INTRODUCTION

A L'ÉTUDE DE

L'ÉLECTRICITÉ STATIQUE.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

PARIS. — IMPRIMERIE DE GAUTHIER-VILLARS,
10016 Quai des Grands-Augustins, 55.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

INTRODUCTION

A L'ÉTUDE DE

L'ÉLECTRICITÉ STATIQUE,

PAR

M. E. BICHAT,
Professeur
la Faculté des Sciences de Nancy.

M. R. BLONDLOT,
Maître de Conférences
à la Faculté des Sciences de Nancy.

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE
DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE,
SUCCESSEUR DE MALLET-BACHELIER,
Quai des Augustins, 55.

1885

(Tous droits réservés.)

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

PRÉFACE.

Le présent Ouvrage traite, comme l'indique son titre, de l'Électricité en équilibre. Dans la pensée des auteurs, il est destiné à établir une transition entre l'enseignement élémentaire et l'étude approfondie de la science; il contient le développement des questions d'Électricité statique qui peuvent être exigées des candidats à la licence ès sciences physiques.

Dans la partie théorique, on a développé les calculs indispensables pour l'intelligence des phénomènes, en laissant de côté les questions qui présentent un intérêt exclusivement mathématique.

Dans la partie expérimentale, on a donné la description des différents appareils en s'attachant surtout aux organes essentiels, de façon à en faire comprendre le fonctionnement, sans insister sur les détails de construction et de manipulation.

Il va sans dire qu'on a fait de nombreux emprunts aux Ouvrages spéciaux, entre autres à ceux de C. Maxwell, de Sir W. Thomson, de MM. Mascart et Joubert et de M. G. Wiedemann.

A côté de ces emprunts, on trouvera un certain nombre de raisonnements et de démonstrations qui nous sont propres.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Nous espérons que ce petit livre pourra être utile aux personnes qui, possédant les premiers éléments de la Physique, désirent, soit dans un but scientifique, soit dans un but technique, acquérir en Électricité des connaissances solidement établies.

Nancy, 5 juillet 1885.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

TABLE DES MATIÈRES.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

INTRODUCTION

A L'ÉTUDE DE

L'ÉLECTRICITÉ STATIQUE.

I.

PHÉNOMÈNES FONDAMENTAUX ET DÉFINITIONS.

ÉLECTRISATION PAR FROTTEMENT. — Les anciens savaient que certains corps, entre autres l'ambre, jouissent, lorsqu'ils ont été frottés, de la propriété d'attirer les corps légers.

Vers le milieu du XVI^e siècle, Gilbert montra qu'un grand nombre de corps, tels que le soufre, la résine, le verre, la gomme laque, etc., se conduisent comme l'ambre. Il trouva aussi que d'autres corps, tels que les métaux, tenus à la main, peuvent être frottés indéfiniment sans acquérir jamais la propriété d'attirer les corps légers. On appela les premiers *corps électriques* et les seconds *corps non électriques*.

En 1672, Otto de Guericke découvrit qu'un corps léger, après avoir été attiré par un corps électrique frotté, est ensuite repoussé.

Tous ces phénomènes furent appelés *phénomènes électriques*.

ÉLECTRISATION PAR COMMUNICATION. — CORPS CONDUCTEURS ET NON CONDUCTEURS. — En 1727, Stephen Gray, ayant fixé un corps non électrique à l'extrémité d'un tube de verre frotté, reconnut que ce corps s'électrisait; c'est ce qu'il appela *élec-*

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

trisation par communication. Aidé de Wheeler, il découvrit que l'électrisation se transmet instantanément dans toute l'étendue d'un corps non électrique, quelque grandes que soient ses dimensions. Cette transmission n'avait pas lieu si l'on remplaçait le corps non électrique par un corps électrique. Il exprima ce fait en disant que les corps électriques sont *mauvais conducteurs* et que les corps non électriques sont *bons conducteurs.*

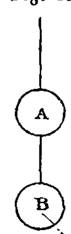
Si les corps conducteurs tenus à la main ne présentent pas de propriétés électriques, cela tient uniquement à ce que leur électrisation se perd par la main qui les tient au fur et à mesure de sa production. En les *isolant,* c'est-à-dire en les supportant par des corps mauvais conducteurs, on peut les électriser par frottement, aussi bien que par communication.

DEUX ESPÈCES D'ÉLECTRISATION. — En 1733, du Fay découvrit qu'il y a deux espèces d'électrisation. Un corps qui a été électrisé par le verre est attiré par un corps électrisé par la résine et repoussé par un corps électrisé par le verre. Il trouva d'ailleurs qu'il n'y a que deux espèces d'électrisation ; c'est-à-dire que toute électrisation est assimilable, soit à celle du verre que l'on est convenu d'appeler *positive,* soit à celle de la résine, que l'on est convenu d'appeler *négative.*

Lorsque deux corps frottés l'un contre l'autre s'électrisent, l'un d'eux s'électrise positivement et l'autre négativement.

LOI DE L'ACTION ET DE LA RÉACTION. — L'expérience montre que la loi de Newton relative à l'action et à la réaction est applicable aux phénomènes électriques. Pour le vérifier, on suspend au-dessous du plateau d'une balance, au moyen d'un fil isolant, deux boules A et B (*fig.* 1), auxquelles on fait équilibre au moyen d'une tare. On électrise ces boules d'une manière quelconque, et l'on constate que l'équilibre n'est pas troublé.

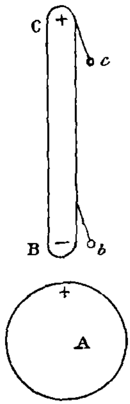
Fig. 1.



IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

INFLUENCE ÉLECTRIQUE. — Si, dans le voisinage d'un corps électrisé, on place un corps bon conducteur, celui-ci s'électrise. Soit, par exemple, une sphère A (*fig.* 2) électrisée positivement au-dessus de laquelle on a disposé un cylindre BC isolé, muni de pendules *b* et *c*. On constate que les pendules s'écartent du cylindre, et l'on vérifie que le pendule *b* est électrisé négativement, et le pendule *c* positivement. C'est à ce phénomène que l'on donne le nom d'*électrisation par influence*.

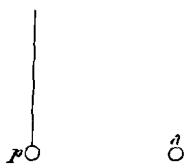
Fig. 2.



La région où se produisent les phénomènes électriques, attractions et répulsions et phénomènes d'influence, a reçu le nom de *champ électrique*.

QUANTITÉ D'ÉLECTRISATION. — Soient (*fig.* 3) un pendule électrique *p* électrisé et un corps de dimensions très petites *a*. Si l'on électrise ce corps à différentes reprises et qu'on le place chaque fois à une distance déterminée du pendule, on constate des déviations différentes, ce qui montre que la force exercée par ce corps *a* sur le pendule *p* ne reste pas la même. On exprime ce fait en disant que la quantité d'électrisation de *a* a varié.

Fig. 3.



On dit que la quantité d'électrisation de *a* est double si la force exercée par *a* sur *p*, toujours à la même distance, est devenue deux fois plus grande. On dit, d'une manière générale, que la quantité d'électrisation est *n* fois plus grande si la force devient *n* fois plus grande.

Par définition, *la quantité d'électrisation d'un corps très petit est une grandeur proportionnelle à la force exercée, à une distance donnée, sur un corps électrisé toujours de la même manière.*

Par définition, *la quantité totale d'électrisation d'un sys-*

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

tème est égale à la somme des électrisations des éléments.

On est convenu d'affecter une charge du signe + lorsqu'elle est constituée par de l'électricité positive, et du signe — quand elle est constituée par de l'électricité négative.

UNITÉ D'ÉLECTRISATION. — *L'unité d'électrisation est l'électrisation d'un très petit corps qui, électrisé positivement, et agissant sur un corps également très petit électrisé d'une manière identique, placé à l'unité de distance, le repousse avec une force égale à l'unité de force.*

L'unité d'électrisation sera déterminée par le choix que l'on aura fait de l'unité de force et de l'unité de longueur.

Ce qui précède montre que l'électrisation d'un élément de volume d'un corps est une quantité physique susceptible d'être mesurée, quelle que soit d'ailleurs la cause des phénomènes électriques.

Il n'y a, du reste, aucun inconvénient à dire, en employant une expression qui provient de la théorie des fluides, qu'un corps est chargé d'une certaine quantité d'*électricité* positive ou négative. Seulement, pour nous qui ne faisons aucune hypothèse sur la nature des phénomènes électriques, le mot *électricité* est synonyme d'*électrisation.*

FORCE ÉLECTRIQUE. — On appelle *force électrique* ou *intensité du champ* en un point la force qui s'exercerait sur *l'unité d'électricité positive* placée en ce point.

La force est nulle en un point quelconque d'un conducteur électrisé lorsqu'il y a équilibre. En effet, un conducteur est, par définition, un corps dans lequel l'électricité peut se mouvoir librement.

Si l'on suppose que, dans l'élément situé autour du point considéré, il y ait de l'électricité, il ne saurait y avoir de force, car l'électricité se déplacerait et il n'y aurait pas équilibre, ce qui est contraire à l'hypothèse.

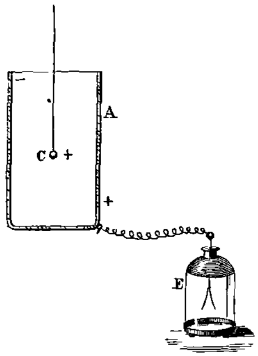
Supposons, au contraire, qu'il n'y ait pas d'électricité dans l'élément situé autour du point considéré. S'il y avait une force en ce point, il se produirait un phénomène d'influence donnant naissance à deux quantités d'électricité qui, soumises à

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

l'action de la force, se déplaceraient, ce qui est contraire à l'hypothèse de l'équilibre.

CYLINDRE DE FARADAY. — Soit un vase métallique profond A, ouvert par le haut, isolé et communiquant avec la boule d'un électroscope à feuilles d'or E; soit, d'autre part, un corps électrisé C. Introduisons ce corps dans le vase A : on constate que les feuilles d'or divergent. On constate de plus que cette divergence va d'abord en augmentant à mesure que l'on en-

Fig. 4.



fonce le corps dans le vase A; mais qu'à partir d'une certaine profondeur la divergence reste sensiblement constante, quelle que soit d'ailleurs la position occupée par le corps dans le vase métallique. Si le vase A est partiellement fermé à la partie supérieure, l'expérience montre que la région pour laquelle la divergence est constante est d'autant plus étendue, que l'ouverture qui reste est plus étroite. Cette région s'étend à tout l'intérieur du vase si celui-ci est complètement fermé. Si l'on recommence l'expérience avec le même corps chargé d'une quantité d'électricité différente, on constate que la divergence n'est plus la même que dans le premier cas; mais qu'elle est encore, comme la première, indépendante de la position du corps dans le vase A.

On en conclut que *l'indication de l'électroscope dépend seulement de la quantité totale d'électricité du corps* C.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Si un corps substitué à C donne la même indication, c'est-à-dire si la divergence des feuilles d'or et le signe de leur électrisation sont restés les mêmes, on en conclura que sa charge est la même que celle de C.

Le cylindre de Faraday constitue donc un instrument permettant de vérifier si les charges de corps placés successivement dans son intérieur sont égales. Il joue, par rapport à l'électrisation, le même rôle que la balance relativement à la matière : il en donne le total. Il va nous servir à établir pour l'électrisation une loi analogue à celle de Lavoisier sur la conservation de la matière.

CONSERVATION DE L'ÉLECTRICITÉ. — *Première expérience.* — Soient n corps, électrisés ou non, conducteurs ou non, ceux qui sont conducteurs étant isolés, et que nous supposons à une grande distance l'un de l'autre. Introduisons successivement chacun de ces corps dans le cylindre de Faraday et notons chaque fois la divergence des feuilles. Rapprochons ensuite ces corps les uns des autres, sans toutefois les mettre en contact; il se produit, comme on sait, des phénomènes d'influence. Si l'on reprend les n corps pour les introduire de nouveau un à un dans le cylindre de Faraday, on constate que chacun d'eux donne lieu à la même divergence qu'auparavant.

Par conséquent, *la charge d'un corps n'est pas modifiée par l'action de l'influence.*

Deuxième expérience. — Reprenons les n corps et introduisons-les simultanément dans le cylindre de Faraday; on constate une certaine divergence des lames qui, d'après la proposition précédente, est indépendante de la position relative des corps. Si, maintenant, on vient à établir le contact entre un nombre quelconque de ces corps, on constate que la divergence est encore la même; par conséquent, *la charge totale répartie sur un système de corps n'est pas changée si on les fait communiquer l'un avec l'autre,* bien que la répartition de cette charge entre les différents corps ait pu être complètement modifiée. Nous verrons plus loin (p. 22) que Coulomb a donné une démonstration expérimentale de cette proposition dans un cas particulier.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Troisième expérience. — Introduisons dans le cylindre de Faraday deux corps non électrisés et frottons-les l'un contre l'autre dans l'intérieur même du cylindre, de façon à les électriser. On constate que les feuilles d'or ne divergent pas ; par conséquent, *la somme algébrique des quantités d'électricité développées par le frottement est nulle.* Si l'on retire l'un ou l'autre des corps, les feuilles d'or divergent, ce qui montre que les deux corps sont réellement chargés.

Les trois expériences qui précèdent montrent que *la quantité totale d'électricité répartie sur un système de corps déterminé reste absolument invariable pourvu que ces corps ne reçoivent pas d'électricité d'autres corps, ou n'en cèdent;* et cela, quels que soient les phénomènes d'influence, quelles que soient les communications établies entre ces différents corps, quelles que soient enfin les quantités d'électricité qui aient été dégagées par leur frottement mutuel.

La proposition qui précède est un cas du *principe de la conservation de l'électricité* [1].

Elle nous sera, par la suite, d'un usage continuel. C'est, non pas, comme on pourrait le croire sans examen, une vérité évidente *a priori*, mais une véritable proposition physique qui devait être établie expérimentalement. Cette loi de la conservation n'est pas vraie pour toutes les quantités physiques, par exemple pour la chaleur. La quantité de chaleur répartie sur un système de corps peut changer sans que de la chaleur soit fournie ou enlevée au système par d'autres corps. Elle augmentera, par exemple, s'il vient à se produire des réactions chimiques entre quelques-uns des corps du système ; elle diminuera au contraire si une partie de la chaleur est transformée en travail mécanique.

---

[1] M. Lippmann a donné l'énoncé général de ce principe dans lequel rentre, comme cas particulier, la proposition que nous avons donnée d'après Maxwell. (Voir *Annales de Chimie et de Physique*, 5e série, t. XXIV, p. 145.)

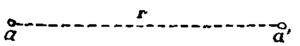
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

II.

ACTION DE DEUX ÉLÉMENTS ÉLECTRISÉS L'UN SUR L'AUTRE.

LOI DES CHARGES. — Soient deux éléments électrisés a, a' (*fig.* 5) et soit r leur distance. Supposons d'abord que la

Fig. 5.



charge de chacun des deux éléments soit égale à l'unité. Soit $f(r)$ la force qui s'exerce alors entre eux, force qui est fonction de la distance. Supposons que la charge de a devienne q fois plus grande, c'est-à-dire égale à q ; son action sur a' est, par définition, $f(r) \times q$; et, par suite du principe de l'égalité de l'action et de la réaction, l'action de a' sur a est aussi $f(r) \times q$. Supposons maintenant que la charge de a' devienne q' ; son action sur a devient, par définition, q' fois plus grande, ou $[f(r) \times q] \times q' = f(r) \, . \, qq'$. Donc l'action mutuelle des deux éléments est représentée par $f(r)\, qq'$.

Pour une même distance, la force qui s'exerce entre deux éléments électrisés est proportionnelle au produit des charges.

Pour connaître entièrement l'action de deux éléments électrisés l'un sur l'autre, il suffit de déterminer par l'expérience la nature de la fonction $f(r)$: c'est ce qu'a fait Coulomb.

LOI DES DISTANCES. — EXPÉRIENCES DE COULOMB. — Ayant supposé que la loi devait être celle de la raison inverse du carré des distances, il a imaginé des méthodes qui lui ont permis de vérifier cette supposition.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Pour mesurer les actions très faibles entre deux corps élec trisés de dimensions très petites, Coulomb eut recours aux réactions élastiques développées par la torsion dans un fil. Le principe de ces mesures repose sur la loi suivante, établie préalablement par Coulomb lui-même : le couple de torsion pour un fil donné est proportionnel à l'angle de torsion. Si nous désignons par C le couple de torsion, et par ω l'angle de torsion, on a $C = A\omega$, A étant un nombre constant pour un fil donné, et que l'on appelle sa *constante de torsion*.

L'instrument employé par Coulomb porte le nom de *balance électrique*. Il se compose d'un cylindre en verre ABCD (*fig.* 6), de $0^m,32$ de diamètre, recouvert par un plateau de verre percé de deux ouvertures f et m. Sur l'ouverture f qui est pratiquée au milieu du plateau, est mastiqué un tube de verre de $0^m,65$ de haut. A l'extrémité supérieure de ce tube se trouve un micromètre de torsion que l'on voit en détail dans la figure. La partie supérieure n° 1 porte le bouton b, un index io et une pince q destinée à soutenir le fil de torsion. Cette pièce entre à frottement dur dans un trou G de la pièce n° 2, qui est formée d'un cercle divisé et d'un tuyau de cuivre Φ qui entre dans le tuyau H mastiqué à l'extrémité supérieure du tube de verre.

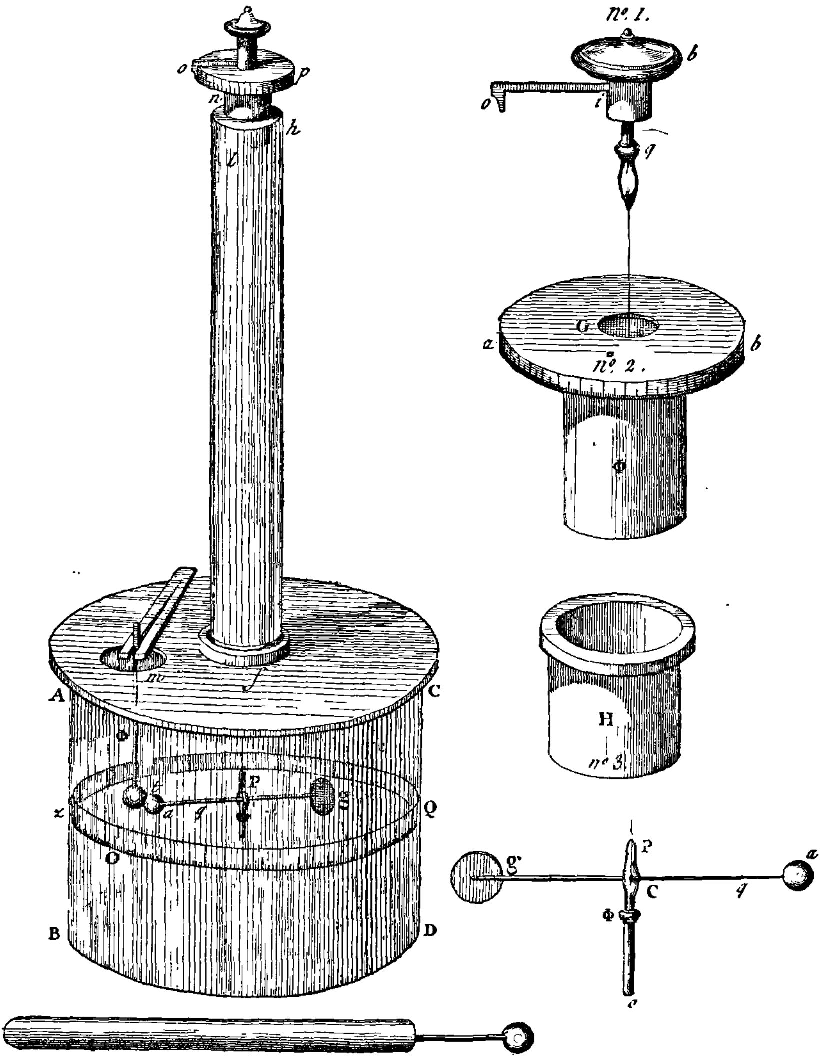
Le fil de torsion, qui était un fil d'argent très fin, était fixé à sa partie inférieure à une pince P soutenant une aiguille ag suspendue horizontalement à la moitié à peu près du grand vase qui la renferme. Elle est formée d'un fil de soie enduit de cire d'Espagne ou d'une paille également enduite de cire. Elle est terminée depuis q jusqu'en a, sur $0^m,04$ de longueur, par un fil de gomme laque. A l'une des extrémités a de cette aiguille, est une petite balle de sureau de 4^{mm} à 6^{mm} de diamètre ; à l'autre extrémité, en g, est un petit plan vertical de papier passé à la térébenthine, qui sert de contrepoids à la balle a et qui ralentit les oscillations.

Dans le second trou m, on introduit un petit cylindre dont la partie inférieure est en gomme laque et qui se termine en t par une balle de sureau.

Enfin, autour du vase, à la hauteur de l'aiguille, est un cercle divisé en 360°, dont le zéro se trouve au-dessous du trou m.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Fig. 6 ([1]).



([1]) La *fig.* 6 est un fac-simile de la Planche originale des Mémoires de Coulomb; elle est extraite du Tome I de la *Collection de Mémoires relatifs à la Physique*, publiée par la Société de Physique (grand in-8; 1884. Paris, Gauthier-Villars).

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Pour régler l'instrument, on place l'index du micromètre sur le point zéro de son cercle divisé; puis on fait tourner tout le micromètre jusqu'à ce que, en regardant par le fil vertical qui soutient l'aiguille et le centre de la balle, l'aiguille *ag* se trouve dirigée suivant la ligne $0°-180°$ du cercle ZOQ.

On introduit alors par le trou *m* la balle *t*, et on la dispose de telle sorte que son centre soit exactement vis-à-vis du zéro du cercle divisé. Naturellement, on a été obligé, pour obtenir ce résultat, de déplacer légèrement la balle de l'aiguille *ag*.

Voici comment Coulomb vérifie la loi des répulsions : il électrise un petit conducteur qui n'est autre chose qu'une épingle à grosse tête enfoncée à l'extrémité d'un bâton de cire d'Espagne représenté dans la figure au-dessous de la balance. Il introduit cette épingle dans le trou *m* et il lui fait toucher la boule *t* en contact avec la boule *a*. Il retire l'épingle; les deux balles électrisées de la même manière se repoussent, et la balle *a* s'éloigne à une distance angulaire de 36°. La force répulsive est ainsi équilibrée par le couple de torsion du fil correspondant à un angle de torsion de 36°.

Il tord le fil de suspension en tournant le bouton *o* de 126°; les deux balles se rapprochent et s'arrêtent à une distance angulaire de 18° l'une de l'autre. La distance, comptée suivant l'arc, est ainsi devenue deux fois plus petite. L'angle de torsion est $126° + 18° = 144° = 36° \times 2^2$. Le couple de torsion correspondant est donc devenu 2^2 fois plus grand que dans la première expérience. Ainsi, lorsque la distance devient deux fois plus petite, la répulsion des balles est quadruple.

Enfin, en tordant le fil de suspension de 567° au moyen du micromètre supérieur, les deux balles se rapprochent à 8°30'. La torsion totale est, par conséquent, de 575°30', ou sensiblement quadruple de celle qui a été observée dans la seconde expérience. Or il ne s'en est fallu que de $\frac{1}{2}$ degré que la distance fût devenue deux fois plus petite que dans cette seconde expérience.

Il résulte de ces trois expériences que *l'action répulsive que les deux balles électrisées de la même nature d'électricité exercent l'une sur l'autre suit la loi de la raison inverse du carré de la distance.*

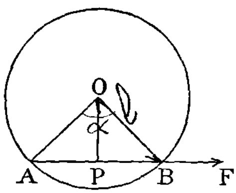
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Remarque I. — L'électrisation des deux balles diminue un peu pendant le temps que dure l'expérience. Coulomb a constaté directement que, lors de ses expériences, cette cause d'erreur est négligeable, vu le peu de temps (deux minutes) nécessaire pour faire les trois essais.

Remarque II. — Coulomb fait remarquer que la distance des balles n'est pas mesurée par l'angle qu'elles forment, mais par la corde de l'arc qui joint leur centre; de même, le levier à l'extrémité duquel s'exerce l'action répulsive n'est pas mesuré, comme on l'a supposé implicitement, par la moitié de la longueur de l'aiguille. Coulomb admettait que ces causes d'erreur sont négligeables quand la distance des balles ne dépasse pas 36°. Le calcul complet peut, du reste, se faire comme il suit.

Figurons le cercle horizontal dans lequel se meut l'aiguille. Soient (*fig.* 7) A la boule fixe et B la boule mobile à une distance angulaire AOB $= \alpha$ de la boule fixe. Soit F la force répulsive; le moment de cette force par rapport à l'axe O de suspension est $F \times OP$, OP étant la perpendiculaire abaissée du point O sur la corde AB. Si l'on désigne par l la demi-longueur OB de l'aiguille, on a

Fig. 7.



$$OP = l \cos \frac{\alpha}{2},$$

et, par suite, le moment de la force répulsive est

$$F l \cos \frac{\alpha}{2}.$$

Puisqu'il y a équilibre, le moment de cette force est égal au

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

moment du couple de torsion. Si l'on désigne par A la valeur de ce moment pour un angle de torsion égal à l'unité, et si l'on désigne par β l'angle dont on a tourné le micromètre supérieur, l'angle de torsion est $\alpha + \beta$, et le moment du couple de torsion est $A(\alpha + \beta)$. On a donc

$$Fl \cos\frac{\alpha}{2} = A(\alpha + \beta).$$

Si la loi de la raison inverse du carré des distances est vraie et si l'on désigne par φ la force répulsive pour une distance égale à l'unité, on doit avoir

$$F = \frac{\varphi}{\overline{AB}^2};$$

or $AB = 2l \sin\frac{\alpha}{2}$: on a donc

$$F = \frac{\varphi}{4l^2 \sin^2\frac{\alpha}{2}},$$

remplaçant dans l'équation d'équilibre, il vient

$$\frac{\varphi}{4l \sin^2\frac{\alpha}{2}} \cos\frac{\alpha}{2} = A(\alpha + \beta)$$

ou bien

$$\frac{\varphi}{4lA(\alpha + \beta)} = \tang\frac{\alpha}{2} \sin\frac{\alpha}{2}.$$

Raisonner comme l'a fait Coulomb dans les expériences citées plus haut équivaut à remplacer le produit $\tang\frac{\alpha}{2} \sin\frac{\alpha}{2}$ par $\frac{\alpha^2}{4}$. Or, pour le plus grand des angles employés par Coulomb, qui était $\alpha = 36°$, on a

$$\frac{\tang\frac{\alpha}{2} \sin\frac{\alpha}{2}}{\frac{\alpha^2}{4}} = 1,017.$$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Ce rapport est très voisin de l'unité. On voit donc qu'il était légitime de procéder comme l'a fait Coulomb, étant donné que les erreurs expérimentales peuvent introduire des inexactitudes du même ordre.

LOI DES ATTRACTIONS. — Coulomb a vérifié au moyen de la balance que la loi des attractions est la même que celle des répulsions. Il lui a suffi pour cela de charger les deux balles, écartées préalablement l'une de l'autre, d'électricités de nom contraire, et de faire varier leur distance en notant chaque fois la valeur du couple de torsion nécessaire pour faire équilibre à la force attractive. Il se présente, dans ces expériences, une difficulté que l'on ne rencontre pas dans l'étude des répulsions. Il peut arriver en effet qu'il n'y ait pas de position d'équilibre, et que la balle mobile, attirée par la balle fixe, se précipite sur cette dernière. Cela tient à ce que, lorsque les deux balles se rapprochent, la force d'attraction, qui croît en raison inverse du carré de la distance, peut, si les conditions d'expérience ne sont pas convenablement choisies, croître plus vite que la force de torsion qui est proportionnelle à l'angle de torsion. Ce n'est qu'avec difficulté, et par tâtonnement, que Coulomb est arrivé à réaliser la condition nécessaire à l'équilibre. Aussi a-t-il employé, pour vérifier la loi des attractions, une autre méthode, dite *méthode des oscillations,* que nous allons décrire.

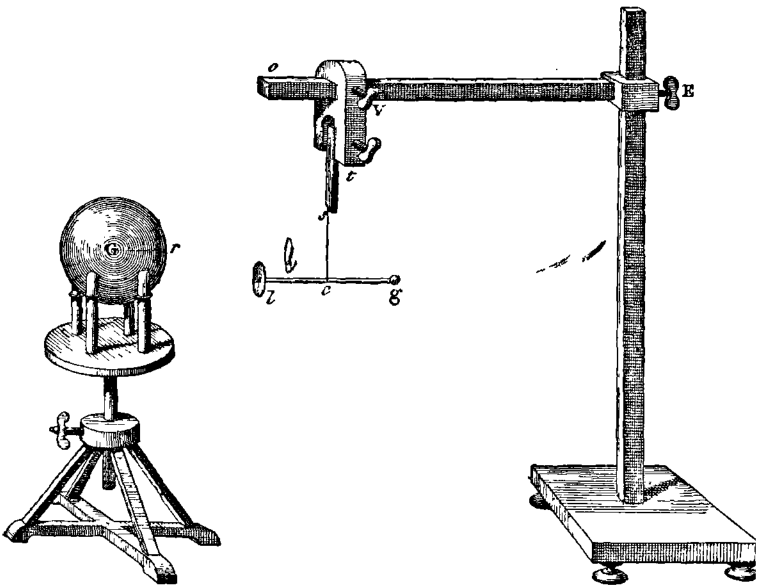
MÉTHODE DES OSCILLATIONS. — Coulomb prit un globe G (*fig.* 8) de cuivre ou de carton recouvert d'étain, isolé, de $32^{cm},48$ (un pied) de diamètre. Dans le plan horizontal qui passe par le centre du globe, se trouve une aiguille *lg* de gomme laque suspendue à un fil de cocon ; à l'extrémité *l* on a fixé perpendiculairement à l'aiguille, un très petit disque de papier doré ; le fil de soie est attaché à une poupée à pince qui glisse le long de la règle OE et s'arrête à volonté au moyen de la vis V.

On électrise le globe G ; on touche avec la main le disque *l* qui s'électrise, par influence, en sens contraire du globe G. Si l'on écarte alors l'aiguille de sa position d'équilibre, elle y re-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

vient en exécutant une série d'oscillations. Le but de l'expérience étant de vérifier que la loi des attractions électriques est celle de la raison inverse du carré de la distance, Coulomb fait le calcul relatif aux oscillations de l'aiguille en partant des lois connues de l'attraction universelle. La vérification consistera à comparer le résultat du calcul avec l'expérience.

