MÉMOIRES

DE LA

SOCIÉTÉ IMPÉRIALE

DES SCIENCES

DE L'AGRICULTURE ET DES ARTS

DE LILLE.

ANNÉE 1865.

IIIe SÉRIE. — 2e VOLUME.

LILLE,
CHEZ L. QUARRÉ, LIBRAIRE,
Grand'Place, 64.

PARIS,
DIDRON, LIBRAIRE-ÉDITEUR,
23, rue St-Dominique.

1866.

MÉMOIRES

DE LA

SOCIÉTÉ IMPÉRIALE

DES SCIENCES

DE L'AGRICULTURE ET DES ARTS

DE LILLE.

LILLE, IMPRIMERIE L. DANEL.

MÉMOIRES

DE LA

SOCIÉTÉ IMPÉRIALE

DES SCIENCES

DE L'AGRICULTURE ET DES ARTS

DE LILLE.

ANNÉE 1865.

III^e SÉRIE. — 2^e VOLUME.

LILLE,

CHEZ L. QUARRÉ, LIBRAIRE,

64, Grand'Place.

PARIS,

DIDRON, LIBRAIRE-ÉDITEUR,

23, rue Saint-Dominique.

1866.

RÉSOLUTION GÉNÉRALE DES ÉQUATIONS [1]

(2e MÉMOIRE,)

Par M. ALPH.se HEEGMANN,

Membre correspondant.

SÉANCE DU 16 SEPTEMBRE 1864.

AVANT-PROPOS.

Dans un précédent mémoire, publié en 1861, après avoir remplacé l'inconnue, x, racine de l'équation du degré n, par une autre inconnue, w, de laquelle on peut facilement passer à x et qui jouit de certaines propriétés, de nature à simplifier l'analyse, nous avons pu décomposer la valeur de la nouvelle inconnue, w, en $\quad \Gamma_n^4\, \Gamma_{n-1}^2 \quad$ ou

$$(2\ 3\ ..n)^4\ (2.3....[n-1])^2 \text{ Séries } W = C\,W',$$

ou, ce qui revient au même, décomposer la valeur d'une troisième inconnue,

$$w' = \frac{w}{C},$$

en un pareil nombre de séries W′, de cette forme :

$$\left\{\begin{array}{l}
W' = \overset{\varpi_1}{\sum}{}_1^2 \,..\, \overset{\varpi_{n-1}}{\sum}{}_1^n \ \overset{\varphi_1}{\sum}{}_0^{\varpi_1-1} \,..\, \overset{\varphi_{n-1}}{\sum}{}_0^{\varpi_{n-1}-1} \ \overset{o_1}{\sum}{}_0^{\varphi_1} \,..\, \overset{o_{n-1}}{\sum}{}_0^{\varphi_{n-1}} Z; \\[2ex]
Z = \overset{\psi_1}{\sum}{}_0^{\varpi_1-1} \,..\, \overset{\psi_{n-1}}{\sum}{}_0^{\varpi_{n-1}-1} \ \overset{\theta_1}{\sum}{}_0^{\varphi_2-1_o} \ \overset{\theta_{n-2}}{\sum}{}_0^{\varphi_{n-1}-1_o} \ \overset{\xi_1}{\sum}{}_0^{o_2-1_o} \,..\, \overset{\xi_{n-2}}{\sum}{}_0^{o_{n-1}-1_o} Z'; \\[2ex]
Z' = \overset{\alpha}{\sum}{}_0^{\infty} \,..\, \overset{\eta}{\sum}{}_0^{\infty} \ \overset{\alpha'}{\sum}{}_0^{\alpha} \,..\, \overset{\eta'}{\sum}{}_0^{\eta} \ \overset{\alpha''}{\sum}{}_0^{\alpha'} \,..\, \overset{\eta''}{\sum}{}_0^{\eta'} T;
\end{array}\right.$$

1 Voir le 1er mémoire, IIe série, 8e volume, année 1861.

T. indiquant le terme général de la série, laquelle se développe par la variation des indéterminées principales $\varpi_1 \ldots \varpi_{n-1}$, $\varphi_1 \ldots \varphi_{n-1}$, $o_1, \ldots o_{n-1}$, $\psi_1 \ldots \psi_{n-1}$, etc., c'est-à-dire par la variation des nombres entiers, positifs ou nuls, dont nous plaçons le caractère distinctif sur le caractère ou signe $\sum$ qui indique la sommation.

Les indéterminées principales, distribuées en 3 lignes ou 3 catégories, varient librement entre les deux limites placées à droite du signe sommatoire Σ.

Le caractère 1_0, qui figure dans celles de $\theta_1, \ldots \theta_{n-2}$ $\xi_1, \ldots \xi_{n-2}$ signifie l'unité, toutes les fois que ce nombre ne rend pas la limite négative, sinon, il signifie zéro.

Z représente les divisions principales de la série ou les groupes de termes classés d'après les combinaisons des indéterminées de la première catégorie $\varpi_2, \ldots \varpi_{n-1}$, $\varphi_1, \ldots \varphi_{n-1}$, $o_1, \ldots o_{n-1}$

Ces groupes se subdivisent en sous-groupes Z' d'après les combinaisons des valeurs de $\psi_1, \ldots \psi_{n-1}$, $\theta_1, \ldots \theta_{n-2}$, $\xi_1, \ldots \xi_{n-2}$.

Quant au terme général, T, il se décompose en facteurs, de la manière suivante :

$$\left\{
\begin{array}{l}
T = \dfrac{M' \, Q' \, T' \, \Pi \, \Delta \, \Delta' \, \Psi \, \Theta \, \Theta'}{\Gamma_n^{\,4} \, \Gamma_{n-1}^{\,2}} ; \\[2ex]
M' = \dfrac{1 \,.\, 2 \ldots \omega'}{1 \,.\, 2 \ldots (\mu'+1)} ; \quad Q' = \dfrac{(q_{n-2}-1)^{\upsilon_1} \ldots (q_0-1)^{\upsilon_{n-1}}}{(1 \,.\, 2 \ldots \upsilon_1)(1 \ldots \upsilon'_1) \ldots (1 \ldots \upsilon_{n-1})(1 \ldots \upsilon'_{n-1})} ; \\[2ex]
T' = \dfrac{(1 \,.\, 2 \ldots \alpha') \ldots\ldots\ldots (1 \,.\, 2 \ldots \eta') \left(\frac{1}{2}\right)^{t'}}{(1 \ldots \alpha'')(1 \ldots [\alpha'-\alpha'']) \ldots (1 \ldots \eta'')(1 \ldots [\eta'-\eta''])} \\[2ex]
t' = \alpha' + \beta' + \ldots\ldots + \eta' \\[2ex]
\Pi = \rho_2^{\varpi_1 c} \ldots \rho_n^{\varpi_{n-1} i} ; \quad \Delta = \rho_2^{(\delta_1^{-1}) c'} \ldots \rho_n^{(\delta_{n-1}^{-1}) i'} ; \quad \Delta' = \rho_2^{(\delta'^{-1}_1) c''} \ldots \rho_n^{(\delta'^{-1}_{n-1}) i''} \\[2ex]
\Psi = \rho_2^{\psi_1 c'''} \ldots \rho_n^{\psi_{n-1} i'''} ; \quad \Theta = \rho_2^{\theta_1 c^{IV}} \ldots \rho_{n-2}^{\theta_{n-2} h^{IV}} ; \quad \Theta' = \rho_2^{\xi_1 c^{V}} \ldots \rho_{n-1}^{\xi_{n-2} h^{V}} \\[2ex]
\Gamma_n = 2 \,.\, 3 \ldots n \; ; \quad \Gamma_{n-1} = 2 \,.\, 3 \ldots (n-1).
\end{array}
\right.$$

$\rho_2, \rho_3, \ldots \rho_{n-1}, \rho_n$ sont respectivement les racines de l'unité des ordres 2, 3, ... $n-1$, n : de sorte que les 6 facteurs Π, Δ, Δ', Ψ, Θ, Θ' représentent des radicaux composés de ces différents ordres.

$c, \ldots i$, $c', \ldots i'$, $c'' \ldots i''$, $c''' \ldots i'''$, d'une part, (formant quatre suites, de $n-1$ indéterminées, chacune) et, d'autre part, $c^{\text{IV}}, \ldots, h^{\text{IV}}$, $c^{\text{V}}, \ldots h^{\text{V}}$, (formant deux suites de $n-2$ indéterminées) servent à la classification des séries composantes. Nous les appellerons indéterminées primordiales. Ces séries sont au nombre de $\Gamma_n^4 \Gamma_{n-1}^2$, comme nous l'avons déjà dit et comme le font voir les limites de ces indéterminées primordiales, dans l'expression suivante de w' :

$$w' = \overset{c}{\Sigma_0^1} \ldots \overset{i}{\Sigma_0^{n-1}} \; \overset{c'}{\Sigma_0^1} \ldots \overset{i'}{\Sigma_0^{n-1}} \; \overset{c''}{\Sigma_3^1} \ldots \overset{i''}{\Sigma_0^{n-1}} \; \overset{c'''}{\Sigma_0^1} \ldots \overset{i'''}{\Sigma_0^{n-1}} \; \overset{c^{\text{IV}}}{\Sigma_0^1} \ldots \overset{h^{\text{IV}}}{\Sigma_0^{n-2}} \; \overset{c^{\text{V}}}{\Sigma_0^1} \ldots \overset{h^{\text{V}}}{\Sigma_0^{n-2}} \; W'.$$

Pour abréger le discours, nous pourrons appeler séries $c' \ldots i'$, par exemple, les Γ_n séries qui ne diffèrent entre elles que par les combinaisons des valeurs de $c', \ldots i$, dans le facteur Δ.

$\delta_1, \ldots \delta_{n-1}$, qui figurent dans ce facteur, de même que $\delta'_1 \ldots \delta'_{n-1}$, qui figurent dans le facteur Δ', ne sont pas des indéterminées principales mais des indéterminées dépendantes, en vertu des equations. [1]

$$\delta_1 = \varpi_1 - \varphi_1 \, ; \quad \ldots \quad \delta_{n-1} = \varpi_{n-1} - \varphi_{n-1}$$

$$\delta'_1 = \varphi_1 - o_1 \, ; \quad \ldots \quad \delta'_{n-1} = \varphi_{n-1} - o_{n-1}.$$

$\omega_1, \ldots \omega_{n-1}$, $\mu_1, \ldots \mu_{n-1}$, $\nu_1, \ldots \nu_{n-1}$, $\nu'_1, \ldots \nu'_{n-1}$, qui figurent dans les facteurs M' et Q', sont d'autres indéterminées dependantes, d'après les relations [2]

[1] Voir les équations (12) du mémoire cité.

[2] Formules (13) dudit mémoire.

$$\left\{\begin{array}{l}
\omega' = \omega_1 + \ldots + \omega_{n-1}\,; \quad \mu' = \mu_1 + \ldots + \mu_{n-1}\,;\\
\omega_1 = \varpi_1\,\alpha - \psi_1 - (\delta_1 - \delta'_1)\,(\alpha' - \alpha'');\\
\omega_2 = \varpi_2\,\beta - \psi_2 + \theta_1 + \xi_1 - (\delta_2 - \delta'_2)\,(\beta' - \beta'')\,;\\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
\omega_{n-1} = \varpi_{n-1}\,\eta - \psi_{n-1} + \theta_{n-2} + \xi_{n-2} - (\delta_{n-1} - \delta'_{n-1})\,(\eta' - \eta'');\\
\mu_1 = \varphi_1\,\alpha\,; \quad \mu_2 = \varphi_2\,\beta + \theta_1\,; \quad \ldots\ldots \quad \mu_{n-1} = \varphi_{n-1}\,\eta + \theta_{n-2}\,;\\
\tau_1 = \omega_1 - \mu_1 = \delta_1\,\alpha - (\delta_1 - \delta'_1)\,(\alpha' - \alpha'') - \psi_1\,;\\
\tau_2 = \omega_2 - \mu_2 = \delta_2\,\beta - (\delta_2 - \delta'_2)\,(\beta' - \beta'') - \psi_2 + \xi_1\,;\\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
\tau_{n-1} = \omega_{n-1} - \mu_{n-1} = \delta_{n-1}\,\eta - (\delta_{n-1} - \delta'_{n-1})\,(\eta' - \eta'') - \psi_{n-1} + \xi_{n-2};\\
\upsilon_1 = \delta_1\,(\alpha - \alpha') - \psi_1\,; \quad \ldots\ldots \quad \upsilon_{n-1} = \delta_{n-1}\,(\eta - \eta') - \psi_{n-1}\,;\\
\upsilon'_1 = \tau_1 - \upsilon_1\,; \quad \ldots\ldots\ldots \quad \upsilon'_{n-1} = \tau_{n-1} - \upsilon_{n-1}.
\end{array}\right.$$

C, q_{n-2}, ... q_0, sont des fonctions connues des coefficients de l'équation proposée. Nous nous occuperons plus tard de leur forme

Entre tous les groupes représentés d'une manière générale par Z, nous distinguerons et nous représenterons par $\mathring{Z}$, celui qui répond à la combinaison suivante des valeurs de $\varpi_1 \ldots \varphi_1\, o_1\, o_{n-1}$:

$$\varpi_1 = 2\,; \ldots\ \varpi_{n-1} = n\,;\ \varphi_1 = 1\,; \ldots\ \varphi_{n-1} = n - 1\,;\ o_1 = 0\,; \ldots o_{n-1} = n - 2\,;$$

valeurs que nous appellerons *normales ou définitives*, parce que, faisant évanouir les radicaux Π, Δ, Δ', qui en dépendent, elles subsistent seules lorsque les séries sont réunies. $\mathring{Z}$ sera le groupe normal.

$\mathring{Z}'$ désignera le sous-groupe, répondant à la combinaison normale

$$\psi_1 = 0\,; \ldots\ \psi_{n-1} = 0\,;\ \theta_1 = 0 \ldots\ \theta_{n-2} = 0\,;\ \xi_1 = 0, \ldots\ \xi_{n-2} = 0$$

quelles que soient les valeurs de $\varpi_1 \ldots \varpi_{n-1}\ \varphi_1 \ldots \varphi_{n-}\ 0_1 \ldots 0_{n-1}$

$\mathring{\mathring{Z}}'$. Sera le sous-groupe réunissant aux conditions ci-dessus de $\mathring{Z}'$, les conditions du groupe $\mathring{Z}$, et faisant, dès-lors, partie de $\mathring{Z}$. Nous l'appellerons sous-groupe normal.

Le présent mémoire est la suite du mémoire de 1861, dont il continue la division par chapitres ou paragraphes.

§ IV.

Introduction de $\omega_1 \ldots \omega_{n-1}$, $\tau_1, \ldots \tau_{n-1}$, $\upsilon_1 \ldots \upsilon_{n-1}$, parmi les indéterminées principales en remplacement de

$\alpha_1 \ldots \alpha_1$ $\alpha', \ldots \alpha'$, $\psi_1, \ldots \psi_{n-1}$, $\theta_1, \ldots \theta_{n-2}$, $\zeta_1 \ldots \xi_{n-2}$;

Élimination des radicaux Θ et Θ' et sommation par rapport à

$\alpha'', \ldots \eta''$, $\upsilon_1, \ldots \upsilon_{n-1}$.

La variation directe de ω_1. ω_{n-1}, $\tau_1 \ldots \tau_{n-1}$, et $\upsilon_1 \ldots \upsilon_{n-1}$, qui résulterait de la qualité d'indéterminée principale, est désirable par la raison que ces quantités entrent d'une manière assez simple dans les deux facteurs essentiels, M′ et Q′. Les autres indéterminées principales, $\varpi_1, \ldots \varpi_{n-1}$, $\delta_1, \ldots \delta_{n-1}$, etc., que nous appellerons auxiliaires, n'entrent que dans les radicaux Π, Δ, etc, que nous devons chercher à dégager de M′ Q′, pour en diminuer le nombre et en simplifier la composition.

Il est évident que, pour y parvenir, nous pouvons, non-seulement modifier la forme des séries composantes, en altérant la valeur des groupes ou des sous-groupes, sans toucher à la valeur des séries elles-mêmes, mais encore altérer celle-ci, pourvu qu'il y ait compensation, c'est-à-dire, pourvu que la somme de ces séries (qui exprime la valeur de l'inconnue) reste la même.

Or, de tous les groupes représentés par Z, un seul subsiste pour chacune des Γ_n^3 séries ($c, \ldots i$, $c' \ldots i'$, $c'' \ldots i''$) après leur réunion : c'est le groupe normal $\mathring{Z}$, et, des $\Gamma_n \, \Gamma_{n\ 1}{}^2$ sous-groupes qui le composent, le sous-groupe normal $\overset{\infty}{Z}'$ reste seul dans la valeur de w' ou la réunion de toutes les séries.

A la condition de respecter ce sous-groupe normal, nous pourrons opérer, dans les autres, tous les changements qui ne les empêcheront pas de se détruire, comme ils le faisaient précédemment, quand ils seront réunis à leurs homologues des autres séries. A plus forte raison pourrons-nous faire de pareils changements, s'ils laissent intacte une portion de série comprenant $\overset{\infty}{Z}'$ comme facteur de son terme général.

D'après ce principe, observons que les relations générales (**13**) rappelées plus haut, se réduisent pour $\overset{\infty}{Z}'$ à

$$(14)\dots\left\{\begin{array}{llll} \omega_1 = 2\,\alpha; & \omega_2 = 3\,\beta; & \dots & \omega_{n-1} = n\,\eta\,; \\ \mu_1 = \alpha; & \mu_2 = 2\,\beta; & \dots & \mu_{n-1} = (n-1)\,\eta\,; \\ \tau_1 = \alpha; & \tau_2 = \beta\,; & \dots & \tau_{n-1} = \eta\,; \end{array}\right.$$

$$(14\ bis).\left\{\begin{array}{llll} \upsilon_1 = \alpha - \alpha'; & \upsilon_2 = \beta - \beta'; & \dots & \upsilon_{n-1} = \eta - \eta'; \\ \upsilon'_1 = \alpha'; & \upsilon'_2 = \beta', & \dots & \upsilon'_{n-1} = \eta'; \end{array}\right.$$

et que, par conséquent, α'', ... η'', cessant d'y figurer, reprennent toute leur liberté de variation, nous sommerons

$$\sum^{\alpha''} \dots \sum^{\eta''} T' = 1\ ;$$

non seulement dans $\overset{\infty}{Z}'$, mais dans le sous-groupe général, Z'.

Observant, de plus, que d'après les équations (**14** *bis*), la variation régulière de α', ... η', suffit pour permettre à υ_1 et υ'_1, ... à υ_{x-1} et υ'_{n-1} de varier régulièrement de 0 à τ_1, ... de 0 à τ_{n-1}, nous remplacerons le système générateur

$$\sum_0^{\alpha}{}^{\alpha'} \dots \sum_0^{\eta}{}^{\eta'} \text{ par } \sum_0^{\tau_1}{}^{\upsilon_1} \dots \sum_0^{\tau_{n-1}}{}^{\upsilon_{n-1}}$$

après quoi, nous sommerons sans difficulté dans le sous-groupe Z',

$$\overset{\nu_1}{\Sigma}\ldots\overset{\nu_{n-1}}{\Sigma} Q' = \frac{q_{n-2}^{\tau_1}\ldots\ldots q_0^{\tau_{n-1}}}{(1.2\ldots\tau_1)..(1.2\ldots\tau_{n-1})} = Q\ .$$

Appliquons ensuite les équations (13) à la somme (ou série partielle)

$$So = \overset{\varpi_1}{\Sigma}\ldots\overset{\varpi_{n-1}}{\Sigma}\ \overset{\psi_1}{\Sigma}\ldots\overset{\psi_{n-1}}{\Sigma}\ \frac{\Pi\ \Psi}{\Gamma_n^2}\ \overset{\circ\circ}{Z'}$$

pour laquelle elles se changent en

$$\left\{\begin{array}{llll} \omega_1 = \varpi_1\ \alpha - \psi_1, & \ldots\ \ldots & \omega_{n-1} = \varpi_{n-1}\ \eta - \psi_{n-1} & , \\ \mu_1 = (\varpi_1 - 1)\ \alpha, & \ldots\ldots\ldots & \mu_{n-1} = (\varpi_{n-1} - 1)\ \eta & , \\ \tau_1 = \ \alpha - \psi_1\ , & \ldots\ldots\ldots & \nu_{n-1} = \ \eta - \psi_{n-1} & , \end{array}\right.$$

Nous voyons que α et ψ_1, ... η et ψ_{n-1}, y dépendent entièrement de ω_1 et ϖ_1, ... de ω_{n-1} et ϖ_{n-1} ; que, dès-lors, nous pouvons remplacer les indéterminées α ,..η , $\psi_2..\psi_{n-1}$ en qualité de principales, par ω_1 ,... ω_{n-1} , non-seulement dans So, mais encore dans

$$S = \overset{\varpi_1}{\Sigma}\ldots\overset{\varpi_{n-1}}{\Sigma}\overset{\psi_1}{\Sigma}\ldots\overset{\psi_{n-1}}{\Sigma}\ Z'\ ,$$

en modifiant les relations (13), de manière que θ_1 ....θ_{n-2} , ξ_1 ,....ξ_{n-2} , disparaissent des expressions de ω_2,...ω_{n-1}. C'est ce que nous ferons au moyen de ces nouvelles relations générales,

$$\omega_1 = \varpi_1\ \alpha_0 - \psi_1\ ,\ldots\ldots\ldots\ \omega_{n-1} = \varpi_{n-1}\ \eta_0 - \psi_{n-1}$$

ou

$$(15)\ldots\ \alpha_0 = \frac{\omega_1 + \psi_1}{\varpi_1}\ ;\ldots\ldots\ \eta_0 = \frac{\omega_{n-1} + \psi_{n-1}}{\varpi_{n-1}}$$

et du remplacement de α, $\ldots\eta$, par α_0, $\ldots\eta_0$, dans les limites de τ_1, $\ldots\tau_{n-1}$, limites entre lesquelles ces indéterminées varieront librement, ainsi qu'il va être expliqué.

Disons d'abord que les formules (15) fournissent à la fois les valeurs de ψ_1 et α_0, $\ldots$ de ψ_{n-1} et de η_0, lorsque celles de ω_1 et ϖ, $\ldots$ de ω_{n-1} et ϖ_{n-1} sont données. En effet, ψ_1, $\ldots\psi_{n-1}$ n'étant que l'excès des nombres entiers ω_1, $\ldots\omega_{n-1}$ sur les plus grands multiples des ϖ_1, $\ldots\varpi_{n-1}$ qu'ils contiennent, cette condition suffit pour déterminer ψ_1, $\ldots\psi_{n-1}$ et par suite, α_0, $\ldots\eta_0$.

Dans So on aura évidemment :

$$\alpha_0 = \alpha\,;\quad \ldots\ldots\quad \eta_0 = \eta.$$

τ_1, $\ldots\tau_{n-1}$; entièrement dépendantes de ω_1 et ϖ_1, de ω_{n-1} et ϖ_{n-1} n'y pourraient utilement figurer parmi les indéterminées principales. Mais rien n'empêche de les faire figurer, en cette qualité, dans S, avec les limites

$$(15\ bis).\quad \left\{\begin{array}{l} \delta_1\,\alpha_0 - \psi_1 \text{ et } \delta_1'\,\alpha_0 - \psi_1\,; \text{ pour l'indéterminée } \tau_1\,, \\ \delta_2\,\beta_0 - \psi_2 \text{ et } \delta'_2\,\beta_0 - \psi_2, \text{ pour l'indéterminée } \tau_2\,, \\ \quad\text{etc.} \end{array}\right.$$

Car, en passant de S à S_0, ces limites se confondront par l'évanouissement de Δ et de Δ', et on aura simplement

$$\tau_1 = \alpha_0 - \psi_1\,,\quad \ldots\ldots\quad \tau_{n-1} = \eta_0 - \psi_{n-1}\,,$$

sans le secours de la série partielle

$$\overset{\theta_1}{\Sigma}\ldots\overset{\theta_{n-2}}{\Sigma}\quad \overset{\xi_1}{\Sigma}\ldots\overset{\xi_{n-2}}{\Sigma}\quad \Theta\;\Theta'\,,$$

que nous supprimerons.

Ce changement est permis, puisqu'il ne doit rester, dans So, qu'un seul terme pour chaque combinaison des valeurs de $\omega_1, \ldots \omega_{n-1}$, et de $\varpi_1, \ldots \varpi_{n-1}$, terme dans lequel $\tau_1 \ldots \tau_{n-1}$ ont les valeurs de ci-dessus

Or, la suppression des facteurs Θ et Θ' rend identiques les Γ_{n-1}^2 séries $(c^{IV} \ldots h^{IV} \ldots c^{V} \ldots, h^{V})$. Nous les réunirons en une seule par la sommation

$$\sum^{c^{IV}} \ldots \sum^{h^{IV}} \ldots \sum^{c^{V}} \ldots \sum^{h^{V}} \frac{1}{\Gamma_{n-1}^2} = 1$$

Remplaçant ensuite $\varphi_1, \ldots \varphi_{n-1}$ et $o_1, \ldots o_{n-1}$, comme indéterminées principales, par $\delta_1, \ldots \delta_{n-1}$, et $\delta'_1, \ldots \delta'_{n-1}$, nous donnerons respectivement à $\delta_1, \ldots \delta_{n-1}$ les limites 1 et $\varpi_1, \ldots$ 1 et ϖ_{n-1}, qui résultent des relations (12) ci-dessus, et à $\delta'_1 \ldots$ δ'_{n-1} les limites o et $\varpi_1 - 1, \ldots$ o et $\varpi_{n-1} - 1$, au lieu de o et $\varphi_1, \ldots$ o et φ_{n-1} que leur donneraient ces mêmes relations (12). Cela nous sera accordé, attendu que la valeur normale de ces limites est la même, chacune à chacune.

A la suite de ces modifications, nous composerons ainsi les expressions de x, w, et w' :

$$(16) \left\{ \begin{array}{l} x = v + w; \; w = C w'; \; w' = \sum^{c} \ldots \sum^{i} \; \sum^{c'} \ldots \sum^{i'} \; \sum^{c''} \ldots \sum^{i''} \; \sum^{c'''} \ldots \sum^{i'''} W_1 \\[2ex] W_1 = \sum_1^{2\,\varpi_1} \ldots \sum_1^{n\,\varpi_{n-1}} \; \sum_1^{\varpi_1 \, \delta_1} \ldots \sum_1^{\varpi_{n-1} \, \delta_{n-1}} \; \sum_0^{\varpi_1 - 1 \, \delta'_1} \ldots \sum_0^{\varpi_{n-1} - 1 \, \delta'_{n-1}} Z_1 \\[2ex] Z_1 = \sum_0^{\infty \, \omega_1} \ldots \sum^{\infty \, \omega_{n-1}} \sum^{\tau_1} \ldots \sum^{\tau_{n-1}} T_1; \; T_1 = \dfrac{M' Q \Pi \Delta \Delta' \Psi}{\Gamma_n^4}; \; Q = \dfrac{q_{n-2}^{\tau_1} \ldots q_0^{\tau_{n-1}}}{(1 .. \tau_1) \ldots (1 .. \tau_{n-1})} \end{array} \right.$$

$\tau_1, \ldots \tau_{n-1}$, y ont les limites ci-dessus (15 *bis*), sans distinction de supérieure ou d'inférieure, tant que $\delta_1, \ldots \delta_{n-1}$ et $\delta'_1, \ldots \delta'_{n-1}$ restent indéterminées, ou que le signe des différences $(\delta_1 - \delta'_1) \ldots$ $(\delta_{n-1} - \delta'_{n-1})$ reste inconnu.

Il est facile, au surplus, de faire cette distinction en remplaçant les limites supérieures actuelles de $\delta'_1, \ldots \delta'_{n-1}$, c'est-à-dire $\varpi_1 - 1, \ldots \varpi_{n-1} - 1$, par $\delta_1, \ldots \delta_{n-1}$.

Ce changement ne fait que supprimer à l'avance certaines valeurs de $\delta'_2, \ldots \delta'_{n-1}$ que faisait disparaître l'évanouissement de A', savoir, les valeurs qui répondaient au cas de

$$\delta_2 < \varpi_2 - 1, \quad \ldots \quad \delta_{n-1} < \varpi_{n-1} - 1,$$

et ajouter, par contre, une valeur destinée également à disparaître, celle qui répond à la supposition

$$\delta_1 = \varpi_1, \quad \delta_2 = \varpi_1, \quad \ldots \quad \delta_{n-1} = \varpi_{n-1}.$$

Par suite, lorsqu'on aura $\varpi_1 = 2, \ldots \varpi_{n-1} = n$, les indéterminées $\delta'_1, \ldots \delta'_{n-1}$ prendront respectivement $3, \ldots (n+1)$, valeurs, c'est-à-dire une de plus que n'en peuvent prendre les facteurs

$$\underset{\rho_2}{c''(\delta'_1 - 1)} \quad \ldots \quad \underset{\rho_n}{i''(\delta'_{n-1} - 1)},$$

du radical A' ; de façon que, pendant la variation de $\delta'_1, \ldots \delta'_{n-1}$, ces facteurs auront une valeur répétée, mais parmi celles qui disparaissent ; ce qui fait que nous n'avons pas à nous en préoccuper. Pour des raisons de symétrie, nous donnerons aussi $3, \ldots (n+1)$ valeurs à $\delta_1, \ldots \delta_{n-1}$, en les faisant varier à partir de zéro, au lieu de l'unité. La valeur ajoutée disparaîtra de même.

$\delta_1, \ldots \delta_{n-1}$, et $\delta'_1, \ldots \delta'_{n-1}$, étant remplacées par $\varepsilon_1, \ldots \varepsilon_{n-1}$, et $\varepsilon'_1, \ldots \varepsilon'_{n-1}$, à la suite de ce changement de limites, nous aurons, au lieu de W_1,

$$
(16\ bis.)\left\{
\begin{aligned}
W_2 &= \overset{\varpi_1}{\sum_1^2} \ldots \overset{\varpi_{n-1}}{\sum_1^n} \; \overset{\varepsilon_1}{\sum_0^{\varpi_1}} \ldots \overset{\varepsilon_{n-1}}{\sum_0^{\varpi_{n-1}}} \; \overset{\varepsilon'_1}{\sum_0^{\varepsilon_1}} \ldots \overset{\varepsilon'_{n-1}}{\sum_0^{\varepsilon_{n-1}}} Z_2 , \\
Z_2 &= \overset{\omega_1}{\sum_0^\infty} \ldots \overset{\omega_{n-1}}{\sum_0^\infty} \; \overset{\tau_1}{\sum_{\varepsilon'_1 \alpha_0 - \psi_1}^{\varepsilon_1 \alpha_0 - \psi_1}} \ldots \overset{\tau_{n-1}}{\sum_{\varepsilon'_{n-1} \alpha_0 - \psi_{n-1}}^{\varepsilon_{n-1} \alpha_0 - \psi_{n-1}}} T_2 , \\
&= \overset{\omega_1}{\sum_0^\infty} \ldots \overset{\omega_{n-1}}{\sum_0^\infty} \; \overset{\mu_1}{\sum_{(\varpi_1 - \varepsilon_1)\alpha_0}^{(\varpi_1 - \varepsilon'_1)\alpha_0}} \ldots \overset{\mu_{n-1}}{\sum_{(\varpi_{n-1} - \varepsilon_{n-1})\eta_0}^{(\varpi_{n-1} - \varepsilon'_{n-1})\eta_0}} T_2 ; \\
T_2 &= \frac{M' Q \Pi E E' \Psi}{\Gamma_n^4} ; \quad E = \rho_2^{(\varepsilon_1 - 1)c'} \ldots \rho_n^{(\varepsilon_{n-1} - 1)i'} \\
& \qquad\qquad E' = \rho_2^{(\varepsilon'_1 - 1)c''} \ldots \rho_n^{(\varepsilon'_{n-1} - 1)i''} .
\end{aligned}
\right.
$$

Pour l'intelligence des formules (16) et (16 *bis*) nous rappelons :

1° que v désigne une quelconque des n racines de l'équation résoluble

$$v^n + a_1 v^{n-1} + \ldots + a_{n-1} v = 0.$$

c'est-à-dire de la proposée privée de son dernier terme, a_n ;

2° que les quantités C, q_{n-2}, ... q_0, sont des fonctions de cette forme

$$C = \frac{p_n}{-p_{n-1}} ; \; q_{n-2} = \frac{p_{n-2}\, C}{-p_{n-1}} ; \; \ldots \; q_1 = \frac{p_1\, C^{n-2}}{-p_{n-1}} ; \; q_0 = \frac{C^{n-1}}{-p_{n-1}}$$

les valeurs de p_1, ... p_{n-1} étant tirées de la formule (*)

$$p_{n-m} = a_{n-m} + \frac{m+1}{1} a_{n-m-1} v + \frac{m+1}{1} , \frac{m+2}{2} a_{n-m-2} v^2 + \ldots$$
$$\ldots + \frac{m+1}{1} , \frac{m+2}{2} , \ldots \frac{n}{n-m} v^{n-m} .$$

(*) Formule 8 du précédent mémoire.

Il est bon d'observer que cette dernière formule ne diffère pas de celle qui donnerait les coefficients de l'équation du degré n en w, à la suite de l'élimination de x, entre la proposée et

$$x = w + v \ .$$

on a donc

$$(17)\ldots w^n + p_1\ w^{n-1} + \ldots\ldots + p_{n-1}\ w + p_n = 0\ ,$$

équation dont le dernier coefficient, p_n, est égal à a_n; ce dont on peut s'assurer en comparant l'expression de p_n, tirée de la formule ci-dessus avec l'équation

$$v^n + a_1\ v^{n-1} + \ldots\ldots + a_{n-1}\ v = 0\ .$$

De l'équation (17), en w, il est facile d'arriver à l'équation suivante, en $\dfrac{1}{w'}$, ou w'^{-1}.

$$(18)\ldots\left(\frac{1}{w'}\right)^n - \left(\frac{1}{w'}\right)^{n-1} + q_{n-2}\left(\frac{1}{w'}\right)^{n-2} + \ldots + q_1\left(\frac{1}{w'}\right) + q_0 = 0,$$

laquelle simplifie encore les relations qui existent entre les coefficieuts de l'équation à résoudre et le terme général des séries dont se compose la valeur de l'inconnue.

Nous allons maintenant éliminer les indéterminées ε'_1, ... ε'_{n-1} et c''_1 ...., i''.

§ V.

