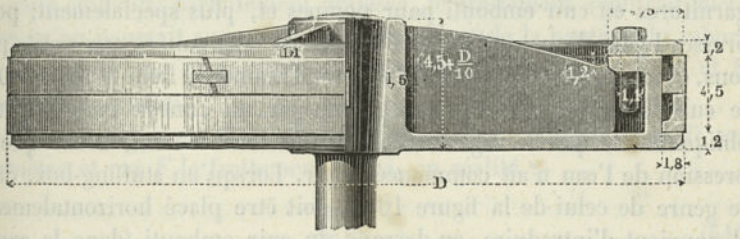
La figure 1083 donne un piston à garniture mixte, applicable à une machine à simple effet. La garniture en chanvre, tassée derrière les

Fig. 1082.



anneaux métalliques, assure une bonne fermeture, car on peut arriver ainsi à une assez grande résistance, tout en conservant une élasticité

Fig. 1083.

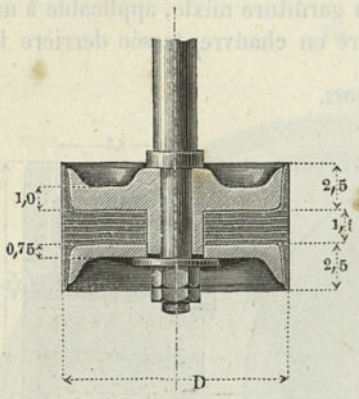


suffisante. Ce mode de garniture, qui a fait ses preuves dans les machines de mines, pourrait également être utilisé, avec avantage, dans les machines de bateaux, au lieu de la garniture complètement métallique, qui est exposée à des détériorations assez rapides, par suite des vibrations que tendent à imprimer au piston les mouvements d'oscillation du navire, lorsqu'ils sont suffisamment prononcés.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Les pistons à disques pour pompes peuvent être munis d'une garniture en cuir, disposée, par exemple, comme dans la figure 1084, tant que la température du liquide ne dépasse pas 30° et que ce liquide n'est pas acide. Ici la garniture comprend trois rondelles en cuir simples, avec deux cuirs emboutis, s'appliquant contre deux anneaux en fonte, dont l'un est mobile et peut être rapppoché de l'autre par le serrage des boulons. Au point de vue de l'étanchéité, la garniture agit comme il sera indiqué dans les paragraphes suivants. Le module pour les dimensions est la valeur s donnée par la formule (339).

Fig. 1084.



§ 348.

Pistons plongeurs et boîtes à étoupes.

Les garnitures de pistons plongeurs, ainsi que nous l'avons fait ressortir précédemment, sont des garnitures intérieures ; l'ensemble d'une garniture de ce genre et du dispositif destiné à la recevoir constitue ce qu'on appelle une boîte à étoupes (stuffing-box).

Les figures 1085 et 1086 représentent deux boîtes à étoupes, avec garnitures en cuir embouti pour pompes et, plus spécialement, pour presses hydrauliques; elles sont destinées, la première aux petits pistons, et la seconde aux pistons d'un grand diamètre. Dans la figure 1086 le cuir, à double rebord, est soutenu par un anneau en fer, fendu obliquement, qui l'oblige à se placer convenablement, avant que la pression de l'eau n'ait commencé à agir. Lorsqu'un stuffing-box, dans le genre de celui de la figure 1086, doit être placé horizontalement, il convient d'introduire, au-dessous du cuir embouti (dans la cavité figurée en pointillé), un anneau en bronze en plusieurs parties, dont le diamètre intérieur soit rigoureusement le même que celui du piston, de manière à supporter ce piston et à empêcher qu'il ne vienne frotter sur la paroi en fonte du corps de pompe; on laisse cet anneau légèrement en saillie sur le bord intérieur du logement du cuir, afin d'éviter complètement le contact du piston avec la paroi en fonte.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Les nombres proportionnels inscrits sur la figure se rapportent ici encore au module s donné par la formule (339).

Le frottement qu'éprouvent un piston plongeur ou une tige de piston, dans une garniture ordinaire, dont le serrage se fait par des écrous, n'est pas susceptible d'être calculé *à priori*, puisqu'il dépend

Fig. 1085.

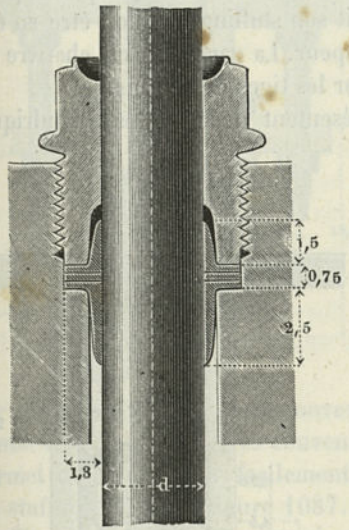
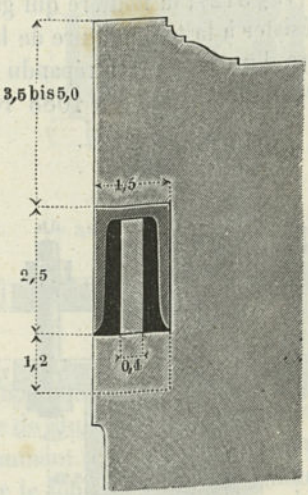


Fig. 1086.



essentiellement de la pression exercée sur la garniture. Il n'en est pas de même dans les garnitures automatiques à rebords, où le fluide emprisonné détermine lui-même la pression de la garniture. Des expériences très remarquables de *Hick*, il résulte que, dans une garniture en cuir embouti, parfaitement graissée, le frottement (contrairement à ce qu'on pourrait supposer) est indépendant de la hauteur du rebord et se trouve être en rapport simple avec la pression de l'eau et le diamètre du piston.

Si l'on désigne par P la charge d'un piston de presse, par D son diamètre et par F le frottement, on a, en réalité :

$$\frac{F}{P} = \frac{1}{D}. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (340$$

Pour un cuir neuf, la valeur du frottement est une fois et demie environ celle que donne cette formule. Si, au lieu de P, on introduit la pression p du liquide par millimètre carré, on obtient :

$$\frac{F}{p} = \frac{\pi D}{4}. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (341)$$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Exemple. *Pour un piston de presse, de* 10^{mm} *de diamètre, la formule* (540) *donne, pour la perte due au frottement,* $^1/_{10}$ *ou* 10 *p.* $^0/_0$ *de la charge; pour un diamètre de* 600, *cette perte n'est plus que* 0,00167 *au* $^1/_6$ *p.* $^0/_0$. *Si l'on suppose, par exemple, que la pression de l'eau soit de* 300 *atm., ou de* 3^k *par mm.q., la résistance de frottement est, d'après* (541), $F = \pi/_4.600.3 = 1414^k$; *la pression P sur le piston est elle-même :* $P = 3.\pi/_4.600^2 = 848229^k$.

La tige d'un piston à vapeur constitue par elle-même un piston plongeur (v. § 312) ; la matière qui garnit son stuffing-box doit être en état de résister à la température de la vapeur. La garniture en chanvre est encore d'un usage très répandu pour les tiges de pistons.

Les figures 1087 et 1088 représentent deux boîtes cylindriques

Fig. 1087.

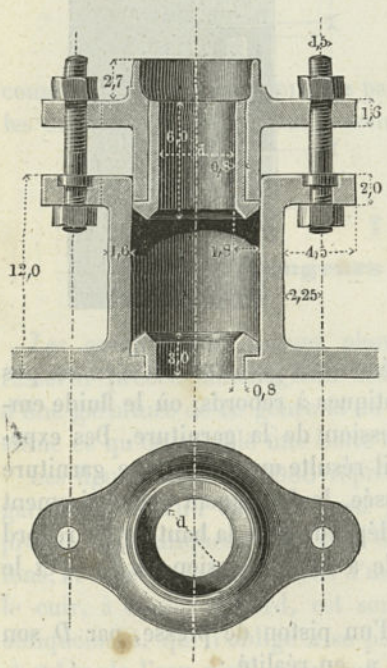
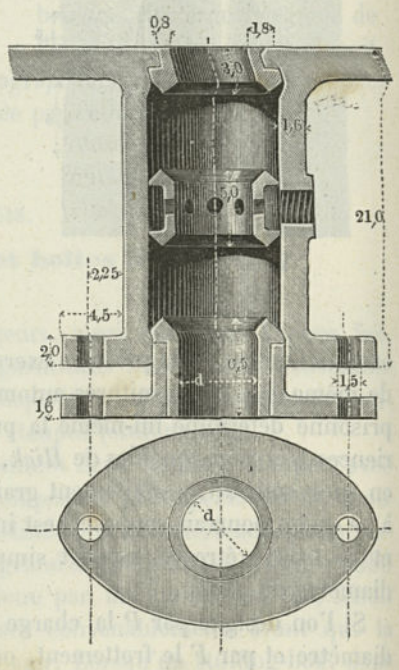


Fig. 1088.



complètes, disposées pour garniture en chanvre ; la première repose par sa base inférieure, tandis que la seconde est suspendue.

Dans le but de diminuer l'usure de la tige du piston, les deux parties qui doivent l'embrasser, le grain et le chapeau, sont garnies d'anneaux en bronze rapportés. Le profil en coin annulaire qui les termine, et qui est dû à Farcot, est préférable à l'ancienne disposition à un seul biseau, qui avait l'inconvénient de donner parfois passage au fluide, entre la garniture et la surface sur laquelle elle était supposée

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

appliquée. Plus tard, on est arrivé à adopter généralement une disposition intermédiaire entre les deux précédentes, en terminant les anneaux par une surface entièrement plane (fig. 1090), ou encore

Fig. 1089.

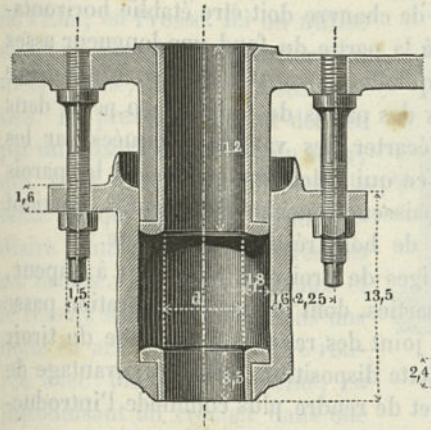
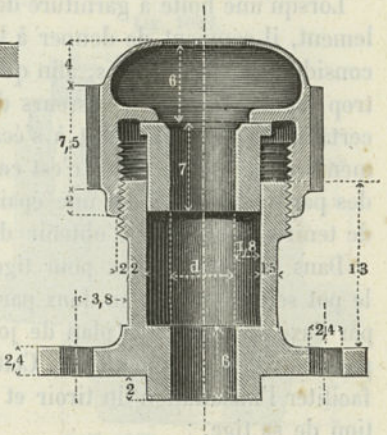


Fig. 1090.



par une surface légèrement convexe (fig. 1089). Cette dernière figure donne une disposition très convenable de stuffing-box suspendu et qui permet de comprendre facilement comment il a été formé au moyen du stuffing-box de la figure 1087. Sur le fond du cylindre, autour de l'orifice de la boîte, est ménagé une petite saillie annulaire, destinée à empêcher l'eau qui se condense dans le cylindre de s'écouler dans cette boîte.

Le presse-étoupes devant toujours rester concentrique à la tige du piston, pour qu'on n'ait pas à redouter de coincements, on doit s'attacher à ce que les deux écrous s'avancent constamment de la même quantité. Dans les grandes machines à vapeur, celles de la marine, par ex., on obtient facilement ce résultat en munissant les écrous de roues dentées, commandées par deux vis sans fin, établies sur un axe commun. Dans les boîtes à étoupes de petites dimensions, on peut recourir à une disposition encore plus simple (celle de la fig. 1090), dans laquelle le serrage se trouve produit par un écrou unique, concentrique à l'axe de la tige. La boîte à étoupes que représente cette dernière figure, et qui convient très bien pour les tiges de tiroirs, doit être supposée entièrement en bronze. L'écrou porte six ou huit entailles prismatiques, dans lesquelles s'engagent les dents de la clef, destinée à produire le serrage.

Le module pour les nombres proportionnels inscrits sur les figures est toujours le module s donné par la formule empirique (339).

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Exemple. *Une boîte à étoupes, de* 80^{mm} *de diamètre intérieur, doit être construite avec le module* $s = 9^{mm}$. *L'épaisseur de la garniture est alors* $1{,}8.9 = 16^{mm}$; *quant à la hauteur de la partie fixe (du pot), elle est de* $12.9 = 108^{mm}$, *pour le presse-étoupes de la figure* 1087, *et de* $21.9 = 189$ *pour le presse-étoupes suspendu de la figure* 1088.

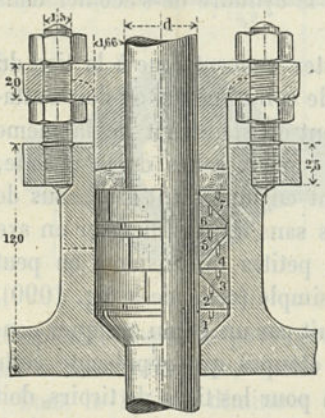
Lorsqu'une boîte à garniture de chanvre doit être établie horizontalement, il convient de donner à la partie du fond une longueur assez considérable, de 8 à 12 s, afin qu'elle ne soit pas exposée à une usure trop rapide. Pour les épaisseurs des parois de la boîte, on peut, dans certains cas, être conduit à s'écarter des valeurs indiquées par les membres proportionnels; c'est ce qui a lieu, par ex., quand les parois des parties voisines ont une épaisseur considérable, dont il convient de tenir compte, afin d'obtenir de bons résultats à la fonte.

Dans les stuffing-box pour tiges de tiroirs de machines à vapeur, le pot se fait souvent en deux parties, dont le plan de séparation passe par l'axe de la tige. Le plan de joint des rebords de la boîte du tiroir passe alors par le même axe. Cette disposition présente l'avantage de faciliter l'installation du tiroir et de rendre plus commode l'introduction de sa tige.

Dans les grands pistons plongeurs, pour pompes de puits, les boîtes à étoupes reçoivent des garnitures en chanvre et on donne aux presse-étoupes un nombre de boulons assez considérable, qui va de 4 à 8.

Depuis un certain nombre d'années, on tend, de plus en plus, à recourir, pour les tiges de pistons et de tiroirs des machines à vapeur, à l'emploi de garnitures métalliques. Une disposition, qui a subi avec succès l'épreuve de la pratique, est celle des frères *Howaldt*, de Kiel (1), que représente, en coupe et en élévation, la figure 1091. Cette garniture se compose d'une série d'anneaux en métal blanc (métal antifriction) superposés; chaque couche comprend deux anneaux en contact par une surface conique; si l'on imagine un couple de ce genre soumis à une pression dirigée suivant l'axe, l'un des anneaux se trouve appliqué contre la tige du piston et l'autre contre la paroi de la boîte, et il se produit, par suite, une fermeture hermétique. Sur

Fig. 1091.



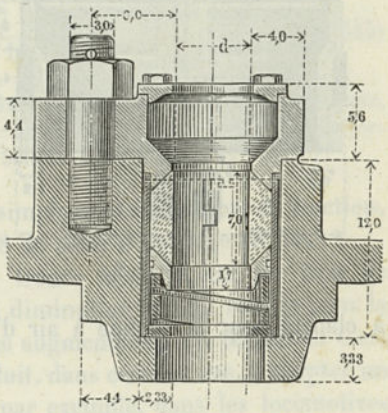
(1) En 1888, plus de 9000 boîtes de cette espèce avaient déjà été livrées par les détenteurs du brevet; quelques-unes de ces boîtes sont en service depuis huit ans, sans avoir été ouvertes.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

l'anneau supérieur se trouve disposée une rondelle en cuir, offrant une certaine élasticité, qui sert à transmettre aux anneaux la pression exercée sur le chapeau par le serrage des boulons (1).

La figure 1092 représente le type normal d'un stuffing-box à garniture métallique (système *Newmann*), en usage sur les chemins de fer de l'État, en Prusse. Ici on utilise un seul anneau de garniture en métal blanc, divisé en deux parties. La pression lui est donnée par un ressort héliçoïdal, en acier, qui a sa place au fond de la boîte et qui agit par l'intermédiaire d'un anneau de pression en bronze. Les deux anneaux et le ressort sont enfermés dans une boîte en acier, qui peut être retirée avec tout son contenu, en introduisant un crochet dans une entaille, en forme de *T*, ménagée à sa partie supérieure (et visible sur la figure). La boîte représentée donne le type adopté pour les tiges de tiroirs, mais la disposition des boîtes pour tiges de pistons est tout à fait analogue.

Fig. 1092.



§ 349.

Pistons à clapets.

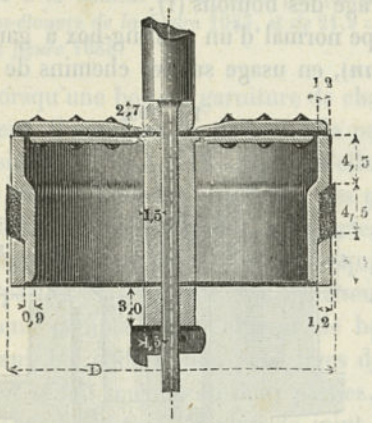
Les pistons à clapets, qui sont en usage pour les pompes aspirantes et foulantes, se rencontrent également dans un certain nombre de pompes à air pour machines à vapeur. La figure 1093 représente un piston à clapets, avec garniture en cuir pour pompes de puits. La garniture se compose de rondelles coniques de cuir et de toile, cousues, les unes sur les autres, au nombre de trois. La garniture se trouve appliquée contre les parois du corps de pompe par la pression de l'eau. Pour les pompes d'épuisement des mines, lorsqu'on se trouve en

(1) A côté de garnitures complètement métalliques, comme la garniture Pile, on emploie également, en France, des garnitures semi-métalliques, comme, par exemple, celle de la Société Belleville, qui peut être utilisée dans un stuffing-box ordinaire, légèrement modifié par l'adjonction d'une bague de fond, de forme conique. — La matière employée comme garniture est une pâte, constituée essentiellement par des grains d'anti-friction, agglomérés dans une masse formée de débris de liège, d'amiante, etc., et de matières grasses. — Cette garniture donne un frottement très régulier.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

présence d'eaux acides, qui attaqueraient les garnitures en cuir, on a souvent recours à l'emploi de garnitures métalliques complètes (avec anneau en fonte douce). A Fahlun, en Suède, dans un cas de ce genre, on a eu l'idée d'employer, pour la garniture des pistons, l'écorce de bouleau, qui, après des essais multipliés, avait été reconnue comme la matière la plus convenable. Le module pour les nombres proportionnels de la figure se trouve être encore *s* (form. 339). La figure 984 (p. 906) représente un piston à clapets pour la pompe à air d'une machine à vapeur de bateau.

Fig. 1093.



§ 350.

Calcul des tiges de pistons.

Les tiges de pistons, dans les machines à vapeur, se font ordinairement en fer et en acier ; dans ces derniers temps, a commencé à se répandre l'emploi, pour le même objet, de l'acier mixte, ou compound (fer doux dans une enveloppe d'acier dur). Lorsque la tige ne doit être soumise qu'à des efforts de traction, ou que, du moins, ces efforts sont tout à fait prépondérants, il convient de la calculer en ayant égard à la résistance à l'extension ; mais, lorsqu'elle a à résister, en même temps, à des efforts de compression et que sa longueur est relativement considérable, elle doit être calculée comme une pièce chargée debout. Si, au contraire, la longueur est faible, il suffit d'avoir égard à la résistance à l'extension. Par conséquent, les tiges qui sont à calculer comme des pièces chargées debout ne peuvent jamais avoir de diamètres inférieurs à ceux qu'on déterminerait en ayant égard à la résistance de traction.

a. **Calcul d'une tige en ayant égard à la résistance à la traction.** — Si l'on désigne par D le diamètre du piston et par a la pression effective, en atmosphères, la pression totale P de la vapeur, sur ce piston, a pour expression : $(a : 100)\ (\pi : 4)\ D^2$. Pour une tige supposée en fer et soumise simplement à la traction, la tension, dans la

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

section la plus faible, ne doit pas dépasser 6^k par millimètre carré; on doit donc prendre pour le diamètre d de cette section :

$$\frac{d}{D} = 0{,}0408\sqrt{a}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (342)$$

ou, avec une approximation suffisante :

$$\frac{d}{D} = \frac{57 + 7a}{1000}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (343)$$

Exemple. *Pour* $a = 4$, *la formule* (342) *donne* $d:D = 0{,}0816$ *et, par suite, pour un diamètre de piston de* 500^{mm}, $d = 500.0{,}0816 = 40{,}8$, *soit* 41^{mm}. *La formule approximative* (343) *donnerait* $d = 500(57 + 28):1000 = 42^{mm},5$.

Pour une tige en acier, soumise simplement à un effort de traction, le diamètre doit être pris égal à 0,8 de celui d'une tige en fer.

Lorsque la tige d'un piston se trouve affaiblie par un trou de clavette ou par un filetage, etc., la diminution qui en résulte pour la section doit être compensée par une augmentation du diamètre. C'est pour ce motif qu'on se trouve conduit, dans certains cas, à adopter un renflement à l'extrémité, comme, par exemple, dans les locomotives (v. fig. 559, p. 490) ; il est alors indispensable de faire le chapeau du stuffing-box en deux parties.

b. **Calcul d'une tige de piston comme pièce chargée debout.** — En conservant les notations précédentes et en désignant, en outre, par L la longueur de la tige, on doit prendre :

$$\frac{d}{D} = 0{,}0573\sqrt{\frac{L}{D}}\sqrt[4]{a}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (344)$$

formule qui a servi à calculer la petite table suivante :

$\frac{L}{D}$	$a=1$	$a=2$	$a=3$	$a=4$	$a=5$	$a=6$	$a=7$	$a=8$
1,5	0,070	0,083	0,093	0,099	0,150	0,110	0,114	0,118
2,0	0,081	0,096	0,107	0,115	0,121	0,127	0,132	0,136
2,5	0,091	0,108	0,120	0,128	0,136	0,142	0,148	0,153

Les valeurs fournies par cette table sont applicables aussi bien aux tiges en acier qu'aux tiges en fer (V., à ce sujet, le calcul des corps de bielles, § 182, et le rapport des modules d'élasticité des deux matières, table du § 2).

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Exemple. *Dans un cylindre à vapeur, de* 400^{mm} *de diamètre et de* 1000^{mm} *de course, la pression effective sur le piston est de 4 atm.; comme* $L:D = 1000:400 = 2{,}5$, *on doit prendre, d'après la table* (*col.* 5, *ligne* 3), $d:D = 0{,}128$, *ou* $d = 0{,}128.400 = 51^{mm}$.

Pour la clavette du piston, qui doit toujours être faite en acier, on détermine ses dimensions de telle sorte qu'elle ne soit soumise qu'à un effort de cisaillement de 4 à 6^k. Il convient, en outre, de ne pas donner à cette clavette une épaisseur trop faible, afin que la pression, par unité de surface, sur le petit côté, ne soit pas trop forte. D'après les indications fournies par des installations qui ont reçu la sanction de l'expérience, cette pression, par unité de surface, varie de 5 à 6^k, dans les machines fixes, et de 8 à 10^k, dans les locomotives.

§ 351.

Effets spécifiques des trains à organes de pression.

Après avoir traité tout ce qui se rapporte à la conduite des organes de pression, nous devons encore revenir sur les machines motrices et les trains qu'on peut établir au moyen de ces organes, bien qu'ils aient déjà été signalés et traités, à différentes reprises, dans le chapitre XXIII. Il s'agit d'examiner de plus près leur utilisation pour le transport de la force à grande distance, comme nous l'avons fait avec les transmission des organes de traction, notamment la transmission par câbles (chap. XXI). La notion de l'effet spécifique, que nous avons récemment introduite, est de nature à nous rendre ici les plus grands services, car, en raison de sa simplicité, elle se prête particulièrement bien aux comparaisons à établir entre des modes de transport de force, qui se présentent comme extrêmement différents.

Cette notion peut être étendue, sans difficultés, aux machines à eau, à air, à vapeur, etc., à la seule condition de déterminer l'expression générale de la valeur $N_0 = N : q\,v$ (V. § 282). Nous désignerons ici la section de la conduite par q (en centimètres carrés), la vitesse moyenne de l'organe de pression circulant dans cette conduite par v, et enfin le travail en chevaux par N, comme précédemment. Si alors, pour une machine hydraulique, par exemple, h est la hauteur de chute disponible, Q le débit par seconde, et si l'eau abandonne la machine avec une pression non utilisée, correspondant à une hauteur h', on a, pour le travail introduit dans la machine, $N = 1000\,Q\,(h - h') : 75$. D'un autre

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

côté, on a $Q = (q : 10\,000)\ v$ et $h = 1000\,p$, p étant la pression que l'eau exerce sur la machine. En remplaçant, on obtient :

$$N = \frac{1000\,qv\,.\,1000\,(p - p')}{10\,000\,.\,75} = {}^4/_3\ qv\,(p - p')$$

et, par suite, l'effet spécifique que transmet le tuyau est :

$$N_0 = \frac{qv}{N} = {}^4/_3\,(p - p'). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (345)$$

valeur qui, au point de vue de la forme, concorde avec celles trouvées précédemment.

1er Exemple. *Si $p - p'$ correspondait à une pression de 22 atm.,5, c'est-à-dire si on avait $p - p' = 0^k,225$, l'effet spécifique afférent à la machine (turbine, machine à colonne d'eau, etc.), mise en mouvement par la colonne d'eau motrice, serait $N_0 = 0,30$. Si le tuyau d'amenée a un diamètre de 12^{cm} et l'eau une vitesse de $1^m,2$, le travail transmis à la machine est $N = \pi/_4.12^2.0,30.1,2 = 113,1.0,36 = 40^{ch},7$. C'est là l'effet brut; quant à l'effet net, il en sera question ultérieurement.*

On peut également utiliser la formule (345) pour l'air comprimé, à haute et à basse pression, la vapeur, le gaz même, à la condition que la pression de l'organe dont il s'agit soit exprimée par une colonne d'eau et transformée en conséquence. Pour la vapeur et l'air, on arrive ainsi à une expression qui se laisse mettre sous la forme

$$N_0 = {}^4/_3(p - p')\mu. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (346)$$

Le coefficient μ dépend de plusieurs éléments : il augmente avec la valeur de p et le degré ε d'expansion du fluide; il doit, en effet, tenir compte, dans l'expression précédente, de l'effet de l'expansion, qui ne peut être déterminé, à vrai dire, que par des calculs et des expériences assez compliqués. Pour $\varepsilon = 2$, il est compris entre $1^1/_2$ et $1^2/_3$, et il atteint de 3 à 4 lorsque ε varie de 20 à 30. Cette valeur de ε implique nécessairement une pression élevée, condition qui, pour les machines combinées (Compound), a conduit aux résultats avantageux que nous avons déjà mentionnés précédemment. On ne peut ici que signaler une relation qui n'est pas précisément simple; quant aux deux formules ci-dessus, elles doivent être considérées comme ayant uniquement pour objet de nous donner un aperçu. Nous aurons l'occasion de revenir un peu plus loin (p. 1042) sur les machines combinées.

La formule qui donne l'effet spécifique peut cependant être utilisée avec avantage pour un autre but assez important. Convenablement transformée, elle permet, en effet, de déterminer quel est l'effet correspondant à la dépense de matière du tuyau de conduite.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Pour un diamètre intérieur D de ce tuyau, le travail transmis (en chevaux) est $N = {}^{\pi}/_{4}\, D^2 . pv : 75$. Pour l'épaisseur δ de la paroi, en supposant que la tension de la matière soit S, la formule (321) donne $2\delta + D = D\sqrt{(S+p) : (S-p)}$, et, comme $2\delta + D$ est le diamètre extérieur D_0, on tire de là, pour la section q_1 (en cent. carrés) de la paroi du tuyau :

$$q_1 = \frac{1}{100}\,\frac{\pi}{4}\,(D_0^2 - D^2) = \frac{1}{100}\,\frac{\pi}{4}\,D^2\left(\frac{S+p}{S-p} - 1\right)$$

ou

$$q_1 = \frac{1}{100}\,\frac{\pi}{4}\,D^2\,\frac{2p}{S-p}.$$

En substituant la valeur de ${}^{\pi}/_{4}\, D^2$ fournie par cette formule, on obtient :

$$N = \frac{100}{75}\,q_1\,\frac{S-p}{2p}\,pv = {}^{2}/_{3}(S-p)q_1 v.$$

De là on déduit, comme précédemment :

$$N_0 = \frac{N}{q_1 v} = {}^{2}/_{3}(S-p). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (347)$$

Cette expression est très instructive. En premier lieu, elle s'applique, en même temps, à toutes les transmissions par tuyaux; en second lieu, elle fait ressortir l'utilité de donner à S une valeur élevée. S'il en est ainsi, l'influence de p devient, en quelque sorte, négligeable, c'est-à-dire que, *dans la transmission par tuyau de conduite, l'effet spécifique du tuyau peut être considéré comme indépendant de la pression du fluide*. En d'autres termes, qu'on utilise, pour le fluide moteur (liquide ou gazeux), une pression élevée, ou une pression basse, le travail (en chevaux), transmis par unité de surface de la section de la paroi du tuyau, reste toujours le même, à la condition, bien entendu, que, dans la fixation des épaisseurs des parois des tuyaux, on ait pris pour base la même tension de matière.

Il résulte de là qu'il y a tout intérêt à faire travailler le fluide à des pressions élevées, afin de pouvoir employer des conduites de diamètres relativement faibles. C'est ce qui peut se faire également, en ayant égard au frottement dans les tuyaux, puisque, à la condition d'éviter les coudes brusques, les remous et les tourbillonnements, comme on l'a indiqué au § 342, ce frottement est indépendant de la pression du fluide, ou, du moins, paraît l'être, d'après les expériences faites jusqu'à ce jour.

La tension S de la matière, dans la paroi du tuyau, doit, pour la

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

fonte, ne pas être choisie trop forte ; $S = 5^k$ constitue une limite supérieure et $S = 4^k,5$ paraît être déjà une valeur assez élevée.

Le fer et surtout l'acier, lorsqu'ils sont utilisés pour tuyaux, d'après le procédé de Mannesmann, admettent de hautes tensions ; pour le fer, on peut aller jusqu'à 12^k, pour l'acier jusqu'à 24 et 30^k, et même encore au delà, si c'était nécessaire, à la condition de faire un choix spécial de la matière. D'après cela, en négligeant p, on tire de la formule (347) pour N_0 les valeurs suivantes :

Fonte : $S = 4^k,5$. . . $N_0 = {}^2/_5 . 4,5 = 3$
Fer : $S = 12^k$ . . . $N_0 = {}^2/_5 . 12 = 8$
Acier : $S = 24^k$ . . . $N_0 = {}^2/_5 . 24 = 16$.

La transmission par tuyaux se trouve donc avoir une très grande valeur et appelle la comparaison avec d'autres modes de transmission.

§ 352.

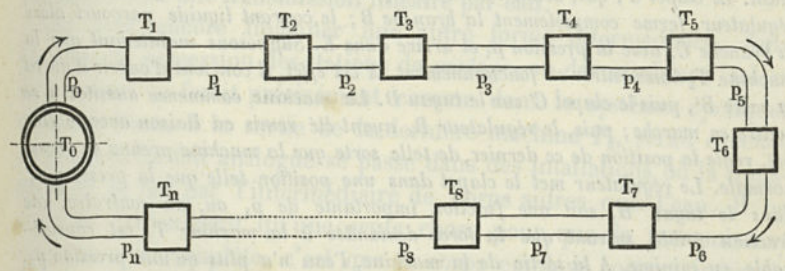
Transmission cyclique et transmission linéaire par tuyaux.

Avant de pouvoir passer aux comparaisons entre les divers modes de transmission, il convient de montrer (ce qui n'a été qu'indiqué au § 314, p. 881) que *la transmission par tuyau de conduite est susceptible d'être utilisée comme transmission cyclique, de même que la transmission par câble métallique.*

Si nous considérons en premier lieu la transmission par eau, et avant tout, celle à haute pression, nous trouvons qu'elle peut être utilisée de deux manières dans le système cyclique.

1er Exemple. *Avec le premier mode d'emploi, le courant d'eau possédant une pression p_0, qu'il a reçue dans l'usine de la force motrice T_0 (fig. 1094), arrive*

Fig. 1094.



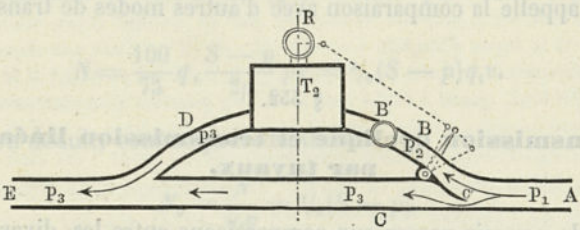
dans une première fabrique à desservir T_1, où il traverse une machine à colonne d'eau, et sort avec une pression moindre p_1. Il a donc travaillé dans T_1 avec la

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

pression p_0–p_1. Avec cette pression p_1, il pénètre dans une seconde fabrique T_2, de celle-ci dans une troisième, une quatrième, etc., et enfin dans la n^e fabrique T_n, en perdant chaque fois de la pression, jusqu'à arriver à la pression p_n, avec laquelle il rentre dans l'usine de force motrice T_0, pour y être de nouveau porté à la pression élevée p_0. Le procédé correspond exactement à celui qui a été indiqué (p. 837) pour la transmission par câble. Il suppose que les machines à colonnes d'eau (échappoirs) en $T_1, T_2, T_3 \ldots T_n$ soient toutes construites d'égale grandeur, de manière à laisser passer le courant entier, sans résistances nuisibles considérables. Une régulation de la marche, dans le genre de celle qui a été appliquée dans la machine de Helfenberger (p. 953), mériterait d'être recommandée. Il convient, d'ailleurs, de remarquer que le procédé n'a pas encore fait l'objet d'expériences bien complètes (1).

2° Exemple. *Le second procédé est représenté, sous forme schématique, par la figure* 1095. *Dans ce procédé, la conduite, pour chaque usine à desservir, est*

Fig. 1095.



munie d'un branchement, qui vient traverser la machine motrice (échappoir) T_2, pour rejoindre ensuite le tuyau principal. Le tuyau d'amenée A se bifurque, à la station de partage, en deux branches, B et C, dont la première est destinée à emprunter au courant une fraction du travail ($^1/_{10}$, $^1/_9$, $^1/_5$, etc.), qui lui a été incorporé à l'usine de la force motrice. Au point de bifurcation est disposé un clapet de division C', commandé par un régulateur tachométrique R, que met en mouvement la machine de station et qui doit avoir une action assez énergique pour remplir la fonction dont il est chargé (*V.* p. 960). *Le tuyau D, par lequel l'eau sort de la machine T_2, vient se réunir à la branche C du tuyau principal, pour former un tuyau unique E, destiné à conduire l'eau plus loin. Dans le tuyau d'amenée A, l'eau en mouvement possède une pression p_1; supposons que la machine T_2 ne soit plus en marche, par suite de la fermeture de la valve B', qui se manœuvre à la main. Le clapet C', qui, avant l'arrêt de T_2, a été relevé automatiquement par le régulateur, ferme complètement la branche B; le courant liquide parcourt alors la branche C, avec la pression p_1 et arrive dans E. Supposons maintenant que la machine T_2 doive entrer en fonctionnement. A cet effet, il convient d'ouvrir d'abord la valve B', puis le clapet C' sur le tuyau B. La machine commence aussitôt à se mettre en marche; puis, le régulateur R, ayant été remis en liaison avec le clapet, règle la position de ce dernier, de telle sorte que la machine prenne sa vitesse normale. Le régulateur met le clapet dans une position telle que la pression p_2, dans le tuyau B, soit une fraction importante de p_1 ou, au contraire, une fraction faible, suivant que la force demandée à la machine T_2 est considérable, ou minime. A la sortie de la machine, l'eau n'a plus qu'une pression p_3,*

(1) A Londres, la Hydraulic power Company a établi une transmission cyclique desservant une seule usine.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

qui agit comme contre-pression, de telle sorte que la machine travaille sous la pression effective p_2–p_3. L'eau, amenée par le tuyau A, qui ne traverse pas le clapet C', arrive dans le tuyau C avec la pression p_3. Le courant liquide, provenant de la réunion de C et de D, qui s'engage dans le tuyau E, avec la pression p_3, peut naturellement, en d'autres points de son parcours, actionner d'autres machines semblables, jusqu'à ce qu'il soit revenu à l'usine de force motrice. Là, s'il se trouve n'avoir plus qu'une pression très faible, on peut laisser couler l'eau dans une bâche, où elle est reprise par les pompes, destinées à lui redonner sa pression primitive p_1. Si l'eau, au contraire, possède encore, à son arrivée, une pression notable, rien n'empêche de relier le dernier tuyau d'écoulement au tuyau général d'aspiration des pompes, qui redonnent à cette eau une pression élevée et la lancent de nouveau dans le circuit. A notre connaissance, il n'a encore été fait jusqu'ici aucune application de ce second mode de transmission par l'eau.

L'emploi de la transmission cyclique par l'eau est à recommander, toutes les fois que les usines à desservir, ou les stations de partage, se trouvent réparties sur une assez grande étendue et peuvent être reliées facilement par une simple ligne de tuyaux, formant un circuit fermé. En hiver, quelques flammes de gaz suffisent pour maintenir les conduites à une température convenable et éviter ainsi les effets de la gelée; c'est ce qui résulte d'une expérience déjà longue sur les conduites des grues hydrauliques d'Armstrong.

En opposition à la transmission cyclique, vient se placer cette autre transmission par eau, dans laquelle le liquide, après avoir exercé son action dans la machine motrice, en sort avec une pression très basse, pour s'écouler directement au dehors. Une distinction de même nature est à faire également pour d'autres genres de transmission. D'une manière générale, nous désignerons, sous le nom *de transmission linéaire, toute transmission qui ne revient pas se terminer à son point de départ.*

L'ancienne transmission par câble (§ 299) était, d'après cela, une transmission linéaire, par rapport à la transmission cyclique, traitée au § 303, et la transmission par eau, avec évacuation au sortir de la machine, sera une transmission linéaire par eau.

On peut encore imaginer une autre forme intermédiaire, dans laquelle la succession des stations de partage, ou des machines isolées à desservir, se ferait précisément comme dans le système cyclique, mais où l'eau, à la sortie de la dernière machine T_n, serait évacuée au dehors. Un fait analogue se passe dans des intallations où la transmission se fait par l'intermédiaire de corps autres que l'eau. Il ne manque évidemment qu'une seule chose pour que la transmission cyclique soit complète, c'est que le corps employé comme intermédiaire soit ramené à l'usine de production de la force. On peut, dès lors, désigner cette disposition sous le nom *de transmission cyclique*

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

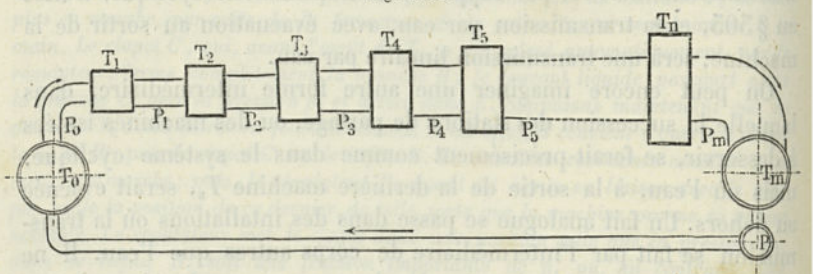
ouverte, par opposition à la transmission fermée, dont la figure 917 donne une représentation schématique.

3° Exemple. *L'emploi de la transmission par eau, à haute pression, se trouve tout particulièrement indiqué pour de grandes installations de gares de chemins de fer, où on peut l'utiliser pour commander aussi bien les nombreux appareils de levage (V. p. 324) que les cabestans pour les déplacements des wagons, les machines de lumière électrique, et la majeure partie des machines d'ateliers. Pour de semblables installations, un système mixte, obtenu par une combinaison convenable des deux systèmes cyclique et linéaire, semble devoir être recommandé de préférence. Une raison qui plaide en faveur d'une solution de ce genre, c'est que les appareils de levage hydrauliques sont plus faciles à disposer dans le système linéaire que dans le système cyclique. Par contre, les hautes pressions qu'on emploie, avec tant d'avantage, dans la transmission cyclique, semblent, au premier abord, constituer un obstacle au branchement d'une transmission linéaire sur une transmission cyclique; il est évident, en effet, qu'avec ces fortes pressions les pistons plongeurs des appareils élévatoires pourraient arriver à avoir des diamètres trop faibles, pour être en état de résister convenablement (comme pièces chargées debout) aux efforts de compression, transmis par leurs plates-formes. Cette objection est sérieuse, mais il est facile de la lever, en ayant recours à un artifice, l'introduction d'un levier hydraulique, établi d'après la disposition de la figure 956 a (p. 879). Il nous paraît inutile d'entrer ici dans les détails de la construction d'un dispositif de ce genre, qui ne présente aucune difficulté.*

4° Exemple. *Pour l'air comprimé, à haute comme à basse pression, on n'a utilisé jusqu'ici que la transmission linéaire (V. p. 880 et 881). Les machines à gaz ne fonctionnent que dans le système linéaire et il y a là une obligation, puisque le gaz doit être brûlé dans la machine motrice. Les moteurs à gaz, comme les moteurs dits à air, se trouvent classés, les uns à côté des autres, au point de vue de la conduite par tuyaux.*

5° Exemple. *Avec la vapeur, au contraire, la transmission cyclique se trouve utilisée, d'un côté, pour des installations de transmission à grande distance (New-York), de l'autre, et plus essentiellement encore, pour la transmission à faible distance. L'utilisation se fait, dans ce cas, sous une forme très parfaite, notamment*

Fig. 1096.



dans les machines à vapeur combinées, qui, comme on le sait, se trouvent constituer aujourd'hui le système en faveur dans la navigation à vapeur. Dans ces machines, de la vapeur à haute pression (15 à 18 atm.) agit d'après un système cyclique, disposé comme l'indique schématiquement la figure 1096. Dans chacune des stations,

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

qui sont établies très rapprochées les unes des autres, la vapeur subit un degré de détente plus prononcé que dans la précédente, puis, entre la station T_n et la chaudière à vapeur T_0, le condenseur par surface T_m (un bief à basse pression) lui communique la tension la plus faible qu'il soit possible d'atteindre, et elle est alors introduite de nouveau, sous forme d'eau, dans l'usine de production de force (la chaudière). Là l'eau se transforme tout d'abord en vapeur, et celle-ci, amenée à une haute tension, est renvoyée de nouveau dans le circuit.

Comme, à chaque nouvelle station, la vapeur éprouve une dilatation, il est indispensable, pour conserver au courant partout la même vitesse, d'augmenter la section de la conduite après chacune des stations, comme l'indique la figure 1096. Si la condensation, dans une machine, se fait par injection, on se trouve encore en présence d'une transmission cyclique, mais qui n'est plus fermée. Avec les machines combinées, on est arrivé à abaisser la consommation de charbon presque à la moitié de celle qui était nécessaire pour d'autres machines. Ici également, à ce point de vue économique, on peut constater l'analogie qui existe entre les transmisssions cycliques pour la vapeur et pour le câble métallique.

6e Exemple. *Dans la machine à air chaud de Lehmann, qu'on considère avec raison comme une machine à air fermée, on rencontre encore une transmission cyclique avec une seule station.*

Le système ordinaire de télégraphes électro-magnétiques constitue une transmission linéaire, bien qu'il semble, au premier abord, former une transmission cyclique. La batterie électro-chimique soutire ou enlève à la terre de l'électricité, qu'elle lance avec une certaine tension à la station d'arrivée; là cette tension s'abaisse et descend au niveau plus bas de la tension du sol. Il semble, d'ailleurs, possible de réaliser des transmissions cycliques sur le terrain électro-mécanique.

§ 353.

Effet spécifique des arbres de transmission.

Dans le chapitre IX, relatif aux arbres de transmission, nous n'avons pas fait intervenir la notion de l'effet spécifique et il convient, dès lors, de reprendre ici l'étude de ces arbres, à ce point de vue spécial. Pour un moment de rotation PR et un diamètre d'arbre d, en désignant par S la tension de glissement, à la circonférence de cet arbre, on a la relation $PR = S\,{}^{\pi}/_{16}\,d^3$ (V. p. 361). Si l'on prend ici le bras de levier $R = {}^1/_2\,d$, P devient l'effort qui agit à la circonférence de l'arbre et on a tout d'abord $P = S\,{}^{\pi}/_{8}\,d^2$. Si l'on désigne encore par v la vitesse tangentielle de l'arbre, le nombre N de chevaux que reçoit cet arbre a pour expression : $N = Pv : 75 = {}^1/_2\,S\,{}^{\pi}/_{4}\,d^2 v : 75$. Comme d'ailleurs ${}^{\pi}/_{4}\,d^2 = 100\,q$ (q étant la section de l'arbre en c. m. q.), cette expression devient :

$$N = {}^2/_3\,Sqv. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (348)$$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

et, par conséquent, l'effet spécifique de l'arbre est

$$N_0 = \frac{N}{qv} = {}^2/_3 S. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (349)$$

Cette expression, qui a une forme identique à celle de plusieurs expressions indiquées antérieurement, n'a pas une valeur numérique considérable, puisque la tension S se trouve ici forcément limitée par la considération de la torsion de l'arbre. Si l'on admet, comme au chapitre IX, que l'angle de torsion ne doit pas dépasser ${}^1/_{40}$ par mètre courant, on doit prendre $S \leqq {}^\pi/_{180} d$. Pour les arbres ordinaires de transmission, de 60 à 170^{mm} de diamètre, la valeur de S se trouve, d'après cela, varier de 1 à 3^k environ, de telle sorte qu'on a pour l'effet spécifique :

$$N_0 = {}^2/_3 \text{ jusqu'à } 2 \text{ au plus.} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (350)$$

En d'autres termes, ces arbres transmettent ${}^2/_3$ de cheval à 2 chevaux au plus, par centimètre carré de leur section et pour 1^m de vitesse à leur circonférence.

Dans l'emploi des arbres pour transmissions à grande distance, il y a lieu de prendre en très sérieuse considération leur frottement dans les tourillons. L'influence de ce frottement peut se déterminer, d'une manière générale, comme celle du frottement de l'eau dans le tuyau de conduite (§ 342). D'après la formule (100), la force tangentielle F, capable de surmonter le frottement des tourillons, est égale au poids de l'arbre multiplié par ${}^4/_\pi f$, c'est-à-dire qu'on a : $F = {}^4/_\pi f ({}^\pi/_4 d^2 : 10000)\, 10\, L.\, 7{,}78$, où L est la longueur de l'arbre (en mètres) et 7,78 le poids spécifique du fer. Il en résulte, pour le nombre N_1 de chevaux qu'absorbe le frottement : $N_1 = Fv : 75 = {}^4/_\pi f (q : 100)\, 10\, L.\, 7{,}78\, v : 75$, ou, en remplaçant f par 0,08, $N_1 = 4.\, 7{,}78.0{,}08.\, L\, qv : \pi.\, 10.\, 75 = Lqv : 946{,}4$, ou enfin, en arrondissant :

$$N_1 = \frac{L}{950} qv. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (351)$$

D'où l'on déduit pour la perte d'effet spécifique :

$$(N_1)_0 = \frac{N_1}{qv} = \frac{L}{950}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (352)$$

Cette perte par le frottement est bien loin d'être négligeable. En la rapportant au travail total, on a :

$$p_r = \frac{N_1}{N} = \frac{L}{950} \frac{qv}{N} = \frac{L}{950} \frac{1}{N_0}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (353)$$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

La valeur de p_r est, comme on le voit, inversement proportionnelle à l'effet spécifique. En remplaçant N_0 par sa valeur tirée de (350), nous obtiendrons :

$$\left.\begin{array}{lll} \text{Pour les arbres de } 60^{mm}. \ . \ . & p_r = \dfrac{L}{{}^2/_3 \,.\, 950}, & \text{soit } \dfrac{L}{640} \\ \text{—} \quad \text{—} \quad 170^{mm}. \ . \ . & p_r = \dfrac{L}{2 \,.\, 950} = \dfrac{L}{1900} & \end{array}\right\} \quad . \ . \quad (354)$$

640^m et 1900^m seraient, d'après cela, les limites qu'on ne saurait dépasser, pour la transmission à distance, dans les deux cas.

Infiniment plus avantageux que les arbres ordinaires, dont il vient d'être question, sont les arbres creux en acier, construits, dans ces derniers temps, au moyen des machines à tuyaux de Mannesmann. Ces arbres, préparés comme des tuyaux sans soudure, rigoureusement cylindriques, tournent, dans les paliers, sur des tourillons pleins en acier fondu, ou en acier mixte (1) (compound). Ordinairement, pour ces arbres, le rapport des diamètres intérieur et extérieur $\varphi = d_1 : d_0$ est pris égal à 0,9 et on donne aux tourillons pleins un diamètre $d' = 0{,}4\, d_0$. On obtient alors

$$N_0 = \frac{N}{qv} = {}^2/_3\, S(1 + \varphi^2), \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \quad (355)$$

ce qui, pour $\varphi = 0{,}9$, donne :

$$N_0 = {}^2/_3 \,.\, 1{,}81 S = 1{,}2 S. \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \quad (356)$$

c'est-à-dire une valeur plus grande que pour les arbres pleins (tout en continuant à prendre $S \leqq {}^\pi/_{180}\, d_0$, à cause de la torsion). Pour le frottement, ramené à la circonférence de l'arbre creux, on a : $F = {}^4/_\pi\, f\, [{}^\pi/_4\, d_0^2 (1 - \varphi^2) : 10000]\, 10\, L.\, 7{,}78 (d' : d_0)$, d'où l'on déduit, pour $d' = 0{,}4\, d_0$:

$$N_1 = \frac{0{,}4\, L}{950}\, qv = \frac{L}{2375}\, qv$$

ou, en divisant de nouveau par N :

$$p_r = \frac{N_1}{N} = \frac{L}{2375}\, \frac{1}{N_0}. \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad (357)$$

Pour les arbres de 60^{mm}, $N_0 = 1^{ch},2$ et pour ceux de 170^{mm},

(1) L'acier mixte de Mannesmann est formé, au centre, de fer doux et, à l'extérieur, d'acier fondu d'une grande dureté.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

$N_0 = 3^{ch},6$. En introduisant ces valeurs dans (357), la perte d'effet devient :

$$\left.\begin{array}{lll} \text{Pour les arbres de } 60^{mm}\ldots & p_r = \dfrac{L}{1,2\,.\,2375} = \dfrac{L}{2850} \\ \text{— \quad —} \quad 170^{mm}\ldots & p_r = \dfrac{L}{3,6\,.\,2375} = \dfrac{L}{8550} \end{array}\right\} \quad (358)$$

c'est-à-dire que, dans les deux cas, la perte est inférieure au quart de celle qui a été trouvée pour les arbres pleins.

Les arbres creux (1), pour la transmission à grande distance, se montrent donc bien supérieurs aux arbres pleins, en ce qui concerne la perte d'effet ; mais ils le sont encore bien plus, au point de vue de la consommation de matière, comme nous allons le voir.

Exemple. *Pour* $N = 60^{ch}$ *et* $n = 120$, *la formule* (359) *donne* $d_0 = 157\sqrt[4]{0,5} = 0,841.157 = 132^{mm}$, *au lieu de* $120\sqrt[4]{0,5} = 101^{mm}$, *pour un arbre plein en fer. Le poids de l'arbre creux est seulement* $(157:120)^2\,(1 - 0,81)$, *ou* $(1,31)^2.0,19$, *c'est-à-dire* 0,336 *du poids de l'arbre plein. On a d'ailleurs, pour la vitesse à la circonférence,* $v = 120.132:19101$, *soit* $0^m,83$. *Si, de prime abord, on choisissait cette*

(1) Ces arbres, de création tout à fait récente, n'ont pu, pour ce motif, être traités dans le chapitre IX. Nous donnons ici les formules les plus importantes qui s'y rapportent.

En conservant les désignations du texte (d_0 et d_1, diamètres extérieur et intérieur, $\varphi = d_1 : d_0$), si l'on suppose $\varphi = 0,9$, valeur qu'on adopte ordinairement, on a pour les arbres (toujours en acier), calculés au point de vue de la torsion (V. Form. (133) :

$$d_0 = 5,40\sqrt[4]{PR} = 157\sqrt[4]{\frac{N}{n}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (359)$$

Si, au lieu du nombre de tours n, on introduisait la vitesse tangentielle v, on aurait pour les mêmes arbres :

$$d_0 = 31,7\sqrt[3]{\frac{N}{v}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (360)$$

d_0 une fois déterminé, le nombre de tours n est donné par la formule :

$$n = \frac{19101}{d_0}v \quad \ldots\ldots\ldots \quad (361)$$

Si l'on avait simplement égard à la résistance, comme pour la formule (131), on trouverait :

$$d_0 = 2,46\sqrt[3]{\frac{PR}{S}} = 220\sqrt[3]{\frac{N}{nS}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (362)$$

Si φ n'est pas donné, *à priori*, comme précédemment, mais reste à choisir, on a :

$$d_0 = \frac{1,72}{\sqrt[3]{1-\varphi^4}}\sqrt[3]{\frac{PR}{S}} = \frac{153,9}{\sqrt[3]{1-\varphi^4}}\sqrt[3]{\frac{N}{nS}} \quad \ldots\ldots \quad (363)$$

On a, d'ailleurs, pour :

$d_1 : d_0 = \varphi =$	0,4	0,5	0,6	0,7	0,75	0,80	0,85	0,90
$1 : \sqrt[3]{1-\varphi^4} =$	1,01	1,02	1,05	1,10	1,14	1,19	1,242	1,427

Le rapport des poids des arbres creux et des arbres pleins est représenté par l'expression $(d_0^2 : d^2)\,(1 - \varphi^2)$.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

vitesse plus grande, égale, par exemple, à $1^m,5$, *ce qui, avec la petitesse du diamètre d' des tourillons, serait tout à fait plausible, on aurait, d'après la formule* (360), $d_0 = 31,7\sqrt[3]{60:1,5} = 31,7.3,42 = 108,4$, *soit* 108^{mm}, *et, par suite,* $d' = 0,4d_0 = 43^{mm}$; *le nombre de tours deviendrait* $n = 19101.1,5:108 = 265$. *Le poids de l'arbre serait* $0,19\,(108:101)^2$, *soit* 0,22 *du poids de l'arbre plein, tournant à* 120 *tours. La perte par le frottement ne serait que* 0,26 *de celle de l'arbre plein.*

§ 354.

Valeurs spécifiques des transmissions à grande distance.

Dans les deux paragraphes précédents, la comparaison des effets spécifiques de différentes matières, employées pour transmettre le mouvement, nous a permis de mettre en évidence plusieurs points d'une certaine importance, et cependant il ne nous est pas encore possible d'établir une comparaison complète des différentes espèces de transmissions à grande distance, tant que nous faisons abstraction des particularités de construction inhérentes à chacune d'elles. Ce qui nous manque, pour cela, c'est la détermination de la quantité de matière du corps chargé de conduire la force à de grandes distances. Une étude entreprise dans ce but peut toujours fournir certaines indications générales, et même permettre d'arrêter un jugement définitif, du moment où l'on connaît le prix de revient de l'installation pour chacune des matières utilisées.

La quantité de matière, qu'une transmission à distance exige pour l'élément chargé plus spécialement du transport de la force, peut s'exprimer, comparativement, par le nombre de chevaux que conduit 1 *kilogramme de la matière, pour une distance donnée entre le point d'introduction de la force et le point d'utilisation de cette même force.*

Il est rationnel de désigner cette valeur sous le nom de *valeur spécifique de transmission à distance.* Si elle est élevée, le mode de transmission est avantageux; si elle est faible, au contraire, le procédé de transmission doit être considéré comme défavorable, au moins pour les installations dans lesquelles la distance se trouve jouer un certain rôle.

Dans tous les cas considérés, l'organe transporteur de la force se présente, plus ou moins, comme une espèce de tige, de section constante q, qui est en mouvement tout le long de la section et dont la longueur est mesurée par la distance A entre le point d'introduction de la force et son point d'utilisation. Comme unité de mesure pour les

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

longueurs, nous prendrons une longueur A_0. Le poids G de la portion de l'élément transporteur correspondant à cette longueur est alors :

$$G = 10 A_0 \frac{q}{100} \sigma. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (364)$$

où σ est le poids spécifique de l'élément et où les volumes sont rapportés au décimètre cube.

Le long de la section A_0, le travail transmis, mesuré en chevaux, est

$$N = N_0 qv.$$

Si nous divisons cette valeur par la précédente, nous obtiendrons la valeur spécifique cherchée. Il nous reste seulement à adopter, pour A_0, une valeur fixe, qui, naturellement, sera conventionnelle. Nous prendrons $A_0 = 10$ mètres et nous désignerons par N_x le quotient $N : G$. Dans ces conditions, nous aurons, pour la valeur spécifique d'une transmission à distance :

$$N_x = N_0 \frac{v}{\sigma}, \quad \text{ou encore} \quad N_x = C \frac{2}{3} \frac{Sv}{\sigma} \quad . \quad . \quad . \quad (365)$$

Cette valeur s'applique aux divers modes de transmissions considérés, sous une réserve, toutefois, pour la transmission linéaire, avec courroie et câble, puisque, dans ces genres de transmission, l'organe de traction est à porter aussi bien en avant qu'en arrière, c'est-à-dire qu'on doit compter le brin menant et le brin mené, ce qui double la valeur de G et donne pour les cas de ce genre :

$$N_x = \frac{N_0}{2} \frac{v}{\sigma}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (366)$$

Dans la transmission cyclique par câble, au contraire, c'est la formule (365) qui est applicable, puisqu'il n'y a qu'un câble unique en circulation sur tout le parcours et que A doit, par suite, être compté jusqu'à la dernière station, laquelle, en général, peut être supposée située tout contre l'usine de la force motrice. Les valeurs qu'on tire des formules pour N_x sont très remarquables, car elles mettent nettement en évidence les différences énormes, inattendues, qui existent entre les divers modes de transmissions à distance. Là où une grande vitesse de l'élément transporteur se trouve réunie à une forte tension, la valeur spécifique se trouve très élevée; là, au contraire, où ces deux quantités restent faibles, comme elles entrent toutes les deux en facteurs, la valeur spécifique se trouve aussi notablement basse. Le tableau suivant donne, sous une forme bien visible, les rapports des valeurs de N_x, fournies par les formules, pour une série de transmissions.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

ORGANES TRANSPORTEURS	v	S	σ	N_0	N_x	VALEURS PROPORTIONNELLES	
Câble en fils d'acier, transmission cyclique.	30^m	15^k	9,0	10	33 1/3		100
Câble en fils d'acier, transmission linéaire.	30	15	9,0	10	16 2/3		50
Câble en fils de fer, transmission cyclique.	30	6	9,0	4	13 1/3		40
Tuyau de conduite en acier.	4	24	7,78	16	8,26		24,8
Câble en fils de fer, transmission linéaire.	30	6	9,0	4	6 2/3		20
Courroie en cuir, transmission linéaire. .	30	0,38	1,0	1/5	6,0		18
Tuyau de conduite en fer	4	12	7,78	8	4,13		12,4
Câble en chanvre, transmission linéaire. .	30	0,17	1,0	1/12	2,5		7,5
Tuyau de conduite en fonte.	4	4,5	7,78	3	1,55		4,6
Arbres creux en acier.	2	3	7,78	3,6	0,92		2,8
Arbres pleins en acier ou en fer.	1	3	7,78	2	0,26		0,8

Observations relatives au tableau. — *Les tensions, dans l'organe transporteur, figurent avec les valeurs maxima, qui semblent admissibles, ou qui ont subi l'épreuve de l'expérience, mais sans atteindre les limites supérieures. La valeur de σ pour les fils métalliques a été fixée d'après les indications de la page* 799. *Ce qui saute aux yeux tout d'abord, dans ce tableau, c'est l'énorme supériorité de la transmission par câble métallique, surtout lorsque le câble est en fils d'acier, et c'est là ce qui explique le grand nombre de ses applications. Il est à remarquer pourtant qu'on n'a pas supposé ici le câble métallique placé dans les meilleures conditions qu'il serait possible de réaliser; nous avons vu, en effet, que par l'addition d'une contre-poulie, dans l'usine de la force motrice, on peut augmenter la valeur de* N_0 *dans le rapport de* 1 *à* $^2/_3$ (*formule* 310).