Fig. 8 (1).



Or, en appliquant à l'électricité la loi de l'attraction de la matière, on voit que l'action d'une sphère électrisée sur un point extérieur est la même que si toute l'électricité était concentrée au centre de la sphère (2). Si donc la distance de la sphère au petit disque *l* est suffisamment grande, et si l'ampli-

(1) La *fig.* 8 est un fac-simile de la Planche originale du Mémoire de Coulomb; elle est extraite du Tome I de la *Collection des Mémoires relatifs à la Physique*, publiée par la Société de Physique (grand in-8; 1885. Paris, Gauthier-Villars).

(2) La démonstration de ce théorème sera donnée plus loin (*voir* Chap. VIII).

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

tude des oscillations est très petite, on pourra admettre que la force qui résulte de l'attraction de la sphère sur le disque reste constante en grandeur et en direction, et l'on pourra appliquer aux oscillations de l'aiguille la formule du pendule

$$t = n\pi\sqrt{\frac{K}{Fl}},$$

où K désigne le moment d'inertie de l'aiguille par rapport à l'axe de suspension *sc*, F l'action attractive de la sphère sur le disque, l la distance du centre du disque au point c, et t la durée de n oscillations.

Si la distance du centre de la sphère au centre du disque passe de la valeur d à la valeur d', la force F devient F' et la durée de n oscillations prend une autre valeur t', telle que

$$t' = n\pi\sqrt{\frac{K}{F'l}},$$

de telle sorte que l'on a

$$\frac{t^2}{t'^2} = \frac{F'}{F}.$$

Donc, si la loi de la raison inverse du carré de la distance s'applique au cas des attractions, on doit avoir

$$\frac{F'}{F} = \frac{d^2}{d'^2}$$

et, par suite,

$$\frac{t}{d} = \frac{t'}{d'} = \text{const.}$$

Voici le résultat des expériences de Coulomb :

Distance des centres.	Durée de 15 oscillations.	$\frac{t}{d}$.
	"	
9 pouces	20	2,222
18 »	41	2,277
24 »	60	2,500

On voit, d'après ce Tableau, que le rapport $\frac{t}{d}$, qui devrait

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

être constant, va un peu en augmentant. Cela peut s'expliquer par ce fait que l'expérience dure assez longtemps, quatre minutes, et que, pendant ce temps, il y a déperdition de l'électricité. Coulomb démontre que, si l'on tient compte de cette déperdition, le nombre des oscillations prévu par la théorie est d'accord avec celui que fournit l'expérience à $\frac{1}{20}$ près. On peut donc admettre que la loi de la raison inverse du carré de la distance est vraie pour les attractions aussi bien que pour les répulsions.

EXPRESSION DE L'ACTION MUTUELLE DE DEUX ÉLÉMENTS ÉLECTRISÉS. — Cette action a été mise précédemment sous la forme $qq'f(r)$; la loi de Coulomb permet de déterminer la nature de la fonction $f(r)$. En effet, par définition, l'action mutuelle de deux charges égales à 1, placées à la distance 1, est égale à l'unité de force. Il en résulte que, d'après la loi des charges, l'action mutuelle de deux charges q et q' placées également à la distance 1 est qq'; à la distance r, cette action est $qq'f(r)$. Or, d'après la loi de Coulomb, on doit avoir

$$\frac{qq'f(r)}{qq'} = \frac{1^2}{r^2},$$

ou

$$f(r) = \frac{1}{r^2}.$$

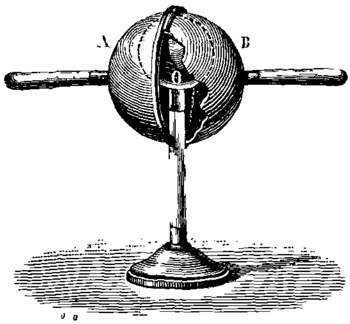
Par suite, *l'action mutuelle de deux éléments électrises possédant des charges q et q', et placés à la distance r l'un de l'autre, a pour expression* $\frac{qq'}{r^2}$. Cette formule, prise algébriquement, donne toujours l'expression de la force estimée comme répulsion. En effet, si q et q' sont de même signe, l'expression est positive; or on sait que deux charges de même signe se repoussent. Si q et q' sont de signes contraires, l'expression est négative, et dans ce cas il y a physiquement attraction, autrement dit répulsion négative. Il y a donc, dans chaque cas, accord entre le signe de la formule et celui de la force considérée comme répulsion.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

AUTRE DÉMONSTRATION DE LA LOI DE COULOMB. — On peut arriver à la loi de la raison inverse du carré des distances en partant de ce fait d'expérience que l'électricité se porte à la surface d'une sphère conductrice. Parmi les nombreuses expériences qui prouvent ce fait, nous choisirons la suivante, qui est due à Cavendish et qui est l'une des meilleures.

Un conducteur O (*fig.* 9), supporté par un pied isolant, est

Fig. 9.



électrisé; d'autre part, on a deux hémisphères métalliques creux munis de manches isolants pouvant se raccorder comme les hémisphères de Magdebourg, de manière à former une sphère complète d'un diamètre plus que suffisant pour contenir O. On recouvre le conducteur O des hémisphères, qui sont légèrement échancrés pour laisser passer le support isolant. On met en contact le conducteur avec l'intérieur de la sphère ainsi formée; on rompt ensuite le contact, puis on sépare les hémisphères. On constate qu'ils sont électrisés, tandis que le conducteur O est à l'état neutre.

On peut varier cette expérience en recouvrant d'abord le conducteur O non électrisé des hémisphères également à l'état neutre et en établissant ensuite le contact par l'intérieur. On électrise alors le système; puis, rompant le contact intérieur et séparant les hémisphères, on constate, comme dans l'expérience précédente, que les hémisphères seuls sont électrisés.

Étant ainsi démontré que l'électricité est tout entière à la

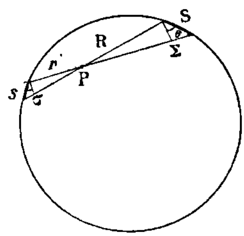
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

surface d'une sphère conductrice, nous allons établir la loi de Coulomb en suivant la marche qui a été indiquée par M. J. Bertrand.

Soit une sphère isolée dans l'espace et électrisée. L'électricité, par raison de symétrie, est répartie uniformément sur la surface, de telle façon que, sur chaque unité de surface, il s'en trouve une quantité μ. Nous allons démontrer d'abord que la loi de Coulomb satisfait à la condition d'équilibre, c'est-à-dire que, d'après cette loi, il n'y a pas de force dans l'intérieur de la sphère.

Soit, en effet, dans l'intérieur de la sphère, un point P (*fig.* 10) chargé de l'unité d'électricité.

Fig. 10.



Menons une surface conique de directrice quelconque, mais d'ouverture très petite, ayant son sommet au point P. Cette surface découpe sur la sphère deux bases infiniment petites S et s, qui sont à des distances respectives R et r du point P et dont les charges sont $S\mu$ et $s\mu$. Considérons les sections droites Σ et σ de la surface conique menées respectivement par un point quelconque de S et de s. Si l'on désigne par θ l'angle de l'élément S avec la section droite Σ, on a, au point de vue infinitésimal,

$$\Sigma = S \cos\theta.$$

L'angle de l'élément s avec la section droite σ est aussi θ et, par suite,

$$\sigma = s \cos\theta.$$

On déduit de là

$$\frac{S}{s} = \frac{\Sigma}{\sigma}.$$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Or Σ et σ sont des sections droites faites à des distances R et r du sommet du cône ; elles sont homothétiques, et l'on a

$$\frac{\Sigma}{R^2} = \frac{\sigma}{r^2}$$

et, puisque Σ et σ sont proportionnels à S et s,

$$\frac{S}{R^2} = \frac{s}{r^2},$$

d'où

$$\frac{\mu S}{R^2} = \frac{\mu s}{r^2}.$$

Or $\frac{\mu S}{R^2}$ et $\frac{\mu s}{r^2}$ représentent respectivement, si l'on admet la loi de Coulomb, les actions de S et de s sur l'unité d'électricité placée en P. Ces actions, étant égales et opposées, se détruisent.

Il est aisé de voir que l'on peut décomposer la sphère entière en paires d'éléments analogues à S et s. L'action de chacune de ces paires étant nulle, l'action totale est aussi nulle.

Nous allons montrer en second lieu que, si l'on admet une loi différente de celle de Coulomb, l'action sur un point intérieur n'est pas nulle.

Si la loi est différente de la loi de Coulomb, elle s'en écarte dans un sens ou dans l'autre : ou bien la force diminue plus vite que suivant la loi de Coulomb quand la distance augmente, ou bien elle diminue moins vite. Supposons, par exemple, le second cas. Alors les actions des bases S et s de chaque cône élémentaire qui se compensaient, en admettant la loi de Coulomb, ne se compensent plus. L'action de S l'emporte, car cet élément est plus loin de P, et il en résulte une force dirigée du côté de la plus petite nappe du cône [1]. Menons par le point P (*fig.* 11) le plan perpendiculaire au diamètre qui passe par ce point. Nous partageons la sphère en deux calottes dont la plus petite est formée par toutes les petites bases des cônes élémentaires ayant le point P pour

[1] On suppose ici que la sphère est électrisée positivement ; par suite, les actions exercées sur le point P par les éléments de la surface sont répulsives.

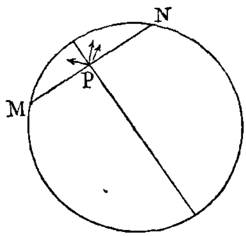
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

sommet, et la plus grande par toutes les grandes bases correspondantes.

L'action totale de la sphère sur le point P est la résultante des actions correspondant à chacun des cônes, c'est-à-dire de forces toutes dirigées du côté de la plus courte nappe, ou, ce qui revient au même, vers la plus petite calotte. Ces forces ont une résultante dirigée vers la plus petite calotte. Par suite, le point P est soumis à une force qui n'est pas nulle et l'équilibre ne peut avoir lieu.

On verrait de même que, si l'on admettait que la force diminuât plus vite que la loi de Coulomb ne l'indique, on aurait une résultante dirigée du côté de la grande calotte.

Fig. 11.



Par conséquent, toute loi qui s'écarte de celle de Coulomb est incompatible avec ce fait que, lorsqu'une sphère est électrisée, l'électricité est tout entière à la surface.

On pourrait, à la rigueur, supposer une loi telle que la force variât avec la distance, pour certaines distances, plus vite, pour d'autres moins vite que la loi de Coulomb ne l'indique. Dans ce cas, on peut toujours déterminer deux distances x_1 et x_2 entre lesquelles le sens de l'écart entre la loi supposée et la loi de Coulomb soit toujours le même. Si l'on décrit une sphère ayant un diamètre égal à $x_1 + x_2$ (*fig.* 12), le raisonnement fait précédemment est entièrement applicable à cette sphère, car les distances r et R seront toujours comprises entre x_1 et x_2. Cela suffit pour montrer qu'une telle loi est inadmissible [1].

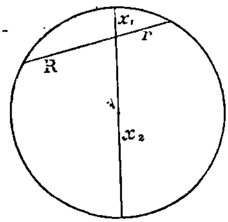
[1] Dans la démonstration que nous venons de donner, on a supposé que

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Remarques. — Les expériences de Coulomb démontrent que l'action réciproque de deux très petits corps électrisés est en raison inverse du carré de la distance.

Coulomb a admis sans autre preuve qu'il en est de même pour des charges libres de se mouvoir dans des conducteurs.

Fig. 12.



La concordance entre les résultats des calculs basés sur cette loi et l'expérience justifient cette extension.

La seconde démonstration que nous avons donnée de la loi de Coulomb est relative au cas de l'action de deux charges libres de se mouvoir dans un corps conducteur.

EXPÉRIENCE DE COULOMB RELATIVE AU PRINCIPE DE LA CONSERVATION DE L'ÉLECTRICITÉ. — Si l'on a deux sphères conductrices égales dont l'une est chargée d'une certaine quantité q d'électricité, l'autre étant à l'état neutre, et qu'on vienne à les mettre en contact pour les séparer ensuite, chacune des sphères aura une quantité $\frac{q}{2}$ d'électricité : cela résulte, d'une part, du principe de la conservation de l'électricité, et, d'autre part, de la symétrie du système lors du contact. Il y a une expérience de Coulomb qui peut être considérée comme une vérification de cette proposition, et, par suite, du principe de la conservation de l'électricité.

---

l'épaisseur de la couche électrique était infiniment petite. Il est aisé de voir que la même démonstration s'applique au cas où la couche a une épaisseur finie : il suffira de la décomposer en couches infiniment minces auxquelles on pourra appliquer les propositions établies dans le texte.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Coulomb, ayant chargé les deux balles de sa balance, mesura la torsion nécessaire pour les maintenir à une certaine distance angulaire; puis il toucha la balle fixe avec une autre balle auxiliaire de même diamètre, isolée et non électrisée; il constata que la torsion nécessaire pour maintenir les deux balles à la même distance angulaire devenait deux fois plus petite : la charge était donc devenue deux fois plus petite, ce qui vérifie bien la proposition.

MESURE D'UNE QUANTITÉ D'ÉLECTRICITÉ EN VALEUR ABSOLUE. — Nous avons défini l'unité de quantité d'électricité : la charge d'un très petit corps électrisé positivement qui, agissant sur un autre corps très petit possédant la même charge, à l'unité de distance, produit une force égale à l'unité de force. Dans le système d'unités aujourd'hui adopté : centimètre, gramme, seconde (système C. G. S), l'unité de longueur est le centimètre et l'unité de force est celle qui, agissant sur la masse de 1^{gr}, lui communique en une seconde une accélération de 1^{cm} par seconde. Comme on sait, cette unité de force a reçu le nom de *dyne* (1).

D'après cela, dans le système C.G.S., l'unité de quantité d'électricité est celle qui, agissant sur une quantité égale placée à la distance de 1^{cm}, produit une force égale à une dyne.

Nous allons montrer que l'on peut mesurer en valeur absolue la charge que possède la balle fixe de la balance de Coulomb.

Désignons par q la valeur absolue cherchée de cette charge; la boule mobile étant supposée d'un diamètre égal et primitivement non chargée, si l'on fait toucher les deux balles, chacune d'elles conservera la quantité d'électricité $\frac{q}{2}$. Elles se repousseront en tordant le fil d'un certain angle de torsion α pour lequel l'équilibre s'établira. Si l'on désigne par l la longueur de l'aiguille mobile, comptée entre l'axe et le centre de

(1) On trouvera plus loin (Chap. XIII) l'exposé de la théorie des unités absolues et, en particulier, du système C. G. S

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

la balle, la distance des centres des deux balles est

$$2l \sin \frac{\alpha}{2},$$

et, par suite, la force répulsive a pour valeur

$$\frac{\frac{q}{2}\frac{q}{2}}{4l^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{q^2}{16l^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}.$$

Si l'on désigne par A la constante de torsion du fil, l'équation des moments donne la condition d'équilibre

$$A\alpha = \frac{q^2}{16l^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} l \cos \frac{\alpha}{2},$$

d'où l'on tire

$$q = 4\sqrt{Al\alpha \sin \frac{\alpha}{2} \operatorname{tang} \frac{\alpha}{2}}.$$

Or A, constante de torsion, pouvant être mesuré d'avance, une fois pour toutes, en valeur absolue du système C.G.S., l étant évalué en centimètres et α étant mesuré en prenant pour unité d'angle l'angle correspondant à un arc égal au rayon, on a la valeur de q en valeur absolue.

Toutefois cette méthode ne donnerait que difficilement des résultats précis. Nous indiquerons plus tard des méthodes plus pratiques et plus exactes.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

III.

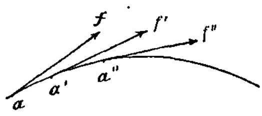
DÉFINITIONS.

La loi de Coulomb étant établie, nous allons en déduire, en appliquant le calcul, un grand nombre de propositions relatives aux systèmes électrisés. Nous donnerons d'abord un certain nombre de définitions.

LIGNES DE FORCE. — On appelle *ligne de force une ligne telle que la force électrique lui soit tangente en chaque point.*

Tracé infinitésimal d'une ligne de force. — Plaçons un très petit corps chargé d'électricité positive en un point a (*fig.* 13) du champ électrique; ce corps est soumis à une certaine force f. Déplaçons-le d'une quantité infiniment petite dans la direction de cette force. A ce moment, il sera soumis à

Fig. 13.



une force qui a une direction un peu différente f'. Déplaçons-le encore infiniment peu dans cette nouvelle direction, et ainsi de suite. La trajectoire ainsi obtenue est une ligne de force.

FLUX DE FORCE. — Si l'on considère un élément ds d'une surface idéale quelconque, on appelle *flux de force à travers cet élément le produit de la surface ds par la composante normale f_n de la force électrique ou intensité du champ en*

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

un point de cet élément, c'est-à-dire $ds \times f_n$, ou, si l'on appelle f la force, et (f, n) l'angle de la force avec la normale

$$ds\,f\cos(f, n).$$

On peut encore écrire cette expression du flux de force de la manière suivante

$$f[ds\cos(f, n)].$$

Or le produit des deux derniers facteurs représente la projection de l'élément sur un plan perpendiculaire à la force. On peut donc dire que le flux de force à travers un élément est le produit de la force électrique (intensité du champ) au point où se trouve l'élément, par la projection de l'élément sur un plan perpendiculaire à la force.

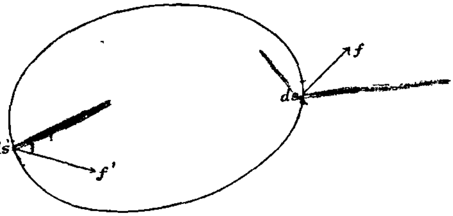
On appelle *flux de force à travers une surface finie la somme des flux de force à travers les divers éléments de cette surface* (¹).

La quantité que nous désignons par flux de force à travers une surface est la même que celle que Faraday appelait : « nombre de lignes de force à travers la surface ».

Jusqu'ici nous n'avons défini que la valeur numérique du flux de force. Dans le cas d'une surface *fermée,* on est convenu de lui donner un signe défini de la manière suivante :

Le flux de force à travers un élément ds (*fig.* 14) d'une sur-

Fig. 14.



face fermée est dit *sortant,* et il est affecté du signe $+$, lorsque la force f est dirigée vers l'extérieur de la surface; il est dit

(¹) L'expression de *flux* est empruntée à l'Hydrodynamique.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

entrant et affecté du signe — quand la force est dirigée vers l'intérieur, comme f'.

Il est aisé de s'assurer que l'expression $ds f \cos(f, n)$ représente toujours le flux sortant si l'on convient de prendre pour l'angle (f, n) celui que forme la force avec la normale dirigée en dehors de la surface.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

IV.

THÉORÈME DE GAUSS [1].

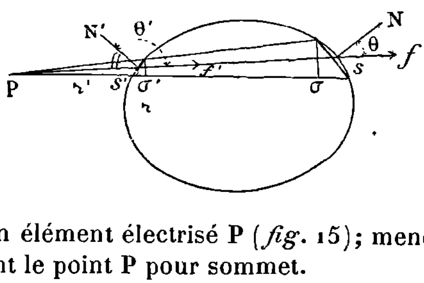
Ce théorème, purement mathématique, n'a, par lui-même, quand il est énoncé dans toute sa généralité, aucune signification physique; mais de nombreux cas particuliers constituent autant de propositions physiques d'une grande importance.

Pour l'établir, nous démontrerons séparément deux propositions, dont les énoncés fondus ensuite en un seul constituent le théorème de Gauss.

Première proposition. — Soit une surface géométrique fermée, et un système de corps électrisés à l'extérieur de cette surface : le flux total de force dû à ces corps et sortant de la surface est nul.

En effet, considérons d'abord le cas particulier où le système

Fig. 15.



se réduit à un élément électrisé P (*fig.* 15); menons un cône très aigu ayant le point P pour sommet.

[1] Ce théorème, qui a été attribué à différents auteurs, appartient en réalité à Gauss, qui l'a énoncé et démontré dans un Mémoire publié en 1813 et ayant pour titre : *Theoria attractionis corporum spheroidicorum ellipticorum homogeneorum, methodo nova tractata.*

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Il découpe dans la surface deux éléments s et s'. Soient f et f' les valeurs de la force en s et s' : l'une de ces forces, f' par exemple, étant dirigée vers l'intérieur de la surface, l'autre, f, sera forcément dirigée vers le dehors. Soient θ et θ' les angles de ces forces avec les normales. Le flux sortant de s a pour valeur $s.f\cos\theta$. Or $s\cos\theta$ n'est autre chose que la section droite σ du cône menée par un point quelconque de s. Donc le flux de force sortant de s est égal à $f\sigma$.

Le flux de force sortant de s' est $f's'\cos\theta'$. Or l'angle de la section droite σ' du cône, menée par un point quelconque de s' avec s' est égal à $\pi - \theta'$; donc on a

$$s'\cos\theta' = -\sigma';$$

Donc le flux de force sortant de s' est égal à $-f'\sigma'$.

Or, si l'on désigne par r et r' les distances de P à s et s', on a

$$\frac{f}{f'} = \frac{r'^2}{r^2} = \frac{\sigma'}{\sigma},$$

d'où

$$f\sigma = f'\sigma'.$$

Donc la somme des flux de force sortant à travers les éléments s et s' est nulle.

Or on peut décomposer toute la surface, par des cônes ayant pour sommet le point P en paires d'éléments analogues aux précédents. Pour chacune des paires, la somme des flux de force sortant est nulle; la somme totale est donc nulle, et le théorème est démontré dans le cas d'un seul élément électrisé.

Il est facile de passer de ce cas à celui d'un système de corps: les divers éléments électrisés de ce système donnant lieu en s à des forces électriques dont les composantes normales sont, par exemple, $\varphi, \varphi_1, \varphi_2 \ldots$; si l'on désigne par Φ la composante normale de la résultante des forces, on a

$$\Phi = \varphi + \varphi_1 + \varphi_2 + \ldots;$$

multipliant les deux membres de cette égalité par s, il vient

$$s\Phi = s\varphi + s\varphi_1 + s\varphi_2 + \ldots,$$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

ce qui veut dire que le flux total à travers s est égal à la somme des flux produits par les divers éléments du système électrisé.

En étendant cette proposition à toute la surface fermée, on pourra écrire

$$\Sigma s\Phi = \Sigma(s\varphi + s\varphi_1 + s\varphi_2 + \ldots$$

ou

$$\Sigma s\Phi = \Sigma s\varphi + \Sigma s\varphi_1 + \Sigma s\varphi_2 + \ldots$$

Or on a démontré précédemment que chacune des parties de la somme du second membre est nulle; donc la somme $\Sigma s\Phi$ est aussi nulle, ce qui démontre la première proposition.

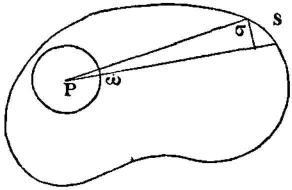
Remarque. — Nous avons fait la démonstration dans le cas d'une surface convexe; il est aisé de voir que, dans le cas d'une surface concave, la même démonstration s'applique. Dans ce cas, en effet, le cône infiniment petit rencontre la surface un nombre pair de fois, et les éléments qu'il découpe peuvent être groupés par paires à chacune desquelles on appliquera le raisonnement ci-dessus.

Seconde proposition. — Si un système de corps électrisés se trouve à l'intérieur d'une surface géométrique fermée, le flux total de force sortant de cette surface est égal au produit de la charge du système par le facteur constant 4π.

Nous allons d'abord examiner le cas particulier où le système se réduit à un seul élément P électrisé chargé d'une quantité q d'électricité.

Menons par P (*fig.* 16) une surface conique d'ouverture in-

Fig. 16.



finiment petite limitée à son sommet, qui découpe sur la surface un élément s à une distance r du point P. En appelant σ

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

la section droite du cône en s, et f la force au même point, le flux sortant est σf.

Du point P comme centre, décrivons une sphère de rayon égal à l'unité. Le cône intercepte sur cette sphère un élément de surface ω, et l'on a

$$\frac{\sigma}{r^2} = \frac{\omega}{1^2} = \omega,$$

d'où

$$\sigma f = \omega r^2 f;$$

or

$$f = \frac{q}{r^2},$$

donc

$$\sigma f = \omega q,$$

ou, en étendant ce résultat à toute la surface,

$$\Sigma \sigma f = \Sigma \omega q = q \Sigma \omega.$$

Or, $\Sigma\omega$ n'est autre chose que la surface entière de la sphère de rayon 1, ou 4π. Donc le flux total est égal à $4\pi q$.

Pour passer au cas d'un système de corps électrisés, il suffit de se reporter à ce qui a été démontré plus haut, à savoir que le flux dû au système tout entier est égal à la somme des flux dus à ses diverses parties.

Il en résulte que le flux total dû à un système comprenant des quantités $q_1, q_2, \ldots$ d'électricité est

$$4\pi(q_1 + q_2 + \ldots) = 4\pi Q,$$

en désignant par Q la quantité totale d'électricité répartie sur le système électrisé.

Remarque. — Si la surface est concave, la nappe du cône la rencontre un nombre impair de fois; les éléments ainsi découpés peuvent être groupés par paires à l'exception d'un seul. Le flux correspondant à chacune des paires étant nul, il n'y a à tenir compte que du flux à travers l'élément qui reste, et la démonstration s'achève comme précédemment.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

THÉORÈME DE GAUSS. — Supposons maintenant qu'il y ait des corps électrisés à la fois à l'extérieur et à l'intérieur de la surface.

Le flux total est égal à la somme du flux dû à la portion du système qui se trouve à l'extérieur, et du flux dû à la portion qui se trouve à l'intérieur. Or le premier est nul; le second est égal au produit de la quantité totale d'électricité renfermée dans la surface par le facteur constant 4π. Il en résulte l'énoncé suivant, qui constitue le théorème de Gauss :

Le flux total de force qui sort d'une surface fermée est égal à la quantité d'électricité contenue dans son intérieur multipliée par le facteur constant 4π.

Au point de vue logique, le théorème de Gauss n'est qu'une forme particulière de la loi de Coulomb : il relie les forces aux quantités d'électricité.

COROLLAIRE. — Lorsqu'il y a équilibre électrique, la charge d'un conducteur est tout entière à la surface de ce conducteur, quelle que soit sa forme.

En effet, supposons qu'il existe à l'intérieur du conducteur un élément de volume électrisé : soit q sa charge. Le flux total de force qui sort de la surface limitant l'élément a pour valeur $4\pi q$, d'après le théorème de Gauss. Il en résulte que la force ne peut être nulle en tous les points de la surface, ce qui est inconciliable avec l'équilibre.

Il est donc impossible qu'il existe une quantité quelconque d'électricité dans l'intérieur du conducteur; et, par suite, la charge est tout entière à la surface.

Remarque. — Si l'on admet la loi de Coulomb comme résultant des expériences faites avec la balance, la démonstration précédente peut être appliquée à tous les corps, y compris la sphère; si, au contraire, on considère la loi de Coulomb comme résultant de ce fait expérimental qu'il n'y a pas d'électricité dans l'intérieur d'une sphère conductrice, la démonstration précédente permet d'étendre la proposition à tous les corps différents de la sphère.

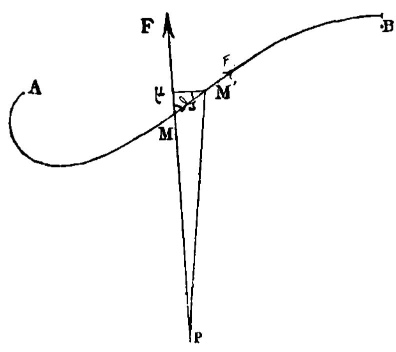
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

V.

POTENTIEL.

Soient (*fig.* 17) deux points géométriques A et B dans un champ électrique, et un chemin quelconque allant de A à B.

Fig. 17.



Soit un élément chargé de l'unité d'électricité. Proposons-nous d'évaluer le travail W_A^B accompli par les forces électriques lorsque l'élément va de A à B par le chemin considéré.

Nous considérerons d'abord le cas où le champ est dû à une seule charge électrique q concentrée en un point P.

Supposons que l'élément décrive l'arc infiniment petit $MM' = ds$. Soit F la force électrique en M : elle est dirigée suivant PM. Le travail élémentaire dW, effectué par cette force pendant le déplacement infiniment petit ds, est

$F' = F \cos F\,M)$ $\quad F'h =$ $$F\,ds\cos(F, ds). = \partial W$$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Soit $PM = r$, $PM' = r + dr$; prenons $P\mu = PM'$; dans le triangle rectangle infinitésimal $MM'\mu$, on a

$$ds \cos(F, ds) = dr :$$

donc

$$dW = F\, dr.$$

Or

$$F = \frac{q}{r_2} :$$

donc

$$dW = q\frac{dr}{r^2} = d\left(-\frac{q}{r}\right).$$

En faisant la somme des travaux de A à B, on a

$$W_A^B = \left(-\frac{q}{r}\right)_A^B = \frac{q}{r_1} - \frac{q}{r_2},$$

en désignant par r_1 et r_2 les distances PA et PB.

On voit que le travail est indépendant du chemin parcouru.

Considérons maintenant le cas général, c'est-à-dire le cas où le champ est dû à plusieurs points électrisés P, P′, P″, ... Le travail de la résultante étant égal à la somme des travaux des composantes, on a

$$W_A^B = \sum\left(\frac{q}{r_1} - \frac{q}{r_2}\right) = \sum\frac{q}{r_1} - \sum\frac{q}{r_2}.$$

Gauss a donné à la quantité $\sum\frac{q}{r}$, déjà considérée par Laplace, le nom de *potentiel;* on la désigne par la lettre V. On a donc

$$W_A^B = V_A - V_B.$$

Le travail des forces électriques lors du transport de l'unité d'électricité de A *en* B *est donc indépendant du chemin parcouru et égal à la différence des valeurs du potentiel en* A *et* B.

AUTRE DÉFINITION DU POTENTIEL. — Nous avons vu que le travail W_A^B est égal à

$$V_A - V_B.$$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Si le point B s'éloigne indéfiniment, on a

$$V_B = 0$$

et, par suite,

$$W_A^\infty = V_A = \sum \frac{q}{r_1}.$$

On peut donc dire, avec Sir W. Thomson : *Le potentiel en un point est le travail qui serait exécuté sur une unité d'électricité positive par les forces électriques, si cette unité était placée en ce point sans troubler la distribution électrique, et transportée de ce point à une distance infinie ; ou, ce qui revient au même, le travail qui doit être accompli par un agent extérieur pour apporter l'unité d'électricité positive d'une distance infinie jusqu'au point donné.*

SURFACES ÉQUIPOTENTIELLES. — Le potentiel, dont l'expression est $\sum \frac{q}{r}$, a une valeur déterminée en chaque point du champ. Si l'on rapporte les positions de tous les points à trois axes de coordonnées, le potentiel V en un point est une fonction des coordonnées de ce point, et l'on a

$$V = F(x, y, z).$$

Si l'on pose $V = F(x, y, z) = k$, k étant une quantité constante arbitraire, on a une équation entre x, y et z qui représente une surface qui est le lieu des points où le potentiel a partout la valeur k. Une telle surface est appelée *surface équipotentielle.* En donnant à k successivement diverses valeurs, on a une *famille* de surfaces équipotentielles.