Élimination de $\varepsilon'_1, \ldots \varepsilon'_{n-1}$ et de $c'', \ldots i''$.

Cette opération demande que nous affranchissions les limites inférieures de $\tau_1, \ldots \tau_{n-1}$ de leur dépendance à l'égard de $\varepsilon'_1, \ldots \varepsilon'_{n-1}$, et pour cela, que nous rejetions $\varepsilon'_1, \ldots \varepsilon'_{n-1}$, après $\tau_1, \ldots \tau_{n-1}$, dans le système générateur ; ce qui se fait en étendant ces limites inférieures jusqu'à la valeur extrême (c'est-à-dire le *minimum*) qu'elles atteignaient pendant la variation de $\varepsilon'_1, \ldots \varepsilon'_{n-1}$, et en reportant sur ces dernières indéterminées, la dépendance dans laquelle $\tau_1, \ldots \tau_{n-1}$, se trouvaient à leur égard.

La valeur extrême des limites inférieures

$$\tau_1 = \varepsilon'_1 \alpha_0 - \psi_1 \;; \;\ldots\; \tau_{n-1} = \varepsilon'_{n-1} \eta_0 \psi_{n-1} \;;$$

est évidemment $\tau_1 = -\psi_1, \ldots\ldots \tau_{n-1} = -\psi_{n-1}$.

Les relations de $\varepsilon_1, \ldots \varepsilon_{n-1}$ avec $\varepsilon'_1, \ldots \varepsilon'_{n-1}$ nous conduisent à affranchir également les limites supérieures de $\tau_1, \ldots \tau_{n-1}$, à l'égard de $\varepsilon_1, \ldots \varepsilon_{n-1}$, que nous rejetterons entre $\tau_1, \ldots \tau_{n-1}$, et $\varepsilon'_1, \ldots \varepsilon'_{n-1}$, en faisant entrer le *maximum* de $\varepsilon_1, \ldots \varepsilon_{n-1}$, dans ces limites supérieures qui seront dès-lors :

$$\tau_1 = \varpi_1 \alpha_0 - \psi_1 \;; \;\ldots\; \tau_{n-1} = \varpi_{n-1} \eta_0 - \psi_{n-1} \;;$$

ou $\tau_1 = \omega_1 \;; \;\ldots\; \tau_{n-1} = \omega_{n-1}$.

Quant à la dépendance de τ_1, τ_2, etc., à l'égard de ε_1 et ε'_1, de ε_2 et ε'_2, etc., en vertu des anciennes limites, elle était l'équivalent des relations générales (*) suivantes :

$$(18)\ldots \alpha'_0 = \frac{\tau_2 + \psi_1 + \xi'_1}{\varepsilon_1}; \quad \beta'_0 = \frac{\tau_2 + \psi_2 + \xi'_2}{\varepsilon_2}; \ldots$$

et

$$(19), \text{etc. } \alpha''' = \frac{(\varepsilon_1 \alpha_0 - \psi_1) - \tau_1 - \xi'_1 - \xi''_1}{\varepsilon_1 - \varepsilon'_1}; \ \beta''' = \frac{(\varepsilon_2 \beta_0 - \psi_2) - \tau_2 - \xi'_2 - \xi'''_2}{\varepsilon_2 - \varepsilon'_2};$$

ou

$$(19\ bis).\ \alpha_0 - \alpha''' = \frac{\tau_1 - (\varepsilon'_1 \alpha_0 - \psi_1) + \xi'_1 + \xi''_1}{\varepsilon_1 - \varepsilon'_1}; \text{ etc.} \ldots\ldots$$

$\zeta'_1, \ldots \xi'_{n-1}, \xi''_1, \ldots \xi''_{n-1}$, sont supposées pouvoir varier respectivement depuis zéro, jusqu'aux limites

$$\varepsilon_1 - 1_0, \ldots \varepsilon_{n-1} - 1_0, \quad \varepsilon_1 - \varepsilon'_1 - 1_0, \ldots \varepsilon_{n-1} - \varepsilon'_{n-1} - 1_0;$$

le caractère ambigu 1_0 signifiant l'unité, lorsque cette valeur ne rend pas la limite négative ; sinon, zéro.

α'_0; $\beta'_0, \ldots \alpha'''$, β''', figurent des nombres entiers, qu'il n'est pas nécessaire de déterminer.

Si nous trouvons le moyen d'avoir, par la réunion des séries, les relations normales

$$\tau_2 = \alpha_0, \ldots\ldots\ldots \tau_{n-1} = \eta_0,$$

sans le secours de $\varepsilon'_1, \ldots \varepsilon'_{n-1}$, nous pourrons nous débarrasser de ces dernières indéterminées.

(*) On comprend facilement la distinction que nous faisons ici entre relations *générales* et relations *normales*. Les relations générales sont celles qui lient ω_1 et τ_1, ω_2 et τ_2 · etc., dans les séries composantes. Les relations normales sont celles qu subsistent dans la réunion des séries après l'évanouissement des radicaux Π, E, etc.

Pour cela, nous en prendrons provisoirement de nouvelles, $\tau'_1, \ldots \tau'_{n-1}$, allant de zéro, respectivement, à

$$\alpha_0 - 1_0, \ldots \ldots \nu_0 - 1_0,$$

mais finissant par s'annuler ou ayant zéro pour valeur normale. Sous cette condition, nous pourrons les faire entrer dans le numérateur du second membre des équations (19) et (19 bis), où nous leur donnerons le même signe qu'à $\tau_1, \ldots \tau_{n-1}$, après les avoir rendues dépendantes de $\tau_1, \ldots \tau_{n-1}$, au moyen des équations

$$(20)\ldots \varepsilon''_1 = \frac{\tau_1 + \psi_1 + \xi'_1 + \tau'_1}{(\alpha_0)}\ ;\ \varepsilon'' = \frac{\tau_2 + \psi_1 + \xi'_2 + \tau'_2}{(\beta_0)}\ ; \ldots$$

$\varepsilon''_1, \ldots \varepsilon''_{n-1}$ étant des nombres entiers, dont la valeur ne nous importe pas, et $\tau'_1, \ldots \tau'_{n-1}$, des indéterminées allant de zéro à $(\alpha_0) - 1, \ldots \ldots (\nu_0) - 1$.

Les équations (19) seront donc remplacées par

$$(21)\ldots \alpha^{\text{IV}} = \frac{\varepsilon_1 (\alpha_0) - \psi_1 - \tau_1 - \xi'_1 - \tau'_1 - \xi''_1}{\varepsilon_1 - \varepsilon'_1}\ ; \text{ etc.}$$

Comme précédemment, $\xi'_1, \ldots \xi'_{n-1}$ seront tirées des formules (18), tandis que $\tau'_1, \ldots \tau'_{n-1}$, seront tirées des formules (20).

Dans les équations (21) aussi bien que dans les équations (20), nous faisons abstraction du cas de $\alpha_0 = 0$, de $\beta_0 = 0$ etc., qui répond à $\omega_1 = 0$, $\omega_2 = 0, \ldots$ et, par conséquent, à $\psi_1 = 0$, $\psi_2 = 0, \ldots \tau_1 = 0$, $\tau_2 = 0$. C'est pour indiquer cette abstraction, que nous plaçons $\alpha_0, \beta_0, \ldots$ entre parenthèses. Dans ce cas, en effet, les facteurs

$$\frac{q_{n-2}^{\tau_1}}{(1.2.\ldots.\tau_1)},\quad \frac{q_{n-3}^{\tau_2}}{(1.2.\ldots.\tau_2)}\quad \ldots\ldots$$

disparaissent de Q,

de même que les facteurs

$$\frac{(\varepsilon_1-1)c'}{\rho_2}, \quad \frac{(\varepsilon_2-1)d'}{\rho_3}, \ldots \quad \frac{(\varepsilon'_1-1)c''}{\rho_2}, \quad \frac{(\varepsilon'_2-1)d''}{\rho_3}, \ldots\ldots$$

disparaissent de E et de E'. Les combinaisons de ε_1 et τ_1, de ε_2 et τ_2 etc., n'existent réellement que lorsque ω_1, ω_2, ... (qui varient indépendamment les unes des autres) figurent utilement parmi les indéterminées principales. Leur suppression entraîne celle de tout ce qui se rattache à elles.

Les équations (20) permettent à $\tau_1, \ldots \tau_{n-1}$, de varier librement entre leurs limites, au moyen de la variation libre de $\varepsilon_1, \ldots \varepsilon_{n-1}$, $\xi'_1, \ldots \xi'_{n-1}$, et de $\tau'_1, \ldots \tau'_{n-1}$.

D'un autre côté (en ce qui concerne les relations normales) la réunion des séries, fixant la valeur de $\varepsilon_1, \ldots \varepsilon_{n-1}$, à l'unité, fera disparaître, non-seulement $\xi'_1, \ldots \xi'_{n-1}$, mais encore $\xi'', \ldots \xi'_{n-1}$, puisque les différences $\varepsilon_1 - \varepsilon'_1, \ldots . \varepsilon_{n-1} - \varepsilon'_{n-1}$, ne pourront excéder l'unité. Puis, l'annulation de $\tau'_1, \ldots . \tau'_{n-1}$ (dont nous avons fait une condition) ne laissera subsister que les deux valeurs suivantes de $\tau_1, \ldots .$ de τ_{n-1} :

$$\tau_1 = \alpha_0 - \psi_1 \quad \text{et} \quad \tau_1 = -\psi_1 \; ;$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\tau_{n-1} = \eta_0 - \psi_{n-1} \; \text{et} \; \tau_{n-1} = -\psi_{n-1}.$$

Or, la dernière valeur de chaque couple sera détruite par le radical Ψ qui changera la première en

$$\tau_1 = \alpha_0, \ldots\ldots \tau_{n-1} = \eta_0.$$

Les relations normales de τ_1 et ω_1, etc., seront donc conservées. Nous pouvons, dès-lors, restreindre ou supprimer la variation de $\varepsilon'_1, \ldots \varepsilon'_{n-1}$. Nous la rendrons entièrement dépendante de celle de $\varepsilon_1, \ldots \varepsilon_{n-1}$. par les relations normales

$$\varepsilon'_1 = \varepsilon_1, \ldots\ldots \varepsilon'_{n-1} = \varepsilon_{n-1}.$$

Ces relations font disparaître $\xi''_1, \ldots \xi''_{n-1}$, ainsi que le système générateur

$$\overset{\varepsilon'_1}{\Sigma} \ldots \overset{\varepsilon'_{n-1}}{\Sigma} \quad ;$$

2° elles changent le facteur E' en $E'' = \rho_2^{(\varepsilon_1 - 1)c''} \ldots \rho_n^{(\varepsilon_{n-1} - 1)i''}$, qui s'amalgame avec E ;

3° elles réunissent les équations (20) et (21) dans les suivantes,

$$(22)\ldots \quad \varepsilon_1 = \frac{\tau_1 + \psi_1 + \xi'_1 + \tau'_1}{(\alpha_0)}, \qquad \varepsilon_2 = \frac{\tau_2 + \psi_2 + \xi'_2 + \tau'_2}{(\beta_0)}, \ldots$$

où $\xi'_1, \ldots \xi'_{n-1}$, continuent d'être fournies par les formules (18). Nous y faisons aussi abstraction du cas de $\alpha_0 = 0$, $\beta_0 = 0 \ldots$.

Ces équations (22) rendent $\varepsilon_1, \ldots \varepsilon_{n-1}$, aussi bien que $\tau'_1, \ldots \tau'_{n-1}$, entièrement dépendantes ; ce qui permet de supprimer le système générateur

$$\overset{\varepsilon_1}{\Sigma} \ldots \overset{\varepsilon_{n-2}}{\Sigma} \quad .$$

Il est entendu que c' et c'', ... i' et i'', conservent avec $\varepsilon_1, \ldots \varepsilon_{n-1}$, devenues dépendantes, les relations qu'elles avaient précédemment, et que $c', \ldots i'$, reportent sur $\varepsilon_1, \ldots \varepsilon_{n-1}$, les relations qu'elles avaient, en particulier, avec $\varepsilon'_1, \ldots \varepsilon'_{n-1}$, indéterminées que $\varepsilon_1, \ldots \varepsilon_{n-1}$, ont remplacées. Le nombre des termes résultant de la variation de $c' \ldots i'$ $c'' \ldots i''$ ne doit pas changer dans cette transformation des séries.

Maintenant, pour remplir la condition relative à la valeur normale de $\tau'_1, \ldots \tau'_{n-1}$, nous composerons le radical

$$(23)\ldots \quad \Omega = \rho_{(\alpha_0)}^{\chi_1 \tau'_1} \ldots \rho_{(\eta_0)}^{\chi_{n-1} \tau'_{n-1}}$$

et nous multiplierons nos séries composantes par le facteur complexe ou la série auxiliaire

$$\Xi = \sum_0^{\chi_1} (\alpha_0) - 1 \ldots \sum_0^{\chi_{n-1}} (\eta_0) - 1 \quad \frac{\Omega}{(\alpha_0) \ldots\ldots (\eta_0)},$$

que nous conserverons provisoirement sous cette forme de série partielle indépendante, bien que, par le facteur Ω, de son terme général, elle doive avoir des relations avec $\tau'_1, \ldots \tau'_{n-1}$, et par conséquent (22) avec $\tau_1, \ldots \tau_{n-1}, \ldots \varepsilon_1, \ldots \varepsilon_{n-1}$.

Remarquons que cette série Ξ, prise à part, pendant la variation de $c', \ldots i', c'', \ldots i''$, ne laissera pas de représenter l'unité ou zéro, selon que $\tau'_1, \ldots \tau'_{n-1}$, seront toutes où ne seront pas toutes nulles (*); que, dans les deux cas, Ξ disparaît, et, avec elle, le facteur Ω. Cette observation facilite la sommation par rapport à $c'', \ldots i''$, ou l'élimination de ces indéterminées.

En effet, examinons la portion de série

$$S' = \Xi \begin{pmatrix} c' & c'' \\ \Sigma & \Sigma \end{pmatrix}_{\chi_1} \begin{pmatrix} d' & d'' \\ \Sigma & \Sigma \end{pmatrix}_{\chi_2} \ldots \begin{pmatrix} i' & i'' \\ \Sigma & \Sigma \end{pmatrix}_{\chi_{n-1}} \quad E\, E'',$$

où $\omega_1, \ldots \omega_{n-1}, \varpi_1, \ldots \varpi_{n-1}, \tau_1, \ldots \tau_{n-1}$ et, par suite, $\tau'_1, \ldots \tau'_{n-1}, \varepsilon_1, \ldots \varepsilon_{n-1}$, sont supposées données. (Nous y mettons entre parenthèse, c' et c'', avec l'indice χ_1, puis d' et d'' avec l'indice χ_2, etc., pour rappeler leurs relations ; chaque groupe étant indépendant des autres). Demandons-nous ce que produirait, sur la valeur de S' la suppression de

$$\sum^{c''} \ldots\ldots \sum^{i''} E'',$$

qui changerait S' en

$$S'' = \Xi \begin{pmatrix} c' \\ \Sigma \end{pmatrix}_{\chi_1} \begin{pmatrix} d' \\ \Sigma \end{pmatrix}_{\chi_2} \ldots \begin{pmatrix} i' \\ \Sigma \end{pmatrix}_{\chi_{n-1}} \quad E.$$

(*) Le cas de $\Xi = 0$, répond à des relations anormales de ω_1 et τ_1, ω_2 et τ_2, etc., qui font disparaître les séries.

Si l'on pouvait supposer que le double facteur (E E″) conserve une valeur constante pendant la variation des indéterminées $c' \ldots i'$, $c'' \ldots i''$, qu'il renferme, la série Ξ pourrait être sommée séparément, dans S′. La même possibilité de sommer Ξ séparément se rencontrerait dans S″, en supposant la constance du radical E.

Dans S′, la variation partielle du groupe c' et c'' s'exercera avec une indépendance absolue, lorsqu'on passera d'une valeur de χ_1 à une autre, pendant la sommation

$$\overset{\chi_1}{\underset{0}{\Sigma}}\ (\alpha_0) - 1$$

c'est-à-dire qu'en faisant à part cette sommation, qui comprend α_0 termes, depuis $\chi_1 = 0$, jusqu'à $\chi_1 = (\alpha_0) - 1$, on pourra prendre pour le premier terme (répondant à $\chi_1 = 0$) un quelconque des (2×2) termes fournis par les (2×2) combinaisons des valeurs de c' et c'', du système

$$\left(\overset{c'}{\Sigma}\ {}^1_0\ \overset{c''}{\Sigma}\ {}^1_0\right)_{\chi_1}$$

puis, pour le second terme (répondant à $\chi_1 = 1$) un quelconque des (2×2) termes que fourniront encore les combinaisons des valeurs des indéterminées c' et c'', dont la deuxième variation ne dépend en rien de la première, etc.

Il en résulte que la suite complète des α_0 valeurs de χ_1, qui fait disparaître

$$\frac{\rho_{\alpha_0}^{\chi_1 \tau'_1}}{\alpha_0},$$

se présentera un nombre de fois égal à la puissance α_0 du nombre des combinaisons dont les valeurs de c' et c'' sont susceptibles ou un nombre de fois égal à

$$(2 \times 2)^{\alpha_0} = 2^{2\alpha_0}$$

On pourrait exprimer cette propriété de la série S′ en multipliant le groupe $\begin{pmatrix} c' & c'' \\ \Sigma & \Sigma \end{pmatrix}$ en raison des différentes valeurs de χ_1, c'est-à-dire en remplaçant

$$\left(\overset{\chi_1}{\Sigma} \quad \frac{\overset{\chi_1 \tau'_1}{\rho(\alpha_0)}}{(\alpha_0)} \right) \begin{pmatrix} c' & c'' \\ \Sigma & \Sigma \end{pmatrix}_{\chi_1}$$

par $\begin{pmatrix} c' & c'' \\ \Sigma & \Sigma \end{pmatrix}_1 \begin{pmatrix} c' & c'' \\ \Sigma & \Sigma \end{pmatrix}_2 \cdots\cdots \begin{pmatrix} c' & c'' \\ \Sigma & \Sigma \end{pmatrix}_{\alpha_0}$

ou $\left(\overset{\chi_1}{\Sigma} \quad \frac{\overset{\chi_1 \tau'_1}{\rho(\alpha_0)}}{\alpha_0} \right) \begin{pmatrix} c' & c'' \\ \Sigma & \Sigma \end{pmatrix}_1 \begin{pmatrix} c' & c'' \\ \Sigma & \Sigma \end{pmatrix}_2 \cdots \begin{pmatrix} c' & c'' \\ \Sigma & \Sigma \end{pmatrix}_{\alpha_0}$;

portion auxiliaire ou l'élément

$$\left(\overset{\chi_1}{\Sigma} \quad \frac{\overset{\chi_1 \tau'_1}{\rho(\alpha_0)}}{(\alpha_0)} \right)$$

ne changeant pas réellement la valeur de la série et ne servant qu'à maintenir les relations normales de ω_1 et τ_1.

Passant à la série S″, on voit facilement que la supposition de la constance de E ne donne, pendant la variation de χ_1, que

$$2^{\alpha_0}$$

combinaisons des valeurs de c', au lieu de

$$(2 \times 2)^{\alpha_0}$$

combinaisons des valeurs de c' et c''.

Or, dans le cas particulier et normal de

$$\varepsilon_{1} = 1\,, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \varepsilon_{n-1} = 1\,,$$

le double facteur E E″ et le facteur E se changent en

$$E_0\, E''_0 = \rho_2^{\,0\,(c'+c'')} \ldots \rho_2^{\,0\,(i'+i'')} = 1\,,$$

$$E_0 \quad = \rho_2^{\,0\,.\,c'} \ldots \rho_n^{\,0\,.\,i'} = 1,$$

et, non-seulement ils sont constants, mais égaux ; ce qui entraîne l'égalité des termes comparés.

Les valeurs des parties homologues de S'_0 et S''_0 qui se rapportent à χ_1, sont donc dans la proportion de

$$2^{\alpha_0} \;:\; 1$$

Cette proportion exprime la diminution que S'_0 éprouve par la suppression de

$$\Sigma_{\,0}^{\,1\;c''} \text{ et de } \rho_3^{(\varepsilon_1 - 1)\,c''} \;.$$

Semblablement (les combinaisons des valeurs de d' et d'' offrant 3 × 3 combinaisons, tandis que d', seule, n'en fournit que 3) on trouvera que la suppression de

$$\Sigma_{\,0}^{\,2\;d''} \text{ et de } \rho_3^{(\varepsilon_2 - 1)\,d''}$$

produit sur S'_0 une diminution de valeur dans la proportion de

$$3^{\beta_0} \;:\; 1$$

En continuant ainsi, on arrivera à cette conclusion, que l'élément

$$\sum^{c''} \dots \sum^{i''} E''_0$$

de la série S'_0 peut être remplacé par le coefficient

$$2^{\alpha_0}.3^{\beta_0}.\ \dots n^{\eta_0}$$

susceptible d'entrer dans le terme général; ce qui équivaut à une sommation.

A la vérité, sette sommation n'a été obtenue que pour S'_0 et non pour S'. Mais, d'après les principes exposés plus haut, nous pourrons le généraliser (*) en l'appliquant à S'.

De plus, comme la réunion des séries composantes amène toujours

$$\tau_1 = \alpha_0. \quad . \quad . \quad . \qquad . \ \tau_{n-1} = \eta_0,$$

il nous sera loisible de remplacer (**) le coefficient

$$2^{\alpha_0} \dots \dots n^{\nu_0}$$

par

$$2^{\tau_1} \dots \dots n^{\tau_{n-1}}.$$

Nous aurons ainsi cette nouvelle formule, où $c', \dots i'$, re–

(*) On pourrait arriver à la sommation applicable à S' sans passer par S'_0, en ne comparant les termes qu'après leur classement (dans chacune des séries S' et S'') suivant les différentes valeurs du radical composé

$$E\ E''\ \text{ou}\ E.$$

Ces valeurs sont les mêmes pour l'un que pour l'autre et ne peuvent excéder Γ_n, tandis que les combinaisons des valeurs de c' et c'', .. i' et i'' s'élèvent à $\Gamma_n{}^2$, et les eombinaisons des valeurs de $c', \dots i'$, seules, au nombre fixe de Γ_n.

Ces nombres de combinaisons se partagent proportionnellement entre les valeurs différentes du radical composé ci-dessus ; ce qui permet de conclure comme nous le faisons.

(**) Nous reviendrons, dans une note supplémentaire, sur ce point d'analyse, pour le traiter par une autre méthode prendront sans difficulté le rang qu'elles occupaient primitivement :

$$
(24)\ldots\left\{
\begin{array}{l}
x = v + \mathrm{C}\, w' \;; \\[2ex]
w' = \overset{c}{\Sigma}\ldots\overset{i}{\Sigma}\;\; \overset{c'}{\Sigma}\ldots\overset{i'}{\Sigma}\;\; \overset{c'''}{\Sigma}\ldots\overset{i'''}{\Sigma} \quad \mathrm{W}_3 \;; \\[2ex]
\mathrm{W}_3 = \overset{\varpi_1}{\Sigma}\ldots\overset{\varpi_{n-1}}{\Sigma} \mathrm{Z}_3 \;; \\[2ex]
\mathrm{Z}_3 = \sum_{\omega_1=0}^{\infty} \ldots \sum_{\omega_{n-1}=0}^{\infty} \; \sum_{\tau_1=-\psi_1}^{\omega_1} \ldots \sum_{\tau_{n-1}=-\psi_{n-1}}^{\omega_{n-1}} \mathrm{T}_3 \, \Xi \;; \\[2ex]
\mathrm{T}_3 = \mathrm{M'Q} \, \dfrac{\Pi \; \mathrm{E} \; \Psi \; \mathrm{G}}{\Gamma_n^{\,4}} \;; \quad \mathrm{G} = 2^{\tau_1} \ldots n^{\tau_{n-1}} \;; \\[2ex]
\Xi = \sum_{0}^{\chi_1} (\alpha_0) - 1 \;\ldots\; \sum_{0}^{\chi_{n-1}} (\eta_0) - 1 \; \dfrac{\Omega}{(\alpha_0)\ldots(\eta_0)} \,.
\end{array}
\right.
$$

Comme précédemment, $\alpha_0, \ldots \eta_0$, et $\psi_1, \ldots \psi_{n-1}$ sont fournies par les formules (15) et $\tau'_1, \ldots \tau'_{n-1}$, $\varepsilon_1, \ldots \varepsilon_{n-1}$, par les formules (22).

Il est évident qu'on peut, dès à présent, remplacer la limite inférieure actuelle de $\tau_1, \ldots \tau_{n-1}$, c'est-à-dire $-\psi_1, \ldots\ldots\ldots -\psi_{n-1}$ par zéro ; puisque les valeurs négatives de $\tau_1, \ldots \tau_{n-1}$, repondent à des relations anormales de τ_1 et $\omega_1, \ldots$ de τ_{n-1} et ω_{n-1}.

Dans un prochain mémoire, nous éliminerons $\varepsilon_1, \ldots \varepsilon_{n-1}$, $c', \ldots i'$, et quelques autres indéterminées. Nous avons réussi à nous débarrasser de $\chi, \ldots \chi_{n-1}$ et de Ω, à réduire les radicaux Π, E, Ψ à un seul, en même temps que les séries composantes $c, \ldots i$, $c', \ldots i'$, $c''', \ldots i'''$, de $(\Gamma_n)^3$ à Γ_n, etc. Mais notre analyse, fort compliquée et que sa complication rend obscure, a besoin d'être revue et remaniée. Nous devons marcher à pas comptés. Du reste, si la route est longue et pénible, elle est sans impasse et promet de conduire au but : la résolution générale des équations.

SOUVENIRS D'ATHÈNES,

PAR M. G. HINSTIN,

Membre correspondant.

SÉANCE DU 7 AVRIL 1865.

PAU, 1er. février 1865.

Vous n'avez peut-être pas oublié, Messieurs, nos promenades littéraires en Grèce. J'ai dû les interrompre en me séparant de vous. Seriez-vous disposés à les reprendre par correspondance, faute de mieux? Je voudrais ainsi justifier le titre que vous avez bien voulu laisser à votre ancien confrère, et me rappeler à votre souvenir. Je vais vous entretenir quelques instants d'Athènes et de la vie athénienne. Ai-je besoin de vous dire que je n'ai pas la prétention de vous en parler avec la science de M. Beulé, avec l'esprit de M. About? Je voudrais simplement en causer avec vous, comme en famille, vous faire part de quelques-unes des vives impressions que mon esprit en a gardées, et surtout essayer d'y retrouver dans les ruines, dans la nature, dans la langue, dans les mœurs, l'ancienne Athènes, les anciens Athéniens, le génie attique lui-même.

Permettez-moi, sans autre préambule, de vous transporter directement de Lille au Pirée. Au Pirée, on monte dans un fiacre, et, en moins de deux heures, on arrive à Athènes. Rien n'est plus facile, comme vous voyez. Nous voilà donc, pour le moment, à Athènes, si vous le voulez bien. On y éprouve tout d'abord, je l'avoue, une assez vive déception. On arrive la tête meublée de poétiques souvenirs; l'imagination se représente la glorieuse cité dans son ancienne splendeur: et l'on voit une petite ville moderne, mal bâtie, mal entretenue, qui n'est guère plus imposante qu'un de nos modestes chefs-lieux de préfecture.

C'est le roi Louis de Bavière qui le voulut ainsi. Il s'agissait de donner une capitale au nouveau royaume grec. On pouvait choisir Nauplie, qui avait été le siége du gouvernement provisoire, Corinthe surtout, dont l'admirable position entre deux mers promettait le plus riche avenir, ou enfin tout simplement le Pirée, que les marins s'accordent à regarder comme le port le plus commode et le plus sûr de ces parages. Dans ce cas, Athènes livrée aux savants et aux artistes, librement fouillée et en quelque sorte exhumée comme Pompeï, fût devenue un splendide musée grec et, pour ainsi dire, la ville sainte des arts. Mais, pour procurer à ce pauvre roi Othon la satisfaction purement archéologique de régner dans la cité même de Périclès, on lui a bâti une capitale sur ce sol encore plein de trésors: et l'on peut affirmer que bien des richesses inconnues de l'ancienne Athènes sont enfouies pour jamais.

Cependant tout n'est pas perdu, tant s'en faut. Athènes possède encore les plus précieuses reliques de son passé et les chefs-d'œuvre accomplis de l'art. Près de l'Ilissus s'élèvent les colonnes grandioses d'un temple de Jupiter Olympien, au pied desquelles les dames d'Athènes viennent prendre des glaces dans la belle saison. A l'entrée de la ville, s'offre tout d'abord aux yeux du voyageur ravi un petit temple parfaitement conservé, grâce à la précaution qu'il eut jadis de changer de patron: Thésée, en effet, le héros titulaire du temple, voulut bien, dans l'intérêt des arts, céder son autel à St.-Georges. C'est ainsi que la Croix a sauvé le panthéon de Rome : c'est ainsi que le Croissant protége une des merveilles du monde , Ste.-Sophie de Constantinople.

On ne manque jamais, à Athènes, d'aller voir la fameuse tribune du Pnyx, la colline de l'Aréopage, la charmante petite rotonde de marbre (monument choragique de Lysicrate) qui a servi de modèle à votre halle aux poissons. On peut s'asseoir sur les gradins du théâtre où jadis le peuple le plus intelligent de la Grèce applaudissait aux chefs-d'œuvre de ses poëtes [1]

Mais tout cela n'est rien encore. Pour comprendre la beauté de l'ancienne Athènes, il faut monter à l'Acropole, c'est-à-dire, à la haute-ville. L'Acropole d'Athènes est une longue colline qui dominait la ville antique, dont elle était à la fois l'inexpugnable citadelle et le magnifique sanctuaire. Partout escarpée et encore entourée de ses anciennes murailles, elle n'offre qu'un accès possible : c'est une entrée monumentale, qui saisit tout d'abord par sa grandeur. Un immense escalier de marbre, entouré jadis de statues, de temples, et de portiques, conduit à un superbe vestibule, orné de hautes colonnes doriques : ce sont les Propylées. On fait quelques pas, et l'on se trouve sur le plateau même de l'Acropole, où l'on voit se dresser tout d'une pièce, au milieu de ruines et de débris d'une rare beauté, le temple célèbre qui fait encore l'orgueil d'Athènes, le chef-d'œuvre et le modèle le plus parfait de l'architecture grecque, le Parthénon.

1. — Ce théâtre vient à peine de renaître au jour. Il y a peu de temps, il était encore enseveli : on manquait d'argent pour les fouilles. Or, un jour, cet argent tomba du ciel : voici comment. Deux grecs d'Alexandrie étaient en procès pour un très-gros intérêt. L'un d'eux fait un petit cadeau de 16,000 drachmes au consul grec, leur juge, et gagne le procès. L'autre se plaint à Athènes, et le consul est menacé de perdre sa place. Le ministre des affaires étrangères, son parent. l'avertit à la hâte, et, pour le tirer d'embarras, lui donne le conseil ingénieux d'offrir son pot-de-vin au roi Othon et à la reine Amélie. Le consul ne se le fit pas dire deux fois. Leurs Majestés acceptèrent. Cependant, il leur vint bientôt un léger scrupule : cet argent finit par leur peser : si bien qu'un jour on apprit que le Roi et la Reine, dans leur sollicitude éclairée pour le progrès des arts, mettaient généreusement une somme de 16,000 drachmes entre les mains du directeur des fouilles d'Athènes. C'est ainsi que le théâtre de Bacchus fut déblayé, et que le consul d'Alexandrie garda sa place.

Je n'ai garde de m'engager, et de vous engager avec moi, dans une description technique de ce monument [1]. Tout ce que je puis vous dire, c'est que, peu à peu, à l'observer et à le contempler, l'esprit est envahi par un sentiment d'admiration irrésistible. Les lignes harmonieuses et les élégantes proportions de tout l'édifice, la sévère majesté des colonnes qui le soutiennent, la perfection inouïe du travail, cet accord de l'architecture et de la sculpture combinées avec un art merveilleux, enfin les charmants reflets du marbre doré par le soleil, et la finesse avec laquelle les colonnes et les frontons, baignés d'une lumière éclatante, se découpent sur le ciel bleu d'Athènes, tout cela offre aux yeux un enchantement plus facile à éprouver qu'à décrire. C'est devant ce spectacle que M. de Lamartine s'écriait. « Le gothique est beau, mais l'ordre et la lumière y manquent : ordre et lumière, ces deux principes de toue création éternelle! Adieu donc aujourd'hui pour jamais au gothique ! [2] » — Je doute qu'on réussît à produire un effet pareil, si l'on donnait suite au singulier projet dont on parlait naguère, d'élever à Paris sur la butte de Montmartre un fac-simile du Parthénon. Il serait curieux de voir la pierre de Creil lutter avec le marbre du Pentélique, les brouillards de Paris avec le soleil d'Athènes, et les maçons du Limousin avec cette foule d'ouvriers de génie qu'Athènes put fournir à l'architecte de son temple.

Il semble, de plus, que ces anciens aient emporté avec eux l'art de bâtir, si l'on songe que notre colonnade du Louvre, un chef-d'œuvre pourtant, n'est plus, dit-on, très-solide, tandis que le Parthénon n'a pas bronché d'une ligne depuis plus de 2000 ans qu'il est debout. Il a bien souffert cependant, il est cruellement mutilé; mais ces blessures, ce n'est pas le temps, c'est la main des hommes qui les lui a faites. Une fois, ce sont les Turcs qui

1. — Voir le livre de M. Beulé, sur l'*Acropole d'Athènes*.

2. — Voyage en Orient.

font du Parthénon un magasin à poudre les ; Vénitiens assiégent Athènes : une bombe fait sauter une partie du monument. Plus tard, c'est lord Elgin qui passe par Athènes : il arrache les statues du fronton, les admirables bas-reliefs qui décoraient la frise du temple : et c'est maintenant dans une des salles du Musée Britannique qu'il faut aller admirer les chefs-d'œuvre de Phidias. On sait avec quelle éloquence un anglais illustre, le poëte de Child Harold a flétri cette profanation. Il est vrai que Byron ne la met pas sur le compte de l'Angleterre : car il a bien soin de rappeler que lord Elgin n'était pas précisément anglais, mais seulement écossais.