Non moins frappante que la supériorité du câble métallique, apparaît la faiblesse de N_x *pour les arbres de transmission et surtout pour les arbres pleins, qui se trouvent occuper le dernier rang. La transmission par arbres creux, de création récente, bien que notablement préférable à la précédente, n'a cependant encore qu'une assez faible valeur, comme transmission à grande distance.*

Les tuyaux sans soudure en fer, et surtout en acier, assurent à la commande par tuyaux de conduite un rang assez élevé. Pour éviter toute erreur, il convient de remarquer que v désigne, dans ce cas, la vitesse du fluide dans le tuyau. Les transmissions par la vapeur et l'air ne sont pas séparées de la transmission par eau, puisqu'il s'agit ici uniquement du poids de la conduite. Une circonstance qui mérite encore d'être signalée, c'est que l'inverse de N_x *est proportionnel au poids de l'élément transporteur* ($G_x = N : N_x$), *abstraction faite, bien entendu, des accessoires, brides, manchons, etc. D'après cela, s'il s'agit, par exemple, de transmettre, à* 300 *mètres, une force de* 200^{ch} *au moyen d'eau comprimée, le tuyau en acier (quelque élevée que soit la pression choisie), pour* $A = 300 = 30.10$, *aura, sans les accessoires, un poids de* $30.200 : 8{,}26 = 726^k$, *en supposant l'épaisseur calculée de telle sorte que la matière supporte une tension de* 24^k *et le diamètre intérieur déterminé pour une vitesse d'eau de* 1^m. *Ce mode de calcul sommaire offre une certaine utilité pour des évaluations générales. Dans l'étude d'un projet de transmission à grande distance, on ne doit, d'ailleurs, pas perdre de vue que la diminution des tensions et des vitesses a pour effet d'abaisser, dans une très forte proportion, la valeur spécifique de la transmission.*

Les valeurs de N_x, inscrites dans le tableau, sont des valeurs brutes; elles correspondent au travail introduit dans chaque transmission. Une autre question qui se présente est relative aux valeurs nettes $(N_2)_x$, c'est-à-dire au quotient $N_2 : G$, rapport du travail cédé par la transmission dans les stations au poids de l'élément transporteur. Cette question n'est pas aussi simple à résoudre que la précédente. En réalité, les pertes d'effet, qui se produisent dans la transmission à distance, et qui sont dues aux frottements, à la raideur, à la résistance du milieu, aux remous, aux tourbillonnements, aux chocs, au refroidissement, etc., dépendent trop des particularités des diverses dispositions, pour qu'il soit possible de les comprendre dans des expressions applicables à tous les systèmes; elles ne peuvent guère être déterminées que par une étude complète de chacun de ces systèmes. Toutefois, il

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

est toujours possible, comme nous allons le voir, d'arriver à un aperçu limité, et d'en tirer au moins certaines indications.

Plus grand est le nombre de chevaux qu'un kilogramme de l'organe transporteur peut conduire à une même distance, plus faible est, pour une valeur donnée du travail, la charge que cet organe fait supporter aux paliers et autres pièces du même genre, et, comme les masses qui interviennent sont plus petites, plus faibles aussi sont les frottements et les autres résistances nuisibles; en d'autres termes : *plus grande est la valeur spécifique d'une transmission à distance, plus faible aussi est, en général, la quote-part des résistances nuisibles.*

Les valeurs brutes, rassemblées dans le tableau précédent, peuvent donc, pour ce motif, donner une certaine idée des rapports des pertes d'effet. Les valeurs de N_x, si elles ne sont pas, d'une manière rigoureuse, inversement proportionnelles aux pertes résultant des résistances nuisibles, varient du moins en sens opposé, de telle sorte que *les valeurs nettes* $(N_2)_x$ *sont encore plus avantageuses que les valeurs brutes* (N_x) *calculées précédemment*, en ce sens que les valeurs élevées de N_x perdent relativement moins que les valeurs faibles, quand on porte en déduction les pertes d'effet.

C'est un point qui se trouve mis nettement en évidence, quand on compare une transmission par câble métallique avec une transmission par arbres. Une comparaison de ce genre est possible, puisque les pertes d'effet de la transmission par arbres sont faciles à calculer, d'une manière générale, d'après ce qui a été indiqué précédemment, et que des mesures de puissance ont été faites sur un certain nombre de transmissions par câbles existantes.

La transmission par câbles en fils de fer d'Oberursel, qui a été traitée au § 302, et qui rentre dans le système linéaire, éprouve, avec la disposition adoptée pour l'installation, une perte qui représente, en nombre rond, 14 p. 0/0 de la puissance totale de 104^{ch}, introduite au départ, pour être transportée à une distance de 966^{m}. Si nous supposons que, pour cette même distance, la transmission se fasse par arbres (pleins), la perte, par le frottement, calculée par la formule (353) sera $p_r = 966 : 950 N_0$; en prenant $N_0 = 2$, ce qui est une valeur élevée, nous obtiendrons $p_r = 0{,}502$, soit 0,50. La valeur nette de la transmission à distance $(N_2)_x$ atteint d'après cela :

dans la transmission par câble $(1 - 0{,}14)\, 6\,{}^2/_3 = 5{,}73$;
dans la transmission par arbre $(1 - 0{,}50)\, 0{,}26 = 0{,}13$.

Par conséquent, le rapport, qui pour les valeurs brutes, dans les deux modes de transmission, est de 20 : 0,80, s'abaisse, pour les valeurs nettes, à 5,73 : 0,13, c'est-à-dire à 20 : 0,46. La perte due

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

au frottement des arbres s'élevant à 52^{ch} environ, il en résulte que, à l'époque des basses eaux, où la turbine ne fournit que $40^{ch},3$, cette dernière force ne serait pas même en état de faire tourner à vide toute la transmission dans ses paliers. Nous avons montré précédemment (p. 835) que la transmission par câble, choisie ici comme exemple, pourrait être disposée d'une manière beaucoup plus avantageuse et avec beaucoup moins de perte.

Il est facile de comprendre qu'on doive arriver à de semblables résultats, si l'on veut bien remarquer que le câble métallique travaille avec une très grande vitesse et une tension élevée et que, de plus, les tourillons des poulies qui le supportent n'ont qu'une vitesse relativement faible à leur circonférence ($^1/_{30}$ environ de la vitesse v du câble), tandis que, d'un autre côté, l'arbre de transmission ne peut travailler qu'avec une faible tension; il ne peut, en outre, avoir qu'une assez faible vitesse à sa circonférence et c'est avec cette même vitesse qu'il doit vaincre les résistances du frottement dans ses paliers. On voit ici, d'une manière évidente, les raisons très sérieuses pour lesquelles il convenait d'introduire dans les mécanismes de transmission (trains) des dispositions analogues à celles que la transmission par câble en chanvre avait apportées avec elle.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

CHAPITRE VINGT-CINQUIÈME

RÉSERVOIRS DANS LES BIEFS POUR ORGANES DE PRESSION

§ 355.

Des différentes espèces de réservoirs.

Les éléments les plus importants des biefs pour organes de pression sont les vases, les réservoirs, les bassins, les chambres, dans lesquels les organes de pression sont admis, en quantités plus ou moins considérables, pour être ensuite mis en action, à certains moments, soit par sur-pression, soit par sous-pression; dans le premier cas, le bief est dit à haute pression et, dans le second, à basse pression. Les deux biefs d'un canal de navigation, situés de part et d'autre d'une seule et même chambre d'écluse, représentent ces deux espèces. Les biefs en usage dans la mécanique industrielle sont très nombreux, ainsi que nous l'avons déjà indiqué au § 314. Nous allons aborder ici l'étude de leurs réservoirs, mais en nous limitant, bien entendu, à ceux que le constructeur de machines a à établir, c'est-à-dire aux réservoirs en fonte, en fer, en cuivre et en acier. Ces appareils, qu'on rencontre en usage, pour les liquides comme pour les gaz, constituent, dans la plupart des cas, des objets de fabrication spéciale. Quand il est muni de tous les dispositifs nécessaires pour le remplissage et la vidange, ainsi que pour l'introduction et le maintien de l'état de pression à l'intérieur (sur-pression ou sous-pression), le réservoir se trouve constituer le bief, qui, ainsi que nous l'avons montré au chapitre XXIII, doit être considéré comme dérivé des mécanismes de détentes. Dans les différents cas, nous devrons nous borner à mentionner ces dispositifs d'une façon accessoire ou, tout au plus, d'une manière sommaire, puisque l'élément de construction, proprement dit, que nous avons à traiter ici, est uniquement le réservoir.

§ 356.

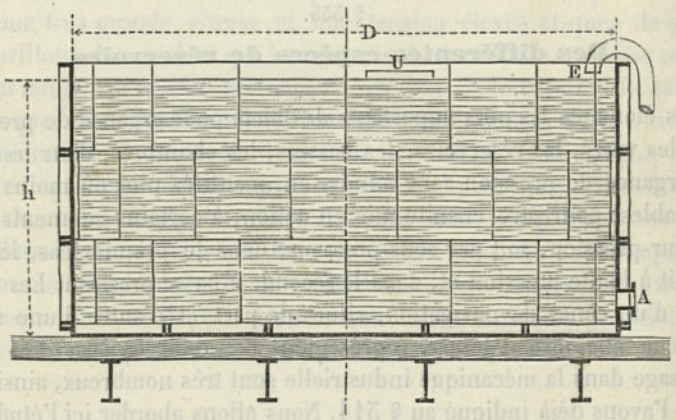
Réservoirs en fonte.

Les réservoirs en fonte, à parois planes, ne conviennent que pour de faibles quantités de fluides et nous pouvons ici les laisser de côté.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Pour des volumes considérables, la forme cylindrique est beaucoup plus satisfaisante, au point de vue de la résistance. Des réservoirs ronds en fonte peuvent être établis, dans de bonnes conditions, pour des volumes d'eau allant à 30 mètres cubes, et même au delà. Déjà, au chapitre IV, nous avons signalé une bonne disposition de réservoir en fonte, établie par l'usine de Lauchhammer, à Gröditz, et qui a trouvé de nombreuses applications. La figure 1097 représente un réservoir de

Fig. 1097.



ce genre. *E* est l'introduction de l'eau, *A* la sortie, *U* le trop-plein. L'épaisseur des parois δ est de 6 à 7^{mm}. On place le fond plat sur un fort plancher en bois, bien de niveau, qui est supporté par une série de poutres en fer. L'assemblage des rebords et, d'une manière générale, la formation des parois, ont été indiqués précédemment avec quelques détails (p. 231). Si h désigne le maximum de hauteur de l'eau dans ce réservoir, la pression exercée sur le fond, par mm.q, est $p = {}^{h}/_{1000}$ et la formule (324) donne, pour l'épaisseur δ des parois, avec une approximation suffisante :

$$\frac{\delta}{D} = \frac{1}{2}\frac{p}{S} = \frac{h}{2000\,S} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (367)$$

D désignant le diamètre intérieur et h étant exprimé en mètres.

Exemple. *Pour* $\delta = 6^{mm}$, $D = 3000^{mm}$, $h = 3^{m}$ (1), *on tire de la formule* $S = h.D : 2000.\delta = 3.3000 : 2000.6 = 0^{k},75$, *valeur assez faible pour que le réservoir présente toute sécurité au point de vue de la résistance. Si, pour l'assemblage des rebords verticaux, on emploie des boulons de* 10^{mm} *de diamètre, qui, d'après la table*

(1) On obtient le minimum de surface pour le réservoir, en prenant $h = {}^{1}/_{2}D$. — On a, en effet, pour cette surface, $F = h\pi D + {}^{\pi}/_{4}D^{2}$, et le volume $Q = {}^{1}/_{4}\pi D^{2}h$. — On a alors pour le minimum de F, $-4Q : D^{2} + {}^{\pi}/_{2}D = 0$, d'où l'on tire, en remplaçant, $h = {}^{1}/_{2}D$.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

du § 81, peuvent supporter, en toute sécurité, 125^{k}, l'effort, qui, près du fond, tend à séparer les deux moitiés, sera, pour une hauteur de 100^{mm}, représenté par $100.D.p = 100.D.h : 1000$, *de telle sorte que, si n est le nombre de boulons employés sur cette même hauteur et de chaque côté, on aura :* $100D.h : 1000 = 2n.125$.

Le nombre des boulons nécessaires sera donc $n = 100.3000.3 : 1000.250 = 3,6$, *ce qui donne, pour l'écartement de ces boulons,* $100 : 3,6 = 27,8$, *soit* 28^{mm}. *Cet écartement peut être conservé sur la moitié de la hauteur environ, mais au-dessus il peut être augmenté, sans inconvénient, et porté, par exemple, à* 50^{mm}. *La capacité totale du réservoir est* $3.7,07 = 21$ *m. c.*

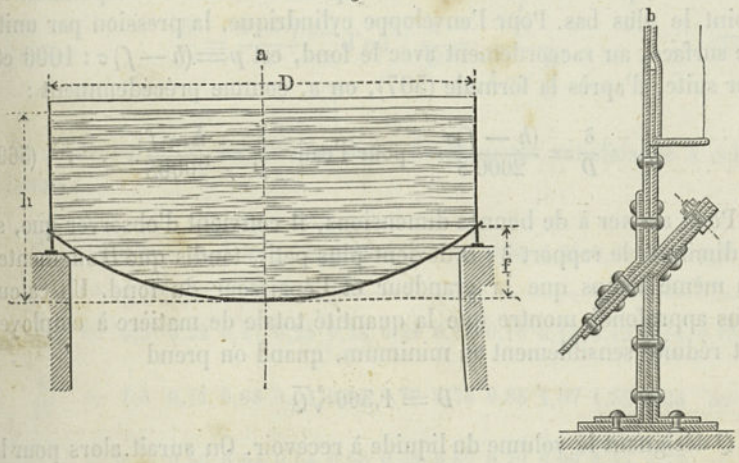
Dans les réservoirs du genre de celui dont il s'agit ici, on ne peut recevoir que des liquides n'attaquant pas le caoutchouc, lequel sert comme garniture des joints.

§ 357.

Réservoirs rivetés.

Les réservoirs, destinés à emmagasiner de grandes quantités de liquides, s'établissent en fer ou en acier, et on doit, dès lors, recourir au rivetage, Pour les réservoirs de très grande capacité, les fonds plats présentent certaines difficultés. Sans doute on a souvent construit, aux États-Unis, de puissants réservoirs de pétrole à fond plat, reposant sur un radier de ciment; on a également établi de grands réservoirs d'eau en Allemagne et dans d'autres pays, en prenant simplement la précaution de donner au fond plat un appui convenable; mais il n'en est

Fig. 1098.



pas moins vrai que les fonds bombés, qui offrent d'ailleurs l'avantage de pouvoir être constamment visités à l'extérieur, entraînent, pour l'ensemble de la construction, une dépense moindre de matière.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Une forme très utilisable, et qui est fréquemment employée, est celle de la figure 1098 *a*, dans laquelle le fond est constitué par une calotte sphérique; le réservoir repose, par son pourtour, sur une couronne annulaire rivée, laquelle est supportée par un massif creux en maçonnerie. La figure 1098 *b* représente une disposition de cette couronne, qui a été indiquée par le professeur *Intze*. La traction dans la direction inclinée de l'attache du fond est reçue par la moitié inférieure de la couronne, tandis que la moitié supérieure sert à soutenir le réservoir dans la direction verticale. Une cornière, disposée sur tout le pourtour, sert, en outre, à renforcer notablement la paroi du réservoir dans le sens horizontal.

Le calcul du fond peut se faire de la manière suivante : pour un rayon R de la calotte sphérique on a, d'après le cas n° II (p. 52), $\delta_1 : R = p : 2S_1$, en désignant par δ_1 l'épaisseur de la paroi et par S_1 la tension engendrée par p. Maintenant, le point le plus bas de la calotte supporte la pression la plus forte, correspondant à la colonne de liquide h, et, si σ est le poids spécifique de ce liquide, on a $p = h\sigma : 1000$, et par suite :

$$\frac{\delta_1}{R} = \frac{h\sigma}{2000 S_1}, \quad \text{pour l'eau} \quad \frac{\delta_1}{R} = \frac{h}{2000 S_1}. \quad . \quad . \quad . \quad (368)$$

Pour tout point plus élevé de la calotte, la colonne de pression est plus faible et, à la naissance, la valeur h se trouve réduite de la hauteur de la flèche f. Mais si, pour simplifier, on donne partout la même valeur à δ_1, il est nécessaire d'adopter la valeur correspondant au point le plus bas. Pour l'enveloppe cylindrique, la pression par unité de surface, au raccordement avec le fond, est $p = (h - f)\sigma : 1000$ et, par suite, d'après la formule (367), on a, comme précédemment :

$$\frac{\delta}{D} = \frac{(h-f)\sigma}{2000 S}, \quad \text{pour l'eau} \quad \frac{\delta}{D} = \frac{h-f}{2000 S}. \quad . \quad . \quad . \quad (369)$$

Pour arriver à de bonnes dimensions, il convient d'observer que, si h diminue, le rapport $\delta : D$ devient plus petit, tandis que D augmente, en même temps que la grandeur et l'épaisseur du fond. Un calcul plus approfondi montre que la quantité totale de matière à employer est réduite sensiblement au minimum, quand on prend

$$D = 1{,}366 \sqrt[3]{Q}$$

Q désignant le volume du liquide à recevoir. On aurait alors pour la hauteur h de la partie mouillée sur l'enveloppe cylindrique :

$$H + \frac{f}{2} = h - \frac{f}{2} = \frac{D}{2}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (371)$$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

C'est à ce résultat qu'on arrive si, ce qui est parfaitement admissible, on considère la calotte sphérique comme une portion de paraboloïde. Les rapports les plus avantageux, au point de vue de l'emploi de la matière pour la paroi, se trouvent, d'après cela, concorder avec ceux qui ont été indiqués précédemment pour le minimum de la surface extérieure (V. la remarque du § 356).

1er Exemple. *Pour* $Q = 1200^{mc}$, *on devrait, d'après la formule* (370), *prendre* $D = 1{,}366\sqrt[5]{1200} = 1{,}366.10{,}6 = 14^{m},48$; *dans un réservoir, calculé avec beaucoup de soin (à Hall), on a pris* $D = 16^{m}$. *Pour* $Q = 2000^{mc}$, *la formule donnerait* $D = 1{,}366\sqrt[5]{2000} = 17^{m},21$; *pour un réservoir de cette capacité (à Essen), on a adopté* $D = 18^{m}$. *Au château d'eau de la distribution de Neustassfurt, on a* $Q = 600^{mc}$ *et* $D = 12^{m}$; *la formule donnerait* $D = 1{,}366\sqrt[5]{600} = 11^{m},52$. *Dans les trois cas, la concordance est très satisfaisante.*

La valeur f de la flèche, pour une valeur donnée de R, est fournie pour la relation $2Rf - f^2 = {}^1/_4 D^2$, d'où l'on tire :

$$\frac{f}{D} = \frac{R}{D} - \sqrt{\left(\frac{R}{D}\right)^2 - \frac{1}{4}}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (372)$$

Il semble convenable, bien que ce ne soit pas précisément nécessaire, de choisir R de telle sorte que $\delta_1 = \delta$, pour $S = S_1$. En égalant les valeurs de δ et de δ_1, on se trouve conduit à la condition

$$\frac{R}{D} = \frac{h - f}{h}, \quad \text{d'où} \quad \frac{h}{D} = \frac{\frac{f}{D}}{1 - \frac{R}{D}}. \quad . \quad . \quad . \quad (373)$$

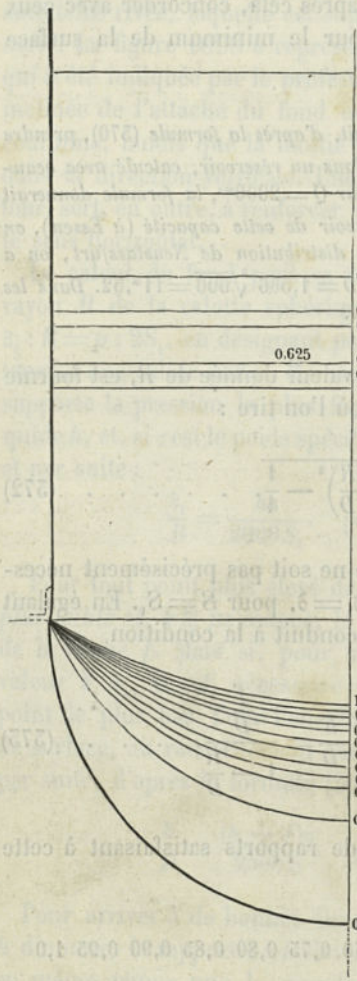
La table suivante donne une série de rapports satisfaisant à cette relation :

$\frac{R}{D}$ =	0,5	0,55	0,60	0,625	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	1,0
$\frac{f}{D}$ =	0,5	0,32	0,27	0,25	0,23	0,21	0,19	0,18	0,16	0,15	0,14	0,134
$\frac{h}{D}$ =	1,0	0,71	0,68	0,67	0,66	0,70	0,76	0,88	1,07	1,52	2,84	∞
$\frac{h-0,5f}{D}$ =	0,75	0,55	0,54	0,54	0,56	0,59	0,67	0,79	0,99	1,45	2,77	∞
$\frac{2}{3}\left(\frac{f}{D}\right)^2$ =	0,17	0,07	0,05	0,04	0,03	0,03	0,02	0,02	0,02	0,02	0,01	0,01

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

La figure 1099 représente graphiquement ces mêmes rapports, lesquels sont très intéressants. On voit tout d'abord que l'on ne peut arriver à $\delta_1 = \delta$, pour $S_1 = S$, qu'à la condition de prendre toujours $R < D$; en second lieu, que le rapport le plus favorable, entre la hauteur et le diamètre, se produit sensiblement pour une valeur de $R : D$ voisine de 0,60, en même temps que, pour cette valeur, $h - 0{,}5\,f$ se rapproche beaucoup de $0{,}5\,D$; toutefois, il ne fait que s'en rapprocher. Par conséquent, *les deux conditions du minimum d'emploi de matière et de l'égalité des épaisseurs* ($\delta_1 = \delta$) *ne peuvent pas être complètement satisfaites en même temps.* On arrive à des rapports d'un emploi avantageux, en arrondissant par le bas (en diminuant) les résultats fournis pour D par la formule (370).

Fig 1099.



La valeur $R = 0{,}5\,D$, qui donne le fond hémisphérique, semble être d'autant plus satisfaisante qu'en disposant la couronne de support à la ligne de raccordement avec la partie cylindrique, il ne se produit aucune traction latérale, susceptible de comprimer cette couronne, comme cela a lieu dans tous les autres cas. Toutefois, l'exécution de l'hémisphère, au point de vue technique, présente de telles difficultés qu'on est, en général, peu disposé à recourir à son emploi.

2e Exemple. *On donne* $Q = 1500^{mc}$. *Nous allons chercher tout d'abord à obtenir le minimum de surface extérieure. Nous devrons alors, d'après* (370), *prendre* $D = 1{,}366\,\sqrt[5]{1500} = 15{,}634$, *soit* $15^m,64$ *et, d'après* (371), $h - 0{,}5f = 0{,}5D = 7^m,82$; *en partant de là pour calculer Q, on trouve* $Q = 7{,}82.15{,}64^2.\pi/4 = 7{,}82.192 = 1497^{mc},6$, *valeur suffisamment rapprochée du volume demandé. Choisissons*

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

maintenant $f = 0{,}21\,D = 0{,}21.15{,}64 = 3^{m},28$. *A ce rapport correspond, d'après la table,* $R = 0{,}7\,D = 0{,}7.15{,}64 = 10^{m},95$. *La formule* (371) *donne ensuite* $h = 0{,}5\,D + 0{,}5f = (0{,}5 + 0{,}105)\,D = 0{,}605\,D = 9^{m},46$. *La hauteur de la surface mouillée,* $H = h - f = (0{,}605 - 0{,}21)\,D = 0{,}395\,D = 6^{m},18$. *Maintenant, avec* $S = 5$, *à la partie inférieure du cylindre, on a :*

$$\delta = D.H.1000 : 2000.5 = 0{,}395\,D^{2}.1000 : 2000.5.$$

et pour le fond,

$$\delta_{1} = R.h.1000 : 2000.5 = 0{,}7.0{,}605\,D^{2}.1000 : 2000.5.$$

On tire de là $\delta_{1} : \delta = 1{,}07$; *la tôle du fond doit donc avoir une épaisseur supérieure de 7 % à celle de la partie inférieure de la paroi. Si nous supposons cette paroi composée de sept viroles, dont six de* 1^{m} *et l'autre de* $0^{m},40$, *nous aurons pour les hauteurs de pression sur les bords inférieurs de ces viroles :*

Hauteurs de pression :	$6^{m},18$	$5{,}18$	$4{,}18$	$3{,}18$	$2{,}18$	$1{,}18$	$0^{m},18$
Valeurs calculées de δ *:*	$9^{mm},67$	$8{,}10$	$6{,}54$	$4{,}97$	$3{,}41$	$1{,}85$	$0^{mm},28$
Valeurs à adopter :	$10^{mm},00$	$8{,}00$	$7{,}00$	$6{,}00$	$6{,}00$	$6{,}00$	$6^{mm},00$

Il convient de ne pas descendre au-dessous de 6^{mm}, *au point de vue du mattage. L'épaisseur du fond sera, d'après ce que nous avons vu,* $\delta_{1} = 1{,}07\,\delta = 1{,}07.9{,}67 = 10{,}547$, *soit* $10^{mm},5$. *En ce qui concerne la rivure, nous pourrions adopter la rivure ordinaire de chaudières et, d'après la table du* § 59, *le diamètre des rivets, pour* $\delta = 10^{mm}$, *serait* $d = 19^{mm}$, *en même temps que le module de force* φ'' *serait* $0{,}47$, *pour une rivure simple; la tension serait alors* $5.10 : 9{,}67.0{,}47 = 11^{k},11$, *valeur trop forte. Il convient alors de recourir à une rivure double, au moins pour les deux viroles inférieures, et comme, dans ce cas,* $\varphi''_{2} = 0{,}59$, *la tension ne sera plus que* $5.10 : 9{,}67.0{,}59 = 8^{k},76$. *On devra également adopter la rivure double pour le fond.*

3e Exemple. *On donne de nouveau* $Q = 1500^{mc}$. *Nous allons procéder cette fois de telle sorte que* $\delta_{1} = \delta$, *et nous arrondirons la valeur précédemment trouvée pour D, en l'abaissant à* $15^{m},20$. *Pour obtenir, autant que possible, l'égalité de* δ_{1} *et de* δ, *nous choisirons* $R : D = 0{,}625$ *et, par suite,* $f = 0{,}25\,D = 3^{m},8$. *Nous aurons ensuite* $h = 0{,}67\,D = 0{,}67.15{,}2 = 10^{m},18$, *puis* $h - 0{,}5\,f = (0{,}67 - 0{,}125)\,D = 0{,}545\,D = 8^{m},28$. *On déduit de là :* $Q = 8{,}28.15{,}2^{2}.\pi/4 = 8{,}28.181{,}5 = 1502^{mc},8$, *valeur qui se rapproche suffisamment de celle qui est donnée. On a, en outre,* $H = h - f = (0{,}67 - 0{,}25)\,D = 0{,}42.15{,}2 = 6^{m},38$. *Nous obtenons maintenant pour la partie inférieure du cylindre*

$$\delta = 0{,}42\,D^{2}.1000 : 2000.5 = 0{,}42\,D^{2}.1000 : 10\,000.$$

et, pour le fond,

$$\delta = 0{,}625.0{,}67\,D^{2}.1000 : 2000.5 = 0{,}42\,D^{2}.1000 : 10\,000.$$

c'est-à-dire que $\delta = \delta_{1}$, *comme nous nous l'étions imposé. L'épaisseur véritable de la tôle (en mm) pour la virole inférieure devient :* $\delta = 0{,}42.15{,}2^{2} : 10 = 9^{mm},70$, *que nous pouvons porter à* 10^{mm}; *en définitive, nous arrivons aux mêmes épaisseurs de tôle pour la partie cylindrique que précédemment. Le réservoir tout entier est un peu plus lourd que dans la solution précédente, comme on pouvait le prévoir; mais la différence est très faible et n'est que de 1 p. % environ.*

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

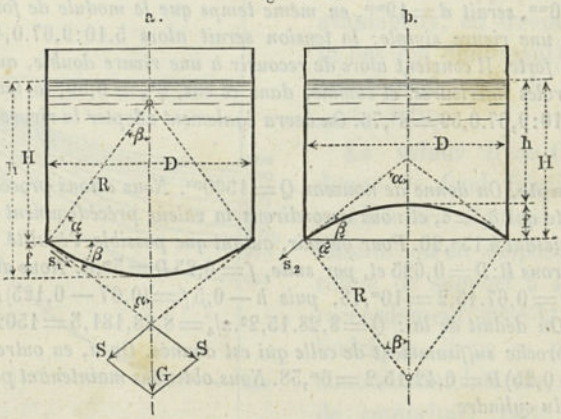
§ 358.

Réservoir avec fond renversé ou concave.

Les forces latérales dont nous avons mentionné précédemment l'existence, au raccordement du fond d'un réservoir avec le cylindre, ainsi que, d'une manière générale, les actions intérieures qui se développent dans ce fond lui-même, ont été l'objet, de la part du professeur Intze, d'une étude approfondie et féconde, qui a amené, en Allemagne, une transformation complète de la construction des réservoirs rivetés et lui a donné un très grand développement. Les calculs que nous donnons ci-après peuvent être considérés comme le complément de ces recherches si intéressantes. Les formules se présentent sous une forme quelque peu différente de celles de Intze, plus facile à saisir et qui permet, le plus souvent, de les déduire plus simplement les unes des autres.

La figure 1100 représente la fermeture d'un réservoir par une calotte sphérique sous deux formes différentes; dans la première *a*,

Fig. 1100.



qui a déjà été indiquée, le fond a sa courbure ou sa convexité tournée vers le bas, tandis que dans la seconde *b*, la courbure est en sens inverse. Dans ce dernier cas, le fond, sous la charge de l'eau, se trouve travailler à la compression, et il constitue ce qu'on peut appeler un contre-fond. Dans les deux dispositions, la charge du fluide détermine, à la ligne de raccordement, une tension, dirigée suivant la tangente à la calotte, ou à son cercle méridien; le bord de cette calotte se trouve donc soumis à un effort *s*, par mètre courant, qui pour *a* se trouve dirigé vers l'intérieur, et pour *b* vers l'extérieur. On cherche, dans la

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

construction, à arriver à ce que cette force soit reçue par la couronne annulaire supportant le réservoir et n'agisse pas sur la partie cylindrique. Dans tous les cas, l'épaisseur de la tôle du fond doit être augmentée en raison de cette force s. En second lieu, il existe, dans les deux cas, une force t, par mètre courant, dirigée normalement au cercle méridien du fond et qui agit sur la calotte dans la direction du cercle de base. Il est important de connaître ces deux forces.

Si, dans le cas a, on décompose le poids G de la masse liquide suivant les directions des tangentes au grand cercle, qui font avec l'axe du réservoir un angle α, on obtient deux forces latérales $S = G : 2\cos\alpha$, qui se répartissent chacune sur une moitié du pourtour du bord de la calotte et qui, par suite, donnent lieu à une charge par mètre courant $s_1 = S : \pi/_2 D$. En remplaçant G par sa valeur

$$\gamma\left[\pi/_4 D^2(h-f) + \pi/_6 f(3/_4 D^2 + f^2)\right]$$

où γ représente le poids du mètre cube du liquide, on obtient :

$$s_1 = \gamma\frac{R}{2}\left[h - \frac{f}{2} + 2/_3 f\left(\frac{f}{D}\right)^2\right].$$

Pour le cas b, en désignant, comme précédemment, par h la distance entre le niveau du liquide et le sommet de la calotte, on trouve de même :

$$s_2 = \gamma\frac{R}{2}\left[h + \frac{f}{2} - 2/_3 f\left(\frac{f}{D}\right)^2\right].$$

Le dernier terme, dans la parenthèse, est toujours très faible, comme l'indique la table de la page 1057. On peut donc ordinairement le considérer comme négligeable et on obtient alors, pour les fonds sphériques, en réunissant les deux formules en une seule :

$$s = \gamma\frac{R}{2}\left(h \mp \frac{f}{2}\right). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (374)$$

Pour la détermination des forces t_1 et t_2, la marche à suivre est beaucoup plus longue et nous nous bornerons à indiquer ici la formule à laquelle on arrive (1), en réunissant également les deux cas :

$$t = \gamma R\,(h \mp f) - s = \gamma\frac{R}{2}(h \mp 3/_2 f). \quad . \quad . \quad (375)$$

Nous avons encore à déterminer une troisième force, agissant sur le bord de la calotte, dans la direction du grand cercle qui est perpendi-

(1) V. Mémoire du Dr Forchheimer, Schilling's Journal f. Gasbeleuchtung, 1884, p. 705.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

culaire au plan de la figure; en désignant par u cette force, par mètre courant, on a (d'après la p. 1055) :

$$u = \gamma \frac{R}{2} (h \mp f). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (376)$$

et enfin, pour le sommet, où cette force peut être désignée par u_0 :

$$u_0 = \gamma \frac{R}{2} h. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (377)$$

On peut réaliser une petite simplification, en introduisant la hauteur H de la partie mouillée du cylindre, c'est-à-dire en remplaçant h par $H \pm f$. On obtient ainsi :

$$\left.\begin{aligned} s &= \gamma \frac{R}{2} \left(H \pm \frac{f}{2}\right), & t &= \gamma \frac{R}{2} \left(H \mp \frac{f}{2}\right) \\ u &= \gamma \frac{R}{2} H, & u_0 &= \gamma \frac{R}{2} (H \pm f) \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad (378)$$

Ce groupe de formules fournit ce qui est nécessaire pour le calcul du fond sphérique. A ce sujet, nous avons à présenter les observations suivantes : 1° dans le fond convexe, c'est u_0 qui a la plus grande valeur, c'est-à-dire que, dans ce cas, l'épaisseur de la calotte est à calculer, comme on l'a fait dans le § précédent, en tenant compte de la charge au point le plus bas, si l'épaisseur δ_1 doit rester constante; 2° dans le fond concave, c'est la force t qui a la plus grande valeur et c'est elle, dès lors, qui doit être prise pour base du calcul de δ_1; 3° s représente l'effort supporté par la couronne de support, si celle-ci est disposée de manière à supprimer toute action du fond sur la paroi cylindrique.

Le calcul de δ_1 se fait, d'ailleurs, tout à fait de la même manière que précédemment. Si l'on divise par 1000 les expressions de u_0 et de t, on obtient l'effort exercé par mètre courant, c'est-à-dire la valeur $S_1\delta_1$; d'un autre côté, si l'on pose $\gamma = 1000\ \sigma$ et si l'on exprime R en millimètres, on a, pour le fond convexe :

$$\frac{\delta_1}{R} = \frac{h'\sigma}{2000 S_1} = \sigma \frac{H + f}{2000 S_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (379)$$

et pour le fond concave :

$$\frac{\delta_1}{R} = \frac{h'\sigma}{2000 S_1} = \sigma \frac{H + \frac{1}{2} f}{2000 S_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (380)$$

Si l'on donne au fond la forme d'un cône, tourné vers l'extérieur

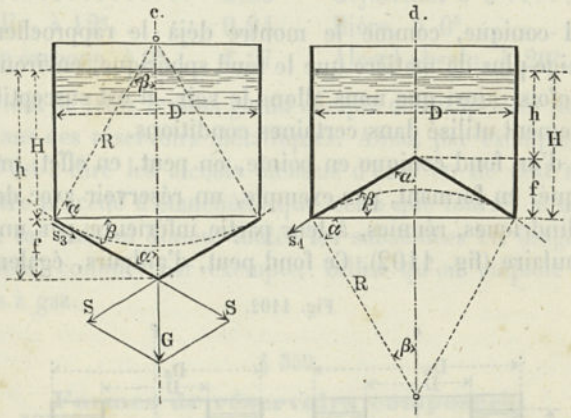
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

ou vers l'intérieur (fig. 1101) avec une hauteur de flèche f, on a pour le poids de la masse liquide :

$$G = \gamma(\pi/4\, D^2 H \pm 1/3\, f\, \pi/4\, D^2),$$

Si maintenant on effectue, comme plus haut, la décomposition de G suivant les directions de deux génératrices opposées du cône, on

Fig. 1101.



obtiendra, pour chacune des composantes, $S = \pi/2\, D s = G : 2 \cos \alpha$ et, par suite :

$$s = \gamma \frac{\pi}{4} D^2 \frac{2}{2\pi D \cos \alpha}\left(H \pm \frac{f}{3}\right) = \gamma \frac{1}{2} \frac{D}{2 \cos \alpha}\left(H \pm \frac{f}{3}\right).$$

La fraction $D : 2 \cos \alpha$ est, d'ailleurs, égale au rayon R de la sphère tangente intérieurement à la surface du cône, suivant son cercle de base, de telle sorte qu'on a, en remplaçant :

$$s = \gamma \frac{R}{2}\left(H \pm \frac{f}{3}\right). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (381)$$

La tension t dans le cercle de base se trouve avoir la même valeur que la tension u dans le grand cercle de la sphère tangente et on a, par conséquent :

$$t = u = \gamma \frac{R}{2} H. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (382)$$

Il résulte de là que, dans le fond conique saillant, c'est la force s qui se trouve avoir la plus grande valeur parmi les trois forces qui agissent sur ce fond, tandis que, pour l'autre fond, les deux forces t

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

et u, qui sont égales, sont aussi les plus fortes. On doit donc prendre, pour le fond conique saillant :

$$\frac{\delta_1}{R} = \sigma \frac{H + {}^1/_3 f}{2000 S_1}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (383)$$

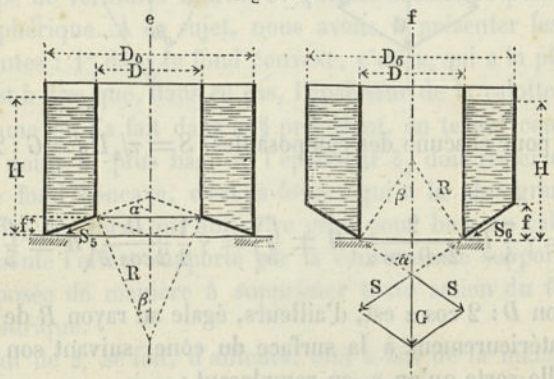
et pour le fond conique rentrant :

$$\frac{\delta_1}{R} = \frac{\sigma H}{2000 S_1}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (384)$$

Le fond conique, comme le montre déjà le rapprochement des figures, exige plus de matière que le fond sphérique, environ 40 % en plus ; toutefois, ainsi que nous allons le voir, il est susceptible d'être convenablement utilisé dans certaines conditions.

Au lieu d'un fond conique en pointe, on peut, en effet, prendre un fond tronqué, en formant, par exemple, un réservoir avec deux enveloppes cylindriques, réunies, à leur partie inférieure, par un fond de forme annulaire (fig. 1102). Ce fond peut, d'ailleurs, également être

Fig. 1102.



suspendu ou appuyé. Supposons qu'il y ait appui. On commence par chercher, comme précédemment, les efforts auxquels le fond se trouve soumis et, avec les désignations des figures, on obtient tout d'abord : pour le cas e : $G = \gamma \pi/_4 (D_0^2 - D^2) H - \gamma f \pi/_4 (D_0 - D)[D + {}^1/_3 (D_0 - D)]$. pour le cas f : $G = \gamma \pi/_4 (D_0^2 - D^2) H - \gamma f \pi/_4 (D_0 - D)[D + {}^2/_3 (D_0 - D)]$; on déduit de là, pour le cas e :

$$s_5 = \gamma \frac{R_0}{2} \left\{ \left[1 - \left(\frac{D}{D_0} \right)^2 \right] H - \frac{f}{3} \left[-2 \left(\frac{D}{D_0} \right)^2 + \frac{D}{D_0} + 1 \right] \right\} \quad (385)$$

et pour le cas f :

$$s_6 = \gamma \frac{R}{2} \left\{ \left[\left(\frac{D_0}{D} \right)^2 - 1 \right] H - \frac{f}{3} \left[2 \left(\frac{D_0}{D} \right)^2 - \frac{D_0}{D} - 1 \right] \right\}. \quad (386)$$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

expressions dans lesquelles R_0 et R désignent les rayons des sphères tangentes aux troncs de cônes, l'une suivant la base D_0, l'autre suivant la base D. Les forces t et u peuvent être déterminées d'une manière analogue.

Nous reviendrons incessamment sur des applications du fond conique tronqué. — Le poids spécifique σ, qui pour l'eau est égal à 1, a, comme valeurs pour la série des corps ci-après :

Pétrole	0,80	Glycérine, à 0°	1,260
Huile de lin, à 12°	0,94	Bière, à 0°	1,028
Sulfure de carbone, à 0° . .	1,27	Alcool absolu, à 20° . .	0,792

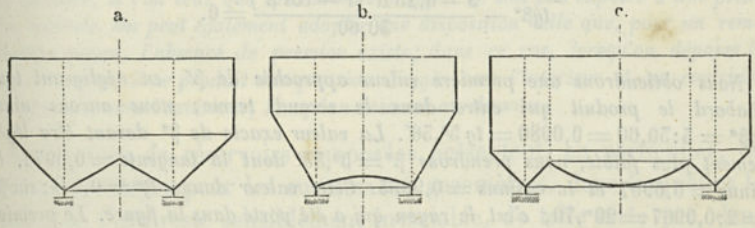
Il convient de tenir le plus grand compte des propriétés des liquides à loger dans des réservoirs métalliques. Ainsi, par exemple, pour les esprits, c'est-à-dire les alcools étendus d'eau, on ne doit recourir à aucun autre procédé d'étanchéité que celui que fournit le mattage de la rivure, car l'alcool dissout toutes les substances en usage avec les tôles minces, comme, par exemple, celles qu'on emploie dans les réservoirs à gaz.

§ 359.

Formes de réservoirs composées.

Dans tous les réservoirs dont il vient d'être question, la force $s \sin \alpha$ tend à pousser au dehors la couronne de support, ou, au contraire, à la comprimer, suivant qu'il s'agit des cas a, c, e, ou des cas b, d, f. C'est là une circonstance qui, d'après le professeur Intze, peut être très heureusement utilisée, puisqu'en combinant des fonds soumis à des efforts transversaux, agissant en sens opposés, il est possible d'arriver à mettre ces forces en équilibre et à décharger, par suite, complètement la couronne de support de tous les efforts agissant radialement. Ce résultat peut être réalisé pratiquement de plusieurs manières, comme, par exemple, dans la figure 1103 a, obtenue par la

Fig. 1103.



combinaison des deux dispositions d et f, ou dans la figure b, composée avec e et b, ou encore dans la figure c, qui comprend trois réser-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

voirs juxtaposés, dont les parois intérieures verticales peuvent être supprimées. En dehors de celui qui vient d'être indiqué, les dispositions esquissées offrent encore cet autre avantage, beaucoup plus important, qu'elles permettent de donner à la couronne de support un diamètre relativement faible, et par suite, une étendue assez limitée au massif de maçonnerie, destiné à lui servir de base d'appui.

Dans la composition des fonds, pour arriver à soustraire la couronne de base à l'action d'efforts transversaux, on doit satisfaire à la condition :

$$s' \sin \alpha' - s'' \sin \alpha'' = 0. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (387)$$

Cette équation, malgré sa simplicité, n'est pas toujours facile à résoudre numériquement, et il convient, dès lors, d'indiquer, par un exemple, la marche à suivre.

Exemple. *Pour un réservoir d'eau, dont les formes et les dimensions sont indiquées dans la figure* 1104, *on a à déterminer le rayon* R'' *du fond sphérique. Le premier terme de l'équation précédente correspond à la partie extérieure du réservoir et le second à la partie intérieure. En ce qui concerne le premier terme, il y a lieu d'appliquer, pour* s', *la formule* (386), *dans laquelle certains termes sont donnés et dont les autres sont faciles à trouver; on a, en effet,* $D_0 = 12$, $D = 4$, $H = 6$ *et* $f = 2{,}4$. *D'un autre côté,* $tg\alpha' = 4 : 2{,}4 = 1{,}667 = tg\,59^0$, *ce qui donne* $\sin \alpha' = 0{,}8572$ *et* $\cos \alpha' = 0{,}5150$ *et, par suite* $R' = 0{,}5D : \cos \alpha' = 2 : 0{,}5150 = 3{,}885$. *On a maintenant* $s' \sin \alpha' = 0{,}8572 . \gamma . 0{,}5 R' \{ [(D_0^2 : D^2) - 1] H - \frac{1}{3} f [\, 2(D_0 : D)^2 - (D_0 : D) - 1 \,] \} = 0{,}8572 . \gamma . 0{,}5\ 3{,}885\ (8.6 - 0{,}8.14) = 61{,}20\ \gamma$. — *Pour le second terme, la formule* 378 *donne immédiatement :* $s'' \sin \alpha'' = \sin \alpha'' . \gamma . 0{,}5 R''(H - 0{,}5 f'')$, *relation dans laquelle l'angle* α'' *est inconnu, en même temps que* R''; *si, à la place de cet angle, nous introduisons son complément,* β'' (*demi-angle au centre de l'arc du fond, dont le rayon est* R''), *nous aurons* $f'' = R''(1 - \cos \beta'')$ *et, par suite :* $s'' \sin \alpha'' = \gamma \cos \beta'' . R''[3 - 0{,}25 R''(1 - \cos \beta'')]$. *En introduisant les valeurs de* $s' \sin \alpha'$ *et* $s'' \sin \alpha''$ *dans l'équation de condition, on obtient :*

$$61{,}20\gamma - \cos \beta'' R''[3 - 0{,}25 R''(1 - \cos \beta'')]\gamma = 0$$

Comme, d'ailleurs, $0{,}5 D : R'' = \sin \beta''$, *on tire de là :*

$$tg\beta'' - \frac{3 - 0{,}25 R''(1 - \cos \beta'')}{30{,}60} = 0.$$

Nous obtiendrons une première valeur approchée de β'', *en négligeant tout d'abord le produit qui entre dans le second terme; nous aurons ainsi* $tg\beta'' = 3 : 30{,}60 = 0{,}0980 = tg\ 5^0{,}36'$. *La valeur exacte de* β'' *devant être légèrement plus faible, nous prendrons* $\beta'' = 5^0{,}33'$ *dont la tangente* $= 0{,}0972$, *le sinus* $= 0{,}0967$ *et le cosinus* $= 0{,}9953$. *Cette valeur donne* $R'' = 0{,}5 D : \sin \beta'' = 2 : 0{,}0967 = 20^m{,}70$; *c'est le rayon qui a été porté dans la figure. Le premier membre de l'équation de condition devient alors :*

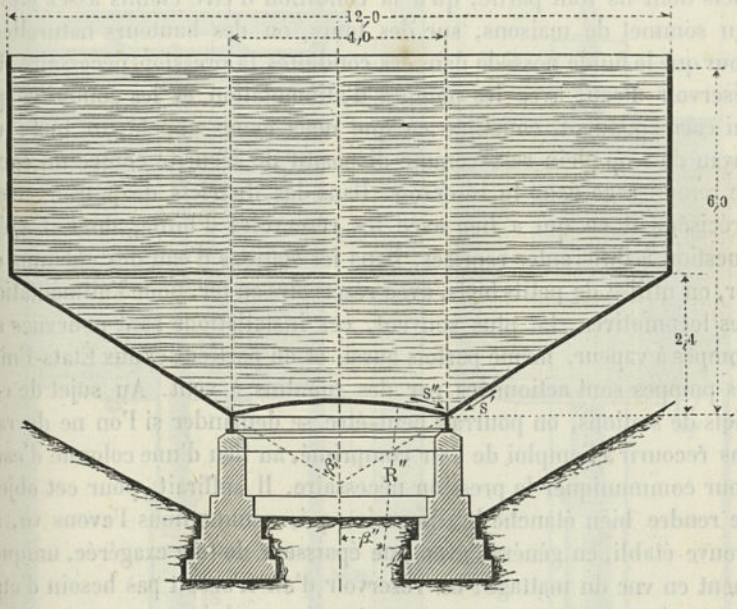
$$30{,}60 . 0{,}0972 - (3 - 0{,}25 . 20{,}7 . 0{,}0047) = 2{,}974 - 2{,}956 = 0{,}018;$$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

il est, comme on le voit, bien peu différent de 0. *La différence* 0,018 *devant être multipliée par* $\gamma = 1000^k$, *on voit que la couronne reçoit, de dehors en dedans, une pression de* 18^k *par mètre courant, pression tout à fait insignifiante.*

Il reste à examiner une question assez importante, celle de savoir comment se comporte la pression sur la couronne, lorsque la hauteur H de l'eau vient à changer. Il est évident qu'il se produit alors nécessairement des changements dans cette

Fig. 1104.



pression. Supposons que H s'abaisse à 3^m. *Nous obtenons alors, pour le premier terme de l'équation :* $\gamma.0{,}8572.0{,}5.3{,}883\ (24 - 11{,}2) = 21{,}30\gamma$ *et, pour le second terme :* $\gamma.0{,}9953.20{,}7\ (1{,}5 - 0{,}25.20{,}7.0{,}0047) = 30{,}38\gamma$. *Il se produit donc, dans ce cas, une différence de pression, dont la grandeur est mesurée par*

$$21{,}30\gamma - 30{,}38\gamma = -9{,}08\gamma,$$

soit une pression de 9080^k, *par mètre courant, dirigée de dedans en dehors; cette pression est, comme on le voit, extrêmement considérable. Il convient donc, pour un réservoir de la forme de celui dont il s'agit ici, de le maintenir plein autant que possible, si l'on veut que la couronne d'appui ne soit pas exposée à une pression latérale. On peut également adopter une disposition telle que, pour un remplissage moyen, l'absence de pression existe; dans ce cas, lorsqu'on dépasse le niveau moyen, il se produit une pression dirigée vers l'intérieur et, au contraire une pression vers l'extérieur, lorsqu'on descend au-dessous.*

Les formes de réservoirs composées présentent, en particulier, de sérieux avantages pour les cuvettes des gazomètres, dans lesquelles le niveau de l'eau reste sensiblement invariable, de telle sorte que, dans ces réservoirs, il est facile d'arriver à des couronnes d'appui exemptes de toutes pressions latérales.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 360.

Réservoirs à haute pression ou Accumulateurs.

Les réservoirs que nous venons d'examiner ne peuvent agir, dans les biefs dont ils font partie, qu'à la condition d'être établis assez élevés (au sommet de maisons, sur des tours, ou des hauteurs naturelles), pour que le fluide possède dans les conduites la pression nécessaire. Un réservoir d'eau, avec les pompes d'alimentation et les conduites qui lui correspondent, constitue ce que nous avons appelé un bief : un tuyau de trop-plein sert comme dispositif de sécurité contre un excès de remplissage dans le réservoir. Dans les districts de pétrole, c'est précisément ce qui a lieu avec les réservoirs d'huile, dont il a été question à différentes reprises. Dans les stations d'eau des chemins de fer, on utilise de petits biefs, avec réservoirs en fer, pour l'alimentation des locomotives. Le plus souvent, ces installations sont pourvues de pompes à vapeur, même parfois aussi, et en particulier aux États-Unis, les pompes sont actionnées par des moulins à vent. Au sujet de ces biefs de stations, on pourrait peut-être se demander si l'on ne devrait pas recourir à l'emploi de l'air comprimé, au lieu d'une colonne d'eau, pour communiquer la pression nécessaire. Il suffirait, pour cet objet, de rendre bien étanche le réservoir, qui, comme nous l'avons vu, se trouve établi, en général, avec une épaisseur de tôle exagérée, uniquement en vue du mattage ; un réservoir d'air n'aurait pas besoin d'être placé sur une tour ou sur une construction analogue.

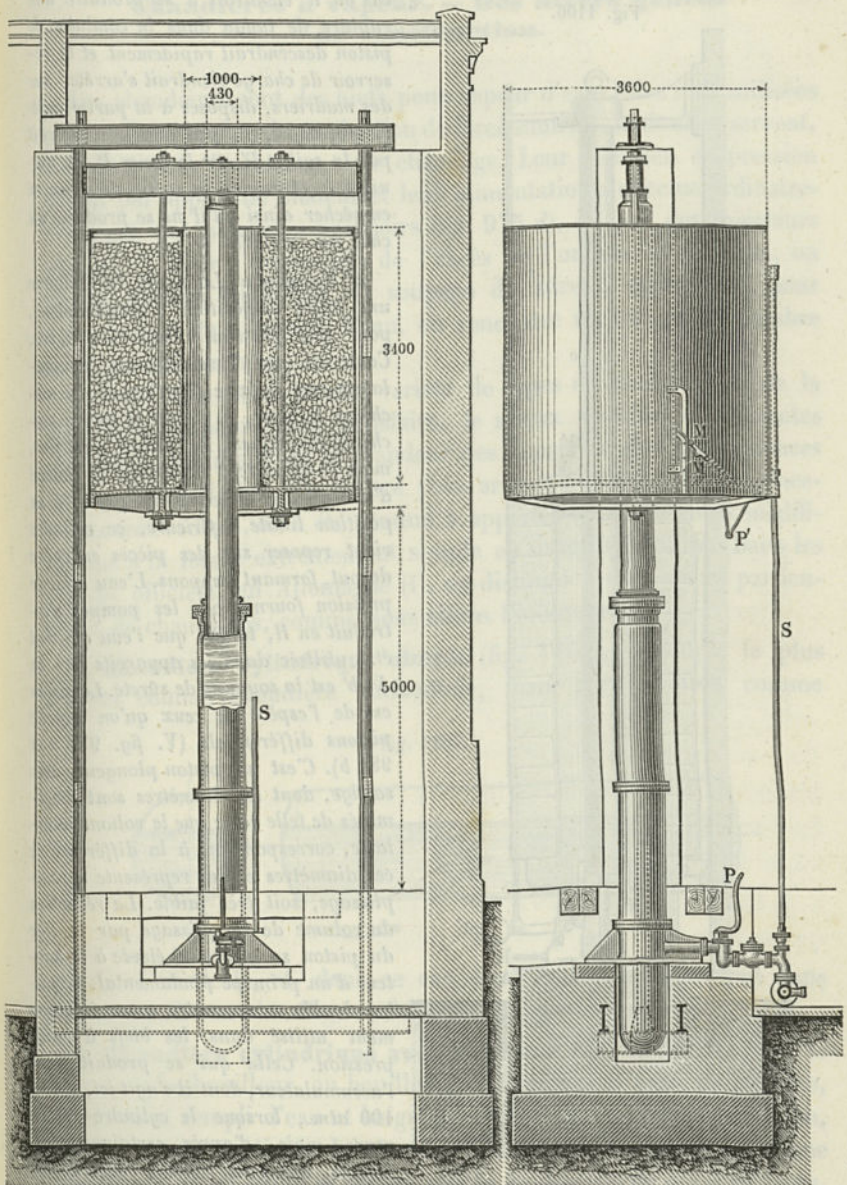
Dans les installations qui comportent un bief, l'ingénieur reste libre, en général, de choisir le procédé à employer pour y déterminer la pression nécessaire. Pour les biefs à pression d'eau élevée, établis en vue d'efforts considérables, on a, depuis longtemps, suivant la méthode d'Armstrong, substitué à la colonne d'eau libre la charge par un poids. Ces biefs à haute pression (V. p. 878) sont, le plus souvent, désignés sous le nom d'accumulateurs. Dans ces biefs, le réservoir d'eau, proprement dit, est ordinairement très faible, mais les pompes ont une puissance suffisante pour satisfaire au maximum de dépense d'eau qui puisse se produire. La pression déterminée par la charge est transmise à l'eau par un piston ; le trop-plein des réservoirs ordinaires est remplacé par une soupape de sûreté.

1er Exemple. *La figure* 1105 *représente un accumulateur construit par C. Hoppe, de Berlin. La pression de l'eau atteint* 20 *atm. et correspond, par suite, à une colonne d'eau de* 200^m^. *Le piston est un piston plongeur, de* 450^mm^ *de diamètre, dont la charge est produite par des pierres, disposées à l'intérieur d'un*

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

réservoir annulaire. Le piston est figuré à la limite supérieure de sa course. En arrivant à cette limite, il a, par l'intermédiaire du levier M et de la tige MM',

Fig. 1105.

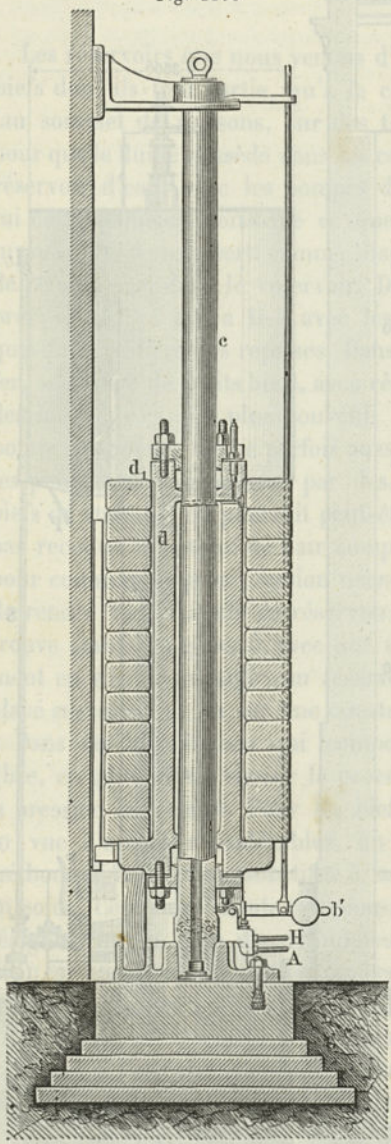


fermé le robinet d'admission de la pompe à vapeur (constituée par une machine jumelle), en même temps que, par la tringle s, il a soulevé légèrement la soupape de sûreté, pour laisser écouler la petite quantité d'eau qui, sans cela, en raison de

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

l'inertie de la masse en mouvement, continuerait à affluer dans le cylindre du piston. Lorsque la consommation d'eau commence à se produire, le piston, en s'abaissant, vient actionner le levier et la pompe se remet en marche. Dans le cas où il viendrait à se produire une rupture de tuyau dans la conduite, le piston descendrait rapidement et le réservoir de charge viendrait s'arrêter sur des madriers, disposés à la partie inférieure, mais, un peu avant, il agirait par la saillie P' sur le levier P, de manière à étrangler la sortie de l'eau et empêcher ainsi qu'il ne se produise un choc trop violent.

Fig. 1106.



2e Exemple. *La figure* 1106 *donne une autre disposition d'accumulateur, pour une pression d'eau très élevée. Construit par Tweddell, cet accumulateur sert à faire fonctionner des machines à river, à percer et autres machines analogues. Le piston c est fixe, mais le cylindre d est mobile et chargé d'une série d'anneaux en fonte; à sa position limite inférieure, ce cylindre vient reposer sur des pièces en chêne debout, formant tampons. L'eau à haute pression fournie par les pompes s'introduit en H, tandis que l'eau qui doit être utilisée dans les appareils sort en A; b' est la soupape de sûreté. Le piston est de l'espèce de ceux qu'on appelle pistons différentiels (V. fig.* 977 *b et* 981 *b). C'est un piston plongeur, avec sa tige, dont les diamètres sont déterminés de telle sorte que le volume annulaire, correspondant à la différence de ces diamètres et qui représente le remplissage, soit très faible. La réduction du volume de remplissage par la tige du piston se trouve ici élevée à la hauteur d'un principe fondamental. Ce piston double se rencontre assez fréquemment utilisé dans les biefs à haute pression. Celle qui se produit dans l'accumulateur, dont il s'agit ici, atteint* 100 *atm., lorsque le cylindre est en repos, mais, d'après certaines expériences, elle peut s'élever jusqu'à* 195 *atmosphères, lorsque le piston descend rapidement. Il en résulte que, dans ces accumulateurs, on peut se trouver en présence d'une pression sensiblement double de la pression statique à laquelle on devrait s'attendre d'après la charge.*

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 361.

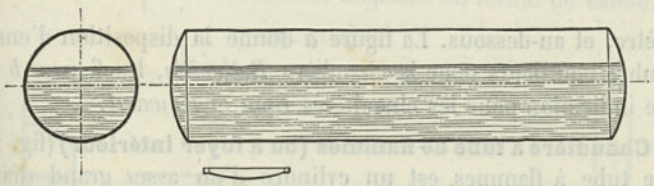
Chaudières à vapeur. — Des divers genres de construction.