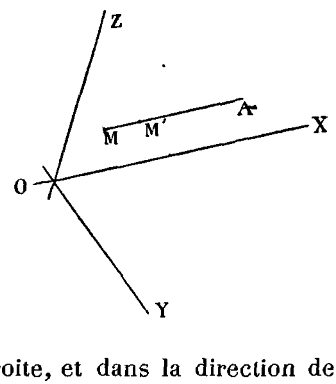
Lorsque l'unité d'électricité est transportée d'un point A à un point B d'une même surface équipotentielle, le travail accompli par les forces électriques, lequel a pour expression $V_A - V_B$, est nul, puisque $V_A = V_B$. Comme cela est vrai quelle que soit la position des points A et B sur la surface, et quelle que soit la trajectoire entre A et B, il faut que la force électrique soit constamment normale à toute ligne tracée sur la surface équipotentielle : *la force électrique est donc normale à la surface équipotentielle.*

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Si l'unité d'électricité passe d'un point d'une surface équipotentielle où le potentiel est V' à un point d'une autre surface équipotentielle où le potentiel est V'', le travail accompli par les forces électriques est $V' - V''$; pour une quantité d'électricité q parcourant le même chemin, le travail est $q(V' - V'')$. Cette expression est analogue à celle que l'on obtient en évaluant le travail accompli par la pesanteur lorsqu'un poids P passe d'un niveau géodésique H' à un niveau H''; ce travail est, comme on sait, $P(H' - H'')$. C'est à cause de cette analogie que l'on donne souvent au potentiel le nom de *niveau électrique*, et aux surfaces équipotentielles le nom de *surfaces de niveau*.

EXPRESSION DE LA FORCE AU MOYEN DU POTENTIEL. — Soient M un point (*fig.* 18) et MA une droite; on demande la composante

Fig. 18.



suivant cette droite, et dans la direction de M vers A, de la force électrique au point M. Prenons trois axes de coordonnées dont l'un, l'axe des x par exemple, est parallèle à MA et de même sens. Soit V le potentiel en M; en un point M' voisin de M sur la droite donnée, le potentiel est $V + \frac{\partial V}{\partial x} dx$. Soit φ la composante cherchée; le travail effectué pour passer de M en M' est φdx. D'autre part, comme nous l'avons vu, il peut être représenté par $V - \left(V + \frac{\partial V}{\partial x} dx\right) = - \frac{\partial V}{\partial x} dx$. On

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

peut donc écrire

$$\varphi\, dx = -\frac{\partial V}{\partial x}\, dx,$$

d'où

$$\varphi = -\frac{\partial V}{\partial x}.$$

Donc, *la composante de la force électrique suivant une direction est égale à la dérivée partielle du potentiel par rapport à cette direction, prise en signe contraire.* Si, en se déplaçant sur la droite dans le sens des x positifs à partir du point M, V augmente, alors φ est négatif, c'est-à-dire que la composante de la force est dirigée dans le sens des x négatifs. Si, au contraire, en se déplaçant sur la droite dans le sens des x positifs, V diminue, alors φ est positif, c'est-à-dire que la composante de la force est dirigée dans le sens des x positifs. On peut résumer ces deux cas en disant que la composante est dirigée en sens inverse des potentiels croissants, ou, ce qui revient au même, dans le sens des potentiels décroissants.

Si MA était normale à la surface de niveau passant en M, φ serait la force entière f, et l'on aurait

$$f = -\frac{\partial V}{\partial n}.$$

Si l'on a trois axes de coordonnées, les composantes suivant les trois axes sont

$$X = -\frac{\partial V}{\partial x}, \quad Y = -\frac{\partial V}{\partial y}, \quad Z = -\frac{\partial V}{\partial z}.$$

POTENTIEL DANS UN CONDUCTEUR. — Dans l'intérieur d'un conducteur, la force est nulle en chaque point; par conséquent *le travail pour un déplacement quelconque de l'unité d'électricité est nul, et, par suite, le potentiel est constant. La surface du conducteur est donc une surface équipotentielle ou de niveau, et, en chaque point de cette surface, la force est normale : ainsi les lignes de force rencontrent normalement la surface de tout conducteur.*

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Si l'on met en communication deux conducteurs qui sont à des potentiels différents, on obtient un conducteur unique dans l'intérieur duquel le potentiel est constant quand l'équilibre est établi. Pour que cet équilibre s'établisse, de l'électricité positive passera du corps au potentiel le plus élevé sur l'autre, jusqu'à ce que les potentiels soient devenus égaux sur les deux conducteurs; de la même manière que si l'on met en communication deux réservoirs contenant le même liquide à des niveaux différents, le liquide passe du réservoir où le niveau est le plus élevé dans l'autre, jusqu'au moment où les surfaces libres sont sur le même plan horizontal.

Remarque. — La loi de Coulomb donne, pour l'action de deux éléments électrisés, l'expression $\frac{dq\,dq'}{r^2}$, dq et dq' représentant les charges et r la distance des éléments, c'est-à-dire la distance de deux points géométriques pris dans leur intérieur. Cet énoncé ne peut avoir de sens que si les éléments dq et dq' existent individuellement, c'est-à-dire s'ils sont entièrement extérieurs l'un à l'autre, et, par conséquent, il n'y a lieu d'appliquer la loi de Coulomb que jusqu'au moment où les éléments sont juxtaposés. La plus petite valeur qu'il y ait lieu de donner à r est donc du même ordre de grandeur que les dimensions linéaires des éléments. Or dq et dq' qui représentent les charges des éléments de volume sont du troisième ordre. Il en résulte que l'expression de la force est un infiniment petit du quatrième ordre.

Un élément $\frac{dq}{r}$ du potentiel est, pour la même raison, un infiniment petit du second ordre.

On voit ainsi qu'on ne rencontrera jamais un terme infini dans les intégrales que l'on a à effectuer pour l'évaluation, soit de la force, soit du potentiel.

En partant des considérations précédentes, on peut montrer que ni le potentiel, ni ses dérivées ne deviennent infinies, même au sein d'un corps électrisé dans toute sa masse. On trouvera la discussion complète de cette question dans la *Théorie mécanique de la chaleur* de Briot.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

VI.

ÉTUDE EXPÉRIMENTALE DU CHAMP ÉLECTRIQUE.

Il est impossible d'arriver, par voie expérimentale, à connaître le potentiel absolu en un point. Reprenons en effet les deux définitions que nous avons données du potentiel.

1° La première définition donnée est $V = \sum \frac{q}{r}$. Pour déterminer V, il faudrait pouvoir évaluer tous les éléments de cette somme, ce qui est impossible, puisqu'il faudrait y faire entrer toutes les quantités d'électricité qui se trouvent dans l'univers.

2° V peut être défini par le travail accompli par les forces électriques lorsque l'unité d'électricité positive va du point considéré à l'infini. La mesure directe de ce travail est évidemment impossible.

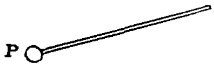
D'un autre côté, la mesure des forces qui s'exercent entre des corps électrisés ne peut pas davantage conduire à la mesure du potentiel; la connaissance de ces forces ne nous donne, en effet, que les dérivées du potentiel. Pour passer de là à la valeur du potentiel lui-même, il faudrait effectuer une intégration qui, comme on sait, introduit toujours une constante arbitraire.

Si l'on ne peut mesurer le potentiel en un point, il est possible de mesurer *la différence entre les potentiels de deux points donnés :* ainsi on peut comparer les potentiels des différents points d'un champ à celui d'un conducteur déterminé, le sol, par exemple. Pour préciser davantage, nous prendrons pour sol, comme on le fait habituellement dans la pratique, les conduites d'eau ou de gaz. Soient V_0 le potentiel du sol et V le potentiel en un point P du champ : on peut mesurer $V - V_0$.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Voici, par exemple, un moyen. Prenons une petite sphère en métal soutenue par une longue tige isolante, et plaçons-la de façon que son centre coïncide avec le point P (*fig.* 19).

Fig. 19.



Établissons la communication entre la sphère et le sol par un fil métallique très fin. Le potentiel de la sphère est alors le même que celui du sol, c'est-à-dire V_0, puisque la sphère, le fil et le sol ne forment qu'un seul conducteur. Or ce potentiel se compose de deux parties: 1° le potentiel que nous avons désigné par V et qui est produit au point P par les corps électrisés auxquels le champ est dû; 2° celui qui provient de l'électricité qui se trouve sur la sphère. Si l'on désigne par q la quantité de cette électricité et par r le rayon de la sphère, le potentiel au centre est $\frac{q}{r}$. On peut donc écrire

$$V_0 = V + \frac{q}{r},$$

d'où

$$V - V_0 = -\frac{q}{r}.$$

Rompons maintenant la communication avec le sol en enlevant le fil métallique au moyen d'un corps isolant; portons la sphère dans la balance de Coulomb et mesurons q en valeur absolue. En mesurant d'autre part r en centimètres, on pourra calculer la valeur absolue de $V - V_0$. On peut donc déterminer la différence entre le potentiel d'un point quelconque du champ et celui du sol ou conducteur de comparaison, comme on détermine en Géodésie les cotes à partir d'un plan de comparaison.

Nous donnerons à la différence $V - V_0$ le nom de *potentiel relatif*.

On peut remarquer que, si le potentiel V est constant sur une surface géométrique, le potentiel relatif $V - V_0$ est aussi constant sur cette même surface, et réciproquement; les surfaces équipotentielles sont donc les mêmes, soit que l'on considère le potentiel V, ou le potentiel relatif $V - V_0$.

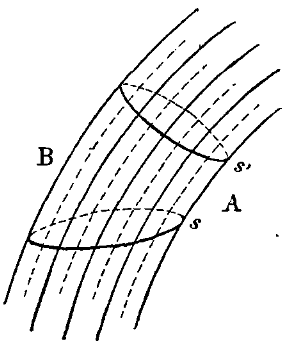
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

VII.

TUBES DE FORCE ET LIGNES DE FORCE.

TUBES DE FORCE : DÉFINITION ET PROPRIÉTÉS. — Considérons une courbe fermée quelconque (*fig.* 20) dans le champ électrique et, par chacun des points de cette courbe, menons la ligne de force qui y passe, nous obtenons ainsi une surface que l'on appelle un *tube de force*.

Fig. 20.



Soit un tronçon de tube terminé par deux surfaces quelconques s et s', et ne renfermant pas d'électricité. A la surface $AsBs'$ ainsi constituée, appliquons le théorème de Gauss. Remarquons d'abord que le flux de force au travers de la surface latérale est nul; car en chaque point de cette surface la composante de la force normale est nulle. Le flux de force sortant de la surface se réduit donc à la somme des flux de force qui sortent par s et s'. Or, d'après le théorème de Gauss, cette

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

somme est nulle puisqu'il n'y a pas d'électricité dans l'intérieur de la surface.

On peut exprimer ce résultat d'une autre manière en disant que le flux de force qui *entre* par l'une des bases, s par exemple, est égal au flux de force qui *sort* par l'autre base s' ; ou bien encore que, si l'on s'avance dans la direction de la force, la valeur arithmétique du flux de force qui traverse les sections successives du tube reste la même, tant qu'on ne rencontre pas de corps électrisés.

Cela est comparable au flux d'eau qui se conserve dans le lit d'un cours d'eau à travers les sections successives, tant qu'il n'y a ni source ni fuite sur le trajet.

Supposons maintenant qu'un tronçon de tube de force renferme une quantité q d'électricité. Appliquons le théorème de Gauss : le flux total sortant de la surface se réduit, comme précédemment, à la somme des flux sortant des deux bases, ou bien, si l'on ne considère que les valeurs arithmétiques des flux, au flux à travers la section d'*aval* moins le flux à travers la section d'*amont* [1]. Cette différence est égale à $4\pi q$; par suite, on a la proposition suivante : *Si l'on suppose une section s'avançant dans un tube de force dans le sens de la force, toutes les fois que cette section dépasse une charge q, le flux qui la traverse augmente de $4\pi q$.*

Cette proposition doit être considérée algébriquement ; c'est-à-dire que, si q est positif, le flux augmente : de la même manière que le débit d'un cours d'eau s'accroît de la quantité d'eau fournie par les sources qu'il rencontre sur son trajet. Si, au contraire, q est négatif, le flux diminue : de la même manière que, dans un cours d'eau, le débit diminue de la quantité d'eau qui s'échappe par les fuites qui existent sur son parcours.

TRAJET DES LIGNES DE FORCE. — On a vu déjà (page 37) que la force en un point est toujours dirigée dans le sens des po-

---

(1) Nous empruntons à l'Hydrodynamique les expressions de section d'*aval* et de section d'*amont*. Nous leur attribuons, avec le sens de la force, les mêmes relations qu'elles ont en Hydrodynamique avec le sens du courant.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

tentiels décroissants; il en résulte qu'une ligne de force va toujours d'une région où le potentiel est plus élevé à une région où le potentiel est moins élevé ([1]).

On voit qu'une ligne de force ne peut être une courbe fermée et ne peut avoir ses deux extrémités sur le même conducteur ou sur deux conducteurs au même potentiel, ni avoir ses deux extrémités à l'infini.

EXTRÉMITÉS DES LIGNES DE FORCE. — Soit une ligne de force *commençant* en un certain point A : cela veut dire que, en un point situé en arrière de A à une distance infiniment petite, la force est nulle. Menons un tube de force infiniment étroit autour de la ligne de force donnée, puis refermons-le en arrière de A, à une distance infiniment petite, par une base quelconque; à travers cette base le flux est nul, puisque la force est nulle. Si l'on considère maintenant une section quelconque B du tube de force, on forme ainsi un tronçon de tube. Or le flux qui sort de B est positif; donc, par suite du théorème de Gauss, il existe forcément de l'électricité positive entre A et B.

Par conséquent, *une ligne de force prend toujours naissance dans une région où il y a de l'électricité positive.*

On voit de même que *partout où une ligne de force finit, il y a de l'électricité négative.*

([1]) Cela n'est vrai que dans le cas de l'équilibre. Quand il y a mouvement, les relations entre les lignes de force et les surfaces équipotentielles peuvent être, dans certains cas, beaucoup plus complexes.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

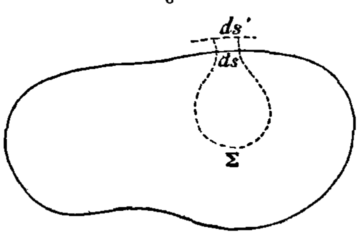
VIII.

PROPOSITIONS RELATIVES AUX CORPS CONDUCTEURS.

DENSITÉ SUPERFICIELLE. — Soit M un point d'une couche électrique, par exemple de la surface d'un conducteur électrisé. Considérons une portion très petite s de la surface autour de ce point, et soit q la quantité d'électricité contenue sur cette portion de surface. On appelle *densité électrique* au point M la limite du rapport $\frac{q}{s}$ quand s tend vers zéro; la densité a, comme on voit, par définition, le signe de la charge au point où on la considère.

THÉORÈME DE COULOMB. — *La force électrique en un point infiniment voisin d'un corps conducteur en équilibre, quelles que soient d'ailleurs les charges en présence, est égale à la densité électrique superficielle μ, en ce point, multipliée par le facteur constant 4π.*

Fig. 21.



En effet, soit un élément ds de la surface (*fig.* 21), menons le tube de force ayant cet élément pour base; il rencontre une

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

surface équipotentielle infiniment voisine de la surface du conducteur suivant une autre base ds'.

Menons par le contour de ds une surface quelconque Σ dans l'intérieur du conducteur. Cette surface, jointe aux parois latérales du tube de force et à ds', constitue une surface fermée à laquelle nous allons appliquer le théorème de Gauss. Tout d'abord, la force étant nulle en chacun des points de Σ, puisque tous ces points sont dans l'intérieur du conducteur, il n'y a pas de flux de force à travers cette surface. Le flux de force est nul à travers les parois latérales du tube de force, puisque, le long de ces parois, la force est tangente. Le flux total à travers la surface considérée se réduit donc au flux qui sort par ds', c'est-à-dire $f\,ds'$, en désignant par f la force électrique comptée vers l'extérieur du conducteur, ou, ce qui revient au même, $f\,ds$, puisque ds et ds' sont égaux au point de vue infinitésimal.

Or, d'après le théorème de Gauss, ce flux de force doit être égal à 4π multiplié par la quantité d'électricité qui est $\mu\,ds$. On a donc

$$f\,ds = 4\pi\,\mu\,ds$$

ou

$$f = 4\pi\mu,$$

ce qu'il fallait démontrer.

On voit que f et μ sont de même signe, ce qui signifie que si, en un point de la surface d'un conducteur, la charge est positive, la force électrique est dirigée vers l'extérieur; si la charge est négative, la force est dirigée vers l'intérieur.

Si l'on se rappelle que $f = -\dfrac{dV}{dn}$, on a la forme suivante du théorème :

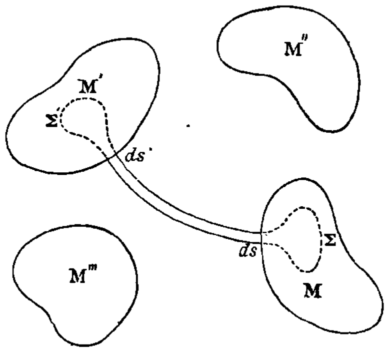
$$\frac{dV}{dn} = -4\pi\mu.$$

Éléments correspondants. — Soit (*fig.* 22) un tube de force infiniment étroit rencontrant deux surfaces conductrices M et M′ en deux éléments dits *correspondants* ds et ds' chargés de quantités d'électricité dq et dq'. Par les contours de ds et de ds' menons dans l'intérieur de chacun des conducteurs

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

deux portions de surfaces quelconques Σ et Σ'. Ces portions de surface, jointes au tube de force, constituent une surface fermée à laquelle nous pouvons appliquer le théorème de Gauss. Sur les parois latérales, le flux de force est nul, puisque la force est tangente; il n'y a pas de flux de force au travers de

Fig. 22.



Σ ni au travers de Σ', car aux différents points de ces surfaces, situées dans l'intérieur de corps conducteurs, la force est nulle. Le flux total au travers de la surface fermée est donc nul, et, par suite, la quantité totale d'électricité dans l'intérieur est elle-même nulle. On a donc

$$dq + dq' = 0$$

où

$$dq = -dq'.$$

Ainsi, *deux éléments correspondants renferment des quantités d'électricité égales et de signe contraire.*

Remarque. — Dans le cas où une ligne de force aboutit à deux conducteurs, la force naît brusquement sur l'un des conducteurs et se termine brusquement sur l'autre; comme un cours d'eau qui prend naissance dans un lac et qui se jette dans un autre lac.

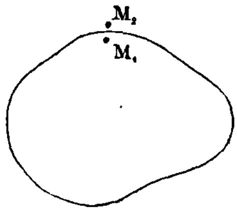
Dans d'autres cas, la force peut naître ou disparaître progressivement dans des charges électriques disséminées dans

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

un milieu mauvais conducteur : de la même manière qu'un cours d'eau peut se former peu à peu par un drainage naturel dans un terrain humide, ou disparaître progressivement dans un terrain sablonneux.

PRESSION ÉLECTROSTATIQUE. — Considérons un conducteur électrisé placé dans un champ électrique quelconque (*fig.* 23); la force électrique en un point M_1 pris à l'intérieur du conducteur, et voisin de sa surface, est nulle. En M_2, point voisin de la surface, mais à l'extérieur, la force électrique est $4\pi\mu$, μ

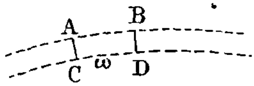
Fig. 23.



étant la densité superficielle dans le voisinage de M_2. Donc, si l'on traverse la couche électrique, la force varie de o à $4\pi\mu$. Cette variation ne peut être brusque; la couche électrique sur le conducteur ayant nécessairement une épaisseur *finie*, quoique très petite, la force doit varier d'une manière continue le long de la normale. La loi de la répartition de l'électricité dans la couche est inconnue; il en est de même de la loi de variation de la force électrique dans l'épaisseur de cette couche.

Soit un élément ω (*fig.* 24) de la surface du conducteur, la

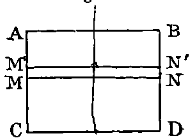
Fig. 24.



charge de cet élément est contenue dans un cylindre orthogonal de base ω et d'une hauteur égale à l'épaisseur de la couche électrique. Bien que l'on ne connaisse ni la répartition de l'électricité, ni la loi de variation de la force électrique dans l'intérieur de ce cylindre, nous allons montrer que l'on peut néanmoins évaluer la force totale à laquelle est soumise la charge Q qu'il contient.

Reproduisons, en l'agrandissant, la figure précédente. Les deux bases AB et CD (*fig.* 25) sont découpées dans les surfaces

Fig. 25.



qui limitent à l'extérieur et à l'intérieur la couche électrique. Menons une section MN parallèle aux bases, et soit q la quantité d'électricité qui se trouve en CDMN.

Si nous menons la section M′N′ infiniment voisine de MN, la tranche MNM′N′ contient une quantité d'électricité dq. Appliquons le théorème de Gauss à la surface fermée CDMN. Le flux de force au travers des parois latérales du cylindre est nul, car la force leur est tangente. Le flux de force à travers CD est nul, car CD est dans l'intérieur d'un conducteur où la force est nulle. Il ne reste donc plus que le flux à travers MN. Si l'on appelle f la force électrique en un point de MN, cette force est normale à MN, et le flux de force à travers MN est ωf. D'autre part, d'après le théorème de Gauss, ce flux de force a pour valeur $4\pi q$. On peut donc écrire

$$\omega f = 4\pi q,$$
$$f = \frac{4\pi q}{\omega};$$

f est la force électrique, ou la force qui s'exercerait sur l'unité d'électricité. La force qui s'exerce sur la quantité dq est $f\,dq$, ou, d'après l'égalité précédente,

$$\frac{4\pi q}{\omega}\,dq.$$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Si l'on appelle F la force *totale* qui agit sur l'électricité contenue dans tout le cylindre ABCD, on a

$$F = \int_0^Q f\,dq = \int_0^Q \frac{4\pi q}{\omega}\,dq = \frac{2\pi}{\omega} Q^2.$$

Telle est la valeur de la force cherchée [1].

Cette force rapportée à l'unité de surface, c'est-à-dire $\frac{F}{\omega}$, est ce qu'on appelle la *pression électrostatique* au point considéré : c'est l'analogue de la pression hydrostatique. Si on la désigne par P, on a

$$P = \frac{F}{\omega} = 2\pi \frac{Q^2}{\omega^2}.$$

Or $\frac{Q}{\omega}$ n'est autre chose que la densité superficielle μ; donc

$$P = 2\pi\mu^2,$$

d'où le théorème suivant :

La pression électrostatique en un point de la surface d'un conducteur est égale au produit du carré de la densité au point considéré par le facteur 2π.

Malgré cette pression vers l'extérieur, l'électricité reste à la surface des conducteurs, parce qu'elle ne peut pénétrer dans le milieu mauvais conducteur qui les entoure.

PROPRIÉTÉ DES COUCHES SPHÉRIQUES HOMOGÈNES. — 1° *La force électrique produite par une couche sphérique homogène en un point de son intérieur est nulle.* Cette propriété a été établie précédemment (p. 19). Il en résulte que le potentiel est constant dans tout l'intérieur de la sphère, qu'elle présente ou non des cavités : il a partout la valeur qu'il a au centre. Or, si a représente le rayon de la sphère, et μ la densité superficielle, le potentiel au centre a pour valeur

$$\frac{4\pi a^2 \mu}{a} = 4\pi a \mu.$$

2° *La force électrique produite par une couche sphérique*

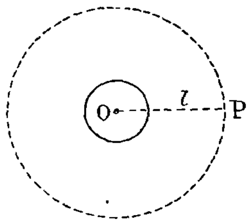
(1) Le mode de raisonnement donné ici est dû à M. Pellat.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

homogène en un point extérieur P *est la même que si toute la charge était concentrée au centre.*

En effet, décrivons une sphère cencentrique à la sphère donnée O et passant par le joint P (*fig.* 26); soit $OP = l$.

Fig. 26.



Appliquons à cette sphère le théorème de Gauss.

Sur toute l'étendue de cette sphère la force électrique est normale et a une valeur constante f, par raison de symétrie. Le flux total de force est donc

$$4\pi l^2 f.$$

Or, d'après le théorème de Gauss, il est égal à $4\pi q$, q désignant la charge totale de la sphère donnée. Donc

$$4\pi l^2 f = 4\pi q,$$

$$f = \frac{q}{l^2},$$

ce qu'il fallait démontrer.

De même, le potentiel en P *a la même valeur que si la charge était au centre.* En effet, on a

$$\frac{dV}{dl} = -f,$$

$$\frac{dV}{dl} = -\frac{q}{l^2}, \quad V = \frac{q}{l} + \text{const.}$$

Pour $l = \infty$, le potentiel est évidemment nul; donc la constante est nulle, et l'on a $V = \frac{q}{l}$, ce qui démontre le théorème.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

IX.

DIAGRAMMES ÉLECTRIQUES.

Il peut être utile d'examiner la disposition des surfaces équipotentielles et des lignes de force dans quelques cas simples.

1° *Champ dû à un élément unique* A *chargé d'une quantité* q *d'électricité.* — Le potentiel en un point dont la distance au point A est r a pour valeur $V = \frac{q}{r}$. Les surfaces équipotentielles sont donc des sphères ayant pour centre le point A : les lignes de force sont les rayons.

2° *Champ dû à une sphère conductrice chargée d'une quantité* q *d'électricité.* — Le potentiel en un point extérieur à la sphère est le même que si la quantité q était concentrée au centre O de cette sphère. Donc, pour la région de l'espace extérieure à la sphère, le champ est le même que dans le cas d'un élément électrisé, cas qui a été traité précédemment, c'est-à-dire que les surfaces équipotentielles sont des sphères ayant pour centre le point O ; les lignes de force sont les rayons.

Dans l'intérieur de la sphère, le potentiel est constant, et la force est nulle.

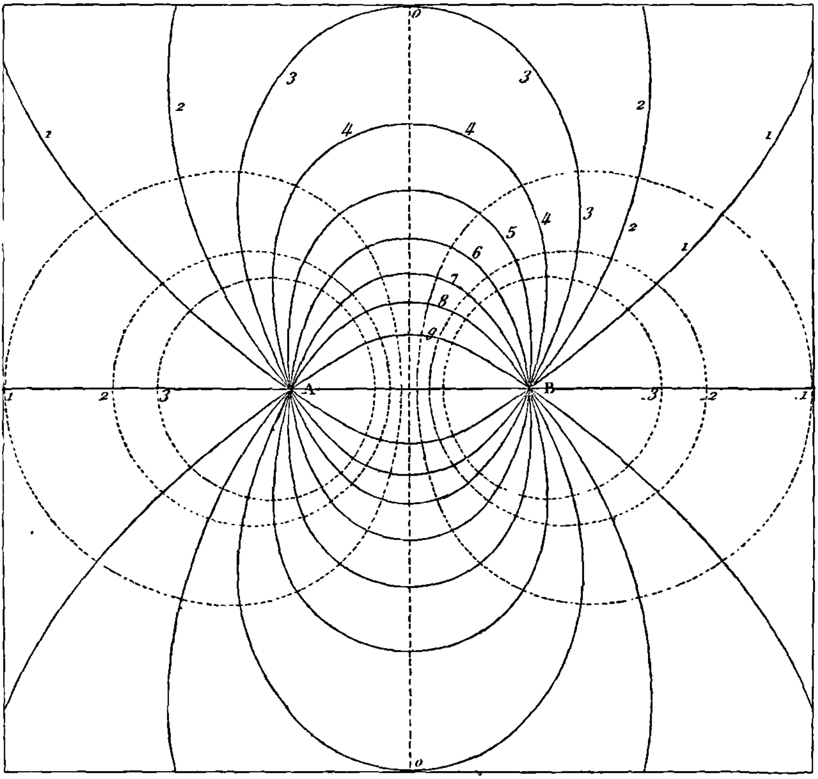
3° *Champ dû à deux points chargés des quantités d'électricité égales et de signes contraires* q *et* $-q$. — Soient A et B les deux points ; le potentiel en un point situé à une distance r de A, et r' de B, est $V = q\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}\right)$. En coordonnées bipolaires, l'équation des surfaces équipotentielles, qui sont évidemment de révolution autour de AB, est donc

$$\frac{1}{r} - \frac{1}{r'} = \frac{V}{q} = \text{const.}$$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Pour avoir les diveres surfaces équipotentielles, il suffira de donner à la constante successivement diverses valeurs numériques. La *fig.* 27 représente une coupe méridienne du dia-

Fig. 27.



gramme. Les lignes ponctuées sont les traces des surfaces équipotentielles et les traits pleins les lignes de force. Chacune de ces dernières passe par les points A et B.

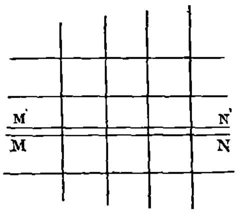
CHAMP UNIFORME. — On appelle *champ uniforme un champ dans lequel les lignes de force sont des lignes droites parallèles entre elles*. Les surfaces équipotentielles sont, d'après

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

cela, des plans parallèles, normaux à la direction commune des lignes de force. On peut démontrer que, dans un pareil champ, la force électrique est la même en tous les points.

D'abord la force électrique est la même en tous les points d'un plan équipotentiel quelconque tel que MN (*fig.* 28). En effet, considérons un plan équipotentiel infiniment voisin M'N'. Sa distance au plan MN est partout la même; soit dl cette distance. La force électrique aux différents points de MN a la valeur $-\frac{dV}{dl}$ qui est la même, quel que soit le point considéré.

Fig. 28.



D'autre part, la force électrique est encore la même sur deux plans équipotentiels quelconques. En effet, considérons un tube de force limité à ces deux plans. Le flux de force qui entre par l'une des bases est égal au flux de force qui sort par l'autre, et, comme les bases sont égales, il en résulte que la force électrique est la même sur les deux plans.

L'intensité d'un champ uniforme a donc, en tous les points du champ, même valeur et même direction.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

X.

ÉQUILIBRE ÉLECTRIQUE.