Le Parthénon a malheureusement encore le privilége d'exciter ce genre d'admiration poussé jusqu'au vandalisme. En voici un exemple. Il y a encore sur les parvis du temple un magnifique bas-relief détaché de la frise et oublié sans doute par les ravisseurs Il représente entre autres personnages une déesse assise, aussi divinement belle que notre Vénus de Milo. Or, un jour, le conservateur des antiquités d'Athènes [1] faisant sa tournée du matin à l'Acropole, s'aperçoit que la déesse n'a plus de nez. Il faut vous dire que ce conservateur était, pour l'Acropole, vigilant comme un Argus, farouche comme un chien de garde, jaloux comme un amant. Jugez s'il fut exaspéré de cette odieuse mutilation. Il n'a pas de peine à reconnaître le coupable : c'est un jeune *midschipman* en station au Pirée, qui a voulu emporter ce souvenir du Parthénon et de Phidias. Hors de lui, notre conservateur court au Pirée, monte sur le navire anglais, dénonce le crime, désigne l'auteur. Le commandant, un galant homme, lui offre toutes les réparations imaginables. Mais lui n'en voit qu'une : une seule est à la hauteur du forfait, il lui faut la peine du talion : il exige le nez du coupable. J'ignore s'il réussit à l'obtenir.

1, — M. Pittakis. Il est mort l'année dernière.

Mais quand même Athènes serait depouillée de ses chefs-d'œuvre, quand il ne lui resterait plus une seule pierre de ses monuments, un seul débris de son passé, elle frapperait encore l'imagination par le seul prestige de son nom et de ses souvenirs. On viendrait encore y saluer avec vénération la patrie des arts et des lettres, l'institutrice du genre humain. Athènes a répandu dans le monde entier les semences fécondes de sa civilisation. C'est l'éclipse de cette brillante lumière qui a amené les ténèbres du moyen-âge ; c'est de son réveil, de sa renaissance, que date l'ère moderne : c'est elle qui nous éclaire encore.

Par quel privilége de la nature, par quel miracle, ce petit coin de la Grèce, moins grand que votre département, a-t-il produit tant de grands génies, artistes, philosophes, orateurs, poëtes, et fait éclore ces chefs-d'œuvre de la pensée, qui, après avoir traversé tant de siècles, sont encore aujourd'hui la plus solide nourriture de nos esprits? C'est ce que se demande avec étonnement le voyageur qui parcourt la terre classique d'Athènes, c'est ce mystère qu'il cherche vainement à pénétrer.

Faut-il donc appliquer au génie grec cette loi physique des climats, que Montesquieu a rendue célèbre? Faut-il dire avec Voltaire : « La nature n'est pas bizarre : mais il se pourrait qu'elle eût donné à Athènes un terrain et un sol plus propres que la Westphalie et la Champagne à former certains génies ! [1] » Sans reprendre ce vieux paradoxe, on peut affirmer qu'il y a un si merveilleux accord entre la nature de l'Attique et le caractère des œuvres athéniennes, qu'elle semble les avoir inspirées, et qu'elle en aide l'intelligence [2]. »

1. — Voltaire complète sa pensée dans les lignes suivantes : « Il se pourrait que le gouvernement d'Athènes, *secondant le climat*, eût mis dans la tête de Démosthènes quelque chose que l'air de Clamart et de la Grenouillère, et le gouvernement de Richelieu, ne mirent pas dans la tête d'Omer-Talon et de Jérôme Bignon. »

2. — J. Girard. Etude sur l'Atticisme.

Il en est de la plaine d'Athènes, comme de celle de Rome. Celle-ci ne révèle pas sa beauté au premier regard : on n'en voit tout d'abord que la nudité, la sécheresse, la monotonie. Mais peu à peu la campagne romaine se présente avec son imposante grandeur. On chemine sur l'antique voie Appienne, au milieu d'un immense désert; on suit de l'œil les longues files d'aqueducs ruinés qui vont se perdre à l'horizon des montagnes de la Sabine : çà et là, quelques buffles errants; partout la solitude, le silence, l'aspect mélancolique des anciens tombeaux qui bordent la route; il n'en faut pas plus pour saisir l'âme; l'imagination émue retrouve dans cet aspect de la campagne romaine l'austère majesté du génie romain.

De même, les yeux arrivent insensiblement à découvrir dans le paysage de la plaine d'Athènes un charme indéfinissable. Ce n'est pas la fertilité de la grasse et plantureuse Béotie : point d'autre verdure que celle de l'olivier au pâle feuillage. — Mais les montagnes qui l'encadrent dessinent sur le ciel avec une netteté admirable leurs purs contours, leurs lignes gracieuses : le Pentélique surtout, la montagne de marbre, qui occupe le centre de cet horizon et dresse fièrement dans les airs son fronton majestueux : modèle sublime, immuable type de beauté, que la nature elle-même offrait aux architectes du Parthenon, et qu'elle plaçait perpétuellement sous les yeux des artistes d'Athènes.

Ces montagnes sont stériles et nues. Mais la lumière les transfigure et les anime ; elle les baigne de ses flots ondoyants, elle les revêt de mille nuances harmonieuses, elle y sème la couleur et la vie : lumière singulièrement claire et pure, dont la nôtre, même aux plus beaux jours, ne donne qu'une faible idée, et qui fait penser à celle dont se nourrissent les justes dans l'Élysée de Fénelon ; qui fait penser surtout à la lumineuse beauté des œuvres d'Athènes. « L'éclat de l'éloquence athénienne, c'est la lumière même du soleil d'Athènes aux heures si belles qu'éclairent ses premiers et ses derniers rayons : rien de plus resplendissant, mais rien de plus doux.[1] »

Enfin à ce tableau ajoutez la mer, une mer de saphir qui se fond harmonieusement avec l'azur du ciel et la teinte gris-perle des montagnes lointaines ; cette mer qui entoure l'Attique d'une brillante ceinture, qui vient carresser mollement tous ses rivages et lui a même donné son nom *(Acté, Actiké)*, qui charmait, enivrait les Athéniens, non-seulement par l'idée de la puissance qu'ils y avaient conquise, mais encore par l'éternel spectacle de sa beauté. Cette mer étincelante et souriante n'est-elle pas, comme les lignes pures des montagnes, comme la douce et transparente lumière d'Athènes, une image du génie attique lui-même ?

Aussi le plus vif attrait du séjour d'Athènes est-il, peut-être, d'y relire sur place, les chefs-d'œuvre de sa littérature. En général est-il rien de plus piquant et de plus instructif que d'étudier les grands écrivains, les poètes surtout, dans les pays mêmes qui les ont inspirés et qu'ils ont immortalisés par leur génie ? La critique littéraire ne gagne-t-elle rien à voyager, à prendre l'air, en quelque sorte, et à secouer la monotonie des théories rebattues pour aller chercher un plus vif sentiment des œuvres de l'esprit dans leur terre natale, sous le ciel qui les a vues naître, au foyer même des mœurs et des idées dont elles ne sont le plus souvent que l'expression ? Ce qui est vrai des littératures modernes l'est beaucoup moins, je l'avoue, des littératures antiques. Car celles-ci ne nous parlent aujourd'hui que des langues mortes. De plus, elles sont les produits de ces brillantes civilisations grecque et romaine, éteintes pour jamais. Enfin elles sont devenues des littératures classiques, c'est-à-dire éternellement et universellement belles : en ce sens, elles sont de tous les temps et de tous les pays, et l'on peut sentir

1. — J. Girard, p. 55.

aussi vivement que personne la poésie de Sophocle et de Virgile sans quitter le coin de son feu, tout comme on peut admirer et apprécier en homme de goût les chefs-d'œuvre de l'art antique dans les musées de Paris, de Londres et de Berlin, sans faire le chemin d'Athènes ni de Rome.

Et cependant, pour ne parler que de la littérature grecque, il y a certainement plaisir et profit à l'étudier en Grèce même. Il semble, en effet, qu'elle y revive dans la nature, dans les mœurs, et jusque dans la langue du pays.

Une des plus charmantes surprises qu'éprouve le voyageur en arrivant à Athènes, c'est d'entendre parler cette belle langue grecque qu'il croyait morte. Il s'écrierait alors volontiers comme Philoctète dans son île déserte, lorsqu'après dix ans d'exil et de solitude il entend pour la première fois parler des Grecs : « O sons chéris ! ô langue qui charme mon oreille ! » Le grec moderne a sans doute perdu beaucoup de ses formes antiques, il n'obéit plus aux règles savantes de son ancienne syntaxe, il renferme encore un alliage barbare de mots turcs et albanais ; il est surtout rempli de gallicismes : car nos livres et nos idées envahissent la Grèce. Mais malgré tout, c'est, au fond, la même langue qui s'est miraculeusement perpétuée durant tant de siècles. Cette langue, que nous épelons si péniblement, dont le sens n'arrive que lentement à nos esprits, dont les sons ne disent rien à nos oreilles, elle vit en Grèce, elle y est familière même aux enfants, qui apprennent à lire dans Hérodote et dans Xénophon ; elle est sonore, vivement accentuée, harmonieuse comme l'Italien, avec quelque chose de plus grave et de plus mâle. C'est surtout ce qui donne à la littérature grecque, lue en Grèce, une sorte de fraîcheur et de jeunesse nouvelle. Elle y est redevenue vivante et parlante. Aussi depuis longtemps nos plus savants hellénistes croyaient-ils à l'opportunité d'introduire la prononciation moderne dans l'enseignement de la langue grecque. Le Ministre de l'Instruction publique vient de prendre l'initiative de cette réforme, qui paraît décidée aujourd'hui [1].

Les langues peuvent se transformer ou périr : la nature est éternelle et immuable. Le voyageur retrouve encore l'Attique des historiens et des poëtes. Interrogez le premier paysan venu sur le sol qu'il cultive, il vous répondra : « bonne terre, mais bien *mince* et bien *légère* » : ce sont les expressions mêmes de Thucydide. L'Ilissus promène encore sur les cailloux son petit filet d'eau comme au temps où Socrate s'y baignait les pieds tout en se promenant avec ses disciples. Et ce qu'il y a de plus piquant, c'est que le nom populaire de l'Ilissus perpétue à jamais le récit de Platon : il s'appelle précisément « le bain de pied » *(podoniphti)*. — J'ai essayé de vous décrire la beauté de l'Attique : j'aurais pu me contenter de vous lire ce chœur d'Aristophane : « Nuées éternelles, du sein de l'Océan, notre père, élançons-nous en vapeurs légères et transparentes sur les sommets boisés des hautes montagnes pour contempler au loin l'horizon montueux, la terre fertile, le cours des fleuves et la mer retentissante. Car le soleil, cet œil des cieux, brille éternellement d'une éclatante lumière. Dissipons ces brouillards obscurs qui nous environnent, et montrons-nous à la terre dans notre immortelle beauté !... [2]

Il faut avoir vu la lumière d'Athènes pour bien goûter le charme pénétrant des vers [3] qu'elle a tant de fois inspirés aux poëtes et des touchants adieux que lui adressent en mourant tous les héros de leurs tragédies. Quand la Phèdre de Racine s'écrie :

> Soleil, je viens te voir pour la dernière fois !

Elle lève les yeux vers un lustre plus ou moins bien allumé. Quand

1. — Quelques esprits distingués vont plus loin encore, et prétendent que la langue pourrait devenir un jour la langue *internationale et universelle* du monde civilisé. Ce jour-là, Henriette n'aura plus le droit de ne pas savoir le grec.

2. — *Nuées*, trad. Artaud.

3. — Dans *les Grenouilles*, Bacchus veut descendre aux enfers et visiter le séjour des initiés : Hercule lui annonce qu'il y verra : « une lumière aussi belle que celle d'Athènes. »

elle invoque le ciel, elle « regarde un plafond de bois peint, ou bien au-dessous du plafond, la dernière galerie pleine de spectateurs tumultueux et débraillés. Le théâtre antique (je laisse toujours la parole à M. Saint-Marc Girardin) [1] n'était pas une salle renfermée et ténébreuse, éclairée par la lueur des quinquets, où l'on vient passer le soir une heure ou deux dans de petites niches de bois... Il était placé sur le penchant d'un coteau, avec le ciel pour plafond, les montagnes et la mer pour décorations. Quand Ajax, sur un pareil théâtre, saluait pour la dernière fois le soleil et la douce lumière, le soleil brillait vraiment au haut des cieux et éclairait le visage mourant du héros et les regards attendris des spectateurs. » Aussi, après les fouilles qui rendirent au jour les théâtres d'Athènes, quelques hommes de goût demandèrent-ils qu'on leur procurât le plaisir d'y voir représenter une tragédie antique. Malheureusement ce projet ne fut pas accueilli. Et cependant, si chez nous une traduction littéraire de l'Œdipe Roi a pu naguère réussir au théâtre Français, quel effet n'eût pas produit, à Athènes, la tragédie grecque récitée dans la langue même de Sophocle, sur le théâtre où jadis les Athéniens l'entendirent pour la première fois !

Et ces lieux illustres, chantés par les poëtes, ne semblent-ils pas répéter encore à tous les échos les vers qu'ils ont inspirés? Certes on peut admirer, sans se déranger le moins du monde, le récit que fait de la bataille de Salamine Eschyle, le poète soldat. Mais relisez-le sur le rivage même de cette mer fameuse, il semble vivre, chaque vers s'anime et prend un corps. Ces eaux bleues si limpides et si calmes vont s'agiter sous le choc des deux flottes ennemies : on voit la bataille, on entend les cris des vainqueurs et des mourants. « Les vaisseaux grecs enveloppent les nôtres, et les frappent, et les brisent : et il n'était plus possible de voir la mer, tant elle était couverte de

1. — Cours de litterature, 1er. vol., p. 31.

débris et de corps sanglants ! Les rivages, les rochers, tout en est plein. Les barbares s'enfuient en désordre. Mais eux, avec des morceaux de rames, avec les planches des vaisseaux brisés, ils les frappent, ils les écrasent comme des thons : et des gémissements, des cris de douleur, retentissaient sur les eaux, jusqu'à ce qu'enfin le voile de la nuit s'abaissa sur cet affreux spectacle... » — On voit encore, un peu plus loin, la petite île escarpée, qui devint le théâtre d'un nouveau combat, d'un nouveau massacre. On reconnaît enfin, près du rivage, le tertre élevé d'où le Grand Roi, assis sur un trône « contemplait cet abîme de maux. Il déchire ses vêtements, pousse des cris aigus, et prend la fuite. »

Peut-on nier que, devant le golfe même de Salamine, cette poésie ne devienne plus dramatique et plus vivante ?

De Salamine, il faut bien que je vous conduise à Marathon. Ce sont deux noms inséparables, comme Charybde et Scylla, comme Oreste et Pylade : on ne peut les citer l'un sans l'autre. Ce nom de Marathon est, lui aussi, tellement usé, tellement rebattu depuis des siècles, qu'il semble avoir épuisé l'admiration. Il n'en est rien cependant, le charme opère encore : moins peut-être, il est vrai, qu'autrefois. Car un voyageur grec prétend que, de son temps, on entendait la nuit dans la plaine le cliquetis des armes et les hennissements des chevaux [1] : je n'y ai guère entendu, pour ma part, que les hurlements des chiens du voisinage. D'ailleurs, tout étranger qui se respecte va faire ses dévotions au champ de bataille de Marathon. Les historiens y relisent le beau récit d'Hérodote [2] ; les archéologues y discutent, sans jamais tomber d'accord, les mouvements des deux armées ; les poètes de génie y trouvent une éloquente inspiration. « Athènes, s'écrie Byron, nulle

1. — Pausanias, I., 32

2. — Livre 6.

portion de ton sol n'offre un aspect vulgaire; on est entouré de murailles : toutes les fictions de la Muse semblent des vérités, jusqu'à ce que l'œil se fatigue à contempler cette patrie de nos premiers rêves. Là, il n'est pas de colline, de vallon, de forêt ou de plaine qui ne brave la puissance qui a couché les temples dans la poussière. Le temps détruit les ouvrages des hommes : il a respecté le vieux Marathon. Marathon! nom magique, qu'on ne peut prononcer sans évoquer les deux armées, le combat, la victoire! » [1]

Si je ne craignais de vous fatiguer de ces souvenirs classiques, je vous citerais encore un autre nom immortalisé par la poésie, la petite butte de Colone, près d'Athènes. Il faut, en vérité, que ces poètes soient de grands enchanteurs, pour que tant de siècles soient venus, comme à un pieux pèlerinage, visiter ce petit coin de l'Attique chanté par Sophocle, et y recueillir comme le parfum de ses vers. Cicéron n'y manque pas. Il raconte [2] qu'arrivé au bourg de Colone, il ne put se défendre d'une profonde émotion : il lui semblait voir le héros du poète, Œdipe lui-même, apparaître à ses yeux, s'avancer vers lui et répéter les vers harmonieux que le vieillard aveugle, entrant en scène, adresse à sa fille Antigone. Eh bien, cette illusion charmante dure encore. La tragédie de Sophocle sort, en quelque sorte, du livre muet, et se replace dans le cadre naturel que le poète lui a donnée : elle vit et parle. Voilà bien la scène et l'horizon, tels qu'Antigone les décrit à son vieux père : « Mon père, je vois là-bas les murs et les tours d'une ville. Ici, nous sommes dans un lieu saint : le laurier y fleurit, ainsi que l'olivier et la vigne; les rossignols chantent sous le feuillage. » Le bois, le torrent, la colline, les oiseaux, tout rappelle et semble redire au voyageur le chœur célèbre de la tragédie,

1. — Child-Harold, chant 2

2. — De Finibus, V.

l'hymne à Colone. « Etranger, tu es venu dans le séjour le plus aimable de l'Attique, la blanche Colone. Ici, dans le frais vallon, doucement gazouille l'essaim des rossignols, caché sous le sombre lierre, au milieu du feuillage sacré, impénétrable aux rayons ardents du soleil, au souffle glacé des vents... Ici jamais ne s'endort, jamais ne se tarit le Céphise dont les eaux pures courent à travers la plaine et y répandent une merveilleuse fertilité : bords charmants, que ne dédaignent ni les chœurs des Muses, ni Aphrodite aux rênes d'or... » Puis le poëte chante l'arbre divin, si cher à l'orgueil et à la piété d'Athènes : l'arbre que redoutent les lances ennemies, que les hommes n'ont pas semé, que les hommes ne pourront jamais détruire ; il fleurit surtout à Colone : c'est le pâle olivier, dont le feuillage couronne les berceaux de l'enfance. »

Ce frais et riant paysage n'a pas changé. On voit encore la blanche colline, qui annonce de loin Colone au voyageur. On retrouve le Céphise, ce pauvre Céphise, si calomnié : il a de l'eau, quoi qu'on en dise, assez même pour arroser, comme autrefois, les petits jardins d'alentour. Enfin le magnifique bois d'oliviers qu'il traverse encore a justifié la prédiction du poète : Vainement saccagé par les Perses, par les Romains, par les Turcs, il est resté plus vivace que jamais. Il inspire encore je ne sais quel respect religieux : On y vient adorer, non plus Minerve et les Euménides, mais l'ombre du poëte qui l'a consacré par son génie.

Il est remarquable que personne ne reste insensible à cette beauté de la Grèce, à l'éclat de ses chefs-d'œuvre, à la gloire de ses souvenirs, personne, excepté les Grecs eux-mêmes. Cette émotion poétique, les Grecs ne sont plus capables de l'éprouver; leur esprit y est complètement fermé : c'est un sens qui leur manque aujourd'hui. Ne comptez pas retrouver à Athènes ce peuple si merveilleusement doué pour la poésie et les arts, dont le nom seul exprime toutes les délicatesses de la pensée : car le goût exquis, le goût parfait, c'est le goût d'Athènes, c'est l'atticisme : or, les Athéniens sont aujourd'hui le peuple le moins attique de la terre. La splendide nature qu'ils ont sans cesse devant les yeux ne dit plus rien à leur imagination ; les chefs-d'œuvre au milieu desquels ils naissent et vivent, sont pour eux lettre close. Non-seulement ils n'en sentent plus la beauté, mais ils ne comprennent même pas qu'on vienne de si loin les étudier, les admirer. Pénétrez un peu dans le pays, vous passerez pour un émissaire du gouvernement, pour un inspecteur des finances, que sais-je ? On croira tout, excepté que vous êtes un voyageur curieux de voir quelques pierres en ruine, ou même tout simplement un pays riche de glorieux souvenirs. Et si, par hasard, vous voulez fouiller la terre pour découvrir quelque trace du passé, vous ferez difficilement croire aux indigènes que vous ne venez pas déterrer un trésor qui leur appartient. On ne s'expliquerait pas une si complète transformation du génie d'un peuple, si l'on ne savait que les Grecs viennent de traverser je ne sais combien de siècles d'abjection et de servitude.

Est-ce à dire qu'il n'y ait plus de Grecs en Grèce, ni d'Athéniens à Athènes? Et peut-on soutenir, comme le font quelques voyageurs, que l'invasion des barbares, la domination turque, l'immigration albanaise, ont si bien altéré et comme renouvelé la race primitive, que les Grecs d'Athènes n'auraient plus le droit de se croire les descendants de Miltiade et de Périclès? — Il faut voir comme ils accueillent ce paradoxe d'outre-Rhin ! — Et, de fait, si la langue grecque s'est perpétuée, non sans mélange, il est vrai, au milieu de ces diverses occupations étrangères, c'est peut-être que la race elle-même n'est pas aussi complètement éteinte qu'on a voulu le dire. De plus, il ne faut pas avoir habité longtemps Athènes pour y découvrir une foule de traits de caractère et de mœurs, qui rappellent les Athéniens d'Aristophane.

Et d'abord, voyez à la promenade le bourgeois d'Athènes, avec sa belle figure sèche et maigre, son corps svelte et élancé, sa fière tournure : il joue des hanches, se dandine et se balance avec une grâce un peu maniérée : à chaque pas, il imprime un mouvement cadencé à sa *foustanelle*, jupe courte et flottante qui l'étrangle à la ceinture et fait valoir sa fine taille. Il n'y a pas à s'y méprendre : voilà bien la nerveuse souplesse et l'élégante maigreur de ces Athéniens qu'Aristophane nous représente minces, sveltes, la taille serrée dans un corsage de guêpes : « Nous sommes, disent-ils, les guêpes attiques, race noble et vraiment indigène, race vaillante..[1] » — Et il les oppose à ces étrangers « goutteux, ventrus, lourds, chargés d'embonpoint [2] », exactement comme aujourd'hui les Athéniens comparent encore dédaigneusement l'élégance de toute leur personne à la lourdeur et à l'épaisseur des Turcs.

Je dois dire que leurs femmes ne ressemblent guère à ces Athéniennes que le poëte nous montre si gracieuses, si spirituelles, passablement coquettes, et dont il nous décrit en ces termes la jeunesse poétique : « Dès l'âge de sept ans, aux fêtes de Cérès, je présentais à la déesse les offrandes mystérieures ; à dix ans, revêtue d'une robe jaune flottante, je fus consacrée à Diane ; devenue une belle jeune fille, je portai les corbeilles sacrées [3] ». C'est précisément dans cette charmante attitude que nous les représentent encore aujourd'hui les caryatides de l'Acropole ; c'est leur ravissant portrait que l'artiste nous a laissé dans ces statues d'une si exquise beauté. Hélas ! leurs arrière-petites-filles sont laides, dépourvues d'esprit et de grâce : et c'est, sans doute, ce qui leur procure l'avantage de n'être plus enfermées, comme l'étaient par leurs maris jaloux

1. — Guêpes.

2. — Plutus.

3. — Lysistrata

ces pauvres Athéniennes d'Aristophane, qui s'écrient en gémissant : « On scelle nos portes, on y met les verroux et l'on y poste en sentinelles des dogues énormes. [1] » Il paraît même que leurs maris ne leur confiaient plus, et pour cause, les clefs du buffet ni du cellier.

Visitons cet intérieur grec, puisque nous y sommes : on s'y retrouve en plein Aristophane. Voilà bien la huche antique, la petite lampe d'argile, semblable à celles que l'on déterre tous les jours, l'urne à puiser l'eau, toujours élégante de forme, si grossière qu'elle soit. Les nattes, les coussins, les tapis sont toujours les mêmes : et, pour achever la ressemblance, il y pullule des légions de ces bêtes immondes, qu'on ne nomme pas : la race n'en est pas plus changée que celle des hommes. Une bonne moitié des jeux de mots et des calembourgs d'Aristophane roulent sur cet étrange sujet : permettez-moi de ne pas vous les citer [2]. Ce sont des plaisanteries qui ne nous parraissent plus très-attiques : mais il faut croire que les Athéniens avaient toutes sortes de bonnes raisons pour les trouver piquantes et mordantes.

Ouvrons l'armoire à linge : les mouchoirs y sont toujours très-rares. Tel député grec de ma connaissance mettait un art infini, une habileté extrême à s'en passer, absolument comme les Athéniens d'Aristophane. Ceux-ci y trouvaient même une occasion d'échanger des politesses. Le bonhomme *Peuple* se mouchait comme vous savez : le démagogue Cléon et le charcutier se disputent l'honneur de lui offrir, dès qu'il s'est mouché, leur tête et leurs cheveux, je n'ai pas besoin de vous dire pour quel usage [3].

A table, notre Grec a hérité de l'étonnante sobriété de ses

1. — Les fêtes de Cerès.

2. — *Nuées*, Vers 145, 157, 633, 695, etc.

3. — Chevaliers.

ancêtres, que nous voyons emporter avec eux à l'assemblée leurs provisions du jour, c'est-à-dire, « une petite outre de vin, avec du pain, deux oignons, et trois ou quatre olives [1] » : il est probable que le vin qu'ils buvaient alors contenait déjà cet abominable mélange de résine, qui nous empoisonne aujourd'hui. Le menu, très-frugal, de leurs repas n'a pas varié depuis Aristophane : fromage, figues (toujours succulentes), miel de l'Hymette (toujours exquis), légumes cuits à l'eau, ou même crus, ou simplement assaisonnés avec de l'huile à quinquet, poissons salés, surtout des anchois, accompagnés de poireaux, et des sardines ; ils en étaient très friands : une commère d'Aristophane raconte à ses voisines que son mari [2] « a toussé toute la nuit pour avoir mangé trop de sardines. » Le régal est mince, comme on le voit. Les gens de la ville y ajoutent volontiers quelque plat plus solide, mais seulement en dehors du carême et de leurs innombrables jeûnes, qu'ils observent avec une rigueur inouïe. Quant aux paysans, ils s'en contentent, pour la plupart, et ne mangent de viande que le jour où ils tuent l'agneau de Pâques.

Chose curieuse, ce paysan de l'Attique garde encore en certains endroits la physionomie particulière que lui a donnée Aristophane. Le bourg d'Acharnes était habité de son temps par un peuple de charbonniers « âpres, durs, intraitables, batailleurs comme des soldats de Marathon [3]. » Or, il se trouve que les habitants du village qui a remplacé l'ancienne Acharnes *(Menidhi)*, sont toujours charbonniers, et toujours aussi bourrus, aussi farouches. Les journaux racontaient, il n'y a pas bien longtemps, que ces braves gens avaient un maire qui les gênait. Imaginant un moyen très-simple de s'en débarrasser, ils chargent plusieurs

1. — Acharniens.

2. — Assemblée des femmes.

3. — Acharniens.

d'entre eux de ce soin : le lendemain, le maire est assommé avec ses deux fils, à la porte de sa maison.

Je me hâte d'ajouter que les Grecs en viennent rarement à ces extrémités sauvages, qui répugnent à leur nature. Si quelque obstacle les empêche de satisfaire leurs intérêts et leurs passions, ils se gardent bien de le briser par la violence, ils aiment mieux le tourner par la ruse. Il ne faut pas oublier que leurs ancêtres, s'ils étaient plus artistes, n'étaient peut-être pas beaucoup plus scrupuleux. Ce peuple, si apte à goûter les plaisirs les plus délicats de l'esprit, ne se croyait pas toujours tenu d'observer dans sa vie publique et privée les hautes maximes qu'il admirait dans les livres de ses philosophes. Il avait l'intelligence assez souple et la conscience assez accommodante pour se plaire aux sophismes spirituels, aux subtilités immorales, tout comme aux chefs-d'œuvre les plus purs et les plus élevés de la pensée. Minerve, sa patronne, était la déesse de la sagesse et de la science, mais aussi la divine conseillère des ruses ingénieuses. Solon, leur législateur, ne leur disait-il pas : « Vous êtes tous de vrais renards [1]. » Leur héros, c'est Thémistocle l'avisé, auquel ils sacrifièrent Aristide le juste. On les voit acclamer Alcibiade, un traître, mais il avait tant de grâce et tant d'esprit ! C'est ainsi qu'ils disent d'un fonctionnaire qui les vole, sans se faire prendre la main dans le sac : « C'est un habile homme ! »

Pourquoi s'étonner qu'ils n'aient plus un très-grand respect de la parole ? Euripide pouvait déjà leur faire accepter ce vers célèbre qu'il met dans la bouche du noble et chaste Hippolyte : « Sans doute ma langue a fait ce serment, mais mon esprit n'a rien juré. » Les Athéniens trouvaient cette distinction ingénieuse, rien de plus : ce qui ne les empêchait pas d'applaudir avec enthousiasme cette adorable tragédie, bien digne d'inspirer notre Racine. Si sévèrement que nous jugions les Grecs modernes,

1. Plutarque. *Vie de Solon.*

Aristophane traitait-il beaucoup mieux ses contemporains? Chrémyle, un de ses personnages, est devenu tout d'un coup riche. Son voisin Blapsydème en conclut tout naturellement qu'il a volé. « Ecoute, mon cher, je veux arranger cette affaire à très-peu de frais, avant qu'elle s'ébruite dans la ville : quelques écus fermeront la bouche des orateurs. » — Vous croyez peut-être que Chrémyle va lui confier cette mission délicate? Non pas : il a vu le piége. « Tu es homme, lui répondit-il, à payer pour moi trois mines, et à m'en compter douze, en bon ami [1]. » — Vous admirez cet échange touchant d'estime et de confiance!

Avisez-vous de dire aux Athéniens qu'ils mentent effrontément. Ils vous répondront que leurs ancêtres faisaient bien mieux : ils enseignaient l'art de mentir, ils tenaient école de mensonge et d'impudence. « Oui! s'écrie Strepsiade criblé de dettes, j'irai à l'école des sophistes, je me livre à eux corps et âme. Je sais bien ce qu'ils feront de moi. Grâce à eux, je deviendrai (écoutez cette énumération) insolent, beau parleur, effronté, impudent, vil coquin, artisan de mensonges, hâbleur, vieux roué, chicaneur, moulin à paroles, fourbe comme un renard, homme à passer partout, souple comme un gant, glissant comme une anguille, hypocrite, fanfaron, pendard, girouette, lécheur d'écuelles : mais tout cela m'est égal, pourvu que j'apprenne l'art de prouver à mes créanciers que je ne leur dois rien [2] ». Il est vrai qu'Aristophane aurait aujourd'hui le droit de dire aux Athéniens, comme Armande à Henriette :

Quand sur une personne on prétend se régler,
C'est par les beaux côtés qu'il lui faut ressembler.

Cela viendra peut-être un jour. En attendant, ils restent aussi bavards, aussi vantards, aussi flâneurs que par le passé. Voyez

1. — Plutus.

2. — *Nuées*. Ce n'est pas ici le lieu de montrer comment Aristophane a pu envelopper dans sa haine des sophistes l'homme qui fut leur implacable adversaire et leur victime, Socrate lui-même.

dans le carrefour le plus fréquenté d'Athènes, à la porte du café de « *la belle Grèce* », cette foule d'oisifs qui se chauffent au soleil et se demandent les nouvelles du jour : ce sont encore, avec moins d'esprit, ces fameux badauds Athéniens que Démosthène tance si vertement dans ses Philippiques.

Plutarque, ce peintre si naïf et si fidèle des mœurs de l'antiquité, nous raconte sur le caractère des Athéniens une foule de traits qui semblent dater d'hier. « Aristogiton, le sycophante, était toujours brave dans les assemblées, et excitait le peuple à prendre les armes. Mais quand on fit le rôle des citoyens capables de servir, il se rendit à la place publique, appuyé sur un bâton, et une jambe enveloppée [1]. » Athènes verrait certainement se reproduire cette petite comédie, si elle se décidait à faire un appel aux armes pour la guerre sainte, pour la « *grande idée* », comme ils disent là-bas, c'est-à-dire pour marcher contre les Turcs. Il y aurait ce jour-là bien des orateurs malades [2].

L'occasion de cette étude des mœurs comparées se présente sans cesse. J'allais un jour, en bateau à vapeur, d'Athènes aux îles. Nous arrivons dans la rade de Paros. Une grande discussion s'engage à bord : il s'agit de savoir où l'on doit jeter l'ancre. Tous les passagers réunis sur le pont, entourent le capitaine et soutiennent leur avis avec feu : ici, on est trop près, là, trop loin du rivage ; — à droite, nous allons toucher le sable ; — à gauche, nous aurons le vent contraire. Et le capitaine dirigeait très-gravement cette délibération qui lui paraissait toute natu-

1. — Vie de Phocion.

2. — C'est, du reste, à peu près ce qui se passa pendant la guerre de Crimée, quand les Grecs s'imaginèrent que le moment était venu pour eux de conquérir la Thessalie et l'Épire. Les journaux jetèrent feu et flamme, les députés d'Athènes jurèrent de mourir pour la patrie : et la nation en travail accoucha de quelques bandes de brigands, qui, sous prétexte de délivrer leurs frères de Turquie, les pillèrent outrageusement. N'oublions pas, pour être justes, que leurs ancêtres n'étaient peut-être pas non plus des héros. On sait que, même à Salamine, ils se firent un peu tirer l'oreille pour se battre, et il fallut qu'une voix mystérieuse leur criât pendant la bataille : « Malheureux ! quand cesserez-vous de reculer ? » (Hérodote).

relle : jusqu'à ce qu'enfin, dans un accès d'impatience, il envoie au diable toutes ces mouches de coche, et jette l'ancre où il plaît au brave pilote Barba Janni , vieux loup de mer Hydriote, qui les écoutait en riant dans sa moustache.

Voilà les mœurs grecques prises sur le fait. Eh bien, en observant cette scène caractéristique, je me rappelais et j'avais devant les yeux un tableau du même genre que décrit Plutarque; je confondais dans ma pensée les Grecs anciens et les Grecs modernes, et il me semblait que je comprenais mieux le récit du biographe, accompagné de ce commentaire vivant. — Phocion était sorti d'Athènes avec une poignée d'hommes pour réprimer des bandits qui ravageaient l'Attique : il les atteint, et va leur livrer bataille. « Tous les Athéniens, dit Plutarque, s'empressent autour de lui, et se mêlent de lui donner des conseils. Chacun veut trancher du général. L'un dit qu'il faut occuper cette colline ; un autre veut envoyer en tel endroit la cavalerie; un troisième fixe le lieu où il serait à propos de camper. Grands dieux ! s'écria Phocion : que de capitaines ! et combien peu de soldats ! » — En vérité, ils sont toujours les mêmes. Dans cette affreuse anarchie qui a suivi leur dernière révolution, ils voulaient tous être ministres.