Les chaudières sont des biefs pour vapeur d'eau. Elles sont utilisées principalement pour la production de force motrice, mais elles servent, en outre, pour la cuisson et le chauffage. Leur maintien en pression se fait par apport de chaleur et leur alimentation s'effectue ordinairement par des pompes à avançoirs (fig. 975 *d*), ou par des injecteurs (fig. 971). Pour l'évacuation de l'excès de l'organe en pression, on utilise, comme trop-plein, la soupape de sûreté, tandis que, pour l'observation du niveau de l'eau, on rencontre un très grand nombre de dispositifs en usage.

Il existe une assez grande variété de types de construction de la chaudière à vapeur ; pour satisfaire, le mieux possible, à différentes conditions, résultant de la grandeur des appareils, des circonstances locales d'installation, ou encore pour arriver à utiliser des emplacements très réduits, on a été conduit à apporter de nombreuses modifications à la forme extrêmement simple en usage à l'origine. Dans les relevés officiels, en Allemagne (1), on distingue huit espèces particulières de chaudières, comme nous allons l'indiquer.

1. **Chaudière cylindrique simple** (fig. 1107), employée le plus souvent comme chaudière horizontale, mais parfois aussi comme

Fig. 1107.



chaudière verticale, et, dans ce cas, à peu près exclusivement dans les forges, où son chauffage se fait par la chaleur perdue des fours.

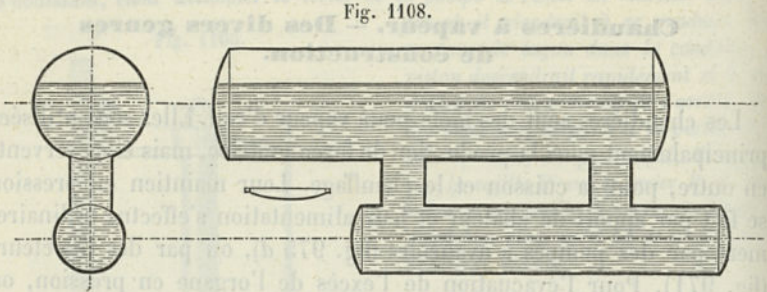
2. **Chaudière cylindrique avec bouilleur** (fig. 1108). — Sous le nom de tube bouilleur, ou bouilleur, on désigne un tube cylindrique, entièrement rempli d'eau et baigné par les produits de la combustion, qui forme une partie de la chaudière. Parfois il existe 2, ou même 3 bouilleurs, et la grille se trouve placée au-dessous de ces bouilleurs,

(1) En France, il n'existe pas de classification officielle analogue. — V., à ce sujet, Leçons sur les Machines à vapeur, de MM. Hirsch et Debize.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

au lieu de l'être, comme dans la figure, sous le corps principal. Dans cette classe, on distingue la chaudière ordinaires à bouilleur, la chau-

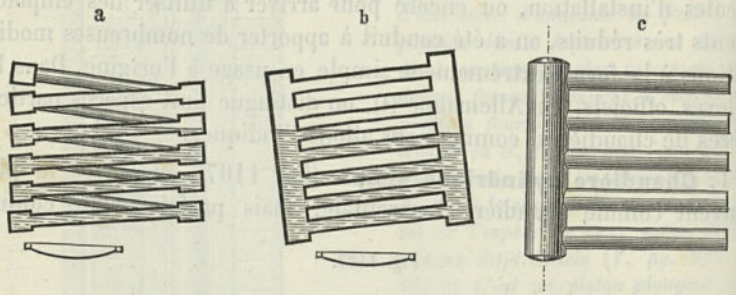
Fig. 1108.



dière de *Henschel*, dans laquelle les bouilleurs sont placés normalement au corps principal, et la chaudière à bouilleur verticale.

3. **Chaudières à tubes bouilleurs, de faibles dimensions** (fig. 1109). — On comprend, sous ce nom, les chaudières, aujourd'hui très répandues, qui sont constituées par des bouilleurs, de 15^{c} de

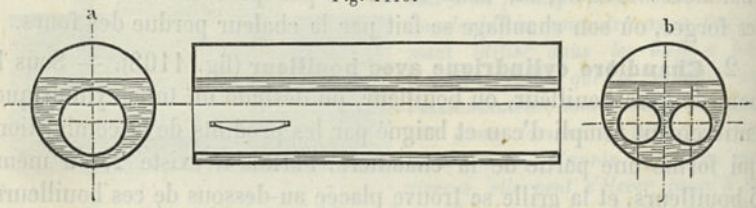
Fig. 1109.



diamètre, et au-dessous. La figure *a* donne la disposition d'ensemble des tubes bouilleurs pour la chaudière *Belleville*, les figures *b* et *c* la même indication pour les chaudières *Root* et *Howard*.

4. **Chaudière à tube de flammes (ou à foyer intérieur)** (fig. 1110). — Le tube à flammes est un cylindre d'un assez grand diamètre,

Fig. 1110.

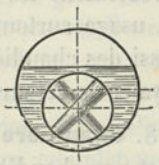


complètement entouré d'eau à l'extérieur et léché à l'intérieur par les flammes et les produits de la combustion; il constitue un des élé-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

ments d'une chaudière. La chaudière peut, d'ailleurs, être à un seul tube (chaudière de Cornouailles), ou à deux tubes (chaudière du Lancashire).

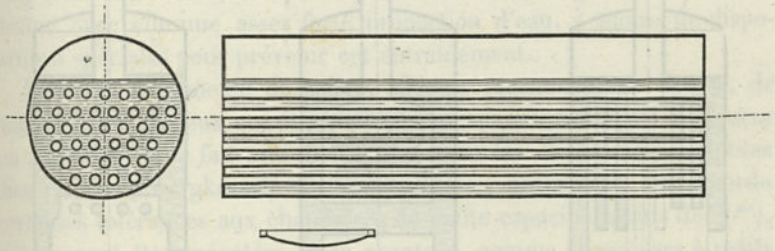
Fig. 1111.



5. **Chaudière à tube de flammes, avec bouilleurs transversaux** (fig. 1111), désignée aussi sous le nom de *chaudière Galloway*. Les bouilleurs transversaux sont ici des tuyaux de forme conique, en nombre assez considérable, disposés transversalement dans un tube à flammes ou encore dans une boîte à feu.

6. **Chaudière tubulaire, sans boîte à feu** (fig. 1112). — Les tubes dans lesquels circulent les produits de la combustion sont des tuyaux

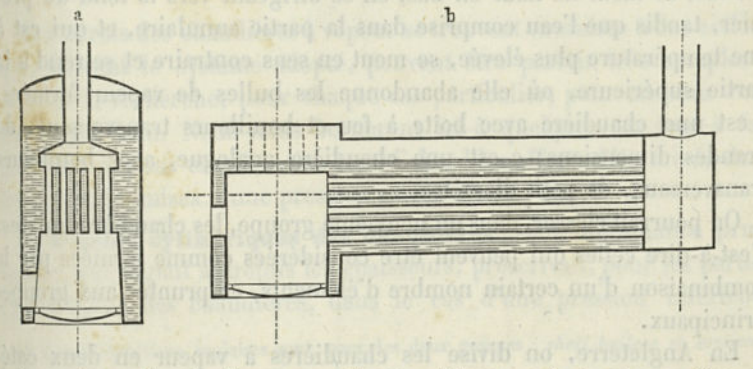
Fig. 1112.



de 15^{c} de diamètre, et au-dessous. Ces tuyaux sont tous, sans exception, des tuyaux sans soudure; on a à distinguer les tuyaux à chauffage direct et les tuyaux de retour.

7. **Chaudière tubulaire avec boîte à feu** (fig. 1113). — La boîte à feu est une partie de la chaudière, disposée en forme de caisse, qui

Fig. 1113.



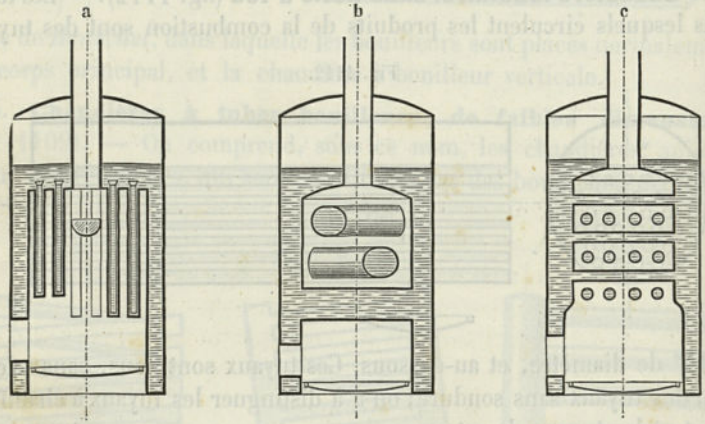
entoure la grille du foyer et qui est entièrement baignée par l'eau à l'extérieur. On peut distinguer également ici les tuyaux de chauffage direct et les tuyaux de retour.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

a est une chaudière verticale, avec boîte à feu, *b* une chaudière horizontale; ces deux chaudières, dans les tuyaux desquelles s'engagent directement les produits de la combustion, à la sortie du foyer, sont en usage surtout pour les locomotives et les locomobiles; il existe aussi des chaudières verticales, avec boîte à feu, qui sont munies de tuyaux de retour.

8. **Chaudière avec boîte à feu et tubes bouilleurs** (fig. 1114).— *a* est une chaudière à tubes Field. — Dans ce système, chacun des tubes

Fig. 928.



sur lesquels agit directement la flamme est fermé à son extrémité inférieure et reçoit, à l'intérieur, un tube plus petit, ouvert à ses deux extrémités ; l'eau, contenue dans ce dernier tube, se trouvant moins chaude, se meut de haut en bas, en se dirigeant vers le fond du premier, tandis que l'eau comprise dans la partie annulaire, et qui est à une température plus élevée, se meut en sens contraire et se rend à la partie supérieure, où elle abandonne les bulles de vapeur formées. *b* est une chaudière avec boîte à feu et bouilleurs transversaux, de grandes dimensions; *c* est une chaudière analogue, avec bouilleurs transversaux, de petit diamètre.

On pourrait classer, dans un neuvième groupe, les chaudières mixtes, c'est-à-dire celles qui peuvent être considérées comme formées par la combinaison d'un certain nombre d'éléments, empruntés aux groupes principaux.

En Angleterre, on divise les chaudières à vapeur en deux catégories principales. Dans l'une, on comprend toutes les chaudières composées d'un corps de forme quelconque, avec des parties accessoires, qui sont subordonnées au corps principal, tandis que, dans l'autre, on

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

fait entrer les chaudières formées par la réunion de parties identiques, en forme de récipients, de petites dimensions, c'est-à-dire d'éléments, dont le nombre détermine, dans une certaine mesure, la grandeur de la chaudière (1). Les chaudières du groupe 3 rentrent essentiellement dans la seconde catégorie, ainsi que celle de *Harrison*, composée d'une série d'éléments sphériques en fonte. La question, si souvent débattue, de savoir quelle est celle des deux catégories, à laquelle il convient de donner la préférence, n'est pas encore complètement résolue. On fait valoir, en faveur des chaudières à petits éléments, qu'elles présentent infiniment moins de dangers d'explosion que les autres chaudières à grand volume d'eau et que, de plus, elles se prêtent très bien à une vaporisation très active; mais ce dernier avantage est, d'un autre côté, compensé par l'inconvénient que la vapeur entraîne avec elle une assez forte proportion d'eau, à moins de dispositions spéciales pour prévenir cet entraînement.

Dans les règlements de police, adoptés récemment en Prusse, de même que dans ceux qui étaient déjà depuis quelque temps en vigueur en Autriche, on a fait une distinction entre les chaudières de petites dimensions (Zwergkessel) et les chaudières ordinaires. On accorde certaines tolérances aux chaudières de petite capacité (moins de $^1/_2{}^{mc}$), qui peuvent être exécutées, avec avantage, comme chaudières à petits éléments, et qui servent notamment pour la petite industrie (2).

§ 362.

Éléments de chaudières soumis à une pression intérieure.

Les parois des chaudières à vapeur se trouvent soumises à des actions qui, suivant le système adopté, peuvent être parfois très complexes et dont la recherche, pour chaque cas particulier, pourrait nous conduire très loin. Nous nous bornerons ici à quelques cas tout à fait généraux et nous examinerons tout d'abord les efforts déterminés dans les parois soumises à une pression intérieure.

a. **Parties cylindriques des chaudières.** — L'ordonnance prussienne, qui réglait autrefois les épaisseurs, prescrivait, pour les parties cylindriques des chaudières, dans le cas d'une pression intérieure

(1) Les désignations anglaises sont, pour les deux groupes : *shell boilers* et *sectional boilers*.

(2) En France, d'après le dernier décret (avril 1880) sur les appareils à vapeur, les chaudières à petits éléments se trouvent jouir de certains avantages, au point de vue des facilités d'emplacement, puisque le classement en catégories est déterminé par l'importance d'un produit dont l'un des facteurs est la capacité de la chaudière en mètres cubes.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

effective a (en atmosphères), l'emploi de la formule suivante (dite formule de Brix) :

$$\delta = \frac{D}{2}(e^{0,005\,a} - 1) + 0,01. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (388)$$

où δ et D sont exprimés en pouces (26^{mm}). Cette formule peut être remplacée très approximativement par la formule plus simple (de Reuleaux) :

$$\delta = 1,54\,aD + 2,6 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (389)$$

où δ désigne l'épaisseur en millimètres et D le diamètre en mètres. En France, la formule qui réglait autrefois l'épaisseur des chaudières (avant le décret de 1865), conduisait à une épaisseur un peu plus forte ; cette formule était :

$$\delta = 1,8\,nD + 5. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (390)$$

Pour les locomotives, on n'exigeait que les $^2/_3$ de cette épaisseur. En raison des constantes d'usure qu'elles renferment, ces trois formules doivent être considérées comme purement empiriques. Aujourd'hui la plupart des gouvernements ont renoncé à prescrire les épaisseurs à donner aux parois des chaudières et ont laissé aux constructeurs la responsabilité du choix des dimensions, en soumettant simplement les appareils à certaines formalités. En particulier, on exige que la chaudière résiste convenablement à une pression d'épreuve, qui va au double de la pression normale en service.

Une enveloppe cylindrique de chaudière éprouve, dans ses sections longitudinales, une tension S, qui peut être représentée, avec une exactitude suffisante, par la formule :

$$S = \frac{p}{2}\frac{D}{\delta} = \frac{a}{200}\frac{D}{\delta}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (391)$$

où D est exprimé en millimètres. Le tableau suivant donne les valeurs de S pour les tôles calculées par la formule (389) :

$a =$	4		7		10		15	
D	δ	S	δ	S	δ	S	δ	S
600	6,3	1,9	9,1	2,51	11,8	2,54	14,6	2,67
800	7,5	2,13	11,2	2,50	14,9	2,70	18,6	2,80
1000	8,8	2,27	13,4	2,61	18,0	2,78	22,6	2,87
1500	11,8	2,54	18,8	2,79	25,7	2,92	32,6	2,99
2000	14,9	2,68	24,2	2,89	33,4	2,99	42,6	3,06

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Les épaisseurs fournies par cette table, pour les grands diamètres et les pressions de vapeur élevées, sont très considérables, et les pressions dans la matière suffisamment faibles. Mais il ne faut pas perdre de vue que les pressions, dans les lignes de clouures, sont plus fortes ; en effet, d'après le § 59, dans la tôle percée de trous :

$$\left.\begin{array}{l}\text{Pour la rivure simple, la tension } S' = S : \varphi' \\ \text{Pour la rivure double, la tension } S_2' = S : \varphi_2'\end{array}\right\} \quad . \quad . \quad (392)$$

où l'on a : $\varphi' = (a - d) : a$ et $\varphi'_2 = (a_2 - d) : a_2$, en désignant par d le diamètre des rivets, par a et a_2 les écartements de ces rivets. Toutefois, les valeurs de ces tensions restent encore au-dessous de celles qu'on doit considérer comme admissibles pour les tôles de bonne qualité. Aussi, les constructeurs de chaudières adoptent-ils souvent, pour δ, des valeurs inférieures à celles que donne la formule (389), surtout lorsqu'ils font usage de tôles en acier doux, dont la fabrication est arrivée aujourd'hui à un très haut degré de perfection.

La tension qui se produit dans les sections des rivets est, comme on l'a vu au § 59, supérieure à celle qui existe dans la tôle, suivant la ligne des trous. Mais les bons constructeurs arrivent à compenser cette différence, en prenant, pour la confection des rivets, des tiges de fer rond, d'une quantité tout à fait exceptionnelle, qui offrent une résistance notablement plus élevée que les tôles de fer.

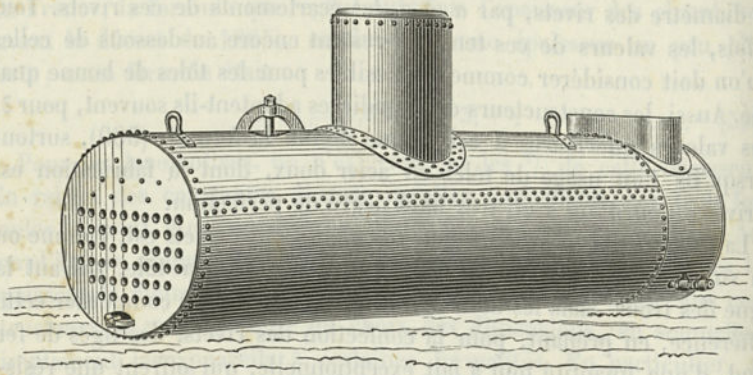
On peut dire qu'aujourd'hui, en dehors de quelques protestations isolées, on est arrivé à renoncer à la méthode qui, en soumettant la fixation des épaisseurs à des formules invariables, avait pour résultat d'empêcher tout progrès dans l'industrie de la construction des chaudières. C'est par la connaissance de la matière à utiliser et par l'emploi de formes et de modes de construction convenables que les ingénieurs sérieux cherchent à déterminer les dimensions, de manière à réaliser, en même temps, les meilleures conditions de sécurité et d'économie. Dans les installations les plus récentes pour les navires à vapeur, les diamètres des enveloppes de chaudières vont jusqu'à 5^m, et même au delà, tandis que les pressions s'élèvent à 15 ou 18 atmosphères. Avec les formules des anciennes ordonnances, il serait impossible d'arriver à une solution quelconque ; on doit mettre tout son art à suffire aux nouvelles exigences, avec des tôles d'épaisseur telle qu'elles puissent encore se laisser river. A ce point de vue, les rivures convergentes (§ 57) offrent certaines ressources et, en réalité, elles ont déjà trouvé quelques applications.

Clouures longitudinales. — En premier lieu, eu égard aux observations précédentes, on n'emploie plus aujourd'hui, dans les chau-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

dières de grandes dimensions, pour les clouures longitudinales, que la rivure double. Pour une valeur de $\delta = 8^{mm}$, et au-delà, cette rivure a un module de force φ'_2 allant de 0,76 à 0,73, ce qui donne, pour le rapport $S'_2 : S$, une valeur comprise entre 1,32 et 1,37. En second lieu, on cherche à disposer les tôles, de telle sorte que les clouures ne soient pas exposées à la première action des flammes du foyer. Une disposition qui satisfait à cette condition est celle que représente la figure 1115, et dans laquelle l'enveloppe de la chaudière est composée

Fig. 1115.



de deux tôles seulement, dont l'inférieure correspond aux $^2/_3$ environ du pourtour de cette enveloppe (1).

Un autre mode de construction, qui mérite d'appeler l'attention, est celui qui consiste à remplacer la rivure par une soudure; c'est un procédé auquel, en Allemagne, on tend, de plus en plus, à recourir, pour les chaudières de grandes dimensions. La soudure se fait, soit au moyen d'un feu de forge, soit au moyen de brûleurs de gaz à l'eau (2); il convient, toutefois, d'ajouter que le procédé n'a pas encore pris jusqu'ici son entier développement.

Exemple. *La figure* 1116 *représente la coupe transversale de l'enveloppe d'une nouvelle chaudière de bateau, construite à Hambourg, sur les chantiers de*

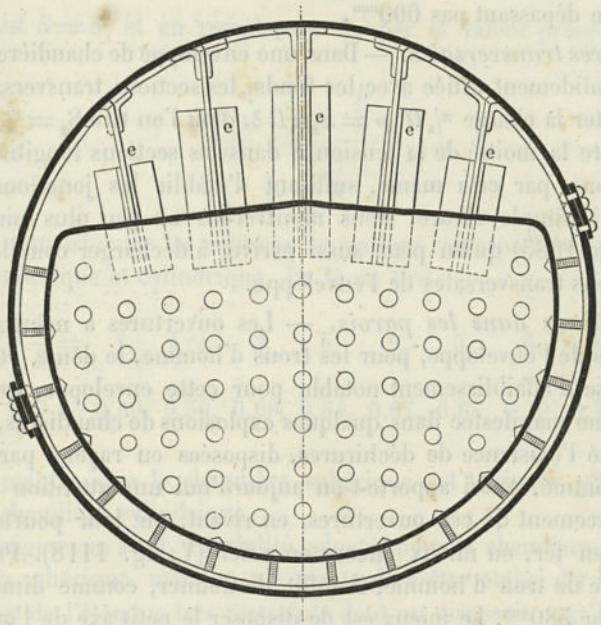
(1) Des chaudières de ce mode de construction sont en service aux États-Unis. — La chaudière représentée provient de l'usine Erie City. — V. Transactions of the Am. Soc. of. Mech. Engineers 1884/85 (vol. VI). La première chaudière, ainsi construite, avait 5^m de long et 1525^{mm} de diamètre, avec une épaisseur de 10^{mm}. La tôle employée était en acier doux, dont les modules de rupture et de charge étaient respectivement de 42^k et de 21^k. Les difficultés d'exécution de ces tôles au début ont été assez grandes. — Le laminoir avait des cylindres de $2^m,80$ de longueur et de $0^m,80$ de diamètre; les cylindres de la machine à cintrer avaient $0^m,35$ de diamètre sur $5^m,10$ de longueur.

(2) Ou, encore, comme on l'a essayé récemment, par soudure électrique, d'après le procédé de *Bernados*, procédé dont l'introduction, dans la construction métallique, ne fait, du reste, que commencer.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

H. C. Stülken (1) *et dont les tôles sont assemblées longitudinalement par deux soudures; mais ici, par motif de sécurité, chacune de ces jonctions est recouverte d'une bande rivée à deux rangs; en raison des trous percés pour le passage des rivets, la tôle n'agit plus que par une partie de sa section. Toutefois, la jonction*

Fig. 1116.



par soudure est plus parfaite que la rivure par recouvrement et elle dispense naturellement de tout mattage. La pression effective de la vapeur est de 12 *atmosphères. Les tensions, dans les parois de l'enveloppe, se calculent comme il suit : L'enveloppe ayant un diamètre intérieur de* 1944^{mm} *et une épaisseur de* 22^{mm}, *la formule* (591) *donne :* $S = (12:200)(1944:22) = 5^{k},30$. *Dans les doubles séries de rivets des deux bandes, on a* $a_2 = 74^{mm}$ *et* $d = 22^{mm}$. *Le module de force est alors* $\varphi'_2 = (74 - 22) : 74 = 0,70$ (2), *ce qui donne, pour la tension dans la tôle percée,* $S'_2 = 5,50 : 0,70 = 7^{k},57$. *La formule de l'ordonnance prussienne* (589), *autrefois en vigueur, aurait donné, pour l'épaisseur,* $\delta = 1,54.12.1,944 + 2,6 = 35^{mm},9$, *soit* 36^{mm}, *au lieu de* 22^{mm}.

Une autre méthode à signaler, mais simplement à titre d'espérance, serait celle qui consisterait à établir des enveloppes de chaudières en acier doux, complètement sans soudure, d'après le procédé de Mannesmann. Par là se trouverait réalisé le degré de perfection le plus élevé, dans le mode de construction de l'enveloppe, puisqu'on n'aurait naturelle-

(1) V. Z. D. Ing. 1886, p. 109 : Meyer, Machine de bateaux à hélice, à triple expansion.
(2) D'après la formule (57) du § 58, on pourrait prendre $a_2 = 20 + 3.22 = 86$, ce qui donnerait $\varphi'_2 = (86 - 22) : 86 = 0,74$ et, par suite : $S'_2 = 7^{k},16$.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

ment plus à tenir compte du module de force de la rivure, et qu'en raison de la valeur plus élevée de la limite d'élasticité pour l'acier, la tension S pourrait elle-même être notablement augmentée. Mais aujourd'hui les appareils à rouleaux, pour la fabrication des tuyaux par le procédé de Mannesmann, ne sont encore disposés que pour des diamètres ne dépassant pas 600^{mm}.

Clouures transversales. — Dans une enveloppe de chaudière, quand elle est solidement reliée avec les fonds, les sections transversales ont à supporter la charge $\pi/_4 D^2 p = S_2 \pi D \delta$, d'où l'on tire $S_2 = {}^1/_4 p D : \delta$, c'est-à-dire la moitié de la tension S dans les sections longitudinales. Il est donc, par cela même, suffisant d'établir les jonctions transversales à simple rivure. Nous montrerons un peu plus loin (Rem. de la page 1083) qu'on peut aussi arriver à décharger complètement les sections transversales de l'enveloppe.

Ouvertures dans les parois. — Les ouvertures à ménager dans les parois de l'enveloppe, pour les trous d'homme, le dôme, etc., sont une cause d'affaiblissement notable pour cette enveloppe, cause qui s'est même manifestée dans quelques explosions de chaudières, où l'on a constaté l'existence de déchirures, disposées en rayons partant du trou d'homme. Aussi apporte-t-on aujourd'hui une attention spéciale au renforcement de ces ouvertures, en rivant, sur leur pourtour, des bandes en fer, ou mieux encore en acier (V. fig. 1118). Pour une ouverture de trou d'homme, il suffit de donner, comme dimensions, 300^{mm} sur 380^{mm}. Le mieux est de disposer le petit axe de l'ouverture ovale dans le sens de la longueur de la chaudière.

b. **Parties sphériques d'une chaudière.** — Une sphère creuse, de diamètre D_1, soumise à une pression intérieure p, est sollicitée, dans une section diamétrale, par un effort $\pi/_4 D_1^2 p$, c'est-à-dire que la tension est la même que dans les sections transversales d'une chaudière cylindrique d'égal diamètre, ou la moitié seulement de celle qui se produit dans les sections longitudinales. Par conséquent, pour avoir la même sécurité, avec un métal déterminé, il faudrait donner à la paroi d'un réservoir sphérique une épaisseur moitié moindre que celle d'un réservoir cylindrique de diamètre $D = D_1$. Mais si les deux réservoirs doivent avoir la même capacité, le même volume, on doit prendre $D_1 > D$. Si le récipient cylindrique a des fonds plats, son volume est $\pi/_4 D^2 L = \pi/_4 D^3 (L : D)$, tandis que celui du récipient sphérique est $\pi/_6 D_1^3$; on devrait poser, par conséquent, $D_1^3 = {}^3/_2 D^3 (L : D)$. On obtiendrait alors, pour les épaisseurs des deux parois : $\delta = {}^1/_2 Dp : S$, et $\delta_1 = {}^1/_4 D_1 p : S_1$; on aurait ensuite, pour les surfaces extérieures : $F = \pi D L + \pi/_2 D^2$ et $F_1 = \pi D_1^2$. En supposant que les fonds, sur le

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

réservoir cylindrique, aient la même épaisseur que l'enveloppe, on obtiendrait, pour les volumes de la matière employés dans les deux cas :

$$F\delta = \frac{\pi}{2} D^3 \left(\frac{L}{D} + \frac{1}{2}\right)\frac{p}{S} \quad \text{et} \quad F_1\delta_1 = \frac{\pi}{4} D_1^3 \frac{p}{S_1}.$$

En posant $S = S_1$ et en remplaçant D_1^3 par la valeur précédente, on trouve

$$\frac{F_1\delta_1}{F\delta} = \frac{3}{4} \frac{\frac{L}{D}}{\frac{L}{D} + \frac{1}{2}}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (393)$$

pour le rapport entre les volumes de matière correspondant aux chaudières sphérique et cylindrique. De là on tire :

$$\frac{L}{D} = \quad 1, \quad 1\,{}^1/_2 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad \infty$$

$$\frac{F_1\delta_1}{F\delta} = 0{,}50,\ 0{,}56,\ 0{,}60,\ 0{,}64,\ 0{,}67,\ 0{,}68,\ 0{,}70,\ 0{,}75$$

ce qui montre que la chaudière sphérique est toujours plus légère que la chaudière cylindrique.

A l'origine, on avait, en réalité, adopté, pour la chaudière à vapeur, la forme sphérique, mais on n'a pas tardé à être obligé d'y renoncer, en raison de l'étendue très restreinte dont on disposait pour la surface de chauffe. Ce n'est plus que pour quelques parties de chaudières qu'on utilise encore la forme sphérique.

Dans les fonds sphériques de corps de chaudières cylindriques (V. fig. 1107), les parties arrondies des dômes, des bouilleurs, etc., l'épaisseur, pour un rayon R_1 de la sphère, est donnée, d'après ce qui précède, par la formule :

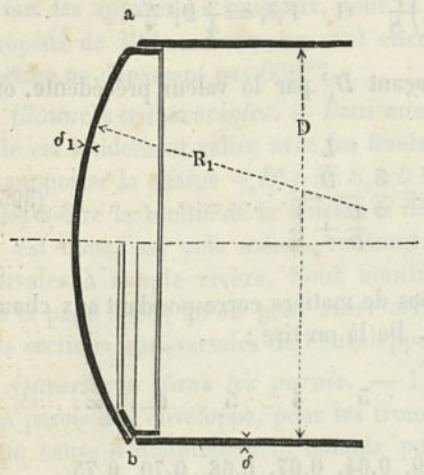
$$\delta_1 = \frac{R_1}{2}\frac{p}{S_2} = R_1 \frac{a}{200\,S_1}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (394)$$

valeur qui, pour $S_1 = S$, devient égale à l'épaisseur δ de l'enveloppe, si l'on fait $R_1 = D$; mais on ne peut pas toujours satisfaire à cette relation, car, dans les usines, le rayon R_1 se trouve imposé par les matrices dont on dispose pour l'emboutissage des fonds. La fixation du fond sphérique sur l'enveloppe se fait ordinairement au moyen d'un rebord cylindrique (obtenu à la presse à border), disposé comme en *a* (fig. 1117); dans d'autres cas, la jonction se fait au moyen d'une bague annulaire, formée d'un fer cornière, comme en *b*. Ici on pourrait, à la rigueur,

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

prendre en considération la force tangentielle s, ou $s \sin \alpha$, dont il a été question au § 557, force qui exerce sur l'enveloppe une pression radiale, dirigée vers l'intérieur. Mais il n'y a pas lieu ordinairement de tenir compte de cette action, car le mode de fixation du fond, tel qu'il vient d'être indiqué, lui donne une raideur bien suffisante pour résister à la force $s.\sin \alpha$. Ce qui est essentiel, c'est d'employer une tôle douce, de première qualité, qui se prête bien à l'emboutissage, surtout lorsqu'elle doit avoir un rebord, comme dans la disposition a.

Fig. 1117.



c. **Parois planes des chaudières.** — Des fonds plats sans soutien exigeraient une assez grande épaisseur, si leur étendue devenait un peu considérable : ils ne peuvent donc guère être utilisés que sur des chaudières de faible diamètre, comme on l'a déjà montré au § 19, en particulier pour la fermeture de bouilleurs, de dômes de vapeur, etc. Lorsque les fonds plats présentent un développement de quelque importance, il convient de les raidir, ce qui permet alors de leur conserver une assez faible épaisseur; en d'autres termes, il convient de diviser par des armatures les grands fonds en une série de fonds plus petits, auxquels il suffit alors de donner une épaisseur modérée.

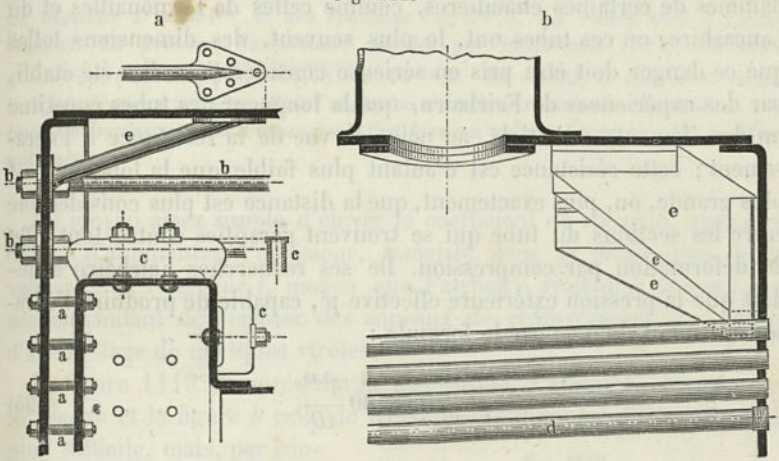
On rencontre en usage, dans la pratique, différents genres d'armatures pour les surfaces planes; les plus usitées se trouvent rassemblées, comme exemples, dans la figure 1118.

Le mode de consolidation par entretoises (fig. 1118 *a*) convient bien pour des parois parallèles suffisamment rapprochées (V. § 61). Ici, les entretoises, au lieu de têtes de rivets, sont munies d'écrous de sûreté. La figure *a* représente également la consolidation de deux parois très éloignées, au moyen de tirants *b*, qui sont, en quelque sorte, des entretoises allongées. Leur action se trouve renforcée par l'intercalation de plaques rivées sur les fonds. L'armature par sommiers *c* (fig. *a*), qui ici est supposée appliquée à une chaudière de bateau, était autrefois d'un usage très développé pour la consolidation du plafond des boîtes à feu des locomotives. *d*, raidissage par tuyaux

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

tirants, ou tuyaux entretoises; ce sont des tuyaux de fumée, d'une épaisseur renforcée, 6 à 9mm, qui s'engagent dans les deux plaques tubulaires par des parties filetées. Les tôles d'angle, ou goussets *e* (fig. *b*), sont employées pour rattacher les parties planes des fonds à

Fig. 1118.



l'enveloppe et leur donner ainsi une certaine rigidité; les goussets sont d'un usage assez ordinaire dans les chaudières de bateaux, comme dans les chaudières de terre, et notamment dans les chaudières à tubes de flammes (1).

§ 363.

Tubes de chaudières soumis à une pression extérieure.

Les parties cylindriques des chaudières, qui se trouvent pressées extérieurement, éprouvent un effet analogue à celui que nous avons signalé pour les pièces chargées debout, c'est-à-dire que, pour une

(1) On peut se demander s'il ne serait pas avantageux, pour un certain nombre de chaudières, de ne fixer sur l'enveloppe qu'un seul des deux fonds plats, et cela même sans goussets, en se contentant de relier le second fond avec le premier, au moyen de tirants droits, parallèles à l'axe de la chaudière, et en assurant l'étanchéité de la fermeture sur l'enveloppe à l'aide d'une garniture spéciale (voy. la presse hydraulique, p. 985). Cette garniture pourrait être disposée, soit sur l'enveloppe, comme celle d'un presse-étoupes, soit sur le fond, comme une garniture de piston. Une fermeture avec un rebord, formé d'une matière appropriée (du plomb, par exemple), pourrait être prise en sérieuse considération (voy. § 343). Avec ce mode d'armatures, les sections transversales de l'enveloppe ne seraient plus soumises à aucun effort longitudinal. A notre connaissance, la disposition précédente a déjà été essayée avec succès dans des chaudières de locomobiles, mais elle ne paraît pas jusqu'ici avoir appelé autrement l'attention.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

certaine valeur de la pression, une légère déformation, qu'elle vienne à se produire ou qu'elle existe antérieurement, peut entraîner la rupture. Dans les tubes de fumée étirés, les épaisseurs qu'on est conduit à donner, en raison de l'usure, sont suffisantes pour prévenir le danger de rupture. Mais il n'en est pas de même pour les tubes de flammes de certaines chaudières, comme celles de Cornouailles et du Lancashire, où ces tubes ont, le plus souvent, des dimensions telles que ce danger doit être pris en sérieuse considération. Il a été établi, par des expériences de Fairbairn, que la longueur des tubes constitue un des éléments essentiels, au point de vue de la résistance à l'écrasement ; cette résistance est d'autant plus faible que la longueur est plus grande, ou, plus exactement, que la distance est plus considérable entre les sections du tube qui se trouvent garanties contre tout effet de déformation par compression. De ses recherches Fairbairn a déduit que la pression extérieure effective p', capable de produire l'écrasement, était donnée par la formule :

$$p' = 806300 \frac{\delta^{2,19}}{lD}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (395)$$

où p' est exprimé en livres anglaises, par pouce carré, D et δ en pouces et l en pieds. En transformant toutes les dimensions en millimètres et en exprimant p' en kilogrammes, par millimètre carré, on arrive à la relation :

$$100\,p' = a' = 567973 \frac{\delta^{2,19}}{lD}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (396)$$

Les expériences de Fairbairn ont été l'objet de calculs répétés et on a cherché, de divers côtés, à donner à l'expression de la pression une forme moins incommode. En dernier lieu, le docteur *Wehage* a repris la question et, en tenant compte de nouvelles expériences, bien faites (1), il est arrivé à la formule suivante :

$$100\,p' = a' = \left\{ \begin{matrix} 90000 \\ 120000 \end{matrix} \right\} \frac{\delta}{D} \sqrt[3]{\frac{\delta}{lD}}. \quad . \quad . \quad . \quad (397)$$

dans laquelle le coefficient supérieur est applicable aux tubes avec rivure à recouvrement, et l'autre, aux tubes soudés ou aux tubes avec rivure à plat-joint. Cette formule simple reproduit, avec une grande approximation, les résultats les plus importants obtenus par Fairbairn. Lorsque les dimensions D_1 l et δ, qu'on considère comme admissibles,

(1) V. Engineer, 1881. Vol. 51, p. 426, et Dingler's Journal, 1881, p. 239.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

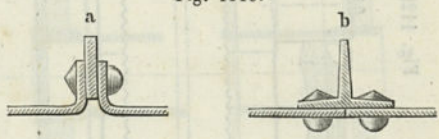
ont été fixées, on calcule, au moyen de la formule, la pression dangereuse a', et on apprécie si elle est suffisamment élevée. Dans le cas contraire, il y a lieu de modifier les dimensions dont on peut disposer.

Exemple. *Dans une chaudière à foyer intérieur, construite pour une pression effective de* $2\,{}^1/_2$ *atm., le tube foyer avait une longueur* $l = 7845^{mm}$, *un diamètre* $D = 601^{mm}$ *et une épaisseur* $\delta = 6^{mm},5$. *La rivure était à recouvrement. La pression dangereuse, calculée par la formule* (597), *est alors* $a' = 90000\,(6,5:601)\sqrt[3]{6,5:601.7845} = 10^{atm},8$. *En réalité, le tube s'est écrasé sous une pression moindre. Mais l'explosion s'explique assez naturellement, si l'on veut bien remarquer que l'usure avait fort bien pu réduire l'épaisseur de quelques millimètres.*

Un moyen assez simple d'élever le coefficient de sécurité, sans être obligé d'augmenter l'épaisseur, consiste dans la diminution de la valeur de la longueur l, moyen que Fairbairn avait déjà proposé, en recommandant de disposer des anneaux de renforcement, aux joints d'assemblage de quelques viroles.

La figure 1119 *a* représente la disposition d'armature adoptée par *Adamson* et la figure *b* celle de *Hick*; la première est d'une exécution plus difficile, mais, par contre, elle offre l'avantage de n'exposer aucune tête de rivet à l'action de la flamme. Aujourd'hui, on a fréquemment recours à l'emploi de ce mode d'armature et on l'applique même assez souvent à chaque joint de virole, afin de protéger le tube contre l'aplatissement, dans le cas où, par suite d'une circonstance quelconque, un manque d'eau, par exemple, il viendrait à rougir. Dans les tubes, sans anneaux de renforcement, l'aplatissement était un accident assez fréquent.

Fig. 1119.



Certains constructeurs, comme *Schulze, Knaudt et Cie*, d'Essen, sont arrivés à donner au tube-foyer une grande sécurité contre l'écrasement, en le constituant au moyen de tôle ondulée et soudée, qui lui assure une rigidité propre. La figure 1120 représente une chaudière, de $2^m,200$ de diamètre, établie avec un tube-foyer de ce système. Ce mode de construction, qui n'est pas sans offrir quelques difficultés, semble cependant se répandre de plus en plus. En Angleterre, les tubes-foyers, en tôle ondulée, sont fournis par leur inventeur, *Sampson Fox*, de Londres. La hauteur des ondulations est ordinairement de 100^{mm}.

On a également utilisé la tôle ondulée pour les boîtes à feu des locomotives. La figure 1121 représente la boîte à feu de *Kaselowsky*.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Ici, en dehors de quelques tirants longitudinaux pour la paroi frontale, il n'existe plus aucune armature autour de la boîte. Cette disposition exige naturellement l'addition d'une poutre transversale, au-dessous de la grille, pour supporter la chaudière.

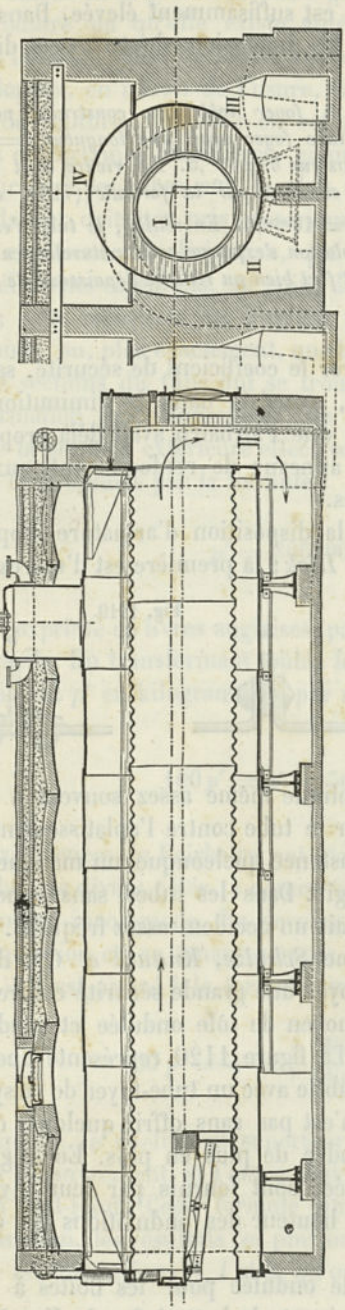


Fig. 1120.

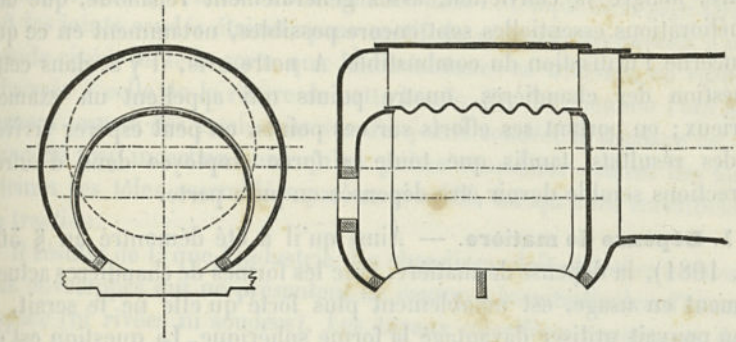
La fixation du tube de flammes sur les fonds de la chaudière se fait par rivure, soit en intercalant une cornière à l'extérieur ou à l'intérieur (fig. 1121), soit en utilisant un rebord du tube lui-même, *surtout lorsque celui-ci* est soudé (fig. 1120).

Les tuyaux de flammes, ramenés à un faible diamètre, c'est-à-dire ce qu'on appelle les tubes calorifères, sont traités, de préférence, comme des rivets creux; on commence par donner au tuyau, en arrière de la plaque tubulaire, au moyen d'un emboutissoir en trois pièces, un renflement (destiné à remplacer la tête de pose du rivet ordinaire), puis on le munit d'une tête de fermeture, c'est-à-dire qu'on le rive et qu'on le matte à l'extérieur (fig. 1122 *a*). Certaines usines, comme, par exemple, la fabrique de locomotives d'Esslingen, terminent les tuyaux en fer par une partie en cuivre, brasée à la soudure forte, qui supporte beaucoup mieux que les tuyaux en fer et en acier les opérations du renflement, de la rivure et du mattage. La méthode de fixation des

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

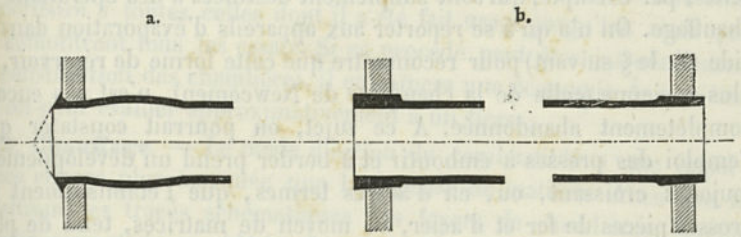
tubes, au moyen de deux parties légèrement coniques (fig. 1122 *b*), qui a été essayée en France, dès l'année 1867, n'a pas donné en Alle-

Fig. 1121.



magne les résultats qu'on en avait espérés; il est difficile, en effet, dans les chaudières qui deviennent vieilles, de maintenir bien étan-

Fig. 1122.



ches, en même temps, les deux extrémités et, d'un autre côté, des secousses répétées peuvent, à la rigueur, détruire l'assemblage.

§ 364.

État actuel de la construction des chaudières à vapeur.

Dans les paragraphes précédents, nous avons dû nous limiter à l'indication de quelques détails de construction des chaudières, en renvoyant, pour des développements plus complets, aux traités spéciaux sur la matière. Il ne nous reste plus ici qu'à ajouter quelques considérations générales sur les modes de construction en usage aujourd'hui et sur les résultats obtenus.

En regard des progrès réalisés dans l'exécution technique des chaudières, progrès que nous avons fait ressortir dans les paragraphes an-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

térieurs et dans le chapitre relatif aux rivures, vient se placer ce fait positif, bien digne d'attention, que, depuis vingt ou trente ans, l'art de la construction des chaudières est resté, pour ainsi dire, stationnaire, malgré la conviction, assez généralement répandue, que des améliorations essentielles sont encore possibles, notamment en ce qui concerne l'utilisation du combustible. A notre avis, il y a, dans cette question des chaudières, quatre points qui appellent un examen sérieux; en portant ses efforts sur ces points, on peut espérer arriver à des résultats, tandis que toute la force employée dans d'autres directions semble devoir être dépensée en pure perte.

1. Dépense de matière. — Ainsi qu'il a été démontré au § 361 (p. 1081), la dépense de matière, avec les formes de chaudières actuellement en usage, est notablement plus forte qu'elle ne le serait, si l'on pouvait utiliser davantage la forme sphérique. La question est de savoir si, pratiquement, il y a beaucoup à faire dans cette direction; tout ce qu'on peut dire, c'est qu'il reste la possibilité de tenter quelque chose dans cette voie, au moins pour quelques variétés de chaudières, celles, par exemple, qui sont simplement destinées à des opérations de chauffage. On n'a qu'à se reporter aux appareils d'évaporation dans le vide (V. le § suivant) pour reconnaître que cette forme de réservoir, la plus ancienne (celle de la chaudière de Newcomen), n'est pas encore complètement abandonnée. A ce sujet, on pourrait constater que l'emploi des presses à emboutir et à border prend un développement toujours croissant, ou, en d'autres termes, que l'établissement de grosses pièces de fer et d'acier, au moyen de matrices, tend de plus en plus à passer au premier rang.

Les rivures constituent une seconde face de la question de la matière. Il est, en réalité, assez dur que, avec les rivures pour la chaudière à vapeur, nous soyons conduits à supporter un affaiblissement aussi notable de la paroi. Dans la rivure simple, en faisant abstraction des rivets (pour lesquels on peut toujours employer du fer de qualité exceptionnelle), cet affaiblissement atteint, en moyenne, 40 pour 100 et, dans la rivure double, 25 pour 100 (1). Ces diminutions de résistance sont sans importance pour les clouures transversales des chaudières cylindriques, mais il n'en est pas de même pour les clouures longitudinales, et elles ont, dès lors, une influence qui n'est pas négligeable, précisément pour la partie la plus lourde de la chaudière, c'est-à-dire l'enveloppe. C'est là l'origine des efforts faits pour arriver

(1) Si l'on ne voulait pas employer, pour les rivets, du fer d'une qualité supérieure à celle de la tôle, l'affaiblissement serait, en moyenne, de 53 p. %, avec la rivure simple, et de 41 p. % avec la rivure double. — On doit faire, d'une manière générale, abstraction des rivures triples, en raison des difficultés d'exécution qu'elles présentent.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

à souder les joints longitudinaux. Mais ce procédé, qui convient très bien pour les tubes soumis à une pression extérieure, n'a eu qu'un effet assez médiocre pour les enveloppes soumises à une pression intérieure, ainsi que nous l'avons montré dans l'exemple de la page 1078, où les joints soudés étaient, pour motif de sécurité, recouverts d'une bande rivée, de telle sorte que leur résistance se trouvait, en réalité, abaissée à celle de la rivure de cette bande. En fait, comme l'ont nettement prouvé des essais faits sur des joints soudés, le soudage est un procédé trop incertain pour qu'on puisse considérer comme des tôles pleines les tôles assemblées par ce procédé, lorsqu'elles travaillent à la traction.

Il résulte de là que l'industrie des chaudières doit chercher à obtenir des enveloppes qui ne présentent de coutures longitudinales d'aucune espèce (ni rivées ni soudées). Les tuyaux calorifères constituent déjà une solution pour les tuyaux soumis à une pression extérieure. Le procédé de Mannesmann, mentionné à diverses reprises, est en mesure de fournir des tuyaux analogues pour les éléments de chaudières, soumis à une pression intérieure, et cela avec une qualité de tôle bien supérieure à toutes celles dont il a été fait usage jusqu'ici, ainsi que le démontrent tous les essais. Si ce procédé peut être introduit dans la construction des chaudières, il entraînera une économie de matière, qu'on peut évaluer approximativement à un tiers.

2. Chauffage. — Le mode d'action du combustible a une importance encore plus marquée que la dépense de matière. Ainsi que le montrent les tracés schématiques des foyers de chaudières, donnés précédemment, le procédé à peu près exclusivement en vigueur partout est celui qui consiste à exposer directement les parois à l'action des flammes, en d'autres termes, à laisser la chaleur des produits de la combustion agir principalement par conductibilité; c'est ce qui a lieu, dans une très grande mesure, même dans les cas où il existe un avant-foyer. Depuis longtemps déjà il s'était élevé des doutes sur la valeur de ce procédé, au point de vue du but à atteindre. Il était inadmissible qu'il pût être avantageux, pour la combustion des gaz, de les lancer, immédiatement après la production de la flamme, sur des surfaces métalliques à une température inférieure, de 800 à 1000°, à celle de cette flamme. Il devait nécessairement résulter de ce contact la production de fumée et de suie, c'est-à-dire de parties non brûlées du combustible, qui, en se séparant, devenaient une cause d'incommodité sérieuse pour le voisinage et de pertes assez considérables. La lutte entreprise, à peu près partout, contre cette production de la fumée a conduit à la création d'une foule de dispositifs de grilles et de modes de chargement du combustible. Le premier, Fr. Siemens (de Dresde),

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

paraît avoir imaginé la véritable solution du problème et, depuis quelques années, il s'efforce sans relâche de porter à la connaissance de tous ceux qui s'intéressent aux questions de combustion les résultats, de plus en plus complets, de ses études pratiques (1). Comme tant d'autres, cet ingénieur, si remarquable, s'était tout d'abord conformé au principe fondamental, consistant à mettre les flammes en contact avec le corps à chauffer ; mais, vers 1879, il finit par reconnaître que, dans les fours de verrerie, les fours à sole pour acier, les fours de fusion, etc., il y avait tout intérêt à recouvrir le foyer de voûtes assez élevées, pour laisser agir simplement la chaleur rayonnante de la flamme sur la matière à travailler, et à récupérer, dans le four de régénération, la chaleur contenue encore dans les gaz ne donnant plus de flammes. Il est parvenu ainsi à économiser 80 à 90 pour 100 de la chaleur dépensée antérieurement. Plus tard, il a été conduit à séparer encore plus nettement les deux périodes principales de la combustion et à les maintenir séparées, puis enfin à appliquer le même principe au chauffage des chaudières à vapeur, en annonçant qu'on pouvait ainsi sûrement réaliser une économie voisine de 25 pour 100. Les expériences faites sur des chaudières, installées dans le nouveau système, ont confirmé pleinement les résultats annoncés (2). Dans l'application de ce procédé, Siemens recommande instamment d'éviter que la flamme, proprement dite, produite par la combustion des gaz, ne vienne en contact avec les parois de la chaudière et de s'arranger pour qu'elle agisse uniquement par rayonnement, puis d'enlever, autant que possible, par conductibilité, la chaleur des gaz de la combustion qui ne donnent plus de flammes, mais qui sont encore très chauds; on peut satisfaire à ces deux conditions de différentes manières (3). Comme, pour toutes les applications des règles fondamen-

(1) V. à ce sujet, les différents mémoires publiés par Fr. Siemens, de 1882 à 1887.

(2) En particulier, M. Kühne et Cie, à Dresde, ont constaté, en 1884, une économie de 26 p. % sur une chaudière ordinaire, où l'ancien foyer avait été remplacé par un foyer Siemens; la fumivorité était complète et les carneaux se maintenaient très propres.

(3) Fr. Siemens décrit deux méthodes employées par lui, toutes les deux pour des chaudières avec tubes de flammes. Dans la première méthode, la combustion du combustible naturel a lieu sur la grille, placée dans le tube foyer; mais ce tube, sur toute la longueur de la grille, et au delà, sur une longueur égale à la moitié de celle de cette grille, est garni d'un revêtement en chamotte (briques réfractaires); deux autres revêtements, de même matière, en forme d'anneaux, sont établis un peu plus loin et ont pour but d'obliger constamment la flamme à revenir vers l'axe du tube. Dans ce procédé, les gaz, en brûlant dans le tube, n'agissent sur ses parois que par rayonnement, puis ils s'éteignent, et viennent, dans leur marche de retour, lécher directement l'enveloppe de la chaudière, à laquelle ils cèdent, par conductibilité, la chaleur qu'ils possèdent; ils subissent ainsi un refroidissement énergique, et circulent ensuite, sur les parties de la surface de chauffe non baignées par l'eau, avant de se rendre à la cheminée. Dans la seconde méthode, le combustible est transformé en produits gazeux sur une grille, placée en dehors du massif de la chaudière; le gaz ainsi formé, mélangé à de l'air (préalablement échauffé), est enflammé à l'entrée du tube, qui est garni d'un revêtement et que la flamme parcourt, en agissant par rayonnement, etc.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

tales indiquées par Siemens, l'expérience a toujours confirmé leur exactitude, on ne peut évidemment que conseiller leur généralisation. L'application du procédé aux chaudières à vapeur fixes n'offre pas de difficultés essentielles, mais il est incontestable qu'elle en présente davantage pour les chaudières de bateaux et de locomotives. Toutefois, même pour ces dernières, on peut espérer arriver à des résultats sérieux. Pour les chaudières de bateaux, on vient récemment, aux États-Unis, de déroger complètement à l'ancienne règle que les chaudières de ce genre ne devaient pas avoir de fourneaux en maçonnerie; le nouvel aviso le *Chicago* et une série d'autres du même type ont des chaudières très convenablement établies, avec des revêtements en maçonnerie.

Pour les locomotives, le succès des expériences de *Verderber*, à Budapest, a démontré que le revêtement, en briques réfractaires, de la boîte à feu était très pratique (v. plus loin). Ces expériences de Verderber se rattachent, au fond, directement à la théorie de Fr. Siemens et en sont la confirmation. C'est surtout dans les chaudières à tube de flammes qu'on a essayé, de différentes manières, le garnissage de ce tube avec une enveloppe réfractaire, au-dessus de la grille. Si l'on n'est pas arrivé ainsi à des résultats bien marqués, c'est que, dans tous ces essais, on s'était borné au garnissage, sur la seule longueur de la grille, et que rien n'avait été fait au delà, pour modifier l'action de la flamme, qui restait la même que dans l'ancien procédé. En résumé, on est en droit d'espérer que, dans un avenir peu éloigné, le chauffage par rayonnement (comme on peut désigner le procédé de Siemens, en raison de l'action spéciale réservée au rayonnement) viendra, d'une manière générale, se substituer, dans les chaudières à vapeur, au chauffage par conductibilité et permettra de réaliser ainsi une économie de combustible qu'on peut évaluer à un quart environ.

3. Surface de chauffe. — Le troisième point se rapporte bien moins à une imperfection de notre mode de construction qu'à l'état d'incertitude des bases sur lesquelles il repose, de telle sorte qu'un certain nombre d'installations se trouvent répondre au but proposé beaucoup moins qu'on ne le suppose généralement. Il s'agit ici de la surface de chauffe. Des expériences récentes semblent démontrer, d'une manière irréfutable, qu'il y a lieu de renoncer à considérer la surface de chauffe comme une grandeur à laquelle est proportionnelle la puissance de production d'une chaudière, ce que jusqu'ici on admettait comme un axiome. En premier lieu, il est bien évident qu'entre les parties situées près de la grille et celles qui en sont très éloignées il doit exister une différence très prononcée, relativement à la produc-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

tion de vapeur. Les gaz ont, en effet, une température très élevée au départ et une température tout à fait basse, à l'extrémité de leur parcours, de telle sorte que la formation de vapeur, très énergique près du foyer, doit aller en diminuant, à mesure qu'on s'en éloigne. On sait, d'un autre côté, que, pour une même chaudière, la surface de chauffe, dans certaines circonstances, peut être réduite de moitié, sans que la production de vapeur diminue. Le procédé, généralement suivi, d'après lequel on cherche à augmenter, par tous les moyens imaginables, la grandeur de la surface de chauffe (ce qui a conduit sans cesse à de nouvelles formes de chaudières), semble, dès lors, devoir être considéré comme un procédé étroit, incapable souvent de conduire au but qu'on se propose et qui, en tous cas, a besoin d'être soumis à un examen approfondi. Des recherches, de nature à frayer la voie dans l'étude de cette importante question, sont celles dont nous sommes redevables au Directeur Général des chemins de fer suédois, l'ingénieur *F. Almgren*, qui, grâce à des expériences poursuivies pendant plusieurs années, est arrivé à élucider, d'une façon très remarquable, les conditions de production de la vapeur et à utiliser les résultats trouvés, pour des applications pratiques, d'une grande importance. Bien que la publication des travaux de cet Ingénieur doive se faire très prochainement, nous croyons devoir donner ici, par avance, plusieurs des principaux résultats qu'il a bien voulu nous communiquer, en les présentant sous forme d'extraits de ses propres lettres.

Recherches pratiques sur les chaudières de locomotives, à tubes étroits, par F. Almgren. « *Les expériences de Geoffroy, mentionnées dans l'ouvrage de Couche* (1), *et dans lesquelles le système des tubes de chauffe, de* $3^m,6$ *de longueur, était divisé en 4 compartiments, de* $0^m,9$ *environ, font connaître les quantités de vapeur que fournissait chacun de ces compartiments, pour des quantités variables de gaz du foyer, circulant par heure dans les tubes. J'ai trouvé que, pour une quantité de chaleur iL (en calories), cédée par seconde, i étant le nombre des tubes, les quantités de vapeur pouvaient être représentées, comme une fonction de la longueur variable l d'un tube, par l'expression générale suivante :*

$$\frac{a}{iL} = 1 + \frac{b}{l}. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (398)$$

où a et b sont des constantes, qui dépendent de la température moyenne T_e *des gaz, à leur entrée dans les tubes, de la température* θ *de l'eau, et du poids iG des gaz du foyer passant, par seconde, dans le système des tubes. Par une série d'expériences, j'ai déterminé ces constantes et j'ai trouvé*

$$\left.\begin{aligned} a &= 0{,}557\, i\, G\, (T_e - \theta) \\ b &= 7{,}15\, G^{0{,}217} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (399)$$

où G est le poids de la quantité de gaz du foyer, ou de la fumée, passant, en moyenne, par seconde, dans un des tubes de chauffe.

(1) Voie, matériel et exploitation des chemins de fer. Tome III.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

On en déduit pour l'expression de la quantité de chaleur L, cédée à l'un des tubes :

$$L = \frac{0.357\, G\,(T_e - \delta)}{1 + \frac{7{,}15}{l}\, G^{0{,}217}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (400)$$

Pour vérifier dans quelle mesure cette formule était applicable, il a été fait 21 essais avec une chaudière de locomotive, dont les parois de la boîte à feu étaient rendues non conductrices par un revêtement en maçonnerie.