Le problème le plus général de l'équilibre électrique est le suivant : étant donnés des conducteurs de formes et de dimensions déterminées, ainsi que les charges de chacun d'eux, évaluer *le potentiel en chaque point* de l'espace lorsque l'équilibre est établi.

Cette question constitue un problème d'Analyse mathématique presque toujours très difficile ; heureusement sa solution générale n'est pas nécessaire à l'intelligence et à l'étude des phénomènes physiques de l'électricité.

D'ailleurs on est arrivé, par voie synthétique, à trouver la solution d'un certain nombre de cas d'équilibre qui nous suffiront pour l'étude des phénomènes.

Pour arriver à cette solution, on s'appuie sur les deux principes suivants :

1° L'état d'équilibre est unique. Nous ne donnerons pas la démonstration de ce principe ; on pourra la trouver dans les *Leçons sur l'électricité et le magnétisme*, de MM. Mascart et Joubert, p. 43 et 47.

2° La superposition de deux états d'équilibre sur un système donné de corps est un nouvel état d'équilibre.

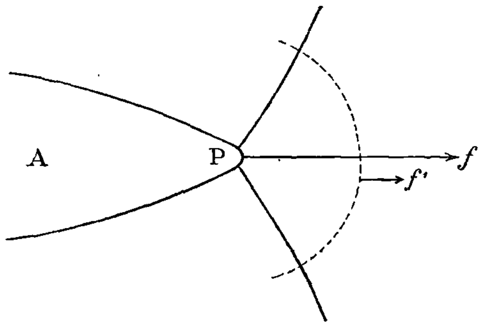
En effet, dans chacun des états composants, les charges électriques produisent un potentiel constant dans l'intérieur de chaque conducteur. La superposition des états donnera en chaque point un potentiel égal à la somme des potentiels composants. Le potentiel résultant sera donc constant dans l'intérieur de chaque conducteur, et, par suite, on aura encore un état d'équilibre.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Si, en particulier, on change dans un rapport constant k la densité électrique en chacun des points d'un système de conducteurs en équilibre, on a encore un état d'équilibre, et le potentiel en un point quelconque de l'espace est devenu k fois plus grand.

POUVOIR DES POINTES. — Sans pouvoir résoudre d'une manière générale le problème de l'équilibre électrique, on peut cependant prévoir que la densité électrique est grande aux points des conducteurs où la courbure est elle-même grande. En effet, soit P (*fig.* 29) un point du conducteur A où la cour-

Fig. 29.



bure est très grande. Considérons un élément s autour de ce point; le tube de force qui a cet élément pour base va en s'évasant très rapidement. Soit s une section du tube de force par une surface équipotentielle infiniment voisine de l'élément, et soit f la valeur moyenne de la force électrique en un point de cette section; le flux de force à travers s est fs. Soient maintenant s' une section du même tube de force par une surface équipotentielle menée à une distance finie de P, et f' la valeur moyenne de la force sur cette section; le flux de force à travers s' est $f's'$. Les deux flux devant être égaux, on a

$$fs = f's',$$

$$f = f'\frac{s'}{s}.$$

Or f' a une valeur finie, et $\frac{s'}{s}$ est très grand; donc f est très grand. D'après le théorème de Coulomb, on a $f = 4\pi\mu$; donc la densité en P est elle-même très grande.

Si le corps présentait une pointe, comme le sommet d'un cône, le raisonnement précédent ne peut plus se faire. Il faut remarquer que ce cas est une pure fiction mathématique; en réalité, toutes les pointes sont arrondies; mais, comme la courbure y est très grande, la densité l'est aussi. La pression électrostatique $2\pi\mu^2$ peut devenir alors suffisante pour que l'électricité pénètre dans l'air et s'échappe en donnant lieu au phénomène des aigrettes.

ÉTUDE EXPÉRIMENTALE DE LA DISTRIBUTION SUR LES CONDUCTEURS. — Cette étude se fait au moyen du plan d'épreuve imaginé par Coulomb. Cet instrument se compose d'un très petit disque de clinquant fixé à l'extrémité d'une tige isolante.

Pour faire comprendre le fonctionnement de ce plan d'épreuve, nous ne pouvons mieux faire que de citer Pouillet [1]: « Quand un plan d'épreuve très mince et assez petit est posé tangentiellement sur une surface électrisée, il se confond avec l'élément qu'il touche, il prend en quelque sorte sa place relativement à l'électricité, ou plutôt il devient lui-même l'élément sur lequel le fluide se répand; ainsi, quand on retire ce plan, on fait la même chose que si l'on avait découpé sur la surface un élément de même épaisseur et de même étendue que lui, et qu'on l'eût enlevé pour le porter dans la balance, sans qu'il perdît rien de l'électricité qui le couvre... »

Cela posé, soit à comparer les charges en deux points A et B d'un conducteur. On touche A avec le plan d'épreuve et on le porte dans la balance de Coulomb; il communique une partie de sa charge à la boule mobile et celle-ci est repoussée. Au moyen d'une torsion convenable T_A, on maintient entre le plan d'épreuve et la boule mobile un certain écart α. On ré-

---

(1) POUILLET, *Éléments de Physique expérimentale et de Météorologie*. Seconde Partie, t. I, p. 579; 1828.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

pète l'expérience pour le point B; pour un même écart α, on constate une torsion T_B.

La distance étant la même, le rapport des torsions est égal au rapport des carrés des charges en A et B. Le rapport des racines carrées des torsions donne le rapport des densités en A et B.

En mettant successivement le plan d'épreuve en contact avec les différents points d'un conducteur et le portant ensuite dans la balance, on peut ainsi résoudre expérimentalement le problème de la distribution électrique. On peut représenter graphiquement le résultat de cette analyse en menant aux différents points du conducteur des normales sur lesquelles on porte des longueurs proportionnelles aux densités.

Les extrémités de ces normales forment une surface qui, par son éloignement plus ou moins grand de la surface du conducteur, donne une image des plus nettes de la distribution.

Remarque. — Pendant que l'on détermine dans la balance la répulsion due au plan d'épreuve qui a touché le point A du conducteur, celui-ci, qui est toujours imparfaitement isolé, perd une certaine quantité d'électricité. Lorsque l'on opérera sur le point B, le résultat ne sera pas comparable à celui que l'on aurait obtenu si l'on avait touché ce point en même temps que le point A. Pour éviter cette cause d'erreur, Coulomb employait la méthode des contacts alternatifs. Après avoir posé le plan d'épreuve au point A et obtenu une torsion T_A, il vient toucher le point B au bout d'un certain temps θ; il obtient une torsion T_B. Il revient ensuite au point A au bout du même temps θ; il obtient une torsion $T_{A'}$ plus petite que T_A; il compare ensuite les torsions T_B et $\frac{T_A + T_{A'}}{2}$. La cause d'erreur provenant de la déperdition est ainsi écartée, à condition que l'on admette que cette déperdition suit une marche régulière.

Cas particuliers de distribution. — Sur une sphère, la distribution est uniforme. Elle est figurée par une sphère concentrée à la sphère donnée.

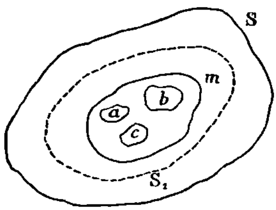
Pour un ellipsoïde, le calcul, d'accord avec l'expérience,

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

montre que la distribution est figurée par un ellipsoïde homothétique du premier par rapport au centre; de telle sorte que le rapport des densités aux extrémités des axes est égal au rapport de ces axes. Si l'ellipsoïde est de révolution autour de son grand axe, et s'il s'allonge de plus en plus, le petit axe restant constant, la densité à l'extrémité du grand axe ira en croissant indéfiniment. Nous retrouvons ainsi le pouvoir des pointes que la théorie nous avait fait prévoir.

THÉORÈME DE FARADAY. — *Quand un système électrisé a, b, c* (*fig.* 30) *est entouré complètement par un conducteur* S,

Fig. 30.



il y a sur la face interne de ce conducteur une charge égale et de signe contraire à celle du système a, b, c, ...

En effet, considérons une surface idéale S_1 enveloppant la cavité et comprise tout entière dans le conducteur. Appliquons le théorème de Gauss à cette surface. Puisqu'il y a équilibre, la force en chaque point de S_1 est nulle, et, par suite, le flux de force est nul; donc, si l'on appelle m la somme algébrique des charges des conducteurs $a, b, c, \ldots$ et q la charge de la face interne du conducteur, on a

$$4\pi(q + m) = 0$$

ou

$$q = -m,$$

ce qu'il fallait démontrer.

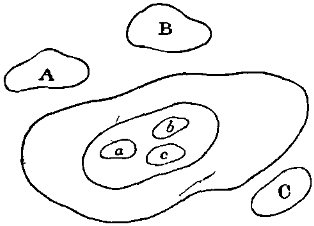
Faraday a donné de ce théorème une vérification expérimentale dont nous reportons l'exposé après la théorie des écrans électriques, afin de pouvoir la présenter en toute rigueur.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Remarque. — Il résulte de ce théorème de Faraday que, lorsque l'on fait des expériences électriques dans une salle, les parois sont chargées d'une quantité d'électricité égale et de signe contraire à la somme algébrique de toutes les charges des appareils.

ÉCRANS ÉLECTRIQUES. — Étant donné un conducteur creux isolé (*fig.* 31), on suppose dans l'intérieur de la cavité un sys-

Fig. 31.



tème $a, b, c, \ldots$ de corps électrisés, et à l'extérieur un autre système de corps électrisés A, B, C, ...; on suppose de plus que l'on ait communiqué au conducteur creux une charge électrique Q. Nous nous proposons de démontrer que $a, b, c, \ldots$ sont, au point de vue de la distribution et des forces électriques, dans les mêmes conditions que si les corps électrisés A, B, C, ... et la charge Q n'existaient pas; autrement dit que, si l'on vient à modifier soit la charge Q, soit la charge et la position des corps A, B, C, ..., il n'en résultera aucun phénomène dans l'intérieur de la cavité, ce que l'on exprime en disant que le conducteur creux constitue un *écran électrique* protégeant les corps qu'il renferme [1].

Pour le démontrer, nous allons considérer successivement plusieurs cas d'équilibre dont la superposition mettra en évidence la proposition énoncée.

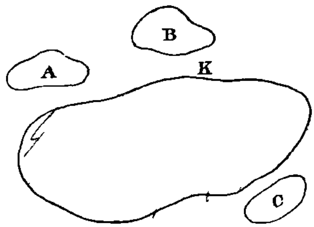
Premier cas d'équilibre. — Soient un conducteur plein

[1] Dans une première lecture on pourra laisser de côté la démonstration qui va suivre, et considérer la propriété des écrans comme résultant des expériences de Faraday (p. 62).

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

(*fig.* 32), isolé, chargé d'une quantité K d'électricité, et un système de corps électrisés A, B, C, ..., à l'extérieur. Lorsqu'il y a équilibre, le potentiel dû au système A, B, C, ... et

Fig. 32.

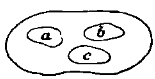


à la charge K, en un point intérieur quelconque du conducteur, est constant.

Si l'on suppose maintenant que l'on creuse des cavités pouvant contenir des corps conducteurs *a*, *b*, *c*, ..., non électrisés (*fig.* 31), le potentiel restera le même, en chaque point, que tout à l'heure. Il sera donc encore constant et l'équilibre subsistera.

Deuxième cas d'équilibre. — Soit une cavité (*fig.* 33) creusée dans un conducteur isolé et non chargé de dimensions infiniment grandes, et contenant des corps électrisés *a*, *b*, *c*, ...

Fig. 33.



D'après le théorème de Faraday, il y a sur la face interne de la cavité une charge — *m* égale et de signe contraire à la charge totale du système *a*, *b*, *c*, ... Le conducteur considéré est en équilibre; donc le potentiel est constant dans tout l'espace qui entoure la cavité.

Comme la charge électrique de la surface extérieure du corps, qui est égale à *m*, est située à une distance infiniment grande, elle ne contribue pas à la formation du potentiel. Ce potentiel est dû uniquement aux charges de *a*, *b*, *c*, ... et à

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

la couche $-m$ qui recouvre l'intérieur de la cavité. Donc le système a, b, c, ..., $-m$ produit un potentiel constant dans tout l'espace qui entoure la cavité.

Supposons maintenant qu'on enlève des portions quelconques de la matière conductrice extérieure à la cavité, de manière à laisser à l'extérieur certaines portions telles que A, B, C, ... (voir *fig.* 31), le potentiel restera constant sur tout l'espace entourant la cavité, et l'équilibre subsistera. On peut ainsi obtenir un système en équilibre électrique constitué de la manière suivante :

Un corps creux contenant des corps électrisés a, b, c, ... et une charge $-m$ sur sa face interne, la surface extérieure n'étant pas chargée, et le corps creux étant entouré de corps conducteurs A, B, C, ..., quelconques qui ne sont pas électrisés.

Supposons maintenant que la configuration des systèmes de conducteurs considérés dans les deux états d'équilibre que nous venons d'étudier soit identiquement la même, c'est-à-dire que la forme et la disposition relatives des conducteurs soient les mêmes; supposons en outre que la charge K ait été choisie égale à $Q + m$. Si nous superposons les deux états d'équilibre, il en résulte un état d'équilibre qui correspond aux conditions de charges données dans l'énoncé du problème pour tous les conducteurs. Le fait de la superposition ayant laissé subsister la distribution intérieure telle qu'elle était dans le second cas d'équilibre, il en résulte que cette distribution ne dépend aucunement de ce qui existe à l'extérieur.

D'autre part, après la superposition aussi bien qu'avant, le potentiel dû aux charges de A, B, C, ... et à la charge K (ou $Q + m$), dans l'intérieur de la cavité, reste constant. Ce résultat est absolument indépendant de la valeur des charges de A, B, C, ... et de Q; si ces charges changent, le potentiel qui leur est dû change; mais il reste constant dans tout l'intérieur du conducteur, et il n'y a aucune force provenant de l'extérieur. Ainsi le conducteur creux sert d'*écran électrique* pour le système intérieur; il le protège contre l'action des corps électrisés extérieurs.

Remarque. — Il résulte des superpositions qui ont servi à

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

établir la proposition précédente que la charge $Q + m$ est distribuée à la surface extérieure du conducteur creux absolument de la même manière que si le conducteur était plein, et qu'on lui eût communiqué originairement cette charge $Q + m$, le système des corps extérieurs A, B, C, ... restant le même quant à la forme et aux charges.

EXPÉRIENCE DE FARADAY. — Faraday a fait une vérification en grand de la propriété des écrans. Voici comment il s'exprime : « Je construisis une chambre en forme d'un cube de 12 pieds. Une légère charpente en bois fut assemblée et des fils de cuivre passés en long et en large dans différentes directions, de façon à transformer les parois en un grillage; puis on couvrit le tout de papier mis en communication avec les fils et garni de toutes parts de feuilles d'étain, de telle façon que le tout pouvait être mis en bonne communication électrique et constituait en chacune de ses parties un corps bon conducteur. Cette chambre fut isolée dans la salle de cours de l'Institution royale. J'entrai dans le cube, je vécus dans son intérieur; et je ne pus, en me servant de bougies allumées, d'électromètres et d'autres instruments propres à déceler l'état électrique, apercevoir la moindre influence sur eux; quoique, pendant tout le temps, le cube fût puissamment chargé et que de grandes étincelles et de grandes aigrettes partissent constamment de tous les points de la surface. »

Remarque. — Le calcul et l'expérience ont donné un résultat précieux pour la pratique : c'est que les écrans n'ont pas besoin d'être absolument continus. Un vase présentant une ouverture étroite est suffisant; il en est de même d'une cage en fils métalliques. Les murs des salles qui sont conducteurs jouent le rôle d'écrans pour les corps qui y sont renfermés.

VÉRIFICATION EXPÉRIMENTALE DU THÉORÈME DE FARADAY (*voir* p. 58). — Dans le cylindre déjà décrit page 5, et préalablement mis à l'état neutre, Faraday introduisait une boule isolée et électrisée. Il observait une divergence des feuilles d'or de l'électroscope, divergence indépendante, comme nous l'avons

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

vu, de la position de la boule dans le cylindre. Amenant ensuite la boule en contact avec la paroi interne du cylindre, il constata que la divergence restait encore la même.

Ce fait remarquable est une vérification du théorème de Faraday. En effet, d'après ce théorème, on a, avant le contact, l'état électrique suivant : une charge $+m$ sur la boule, une charge $-m$ sur la face interne du cylindre, et une charge $+m$ répartie sur la face externe du cylindre et sur l'électroscope. Cette dernière, d'après une remarque faite page 62, est distribuée de la même manière que si le conducteur était plein et qu'on lui eût communiqué originairement la charge $+m$. Après le contact, les deux charges $+m$ de la boule et $-m$ du cylindre donnent une somme nulle ; et il ne reste plus, comme avant le contact, que la charge $+m$ répartie sur la surface extérieure du cylindre et sur l'électroscope. La divergence des feuilles n'a donc pas dû changer ; l'expérience décrite est donc une vérification du théorème de Faraday.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

XI.

CAPACITÉ

CAS IDÉAL. — Soit un conducteur placé à une distance infinie de tout autre corps. Soit C la charge qui lui communique un potentiel égal à l'unité. Si la charge devient V fois plus grande, le potentiel devient V fois plus grand (*voir* p. 55). On peut donc dire que la charge CV est la quantité d'électricité qui communique au conducteur le potentiel V. Si l'on appelle Q cette charge, on a $Q = CV$, ou $\frac{Q}{V} = C$. Il y a donc un rapport constant entre la charge d'un conducteur et son potentiel. C'est ce rapport constant que l'on appelle la *capacité électrostatique* du conducteur, ou simplement sa *capacité*.

CAPACITÉ D'UNE SPHÈRE. — Soit une sphère conductrice éloignée de tout autre corps conducteur. Supposons qu'on lui donne une charge q, son potentiel est $\frac{q}{r}$; le rapport de la charge au potentiel est $\frac{q}{\left(\frac{q}{r}\right)} = r$.

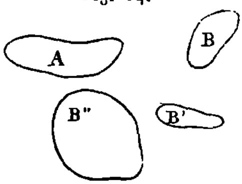
La capacité d'une sphère est donc égale à son rayon. La capacité est une grandeur de l'ordre des longueurs.

CAS RÉEL. — Le cas que nous avons supposé est absolument irréalisable. On peut montrer que la notion de capacité subsiste encore dans un cas plus général que le précédent, et qui est celui qui se présente la plupart du temps dans les expériences.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Soit un conducteur A isolé (*fig.* 34), en présence d'autres conducteurs B, B′, B″, ..., également isolés; ces conducteurs sont électrisés ou non; il peut exister en outre des charges fixes dans le voisinage des conducteurs. Supposons que l'on donne à A, B, B′, ... des charges additionnelles telles que le potentiel de A augmente d'une unité, ceux de B, B′, B″, ... conservant leur valeur : on pourra obtenir ce résultat, par exemple, en mettant chacun des conducteurs B, B′, B″, ... en communication par un fil très long et très fin avec

Fig. 34.



un corps de dimensions extrêmement grandes, placé très loin et possédant le même potentiel que lui, et en fournissant en même temps à A la charge convenable pour que son potentiel augmente d'une unité. Soient C la charge ajoutée à A, et β, β', β'', ... les charges ajoutées à B, B′, B″, ... : on pourra former le Tableau suivant :

Lettres désignant les corps	A	B	B′	B″
Charges ajoutées	C	β	β'	β''
Accroissements de potentiel....	1	0	0	0

Si l'on multiplie toutes les charges additionnelles par un même nombre U, l'équilibre existe encore ([1]), et l'on a le Tableau suivant :

([1]) En effet, après l'addition des charges C, β, β', β'', ..., le système proposé est en équilibre, par hypothese. L'addition des charges a fait passer le système d'un état d'équilibre à un autre. Si donc on considère l'un quelconque des conducteurs, la variation de potentiel due à l'addition des charges a été constante (ou nulle) dans toute son étendue. Par conséquent, une addition de charges respectivement U fois plus grandes produira aussi une variation de potentiel constante (ou nulle) dans toute l'étendue de chaque conducteur. Cette addition conduira donc encore à un état d'équilibre.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Lettres désignant les corps	A	B	B′	B″
Charges ajoutées.............	UC	$U\beta'$	$U\beta$	$U\beta''$
Accroissements de potentiel ...	U	o	o	o

Donc UC est l'accroissement de charge qu'il faut donner au corps A pour que son potentiel augmente de U, *les autres conducteurs conservant respectivement leurs potentiels*.

Si nous représentons par $Q_2 - Q_1$ cet accroissement de charge, nous pourrons écrire

$$Q_2 - Q_1 = UC,$$

ou, en désignant par $V_2 - V_1$ l'accroissement U du potentiel,

$$Q_2 - Q_1 = C(V_2 - V_1).$$

Par conséquent, *si un conducteur* A, *isolé, est en présence d'autres conducteurs assujettis à conserver leur potentiel, et de charges fixes, il existe un rapport constant* C *entre l'accroissement de charge du conducteur* A *et l'accroissement de son potentiel.*

On voit que C est l'accroissement de charge qu'il faut fournir au conducteur A pour que son potentiel augmente d'une unité. On donne à cette grandeur C le nom de *capacité électrostatique* du conducteur A.

Remarque. — Il y a une certaine analogie entre la capacité électrostatique et la capacité calorifique : le quotient de la quantité de chaleur fournie à un corps par l'accroissement de température qui en résulte est un nombre sensiblement constant; de la même manière que le quotient de l'accroissement de charge électrique d'un corps par l'accroissement de potentiel est un nombre constant, en supposant, comme nous l'avons dit, que les autres conducteurs en présence conservent le même potentiel. Cette analogie entre les phénomènes électriques et les phénomènes calorifiques existe dans d'autres circonstances. Ainsi, l'électricité passe d'un corps où le potentiel est plus élevé sur un corps où le potentiel a une valeur moindre, de la même manière que la chaleur passe d'un corps à température plus élevée sur un corps à température plus basse.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

L'analogie est cependant limitée. Tandis, par exemple, que la variation de température d'un corps est liée à une variation de l'état physique de ce corps, il n'en est pas de même du potentiel qui est une pure grandeur mathématique. De même, la capacité calorifique ne dépend que de la masse du corps et de sa nature, la capacité électrostatique dépend de la forme du conducteur et des corps voisins : elle ne dépend pas de la matière qui constitue le conducteur; elle est la même, que le conducteur soit creux ou plein. Enfin, tandis qu'une quantité de chaleur représente une quantité déterminée d'énergie, il n'en est pas de même pour l'électricité, comme on le verra plus loin.

Lors donc qu'on utilise l'analogie entre la capacité électrostatique et la capacité calorifique, il faut bien se rappeler que cette analogie est d'ordre logique seulement et non d'ordre physique.

THÉORÈME. — *Quand plusieurs conducteurs* A, A′, A″, ..., *de capacités* C, C′, C″, ..., *sont disposés de manière à ne pas agir l'un sur l'autre, si l'on vient à les réunir par un fil conducteur, la capacité de l'ensemble est égale à la somme des capacités des conducteurs pris séparément.*

En effet, mettons d'abord A, A′, A″, ... au même potentiel, puis donnons-leur des charges C, C′, C″, ..., le potentiel de chacun d'eux augmente d'une unité; après cette opération, il est encore le même pour tous. On pourra, par suite, les réunir sans troubler l'équilibre, et l'ensemble se trouve porté à un potentiel plus élevé d'une unité ; donc la capacité de l'ensemble est $C + C' + C'' + \dots$, ce qu'il fallait démontrer.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

XII.

CONDENSATEURS.

La théorie des condensateurs tels que la bouteille de Leyde, le carreau de Franklin, etc., se déduit des propositions précédemment établies relativement à l'équilibre électrique.

Nous supposerons dans ce qui va suivre que l'on a à sa disposition une *source* d'électricité, c'est-à-dire un conducteur dont le potentiel reste invariable quelles que soient les quantités d'électricité qu'on lui donne ou qu'on lui enlève, et quels que soient les phénomènes d'influence qu'il puisse subir. On peut réaliser ces conditions en mettant le conducteur en communication avec une *machine électrique* que l'on fait fonctionner de manière à compenser les variations de potentiel qui tendraient à se produire ([1]).

CONDENSATEURS FERMÉS. — CAPACITÉ. — On appelle *condensateur fermé* un condensateur constitué par un conducteur A de forme quelconque renfermé dans une cavité de forme quelconque creusée dans un conducteur B. Nous appellerons le conducteur A le *noyau*, et le conducteur B l'*enveloppe :* ce sont les deux *armatures* du condensateur. L'enveloppe est percée d'un petit canal par lequel passe un fil qui permet de communiquer des charges au noyau.

Nous allons montrer que, *dans tous les cas, il existe entre la charge du noyau et la différence entre les potentiels des deux armatures un rapport constant* C *qui reste le même, quelle que soit la charge de l'enveloppe, et quels que soient les systèmes électrisés qui avoisinent le condensateur.*

([1]) Ces machines seront décrites dans un Chapitre ultérieur.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Soit en effet un condensateur fermé placé dans des conditions quelconques ; désignons par Q la charge ~~de l'enveloppe~~ et par H la différence entre les potentiels des armatures. Supprimons tous les corps extérieurs et donnons à l'enveloppe une charge telle que sa charge totale devienne nulle, la charge Q du noyau ne changeant pas ; il résulte de la propriété des écrans que H a conservé la même valeur. Par suite, pour connaître dans le cas le plus général la relation qui existe entre Q et H, il suffira de la chercher dans le cas particulier où le condensateur n'est en présence d'aucun corps électrisé, l'enveloppe étant isolée et possédant une charge totale nulle.

Le condensateur étant placé dans ces conditions, supposons que l'on ait communiqué au noyau une charge C, telle que la différence de potentiel entre les armatures soit égale à 1, il existe une charge — C sur la surface interne de l'enveloppe, et une charge + C sur la surface externe. Si nous multiplions toutes ces quantités d'électricité par H, l'équilibre existe encore ; on a alors sur le noyau une charge CH, et sur l'enveloppe une charge totale nulle. Le potentiel en chaque point étant multiplié par H, la différence de potentiel entre les armatures est devenue H ; le rapport entre la charge du noyau et cette différence de potentiel a donc pour valeur C. D'après ce qui a été dit plus haut, ce rapport C est absolument indépendant des conditions dans lesquelles se trouve placé le condensateur.

Chaque condensateur est ainsi caractérisé par un nombre C ; c'est ce nombre que l'on appelle sa *capacité*.

CONDENSATEURS SPHÉRIQUES. — Nous traiterons directement le cas du condensateur sphérique.

Soit (*fig.* 35) un noyau sphérique de rayon R renfermé dans une cavité sphérique concentrique de rayon R', creusée dans un conducteur de surface extérieure quelconque.

L'enveloppe est en communication avec le sol ; le noyau communique avec le conducteur d'une machine électrique par l'intermédiaire d'un fil qui traverse un petit canal percé dans l'enveloppe.

Supposons que la machine ait amené le noyau au potentiel

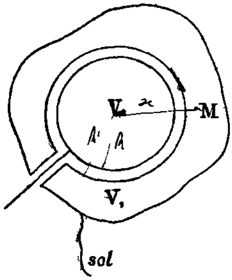
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

V_2, l'enveloppe restant au potentiel constant V_1 qui est celui du sol. Exprimons les potentiels des différents conducteurs au moyen des charges.

Soit M un point de l'enveloppe à une distance x du centre. Son potentiel se compose de trois parties :

1° Le potentiel produit par les charges extérieures, et par

Fig. 35.



la couche répartie sur l'enveloppe. Ce potentiel est le même pour tous les points renfermés dans la surface extérieure de l'enveloppe [1].

Soit z ce potentiel constant;

2° Le potentiel dû à la charge Q du noyau ; ce potentiel est $\frac{Q}{x}$;

3° Le potentiel dû à la charge Q' de la surface interne de l'enveloppe : ce potentiel est $\frac{Q'}{x}$.

On a donc

$$V_1 = z + \frac{Q}{x} + \frac{Q'}{x};$$

mais V_1 doit être le même quel que soit le point M considéré, c'est-à-dire qu'il doit être indépendant de x ; il en résulte que

[1] D'après la Remarque de la page 62, la couche répartie sur l'enveloppe et les charges des corps extérieurs sont distribuées comme si l'enveloppe était entièrement remplie de matière conductrice.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

$Q' = -Q$, ce qui, du reste, devait être, d'après le théorème de Faraday.

On en déduit

$$V_1 = z.$$

Considérons maintenant un point quelconque du noyau; son potentiel est le même que celui du centre, et il se compose de trois parties :

1° Le potentiel z, dû aux charges extérieures et à la charge de la surface extérieure de l'enveloppe;

2° Le potentiel dû à Q, ou $\frac{Q}{R}$;

3° Le potentiel dû à $-Q$, ou $-\frac{Q}{R'}$.

On a donc

$$V_2 = z + \frac{Q}{R} - \frac{Q}{R'} = z + Q\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R'}\right).$$

Retranchant V_1 de V_2, il vient

$$V_2 - V_1 = Q\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R'}\right),$$

ou, si l'on appelle ε l'épaisseur $R' - R$ de l'intervalle compris entre le noyau et l'enveloppe,

$$V_2 - V_1 = Q\frac{\varepsilon}{RR'}.$$

La capacité est donc

$$\frac{RR'}{\varepsilon} = R\left(\frac{R'}{\varepsilon}\right).$$

La présence de l'enveloppe multiplie donc la capacité R de la sphère par le facteur $\frac{R'}{\varepsilon}$.

Si ε est négligeable vis-à-vis de R, l'expression de la capacité devient

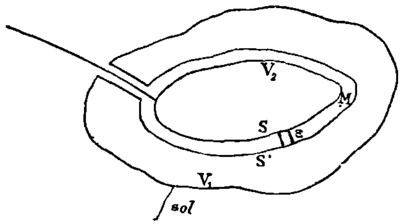
$$\frac{R^2}{\varepsilon} = \frac{4\pi R^2}{4\pi\varepsilon} = \frac{S}{4\pi\varepsilon},$$

en désignant par S la surface de la sphère.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

CONDENSATEURS FERMÉS QUELCONQUES. — L'expression approchée $\frac{S}{4\pi\varepsilon}$ s'applique à la capacité d'un condensateur fermé de forme quelconque, pourvu que la couche isolante soit très mince et ait une épaisseur uniforme. En effet, soient (*fig.* 36)

Fig. 36.