Ces pillards qu'allaient combattre Phocion me semblent, — pour le dire en passant, — très-proches parents des brigands modernes de l'Attique, qui auraient donc, eux aussi, leurs glorieux ancêtres dans la Grèce classique. On leur en connaît même de très-anciens. Déjà « au temps de Thésée, on risquait sa vie (je laisse encore parler le bon Plutarque) à voyager du Péloponèse à Athènes : le chemin était infesté d'un bout à l'autre par des voleurs et des bandits : » et Thésée en dut abattre pour sa part, une demi-douzaine, quand il vint rendre visite à son père Égée, roi d'Athènes. Le brigandage de l'Attique remonte donc assez loin, comme vous voyez, presque au déluge. C'est un produit essentiellement indigène. Je le croyais bien extirpé :

j'apprends qu'il refleurit encore de plus belle sur sa terre natale, aux portes mêmes d'Athènes.

Ces brigands de l'Attique, je les connais peu [1], n'ayant jamais eu l'avantage de les rencontrer sur mon chemin ; mais j'ai pu les juger par leurs œuvres. Partout où ils avaient passé, je voyais régner la terreur, un désespoir à fendre l'âme, une sombre défiance, et surtout une lamentable misère, dont rien ne pourrait vous donner une idée, si ce n'est peut être encore quelques vers d'Aristophane... « Ils ont pour habits des haillons, pour lit une litière de joncs infestée, pour tapis une natte pourrie, pour oreiller une grosse pierre ; au lieu de pain, des racines de mauve ; pour tout potage, de méchantes feuilles de rave ; et, pour siége, le couvercle d'une cruche brisée [2] ». L'un d'eux me faisait un jour cette question si navrante dans sa naïveté : « Y a-t-il des pauvres en France ? »

Et cependant ces brigands, bien que détestés et maudits, sont loin d'avoir perdu l'estime et le respect de leurs compatriotes. On ne trouve pas qu'ils se déshonorent en faisant leur métier, pas plus qu'autrefois ces pirates grecs dont Thucydide nous raconte la vie [3]. On admire bien plutôt leur audace et leur courage, sans compter que le plus souvent on sait très-bien qu'ils ne sont que des instruments entre les mains des puissants chefs de parti qui se disputent à Athènes les places et les portefeuilles.

« Les brigands ! me disait un jour le gendarme Périclès, qui m'accompagnait dans une promenade, les brigands ! n'en dites *pas de mal*, ce sont des braves : jamais ils ne se laissent prendre vivants. Vous voyez cet Albanais qui laboure son champ, c'est une brute, il n'est pas à la hauteur du brigandage ». —

1. — Voir *le Roi des Montagnes*.

2. — Plutus.

3. — Livre Ier.

Comme je me récriais, et traitais ces misérables de voleurs et d'assassins, « Mon Dieu ! répondit-il, les brigands ce sont de bonnes gens qui n'ont pas de quoi vivre et qui ne demandent qu'à ne pas manquer du nécessaire. Car enfin, vous m'avez vu déjeuner, vous savez ce qu'il nous faut de pain, de vin, de viande, sans compter le café, le tabac et le reste. Or, ce qu'on nous donne ne suffit pas à tant de dépenses. On n'a plus qu'une ressource : on prend son fusil et l'on court la montagne. » Évidemment mon gendarme parlait du métier en connaisseur. Il finit même par m'avouer qu'il avait fait un peu de brigandage à ses moments perdus. Mais il me jurait ses grands dieux qu'il ne volait aux Grecs que ce qu'il lui fallait, rien de plus : « Jamais, s'écria-t-il, je ne leur ai touché un seul cheveu de la tête. — Et tenez, vous même, en supposant que nous rencontrions des brigands, ce qui peut très-bien arriver, vous n'aurez rien à craindre. Vous serez traité avec beaucoup d'égards ; et c'est moi qu'on enverra à Athènes pour chercher votre rançon. »

N'est-il pas évident qu'un brigandage si bien entré dans les mœurs du pays, est aussi ancien que les montagnes mêmes de l'Attique !

Je viens de vous faire un portrait peu flatteur, je l'avoue, des Athéniens modernes, et cependant cette impression défavorable n'est pas la dernière qu'on emporte d'Athènes. Les Grecs, il faut leur rendre cette justice, ont conservé de précieuses qualités qui leur promettent peut-être un retour de fortune et de puissance. Ils sont restés le peuple le plus intelligent de l'Orient [1]. Ils veulent tout apprendre et comprennent tout au vol. Ils ouvrent partout des écoles, ils ont une Université déjà florissante, ils accueillent avec une vive sympathie les idées nouvelles qui leur viennent de France, comme s'ils voulaient nous redemander leur part de cette civilisation que nous devons nous-

1. — Thucydide, I, 69.

mêmes aux chefs-d'œuvre de leur glorieux passé. S'ils n'ont plus le génie des lettres et des arts, ils montrent encore une aptitude remarquable pour le commerce et la marine. Leurs riches comptoirs couvrent le littoral de la Méditerranée depuis Marseille jusqu'à Odessa et Alexandrie [1] ; leur marine marchande grandit tous les jours, et prendra sans doute un magnifique développement lorsque le percement de l'isthme de Suez les placera en première ligne sur la route de l'extrême Orient. Enfin dans cet Orient où sommeillent les Turcs dont l'Islamisme ferme l'esprit à l'idée même du progrès, et qu'il condamne fatalement à l'immobilité, seuls, les Hellènes donnent signe de vie. Tandis que les Grecs de l'empire, les *rayas*, languissent encore, quoi qu'on ait fait pour eux, dans leur sujétion avilissante, eux, au contraire, justement fiers d'avoir conquis leur indépendance nationale et des institutions libres, ils se relèvent, ils avancent tous les jours, ils ont la force que donne l'ambition et l'espérance : et, s'ils parviennent à s'organiser, à se discipliner (ils en sont malheureusement encore loin), surtout s'ils ont enfin la bonne fortune, qui leur a manqué jusqu'à ce jour, d'être gouvernés par un vaillant esprit, par une main ferme, on peut croire que l'avenir leur appartient.

1. — Platon, le divin Platon vendit de l'huile en Egypte. (Plutarque, *Vie de Solon*..)

RECHERCHES

SUR LA DYNAMIQUE D'UN POINT MATÉRIEL

PAR M. GUIRAUDET,

Membre résidant.

SÉANCE DU 7 OCTOBRE 1864.

Les importants travaux de Coriolis sur les mouvements relatifs ont été l'origine d'un grand nombre de recherches en mécanique. La considération, introduite par lui, des forces apparentes et la distinction entre les mouvements d'entraînement et les mouvements relatifs ont reçu une foule d'applications, surtout dans la mécanique géométrique et dans la mécanique appliquée. Souvent on y trouve avantageux de pouvoir déduire de procédés directs les relations entre les forces et leurs effets : on se dispense par là de longs calculs; et de plus il s'attache presque toujours un véritable intérêt à cette manière d'étudier en elle-même la question dont on s'occupe, sans y introduire aucune considération étrangère, et de manière à se rendre compte d'avance et à mesure qu'il s'introduit, du rôle que joue chacun des éléments que devra renfermer la solution.

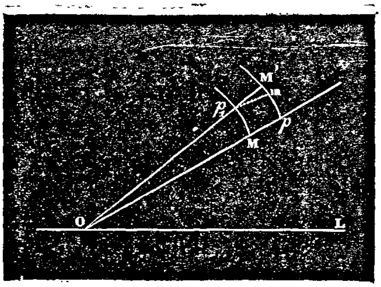
1. Ce mémoire reproduit une grande partie des résultats contenus dans une thèse pour le doctorat soutenue en 1856; et les principales formules se trouvent citées et reproduites par M. Lamé dans son *Traité des coordonnées curvilignes* publié en 1859.

On a employé avec succès les considérations géométriques des mouvements d'entraînement et de rotation dans la recherche des accélérations d'un point matériel lorsque le mouvement est rapporté à des coordonnées polaires, soit dans un plan, soit dans l'espace. Je me propose de reprendre ces applications et de les étendre de manière à arriver à des formules générales qui peuvent conduire à des résultats intéressants.

I.

Supposons d'abord que la position d'un point dans un plan soit rapportée à des coordonnées polaires, c'est-à-dire à deux systèmes de lignes orthogonales composés, l'un de cercles concentriques, et l'autre de rayons ; et proposons-nous de chercher les expressions des accélérations en chaque position suivant les directions des deux lignes correspondantes. On y peut arriver par des considérations géométriques de la manière suivante.

Soit M la position du point matériel à l'époque t et M′ sa position à l'époque $t + dt$: soient r et θ les coordonnées du point M, $r + dr$, $\theta + d\theta$ celles du point M′.



Considérons deux points que j'appellerai m et m_1, parcourant l'un le rayon vecteur, l'autre l'arc de cercle de telle façon que, ayant en M pour vitesses les composantes de la vitesse du point mobile, ils atteignent en même temps que lui les deux lignes qui déterminent la position M′. Pour que le point m arrive en p dans le temps dt, il faut l'action d'une force accélératriec $\frac{d^2r}{dt^2}$. Pour que le point m_1 arrive en p_1, il faut une force tangentielle $r\frac{d^2\theta}{dt^2}$ et une force centripète $r\frac{d\theta^2}{dt^2}$.

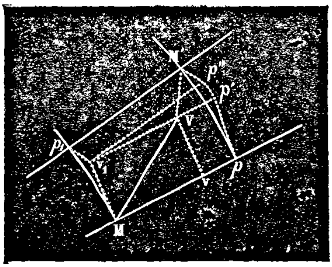
Si on veut composer les deux mouvements en tenant compte des vitesses acquises en M, il faut supposer que, tandis que le point m parcourt l'élément Mp, cet élément est entraîné dans le sens Mp_1 de manière à ce que l'extrémité M coïncide constamment avec le point m_1. Mais ce mouvement d'entraînement doit être influencé par la courbure de l'arc Mp_1; au simple mouvement de translation, il faut adjoindre une rotation autour de p_1 de manière à ce que, lorsque le point m atteindra l'extrémité p, cette extrémité soit venue en M′. Le chemin parcouru en vertu de cette rotation est mM′, ou $drd\theta$, et le parcours de ce chemin dans le temps dt suppose par conséquent l'action d'une force $2\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt}$ agissant perpendiculairement au rayon vecteur.

Les expressions totales des forces accélératrices seront donc [1],

suivant le rayon vecteur $\frac{d^2r}{dt^2} - r\frac{d\theta^2}{dt^2}$

perpendiculairement au rayon vecteur $r\frac{d^2\theta}{dt^2} + 2\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt}$.

1. Si on veut se rendre compte en détail de cette composition de mouvements, on peut imaginer la vitesse en M décomposée suivant le rayon vecteur et perpendiculairement à ce rayon vecteur. Soit Mv_1 l'espace qui serait parcouru dans un temps infiniment petit en vertu de la composante perpendiculaire au rayon vecteur. Pendant que le point m parcourt l'élément Mp, il faut supposer que cet élément éprouve d'abord, en raison de la vitesse acquise et sans qu'il soit besoin pour cela d'aucune force, une translation qui l'amène en v_1p', puis une rotation qui lui donne la position v_1p'', et enfin, comme l'extrémité M devait suivre le mouvement de m_1, l'élément éprouve un déplacement égal et parallèle à v_1p_1 qui l'amène sur p_1 M′, en sorte que le mobile arrive en M′.



Du reste on pourrait encore démontrer ces formules sans recourir à la considération des

On peut remarquer au sujet de ces formules, et comme exemple de l'utilité qu'elles peuvent présenter, que la composante perpendiculaire au rayon vecteur a pour expression $\frac{2}{r}\frac{d}{d}\left(\frac{1}{2}r^2\frac{d\theta}{dt}\right)$ c'est-à-dire, en nommant A l'aire décrite par le rayon vecteur, $\frac{2}{r}\frac{d^2A}{dt^2}$; par conséquent, si elle est nulle, comme dans le mouvement d'un point sous l'influence d'une force centrale, cette aire variera proportionnellement au temps. Si, au contraire, l'autre composante est nulle, comme dans le mouvement d'un point matériel glissant dans un tube rectiligne mobile autour de l'un de ses points après avoir reçu une percussion, on aura $\frac{d^2r}{dt^2} = r\frac{d\theta^2}{dt^2}$, et le mouvement le long du tube

mouvements relatifs ; et il n'est pas inutile de le faire, afin de saisir bien nettement sur cet exemple simple à quoi revient l'emploi de ces compositions de mouvements dont le principal mérite est d'abréger le langage.

Supposons encore la vitesse du point matériel en M décomposée suivant le rayon vecteur et perpendiculairement à ce rayon. Soient M V, Mv, Mv_1 les espaces qui seraient parcourus dans un temps infiniment petit en vertu de cette vitesse et de ces composantes : $\mathrm{VM}'\frac{2}{dt^2}$, $v\,p.\frac{2}{dt^2}$, $v_1 p_1.\frac{2}{dt^2}$ seront les accélérations totales dans le mouvement effectif du point matériel, dans le mouvement rectiligne du point auxiliaire m, dans le mouvement circulaire du point auxiliaire m_1.

Si on mène $v_1 p'$ et $v_1 p''$ égales et parallèles à Mp et p_1 M', V M' sera la résultante du contour V$p'p''$M'. Par conséquent l'accélération totale $\frac{2\,\mathrm{V\,M}'}{dt^2}$ sera la résultante de :

1° l'accélération $\frac{2\,\mathrm{V}\,p'}{dt^2}$ qui est celle du mouvement rectiligne dirigé suivant le rayon et a pour expression $\frac{d^2r}{dt^2}$.

2° l'accélération $\frac{2\,p'p''}{dt^2}$ perpendiculaire au rayon vecteur, et qui est $2\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt}$.

3° l'accélération $\frac{2.\,p''\,\mathrm{M}'}{dt^2}$, qui est celle du mouvement circulaire et fournit évidemment deux composantes, l'une $r\frac{d^2\theta}{dt^2}$ perpendiculaire au rayon et l'autre $-r\frac{d\theta^2}{dt^2}$ suivant ce rayon.

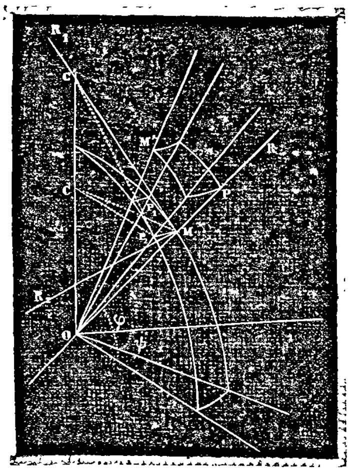
En formant les deux composantes de l'accélération totale on retrouve les formules obtenues plus haut.

On pourrait de même plus loin, par des constructions analogues, se rendre compte en détail des différents termes qui entrent dans les formules du mouvement rapporté à des coordonnées sphériques : la seule difficulté serait de bien saisir une figure qui deviendrait assez compliquée.

sera le même que si, à chaque instant, le point était sollicité par une force centrifuge provenant du mouvement de rotation.

Considérons maintenant le mouvement dans l'espace d'un point rapporté à des coordonnées sphériques.

Soient M et M′ les positions du mobile aux époques t et $t+dt$; soient MR, MR_1, MR_2 les directions du rayon, du méridien, du parallèle, directions prises dans le sens des augmentations positives des coordonnées. Nous désignerons par R, R_1, R_2 les accélérations cherchées suivant ces trois directions.



Considérons encore trois points m; m_1, m_2 se mouvant sur le rayon, le méridien et le parallèle, de manière à ce que les variations des coordonnées correspondantes soient, pendant l'instant dt les mêmes que les variations dans le mouvement du point M. Ces points, qu'on suppose avoir en M pour vitesses respectives les composantes de vitesse du point M, atteindront les positions p, p_1, p_2 en même temps que M arrivera en *M′*. *Remarquons que*

$$Mp = dr \qquad Mp_1 = r\,d\varphi \qquad Mp_2 = r\cos\varphi\,d\psi$$

$$MOp_1 = d\varphi \quad MCp_2 = d\psi \quad MOp_2 = \cos\varphi\,d\psi \quad MC'p_2 = \sin\varphi\,d\psi.$$

Pour que le point m arrive en p dans le temps dt, il faut une force $\frac{d^2r}{dt^2}$ suivant le rayon MR. Pour que le point m_1 décrive l'arc du méridien Mp_1, il faut une force tangentielle $r\frac{d^2\varphi}{dt^2}$ suivant MR, et une force centripète $-r\frac{d\varphi^2}{dt^2}$ suivant le rayon MR. Enfin, pour que le point m_2 décrive l'arc du parallèle $Mp_2 = r\cos\varphi\, d\psi$, il faut une force tangentielle $r\cos\frac{d^2\psi}{dt^2}$ et une force centripète $r\cos\varphi\,\frac{d\psi^2}{dt^2}$ dirigée suivant le rayon MC, laquelle donne une composante $-r\cos^2\varphi\,\frac{d\psi^2}{dt^2}$ suivant le rayon MR et une composante $r\sin\varphi\cos\varphi\,\frac{d\psi^2}{dt^2}$ suivant MR. Ainsi, pour les mouvements simultanés de ces trois points, il faudrait des forces accélératrices

$$\frac{d^2r}{dt^2} - r\frac{d\varphi^2}{dt^2} - r\cos^2\varphi\,\frac{d\psi^2}{dt^2} \qquad \text{suivant MR},$$

$$r\frac{d^2\varphi}{dt^2} + r\sin\varphi\cos\varphi\,\frac{d^2\psi}{dt^2} \qquad \text{suivant MR}_1,$$

$$r\cos\varphi\,\frac{d^2\psi}{dt^2} \qquad \text{suivant MR}_2.$$

Si on veut composer ces mouvements en tenant compte des vitesses en M, il faut de plus supposer que, tandis que chacun des points fictifs décrit l'élément correspondant, cet élément subit un double mouvement d'entraînement.

Tandis que le point m décrit Mp, cet élément dr subit un double mouvement d'entraînement, suivant Mp_1 avec la composante de vitesse dans cette direction du mobile M, et suivant Mp_2 avec une vitesse correspondante. Mais chacun de ces mouvements d'entraînement doit être influencé par la courbure de l'arc suivant lequel il a lieu et doit être accompagné d'une rotation. Il y aura donc : 1° dans le plan du méridien, une rotation d'un angle $d\varphi$, faisant décrire à l'extrémité p un chemin $dr\,d\varphi$, ce qui suppose une force $2\,\frac{dr}{dt}\cdot\frac{d\varphi}{dt}$ dans le sens MR_1 ; 2° dans le plan MOp_2, une rotation d'un angle MOp_2 ou $\cos\varphi\, d\psi$, faisant décrire à l'extrémité p un chemin $dr\cos\varphi\, d\psi$, ce qui suppose une force $2\cos\varphi\,\frac{dr\,d\psi}{dt^2}$ suivant MR_2.

De même le mouvement d'entraînement du point m_1 se composera : 1° d'un simple mouvement de translation suivant Mp sans rotation; 2° d'une translation suivant Mp_2 accompagnée d'une rotation dans un plan parallèle au plan tangent à la sphère, et d'une amplitude MC$'p_2$, c'est-à-dire $\sin\varphi\, d\psi$; elle fera décrire à l'extrémité p_1 un chemin $rd\varphi \sin\varphi\, d\psi$, ce qui suppose une accélération $-2r\sin\varphi \dfrac{d\varphi\, d\psi}{dt^2}$ suivant MR$_2$.

Le mouvement d'entraînement de m_2 ne se compose que de deux translations.

Donc, en résumé, pour que le point mobile passe de la position M à la position M$'$ dans le temps dt, il faut que les accélérations soient :

$$R = \frac{d^2r}{dt^2} - r\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 - r\cos\varphi\left(\frac{d\psi}{dt}\right)^2$$

$$R_1 = r\frac{d^2\varphi}{dt^2} + r\sin\varphi\cos\varphi\left(\frac{d\psi}{dt}\right)^2 + 2\frac{dr}{dt}\frac{d\varphi}{dt}.$$

$$R_2 = r\cos\varphi\frac{d\psi^2}{dt^2} + 2\cos\varphi\frac{dr}{dt}\frac{d\psi}{dt} - 2r\sin\varphi\frac{d\varphi}{dt}\frac{d\psi}{dt}$$

Il est à remarquer au sujet de ces formules que

$$R_2 = \frac{1}{r\cos\varphi}\frac{d}{dt}\cdot r^2\cos^2\varphi\frac{d\psi}{dt}.$$

Or $r^2\cos^2\varphi \dfrac{d\psi}{dt}$ est le double de la dérivée prise par rapport au temps de la projection sur le plan de l'équateur de l'aire engendrée par le rayon vecteur. En appelant A cette aire, on a donc $R_2 = \dfrac{2}{r\cos\varphi}\dfrac{d^2A}{dt^2}$. Par conséquent, si le mouvement était tel que R_2 fût nul à chaque instant, il s'ensuivrait $\dfrac{d^2A}{dt^2} = 0$;

c'est-à-dire que si la force était à chaque instant située dans le plan méridien, la projection de l'aire décrite sur l'équateur varierait proportionnellement au temps.

Remarquons encore que si R était nul, si la force motrice était constamment perpendiculaire au rayon vecteur, on aurait $\frac{d^2r}{dt^2} = r\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 + r\cos^2\varphi\left(\frac{d\psi}{dt}\right)^2$. Le mouvement suivant le rayon serait le même que si le point était sollicité par deux forces centrifuges provenant l'une de son mouvement de rotation dans le sens du méridien, l'autre de son mouvement de rotation dans le sens du parallèle.

II.

On voit que dans les deux systèmes particuliers de coordonnées qui viennent d'être examinés, on est arrivé à déterminer les accélérations du point mobile dans les directions des normales aux lignes ou aux surfaces dont les intersections déterminent à chaque instant sa position. Nous nous proposerons la même question pour un système quelconque de coordonnées curvilignes : nous admettons toutefois la restriction que l'on fait ordinairement, savoir que ce système de coordonnées se compose de séries de surfaces orthogonales, d'où résulte que la direction de la normale à l'une des surfaces est celle de l'intersection des deux autres. Nous nous proposerons maintenant de déterminer pour chaque position du point mobile les composantes d'accélération suivant les normales aux trois surfaces orthogonales passant par cette position et dont les paramètres la déterminent.

Afin d'obtenir des formules dont la généralité ne puisse donner lieu à aucun doute, nous emploierons d'abord le calcul pour y arriver, en nous réservant d'interpréter géométriquement ces formules au moyen des considération analogues à celles qui précèdent.

Supposons que la position du point dans l'espace soit déterminée par l'intersection des trois surfaces orthogonales à paramètres variables

$$\rho = f(x, y, z) \qquad \rho_1 = f_1(x, y, z) \qquad \rho_2 = f_2(x, y, z).$$

Cherchons d'abord les équations du mouvement rapporté ainsi à un système de coordonnées curvilignes; et ceci est un simple changement de variables. Les coordonnées $x\,y\,z$ sont des fonctions des trois paramètres ρ, ρ_1, ρ_2, fonctions déterminées par les trois équations des surfaces, et il faut obtenir les valeurs de $\frac{d^2x}{dt^2}$, $\frac{d^2y}{dt^2}$, $\frac{d^2z}{dt^2}$ en fonction de ces mêmes paramètres et de leurs dérivées par rapport au temps.

Adoptant une notation souvent employée nous désignerons, par la lettre u, l'une quelconque des coordonnées du point mobile.

Chaque coordonnée u étant fonction des $\rho\ \rho_1\ \rho_2$ on a d'abord

$$\frac{du}{dt} = \frac{du}{d\rho}\frac{d\rho}{dt} + \frac{du}{d\rho_1}\frac{d\rho_1}{dt} + \frac{du}{d\rho_2}\frac{d\rho_2}{dt}.$$

$$\frac{d^2u}{dt^2} = \left\{\begin{aligned} &+\frac{du}{d\rho}\frac{d^2\rho}{dt^2} + \frac{d\rho}{dt}\left(\frac{d^2u}{d\rho^2}\frac{d\rho}{dt} + \frac{d^2u}{d\rho\,d\rho_1}\frac{d\rho_1}{dt} + \frac{d^2u}{d\rho\,d\rho_2}\frac{d\rho_2}{dt}\right) \\ &+\frac{du}{d\rho_1}\frac{d^2\rho_1}{dt^2} + \frac{d\rho_1}{dt}\left(\frac{d^2u}{d\rho_1^2}\frac{d\rho_1}{dt} + \frac{d^2u}{d\rho_1 d\rho_2}\frac{d\rho_2}{dt} + \frac{d^2u}{d\rho_1\,d\rho}\frac{d\rho}{dt}\right) \\ &+\frac{du}{d\rho_2}\frac{d^2\rho_2}{dt^2} + \frac{d\rho_2}{dt}\left(\frac{d^2u}{d\rho_2^2}\frac{d\rho_2}{dt} + \frac{d^2u}{d\rho_2 d\rho}\frac{d\rho}{dt} + \frac{d^2u}{d\rho_2\,d\rho_1}\frac{d\rho_1}{dt}\right) \end{aligned}\right.$$

ou bien

$$\frac{d^2u}{dt^2} = \begin{cases} +\dfrac{du}{d\rho}\dfrac{d^2\rho}{dt^2} + \dfrac{d^2u}{d\rho^2}\left(\dfrac{d\rho}{dt}\right)^2 + 2\dfrac{d^2u}{d\rho\, d\rho_1}\dfrac{d\rho}{dt}\dfrac{d\rho_1}{dt} \\ +\dfrac{du}{d\rho_1}\dfrac{d^2\rho_1}{dt^2} + \dfrac{d^2u}{d\rho_1^{\,2}}\left(\dfrac{d\rho_1}{dt}\right)^2 + 2\dfrac{d^2u}{d\rho_1 d\rho_2}\dfrac{d\rho_1}{dt}\dfrac{d\rho_2}{dt} \\ +\dfrac{du}{d\rho_2}\dfrac{d^2\rho_2}{dt^2} + \dfrac{d^2u}{d\rho_2^{\,2}}\left(\dfrac{d\rho^2}{dt}\right)^2 + 2\dfrac{d^2u}{d\rho_2 d\rho}\dfrac{d\rho_2}{dt}\dfrac{d\rho}{dt} \end{cases}$$

En égalant ces valeurs aux fonctions qui expriment les forces et qui deviennent elles-mêmes des fonctions de $\rho\ \rho_1\ \rho_2$ on aurait les équations du mouvement en coordonnées curvilignes. Mais on peut faire disparaître de ces formules les secondes dérivées de u par rapport à $\rho\ \rho_1\ \rho_2$.

Rappelons d'abord quelques formules très-simples relatives aux coordonnées curvilignes.

En désignant par h_i le paramètre différentiel $\sqrt{\left(\dfrac{d\rho_i}{dx}\right)^2 + \left(\dfrac{d\rho_i}{dy}\right)^2 + \left(\dfrac{d\rho_i}{dz}\right)^2}$

on sait que $\dfrac{du}{d\rho_i} = \dfrac{1}{h_i^{\,2}}\dfrac{d\rho_i}{du}$.

De là résulte que, si F désigne une fonction quelconque de $\rho\ \rho_1\ \rho_2$,

$$S\frac{d.\,F}{du}\frac{d\rho_i}{du} = h_i^2.\frac{dF}{d\rho_i}.$$

Maintenant en différentiant par rapport à u l'une des équations $S\dfrac{d\rho}{du}\dfrac{d\rho_1}{du} = 0$, qui expriment que le système de surfaces considéré est orthogonal, on en tire, d'après la remarque précédente,

$$h^2 \frac{d\,\dfrac{d\rho_1}{du}}{d\rho} + h_1^2 \frac{d.\,\dfrac{d\rho}{du}}{d\rho_1} = 0$$

Enfin l'identité $\dfrac{d\,\dfrac{1}{h^2}\dfrac{d\rho}{du}}{d\rho_1} = \dfrac{d.\,\dfrac{1}{h_1^2}\dfrac{d\rho_1}{du}}{d\rho}$ donne, d'après la formule précédente, en effectuant les différentiations,

$$\frac{d.\,\dfrac{d\rho}{du}}{d\rho_1} = \frac{1}{h}\frac{dh}{d\rho_1}\frac{d\rho}{du} - \frac{h^2}{h_1^3}\frac{dh_1}{d\rho}\frac{d\rho_1}{du}$$

On a donc

$$\frac{d^2u}{d\rho\, d\rho_1} = \frac{d.\,\dfrac{1}{h^2}\dfrac{d\rho}{du}}{d\rho_1}$$

$$= -\frac{2}{h^3}\frac{dh}{d\rho_1}\frac{d\rho}{du} + \frac{1}{h^2}\frac{d.\,\dfrac{d\rho}{du}}{d\rho_1}$$

ou bien d'après la formule précédente

$$\frac{d^2u}{d\rho\, d\rho_1} = -\frac{1}{h^3}\frac{d\rho}{du}\frac{dh}{d\rho_1} - \frac{1}{h_1^3}\frac{d\rho_1}{du}\frac{dh_1}{d\rho}$$

$$= -\frac{1}{h}\frac{du}{d\rho}\frac{dh}{d\rho_1} - \frac{1}{h_1}\frac{du}{d\rho_1}\frac{dh_1}{d\rho}.$$

On obtiendra de même les deux quantités analogues

$$\frac{d^2u}{d\rho_1 d\rho_2}, \quad \frac{d^2u}{d\rho_2 d\rho}.$$

Maintenant si on différentie l'équation évidente

$$h^2\left(\frac{du}{d\rho}\right)^2 + h_1^2\left(\frac{du}{d\rho_1}\right)^2 + h_2^2\left(\frac{du}{d\rho_2}\right)^2\ 1$$

par rapport à ρ, et si on remplace par leurs valeurs les deux dérivées $\dfrac{d^2u}{d\rho_1\, d\rho}$ et $\dfrac{d^2u}{d\rho_2\, d\rho}$ on obtiendra

$$\frac{d^2u}{d\rho^2} = -\frac{1}{h}\frac{du}{d\rho}\frac{dh}{d\rho} + \frac{h_1{}^2}{h^3}\frac{du}{d\rho_1}\frac{dh}{d\rho_1} + \frac{h_2{}^2}{h^3}\frac{du}{d\rho_2}\frac{dh}{d\rho_2}$$

et on obtiendra de même les valeurs des deux autres dérivées analogues $\dfrac{d^2u}{d\rho_1{}^2}$, $\dfrac{d^2u}{d\rho_2{}^2}$.

Si on substitue les valeurs trouvées pour ces dérivées du deuxième ordre dans l'expression générale de $\dfrac{d^2u}{dt_2}$, elle devient

$$\frac{d^2u}{dt^2} = \left\{ \begin{aligned} &+\frac{du}{d\rho}\left[\frac{d^2\rho}{dt^2} - \frac{1}{h}\frac{dh}{d\rho}\left(\frac{d\rho}{dt}\right)^2 + \frac{h^2}{h_1{}^3}\frac{dh_1}{d\rho}\left(\frac{d\rho_1}{dt}\right)^2 + \frac{h^2}{h_2{}^3}\frac{dh_2}{d\rho}\left(\frac{d\rho_2}{dt}\right)^2\right. \\ &\qquad\qquad \left. - \frac{2}{h}\frac{dh}{d\rho_1}\frac{d\rho}{dt}\frac{d\rho_1}{dt} - \frac{2}{h}\frac{dh}{d\rho_2}\frac{d\rho}{dt}\frac{d\rho_2}{dt}\right] \\ &+\frac{du}{d\rho_1}\left[\frac{d^2\rho_1}{dt^2} - \frac{1}{h_1}\frac{dh_1}{d\rho_1}\left(\frac{d\rho_1}{dt}\right)^2 + \frac{h_1{}^2}{h^3_2}\frac{dh_2}{d\rho_1}\left(\frac{d\rho_2}{dt}\right)^2 + \frac{h_1{}^2}{h^3}\frac{dh}{d\rho_1}\left(\frac{d\rho}{dt}\right)^2\right. \\ &\qquad\qquad \left. - \frac{2}{h_1}\frac{dh_1}{d\rho_2}\frac{d\rho_1}{dt}\frac{d\rho_2}{dt} - \frac{2}{h_1}\frac{dh_1}{d\rho}\frac{d\rho_1}{dt}\frac{d\rho}{dt}\right] \\ &+\frac{du}{d\rho_2}\left[\frac{d^2\rho_2}{dt^2} - \frac{1}{h_2}\frac{dh_2}{d\rho_2}\left(\frac{d\rho_2}{dt}\right)^2 + \frac{h_2{}^2}{h^3}\frac{dh}{d\rho_2}\left(\frac{d\rho}{dt}\right)^2 + \frac{h_2{}^2}{h_1{}^3}\frac{dh_1}{d\rho_2}\left(\frac{d\rho_1}{dt}\right)^2\right. \\ &\qquad\qquad \left. - \frac{2}{h_2}\frac{dh_2}{d\rho}\frac{d\rho_2}{dt}\frac{d\rho}{dt} - \frac{2}{h_2}\frac{dh_2}{d\rho_1}\frac{d\rho_2}{dt}\frac{d\rho_1}{dt}\right] \end{aligned} \right.$$

En égalant les trois valeurs des $\dfrac{d^2x}{dt^2}$, $\dfrac{d^2y}{dt^2}$, $\dfrac{d^2z}{dt^2}$ aux fonctions exprimant les composantes de la force motrice, devenues des fonctions de $\rho\ \rho_1\ \rho_2$ par la substitution des valeurs de x, y, z, on obtiendra trois équations simultanées dont l'intégration ferait connaître le mouvement du point par la détermination des quantités $\rho\ \rho_1\ \rho_2$ en fonction du temps.

Ce sont là des formules générales qu'on pourrait appliquer toutes les fois qu'on se propose dans l'intégration d'un problème relatif au mouvement d'un point, de substituer aux coordonnées des fonctions de ces coordonnées, ce qui revient à employer un nouveau système de coordonnées.