Les résultats favorables de ces essais sont donnés dans la table suivante, où :

i est le nombre des tubes de chauffe utilisés ;

G le poids (en kilogr.) de la fumée traversant un tube par seconde ;

T_s-δ la différence mesurée des températures de la fumée et de l'eau, près de la sortie dans la boîte à fumée ;

T_e-δ la différence de ces températures à l'entrée $= (T_s - \delta) + L : 0{,}24\, G$;

L_e la valeur de L déterminée par l'essai ;

L_c la valeur de L, calculée par la formule (400).

TABLE I.

Chaudière de locomotive : pression effective de 4 atm. ; tubes en laiton, de 2m,934 de long et de 42mm de diamètre intérieur, avec une légère couche d'incrustation.

NUMÉROS DES ESSAIS	i	G	$T_s - \delta$	$T_e - \delta$	L_e	L_c
1	110	0,00713	210° C.	901°	1,184	1,248
2		0,00601	185	916	1,035	1,090
3		0,00733	222	969	1,504	1,370
4		0,00827	230	1009	1,531	1,570
5		0,00900	235	1000	1,648	1,700
6	55	0,01795	275	1067	3,360	3,330
7		0,01871	285	1991	3,600	3.520
8		0,01852	278	1115	3,660	3.550
9		0,01479	290	1421 (?)	4,000(?)	3.750
10		0,01514	240	1221	3,510	3.290
11		0,01305	255	1312	3,300	3.080
12		0,01091	235	1328	2,860	2.700
13	88	0,00466	90	682	0,650	0.646
14		0,00448	95	724	0,670	0.660
15		0,00405	95	781	0,660	0.652
16		0,00360	95	709	0,550	0.530
17	110	0,00586	75	462	0,542	0.534
18		0,00529	70	368	0,376	0.388
19		0,00640	85	466	0,591	0.586
20		0,00715	95	522	0,754	0.721
21		0,00668	90	529	0,695	0.686

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Observations. *Entre les différentes séries d'essais, la chaudière était vidée et nettoyée, ainsi que les tubes. Les 110 tubes de la 4e série sont, pour une partie seulement, les mêmes que ceux de la 1re. Dans le 9e essai (2e série), les gaz ont amené la fusion de quelques-unes des têtes des bouchons en fonte, qui servaient à fermer les tubes non utilisés.*

La concordance entre les valeurs correspondantes de L_e et L_c est frappante. On se trouve donc en possession d'une formule utilisable pour les cas ordinaires de la pratique; cette formule, comme le montre la table, peut être appliquée pour un nombre quelconque de tubes, sans que les légères différences de G et de T_e, qui pourraient exister entre ces tubes, pris isolément, aient un effet sensible sur le résultat principal.

L'équation (400) *montre que, pour une valeur donnée de la longueur l du tube, la production de vapeur est presque exactement proportionnelle au poids de la fumée qui passe et croît à peu près proportionnellement à la quantité de chaleur disponible* $0{,}24\,G\,(T_e-\delta)$. *Ce qui signifie que, pour une ouverture constante du tuyau d'échappement, on obtient, par le système des tubes, presque exactement autant de vapeur que la machine en lance par le tuyau d'échappement, c'est-à-dire qu'elle en consomme. Si l'on remarque encore que, par l'augmentation du tirage, on élève également la température de la combustion, on est amené à reconnaître que le système de tubes d'une chaudière de locomotive, en liaison avec l'échappement, représente une disposition presque idéale, du moment où l'on demande à cette chaudière de grandes et de fréquentes variations dans la production de vapeur par heure.*

Maintenant les expériences de Geoffroy, rappelées au début, montrent qu'à ce point de vue les parois de la boîte à feu ont une action beaucoup moins avantageuse que celle des tubes. Avec elles, en effet, l'élévation de la production de vapeur est beaucoup plus lente que l'élévation du tirage. Par conséquent, plus le développement de la boîte à feu est considérable, plus son action, à ce point de vue, est imparfaite et plus il devient indispensable de recourir au réglage par le tuyau de soufflage, dont l'effet est d'ailleurs assez incertain. Par contre, l'équation (400) *montre que, comme, pour une longueur donnée des tubes, la production de vapeur de chacun d'eux croît avec l'augmentation du tirage, il est possible d'abaisser le nombre des tubes et, par suite, le poids de la chaudière, à un minimum déterminé, qui doit être fixé, en ayant égard à la pression admissible pour le tuyau de soufflage et à la grandeur de la grille. Cette même formule montre, en outre, que, avec un tirage énergique et une température élevée à l'entrée, la formation de vapeur, même pour les dernières portions de tubes d'une très grande longueur, est encore extrêmement remarquable.*

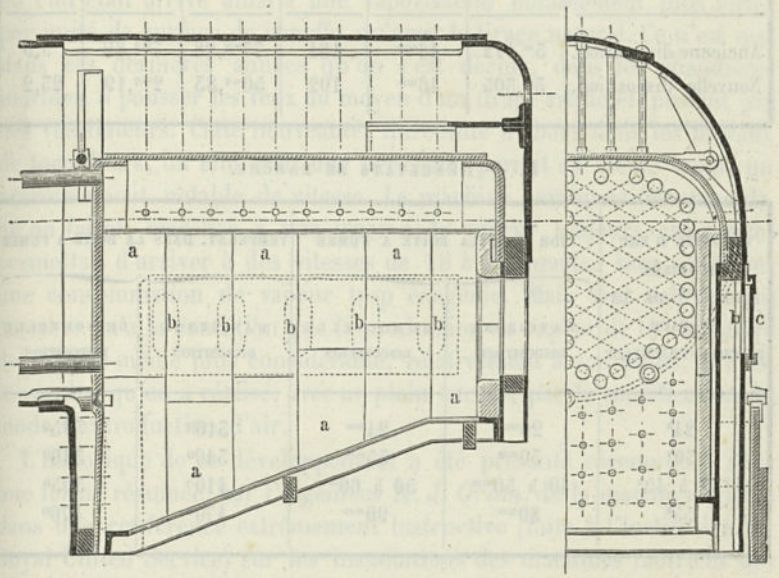
D'après cela, comme 1^{mq} *de surface tubulaire pèse et coûte notablement moins que* 1^{mq} *de surface de boîte à feu, que, d'un autre côté, la réduction des dimensions de cette dernière a pour résultat un refroidissement moindre des produits de la combustion (fumée), lesquels pénètrent, par suite, dans les tubes, avec une température plus élevée, il est facile de voir qu'on peut réaliser une économie sérieuse par la suppression de ces parties des parois de la boîte à feu qui se prêtent mal à l'utilisation de la chaleur rayonnante, c'est-à-dire des parois verticales, et par une augmentation correspondante de la longueur des tubes. Ainsi, par exemple, avec un vide de tirage de* 40^{mm} *(en colonne d'eau), dans une chaudière comportant 125 tubes, de* 3^m *de long et de* 45^{mm} *de diamètre, une réduction de* 7^{mq} *dans la surface des parois de la boîte à feu peut être complètement remplacée par un accroissement de longueur des tubes correspondant à une*

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

surface de chauffe de 14$^{m.q.}$. L'économie, ainsi réalisée, par cette transformation, où des parois exigeant de fortes armatures sont remplacées par des surfaces de tubes et où les parois de la boîte, non baignées par l'eau, sont protégées par un revêtement en argile, peut être évaluée à 700^{k} environ, en poids, et à 1800^{fr} en argent.

Les dernières chaudières des chemins de fer suédois ont été construites d'après les principes qui viennent d'être exposés. Dans la figure 1123, qui les représente,

Fig. 1123.



a est le revêtement réfractaire de la boîte à feu, b les orifices d'accès d'air, qu'on peut régler au moyen d'un registre à tiroir c. Ces chaudières, qui sont en service depuis plus de deux ans, marchent d'une façon très satisfaisante, ainsi qu'il résulte des indications des tables qui se trouvent indiquées à la page suivante. Il est également facile de voir, d'après les chiffres de ces tables, que la nouvelle chaudière, pour des hauteurs de vide et des températures presque identiques dans la boîte à fumée, accuse une production de vapeur égale à celle d'une chaudière construite d'après les idées en faveur jusqu'ici et qui travaillerait dans d'excellentes conditions (1).

La boîte à feu a une longueur extérieure de 1^{m},485 et une largeur intérieure de 1^{m}. Le diamètre de l'enveloppe cylindrique est de 1^{m},103. Le nombre des tubes, dont le diamètre intérieur est de 46^{mm}, s'élève à 144. L'épaisseur totale du revêtement en briques réfractaires est de 74^{mm}.

(1) L'ingénieur Almgren a donné l'autorisation de faire breveter la nouvelle disposition de chaudière de locomotive à M. de *Storckenfeldt*, qui avait fait, d'après les calculs et les indications de l'inventeur, les tracés de construction de la chaudière représentée par la figure 1123.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

TABLE II.

A. — Dimensions.

CHAUDIÈRE	TUBES DE CHAUFFE			SURFACE DE CHAUFFE INTÉRIEURE		
	LONGUEUR	DIAMÈTRE	NOMBRE	DES TUBES	DE LA BOITE A FEU	RAPPORT
Ancienne disposition.	$3^{m},112$	46^{mm}	184	$77^{mq},28$	$7^{mq},82$	9,9
Nouvelle disposition.	$3^{m},305$	46^{mm}	102	$50^{mq},83$	$2^{mq},19$	23,2

B. — Résultats de marche.

QUANTITÉ D'EAU VAPORISÉE POUR 1^{mq} DE LA SURFACE DE CHAUFFE TOTALE	VIDE DANS LA BOITE A FUMÉE		TEMPÉRAT. DANS LA BOITE A FUMÉE	
	D'ANCIENNE DISPOSITION	DE NOUVELLE DISPOSITION	D'ANCIENNE DISPOSITION	DE NOUVELLE DISPOSITION
24^{k}	20^{mm}	24^{mm}	310°	315°
30^{k}	30^{mm}	35^{mm}	340°	340°
37 à 45^{k}	40 à 50^{mm}	50 à 60^{mm}	410°	395°
55^{k}	80^{mm}	90^{mm}	470°	470°

La courte description que nous venons de donner suffit pour faire connaître, dans ce qu'elles ont d'essentiel, les expériences si remarquables d'Almgren et les applications pratiques auxquelles elles ont conduit. Elles sont appelées, suivant toute apparence, à devenir le point de départ d'une transformation dans la construction des chaudières de locomotives. La publication plus complète de ces expériences, qui nous a été promise, fournira des renseignements plus détaillés, en même temps qu'elle fera connaître les considérations théoriques sur lesquelles reposent les formules pratiques. La concordance entre les observations d'Almgren et les principes qui ont guidé Fr. Siemens, dans ses installations, est extrêmement intéressante; nous pouvons constater, dans la nouvelle chaudière de locomotive, la réalisation de la partie principale des conditions indiquées par ce dernier. Nous y trouvons, en outre, la confirmation des remarques que nous avons précédemment présentées, au sujet de la dépense de matière, puisque les lourdes parois rivées se trouvent transformées, au moins

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

pour une grande partie, en surfaces de tubes sans soudure. L'emploi de la matière, qui se trouve ainsi notablement amélioré, arrivera encore à un plus haut degré de perfection, lorsqu'on sera parvenu, ce qui paraît prochain, à préparer des enveloppes de chaudières sans rivures.

4. Tirage artificiel. — Pendant longtemps, le tirage forcé a été utilisé presque exclusivement dans les locomotives et les locomobiles, où l'on était arrivé ainsi à une vaporisation notablement plus forte, par unité de surface de chauffe, qu'avec le tirage naturel. Ce n'est que dans ces dernières années qu'on s'est décidé, dans les chaudières marines, à pousser les feux au moyen d'un tirage artificiel, produit par des ventilateurs. Cette nouveauté, introduite d'abord dans les bateaux de torpilleurs, où elle était une nécessité, permit en même temps un accroissement notable de vitesse. La machine combinée (compound), qu'on faisait marcher à une tension de vapeur toujours croissante, permettait d'arriver à des vitesses de 18 à 20 nœuds, sans entraîner une consommation de vapeur trop exagérée. Mais tout cela n'était possible qu'à la condition que la production de vapeur de la chaudière devînt elle-même plus considérable, relativement à son poids, et c'est le résultat qu'on a réalisé, avec un plein succès, par la modification du mode d'introduction d'air.

L'historique de ce développement a été présenté récemment, sous une forme résumée, par l'ingénieur *H. J. Oram*, de la marine anglaise dans une conférence extrêmement instructive (faite à l'institution du Royal United Service) sur les installations des machines motrices des vaisseaux de guerre modernes. Les plus grandes chaudières de la marine anglaise, construites en dernier lieu (celles des vaisseaux Blenheim et Blake), ont 15 pieds de diamètre, sur 18 pieds de longueur, et sont pourvues, à chaque extrémité, de quatre portes de foyers. Elles travaillent à cendrier fermé, sous une pression d'air de 50^{mm} environ (en colonne d'eau), et chacune d'elles fournit, à une pression de 10 à 11 atmosphères, la quantité de vapeur nécessaire pour 5350 chevaux indiqués. La pression d'air de 50^{mm} a été reconnue comme étant tout à fait suffisante pour maintenir la marche des feux au degré d'activité désiré. On peut voir, d'après la table précédente *B* (p. 1096), qu'il s'agit ici essentiellement de la même différence, dans la pression de l'air en avant et en arrière du foyer, que celle qui a été déterminée depuis longtemps comme convenable pour la marche des locomotives. La combustion s'effectue, avec les foyers à haute pression, dans des conditions beaucoup plus favorables qu'avec ceux de l'ancien système; elle donne bien moins de fumée et est beaucoup plus régu-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

lière. Il convient d'ajouter de suite que, pour rendre possible une forte augmentation de la puissance de production de la chaudière, il est devenu également indispensable de recourir à un réchauffement de l'eau d'alimentation, ainsi qu'à une distillation de cette eau (dans ce qu'on appelle le condenseur double de distillation, lequel doit agir à côté du condenseur par surface). Accessoirement, on peut faire remarquer que le tirage artificiel offre également l'avantage de permettre de ventiler et de refroidir convenablement la chambre de chauffe.

En Amérique, on est arrivé, dans ces derniers temps, pour les chaudières marines, à des pressions de vapeur de 16 à 18 atm., et à des diamètres d'enveloppes de 16 à 17 pieds. D'après Oram, on a atteint ainsi une limite, qu'on ne pourrait plus dépasser, sans inconvénient, ni pour la chaudière, ni même pour la machine, car toute élévation nouvelle de la pression et du diamètre entraînerait, pour l'installation, des augmentations de poids, dont la dépense serait supérieure à l'économie qui pourrait être ainsi réalisée.

Il convient également de signaler ici que la Société française des Messageries Maritimes, dans les derniers grands navires qu'elle a construits pour les services postaux, a abandonné les grandes chaudières à foyers intérieurs pour adopter les chaudières Belleville. Il y a là encore une limite pour l'élévation de pression, dont nous venons de constater la marche dans les chaudières à grand volume. Comme, d'ailleurs, le tirage artificiel s'est montré très avantageux, au moins en ce qui concerne la grandeur et le poids de la chaudière, on doit s'attendre à ce que bientôt ce tirage soit également appliqué dans la marche des machines fixes et qu'il ait de même pour effet d'amener une transformation dans la construction des chaudières correspondantes.

De l'ensemble de tous les développements qui précèdent, on doit conclure que la construction des chaudières à vapeur a commencé à entrer dans une voie qui, pour les frais de construction, ainsi que pour les dépenses de marche, peut permettre de réaliser une économie, qu'on peut évaluer sûrement de un quart à un tiers.

§ 365.

Biefs d'air et de gaz.

Pour les biefs à air comprimé, qui trouvent aujourd'hui des applications si variées, dans la construction des tunnels et des puits, on emploie, comme réservoirs de pression, des réservoirs cylindriques, analogues aux chaudières à vapeur. Des réservoirs de ce genre, mo-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

biles, sont utilisés dans la construction des tunnels, comme aussi sur certains tramways, où, au lieu de vapeur, c'est de l'air comprimé qui alimente la machine motrice; il ne manque pas également de projets, établis en vue d'assurer le service régulier des rampes, au moyen de locomotives à air. La fondation pneumatique des piles de ponts s'exécute au moyen d'un bief à air comprimé. Le réservoir est, dans ce cas, un caisson en fer, qui recouvre la surface sur laquelle on doit construire et à l'intérieur duquel s'exécutent les travaux. L'air qu'on y comprime repousse l'eau, en la faisant passer sous les bords du caisson et s'échappe lui-même, en partie, par la même voie. L'entrée et la sortie des ouvriers s'effectuent au moyen d'une véritable écluse à air. Les creusements de puits, dans des terrains coulants, s'exécutent souvent aussi avec le secours de biefs d'air comprimé. Pour les distributions de force par l'air comprimé dans les villes, comme à Birmingham, par exemple (V. p. 881), c'est la canalisation elle-même qui fait l'office de réservoir.

Les biefs à basse pression, pour mélanges de vapeur d'eau et d'air, sont, comme nous l'avons déjà signalé (p. 929), les condenseurs des machines à vapeur. Dans ces biefs, le réservoir a une capacité correspondant à 1 ou 2 remplissages du cylindre à vapeur, et il se fait, de préférence, en fonte; la régularité avec laquelle, à chaque tour entier de la machine, la pompe à air produit la raréfaction, à l'intérieur du réservoir, dispense de recourir à l'emploi de grandes dimensions pour ce dernier. Dans les puits, en disposant près du niveau de l'eau, mais au-dessus, un fond qui fait fermeture, on transforme l'espace qui se trouve compris entre les deux en un bief à basse pression, qui a pour effet de faciliter l'afflux de l'eau venant des couches environnantes. Dans les biefs à basse pression pour distribution de force, en usage à Paris, à Londres (Établissement de la Monnaie), on utilise, comme réservoirs, des récipients, d'assez grandes dimensions, analogues aux chaudières à vapeur. Une application très importante du bief à basse pression, pour air et vapeur d'eau, est celle des appareils d'évaporation dans le vide, qu'on rencontre dans l'industrie du sucre, et dans lesquels la basse pression est constamment maintenue par des pompes. Ces réservoirs reçoivent la forme sphérique, qui, d'après les calculs indiqués précédemment (p. 1080), est la forme la plus avantageuse; en raison du prix élevé de la matière (le cuivre) qu'on emploie pour leur construction, la réduction de poids se trouve avoir ici une grande importance, au point de vue de l'économie.

Les gazomètres des usines à gaz sont des réservoirs, avec excès de pression tout à fait faible; toutefois, comme ils doivent être bien étanches, ils exigent encore des épaisseurs de parois assez fortes. Le réser-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

voir, au point de vue constructif, comprend deux parties distinctes : un caisson, désigné sous le nom de cloche, qui parfois se présente sous forme télescopique, et un bassin contenant de l'eau, qui sert comme fluide d'arrêt; la cloche constitue là un véritable piston (V. p. 871). Des réservoirs analogues trouvent leur emploi, pour des gaz de diverses natures, dans les laboratoires et dans les usines de produits chimiques. Dans les grands réservoirs de gaz, dont les bassins ont déjà été traités au § 358, la coupole, qui forme le toit de la cloche, exige un dispositif de renforcement, car la tôle dont elle se compose est d'un poids trop élevé pour que la pression du gaz puisse la soutenir. Le gazomètre, considéré comme un tout, ne trouvait pas autrefois nettement sa place dans l'art de la construction; mais, d'après ce que nous avons vu précédemment, il est évident maintenant que, comme la série des autres réservoirs, il appartient au domaine des machines, non pas seulement à cause de son mode de construction, mais encore en raison de son installation tout entière.

§ 366.

Réservoirs pour autres biefs.

Depuis les temps les plus reculés jusqu'à nos jours, on a établi, pour l'eau, des biefs d'une grande étendue, et même parfois grandioses, soit pour parer aux dangers qu'elle peut entraîner, soit pour faciliter son utilisation; dans ces biefs, le réservoir rentre, pour son exécution, non pas, comme les réservoirs dont il vient d'être question, dans le domaine des machines, mais bien dans celui de la construction d'ouvrages en terre ou en maçonnerie; parfois même il échappe à l'attention, comme faisant partie d'un ensemble indivisible. Ce dernier cas se présente, par exemple, pour les biefs à basse pression des mines, où le réservoir se trouve constitué, en partie, par ce qu'on appelle des puisards, en partie, par des galeries longitudinales et transversales. Il en est de même encore pour les biefs à basse pression de certaines régions, où de grandes étendues de terrains, sillonnées par des canaux, constituent le réservoir, comme dans l'Allemagne du nord et surtout dans les bas-fonds de la Hollande; dans ce dernier pays, on doit désigner comme réservoir, facile à reconnaître, le bassin de ce qui était autrefois la mer de Harlem, bassin qui est aujourd'hui cultivé et habité et dans lequel des machines d'épuisement maintiennent, d'une façon continue, le niveau de basse pression.

Dans les biefs établis avec une certaine pression, en vue de l'irriga-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

tion des terres, des systèmes de canaux, qui ont souvent un très grand développement, constituent le réservoir, comme dans la Lombardie et le midi de la France, où les admirables travaux de cette espèce qu'on y a exécutés rendent à l'agriculture les plus grands services. En pareil cas, les réservoirs se présentent sous une forme facile à reconnaître, quand ils ont été établis comme étangs, grands bassins, ou retenues, de dimensions atteignant celles des lacs; tels étaient, par exemple, le lac Mœris, dans l'ancienne Égypte, le lac Nitokris, dans l'ancienne Babylone; tels sont encore le lac de Mainori, dans l'île de Ceylan, et un grand nombre d'autres. Le réservoir se détache, d'une manière tout à fait évidente, dans les biefs où l'on a eu recours à de grands travaux d'art pour barrer des vallées; dans ce cas, on se trouve en présence d'un mécanisme d'arrêt, qui se manifeste nettement, non seulement par les dispositions destinées à régler l'écoulement de l'eau accumulée, mais encore par l'expression même de barrage, sous laquelle on désigne l'ouvrage destiné à fermer la vallée.

En dernier lieu, il convient de mentionner un bief naturel, tout particulier, qui n'a pas été jusqu'ici signalé comme tel, au moins à notre connaissance, et qui, au point de vue du maintien de l'état climatérique, dans la nature, a une très grande importance; c'est du glacier dont il s'agit. Le glacier doit sa formation à la vapeur d'eau, que la chaleur solaire a enlevée à la mer et qui, au contact des hautes montagnes, se précipite sous forme de neige. Dans la haute vallée, cette neige forme de véritables champs (*Firnfelder*), puis, sous l'action de l'humidité et du froid, elle s'agglomère et se durcit, pour constituer finalement la glace du glacier. Par un glissement très lent, ce glacier descend dans les régions plus chaudes de la vallée, où il entre en fusion. Sa masse de glace forme un bief (une retenue), comprenant souvent des centaines de millions de mètres cubes, qui fournit un courant d'eau descendant, d'une puissance peu variable, le ruisseau du glacier. Celui-ci amène à la plaine la valeur moyenne de la quantité de liquide qui, dans le cours de l'année, est venue s'accumuler, d'une manière assez variable, dans les champs de neige du glacier. Les divers phénomènes qui se succèdent ici sont tous physico-mécaniques. Considéré dans son ensemble, le glacier constitue un bief de cinquième ordre : alimentation au moyen de la vapeur d'eau, enlevée à la mer par le soleil; condensation de cette vapeur en neige; frittage de celle-ci pour donner une masse de neige humide; solidification de cette masse pour former le glacier; enfin fusion de la glace, partie par conductibilité du sol, partie par rayonnement du soleil.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

CHAPITRE VINGT-SIXIÈME

DÉTENTES DES ORGANES DE PRESSION OU OBTURATEURS

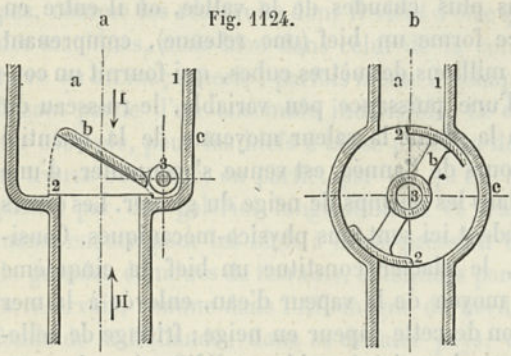
§ 367.

Classification des obturateurs.

Le procédé pour empêcher un organe de pression d'effectuer, à certains moments, son mouvement direct, présente une analogie presque complète avec celui qui est en usage pour les éléments rigides des machines; il en diffère seulement en ce qu'il y a à tenir compte de cette circonstance que, dans l'organe de pression, la séparation des plus petites particules peut se faire avec la plus grande facilité. On pourrait supposer qu'il existe une seconde différence, tenant à ce que l'organe de pression a besoin d'être constamment guidé; mais, en réalité, cette nécessité du guidage existe également pour toute pièce d'arrêt rigide, et se manifeste sous forme de paliers, de guides, ou d'autres éléments déjà guidés par eux-mêmes.

On peut distinguer deux genres principaux de détentes d'organes de pression, suivant que le mouvement de l'organe doit être empêché dans un seul sens, ou, au contraire, dans les deux sens. Les détentes des organes de pression sont ce qu'on appelle des obturateurs, ou des *valves*. La figure 1124 donne deux exemples correspondant aux deux genres de valves dont il s'agit. Dans la figure *a*, l'organe de pression *a* se trouve arrêté par le clapet *b*, pour tous les mouvements dans la direction de la flèche *I*, mais il ne l'est pas dans la direction de la flèche *II*. Dans la figure *b*, l'arrêt a lieu pour les deux directions. La différence entre ces deux dispositions est exactement la même que

Fig. 1124.



IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

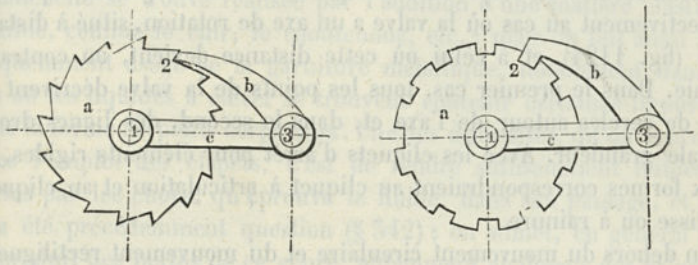
celle qui a été signalée au § 235 entre les deux genres de détentes pour éléments rigides, dont nous reproduisons ici (fig. 1125) les tracés. D'après cela, par analogie,

la valve de la figure *a* est le cliquet d'arrêt d'une *détente courante*,
la valve de la figure *b* est le cliquet d'arrêt d'une *détente à repos*,

pour l'organe de pression *a*.

Considérés en eux-mêmes, comme valves, les deux cliquets d'arrêt présentent cette différence essentielle, que le premier (fig. *a*) quitte

a. Fig. 1125. b.



de lui-même son siège pour le passage de l'organe de pression, c'est-à-dire est soulevé automatiquement, tandis que le second (fig. *b*) rend le passage libre par glissement sur la surface d'appui. Pour ce motif, nous sommes amenés à désigner les deux genres de valves comme

a. *Valves à levée ;*
b. *Valves à glissement.*

Les formes des valves, comme celles des cliquets pour éléments rigides (chap. XVIII), sont extrêmement variées, avec cette restriction assez importante, toutefois, que les formes de détentes, correspondant à des cliquets de traction, font ici complètement défaut. Il n'existe pas de valves agissant par traction. Cette absence, comme il est facile de s'en rendre compte immédiatement, tient à la propriété fondamentale des organes de pression de ne pouvoir opposer de résistance qu'aux efforts de compression.

Malgré cette restriction, les formes de valves sont encore très nombreuses et, comme nous l'avons déjà signalé au § 319, elles se trouvent posséder, à la fois, les propriétés des détentes à dents et des détentes à friction, en ce sens que, pour une faible ouverture, elles agissent comme ces dernières, tandis que, pour une ouverture et une fermeture complètes, elles se comportent comme les détentes à dents. Cette circonstance est de nature à réduire le nombre des subdivisions des

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

valves, de telle sorte que, dans les caractères distinctifs des différentes dispositions, il convient de faire figurer, en première ligne, le mode de mouvement de la valve et, par suite, la forme qui s'y rattache. Dans les détentes pour éléments rigides, nous n'avons pas précisément cherché à établir une division en classes bien tranchée et nous nous sommes bornés à établir une distinction entre les formes les plus employées, en faisant rentrer dans une même catégorie celles qui pratiquement se rapprochent le plus. Nous ferons de même ici, en nous guidant d'après ce qu'on peut considérer, pour chaque valve, comme le point essentiel.

Sous ce rapport ce qu'il y a de plus important, ce sont évidemment les deux formes du corps, destiné à produire l'arrêt, qui correspondent respectivement au cas où la valve a un axe de rotation, situé à distance finie (fig. 1124), et à celui où cette distance devient, au contraire, infinie. Dans le premier cas, tous les points de la valve décrivent des arcs de cercles autour de l'axe et, dans le second, des lignes droites d'égale grandeur. Avec les cliquets d'arrêt pour éléments rigides, ces deux formes correspondraient au cliquet à articulation et au cliquet à coulisse ou à rainure.

En dehors du mouvement circulaire et du mouvement rectiligne de la valve, il en est encore un certain nombre d'autres, qui sont possibles, mais quelques-uns seulement ont une valeur pratique et, parmi eux, en premier lieu, le mouvement héliçoïdal. On se trouve conduit, d'après cela, à diviser, au point de vue pratique, chacun des deux genres de valves en trois classes, correspondant aux trois espèces de mouvement, circulaire, rectiligne, ou héliçoïdal, que peut prendre la soupape. Les valves à levée se trouvent alors avoir comme subdivisions :

1. *Les clapets ou valves à articulations ;*
2. *Les soupapes à levée rectiligne, à disques, à boulets ;*
3. *Les valves à levée à mouvement héliçoïdal.*

On a de même, pour les subdivisions des valves à glissement :

1. *Les robinets ou tiroirs à rotation ;*
2. *Les tiroirs à mouvement rectiligne ;*
3. *Les tiroirs à mouvement héliçoïdal.*

Cette classification, bien qu'elle n'embrasse pas, à la rigueur, tous les cas possibles, est suffisante pour classer, comme nous désirions le faire, les valves qui, au point de vue pratique, sont les plus importantes ; en ce qui concerne les autres modes de mouvement, il sera toujours possible de les rattacher aux mouvements ordinaires, dont ils se rapprocheront le plus.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

A. VALVES A LEVÉE

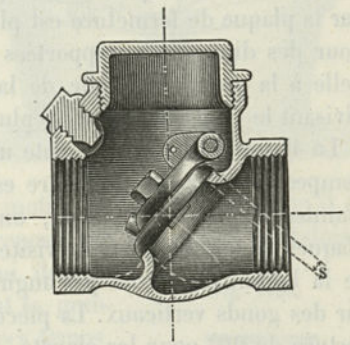
§ 368.

Valves à articulations ou Clapets.

Dans les pompes à pistons, qui, comme nous l'avons vu, sont des avançoirs de fluides, les valves à articulations, ou clapets, sont l'objet de nombreuses applications (V. § 321). Assez souvent, dans ces valves, l'étanchéité se trouve réalisée par l'addition d'une matière élastique, flexible, comme le cuir, le caoutchouc, etc. ; mais on fait aussi assez fréquemment usage de la garniture métallique, notamment dans les cas où les liquides à élever se trouvent contenir certaines impuretés, sous la forme de petits corps durs. Une des difficultés, qu'on rencontre dans l'emploi des clapets, c'est de rendre suffisamment faibles les pertes par les chocs, qu'éprouve le fluide, dans son passage, et dont il a été précédemment question (§ 342) ; on admet, en général qu'il se produit des pertes de ce genre, notamment au-dessus des valves, et que, surtout pour les liquides, elles entraînent une consommation de travail, qui n'est pas sans importance.

La figure 1126 représente un clapet à garniture métallique (clapet à voie droite de *Pratt*), dans lequel on s'est efforcé de réduire, le plus possible, les obstacles à la circulation du fluide. La boîte s'assemble avec la tuyauterie, par manchons filetés ; le couvercle, qui est également fileté, permet une visite facile de l'intérieur ; enfin un bouchon à vis est destiné à limiter la course du clapet. Une feuille souple, intercalée entre la pièce qui porte l'articulation et la plaque de fermeture, donne le moyen de faire reposer convenablement cette dernière sur son siège. Le courant serait exposé à moins de chocs en core, si l'on donnait au profil du passage, à la partie inférieure, la forme indiquée par les lignes en pointillé.

Fig. 1126.

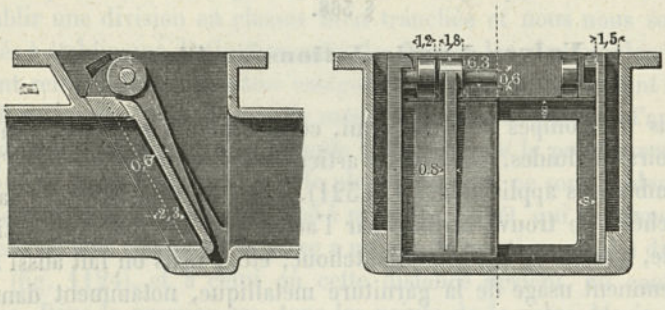


Un autre clapet, à garniture métallique, avec une section de passage rectangulaire, est celui que représente la figure 1127. Le clapet et le siège sont en bronze. Le siège est maintenu par deux clavettes en fer et la boîte est fermée par un couvercle à brides, qui, sur la figure, se

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

trouve supprimé. On donne à l'axe du clapet, dans ses deux paliers, un léger jeu, normalement au plan du siège, afin que la face de ferme-

Fig. 1127.



ture puisse bien s'appliquer. Des clapets de cette espèce se rencontrent assez souvent dans les pompes à air des machines à vapeur et des appareils d'évaporation dans le vide des sucreries.

Pour la largeur s du siège, on obtient une valeur convenable, en prenant

$$s = 4 + \sqrt{D} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (401)$$

D étant le diamètre intérieur de la conduite, si elle est cylindrique, ou le plus petit côté de la section, lorsqu'elle est rectangulaire.

Dans sa chute, une valve à clapet vient battre sur son siège, avec une force d'autant plus grande (V. § 370) que le chemin à parcourir par la plaque de fermeture est plus considérable. Comme cette course, pour des dimensions rapportées à un même module, est proportionnelle à la grandeur réelle de la valve, on cherche à la réduire, en divisant le clapet en deux ou plusieurs autres.

La figure 1128 *a* représente un clapet double, avec sa boîte, pour pompes de puits. La garniture est constituée par une bande de cuir, maintenue par des boulons, ou encore par des rivets, entre deux plaques de fer. La porte de visite épouse, à l'intérieur, la forme ronde de la boîte, afin de ne pas augmenter les chocs, et elle peut tourner sur des gonds verticaux. La pièce qui limite la levée permet une ouverture de 60° pour les clapets.

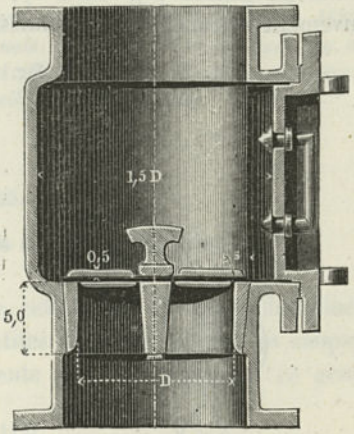
La figure *b* donne un clapet double, d'une disposition un peu différente, qui est également en usage dans les pompes de puits (1) ; la garniture comprend ici trois bandes de cuir superposées. *c* est un clapet quadruple. Les nombres proportionnels, inscrits sur les figures, se rapportent au module s.

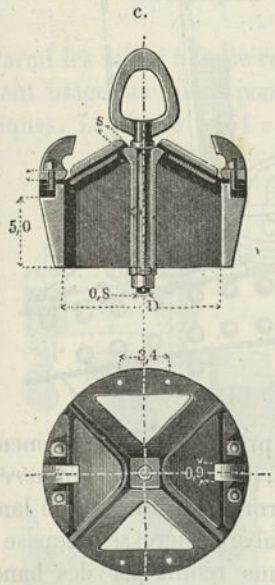
(1) V. *Riedler*, Indicatorversuche an Pumpen und Wasserhaltungs-maschinen, Munich, 1881.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

La figure 1129 représente un clapet, formé d'un disque rond, en caoutchouc, qui est d'un usage très répandu pour les pompes à air des machines à vapeur (V. aussi p. 905). Ce clapet n'a qu'approximativement un mouvement circulaire; il se courbe, en effet, pendant sa levée, en forme de coupole, pour venir s'appliquer sur la surface courbe, destinée à limiter sa course. En raison de la flexibilité qu'il doit présenter pour ce motif, il est nécessaire qu'il soit soutenu par un grillage, lorsqu'il repose sur son siège; toutefois, il convient, malgré ce soutien, de lui donner une épaisseur de 20 à 30^{mm}, suivant la grandeur de l'ouverture. Dans ces derniers temps, on a proposé, en Amérique, de remplacer le caoutchouc par un produit artificiel, désigné sous le nom de *fibre vulcanisée* (*vulcanized fibre*), avec lequel il suffit, à ce qu'il paraît, de donner aux plaques le tiers seulement de l'épaisseur, qui est nécessaire, avec le caoutchouc, pour les mêmes diamètres.

Fig. 1128. a.





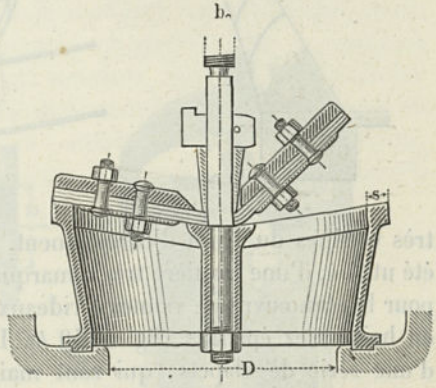
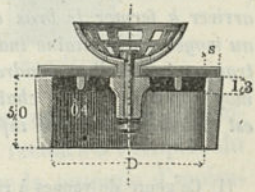


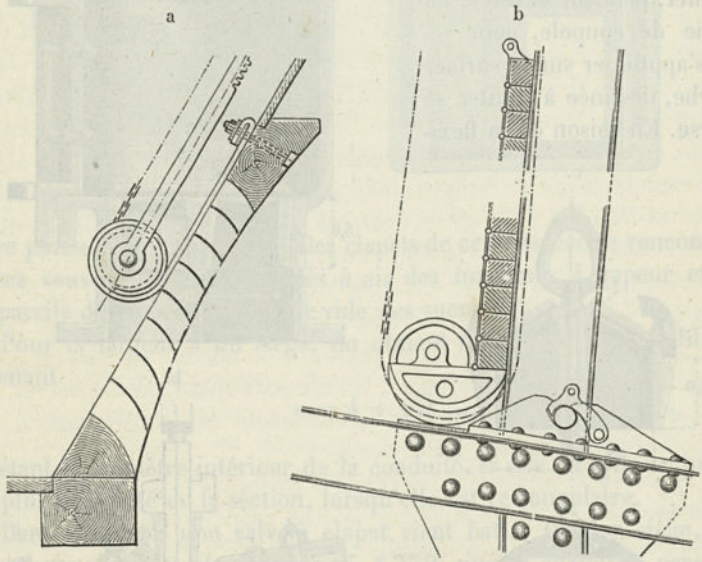
Fig. 1129.



IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

L'enroulement des plaques, qui a lieu, dans une certaine mesure, pour le clapet précédent, se trouve réalisé, d'une manière complète, dans les vannes à rouleaux des roues hydrauliques en dessus, à marche en arrière (fig. 1130 *a*); dans ce cas, l'approximation du mouvement circulaire n'est admissible que pour les sections du clapet

Fig. 1130.



très voisines du point d'enroulement. Le procédé de l'enroulement a été utilisé, d'une manière très remarquable, par l'ingénieur *Caméré* (1) pour la manœuvre de vannes à rideaux, formées d'une série de lames en bois assez épaisses (fig. 1130 *b*). La valve entière se compose ici d'une série de clapets, qui sont maintenus réunis par des bandes articulées en bronze, dont la disposition est simplement esquissée dans la figure.

On rencontre une belle application dans le vannage du lac de Genève (passerelle de la machine), où quarante vannes à rideaux de ce genre, juxtaposées, peuvent arriver à fermer le bras droit du Rhône. L'enroulement d'un rideau s'effectue au moyen de la chaîne indiquée dans la figure et qui est actionnée par un treuil transportable. Pour rendre libres une série d'ouvertures, on abat également, au moyen d'une seconde chaîne, le poteau busqué, qui, comme l'indique la figure, est articulé à la partie inférieure. La largeur de chaque rideau est de 1^{m},12, *la*

(1) Ce genre de vannes à rideaux fonctionne au barrage de Poses, sur la Seine, qui a été construit par M. Caméré, ingénieur en chef des ponts et chaussées, et qui a été inauguré dans le courant de l'année 1889. V. une description très complète de ce barrage dans les Nouvelles Annales de la Construction d'Oppermann, février 1889.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

distance des bandes métalliques de 700^{mm} *(de milieu en milieu), le nombre des douves ou lames de* 39 *et leur hauteur de* 78^{mm} ; *la hauteur totale d'un rideau est de* 3^{m},345 ; *l'épaisseur qui, pour les douves supérieures, est de* 60^{mm}, *s'élève à* 80^{mm} *pour celles du bas.*

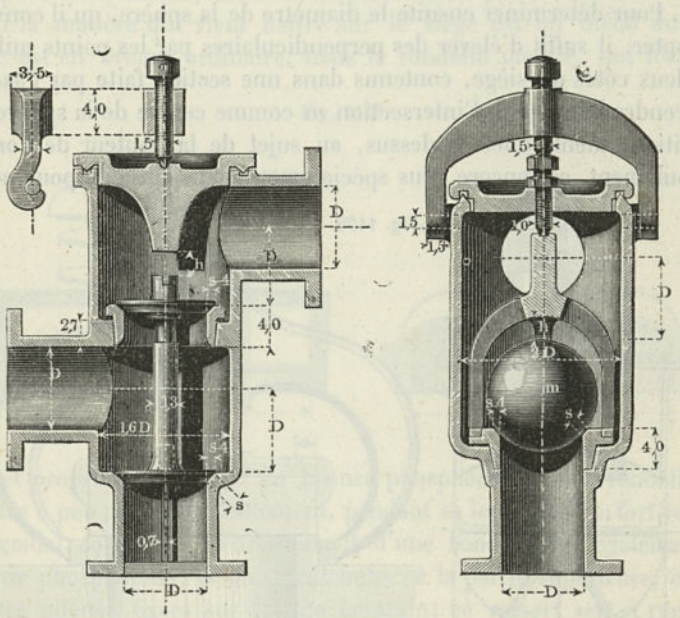
Le remarquable barrage de Genève, dont la série de vannes en question ne constitue qu'une faible partie, doit, après son achèvement complet en 1889, *et conformément à une convention intercantonale, maintenir le niveau des eaux, dans le lac de Genève, entre les cotes* 1^{m},30 *et* 1^{m},90 *de l'échelle du Rhône à Genève, ou plus exactement de ce qu'on appelle l'échelle du rocher Niton.*

§ 369.

Soupapes rondes automatiques.

Parmi les valves à levée rectiligne, celles dont on fait le plus généralement usage, au moins pour les petites dimensions, sont les soupapes coniques. La figure 1131 *a* représente deux soupapes de ce genre,

a. Fig. 1131. b.



avec une disposition qui est très convenable pour une pompe alimentaire. Afin d'éviter les effets de la rouille, on a recours à l'emploi du bronze. Pour la soupape inférieure, qui constitue la soupape d'aspiration, on a supposé un siège en fonte. Si l'on veut également le faire en bronze, on peut s'arranger pour que les surfaces des deux sièges

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

forment deux troncs de cône identiques. La largeur s de la portée peut être déterminée par la formule (401); c'est à cette valeur de s que se rapportent les nombres proportionnels de la figure. Si l'on donne à la projection de la surface conique annulaire la largeur

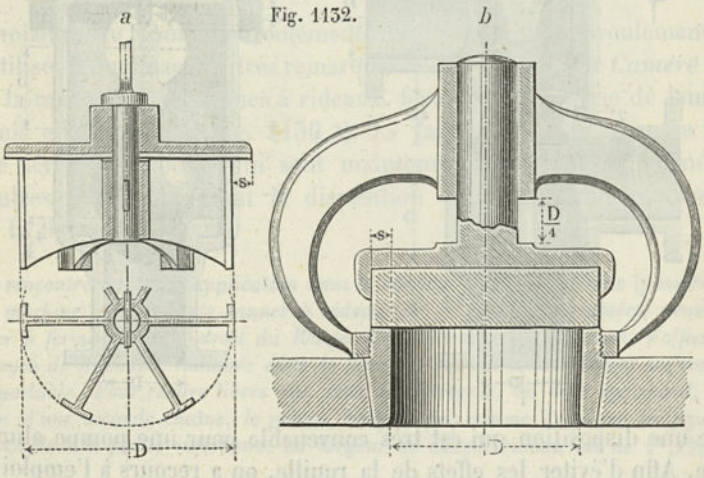
$$s_1 = s - 4 = \sqrt{D}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (402)$$

l'angle du cône se trouve être plus aigu pour les petites soupapes que pour les grandes ; c'est, d'ailleurs, ce qui a lieu dans la pratique.

Dans le tracé de la boîte à soupapes, on doit avoir soin que l'orifice d'écoulement latéral de chaque soupape soit établi, au-dessus du sommet de cette soupape, à une hauteur suffisante pour que le courant de retour ne puisse pas venir la frapper latéralement et, dans certaines circonstances, la coincer. Le mode de fermeture de la boîte, tel qu'il est indiqué sur la figure, dispense de l'emploi d'une garniture spéciale.

La figure *b* indique une soupape sphérique ou à boulet. La largeur s du siège et celle de sa projection s_1 se calculent comme précédemment. Pour déterminer ensuite le diamètre de la sphère, qu'il convient d'adopter, il suffit d'élever des perpendiculaires par les points milieux des deux côtés du siège, contenus dans une section faite par l'axe, et de prendre leur point d'intersection m comme centre de la sphère. La condition, mentionnée ci-dessus, au sujet de la hauteur de l'orifice d'écoulement, est encore plus spécialement indispensable pour main-

Fig. 1132.



tenir la valve en état convenable, et notamment pour conserver le siège bien rond.

Pour que la section offerte à l'écoulement du fluide, lorsque la

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

soupape est ouverte en grand, soit équivalente à la section de la conduite, il convient d'adopter, pour la levée, une valeur $h = {}^1/_4 D$ (V. § 371).

Les soupapes rondes s'exécutent également assez souvent avec une garniture élastique ; la figure 1132 en donne deux exemples.

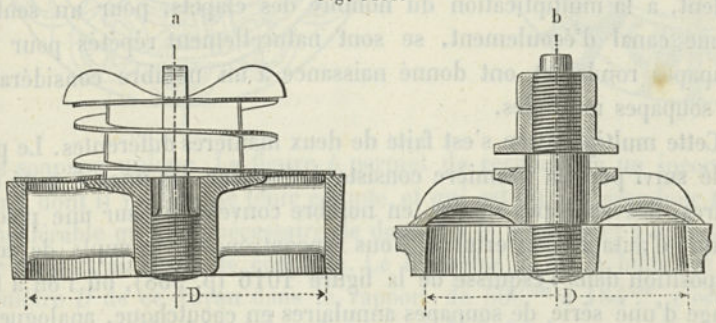
a est une soupape pour pompe de mines, avec garniture de cuir ; le guidage en ligne droite de cette soupape est assuré par une série de languettes, qu'on doit considérer comme résultant de l'élargissement et, par suite aussi, de l'évidement d'une tige ronde de guidage ; ce mode de guidage est également très usité dans les soupapes coniques.

b est une soupape ronde, avec garniture en caoutchouc ; des soupapes assez analogues se rencontrent dans les nombreuses installations de pompes de Gaskill (V. p. 941) ; toutes les pièces métalliques sont en bronze.

Assez souvent, dans les soupapes rondes automatiques, on divise la surface du siège en deux parties ; c'est ce qui a lieu, par exemple, dans la soupape annulaire de la figure 1133 *a*, qui appartient à la pompe à air d'une machine Corliss, construite par le Creusot.

Ici la matière qui vient battre sur le siège est un métal dur. Le siège est en bronze ordinaire, mais la rondelle mobile, qui forme le

Fig. 1133.



clapet proprement dit, est en bronze phosphoreux ; cette rondelle est guidée à peu près sans frottement, pendant sa levée, par un fort ressort héliçoïdal, formé par l'enroulement d'une bande plate, également en bronze phosphoreux, et qui vient buter, à la partie supérieure, contre quatre ailettes fixées sur la tige centrale ; ce ressort sert à rappeler brusquement la rondelle sur son siège.

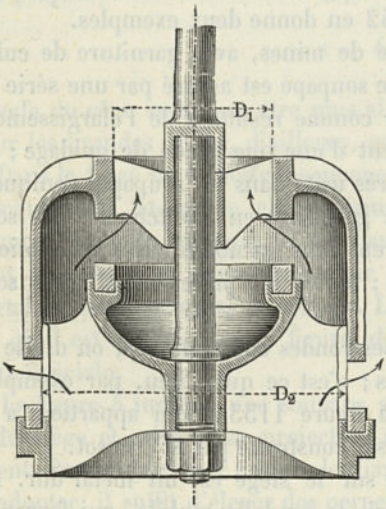
La figure *b* indique une autre disposition de soupape annulaire en bronze, pour pompes à air de machines à vapeur, qui est d'un usage très répandu dans les navires à vapeur anglais.

La figure 1134 représente une soupape à cloche, qui a reçu de nom-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

breuses applications dans les pompes de puits : les deux surfaces annulaires qui composent le siège sont ici disposées dans des plans différents; comme garniture, on emploie une rondelle en bois de chêne, dont les fibres sont placées verticalement. Le passage du fluide, qui, dans la disposition précédente *b*, ne pouvait se faire que sur le bord extérieur, a lieu ici par les deux orifices correspondant aux deux surfaces annulaires du siège. La hauteur de la levée *h*, qui doit permettre une section d'écoulement égale à $\pi/_4 D^2$, est, par suite, plus faible que dans les dispositions antérieures et se trouve réduite à $^1/_4 D^2 : (D_1 + D_2)$.

Fig. 1134.



Les efforts faits pour réduire la course des clapets dans les pompes et qui ont conduit, comme nous l'avons signalé dans le § précédent, à la multiplication du nombre des clapets, pour un seul et même canal d'écoulement, se sont naturellement répétés pour les soupapes rondes et ont donné naissance à un nombre considérable de soupapes multiples.

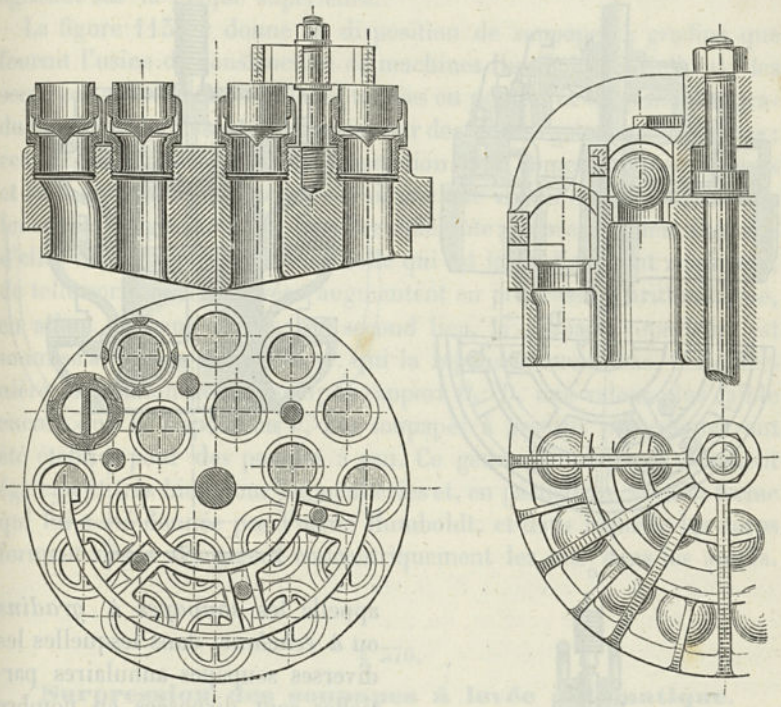
Cette multiplication s'est faite de deux manières différentes. Le procédé suivi pour la première consiste à disposer, les unes à côté des autres, des soupapes rondes, en nombre convenable, sur une plaque munie d'autant d'ouvertures. Nous rencontrons un exemple de cette disposition dans l'esquisse de la figure 1016 (p. 938), où l'on a fait usage d'une série de soupapes annulaires en caoutchouc, analogues à celle de la figure 1132 *b*. La soupape en bronze phosphoreux du Creusot (fig. 1133 *a*) se trouve répétée, dans la pompe à air, 38 fois à l'aspiration et 27 fois au refoulement.

Dans une chapelle de pompe, affectant la forme ronde, la disposition présente déjà plus de difficultés, surtout si les soupapes partielles doivent être établies sur un siège commun, disposé de manière à pouvoir être retiré. La figure 1135 *a* représente une disposition, comprenant 19 soupapes, au puits Heidt, près de Hermsdorf, et la figure *b* une autre de 21 soupapes à boulets, au puits Joseph, à Frohnsdorf. Ces soupapes se sont très bien comportées; aussi est-on allé de plus en

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

plus loin dans la division du courant et on est arrivé à avoir, dans certains cas, plusieurs centaines de boulets, constituant, en définitive,

a Fig. 1135. b



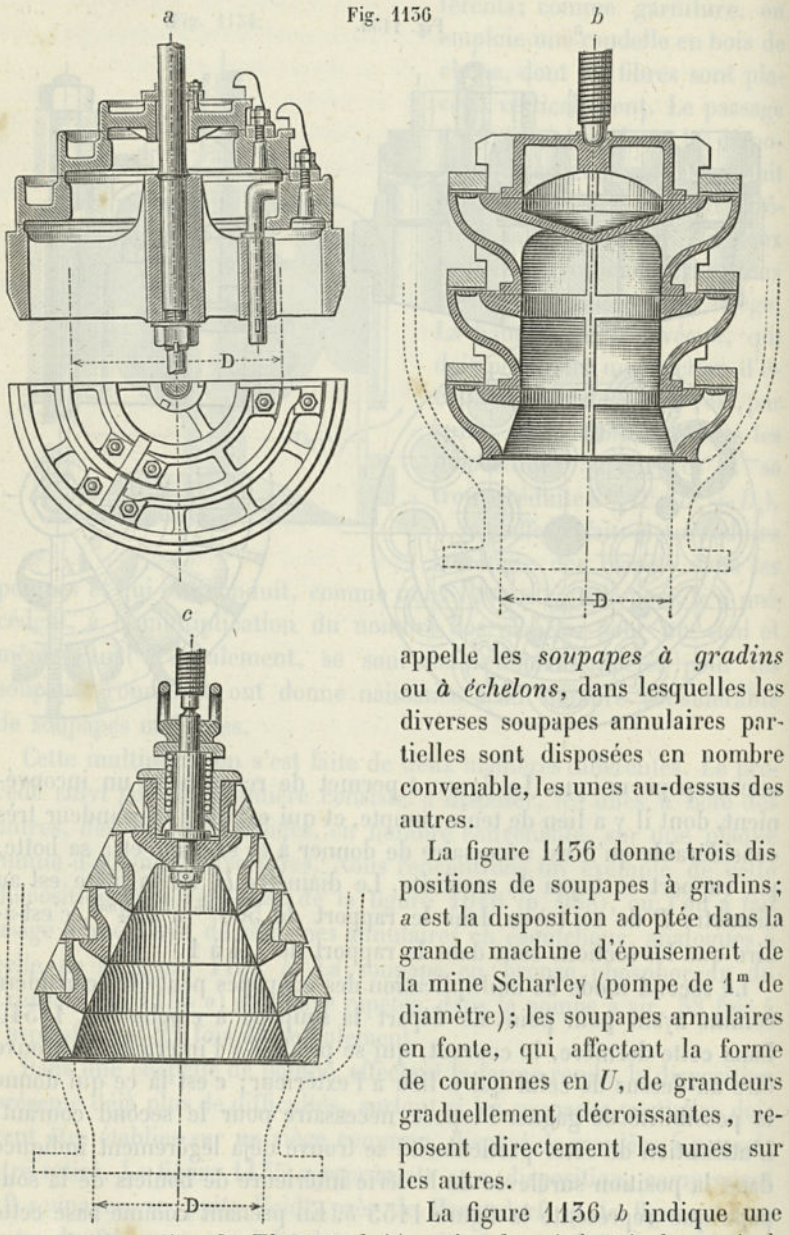
une soupape unique. La figure *b* permet de reconnaître un inconvénient, dont il y a lieu de tenir compte, et qui est dû à la grandeur très considérable qu'il est nécessaire de donner à la soupape et à sa boîte, par rapport au tuyau de conduite. Le diamètre D_b de la boîte est au diamètre D de ce tuyau dans le rapport de 500^{mm} à 184^{mm}, c'est-à-dire que les sections sont dans le rapport de 7,4 à 1.

Le second mode de multiplication des soupapes peut être considéré comme ayant pour point de départ la soupape à cloche (fig. 1134). Dans cette dernière, le courant, qui se produit à l'intérieur, se trouve être au-dessus de celui qui a lieu à l'extérieur; c'est là ce qui donne la possibilité de gagner l'espace nécessaire pour le second courant. L'utilisation de cette particularité se trouve déjà légèrement indiquée dans la position surélevée de la série intérieure de boulets de la soupape que représente la figure 1135 *b*. En prenant comme base cette superposition des orifices d'écoulement de soupapes multiples, on arrivait, avec les soupapes rondes, à avoir, pour les supports des sou-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

papes et leurs nombreux sièges, des pièces affectant la forme de cônes ou de conoïdes; avec les soupapes annulaires, on a obtenu ce qu'on

Fig. 1136



appelle les *soupapes à gradins* ou *à échelons*, dans lesquelles les diverses soupapes annulaires partielles sont disposées en nombre convenable, les unes au-dessus des autres.

La figure 1136 donne trois dispositions de soupapes à gradins; *a* est la disposition adoptée dans la grande machine d'épuisement de la mine Scharley (pompe de 1^{m} de diamètre); les soupapes annulaires en fonte, qui affectent la forme de couronnes en *U*, de grandeurs graduellement décroissantes, reposent directement les unes sur les autres.

La figure 1136 *b* indique une soupape à gradins de *Thometzek* (1), qui a donné de très bons résul-

(1) Le directeur Thometzek, de Bonn, est, à notre connaissance, le premier qui ait ima-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

tats; des rondelles d'égale grandeur, avec garniture élastique, reposent sur une série de sièges superposés. Ces sièges sont tous formés d'éléments identiques, qui sont maintenus réunis par une vis de fixation, agissant sur la plaque supérieure.

La figure 1136 *c* donne la disposition de soupapes à gradins que fournit l'usine de construction de machines Humboldt, à Kalk (1); des soupapes annulaires en bronze, taillées en pointe, et de grandeurs graduellement décroissantes, reposent sur des sièges également en bronze; ces sièges, comme dans la disposition de Thometzek, sont séparés et sont également maintenus réunis par une vis du même genre; mais les soupapes agissent d'une manière différente; en premier lieu, chacune d'elles vient s'appliquer contre celle qui est immédiatement au-dessus, de telle sorte que les levées augmentent en progression arithmétique, en allant de haut en bas; en second lieu, la soupape supérieure est soumise à l'action d'un ressort, qui la repousse vers le bas. Cette dernière disposition donne, pour le rapport $D_b : D$, une valeur plus faible encore que la disposition *b*. Les soupapes à gradins précédentes ont été établies pour des pompes à eau. Ce genre de soupapes convient également très bien pour les soufflerie et, en particulier, sous la forme qui lui a été donnée par l'usine Humboldt, et dans laquelle les corps formant sièges s'engagent concentriquement les uns dans les autres.

§ 570.

Surpression des soupapes à levée automatique.

Si l'on suppose qu'une soupape à levée soit complètement étanche et qu'on désigne par F_1 et F les projections des faces de cette soupape en contact respectivement avec les colonnes supérieure et inférieure, par p_1 et p les pressions par unité de surface correspondantes, on a, pour le moment de l'équilibre entre les pressions, lorsque la levée est sur le point de se produire, $pF = p_1F_1$, en supposant qu'on néglige le poids du corps de la soupape, ou que ce poids soit soulevé autrement que par la pression. De cette équation on tire $(p - p_1) : p_1 = (F_1 - F) : F$ ou, encore en posant $F_1 : F = \alpha$:

$$\frac{p - p_1}{p_1} = \alpha - 1. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (403)$$

giné (1875) les soupapes à gradins; sa disposition s'est très bien comportée et s'est rapidement répandue.