S la surface du noyau et S′ la surface interne de l'enveloppe. Toute la surface S est au potentiel V_2 et toute l'enveloppe est au potentiel V_1. Comme les surfaces s et s' sont, par hypothèse, très rapprochées, les lignes de force se confondent avec les normales à l'une ou à l'autre de ces surfaces : les éléments correspondants sont en regard. Considérons un point M quelconque dans la couche isolante ; dans une région très petite avoisinante, les surfaces équipotentielles peuvent être considérées comme des plans parallèles, et, par suite, le champ dans cette région est uniforme ; si donc on désigne par ε l'épaisseur très petite de cette couche isolante, la force électrique au point M a pour valeur $\frac{V_2 - V_1}{\varepsilon}$. D'autre part, d'après le théorème de Coulomb, la force est égale à $4\pi\mu$, μ représentant la densité superficielle du noyau dans le voisinage du point M. On a donc

$$\frac{V_2 - V_1}{\varepsilon} = 4\pi\mu.$$

Donc μ est constant sur toute la surface du noyau. La charge totale Q est égale à $S\mu$ ou bien à $S\frac{V_2 - V_1}{4\pi\varepsilon}$. Il en résulte que

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

la capacité a pour valeur approchée $\frac{S}{4\pi\varepsilon}$, comme dans le cas du condensateur sphérique.

Condensateurs employés dans la pratique. — La théorie qui précède peut s'appliquer avec une approximation suffisante aux condensateurs que l'on emploie dans la pratique, tels que la bouteille de Leyde, le carreau de Franklin, etc., quoiqu'ils ne soient pas complètement fermés. En effet, si l'on néglige les irrégularités qui se produisent dans le voisinage immédiat des bords, on peut appliquer à ces condensateurs les raisonnements qui ont été faits dans le cas des condensateurs fermés à lame isolante très mince.

Partage des charges entre plusieurs condensateurs. — Soient plusieurs condensateurs de capacités $C, C', C'', \ldots$, dont les armatures internes sont respectivement aux potentiels V, V', V'', .., les armatures externes étant toutes réunies au sol. Si l'on réunit toutes les armatures internes ensemble, les armatures externes restant en communication avec le sol, quel sera le potentiel x commun aux armatures internes?

Appliquons le principe de la conservation de l'électricité en écrivant que la somme des charges de tous les condensateurs est restée la même; il vient

$$x(C + C' + C'' + \ldots) = CV + C'V' + C''V'' + \ldots .$$

Le potentiel x est donné par une expression analogue à celle qui donne en calorimétrie la température finale d'un mélange.

La démonstration et la formule s'appliquent au potentiel relatif aussi bien qu'au potentiel absolu.

APPLICATION. — *Comparaison des capacités* C *et* C' *de deux condensateurs.* — On charge le premier à un potentiel connu V, et l'autre à un potentiel connu V', l'armature externe de chacun d'eux communiquant avec le sol. On met ensuite en communication les armatures internes. Soit U le potentiel final observé; on a

$$U(C + C') = V.C + V'C',$$

d'où l'on tire

$$\frac{C}{C'} = \frac{U - V'}{V - U}.$$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

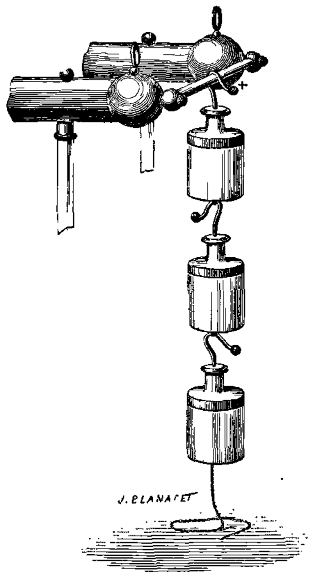
Si l'un des condensateurs a la forme sphérique, sa capacité est connue en valeur absolue d'après ses dimensions. On obtiendra en valeur absolue la capacité d'un condensateur quelconque en le comparant par la méthode précédente au condensateur sphérique.

MM. Kohlrausch et Weber ont employé ce procédé dans la mesure qu'ils ont faite du rapport de l'unité électromagnétique à l'unité électrostatique.

CHARGE EN CASCADE. — Au lieu d'assembler, comme nous l'avons fait, les bouteilles de Leyde en joignant toutes les armatures internes ensemble et toutes les armatures externes ensemble, on peut employer un autre mode de groupement, dit en *série* ou en *cascade*.

Supposons toutes les bouteilles isolées (*fig.* 37); joignons

Fig. 37.



l'armature interne de la première bouteille au conducteur de la machine dont nous appellerons le potentiel V_2, puis l'armature

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

externe de cette bouteille à l'armature interne de la suivante, et ainsi de suite jusqu'à la dernière, dont l'armature externe est mise en communication avec le sol dont le potentiel est V_1.

Désignons par $C, C', C'', \ldots$ les capacités des différentes bouteilles, et par $V, V', V'', \ldots$ les potentiels des armatures externes de ces bouteilles après la charge. Soit Q la charge de l'armature interne de la première bouteille. On a

$$Q = C(V_2 - V),$$

ou

$$\frac{Q}{C} = V_2 - V.$$

L'armature externe de la première bouteille prendra une charge $-Q$ et, par suite du principe de la conservation de l'électricité, l'armature interne de la deuxième bouteille prendra une charge $+Q$. En négligeant la charge très faible du fil de communication et de la surface externe de la première bouteille, on a

$$Q = C'(V - V')$$

ou

$$\frac{Q}{C'} = V - V'.$$

On aurait une relation analogue pour les différentes bouteilles successives, de telle sorte que nous pouvons écrire la série d'égalités suivante :

$$\begin{aligned} \frac{Q}{C} &= V_2 - V, \\ \frac{Q}{C'} &= V - V', \\ \frac{Q}{C''} &= V' - V'', \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ \frac{Q}{C_n} &= V^{n-1} - V_1; \end{aligned}$$

additionnant membre à membre, il vient

$$Q\left(\frac{1}{C} + \frac{1}{C'} + \ldots + \frac{1}{C^n}\right) = V_2 - V_1.$$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Posons

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C'} + \ldots + \frac{1}{C^n},$$

on a

$$\frac{Q}{V_2 - V_1} = K.$$

La quantité K joue ainsi le rôle de capacité et porte le nom de *capacité de la batterie*.

Si l'on suppose les n bouteilles identiques, on obtient

$$\frac{1}{K} = \frac{n}{C},$$

ou

$$K = \frac{C}{n}.$$

La capacité n'est donc que la $n^{\text{ième}}$ partie de celle d'une bouteille. Au premier abord, il semblerait qu'il y eût désavantage à employer la disposition en cascade. Il y a cependant des cas où elle est utile. En effet, la différence de potentiel $V_2 - V_1$ se trouve répartie entre les n bouteilles, en sorte que la différence de potentiel entre les armatures d'une bouteille est $\frac{V_2 - V_1}{n}$. Dans le cas où chacune des bouteilles, prise isolément, ne supporterait pas sans se briser la différence de potentiel $V_2 - V_1$, on peut, en groupant ces bouteilles en cascade, obtenir un condensateur qui la supporte.

CONVENTION. — Lors de la mesure du potentiel, soit d'un conducteur, soit d'un point du champ, nous avons fait remarquer que le potentiel $\Sigma \frac{q}{r}$ est inaccessible à l'expérience. La seule quantité qui ait un intérêt en Physique, c'est le potentiel relatif au sol. Aussi, dans ce qui suit, le mot *potentiel* et la lettre V désigneront toujours, non plus le potentiel $\sum \frac{q}{r}$, mais le potentiel relatif au sol; ce qui revient à dire, par conséquent, qu'on prend le potentiel du sol pour potentiel à zéro.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

XIII.

TRAVAIL ET ÉNERGIE ÉLECTRIQUES.

ÉNERGIE. — On appelle, en Mécanique, *énergie* d'un système la capacité que possède ce système de produire du travail. Par exemple, le ressort d'une montre qui a été remontée est capable de faire marcher les rouages de cette montre pendant un certain temps et de produire ainsi une certaine quantité de travail. On exprime ce fait en disant que le ressort tendu possède de l'énergie, la quantité de cette énergie étant, par définition, égale à la quantité de travail qu'il peut fournir.

PRINCIPE DE LA CONSERVATION DE L'ÉNERGIE. — Un des grands progrès réalisés par la Physique est, comme on sait, la découverte d'un principe général qui régit tous les phénomènes et auquel on a donné le nom de *principe de la conservation de l'énergie*. Ce principe s'énonce ainsi :

Si un agent extérieur (c'est-à-dire un moteur animé ou inanimé) *a produit un changement dans un système en surmontant des forces qui s'opposaient à ce changement, et en accomplissant par cela même un travail, ce système a acquis la capacité de produire un travail égal;* autrement dit, *il a acquis une quantité d'énergie équivalente.*

C'est ainsi que l'énergie que possède la montre remontée est précisément égale au travail qu'a dépensé la personne qui l'a remontée.

L'énergie mécanique se présente d'ailleurs sous différentes formes, par exemple sous la forme de tension d'un ressort, sous forme de force vive, etc. Il y a lieu de considérer aussi une forme électrique de l'énergie, car un système électrisé est

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

capable de produire un travail, par exemple celui qui résulte des attractions ou répulsions auxquelles il pourra donner lieu.

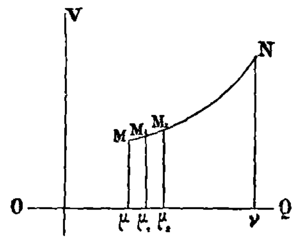
ÉVALUATION DE L'ÉNERGIE ÉLECTRIQUE. — Le principe de la conservation de l'énergie va nous fournir le moyen d'évaluer l'énergie que possède un système de corps électrisés. Il suffit, pour cela, de mesurer le travail qui a été dépensé pour produire l'électrisation; de la même manière que, pour connaître l'énergie que possède une montre remontée, il suffit de mesurer le travail mécanique que l'on dépense en la remontant.

La question à résoudre ici revient donc à *déterminer le travail dépensé quand on électrise un système de corps*. Pour cela, nous nous servirons d'un mode de représentation particulier appelé *diagramme indicateur du travail électrique*.

Soit un conducteur isolé et électrisé A dont le potentiel relatif au sol est V, ce corps étant en présence d'autres corps électrisés.

Nous pouvons représenter, au moyen des coordonnées d'un point M (*fig.* 38), la charge et le potentiel de ce conducteur,

Fig. 38.



l'abscisse représentant la charge Q, et l'ordonnée le potentiel V. Si les conditions électriques du corps changent, soit parce que sa charge change, soit par suite de phénomènes d'influence, le point représentatif se déplace et décrit une courbe MN.

Si l'on veut faire varier la charge du conducteur proposé,

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

sans rien emprunter à la charge des autres corps électrisés qui se trouvent dans la salle, il faudra, à cause du principe de la conservation de l'électricité, que la variation de charge soit produite par le passage d'une certaine quantité d'électricité depuis les parois de la salle jusque sur le corps conducteur. Ce passage ne pourra avoir lieu que grâce à un travail dépensé par un agent extérieur, par la ~~personne~~ qui tourne une machine électrique, par exemple. ~~Ce travail~~ est donné par le théorème suivant :

THÉORÈME. — *Le travail dépensé par un agent extérieur pour amener sur le conducteur, depuis les parois de la salle, un accroissement de charge représenté sur le diagramme par* $\mu\nu$, *est égal à l'aire du quadrilatère curviligne* $MN\nu\mu$.

En effet, partageons $\overline{\mu\nu}$ en parties infiniment petites, telles que $\overline{\mu\mu_1}$. Quand le point figuratif est en M, la charge est $\overline{O\mu}$ et le potentiel $\overline{\mu M}$. Pour augmenter la charge de la quantité infiniment petite $\overline{\mu\mu_1}$, il faut faire passer cette charge du potentiel du sol au potentiel du conducteur, et, pour cela, dépenser un travail égal au produit du potentiel relatif par la charge, ou $\overline{\mu\mu_1} \times \overline{M\mu}$, c'est-à-dire égal, au point de vue infinitésimal, à l'aire du quadrilatère curviligne infiniment petit $MM_1\mu_1\mu$. De même, pour augmenter la charge de $\overline{\mu_1\mu_2}$, il faut dépenser un travail égal à l'aire de $M_1M_2\mu_1\mu_2$; et ainsi de suite. Donc, quand le point représentatif passe de M en N, le travail est égal à l'aire du quadrilatère curviligne $MN\mu\nu$, ce qu'il fallait démontrer.

TRAVAIL DÉPENSÉ POUR CHARGER UN SYSTÈME DE CONDUCTEURS. — ÉVALUATION DE L'ÉNERGIE ÉLECTRIQUE. — Soit, dans une salle, un système de conducteurs $A, A', A'', \ldots$, isolés les uns des autres. Nous supposons que ces différents conducteurs sont primitivement sans charge et au potentiel zéro. On amène ces conducteurs à avoir des charges $Q, Q', Q'', \ldots$ et des potentiels $V, V', V'', \ldots$, nous nous proposons de calculer le travail dépensé par l'agent extérieur qui accomplit cette opération.

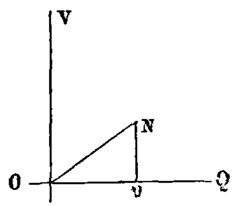
Pour cela, nous nous appuierons sur la remarque suivante :

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Le travail cherché ne dépend pas de la façon dont on accomplit l'opération. Cette proposition est évidente si l'on considère que, d'après le principe de la conservation de l'énergie, ce travail est toujours égal à celui que rendra le système lorsqu'on le déchargera par une opération déterminée.

Puisqu'il est permis d'accomplir l'opération de charge d'une façon quelconque, nous choisirons un mode particulier avantageux pour la solution du problème : nous ferons en sorte que la charge de chacun des conducteurs varie proportionnellement au temps, et chacune avec une rapidité telle que tous les conducteurs acquièrent en même temps l'état final assigné à chacun d'eux. Il résulte de là que le potentiel de chaque conducteur croît aussi proportionnellement au temps ou à sa propre charge, en sorte que les diagrammes figuratifs sont des lignes droites passant par l'origine, telles que ON (*fig.* 39).

Fig. 39.



L'aire de l'un ces diagrammes est celle d'un triangle NνO ou $\frac{1}{2}$VQ. Donc le travail total W est

$$W = \tfrac{1}{2}\Sigma VQ,$$

la sommation s'étendant à tous les corps du système.

En vertu de ce travail dépensé pour la charge, le système acquiert une énergie qui, d'après le principe de la conservation de l'énergie, lui est numériquement égale. On a donc le théorème suivant : *L'énergie électrique d'un système de conducteurs est la demi-somme des produits de la charge de chaque conducteur par son potentiel.*

On voit qu'une quantité d'électricité ne représente pas une

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

quantité déterminée d'énergie. Une quantité d'énergie est le produit d'une quantité d'électricité par un potentiel, de la même manière qu'en Hydraulique l'énergie n'est pas corrélative d'un poids d'eau, mais est égale au produit d'un poids par une hauteur.

Remarques. — 1° Un corps relié au sol ne fournit rien à l'énergie.

2° Les charges développées par influence sur un corps isolé ne fournissent rien non plus à l'énergie.

ÉNERGIE D'UNE BATTERIE MONTÉE EN SURFACE. — Soit une batterie dont l'armature interne est au potentiel V, l'armature externe étant reliée au sol, et par suite au potentiel zéro. La charge de l'armature externe ne correspond à aucune énergie puisqu'elle est au potentiel zéro; si l'on désigne par Q la charge de l'armature interne, l'énergie correspondant à cette charge est $\frac{1}{2}VQ$. L'énergie totale de la batterie est donc $\frac{1}{2}VQ$.

Si l'on désigne par C la capacité de la batterie, on peut poser

$$V = \frac{Q}{C},$$

et il vient

$$W = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}CV^2.$$

La première expression montre que l'énergie de la batterie est proportionnelle au carré de sa charge et que, pour une même charge, les énergies de deux batteries sont en raison inverse de leurs capacités, ou, si les batteries sont formées de bouteilles égales, en raison inverse du nombre des bouteilles.

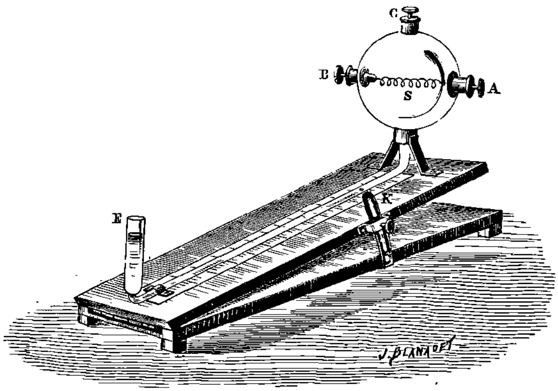
La seconde expression montre que l'énergie est proportionnelle au carré du potentiel et que, pour un potentiel donné, l'énergie est proportionnelle à la capacité, ou proportionnelle au nombre des bouteilles si les bouteilles sont identiques.

EXPÉRIENCES DE RIESS. — Ces lois avaient été trouvées expérimentalement par Riess, longtemps avant la théorie. Riess

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

mesurait la quantité de chaleur produite pendant la décharge des batteries. Si l'on décharge une batterie dans un conducteur métallique, le seul effet physique de la décharge est d'échauffer le conducteur. Par suite, toute l'énergie de la batterie est convertie en chaleur; et la mesure de l'énergie peut se faire par la mesure de la quantité de chaleur dégagée dans le circuit lors de la décharge. Riess s'assura d'abord que, si le circuit est formé de deux parties, dont l'une est un fil long et mince et l'autre un conducteur à large section, la chaleur dégagée dans ce dernier est négligeable; il en est de même

Fig. 40.



de la chaleur dégagée par l'étincelle. Le problème expérimental est donc ramené à la mesure de la quantité de chaleur dégagée par la décharge de la batterie dans un fil long et fin. Riess l'a résolu en employant le thermomètre électrique qui porte son nom. Ce thermomètre se compose d'un ballon de verre S auquel est soudé un tube capillaire bien calibré (*fig.* 40) et divisé en parties d'égale longueur, qui vient aboutir à la partie inférieure d'un large réservoir E.

Dans le ballon se trouve un fil fin de platine enroulé en spirale et qui communique avec l'extérieur au moyen de deux conducteurs qui traversent les parois du ballon. Le ballon porte, en outre, une tubulure C que l'on peut fermer au moyen

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

d'un bouchon de verre. Le tube est fixé sur une planchette qui permet d'incliner le tube d'un angle connu sur l'horizon. Ce tube contient un mélange d'alcool et d'acide sulfurique coloré. Supposons qu'une décharge traverse le fil de manière à produire une quantité de chaleur A. Soient P le poids du fil et K sa chaleur spécifique; soient p le poids de l'air et c sa chaleur spécifique; soient t la température de tout l'appareil au commencement de l'expérience et t' la température à la fin. On a

$$A = (PK + pc)(t' - t).$$

Je dis que $(t' - t)$ est proportionnel au nombre n de divisions dont s'est déplacé le niveau du liquide dans le tube. En effet, soit V le volume de l'air contenu dans le ballon et dans le tube, jusqu'au liquide, au commencement de l'expérience. Soit u le volume d'une division du tube. Soient enfin H la pression exprimée en hauteur du liquide et h l'augmentation de pression due au déplacement du liquide. Appliquons les lois de Mariotte et de Gay-Lussac :

$$\frac{VH}{1 + \alpha t} = \frac{(V + nu)(H + h)}{1 + \alpha t'},$$

d'où

$$\frac{1 + \alpha t'}{1 + \alpha t} = \frac{V + nu}{V} \frac{H + h}{H}$$

$$= \frac{(V + nu)(h + H)}{VH}$$

et

$$\frac{t' - t}{1 + \alpha t} = \frac{1}{\alpha} \frac{Vh + nuH + nuh}{VH}.$$

Or le produit nuh est très petit vis-à-vis de nuH : nous le négligerons. Il vient alors

$$\frac{t' - t}{1 + \alpha t} = \frac{1}{\alpha}\left(\frac{h}{H} + \frac{nu}{V}\right);$$

d'autre part, h est évidemment proportionnel à n, et par suite $(t' - t)$ est proportionnel à n : donc A l'est aussi, ce que nous voulions démontrer.

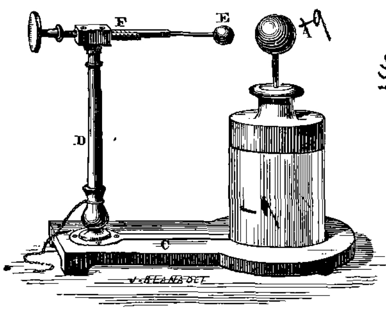
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

On a ainsi une mesure de A, et par suite de W; cette mesure est faite en unités arbitraires.

On a dit plus haut que l'échauffement d'un conducteur à large section est négligeable ; Riess s'en est assuré en enfermant ce conducteur à la place du fil de platine dans son thermomètre; il a fait la même vérification pour l'étincelle.

Pour mesurer Q, Riess se servait de la *bouteille électrométrique de Lane.* Cet appareil se compose d'une petite bouteille de Leyde (*fig.* 41), fixée sur une planchette, et à côté de laquelle se trouve un mécanisme moyennant lequel une boule E peut être approchée de la boule A de l'armature interne à une dis-

Fig. 41.



tance connue, à l'aide d'une vis micrométrique F. La boule E communique avec l'armature externe de la bouteille.

Si l'on vient à charger progressivement la bouteille, elle se décharge quand la pression électrostatique sur les boules surmonte la résistance de l'air. Comme cette pression électrostatique est fonction de la charge, la décharge se produit quand la charge a acquis une valeur déterminée.

Voici comment on se sert de la bouteille de Lane pour donner à une batterie une charge déterminée. On isole la batterie et l'on met en communication l'armature externe avec l'armature interne de la bouteille de Lane dont l'armature externe est réunie au sol. L'armature interne de la batterie est mise en communication avec le conducteur de la machine électrique.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Supposons que la machine ait communiqué une charge $+Q$ à l'armature interne de la batterie; une charge $-Q$ a été appelée sur l'armature externe, une charge $+Q$ a passé sur l'armature interne de la bouteille de Lane, et enfin une charge $-Q$ a été appelée sur l'armature externe de la même bouteille : c'est une charge en cascade. Soit Q_1 la charge de l'armature interne de la bouteille de Lane au moment de la décharge. Lors de l'étincelle, cette charge Q_1 a disparu; il reste donc sur l'armature externe de la batterie une charge $-Q_1$ et, par suite, sur l'armature interne une charge $+Q_1$. Après n étincelles de la bouteille de Lane, la charge de l'armature externe de la batterie sera $-nQ_1$, et celle de l'armature interne $+nQ_1$. On peut donc charger ainsi la batterie de quantités d'électricité qui sont des multiples de la charge explosive de la bouteille de Lane.

Il y a cependant une observation à faire à ce sujet : jusqu'ici nous avons traité la bouteille de Leyde comme si la substance isolante était de l'air; la substitution du verre à l'air comme isolant produit certains phénomènes que nous étudierons plus tard.

Voici ce que nous avons besoin de savoir pour le moment. Quand on décharge une bouteille de Leyde, la décharge n'est pas complète en réalité, car, si l'on attend un certain temps, on peut encore tirer de la bouteille des étincelles plus faibles. Cette charge, qui reste après la première étincelle, s'appelle la *charge résiduelle* ou le *résidu*. Il résulte de là que la quantité d'électricité dépensée dans chaque décharge est plus petite que celle qui a été fournie par la première charge de la quantité qui constitue le résidu. Ce qui se produit ici est analogue à ce qui se passe quand on remplit d'eau un vase à parois spongieuses : en vidant ce vase, on recueille une quantité d'eau plus petite que celle qu'on y avait versée; une partie de l'eau est restée dans les parois : c'est le résidu.

Si l'on remplit le vase une seconde fois, on recueillera en le vidant toute l'eau que l'on a versée : le résidu a conservé la même valeur. De même, pour éliminer l'influence de la charge résiduelle dans la bouteille de Leyde, on commencera par

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

faire une expérience à blanc. Dans chacune des décharges suivantes, l'appareil rendra toute la quantité d'électricité dépensée pour le charger.

Ainsi, Riess pouvait mesurer d'une part l'énergie W au moyen de son thermomètre, et, d'autre part, la quantité Q au moyen de la bouteille de Lane. Il a de cette façon découvert les deux lois suivantes :

1° *Pour une batterie donnée, l'énergie est proportionnelle au carré de la charge.*

2° *Si une batterie est formée de n bouteilles identiques, l'énergie, pour une même charge, est en raison inverse du nombre des bouteilles.*

Or la théorie nous avait donné, pour une batterie composée de n bouteilles de capacité γ, l'expression

$$W = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{n\gamma}.$$

Il y a donc accord complet entre la théorie et l'expérience.

On peut encore mettre l'énergie d'une batterie sous la forme

$$W = \tfrac{1}{2} n\gamma V^2 ;$$

il en résulte que, si l'on dispose d'une source à potentiel déterminé, comme une machine électrique, il y a avantage à augmenter le nombre des bouteilles autant qu'on le pourra. Au contraire, si c'est la charge qui est donnée, on devra restreindre autant que possible le nombre des bouteilles.

ÉNERGIE DES BATTERIES EN CASCADE. — Dans une batterie en cascade, la seule charge qui représente de l'énergie est celle de l'armature interne de la première bouteille, car tous les conducteurs intermédiaires isolés ont une charge nulle, et l'armature externe de la dernière bouteille est au potentiel du sol qui est zéro.

Donc l'énergie est simplement

$$W = \tfrac{1}{2} VQ.$$

Nous avons trouvé précédemment

$$Q = \frac{\gamma}{n} V,$$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

en désignant par n le nombre des bouteilles que nous supposons égales, et par γ la capacité de l'une d'elles. Donc

$$W = \frac{1}{2}\frac{\gamma}{n}V^2,$$

ou encore

$$W = \frac{1}{2}\frac{n}{\gamma}Q^2.$$

Cette dernière expression montre que *l'énergie est proportionnelle au carré de la charge comme dans les batteries en quantité;* et que, *pour une charge donnée, elle est proportionnelle au nombre des bouteilles.* Ces lois avaient été découvertes par Riess longtemps avant la théorie. On voit que, si l'on a une source à potentiel déterminé, il y a avantage à restreindre le nombre des bouteilles, et que, si c'est la charge qui est donnée, il y a avantage à en augmenter le nombre.

TRAVAIL DES FORCES ÉLECTRIQUES LORS DU DÉPLACEMENT DE CONDUCTEURS DONT LES POTENTIELS RESTENT CONSTANTS. — Soit un système renfermé dans une salle dont les parois sont à un certain potentiel que nous prendrons pour potentiel zéro.

Supposons qu'un agent, extérieur au système, donne un déplacement infiniment petit à un ou plusieurs conducteurs, sans leur communiquer de vitesse, tandis que, d'autre part, il maintient les potentiels constants sur les divers conducteurs du système en leur apportant des charges convenables positives ou négatives puisées dans les parois de la salle [1]. Lors de ce déplacement, l'agent extérieur a dû constamment faire équilibre aux forces électriques résultant des attractions et répulsions des différentes charges, et, par suite, il a dépensé un certain travail que nous représenterons par $d\mathrm{T}$, et qui est précisément égal et de signe contraire au travail des forces électriques.

D'autre part, pour maintenir les potentiels constants sur les conducteurs, le même agent a amené de l'électricité des parois de la salle aux différents conducteurs, et, par là, a dé-

[1] Par exemple avec une machine électrique.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

pensé un travail qui, si l'on désigne par V le potentiel et par q la charge initiale de l'un des conducteurs, est $\Sigma V dq$. Le travail total dépensé par l'agent est donc $dT + \Sigma V dq$.

Or, d'après le principe de la conservation de l'énergie, ce travail doit être égal au gain d'énergie du système. Avant le déplacement, l'énergie du système était $\frac{1}{2}\Sigma V q$; par suite, sa variation pendant le déplacement à potentiel constant est $\frac{1}{2}\Sigma V dq$. On a, par conséquent

$$dT + \Sigma V dq = \tfrac{1}{2}\Sigma V dq,$$

d'où

$$-dT = \tfrac{1}{2}\Sigma V dq,$$

ou bien, en langage ordinaire, le travail accompli par les forces électriques est égal à l'accroissement d'énergie du système.

La proposition s'étend immédiatement à un déplacement fini : *le travail accompli par les forces électriques, lors du déplacement d'un système de conducteurs à potentiels constants, est égal à l'accroissement d'énergie du système.*

Ainsi, lorsque le potentiel de chacun des conducteurs est maintenu constant pendant un déplacement lors duquel un travail T est accompli, l'agent qui a pour tâche de conserver le potentiel constant (par exemple les piles que l'on emploie à cet usage) doit dépenser une quantité d'énergie égale à 2T. De cette énergie fournie au système, une moitié est employée à accroître l'énergie du système, et l'autre moitié apparaît sous la forme de travail mécanique.

On verra plus loin que la théorie de l'électromètre à quadrants est tout entière contenue dans ce théorème.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

XIV.

UNITÉS ABSOLUES [1]. — SYSTÈME C.G.S.

UNITÉS FONDAMENTALES ET UNITÉS DÉRIVÉES. — La *valeur numérique* d'une quantité concrète est le rapport de cette quantité à une grandeur de même nature choisie arbitrairement, et que l'on appelle l'*unité*.

Ainsi, L désignant une longueur définie, et l l'unité de longueur, $\frac{L}{l}$ est le rapport défini par l'opération décrite dans les Traités de Géométrie à l'occasion de la recherche de la commune mesure de deux droites; c'est ce rapport que l'on appelle la valeur numérique de L.

La valeur numérique d'une quantité concrète varie en raison directe de la quantité concrète elle-même, et en raison inverse de l'unité en fonction de laquelle elle est exprimée.

On appelle *unité dérivée* une unité d'une certaine espèce de grandeur qui, au lieu d'être prise arbitrairement, est rapportée à l'unité d'une autre espèce de grandeur, ou aux unités de plusieurs autres espèces de grandeurs. Par exemple, l'*unité dérivée de surface* est définie comme la surface du carré construit sur l'unité de longueur, et l'*unité dérivée de volume* comme le volume du cube construit sur l'unité de longueur : les unités de surface et de volume sont ainsi rapportées à l'unité de longueur.

[1] Avant de parler des mesures électriques, nous avons cru devoir rappeler la théorie générale des unités absolues. Nous empruntons presque textuellement l'exposé de cette théorie à l'excellent ouvrage de M. Everett, intitulé : *Unités et constantes physiques*, qui a été traduit en français par M. Raynaud (librairie Gauthier-Villars).

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

De même, l'*unité dérivée de vitesse* est la vitesse d'un mobile qui parcourt l'unité de longueur dans l'unité de temps : l'unité de vitesse est ainsi rapportée à l'unité de longueur et à l'unité de temps.