Proposons-nous maintenant de chercher les valeurs des composantes de la force accélératrice suivant les directions des normales aux trois surfaces dont l'intersection détermine à chaque instant la position du point mobile. Désignons par R, R_1 R_2 ces composantes suivant les normales aux surfaces (ρ), (ρ_1) (ρ_2).

Évidemment
$$R = S\frac{d^2u}{dt^2}h.\frac{du}{d\rho}$$
$$R_1 = S\frac{d^2u}{dt^2}h_1\frac{du}{d\rho_1}$$
$$R_2 = S\frac{d^2u}{dt^2}h_2\frac{du}{d\rho_2}$$

Si on fait la substitution en remarquant que $h^2\, S\left(\frac{du}{d\rho}\right)^2 = 1$, on obtiendra

$$\left.\begin{aligned}
R &= \frac{1}{h}\frac{d^2\rho}{dt^2} - \frac{1}{h^2}\frac{dh}{d\rho}\left(\frac{d\rho}{dt}\right)^2 + \frac{h}{h_1^3}\frac{dh_1}{d\rho}\left(\frac{d\rho_1}{dt}\right)^2 + \frac{h}{h_2^3}\frac{dh_2}{d\rho}\left(\frac{d\rho_2}{dt}\right)^2 \\
&\quad - \frac{2}{h^2}\frac{dh}{d\rho_1}\frac{d\rho}{dt}\frac{d\rho_1}{dt} - \frac{2}{h^2}\frac{dh}{d\rho_2}\frac{d\rho}{dt}\frac{d\rho_2}{dt} \\
R_1 &= \frac{1}{h_1}\frac{d^2\rho_1}{dt^2} - \frac{1}{h_1^2}\frac{dh_1}{d\rho_1}\left(\frac{d\rho_1}{dt}\right)^2 + \frac{h_1}{h_2^3}\frac{dh_2}{d\rho_1}\left(\frac{d\rho_2}{dt}\right)^2 + \frac{h_1}{h^3}\frac{dh}{d\rho_1}\left(\frac{d\rho}{dt}\right)^2 \\
&\quad - \frac{2}{h_1^2}\frac{dh_1}{d\rho_2}\frac{d\rho_1}{dt}\frac{d\rho_2}{dt} - \frac{2}{h_1^2}\frac{dh_1}{d\rho}\frac{d\rho_1}{dt}\frac{d\rho}{dt} \\
R_2 &= \frac{1}{h_2}\frac{d^2\rho_2}{dt^2} - \frac{1}{h_2^2}\frac{dh_2}{d\rho_2}\left(\frac{d\rho_2}{dt}\right)^2 + \frac{h_2}{h^3}\frac{dh}{d\rho_2}\left(\frac{d\rho}{dt}\right)^2 + \frac{h_2}{h_1^3}\frac{dh_1}{d\rho_2}\left(\frac{d\rho_1}{dt}\right)^2 \\
&\quad - \frac{2}{h_2^2}\frac{dh_2}{d\rho}\frac{d\rho_2}{dt}\frac{d\rho}{dt} - \frac{2}{h_2^2}\frac{dh_2}{d\rho_1}\frac{d\rho_2}{dt}\frac{d\rho_1}{dt}
\end{aligned}\right\} \quad (A)$$

En égalant ces expressions à celles des composantes de la force motrice suivant les mêmes directions,

$$\frac{1}{h}\frac{d\rho}{dx}X+\frac{1}{h}\frac{d\rho}{dy}Y+\frac{1}{h}\frac{d\rho}{dz}Z,$$

$$\frac{1}{h_1}\frac{d\rho_1}{dx}X+\frac{1}{h_1}\frac{d\rho_1}{dy}Y+\frac{1}{h_1}\frac{d\rho_1}{dz}Z,$$

$$\frac{1}{h_2}\frac{d\rho_2}{dx}X+\frac{1}{h_2}\frac{d\rho_2}{dy}Y+\frac{1}{h_2}\frac{d\rho_2}{dz}Z,$$

on obtiendra encore trois équations différentielles, dont l'intégration fera connaître le mouvement du point mobile.

Au moyen des formules générales de Lagrange, on peut obtenir les équations du mouvement d'un système quelconque dont la position est déterminée par des variables indépendantes. Evidemment, dans le cas qui nous occupe, il y a seulement trois variables $\rho\ \rho_1\ \rho_2$ et les équations fournies par les formules de Lagrange doivent concorder nécessairement avec celles que nous trouvons. — Effectivement on peut s'assurer que les formules de Lagrange fournissent les équations du mouvement, et précisément sous la forme que nous venons d'indiquer en dernier lieu. On obtient aussi par là une interprétation géométrique remarquable de ces formules au moins pour le cas où elles sont appliquées au mouvement d'un point [1].

---

1 Les formules générales donnent pour le mouvement d'un point rapporté à trois coordonnees curvilignes $\rho\ \rho_1\ \rho_2$ les trois équations

$$\frac{d\frac{dT}{d\rho'}}{dt}-\frac{dT}{d\rho}=\frac{dU}{d\rho},\qquad \frac{d\frac{dT}{d\rho'_1}}{dt}-\frac{dT}{d\rho_1}=\frac{dU}{d\rho_1},\qquad \frac{d\frac{dT}{d\rho'_2}}{dt}-\frac{dT}{d\rho_2}=\frac{dU}{d\rho_2}$$

Rappelons maintenant les formules qui donnent les valeurs des rayons de courbure des trois surfaces

Pour les surfaces (ρ) $\quad \gamma_1 = \frac{h}{h_1}\frac{dh_1}{d\rho} \qquad c_2 = \frac{h}{h_2}\frac{dh_2}{d\rho}$

Pour les surfaces (ρ_1) $\quad \gamma_2 = \frac{h_1}{h_2}\frac{dh_2}{d\rho_1} \qquad c = \frac{h_1}{h}\frac{dh}{d\rho_1}$

Pour les surfaces (ρ_2) $\quad \gamma = \frac{h^2}{h}\frac{dh}{d\rho_2} \qquad c_1 = \frac{h_2}{h_1}\frac{dh_1}{d\rho_2}$

---

en désignant par T l'expression de la force vive et par U une fonction dont $(X\,dx + Y dy + Z\,dz)$ est la différentielle totale. Ce sont précisément lés équations fournies par les formules (A).

En effet, désignons par v v_1 v_2 les composantes de la vitesse du point mobile suivant les directions des trois normales aux surfaces (ρ), (ρ_1), (ρ_2). La longueur de la normale comprise entre la surface (ρ) et la surface $(\rho + d\rho)$ est $ds = \frac{d\rho}{h}$ et la composante de vitesse est $\frac{ds}{dt}$ ou $v = \frac{1}{h}\frac{d\rho}{dt}$.

De même $v_1 = \frac{1}{h_1}\frac{d\rho_1}{dt}$ et $v_2 = \frac{1}{h_2}\frac{d\rho_2}{dt}$.

Alors, comme nous supposons que la masse du point matériel est l'unité,

$$2\,T = \frac{1}{h^2}\left(\frac{d\rho}{dt}\right)^2 + \frac{1}{h_1{}^2}\left(\frac{d\rho_1}{dt}\right)^2 + \frac{1}{h^2{}_2}\left(\frac{d\rho_2}{dt}\right)^2$$

Par conséquent $$\frac{dT}{d\rho'} = \frac{1}{h^2}\frac{d\rho}{dt}$$

et $$\frac{dT}{d\rho} = -\frac{1}{h^3}\frac{dh}{d\rho}\left(\frac{d\rho}{dt}\right)^2 - \frac{1}{h_1{}^3}\frac{dh_1}{d\rho}\left(\frac{d\rho_1}{dt}\right)^2 - \frac{1}{h_2{}^3}\frac{dh_2}{d\rho}\left(\frac{d\rho_2}{dt}\right)^2$$

De plus $$\frac{dU}{d\rho} = \frac{dU}{dx}\frac{dx}{d\rho} + \frac{dU}{dy}\frac{dy}{d\rho} + \frac{dU}{dz}\frac{dz}{d\rho}$$

ou $$\frac{dU}{d\rho} = X\frac{dx}{d\rho} + Y\frac{dy}{d\rho} + Z\frac{dz}{d\rho}.$$

D'après cela les formules (A) peuvent être écrites

$$
\left.\begin{aligned}
R &= h\,\frac{d\,\frac{1}{h^2}\frac{d\rho}{dt}}{dt} + \frac{dh}{d\rho}v^2 + \frac{v_1^2}{\gamma_1} + \frac{v_2^2}{c_2}\\
R_1 &= h_1\,\frac{d\,\frac{1}{h_1^2}\frac{d\rho_1}{dt}}{dt} + \frac{dh_1}{d\rho_1}v_1^2 + \frac{v_2^2}{\gamma_2} + \frac{v^2}{c}\\
R_2 &= h_2\,\frac{d\,\frac{1}{h_2^2}\frac{d\rho_2}{dt}}{dt} + \frac{dh_2}{d\rho_2}v_2^2 + \frac{v^2}{\gamma_2} + \frac{v_1^2}{c_1}
\end{aligned}\right\}\quad (B)
$$

Mais nous savons que $\frac{du}{d\rho} = \frac{1}{h^2}\frac{d\rho}{du}$.

Donc $\frac{dU}{d\rho} = \frac{1}{h}\left(X\frac{1}{h}\frac{d\rho}{dx} + Y\frac{1}{h}\frac{d\rho}{dy} + Z\frac{1}{h}\frac{d\rho}{dz}\right)$

La première des équations fournies par les formules générales est donc

$$
\frac{d\,\frac{1}{h^2}\frac{d\rho}{dt}}{dt} + \frac{1}{h^3}\left(\frac{d\rho}{dt}\right)^2 + \frac{1}{h_1^3}\frac{dh_1}{d\rho}\left(\frac{h\rho_1}{dt}\right)^2 + \frac{1}{h_2^3}\frac{dh_2}{d\rho}\left(\frac{d\rho_2}{dt}\right)^2
= \frac{1}{h}\left(X\frac{1}{h}\frac{d\rho}{dx} + Y\frac{1}{h}\frac{d\rho}{dy} + Z\frac{1}{h}\frac{d\rho}{dz}\right)
$$

C'est aussi la première des équations que nous fournissent les formules (A), comme nous le montre une transformation très-simple.

Si on groupe ensemble le premier et les deux derniers termes de la valeur de R, il est facile de voir qu'on peut les écrire

$$
h\frac{d\,\frac{1}{h_2}\frac{d\rho}{dt}}{dt} + \frac{2}{h^2}\frac{dh}{d\rho}\left(\frac{d\rho}{dt}\right)^2
$$

Alors l'une des équations du mouvement est

$$
h\frac{d\,\frac{1}{h^2}\frac{d\rho}{dt}}{dt} + \frac{1}{h^2}\frac{dh}{d\rho}\left(\frac{d\rho}{dt}\right)^2 + \frac{h}{h_1^3}\frac{dh_1}{d\rho}\left(\frac{d\rho_1}{dt}\right)^2 + \frac{d}{h_2^3}\frac{dh_2}{d\rho}\left(\frac{d\rho_2}{dt}\right)^2
= X\frac{1}{h}\frac{d\rho}{dx} + Y\frac{1}{h}\frac{d\rho}{dy} + Z\frac{1}{h}\frac{d\rho}{dz}
$$

c'est-à-dire l'équation précédente.

L'une des propriétés principales des paramètres différentiels d'une série de surfaces (ρ) est exprimée par l'équation.

$$\frac{\Delta_2\rho}{h} + \frac{dh}{d\rho} = \frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{c_2}$$

où $\Delta_2\rho$ exprime le paramètre différentiel du deuxième ordre, c'est-à dire

$$\frac{d^2\rho}{dx^2} + \frac{d^2\rho}{dy^2} + \frac{d^2\rho}{dz^2}.$$

Si on tire de là la valeur de $\frac{dh}{d\rho}$ et si on la reporte dans les formules (B), on aura une nouvelle forme, qui est peut être susceptible d'une utile application dans la physique mathématique, où, comme on sait, les paramètres différentiels du deuxième ordre jouent un rôle très-important. On obtient

$$R = h \frac{d \frac{1}{h^2} \frac{d\rho}{dt}}{dt} - \left(\frac{\Delta^2\rho}{h} - \frac{1}{\gamma} - \frac{1}{c_2}\right) v^2 + \frac{v_1{}^2}{\gamma_1} + \frac{v_2{}^2}{c_2}$$

$$R_1 = h_1 \frac{d \frac{1}{h_1{}^2} \frac{d\rho_1}{dt}}{dt} - \left(\frac{\Delta_2\rho_1}{h_1} - \frac{1}{\gamma_2} - \frac{1}{c}\right) v_1{}^2 + \frac{v_2{}^2}{\gamma_2} + \frac{v_2}{c}$$

$$R_2 = h_2 \frac{d \frac{1}{h_2{}^2} \frac{d\rho_2}{dt}}{dt} - \left(\frac{\Delta_2\rho_2}{h_2} - \frac{1}{\gamma} - \frac{1}{c_1}\right) v_2{}^2 + \frac{v^2}{\gamma} + \frac{v_1{}^2}{c^1}.$$

Venons enfin à l'objet que nous avons principalement en vue, à la forme géométrique des formules (A), forme remarquable sous laquelle elles sont susceptibles d'être interprétées et même démontrées directement.

Considérons la valeur de R ; les deux premiers termes $\frac{1}{h} \frac{d^2\rho}{dt^2} - \frac{1}{h^2} \frac{dh}{d\rho} \left(\frac{d\rho}{dt}\right)^2$ peuvent être regardés comme la dérivée par rapport à t de $\frac{1}{h}\frac{d\rho}{dt}$ c'est-à-dire de v, à condition qu'on aura regardé, dans la différentiation, ρ_1 et ρ_2 comme des constantes, c'est-à-dire qu'on aura considéré les variations de v le long de la normale à la surface (ρ). Les deux premiers termes de R ont donc pour valeur $\frac{dv}{dt}$ ou $\frac{d^2s}{dt^2}$, la force accélératrice d'un point matériel qui, se mouvant sur la normale à la surface (ρ), atteindrait la surface $(\rho + d\rho)$ en même temps que le point mobile dont nous considérons le mouvement.

Les autres termes de R s'expriment directement au moyen des vitesses et des rayons de courbure dont nous avons donné plus haut les valeurs. Et on obtient :

$$\begin{aligned}
R &= \frac{d^2s}{dt^2} + \frac{v_1^2}{\gamma_1} + \frac{v_2^2}{c_2} - 2\,\frac{vv_1}{c} - 2\,\frac{vv_2}{\gamma} \\
R_1 &= \frac{d^2s_1}{dt^2} + \frac{v_2^2}{\gamma_2} + \frac{v^2}{c} - 2\,\frac{v_1v_2}{c_1} - 2\,\frac{v_1v}{\gamma_1} \qquad \text{(C)} \\
R_2 &= \frac{d^2s_2}{dt^2} + \frac{v^2}{\gamma} + \frac{v_1^2}{c_1} - 2\,\frac{v_2v}{c_2} - 2\,\frac{v_2v_1}{\gamma_2},
\end{aligned}$$

formules remarquables par leur symétrie et par l'interprétation dont paraissent susceptibles à première vue tous les termes.

Il faut faire à leur sujet une observation qui est indispensable à leur application. C'est que chaque terme, quoique ayant un signe déterminé, peut et doit être pris selon les circonstances tantôt avec un signe et tantôt avec un autre.

Cela tient à ce que nous sommes obligés de convenir du sens dans lequel doit être comptée positivement chacune des forces R, R_1, R_2, c'est-à-dire de distinguer l'une de l'autre les deux directions de la normale. Convenons d'appeler direction positive de la normale en un point de la surface, la direction correspondant à une variation positive du paramètre. Et nous regarderons chaque force comme positive dans le sens de la normale positive.

Cette convention nous oblige à regarder chacun des rayons de courbure $c\, c_1\, c_2\, \gamma\, \gamma_1\, \gamma_2$ comme ayant un signe déterminé par la direction dans laquelle il doit être porté sur la normale, positif dans le sens de la normale positive, négatif dans le sens opposé. Cela résulte du calcul même qui fournit la valeur de chaque rayon de courbure. Ce calcul se fonde sur l'égalité évidente $u' = u + r \frac{1}{h} \frac{d\rho}{uu}$ dans laquelle u' désigne une des coordonnées du centre de courbure et r le rayon. Si dans cette égalité on attribue un signe déterminé au cosinus $\frac{1}{h} \frac{d\rho}{du}$, on est obligé par là même d'en attribuer un correspondant à r.

Ainsi chacun des termes des formules ci-dessus qui renferment un rayon de courbure devra être pris avec son signe ou avec un signe opposé suivant que ce rayon de courbure sera porté dans le sens de la normale positive ou dans le sens opposé.

Il est facile maintenant d'obtenir au moyen de ces formules générales celles qui sont relatives à un système quelconque de surfaces orthogonales, et de retrouver en particulier les formules obtenues, pour les coordonnées polaires et sphériques, par les considérations directes rapportées au commencement de ce travail.

Remarquons d'abord qu'un système de surfaces orthogonales est en général complètement déterminé par la connaissance d'une seule des trois séries de surfaces qui le composent, puisque les deux autres séries de surfaces doivent être les lieux géométriques des deux systèmes de lignes de courbure de la première série. Considérons maintenant quelques systèmes particuliers pour lesquels les formules générales se simplifient assez notablement.

La série (ρ) *se compose de surfaces de révolution.* — Alors la série (ρ_1) se composera également de surfaces de révolution dont les méridiens seront les trajectoires orthogonales de ceux des surfaces (ρ). Et la série (ρ_2) se composera de plans passant par l'axe. Par conséquent les rayons de courbure γ et c_1 seront infinis. De plus l'arc s_2 est un arc de cercle; c'est le parallèle; par conséquent si on appelle ψ l'angle du plan méridien variable avec un plan méridien fixe et p le rayon du parallèle $s_2 = p\,\psi$; $\frac{ds_2}{dt}$ ou $v_2 = p\,\frac{d\psi}{dt}$; $\frac{d^2 s_2}{dt^2} = p\,\frac{d^2\psi}{dt^2}$; et les formules générales deviennent

$$R = \frac{d^2 s}{dt^2} + \frac{v_1^2}{\gamma_1} + \frac{p^2\left(\frac{d\psi}{dt}\right)^2}{c_2} - 2\,\frac{vv_1}{c}$$

$$R_1 = \frac{d^2 s_1}{dt^2} + \frac{p^2}{\gamma_2}\left(\frac{d\psi}{dt}\right)^2 + \frac{v^2}{c} - 2\,\frac{vv_1}{\gamma_1}$$

$$R_2 = \left[\frac{d^2\psi}{dt^2} - 2\left(\frac{v_1}{\gamma_2} - \frac{v}{c_2}\right)\frac{d\psi}{dt}\right]p$$

Et de plus, d'après un théorème connu, on a $\frac{1}{p^2} = \frac{1}{\gamma_2^2} + \frac{1}{c_2^2}$ comme du reste il est facile de le voir immédiatement en faisant la figure; p est la hauteur d'un triangle rectangle dont γ_2 et c_2 sont les côtés de l'angle droit.

La série (ρ) *se compose de sphères concentriques.* — Supposons maintenant que les surfaces (ρ) soient des sphères concentriques dont nous appellerons r le rayon.

Comme la sphère n'a pas de lignes de courbure, les deux autres séries de surfaces ne sont pas complètement déterminées. Elles se composent seulement de cônes ayant pour sommet le centre des sphères et se coupant orthogonalement. — Si on prend le rayon r pour le paramètre ρ, on voit alors que $\gamma_1 = c_2 = -r$

puisque chaque surface (ρ) est sphérique ; que $\frac{1}{c} = 0$ et $\frac{1}{\gamma} = 0$ puisque l'axe s est une ligne droite ; de plus $s = r$; $\frac{ds}{dt}$ ou $v = \frac{dr}{dt}$; $\frac{d^2 s}{dt^2} = \frac{d^2 r}{dt^2}$. Et les formules deviennent pour ce cas

$$R = \frac{d^2 r}{dt^2} - \frac{v_1^2}{r} - \frac{v_2^2}{r}$$

$$R_1 = \frac{d^2 s_1}{dt^2} + \frac{v^2_2}{\gamma_2} + 2\,\frac{v_1}{r}\,\frac{dr}{dt} - 2\,\frac{v_1 v_2}{c_1}$$

$$R_2 = \frac{d^2 s_2}{dt^2} + \frac{v_1^2}{c_1} + 2\,\frac{v_2}{r}\,\frac{dr}{dt} - 2\,\frac{v_1 v_2}{\gamma_2}.$$

Si, pour rentrer dans un cas particulier précédemment examiné, on suppose maintenant que la série des cônes (ρ_1) se com pose de cônes circulaires droits, la série (ρ_2) se composera de plans, et on obtiendra le système de coordonnées sphériques. En désignant encore par ψ l'angle du plan méridien avec un plan fixe et par φ l'angle de la génératrice du cône avec un plan perpendiculaire à l'axe, on aura

$$s_1 = r\varphi \qquad \frac{ds_1}{dt} = r\,\frac{d\varphi}{dt} \qquad \frac{d^2 s_1}{dt^2} = r\,\frac{d^2\varphi}{dt^2}$$

$$s_2 = r\cos\varphi.\psi \quad \frac{ds_2}{dt^2} = r\cos\varphi.\,\frac{d\psi}{dt} \quad \frac{d^2 s_2}{dt^2} = r\,\cos\varphi\,\frac{d^2\psi}{dt^2}$$

Quant aux rayons de courbure, $\frac{1}{c_1} = 0$ puisque la surface (ρ_2) est plane, et $\gamma = + r\,\frac{\cos\varphi}{\sin\varphi}$

En faisant la substitution on trouvera

$$R = \frac{d^2 r}{dt^2} - r \frac{d\varphi^2}{dt^2} - r \cos^2\varphi \left(\frac{d\psi}{dt}\right)^2$$

$$R_1 = r \frac{d^2\varphi}{dt^2} + r \sin\varphi \cos\varphi \left(\frac{d\psi}{dt}\right)^2 + 2 \frac{d\varphi}{dt} \frac{dr}{dt}$$

$$R^2 = r \cos\varphi \frac{d^2\psi}{dt^2} + 2 \cos\varphi \frac{dr}{dt} \frac{d\psi}{dt} - 2 r \sin\varphi \frac{d\varphi}{dt} \frac{d\psi}{dt}$$

Ce sont précisément les valeurs que les considérations géométriques avaient fait trouver précédemment.

Les surfaces (ρ) *se composent de plans parallèles.*

Dans ce cas les deux autres séries de surfaces se composent de cylindres, dont les génératrices sont perpendiculaires aux plans (ρ), et qui se coupent orthogonalement. Alors $\frac{1}{\gamma_1} = 0$, $\frac{1}{c_2} = 0$ parce que la surface (ρ) est plane, et $\frac{1}{c} = 0$ $\frac{1}{\gamma} = 0$ parceque la ligne s est une ligne droite. Les formules deviennent donc en désignant par s la distance du plan considéré à un plan fixe

$$R = \frac{d^2 s}{dt^2}$$

$$R_1 = \frac{d^2 s_1}{dt^2} + \frac{v_2^2}{\gamma_2} - 2 \frac{v_1 v_2}{c_1}$$

$$R_2 = \frac{d^2 s_2}{dt^2} + \frac{v_1^2}{c_1} - 2 \frac{v_1 v_2}{\gamma_2}$$

On voit que le mouvement dans le sens perpendiculaire au plan fixe n'influe en rien sur le mouvement de la projection du point mobile sur ce plan, ce qui était évident à priori. D'ailleurs les rayons de courbure γ_2 et c_1 qui subsistent dans les formules sont les rayons de courbures des sections droites des cylindres par ce plan fixe : on voit donc que les valeurs des R_1 et de R_2 sont celles qui conviennent pour le mouvement d'un point dans un plan, lorsqu'on détermine sa position au moyen d'un système de coordonnées curvilignes, composé de deux séries de lignes orthogonales (ρ_1) et (ρ_2)

$$R_1 = \frac{d^2 s}{dt^2} + \frac{v_1{}^2}{\gamma_2} - 2\,\frac{v_1 v_2}{c_1}$$

$$R_2 = \frac{d^2 s_2}{dt^2} + \frac{v_1{}^2}{c_1} - 2\,\frac{v_1 v_2}{\gamma_2},$$

ou bien, si on veut prendre les formules sous leur première forme,

$$R_1 = \frac{1}{h_1}\frac{d^2\rho_1}{dt^2} - \frac{1}{h_1{}^2}\frac{dh_1}{d\rho_1}\left(\frac{d\rho_1}{dt}\right)^2 + \frac{h_1}{h_2{}^3}\frac{dh_2}{d\rho_1}\left(\frac{d\rho_2}{dt}\right)^2 - \frac{2}{h_1{}^2}\frac{dh_1}{d\rho_2}\frac{d\rho_1}{dt}\frac{d\rho_2}{dt}$$

$$R_2 = \frac{1}{h_2}\frac{d^2\rho_2}{dt^2} - \frac{1}{h_2{}^2}\frac{dh_2}{d\rho_2}\left(\frac{d\rho_2}{dt}\right)^2 + \frac{h_2}{h_1{}^3}\frac{dh_1}{d\rho_2}\left(\frac{d\rho_1}{dt}\right)^2 - \frac{2}{h_2{}^2}\frac{dh_2}{d\rho_1}\frac{d\rho_1}{dt}\frac{d\rho_2}{dt}.$$

Si, par exemple, on veut considérer les coordonnées polaires, la série (ρ_1) se composera de cercles concentriques, et la série (ρ_2) de lignes droites. Si on désigne par r le rayon variable, et par θ l'angle de ce rayon avec une droite fixe, et si on prend $\rho_1 = r$ et $\rho_2 = \theta$, on a $c_1 = \infty$, $\gamma_2 = -r$, $s_1 = r$, $s_2 = r\,\theta$ et en faisant la substitution il vient

$$R_1 = \frac{d^2 r}{dt^2} - r\,\frac{d\theta^2}{dt^2}$$

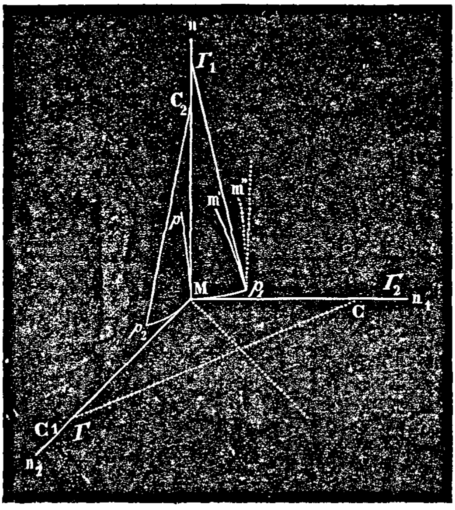
$$R_2 = r\,\frac{d^2\theta}{dt^2} + 2\,r\,\frac{dr}{dt}\,\frac{d\theta}{dt}$$

Ce sont les formules indiquées précédemment.

III.

Proposons-nous maintenant d'interpréter géométriquement les formules générales (C), de manière à obtenir un moyen de les trouver directement par des considérations analogues à celles qui ont fourni les formules particulières relatives aux coordonnées polaires ou sphériques.

Soit M une position du point mobile à l'époque t. Soient Mn, Mn_1, Mn_2 les trois normales aux trois surfaces orthogonales qui se coupent en M ; soient Mp, Mp_1, Mp_2 les portions de lignes d'intersection comprises entre ces trois surfaces et celles qui déterminent la position M' du point M à l'époque $(t + dt)$; position qui occupe le sommet opposé au sommet M d'une sorte de parallélipipède à arètes curvilignes.



Nous désignerons ces arcs infiniment petits par ds, ds_1, ds_2. Soient Γ_1, C_2, les centres de courbure de la surface (ρ); Γ_2, C ceux de la surface (ρ_1); Γ_1, C_2 ceux de la surface (ρ_2). Ces centres sont supposés sur les directions positives des normales.

Considérons trois points m, m_1, m_2, parcourant ces trois arcs Mp, Mp_1, Mp_2, avec des mouvements tels que, ayant en M pour vitesses les trois composantes de la vitesse du point mobile M, ils atteignenten même temps que lui les trois surfaces qui déterminent la position M′.

Pour le mouvement du point m il faut une force tangentielle dirigée suivant Mp, nous la désignerons par $\frac{d^2s}{dt^2}$. Il faut de plus une force centripète, $\frac{1}{r}\left(\frac{ds}{dt}\right)^2$ ou $\frac{v^2}{r}$ dirigée suivant le rayon de courbure r de la courbe Mp, c'est-à-dire dans le plan n_1Mn_2.

Or on sait que la courbure de l'intersection de deux surfaces est représentée en grandeur et en direction par la diagonale du parallélogramme construit sur la courbure des deux intersections faites en coupant chaque surface par le plan tangent à l'autre. Si nous appliquons ce théorème aux deux surfaces (ρ_1) et (ρ_2) dont l'intersection est l'axe s, comme elles sont orthogonales, nous en conclurons la relation

$$\frac{1}{r^2} = \frac{1}{\gamma^2} + \frac{1}{c^2}.$$

C'est précisément la relation qui existe entre la hauteur d'un triangle rectangle et les deux côtés de l'angle droit. Par conséquent pour avoir le rayon de courbure r de l'intersection s il suffit de joindre les deux centres de courbure Γ et C et d'abaisser du point M une perpendiculaire sur la droite Γ C.

De là résulte que $\cos(r,c) = \frac{r}{c}$ et $\cos(r,\gamma) = \frac{r}{\gamma}$: par suite, si on cherche les composantes de la force $\frac{v^2}{r}$ suivant les directions Mn_1 et Mn_2, ces composantes seront $\frac{v^2}{r}\frac{r}{c}$ ou $\frac{v^2}{c}$

et $$\frac{v^2}{r}\frac{r}{\gamma} \text{ ou } \frac{v^2}{\gamma}.$$

Ainsi pour le mouvement du point m il faudra

$$\text{suivant M}n \quad \text{une force} \quad \frac{d^2s}{dt^2}$$

$$\text{suivant M}n_1 \quad \text{une force} \quad \frac{v^2}{c}$$

$$\text{suivant M}n_2 \quad \text{une force} \quad \frac{v^2}{\gamma}.$$

Et si l'on considère les trois mouvements simultanés de m, m_1. m_2, il faudra

$$\text{suivant M}n \quad \text{une force} \quad \frac{d^2s}{dt^2} + \frac{v_1^2}{\gamma_1} + \frac{v_1^2}{c^2}$$

$$\text{suivant M}n_1 \quad \text{une force} \quad \frac{d^2s_1}{dt^2} + \frac{v_2^2}{\gamma_2} + \frac{v^2}{c}$$

$$\text{suivant M}n, \quad \text{une force} \quad \frac{d^2s_2}{dt^2} + \frac{v^2}{\gamma} + \frac{v_1^2}{c_1}$$

Maintenant il faut remarquer que chacun des mouvements sur un des axes est influencé par la courbure des deux autres et c'est ce qui fait que les valeurs de R, R_1, R_2 trouvées plus haut ne se bornent pas aux termes que nous venons de trouver.

Pour obtenir le mouvement réel du point m et tenir compte des vitesses acquises, il faut supposer que, pendant que ce point m parcourt l'arc ds, cet arc subit un double mouvement d'entraînement, l'un suivant ds_1, l'autre suivant ds_2. Mais chacun de ces mouvements d'entraînement ne peut pas être un simple mouvement de translation : car si nous considérons par exemple, le mouvement suivant ds_1 ; lorsque l'extrémité M de l'arc Mp sera venu en p_1, il faudra que la tangente en M soit devenue p_1 r$_1$. Par conséquent le mouvement de cet arc ds doit se composer d'une translation de vitesse v, suivant ds_1 et d'une rotation autour d'une parallèle à Mn_2 menée par l'extrémité de ds. Cette rotation fait que le point m après avoir parcouru l'arc ds, au lieu d'arriver en m'', viendra en m', et la distance $m'\, m''$ est du second ordre. Pour produire ce déplacement du point m de m' en m'' pendant le temps dt, il faut l'action d'une force agissant suivant la droite Mn_1 et dont la mesure est

$$2\frac{m'm''}{dt^2}, \quad \text{ou} \quad \frac{2}{dt^2}\, ds\, \frac{ds_1}{\gamma}, \text{ c'est-à-dire } 2\,\frac{vv_1}{\gamma_1}\,:$$

comme d'ailleurs on voit que le déplacement a lieu en sens contraire de la direction positive sur la normale Mn_1, cette force devra être introduite avec un signe négatif dans l'expression de R$_1$, qui contiendra ainsi un nouveau terme $-2\frac{vv_1}{\gamma_1}$. La rotation accompagnant le mouvement d'entraînement suivant ds_2 introduira de même dans l'expression de R$_2$ un terme $-2\frac{vv_2}{c_2}$.

En analysant de la même manière les mouvements d'entraînement des arcs ds_1 et ds_2 on sera successivement conduit à introduire dans les expressions de R, de R$_1$, de R$_2$ de nouveaux termes analogues, et on obtiendra enfin les expressions complètes des accélérations cherchées :

$$R = \frac{d^2 s}{dt^2} + \frac{v_1^{\,2}}{\gamma_1} + \frac{v_2^{\,2}}{c_2} - 2\,\frac{vv_1}{c} - 2\,\frac{vv_2}{\gamma}$$

$$R_1 = \frac{d^2 s_1}{dt^2} + \frac{v_2^{\,2}}{\gamma_2} + \frac{v^2}{c} - 2\,\frac{v_1 v_2}{c_1} - 2\,\frac{vv_1}{\gamma_1}$$

$$R_2 = \frac{d^2 s_2}{dt^2} + \frac{v^2}{\gamma} + \frac{v_1^{\,2}}{c_1} - 2\,\frac{v_2 v}{c_2} - 2\,\frac{v_1 v_2}{\gamma_2}$$

Ce sont les expressions (C).