(1) Sous le titre : « Ueber Ringventile für Pumpen und Gebläse », l'ingénieur Waldästel a donné, dans le Z. D. Ingenieure, 1886 (p .955), une étude comparative, très bien faite, sur les dispositions de soupapes annulaires multiples, où figurent douze soupapes à gradins.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

La pression $p - p_1$ est ce qu'on appelle la surpression; le rapport $(p - p_1) : p_1$ est alors la surpression relative, ou ce que, pour simplifier, nous pouvons appeler également la surpression de la soupape. C'est d'après l'importance de cette surpression qu'on a fréquemment estimé la valeur pratique de différentes espèces de soupapes; on voit de suite que ce mode d'appréciation conduirait à des conclusions peu favorables, en particulier, pour la soupape à cloche (fig. 1134). Mais des expériences sur des pompes, de grandes et de petites dimensions, ont démontré que la surpression, si elle existe généralement, n'existe que dans une mesure tout à fait faible (1). D'un autre côté, si l'existence de la surpression reste acquise (2), il n'en est pas moins certain qu'il convient de lui attribuer une valeur inférieure à celle qui est donnée par la formule précédente.

En faveur de l'existence de la surpression, on peut citer ce fait que, aux mines de Bleyberg, on avait installé des soupapes à cloches mesurant 1^m de diamètre intérieur, dont les sièges devaient, à ce qu'on supposait, être maintenus en place par leur propre poids. Or, on a constaté que ces soupapes, au lieu de s'ouvrir, s'élevaient avec leurs sièges et retombaient ensuite, de telle sorte qu'on a dû recourir à un mode spécial de fixation des sièges.

D'un autre côté, comme contraires à l'existence de la surpression, se présentent les observations de *Riedler* et, en particulier, celle-ci que, dans les soupapes à gradins, du genre de celle de la figure 1136 *a*, la soupape annulaire supérieure, laquelle, d'après la formule (403), devrait avoir la surpression la plus forte, se lève la première, tandis que celle du bas ne se soulève qu'après toutes les autres.

Pour expliquer ces deux faits, en apparence contradictoires, on est amené à admettre l'existence, entre les surfaces d'appui, d'une mince couche d'eau, dont la pression, sous l'influence de la colonne inférieure, s'élèverait rapidement à la valeur p_1 et tendrait, par suite, à annuler le premier terme de l'équation précédente. Si l'on admet tout d'abord que cette couche de liquide existe réellement et agisse comme on vient de l'indiquer, on obtient, pour deux soupapes annulaires consécutives (disposées par exemple comme celle de la figure 1136 *a*), les pressions de fluide suivantes (p' et p''), en désignant par G_1 et G_2 les poids des soupapes (à partir du haut) et par F_1 et F_2 leurs projections :

$$p' = p_1 + \frac{G_1}{F_1} \quad \text{et} \quad p'' = p_1 + \frac{G_1 + G_2}{F_1 + F_2}. \quad . \quad . \quad (404)$$

(1) C'est ce qui résulte notamment des belles et nombreuses expériences de Riedler. — V., à ce sujet, l'ouvrage déjà cité : « Indikatorversuche an Pumpen, etc. »

(2) V., à ce sujet, les communications très développées du professeur C. Bach, dans le Z. D. Ingenieure : Versuche zur Klarstellung dev Bewegung Selbstthätiger Pumpenventile.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

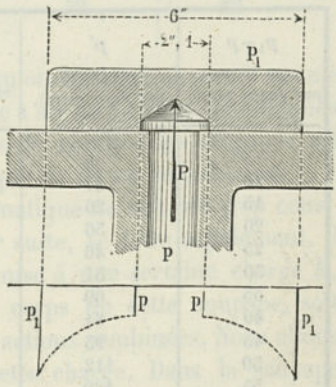
Maintenant, d'après la détermination des poids des soupapes et de leurs surfaces, il peut arriver que, dans certains cas, le rapport $G_2 : F_2$ soit supérieur à $G_1 : F_1$ et alors la fraction du second terme de p'' (1) est également supérieure à ce dernier rapport, de telle sorte qu'on a $p'' > p'$; c'est donc la soupape à laquelle correspond p' qui doit tout d'abord se soulever (comme dans l'observation de Riedler). Dans le cas de Bleyberg, au contraire, F_2 était beaucoup plus grand que F_1, de telle sorte que là p'' se trouvait être plus petit que p', ce qui explique l'ascension du siège de la soupape.

La manière dont se comporte réellement le fluide, compris entre les surfaces de joint, peut bien ne pas être rigoureusement celle que nous venons de supposer, mais il est assez vraisemblable qu'elle s'en rapproche beaucoup. Cette hypothèse semble, du reste, trouver une confirmation dans les expériences très intéressantes du professeur *Robinson*, de l'Ohio, sur une soupape soumise à une charge de vapeur. Dans deux grandes séries d'expériences, la soupape, sur laquelle étaient relevées les mesures, était soulevée, non pas par la pression d'un fluide, mais bien par celle d'un poids. *Ces expériences ont donné, pour la surpression, une valeur qui est restée de beaucoup inférieure à la valeur* $p_1 - p$. (2).

(1) Dans la disposition de la figure 1136 *a*, les rapports entre les poids et les surfaces inférieures, pour les trois soupapes, vont en croissant, en allant du haut vers le bas, et sont à peu près comme 50 : 76 : 85.

(2) V. Transactions of the Am. Soc. of Mechanical Engineers 1882/83 (Vol. IV, p. 150) *Robinson*, Back pressure on valves, or the Equilibrium line by experiment and theory for Broad seated valves. — La soupape d'essai avait un siège plan, de forme annulaire, avec un diamètre extérieur de 6″ et un diamètre intérieur de 2″,1; elle était soumise, sur sa face supérieure, à une pression de vapeur p_1 et, en dessous, à la pression atmosphérique p. Dans la table qui fait suite à cette note, p′ désigne la pression par unité de surface, rapportée à la projection de la cavité pratiquée dans la valve, pression qui a été déduite de la force P produisant la levée de la soupape; en outre, a est la surface et d le diamètre du cercle, pour lequel on a $a(p_1 - p) = P$. Ce cercle, auquel Robinson a donné le nom de ligne d'équilibre, est toujours beaucoup plus petit que la projection supérieure de la soupape.

Fig. 1137.



Les nombres des colonnes a et d ont été arrondis. On peut de cette table déduire facilement les surpressions qui ont eu lieu dans les essais. Pour $p_1 - p = 45$ livres, comme $d = 3 = {}^1/_2 6''$, la surpression est égale à ${}^1/_4 (p_1 - p)$; pour $p_1 - p = 75$, elle est $(3{,}7^2 : 6^2)(p_1 - p) = 0{,}38 (p_1 - p)$. La loi suivant laquelle la pression entre les surfaces d'appui diminue, pour passer de la valeur p_1 à la valeur p, n'est pas simple. La courbe qui représente cette loi a été tracée dans la figure 1137. En ce qui concerne la pression moyenne p_m, sa valeur, pour $p_1 - p = 5$, est $p_m = (p_1 - p) : 4{,}43$; de même, pour $p_1 - p = 75$, on a $p_m = (p_1 - p) : 2{,}36$. Comme approximation grossière,

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Les résultats des expériences de Robinson ne peuvent pas être appliqués directement aux soupapes de pompes, puisque, dans ce dernier cas, la levée de la soupape a lieu par augmentation de la pression p de la colonne inférieure, tandis que, dans les expériences précédentes, p restait constant, la pression P donnée par un poids étant seule variable, et il n'est pas évident, *à priori*, qu'on puisse remplacer l'une de ces pressions par l'autre. Toutefois, si l'on admet la théorie que Robinson a rattachée à ses expériences, on est amené, en réalité, à ce résultat, que nous n'avions fait précédemment qu'entrevoir en passant, à savoir que, par l'élévation de p jusqu'à la grandeur p_1, la pression p_1 devait s'établir entre les surfaces de portée, puisque l'équation (405), pour $p = p_1$, donne la valeur $d' = 2r$, c'est-à-dire une surpression nulle. Par là se trouverait confirmée la justesse de la conclusion tirée par Riedler de ce fait d'observation, que l'indicateur n'accuse pas une surpression. En tous cas, les résultats des expériences faites conduisent

on pourrait poser : $p_m = {}^1/_3 (p_1 - p)$. A ces expériences Robinson a joint une théorie des phénomènes qui doivent se passer. Il admet que, sur le bord extérieur, règne la pression p_1 entre les surfaces en contact, que, sur le bord intérieur, elle est p, et qu'entre les deux il règne une pression allant en croissant, depuis p jusqu'à p_1. En supposant le fluide pressant incompressible, il est arrivé, par une méthode purement analytique, à l'équation

$$d' = 2r\sqrt{\frac{R}{r} - \frac{p}{p_1}\left(\frac{R}{r} - 1\right)}. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (405)$$

où R et r désignent les deux rayons de la couronne du siège. Les valeurs d', que fournit cette formule, ont été reportées dans la cinquième colonne de la table. Leur accroissement se fait d'une manière très analogue à celui des valeurs de d ; mais Robinson estime que, pour un fluide purement élastique, elles sont trop fortes de 10 à 15 p. %. — La vapeur peut être considérée comme intermédiaire entre un fluide élastique et un fluide non élastique.

$p_1 - p$ (en livres par pouce carré).	p' (en livres par pouce carré).	a (en pouces carrés).	d (en pouces).	d' (en pouces).
5	8	5,6	2,6	2,53
10	17	5,8	2,7	2,85
15	26	6,0	2,8	2,92
20	36	6,2	2,8	3,02
25	46	6,4	2,0	3,09
30	57	6,6	2,9	3,14
35	69	6,8	2,9	3,19
40	81	7,0	3,0	3,22
45	95	7,3	3,0	3,25
50	112	7,8	3,1	3,27
55	129	8,2	3,2	3,29
60	150	8,7	3,3	3,31
65	172	9,2	3,4	3,33
70	198	9,8	3,5	3,34
75	230	10,5	3,7	3,35

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

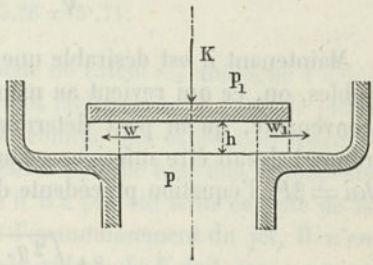
à cette conséquence que la surpression, si elle existe généralement, ne peut pas être considérable, et que, par conséquent, dans les dispositions usuelles des soupapes automatiques, elle peut être négligée. Les expériences de Robinson et la théorie qu'il y a jointe permettent également de déterminer, avec une certaine exactitude, la pression pour laquelle une soupape de sûreté commence à se lever.

§ 371.

Pression de fermeture des soupapes à levée automatiques.

Il résulte de ce qui précède que les soupapes à levée automatiques s'ouvrent facilement, lorsqu'elles reçoivent de la colonne inférieure une pression qui dépasse légèrement celle de la colonne supérieure. Lorsqu'elles se trouvent employées dans des pompes, elles doivent également se fermer rapidement, aussitôt que se produit le changement de course du piston. Cette condition est surtout importante, comme le signale Riedler, pour la soupape d'aspiration, puisque, dans le cas où la fermeture se ferait trop tardivement, le piston qui se trouverait déjà en mouvement viendrait frapper, avec choc, la colonne de fluide se mouvant en sens inverse.

Fig. 1138.



On doit donc, à ce point de vue, porter spécialement son attention sur les soupapes d'aspiration, et c'est ce qu'on fait généralement, comme le prouve, par ex., l'examen de la pompe à air du Creusot, mentionnée précédemment (p. 1111), dans laquelle le nombre des soupapes est de 38 à l'aspiration, tandis qu'il n'est que de 27 au refoulement.

Pour que la hauteur de la levée automatique ne soit pas trop considérable et que la fermeture puisse, par suite, se faire rapidement, il est nécessaire que la soupape soit soumise à une certaine charge K, produite, soit par le poids même du corps de cette soupape, soit par un ressort, soit encore par ces deux actions combinées. Nous allons chercher à déterminer la valeur de cette charge. Dans la soupape plane à levée, que représente la figure ci-contre, nous avons pour la pression exercée par la colonne inférieure :

$$p = p_1 + \frac{K}{F_1} = p_1 + q. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (406)$$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

dans laquelle $p - p_1 = q$ désigne la pression de fermeture par m. m. q. Pour la hauteur h et la circonférence u de l'enveloppe cylindrique, que décrit la soupape, nous avons la relation :

$$w_1 hu = Fv,$$

en désignant par w_1 la vitesse du courant vers le bord extérieur de la soupape et par v la vitesse du courant dans la colonne inférieure. D'un autre côté, si w est la vitesse vers le bord intérieur de la soupape, on a $w_1 = w\sqrt{F : F_1}$, c'est-à-dire $w_1 = w : \sqrt{\alpha}$. On a, d'ailleurs

$$w = \sqrt{2gh'} = \sqrt{2g \,.\, 1000\, q}$$

(puisque la pression par m.q. $= 1000000\, q = 10000\, h' : 10$); donc

$$w_1 = \sqrt{\frac{2g \,.\, 1000\, q}{\alpha}},$$

en remplaçant dans la première relation, on obtient :

$$hu\sqrt{\frac{2g \,.\, 1000\, q}{\alpha}} = Fv.$$

Maintenant il est désirable que w et w_1 ne soient pas trop considérables, ou, ce qui revient au même, que hu soit à F dans un rapport convenable, qu'on peut déterminer à l'avance; on a trouvé que ce rapport devait être inférieur ou au plus égal à 1; si donc nous posons $hu = \beta F$, l'équation précédente deviendra

$$\beta\sqrt{\frac{2g \,.\, 1000\, q}{\alpha}} = v.$$

En remplaçant g par sa valeur 9,809, nous obtiendrons finalement

$$q = \frac{\alpha v^2}{\beta^2 19618} = \frac{0{,}000051\,\alpha v^2}{\beta^2}, \quad \text{soit} \quad \frac{\alpha}{\beta^2}\,\frac{v^2}{20000}. \quad . \quad (407)$$

De cette formule on déduit, pour une série de valeurs de β,

$\beta =$	1	$^3/_4$	$^1/_2$	$^1/_4$
$q =$	$0{,}00005\,\alpha v^2$	$0{,}00009\,\alpha v^2$	$0{,}00020\,\alpha v^2$	$0{,}00080\,\alpha v^2$

expressions dans lesquelles on doit remplacer la vitesse v par la plus grande valeur qu'elle prend pendant la course du piston. Pour les calculs numériques, on a besoin, en outre, des valeurs de α. Ces valeurs sont données par le tableau ci-après, dans lequel entrent les

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

largeurs de sièges s et les projections s_1 de ces largeurs (pour les soupapes coniques), tirées des formules (401 et 402).

Diamètre. . . . . $D =$	50	100	150	200	250	300	400
Largeur de siège. . . $s =$	11	14	16	18	20	21	24
Projection. . . . . $s_1 =$	7	10	12	14	16	17	20
Soupape conique. . . $\alpha =$	1,65	1,44	1,36	1,31	1,27	1,24	1,21
Soupape plane. . . . . $\alpha =$	2,17	1,64	1,44	1,39	1,35	1,30	1,25

Nous pouvons maintenant donner quelques exemples de détermination de la pression de fermeture.

1er Exemple. *Pour une soupape conique de* 100^{mm} *de diamètre inférieur, la plus grande vitesse v, dans la colonne inférieure, doit être égale à* 2^m *et la grandeur de passage hu doit être égale à F, c'est-à-dire que* $\beta = 1$. *La pression de fermeture q, par unité de surface, doit être alors* $q = 0{,}00005.1{,}44.4 = 0^k{,}000288$ *par mm.q de la surface* F_1, *ce qui correspond à une pression totale*

$$K = \pi/4(100 + 2.10)^2.0{,}000288 = 11309{,}7.0{,}000288 = 3^k{,}26.$$

2e Exemple. *Pour une soupape plane, avec le même diamètre, il faudrait prendre, pour* α, *la valeur* 1,64 *au lieu de* 1,44, *ce qui donnerait*

$$K = (1{,}64 : 1{,}44)3{,}26 = 3^k{,}71.$$

Pour les soupapes annulaires, le mode de calcul est analogue à celui qui vient d'être développé et s'en déduit facilement. La formule (407) ne doit, d'ailleurs, être considérée que comme une expression approximative, puisqu'elle a été établie en prenant comme base une soupape de forme particulièrement simple, et qu'il n'a pas été tenu compte de la diminution de pression, résultant de l'épanouissement du jet. Il n'en reste pas moins démontré par là que la valeur de K doit être souvent assez considérable.

Dans le calcul précédent, on n'a pas pris suffisamment en considération la force vive de la colonne d'eau, qui se trouve poussée en avant par le piston. Or, il peut arriver que cette force vive, dans certaines circonstances, maintienne une soupape encore ouverte, alors que le piston, dans sa marche en sens inverse, a déjà parcouru une fraction assez sensible de sa course. C'est là ce qu'on a constaté, par exemple, très nettement, dans les grandes pompes de mines de Bleyberg, pour lesquelles le remplissage, comme nous l'avons vu (p. 900), atteignait 1,04 du volume théorique. Si, en communiquant à la colonne ascensionnelle une vitesse suffisamment forte (au moyen d'un tuyau étroit), on arrive à réaliser, de cette manière, avec intention, le maintien de l'ouverture d'une soupape de refoulement d'une pompe à piston plongeur, par ex., rien n'empêche de s'arranger pour que cette

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

soupape ne se ferme plus, et elle peut, dès lors, être complètement supprimée. C'est le résultat qui se trouve obtenu dans la pompe de *Edmond Henri*, qui ne possède qu'une soupape d'aspiration, sans aucune soupape de refoulement (1). Nous pouvons considérer cet avançoir hydraulique comme un pendant de l'avançoir à roue oscillante de Langen (fig. 730 et 731, p. 647). Ici également on communique au corps qui doit avancer (l'eau) une force vive assez considérable, pour qu'il n'éprouve qu'une diminution de vitesse tout à fait faible, pendant que l'organe pousseur revient en arrière, pour agir ensuite de nouveau.

§ 372.

Soupapes à levée desmodromiques pour pompes.

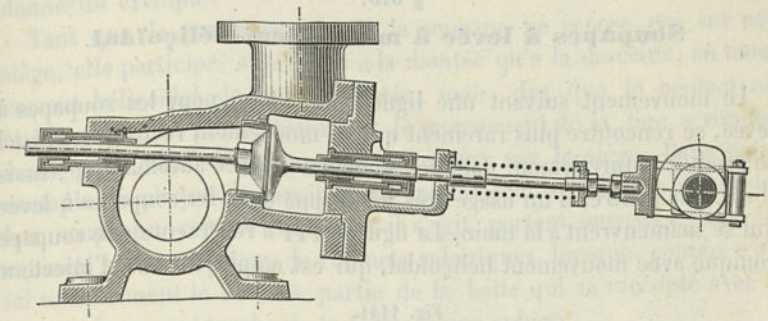
De ce qui précède se tire cette conclusion, confirmée, du reste, par les nombreuses expériences faites dans ces dernières années, qu'en donnant aux soupapes une charge convenable, combinée avec une faible hauteur de levée, il est possible de réduire beaucoup les chocs de liquides dans les pompes et de les abaisser à une valeur assez faible pour qu'ils n'aient plus d'action nuisible, même avec des vitesses de pistons assez élevées. La diminution de la levée, par la multiplication des soupapes, offre toutefois l'inconvénient d'entraîner, pour le dispositif résultant de leur réunion, de très grandes dimensions. C'est pour ce motif qu'à différentes reprises on a eu l'idée de recourir à un autre expédient, consistant à substituer au mouvement automatique des soupapes un mouvement desmodromique. La solution la meilleure paraît être la solution mixte, dans laquelle on laisse l'ouverture se produire automatiquement, en confiant à un mécanisme de distribution la fonction d'effectuer la fermeture, c'est-à-dire celui des deux mouvements de la soupape qui entraîne plus spécialement la production de chocs. Grâce à cet expédient, il redevient possible de conserver, pour les soupapes, de faibles dimensions, avantage qui, dans la plupart des cas où il s'agit d'installation de pompes puissantes, compense largement les additions qu'il faut faire au mécanisme de transmission, et surtout lorsqu'il existe déjà un mouvement de rotation. Le professeur Riedler a fait récemment, sur ce sujet, une communication très intéressante (2). La figure 1139 représente une soupape de refoulement, avec mouvement commandé, qu'il a installée pour la

(1) V. Revue industrielle, 1888, p. 342, où se trouve une théorie complète de cette pompe.
(2) V. Z. D. Ingenieure, 1888, p. 481. *Riedler*, Unterirdische Wasserhaltungsmaschinen mit gesteuerten Ventilen.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

machine d'épuisement du puits de Wartinberg. La came *d*, qui est animée d'un mouvement de rotation, ferme, au moment convenable, la soupape *b*, pour le changement de course, et la laisse s'ouvrir, au

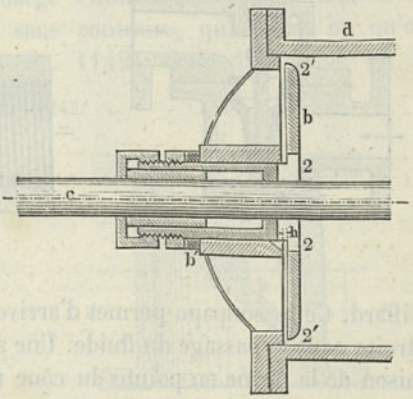
Fig. 1139.



commencement du mouvement de refoulement, sous l'action de la pression de la colonne inférieure. Afin de déterminer une ouverture graduelle de la soupape, la charge *K* est produite par un ressort hélicoïdal. La marche de cette machine, ainsi que de toutes celles qui ont été établies avec la même disposition, s'est montrée extrêmement satisfaisante. Pour les détails, nous renverrons à la communication de l'auteur (V. la note).

Dans les souffleries, notamment dans celles à haute pression, on utilise également aujourd'hui, assez fréquemment, le système de commande mécanique pour les soupapes à levée, et surtout pour la soupape d'aspiration, qui, comme nous l'avons déjà signalé précédemment, est celle qui a le plus besoin d'une conduite desmodromique. La figure 1140 représente le mode de commande très simple de la soupape *b* (1). La tige de piston *e*, grâce au frottement de sa boîte à étoupes, entraîne, au commencement de chaque course, et sur la longueur de la levée *h*, la soupape *b*, qui forme une seule pièce avec la boîte à étoupes; cet entraînement a lieu, une fois au commencement de l'aspiration, et

Fig. 1140.



(1) Employée dans les compresseurs d'air de P. Blanchod et Cᵉ, à Vevey.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

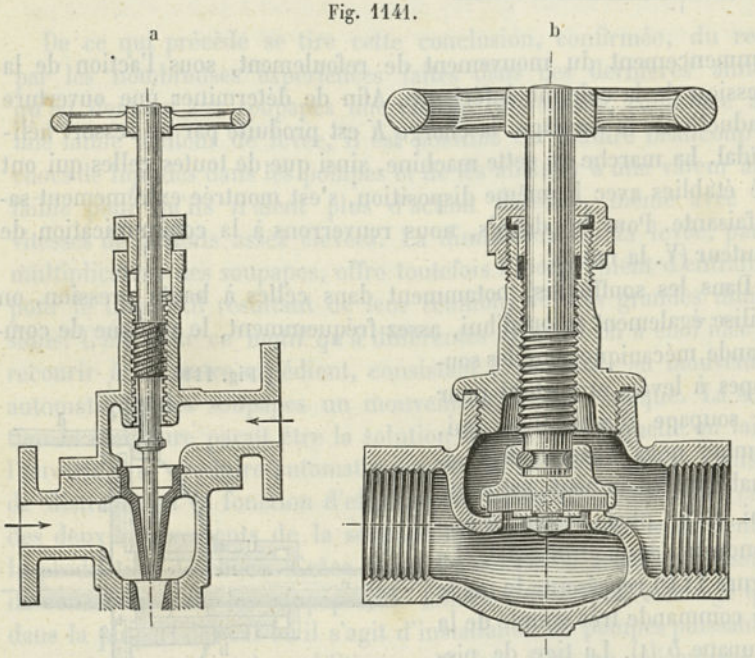
l'autre fois au commencement du refoulement. Il est facile de trouver des précédents de cette disposition dans certaines pompes à air des cabinets de physique.

§ 373.

Soupapes à levée à mouvement héliçoïdal.

Le mouvement suivant une ligne héliçoïdale, pour les soupapes à levée, se rencontre plus rarement que le mouvement rectiligne, lequel se produit naturellement dans les soupapes à levée automatique ; mais il est, par contre, d'un usage très développé dans les soupapes à levée qui se manœuvrent à la main. La figure 1141 *a* représente une soupape conique avec mouvement héliçoïdal, qui est employée dans l'injecteur

Fig. 1141.



Giffard. Cette soupape permet d'arriver à une ouverture extrêmement étroite pour le passage du fluide. Une soupape du même genre, qui, en raison de la forme en pointe du cône mobile, peut être désignée sous le nom de soupape à aiguille, se rencontre en usage dans la cataracte des machines à vapeur orthodromiques (v. p. 928). Les soupapes des régulateurs de gaz sont également munies d'une pointe conique, destinée à augmenter la sensibilité, mais elles n'ont pas de mouvement

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

héliçoïdal. Pour les conduites de vapeur et d'eau, les soupapes d'arrêt ou de mise en marche s'établissent, le plus souvent, sous la forme de soupapes à levée, avec tige filetée, et le nombre des appareils de ce genre en usage est extrêmement considérable. La figure 1141 en donne un exemple.

Tant que la partie mobile de la soupape ne repose pas sur son siège, elle participe, aussi bien à la montée qu'à la descente, au mouvement héliçoïdal de la tige filetée; mais, dès que le contact est établi, elle n'est plus entraînée et le mouvement de la tige a simplement pour effet d'appliquer la garniture sur le siège. Dans notre exemple, la plaque de garniture est supposée faite de carton d'asbeste. Les soupapes, comme celle dont il s'agit, portent souvent le nom de robinets à vis, ou encore de robinets sphériques, lorsque, comme c'est ici sensiblement le cas, la partie de la boîte qui se raccorde avec la tuyauterie se rapproche de la forme d'une sphère.

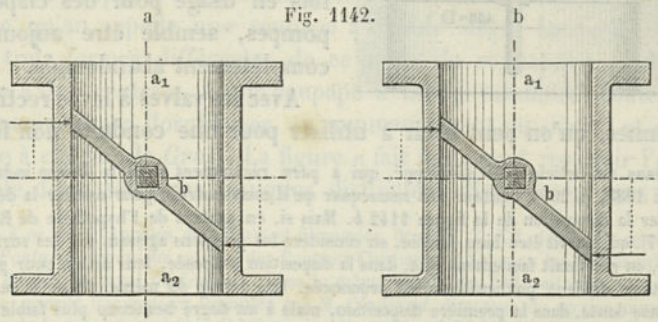
§ 374.

Valves à levée déchargées.

Le problème qui consiste à décharger de la pression du fluide une valve à levée, non automatique, se présente dans un assez grand nombre de cas, où il s'agit d'arriver à rendre possible la manœuvre de cette valve par un effort extérieur de faible importance.

Dans les valves à articulation, ou clapets, la solution de ce problème est relativement facile; la décharge s'obtient par la combinaison de deux clapets égaux, dirigés en sens contraire, qui donne ce qu'on appelle une *soupape à gorge* (fig. 1142). Cette disposition est le

Fig. 1142.

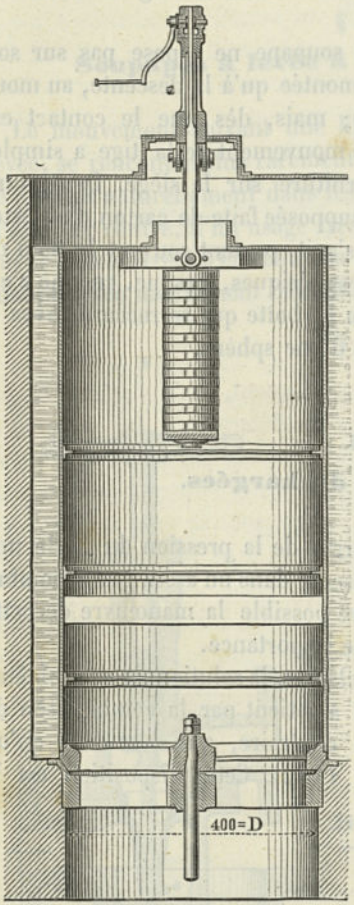


pendant de la détente à frottement, allégée (ou déchargée) du § 250, à laquelle nous avons donné, pour ce motif, le nom de détente à gorge. Dans les machines à vapeur, cette soupape a trouvé, comme appareil

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

de régulation, une application très étendue et bien connue. Au point de vue de l'étanchéité, la disposition représentée laisse quelque peu à à désirer, puisque, dans le voisinage du moyeu, la surface de contact du clapet doit être sphérique et que, dès lors, le contact n'a lieu que suivant une ligne; elle est toutefois suffisante, en général, pour le but qu'on se propose (1). Si l'on veut utiliser la soupape à gorge comme soupape de régulation pour un moteur hydraulique, ainsi qu'on le fait assez souvent pour les turbines, il convient de ne pas perdre de vue les grandes pertes par chocs qu'entraîne l'emploi de ce genre de valves (V. § 342).

Fig. 1145.



Pour des clapets automatiques, avec siège plan, on a également cherché à réaliser la décharge, et on y est arrivé, depuis longtemps, par un procédé analogue à celui qu'on a employé pour la soupape à gorge; en ajoutant un contre-clapet, légèrement plus petit que le clapet principal, on supprimait les $^3/_4$ ou les $^7/_8$ de la charge (2). Cette disposition, qui a été autrefois en usage pour des clapets de pompes, semble être aujourd'hui complètement abandonnée.

Avec les valves à levée rectiligne, ou vannes, qu'on peut avoir à utiliser pour une conduite non fermée

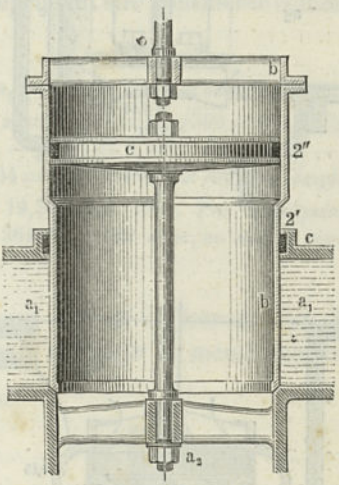
(1) Dans un article très développé, qui a paru récemment dans la Revue industrielle (26 mai 1888, p. 205), l'auteur fait remarquer qu'il conviendrait, pour assurer la décharge, d'adopter la disposition de la figure 1142 *b*. Mais si, en partant de l'hypothèse de Robinson (p. 1117), qui paraît être bien fondée, on considère les pressions agissant sur les surfaces de clôture, on reconnaît facilement que, dans la disposition proposée, leur action pour produire l'ouverture devient particulièrement prononcée. Une action du même genre se rencontre bien, sans doute, dans la première disposition, mais à un degré beaucoup plus faible, et qui cesse, dès que le clapet a commencé à s'ouvrir d'une quantité extrêmement petite Dans ce dernier cas, avec la disposition de la figure *b*, on se trouve en présence d'un mouvement de rotation assez fort, qui agit pour augmenter l'ouverture, etc.

(2) V. Bélidor, Architecture hydraulique, Paris, 1739; les clapets étaient en laiton et avaient une garniture métallique

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

(un canal) ou pour un récipient ouvert à sa partie supérieure, on est arrivé à résoudre le problème de la décharge, d'une manière très simple, en adaptant à la partie mobile de la vanne un prolongement, en forme de tuyau, qui vient dépasser légèrement le niveau du liquide. La figure 1143 représente une soupape conique, disposée de cette manière, pour le remplissage ou la vidange d'un sas d'écluse (V. fig. 993, en b'_1 et b'_2). Dans cette disposition, qui est attribuée à l'ingénieur *Cramer*, le grand diamètre extérieur du cône mobile se raccorde à une enveloppe cylindrique en tôle, qui dépasse le niveau supérieur de l'eau. Le poids du corps de la soupape, qui est assez important, est équilibré par des contre-poids, à une faible fraction près (1).

Fig. 1144.



Si l'on voulait appliquer la disposition précédente à des vannes soumises à une forte pression, en lui donnant une forme pratique, il serait possible d'arriver à une solution, en ayant recours à l'emploi de deux boîtes à étoupes, l'une extérieure, l'autre intérieure, comme l'indique la figure 1144; mais cette disposition entraînerait d'assez grandes complications.

On a trouvé, d'ailleurs, pour les valves à levée, destinées à fonctionner sous des pressions élevées, une forme de construction bien préférable, qui repose, comme la soupape à gorge, sur la combinaison de deux soupapes à levée, dirigées en sens contraires. On obtient ainsi ce qu'on appelle une soupape à double siège. La figure 1145 donne trois formes différentes de ce genre de soupapes : *a* est une soupape à tige centrale, *b* une soupape à noyau tubulaire (toutes les deux imaginées par Hornblower, au commencement du siècle), et *c* une soupape à cloche (de *Gros*). La figure *a* fait nettement ressortir l'existence de deux soupapes coniques distinctes, dirigées en sens con-

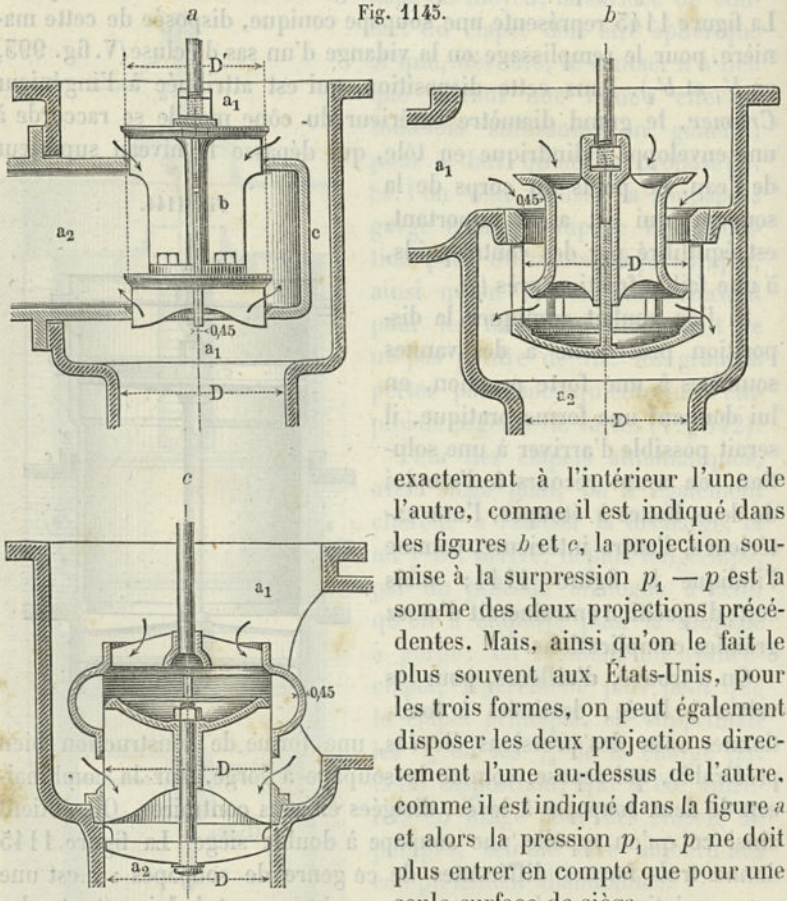
(1) V., à ce sujet, Annales des Ponts-et-Chaussées, 6e série, T. XII, 1886, IIe semestre, p. 248, *Fontaine*, ingénieur en chef des Ponts-et-Chaussées. « Note sur les vannes cylindriques des écluses du canal du Centre ». Dans le même volume (p. 550) se trouve une réclamation de priorité d'invention, formulée par M. *Clavenad*, directeur du service municipal de la ville de Lyon; cet ingénieur déclare que, étant élève à l'école des Ponts-et-Chaussées (1875-76), il a étudié le projet d'une vanne de ce genre (v. la remarque de la page 1129). La vanne d'écluse, représentée dans la figure, a été exécutée, avant 1880, par l'ingénieur constructeur *E. Cramer*, qui l'avait spécialement étudiée pour l'écluse *Burgerwerder*, à Breslau (v. Zeitschrift für Bauwesen, 1880, p. 155).

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

traires l'une de l'autre; *b* et *c* sont des transformations de la même disposition principale.

Si les projections des surfaces annulaires des deux sièges tombent

Fig. 1145.



exactement à l'intérieur l'une de l'autre, comme il est indiqué dans les figures *b* et *c*, la projection soumise à la surpression $p_1 - p$ est la somme des deux projections précédentes. Mais, ainsi qu'on le fait le plus souvent aux États-Unis, pour les trois formes, on peut également disposer les deux projections directement l'une au-dessus de l'autre, comme il est indiqué dans la figure *a* et alors la pression $p_1 - p$ ne doit plus entrer en compte que pour une seule surface de siège.

Dans les soupapes à double siège précédentes, on doit prendre :

$$\left.\begin{array}{ll} \text{La largeur du siège . . . . . } & s = 1/2\,(4 + \sqrt{D'}) \\ \text{La projection de cette largeur. . . . } & s_1 = 1/2\,\sqrt{D'} \end{array}\right\} \quad (408)$$

Dans la disposition *a*, le diamètre moyen D' de la soupape doit être pris égal à 0,8 environ du diamètre D de la conduite, tandis que, pour *b* et *c*, D' doit être égal à ce dernier diamètre. En ce qui concerne l'effort nécessaire pour soulever la soupape, si l'on désigne par s'_1 la largeur de la projection dont il convient de tenir compte et si, confor-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

mément à la remarque de la page 1117, on prend $^1/_3\ (p_1 - p)$ pour la pression entre les surfaces de la partie mobile et du siège, on trouve, en faisant abstraction du poids de la soupape :

$$P' = \pi D' s'_1\ ^2/_3\ (p_1 - p). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (409)$$

tandis que, pour une soupape conique simple, de diamètre inférieur D, on aurait :

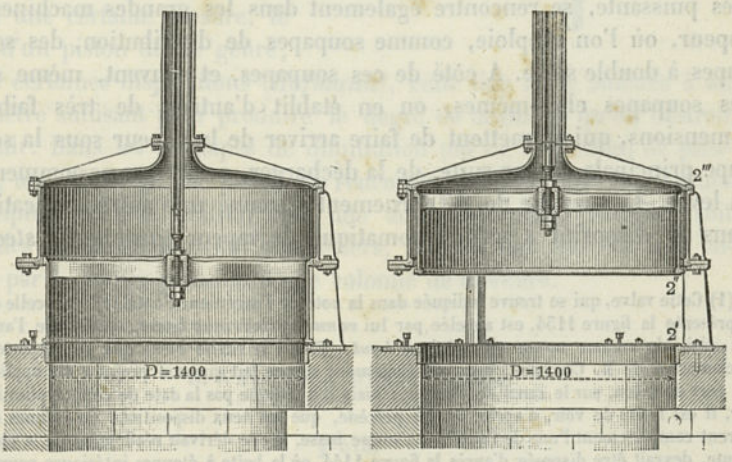
$$P = \left[^\pi/_4\ D^2 + ^2/_3\ s_1 \pi\ (D + s_1)\right]\ (p_1 - p). \quad . \quad . \quad (410)$$

La valeur de P est relativement très considérable; celle de P', bien que beaucoup plus faible, ne doit pas cependant être considérée comme étant toujours sans importance.

Exemple. *Pour une soupape de la forme a, on a* $D = 375^{mm}$, *d'où* $D' = 300^{mm}$; *la surface de projection* s'_1 *se réduit ici à* $s_1 = ^1/_2 \sqrt{D'} = ^1/_2 \sqrt{300} = 0{,}5.17{,}32 = 8^{mm},5$. *Si l'on suppose que la différence* $p_1 - p$ *soit de 4 atm., on aura* $p_1 - p = 0{,}04$ *et, par suite,* $P' = \pi . 300 . 8{,}5 . ^2/_3 . 0{,}04 = 214^k =$ *Pour la soupape simple, avec* $D = 375^{mm}$, *on aurait* $s_1 = \sqrt{375} = 19{,}36$, *soit* 19^{mm}. *Par conséquent,* $P = [^\pi/_4\ 375^2 + ^2/_3 . 19\ \pi\ (375 + 19)]\ 0{,}04 = 5046^k$. P' *n'est donc, en chiffre rond, que* $^1/_{24}$ *de* P.

Pour les soupapes à double siège, qui servent à l'introduction de vapeur, on ne saurait trop recommander d'employer la même matière

Fig. 1146.



pour le siège et le corps de la soupape, afin de prévenir les effets de dilatations inégales par l'action de la chaleur.

Les valves à double siège conviennent également très bien avec l'eau. La figure 1146 représente l'application d'une valve de ce genre

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

pour la traversée d'une écluse (1). Aux deux sièges correspondent des soupapes formées de disques plans.

Le siège inférieur est garni d'un cordon de caoutchouc, tandis que le siège supérieur porte une garniture formée d'une rondelle plate de cuir, laquelle est appliquée sur l'enveloppe fixe, qui recouvre la vanne. Du sommet du couvercle de cette enveloppe part un tuyau qui entoure la tige de cette vanne et qui vient déboucher au-dessus du niveau de l'eau. La vanne elle-même est une soupape à noyau tubulaire (fig. 1145 *b*), laquelle, à la différence de celle dont il a été précédemment question, est en communication avec la colonne supérieure, par l'extérieur, au lieu de l'être par l'intérieur. Hornblower avait déjà utilisé ce mode d'introduction. Comme, d'ailleurs, la garniture de cuir en 2″ présente encore une certaine flexibilité et que les projections des portées des deux sièges tombent à l'intérieur l'une de l'autre, sans se toucher complètement, il en résulte que, dans la position de fermeture, la vanne se trouve sollicitée par un effort qui tend à la soulever, mais qui est loin, toutefois, d'atteindre la grandeur de son poids (cet effort peut être évalué ici à 240 kilog. environ). Quand la vanne est complètement levée, elle vient reposer, en 2‴, sur un troisième siège, de telle sorte qu'il ne peut se produire aucun courant, de nature à détériorer la rondelle de cuir en 2″.

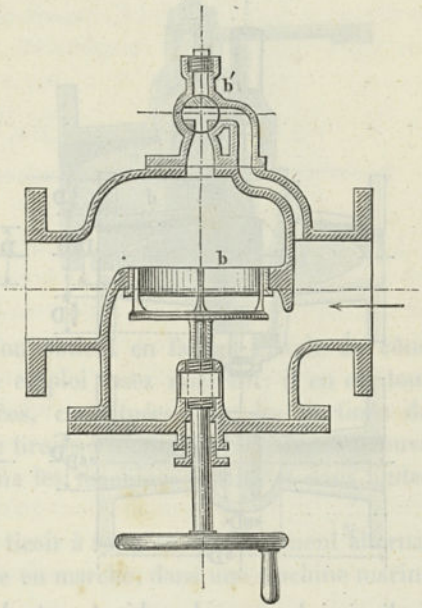
L'artifice de la soupape auxiliaire, auquel on a recours, pour décharger, avant son ouverture, la valve principale d'une conduite d'eau très puissante, se rencontre également dans les grandes machines à vapeur, où l'on emploie, comme soupapes de distribution, des soupapes à double siège. A côté de ces soupapes, et souvent, même sur ces soupapes elles-mêmes, on en établit d'autres, de très faibles dimensions, qui permettent de faire arriver de la vapeur sous la soupape principale et, par suite, de la décharger, avant que ne commence sa levée. La soupape de détournement a trouvé une autre application dans le dispositif à arrêt automatique de vapeur (*automatic steam*

(1) Cette valve, qui se trouve indiquée dans la note de l'ingénieur Fontaine, après celle que représente la figure 1154, est appelée par lui *vanne cylindrique basse*, tandis que l'autre est désignée comme *vanne cylindrique haute*. C'est à la vanne basse que se rapporte la réclamation de M. Clavenad, appuyée également sur ce fait que son projet a été appliqué au port de Colon, sur le canal de Panama ; mais il n'indique pas la date de cette application. Or, il est facile de voir, d'après ce qui précède, que les deux dispositions de vannes diffèrent complètement l'une de l'autre. La vanne basse, si elle dérivait réellement de la vanne haute, devrait être disposée d'après la figure 1144, où la boîte à étoupes intérieure pourrait être supprimée comme superflue, en raison de la faible hauteur de charge; il ne resterait plus alors que la boîte extérieure. Il est bien évident que M. Fontaine, au lieu de cette garniture extérieure, en a mis une en 2″; mais il est arrivé par là à la soupape à double siège, qui n'est pas plus nouvelle, tandis que M. Clavenad a utilisé directement cette soupape. Il semble évident, d'après cela, que M. Cramer doit être considéré comme ayant imaginé, le premier, la vanne cylindrique haute.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

stop d'Aitken) (fig. 1147). La valve de fermeture *b*, qui, par la manœuvre de la tige filetée, peut être éloignée de son siège, est préalablement déchargée au moyen du robinet *b'*. Elle vient alors reposer librement sur la tige filetée, à une certaine distance de son siège, avec la possibilité de se mouvoir sur cette tige, de bas en haut. Si maintenant, dans la portion de conduite comprise entre la soupape et le point où la vapeur est utilisée, il vient à se produire une chute de pression, par suite d'une rupture de tuyau ou par toute autre cause, le courant violent de vapeur qu'elle détermine soulève la valve et l'amène dans la position de fermeture.

Fig. 1147.



La décharge d'une valve à levée peut également être réalisée, en faisant agir la pression du fluide sur un piston relié à cette soupape. Une tige ordinaire de soupape joue déjà, dans une certaine mesure, le rôle d'un piston de ce genre; dans certaines dispositions (*Hofmann*), cette tige a été amenée à un diamètre suffisant pour produire le degré de décharge qu'on désirait obtenir. Dans les soupapes de diminution (ou de réduction) de pression, une décharge par piston se rencontre utilisée, sous des formes multiples, en combinaison avec une autre décharge, produite, soit par des poids agissant sur des leviers, soit par des ressorts, soit encore par la contre-pression d'une colonne de mercure.

B. VALVES A GLISSEMENT.

§ 375.

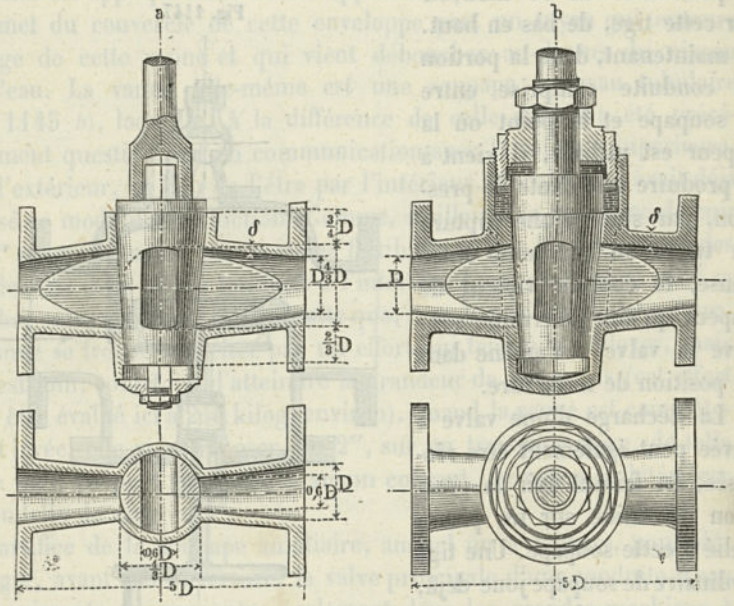
Robinets et tiroirs à rotation.

Dans les valves à glissement, agissant par rotation, la partie mobile reçoit très souvent la forme conique, de telle sorte que, par une

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

simple poussée du corps de la valve vers la pointe du cône, on arrive à la presser sur son siège. La valve constitue alors ce qu'on appelle un robinet. La figure 1148 représente deux formes du robinet conique

Fig. 1148.



ordinaire; le corps du robinet porte le nom de clef. L'orifice de passage dans la clef, pour les robinets de grandes dimensions, reçoit une forme allongée, qui permet de réduire le diamètre de cette clef; la section de l'orifice est, du reste, prise égale à la section du tuyau $\pi/_4 D^2$. L'inclinaison de la clef, qu'on adopte ordinairement comme la plus convenable (d'après les expériences d'*Edwards*), est de $^1/_9$ pour chaque côté.

Pour l'épaisseur δ du boisseau, on peut, lorsqu'il est en fonte, utiliser la formule (319) et prendre, par suite, $\delta = 12 + {}^1/_{50} D$. Pour les boisseaux en bronze, l'épaisseur est de $^1/_2$ à $^2/_3$ de la précédente. Dans la disposition *b*, le boisseau est complètement fermé à sa partie inférieure, et il existe deux boîtes à étoupes à la partie supérieure, l'une pour la clef elle-même, l'autre pour son axe de rotation. A l'aide de ce dernier presse-étoupes et du contre-écrou, placé au-dessus, on peut arriver à régler très convenablement la position de la clef.

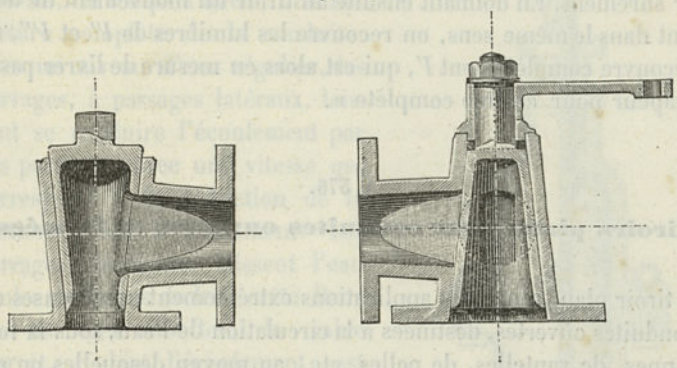
La figure 1149 représente deux robinets à clefs creuses, qui sont d'un usage très répandu comme robinets d'injection de condenseurs.

Si l'on fait l'angle du cône égal à 180°, le robinet conique se trans-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

forme en un tiroir plan à rotation, qui est fréquemment utilisé comme valve de régulation dans les locomotives, mais qui n'est que rarement employé comme dispositif de distribution. Des robinets cylindriques

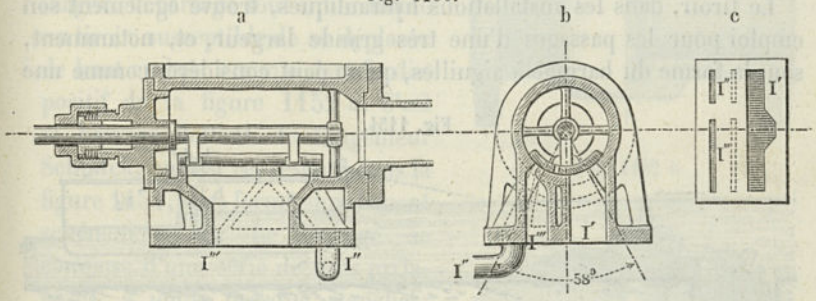
Fig. 1149.



complets, c'est-à-dire ceux qu'on obtient en faisant l'angle du cône égal à 0°, sont également d'un emploi assez restreint: il en est tout autrement des valves articulées, constituées par des portions de cylindres, qui, sous la forme de tiroirs à rotation oscillants, ont trouvé de nombreuses applications dans les machines Corliss et dans toutes les machines du même genre.

La figure 1150 représente un tiroir à rotation, à mouvement alternatif, utilisé, comme valve de mise en marche, dans une machine marine

Fig. 1150.



à triple expansion. *a* est une section longitudinale, *b* une coupe transversale et *c* une vue, par en haut, de la glace du tiroir, supposée développée. Ce tiroir se trouve réunir en lui trois soupapes à glissement, qui correspondraient respectivement aux orifices d'accès *I'*, *I''* et *I'''* des trois boîtes à tiroirs des trois cylindres. Dans la position figurée en *b*, ces orifices sont tous les trois fermés, et ils s'ouvrent tous en même temps, quand le tiroir se déplace un peu vers la gauche. Dans

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

ce cas, la section de I', qui est en forme de trapèze, amène tout d'abord au cylindre à haute pression de la vapeur pour « demi-force », pendant que les deux autres cylindres reçoivent également, par les canaux I'' et I''', un peu de vapeur vive, de telle sorte que la machine puisse partir sûrement. En donnant ensuite au tiroir un mouvement de déplacement dans le même sens, on recouvre les lumières de I'' et I''', mais on découvre complètement I', qui est alors en mesure de livrer passage à la vapeur pour « force complète ».

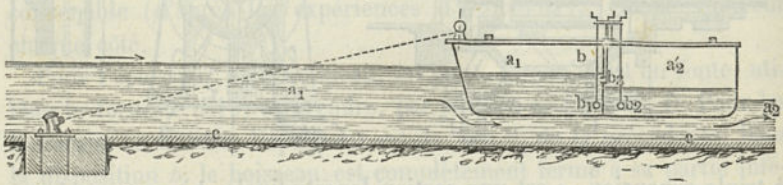
§ 376.

Tiroirs plans pour conduites ouvertes et fermées.

Le tiroir plan trouve des applications extrêmement nombreuses dans les conduites ouvertes, destinées à la circulation de l'eau, sous la forme de vannes, de vantelles, de pelles, etc., au moyen desquelles on règle l'introduction ou l'écoulement de l'eau, dans les petits comme dans les grands canaux. Jusqu'ici, les tiroirs de cette espèce se construisent encore, de préférence, en bois, abstraction faite des mécanismes de transmission de mouvement. Toutefois, dans certains cas, on a commencé à recourir à l'emploi du fer. L'emploi de ce métal offre des avantages tellement incontestables qu'on doit admettre que, pour les installations nouvelles, la construction en fer arrivera ici, comme pour un si grand nombre d'autres, à limiter l'emploi du bois à un petit nombre de cas particuliers.

Le tiroir, dans les installations hydrauliques, trouve également son emploi pour les passages d'une très grande largeur, et, notamment, sous la forme du barrage à aiguilles, qu'on peut considérer comme une

Fig. 1151.



invention de génie. Dans ce cas, le courant d'eau, d'une grande largeur, qu'il s'agit de barrer, est divisé en un grand nombre de petits courants étroits, mais profonds, dont chacun peut être fermé isolément par un tiroir (une aiguille), facile à manœuvrer, ou rendu libre par l'enlèvement de ce même tiroir.

D'une manière générale, un barrage, placé dans un cours d'eau.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

considéré dans son ensemble et d'après le but qu'il doit remplir, est une valve, et une valve dans une conduite ouverte. Pour un écoulement tout à fait faible, le barrage produit, de temps à autre, une fermeture complète de la conduite. Avec un niveau d'eau régulier, les barrages, à passages latéraux, laissent se produire l'écoulement par ces passages, avec une vitesse qui correspond à la réduction de la section totale d'écoulement. Les barrages déversoirs laissent l'eau couler au-dessus de leur crête. Dans les barrages mobiles, la valve d'arrêt, réglant l'écoulement, est susceptible de déplacement. Les ingénieurs français, auxquels on est redevable du barrage à aiguilles, ont imaginé, pour les barrages régleurs, une série de formes particulièrement remarquables et d'une grande valeur pratique. Dans une disposition tout à fait nouvelle, qui vient d'être essayée en Allemagne, le barrage tout entier forme un tiroir, susceptible de se déplacer de haut en bas, comme dans le dispositif de la figure 1152 *a*. C'est le barrage flottant de l'ingénieur Schmick, qui est représenté dans la figure 1151, sous forme simplement schématique (1). Le barrage se compose d'une série de bacs juxtaposés, à joints presque étanches, reliés solidement, trois par trois, à une traverse, qui est maintenue par de fortes chaînes ancrées en amont. Les trois bacs reliés à une même traverse portent, comme lest, des quantités d'eau variables, dans deux (ou un plus grand nombre)

Fig. 1152 a.

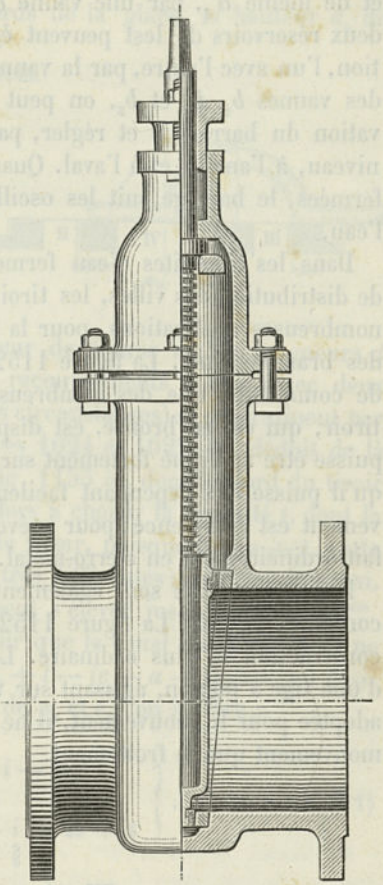
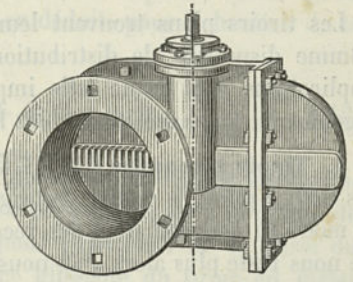


Fig. 1152 b.



(1) V. Schmick, das Prahmwehr, Zeitschrift für Baukunde, Munich, 1884, p. 502.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

compartiments a'_1 et a'_2, placés à la suite l'un de l'autre; a'_1 communique, par une vanne de réglage b_1, avec le niveau d'eau supérieur a_1, et de même a'_2, par une vanne b_2, avec le niveau inférieur a_2; les deux réservoirs de lest peuvent également être mis en communication, l'un avec l'autre, par la vanne b_3. Par une manœuvre convenable des vannes b_1, b_2 et b_3, on peut déterminer l'abaissement ou l'élévation du barrage b et régler, par suite, à volonté, la différence de niveau, à l'amont et à l'aval. Quand les trois vannes de réglage sont fermées, le barrage suit les oscillations de la surface supérieure de l'eau.

Dans les conduites d'eau fermées, notamment dans les conduites de distribution des villes, les tiroirs plats, ou les vannes, trouvent de nombreuses applications, pour la fermeture des lignes principales ou des branchements. La figure 1152 *a* représente, avec son mécanisme de commande, une des nombreuses formes de vannes en usage. Le tiroir, qui est en bronze, est disposé en forme de clavette, afin qu'il puisse être appliqué fortement sur son siège par la vis qui le porte et qu'il puisse être cependant facilement soulevé, une fois que le mouvement est commencé; pour prévenir les effets de la rouille, la vis se fait ordinairement en sterro-métal.

Les tiroirs plats sont également d'un usage très répandu dans les conduites de gaz. La figure 1152 *b* donne un exemple du mode de construction le plus ordinaire. Le mouvement est donné au moyen d'une tige à pignon, agissant sur une crémaillère. Dans la disposition adoptée pour le mouvement, il ne se produit pas d'autre résistance au mouvement que le frottement.

§ 377.

Tiroirs à vapeur.

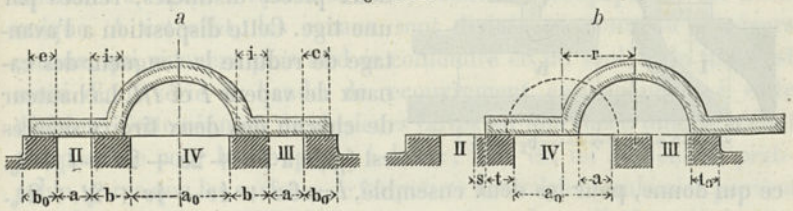
Les tiroirs plans trouvent leurs applications les plus nombreuses, comme dispositifs de distribution, dans les machines à vapeur. Ces applications sont d'une telle importance qu'il nous paraît utile de signaler ici les dispositions dont l'usage est le plus répandu.