De même encore, l'*unité dérivée d'accélération* est l'accélération d'un mobile qui gagne l'unité de vitesse dans l'unité de temps : l'unité d'accélération est ainsi rapportée à l'unité de vitesse et à l'unité de temps, et, par suite, à l'unité de longueur et à l'unité de temps.

Les unités auxquelles sont rapportées les unités dérivées sont appelées *unités fondamentales*. Ainsi, dans les exemples cités plus haut, les unités de longueur et de temps sont des unités fondamentales par rapport aux unités dérivées de surface, de volume, de vitesse et d'accélération.

L'avantage des unités dérivées consiste à éviter l'introduction des facteurs numériques qui compliqueraient inutilement les calculs.

DIMENSIONS. — Examinons comment les unités dérivées changent quand on change les unités fondamentales.

Considérons, par exemple, la vitesse. Soit V une vitesse concrète d'un mouvement uniforme quelconque, vitesse dans laquelle une certaine longueur concrète L est parcourue dans le temps concret T. Soient v, l, t les unités concrètes de vitesse, de longueur et de temps. La valeur numérique de la vitesse V est égale au quotient de la valeur numérique de L par la valeur numérique de T ; on a donc

$$\frac{V}{v} = \frac{\frac{L}{l}}{\frac{T}{t}} = \frac{L}{l}\,\frac{t}{T}.$$

Par conséquent, si l'on change les unités de longueur et de temps, ce qui ne change rien à V, L, T, grandeurs concrètes, il faut, puisque l'égalité numérique précédente doit subsister, que l'unité de vitesse v ait varié *proportionnellement à l'unité de longueur l et inversement à l'unité de temps t.*

Pour la même raison, la *valeur numérique d'une vitesse*

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

concrète donnée varie inversement à l et proportionnellement à t.

Considérons de même l'accélération. Soit A une accélération concrète d'un mouvement uniformément accéléré, tel que la vitesse croisse d'une quantité concrète V dans le temps concret T'. En désignant par a l'unité d'accélération, on a

$$\frac{A}{a} = \frac{\frac{V}{v}}{\frac{T}{t}} = \frac{V}{v}\frac{t}{T} = \frac{L}{l}\frac{t}{T}\frac{t}{T'}.$$

Par conséquent, si l'on change les unités l et t de longueur et de temps, ce qui ne change rien à A, L, T, T', il faut, puisque l'égalité précédente doit subsister, que *l'unité d'accélération a change proportionnellement à l'unité de longueur et en raison inverse du carré de l'unité de temps.*

On remarquera que ces relations sont des conséquences directes de ce fait que la valeur numérique d'une accélération est égale à la valeur numérique d'une longueur divisée par la valeur numérique d'un temps et divisée une seconde fois par la valeur numérique d'un temps.

On est convenu d'exprimer ce mode de dépendance mutuelle des différentes unités en disant que les *dimensions de l'accélération* sont : $\frac{\text{longueur}}{(\text{temps})^2}$. Pour abréger, on emploie habituellement un mode de représentation symbolique dans lequel on ne se sert que des initiales des différentes grandeurs, en désignant par le signe $=$ l'identité de dimensions. Ainsi, pour exprimer les dimensions de l'unité d'accélération, on écrit

$$A = \frac{L}{T^2}.$$

Cette équation signifie que, si l'on change les unités de longueur et de temps et, par suite, l'unité d'accélération, on a

$$\text{Rapport des unités d'accél.} = \frac{\text{rapport des unités de longueur}}{[\text{rapport des unités de temps}]^2}.$$

Les équations de cette nature, qui sont de purs symboles,

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

s'appellent *équations de dimensions*. Elles ont la même forme que les équations algébriques qui relient les valeurs numériques des grandeurs considérées, comme on peut le constater en répétant dans chaque cas un raisonnement analogue à celui que nous avons fait pour l'accélération.

UNITÉS FONDAMENTALES. — La plupart des quantités qui se présentent dans l'étude de la Physique peuvent être exprimées en fonction de trois unités fondamentales. On a choisi pour ces trois unités :

Une longueur définie,
Une masse définie,
Un intervalle de temps défini.

DIMENSIONS DE QUELQUES UNITÉS DÉRIVÉES. — Pour obtenir les dimensions des diverses unités dérivées, il suffit de se rappeler que les équations de dimensions ont la même forme que les équations algébriques qui relient les valeurs numériques des grandeurs considérées.

Dans la liste suivante, nous employons les lettres L, M, T comme abréviations des mots longueur, masse, temps; le symbole d'égalité est employé pour désigner l'identité de dimensions :

$$\text{Surface} = L^2,$$
$$\text{Volume} = L^3,$$
$$\text{Vitesse} = \frac{L}{T} \text{ ou } LT^{-1},$$
$$\text{Accélération} = LT^{-2},$$
$$\text{Force} = MLT^{-2},$$
$$\text{Travail (ou énergie)} = ML^2T^{-2}.$$

Quantité d'électricité. — La valeur numérique de l'action qu'exercent l'une sur l'autre deux quantités d'électricité égales entre elles et dont la valeur numérique est q, placées à une distance dont la valeur numérique est r, est égale à la valeur numérique f d'une force; c'est-à-dire que l'on a

$$\frac{q^2}{r^2} = f$$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

ou bien

$$q = f^{\frac{1}{2}} r.$$

La dimension de la quantité d'électricité est donc égale au produit de la racine carrée d'une force par une longueur; c'est-à-dire

$$M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} T^{-1} L$$

ou bien

$$M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-1}.$$

Potentiel :

$$V = \frac{\text{quantité d'électricité}}{L} = M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} T^{-1}.$$

Capacité :

$$C = \frac{\text{quantité d'électricité}}{V} = L.$$

Force électrique ou intensité du champ :

$$\frac{\text{Force mécanique}}{\text{Quantité}} = M^{\frac{1}{2}} L^{-\frac{1}{2}} T^{-1}.$$

SYSTÈME CENTIMÈTRE-GRAMME-SECONDE (C.G.S.). — Une décision du Congrès international, qui a siégé à Paris en 1881 à l'occasion de l'Exposition d'électricité, a fixé les trois unités de longueur, de masse et de temps qui doivent servir désormais d'unités fondamentales.

L'unité de longueur est le *centimètre*.

L'unité de masse est la *masse du gramme*.

L'unité de temps est la *seconde sidérale*.

D'après cela, dans ce système, appelé par abréviation système C. G. S.,

L'unité de surface est le centimètre carré ;

L'unité de volume est le centimètre cube;

L'unité de vitesse est celle d'un mobile qui parcourt un centimètre en une seconde;

L'unité d'accélération est celle d'un mobile dont la vitesse augmente d'un centimètre par seconde;

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

L'unité de force est celle qui, agissant sur la masse d'un gramme, lui communique en une seconde une accélération égale à l'unité. Cette unité de force a reçu le nom de *dyne*. Il est aisé de trouver la valeur de la dyne exprimée en fonction du poids du gramme en un lieu où l'accélération g est connue. En effet, le poids d'un gramme agissant sur la masse d'un gramme lui communique une accélération égale à g. Une dyne, agissant sur la même masse, lui communique une accélération égale à 1 ; le poids d'un gramme vaut donc g dynes. Ainsi, à Paris, où l'accélération est 980,94, la dyne vaut $\frac{1}{980,94}$ du poids d'un gramme, c'est-à-dire un peu plus d'un milligramme.

L'unité de travail est le travail accompli par une dyne dont le point d'application se déplace d'un centimètre dans la direction de la force : cette unité s'appelle l'*erg*.

L'unité de quantité d'électricité est la quantité d'électricité positive qui produit sur une quantité égale placée à la distance d'un centimètre une force égale à une dyne.

L'unité de potentiel est le potentiel produit par l'unité de quantité d'électricité en un point situé à l'unité de distance.

L'unité de capacité électrostatique est le centimètre; c'est la capacité d'une sphère d'un centimètre de rayon.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

XV.

ÉLECTROSCOPES ET ÉLECTROMÈTRES.

CLASSIFICATION. — Les électroscopes et les électromètres sont de deux sortes.

Dans les uns, on communique les charges que l'on veut étudier à des corps isolés dont on observe les attractions et les répulsions. Tels sont le pendule de Henley, l'électroscope à feuilles d'or, la balance de Coulomb et ses diverses modifications, et enfin la jauge de Sir W. Thomson. Ce dernier physicien a donné aux instruments de cette classe le nom d'*idiostatiques*.

Dans la seconde classe d'appareils, appelés *hétérostatiques* par Sir W. Thomson, on fait agir des corps chargés à l'avance sur un système mobile auquel on communique les charges à étudier, et dont on observe les déviations. A cette classe se rattachent les électromètres de Behrens, de Bohnenberger, de Hankel, l'électromètre à quadrants et l'électromètre absolu à jauge de Sir W. Thomson.

Nous décrirons seulement les électroscopes ou électromètres les plus en usage.

ÉLECTROMÈTRE A FEUILLES D'OR. — Cet instrument se compose, comme on sait, d'une tige métallique isolée, terminée à la partie supérieure par une boule et supportant à son extrémité inférieure deux feuilles d'or. Les feuilles d'or sont entourées d'une cage métallique destinée à servir d'écran ; la cage doit être placée à l'intérieur de la cloche de verre.

Cet instrument peut servir à déterminer les différences de potentiel de deux *sources électriques*.

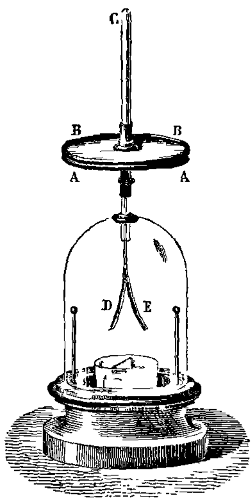
Mettons l'une des sources en communication avec la

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

boule de l'électromètre, et l'autre source en communication avec la cage préalablement isolée. On observera un certain écart des feuilles, lequel est fonction de leur charge et, par suite, de la différence de potentiel entre la tige et la cage. Si donc on a, à l'avance, gradué l'électromètre en notant les écarts des feuilles pour des différences de potentiel connues, la lecture de l'écart obtenu dans l'expérience précédente donnera la différence cherchée.

ÉLECTROMÈTRE CONDENSATEUR. — Il peut arriver que la différence de potentiel donnée soit trop faible pour produire un écart mesurable ou même visible des feuilles d'or. On peut alors employer l'électromètre condensateur imaginé par Volta

Fig. 42.



Cet instrument n'est autre chose qu'un électromètre à feuilles d'or, dont la boule est remplacée par un plateau métallique AA (*fig.* 42), verni à la gomme laque ; sur ce plateau on peut en placer un autre BB de même métal et fixé à un manche isolant C. Pour mesurer la différence de potentiel de deux sources, on met l'une d'elles en communication avec le plateau infé-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

rieur, et l'autre avec le plateau supérieur, lequel communique également avec la cage qui est isolée. De cette façon, on charge le condensateur de très grande capacité formé par les deux plateaux; et l'on accumule ainsi sur ces deux plateaux des charges très considérables. On supprime alors la communication du plateau inférieur avec la source, puis on enlève le plateau supérieur. Toute l'électricité qui était accumulée sur le plateau inférieur se répand sur le conducteur formé par ce plateau, la tige et les feuilles d'or, et produit la divergence de ces dernières.

Le potentiel des feuilles d'or est ainsi beaucoup plus élevé, par rapport à celui de la cage, que si l'on avait opéré sans condensation ; dans l'un des appareils de Volta il était 120 fois plus grand. Ce rapport est égal à celui des charges que prend le conducteur qui supporte les feuilles lorsque le plateau supérieur est mis en présence et lorsqu'il est enlevé : c'est ce que l'on appelle quelquefois la *force condensante* du condensateur. Il est aisé de déterminer expérimentalement ce rapport en faisant la mesure d'une même différence de potentiel, d'abord sans la condensation, puis avec la condensation.

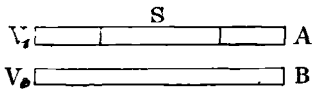
BALANCE DE COULOMB. — La balance de Coulomb permet, comme nous l'avons vu, de mesurer les charges en valeur absolue. Son emploi donnerait des résultats peu exacts. En effet, pour pouvoir négliger, sans erreur sensible, l'influence réciproque des deux boules, il faut que ces boules soient à une grande distance l'une de l'autre; il en résulte que la répulsion est faible et, par suite, difficile à mesurer avec précision. De plus, les parois de la cage exercent une influence perturbatrice grave. Enfin les distances se mesurent difficilement dans la pratique. Pour ces raisons, Sir W. Thomson a construit un électromètre basé non plus sur la mesure de la répulsion de deux sphères, mais sur l'attraction de deux surfaces planes parallèles.

ÉLECTROMÈTRE ABSOLU DE SIR W. THOMSON. — Soient deux plateaux parallèles A, B (*fig.* 43) respectivement aux potentiels V_1 et V_0 et à une distance D l'un de l'autre On a entre les pla-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

teaux un champ électrique sensiblement uniforme, sauf vers les bords. Dans la région moyenne, le champ est uniforme

Fig. 43.



et les lignes de force sont des perpendiculaires communes aux deux plateaux.

M. Helmholtz est parvenu en effet à établir les équations des surfaces équipotentielles et des lignes de force dans le cas de deux plateaux parallèles. La *fig.* 43 *bis*, qui représente les lignes de force et les surfaces équipotentielles dans le voisinage des bords, montre bien que dans l'intervalle des plateaux le champ est sensiblement uniforme jusqu'à une faible distance du pourtour.

Imaginons que l'on ait découpé par un trait de scie une certaine portion de surface S du plateau supérieur dans la région centrale de celui-ci.

Nous allons évaluer la force exercée par le plateau inférieur sur la surface découpée S. La force électrique, ou intensité du champ, est constante en tous les points de l'intervalle des deux plateaux correspondant à S, et, par suite, elle est égale à $\frac{V_1 - V_0}{D}$; si A est positif, elle est dirigée de A vers B. D'autre part, d'après le théorème de Coulomb, cette intensité a pour valeur $4\pi\mu$, μ désignant la densité en un point de la région moyenne du plateau A. On a donc

$$4\pi\mu = \frac{V_1 - V_0}{D}.$$

D'autre part, la pression électrostatique est

$$P = 2\pi\mu^2;$$

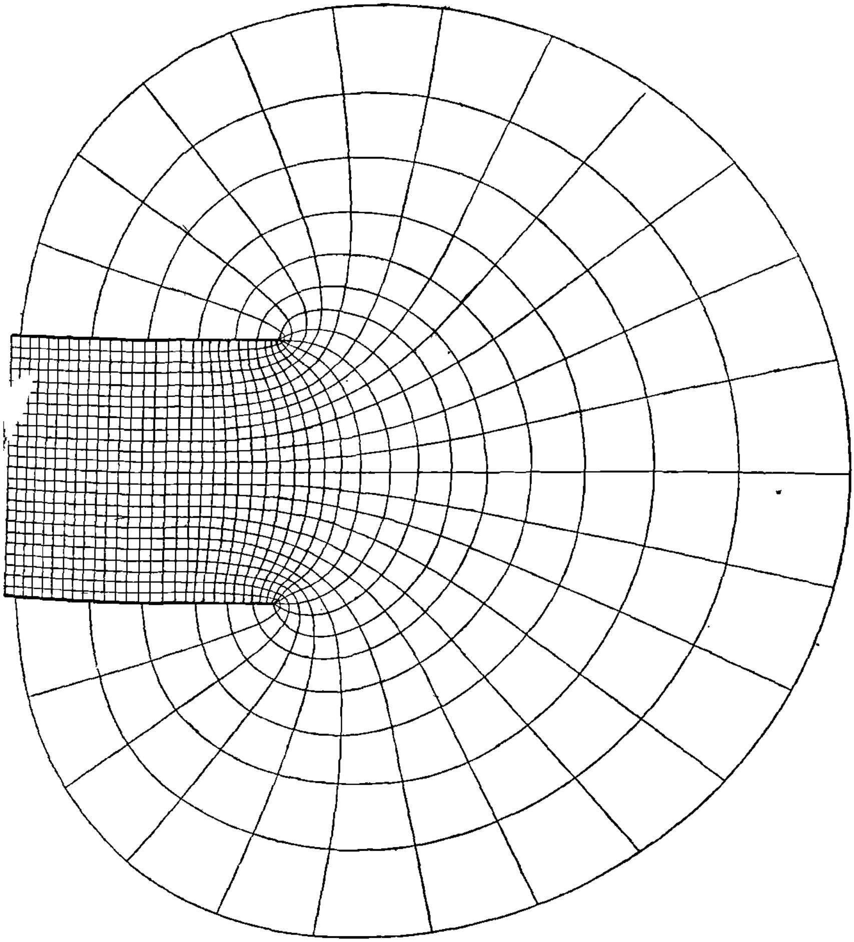
d'où, en éliminant μ,

$$P = \frac{1}{8\pi}\frac{(V_1 - V_0)^2}{D^2}.$$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Or $$P = \frac{F}{S},$$

Fig. 43 *bis*.



F désignant la force totale sur la surface S. Donc

$$F = \frac{S}{8\pi} \frac{(V_1 - V_0)^2}{D^2},$$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

d'où l'on tire

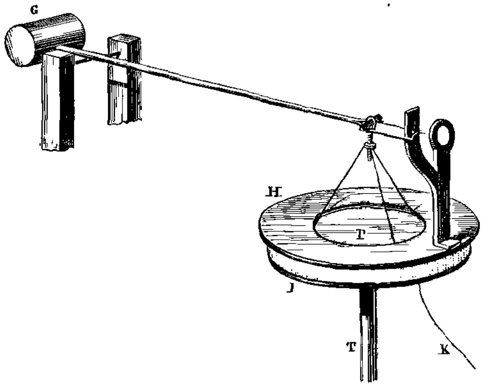
$$V_1 - V_0 = D\sqrt{\frac{8\pi F}{S}}.$$

Donc, pour mesurer $V_1 - V_0$ en valeur absolue, il suffira de mesurer S en centimètres^2, D en centimètres ~~carrés~~ et F en dynes.

Voici comment Sir W. Thomson a disposé l'appareil fondé sur la théorie précédente et qu'il a désigné sous le nom d'*électromètre absolu à anneau de garde.*

Le plateau inférieur I (*fig.* 44) est fixé sur un support iso-

Fig. 44.



lant qui peut être élevé ou abaissé à volonté, de quantités connues, à l'aide d'une vis micrométrique. Le plateau supérieur est découpé de telle façon que sa partie centrale P puisse se mouvoir indépendamment de la portion annulaire qui l'entoure. Cette dernière partie constitue ce que Sir W. Thomson appelle l'*anneau de garde.* Cet anneau est fixe; la partie centrale est suspendue à un fléau de balance équilibré par un contre-poids G. De plus, le plateau supérieur (anneau et disque central) fait partie de la paroi d'une boîte métallique fermée qui renferme toute la balance : de cette façon, la face supérieure du plateau H n'a aucune charge électrique.

Voici maintenant comment on se sert de l'instrument. On

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

met un poids connu, p grammes, sur le disque mobile, puis on modifie le contre-poids, de façon que le disque mobile soit dans le plan de l'anneau de garde, toutes les parties de l'appareil étant en communication métallique. L'appareil a été réglé à l'avance, de telle façon que, quand ce résultat est atteint, un cheveu horizontal, tendu entre les branches d'une fourchette O qui termine le fléau de la balance, se trouve entre deux points de repère tracés sur une pièce fixe. Une loupe permet de constater que le cheveu se trouve entre ses repères.

Cela fait, on enlève le poids p, puis on met les deux plateaux en communication avec les sources et l'on fait mouvoir la vis micrométrique jusqu'au moment où le disque mobile se trouve de nouveau dans le plan de l'anneau de garde. La force attractive des deux plateaux est alors égale à p grammes ou à pg dynes. On peut donc écrire, en désignant par V_0 et V_1 les potentiels des sources,

$$V_1 - V_0 = D\sqrt{\frac{8\pi pg}{S}}.$$

La distance D étant toujours difficile à mesurer, Sir W. Thomson a modifié le procédé opératoire, de façon à n'avoir à mesurer que les variations de D, ce qui est plus facile et plus exact. Pour cela, il emploie une source auxiliaire, dont nous désignerons le potentiel par Z, qu'il met en communication avec le plateau supérieur de l'électromètre. Il met ensuite le plateau inférieur successivement en communication avec les sources aux potentiels V_1 et V_0, et il déplace chaque fois le plateau inférieur, de façon que le disque mobile revienne dans le plan de l'anneau de garde. Soient D_1 et D_0 les distances des plateaux dans les deux expériences successives; on a

$$V_1 - z = D_1\sqrt{\frac{8\pi pg}{S}},$$

$$V_0 - z = D_0\sqrt{\frac{8\pi pg}{S}};$$

d'où, en retranchant,

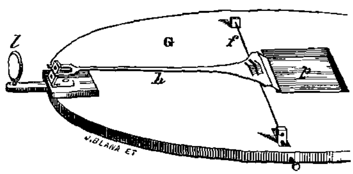
$$V_1 - V_0 = (D_1 - D_0)\sqrt{\frac{8\pi pg}{S}}.$$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Il suffit donc, pour avoir la différence $V_1 - V_0$, de mesurer la variation de distance $D_1 - D_0$ des deux plateaux, c'est-à-dire le chemin que la vis micrométrique a fait parcourir au plateau inférieur. On voit que l'électromètre absolu de Thomson appartient, suivant la manière dont on l'emploie, à la classe des électromètres idiostatiques ou à celle des électromètres hétérostatiques.

Comme source au potentiel Z, Sir W. Thomson employait l'armature interne d'une bouteille de Leyde médiocrement chargée, dont l'armature externe communiquait avec le sol. Pour s'assurer que ce potentiel restait invariable, il met l'armature interne de la bouteille en communication avec le plateau mobile d'un électromètre absolu analogue au précédent, mais simplifié, et auquel il a donné le nom de *jauge idiostatique*. Cette jauge consiste en un plateau *p* (*fig.* 45),

Fig. 45.



entouré d'un anneau de garde G. Ce plateau est soutenu à l'extrémité d'un fléau de balance fixé à un fil de platine *f* tendu horizontalement et faisant l'office de ressort. Le plateau *p* est soumis à l'action d'un autre plateau en communication avec la terre, et qui est à une distance constante de *p*. Un cheveu tendu entre les branches d'une fourchette que supporte l'extrémité du fléau permet, comme dans l'électromètre absolu, de voir si le plateau *p* est bien dans le plan de l'anneau de garde.

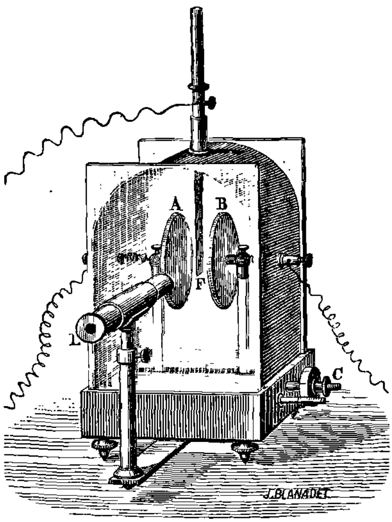
Si le potentiel Z vient à baisser, on le rétablit au moyen d'une très petite machine à induction à laquelle Sir W. Thomson a donné le nom de *replenisher*, c'est-à-dire *remplisseur*, qui sera décrite en même temps que les autres machines électriques.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

L'électromètre absolu peut servir, entre autres, à mesurer la différence de potentiel des deux pôles d'une pile ouverte. Nous verrons plus tard que cette différence est constante pour une pile déterminée. En particulier, Sir W. Thomson a trouvé que la différence de potentiel entre les électrodes de même métal d'un élément de Daniell est égale à 0,00374 unités électrostatiques C.G.S.

ÉLECTROMÈTRE DE HANKEL. — Deux plateaux verticaux A et B, parallèles (*fig.* 46), sont maintenus à des potentiels constants,

Fig. 46.



égaux et de signes contraires V_1 et $-V_1$. Une feuille d'or F est suspendue parallèlement au plan des plateaux, et à égale distance de chacun d'eux. Le tout est renfermé dans une cage métallique réunie au sol et percée d'une ouverture qui permet de viser la tranche de la feuille d'or au moyen d'un microscope L. Supposons que le potentiel V de la feuille d'or soit nul : la feuille d'or forme avec chacun des plateaux un

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

condensateur. Elle est chargée sur chacune de ses faces de quantités d'électricité égales et de signes contraires par raison de symétrie; elle reste donc verticale.

Si le potentiel de la feuille d'or est différent de zéro, par exemple positif, la symétrie électrique n'existe plus : les différences de potentiel des armatures des deux condensateurs formés par la feuille d'or et les deux plateaux cessent d'être égales. Par conséquent, les charges des deux faces de la feuille d'or ne sont plus les mêmes, et la feuille d'or est attirée du côté du plateau négatif. Si V était négatif, la feuille d'or serait attirée du côté du plateau positif.

D'autre part, la feuille d'or est soumise à l'action de la pesanteur qui tend à la ramener dans la position verticale. Si l'appareil a été convenablement construit, et si V n'est pas trop grand, la feuille d'or prendra une position d'équilibre stable qui dépendra de la valeur de V; par conséquent, si l'appareil a été gradué à l'avance empiriquement au moyen de sources à potentiels connus, comme le fait M. Hankel, il donne le potentiel de toute source mise en communication avec les feuilles d'or : il constitue un véritable électromètre. En général cependant, on se sert plutôt de cet instrument comme électroscope, car on sait, en effet, que l'on peut presque toujours ramener les mesures à la constatation de ce fait qu'un corps est au potentiel zéro.

En réalité, la théorie de l'électromètre de Hankel est beaucoup plus compliquée. Comme il est pratiquement impossible de suspendre la feuille d'or symétriquement par rapport aux deux plateaux, il faut que, même dans le cas où son potentiel est nul, la pesanteur intervienne pour maintenir l'équilibre. Il est donc nécessaire que le poids de la feuille d'or, la distance des plateaux et leurs potentiels remplissent une certaine condition pour que l'équilibre soit stable. Nous ne faisons qu'indiquer cette discussion sans l'approfondir.

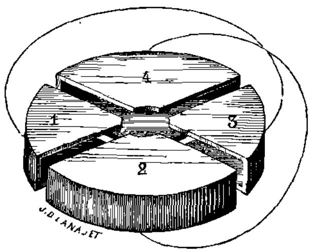
Pour maintenir les plateaux à des potentiels constants V_1 et $-V_1$, on emploie une pile de Volta d'un nombre pair de couples, dont le milieu est relié au sol, les pôles de la pile étant mis en communication avec les deux plateaux.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

ÉLECTROMÈTRE A QUADRANTS DE SIR W. THOMSON. — Les parties essentielles de l'appareil sont les quadrants et l'aiguille.

Quadrants. — Imaginons une boîte plate cylindrique en laiton (*fig.* 47). Supposons qu'au moyen d'un emporte-pièce on enlève la partie centrale de la boîte, et qu'on la coupe ensuite en quatre portions par deux traits de scie perpendicu-

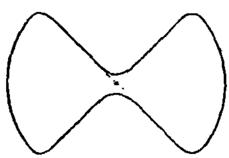
Fig. 47.



laires. On obtiendra les quatre quadrants 1, 2, 3, 4 de l'électromètre. Les quatre quadrants ainsi découpés sont maintenus dans leur position primitive par des supports isolants. Le premier quadrant est mis en communication avec le troisième, et le deuxième avec le quatrième au moyen de fils métalliques.

Aiguille. — L'aiguille est composée d'une feuille métallique extrêmement mince, découpée en forme de deux sec-

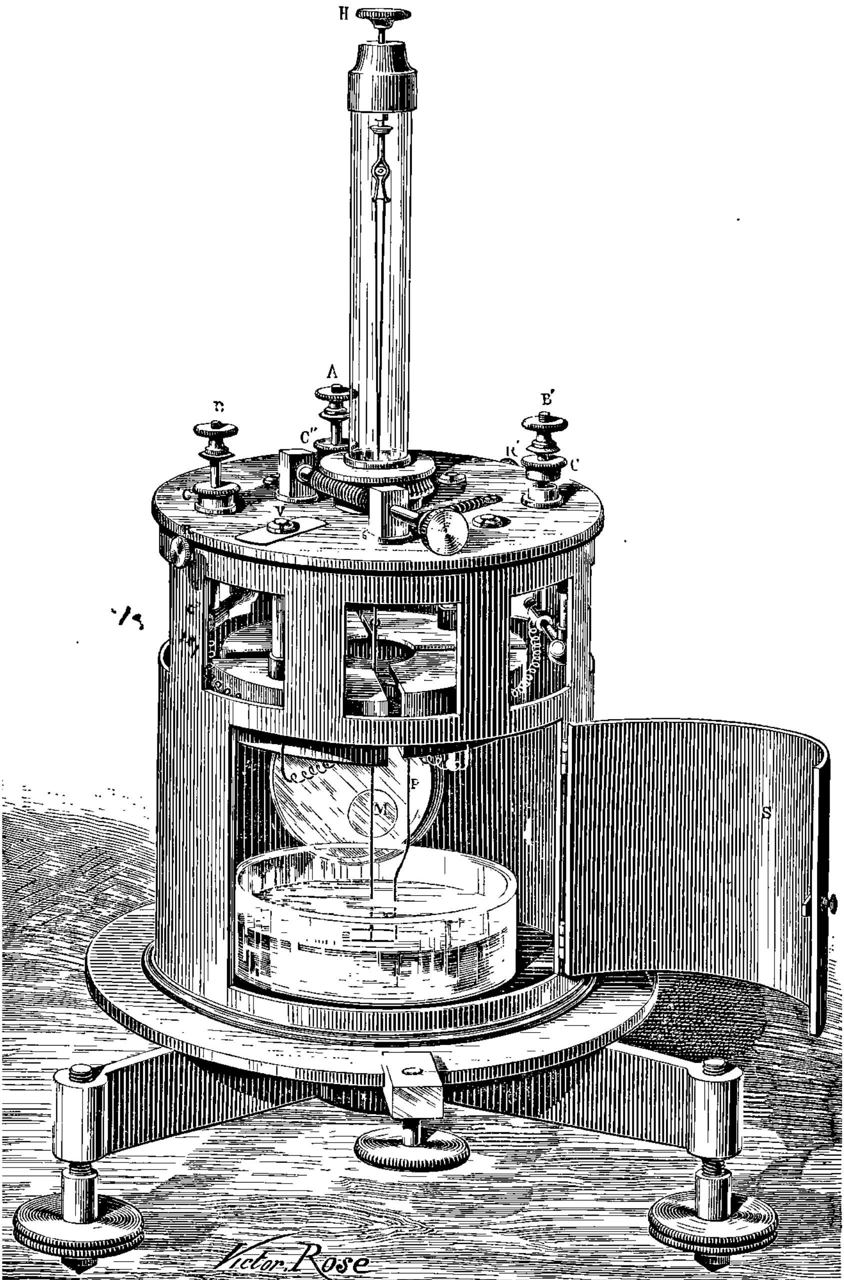
Fig. 48.



teurs opposés par le sommet et dont l'angle au centre est droit (*fig.* 48). Tous les angles sont arrondis et les secteurs se raccordent entre eux, grâce à une légère altération de leur forme. L'aiguille est suspendue à un fil de torsion, de façon que son plan soit horizontal; elle a été préalablement introduite dans la boîte formée par les quadrants, dans laquelle elle peut se

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Fig. 49.



IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

mouvoir librement. Quand le fil est sans torsion, l'aiguille est disposée de telle façon que les fentes qui séparent les quadrants soient les bissectrices des angles des deux secteurs qui la constituent. Au-dessous de l'aiguille (*fig.* 49), et dans le prolongement du fil de torsion, est fixé un fil de platine qui porte à la partie inférieure deux ou trois fils de platine horizontaux. Ces derniers plongent dans un vase contenant de l'acide sulfurique concentré : ils ont pour objet d'amortir les oscillations de l'aiguille.

Le tout est renfermé dans une cage métallique reliée au sol et qui sert d'écran.

THÉORIE DE L'ÉLECTROMÈTRE. — Supposons que les quadrants 1 et 3 soient au potentiel V_1, les quadrants 2 et 4 au potentiel V_2, et l'aiguille au potentiel V. Nous nous proposons d'évaluer les forces auxquelles l'aiguille est soumise. Dans la théorie que nous allons donner, nous ne supposerons pas que l'aiguille est dans sa position normale symétrique par rapport aux fentes des quadrants, mais seulement que l'angle qu'elle fait avec cette position n'excède pas quelques degrés. Dans la pratique, cet angle ne dépasse jamais 2° ou 3°.

L'aiguille forme avec chacun des quadrants un condensateur. Dans chacun de ces condensateurs, il y a à considérer deux portions :

1° Une *plage* moyenne, pour laquelle la distribution est la même dans les différentes coupes méridiennes, telles que OX (*fig.* 50) : nous l'appellerons la *plage à distribution régulière ;*

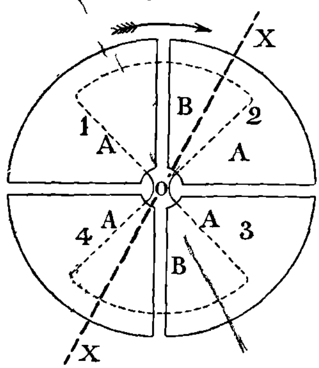
2° Une portion composée, d'une part, de la région avoisinant le bord rectiligne A de l'aiguille et, d'autre part, de celle qui avoisine la fente B, qui sépare deux quadrants : c'est ce que nous appellerons la *région à distribution irrégulière,* parce que la distribution est différente dans les différentes coupes méridiennes faites dans ces portions.

Voici maintenant une remarque capitale. Si l'on vient à faire tourner l'aiguille, par exemple de 1 vers 2, tant que le bord rectiligne de l'aiguille n'approchera pas de la fente qui sépare deux quadrants, c'est-à-dire tant que l'aiguille n'aura pas tourné d'un angle voisin de 45°, chacune des portions à distri-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

bution irrégulière reste intacte : celle qui avoisine la fente entre les quadrants reste en place; l'autre suit le bord de l'aiguille dans sa rotation, mais toutes deux restent identiques à ce qu'elles étaient avant la rotation. On peut dire que tout le changement du condensateur a porté sur l'étendue angulaire de la plage à distribution régulière; par suite, si l'aiguille a tourné d'un angle ω, c'est comme si la plage à distribution régulière avait varié dans chaque quadrant d'un secteur d'angle ω. Si donc nous désignons par C la capacité pour l'unité d'angle de la portion du condensateur où la distribution est régulière, la

Fig. 50.



capacité du condensateur formé par l'aiguille et l'un des quadrants a varié en tout de $C\omega$ par le fait de la rotation.

Considérons maintenant l'appareil au point de vue mécanique. Tout le système est symétrique par rapport à l'axe du fil de suspension, non seulement au point de vue matériel, mais encore au point de vue électrique; donc, s'il existe une force appliquée à l'aiguille, il existe aussi une force symétrique de celle-là par rapport à l'axe. Chacune de ces forces peut être remplacée par sa composante verticale et par sa composante horizontale. Les composantes verticales étant égales et de même sens donnent une résultante passant par l'axe. Les composantes horizontales sont parallèles et de signes contraires; elles forment un couple.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

On voit ainsi que le système total des forces dues aux charges électriques ou à la pesanteur appliquées à l'aiguille peut être réduit à une force verticale qui est détruite par la résistance du fil, et à un couple horizontal. C'est le moment H de ce couple que nous nous proposons d'évaluer.

Pour cela, nous appliquerons le théorème suivant, qui a été démontré antérieurement (p. 87) :

Étant donné un système de conducteurs renfermés dans un écran, si l'on déplace ces conducteurs d'une manière quelconque, le potentiel de chacun d'eux restant constant, le travail des forces électriques est égal à l'accroissement d'énergie du système.

Supposons que l'aiguille tourne d'un angle infiniment petit $d\omega$, le travail des forces électriques, c'est-à-dire le travail du couple, est $H d\omega$. Évaluons maintenant l'accroissement d'énergie : d'abord, à l'extérieur des quadrants la distribution ne changeant pas, nous n'avons pas à nous en occuper; restent donc les quatre condensateurs formés par l'aiguille et chacun des quadrants. L'accroissement de capacité du condensateur 2 est $C d\omega$; la charge de la portion de l'aiguille contenue dans le quadrant 2 augmente donc de $C d\omega (V - V_2)$, et l'accroissement correspondant de la charge du quadrant est $-C d\omega (V - V_2)$. Comme ces charges sont respectivement aux potentiels V et V_2, l'énergie qu'elles représentent est $\frac{1}{2} C d\omega (V - V_2)^2$.

Dans le quadrant 1, la capacité s'accroît de $C(-d\omega)$, et l'énergie de $-\frac{1}{2} C d\omega (V - V_1)^2$.

Les quadrants 3 et 4 donnent des accroissements d'énergie respectivement égaux à ceux des quadrants 1 et 2. L'accroissement d'énergie de tout le système est ainsi

$$C d\omega [(V - V_2)^2 - (V - V_1)]^2.$$

D'après le théorème rappelé plus haut, cet accroissement doit être égal au travail du couple, ou $H d\omega$. On a donc

$$H d\omega = C d\omega [(V - V_2)^2 - (V - V_1)^2],$$

$$H = C(V_2^2 - V_1^2 - 2VV_2 + 2VV_1),$$

$$H = 2C(V_1 - V_2)\left(V - \frac{V_1 + V_2}{2}\right).$$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Telle est l'expression du couple cherché. On voit que le couple est indépendant de la position de l'aiguille par rapport aux quadrants. L'aiguille tournera d'un angle φ, tel que le couple H soit équilibré par le couple provenant de la torsion du fil de suspension. Ce dernier est égal au produit de la constante de torsion K du fil par l'angle de torsion φ. On a donc

$$K\varphi = 2C(V_1 - V_2)\left(V - \frac{V_1 + V_2}{2}\right).$$

Sir W. Thomson se servait de son électromètre en chargeant l'aiguille au moyen d'une bouteille de Leyde et en mettant les quadrants en communication avec les deux sources dont il voulait mesurer la différence de potentiel; V était très grand par rapport à V_1 et V_2. On pouvait donc négliger le second terme de la seconde parenthèse et écrire

$$K\varphi = 2C(V_1 - V_2)V,$$

d'où

$$V_1 - V_2 = \frac{K\varphi}{2CV}.$$

La différence de potentiel à mesurer est donc proportionnelle à l'angle dont a tourné l'aiguille.

Pour faire servir l'électromètre à quadrants à des mesures absolues, il suffira de faire une expérience avec une différence de potentiel $V_1 - V_2$ connue en valeur absolue, par exemple avec un couple de Daniell.

Appelons φ_1 la déviation obtenue avec ce couple pour lequel, d'après Sir W. Thomson, la différence de potentiel est égale en valeur absolue à 0,00374, on aura

$$\frac{K}{2CV} = \frac{0{,}00374}{\varphi_1}.$$

La valeur de la constante $\frac{K}{2CV}$ se trouve ainsi déterminée, et l'on pourra connaître $V_1 - V_2$ en valeur absolue pour une déviation ω quelconque.

Dans d'autres dispositions, telle que celle qui est employée par M. Mascart, ce sont les quadrants qui sont chargés d'une

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

manière permanente au moyen d'une pile formée par un nombre pair de couples dont le milieu est relié au sol; on a alors

$$V_2 = -V_1,$$

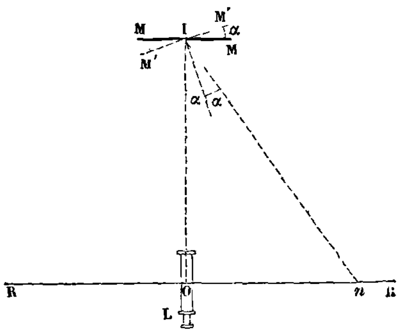
et l'on tire

$$V = \frac{K}{4CV_1}\varphi.$$

Le potentiel de l'aiguille est proportionnel à l'angle dont elle a tourné. Pour mesurer le potentiel d'une source par rapport au sol, il suffit donc de la mettre en communication avec l'aiguille. Dans cette seconde manière d'opérer, on pourra graduer l'électromètre en valeur absolue comme dans la première.

MESURE DES DÉVIATIONS. — Pour mesurer les déviations, on emploie la méthode par réflexion imaginée par Poggendorff, et que nous rappellerons brièvement. Au fil de platine qui est fixé au-dessous de l'aiguille est collé un miroir M (*fig.* 49) dont le

Fig. 51.



plan est vertical. On fait tomber normalement à ce miroir un rayon lumineux qui se réfléchit sur lui-même. Si le miroir tourne d'un certain angle, le rayon réfléchi tourne, comme on sait, d'un angle double; ce rayon vient marquer sa trace en un certain point n (*fig.* 51), sur une règle horizontale perpendiculaire à la direction du rayon incident OI.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Si l'on désigne par d la longueur *on*, par α l'angle dont a tourné le miroir et par l la distance OI, on a

$$d = l \operatorname{tang} 2\alpha.$$

Si l est grand, d sera grand et à une petite déviation correspondra un grand déplacement sur la règle. Comme les déviations sont généralement extrêmement faibles, on peut prendre l'arc pour la tangente et écrire

$$\alpha = \frac{d}{2l};$$

α est donc proportionnel à d.

Dans la pratique, le rayon incident n'est pas tout à fait horizontal, afin que le rayon réfléchi soit distinct du rayon incident pour toutes les positions du miroir.

Une autre manière d'employer la méthode par réflexion consiste à observer, au moyen d'une lunette L dont l'axe est perpendiculaire à la règle divisée, les divisions de cette règle vues par réflexion dans le miroir. Si la lunette est normale au miroir, on verra, par réflexion, la division zéro de la règle qui se trouve dans le plan vertical passant par l'axe de la lunette. Si le miroir tourne, ce sera l'image d'une autre division d que l'on verra coïncider avec le point de croisement des fils du réticule de la lunette. On aura entre d, l et α la même relation que précédemment.

SUSPENSION BIFILAIRE. — Au lieu de suspendre l'aiguille à un fil de torsion, on utilise la plupart du temps un mode de suspension particulier dit *bifilaire*, qui a été imaginé par Snow Harris. Deux fils de cocon, très longs, très rapprochés et d'égale longueur l, sont fixés à la partie supérieure en deux points A et B, distants l'un de l'autre d'une longueur que nous désignerons par $2r$ (*fig.* 52). Ils sont fixés à la partie inférieure aux extrémités d'une tige ab, d'une longueur $2r_1$, solidaire de l'aiguille.

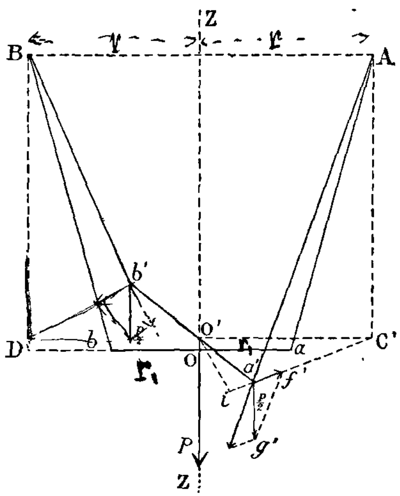
Si aucune force n'agit pour faire tourner l'aiguille, il est clair que, lorsque l'état d'équilibre existe, les deux fils Aa, Bb sont dans un même plan vertical. Si l'on fait tourner l'aiguille d'un certain angle ω, en la maintenant horizontale, de manière

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

que ab vienne en $a'b'$, elle tendra à reprendre sa position d'équilibre.

Désignons par p le poids total de l'appareil suspendu aux fils, c'est-à-dire le poids de l'aiguille et de la tige ab. On peut remplacer ce poids par deux forces égales à $\frac{p}{2}$ appliquées aux points a' et b'. Menons le plan vertical qui contient Aa'; ce plan coupe le plan vertical ABab suivant la verticale AC' et le plan

Fig. 52.



horizontal mené par $o'a'$ suivant l'horizontale $a'c'$. Décomposons la force $\frac{p}{2}$, appliquée en a' en deux, l'une suivant Aa', laquelle est détruite par la résistance du fil, et l'autre suivant l'horizontale $a'C'$. Pour cela, par l'extrémité g' de la force $\frac{p}{2}$, menons $g'f'$ parallèle à Aa'; la composante horizontale cherchée est $a'f'$. Les triangles semblables $a'f'g'$ et $C'a'A$ donnent

$$\frac{a'f'}{\left(\frac{p}{2}\right)} = \frac{a'C'}{AC'},$$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

d'où

$$a'f' = \frac{p}{2}\,\frac{a'C'}{AC'}.$$

Le moment de la force $a'f'$ par rapport à l'axe ZZ est le produit de cette force par la perpendiculaire $O'i$, abaissée du point O' de l'axe sur $a'c'$; ce moment est donc égal à

$$a'f' \times O'i = \frac{p}{2}\,\frac{a'C' \times O'i}{AC'} = \frac{p}{AC'} \times \text{surf. triangle } a'O'C'$$
$$= \frac{p}{AC'} \times \frac{1}{2} O'a' \times O'C' \sin\omega = \frac{1}{2}\,\frac{p}{AC'}\, rr_1 \sin\omega.$$

Par raison de symétrie, on a au point b' une force horizontale dont le moment, par rapport à l'axe, aura la même valeur. Le moment total M est donc

$$M = p\,\frac{rr_1 \sin\omega}{AC'}.$$

Or, dans le triangle $AC'a'$, rectangle en C', on a

$$\overline{AC'}^2 = l^2 - \overline{a'C'}^2;$$

dans le triangle $a'C'O'$, on a

$$\overline{a'C'}^2 = r^2 + r_1^2 - 2rr_1 \cos\omega;$$

par suite,

$$\overline{AC'}^2 = l^2 - r^2 - r_1^2 + 2rr_1 \cos\omega;$$

en substituant dans les valeurs de M, il vient

$$M = \frac{prr_1 \sin\omega}{+\sqrt{l^2 - r^2 - r_1^2 + 2rr_1 \cos\omega}}.$$

L'action de la pesanteur sur le système produit donc, en vertu des liaisons, un couple horizontal appliqué à l'aiguille et de moment M; donc, si le système est en équilibre, les forces étrangères, qui maintiennent cet équilibre, forment un couple équivalent au précédent.

Si maintenant nous supposons, comme cela est toujours

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

réalisé dans la pratique, que l'angle ω est très petit, nous pouvons écrire $\cos\omega = 1$, $\sin\omega = \omega$ et, par suite,

$$M = \frac{prr_1 \omega}{\sqrt{l^2 - (r_1 - r)^2}}.$$

Si l'on désigne par H la distance BD de la tige *ab* à la droite AB, lorsque *ab* n'a subi aucun écart, on a

$$H = \sqrt{l^2 - (r_1 - r)^2}$$

et, par suite,

$$M = \frac{prr_1}{H} \omega. \tag{1}$$

M est donc proportionnel à ω : le système peut être considéré comme possédant les mêmes propriétés qu'un fil de torsion.

Nous n'avons pas tenu compte de la torsion des fils de cocon, laquelle peut être considérée comme absolument négligeable.

Voici comment la suspension bifilaire est réalisée dans la construction des électromètres.

Un fil de cocon est fixé par ses deux extrémités à deux points A et B. L'aiguille de l'électromètre porte en son milieu un crochet qui permet de la suspendre dans l'anse formée par le fil. Il en résulte que la distance r_1 est sensiblement égale à l'épaisseur du crochet. Pour obtenir la sensibilité que l'on désire, on fait varier la distance des points A et B, ce qui ne change pas sensiblement la valeur de H ni celle de r_1 ; la formule (1) donnant

$$\omega = \frac{MH}{pr_1} \frac{1}{r},$$

on voit que, toutes choses égales d'ailleurs, la sensibilité varie en raison inverse de r. Comme les fils de cocon sont mauvais conducteurs, on établit les communications électriques de l'aiguille avec les conducteurs extérieurs par l'intermédiaire du vase à acide sulfurique.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

XVI.

APPLICATIONS DES ÉLECTROMÈTRES.

Maintenant que nous avons à notre disposition des électromètres très délicats, nous allons indiquer quelques-unes de leurs applications.

MESURE DU POTENTIEL D'UN CONDUCTEUR N'AYANT PAS UNE CAPACITÉ INFINIE. — Nous supposerons que l'on se serve de l'électromètre à quadrants de Thomson en chargeant les quadrants à des potentiels égaux et de signes contraires. On commence par décharger l'aiguille; puis, au moyen d'un fil très fin, on la met en communication avec le conducteur placé à une grande distance. Désignons par C la capacité du conducteur, par V son potentiel primitif, par γ la capacité de l'aiguille, et par U le potentiel que l'on observe après que la communication a été établie; on a

$$VC = U(C + \gamma),$$

où

$$V = U\left(1 + \frac{\gamma}{C}\right).$$

Pour éliminer le facteur inconnu $1 + \frac{\gamma}{C}$, on rompt la communication avec le conducteur, on décharge l'aiguille et l'on recommence l'expérience précédente; on observe un nouveau potentiel U', et l'on a

$$U = U'\left(1 + \frac{\gamma}{C}\right).$$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Divisant les deux équations membre à membre, on a

$$V = \frac{U^2}{U'};$$

le problème est ainsi résolu.

MESURE DE LA CAPACITÉ DE L'ÉLECTROMÈTRE. — Un condensateur de capacité connue C est chargé d'une façon quelconque. On le met en communication éloignée avec l'électromètre de la capacité inconnue γ, et l'on observe un certain potentiel U. On rompt la communication, puis on décharge l'électromètre, ce qui lui enlève une quantité d'électricité égale à γU. On rétablit les communications, et l'on observe un nouveau potentiel $U' < U$; on a

$$(C + \gamma)(U - U') = \gamma U,$$

équation qui donne γ.

Au lieu d'effectuer cette opération en déchargeant l'électromètre, on aurait pu décharger le condensateur; on aurait ainsi enlevé une quantité d'électricité CU, et, par suite, l'égalité donnant γ aurait été

$$(C + \gamma)(U - U') = CU.$$

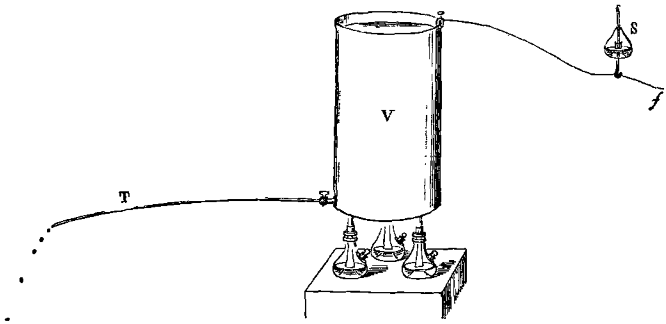
MESURE DU POTENTIEL EN UN POINT DE L'AIR. — Dans l'étude de l'électricité atmosphérique, on a à mesurer le potentiel en un point déterminé de l'atmosphère. Pour cela, on emploie l'appareil à gouttes d'eau, imaginé par Sir W. Thomson. Un vase isolé V (*fig.* 53), contenant de l'eau, porte un long tube T terminé par un orifice étroit, par lequel s'échappe un filet d'eau qui se résout en gouttelettes très près de l'orifice.

Par le jeu de cet écoulement, le potentiel de l'eau contenue dans le vase acquiert bientôt la valeur du potentiel de l'air à l'endroit où se fait la séparation des gouttes. En effet, voici ce que l'expérience montre : si l'on met en communication le vase avec l'une des bornes d'un électromètre, l'autre borne étant en communication avec le sol, on constate que le potentiel de l'eau, après avoir varié d'une manière continue, devient constant. Ce fait signifie que les gouttes d'eau qui, au début, em-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

portaient de l'électricité, finissent par ne plus en emporter : cela prouve qu'à ce moment la charge totale de chacune d'elles est nulle. Une de ces gouttes, au moment où elle se détache, a sensiblement la forme d'une sphère ; le potentiel au centre de cette sphère contient des termes provenant des charges exté-

Fig. 53.



rieures et, d'autre part, des termes provenant des charges réparties sur la surface de la goutte. Comme ces dernières charges ont une somme nulle, le potentiel qu'elles produisent au centre est nul ; le potentiel au centre est donc dû uniquement aux charges extérieures : il a une valeur identique à celle qu'il aurait dans l'air au même point si la goutte n'existait pas (1).

(1) Il faut remarquer que, puisque le vase est encore chargé, même quand les gouttes d'eau ne le sont plus, le potentiel au point considéré n'est pas le même que si ce vase n'existait pas ; pratiquement, il en diffère très peu.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

XVII.

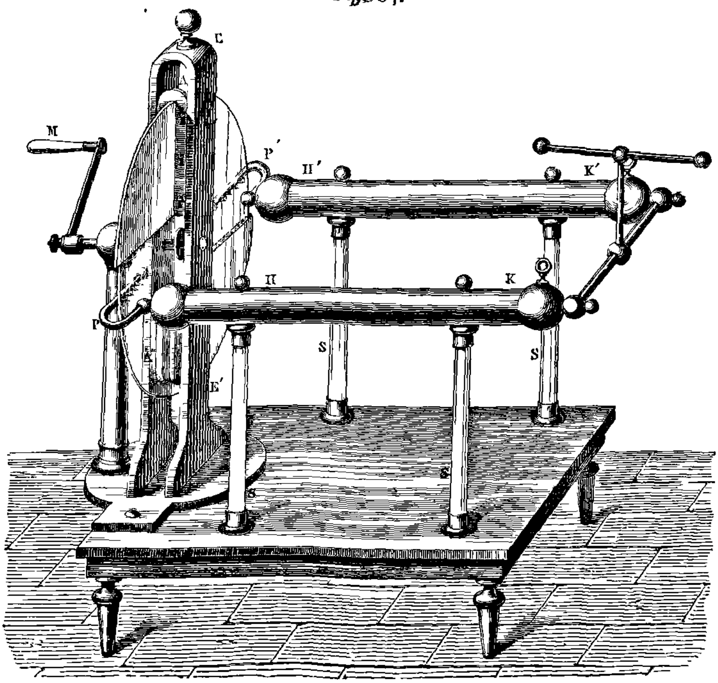
MACHINES ÉLECTRIQUES.

Il y a deux espèces de machines électriques : les machines à frottement et les machines à influence.

MACHINES A FROTTEMENT.

MACHINES DE RAMSDEN. — Comme type nous prendrons la ma-

Fig. 54.



chine de Ramsden (*fig.* 54). Un plateau de verre que l'on met

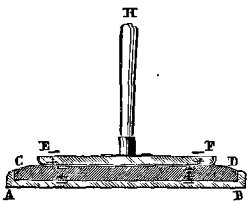
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

en mouvement au moyen d'une manivelle tourne entre deux paires de coussins situés aux extrémités d'un même diamètre et réunis au sol. Aux extrémités d'un diamètre perpendiculaire se trouvent deux mâchoires garnies de pointes embrassant le plateau et communiquant avec un conducteur isolé. Le plateau électrisé positivement par son frottement contre les coussins vient passer dans le voisinage des pointes. Son électricité agit par influence sur le conducteur : l'électricité négative attirée sur les pointes s'en échappe et vient neutraliser l'électricité positive du plateau; le conducteur se charge ainsi d'électricité positive. Le plateau continuant à tourner, les mêmes effets se reproduisent, et la charge du conducteur augmente jusqu'au moment où elle produit sur l'électricité des pointes une action qui contrebalance exactement celle du plateau.

MACHINES A INFLUENCE.

ÉLECTROPHORE. — Un gâteau de résine ou d'ébonite CD (*fig.* 55) est électrisé négativement par le frottement d'une

Fig. 55.



peau de chat. On approche du gâteau, à une distance extrêmement faible, un disque métallique EF supporté par un manche isolant. Il se produit une électrisation par influence. En mettant le disque en communication avec le sol, on enlève l'électricité négative. Si l'on rompt la communication avec le sol et si l'on soulève le plateau, celui-ci reste électrisé positivement. Comme cette opération n'a rien changé à l'électrisation du gâteau de résine qui constitue le corps influent, on peut la répéter indéfiniment.

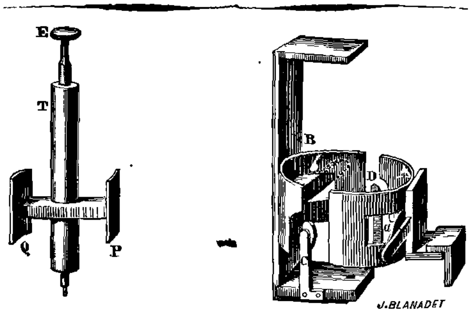
On a imaginé divers appareils dérivés de l'électrophore où

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

la série des mouvements que l'on est obligé d'effectuer se fait d'une manière automatique et qui ont de plus l'avantage d'augmenter la charge des conducteurs qui, dans ces appareils, jouent le rôle du gâteau de résine dans l'électrophore. Parmi ces appareils nous ne décrirons que le *replenisher* dont nous avons parlé dans l'étude de l'électromètre absolu.

REPLENISHER. — Cet instrument se compose de deux portions d'un cylindre métallique A et B (*fig.* 56 et 57), fixées verticalement et isolées l'une de l'autre.

Fig. 56.



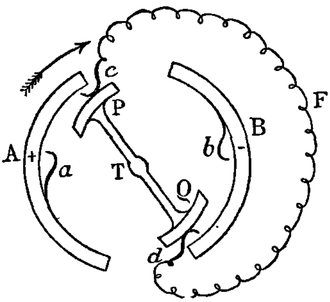
Deux plaques métalliques P et Q légèrement courbes et réunies par une tige d'ébonite peuvent recevoir un mouvement de rotation autour de l'axe T du cylindre. Dans ce mouvement, les plaques P et Q viennent toucher successivement quatre ressorts dont deux *a* et *b* sont placés au milieu des conducteurs A et B avec lesquels ils communiquent, et dont les deux autres *c* et *d*, placés près des fentes qui séparent A et B, et aux extrémités d'un même diamètre, communiquent entre eux tout en restant isolés du reste de l'appareil.

Supposons que le conducteur A (*fig.* 57) soit électrisé positivement et que le mouvement de la pièce mobile ait lieu dans le sens de la flèche. La pièce P arrive en contact avec le ressort *c*, et Q touche en même temps le ressort *d*. Le conducteur P*c*F*d*Q ainsi formé s'électrise par influence, négativement en P et positivement en Q. Le mouvement de rotation

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

continuant, la pièce P électrisée négativement quitte le ressort c et vient toucher le ressort *b*, en même temps que Q électrisé positivement touche le ressort *a*. Les charges de P et Q se répandent alors sur les conducteurs A et B. La charge positive

Fig. 57.



de A a été ainsi augmentée, et B a été chargé négativement. Si l'on continue à tourner le système mobile, les mêmes phénomènes d'influence se reproduisent et les charges de A et B vont en augmentant.

On verra facilement que, si la rotation a lieu en sens contraire, les charges de A et B vont en diminuant.

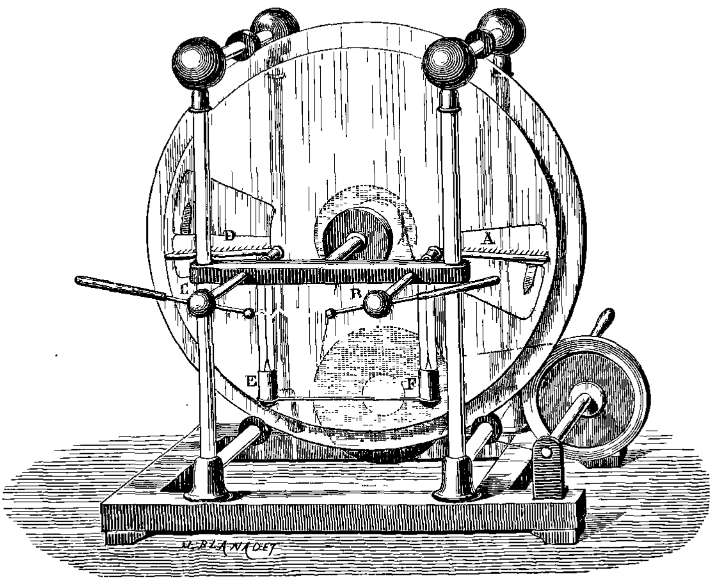
MACHINE DE HOLTZ. — On est arrivé à construire des machines analogues aux précédentes, mais dont le jeu est absolument continu. Parmi ces machines, nous ne décrirons que la machine de Holtz.