Il est facile de voir que, ici encore, nous sommes conduits à faire cette convention que les rayons de courbure seront regardés comme positifs ou négatifs selon qu'ils seront dirigés dans le sens de la normale positive ou en sens contraire. Car si l'une des courbures venait à changer de sens, tous les termes contenant le rayon correspondant devraient changer de signes. Si par exemple la courbure dont le rayon est c venait à changer de sens, la composante $\frac{v^2}{c}$ de la force centripète $\frac{v^2}{r}$ devrait être prise dans l'expression de R_1 avec un signe négatif; car le rayon r est toujours situé dans l'angle formé par les deux rayons c et γ. De plus, en analysant le mouvement du point m_1, on trouverait que le mouvement d'entraînement suivant Mp serait accompagné d'une rotation déplaçant le point m_1 dans le sens positif de la direction Mp, en sorte que l'accélération $2\frac{vv_1}{c}$ qu'il faudrait adjoindre à la force R devrait être positive. Ainsi chaque terme contenant un rayon de courbure change de signe lorsque ce rayon change de sens, ce qui amène nécessairement la convention ci-dessus.

On voit, comme nous le disions plus haut, que les considérations géométriques qui précèdent peuvent être regardées comme une démonstration directe des formules (C) et par suite comme un moyen d'arriver aux formules analytiques (A); cela paraîtrait même d'autant plus naturel que c'est par des procédés semblables qu'on est arrivé d'abord à des formules de ce genre. Cependant il est préférable de les regarder plutôt comme une interprétation géométrique du calcul par lesquels nous y sommes arrivés; elles ne présentent pas une démonstration suffisamment complète des formules générales. Elles nous ont bien conduit à retrouver avec la même disposition de signes les formules obtenues précédemment Mais c'est en supposant que d'une part les rayons de courbure étaient tous dirigés dans le sens où nous considérons les composantes de forces comme positives; et que d'autre part le déplacement du point matériel se projetait dans ce même sens sur chaque normale. Il serait donc par conséquent nécessaire de faire voir que les résultats obtenus sont encore exacts pour toute autre disposition de la figure.

Le caractère particulier, et le plus grand avantage des considérations géométriques consiste dans l'examen et la connaissance intime qu'elles exigent des circonstances spéciales que présente la question envisagée ; et il semble qu'en raison même de ce caractère de la méthode géométrique elle répugne à la démonstration des formules d'une grande généralité, qu'on ne parvient à lui faire embrasser qu'à condition d'y introduire les conventions de l'analyse.

Il y a, au sujet des applications que l'on peut faire des formules (C), une observation importante à faire, sans laquelle on courrait risque de tomber dans des erreurs graves.

Il est essentiel de remarquer que les accélérations tangentielles $\frac{d^2s}{dt^2}, \frac{d^2s_1}{dt^2}, \frac{d^2s_2}{dt^2}$ qu'elles renferment, sont des quantités dont l'introduction dans les formules a été tout-à-fait artificielle : elles n'ont aucun rapport avec le mouvement du point matériel lui-même. Par exemple la quantité $\frac{d^2s}{dt^2}$ ne doit pas être confondue avec $\frac{dv}{dt}$ la dérivée par rapport au temps de la composante de vitesse v normale dans chaque position du mobile à la surface (ρ) correspondante ; la quantité $\frac{d^2s}{dt^2}$ est l'expression incomplète de cette dérivée : car la valeur de v, c'est-à-dire $\frac{1}{h}\frac{d\rho}{dt}$ est une fonction des trois paramètres ρ, ρ_1, ρ_2. Sa dérivée serait donc

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{h}\frac{d^2\rho}{dt_2} - \frac{1}{h^2}\frac{d\rho}{dt}\left[\frac{dh}{d\rho}\frac{d\rho}{dt} + \frac{dh}{d\rho_1}\frac{d\rho_1}{dt} + \frac{dh}{d\rho_2}\frac{d\rho_2}{dt}\right]$$

tandis que l'on a pris seulement

$$\frac{d^2s}{dt^2} = \frac{1}{h}\frac{d^2\rho}{dt^2} - \frac{1}{h^2}\frac{dh}{d\rho}\left(\frac{d\rho}{dt}\right)^2$$

en ne faisant varier que ρ. Aussi $\frac{d^2s}{dt^2}$ représente-t-il l'accélération du mouvement d'un point fictif m ayant en M pour vitesse la composante v et atteignant au bout de l'instant infiniment petit dt la surface (ρ) sur laquelle est située la nouvelle position M′, en même temps que ce point mobile, mais dans un lieu différent et avec une vitesse différente. La vitesse v du point m est d'abord une des composantes de la vitesse du point M ; mais au bout de l'instant dt la nouvelle vitesse $v + \frac{d^2s}{dt^2}\,dt$ n'est plus la composante correspondante de la vitesse du point mobile au même instant, car cette composante serait $v + \frac{dv}{dt}\,dt$.

Ainsi, quoique l'on ait, par exemple, en appelant V la vitesse du mobile, $\left(\frac{ds}{dt}\right)^2 + \left(\frac{ds_1}{dt}\right)^2 + \left(\frac{ds_2}{dt}\right)^2 = V^2$

c'est-à-dire $$v^2 + v_1{}^2 + v_2{}^2 = V^2,$$

on n'a pas $$\left(\frac{ds}{dt}\right)\frac{d^2s}{dt^2} + \frac{ds_1}{dt}\,\frac{d^2s_1}{dt^2} + \frac{ds_2}{dt}\,\frac{d^2s_2}{dt^2} = V\,\frac{dV}{dt}:$$

mais bien $$v\,\frac{dv}{dt} + v_1\,\frac{dv_1}{dt} + v_2\,\frac{dv_2}{dt} = V\,\frac{dV}{dt}.$$

C'est une observation qu'il est essentiel de faire si l'on veut appliquer le principe des forces vives au mouvement du point mobile, lorsqu'on emploie les formules (C) ; sans cela on arriverait à des résultats contradictoires.

On peut remarquer entre ces deux quantités $\frac{d^2s}{dt^2}$ et $\frac{dv}{dt}$, dont la dernière ne présente point d'interprétation mécanique sur la figure, la relation

$$\frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2} - \frac{vv_1}{c} - \frac{vv_2}{\gamma}.$$

IV.

Comme application des formules précédemment trouvées, considérons le mouvement d'un point matériel sur une surface.

Nous supposerons que cette surface est l'une des surfaces (ρ), et, pour exprimer que le mouvement a lieu sur elle, il suffit de faire $\frac{d\rho}{dt} = 0$ ou $v = 0$ dans les formules, qui deviennent ainsi

$$R = \frac{v_1^2}{\gamma_1} + \frac{v_2^2}{c_2}$$

$$R_1 = \frac{d^2 s_1}{dt^2} + \frac{v_2^2}{\gamma_2} - 2\,\frac{v^2 v_2}{c_1}$$

$$R_2 = \frac{d^2 s_2}{dt^2} + \frac{v_1^2}{c_1} - 2\,\frac{v_1 v_2}{\gamma_2}$$

les vitesses v_1 et v_2 sont alors les composantes de la vitesse du mobile suivant les directions des lignes de courbure, qui constituent ainsi le système de lignes coordonnées servant à déterminer la position de chaque point sur la surface.

Portons d'abord notre attention sur l'expression de **R**, c'est-à-dire de l'accélération normale à la surface proposée. Cette expression d'une force, à laquelle on pourrait donner le nom de *force centrifuge de la surface*, est fort remarquable par son analogie avec l'expression de la force centrifuge dans le mouvement sur une courbe fixe. ***La pression normale exercée par un point qui se meut sur une surface est égale à la somme des forces centrifuges que produirait le mouvement de ce même point sur l'une ou sur l'autre des deux lignes de courbure, la vitesse de chacun de ces mouvements étant une des composantes de la vitesse réelle.***

Au reste ce théorème pourrait être facilement trouvé directement et sans passer par les formules (C).

L'accélération suivant le rayon de courbure de la trajectoire a pour expression $\frac{V^2}{r}$, V étant la vitesse et r le rayon. Soit λ l'angle du plan osculateur de la trajectoire avec la normale et soit α l'angle de la trajectoire avec une des deux lignes de courbure : alors l'accélération normale est $\frac{V^2}{r}\cos\lambda$ ou, d'après le théorème de Meunier, $\frac{V^2}{r'}$ en appelant r' le rayon de courbure de la section normale ayant même direction que la trajectoire

mais on sait que $$\frac{1}{r'} = \frac{\cos^2\alpha}{\gamma_1} + \frac{\sin^2\alpha}{c_2}$$

donc $$\frac{V^2}{r'} = \frac{V^2\cos^2\alpha}{\gamma_1} + \frac{V^2\sin^2\alpha}{c_2}$$

c'est-à-dire $$\frac{V^2}{r^2}\cos\lambda = \frac{v_1{}^2}{\gamma_1} + \frac{v_2{}^2}{c_2}$$

ainsi que le donnaient nos formules.

Si on applique à différents cas particuliers cette expression de R, on arrive à quelques résultats qui peuvent paraître mériter d'être énoncés. Par exemple *sur un cylindre la pression est en chaque point égale à la force centrifuge que développerait sur la section droite le mouvement de la projection du mobile. — Sur une surface développable la pression est égale à la force centrifuge que produirait en chaque point sur la trajectoire orthogonale des génératrices le mouvement projeté sur elle.*

Revenons aux expressions de R_1 et de R_2, qui devront servir à déterminer dans chaque cas la trajectoire.

Remarquons d'abord que ces expressions ne renferment plus directement les éléments de la surface sur laquelle a lieu le mouvement : elles renferment c_1 et γ_2, qui sont deux rayons de courbure, l'un de la surface (ρ_2), l'autre de la surface (ρ_1). Ces deux systèmes de surfaces sont évidemment indéterminés, puisque chacune des surfaces est seulement assujettie à couper orthogonalement la surface (ρ) suivant une ligne donnée : cependant en chaque point de cette intersection les rayons c_1 et γ_2 sont par cette seule condition déterminés : car en désignant comme nous l'avons déjà fait, par r_1 et r_2 les rayons des deux lignes de courbu.e de la surface (ρ), on doit avoir les égalités

$$\frac{1}{r_1^2}=\frac{1}{c_1^2}+\frac{1}{\gamma_1^2} \qquad \frac{1}{r_2^2}=\frac{1}{c_2^2}+\frac{1}{\gamma_2^2}$$

dans lesquelles r_1 et γ_1, r_2 et c_2 sont des quantités données en chaque point par la nature de la surface (ρ). [1]

Nous pouvons même remarquer que ces deux quantités c_1 et γ_2 ne seront jamais constamment infinies ni l'une ni l'autre, à moins que la ligne de courbure et la surface (ρ) n'aient même rayon, puisque par exemple, pour $\frac{1}{c_1}=0$, il faudrait $r_1=\gamma_1$. Ainsi les deux expressions de R_1 et de R_2 seront complètes, à moins que la surface (ρ) n'ait seslignes de courbure géodésiques; ou du moins un des systèmes de lignes de courbure composé de lignes géodésiques comme les surfaces développables.

Si les deux systèmes de lignes de courbure étaient composés de lignes géodésiques les expressions se réduiraient à

$$R_1=\frac{d^2s_1}{dt^2} \qquad R_2=\frac{d^2s_2}{dt^2}$$

et en même temps on verrait qu'il n'y a plus de différence entre

$$\frac{d^2s_1}{dt^2},\ \frac{d^2s_2}{dt^2} \text{ et } \frac{dv_1}{dt},\ \frac{dv_2}{dt}.$$

Ainsi il y a tout-à fait analogie entre ces expressions et celles

$$R_1=\frac{d^2x}{dt^2},\quad R_2=\frac{d^2y}{dt^2}.$$

1. On peut encore arriver à la même conclusion d'une autre manière. Si nous considérons une des lignes de courbure de la surface (ρ), celle qui a pour rayon de courbure r_1, elle peut être ligne de courbure sur une infinité de surfaces; pour chaque surface le lieu des centres de courbure sera une des développées de cette courbe : ainsi en particulier pour la surface (ρ) le lieu des extrémités des rayons γ_1 est une des développées situées sur la surface polaire. Dès-lors, si on considère la surface (ρ_2) coupant orthogonalement la surface (ρ) et ayant aussi la ligne que nous considérons pour ligne de courbure, on voit qu'il lui correspondra une seconde développée formée par les normales perpendiculaires aux rayons γ_1, et qui seront les rayons c_1. — On voit ainsi directement que r_1 est la hauteur d'un triangle rectangle dont γ_1 et c_1 sont les deux côtés.

que l'on trouve pour le mouvement sur un plan en coordonnées rectangulaires.

Si un seul système de lignes de courbure se compose de lignes géodésiques, on aura, en supposant par exemple $\frac{1}{c_1} = 0$,

$$R_1 = \frac{d^2 s_1}{dt^2} + \frac{v^2_2}{\gamma_2}$$

$$R_2 = \frac{d^2 s_2}{dt^2} - 2\frac{v\ v_2}{\gamma_2}$$

expressions tout-à-fait analogues à celles que l'on trouve pour le mouvement dans un plan, lorsqu'on rapporte la position du point à des coordonnées polaires.

On voit que l'analogie est tout-à-fait complète avec le cas ordinaire des équations $\frac{d^2 x}{dt^2} = X$, $\frac{d^2 y}{dt^2} = Y$, pour les cas où les deux systèmes de lignes de courbure sont géodésiques : si on peut exprimer les paramètres ρ_1 et ρ_2 en fonction de s_1 et de s_2, on voit donc qu'on pourra se servir pour le mouvement sur une surface courbe des calculs que l'on fait pour le mouvement dans un plan. L'étude de ces ressemblances dans les expressions analytiques présenterait probablement des résultats curieux.

Nous avons déjà remarqué précédemment que les équations du mouvement fournies par nos formules pour un point libre ne sont pas différentes de celles que donnent les formules de Lagrange. Il en est évidemment de même pour le mouvement sur une surface. En appliquant les formules (A) ou plutôt celles que l'on en déduit en faisant $d\rho = 0$, on obtiendra les équations du mouvement d'un point sur une surface quelconque. Il faut d'ailleurs comme nous l'avons déjà dit remonter aux formules (A) à cause des quantités $\frac{d^2 s}{dt^2}$ que renferment les autres expressions, quantités qui ont une signification tout-à-fait artificielle.

CATALOGUE

DES OISEAUX

DU NORD DE LA FRANCE,

PAR M. A. DE NORGUET,

Membre résidant.

SÉANCE DU 3 FÉVRIER 1865.

Un ancien membre de la Société des Sciences de Lille, le savant ornithologiste Degland, a publié dans le volume des *Annales* de l'année 1830, un *Tableau des Oiseaux observés dans le Nord de la France*. Cet ouvrage, très-intéressant pour la Faune de nos contrées, contient un grand nombre de faits et d'observations sur les mœurs, les époques d'apparition, les localités préférées des oiseaux qui nous visitent ou qui vivent sédentaires parmi nous. C'est un excellent guide pour tout amateur qui voudrait étudier ou collectionner cette branche si importante de la zoologie. Néanmoins ce travail a un défaut : il a trente-cinq ans déjà et ne peut plus représenter l'état actuel de nos connaissances. En Histoire Naturelle, un tiers de siècle est un laps de temps considérable ; le goût se répand, les études se perfectionnent, les faits d'observation se multiplient, les erreurs se corrigent, les classifications changent, et ce n'est pas trop exiger de la science, que de lui demander alors une édition nouvelle de ses livres et de ses traités.

De nos jours, l'intérêt qui s'attache aux statistiques locales est universellement reconnu; un bon nombre de sociétés savantes des départements ont publié des catalogues détaillés de leur Faune ou de leur Flore, et la partie ornithologique, la plus populaire et la mieux appréciée, est aussi celle qui a été la plus étudiée : nul doute que le docteur Degland qui, un des premiers, avait imprimé le mouvement, n'eût marché avec lui, en revoyant et complétant son *Tableau*, si la mort ne l'en eût empêché.

Des travaux plus importants l'occupaient : pendant les années 1839, 1840, 1841 et 1843, il a publié dans les Mémoires de la Société un *Catalogue des Oiseaux observés en Europe*, et en 1849 il a fait paraître l'*Ornithologie Européenne*, traité complet et cette fois descriptif des Oiseaux qui vivent ou passent en Europe. Ce dernier ouvrage, malgré la critique acerbe dont il a été l'objet, laissa loin derrière lui ses devanciers, fit oublier Temminck, et d'après le prince Ch. Bonaparte lui-même, son mordant adversaire, il servit à « populariser l'ornithologie et à en marquer l'état à la moitié de ce siècle de progrès. »

Dans ce livre, l'auteur, embrassant tous les Oiseaux d'Europe, fait figurer à leur place respective nos espèces du Nord; mais dispersées dans l'ensemble, elles ne forment plus un tableau de notre ornithologie locale; voulant donc aujourd'hui établir le relevé exact de nos richesses ornithologiques et le mettre au niveau des plus récentes découvertes, je me suis reporté au premier ouvrage de Degland et j'en ai entrepris une révision qui puisse le rajeunir et le compléter; j'en ai changé la classification qui était presque nulle, et j'ai rangé nos espèces d'après le système du prince Bonaparte, tel qu'il l'a formulé en 1850 (*Lettre à M. de Selys*); j'ai retranché les doubles emplois, mentionné les nouvelles captures, éclairci plusieurs doutes, et je crois enfin pouvoir présenter un travail presque neuf, aussi exact et aussi complet qu'on puisse le désirer.

Degland comprenait dans son ouvrage 289 espèces, déduction faite de dix espèces nominatives ; j'ai pu en porter le nombre à 328, chiffre important qui atteint presque les deux tiers de la liste totale de l'Europe entière, où l'on ne compte guère que 520 espèces d'Oiseaux bien authentiques. Ce nombre relativement considérable des Oiseaux de nos contrées doit être un vif stimulant pour les amateurs du Nord qui voudraient entreprendre une collection et se livrer à des études ornithologiques générales ou appliquées, ils peuvent être assurés de n'avoir pas à s'éloigner pour former leur premier noyau et pour commencer leurs premières recherches.

Les plus belles collections ont eu toutes pour humble origine la réunion de quelques oiseaux du pays, tués à la chasse et conservés par pure curiosité ; bientôt arrive le désir de mieux garnir sa vitrine ; on étend ses investigations, on poursuit avec zèle ce qu'on avait d'abord tué par hasard ; le goût augmente avec le nombre des pièces préparées ; on s'attache à réunir les différentes livrées d'âge, d'époque et de sexe des espèces que l'on rencontre et la collection locale est formée. Pour peu que l'on soit stimulé par le puissant attrait des études de l'histoire naturelle, on ne s'arrête pas en chemin ; on étend le cercle de ses prétentions aux pays circonvoisins, puis jusqu'aux limites de l'Europe. Beaucoup en restent là, trouvant que, tout restreint qu'il est, ce champ est encore assez vaste et assez difficile à défricher ; d'autres, que n'arrêtent ni les nécessités du local, ni la dépense, vont beaucoup plus loin ; mais il n'en est pas un qui, en plaçant dans sa collection les brillants spécimens de l'ornithologie du Nouveau-Monde, ne revoie avec un vif intérêt l'humble et terne oiseau de ses premières chasses, qui a ouvert la série de toutes ces merveilles et a été le point de départ de tant de jouissances.

C'est surtout aux passages qui se font sur les côtes maritimes que nous devons le nombre élevé de nos espèces locales ; il est facile en effet de se convaincre par quelques chiffres combien les départements de l'intérieur sont moins bien favorisés. M. Godron, dans sa *Zoologie de la Lorraine*, publiée en 1863, compte dans cette vaste province si riche en productions naturelles, 264 espèces; le docteur Bert, dans son *Catalogue des vertébrés de l'Yonne* (1864), ne mentionne que 215 oiseaux; M. de Lafontaine n'en a trouvé que 161 dans le grand duché de Luxembourg, tandis que M. Marcotte inscrit 303 espèces dans le seul arrondissement d'Abbeville, qui comprend les bords si giboyeux de la Baie de Somme, rendez-vous de toutes les bandes d'Oiseaux marins de nos côtes occidentales.

Comme le docteur Degland, je comprends parmi les Oiseaux du Nord de la France, tous ceux qui ont été observés, non-seulement dans notre département, mais aussi dans les provinces limitrophes de la Belgique, dans le Pas-de-Calais et dans la partie du département de la Somme, au nord de la rivière de ce nom. Il est, en effet, difficile d'assigner des limites précises au vol des oiseaux; toute espèce qui a paru sur nos frontières, a pu, selon toute apparence, pousser son excursion jusque dans nos limites, et cette probabilité doit suffire pour que l'oiseau soit compris dans un travail comme celui-ci.

Malgré les progrès de l'ornithologie, et l'autorité de nos maîtres, il reste encore un bon nombre d'espèces indécises, tantôt admises, tantôt rejetées; regardées par les uns comme des *variétés constantes*, par d'autres comme des *races locales*, deux termes qui devraient être exclus de la zoologie, quand il s'agit d'animaux vivant à l'état sauvage. Si le naturaliste amateur s'applaudit par hasard de voir s'éclaircir une question épineuse, il en aperçoit bientôt une autre surgir un peu plus loin, et comme pour achever d'obscurcir ces ténèbres, une certaine école de philosophes zoologistes est venue jeter sur tous ces doutes un doute plus pénible encore, en essayant de nier l'espèce elle-même, ou en admettant sa mutabilité indéfinie.

Ne m'occupant ici que des oiseaux du nord de la France, je n'ai rencontré qu'un petit nombre de ces espèces ballottées, sur lesquelles toutefois j'ai dû chercher à fixer l'opinion. Il semble qu'il n'est pas difficile d'établir un principe sur lequel puisse reposer le rejet ou l'admission d'une espèce douteuse. Toutes les fois qu'il est bien constaté par l'examen de la nature vivante, et non dans les galeries d'un Muséum, qu'une différence dans la taille ou la coloration, dans la forme ou la longueur du bec et des pattes se perpétue d'une manière constante, que les individus qui présentent ces dissemblances ne s'accouplent pas avec le type, ne voyagent pas avec lui; toutes les fois surtout qu'à ces différences viendra s'ajouter une diversité même minime dans les mœurs, on devra se croire en face d'une espèce réelle, et l'on pourra l'admettre sans crainte.

C'est d'après cette règle que j'ai admis sans hésitation : ***Pyrrhula coccinea*** (Bouvreuil ponceau), ***Budytes Rayi*** (Bergeronnette flaveole), ***Motacilla Yarrellii*** (Bergeronnette lugubre), ***Perdix damascena*** (Perdrix de passage). Si au contraire il est bien constaté que la différence est toute fortuite, quand bien même on ne pourrait pas en apprécier la cause; si tel bec plus long se réunit par des passages à tel bec plus court, et il est bon de noter que cette variété dans la longueur et même dans la forme des becs est plus fréquente qu'on ne le pense généralement, si les individus qui présentent ces différences se rencontrent habituellement ensemble, quand même on n'aurait pu constater leur accouplement, il est dans ce cas à peu près certain que l'espèce est nominale et doit être rejetée, telles sont les nombreuses espèces créées par le pasteur Brehm; tel est ***Nucifraga brachyrhynchos***, ***Cinclus melanogaster*** (Cincle à ventre noir), ***Anthus invariabilis*** (Pipit invariable), ***Larus capistratus*** (Mouette à capuchon brun), etc.

Il y a un autre écueil à éviter dans les nomenclatures partielles, c'est l'admission, dans une Faune locale, d'espèces étrangères, basée sur la capture d'individus échappés des ménageries ou des jardins zoologiques; bon nombre de catalogues d'ornithologie européenne, sans doute pour grossir leur chiffre, comprennent sans examen la plupart de ces espèces; je n'en ai rencontré que deux dans nos limites, et malgré Degland, je n'ai pas hésité à les retrancher : ce sont *Aix sponsa* (beau Canard huppé) et *Cairina moscata* (Canard musqué).

J'ai pu, dans ce petit travail, me dispenser d'entrer dans les détails de synonymie et de mœurs, qui l'eussent inutilement allongé : la synonymie des oiseaux d'Europe est aujourd'hui suffisamment débrouillée grâce aux travaux de Temminck, de Schlegel et de Ch. Bonaparte; il est inutile d'y revenir, quand on n'a pas l'intention d'élucider des questions bibliographiques; quant aux mœurs, on trouvera dans les ouvrages de Degland, cités plus haut, des détails en général bien traités sur lesquels je n'ai point eu à revenir, ayant voulu compléter mais non remplacer.

Parmi toutes les collections que j'ai visitées pour composer ce catalogue, une des plus intéressantes est celle qui a été formée au phare de Calais par M. Lelong, ingénieur des ponts-et-chaussées. Elle est uniquement composée des oiseaux qui sont venus se faire prendre la nuit autour de la lanterne du phare, dans les dix dernières années.

Les uns, ce sont les plus petits, ont été pris à la main voltigeant autour de la cage de verre; les autres ont été tués en venant heurter avec force contre le grillage qui la protége. Une nuit un Cygne sauvage s'est précipité vers la lumière avec un tel élan qu'il a brisé les enveloppes de fil de fer et de glace et est arrivé jusqu'à l'appareil auquel il a causé pour quatre mille francs de dégâts.

Il n'est pas sans intérêt de donner la liste de ces oiseaux qui sont déposés au rez-de-chaussée du phare dans une élégante vitrine; il y a 82 espèces, et le nombre des individus serait de plusieurs centaines si l'on ne s'était borné à empailler un couple seulement de chacune des espèces :

Faucon pèlerin.
Busard harpaye.
Soubuse ordinaire.
Chouette effraie.
Huppe vulgaire
Martin-Pêcheur ordinaire.
Torcol verticille.
Coucou ordinaire.
Mésange charbonnière.
Alouette des champs,
Alouette lulu.
Lavandière grise.
Merle draine.
Merle grive.
Merle à plastron.
Rouge-gorge ordinaire.
Rouge-queue de muraille.
Pétrocincle de roche.
Roitelet huppé.
Roitelet à moustaches.
Traquet motteux.
Phragmite des joncs.
Pouillot fitis.
Pouillot siffleur.
Fauvette à tête noire.
Fauvette des jardins.
Fauvette grisette.
Hirondelle de fenêtres.
Martinet noir.
Ecorcheur ordinaire.
Gobe-mouche gris.
Gobe-mouche noir.
Etourneau ordinaire.
Corneille mantelée.
Bruant proyer.
Moineau franc.
Pinson ordinaire.
Pinson d'Ardennes.
Gros-bec vulgaire.
Perdrix grise.
Caille ordinaire.
Héron pourpré.
Blongios ordinaire.
Squatarole suisse.
Pluvier doré.
Ægialite à collier.
Huitrier pie.
Vanneau huppé.
Avocette à nuque noire.
Bécasse ordinaire.
Bécassine ordinaire.
Bécasseau brunette.
Maubèche ordinaire.
Sanderling variable.
Chevalier aux pieds rouges.
Guignette ordinaire.
Aboyeur aux pieds verts.
Barge rousse.
Courlis cendré.
Poule d'eau ordinaire.

Rale d'eau.
Cygne sauvage.
Canard sauvage.
Harle bièvre.
Harle huppé.
Fou blanc.
Cormoran ordinaire.
Goëland argenté.
Goëland à manteau noir.
Goëland cendré.
Mouette rieuse.
Sterne épouvantail.
Sternule petite.
Stercoraire longicaude.
Talassidrome tempête.
Pingouin torda.
Guillemot à capuchon.
Mergule nain.
Plongeon cat-marin.
Grèbe huppé.
Grèbe jougris.
Grèbe castagneux.

Cette liste est curieuse à plus d'un titre : d'abord on n'y trouve qu'un seul oiseau nocturne, ce qui s'explique par la répulsion que ces oiseaux éprouvent pour la lumière ; ils la fuient, loin d'être attirés par elle.

On remarque ensuite un certain nombre d'espèces sédentaires parmi nous, qui ont l'habitude de dormir pendant la nuit en toutes saisons. Ce sont ceux dont la présence ici s'explique le plus difficilement. On doit supposer qu'éveillés pendant des nuits noires ou très-brumeuses, par quelque cause accidentelle, ils auront été emportés au sortir de leurs retraites par un coup de vent violent, qu'ils auront volé vers la lumière par instinct de conservation, et qu'éblouis à son approche ils se seront jetés sur le treillage d'où ils n'ont pu se dégager.

Le reste est presqu'entièrement composé d'espèces passagères ou émigrantes : on savait depuis longtemps que beaucoup de ces oiseaux voyagent la nuit ; il n'y avait pas de doute à cet égard pour les Palmipèdes et les Échassiers. Quant aux Passereaux, on leur voyait prendre, aussitôt arrivés parmi nous, des mœurs si exclusivement diurnes, le seul Rossignol excepté, qu'on pouvait hésiter à leur supposer l'habitude de voler pendant la nuit à l'époque de leurs voyages. En examinant attentivement les dates inscrites sur les étiquettes de la collection de Calais, on voit évidemment que dans l'ordre des Passereaux, comme chez les Palmipèdes, l'émigration se fait pendant la nuit, ou que du moins l'obscurité n'interrompt pas les voyages commencés : c'est toujours, en effet, aux époques des passages que ces oiseaux sont venus se faire prendre au haut du phare, invinciblement attirés par la lumière dans le rayon de laquelle leur route les avait conduits.

Ce n'est pas sans suprise que j'ai trouvé parmi ces victimes de la fascination une Perdrix grise et une Caille. Volant en général à ras de terre, les Gallinacés auraient dû être à l'abri d'un danger placé à 25 mètres du sol.

La présence d'un Pétrocincle de roche, dans la vitrine du phare, est aussi très-remarquable. On ne connaissait qu'une seule capture d'un oiseau de cette espèce dans nos environs : c'était celle d'un individu pris à Tournai en 1841. On ne peut attribuer qu'à des coups de vent violents l'apparition de ces oiseaux habitant les hautes montagnes du midi.

Afin de présenter sous un même coup-d'œil les divers groupes de nos oiseaux divisés au point de vue de leur habitation, j'ai donné à la fin de ce catalogue une liste des 328 espèces énumérées, séparées en quatre divisions :

1° Ceux qui sont sédentaires parmi nous ;

2° Ceux qui y séjournent pendant une saison entière ;

3° Ceux qui sont de passage plus ou moins régulier ;

4° Ceux qui ne font qu'apparaître accidentellement.

Voici la répartition de ces quatre groupes :

Sédentaires. . . .	46
Séjournants. . . .	59
Passagers.	125
Fortuits	98
	328

J'ai aussi fait suivre le relevé de nos oiseaux sauvages, de la nomenclature détaillée des espèces qui vivent à l'état domestique dans les départements du nord de la France ; par espèces domestiquées j'entends toutes celles qui vivent et se reproduisent en liberté sous la garde de l'homme, c'est-à-dire que j'en exclus tous les oiseaux de volière plus ou moins apprivoisés, ainsi que cette foule d'espèces aujourd'hui réunies dans les jardins zoologiques avec une apparente liberté, mais qui n'y restent que moyennant l'amputation d'une aile. Il existe dans nos basses-cours et nos étangs 17 espèces réellement domestiquées ; c'est sans doute bien peu devant les 7450 que compte le monde entier, mais il n'est pas douteux que les efforts d'acclimatation tentés depuis quelque temps, et auxquels la Société impériale de Paris donne une si vive impulsion, ne réussissent à augmenter un jour ce nombre trop restreint.

Ordre I. — RAPACES, *ACCIPITRES*.

Fam. VULTURIDÉS.

Sous-Fam. VULTURINÉS.

Genre Gyps. *Gyps*, Sav.

1. Gyps fauve. *Gyps fulvus*, Gray. — Très-rare et accidentellement. On en a tué trois à Armentières en juillet 1818. Un jeune sujet a été tué à Abbeville.

Fam. FALCONIDÉS.

Sous-Fam. AQUILINÉS.

Genre Aigle. *Aquila*, Briss.

2. Aigle fauve. *A. chrysaetos*, Linn.— Très-rare et accidentellement; Dunkerque, janvier 1830; Abbeville, pendant certains hivers rigoureux. Il a niché dans le bois de Winendael, dans la Flandre occidentale (Belgique). Il faut toutefois se mettre en garde contre l'annonce d'une capture de cet oiseau, que le vulgaire confond avec le Pygargue; c'est toujours sous le nom d'Aigle que ce dernier est signalé dans nos contrées.

3. Aigle criard. *A. nœvia*, Briss.— Très-rare; Lille, octobre 1814; Anvers, Bergues, Montreuil, Abbeville.

Genre Pygargue. *Haliaetus*, Savigny.

4. Pygargue ordinaire. *H. albicilla*, Bp. — Pas rare le long des côtes maritimes, accidentellement dans l'intérieur; les adultes sont rares: Dunkerque, Montreuil, Anvers, baie de Somme, Liévin (Pas-de-Calais). C'est très-probablement un jeune de cette espèce que Degland indique comme tué à Montreuil, sous le nom de *Haliaetus leucocephalus;* ce dernier oiseau est rangé à tort parmi les européens : il n'y a aucune capture authentique faite dans les limites de l'Europe. Schlegel et le prince Bona-

parte ne l'indiquent que d'Amérique. Les jeunes de ces deux espèces se ressemblent beaucoup et ont été souvent confondus.

Genre Balbuzard. *Pandion*, Sav.

5. Balbuzard fluviatile. *P. haliaetus*, Cuv. — Pas rare le long des rivières, en automne et en hiver. Bords de la Deûle à Deûlémont, Lille, côtes de Picardie, bords de l'Escaut.

Sous-Fam. BUTEONINÉS.

Genre Circaete. *Circaetus.*

6. Circaete Jean-le-Blanc. *C. gallicus*, Gm. — Rare et accidentellement; un individu a été tué à Gœulzin, près Douai, en automne; il faisait partie d'une petite bande de six à sept. Son estomac ne contenait que des débris de grenouilles.

Genre Archibuse. *Archibuteo*, Brehm.

7. Archibuse pattue. *A. lagopus*, Brehm.— Rare et isolément en automne; fortifications de Lille, forêt de Phalempin, dunes du Pas-de-Calais.

Genre Buse. *Buteo*, Bechst.

8. Buse vulgaire. *B. cinereus*, Bp.—Commune et sédentaire dans les prairies, les bois, les bosquets; on la voit en plus grand nombre en automne; elle varie beaucoup.

Sous-Fam. MILVINÉS.

Genre Bondrée. *Pernis*, Cuv.

9. Bondrée ordinaire. *P. apivorus*, Cuv. — Assez rare, on rencontre surtout les jeunes en automne; elle niche dans les forêts de Phalempin, de Mormal, de Crécy et de Clairmarais.

Genre Milan. *Milvus*, Briss.

10. Milan royal. *M. regalis*, Briss. — Rare et accidentelle-

ment en automne; je possède un mâle adulte tué à Gouy-en-Artois; une femelle a été tuée à Lille en 1837.