1. **Tiroir à coquille** (fig. 1153). — C'est le plus important de tous les tiroirs plans, à course rectiligne. Nous avons déjà indiqué (§ 330) le mode de détermination des recouvrements à donner à ce tiroir et il ne nous reste plus alors qu'à nous occuper des autres dimensions relatives à la fermeture. On cherche à donner à la hauteur a des canaux, ou lumières, une valeur faible et, pour cela, on donne une valeur suf-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

fisamment grande à la largeur de ces mêmes lumières. Si l'on suppose a donné, on a à déterminer : les recouvrements e et i, la hauteur b des bandes, la hauteur b_0 des bords de la glace, la hauteur a_0 du

Fig. 1153.



canal d'échappement *IV*, la longueur de course r, les longueurs l et l_0 du tiroir et de sa glace. Les recouvrements e et i (avec deux valeurs e_2 et e_5 pour e, dans certaines circonstances) se déterminent par les procédés indiqués dans les figures 1024 et 1025. On déduit de là également la plus grande valeur s (fig. 1153 *b*), dont le bord du tiroir dépasse l'arête du conduit *II*. On a alors à choisir la quantité t, dont la bande b doit rester recouverte par le tiroir, puisque $b = s + t$. Cette quantité se trouve avoir des valeurs très différentes ; comme minimum, on peut prendre $t = 4^{mm}$; mais t peut s'élever jusqu'à 10 ou 11^{mm}. Après le choix de la valeur de t, pour que le canal d'échappement ne soit pas trop rétréci, on doit faire $a_0 + t - (e + a + i) = a$, en désignant par e la moyenne des valeurs de e_2 et e_5 ; on a alors :

$$\left.\begin{aligned} a_0 &= 2a + e + i - t \\ r &= a + e + s \\ l &= 4a + 3e + i + 2s + t \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (411)$$

Le bord de la glace, comme le montre la figure *b*, doit être pour le moins à une distance t_0 du bord intérieur de la coquille, valeur qu'on trouve, le plus souvent, égale à t ; on en déduit, pour la hauteur de la glace, $l_0 = a_0 + 2b + 2a + 2b_0$, ou

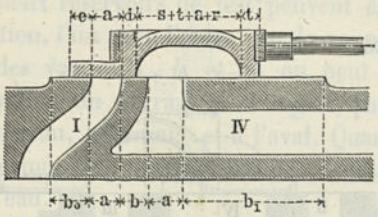
$$l_0 = 4a + 3e - i + 4s + t + 2t_0. \quad . \quad . \quad . \quad (412)$$

Lorsque le tiroir est en fonte, on lui donne ordinairement une épaisseur sensiblement égale à $10 + D/_{200}$, c'est-à-dire égale à la moitié de celle que fournit la formule (320) pour l'épaisseur de la paroi du cylindre. Si l'on veut avoir la surface glissante du tiroir en métal blanc, il convient de faire le corps en bronze, car le métal blanc ne serait pas suffisamment solide.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

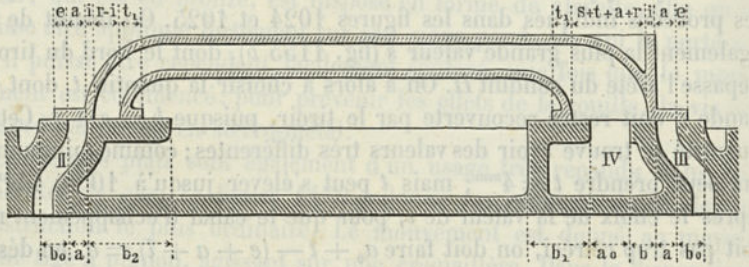
2. **Tiroir à coquille divisé** (fig. 1154). — Ici les quatre valves, qui se trouvaient réunies pour former le tiroir précédent, se trouvent combinées deux à deux, pour donner deux pièces distinctes, reliées par une tige. Cette disposition a l'avantage de réduire la longueur des canaux de vapeur *I* et *III*. La hauteur de chacun des deux tiroirs séparés est égale à $3a + 2e + 2s + t + t_0$, ce qui donne, pour les deux ensemble, $l = 6a + 4e + 4s + 2t + 2t_0$.

Fig 1154.



3. **Tiroir à conduit** (fig. 1155). — Cette disposition donne également de faibles longueurs pour les canaux de vapeur *II* et *III*, ce qui,

Fig. 1155.



pour des cylindres de grande course, peut, dans certaines circonstances, être considéré comme avantageux. La hauteur totale de la base du tiroir est ici : $l = 6a + 5e + 3s + i + 2t_0$.

Exemple. *Avec* $a = 20^{mm}$, $e = 20^{mm}$, $i = 18^{mm}$, $s = 10^{mm}$, $t = to = 5^{mm}$, *la hauteur de base, pour le tiroir à coquille simple, est* $l = 4.20 + 3.20 + 18 + 2.10 + 5 = 183^{mm}$. *Pour le tiroir divisé, on a* $l = 6.20 + 4.20 + 4.10 + 4.5 = 260^{mm}$ *et, pour le tiroir à conduit,* $l = 6.20 + 5.20 + 3.10 + 18 + 2.5 = 278^{mm}$. *Les résistances de frottement, pour ces trois tiroirs, sont entre elles dans les mêmes rapports que les hauteurs, c'est-à-dire proportionnelles aux nombres* 183, 260 *et* 278 ; *il en est de même du travail du frottement, puisque la longueur de course* $2r$ *est la même pour tous et égale à* $2e + 2a + 2s = 2(20 + 20 + 10) = 100^{mm}$.

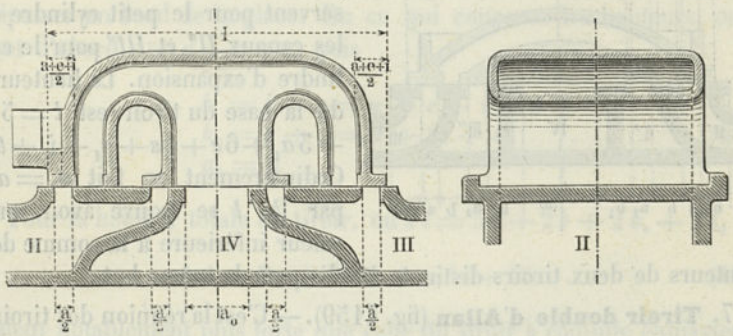
Dans le but de maintenir à une faible valeur le travail du frottement du tiroir, on a eu recours à l'artifice de la multiplication, que l'on rencontre appliqué, sous des formes si variées, dans les soupapes à levée. La décomposition d'un tiroir en deux parties distinctes, constituant chacune, par elle-même, un tiroir complet, se rencontre fréquemment dans les machines à vapeur marines, à cylindres oscillants ; un motif

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

qui vient encore à l'appui de cette division, pour ces machines, c'est qu'elle permet de répartir symétriquement la charge du tiroir, par rapport à l'axe transversal du cylindre; les deux tiroirs remplacent alors huit soupapes. Mais on peut également, comme on le fait pour les machines à vapeur à cylindres fixes, réunir ces soupapes en un tiroir unique. A cet effet, les canaux sont divisés en deux ou plusieurs canaux, qui viennent plus tard se confondre en un seul, et le tiroir est muni d'une série de bandes de recouvrement, correspondant à cette division. Cette réunion de plusieurs valves en une pièce unique n'était pas possible pour les soupapes à levée; elle est ici facilement praticable, parce que les surfaces de fermeture des valves combinées peuvent être disposées, sans difficultés, sur un même plan; elle fournit, comme nous allons le voir, des dispositions très utilisables.

4. **Tiroir à cloisons de Penn** (fig. 1156). — C'est un tiroir double. La hauteur a de la lumière d'admission est partagée en deux parties, égales chacune à $a/2$. En opérant comme précédemment, on

Fig. 1156.



obtient, pour la hauteur de ce tiroir : $l = 5{,}5a + 3{,}5e + 3s + t + 2t_0 + {}^1/_2 i$ et pour la course : $2r = a + e + s$, c'est-à-dire la moitié de la valeur trouvée plus haut. Il va de soi que les recouvrements $e/2$ et $i/2$, pour la hauteur de lumière $a/2$, doivent être avec cette hauteur dans les mêmes rapports que ceux qu'indique le diagramme pour les quantités e, i et a.

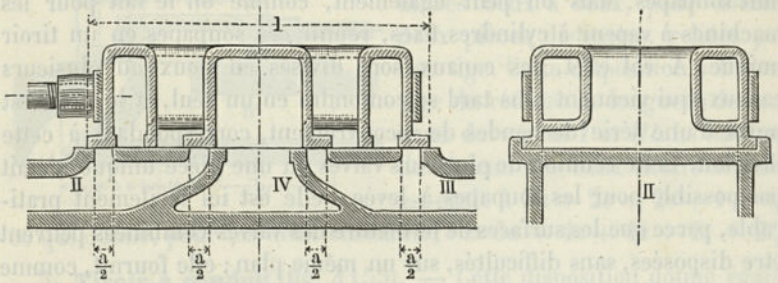
2e Exemple. *Pour* $a/_2 = 10^{mm}$, $e/_2 = 10$, $i/_2 = 9$, $s/_2 = 5$, $t = t_0 = 5^{mm}$, *il vient* $l = 5{,}5.20 + 3{,}5.20 + 3.10 + 5 + 2.5 + 9 = 234^{mm}$ *et* $2r = 20 + 20 + 10 = 50^{mm}$. *D'après cela, le travail du frottement de ce tiroir est à celui du tiroir simple à coquille équivalent dans le rapport* $234.50 : 183.100 = 117 : 183 = 1 : 1{,}56$; *la réduction réalisée sur le travail du frottement est assez importante.*

5. **Tiroir à cloisons de Borsig** (fig. 1157). — Ce tiroir ne diffère du précédent qu'au point de vue constructif; les admissions de vapeur,

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

pour le second couple de lumières d'entrée, se font, en effet, par le haut, à travers le tiroir, et on a dû, dès lors, disposer latéralement

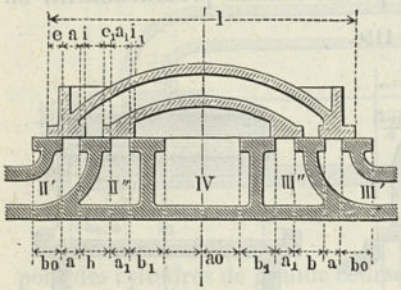
Fig. 1157.



dans ce tiroir les conduits auxiliaires du premier couple de lumières.

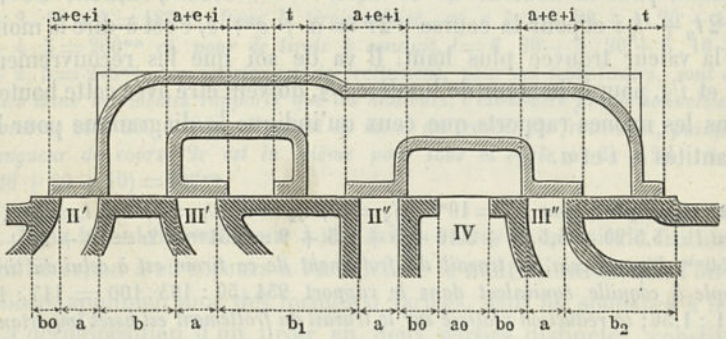
6. **Tiroir double de Hick** (fig. 1158). — Ce tiroir est utilisé pour machines combinées à cylindres parallèles (Hornblower et Woolf). Les conduits de vapeur II' et III'_1 servent pour le petit cylindre et les canaux II'' et III'' pour le cylindre d'expansion. La hauteur l de la base du tiroir est $l = 5a + 3a_1 + 6e + 4s + e_1 + i_1 + t_o$. Ordinairement on fait $a_1 = a$; par là, l se trouve avoir une valeur inférieure à la somme des hauteurs de deux tiroirs distincts établis pour le même but.

Fig. 1158.



7. **Tiroir double d'Allan** (fig. 1159). — C'est la réunion des tiroirs

Fig. 1159.



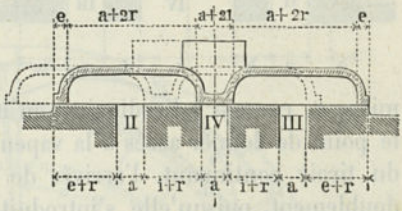
correspondant au mode de conjugaison de deux machines à cylindres conaxiaux, qu'on désigne sous le nom de montage en *Tandem*.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

On a $l = 10a + 7e + e_1 + 6s + i + i_1 + 3t_0$. Ici également on réalise une réduction de hauteur par rapport à celle qu'entraînerait l'emploi de tiroirs séparés; la disposition des canaux de vapeur se trouve être, en même temps, très simple.

8. **Tiroir en E** (fig. 1160). — Ce tiroir est employé avec avantage, au lieu du tiroir à coquille, quand le mouvement de glissement, utilisable pour la commande du tiroir, se trouve donné avec une direction de sens contraire à celle qui conviendrait pour le tiroir à coquille. Au lieu d'intercaler un levier, pour changer le sens de ce mouvement, on modifie le tiroir, en lui donnant la forme ci-contre (v. des applications dans les figures 1006 et 1008). Les coquilles sont ici au nombre de deux. Il se produit une admission, lorsqu'un bord de coquille vient à dépasser un bord de la glace. En ce qui concerne les hauteurs, on a tout d'abord $r = a + e + s$, puis

Fig. 1160.



$$\left.\begin{array}{l} b = i + r = a + e + i + s \\ b_0 = e + r = a + 2e + s \\ a_0 = a \end{array}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (413)$$

Pour la hauteur totale du tiroir, on a $l = 3a + 2b + 2b_0 + 2t$, ou

$$l = 7a + 6e + i + 4s + 2t. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (414)$$

valeur notablement plus forte que celle du tiroir à coquille équivalent.

3e Exemple. *Si nous posons, comme dans le* 1er *exemple,* $a = e = 20^{mm}$, $i = 18^{mm}$, $s = 10^{mm}$, $t = 5^{mm}$, *nous trouvons* $l = 13.20 + 18 + 4.10 + 2.5 = 328^{mm}$, *en regard de* $l = 183^{mm}$ *pour le tiroir simple à coquille. On voit, d'après cela, que le tiroir en E n'est à recommander que pour de faibles valeurs de a et des recouvrements, comme c'est le cas dans les applications représentées par les figures* 1006 *et* 1008. *Toutefois, le principe sur lequel repose ce tiroir, et qui consiste à utiliser le bord de la glace comme arête d'ouverture, n'est pas sans valeur, et il a trouvé une application remarquable dans le tiroir suivant.*

9. **Tiroir de Trick** (1) (fig. 1161). — Ce tiroir doit être également considéré comme un tiroir double. Entre les deux tiroirs à coquilles, dont il se compose, est compris un conduit c, qui agit comme les

(1) *Trick*, à Esslingen, a imaginé et construit ce tiroir en 1857; *Allan*, en Angleterre, l'a construit, pour la première fois, en 1858; c'est donc avec raison que les ingénieurs américains désignent ce tiroir sous le nom de tiroir de Trick.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

coquilles du tiroir en E. On a encore, comme précédemment, $r = a + e + s$, et on fait $b_0 = 2e - t$, c'est-à-dire, que pour la position moyenne du tiroir, l'arête intérieure de la plus grande coquille se trouve à une distance e du bord extérieur de la glace. Il en résulte que, quand le tiroir a parcouru le chemin e (en supposant le mouvement vers la droite), il découvre à gauche, la lumière a, comme à l'ordinaire, en même temps qu'à droite il est sur le point de donner accès à la vapeur par le conduit c. Le mouvement du tiroir continuant, l'arrivée de la vapeur à la lumière a se fait doublement, puisqu'elle s'introduit à la fois par le conduit c et par l'ouverture directe que détermine, à gauche, le déplacement de l'arête extérieure du tiroir. On peut distinguer cinq périodes dans ce mode

Fig. 1161.

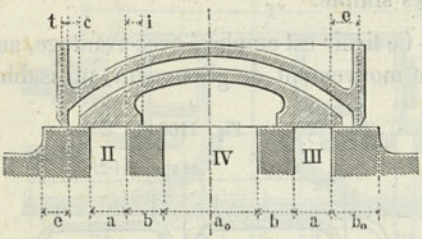
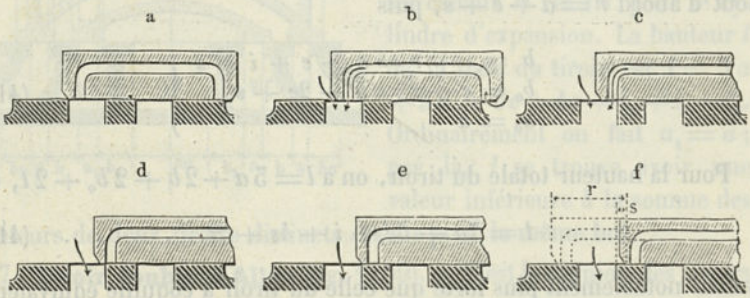


Fig. 1162.



d'admission, qui sont représentées dans les figures suivantes (1162 *a* jusqu'à *f*), où l'on a supprimé la coquille intérieure, qui agit comme à l'ordinaire.

1re Période. — *Dès que le tiroir dépasse la position a, commence la double introduction mentionnée. Si nous la portons dans un diagramme de Zeuner (p. 947), nous avons à doubler, à partir de V ou de A, les portions de rayons vecteurs du cercle du tiroir, qui donnent l'ouverture, et cela jusqu'à ce que l'arête intérieure du conduit c soit arrivée, à droite, à coïncider avec le bord de la glace (fig. b). On obtient ainsi, dans le diagramme, la courbe* AB_1 *(fig. 1165).*

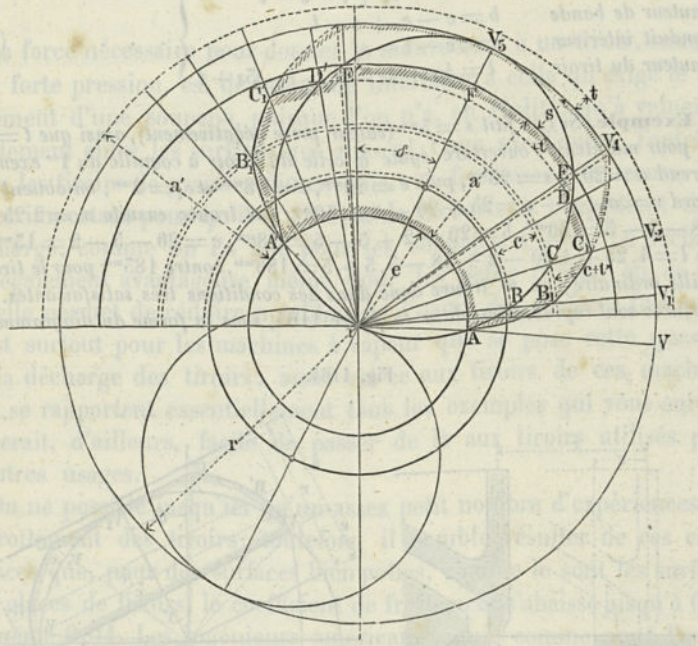
2e Période. — *A partir de la position b, l'ouverture sur la gauche continue encore à augmenter, tandis qu'elle ne change plus à droite ; par conséquent, dans le diagramme, à la largeur d'ouverture, que donne le cercle du tiroir, nous avons à ajouter, à partir de* B_1, *la grandeur constante* $c = BB_1 = CC_1$, *ce qui fournit la portion de courbe* B_1C_1. *La seconde période dure jusqu'à ce que l'arête intérieure du conduit c soit arrivée, à gauche, à coïncider avec le bord de la bande de la glace (fig. c).*

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

3e Période. — *Le mouvement du tiroir continuant, l'orifice du conduit c se recouvre de plus en plus, mais, en même temps, l'ouverture du canal principal a se trouve augmentée exactement de la quantité dont l'autre diminue. La valeur de l'introduction reste donc constante, et cela, jusqu'à ce que l'arête extérieure du conduit c ait atteint le bord de la bande de la glace (fig. d). Dans le diagramme, la valeur de l'ouverture est donnée par l'arc de cercle C_1D, décrit du point 1.*

4e Période. — *Le tiroir continue à s'avancer vers la droite, découvrant de plus en plus, par son bord extérieur de gauche, l'ouverture a, jusqu'à ce que ce bord soit*

Fig. 1165.



arrivé en regard de l'arête de la bande de la glace (fig. e). La largeur de l'ouverture s'augmente donc encore jusque-là de la hauteur t de la barrette extérieure du tiroir, et le diagramme donne, pour cette période, l'arc DE du cercle du tiroir.

5e Période. — *L'arête extérieure du tiroir vient à dépasser le bord de la bande de la glace, et arrive à en être écartée de la quantité s (fig. f); mais, pendant ce mouvement, la largeur de l'ouverture reste constante et égale à a, ce qui se trouve indiqué, dans le diagramme, par l'arc de cercle EF, décrit du centre 1. A partir de là, les cinq périodes se répètent en ordre inverse.*

Il est facile de reconnaître sur ce diagramme que, dans le tiroir de Trick, la lumière d'admission se découvre beaucoup plus rapidement que dans le tiroir à coquille ordinaire et qu'elle reste ouverte beaucoup plus longtemps. Il reste maintenant à se demander comment on peut utiliser le mieux possible cet avantage. On y

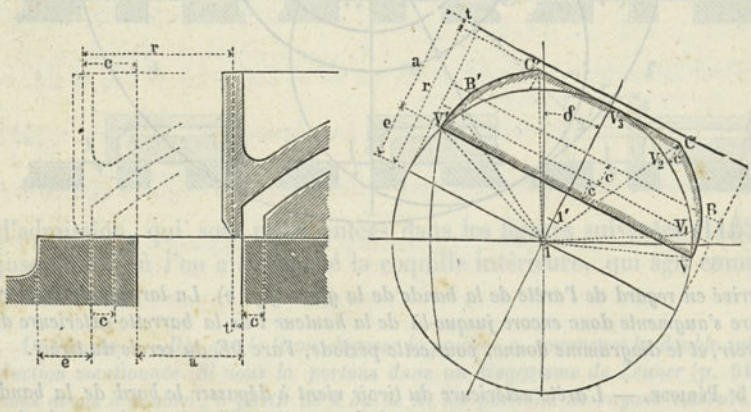
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

arrive, en adoptant, comme le faisait Trick lui-même, une valeur négative pour s, supérieure ou au moins égale à t, en valeur absolue. Dans ce cas, la largeur de l'ouverture, du point C_1 jusqu'au point C_1', dans le diagramme, reste constante. Maintenant, pour que le rétrécissement du canal, qui en est la conséquence, ne soit pas nuisible, il convient de donner à a une valeur supérieure de cette quantité s à celle qu'on lui aurait donnée sans cela. Dans ces conditions, on obtient, pour le canal d'échappement a_o, l'équation : $a_o + t - e_1 - a - i = a - s$, où s désigne la grandeur, mesurable à l'échelle, qui représente l'écartement entre le bord du tiroir et l'arête de la bande de la glace (v. fig. 1162 f). En partant de là, on trouve définitivement :

$$\left.\begin{array}{ll} \textit{Canal d'échappement} & a_o = 2a + e_1 + i - s - t \\ \textit{Hauteur de bande} & b = e - e_1 + s - t \\ \textit{Conduit intérieur} & c = e - t - e_1 \\ \textit{Hauteur du tiroir} & l = 4a + 4e - e_1 + i - 3s + t \end{array}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (415)$$

4° **Exemple.** *Si l'on fait* $s = 5^{mm}$ *(valeur prise négativement), ainsi que* $t = 5^{mm}$ *et si, pour maintenir l'ouverture égale à celle du tiroir à coquille du 1er exemple, on prend* $a = 20 + s = 25^{mm}$, *puis* $e = 20^{mm}$, $i = 18^{mm}$ *et* $e_1 = 2^{mm}$, *on obtient tout d'abord* $r = a + e - s = 25 + 20 - 5 = 40^{mm}$; *on trouve ensuite* $a_o = 2.25 + 2 + 18 - 5 - 5 = 60^{mm}$, $b = 20 - 2 + 5 - 5 = 18^{mm}$, $c = 20 - 5 - 2 = 13^{mm}$, *et enfin* $l = 4.25 + 4.20 - 2 + 18 - 3.5 + 5 = 186^{mm}$, *contre* 183^{mm} *pour le tiroir à coquille ordinaire; on se trouve donc dans des conditions très satisfaisantes. Les ouvertures sont représentées, dans la figure 1164, sous la forme du diagramme de*

Fig. 1164.



la page 946 (diagramme de Reuleaux). La coquille intérieure agit comme dans le tiroir ordinaire. Donnons, pour finir, les dimensions d'un tiroir établi par Trick lui-même : $a = 45^{mm}$, $e_1 = i = 2^{mm}$, $t = 5^{mm},5$, $b = 25^{mm},5$, $e = 21^{mm},5$, $c = 14^{mm}$, $s = (-)\,9^{mm},5$, $r = 57^{mm}$, $l = 134^{mm}$, $b_o = 37^{mm}$, $l_o = 148^{mm}$, $\delta = 50°$.

Le tiroir de Trick est particulièrement avantageux pour les distributions des machines combinées (compound), en raison des conditions favorables qu'il présente pour les ouvertures, et il a été récemment

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

appliqué, avec un grand succès, à des machines de ce genre (1), sous la forme de doubles tiroirs ou de tiroirs à cloisons (V. nos 4 à 7).

Nous croyons pouvoir nous dispenser de décrire ici d'autres genres de tiroirs, car ceux qui viennent d'être traités fournissent le point de départ indispensable pour la solution des divers problèmes qui pourraient se présenter.

§ 378.

Tiroirs déchargés

La force nécessaire pour donner le mouvement à un tiroir, soumis à une forte pression, est de beaucoup inférieure à celle qu'exige le soulèvement d'une soupape, puisque l'on n'a, en réalité, qu'à vaincre le frottement entre les surfaces qui glissent l'une sur l'autre. Toutefois, dans les tiroirs de grandes dimensions, ce frottement se trouve être assez important pour qu'il y ait lieu de recourir à l'expédient de la décharge, comme on l'a fait pour les soupapes à levée. La décharge est également avantageuse même pour les petits tiroirs, en ce sens qu'elle permet de réduire notablement l'usure des surfaces frottantes. C'est surtout pour les machines à vapeur que se pose cette question de la décharge des tiroirs; aussi est-ce aux tiroirs de ces machines que se rapportent essentiellement tous les exemples qui vont suivre: il serait, d'ailleurs, facile de passer de là aux tiroirs utilisés pour d'autres usages.

On ne possède jusqu'ici qu'un assez petit nombre d'expériences sur le frottement des tiroirs; toutefois, il semble résulter de ces expériences que, pour des surfaces bien polies, comme le sont les surfaces des glaces de tiroirs, le coefficient de frottement s'abaisse jusqu'à 0,05 et même 0,04. Les ingénieurs américains, qui, comme nous l'avons fait remarquer à différentes reprises, sont entrés sans hésitation dans la voie de l'expérimentation et qui la parcourent avec non moins de persévérance que de succès, ont également entrepris quelques recherches sur ce sujet et fourni quelques chiffres. Parmi eux il convient de citer l'ingénieur *Giddings*, qui, avec un appareil spécial construit par lui, pour mesurer la force nécessaire au mouvement d'un tiroir, a obtenu les résultats suivants (2) :

(1) V. par ex. Z. D. Ingenieure, 1888, où se trouve une représentation complète de trois tiroirs de Trick, appliqués à une machine à triple expansion.

(2) V. Transactions of the Am. Soc. of Mechanical Engineers, vol. VII (1885-86) : C. M. *Giddings, Discription of a Valve dynamometer for measuring the power required to move a slide valve at different speeds and pressures.* Le dynamomètre de Giddings est armé de deux forts ressorts, courbés à la manière de la section longitudinale d'un tiroir à

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

TIROIR DÉCHARGÉ. *Machine à vapeur* $6\ ^3/_4 : 10''$

NOMBRE DE TOURS PAR MINUTE	CHARGE SUR LE FREIN	PUISSANCE N DE LA MACHINE	TRAVAIL N' ABSORBÉ PAR LE TIROIR	RAPPORT DE CES DEUX PUISSANCES	VALEUR DE $\alpha P'$
125	10 liv.	3 ch	$^1/_{16}$ ch	2,0 p. %	48
175	30	9	$^1/_9$	1,2	61
200	40	13,5	$^1/_5$	1,4	91

TIROIR NON DÉCHARGÉ
Machine à vapeur $9 : 12''$, $n = 100$

PUISSANCE DE LA MACHINE MESURÉE AU FREIN	RAPPORT $\varphi = N' : N$	VALEUR DE $\alpha P'$
5ch,5	4,5 p. %	247
7,0	3,5	245
8,25	4,0	330
8,9	6,0	534
11,1	7,3	810

TIROIR DÉCHARGÉ
Machine à vapeur $9 : 14''$, $n = 100$

PUISSANCE DE LA MACHINE MESURÉE AU FREIN	RAPPORT $\varphi = N' : N$	VALEUR DE $\alpha P'$
11ch,4	1,2 p. %	137
13,5	1,1	149
14,0	1,0	140
15,6	1,0	156

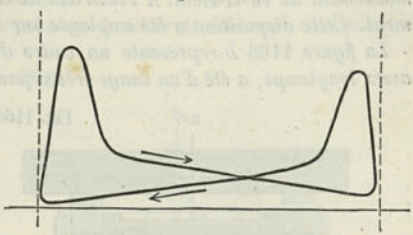
La dernière colonne, dans ces trois tables, a été obtenue de la manière suivante. N étant le travail (en chevaux) de la machine, N' le travail absorbé pour la commande du tiroir, v et v' les vitesses moyennes du piston et du tiroir, P et P' les efforts agissant sur chacun d'eux, la série des expériences de Giddings donne, dans chaque cas, le rapport $N' : N = \varphi$, d'où $P'v' = \varphi Pv$. Il suit de là que la force P', qui est nécessaire pour faire mouvoir le tiroir, a pour valeur $P' = \varphi.Pv : v' = \varphi.75\,N : v'$. Maintenant, comme v', pour une machine donnée, est dans un rapport constant avec le nombre de tours par minute n, on peut encore poser : $P' = \varphi N : \alpha n$, d'où l'on déduit $\alpha P' = \varphi N : n$. Les valeurs de $\alpha P'$ se trouvent ainsi très propres à indiquer, d'un seul coup d'œil, l'accroissement de l'effort qu'exige la commande du tiroir. L'examen des tableaux montre que P' augmente beaucoup plus lentement que la pression de la vapeur et que cet effort, dans le tiroir non déchargé, est assez considérable, aussi bien en valeur absolue qu'en valeur relative. Un défaut de la série d'expériences dont il s'agit tient à la faible puissance des

coquille ; le jeu de ces ressorts est très faible et il est transmis au crayon traceur, amplifié par un dispositif approprié. La courbe tracée est constamment ondulée, comme on doit s'y attendre, en raison des variations du frottement et des oscillations des masses du dispositif de transmission.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

machines sur lesquelles elles ont été exécutées; mais elle n'en conserve pas moins une assez grande valeur. Les diagrammes fournis par le dynamomètre de Giddings affectent, en général, la forme qu'indique la figure 1165 ; *cette forme montre que la résistance, considérable au début de la course, s'abaisse ensuite jusqu'à devenir presque nulle, et on doit en conclure que les conditions dans lesquelles s'effectue le frottement, pendant la course, ne sont pas précisément simples. La différence entre les deux moitiés du diagramme tient à la pression de la vapeur sur la tige du tiroir qui agit comme piston.*

Fig. 1165.



En ce qui concerne la pression déterminant le frottement, il convient de prendre en considération, pour le tiroir non déchargé, les expériences de Robinson, mentionnées précédemment (p. 1117), d'où il résulte qu'une contre-pression notable entre les surfaces polies détruit une fraction importante de la surpression. A titre d'approximation, un peu grossière, mais susceptible cependant de rendre quelques services, on peut admettre l'hypothèse déjà utilisée (p. 1118) et qui consiste à prendre, pour la pression entre les surfaces, la valeur $^1/_3 (p_1 - p)$. Ce qui paraît nettement démontré, d'après les expériences de Giddings, c'est que le frottement n'est nullement une grandeur constante et qu'en particulier sa valeur diminue lorsque la vitesse du mouvement augmente. De nouvelles expériences seraient très désirables.

Au point de vue du genre de décharge d'un tiroir et de la manière dont elle s'effectue, on peut distinguer trois formes principales, correspondant aux trois procédés suivants :

a. *Isolement de la surface de dos du tiroir;*
b. *Contre-pression en sens inverse de la charge du tiroir;*
c. *Compensation de la pression en tous les points.*

Nous allons donner quelques exemples remarquables de ces trois procédés de décharge.

a. Isolement de la surface de dos du tiroir.

1er Exemple. — *Dans le tiroir en D, imaginé par Murray et appliqué aux machines à vapeur de Watt, la décharge du dos du tiroir se trouvait réalisée au moyen de boites à étoupes; cette disposition, dont on pouvait tirer un bon parti dans certains cas, ne convenait pas pour des pressions élevées.*

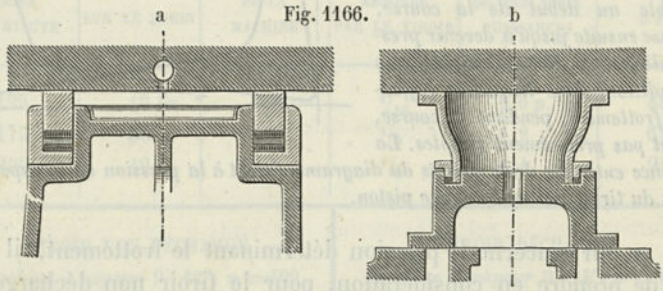
2e Exemple. *Cadre d'isolement de Boulton et Watt, fig.* 1166 *a.* — *Parallèlement à la glace et sur la face intérieure du couvercle de la boite du tiroir, est disposée une contre-glace, sur laquelle glisse, à fermeture étanche, un cadre en fonte*

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

douce ou en bronze, qui repose lui-même sur le dos du tiroir, par l'intermédiaire d'un joint élastique, formant clôture hermétique, et est entraîné par lui dans son mouvement de va-et-vient. A l'intérieur de ce cadre, règne la pression de l'échappement. Cette disposition a été employée sur le Great-Eastern.

La figure 1166 *b représente un cadre d'isolement de Kirchweger, qui, pendant assez longtemps, a été d'un usage très répandu dans les locomotives. Ici le cadre se*

Fig. 1166.



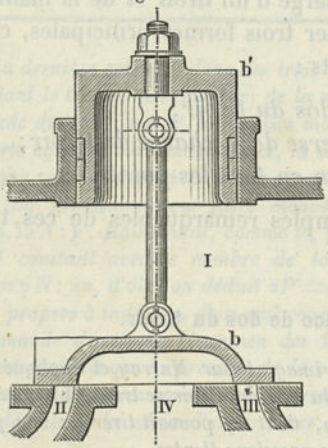
trouve appliqué sur la contre-glace, non par action d'un support élastique, mais bien par pression de vapeur.

Ces deux dispositions de décharge, de même que les dispositions analogues de Penn, Borsig, etc., laissent encore subsister une trop forte partie de l'action de la pression de la vapeur (au moins 30 *pour* 100*), pour être tout à fait satisfaisantes; en outre, elles ne permettent que difficilement au tiroir de laisser écouler de suite l'eau condensée qui arrive dans les passages de vapeur, ce qui doit être considéré également comme un défaut* (1).

b. Contre-pression en sens inverse de la charge du tiroir.

3e Exemple. *Tiroir de Cavé, avec piston de décharge, fig.* 1167. *Le tiroir est relié par une bielle avec un piston, mobile dans le couvercle, normalement au plan de la glace, et qui, extérieurement, n'est soumis qu'à la pression atmosphérique. Le tiroir de décharge de Bourne est analogue, avec cette seule différence que la face extérieure du piston est en communication avec l'échappement.*

Fig. 1167.



4e Exemple. *Tiroirs avec supports à roulement (fig.* 1168*). — a. Tiroir de Lindner. Le dos du tiroir se présente sous la forme d'un piston, mobile dans le corps de ce tiroir, normalement à la glace et qui est supporté par deux rouleaux ou plutôt deux segments; la décharge est plus ou moins prononcée, suivant la grandeur de ce piston. b. Tiroir à rouleaux d'Armstrong; ici le dos du tiroir ne forme qu'une seule pièce avec la coquille; cette disposition exige un ajustage extrêmement soigné.*

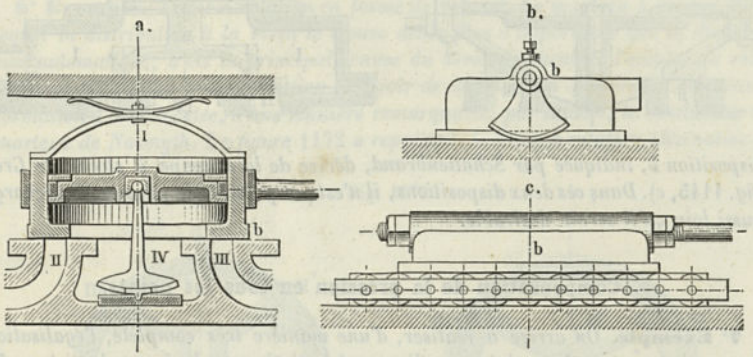
(1) Robinson a fait une application très élégante de cette disposition de tiroir; v. Transactions of the Am. Soc. of Mechanical Engineers. Vol. IV (1882-83).

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

La même nécessité existe pour le tiroir de Bristol (fig. c), qui se meut sur des galets de roulement. Il a été utilisé, avec un grand succès, par l'usine de Seraing pour de grandes machines à vapeur de bateaux.

Dans les tiroirs de cette nature rentre également le tiroir de décharge, avec plaque

Fig. 1168.

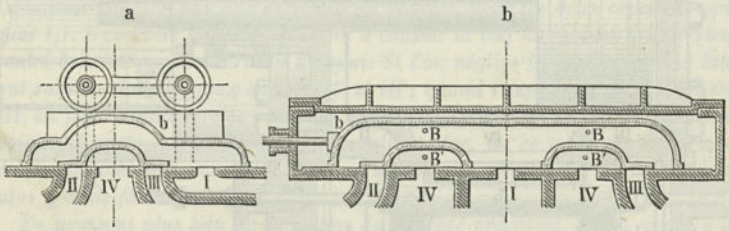


de dos en forme de piston, dont Worthington a fait un grand usage et dont la figure 1016 donne une esquisse.

5° Exemple. *Tiroir à sous-pression de Cuvelier (fig. 1169, a). Le tiroir ordinaire à coquille se trouve ici recouvert par un second tiroir, également à coquille et qui lui est relié invariablement; ce dernier tiroir est pressé contre la glace par des rouleaux de friction dont on peut régler l'action; dans ce même tiroir s'introduit, par un conduit spécial I, de la vapeur vive.*

b. Tiroir à sous-pression de Fitch; c'est un tiroir à coquille divisé (v. p. 1137), avec coquille générale recouvrant le tout, sous laquelle s'introduit de la vapeur par

Fig. 1169.

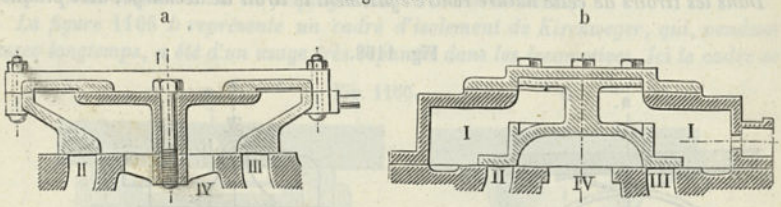


l'orifice I de la glace. Ici les rouleaux de la disposition précédente se trouvent évités, l'effet de sous-pression se trouvant contre-balancé par une pression de vapeur. A cet effet, la coquille extéreure est recouverte par une boîte fixe, comme à l'ordinaire, dans laquelle est introduite de la vapeur vive. Afin que cette vapeur ne perde pas, par la condensation, une partie de sa pression, la boîte reçoit constamment, par les petits orifices B,B, une addition de vapeur, c'est-à-dire de chaleur, et il se produit, en même temps, un écoulement, en filets très minces, par les orifices B'B', qui aboutissent à l'échappement. Le grand développement que doivent recevoir le tiroir et sa glace, dans les deux dispositions précédentes, s'oppose à l'extension des tiroirs à sous-pression.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

6° Exemple. *Tiroirs à double siège (fig. 1170, a), disposition imaginée par Brandau et déduite de la soupape à tige centrale de Hornblower (fig. 1145, a). La*

Fig. 1170.

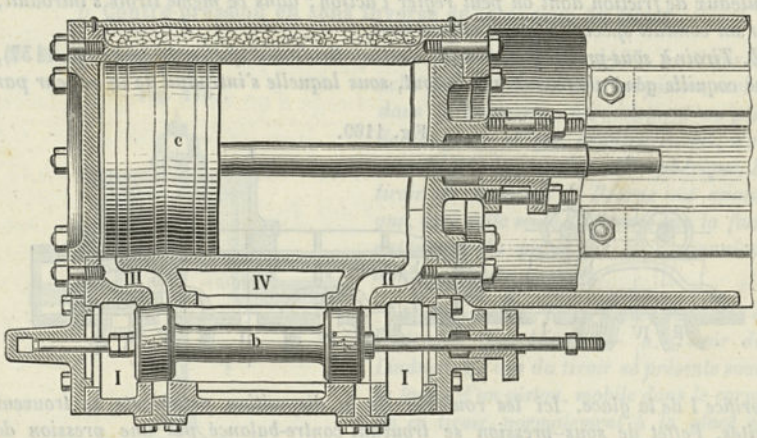


disposition b, indiquée par Schaltenbrand, dérive de la soupape à cloche de Gros (fig. 1145, c). Dans ces deux dispositions, il n'est pas possible de pousser la décharge aussi loin qu'il serait désirable.

c. Compensation de la pression en tous les points.

7° Exemple. *On arrive à réaliser, d'une manière très complète, l'égalisation de pression en tous les points, en disposant le tiroir sous la forme de piston. La figure 1171 représente une distribution à piston, de création récente. Les surfaces de recouvrement, qui, dans le tiroir à coquille, sont planes, affectent ici la forme de surfaces cylindriques (v. fig. 1003) et les bords latéraux de la coquille sont supprimés. Les deux pistons, qui forment le tiroir, portent chacun une garniture métal-*

Fig. 1171.



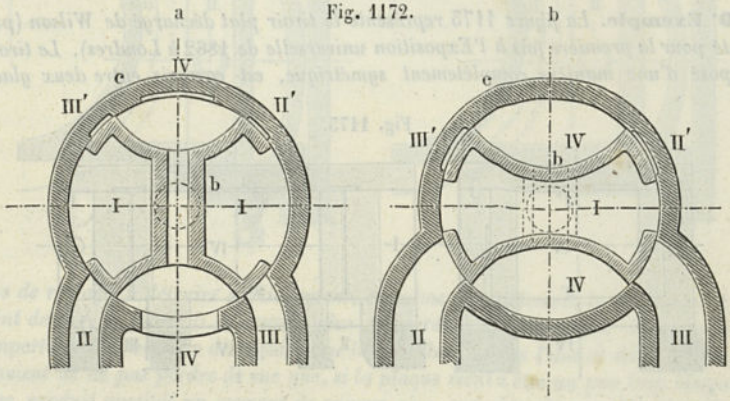
lique, constituée par un anneau qui, sur sa surface intérieure, reçoit de la vapeur par un petit trou, ce qui dispense de le disposer de manière à ce qu'il fasse fortement ressort. L'usure reste le côté faible de ces tiroirs à pistons, qui autrement sont excellents comme tiroirs de machines à vapeur. La disposition la plus satisfaisante, à ce point de vue, serait incontestablement celle dans laquelle le tiroir pourrait, en premier lieu, fonctionner verticalement, et où, en second lieu, les pistons seraient ajustés bien exactement, comme des corps pleins non divisés; en d'autres termes,

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

dans ce mode de construction, après l'alésage bien fait et le polissage de la capsule destinée à les recevoir, les pistons, placés entre les pointes d'un tour, doivent être achevés à la meule à émeri et avec une très grande précision, de manière à arriver à un diamètre inférieur de $^1/_4$ à $^1/_5{}^{mm}$ à l'alésage de la capsule (en supposant que pistons et capsule soient faits de la même matière). Les tiroirs à pistons, ainsi exécutés, restent très longtemps étanches.

8e Exemple. *Tiroir à rotation en forme de robinet. Le marteau à vapeur, dans lequel la distribution à la main se trouve avoir plus d'importance que la distribusion automatique, a été la principale cause du développement de l'emploi du robinet conique et de sa transformation en tiroir de distribution déchargé. Cette transformation a été exécutée, d'une manière remarquable, par Wilson, le conducteur du marteau de Nasmyth. La figure* 1172 *a représente le tiroir à rotation alternative de*

Fig. 1172.



Wilson. Exactement en regard des lumières II, III, IV, sont disposées de fausses lumières, d'égale largeur, mais d'une profondeur tout à fait faible; les portées du tiroir se trouvent également répétées symétriquement devant ces fausses lumières. La vapeur pénètre, par une extrémité du robinet, dans les deux capacités symétriques I,I. L'excès de pression, qui tend à chasser la clef du robinet à l'extérieur, est contre-balancé par un tourillon d'appui. Si l'on néglige la faible pression latérale, qui subsiste dans les faux canaux II′ et III′, quand l'expansion se produit en II et III, on peut considérer les pressions de la vapeur comme équilibrées sur tous les points. Il existe des tiroirs à rotation alternative, de ce mode de construction et de dimensions très considérables, qui se laissent manœuvrer à la main avec la plus grande facilité.

En poussant plus loin l'application du procédé précédent, on est arrivé à la formation du tiroir à rotation continue. La figure 1172 *b représente un tiroir de ce genre, avec compensation de la pression. En premier lieu, ici également, tout se trouve disposé symétriquement dans toutes les sections (ce qui n'était pas le cas dans le vieux robinet à quatre voies de la page* 987*); en second lieu, la lumière d'échappement IV est disposée à l'une des extrémités de la clef et la lumière d'admission I à l'autre extrémité, de telle sorte que IV est séparé de I par une paroi établie dans la clef. La pression qui, ici encore, se produit dans la direction de l'axe est détruite par un tourillon d'appui. Le robinet est donc complètement déchargé et, lorsque le tourillon d'appui est bien établi, il est d'une manœuvre facile. Son exécution exige, d'ailleurs, une très grande précision. Les dispositions qui ont été données à ce*

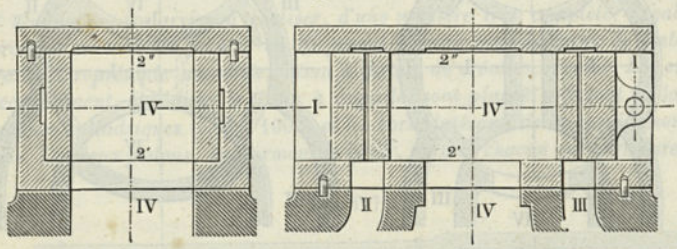
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

robinet par Dingler, de Deux-Ponts (*v. p.* 952), *et par Pfaff, de Vienne, doivent être signalées comme établies spécialement en vue de détentes réglables.*

L'examen sommaire que nous venons de faire de différentes dispositions proposées pour réaliser la décharge du tiroir permet de reconnaître, d'un côté, des imperfections dans la solution du problème, et, d'un autre côté, les grandes difficultés de construction, qui doivent être considérées comme en étant inséparables. On conçoit, dès lors, qu'on soit revenu finalement à l'idée de tenter d'exécuter le simple tiroir plat, avec compensation de la pression en tous points. On a été ainsi conduit à un certain nombre de dispositions réellement utilisables.

9e Exemple. *La figure* 1173 *représente le tiroir plat déchargé de Wilson* (*présenté pour la première fois à l'Exposition universelle de* 1862 *à Londres*). *Le tiroir, disposé d'une manière complètement symétrique, est compris entre deux glaces*

Fig. 1173.



parallèles et égales, dont l'une, 2', *par les orifices qu'elle porte, conduit aux canaux II, III et IV, tandis que l'autre* 2'' *ne présente que de faux orifices. Un dressage parfait des surfaces des glaces, obtenu en les faisant frotter l'une sur l'autre, et un parallélisme très exact, dans leur mise en place, permettent de réaliser une décharge, qu'on peut considérer comme complète. A l'usage, on a constaté que la plaque de la contre-glace cède un peu, sous une forte pression de vapeur, si elle n'est pas établie d'une manière particulièrement solide ; on a reconnu également que le frottement, et, par suite, l'usure, résultant du poids du tiroir, n'étaient pas complètement négligeables. Il a été tenu compte de ces deux inconvénients dans les applications ultérieures, ainsi que le montrent les exemples suivants.*

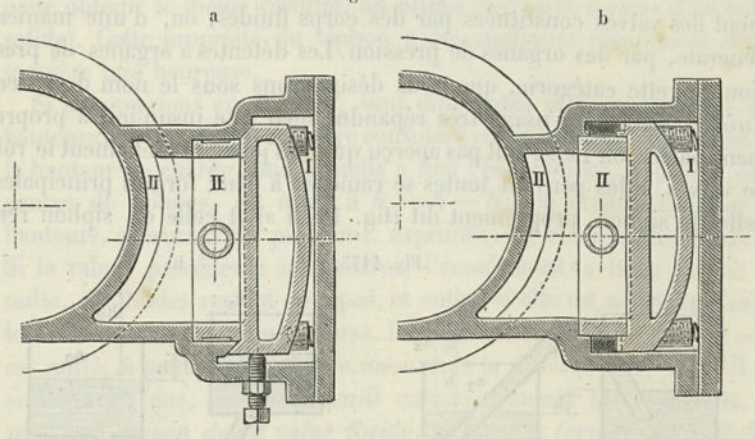
10e Exemple. *La figure* 1174 *a est un tiroir plat déchargé de Porter-Allen* (1), *supposé appliqué ici à une machine à vapeur horizontale. La contre-plaque a la forme d'un sommier très résistant ; elle repose sur deux clavettes transversales, à forte inclinaison, et peut, dès lors, être amenée rigoureusement à hauteur convenable, au moyen de vis de réglage. La figure b indique le tiroir déchargé de Sweet, d'après une application faite par Collins. La contre-plaque qui, comme la précédente, est construite très solidement, repose sur deux clavettes longitudinales, qui peuvent être avancées ou retirées, au moyen de boulons agissant à leurs extrémités. Ici, comme dans les deux cas précédents, la contre-plaque peut céder, quand l'eau*

(1) V. Transactions of the Am. Soc. of Mechanical Engineers, Vol. IV (1883-84). C. C. Collins, Balanced valves Le même volume donne aussi le tiroir Sweet.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

condensée tend à éloigner le tiroir de sa glace, comme une soupape à levée de son siège ; quatre ressorts à boudins, dans la disposition de Porter-Allen, comme dans celle de Sweet, ont pour effet de ramener constamment la contre-plaque dans sa position. Pour ces deux dispositifs, ainsi que pour d'autres différents, on a observé qu'un conducteur de machines maladroit peut arriver, en manœuvrant mal les bou-

Fig. 1174.



lons de réglage, à détruire partiellement, ou même complètement la décharge. A ce point de vue, la forme b est encore plus dangereuse que la forme a, puisqu'elle comporte quatre boulons de réglage, au lieu de deux. Dans l'une et dans l'autre, il convient de ne pas perdre de vue que, si la plaque vient à être un peu trop éloignée, il se produit aussitôt un courant de vapeur vive, qui s'écoule vers IV, et qu'il en résulte, par suite, une charge assez considérable sur le tiroir. Une extrême précision de réglage est donc indispensable. L'établissement de tiroirs d'expansion sur le tiroir principal donne de bons résultats, à la condition de renoncer à la décharge pour ces tiroirs.

Les exemples précédents sont suffisants pour rendre comparables, dans leurs traits les plus importants, les différentes solutions qu'a reçues le problème, tant de fois étudié, de la décharge du tiroir. La conclusion qu'on peut tirer de leur rapprochement c'est qu'aujourd'hui ce problème peut être considéré comme résolu, au moins dans ce qu'il a d'essentiel.

Tiroirs à déplacements curvilignes. — Des tiroirs, à mouvement héliçoïdal ou, d'une manière générale, à mouvement curviligne (V. § 373), se rencontrent quelquefois, notamment sous une forme spéciale, où le piston et le tiroir se trouvent réunis dans une seule et même pièce de construction. Mais les dispositifs de ce genre n'ont pas atteint jusqu'ici une importance telle qu'il soit nécessaire d'en faire un examen approfondi, et nous nous bornerons, dès lors, à signaler leur existence.

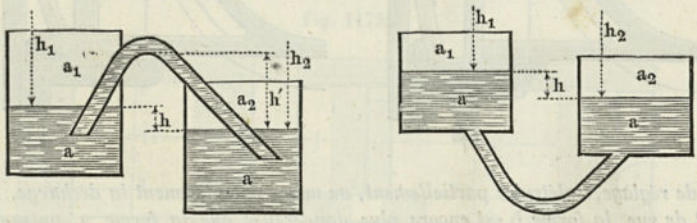
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 379.

Valves fluides.

A côté des valves formées d'éléments rigides, on rencontre également des valves constituées par des corps fluides, ou, d'une manière générale, par des organes de pression. Les détentes à organes de pression de cette catégorie, que nous désignerons sous le nom de *valves fluides*, sont d'un usage très répandu, bien que jusqu'ici, à proprement parler, on ne se soit pas aperçu qu'elles jouaient réellement le rôle de valves. Elles peuvent toutes se ramener à deux formes principales, celle du siphon, proprement dit (fig. 1175 *a*) et celle du siphon ren-

a Fig. 1175. b



versé (fig. 1175 *b*). Le siphon de la première espèce sert à réunir, en restant au-dessus d'eux, deux volumes d'un seul et même fluide, dont les niveaux diffèrent, par ex., d'une hauteur h, tandis que le siphon renversé établit cette jonction, en restant au-dessous de ces mêmes niveaux. Nous supposerons qu'ici a_1 et a_2 soient des fluides sans affinité pour le fluide a (1). Si les pressions en a_1 et a_2 sont égales, le fluide a s'écoulera du niveau supérieur au niveau inférieur, sous l'action de la hauteur de charge h. Avec le siphon renversé, cet écoulement a lieu d'une manière continue, tandis qu'avec l'autre il est discontinu; cet écoulement s'arrête, en effet, dès que le niveau le plus élevé atteint, en s'abaissant, l'embouchure de la branche supérieure, auquel cas le siphon se vide. Si maintenant le niveau supérieur vient à s'élever de nouveau, par suite d'une arrivée de fluide, l'écoulement

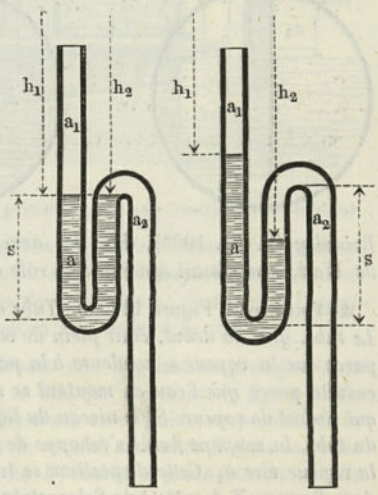
(1) On peut considérer comme fluides ayant de l'affinité ceux qui se mélangent, lorsqu'ils sont mis en contact. La vapeur d'eau et l'eau sont, dans ce sens, des fluides ayant de l'affinité l'un pour l'autre, lorsqu'ils sont à des températures différentes; le plus chaud passe dans l'autre. De l'air et de l'eau en contact ont de l'affinité, jusqu'à ce que l'eau soit saturée d'air. D'après les expériences de Colladon et Sturm (Mémoire sur la compression des liquides, nouvelle édition, Genève, 1887), la saturation de l'air par l'eau paraît être une combinaison intime, vraisemblablement chimique. Comme preuve à l'appui, on peut citer ce fait d'expérience, que l'eau saturée d'air accuse, au piézomètre, une compressibilité plus faible que l'eau privée d'air (48,65 contre 49,65 millionièmes), résultat contraire à celui qu'on pouvait supposer *à priori*. La combinaison dont il s'agit se détruit par l'ébullition.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

recommence, dès que ce niveau, en s'élevant, vient à dépasser légèrement la hauteur h' de la branche du siphon. Le contenu du tuyau du siphon forme, par conséquent, une valve, qui, pour un afflux régulier dans le vase supérieur, laisse se produire un écoulement périodique du fluide de ce vase dans le vase inférieur (V. les ex. du § 326, où, pour obtenir le même résultat, on utilise une valve formée d'un corps solide). Cette propriété du siphon a été appliquée récemment d'une manière très heureuse.

Si les pressions en a_1 et a_2 sont différentes et correspondent aux hauteurs h_1 et h_2, ce qui doit être considéré comme le cas le plus général, la hauteur de charge sous laquelle a lieu l'écoulement, avec les deux genres de siphons, est égale à $h_1 + h - h_2$, en supposant toutes les hauteurs, mesurant les pressions, exprimées en colonnes de fluide a. Si la valeur précédente est positive, l'écoulement a lieu; si elle est nulle, les fluides restent en repos, et enfin, si elle est négative, l'écoulement se produit en sens inverse. Dans les cas où la valeur $h_1 + h - h_2$ est nulle, h peut servir comme mesure de la différence $h_2 - h_1$. Il résulte de là que, *en choisissant convenablement les pressions, on peut, au moyen de la valve fluide, arriver à fermer ou à établir la communication entre les fluides* a_1 *et* a_2. Les applications des valves fluides sont très nombreuses, comme nous allons le montrer par quelques exemples.

a Fig. 1176. b



1er Exemple. *Figure* 1176 *a. Fermeture hydraulique dans un tuyau. Une valve fluide (valve de siphon renversé) empêche un gaz* a_2 *de passer dans un autre gaz* a_1 *aussi longtemps que la différence de pression* $h_2 - h_1$ *est inférieure à deux fois la longueur de branche s du siphon. Si l'on vient à augmenter le liquide a, en en versant par le haut, l'excédent s'écoule vers* a_2. *Le tuyau qui conduit le liquide vers le bas ne doit pas, d'ailleurs, être trop étroit, car alors il agirait comme branche de siphon et déterminerait la vidange du siphon renversé. La valve hydraulique est en usage dans les usines à gaz, les fabriques de produits chimiques, les laboratoires, les teintureries, les imprimeries, etc., ainsi que dans un nombre illimité d'installations, comportant des tuyaux de descente* (1).

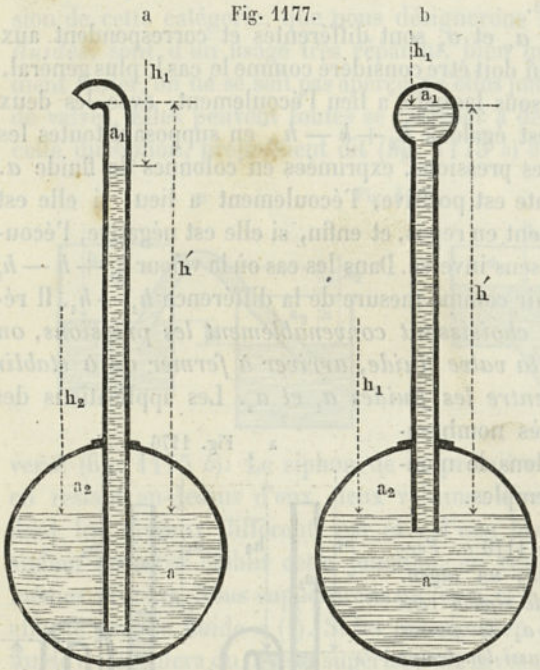
(1) D'après la remarquable découverte physiologique du Dr Colyer, le contenu fluide du duodénum forme, comme siphon renversé, une clôture extrêmement importante entre l'estomac et l'intestin qui s'y rattache, chez les mammifères et les oiseaux.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

2° Exemple. *Figure* 1176 *b. La même disposition est également utilisée comme baromètre, manomètre, indicateur de vide, pour la mesure de la différence de pressions* $h_2 - h_1$ *jusqu'à la valeur* $2s$*; la charge de la valve fluide se met d'elle-même en rapport avec la pression* $h_2 - h_1$*. Il existe un très grand nombre d'applications de cette valve dans les instruments de physique, depuis les plus grossiers jusqu'aux plus délicats.*

3° Exemple. *Figure* 1177 *a. Tube de niveau ouvert, en usage dans des appareils de cuisson et même dans quelques chaudières à vapeur. Sous cette forme, la disposition constitue un siphon renversé, dans lequel le récipient inférieur se trouve entourer la branche remontante. La valve fluide forme alors clôture de* a_2 *par rapport à* a_1 *(l'atmosphère). Dès que la pression dans* a_2 *est devenue assez forte pour qu'on ait* $h_2 > h_1 + h'$*, la valve fluide se trouve projetée en dehors du tube, de telle sorte qu'elle sert comme soupape de sûreté contre l'exagération de la pression dans* a_2*. Sous ce rapport, la disposition dont il s'agit a été assez longtemps en usage dans des chaudières de bateaux à vapeur (chaudières dites inexplosibles de Gâche aîné, à Nantes). L'appareil d'alimentation de Brindley (V. fig.* 1000*), dans les anciennes chaudières à basse pression, du type de Watt, remplissait également le rôle d'une soupape de sûreté de cette espèce* (1).