Elle se compose (*fig.* 58) de deux plateaux de verre parallèles dont l'un est fixe, et l'autre mobile. Le plateau fixe est percé de deux fenêtres. Le bord de chacune des fenêtres est garni d'une feuille de papier ou armature qui se termine par une pointe, également en papier, un peu infléchie vers le plateau mobile. Les armatures A et B sont disposées symétriquement. Vis-à-vis de la base des armatures, et de l'autre côté du plateau mobile, sont disposés deux peignes qui communiquent avec deux conducteurs B et C que l'on peut réunir ou séparer à volonté.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Pour faire fonctionner cette machine, on commence par réunir les boules **B** et **C**, puis on électrise l'une des armatures, A, par exemple, en la touchant avec une plaque d'ébonite frottée, ce qui lui donne une charge négative. On tourne en même temps le disque mobile en sens inverse de la direction des pointes des armatures; au bout de très peu de temps, on

Fig. 58.



obtient des étincelles en séparant les boules C et C′. Pour expliquer le fonctionnement de cette machine, nous adopterons le mode de représentation proposé par Bertin et qui consiste à remplacer les disques par des cylindres. Ce changement a pour but de rendre la figure plus claire. Soient

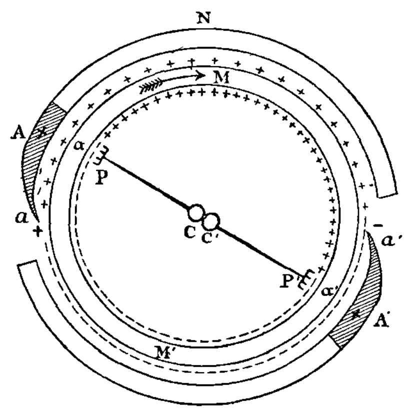
M le cylindre mobile,
N le cylindre fixe,
A et **A′** les armatures,
P et **P′** les peignes,
C et **C′** les boules de l'excitateur en contact.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Le cylindre M se meut dans le sens de la flèche et en sens inverse de la direction des pointes des armatures.

Considérons ce qui se passe pendant la première demi-révolution du cylindre mobile. L'armature A est électrisée négativement par contact avec la plaque d'ébonite frottée. Par influence, il se produit en P de l'électricité positive qui s'échappe par les pointes et qui se répand sur la surface interne du cylindre M. En même temps, de l'électricité négative s'échappe par P′ et se répand également sur la surface interne du cy-

Fig. 59.



lindre M; de telle sorte que, par suite de la rotation, le cylindre sera électrisé sur sa face interne, positivement à la partie supérieure et négativement à la partie inférieure.

Mais ce ne sont pas là les seuls phénomènes d'influence qui se produisent. En effet, la charge positive de la face interne du cylindre, qui commence en P et s'étend sur un arc qui va en augmentant à mesure que le cylindre tourne, agit par influence sur l'armature A, attire l'électricité négative vers la base, et provoque un écoulement d'électricité positive par la pointe *a*. Celle-ci se dépose sur la surface externe du cylindre M, en formant une couche qui commence en *a* et s'étend vers M suivant un arc qui va en croissant à mesure que le cylindre tourne.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Par suite de ce dernier phénomène d'influence, la charge négative de l'armature A est augmentée; il en résulte que son action sur le conducteur PP′ devient de plus en plus énergique, et que la quantité d'électricité qui s'écoule par les peignes P et P′ va en croissant à mesure que le cylindre tourne. Après une demi-révolution, la couche positive qui recouvre la partie supérieure du cylindre M n'est donc pas homogène, et sa densité va en décroissant depuis α jusqu'à α' en marchant dans le sens de la flèche.

Pendant que se produisent sur l'armature A (et, par suite, sur PP′) les phénomènes d'influence que nous venons d'analyser en détail, des actions analogues ont lieu sur l'armature A′ de la part de la couche négative répandue sur la face interne de la partie inférieure du cylindre mobile. Là encore, la charge négative va en décroissant dans le sens α'M′α, et la charge positive de l'armature A′ va en augmentant, en même temps que des quantités croissantes d'électricité négative s'échappent par la pointe a et se répandent sur la face externe du cylindre mobile.

La figure représente, qualitativement, la répartition des charges après la demi-révolution que nous venons d'analyser.

Supposons maintenant que l'on continue à tourner; les phénomènes d'influence dont l'armature A est le siège, et qui sont dus aux couches positives de la partie $a\alpha$M du cylindre mobile, seront augmentés par suite de l'action concordante des couches négatives de la partie $\alpha a M'$. Les charges négatives des différents points de la partie inférieure du cylindre mobile seront neutralisées par l'électricité positive qui s'échappe par a et par P en quantité beaucoup plus considérable, et seront remplacées par des charges positives. De même les charges positives des divers points de la partie supérieure du cylindre qui passent successivement devant P′ et a' seront remplacées par des charges négatives.

Le mouvement du cylindre continuant, les mêmes phénomènes se reproduisent, et les charges des armatures vont en augmentant. Si l'on vient alors à séparer les boules C et C′, ces boules s'électriseront en sens contraire, et, si leur distance n'est pas trop grande, on verra se produire entre elles une série continue d'étincelles.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Pour avoir des conducteurs de grande capacité, au lieu d'augmenter leurs dimensions, comme on le faisait dans les anciennes machines électriques, on réunit les deux pôles de la machine respectivement aux armatures internes de deux bouteilles de Leyde E et F (*fig.* 58), dont les armatures externes communiquent ensemble et qui forment ainsi une cascade.

Remarque. — Quand on écarte les boules C et C′ de l'excitateur, elles se trouvent chargées respectivement en sens inverse des peignes P et P′, et elles produisent des actions en sens inverse de celles qui provoquent l'écoulement de l'électricité par les pointes a, a', P, P′. Si l'écart de ces boules est trop grand, il peut en résulter que l'inversion des charges sur le cylindre mobile ne s'effectue plus, et que la machine se décharge. Il peut même arriver qu'elle se charge en sens contraire, surtout si elle est munie de bouteilles de Leyde : c'est alors l'électricité des armatures internes de ces bouteilles qui s'écoule par les peignes P et P′ et qui produit la nouvelle charge de la machine.

DES MACHINES ÉLECTRIQUES AU POINT DE VUE DE L'ÉNERGIE. — Lorsque l'on a communiqué à un conducteur, au moyen d'une machine électrique, une certaine quantité d'électricité Q, et qu'on l'a amené ainsi à un certain potentiel V, on a, par ce fait, accumulé une certaine quantité d'énergie dont la valeur est $\frac{1}{2}VQ$. D'après le principe de la conservation de l'énergie, cette énergie accumulée représente une dépense de travail mécanique de la part de la personne qui a tourné la manivelle de la machine : en plus du travail nécessaire pour faire tourner la machine s'il ne s'y produisait aucun phénomène électrique, il a fallu dépenser un certain surcroît de travail, qui a été transformé en énergie électrique.

On peut conclure de là que *les attractions et répulsions entre les charges que possèdent les divers organes de la machine lors de son fonctionnement donnent lieu à des forces qui tendent à s'opposer au mouvement que le moteur lui imprime.*

Si l'on applique en particulier cette proposition à la machine de Holtz, on peut prévoir que si, sans faire tourner le plateau

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

mobile, on charge par un procédé quelconque les conducteurs de la même façon que le jeu de la machine les chargerait, le plateau mobile sera soumis à des forces qui tendront à le faire tourner en sens contraire du mouvement ordinaire. L'expérience suivante, due à Poggendorff, montre que cette rotation en sens contraire se produit réellement. Les deux pôles de la machine de Holtz sont respectivement mis en communication avec les armatures d'une batterie chargée. Aussitôt, on voit le plateau tourner en sens contraire du mouvement ordinaire. Pour réaliser l'expérience, on charge la batterie avec la machine elle-même; puis on enlève la courroie de transmission pour diminuer les résistances passives, et l'on voit le plateau mobile tourner en sens contraire.

On peut faire une expérience analogue en accouplant pôles à pôles deux machines de Holtz : si l'on fait fonctionner l'une d'elles, l'autre tourne en sens contraire.

Nous n'avons pas eu besoin d'analyser le jeu de la machine de Holtz pour prévoir le résultat précédent. En étudiant le fonctionnement de cette machine électrique, ou de toute autre, on peut constater l'existence de ces forces antagonistes qui résistent à la main qui les fait fonctionner.

Considérons par exemple l'électrophore. Le gâteau de résine étant électrisé négativement, nous en approchons le disque métallique isolé. Pendant ce mouvement, le travail électrique de l'attraction est très petit, car les deux faces du disque sont recouvertes de couches égales et de signes contraires situées presque à la même distance du gâteau de résine. Quand le disque est très près du gâteau, nous lui enlevons l'électricite négative. Lorsque nous le soulevons ensuite, nous avons à vaincre l'attraction entre la charge positive qu'il a conservée et l'électricité négative du gâteau.

Par conséquent, le plateau ayant été ainsi ramené à son point de départ, on a effectué un travail positif contre les forces électriques.

Il est clair qu'il n'y a pas à tenir compte du travail de la pesanteur, qui est évidemment nul lorsqu'on a accompli la série complète des opérations précédentes.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

XVIII.

POUVOIR INDUCTEUR SPÉCIFIQUE.

Jusqu'ici, nous n'avons fait que développer les conséquences de la loi de Coulomb.

Nous arrivons maintenant à une catégorie de faits qui ne sont pas contenus dans cette loi. Ces faits sont relatifs à ce qu'on appelle le *pouvoir inducteur spécifique* ou la *constante diélectrique*.

Cavendish découvrit en 1771 le fait suivant :

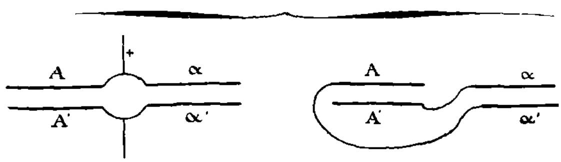
Étant donné un condensateur, si, sans modifier les armatures, on change la substance qui constitue la lame isolante, la capacité du condensateur change aussi. Si, par exemple, on remplace une lame d'air par une lame de soufre de même épaisseur, la capacité devient environ 2,25 fois ce qu'elle était. Voici comment Cavendish opérait : il avait construit à l'avance une série de condensateurs à lames de verre, au moyen desquels il pouvait réaliser à volonté une capacité quelconque, à partir d'une unité arbitraire qu'il avait choisie (sphère de 12 pouces 5 lignes placée au milieu du laboratoire) : de la même manière qu'au moyen d'une boîte de poids on réalise tous les poids que l'on veut.

A l'aide de cette série, Cavendish pouvait mesurer facilement la capacité d'un condensateur donné, AA′ par exemple (*fig.* 60), par une méthode analogue à celle que l'on emploie dans les pesées. Supposons qu'il s'agisse de savoir si la capacité du condensateur donné AA′ est plus grande ou plus petite que celle du condensateur marqué $\alpha\alpha'$. On relie A′ et α' entre eux et au sol, de même A et α entre eux et au conducteur d'une machine donnant de l'électricité positive. Les deux con-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

densateurs sont ainsi chargés au même potentiel, on rompt toutes les communications, puis on réunit $A\alpha'$ et $A'\alpha$; si les deux condensateurs sont identiques, ils seront ainsi complètement déchargés tous deux. Si la capacité de AA' est plus grande que celle de $\alpha\alpha'$, le conducteur $A\alpha'$ restera chargé positivement, et, inversement, si la capacité de AA' est plus petite que celle de $\alpha\alpha'$, le conducteur $A\alpha'$ sera chargé négativement. Un électroscope permet de reconnaître quel est celui de ces trois cas qui se présente. On arrive ainsi, comme dans une pesée, à former, à l'aide de la série des condensateurs marqués, une capacité égale à celle du condensateur donné, ce qui en donne

Fig. 60.



la mesure. C'est par des mesures faites à l'aide de ce procédé que Cavendish put mettre en évidence l'influence de la nature de la lame isolante d'un condensateur sur sa capacité.

Ces recherches de Cavendish n'ont été publiées qu'en 1879 par Maxwell.

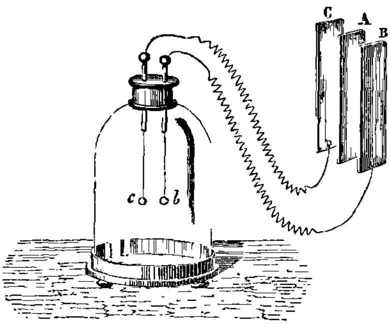
En 1837, Faraday, qui ne connaissait pas les expériences de Cavendish, découvrit de nouveau l'influence de la nature de la lame isolante sur la capacité d'un condensateur. Voici comment il mit cette influence en évidence. Deux plateaux C et B (*fig.* 61), placés en regard, sont reliés respectivement à deux feuilles d'or isolées *c* et *b*. Un troisième plateau A est placé parallèlement aux deux autres et à égale distance de chacun d'eux. On relie C et B au sol, et on charge A positivement. On enlève les communications de C et B avec le sol : les feuilles d'or qui ne sont pas chargées restent verticales. On introduit alors entre les plateaux A et C une lame isolante à l'état neutre. On voit aussitôt les feuilles d'or s'attirer, et l'on constate que la feuille *c* est électrisée positivement, et la feuille *b* négative-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

ment. L'effet produit est le même que si l'on avait rapproché le plateau A du plateau C : la capacité du condensateur formé par ces deux plateaux a augmenté.

Faraday arriva ainsi à la même conclusion que Cavendish, à savoir que la nature du milieu isolant, appelé par lui *diélectrique*, modifie la capacité d'un condensateur. Le rapport de la capacité d'un condensateur dont la lame diélectrique est constituée par une certaine substance, à la capacité d'un con-

Fig. 61.



densateur géométriquement identique à lame d'air (rapport que l'expérience montre être constant), est ce que Faraday appelle le pouvoir inducteur spécifique de la substance. Aujourd'hui on donne souvent à ce rapport le nom de *constante diélectrique*.

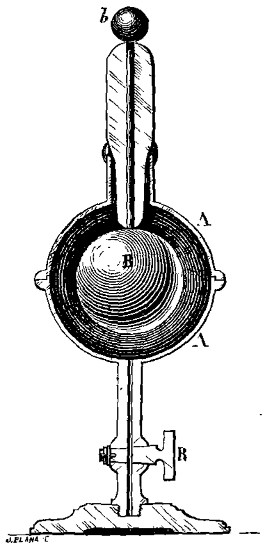
Pour mesurer la constante diélectrique, Faraday se sert d'un appareil qu'il appelle *inductomètre différentiel*. Il se compose de deux condensateurs sphériques identiques. L'armature externe de chacun d'eux est formée de deux hémisphères creux A, A (*fig.* 62), réunis comme dans l'expérience de Magdebourg; l'armature interne est une sphère B portée par un manche en gomme laque traversé par un fil aboutissant à un bouton extérieur *b*.

Le premier condensateur contient de l'air, et le second la substance diélectrique sur laquelle on opère. On charge le premier condensateur dont l'armature externe communique avec

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

le sol. On touche ensuite le bouton b avec un plan d'épreuve que l'on porte dans la balance de Coulomb dont la boule mobile est maintenue chargée d'une manière constante. La torsion T, nécessaire pour maintenir les boules à une certaine distance angulaire α, mesure la densité en b. On met ensuite en communication les armatures internes des deux condensateurs, les armatures externes communiquant avec le sol. On sépare les condensa-

Fig. 62.



teurs et on mesure de nouveau la densité en b. Soit T' la torsion obtenue dans la seconde expérience pour une même distance angulaire α. Si l'on désigne par q et q' les charges de l'armature B dans les deux expériences, on a

$$\frac{q}{q'} = \frac{T}{T'}.$$

La charge restée sur le second condensateur après la séparation est $q - q'$. On a

$$\frac{q - q'}{q'} = \frac{T - T'}{T'};$$

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

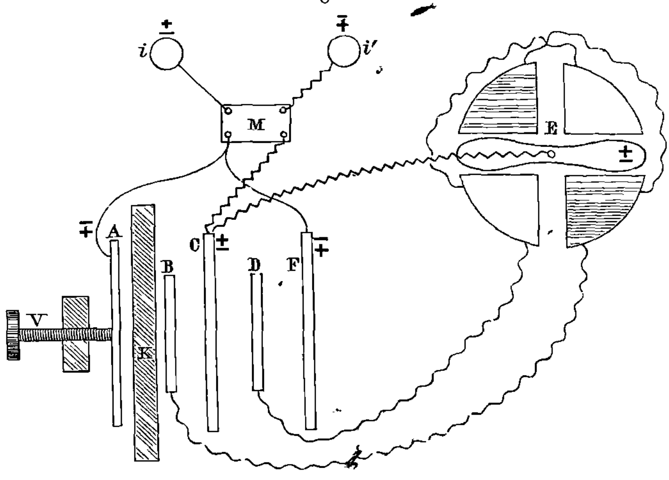
or $\frac{q - q'}{q'}$ représente, par définition, la constante diélectrique : on en a ainsi la mesure.

Nous ne donnerons ni les nombres de Faraday, ni ceux de Cavendish, car leurs déterminations portent en elles une cause d'inexactitude. L'expérience, en effet, a montré que, sauf dans le cas où le diélectrique est un gaz, et peut-être quelques autres cas, la quantité d'électricité que prend un condensateur en relation avec une source à potentiel constant augmente avec la durée de la charge. Ce phénomène dépend de causes secondaires que nous n'avons pas à analyser ici.

Pour avoir la constante diélectrique, il faut donc mesurer la quantité d'électricité prise par l'armature du condensateur pour une durée de charge extrêmement faible. Aussi, dans les mesures modernes de la constante diélectrique, on s'est attaché à réduire autant que possible la durée de la charge.

Nous ne décrirons que les expériences qui ont été exécutées par M. Gordon sous la direction de Sir W. Thomson et de Maxwell.

Fig. 63.



La partie essentielle de l'appareil est un condensateur complexe formé de cinq plateaux A, B, C, D, F (*fig.* 63). Les pla-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

teaux B, C, D, F sont fixes; le plateau A peut être déplacé parallèlement à lui-même dans la direction de sa normale au moyen d'une vis micrométrique V. Les plateaux A, C, F ont $0^m,15$ de diamètre, et les plateaux B et D $0^m,10$. La distance entre deux plateaux consécutifs est la même et égale à $0^m,025$. Les plateaux A, F sont réunis entre eux et mis en communication avec une source au potentiel constant $+V$; C est mis en communication avec une source au potentiel constant $-V$; enfin B et D sont reliés aux deux paires de quadrants d'un électromètre E dont l'aiguille est chargée. Par raison de symétrie, l'aiguille reste au zéro. Si l'on introduit une lame isolante K de soufre, par exemple, entre A et B, l'aiguille est déviée, et, pour la ramener à zéro, il faut éloigner le plateau A d'une certaine quantité δ. Soit ε l'épaisseur de la lame et K son pouvoir inducteur spécifique. L'épaisseur ε de la lame joue le même rôle qu'une épaisseur $\frac{\varepsilon}{K}$ d'air, puisque deux condensateurs formés, l'un d'une épaisseur ε d'air et l'autre d'une épaisseur $\frac{\varepsilon}{K}$ du diélectrique, ont la même capacité.

En substituant la lame diélectrique à l'air, on a donc le même résultat que si l'on avait diminué l'épaisseur de la couche d'air qui se trouve entre les plateaux d'une quantité $\varepsilon - \frac{\varepsilon}{K}$. Pour que l'électromètre reste au zéro, il a fallu éloigner le plateau A d'une quantité δ, précisément égale à cette diminution, produite par l'introduction du diélectrique. On a donc

$$\delta = \varepsilon\left(1 - \frac{1}{K}\right),$$

d'où

$$K = \frac{\varepsilon}{\varepsilon - \delta}.$$

Pour éviter l'effet de la prolongation du temps de charge, on renversait, au moyen d'un commutateur, le signe de l'électrisation de A et F, douze mille fois par seconde. Comme il fallait changer en même temps le signe de l'électrisation de l'ai-

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

guille de l'électromètre, *l'aiguille était en communication* constante avec le plateau C.

Récemment, M. Boltzmann et MM. Ayrton et Perry ont trouvé que les gaz eux-mêmes ont une constante diélectrique différente de l'unité.

Nous donnons, d'après Maxwell, un Tableau contenant les constantes diélectriques d'un certain nombre de substances.

Noms des diélectriques.	Constante diélectrique.
Soufre	3,84
Colophane	2,55
Verre	de 5,83 à 6,34
Paraffine	2,32
Ébonite	de 2,21 à 2,76
Essence de térébenthine	2,21
Air (1)	1,000590
Acide carbonique	1,000946
Hydrogène	1,000264
Oxyde de carbone	1,000690
Protoxyde d'azote	1,000994
Gaz oléfiant	1,001312
Gaz des marais	1,000944

(1) Les nombres que nous donnons ici pour les différents gaz sont rapportés au vide : ils ont été obtenus par M. Boltzmann.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

XIX.

ÉTINCELLE ÉLECTRIQUE.

Nous n'étudierons pas en détail les différentes formes et les particularités que présente la décharge disruptive. Nous nous bornerons à indiquer la relation entre la longueur de l'étincelle et la différence des potentiels des conducteurs entre lesquels l'étincelle éclate. Sir W. Thomson, et plus récemment M. Baille, ont établi cette relation en mesurant la différence de potentiel au moyen d'un électromètre absolu. Nous donnons les nombres de M. Baille qui sont relatifs à des étincelles éclatant dans l'air à une pression voisine de $0^m,76$ et à une température variant de 15° à 20°C.

	Différences de potentiel en unités C.G.S. entre les conducteurs.				
		Sphères égales :			
Distance explosive.	Deux plans.	de 6^{cm}.	de 1^{cm}.	de $0^{cm},35$.	de $0^{cm},1$.
cm					
0,1.....	14,70	14,78	15,25	16,04	16,10
0,2.....	25,42	25,59	26,78	27,13	21,91
0,0.....	35,35	36,12	37,32	36,29	24,12
0,4.....	45,28	46,34	47,62	41,77	26,03
0,5.....	54,36	55,06	54,06	47,21	30,00
0,8.....	84,83	87,98	77,61	58,79	33,82
1,0.....	105,49	112,94	83,05	59,49	36,24

Ce Tableau montre que, pour une longueur déterminée d'étincelle jaillissant entre deux pôles sphériques d'égale courbure, le potentiel varie avec le diamètre de la sphère, et l'on peut trouver une sphère telle que le potentiel soit maximum. Il montre de plus qu'il n'y a pas exactement proportionnalité

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

entre la différence de potentiel et la distance explosive, et que l'on s'éloigne d'autant plus de la proportionnalité que le rayon des sphères est plus petit.

Pour des plans, M. Baille donne la relation empirique suivante, où V représente la différence de potentiel et δ la distance explosive :

$$V^2 = 10\,500(\delta + 0{,}08)\delta.$$

M. Mascart a étudié la même question pour le cas de grandes distances explosives, par une méthode différente. Voici un Tableau contenant quelques-uns des résultats qu'il a obtenus. Dans ce Tableau, on a pris pour unité la différence de potentiel qui correspond à une distance explosive de $0^{cm},1$:

Distance explosive.	Différence de potentiel.	Distance explosive.	Différence de potentiel.
cm		cm	
0,1	1	7	19,6
1	8,3	8	20,5
2	11,8	9	21,1
3	14,0	10	21,7
4	15,9	11	22,1
5	17,3	12	22,5
6	18,5	15	23,3

Ce Tableau montre que, lorsque la distance explosive augmente de plus en plus, la différence de potentiel croît de plus en plus lentement. Ce résultat tend à faire penser que, quand un éclair, qui n'est autre chose qu'une étincelle, éclate entre deux nuages électrisés, très éloignés l'un de l'autre, la différence de potentiel entre les nuages n'est pas hors de proportion avec celles que peuvent produire nos machines électriques.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

XX.

DÉPERDITION DE L'ÉLECTRICITÉ.

L'expérience montre qu'un corps électrisé et isolé perd son électricité au bout d'un temps plus ou moins long. Cette déperdition peut être attribuée à plusieurs causes : perte par les supports qui ne sont jamais parfaitement isolants, et perte par l'air. Cette dernière peut résulter à la fois de la conductibilité propre de l'air, et de ce que l'air, après s'être électrisé au contact du corps, est repoussé par celui-ci et lui enlève ainsi peu à peu son électricité. Coulomb et d'autres physiciens ont cherché à étudier cette question très complexe. Les résultats auxquels ils sont arrivés ne présentent pas un accord satisfaisant. Ne pouvant discuter ici la valeur de ces différentes recherches, nous nous contenterons de renvoyer le lecteur aux Mémoires originaux.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

XXI.

APPENDICE.

Nous terminerons l'Électrostatique en indiquant les traits généraux de la théorie de Faraday et de Maxwell sur les actions électriques. Dans cette théorie, l'action à distance énoncée dans la loi de Coulomb est considérée seulement comme l'expression mathématique d'un fait, et l'on cherche l'explication de ce fait dans l'action du milieu diélectrique qui entoure les corps électrisés.

L'existence de la constante diélectrique montre que les corps isolants n'ont pas uniquement pour effet d'empêcher le passage de l'électricité, mais qu'ils jouent un rôle capital dans les phénomènes électriques. Le rôle important des diélectriques est également mis en évidence dans l'expérience de la bouteille de Leyde démontable de Franklin : un premier gobelet métallique contient un gobelet en verre qui contient lui-même un second gobelet métallique; on charge le condensateur ainsi formé, puis on le démonte et l'on décharge séparément les deux armatures; on reforme alors le condensateur : on constate qu'il est chargé à peu de chose près aussi fortement que s'il n'avait pas été démonté. De cette expérience il faut conclure que c'est le verre qui est le siège de l'électrisation du condensateur.

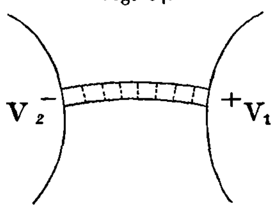
La considération de l'énergie conduit à des vues analogues. Soit, en effet, un système de conducteurs électrisés placés dans une salle. Un tube de force prend son origine sur une portion de surface électrisée positivement d'un conducteur (*fig.* 64), et se termine sur une portion de surface électrisée négativement d'un autre conducteur, qui peut être la paroi de la salle

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

elle-même. Supposons que l'on ait donné à la base positive une étendue telle qu'elle contienne l'unité d'électricité; la base négative contiendra, par cela même, une charge -1. Soient V_1 le potentiel du conducteur d'où part le tube de force et V_2 le potentiel du conducteur auquel il aboutit : V_1 est plus grand que V_2.

Menons entre les deux conducteurs des surfaces équipotentielles correspondant aux potentiels V_2+1, V_2+2,

Fig. 64.



$V_2+3, \ldots$, jusqu'à V_1. Ces surfaces découpent le tube de force en *cellules* dont le nombre est V_1-V_2. L'énergie correspondant au tube de force est

$$\tfrac{1}{2}V_1\times 1+\tfrac{1}{2}V_2\times(-1)=\tfrac{1}{2}(V_1-V_2);$$

elle est donc égale à la moitié du nombre des cellules. Comme tout l'espace diélectrique qui sépare les conducteurs peut être décomposé en tubes analogues, et chaque tube en cellules par des surfaces équipotentielles graduées, la proposition précédente s'étend à tout cet espace : *le nombre des cellules est le double du nombre qui exprime l'énergie totale du système* (¹).

« Cette correspondance remarquable entre l'énergie et le nombre des cellules nous conduit à nous demander si l'énergie

(¹) Nous avons supposé dans cette démonstration que V_1-V_2 est un nombre entier, et que la surface de chacun des conducteurs électrisés est décomposable, sans reste, en surfaces chargées de l'unité d'électricité. Comme les unités d'électricité et de potentiel sont ici arbitraires, rien n'empêche de les choisir infiniment petites, et, par suite, la démonstration s'applique à tous les cas.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

électrique n'aurait pas son véritable siège dans le milieu diélectrique, chaque cellule étant une portion du milieu dans laquelle une demi-unité d'énergie est accumulée. Nous n'avons qu'à supposer que, quand la force électrique agit sur un diélectrique, elle le place dans un certain état de contrainte dont il tend constamment à se délivrer (Maxwell). »

C'est là l'idée de Faraday. Au lieu de considérer les lignes et les tubes de force comme des objets géométriques, comme de pures fictions, il leur attribue une réalité physique, et comme tels il les nomme *lignes et tubes d'induction :* il appelle *induction* l'état du diélectrique dans le champ électrique.

Maxwell est parti de cette idée ; il a admis avec Faraday que dans chaque partie du diélectrique il existe une *tension mécanique,* analogue à celle d'une corde, dans la direction des lignes d'induction, et une *pression* dans toutes les directions normales aux lignes d'induction. Il a démontré mathématiquement que « l'existence d'un tel état de contrainte est compatible avec l'équilibre d'un diélectrique fluide, et que cet état est mécaniquement équivalent à l'attraction ou à la répulsion que manifestent les corps électrisés. »

L'état de contrainte du diélectrique a d'ailleurs été mis en évidence par des expériences directes : on a trouvé qu'un corps isolant isotrope, tel que le sulfure de carbone, devient biréfringent lorsqu'il est placé dans le champ électrique. De même, un corps solide placé dans le champ électrique s'étend dans le sens perpendiculaire aux lignes de force, et se contracte suivant celles-ci.

Cette hypothèse permet d'expliquer toutes les particularités de la charge résiduelle des batteries. Le verre n'ayant pas une élasticité parfaite, il en résulte qu'après la décharge des armatures, c'est-à-dire après que la force de contrainte a été supprimée, il ne reprend pas entièrement son état normal ; par suite, la tension du diélectrique reparaît peu à peu, ce qui donne l'explication du phénomène de la charge résiduelle.

La théorie de Maxwell conduit à prévoir une relation entre la constante diélectrique et l'indice de réfraction d'une substance : *la constante diélectrique* K *doit être, en valeur ab-*

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

solue, égale au carré de l'indice de réfraction pour une longueur d'onde infinie [1]. L'expérience semble confirmer cette prévision, comme le montrent les nombres suivants empruntés à Maxwell.

Noms des substances.	$\sqrt{K}$.	Indice.
Soufre amorphe	1,96	2,04
Soufre cristallisé :		
Lame perpendiculaire au 1er axe d'élasticité.	2,184	2,143
Lame perpendiculaire au 2e axe d'élasticité.	1,947	1,99
Lame perpendiculaire au 3e axe d'élasticité.	1,95	1,89
Colophane	1,597	1,543
Paraffine	1,523	1,536
Essence de térébenthine	1,490	1,456
Air	1,000295	1,000294
Acide carbonique	1,000475	1,000449
Hydrogène	1,000132	1,000138
Oxyde de carbone	1,000345	1,000340
Protoxyde d'azote	1,000497	1,000503
Gaz oléfiant	1,000656	1,000678
Gaz des marais	1,000472	1,000443

La concordance entre les nombres du Tableau précédent n'est pas absolue; il faut attendre d'une part de meilleures déterminations de la constante diélectrique, d'autre part une connaissance plus complète de la relation qui relie les indices aux longueurs d'onde pour pouvoir décider si la proposition de Maxwell est ou n'est pas d'accord avec les faits.

(1) On appelle indice de réfraction pour une longueur d'onde infinie le nombre que l'on obtient en donnant une valeur infinie à la longueur d'onde dans l'expression qui donne l'indice de réfraction en fonction de la longueur d'onde.

FIN.

10016 Paris. — Imprimerie de GAUTHIER-VILLARS, quai des Augustins, 55.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1