11. MILAN NOIR. *M. niger*, Br. — Très-rare; a été vu à Bergues par M. de Meezemaeker.

Genre ELANION. *Elanus*, Sav.

12. ELANION BLAC. *E. melanopterus*, Leach. — Très-rare; en mai 1830 un individu a été tué à Cassel et un autre en Picardie.

Sous-Fam. FALCONINÉS.

Genre FAUCON. *Falco*, Linn.

13. FAUCON PÈLERIN. *F. communis*, Bris. — Pas rare, surtout en automne et en hiver; les jeunes sujets sont beaucoup plus communs que les adultes; il niche dans les falaises du Pas-de-Calais.

14. FAUCON GERFAUT. *F. gyrfalco*, Schl. — Des jeunes de cette espèce ont été observés par Baillon aux environs d'Abbeville. Il les rapportait au *Falco islandicus*, Brunn., mais il est probable qu'ils appartenaient à l'espèce de Schlegel, qui se montre quelquefois dans le centre de l'Europe. Il est, du reste, très-difficile de distinguer entre eux les jeunes de ces deux espèces longtemps confondues.

Genre HOBEREAU. *Dendrofalco*, Bp.

15. HOBEREAU ORDINAIRE. *D. subbuteo*, Bp. — Commun, surtout en automne; niche dans les bois des environs de Lille.

Genre ÉMÉRILLON. *Æsalon*. Kaup.

16. ÉMÉRILLON ORDINAIRE. *Æ. lithofalco*, Kaup. — Pas rare en automne, dans les plaines et les bosquets; les adultes se rencontrent plus rarement que les jeunes; il ne niche jamais sur les arbres, mais très-bas dans les broussailles.

Genre Cresserelle. *Tinnunculus*, Vieillot.

17. Cresserelle ordinaire. *T. alaudarius*, Br. — Commune et sédentaire ; niche jusque dans les clochers des villes ; très-commune dans les tours de la cathédrale d'Anvers ; en automne elle se répand dans tous nos environs.

Sous-Fam. ACCIPITRINÉS.

Genre Autour. *Astur*, Bechst

18. Autour ordinaire. *A. palumbarius*, Bechst. — Rare ; un jeune a été tué à Lille le 1er septembre, un autre près de Saint-Omer.

Genre Épervier. *Accipiter*, Ray.

19. Épervier commun. *A. nisus*, Pallas. — Commun et sédentaire ; se voit surtout à l'automne et au printemps ; il niche chaque année à Lambersart sur des sapins. J'en ai vu un nid sur une haie à portée de la main.

Il faut définitivement rejeter de la nomenclature le *Nisus major*. Cette espèce a été appuyée successivement sur trois types différents : par Meisner sur des Éperviers communs de taille un peu plus forte ; par Degland, en 1839, sur des individus du même oiseau à bec difforme ; enfin par le même auteur, en 1849, sur des *Nisus* ordinaires présentant extérieurement tous les caractères de la femelle, et qui, à l'ouverture, ont été reconnus mâles.

Depuis que l'attention a été éveillée par les discussions qu'a soulevées cette prétendue espèce, on a ouvert un très-grand nombre de femelles d'Épervier, il n'est pas douteux que plusieurs de celles qu'on a cru reconnaître commes mâles ne l'ont été qu'à la suite d'un examen trop peu attentif. C'est surtout en automne que l'on tue les Éperviers : à cette époque les organes sexuels sont très-peu développés et l'observation en est difficile pour les personnes peu habituées aux autopsies. Cependant il est certain aussi que de temps en temps on a observé cette singulière anomalie d'un oiseau offrant la taille et le plumage du sexe féminin et possédant l'organe sexuel mâle. J'ai été témoin deux fois de ce fait à Lille, et je possède un de ces deux oiseaux tué par M. Deschodt; plusieurs autres amateurs sérieux ont constaté le même fait. Mais il ne s'en suit pas qu'il y ait là une espèce distincte.

On a essayé de trouver entre ces oiseaux et les femelles ordinaires des différences de taille, de coloration et même de mœurs; on n'est parvenu qu'à rencontrer de ces dissemblances sans importance, telles qu'il en existe entre presque tous les Rapaces de même espèce : dans l'individu de ma collection ces différences sont nulles. Jamais encore on n'a rencontré la femelle qui devrait être caractérisée par une taille plus forte et par conséquent serait facilement aperçue.

Le *Nisus major* est une anomalie d'organisation fort bizarre mais qui n'est pas sans exemple, et qu'on retrouvera peut-être plus fréquemment qu'on ne le croit, dans d'autres espèces. Chacun sait que les femelles du Faisan vulgaire prennent quelquefois la taille et la livrée du mâle. Je possède une de ces femelles, tuée à l'état sauvage à Cysoing, avec un œuf dans l'oviducte. Pourquoi l'aberration inverse ne pourrait-elle pas avoir lieu?

Il est plus facile d'admettre cette monstruosité que de se figurer une espèce d'oiseau dont le mâle serait tellement semblable à la femelle d'une espèce voisine qu'on ne pourrait le reconnaître qu'à l'autopsie.

Sous-Fam. CIRCINÉS.

Genre BUSARD. *Circus*, Lacép.

20. BUSARD HARPAYE. *C. æruginosus*, Bp. — Rare à Lille, surtout depuis le desséchement de nos marais; les jeunes y

apparaissent encore quelquefois. Commun dans les marais de Verton et d'Abbeville, dans ceux de Saint-Omer, dans les Moëres et les Polders de la Flandre belge où il niche ; les variations de plumage et de taille sont très-fortes dans cette espèce.

Genre SOUBUSE. *Strigiceps*, Bp.

21. SOUBUSE ORDINAIRE. *S. cyaneus*, Bp. (Vulg. Busard St.-Martin). — Rare à Lille ; plus commune dans les plaines de l'Artois et de la Picardie en automne. Elle niche dans nos environs, dans les marais du Pas-de-Calais et des Flandres belges.

22. SOUBUSE DE MONTAGU. *S. cinerascens*, Bp.— Comme l'espèce précédente ; plus commune dans les marais de Verton, où elle niche et où la variété noire se rencontre souvent ; elle émigre l'hiver.

23, SOUBUSE PALE. *S. Swainsoni*, Bp. — Très-rare ; Degland mentionne une capture faite à Raimbaucourt en mars 1835 ; elle est de passage accidentel à Abbeville.

Fam. STRIGIDÉS.

Sous-Fam. SURNIINÉS.

Genre SURNIE. *Surnia*, Duméril.

24. SURNIE CAPARACOCH. *S. ulula*, Bp. — Très-accidentellement ; un individu a été pris à Tournai en 1830.

Genre HARFANG. *Nyctea*, Bp.

25. HARFANG BLANCHE. *N. nivea*, Bp. — Très-rare ; un seul individu a été tué près d'Abbeville en 1802.

Genre CHEVÈCHE. *Athene*, Boié.

26. CHEVÈCHE ORDINAIRE. *A. noctua*, Bp.—Commune partout et sédentaire. C'est cette espèce qui fait entendre son cri en plein jour dans les arbres touffus et les saules creux.

Genre Scops. *Scops*, Sav.

27. Scops petit Duc. *S. zorca*, Sav. — Cette espèce a été tuée sur plusieurs points de la Belgique et dans les Ardennes, elle n'est pas rare aux environs de Paris et doit avoir paru quelquefois dans nos départements septentrionaux.

Genre Duc. *Bubo*, Cuv.

28. Duc ordinaire. *B. atheniensis*, Daud. (vulg. Grand Duc). — Très-rare et accidentellement; a été pris à Dunkerque et tué à Pecquencourt près Douai, sur un clocher.

Sous-Fam. ULULINÉS.

Genre Hibou. *Otus*, Flém.

29. Hibou moyen duc. *O. vulgaris*, Flém. — Rare, dans les grands bois, Mormal, Crécy; dans les plaines en automne.

Genre Brachyote. *Brachyotus*, Gould.

30. Brachyote a huppes courtes. *B. palustris*, Bp. — Pas rare; de passage régulier, quelquefois en grand nombre dans les champs; il n'y a guère de chasseur qui n'en fasse lever en septembre ou en octobre dans nos betteraves.

Genre Chat-Huant. *Syrnium*, Sav.

31. Chat-huant ordinaire. *S. aluco*, Lin. (Vulg. Hulotte). — Pas rare dans les forêts, quelquefois autour des fermes; Saint-Omer, Abbeville, forêt de Mormal.

Genre Chouette. *Strix*, Linn.

32. Chouette effraie. *S. flammea*, Lin. — Commune partou ; dans les greniers, les clochers, les ruines; c'est le plus répandu de nos Rapaces nocturnes.

Ordre II. — PASSEREAUX, *PASSERES*.

Fam. CAPRIMULGIDÉS.

Sous-Fam. CAPRIMULGINÉS.

Genre Engoulevent. *Caprimulgus*, Linné.

33. Engoulevent ordinaire. *C. europæus*, Linn.— Pas rare; niche dans nos bois et nos bosquets ; Clairmarais , Hollebeke ; il est surtout commun en automne, au moment de l'émigration ; je l'ai observé jusque dans les jardins de la ville de Lille.

Fam. CYPSELIDÉS.

Sous-Fam. CYPSELINÉS.

Genre Martinet. *Cypselus*, Illig.

34. Martinet noir. *C. apus*, Illig. — Très-commun dans les villes en mai, juin et juillet.

Fam. UPUPIDÉS.

Sous-Fam. UPUPINÉS.

Genre Huppe. *Upupa*, Linn.

35. Huppe vulgaire. *U. epops*, Linn. — Pas commune; de passage plus ou moins nombreux dans le Nord; niche quelquefois dans la Somme; pendant certains automnes il s'en est tué assez abondamment dans les environs de Lille.

Fam. CUCULIDÉS.

Sous-Fam CUCULINÉS.

Genre Coucou. *Cuculus*, Lin.

36. Coucou ordinaire. *C. canorus*, Lin. — Commun l'été dans les bois et les plaines ; fréquente les glacis de la citadelle de Lille, où les femelles recherchent les nids des Becs fins aquatiques pour y déposer leurs œufs. J'en ai obtenu plusieurs provenant de ces nids.

Fam PICIDÉS.

Sous-Fam. YUNGINÉS.

Genre TORCOL. *Yunx*, Linn.

37. TORCOL VERTICILLE. *Yunx torquilla*, Linn. — Rare ; se voit surtout en automne ; quelques couples nichent dans nos départements septentrionaux.

Sous-Fam. PICINÉS.

Genre PIC. *Gecinus*, Boié.

38. PIC VERT. *G. viridis*, Boié. — Commun dans les futaies, les vergers, les parcs ; on exagère habituellement les dégats causés par cet oiseau dans les bois. Il pourrait difficilement percer un arbre sain, et il se contente d'agrandir un trou existant et de se loger dans l'intérieur déjà carié des arbres malades. J'en ai observé dont les ailes avaient pris une teinte jaune ; ce sont sans doute les vieux ou les femelles qui ont couvé.

Genre ÉPEICHE. *Picus*, Linn.

39. EPEICHE ORDINAIRE. *P. major*, Linn. — Pas rare, surtout en automne, dans les vergers et les jardins ; a niche plusieurs fois dans les environs de Saint-Omer, de Valenciennes et d'Abbeville.

40. EPEICHE MAR. *P. medius*, Linn. — Très-rare ; a été tué dans le Boulonnais.

41. EPEICHE ÉPEICHETTE. *P. minor*, Linn. — Très-rare ; a été tué en hiver et en automne à Phalempin, aux environs d'Abbeville et de Saint-Omer.

Fam. ALCÉDINIDÉS.

Sous-Fam. ALCÉDININÉS.

Genre MARTIN-PÊCHEUR. *Alcedo*, Linn.

42. MARTIN-PÊCHEUR ORDINAIRE. *A. ispida*, Linn. — Commun ;

se montre surtout dans les grands froids, époque où la congélation des eaux le fait sortir de ses habitudes cachées et solitaires et l'oblige à errer à la recherche de sa nourriture; il niche dans les berges des fossés; on se procure difficilement ses œufs.

Fam. MÉROPIDÉS.

Sous-Fam. MÉROPINÉS.

Genre GUÊPIER. *Merops*, Linn.

43. GUÊPIER ORDINAIRE. *M. apiaster*, Linn. — Très-rare et accidentellement. On l'a tué à Montreuil; il a niché en **1840** à Pont-Remi, près d'Abbeville, dans une sablière.

Fam. CORACIIDÉS.

Sous-Fam. CORACIINÉS.

Genre ROLLIER. *Coracias*, Linn.

44. ROLLIER ORDINAIRE. *C. garrula*, Linn. — Très-rare; a été tué à Lille, à Douai, dans la Somme et dans les Flandres belges.

Fam. MALURIDÉS.

Sous-Fam. TROGLODYTINÉS.

Genre TROGLODYTE. *Troglodytes*, Cuv.

45. TROGLODYTE D'EUROPE. *T. europæus*, Cuv. — Très-commun et très-familier; il vit toute l'année parmi nous.

Fam. CERTHIIDÉS.

Sous-Fam. CERTHIINÉS.

Genre GRIMPEREAU. *Certhia*, Linn.

46. GRIMPEREAU FAMILIER. *C. familiaris*, Linn. — Commun oute l'année dans les vergers, les bosquets, les bois; il niche non-seulement dans les trous des arbres, mais aussi dans ceux des murs; j'en ai fait plusieurs fois l'observation.

Genre Tichodrome. *Tichodroma*, Illig.

47. Tichodrome échelette. *T. muraria*, Ill. — Cette espèce aurait été observée en Picardie, d'après M. de Selys ; Marcotte ne la mentionne pas dans son catalogue de l'arrondissement d'Abbeville.

Sous-Fam. SITTINÉS.

Genre Sittelle. *Sitta*, Linn.

48. Sittelle d'Europe. *S. europæa*, Linn.— On l'a observé plusieurs fois dans la forêt de Mormal et dans l'arrondissement d'Avesnes, venant sans doute de la Lorraine où elle n'est pas rare.

Fam. PARIDÉS.

Sous-Fam. PARINÉS.

Genre Mésange. *Parus*, Linn.

49. Mésange charbonnière. *P. major*, Linn. — Très-commune ; vit, l'hiver, en petites troupes dans les jardins ; elle affectionne pour y nicher les pommiers et les saules creux dits ici : hallots.

50. Mésange noire. *P. ater*, Linn. — Rare ; passe par petites troupes en automne et en hiver : environs de Saint-Omer et d'Abbeville.

Genre Cyaniste. *Cyanistes*, Kaup.

51. Cyaniste bleu. *C. cæruleus*, Kaup. (Vulg. Mésange bleue). — Commune et sédentaire ; mêmes mœurs que la Mésange charbonnière.

Genre Nonnette. *Pæcila*, Kaup.

52. Nonnette cendrée. *P. palustris*, Kaup. — Commune en automne, plus rare en été ; niche peu aux environs de Lille.

Genre Lophophane. *Lophophanes*, Kaup.

53. Lophophane huppé. *L. cristatus*, Kaup. (Vulg. Mésange huppée). — Rare, se reproduit dans les forêts de Mormal et de Crécy, où elle est sédentaire.

Genre Moustache. *Calamophilus*, Leach.

54. Moustache des marais. *C. biarmicus*, Leach. — Rare; de passage en automne; a été tuée plusieurs fois dans les fortifications de Lille et dans la plupart de nos marais.

Genre Mécisture. *Mecistura*, Leach.

55. Mécisture a longue queue. *M. caudata*, Leach. (Vulg. Mésange à longue queue). — Sédentaire, mais surtout commune en automne, époque où elle voyage en petites troupes composées des jeunes de l'année. Elle a niché plusieurs fois aux environs de Lille et plus souvent dans les grands bois.

Fam. ALAUDIDÉS.

Sous-Fam. ALAUDINÉS.

Genre Alouette. *Alauda*, Linn.

56. Alouette des champs. *A. arvensis*, Lin. — Très-commune partout; passe en automne en grandes bandes dans les plaines découvertes; on les prend en grand nombre aux lacets, sur les bords de la mer, en temps de neige; les marchands de gibier de Lille en reçoivent alors de Dunkerque des milliers de douzaines; les variétés de coloration sont nombreuses.

L'*A. cantarella*, Bp., que je crois une très-bonne espèce d'Italie, aurait été observée à Abbeville par Baillon; mais ne serait-ce pas sur des sujets de petite taille de l'espèce commune que le naturaliste picard aurait fait son observation? Dans le doute, je m'abstiens de l'inscrire ici.

57. Alouette lulu. *A. arborea*, , Linn. — Rare et de passage seulement, on l'a tuée sur tous les points de nos départements septentrionaux.

Genre Cochevis. *Galerida*, Boié.

58. Cochevis huppé. *G. cristata*, Boié. — Pas rare au passage d'automne; on l'observe sur nos routes pendant les plus grands

froids, elle niche dans les plaines arides, les dunes de Picardie et d'Ostende, très-rarement aux environs de Lille.

Genre HAUSSE-COL. *Otocoris*, Bp.

59. HAUSSE-COL ALPESTRE. *O. alpestris*, Bp. (Vulg. Alouette hausse-col).— Rare; de passage l'hiver sur les côtes maritimes; je l'ai trouvée plusieurs fois parmi les Alouettes des champs prises aux lacets à Dunkerque et envoyées à nos marchands de gibier.

Fam. MOTACILLIDÉS.

Sous-Fam. ANTHIDÉS.

Genre CORYDALLE. *Corydalla*, Vigors.

60. CORYDALLE DE RICHARD. *C. Richardi*, Vigors. (Vulg. Pipit Richard). — Rare; passe accidentellement en automne aux environs de Lille; on le prend l'hiver, comme l'espèce précédente, sur la plage de Dunkerque.

Genre ROUSSELIN. *Agrodroma*, Sw.

61. ROUSSELIN CHAMPÊTRE. *A. campestre*, Sw. (Vulg. Pipit rousselin). — Très-rare et accidentellement dans le département du Nord; se prend de temps en temps dans les dunes de la Somme.

Genre PIPIT. *Anthus*, Bechst.

• 62. PIPIT SPIONCELLE. *A. spipoletta*, Bp. — Rare; de passage en automne et quelquefois aussi au printemps; je l'ai vu en août dans les dunes du Boulonnais, où il avait sans doute niché; on l'a tué à Tournai en livrée de noces.

63. PIPIT OBSCUR. *A. obscurus*, Keys. — Rare et de passage; il a été pris plusieurs fois aux environs de Lille; mais on le rencontre surtout dans les dunes; je l'ai observé en août ave l'espèce précédente dans les environs de Boulogne.

Ch. Bonaparte ne sépare pas de cette espèce l'*A. immuta* *bilis*, Degland; *rupestris*, Nillson, qui ne serait qu'un état différent de plumage, dépendant de la saison ; les individus de Degland, qui les tenait de M. Hardy de Dieppe, m'ont paru en tout semblables à des *obscurus* en livrée d'hiver; cependant ils auraient été pris au printemps, alors que cette dernière espèce a déjà revêtu la livrée de noces.

64. Pipit des arbres. *A. arboreus*, Linn. — Très-commun dans les champs et les prairies; nous quitte d'octobre en mars.

66. Pipit des prés. *A. pratensis*, Linn. — Très-commun en automne, moins au printemps; forme de petites bandes dans les prés humides et les champs découverts. Il y a une trentaine d'années on le prenait en grand nombre aux filets sur les glacis de Lille ; aujourd'hui il y est beaucoup moins commun.

Baillon avait formé une espèce nouvelle avec un seul individu de ce Pipit pris à Abbeville au mois d'avril; il lui avait trouvé la taille plus petite, les pennes latérales de la queue brunes au lieu d'être blanches, et l'ensemble du plumage plus foncé; c'est l'*A. tristis*, Baillon. Elle n'a pas été admise et doit être regardée comme une variété accidentelle.

Sous-Fam. MOTACILLINÉS.

Genre Bergeronnette. *Budytes*, Cuv.

66. Bergeronnette printanière. *B. flava*, Bp. — Très-commune d'avril en octobre, le long des eaux, dans les paturages et les champs.

67. Bergeronnette flavéole. *B. Rayi*, Bp. — Rare; ne se voit guère qu'au printemps, elle semble précéder ici la *flava*; on l'a prise à Lille et sur plusieurs points du Pas-de-Calais et de la Somme.

68. Bergeronnette a tête grise. *B. cinereocapilla*, Bp. — Très-rare; a été trouvée sur le marché de Lille au printemps, et sur plusieurs points de la Belgique.

69. BERGERONNETTE MELANOCEPHALE. *B. melanocephala*, Savi.— Très-rare ; a été prise plusieurs fois à Lille. Un magnifique exemplaire trouvé à Lille en mai 1839 est étiqueté dans la collection Degland, *B atricapilla*, Degland : c'est la livrée parfaite de printemps. Les autres sujets de la même collection n'ont pas le noir de la tête aussi décidé et se rapprochent beaucoup de l'espèce précédente dont ils ne diffèrent guère que par l'absence de blanc à la gorge. Ce serait *B. Feldeggii*, Michahelles. Au reste, les caractères spécifiques de ces oiseaux sont peu stables : on trouve quelquefois, dans le midi, des *B. melanocephala* avec le sommet de la tête gris-noirâtre, et des vestiges de sourcils blancs ; la *B. cinereocapilla* diffère aussi par la présence ou l'absence de sourcils et par la gorge plus ou moins blanche.

Genre LAVANDIÈRE. *Motacilla*, Scop.

70. LAVANDIÈRE GRISE. *M. alba*, Linn. — Très-commune d'avril en octobre.

71. LAVANDIÈRE D'YARRELL. *M. Yarrellii*, Gould.— Rare ; se montre de temps en temps au printemps ; elle nous arrive sans doute d'Angleterre où elle est commune ; Degland l'a trouvée à Lille au mois de mai, ce qui lui a fait supposer qu'elle y nichait.

Genre BOARULE. *Pallenura*, Bv.

72. BOARULE A LONGUE QUEUE. — *P. flava*, Bp. (Vulg. Bergeronnette à longue queue) assez commune en automne ; reste ici l'hiver, mais isolément ; on ne l'observe jamais dans le Nord en livrée de noces.

Fam. CINCLIDÉS.

Sous-Fam CINCLINÉS.

Genre CINCLE. *Cinclus*, Briss.

73. CINCLE PLONGEUR. *C. aquaticus*, Bechst. — Très-rare ; il a été tué à Esquermes, en automne, au bord de l'Arbonnoise.

Fam. TURDIDÉS.

Sous-Fam. TURDINÉS.

Genre MERLE. *Turdus*, Linn.

74 MERLE DRAINE. *T. viscivorus*, Linn. — Assez commun et quelquefois sédentaire ; on ne le voit point en troupe comme le suivant; son nid est très-rare aux environs de Lille, il préfère les contrées boisées.

75. MERLE LITORNE. *T. pilaris*, Linn. — Très-commun en automne, au moment du passage ; il forme des volées nombreuses dans les prairies de la Deûle et de la Lys ; quelques couples seulement se reproduisent dans les départements septentrionaux.

76. MERLE GRIVE. *T. musicus*, Linn — Très-commun, passe en grand nombre en automne dans nos bois et dans nos vergers.

77. MERLE MAUVIS. *T. iliacus*, Linn. — Très-commun, en même temps que le précédent ; on le prend aussi facilement aux lacets. J'en possède une variété ayant sur les pennes des ailes et de la queue une large bande d'un blanc sale, elle provient de Boulogne-sur-Mer.

78. MERLE A GORGE NOIRE. *T. atrigularis*, Temm. — Très-rare ; M. Marcotte l'indique comme tué dans l'arrondissement d'Abbeville ; c'est une espèce de l'Europe orientale et de l'Asie.

79. MERLE NOIR. *T. merula*, Linn. — Très-commun ; vit toute l'année dans nos contrées ; niche jusque dans les jardins de Lille.

80. MERLE A PLASTRON. *T. torquatus*, Linn. — Pas rare en automne ; il a niché plusieurs fois, à ma connaissance, dans le Pas-de-Calais.

Sous-Fam. CALAMOHERPINÉS.

Genre ROUSSEROLLE. *Calamoherpe*, Meyer.

82. ROUSSEROLLE TURDOÏDE. *C. turdoïdes*, Bp. — Commune

d'avril en septembre, dans tous les marais couverts de hautes végétations; niche dans les fossés de la citadelle de Lille et de toutes nos places fortes.

82. Rousserolle effarvatte. *C. arundinacea*. Boié. — Pas rare; elle a les mêmes mœurs et habite les mêmes localités que la précédente; son nid est plus caché et placé plus près de l'eau.

83. Rousserolle verderolle. *C. palustris*. Boié. — Rare : elle arrive dans nos départements avec les précédentes, mais ses habitudes sont moins aquatiques; je l'ai vue nicher près de Saint-Omer dans un bosquet éloigné des eaux.

Genre Phragmite. *Calamodyta*. Mey.

84. Phragmite des joncs. *C. phragmitis*, Bp. — Commune d'avril en septembre au bord des étangs ou des fossés; niche dans les fortifications de Lille et dans tous nos marais.

85. Phragmite aquatique. *C. aquatica*, Bp. — Rare; se rencontre l'été dans les marais, et aussi en plaine, le long des haies et des buissons.

Genre Locustelle. *Locustella*, Gould.

86. Locustelle tachetée. *L. Rayi*, Gould. — Très-rare; tuée plusieurs fois aux environs de Lille, en été; d'autres fois dans la Somme.

Genre Cettie. *Cettia*, Bp.

87. Cettie bouscarle. *C. sericea*, Bp. — Très rare; a été tuée dans le marais de Saint-Gilles, près d'Abbeville.

Genre Hypolais. *Hypolais*, Brehm.

88. Hypolais ictérine. *H. salicaria*, Bp. — Très-commun dans les jardins, les bosquets, de mai en août; niche jusque dans la ville de Lille. Son chant qui imite celui de plusieurs oiseaux lui a valu le nom vulgaire de *contrefaisant*.

89. Hypolais polyglotte. *H. polyglotta*, Bp. — Beaucoup plus rare que le précédent ; c'est une espèce plus méridionale qui ne se voit que rarement dans le Nord ; cependant, s'il faut s'en rapporter à la légère différence de coloration des œufs indiquée par Degland, j'ai trouvé le nid de cette espèce aux environs de Lille.

La synonymie de cet oiseau et du précédent est encore fort embrouillée, et leur ressemblance est telle qu'il est aisé de les confondre entre eux ; les observations de mœurs données par Degland à l'article de l'*H. polyglotta (Ornith. europ.*, page 560), peuvent tout aussi bien se rapporter à son *ictérine* ; en outre, il intervertit les noms français, donnant au *polyglotte* de son catalogue de 1840, le nom d'*ictérine*. L'usage avait prévalu d'appeler notre *contrefaisant* : Bec-fin polyglotte, Fauvette à poitrine jaune ; pour se conformer à la nomenclature latine, il faudrait établir ainsi les désignations françaises :

Espèce commune dans nos contrées : — *Contrefaisant*, *Bec fin ictérine*, *Hypolais ictérine*, *Bec-fin à poitrine jaune*, *Grand Pouillot*.

Espèce méridionale, rare ici : — *Hypolais lusciniole*, *Hypolais polyglotte*.

Sous-Fam. SYLVIINÉS.

Genre Pouillot. *Phyllopneuste*, Bp.

90. Pouillot fitis. *P. trochilus*, Méyer. — Très-commun de mars en septembre ; c'est le premier arrivé de nos Becs-fins ; il fréquente surtout les bois et les bosquets ; la différence de teintes entre les jeunes et les vieux a fait créer plusieurs espèces ; de là : *Sylvia icterina*, Temm., *Sylvia flaviventris*, Vieillot, *Sylvia angusticauda*, Gerbe, etc.

91. Pouillot véloce. *P. rufa*, Linn. — Arrive, niche et repart avec le précédent, mais il est moins répandu.

92. Pouillot de Bonelli. *P. Bonellii*, Bp. — Très-rare ; quelques sujets ont été tués dans l'arrondissement d'Abbeville.

93. Pouillot siffleur. *P. sibilatrix*, Bp. — Rare aux environs de Lille ; je l'ai observé fréquemment à Saint-Omer où j'ai trouvé son nid, ainsi qu'à Abbeville, où il est assez commun.

Genre Roitelet. *Regulus*, Cuv.

94. Roitelet huppé. *R. cristatus*, Ray. — Très-commun en automne, séjourne l'hiver, et niche quelquefois dans les bois ou les vergers ; je l'ai tué dans les premiers jours de septembre en pleine mue.

95. Roitelet a moustaches. *R. ignicapillus*, Cuv. — Très-commun en automne ; arrive un peu plus tôt que le précédent et ne se mêle avec lui qu'à l'époque des froids. Cette espèce se voit le plus souvent par paires dans les buissons, les haies, les rangées de saules, souvent avec les Mésanges et les Grimpereaux ; le Roitelet huppé, au contraire, voltige au sommet des arbres, en petites bandes et se montre beaucoup plus méfiant. Cette différence de mœurs parfaitement reconnue par Temminck (*Manuel*, tome 1, page 232), est niée par M. Gerbe dans l'article *Roitelet* du dictionnaire de d'Orbigny ; je puis assurer que mes observations personnelles de plus de vingt ans confirment en tous points les faits énoncés par Temminck.

Genre Pit-chou. *Melizophilus*, Leach.

96. Pit-chou de Provence. *M. provincialis*, Leach. — Très-rare ; a été tué accidentellement à Montreuil-sur-Mer et aux environs d'Abbeville.

Genre Babillarde. *Sylvia*, Lath.

97. Babillarde ordinaire. *S. curruca*, Lath. — Pas rare de mai en septembre, dans les bosquets, les haies, les taillis épais ; elle niche communément dans les environs de Lille.

98. Babillarde grisette. *S. cinerea*, Briss. (Vulg. Fauvette grisette). — Très-commune dans les jardins, les champs, les

bois, de mai en septembre; elle niche de préférence dans les champs de colza, les herbages touffus, les broussailles; l'espèce précédente, au contraire, pose son nid sur les branches basses des taillis à un mètre environ de hauteur.

Genre Fauvette. *Curruca,* Briss.

99. Fauvette orphée. *C. orphea*, Boié. — Très-rare; se reproduit, d'après Degland, dans le Boulonnais, je ne l'ai jamais observée.

100. Fauvette des jardins. *C. hortensis*, Penn. — Très-commune d'avril en septembre; niche dans les jardins sur les rosiers à tête, les arbrisseaux élevés, jamais à moins d'un mètre du sol.

101. Fauvette a tête noire. *C. atricapilla*, Briss. — Très-commune; vient nicher jusque dans les jardins de la ville de Lille; j'ai remarqué que le mâle partageait l'incubation avec la femelle et venait la remplacer sur le nid à heure fixe.

Sous-Fam. ACCENTORINÉS.

Genre Accenteur. *Accentor,* Bechst.

102. Accenteur alpin. *A. alpinus*, Bechst. — Très-rare, a été tué à Bergues, à Saint-Omer, à Anvers.

103. Accenteur mouchet *A. modularis*, Cuv. — Très-commun et sédentaire; habite les bois, les jardins, jusque dans l'intérieur des villes; c'est le nid de cet oiseau que le Coucou choisit de préférence pour y déposer ses œufs; mais il est très-faux qu'on n'en trouve que là.

Sous-Fam. SAXICOLINÉS.

Genre Rossignol. *Philomela,* Bris.

104. Rossignol ordinaire. *P. luscinia*, Briss. — Très-commun d'avril à septembre; il se cantonne dès son arrivée et chante jour et nuit jusqu'au moment de l'éclosion de ses jeunes; on observe

de grandes différences d'un mâle à l'autre pour l'ampleur et la vigueur du chant.

Genre Rouge-Gorge. *Erythacus*, Cuv.

105. Rouge-gorge ordinaire. *E. rubecula*, Cuv. — Très-commune et sédentaire ; son nid est cependant assez rare aux environs de Lille.

Genre Gorge bleue. *Cyanecula*, Brehm.

106. Gorge-bleue ordinaire. *C. suecica*, Boié. — Rare ; passe accidentellement dans nos marais ; on l'a tuée en automne dans les fossés de la citadelle de Lille, et pulsieurs fois aux environs d'Abbeville. La variété à tache rousse sur la poitrine a été tuée près de Douai, en avril 1836. Cette variété, commune en Suède, était le type de Linné : *pectore ferrugineo.*

Genre Rouge-queue. *Ruticilla*, Brehm.

107. Rouge-queue de murailles. *R. phœnicura*, Bp. — Très-commun ; arrive en avril et repart en septembre ; il niche communément dans les environs de Lille.

108. Rouge-queue ordinaire. *R. erthayca*, Bp. (Vulgairement Rouge-queue, Rubiette tithys) — Il arrive avec le précédent, mais il est beaucoup moins commun ; il niche dans l'intérieur des villes, dans les vieux murs ou sous les toits des fermes isolées.

Genre Pétrocincle. *Petrocincla*, Vigors.

109. Pétrocincle de roche. *P. saxatilis*, Vigors. — Un jeune individu a été tué près de Tournai pendant l'été 1841. Un individu adulte a été pris à la lanterne du phare de Calais.

Genre Traquet *Pratincola*, Koch

110. Traquet rubicole. *P. rubicola*, Kaup. — Rare ; ne se voit guère qu'en automne, et en petit nombre ; il niche aux environs d'Abbeville, au pied des buissons dans les lieux arides.

111. TRAQUET TARIER. *P. rubetra*, Kaup. — Très-commun d'avril en octobre, dans les prés humides, sur les bords de la Deûle et de la Lys.

Genre MOTTEUX. *Saxicola*, Bechst.

112. MOTTEUX CUL BLANC. *S. œnanthe*, Bechst. — Commun à son double passage du printemps et de l'automne; il vole alors en petites troupes et se répand dans les champs, mais il est surtout commun dans les dunes et les terrains pierreux; quelques couples nichent dans nos contrées.

Fam. MUSCICAPIDÉS,

Sous-Fam. MUSCICAPINÉS.

Genre MUSCICAPE. *Muscicapa*, Linn.

113. MUSCICAPE NOIR. *M. atricapilla*, Linn. (Vulg. Gobe-mouche noir, Gobe-mouche becfigue). — Rare; de passage en automne; il se reproduit, dit-on, dans le Boulonnais.

114. MUSCICAPE A COLLIER. *M. albicollis*, Temm. (Vulg. Gobe-mouche à collier). — Très-rare; Degland cite une capture faite à Lille au mois de mai.

Genre GOBE-MOUCHE. *Butalis*, Boié.