Fig. 1177.



4° Exemple. *Figure* 1177 *b. Tube de niveau fermé pour chaudières à vapeur. Le tube, qui, au début, était plein de vapeur, se remplit d'eau peu à peu, d'abord, parce que la vapeur se condense à la partie supérieure de ce tube, qui est froide, et ensuite parce que l'eau en montant se refroidit elle-même et finit par absorber ce qui restait de vapeur. Si le niveau du liquide a s'abaisse jusqu'à l'orifice inférieur du tube, la soupape fluide s'échappe de ce tube et y laisse pénétrer de nouveau de la vapeur vive* a_2*. Cette disposition se trouve utilisée dans l'avertisseur de Black et dans l'appareil de sûreté de Schwartzkopff.*

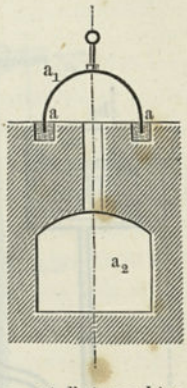
5° Exemple. *Dans le haut fourneau, la fonte en fusion forme, avec les scories qui flottent dans la masse, une valve à siphon renversé, qui empêche la sortie de l'air* a_2*, lancé par la soufflerie. Dans le four Bessemer, au contraire, l'air* a_2 *a une*

(1) Les geysers d'Islande sont des tubes de niveau naturels, dans lesquels se produit périodiquement un effet analogue à celui de la soupape de sûreté.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

pression assez forte pour traverser la masse en fusion, sous forme de bulles, c'est-à-dire pour soulever et laisser retomber sans cesse la valve fluide.

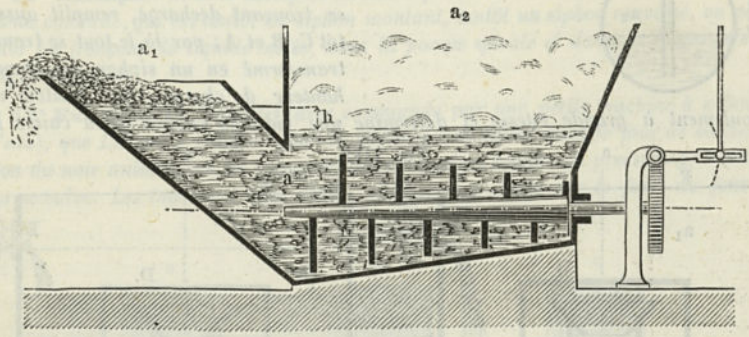
Fig. 1178.



6° Exemple. *Dans le gazomètre, la valve fluide à siphon renversé est utilisée, sous la forme annulaire, comme valve de fermeture, ou encore comme garniture de piston (V. fig. 948 b); de même, avec emploi de sable, comme organe de pression a, elle a reçu plusieurs applications et, entre autres, dans le four circulaire d'Hoffmann-Licht (fig. 1178), où a_1 est l'air, a_2 la fumée, et où la boîte de siphon en forme de cloche porte le nom de valve.*

7° Exemple. *Dans le four à gaz d'eau de Wilson* (1) *(fig. 1179), on utilise comme valve à siphon renversé un mélange d'eau et de scories en menus morceaux. Ce gravier de scories, qui constitue un organe de pression, est refoulé lentement, par une vis de transport, à la partie supérieure du siphon renversé, puis finalement est déversé au dehors; a_1 est l'atmosphère,*

Fig. 1179.



a_2 la couche de gaz, qui est maintenue en pression par une soufflerie à vapeur.

8° Exemple. *Deux siphons renversés constituent, par leur réunion, la fontaine de Héron (fig. 1180), où les fluides a_1 et a_3 sont de l'air atmosphérique ordinaire, a_2 de l'air comprimé, a de l'eau. L'ascension de l'eau vers a_3, c'est-à-dire l'expulsion de la valve fluide, se produit jusqu'à ce qu'on soit arrivé à $h_2 = h'_2$.*

9° Exemple. *La fontaine de Héron a trouvé une application pratique dans l'appareil de chasse* (2), *de Morrison, Ingram et Cie, que représente la figure 1181. L'action périodique de cet appareil, au moyen d'une valve fluide, se produit de la manière suivante. L'eau des rues s'écoule par le conduit d'amenée E dans la caisse F et la remplit peu à peu (V. fig. a). La cloche D, établie à poste fixe dans cette caisse, forme, avec le tuyau intérieur C, un siphon renversé, dont la branche inférieure est l'intervalle annulaire compris entre C et D. Dès que le niveau du liquide, en s'élevant, vient à dépasser le bord supérieur de C, l'écoulement commence à se*

(1) V. A. Wilson, On the Generation of heating gas, etc. Journal of the Soc. of Chemical Industries, Manchester, Nov 1883.

(2) V. Revue industrielle de juin 1888, p. 226

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

produire par l'intérieur de ce tube et vient remplir le second siphon renversé, constitué par la cuvette B, établie au pied de C. Ce second siphon détermine tout d'abord une fermeture hydraulique entre a_3 et a_2 (V. fig. b). Puis les deux siphons réunis constituent une fontaine de Héron, qui, dans le cas où l'arrivée par la conduite E continue, a pour effet de renvoyer le liquide dans le tuyau A. D'un autre côté, par suite de l'élévation de niveau dans F, l'air en a_2 se trouve de plus en plus comprimé, jusqu'à ce que finalement la hauteur de charge h devenant plus grande que la hauteur de branche s du siphon inférieur, il expulse la valve fluide inférieure et la rejette dans a_3. Mais alors cet air comprimé peut s'échapper dans le tuyau A, et le siphon extérieur, se trouvant déchargé, remplit aussitôt C, B et A ; par là le tout se trouve transformé en un siphon de grande hauteur de charge, qui produit un écoulement à grande vitesse et détermine une vidange rapide de la caisse F.

Fig. 1180.

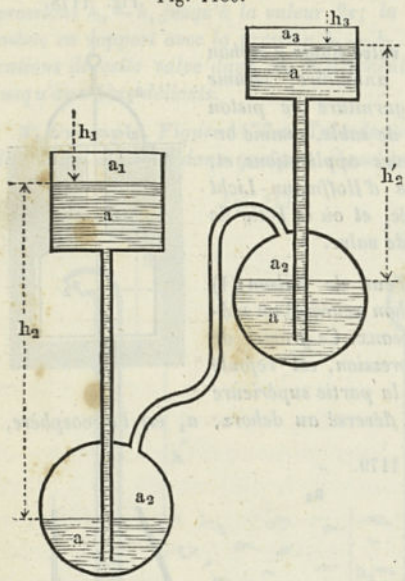
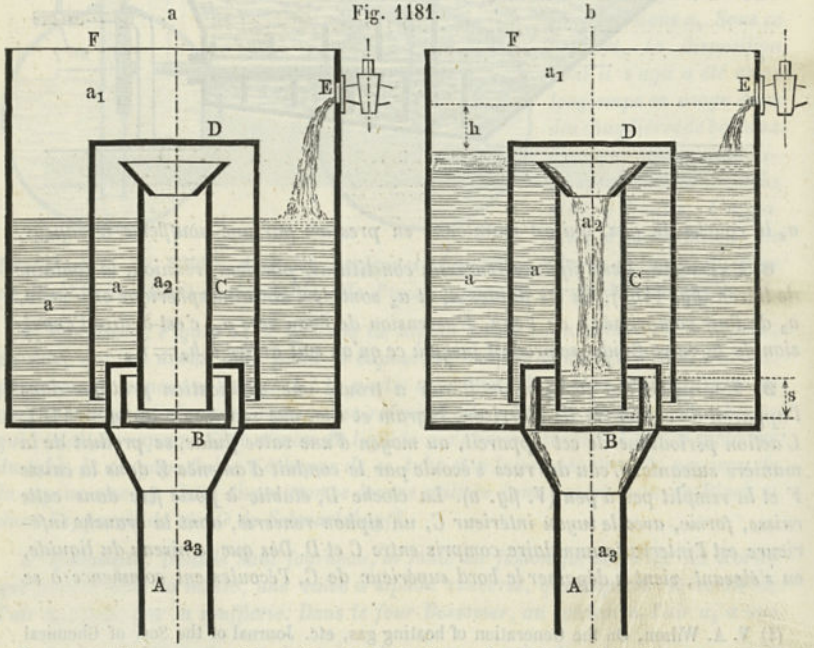


Fig. 1181.

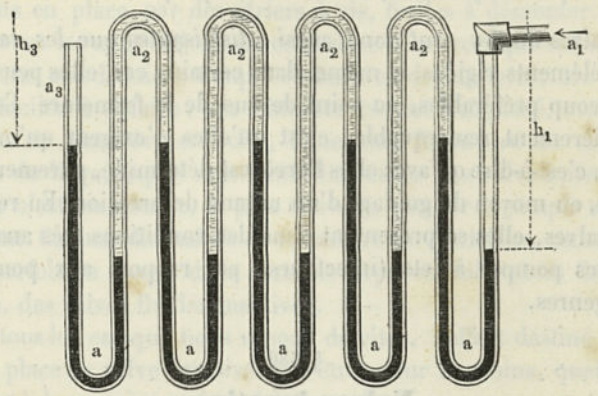


Par un réglage convenable de l'arrivée de l'eau dans le conduit E, on peut fixer, comme on le désire, l'intervalle entre deux périodes.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

10° Exemple. *Le manomètre de Richard* (*fig.* 1182) *est composé de siphons ordinaires et de siphons renversés. a, mercure, a_1 vapeur, a_2 eau, a_3 air atmosphérique.*

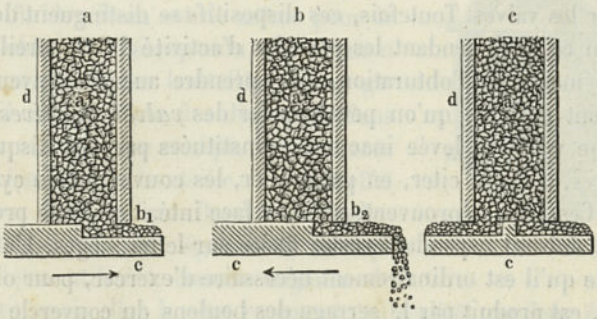
Fig. 1182.



11° Exemple. *Comme exemples de valves fluides se succédant dans une seule et même conduite, qui est tantôt un siphon montant, tantôt un siphon renversé, on peut citer les tronçons de liquide isolés, dans la pompe spirale et dans la Cagniardelle* (*fig.* 966 *a et b*).

12° Exemple. *Le dispositif* (*avec commande par une petite machine à colonne d'eau*), *que Langen a imaginé pour la sortie des matières dans le four de calcination du noir animal, est un avançoir, dans lequel un organe de pression granuleux forme valve. Les tuyaux d* (*fig.* 1183), *disposés en saillie sur le fond du four et*

Fig. 1183.



dans lesquels le noir se trouve sous forme de gros grains, portent, à la partie inférieure, une ouverture, qui est maintenue en partie fermée par une plaque c, animée d'un mouvement de va-et-vient. L'organe de pression granuleux a, dans le mouvement rétrograde (de droite à gauche) de la plaque c, qui est à deux épaisseurs, vient tomber sur la partie la moins épaisse et, dans le mouvement direct suivant, est entraîné par la plaque (*V. fig. a*), *en formant une couche, d'une hauteur égale à la différence des épaisseurs, laquelle vient se déverser par-dessus le bord de la plaque* (*V. fig. b*), *quand celle-ci retourne de nouveau en arrière. La couche de l'organe de pression forme, en b_1, une valve d'aspiration, et, en b_2, une valve de refoulement; la plaque c remplit ici le rôle de piston à simple effet et le tout constitue une pompe.*

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Si l'on munit la plaque c d'une simple nervure au milieu (V. fig. c), il y a dénivellation à droite et à gauche; la plaque c fonctionne alors comme piston à double effet. La valve fluide se montre ici sous sa forme la plus générale, celle de valve à organe de pression granuleux, utilisée dans une pompe.

Les valves fluides sont donc aussi satisfaisantes que les valves formées d'éléments rigides, et même, dans certains cas, elles peuvent être de beaucoup préférables, au point de vue de la fermeture. Ce qui est particulièrement remarquable, c'est qu'elles n'exigent qu'un simple guidage, c'est-à-dire qu'avec elles l'arrêt est déterminé, purement et simplement, au moyen du guidage d'un organe de pression. En regard des autres valves, elles se présentent dans des conditions très analogues à celles des pompes à jets (injecteurs), par rapport aux pompes des autres genres.

§ 380.

Valves inactives.

Nous avons traité les valves comme des détentes pour organes de pression, c'est-à-dire comme des dispositifs ayant pour fonction d'empêcher, de temps à autre, le mouvement en avant d'un organe de pression (§ 367). Si l'on prend cette expression « de temps à autre » dans son sens le plus général, on doit également considérer comme des valves certains dispositifs de clôture de récipients, susceptibles de s'ouvrir, dont le mode de fermeture et la construction sont les mêmes que pour les valves. Toutefois, ces dispositifs se distinguent des autres valves en ce que, pendant les périodes d'activité des appareils, ils ne font que maintenir l'obturation, sans prendre aucun mouvement. Ils constituent donc ce qu'on peut appeler des *valves inactives*.

Comme valves à levée inactives, constituées par des disques plans circulaires, on peut citer, en particulier, les couvercles de cylindres à vapeur. Ces valves éprouvent, sur leur face intérieure, une pression de levée et doivent cependant rester fixées sur leurs sièges. L'effort considérable qu'il est ordinairement nécessaire d'exercer, pour obtenir ce résultat, est produit par le serrage des boulons du couvercle (V. l'ex. de la p. 1004). Les couvercles des boîtes de tiroir sont, le plus souvent, de forme rectangulaire; ce sont aussi des valves planes inactives. La porte de la chapelle des soupapes, dans la figure 1128, est un clapet inactif, qui est aussi maintenu sur son siège par des boulons; on peut mettre en parallèle la porte de fourneau de chaudière de la figure 763.

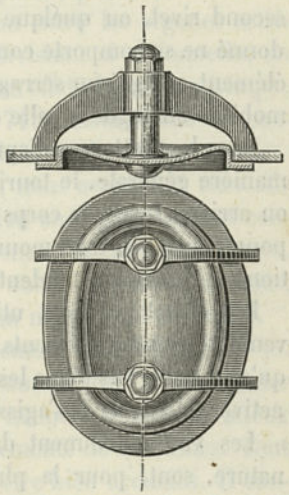
Une valve inactive se rapproche, d'ailleurs, d'autant plus, par son mode de construction, des valves actives, qu'elle est destinée à être ouverte plus souvent; on cherche alors à éviter toute garniture et à

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

rendre l'ouverture aussi facile que possible. C'est ce que montrent nettement les couvercles des boîtes de soupapes de la figure 1131, qui reposent sur leurs sièges par des surfaces bien ajustées et qui sont maintenus en place par des étriers à vis, faciles à démonter. Innombrables sont les applications de ces valves inactives, qui ont été introduites dans ces derniers temps, comme modes de fermeture de bouteilles, faciles à défaire; ces obturateurs ont remplacé, avec grand avantage, en plusieurs endroits, l'ancienne fermeture au moyen du bouchon de liège, lequel représente lui-même une valve à piston inactive, qui n'est maintenue, le plus souvent, que par la simple action du frottement. Comme dispositifs de fermeture de bouteilles, on rencontre encore parfois en usage, dans certains pays, en Italie et en Grèce, par exemple, des valves fluides inactives.

Dans tous les cas que nous venons de citer, l'effort destiné à maintenir en place la valve inactive doit être, pour le moins, quelque peu supérieur à la pression qui tend à la soulever. Comme valve à levée inactive, dans laquelle cette condition se trouve supprimée, nous citerons la fermeture ordinaire du trou d'homme (fig. 1184); ici la pression du fluide sur la valve est utilisée comme pression de fermeture. Certaines soupapes d'épreuve sur des chaudières à vapeur sont également maintenues fermées par la pression du fluide; il en est de même pour le mode d'obturation si répandu, sous le nom de siphon, pour les bouteilles d'eau gazeuse; il existe même des dispositifs dans lesquels une soupape conique libre, placée à l'intérieur de la bouteille, a pour effet d'effectuer l'obturation. Des valves à glissement inactives sont également susceptibles d'être utilisées comme organes de fermeture, mais elles le sont rarement, en réalité, car leur étanchéité ne peut guère s'obtenir autrement que dans les valves à levée, lesquelles offrent cette supériorité qu'on peut les éloigner convenablement de la surface de fermeture.

Fig. 1184.



Ici encore nous sommes amenés à reconnaître que, sur le terrain des organes de pression, les mécanismes de détentes ont pris un rôle des plus importants, dans l'organisation et la construction des machines, et qu'ils doivent, dès lors, être considérés comme indispensables.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 381.

Éléments inactifs de machines en général.

Les valves ne possèdent pas seules le privilège d'être employées assez souvent sous la forme d'organes inactifs; ce mode d'emploi se rencontre, au contraire, dans presque tous les éléments de machines. C'est un point sur lequel il semble tout indiqué d'appeler l'attention, maintenant que nous sommes arrivés à la fin de notre œuvre. Dans les quatre premiers chapitres de la troisième partie, nous avons traité des éléments qui sont surtout utilisés sous la forme inactive.

Le rivet, dans sa forme essentielle, ne se distingue pas d'un tourillon cylindrique à collets; deux procédés différents permettent de le rendre inactif, c'est-à-dire de le dépouiller de la propriété qu'il posséderait comme tourillon; le premier consiste à lui donner une fixité extrêmement prononcée dans le trou qu'il remplit, le second à placer deux rivets au moins, à côté l'un de l'autre. Là où il n'existe pas un second rivet, ou quelque autre obstacle, pour empêcher qu'un rivet donné ne se comporte comme une articulation, il arrive que ce dernier élément, malgré un serrage énergique à l'origine, prend facilement une mobilité analogue à celle qui existe entre un tourillon et son palier.

Dans les frettages, d'après leur forme, on retrouve également, d'une manière générale, le tourillon et le palier. Dans ce mode d'assemblage, on arrive à forcer le corps creux sur le corps plein assez énergiquement, pour empêcher tout mouvement relatif de ces deux corps, sous l'action de forces qui tendent à déterminer une rotation.

Les clavetages sont utilisés, de préférence, et à peu près exclusivement, comme éléments inactifs. En réalité, nous n'avons rencontré qu'une seule fois (dans les figures 618 et 619) un exemple de clavettes actives, et encore il s'agissait d'un cas particulier des roues héliçoïdales.

Les vis, notamment dans les assemblages par boulons de toute nature, sont, pour la plus grande partie, utilisées comme éléments inactifs, et leurs applications sont infiniment plus nombreuses que celles de tout autre élément de machines. C'est au § 86 seulement que nous avons eu l'occasion de dire quelques mots de la vis employée comme élément de machine actif (vis de pression, etc.).

Les tourillons se rencontrent très souvent sous la forme d'éléments inactifs, comme, par exemple, dans les assemblages des figures 251 à 258. Nous avons déjà eu, du reste, l'occasion (p. 236) d'établir une distinction entre les tourillons dormants et les tourillons mobiles, ou tournants; les premiers constituaient précisément des éléments inactifs, que nous avions dû mettre à part.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Les supports à rouleaux pour poutres de ponts (p. 515) doivent être considérés essentiellement comme des éléments inactifs.

Il en est de même des nombreux mécanismes à manivelles, qui se rencontrent en usage, pour les fermetures de bouteilles dont il a été question dans le § précédent, et d'une série de dispositifs analogues.

Les roues dentées se présentent rarement comme éléments inactifs, mais il en est tout autrement des mécanismes de détentes. Les assemblages par clavettes longitudinales, pour la fixation d'un moyeu sur son axe, sont presque sans exception des détentes inactives et, de plus, des détentes à repos, comme il est facile de s'en assurer, en comparant les figures 188 et 654. D'un autre côté, comme mécanismes inactifs, les détentes trouvent des applications extrêmement variées, dans les dispositifs de sûreté pour les assemblages par boulons, les clavetages, etc. Nous nous bornerons à renvoyer, à cet égard, aux dispositions des figures 237 à 243, et 246 à 249. Dans les accouplements (fig. 426 à 432), nous rencontrons des détentes à repos, utilisées comme éléments inactifs (v. aussi la fin du § 241, p. 621).

Dans les organes de traction, la distinction entre les organes actifs et les organes inactifs est très ancienne : la division, si rationnelle, en cordages fixes et en cordages mobiles existe, en effet, depuis longtemps; nous-mêmes, dans les chemins à câbles (p. 710), nous avons été conduits à adopter les désignations de câbles fixes et de câbles mobiles.

Pour les organes de pression également, nous avons fait ressortir (§ 311) la possibilité d'établir une distinction analogue, tout en constatant que cette distinction n'aurait pratiquement aucune importance. Les tuyaux, au contraire, qui servent à la conduite de ces organes, sont utilisés comme éléments inactifs dans un nombre de cas infini.

La distinction dont il s'agit n'est nullement théorique; elle est d'une nature nettement pratique et on ne saurait trop recommander de l'avoir toujours présente à l'esprit, de manière à pouvoir mieux embrasser le domaine si considérable des éléments de machines. Tout moyen propre à conduire à ce résultat doit être bien accueilli. Il convient, du reste, de remarquer que cette distinction nous a amené à traiter, dès le début et successivement, tous les éléments qui sont utilisés, de préférence, sous la forme inactive. Enfin, comme ces éléments trouvent précisément de nombreuses applications dans les ouvrages de construction qui présentent le caractère de la fixité, on peut dire qu'ils forment, en quelque sorte, un trait d'union entre les champs d'études de l'ingénieur architecte et de l'ingénieur de machines.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

QUATRIÈME PARTIE

TABLES ET FORMULES MATHÉMATIQUES

---

§ 382.

Courbes, Surfaces et Volumes.

Les tables que nous reproduisons ci-après donnent, rassemblées sous une forme assez commode, les propriétés géométriques et mécaniques de la série des courbes usuelles qui présentent le plus d'intérêt pour le constructeur de machines; ces tables fournissent, en même temps, les expressions des surfaces limitées par ces courbes et celles des volumes simples qu'elles engendrent. Les notations inscrites sur les figures sont, en général, suffisantes pour faire comprendre les formules; toutefois, nous croyons devoir ajouter ici quelques explications complémentaires.

Dans la rectification des courbes, s est la longueur de la partie de courbe comprise entre le point choisi comme origine et le point x, y ; φ est l'angle correspondant, S la longueur totale de la courbe.

Pour les moments d'inertie, la densité a été supposée égale à 1, afin de ne pas multiplier inutilement le nombre des lettres. Le moment d'inertie d'une surface est équatorial ou polaire, suivant l'axe par rapport auquel sont pris les moments. Cet axe est dit équatorial, quand il est situé dans le plan de la surface, et polaire, lorsqu'il est perpendiculaire à ce même plan. Tout axe de la première espèce, qui passe par le centre de gravité de la surface, est plus spécialement un axe d'équateur; de même, on donne le nom d'axe de pôle à l'axe polaire qui passe par ce même centre de gravité. On voit, d'après cela, qu'une surface n'a qu'un seul axe de pôle, tandis qu'elle a une infinité d'axes d'équateur.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

On obtient le moment d'inertie polaire I_p d'une surface en faisant la somme des deux moments d'inertie équatoriaux I_{q1} et I_{q2}, dont les axes se rencontrent à angle droit sur l'axe polaire :

$$I_p = I_{q1} + I_{q2}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (416)$$

Le moment d'inertie I' d'une surface, par rapport à un axe situé à une distance a du centre de gravité S de cette surface, peut se déduire du moment d'inertie I par rapport à l'axe parallèle, mené par S, et est représenté, dans ce cas, par l'expression :

$$I' = I + a^2F, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (417)$$

F désignant la mesure de la surface. Cette relation est aussi applicable à un volume, à la condition de remplacer F par la masse du corps.

Pour les volumes, on peut admettre une division entièrement analogue à la précédente. Dans chacun des corps, que nous donnons ci-après, on peut considérer, comme axe de pôle, l'un des axes principaux passant par les centres de gravité de toutes les sections qui lui sont normales et, comme section d'équateur, la section menée, normalement à cet axe, par le centre de gravité du corps; on peut donc diviser, ici encore, les moments d'inertie en équatoriaux et polaires, suivant la position de leurs axes par rapport à la section équatoriale. Dans tous les exemples donnés pour les volumes, les axes sont toujours, en réalité, des axes d'équateur et de pôle.

Pour un prisme droit, dont la demi-hauteur est l et dont la base a pour moment d'inertie polaire i_p, le moment d'inertie polaire est :

$$I_p = 2\,li_p. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (418)$$

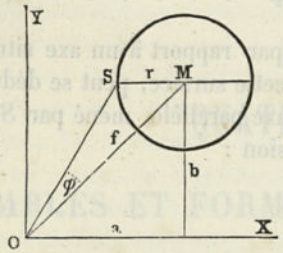
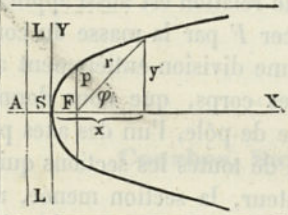
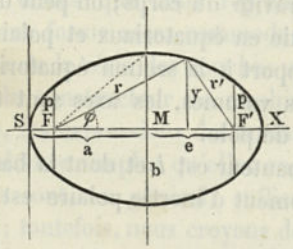
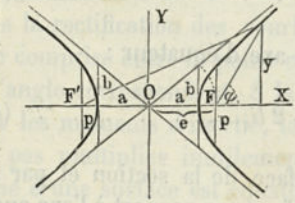
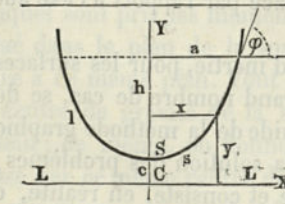
et le moment d'inertie par rapport à un axe d'équateur :

$$I_q = {}^2/_3\,fl^3 + 2\,li_q, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (419)$$

en désignant par f la mesure de la surface de la section et par i_q le moment d'inertie équatorial de cette surface par rapport à l'axe auquel se rapporte I_q.

Les centres de gravité et les moments d'inertie, pour les surfaces de formes irrégulières, peuvent, dans un grand nombre de cas, se déterminer facilement et très exactement, à l'aide de la méthode graphique. Le procédé à suivre peut se déduire de la solution des problèmes que nous avons traités dans la seconde partie et consiste, en réalité, dans l'emploi répété du polygone des forces et du polygone articulé.

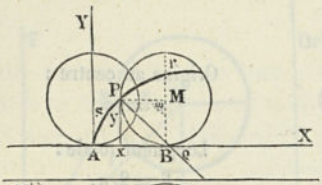
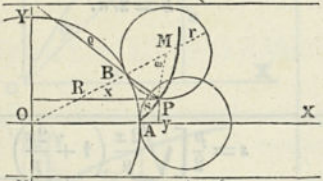
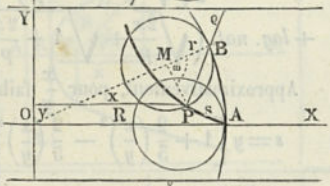
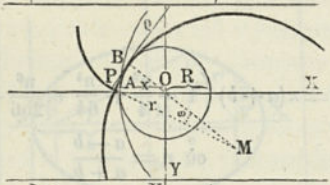
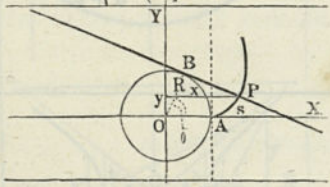
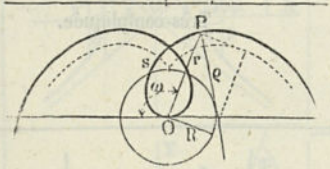
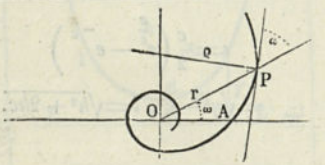
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

N°s	COURBES.	ÉQUATION EN COORDONNÉES RECTANGULAIRES.	PROPRIÉTÉS DIVERSES.
I. Cercle.		Origine des axes en un point quelconque O : $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$. Origine au sommet S : $y^2=2rx-x^2$. Au centre M : $x^2+y^2=r^2$.	Approximativement, pour une faible valeur de $\frac{x}{y}$, $\frac{r}{y}=\frac{y}{2x}$.
II. Parabole.		Origine des axes au sommet S : $y^2=2px$.	Demi paramètre $=p$ $AS=SF=\frac{p}{2}$. LL Directrice. F Foyer.
III. Ellipse.		Origine au centre M : $y^2a^2+x^2b^2=a^2b^2$. Origine au sommet S : $y^2=\left(\frac{b}{a}\right)^2(2ax-x^2)$ $y^2=2px-\frac{p}{a}x^2$.	Excentricité : linéaire $e=\sqrt{a^2-b^2}$ numérique $\varepsilon=\frac{e}{a}$. Demi-paramètre : $p=a\,(1-\varepsilon^2)=\frac{b^2}{a}$.
IV. Hyperbole.		Origine au centre O : $-y^2a^2+x^2b^2=a^2b^2$.	Excentricité : lin. $=OF=c=\sqrt{a^2+b^2}$ numérique $\varepsilon=\frac{c}{a}$ Axe $b=a\sqrt{\varepsilon^2-1}$ Demi-paramètre : $p=a\,(\varepsilon^2-1)=\frac{b^2}{a}$.
V. Chaînette.		Origine au point C : $y=\frac{c}{2}\left(e^{\frac{x}{c}}+e^{-\frac{x}{c}}\right)$	$\operatorname{tg}\varphi=\frac{l}{c}=\sqrt{\frac{h^2+2hc}{c^2}}$. LL Directrice

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

ÉQUATION POLAIRE.	RAYON DE COURBURE.	RECTIFICATION.
Rapportée à un point quelconque O : $\rho^2+f^2-2\rho f\cos\varphi=r^2$ Au sommet S : l'axe polaire passant par M, $\rho=2r\cos\varphi$.	$\rho=r$.	Origine au centre : $s=r\varphi$. Longueur totale : $S=2r\pi$.
Au foyer F : $r=\frac{p}{2}+x$ $r=\frac{p}{2\sin^2 1/2\varphi}$.	$\rho=p\sqrt{\left(1+2\frac{x}{p}\right)^5}$.	$s=\frac{p}{2}\left[\sqrt{\frac{2x}{p}\left(1+\frac{2x}{p}\right)}+\log.\,nat.\left(\sqrt{\frac{2x}{p}}+\sqrt{1+\frac{2x}{p}}\right)\right]$. Approximativement, pour $\frac{x}{y}$ faible : $s=y\left[1+\frac{2}{3}\left(\frac{x}{y}\right)^2-\frac{2}{5}\left(\frac{x}{y}\right)^4\right]$.
Au foyer F : $r=p+\varepsilon x=\frac{a^2-e^2}{a-c\cos\varphi}=\frac{p}{1-\varepsilon\cos\varphi}$. Rayons vecteurs : $r=a+\varepsilon x$, $r'=a-\varepsilon x$.	$\rho=\frac{(rr')^{3/2}}{ab}$. En S : $\rho=\frac{b^2}{a}$, En A : $\rho=\frac{a^2}{b}$.	$S=\pi(a+b)\left(1+\frac{n^2}{4}+\frac{n^4}{64}+\frac{n^6}{256}+\cdots\right)$, où $n=\frac{a-b}{a+b}$
Au foyer F : $r=p+\varepsilon x=\frac{e^2-a^2}{a-e\cos\varphi}=\frac{p}{1-\varepsilon\cos\varphi}$. Rayons vecteurs : $r=\varepsilon x-a$, $r'=\varepsilon x+a$.	$\rho=\frac{(a^4y^2+b^4x^2)^{3/2}}{a^4b^4}$.	Très-compliquée.
—	$\rho=\frac{y^2}{c}$	$s=\frac{c}{2}\left(e^{\frac{x}{c}}-e^{-\frac{x}{c}}\right)$ $=\sqrt{y^2-c^2}$, $l=\sqrt{h^2+2hc}$.

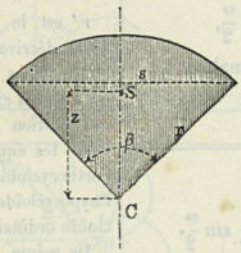
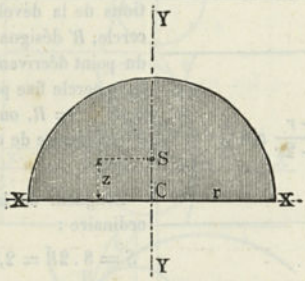
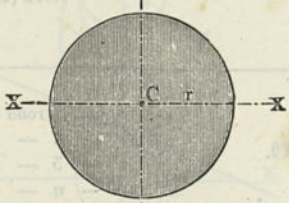
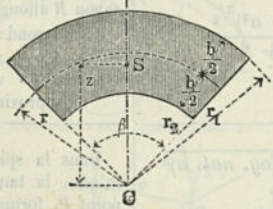
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

N°s	COURBES.	ÉQUATION.
VI. Cycloïde.		$x = r\left(\omega - \frac{r'}{r}\sin\omega\right)$ $y = r\left(1 - \frac{r'}{r}\cos\omega\right)$.
VII. Épicycloïde.		$x = (R+r)\cos\frac{r}{R}\omega - r'\cos\frac{R+r}{R}\omega$ $y = (R+r)\sin\frac{r}{R}\omega - r'\sin\frac{R+r}{R}\omega$.
VIII. Hypocycloïde.		$x = (R-r)\cos\frac{r}{R}\omega + r'\cos\frac{R-r}{R}$ $y = (R-r)\sin\frac{r}{R}\omega - r'\sin\frac{R-r}{R}\omega$.
IX. Péricycloïde.		$x = (r-R)\cos\frac{r}{R}\omega - r'\cos\frac{r-R}{R}\omega$ $y = (r-R)\sin\frac{r}{R}\omega - r'\sin\frac{r-R}{R}\omega$.
X. Développante de cercle.		$x = R'\cos\theta + R\theta\sin\theta$ $y = R'\sin\theta - R\theta\cos\theta$.
XI. Spirale d'Archimède.		$r = R\omega$.
XII. Spirale logarithmique.		$r = a^{\omega}$.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

RECTIFICATION.	RAYON DE COURBURE.	OBSERVATIONS.
$s = 4r\left(1 - cos\,\frac{\omega}{2}\right)$ $S = 8r.$	$\rho = 4r\ sin\,\frac{\omega}{2}$, double de la normale PB.	r' est le rayon pour le point décrivant. Si $r' = r$, comme nous l'avons supposé ici dans les expressions de la rectification et de la courbure, les équations donnent l'orthocycloïde, l'épicycloïde, l'hypocycloïde et la péricycloïde ordinaires. De même, dans les équations de la développante de cercle, R' désigne la distance du point décrivant au centre O du cercle fixe pour $\theta = 0$; pour $R' = R$, on obtient la développante de cercle ordinaire. Longueur de la cardioïde ordinaire : $S = 8 \cdot 2R = 2{,}546(2R\pi)$ ou approximativement : $0{,}81\pi\,(2R\pi)$.
$s = 4r\,\frac{R+r}{R}\left(1 - cos\,\frac{\omega}{2}\right)$ $S = 8r\,\frac{R+r}{R}.$	$\rho = 4r\,\frac{R+r}{R+2r}\,sin\,\frac{\omega}{2}.$	
$s = 4r\,\frac{R-r}{R}\left(1 - cos\,\frac{\omega}{2}\right)$ $S = 8r\,\frac{R-r}{R}.$	$\rho = 4r\,\frac{R-r}{R-2r}\,sin\,\frac{\omega}{2}.$	
$s = 4r\,\frac{r-R}{R}\left(1 - cos\,\frac{\omega}{2}\right)$ $S = 8r\,\frac{r-R}{R}.$	$\rho = 4r\,\frac{r-R}{2r-R}\,sin\,\frac{\omega}{2}.$	
$s = \frac{R\theta}{2}\,\theta.$	$\rho = R\theta.$	s pour 1 rond $= \pi(2R\pi)$. s — 2 — $= 4\pi(2R\pi)$. s — 3 — $= 9\pi(2R\pi)$. s — n — $= n^2\pi(2R\pi)$
$s = \frac{R}{2}\left[\omega\sqrt{1+\omega^2} + log.\ nat.\ (\omega + \sqrt{1+\omega^2})\right].$	$\rho = \frac{(r^2 + a^2)^{3/2}}{2(r^2 + 2a^2)}.$	La spirale d'Archimède est la développante de cercle de rayon R allongée : s pour 1 rond $= 1{,}08\pi(2R\pi)$ s — 2 — $= 4{,}09\pi(2R\pi)$ s — n — $= n^2\pi(2R\pi)$ (approximativement).
$s = r\,\frac{\sqrt{+\,(log.\ nat.\ a)^2}}{log.\ nat.\ a}.$	$\rho = r\sqrt{1 + (log.\ nat.\ a)^2}$ $= \frac{r}{sin\ \alpha}$, où $colg.\ \alpha = log.\ nat.\ a.$	Dans la spirale logarithmique, la tangente, en un point P, forme avec OP un angle constant α, tel que $colg\ \alpha = log.\ nat.\ a$.

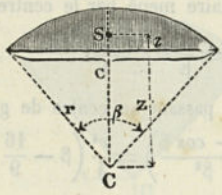
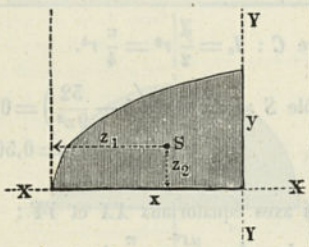
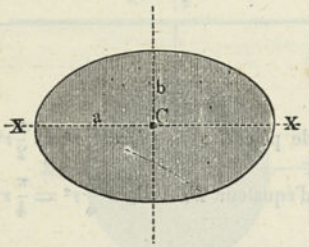
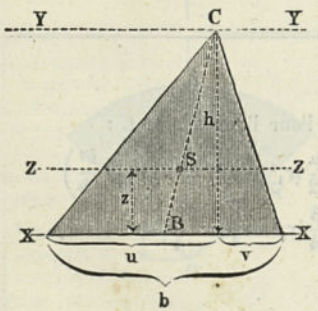
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

N°s	FORME.	MESURE DE LA SURFACE.
XIII. Secteur de cercle.		$F = r^2 \frac{\beta}{2} = \mu.$
XIV. Demi-cercle.		$F = \frac{r^2\pi}{2}$
XV. Cercle.		$F = r^2\pi$
XVI. Portion de couronne circulaire.		$F = (r_1^2 - r_2^2)\frac{\beta}{2}$ $= br\beta.$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

POSITION DU CENTRE DE GRAVITÉ.	MOMENT D'INERTIE.
$z=\frac{4}{3}r\frac{\sin\frac{\beta}{2}}{\beta}$. $=\frac{sr^2}{3V}$.	Pour l'axe polaire mené par le centre C : $I_c=\frac{\mu}{\beta}r^2=\frac{r^4\beta}{4}$. Pour l'axe de pôle passant au centre de gravité S : $I_s=\frac{\mu}{2}r^2\left(1-\frac{16}{9}\frac{1-\cos\beta}{\beta^2}\right)=\frac{r^4}{4}\left(\beta-\frac{16}{9}\frac{1-\cos\beta}{\beta}\right)$.
$z=\frac{4}{3\pi}r$.	Pour l'axe polaire C : $I_c=\frac{\mu}{2}r^2=\frac{\pi}{4}r^4$. Pour l'axe de pôle S : $I_s=\frac{\mu}{2}r^2\left(1-\frac{32}{9\pi^2}\right)=0{,}320\,\mu r^2$ $=\frac{r^4}{4}\left(\pi-\frac{32}{9\pi}\right)=0{,}500\,r^4$. Pour les axes équatoriaux XX et YY : $I_x=I_y=\frac{\mu r^2}{4}=\frac{\pi}{8}r^4$.
Centre de figure.	Pour l'axe de pôle C : $I_c=\frac{\mu}{2}r^2=\frac{\pi}{2}r^4$. Pour l'axe d'équateur XX : $I_x=\frac{\mu}{4}r^2=\frac{\pi}{4}r^4$.
$z=\frac{4}{3}\frac{\sin\frac{\beta}{2}}{\beta}\frac{r_1^3-r_2^3}{r_1^2-r_2^2}$ $=\frac{\sin\frac{\beta}{2}}{\beta}r\left(2+\frac{1}{6}\frac{b^2}{r^2}\right)$.	Pour l'axe polaire C : $I_c=\frac{\mu}{2}(r_1^2+r_2^2)=\mu\left(r^2+\frac{b^2}{4}\right)$ $=\frac{\beta}{4}(r_1^4-r_2^4)=\frac{\beta}{4}(4br^3+rb^3)$.

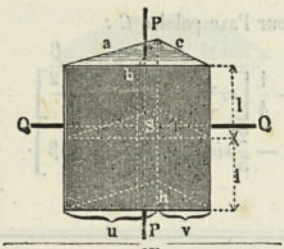
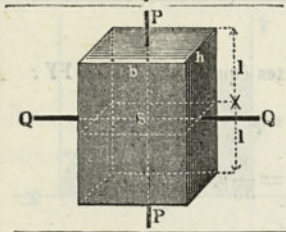
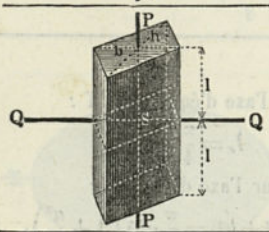
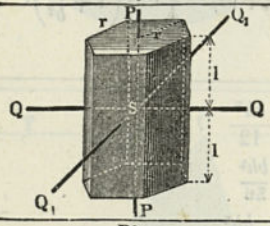
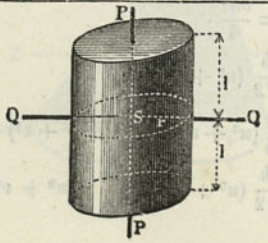
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

N°s	FORME.	MESURE DE LA SURFACE.
XVII. Segment de cercle.		$F = \frac{r^2}{2}(\beta - \sin\beta).$
XVIII. Parabole.		$F = \frac{2}{3}xy$
XIX. Ellipse.		$F = ab\pi.$
XX. Triangle.		$F = \frac{bh}{2}.$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

POSITION DU CENTRE DE GRAVITÉ.	MOMENT D'INERTIE.
$z=\frac{c^3}{12F}$ $=\frac{4}{3}r\frac{\sin^3\frac{\beta}{2}}{\beta-\sin\beta}.$	Pour l'axe polaire C : $I_c=\frac{r^4\beta}{4}-\frac{1}{4}\left[cr^3\cos^3\frac{\beta}{2}+\frac{rc^3\cos\frac{\beta}{2}}{12}\right]$ $=\frac{r^4}{4}\left[\beta-\frac{2}{3}\sin\beta-\frac{1}{3}\sin\beta\cos\beta\right].$
$z_1=\frac{3}{5}x$ $z_2=\frac{3}{8}y.$	Pour les axes équatoriaux XX et YY : $I_x=\mu\frac{y^2}{5}=\frac{2}{15}xy^3$ $I_y=\frac{8}{35}\mu x^2=\frac{16}{105}yx^3.$
Centre de figure.	Pour l'axe d'équateur XX : $I_x=\frac{\pi}{4}ab^3.$ Pour l'axe de pôle C : $I_c=\frac{\mu}{4}(a^2+b^2)=\frac{\pi}{4}ab^3\left(1+\frac{a^2}{b^2}\right).$
Sur la médiane, au point : $z=\frac{h}{3}.$	$I_x=\mu\frac{h^2}{6}=\frac{bh^3}{12}$ $I_z=\mu\frac{h^2}{18}=\frac{bh^2}{36}$ $I_y=\mu\frac{h^2}{2}=\frac{bh^3}{4}$ $I_c=\frac{bh^3}{4}+\frac{h}{12}(u^3+v^3)$ $I_b=\frac{bh^3}{12}+\frac{h}{4}(u^3+v^3)-\frac{bh}{24}[8(u^2+v^2)-3b^2)$ $I_s=\frac{bh^3}{36}+\frac{h}{12}(u^3+v^3)-\frac{bh}{18}[2(u^2+v^2)-b^2]$

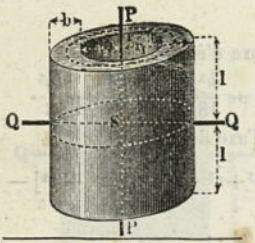
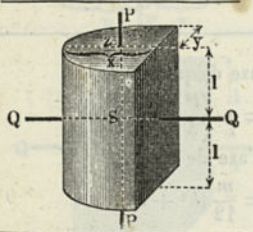
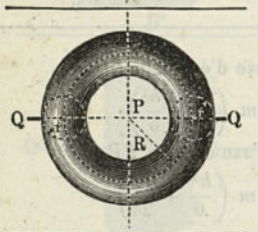
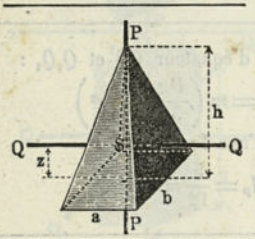
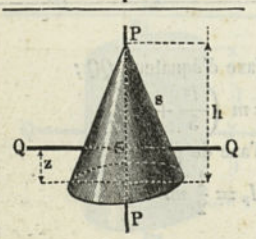
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

N°s	FORME.	EXPRESSION DE LA SURFACE.
XXI. Prisme triangulaire.		Surface latérale : $F_1 = 2l(a+b+c)$. Surface d'une base : $F_2 = \frac{bh}{2}$.
XXII. Prisme rectangulaire.		Surface latérale : $F_1 = 4l(b+h)$. Surface d'une base : $F_2 = bh$.
XXIII. Prisme rhomboïdal.		Surface latérale : $F_1 = 8l\sqrt{h^2 + \frac{b^2}{4}}$. Surface d'une base : $F_2 = bh$.
XXIV. Prisme à six faces.		Surface latérale : $F_1 = 12lr$, Surface d'une base : $F_2 = \frac{3}{2}r^2\sqrt{3} = 2{,}598\,r^2$.
XXV. Cylindre.		Surface latérale : $F_1 = 4lr\pi$. Surface d'une base : $F_2 = r^2\pi$.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

MESURE DU VOLUME.	MOMENT D'INERTIE.
$V = bhl.$	Pour l'axe d'équateur QQ : $I_q = m\left[\frac{l^2}{3} + \frac{h^2}{18}\right] = \frac{bhl^3}{3} + \frac{blh^3}{18}$. Pour l'axe de pôle PP : $I_p = l\left[\frac{bh^3}{18} + \frac{h}{6}(u^3+v^3) - \frac{bh}{9}(2[u^2+v^2]-b^2)\right]$.
$V = 2bhl.$	Pour l'axe d'équateur QQ : $I_q = m\left(\frac{l^2}{3} + \frac{h^2}{12}\right)$. Pour l'axe de pôle PP : $I_p = \frac{m}{12}(h^2+b^2)$.
$V = \frac{2}{3}bhl.$	Pour l'axe d'équateur QQ. $I_q = m\left(\frac{l^2}{3} + \frac{h^2}{6}\right)$. Pour l'axe de pôle PP : $I_p = m\left(\frac{h^2}{6} + \frac{b^2}{24}\right)$.
$V = 3lr^2\sqrt{3} = 5{,}196\,lr^2.$	Pour les axes d'équateur QQ et Q_1Q_1 : $I_q = I_{q1} = m\left(\frac{l^2}{3} + \frac{5}{24}r^2\right)$ Pour l'axe de pôle PP : $I_p = \frac{5}{12}mr^2$.
$V = 2\pi lr^2.$	Pour l'axe d'équateur QQ : $I_q = m\left(\frac{l^2}{3} + \frac{r^2}{4}\right)$. Pour l'axe de pôle PP : $I_p = \frac{1}{2}mr^2$.

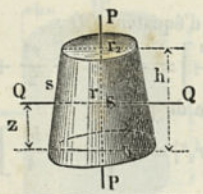
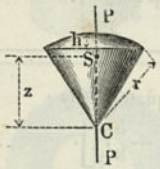
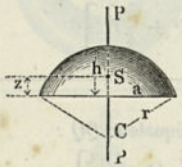
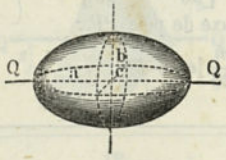
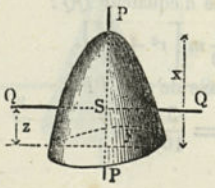
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

N°°	FORME.	EXPRESSION DE LA SURFACE.	MESURE DU VOLUME.
XXVI. Cylindre creux.		Surface latérale : $F_1 = 4\pi l(r_1 + r_2) = 8\pi lr.$ Surface d'une base : $F_2 = \pi(r_1^2 - r_2^2) = 2\pi rb.$	$V = 2\pi l(r^2{}_1 - r^2{}_2) = 4\pi rbl.$
XXVII. Prisme parabolique.		Surface d'une base : $F_2 = \frac{4}{3} xy.$	$V = \frac{8}{3} lxy = m.$
XXVIII. Tore.		$F = 4\pi^2 Rr.$	$V = 2\pi^2 Rr^2.$
XXIX. Pyramide rectangulaire.		Surface latérale : $F_1 = a\sqrt{h^2 + \frac{b^2}{4}} + b\sqrt{h^2 + \frac{a^2}{4}}.$ Surface de la base : $F_2 = ab.$	$V = F_2 \frac{h}{3} = \frac{abh}{3}.$
XXX. Cône droit.		Surface latérale : $F_1 = r\pi\sqrt{h^2 + r^2} = sr\pi.$ Surface de la base : $F_2 = r^2\pi.$	$V = \frac{\pi r^2 h}{3}.$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

POSITION DU CENTRE DE GRAVITÉ.	MOMENT D'INERTIE.
Centre de figure.	Pour l'axe d'équateur QQ : $I_q = m\left[\frac{l^2}{3} + \frac{r_1^2 + r_2^2}{4}\right] = m\left[\frac{l^2}{3} + \frac{r^2}{2} + \frac{b^2}{8}\right]$. Pour l'axe de pôle PP : $I_p = \frac{m}{2}[r_1^2 + r_2^2] = m\left[r^2 + \frac{b^2}{4}\right]$.
$z = \frac{3}{5}x$.	Pour l'axe d'équateur QQ : $I_q = m\left[\frac{l^2}{3} + \frac{y^2}{5}\right]$. Pour l'axe de pôle PP : $I_p = m\left[\frac{y^2}{5} + \frac{8}{35}x^2\right]$.
Centre de figure.	Pour l'axe d'équateur QQ : $I_q = m\left[\frac{R^2}{2} + \frac{5}{8}r^2\right]$. Pour l'axe de pôle PP : $I_p = m\left[R^2 + \frac{3}{4}r^2\right]$.
$z = \frac{h}{4}$.	Pour l'axe d'équateur QQ : $I_q = m\left[\frac{3}{80}h^2 + \frac{b^2}{20}\right]$. Pour l'axe de pôle PP : $I_p = \frac{m}{20}[a^2 + b^2]$.
$z = \frac{h}{4}$. Pour l'enveloppe seule : $z' = \frac{h}{3}$.	Pour l'axe d'équateur QQ : $I_q = \frac{3}{20}m\left[r^2 + \frac{h^2}{4}\right]$. Pour l'axe de pôle PP : $I_p = \frac{3}{10}mr^2$.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

N°s	FORME.	EXPRESSION DE LA SURFACE.	MESURE DU VOLUME.
XXXI. Tronc de cône.		Surface latérale : $F_1 = \pi(r_1+r_2)\sqrt{h^2-(r_1-r_2)^2} = 2\pi rs.$ Surface des bases : $F_2' = r_1^2\pi, \quad F_2'' = r_2^2\pi.$	$V = \frac{\pi}{3}\, h[r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2].$
XXXII. Sphère.		$F = 4r^2\pi.$	$V = \frac{4\pi}{3} r^3.$
XXXIII. Secteur sphérique.		Surface de l'enveloppe conique : $F_1 = a\pi r = \pi r\sqrt{2rh-h^2}.$	$V = \frac{2}{3}\pi r^2 h.$
XXXIV. Segment sphériq.		Surface de la zône : $F_1 = 2\pi rh = \pi(a^2+h^2).$ Surface de la base : $F_2 = a^2\pi, \quad r = \frac{a^2+h^2}{2h}.$	$V = \pi h^2\left(r - \frac{h}{3}\right) = \frac{\pi}{6} h(3a^2+h^2).$
XXXV. Ellipsoïde.		—	$V = \frac{4}{3}\pi abc.$
XXXVI. Paraboloïde de révolution.		Surface de base : $F_2 = y^2\pi.$	$V = \frac{\pi}{2} xy^2.$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

POSITION DU CENTRE DE GRAVITÉ.	MOMENT D'INERTIE.
$z=\frac{h}{4}\left(\frac{r_1^2+2r_1r_2+3r_2^2}{r_1^2+r_1r_2+r_2^2}\right)$.	Pour l'axe de pôle PP : $I_p=\frac{3}{10}\,m\,\frac{r_1^5-r_2^5}{r_1^3-r_2^3}$.
Centre de figure.	Pour l'axe d'équateur QQ : $I_q=\frac{2}{5}mr^2$.
$z=\frac{3}{4}\left(r-\frac{h}{2}\right)$.	Pour l'axe de pôle PP : $I_p=\frac{m}{5}(3rh-h^2)$.
$z=\frac{3}{4}\,\frac{(2r-h)^2}{3r-h}$. Pour la zone seulement : $z'=\frac{h}{2}$.	Pour l'axe de pôle PP : $I_p=m\left[r^2-\frac{3}{4}\,rh+\frac{3}{20}\,h^2\right]\frac{2h}{3r-h}$.
Centre de figure.	Pour l'axe d'équateur QQ qui coïncide avec a : $I_a=\frac{m}{5}(b^2+c^2)$.
$z=\frac{x}{3}$.	Pour l'axe d'équateur QQ : $I_q=m\left(\frac{y^2}{6}+\frac{x^2}{18}\right)$. Pour l'axe polaire PP : $I_p=\frac{m}{5}y^2$.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 383.

Lignes trigonométriques.

La table suivante contient, sous la forme ordinaire, les sinus, cosinus, tangentes et cotangentes des angles de 0° à 90°, de 10 en 10 minutes; elle donne, de plus, les longueurs d'arcs (pour le rayon 1). Pour faciliter la détermination des longueurs d'arcs correspondant à de grands angles, on a indiqué, à la partie inférieure de chaque page, les longueurs de plusieurs arcs, qui sont d'un usage fréquent et qui correspondent, les uns à des angles extrêmement faibles, les autres à des angles supérieurs à 90°. Les nombres intercalés sont les différences pour les parties correspondantes de la table.

ANGLE		ARC	SINUS	COSINUS	TANG.	COTANG.	ARC	ANGLE	
Deg.	Min.							Deg.	Min.
0	0	0,0000	0,0000	1,0000	0,0000	∞	1,5708	90	0
	10	0,0029	0,0029	1,0000	0,0029	343,77	1,5679		50
	20	0,0058	0,0058	1,0000	0,0058	171,89	1,5650		40
	30	0,0087	0,0087	1,0000	0,0087	114,59	1,5621		30
	40	0,0116	0,0116	0,9999	0,0116	85,940	1,5592		20
	50	0,0145	0,0145	0,9999	0,0145	68,750	1,5563		10
			29	1	29	11,460			
1	0	0,0175	0,0175	0,9998	0,0175	57,290	1,5533	89	0
	10	0,0204	0,0204	0,9998	0,0204	49,104	1,5504		50
	20	0,0233	0,0233	0,9997	0,0233	42,964	1,5475		40
	30	0,0262	0,0262	0,9997	0,0262	38,188	1,5446		30
	40	0,0291	0,0291	0,9996	0,0291	34,368	1,5417		20
	50	0,0320	0,0320	0,9995	0,0320	31,242	1,5388		10
			29	1	29	2,606			
2	0	0,0349	0,0349	0,9994	0,0349	28,636	1,5359	88	0
	10	0,0378	0,0378	0,9993	0,0378	26,432	1,5330		50
	20	0,0407	0,0407	0,9992	0,0407	24,542	1,5301		40
	30	0,0436	0,0436	0,9990	0,0436	22,904	1,5271		30
	40	0,0465	0,0465	0,9989	0,0465	21,470	1,5243		20
	50	0,0495	0,0494	0,9988	0,0495	20,206	1,5213		10
			29	1	29	1,125			
3	0	0,0524	0,0523	0,9986	0,0524	19,081	1,5184	87	0
Deg.	Min.							Deg.	Min.

ANGLE	ARC	COSINUS	SINUS	COTANG.	TANG.	ARC	ANGLE
ang. = 0°1′	0°5′	135°	180°	225°	270°	315°	360°
arc = 0,0003	0,0015	2,3562	3,1416	3,9270	4,7124	5,4978	6,2832

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

ANGLE		ARC	SINUS	COSINUS	TANG.	COTANG.	ARC	ANGLE	
Deg.	Min.							Deg.	Min.
3	0	0,0524	0,0523	0,9986	0,0524	19,081	1,5184	87	0
	10	0,0553	0,0552	0,9985	0,0553	18,075	1,5155		50
	20	0,0582	0,0581	0,9983	0,0582	17,169	1,5126		40
	30	0,0611	0,0610	0,9981	0,0612	16,350	1,5097		30
	40	0,0640	0,0640	0,9980	0,0641	15,605	1,5068		20
	50	0,0669	0,0669	0,9978	0,0670	14,924	1,5039		10
			29	2	29	623			
4	0	0,0698	0,0698	0,9976	0,0699	14,301	1,5010	86	0
	10	0,0727	0,0727	0,9974	0,0729	13,727	1,4981		50
	20	0,0756	0,0756	0,9971	0,0758	13,197	1,4951		40
	30	0,0785	0,0785	0,9969	0,0787	12,706	1,4923		30
	40	0,0814	0,0814	0,9967	0,0816	12,251	1,4893		20
	50	0,0844	0,0843	0,9964	0,0846	11,826	1,4864		10
			29	2	29	396			
5	0	0,0873	0,0872	0,9962	0,0875	11,430	1,4853	85	0
	10	0,0902	0,0901	0,9959	0,0904	11,059	1,4806		50
	20	0,0931	0,0929	0,9957	0,0934	10,712	1,4777		40
	30	0,0960	0,0958	0,9954	0,0963	10,385	1,4748		30
	40	0,0989	0,0987	0,9951	0,0992	10,078	1,4719		20
	50	0,1018	0,1016	0,9948	0,1022	9,7882	1,4690		10
			29	3	29	2738			
6	0	0,1047	0,1045	0,9945	0,1051	9,5144	1,4661	84	0
	10	0,1076	0,1074	0,9942	0,1080	9,2553	1,4632		50
	20	0,1105	0,1103	0,9939	0,1110	9,0098	1,4603		40
	30	0,1134	0,1132	0,9936	0,1139	8,7769	1,4573		30
	40	0,1164	0,1161	0,9932	0,1169	8,5555	1,4544		20
	50	0,1193	0,1190	0,9929	0,1198	8,3450	1,4515		10
			29	4	29	2007			
7	0	0,1222	0,1219	0,9925	0,1228	8,1443	1,4486	83	0
	10	0,1251	0,1248	0,9922	0,1257	7,9530	1,4457		50
	20	0,1280	0,1276	0,9918	0,1287	7,7704	1,4428		40
	30	0,1309	0,1305	0,9914	0,1317	7,5958	1,4399		30
	40	0,1338	0,1334	0,9911	0,1346	7,4287	1,4370		20
	50	0,1367	0,1363	0,9907	0,1376	7,2687	1,4341		10
			29	4	29	1533			
8	0	0,1396	0,1392	0,9903	0,1405	7,1154	1,4312	82	0
	10	0,1425	0,1421	0,9899	0,1435	6,9682	1,4283		50
	20	0,1454	0,1449	0,9894	0,1465	6,8269	1,4254		40
	30	0,1484	0,1478	0,9890	0,1495	6,6912	1,4224		30
	40	0,1526	0,1507	0,9886	0,1524	6,5606	1,4195		20
	50	0,1542	0,1536	0,9881	0,1554	6,4348	1,4166		10
			28	4	30	1210			
9	0	0,1571	0,1564	0,9877	0,1584	6,3183	1,4137	81	0
Deg.	Min.							Deg.	Min.

ANGLE	ARC	COSINUS	SINUS	COTANG.	TANG.	ARC	ANGLE
ang. = 0° 1′	0° 5′	135°	180°	225°	270°	315°	360°
arc = 0,0003	0,0015	2,3562	3,1416	3,9270	4,7124	5,4978	6,2832

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

ANGLE		ARC	SINUS	COSINUS	TANG.	COTANG.	ARC	ANGLE	
Deg.	Min.							Deg.	Min.
9	0	0,1571	0,1564	0,9877	0,1584	6,3138	1,4137	81	0
	10	0,1600	0,1593	0,9872	0,1614	6,1970	1,4108		50
	20	0,1629	0,1622	0,9868	0,1644	6,0844	1,4079		40
	30	0,1658	0,1650	0,9863	0,1673	5,9758	1,4050		30
	40	0,1687	0,1679	0,9858	0,1703	5,8708	1,4021		20
	50	0,1716	0,1708	0,9853	0,1733	5,7694	1,3992		10
			28	5	30	981			
10	0	0,1745	0,1736	0,9848	0,1763	5,6713	1,3963	80	0
	10	0,1774	0,1765	0,9843	0,1793	5,5764	1,3934		50
	20	0,1804	0,1794	0,9838	0,1823	5,4845	1,3904		40
	30	0,1833	0,1822	0,9833	0,1853	5,3955	1,3875		30
	40	0,1862	0,1851	0,9827	0,1883	5,3093	1,3846		20
	50	0,1891	0,1880	0,9822	0,1914	5,2257	1,3817		10
			28	6	30	811			
11	0	0,1920	0,1908	0,9816	0,1944	5,1446	1,3788	79	0
	10	0,1949	0,1937	0,9811	0,1974	5,0658	1,3759		50
	20	0,1978	0,1965	0,9805	0,2004	4,9894	1,3730		40
	30	0,2007	0,1994	0,9799	0,2035	4,9152	1,3701		30
	40	0,2036	0,2022	0,9793	0,2065	4,8430	1,3672		20
	50	0,2065	0,2051	0,9787	0,2095	4,7729	1,3643		10
			28	6	31	683			
12	0	0,2094	0,2079	0,9781	0,2126	4,7046	1,3614	78	0
	10	0,2123	0,2108	0,9775	0,2156	4,6382	1,3584		50
	20	0,2153	0,2136	0,9769	0,2186	4,5736	1,3555		40
	30	0,2182	0,2164	0,9763	0,2217	4,5107	1,3526		30
	40	0,2211	0,2193	0,9757	0,2247	4,4494	1,3497		20
	50	0,2240	0,2221	0,9750	0,2278	4,3897	1,3468		10
			28	6	31	582			
13	0	0,2269	0,2250	0,9744	0,2309	4,3315	1,3439	77	0
	10	0,2298	0,2278	0,9737	0,2339	4,2747	1,3410		50
	20	0,2327	0,2306	0,9730	0,2370	4,2193	1,3381		40
	30	0,2356	0,2334	0,9724	0,2401	4,1653	1,3352		30
	40	0,2385	0,2363	0,9717	0,2432	4,1126	1,3323		20
	50	0,2414	0,2391	0,9710	0,2462	4,0611	1,3294		10
			28	7	31	503			
14	0	0,2443	0,2419	0,9703	0,2493	4,0108	1,3264	76	0
	10	0,2473	0,2447	0,9696	0,2524	3,9617	1,3235		50
	20	0,2502	0,2476	0,9689	0,2555	3,9136	1,3206		40
	30	0,2531	0,2504	0,9681	0,2586	3,8667	1,3177		30
	40	0,2560	0,2532	0,9674	0,2617	3,8208	1,3148		20
	50	0,2589	0,2560	0,9667	0,2648	3,7760	1,3119		10
			28	7	31	459			
15	0	0,2618	0,2588	0,9659	0,2679	3,7321	1,3090	75	0
Deg.	Min.							Deg.	Min.

ANGLE	ARC	COSINUS	SINUS	COTANG.	TANG.	ARC	ANGLE
ang. = 0° 1′	0° 5′	135°	180°	225°	270°	315°	360°
arc = 0,0003	0,0015	2,3562	3,1416	3,9270	4,7124	5,4978	6,2832

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

ANGLE		ARC	SINUS	COSINUS	TANG.	COTANG.	ARC	ANGLE	
Deg.	Min.							Deg.	Min.
15	0	0,2618	0,2588	0,9659	0,2679	3,7321	1,3090	75	0
	10	0,2647	0,2616	0,9652	0,2711	3,6891	1,3061		50
	20	0,2667	0,2644	0,9644	0,2742	3,6470	1,3032		40
	30	0,2705	0,2672	0,9636	0,2773	3,6059	1,3003		30
	40	0,2734	0,2700	0,9628	0,2805	3,5656	1,2974		20
	50	0,2763	0,2728	0,9621	0,2836	3,5261	1,2945		10
			28	8	31	387			
16	0	0,2793	0,2756	0,9613	0,2867	3,4874	1,2915	74	0
	10	0,2822	0,2784	0,9605	0,2899	3,4495	1,2886		50
	20	0,2851	0,2812	0,9596	0,2931	3,4124	1,2857		40
	30	0,2880	0,2840	0,9588	0,2962	3,3759	1,2828		30
	40	0,2909	0,2868	0,9580	0,2994	3,3402	1,2799		20
	50	0,2938	0,2896	0,9572	0,3026	3,3052	1,2770		10
			28	9	31	343			
17	0	0,2967	0,2924	0,9563	0,3057	3,2709	1,2741	73	0
	10	0,2996	0,2952	0,9555	0,3089	3,2371	1,2712		50
	20	0,3025	0,2979	0,9546	0,3121	3,2041	1,2683		40
	30	0,3054	0,3007	0,9537	0,3153	3,1716	1,2654		30
	40	0,3083	0,3035	0,9528	0,3185	3,1397	1,2625		20
	50	0,3113	0,3062	0,9520	0,3217	3,1084	1,2595		10
			28	9	32	307			
18	0	0,3142	0,3090	0,9511	0,3249	3,0777	1,2566	72	0
	10	0,3171	0,3118	0,9502	0,3281	3,0475	1,2537		50
	20	0,3200	0,3145	0,9492	0,3314	3,0178	1,2508		40
	30	0,3229	0,3173	0,9483	0,3346	2,9887	1,2479		30
	40	0,3258	0,3201	0,9474	0,3378	2,9600	1,2450		20
	50	0,3287	0,3228	0,9465	0,3411	2,9319	1,2421		10
			27	10	32	277			
19	0	0,3316	0,3256	0,9455	0 3443	2,9042	1,2392	71	0
	10	0,3345	0,3283	0,9446	0,3476	2,8770	1,2363		50
	20	0,3374	0,3311	0,9436	0,3508	2,8502	1,2334		40
	30	0,3403	0,3338	0,9426	0,3541	2,8239	1,2305		30
	40	0,3432	0,3365	0,9417	0,3574	2,7980	1,2275		20
	50	0,3462	0,3393	0,9407	0,3607	2,7725	1,2246		10
			27	10	33	250			
20	0	0,3491	0,3420	0,9397	0,3640	2,7475	1,2217	70	0
	10	0,3520	0,3448	0,9387	0,3673	2,7228	1,2188		50
	20	0,3549	0,3475	0,9377	0,3706	2,6985	1,2159		40
	30	0,3578	0,3502	0,9367	0,3739	2,6746	1,2130		30
	40	0,3607	0,3529	0,9356	0,3772	2,6511	1,2101		20
	50	0,3636	0,3557	0,9346	0,3805	2,6279	1,2072		10
			27	10	34	228			
21	0	0,3665	0,3584	0,9336	0,3859	2,6051	1,2043	69	0
Deg.	Min.							Deg.	Min.

ANGLE	ARC	COSINUS	SINUS	COTANG.	TANG.	AR	ANGLE
ang. = 0° 1′	0°5′	135°	180°	225°	270°	315°	360°
arc = 0,0003	0,0015	2,3562	3,1416	3,9270	4,7124	5,4978	6,2832

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

ANGLE		ARC	SINUS	COSINUS	TANG.	COTANG.	ARC	ANGLE	
Deg.	Min.							Deg.	Min.
21	0	0,3665	0,3584	0,9336	0,3839	2,6051	1,2043	69	0
	10	0,3694	0,3611	0,9325	0,3872	2,5826	1,2014		50
	20	0,3723	0,3638	0,9315	0,3906	2,5605	1,1985		40
	30	0,3752	0,3665	0,9304	0,3939	2,5386	1,1955		30
	40	0,3782	0,3692	0,9293	0,3973	2,5172	1,1926		20
	50	0,3811	0,3719	0,9283	0,4006	2,4960	1,1897		10
			27	11	34	209			
22	0	0,3840	0,3746	0,9272	0,4040	2,4751	1,1868	68	0
	10	0,3869	0,3773	0,9261	0,4074	2,4545	1,1839		50
	20	0,3898	0,3800	0,9250	0,4108	2,4342	1,1810		40
	30	0,3927	0,3827	0,9239	0,4142	2,4142	1,1781		30
	40	0,3956	0,3854	0,9228	0,4176	2,3945	1,1752		20
	50	0,3985	0,3881	0,9216	0,4210	2,3750	1,1723		10
			27	11	35	191			
23	0	0,4014	0,3907	0,9205	0,4245	2,3559	1,1694	67	0
	10	0,4043	0,3934	0,9194	0,4279	2,3369	1,1664		50
	20	0,4072	0,3961	0,9182	0,4314	2,3183	1,1636		40
	30	0,4102	0,3987	0,9171	0,4348	2,2998	1,1606		30
	40	0,4131	0,4014	0,9159	0,4383	2,2817	1,1577		20
	50	0,4160	0,4041	0,9147	0,4417	2,2637	1,1548		10
			26	12	35	177			
24	0	0,4189	0,4067	0,9135	0,4452	2,2460	1,1519	66	0
	10	0,4218	0,4094	0,9124	0,4487	2,2286	1,1490		50
	20	0,4247	0,4120	0,9112	0,4522	2,2113	1,1461		40
	30	0,4276	0,4147	0,9100	0,4557	2,1943	1,1432		30
	40	0,4305	0,4173	0,9088	0,4592	2,1775	1,1403		20
	50	0,4334	0,4200	0,9075	0,4628	2,1609	1,1374		10
			26	12	35	164			
25	0	0,4363	0,4226	0,9063	0,4663	2,1445	1,1345	65	0
	10	0,4392	0,4253	0,9051	0,4699	2,1283	1,1316		50
	20	0,4421	0,4279	0,9038	0,4734	2,1123	1,1286		40
	30	0,4451	0,4305	0,9026	0,4770	2,0965	1,1257		30
	40	0,4480	0,4331	0,9013	0,4806	2,0809	1,1228		20
	50	0,4509	0,4358	0,9001	0,4841	2,0655	1,1199		10
			26	13	36	152			
26	0	0,4538	0,4384	0,8988	0,4877	2,0503	1,1170	64	0
	10	0,4567	0,4410	0,8975	0,4913	2,0353	1,1141		50
	20	0,4596	0,4436	0,8962	0,4950	2,0204	1,1112		40
	30	0,4625	0,4462	0,8949	0,4986	2,0057	1,1082		30
	40	0,4654	0,4488	0,8936	0,5022	1,9912	1,1054		20
	50	0,4683	0,4514	0,8923	0,5059	1,9768	1,1025		10
			26	13	36	142			
27	0	0,4712	0,4540	0,8910	0,5095	1,9626	1,0996	63	0
Deg.	Min.							Deg.	Min.

ANGLE	ARC	COSINUS	SINUS	COTANG.	TANG.	ARC	ANGLE
ang. = 0° 1′	0°5′	135°	180°	225°	270°	315°	360°
arc = 0,0003	0,0015	2,3562	3,1416	3,9270	4,7124	5,4978	6,2832

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

ANGLE		ARC	SINUS	COSINUS	TANG.	COTANG.	ARC	ANGLE	
Deg.	Min.							Deg.	Min.
27	0	0,4712	0,4540	0,8910	0,5095	1,9626	1,0996	63	0
	10	0,4741	0,4566	0,8897	0,5132	1,9486	1,0966		50
	20	0,4771	0,4592	0,8884	0,5169	1,9347	1,0937		40
	30	0,4800	0,4617	0,8870	0,5206	1,9210	1,0908		30
	40	0,4829	0,4643	0,8857	0,5243	1,9074	1,0879		20
	50	0,4858	0,4669	0,8843	0,5280	1,8940	1,0850		10
			26	14	37	133			
28	0	0,4887	0,4695	0,8829	0,5317	1,8807	1,0821	62	0
	10	0,4916	0,4720	0,8816	0,5354	1,8676	1,0792		50
	20	0,4945	0,4746	0,8802	0,5392	1,8546	1,0763		40
	30	0,4974	0,4772	0,8788	0,5430	1,8418	1,0734		30
	40	0,5003	0,4797	0,8774	0,5467	1,8291	1,0705		20
	50	0,5032	0,4823	0,8760	0,5505	1,8165	1,0676		10
			25	14	38	125			
29	0	0,5061	0,4848	0,8746	0,5543	1,8040	1,0647	61	0
	10	0,5091	0,4874	0,8732	0,5581	1,7917	1,0617		50
	20	0,5120	0,4899	0,8718	0,5619	1,7796	1,0588		40
	30	0,5149	0,4924	0,8704	0,5658	1,7675	1,0559		30
	40	0,5178	0,4950	0,8689	0,5696	1,7556	1,0530		20
	50	0,5207	0,4975	0,8675	0,5735	1,7437	1,0501		10
			25	15	39	116			
30	0	0,5236	0,5000	0,8660	0,5774	1,7321	1,0472	60	0
	10	0,5265	0,5025	0,8646	0,5812	1,7205	1,0443		50
	20	0,5294	0,5050	0,8631	0,5851	1,7090	1,0414		40
	30	0,5323	0,5075	0,8616	0,5890	1,6977	1,0385		30
	40	0,5352	0,5100	0,8601	0,5930	1,6864	1,0356		20
	50	0,5381	0,5125	0,8587	0,5969	1,6753	1,0326		10
			25	15	40	110			
31	0	0,5411	0,5150	0,8572	0,6009	1,6643	1,0297	59	0
	10	0,5440	0,5175	0,8557	0,6048	1,6534	1,0268		50
	20	0,5469	0,5200	0,8542	0,6088	1,6426	1,0239		40
	30	0,5498	0,5225	0,8526	0,6128	1,6319	1,0210		30
	40	0,5527	0,5250	0,8511	0,6168	1,6212	1,0181		20
	50	0,5556	0,5275	0,8496	0,6208	1,6107	1,0152		10
			25	16	41	104			
32	0	0,5585	0,5299	0,8480	0,6249	1,6003	1,0123	58	0
	10	0,5614	0,5324	0,8465	0,6289	1,5900	1,0094		50
	20	0,5643	0,5348	0,8450	0,6330	1,5798	1,0065		40
	30	0,5672	0,5373	0,8434	0,6371	1,5697	1,0036		30
	40	0,5701	0,5398	0,8418	0 6412	1,5597	1,0007		20
	50	0,5730	0,5422	0,8403	0 6453	1,5497	0,9977		10
			24	16	41	98			
33	0	0,5760	0,5446	0,8387	0,6494	1,5399	0,9948	57	0
Deg.	Min.							Deg.	Min.

ANGLE	ARC	COSINUS	SINUS	COTANG.	TANG.	ARC	ANGLE
ang. = 0°1′	0°5′	135°	180°	225°	270°	315°	360°
arc = 0,0003	0,0015	2,3562	3,1416	3,9270	4,7124	5,4978	6,2832

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

ANGLE		ARC	SINUS	COSINUS	TANG.	COTANG.	ARC	ANGLE	
Deg.	Min.							Deg.	Min.
33	0	0,5760	0,5446	0,8387	0,6494	1,5399	0,9948	57	0
	10	0,5789	0,5471	0,8371	0,6536	1,5301	0,9919		50
	20	0,5818	0,5495	0,8355	0,6577	1,5203	0,9890		40
	30	0,5847	0,5519	0,8339	0,6619	1,5108	0,9861		30
	40	0,5876	0,5544	0,8323	0,6661	1,5013	0,9832		20
	50	0,5905	0,5568	0,8307	0,6703	1,4919	0,9803		10
			24	17	42	95			
34	0	0,5934	0,5592	0,8290	0,6745	1,4826	0,9774	56	0
	10	0,5963	0,5616	0,8274	0,6787	1,4733	0,9745		50
	20	0,5992	0,5640	0,8258	0,6830	1,4641	0,9716		40
	30	0,6021	0,5664	0,8241	0,6873	1,4550	0,9687		30
	40	0,6050	0,5688	0,8225	0,6916	1,4460	0,9657		20
	50	0,6080	0,5712	0,8208	0,6959	1,4370	0,9628		10
			24	17	43	89			
35	0	0,6109	0,5736	0,8192	0,7002	1,4281	0,9599	55	0
	10	0,6138	0,5760	0,8175	0,7046	1,4193	0,9570		50
	20	0,6167	0,5783	0,8158	0,7089	1,4106	0,9541		40
	30	0,6196	0,5807	0,8141	0,7133	1,4019	0,9512		30
	40	0,6225	0,5831	0,8124	0,7177	1,3934	0,9483		20
	50	0,6254	0,5854	0,8107	0,7221	1,3848	0,9454		10
			24	17	44	84			
36	0	0,6283	0,5878	0,8090	0,7265	1,3764	0,9425	54	0
	10	0,6312	0,5901	0,8073	0,7310	1,3680	0,9396		50
	20	0,6341	0,5925	0,8056	0,7355	1,3597	0,9367		40
	30	0,6370	0,5948	0,8039	0,7400	1,3514	0,9338		30
	40	0,6400	0,5972	0,8021	0,7445	1,3432	0,9308		20
	50	0,6429	0,5995	0,8004	0,7490	1,3351	0,9279		10
			23	18	46	81			
37	0	0,6458	0,6018	0,7986	0,7536	1,3270	0,9250	53	0
	10	0,6487	0,6041	0,7969	0,7581	1,3190	0,9221		50
	20	0,6516	0,6065	0,7951	0,7627	1,3111	0,9192		40
	30	0,6545	0,6088	0,7934	0,7673	1,3032	0,9163		30
	40	0,6574	0,6111	0,7916	0,7720	1,2954	0,9134		20
	50	0,6603	0,6134	0,7898	0,7766	1,2876	0,9105		10
			23	18	47	77			
38	0	0,6632	0,6157	0,7880	0,7813	1,2799	0,9076	52	0
	10	0,6661	0,6180	0,7862	0,7860	1,2725	0,9047		50
	20	0,6690	0,6202	0,7844	0,7907	1,2647	0,9018		40
	30	0,6720	0,6225	0,7826	0,7954	1,2572	0,8988		30
	40	0,6749	0,6248	0,7808	0,8002	1,2497	0,8959		20
	50	0,6778	0,6271	0,7790	0,8050	1,2423	0,8930		10
			23	19	48	74			
39	0	0,6807	0,6293	0,7771	0,8098	1,2349	0,8901	51	0
Deg.	Min.							Deg.	Min.

ANGLE	ARC	COSINUS	SINUS	COTANG.	TANG.	ARC	ANGLE
ang. = 0°1′	0°5′	135°	180°	225°	270°	315°	360°
arc = 0,0003	0,0015	2,3562	3,1416	3,9270	4,7124	5,4978	6,2832

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

ANGLE		ARC	SINUS	COSINUS	TANG.	COTANG.	ARC	ANGLE	
Deg.	Min.							Deg.	Min.
39	0	0,6807	0,6293	0,7771	0,8098	1,2349	0,8901	51	0
	10	0,6836	0,6316	0,7753	0,8146	1,2276	0,8872		50
	20	0,6865	0,6338	0,7735	0,8195	1,2203	0,8843		40
	30	0,6894	0,6361	0,7716	0,8243	1,2131	0,8814		30
	40	0,6923	0,6383	0,7698	0,8292	1,2059	0,8785		20
	50	0,6952	0,6406	0,7679	0,8342	1,1988	0,8756		10
			22	19	49	70			
40	0	0,6981	0,6428	0,7660	0,8391	1,1918	0,8727	50	0
	10	0,7010	0,6450	0,7642	0,8441	1,1847	0,8698		50
	20	0,7039	0,6472	0,7623	0,8491	1,1778	0,8668		40
	30	0,7069	0,6494	0,7604	0,8541	1,1708	0,8639		30
	40	0,7098	0,6517	0,7585	0,8591	1,1640	0,8610		20
	50	0,7127	0,6539	0,7566	0,8642	1,1571	0,8581		10
			22	19	51	67			
41	0	0,7156	0,6561	0,7547	0,8693	1,1504	0,8552	49	0
	10	0,7185	0,6583	0,7528	0,8744	1,1436	0,8523		50
	20	0,7214	0,6604	0,7509	0,8796	1,1369	0,8494		40
	30	0,7243	0,6626	0,7490	0,8847	1,1303	0,8465		30
	40	0,7272	0,6648	0,7470	0,8899	1,1237	0,8436		20
	50	0,7301	0,6670	0,7451	0,8952	1,1171	0,8407		10
			21	20	52	65			
42	0	0,7330	0,6691	0,7431	0,9004	1,1106	0,8378	48	0
	10	0,7359	0,6713	0,7412	0,9057	1,1041	0,8348		50
	20	0,7389	0,6734	0,7392	0,9110	1,0977	0,8319		40
	30	0,7418	0,6756	0,7373	0,9163	1,0913	0,8290		30
	40	0,7447	0,6777	0,7353	0,9217	1,0850	0,8261		20
	50	0,7476	0,6799	0,7333	0,9271	1,0786	0,8232		10
			21	20	54	62			
43	0	0,7505	0,6820	0,7314	0,9325	1,0724	0,8203	47	0
	10	0,7534	0,6841	0,7294	0,9380	1,0661	0,8174		50
	20	0,7563	0,6862	0,7274	0,9435	1,0599	0,8145		40
	30	0,7592	0,6884	0,7254	0,9490	1,0538	0,8116		30
	40	0,7621	0,6905	0,7234	0,9545	1,0477	0,8087		20
	50	0,7650	0,6926	0,7214	0,9601	1,0416	0,8058		10
			21	21	56	61			
44	0	0,7679	0,6947	0,7193	0,9657	1,0355	0,8029	46	0
	10	0,7709	0,6967	0,7173	0,9713	1,0295	0,7999		50
	20	0,7738	0,6988	0,7153	0,9770	1,0235	0,7970		40
	30	0,7767	0,7009	0,7133	0,9827	1,0176	0,7941		30
	40	0,7795	0,7030	0,7112	0,9884	1,0117	0,7912		20
	50	0,7824	0,7050	0,7092	0,9942	1,0058	0,7883		10
			21	21	58	58			
45	0	0,7854	0,7071	0,7071	1,0000	1,0000	0,7854	45	0
Deg.	Min.							Deg.	Min.

ANGLE	ARC	COSINUS	SINUS	COTANG.	TANG.	ARC	ANGLE
ang. = 0°1′	0°5′	135°	180°	225°	270°	315°	360°
arc = 0,0003	0,0015	2,3562	3,1416	3,9270	4,7124	5,4978	6,2832

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

PREMIÈRE TABLE DE NOMBRES DU CONSTRUCTEUR.

n	$\frac{1}{n}$	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\frac{1}{\sqrt{n}}$	$\sqrt[3]{n}$	$\frac{1}{\sqrt[3]{n}}$	$\sqrt[4]{n}$	$\frac{1}{\sqrt[4]{n}}$
0,30	3,333	0,090	0,027	0,548	1,825	0,669	1,495	0,740	1,351
0,375	2,667	0,141	0,053	0,612	1,634	0,721	1,387	0,783	1,277
0,60	1,667	0,360	0,216	0,775	1,291	0,843	1,186	0,880	1,136
0,625	1,600	0,391	0,244	0,791	1,265	0,855	1,170	0,889	1,125
0,70	1,429	0,490	0,343	0,837	1,195	0,888	1,126	0,915	1,093
0,75	1,333	0,563	0,422	0,866	1,155	0,909	1,100	0,931	1,074
0,875	1,143	0,766	0,670	0,935	1,070	0,956	1,047	0,974	1,024
0,90	1,111	0,810	0,729	0,949	1,054	0,965	1,036	0,987	1,013
1,10	0,909	1,210	1,331	1,049	0,953	1,032	0,969	1,024	0,976
1,2	0,833	1,440	1,728	1,095	0,913	1,063	0,941	1,047	0,955
1,25	0,800	1,563	1,953	1,118	0,894	1,077	0,928	1,054	0,946
1,50	0,667	2,250	3,375	1,225	0,816	1,145	0,874	1,105	0,904
1,75	0,571	3,063	5,360	1,323	0,756	1,205	0,830	1,149	0,869
2,0	0,500	4,0	8,0	1,414	0,707	1,260	0,794	1,189	0,841
2,25	0,444	5,063	11,391	1,500	0,667	1,310	0,763	1,225	0,816
2,50	0,400	6,250	15,625	1,581	0,632	1,357	0,737	1,257	0,795
2,75	0,364	7,563	20,797	1,658	0,603	1,401	0,714	1,286	0,777
3,0	0,333	9,0	27,0	1,732	0,577	1,442	0,693	1,318	0,759
3,25	0,308	10,563	34,328	1,803	0,555	1,481	0,675	1,342	0,745
3,50	0,286	12,250	42,875	1,871	0,535	1,518	0,659	1,368	0,731
3,75	0,267	14,063	52,734	1,936	0,516	1,554	0,644	1,392	0,719
4,0	0,250	16,0	64,0	2,0	0,500	1,587	0,630	1,414	0,707
4,5	0,222	20,250	91,125	2,121	0,471	1,651	0,604	1,457	0,687
5,0	0,200	25,0	125,0	2,236	0,447	1,710	0,585	1,495	0,669
5,5	0,182	30,250	166,375	2,345	0,426	1,764	0,567	1,531	0,653
6,0	0,167	36,0	216,0	2,450	0,408	1,817	0,551	1,565	0,639
6,5	0,154	42,25	274,625	2,550	0,392	1,866	0,536	1,597	0,626
7,0	0,143	49,0	343,0	2,646	0,378	1,913	0,523	1,627	0,615
7,5	0,133	56,250	421,875	2,739	0,365	1,957	0,510	1,655	0,604
8,0	0,125	64,0	512,0	2,828	0,354	2,0	0,500	1,682	0,595

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

n	$\frac{1}{n}$	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\frac{1}{\sqrt{n}}$	$\sqrt[3]{n}$	$\frac{1}{\sqrt[3]{n}}$	$\sqrt[4]{n}$	$\frac{1}{\sqrt[4]{n}}$
8,5	0,118	72,250	614,125	2,915	0,343	2,041	0,490	1,708	0,586
9,0	0,111	81,0	729,0	3,000	0,333	2,080	0,481	1,732	0,577
9,5	0,105	90,250	857,375	3,082	0,324	2,118	0,472	1,756	0,570
10	0,100	100,0	1000,0	3,162	0,317	2,154	0,464	1,778	0,562
11	0,091	121,0	1331,0	3,317	0,302	2,224	0,446	1,821	0,549
12	0,083	144	1728	3,464	0,289	2,289	0,436	1,860	0,537
13	0,077	169	2197	3,606	0,277	2,351	0,425	1,899	0,527
14	0,071	196	2744	3,742	0,267	2,410	0,415	1,934	0,517
15	0,067	225	3375	3,873	0,258	2,466	0,405	1,968	0,508
16	0,063	256	4096	4,000	0,250	2,520	0,397	2,000	0,500
17	0,059	289	913	4,123	0,243	2,571	0,389	2,031	0,492
18	0,056	324	5832	4,243	0,236	2,621	0,381	2,060	0,486
19	0,053	361	6859	4,359	0,229	2,668	0,375	2,088	0,479
20	0,050	400	8000	4,472	0,224	2,714	0,368	2,115	0,473
50	0,020	2500	125000	7,071	0,141	3,684	0,271	2,659	0,376
100	0,010	10000	1000000	10,0	0,10	4,642	0,215	3,162	0,316
1000	0,001	1000000	1000000000	31,625	0,032	10,0	0,100	5,623	0,178
π = 3,142	0,318	9,870	31,006	1,772	0,564	1,465	0,683	1,331	0,751
2π = 6,285	0,159	39,478	248,050	2,507	0,400	1,845	0,542	1,583	0,632
$\frac{\pi}{2}$ = 1,571	0,637	2,467	3,878	1,253	0,798	1,162	0,860	1,120	0,893
$\frac{\pi}{3}$ = 1,047	0,955	1,097	1,148	1,023	0,977	1,015	0,985	1,012	0,989
$\frac{4}{3}\pi$ = 4,189	0,239	17,546	73,496	2,047	0,501	1,612	0,620	1,431	0,699
$\frac{\pi}{4}$ = 0,785	1,274	0,617	0,484	0,886	1,128	0,923	1,084	0,941	1,062
$\frac{\pi}{6}$ = 0,524	1,910	0,274	0,144	0,724	1,382	0,806	1,241	0,851	1,172
π^2 = 9,870	0,101	97,409	961,390	3,142	0,318	2,145	0,466	1,772	0,564
π^3 = 31,006	0,032	961,390	29809,910	5,568	1,796	3,142	0,318	2,360	0,424
$\frac{\pi}{32}$ = 0,098	10,186	0,0096	0,001	0,313	3,192	0,461	2,168	0,560	1,782
$\frac{3\pi}{16}$ = 0,589	1,698	0,347	0,204	0,768	1,303	0,858	1,193	0,876	1,142
g = 9,808	0,102	96,197	943,610	3,132	0,319	2,141	0,467	1,770	0,565
$2g$ = 19,616	0,051	384,888	7547,996	4,429	0,226	2,697	0,371	2,105	0,475

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

DEUXIÈME TABLE DE NOMBRES DU CONSTRUCTEUR.

n	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	n	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
0,01	0,10000	0,21544	0,26	0,50990	0,63825
0,02	0,14142	0,27144	0,27	0,51962	0,64633
0,03	0,17321	0,31072	0,28	0,52915	0,65421
0,04	0,20000	0,34200	0,29	0,53852	0,66191
0,05	0,22361	0,36840	0,30	0,54772	0,66943
0,06	0,24495	0,39149	0,31	0,55678	0,67679
0,07	0,26458	0,41213	0,32	0,56569	0,68399
0,08	0,28284	0,43089	0,33	0,57446	0,69104
0,09	0,30000	0,44814	0,34	0,58310	0,69795
0,10	0,31623	0,46416	0,35	0,59161	0,70473
0,11	0,33166	0,47914	0,36	0,60000	0,71138
0,12	0,34641	0,49324	0,37	0,60828	0,71791
0,13	0,36056	0,50658	0,38	0,61644	0,72432
0,14	0,37417	0,51925	0,39	0,62450	0,73061
0,15	0,38730	0,53133	0,40	0,63246	0,73681
0,16	0,40000	0,54288	0,41	0,64031	0,74290
0,17	0,41231	0,55397	0,42	0,64807	0,74889
0,18	0,42426	0,56462	0,43	0,65574	0,75478
0,19	0,43589	0,57489	0,44	0,66332	0,76059
0,20	0,44721	0,58480	0,45	0,67082	0,76631
0,21	0,45826	0,59439	0,46	0,67823	0,77194
0,22	0,46904	0,60368	0,47	0,68557	0,77750
0,23	0,47958	0,61269	0,48	0,69282	0,78297
0,24	0,48990	0,62145	0,49	0,70000	0,78837
0,25	0,50000	0,62996	0,50	0,70711	0,79370

$\sin 30^0 = \cos 60^0 = \frac{1}{2}$; $\cos 30^0 = \sin 60^0 = \frac{1}{2}\sqrt{3} = 0{,}8660$;

$\sin 75^0 = \cos 15^0 = 0{,}9659$; $tg\ 30^0 = cotg\ 60^0 = \frac{1}{3}\sqrt{3} = 0{,}5773$;

$\cos 75^0 = \sin 15^0 = 0{,}2588$; $cotg\ 30^0 = tg\ 60^0 = \sqrt{3} = 1{,}7321$.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

n	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	n	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
0,51	0,71414	0,79896	0,76	0,87178	0,91258
0,52	0,72111	0,80415	0,77	0,87750	0,91657
0,53	0,72801	0,80927	0,78	0,88318	0,92052
0,54	0,73485	0,81433	0,79	0,88882	0,92443
0,55	0,74162	0,81932	0,80	0,89443	0,92832
0,56	0,74833	0,82426	0,81	0,90000	0,93217
0,57	0,75498	0,82913	0,82	0,90554	0,93599
0,58	0,76158	0,83396	0,83	0,91104	0,93978
0,59	0,76811	0,83872	0,84	0,91652	0,94354
0,60	0,77460	0,84343	0,85	0,92195	0,94727
0,61	0,78102	0,84809	0,86	0,92736	0,95097
0,62	0,78740	0,85270	0,87	0,93274	0,95464
0,63	0,79373	0,85726	0,88	0,93808	0,95828
0,64	0,80000	0,86177	0,89	0,94340	0,96190
0,65	0,80623	0,86624	0,90	0,94868	0,96549
0,66	0,81240	0,87066	0,91	0,95394	0,96905
0,67	0,81854	0,87503	0,92	0,95917	0,97259
0,68	0,82462	0,87937	0,93	0,96437	0,97610
0,69	0,83066	0,88366	0,94	0,96954	0,97959
0,70	0,83666	0,88790	0,95	0,97468	0,98305
0,71	0,84261	0,89211	0,96	0,97980	0,98648
0,72	0,84853	0,89628	0,97	0,98489	0,98990
0,73	0,85440	0,90041	0,98	0,98995	0,99329
0,74	0,86023	0,90450	0,99	0,99499	0,99666
0,75	0,86603	0,90856	1,00	1,00000	1,00000

$$n = \frac{60.75.1000}{2\pi} = 716198\,;\quad \frac{l}{n} = 0{,}000001396\,;\quad log.\ n. = 5{,}8550332\,;$$

$$\sqrt{n} = 846{,}285\,;\quad \sqrt[3]{n} = 89{,}470\,;\quad \sqrt[4]{n} = 29{,}091\,;\quad log.\ \pi = 0{,}4971499\,;$$

$$\frac{1}{\sqrt{n}} = 0{,}001182\,;\quad \frac{1}{\sqrt[3]{n}} = 0{,}001176\,;\quad \frac{1}{\sqrt[4]{n}} = 0{,}934576\,;\quad log.\ g = 0{,}9915805.$$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Table de formules trigonométriques.

1. $Sin\ (\alpha \pm \beta) = sin\ \alpha\ cos\ \beta \pm cos\ \alpha\ sin\ \beta.$
2. $Cos\ (\alpha \pm \beta) = cos\ \alpha\ cos\ \beta \mp sin\ \alpha\ sin\ \beta.$
3. $Sin\ 2\ \alpha = 2\ sin\ \alpha\ cos\ \alpha.$
4. $Sin\ 3\ \alpha = 3\ sin\ \alpha - 4\ sin^3\ \alpha = sin\ \alpha\ (4\ cos^2\ \alpha - 1).$
5. $Cos\ 2\ \alpha = cos^2\ \alpha - sin^2\ \alpha = 2\ cos^2\ \alpha - 1 = 1 - 2\ sin^2\ \alpha.$
6. $Cos\ 3\ \alpha = 4\ cos^3\ \alpha - 3\ cos\ \alpha = cos\ \alpha\ (1 - 4\ sin^2\ \alpha).$
7. $Sin\ \alpha + sin\ \beta = 2\ sin\ \frac{\alpha + \beta}{2}\ cos\ \frac{\alpha - \beta}{2}.$
8. $Sin\ \alpha - sin\ \beta = 2\ cos\ \frac{\alpha + \beta}{2}\ sin\ \frac{\alpha - \beta}{2}.$
9. $Cos\ \alpha + cos\ \beta = 2\ cos\ \frac{\alpha + \beta}{2}\ cos\ \frac{\alpha - \beta}{2}.$
10. $Cos\ \alpha - cos\ \beta = 2\ sin\ \frac{\alpha + \beta}{2}\ sin\ \frac{\beta - a}{2}.$
11. $Sin^2\ \alpha = {}^1/_2\ (1 - cos\ 2\ \alpha).$
12. $Cos^2\ \alpha = {}^1/_2\ (1 + cos\ 2\ \alpha).$
13. $Sin^3\ \alpha = {}^1/_4\ (3\ sin\ \alpha - sin\ 3\alpha).$
14. $Cos^3\ \alpha = {}^1/_4\ (3\ cos\ \alpha + cos\ 3\alpha).$
15. $Tang\ (\alpha \pm \beta) = \frac{tang\ \alpha \pm tang\ \beta}{1 \mp tang\ \alpha\ tang\ \beta}.$
16. $Cotang\ (\alpha \pm \beta) = \frac{cotang\ \alpha\ cotang\ \beta \mp 1}{\pm cotang\ \alpha + cotang\ \beta}.$
17. $Tang\ 2\ \alpha = \frac{2\ tang\ \alpha}{1 - tang^2\ \alpha}.$
18. $Cotang\ 2\ \alpha = \frac{cotang^2\ \alpha - 1}{2\ cotang\ \alpha}.$
19. $Tang\ \alpha = \sqrt{\frac{1 - cos\ 2\ \alpha}{1 + cos\ 2\ \alpha}} = \frac{sin\ 2\ \alpha}{1 + 2\ cos\ \alpha} = \frac{2\ tang\ \alpha/_2}{1 - tang^2\ \alpha/_2}.$
20. $Cotang\ \alpha = \sqrt{\frac{1 + cos\ 2\ \alpha}{1 - cos\ 2\ \alpha}} = \frac{sin\ 2\ \alpha}{1 - cos\ 2\ \alpha} = \frac{cotang^2\ \alpha/_2 - 1}{2\ cotang\ \alpha/_2}.$
21. $Tang\ \alpha \pm tang\ \beta = \frac{sin\ (\alpha \pm \beta)}{cos\ \alpha\ cos\ \beta}.$
22. $Cotang\ \alpha \pm cotang\ \beta = \frac{sin\ (\beta \pm \alpha)}{sin\ \alpha\ sin\ \beta}.$
23. $\frac{Sin\ \alpha + sin\ \beta}{Sin\ \alpha - sin\ \beta} = \frac{tang\ {}^1/_2\ (\alpha + \beta)}{tang\ {}^1/_2\ (\alpha - \beta)}.$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

TABLE DES MATIÈRES

PREMIÈRE PARTIE

RÉSISTANCE DES MATÉRIAUX

§ 1. Observations préliminaires. 1
2. Coefficients de résistance. 3
3. Résistance à la traction et à la compression. 4
4. Solides d'égale résistance à la traction et à la compression. 5
5. Résistance transversale de glissement ou de cisaillement. 7
6. Résistance à la flexion. 7
7. Tables de sections. 14
8. Valeur de la tension. 24
9. Sections d'égale résistance. 25
10. Solides d'égale résistance à la flexion. 27
11. Résistance au glissement dans la couche neutre. 32
12. Poutres à charge commune. 34
13. Résistance à la torsion. 35
14. Moment d'inertie polaire et module de section. 40
15. Solides d'égale résistance à la torsion. 41
16. Résistance de pièces chargées debout. 42
17. Formes d'égale résistance pour les pièces chargées debout. 46
18. Résistance composée. 47
19. Résistance des enveloppes. 50
20. Calcul des ressorts. 61

DEUXIÈME PARTIE

NOTIONS DE GRAPHOSTATIQUE

§ 21. Considérations préliminaires. 75
22. Multiplication des lignes. 76
23. Division des lignes. 80
24. Multiplication et division combinées. 81
25. Surface du triangle. 82
26. Surface des polygones à quatre côtés. 84
27. Surface des polygones quelconques. 85
28. Puissances des lignes. 86
29. Puissances des fonctions trigonométriques. 90
30. Extraction des racines. 91
31. Addition et soustraction des forces. 92
32. Résultante d'un système de forces. 93
33. Forces agissant dans un plan. — Polygone articulé. 94
34. Équilibre des forces extérieures dans le polygone articulé. 96
35. Équilibre des forces intérieures dans le polygone articulé 101
36. Résultante d'un système de forces agissant dans un plan. 103
37. Conditions d'équilibre de forces agissant dans un plan. 104
38. Couples. 106
39. Équilibre de trois forces parallèles. 109
40. Résultante d'un nombre quelconque de forces parallèles. 112
41. Décomposition de forces en deux ou plusieurs forces parallèles. 114
42. Forces parallèles uniformément réparties. 118
43. Moments statiques des forces parallèles. 119
44. Composition et décomposition des moments statiques. 121
45. Composition graphique des moments de torsion et de flexion. 122

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 46. Détermination du centre de gravité au moyen du plan des forces. 123
47. Résultante des actions de l'eau dans une roue hydraulique. 125
48. Plans des forces dans les charpentes. 128
49. Plans des forces pour les poutres armées. 129
50. Plans des forces pour les fermes. 133
51. Plan des forces d'une ferme, en tenant compte du vent. 139
52. Plan des forces pour une pièce en treillis, libre à une extrémité. 142
53. Observations finales. 145

TROISIÈME PARTIE

CONSTRUCTION DES ÉLÉMENTS DE MACHINES

CHAP. I. — RIVURES.

§ 54. Rivets. 147
55. Résistance des rivures. 150
56. Table et échelle de proportions pour les rivures de force. 153
57. Rivures de force, avec disposition convergente des rivets. 155
58. Rivures de chaudières à vapeur. 158
59. Table relative aux rivures de chaudières à vapeur. 160
60. Table des poids des plaques métalliques. 164
61. Autres formes d'assemblages à rivets. 165

CHAP. II. — FRETTAGES ET CALAGES.

§ 62. Frettages et calages à chaud. 169
63. Frettages et calages à froid. 171
64. Tableau relatif aux pressions de calage dans les chemins de fer. 174
65. Calcul des dimensions des anneaux calés à froid. 177

CHAP. III. — CLAVETAGES.

§ 66. Clavette d'assemblage. 179
67. Assemblages à clavettes transversales. 181
68. Assemblages à clavettes longitudinales. 183
69. Assemblages à clavettes de hauteur 185
70. Assemblages à clavettes dans les hélices de navires. 185
71. Clavetages sans charge. 188
72. Dispositifs de sûreté pour les clavettes. 189

CHAP. IV. — BOULONS ET ASSEMBLAGES A BOULONS.

§ 73. Principes géométriques de la vis à écrou. 191
74. Dimensions des filets dans les vis à filets triangulaires. 192
75. Système de filets de Whitworth. 194
76. Système de filets de Sellers. 197
77. Systèmes de filets métriques. 199
78. Systèmes de Delille et de la Société des Ingénieurs de Saarbrouck. 200
79. Nouveaux systèmes proposés. 203
80. Écrous, rondelles, têtes de boulons. 206
81. Table et échelle de proportions pour les boulons. 207
82. Table des poids des barres de fer rond. 210
83. Types divers de boulons de fixation. 212
84. Clefs de boulons. 214
85. Dispositifs de sûreté pour les boulons. 215
86. Filets carrés et trapézoïdaux. — Vis de pression. — Vis élargies. 221
87. Assemblages par boulons. Assemblages à rebords. 224
88. Assemblages à boulons sans charge. 231

CHAP. V. — TOURILLONS.

§ 89. Des différentes espèces de tourillons. 234

A. Tourillons à charge transversale.

90. Calcul des tourillons frontaux. 234
91. Tableau et exemples relatifs aux tourillons frontaux. 238
92. Tourillons intermédiaires ou à collets. 241

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 93. Tourillons à fourchette. 242
94. Tourillons de charge dans les articulations à lames. 243
95. Demi-tourillons. 244
96. Frottement des tourillons de charge. 245

B. *Tourillons d'appui ou pivots.*

97. Calcul des tourillons d'appui. 249
98. Frottement d'un pivot terminé par une surface plane. 254
99. Tourillons d'appui à collets 255
100. Tourillons à cannelures. 255
101. Articulation à lames comme tourillon d'appui 257
102. Assemblages de tourillons. 259

CHAP. VI. — SUPPORTS DE TOURILLONS.

§ 103. Dispositions et dimensions. 261

A. *Paliers pour tourillons de charge.*

104. Palier horizontal. 262
105. Echelle de proportions pour les paliers horizontaux. 264
106. Des différentes formes de coussinets. 265
107. Palier sans patin. — Grand palier horizontal. 267
108. Palier horizontal avec coussinet inférieur mobile. 268
109. Palier horizontal articulé. 269
110. Palier horizontal à trois coussinets. 273
111. Palier à chevalet. 276
112. Palier-console. 276
113. Palier à fourchette. 279
114. Palier frontal. 280
115. Paliers de suspension ou chaises. 281
116. Chaises à rotule. 285
117. Dispositifs particuliers de paliers de charge. 287

B. *Paliers d'appui.*

118. Crapaudine à patin horizontal. 291
119. Crapaudine avec plaque de fixation verticale. 292
120. Crapaudine à grain mobile. 293
121. Paliers d'appui avec grain en bois. 294
122. Paliers à cannelures. 296
123. Exemples de paliers à cannelures exécutés. 301

CHAP. VII. — SUPPORTS OU BATIS DE PALIERS.

§ 124. Généralités sur les bâtis de paliers. 304
125. Bâti simple. 305
126. Bâtis de paliers composés. 308
127. Calcul des colonnes métalliques. 318
128. Dispositions des colonnes métalliques. 326

CHAP. VIII. — AXES OU ESSIEUX.

§ 129. Division des Essieux. 333

A. *Sections de forme circulaire.*

130. Essieu simple à fuseaux égaux. 334
131. Essieu simple à fuseaux inégaux. 335
132. Calcul graphostatique d'un essieu simple. 337
133. Diagramme d'épreuve 340
134. Essieu chargé en deux points. 342
135. Arbre soumis à deux efforts obliques. — Essieu de wagon. 345
136. Arbre chargé en un nombre de points égal ou supérieur à trois. 350
137. Arbre soumis à des forces situées dans des plans différents. 352

B. *Arbres à sections de formes complexes.*

138. Section annulaire. 353
139. Section en croix et section étoilée. 353
140. Arbre à nervures terminées par un rebord. 356
141. Arbres composés pour roues hydrauliques. 357
142. Tracé des profils des nervures. 358
143. Arbres en bois. 359

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

CHAP. IX. — ARBRES DE TRANSMISSION.

§ 144. Calcul des arbres cylindriques. 361
145. Arbres en fer forgé. 364
146. Arbres de transmission des machines. 365
147. Calcul de l'angle de torsion d'un arbre. 368
148. Tourillons de rotation des arbres de transmission. 370
149. Sections composées. — Arbres en bois. 371
150. Arbres chargés. 372

CHAP. X. — ASSEMBLAGES OU ACCOUPLEMENTS D'ARBRES.

§ 151. Division des accouplements. 375
152. I. Accouplements fixes par manchons. 375
153. II. Accouplements mobiles. — Des différents modes de mobilité. 381
154. Accouplements mobiles longitudinalement et transversalement. 381
155. Accouplements articulés. 383
156. III. Manchons d'embrayage. — Manchons à dents 390
157. Manchons à friction. 394
158. Manchons d'accouplement pour machines motrices. 404

CHAP. XI. — LEVIERS SIMPLES.

§ 159. Tourillons de leviers. 407
160. Fixation des tourillons de leviers. 408
161. Axes et moyeux de leviers. 409
162. Bras de leviers à section rectangulaire. 412
163. Sections de bras de leviers composées. 414
164. Table pour la transformation des sections de bras rectangulaires. 415

CHAP. XII. — MANIVELLES.

§ 165. Des différentes espèces de manivelles. 417
166. Manivelles en fer. 417
167. Application de la graphostatique au calcul d'une manivelle. 418
168. Manivelle en fonte. 421
169. Contre-manivelle. 422
170. Calcul graphostatique de la contre-manivelle. 423
171. Arbres à un seul coude. 426
172. Arbres à coudes multiples. — Arbres de locomotives. 432
173. Excentriques. 440
174. Manivelles à main. 442

CHAP. XIII. — LEVIERS COMPOSÉS.

§ 175. Des différentes espèces de leviers composés. 443
176. Balanciers. 443
177. Ponts-bascules. 450

CHAP. XIV. — BIELLES.

§ 178. Éléments des bielles. 452
179. Tête de bielle pour tourillon frontal. 452
180. Têtes de bielles pour tourillons à fourchette. 459
181. Têtes de bielles pour tourillons intermédiaires. 465
182. Corps de bielles à section circulaire. 468
183. Corps de bielles à section rectangulaire. 472
184. Corps de bielles à nervures et à ailettes. 476
185. Bielles en fer et en fonte. 478

CHAP. XV. — TRAVERSES.

§ 186. Des différentes espèces de traverses. 481
187. Traverses à mouvement libre. 481
188. Traverses avec guides à articulations. 483
189. Traverses guidées par des glissières. 484
190. Glissières. 494

CHAP. XVI. — ROUES A FROTTEMENT.

§ 191. Classification des roues. 498
192. Deux modes d'emploi des roues à frottement. 499

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 193. Roues à friction à axes parallèles. 499
194. Roues à friction pour axes concourants. 503
195. Roues à friction avec axes se croisant sans se couper. 508
196. Roues à coins. 509
197. Modes d'emploi particuliers des roues à friction. 511
198. Rouleaux de friction. — Roues mobiles. — Galets de roulement. 514

CHAP. XVII. — ROUES DENTÉES.

§ 199. Disposition des roues dentées. 519

A. *Denture des roues droites.*

200. Généralités sur les dents des roues droites. 520
201. Rayon du cercle primitif. 522
202. Table relative au rayon du cercle primitif. 524
203. Problème général du tracé des dents. 525
204. De l'engrènement des dents. 528
205. Courbes cycliques. 530
206. Tracé des courbes cycliques 531
207. Profils des dents des roues d'assortiment. 532
208. Tracé des arcs de cycloïdes par arcs de cercles. 534
209. Dentures à développantes pour roues d'assortiment. 535
210. Denture à point. 537
211. Roues boucliers avec denture à point. 541
212. Dentures mixtes. — Denture à cames. 543
213. Frottement des dents dans les engrenages droits. 546
214. Avantages et inconvénients des différents systèmes de dentures. 549

B. *Tracés des dents des roues coniques.*

215. Généralités sur les dents des roues coniques 550
216. Roues auxiliaires des roues coniques 552
217. Roue plane 554

C. *Engrenages hyperboloïdes.*

218. Corps primitifs des engrenages hyperboloïdes 555
219. Denture des engrenages hyperboloïdes 559

D. *Engrenages héliçoïdaux.*

220. Roues cylindriques à dents héliçoïdales 560
221. Roues héliçoïdales de forme approchée 563
222. Denture des roues héliçoïdales. Frottement 568
223. Roues héliçoïdales coniques. 574
224. Roues héliçoïdales globiques 575

E. *Calcul des pas et largeur des dents d'engrenages.*

225. Division des engrenages. Section des dents. 582
226. Pas et largeur des dents d'engrenages à faible vitesse. 585
227. Table relative aux engrenages en fonte à faible vitesse 589
228. Pas et largeur des dents des engrenages de transmissions 590
229. Renseignements sur les tableaux. 598

F. *Dimensions du corps des roues dentées.*

230. Couronne d'une roue dentée 600
231. Bras d'une roue dentée 602
232. Table relative aux dimensions des bras des roues dentées 603
233. Moyeu d'une roue dentée. 604
234. Poids des roues dentées 605

CHAP. XVIII. — DÉTENTES.

§ 235. Des principaux genres de détentes et de leurs usages 606
236. Détentes courantes à dents 608
237. Appui des dents d'arrêt sur les cliquets 612
238. Flancs courants sur dent et cliquet 615
239. Détentes à sauts ou à bascule 616
240. Dispositifs de clôture. Détentes muettes. 617
241. Autres formes des roues d'arrêt 619
242. Détentes fractionnées courantes 621
243. Détentes à échelons ou à degrés 624

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 244. Détentes à repos dentées 628
245. Détentes de précision. 633
246. Conception générale des détentes à dents 634
247. Dimensions des différentes pièces d'une détente 636
248. Détentes à frottement courantes 637
249. Détentes courantes à arc-boutement 644
250. Allègement des détentes à friction courantes 648
251. Détentes à friction à repos 649
252. Retendoirs 651
253. Arrêtoirs 657
254. Avançoirs avec détentes courantes à dents 660
255. Avançoirs dérivés de la détente à dents à repos. 663
256. Serroirs 666
257. Echappoirs. Des différents genres d'échappoirs 672
258. Echappoirs à marche uniforme. 672
259. Echappoirs périodiques. 682
260. Echappoirs régleurs 685
261. Généralisation des mécanismes de détentes. 688

CHAP. XIX. — ORGANES DE TRACTION COMME ÉLÉMENTS DE MACHINES

§ 262. Des différentes espèces d'organes de traction 693
263. Modes d'utilisation des organes de traction. 693
264. Applications technologiques des organes de traction 719
265. Frottement des cordes. 721
266. Cordages à fibres 725
267. Câbles métalliques 728
268. Poids des câbles métalliques et de son influence 735
269. Raideur des cordes et des câbles. 736
270. Assemblages de câbles. Tampons de câbles 738
271. Chaînes fixes. 741
272. Chaînes mobiles. 743
273. Calcul des chaînes à maillons et à articulations. 744
274. Longueur des fers et poids des chaînes 747
275. Assemblages de chaînes. 748
276. Tambours et poulies de chaînes 752
277. Détentes des organes de traction. 755

CHAP. XX. TRANSMISSIONS PAR COURROIES

§ 278. Transmissions par courroies se guidant elles-mêmes 756
279. Transmissions par courroies avec poulies guides. 758
280. Poulies fixes et folles 765
281. Poulies étagées 768
282. Section d'une courroie. Effet spécifique. 772
283. Exemples de transmissions par courroies 775
284. Assemblages ou jonctions de courroies 777
285. Construction des poulies de courroies. 779
286. Perte d'effet dans la transmission par courroie 785

CHAP. XXI. — TRANSMISSIONS PAR CABLES

§ 287. Des différentes espèces de transmissions par câbles. 786

A. *Transmission par câbles en chanvre.*

288. Effet spécifique. Section du câble 787
289. Perte d'effet dans la transmission par câble en chanvre. 789
290. Pression sur les cordes en chanvre. Usure. 791

B. *Transmission par câbles en coton.*

291. Emplois de la transmission par câbles en coton. 792

C. *Transmission par câbles métalliques.*

292. Effet spécifique. Section du câble 794
293. Influence du rayon des poulies 795
294. Flèches des câbles. 798
295. Câble à tension renforcée. 805
296. Transmission pour un faible écartement des poulies. 806
297. Transmission par câble inclinée. 806

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 298. Tracé des courbes de câbles 809
299. Disposition des poulies guides, supports et intermédiaires 810
300. Construction des poulies de câbles 813
301. Construction des piliers de stations 818
302. Perte d'effet dans la transmission par câble métallique 825
303. Dispositions pour grandes transmissions par câbles 826

CHAP. XXII. — TRANSMISSIONS PAR CHAINES. FREINS

§ 304. Effet spécifique de la transmission par chaîne 849
305. Pertes d'effet dans la transmission par chaîne 854
306. Stations intermédiaires et de partage 856
307. Freins à colliers 859
308. Freins à chaînes 864
309. Freins à collier et à roue creuse 865

CHAP. XXIII. — ORGANES DE PRESSION COMME ÉLÉMENTS DE MACHINES

§ 310. Des différentes espèces d'organes de pression 867
311. Modes d'utilisation des organes de pression 868
312. Guidage des organes de pression 868
313. Dispositifs de guidage pour organes de pression 873
314. Biefs des organes de pression 876
315. Entraînement des organes de pression 881

A. *Cursoirs avec organes de pression.*

§ 316. Cursoirs dans lesquels l'organe de pression actionne par son poids 883
317. Cursoirs dans lesquels l'organe de pression actionne par sa force vive 885
318. Cursoirs dans lesquels l'organe de pression est actionné de manière à surmonter directement son poids 888
319. Cursoirs dans lesquels l'organe de pression est actionné par communication de force vive 893
320. Cursoirs dans lesquels le porteur de l'organe recevant l'impulsion est actionné. 896

B. *Mécanismes de détentes avec organes de pression.*

321. Avançoirs de fluides dérivés de la détente courante 898
322. Avançoirs de fluides dérivés de la détente à repos 907
323. Echappoirs pour organes de pression 914

A. *Echappoirs de force non périodiques à organes de pression.*

324. Echappoirs de fluides pour transport de charges 915
325. Echappoirs hydrauliques dans les machines de transformation 921
326. Echappoirs à organes de pression pour déplacement de fluides 922

B. *Echappoirs de force périodiques à organes de pression.*

327. Machines motrices orthodromiques 924
328. Machines orthodromiques avec commande à distance 939
329. Machines orthodromiques avec rotation auxiliaire 941
330. Machines à rotation. Distributions 943

C. *Echappoirs régleurs comme échappoirs de force.*

331. Distributions à régleurs pour machines orthodromiques 956
332. Distributions à régleurs pour machines à rotation 960

D. *Cursoirs et échappoirs comme appareils de mesure.*

333. Cursoirs pour la mesure des fluides 965
334. Echappoirs pour la mesure des fluides 968
335. Applications technologiques des organes de pression 970

CHAP. XXIV. — CONDUITES POUR ORGANES DE PRESSION

§ 336. Formules empiriques pour les épaisseurs de tuyaux en fonte 977
337. Table relative aux poids des tuyaux en fonte 979
338. Tuyaux en fonte soumis à une forte pression 980
339. Tuyaux en fer et en acier 985
340. Conduites de vapeur 990
341. Tuyaux en cuivre et en autres matières 995
342. Résistances au mouvement dans les tuyaux 996

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

§ 343. Assemblages pour tuyaux en fonte 1005
344. Assemblages pour tuyaux en fer et en acier 1010
Filets américains pour manchons de tuyaux. 1012
Filets métriques proposés pour manchons de tuyaux 1014
345. Assemblages de tuyaux en plomb. Assemblages mixtes 1020
346. Tuyaux flexibles 1022
347. Pistons à disques 1025
348. Pistons plongeurs et boîtes à étoupes 1028
349. Pistons à clapets. 1033
350. Calcul des tiges de pistons 1034
351. Effets spécifiques des trains à organes de pressions 1036
352. Transmission cyclique et transmission linéaire par tuyaux 1039
353. Effet spécifique des arbres de transmission. 1043
354. Valeurs spécifiques des transmissions à grande distance. 1047

CHAP. XXV. — RÉSERVOIRS DANS LES BIEFS POUR ORGANES DE PRESSION

§ 355. Des différentes espèces de réservoirs 1053
356. Réservoirs en fonte. 1053
357. Réservoirs rivetés 1055
358. Réservoir avec fond renversé 1060
359. Formes de réservoirs composées 1065
360. Réservoirs à haute pression ou accumulateurs. 1068
361. Chaudières à vapeur. Des divers genres de construction. 1071
362. Eléments de chaudières soumis à une pression intérieure 1075
363. Tubes de chaudières soumis à une pression extérieure 1083
364. Etat actuel de la construction des chaudières à vapeur 1087
365. Biefs d'air et de gaz 1098
366. Réservoirs pour autres biefs. 1100

CHAP. XXVI. — DÉTENTES DES ORGANES DE PRESSION OU OBTURATEURS

§ 367. Classification des obturateurs. 1102

A. *Valves à levée.*

368. Valves à articulations ou clapets 1105
369. Soupapes rondes automatiques 1109
370. Surpression des soupapes à levée automatiques 1115
371. Pression de fermeture des soupapes à levée automatiques. 1119
372. Soupapes à levée désmodromiques pour pompes 1122
373. Soupapes à levée à mouvement héliçoïdal 1124
374. Valves à levée déchargées 1125

B. *Valves à glissement.*

375. Robinets et tiroirs à rotation 1131
376. Tiroirs plans pour conduites ouvertes et fermées. 1134
377. Tiroirs à vapeur 1136
378. Tiroirs déchargés. 1145
379. Valves fluides 1154
380. Valves inactives 1160
381. Eléments inactifs de machines en général 1162

QUATRIÈME PARTIE

TABLES ET FORMULES MATHEMATIQUES

§ 382. Courbes, surfaces et volumes. 1164
385. Lignes trigonométriques. 1180
Tables de nombres du constructeur 1188
Formules trigonométriques. 1192

17553. — Imprimerie A. Lahure, rue de Fleurus, 9, à Paris.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1