115. GOBE-MOUCHE GRIS. *B. grisola*, Boié. — Très-commun du printemps à l'automne, dans les jardins et les bosquets; il niche souvent sur les espaliers des potagers, à plusieurs mètres de hauteur, et non, comme le dit Degland, à peu de distance du sol.

Fam. AMPÉLIDÉS.

Sous-Fam. AMPÉLINÉS.

Genre JASEUR. *Ampelis*, Linn.

116. JASEUR ORDINAIRE. *A. garrulus*, Linn. — Très-rare et de passage irrégulier dans les hivers rigoureux; on l'a pris à Lille, en janvier 1829 et 1834.

Fam HIRONDINIDÉS

Sous-Fam. HIRONDININÉS.

Genre Hirondelle. *Hirundo*, Linn.

117. Hirondelle de cheminée. *H. rustica*, Linn.— Commune d'avril en octobre; l'époque moyenne de son arrivée à Lille peut être fixée au 11 avril.

Genre Cotyle. *Cotyle*, Boié.

118. Cotyle de rivage. *C. riparia*, Boié (vulg. Hirondelle de rivage). — Rare aux environs de Lille; commune le long de certaines rivières à berges escarpées, dans les sablières des environs de Saint-Omer et d'Abbeville, dans les falaises de Saint-Valery.

Pendant l'hiver de 1862, une portion de falaise s'étant détachée et étant tombée dans la mer à Sainte-Marie-du-Mont, Calvados, on vit s'envoler de la partie mise à nu plusieurs centaines d'Hirondelles de rivage qui étaient restées engourdies dans leurs trous, et qui, sortant à grand'peine de leur torpeur, se mirent à chercher d'autres retraites. Des faits de ce genre avaient déjà été observés et c'est de là, sans doute, qu'est venue la croyance encore très-répandue au siècle dernier, de l'engourdissement des Hirondelles pendant l'hiver.

Genre Chélidon. *Chelidon*, Boié.

119. Chélidon de fenêtres. *C. urbica*, Boié. (vulg. Hirondelle de fenêtres). — Très-commune dans nos villes; arrive après l'Hirondelle de cheminée et reste plus tard; j'en ai observé une bande à Lille le 10 décembre.

Fam. LANIIDÉS.

Sous-Fam. LANIINÉS.

Genre Pie grièche. *Lanius*, Linn.

120. Pie grièche grise. *L. excubitor*, Linn. Pas rare; niche dans nos départements, sur les souches des vieilles haies et à l'enfourchure des branches; on la voit quelquefois l'hiver.

Genre ECORCHEUR. *Enneoctonus*, Boié.

121. ECORCHEUR ROUX. *E. rufus*, Boié. (Vulg. Pie-grièche rousse). — Pas rare; je l'ai observée plus souvent que la précédente; elle niche dans les bois et les bosquets et émigre l'hiver.

122. ECORCHEUR ORDINAIRE. *E. collurio*, Boié. — Pas rare; ne séjourne ici que l'été; j'en ai obtenu des nids de plusieurs de nos bois.

Fam. GARRULIDÉS.

Sous-Fam. GARRULINÉS.

Genre GEAI. *Garrulus*, Briss.

123. GEAI ORDINAIRE. *G. glandarius*, Br. — Très-commun, surtout dans les bois pourvus de chênes.

Genre PIE. *Pica*, Briss.

124. PIE ORDINAIRE. *Pica caudata*, Ray. — Commune en toutes saisons; elle niche dès le mois de mars; ses premières couvées contiennent souvent sept et huit œufs. Il faut beaucoup rabattre des traits de ruse qu'on lui attribue.

Fam. CORVIDÉS.

Sous-Fam. CORVINÉS.

Genre CASSE-NOIX. *Nucifraga*, Briss.

125. CASSE-NOIX ORDINAIRE. *N. caryocatactes*, Cuv. — De passage accidentel en automne; on l'a tué aux environs de Lille, de Douai, de Dunkerque et d'Abbeville.

Genre CHOUCAS. *Lycos*, Boié.

126. CHOUCAS DES CLOCHERS. *L. monedula*, Boié. — Très-commun et sédentaire; niche dans les clochers, les toits élevés; on

le voit l'hiver en bandes nombreuses dans les prairies des environs de Lille.

Genre Corbeau. *Corvus*, Lin.

127. Corbeau freux. *C. frugilegus*, Linn.— Très-commun et sédentaire ; on le voit rarement aux environs de Lille à l'époque des couvées ; mais je l'ai vu nicher en colonies nombreuses dans le département de la Somme.

128. Corbeau mantelé. *C. cornix*, Linn. — Très-commun à l'approche de l'hiver et d'autant plus nombreux que le temps est plus froid ; quelques couples nichent, dit-on, dans le Boulonnais.

129. Corbeau corneille. *C. corone*, Linn. — Très-commun et sédentaire ; il niche ici sur les arbres élevés, mais dans les dunes de la Hollande il établit son nid à terre.

130. Corbeau noir. *C. corax*, Linn. (Vulg. Grand Corbeau). — Très-rare ; il a été observé de passage dans la Flandre belge ; quelques couples ont niché dans la forêt de Crécy et dans les falaises du cap Grinez.

Sous-Fam. FRÉGILINÉS.

Genre Crave. *Fregilus*, Cuv.

131. Crave a bec rouge. *F. graculus*, Cuv.— Un sujet a été trouvé sur le marché de Lille en 1825 ; d'autres ont été pris aux environs d'Abbeville.

Fam. ORIOLIDÉS.

Sous-Fam. ORIOLINÉS.

Genre Loriot. *Oriolus*, Linn.

132. Loriot jaune. *O. galbula*, Linn. — Commun d'avril en août dans les bosquets, les bois, les vergers ; j'ai pris un nid de cette espèce sur un pommier à moins de deux mètres du sol.

Fam. STURNIDÉS.

Sous-Fam. STURNINÉS.

Genre MARTIN. *Pastor*, Tem.

133. MARTIN ROSELIN. *P. roseus*, Tem. — Très-rare ; a été tué à Tournai, à Anvers, à Douai, à Bergues et dans les environs d'Abbeville.

Genre ETOURNEAU. *Sturnus*, Linn.

134. ETOURNEAU COMMUN. *S. vulgaris*, Linn.— Très-commun; niche dans les édifices des villes, dans les arbres creux ; en automne on en voit aux environs de Lille des volées immenses, composées de jeunes de l'année.

Fam. FRINGILLIDÉS.

Sous-Fam. EMBÉRIZINÉS.

Genre PLECTROPHANE. *Plectrophanes*, Meyer.

135. PLECTROPHANE DE NEIGE. *P. nivalis*, Mey. — (Vulgair. Bruant de neige).— Pas rare en hiver, mais jamais sous sa livrée de noces ; on le prend aux filets aux environs de Lille, surtout les jeunes; il est commun sur les plages maritimes en temps de neige.

136. PLECTROPHANE MONTAIN. *P. lapponicus*, Selby. — (Vulg. Bruant montain).— Très-rare ; on le trouve chez nos marchands de gibier avec les Alouettes qui leur sont envoyées l'hiver des côtes de Dunkerque; on a aussi pris à Lille quelques jeunes sujets.

Genre PROYER. *Cynchramus*, Bp.

137. PROYER ORDINAIRE. *C. miliaria*, Bp. — Assez rare ; il nichait dans nos champs beaucoup plus souvent il y a trente ans qu'aujourd'hui; on le prend sur la plage avec les Alouettes.

Genre SCHÆNICOLE. *Schænicola*, Bp.

138. SCHÆNICOLE DE ROSEAUX. *S. arundinacea*, Bp. (Vulg. Bruant de roseaux). — Pas rare de mars en septembre dans les marais, le long des fossés; il niche dès le commencement d'avril dans les fortifications de Lille.

Genre BRUANT. *Emberiza*, Linn.

139. BRUANT ORTOLAN. *E. hortulana*, Linn. — Pas rare d'avril en septembre; il est plus commun aujourd'hui qu'autrefois dans les environs de Lille.

140. BRUANT FOU. *E. cia*, Linn. — Très-rare et accidentellement; on l'a tué à Montreuil-sur-Mer.

141. BRUANT JAUNE. *E. citrinella*, Linn. — Très-commun et sédentaire; il niche au pied des buissons, dans les broussailles, sur les revers des fossés; on en prenait beaucoup au filet sur les glacis de Lille.

142. BRUANT ZIZI. *E. cirlus*, Linn. — Rare à Lille; je l'ai observé communément l'été sur plusieurs points du Pas-de-Calais et de la Somme; il se reproduit aux environs de Saint-Omer.

143. BRUANT A SOURCILS JAUNES. *E. chrysophrys*, Pallas.— Cet oiseau, trouvé par Pallas le long des torrents de la Daourie, n'a été pris en Europe qu'une seule fois : en 1828 sur les glacis de Lille. Cet exemplaire, malheureusement en mauvais état, est au musée de la ville; il a été figuré par M. de Selys, dans sa *Faune Belge*.

Sous-Fam. FRINGILLINÉS.

Genre GROS-BEC. *Coccothraustes*, Bris.

144. GROS-BEC ORDINAIRE. *C. vulgaris*, Bris. — Rare; on le voit quelquefois à Lille en hiver, et en été dans la forêt de Mormal; il niche au bois d'Hollebeke.

Genre Pinson. *Fringilla*, Linn.

145. Pinson ordinaire. *F. cælebs*, Linn. — Très-commun partout ; il niche sur les pommiers, le long des troncs d'arbres, à l'enfourchure des branches, et garnit l'extérieur de son nid des mêmes matières qui tapissent les portions de l'arbre où il est posé, afin de le dissimuler aux regards.

146. Pinson d'Ardennes. *F. montifringilla*, Linn.— Commun l'hiver; se montre en grandes bandes, surtout sur les côtes, d'autant plus abondamment que l'hiver est plus rigoureux.

Genre Moineau. *Passer*, Briss.

147. Moineau domestique. *P. domesticus*, Br.— Très-commun partout.

148. Moineau friquet. *P. montanus*, Br. — Très-commun partout; beaucoup plus rustique que le précédent.

Genre Soulcie. *Petronia*, Kaup.

149. Soulcie ordinaire. *P. rupestris*, Bp. — Très-rare et accidentellement; une femelle a été capturée à Lille en octobre 1839 ; il a été trouvé aussi aux environs d'Abbeville.

Genre Verdier. *Chlorospiza*, Bp.

150. Verdier ordinaire. *C. flavigaster*, Sw. (Vulg. Vert montant). — Très-commun et sédentaire; niche souvent sur les tilleuls de l'esplanade de Lille.

Il se reproduit en captivité avec le Serin des Canaries; les métis ont un chant d'une force et d'une étendue remarquables.

Genre Tarin. *Chrysomitris*, Boié.

151. Tarin ordinaire. *C. spinus*, Boié. — Commun en automne et en hiver, surtout dans les taillis d'aulnes ; repart au printemps pour les contrées du Nord.

Genre CHARDONNERET. *Carduelis*, Briss.

152. CHARDONNERET ORDINAIRE. *C. elegans*, Stéph.— Pas rare à son passage d'automne et en hiver; il niche peu aux environs de Lille, mais il se reproduit assez souvent sur plusieurs points de nos départements septentrionaux.

Genre VENTURON. *Citrinella*, Bp.

153. VENTURON ORDINAIRE. *C. alpina*, Bp. — Très-rare; un mâle a été pris à Lille en octobre 1848.

Genre SERIN. *Serinus*, Boié.

154. SERIN CINI. *S. flavescens*, Gould. — Très-rare; a été pris à Abbeville en compagnie de Linottes.

Genre BOUVREUIL. *Pyrrhula*, Gray.

155. BOUVREUIL ORDINAIRE. *P. vulgaris*. Bris.— Pas commun; passe en automne et en hiver, quelquefois en grandes bandes; son apparition aux environs de Lille devient de plus en plus rare. Il niche au bois d'Hollebeke et dans plusieurs cantons boisés de l'Artois et de la Picardie.

156. BOUVREUIL PONCEAU. *P. coccinea*, Selys. — Rare; regardé longtemps comme une race de l'espèce précédente, cet oiseau doit, à mon avis, former une espèce distincte; son apparition ici est très-irrégulière; il en est venu beaucoup pendant le rigoureux hiver de 1830.

Nota. Degland mentionne le *Pyrrhula rosea*, Tem. (*Corpodacus roseus*, Kaup.), comme tué à Abbeville, mais il a été induit en erreur par Baillon; il s'agissait du *Carpodacus erythrinus*.

Sous-Fam. LOXIINÉS.

Genre BEC CROISÉ. *Loxia*, Linn.

157. BEC CROISÉ PERROQUET. *L. pityopsittacus*, Bechst.—Très-rare; une petite bande a été vue en mai à Bersée, près Lille; un mâle a été tué.

158. Bec croisé ordinaire. *L. curvirostra*, Linn. — De passage accidentel ; on le trouve surtout dans les bois de pins en automne ; un passage considérable a eu lieu à Lille en août 1838 ; sa taille varie.

159. Bec croisé double bande. *L. bifasciata*, Brehm. — Très-accidentellement ; M. de Sélys en cite plusieurs captures faites en Belgique, une entr'autres à Anvers. Les marchands vendent sous ce nom le *L. leucoptera*, commun dans l'Amérique du Nord, et qui n'en diffère que par une taille moindre, la queue plus fourchue et le rouge plus vif.

Genre Erythrine. *Carpodacus*.

160. Erythrine cramoisi. *C. erythrinus*, Kaup. — Très-rare ; tué à Abbeville, à Tournai, et le 17 mars 1849 à Lille, en robe d'hiver.

Cette capture donna lieu à une singulière confusion : Le docteur Degland, à qui on l'apporta, ne connaissait pas la livrée d'hiver ; il reconnut un mâle ayant mué, et croyant avoir affaire à un *Chlorospiza incerta*, il décrivit l'oiseau sous ce nom, à la page 540 du deuxième volume de l'*Ornithologie européenne*, sans expliquer la contradiction qu'il établissait ainsi entre cette description et celle de la page 201 du tome premier. Cependant le bec de son oiseau était celui d'un Bouvreuil et non celui d'un Verdier ; cette difficulté ne l'arrêta pas, il la trancha en transportant l'espèce d'un genre à l'autre : « J'ai rangé à tort cette espèce, dit-il, dans le genre *Chlorospiza* à l'exemple des auteurs les plus récents ; elle n'en a pas les caractères, elle appartient au genre *Pyrrhula.* » Plus tard il reconnut son erreur et dans sa collection l'oiseau figure sous son véritable nom.

On comprend toutefois que des doutes puissent s'élever sur l'identité de l'oiseau du 17 mars : comparé aux véritables Erythrines, il offre des différences sensibles ; il est plus élancé, la queue est plus longue, le bec est plus foncé, moins robuste, et se rapproche davantage de celui des vrais Bouvreuils *(Pyrrhulæ)* ; on serait tenté, au premier abord, de voir là un métissage, rappelant les *Chlorospiza* par la forme générale et la longueur de la queue, les *Pyrrhula*, par le bec, les *Carpodacus* par la coloration; il faudrait, pour éclaircir cette incertitude, l'examen sur nature d'un grand nombre d'individus.

Genre Niverolle. *Montifringilla*, Brehm.

161. Niverolle ordinaire. *M. nivalis*, Brehm. — Très-rare; on l'a tué en automne aux environs d'Amiens.

Genre Linotte. *Linota*, Bp.

162. Linotte ordinaire. *L. cannabina*, Bp. — Commune et sédentaire sur quelques points de nos départements ; elle niche très-rarement aux environs de Lille; j'en ai obtenu des œufs du bois d'Hollebeke ; au printemps et en automne, elle se prend communément aux filets; je l'ai vue s'allier en volière avec le Serin des Canaries.

163. Linotte de montagne. *L. montium*, Bp.— Pas commune; de passage au printemps et en automne; une femelle de cette espèce s'est accouplée en volière, à Quesnoy, avec un Tarin, a fait un nid et a pondu des œufs qu'elle a abandonnés, mais qui ont été reconnus féconds.

Genre Siserin. *Acanthis*, Brehm.

164. Siserin cabaret. *A. rufescens*, Br. — Commun ; de passage régulier au printemps et en automne, quelquefois en bandes nombreuses.

165. Siserin boréal. *A. linaria*, Br. — Moins commun que le précédent; il passe aux mêmes époques mais beaucoup moins régulièrement.

166. Siserin blanchatre. *A. canescens*, Br. — Très-rare; on l'a pris à Abbeville et à Lille pendant les hivers rigoureux.

Ordre III. — PIGEONS, *COLUMBÆ.*

Fam. COLOMBIDÉS.

Sous-Fam. COLOMBINÉS.

Genre PIGEON. *Columba*, Linn.

167. PIGEON RAMIER. *C. palumbus*, Linn. — Commun et sédentaire en partie; on en voit toute l'année aux environs de Lille, même pendant les plus grands froids.

168. PIGEON COLOMBIN. *C. œnas* , Linn. Rare ; passe au printemps et en automne ; il niche dans le Pas-de-Calais , j'en ai vu plusieurs fois le nid dans un parc à Wambrechies, près Lille.

Genre TOURTERELLE. *Turtur*, Gr.

169. TOURTERELLE DES BOIS. *T. auritus*, Ray. — Commune dans les bois, les vergers, les champs, du printemps à l'automne.

Ordre IV. — GALLINACÉS, *GALLINÆ.*

Fam. PTEROCLIDÉS.

Sous-Fam. PTÉROCLINÉS.

Genre GANGA. *Pterocles*, Temm.

170. GANGA CATA. *P. alchata*, Steph.— Très-rare et accidentellement; un jeune mâle a été tué à La Bassée, et d'autres le long des côtes de la Somme.

Sous-Fam. SYRRHAPTINÉS.

Genre SYRRHAPTE. *Syrrhaptes*, Illig.

171. SYRRHAPTE HÉTÉROCLITE. *S. heteroclitus*, Vieill. — Cette espèce, découverte par Pallas en 1771 dans la Tartarie australe, aux environs de Tschéliabinsk, n'était point regardée comme européenne ; le prince Bonaparte l'avait comprise en 1838 dans sa *List*

comparative of the birds of Europe and North America, mais depuis il l'avait rejetée avec tous les ornithologistes parmi les oiseaux purement asiatiques. En 1863, on en a tué un assez grand nombre dans les départements du Nord, du Pas-de-Calais et de la Somme, notamment à Douai, à Calais, à Dunkerque, à Boulogne et dans les dunes de la Somme; ils formaient de petites bandes et volaient à la manière des Gangas; il est probable que tous ces groupes faisaient partie d'une émigration considérable qui, chassée de la Tartarie par une cause accidentelle, aura gagné, volant toujours vers l'Ouest, les bords de la mer, où elle se sera dispersée; plusieurs ont été tués en Angleterre. On en a observé depuis l'hiver jusqu'à la fin de l'été, et il ne serait pas impossible que quelques couples aient niché dans nos contrées. C'est à tort que cet oiseau est presque toujours indiqué comme un habitant des steppes et des déserts : Pallas dit positivement l'avoir trouvé dans les terrains cultivés.

Fam. PHASIANIDÉS.

Sous-Fam. PHASIANINÉS.

Genre FAISAN. *Phasianus*, Linn.

172. FAISAN VULGAIRE. *P. colchicus*, Linn. — Commun dans plusieurs bois des environs de Lille et de Tournai, où il vit et se reproduit à l'état sauvage.

Fam. TÉTRAONIDÉS.

Sous-Fam. TÉTRAONINÉS.

Genre GÉLINOTTE. *Bonasia*, Bp.

173. GÉLINOTTE ORDINAIRE. *B. sylvestris*, Br. — Très-rare; a été observée plusieurs fois dans l'arrondissement d'Avesnes, venant de la Lorraine ou des Ardennes.

Fam. PERDICIDÉS.

Sous-Fam. PERDICINÉS.

Genre Perdrix. *Perdix*, Linn.

174. Perdrix rouge. *P. rubra*, Briss.— Très-rare et accidentellement ; on l'a tuée aux environs de Saint-Pol, où Degland dit qu'elle s'est reproduite ; on l'a aussi tuée à Tournai.

175. Perdrix grise. *P. cinerea*, Briss.— Commune et sédentaire dans nos champs ; tous les chasseurs se plaignent d'en voir diminuer le nombre depuis une dizaine d'années. Les variétés blanches, blondes, grises sont fréquentes et se propagent quelquefois pendant plusieurs années : M. de Meezemacker a vu près de Bergues une magnifique variété gris de lin se propager pendant dix ans au même endroit ; il pensait même à en faire une espèce sous le nom de *Perdrix de marais*. Elle eût été aussi valable que la *Perdrix de montagne*, Briss., autre variété, de couleur marron, où la nuance du fer à cheval a envahi la plus grande partie du plumage. Malheureusement ces variations de coloration tombent toujours les premières sous le plomb des chasseurs, il serait curieux de constater jusqu'où irait, à l'état sauvage, la reproduction d'une variété accidentelle.

176. Perdrix de passage. *P. damascena*, Latham. — Il m'est impossible, après mûr examen, de ne pas séparer cette espèce de la précédente, avec les anciens ornithologistes ; sa taille est constamment plus petite, son fer à cheval moins marqué, ses pattes jaunâtres ; il est bien reconnu que ses mœurs sont différentes et qu'elle ne se mêle pas à la Perdrix grise. Elle passe chaque année en volées nombreuses dans les plaines de l'Artois, et moins régulièrement dans le Nord et la Belgique. Quelques couples nichent sur les points élevés du département du Pas-de-Calais.

Sous-Fam. COTURNICINÉS.

Genre Caille. *Coturnix*, Briss.

177. Caille ordinaire. *C. communis*, Bonn. — Commune de mai en septembre ; elle niche plus fréquemment dans les plaines du Pas-de-Calais et de la Somme qu'aux environs de Lille. Au moment du départ, les Cailles se réunissent en petites bandes pour gagner le midi.

Ordre V. — ECHASSIERS, *GRALLÆ*.

Fam. RALLIDÉS.

Sous-Fam. RALLINÉS.

Genre Rale. *Rallus*, Linn.

178. Rale d'eau. *R. aquaticus*, Linn. — Pas rare surtout au printemps et en automne ; il niche dans nos marais et quelquefois y reste pendant l'hiver ; on le tue souvent dans les fossés de la citadelle de Lille.

Genre Crex. *Ortygometra*, Leach.

179. Crex de genet. *O. crex*, Gray. (Vulg. Rale de genet). — Pas rare ; arrive et repart avec les Cailles ; niche en petit nombre aux environs de Lille, plus communément dans le Pas-de-Calais.

Genre Marouette. *Porzana*, Vieillot.

180. Marouette ordinaire. *P. maruetta*, Gr. — Pas rare : arrive en mars et repart en septembre ; quelques couples ont niché dans les fortifications de Lille.

181. Marouette de Baillon *P. pygmæa*, Bp. — Rare ; elle arrive en avril ou en mai et repart à la fin d'août ; on la trouve assez fréquemment dans les marais des environs d'Abbeville.

182. Marouette poussin. *P. pusilla*, Pallas. — Plus rare que

la précédente; on ne la tue qu'accidentellement dans nos marais.

Genre Poule d'eau. *Gallinula*, Gray.

183. Poule d'eau ordinaire. *G. chloropus*, Lath.— Commune et sédentaire dans les étangs bien fournis de hautes végétations, les fossés des places fortes et presque tous les marais.

Genre Foulque. *Fulica*, Br.

184. Foulque macroule. *F. atra*, Linn. — Commune surtout en automne, plus rare en hiver. Elle niche quelquefois dans nos grands marais, surtout dans ceux de la Somme.

Fam. GRUIDÉS.

Sous-Fam. GRUINÉS.

Genre Grue. *Grus*, Linn.

185. Grue cendrée, *G. cinerea*, Bechst.— Très-rare ; de passage accidentel en hiver, surtout dans les grands froids ; elle a été trouvée plusieurs fois sur le marché de Lille.

Fam. OTIDIDÉS.

Sous-Fam. OTIDINÉS.

Genre Outarde. *Otis*, Linn.

186. Outarde barbue. *O. tarda*, Linn. — Rare ; passe accidentellement en automme et au printemps ; on l'a tuée à Phalempin, à Sainghin, à Bouvines, à Templemars, à Cambrai, à Béthune ; presque tous les individus qui ont été observés dans le Nord étaient des femelles ou des jeunes.

187. Outarde cannepétière. *O. tetrax*, Linn.— Très-rare ; de passage accidentel en automne ; elle a niché dans les garennes de Berck et de Saint-Quentin (Somme).

Fam. CHARADRIIDÉS.

Sous-Fam. ÆDICNEMINÉS.

Genre Ædicnème. *Ædicnemus*, Temm.

188. Ædicnème criard. *Æ. crepitans*, Temm.—Rare ; il niche dans la plaine de Lens et dans les garennes de Saint-Quentin (Somme); en automne on le tue de temps en temps dans les plaines découvertes.

Sous-Fam. CHARADRIINÉS.

Genre Vanneau. *Vanellus*, Linn.

189. Vanneau huppé. *V. cristatus*, Linn. — Commun à son double passage et quelquefois en hiver ; on le prend en grand nombre aux filets dans nos grands marais. Il se reproduit dans ceux de l'arrondissement de Montreuil et des Flandres belges.

M. de Selys dit dans sa *Faune belge* : « On vend beaucoup de ses œufs au marché de Maestricht, mais leur ressemblance avec ceux du Corbeau a souvent donné lieu à des supercheries. » J'avoue ne pas comprendre comment on peut confondre ces deux espèces d'œufs qui n'ont aucun rapport de forme ni de couleur.

Genre Squatarole. *Squatarola*, Cuv.

190. Squatarole suisse. *S. helvetica*, Cuv. (Vulg. Vanneau suisse). — De passage périodique sur les côtes maritimes, plus rare dans l'intérieur.

Genre Pluvier. *Pluvialis*, Briss.

191. Pluvier doré. *P. apricarius*, Bp. — Commun à son double passage ; abondant sur la plage où il suit la ligne des eaux à la recherche des petits animaux marins ; on le rencontre rarement en livrée de noces dans nos climats.

Genre Guignard. *Eudromias,* Boié.

192. Guignard ordinaire. *E. morinellus*, Boié. — De passage en mai et en automne ; on le tue surtout dans la plaine de Lens et en Picardie.

Genre Ægialite. *Charadrius,* Linn.

193. Ægialite a collier interrompu. *C. cantianus*, Lath. (Vulg. Pluvier à collier interrompu). — Commun sur les côtes ; il niche dans les dunes et repart en automne.

194. Ægialite gravelotte. *C. curonicus*, Beseke. (Vulg. Petit Pluvier à collier). — Rare ; se prend quelquefois sur les côtes de Dunkerque et le long des rivières ; je l'ai trouvé sur le marché de Lille.

195. Ægialite a collier. *C. hiaticula*, Linn. (Vulg. Grand Pluvier à collier). —Commun au printemps et en automne dans nos marais et sur les côtes ; il se reproduit dans les dunes.

Sous-Fam. CURSORIINÉS.

Genre Court-vite. *Cursorius,* Lath.

196. Court-vite isabelle. *C. gallicus*, Bp. — Très-rare et accidentellement, a été tué à Dunkerque, à Saint-Omer et à Abbeville.

Fam. GLARÉOLIDÉS.

Sous-Fam. GLARÉOLINÉS.

Genre Glaréole. *Glareola*, Linn.

197. Glaréole a collier. *G. pratincola*, Linn. — Très-rare ; de passage irrégulier sur les côtes, en petites troupes ; a été prise à Bergues et dans les garennes de Saint-Quentin (Somme).

Fam. HÆMATOPODIDÉS.

Sous-Fam. HÆMATOPODINÉS.

Genre HUITRIER. *Hæmatopus*, Linn.

198. HUITRIER PIE. *H. ostralegus* Linn. — Commun sur nos côtes maritimes en automne, en hiver et au printemps; quelquefois dans les marais voisins et même aux environs de Lille.

Sous-Fam. STREPSILINÉS.

Genre TOURNEPIERRE. *Strepsilas*, Illig.

199. TOURNE-PIERRE A COLLIER. *S. interpres*, Illig. — De passage régulier sur les côtes, plus commun sur celles de Picardie, surtout au hable d'Ault.

Fam. PHALAROPODIDÉS.

Sous-Fam. PHALAROPODINÉS.

Genre PHALAROPE. *Phalaropus*, Briss.

200. PHALAROPE PLATYRHYNQUE. *P. fulicarius*, Bp.— Pas rare sur les côtes, où il est de passage plus ou moins nombreux d'octobre en mai. On le voit surtout au moment des tourmentes.

Genre LOBIPÈDE. *Lobipes*, Cuv.

201. LOBIPÈDE HYPERBORÉ. *L. hyperboreus*, Cuv.— Très-rare; c'est un oiseau de l'extrême Nord qui descend sur nos côtes pendant les coups de vent et dans les hivers rigoureux.

Fam. RECURVIROSTRIDÉS.

Sous-Fam. RÉCURVIROSTRINÉS.

Genre AVOCETTE. *Recurvirostra*, Linn.

202. AVOCETTE A NUQUE NOIRE. *R. avocetta*, Linn. — Assez commune sur nos côtes au printemps et en automne; on la prend aussi dans les marais de l'intérieur; il s'en est fait un passage considérable à Lille au printemps 1834.

Genre Echasse. *Himantopus*, Bris.

203. Echasse a manteau noir. *H. candidus.*, Bonn. — Rare ; de passage accidentel au printemps ; on l'a tuée à Tournai et à Bergues, où elle a niché, ainsi qu'à l'embouchure de la Somme.

Fam. SCOLOPACIDÉS.

Sous-Fam. SCOLOPACINÉS.

Genre Bécasse. *Scolopax*, Linn.

204. Bécasse ordinaire. *S. rusticola*, Linn. — De passage plus ou moins nombreux dans les bois et quelquefois dans les champs, du 20 octobre au 15 novembre ; elle se reproduit dans les forêts de Clairmarais, de Saint-Pol, de Phalempin, de Crécy, dans les bois de Warnêton. On la rencontre quelquefois l'hiver quand le temps est doux. Les jeunes des couvées tardives passent après les autres et sont d'une taille plus faible.

Genre Bécassine. *Gallinago*, Leach.

205. Bécassine double. *G. major*, Linn.— Pas commune ; elle porte ici le nom de *Bécassine de St Martin*, à cause de l'époque de son passage ; elle ne se mêle pas aux Bécassines ordinaires.

206. Bécassine ordinaire. *G. scolopacinus*, Bp.— Commune dans les marais, en mars, avril, août, septembre et jusqu'aux gelées ; elle niche en très-petit nombre dans nos contrées.

Les pennes de la queue varient en nombre dans cet oiseau ; de là plusieurs espèces créées par divers auteurs : la *G. Delamottii*, qui n'a que douze pennes, et *Brehmii*, qui en a seize. Je n'ai jamais pu trouver d'autres différences. La *G. peregrina* Brehm, d'une taille plus petite et n'ayant que douze pennes à la queue, est aussi rejetée généralement. Ces trois prétendues espèces ont été observées à Abbeville par Baillon.

207. Bécassine sourde. *G. gallinula*, Bp. — Commune avec la précédente, dans les mêmes lieux et aux mêmes époques.

Nota. Degland, dans son Catalogue de 1841, dit en parlant du *Macroramphus griseus* (Bécassine grise) : On l'a tuée dans le nord de la France; puis dans l'*Ornithologie européenne* (1849) il dit en parlant du même oiseau : On ne cite que deux captures faites en Europe, l'une en Angleterre, l'autre en Suède; devant cette contradiction, et n'ayant aucune connaissance d'une capture de cette espèce dans nos limites, je m'abstiens de la mentionner ici.

Sous-Fam. TRINGINÉS.

Genre Sanderling. *Calidris*, Illig.

208. Sanderling variable. *C. arenaria*, Bp.— Assez commun sur nos côtes au printemps; reparaît dès le mois d'août jusqu'en hiver. Il se mêle aux bandes de Bécasseaux et de Pluviers, connus vulgairement sous le nom de Guerlettes ou Alouettes de mer.

Genre Bécasseau. *Pelidna*, Cuv.

209. Bécasseau minule. *P. minuta*, Cuv. — Pas commun; de passage assez régulier sur les côtes en avril et en septembre, on le tue aussi dans les marais peu éloignés de la mer.

210. Bécasseau de Temminck. *P. Temminckii*, Cuv. — Rare; de passage plus irrégulier que le précédent; on l'a tué sur les côtes et dans les marais de Verton et de l'Authie.

211. Bécasseau violet. *P. maritima*, Bp. — Rare; se prend sur la plage avec ses congénères.

212. Bécasseau cincle. *P. cinclus*, Cuv. — Commun et de passage régulier sur les côtes, en avril, mai, août et septembre. Le *P. Schinzii* Brehm, espèce fondée sur des individus à bec plus court et de taille plus petite, doit être rejeté. On le prend avec le *Cinclus* dans nos marais et sur nos côtes.

213. Bécasseau cocorli. *P. subarquata*, Cuv.— Commun sur les côtes au printemps et à la fin de l'été, rarement dans l'intérieur; on le trouve sur le marché de Lille.

Genre Platyrhynque. *Limicola*, Koch.

214. Platyrhynque pygmée. *L. pygmæa*, Koch.— Très-rare; a été pris à Dunkerque et à Cayeux.

Genre Maubèche. *Tringa*, Linn.

215. Maubèche grise. *T. canutus*. Linn. — Commune sur les côtes au printemps et en automne; son plumage varie beaucoup suivant les saisons, aussi a-t-elle été décrite sous sept nom différents.

Genre Combattant. *Machetes*, Cuv.

216. Combattant ordinaire. *M. pugnax*, Cuv. — Commun dans nos marais et sur les côtes en mars et en avril, plus rare en août et en septembre. Il est rare de trouver ici des mâles avec leur collerette entièrement développée; il niche accidentellement dans les marais du Boulonnais, de la Picardie et de la Flandre Belge.

Sous-Fam. TOTANIDÉS.

Genre Actiture. *Actiturus*, Bp.

217. Actiture rousset. *A. rufescens*, Bp. (Vulg. Bécasseau rousset). — Très-rare; c'est un oiseau d'Amérique qui paraît accidentellement sur nos côtes. Baillon l'a trouvé à Abbeville et j'en possède un sujet, de Dunkerque.

Genre Guignette. *Actitis*, Boié.

218. Guignette ordinaire. *A. hypoleucus*, Boié.— Commune au printemps et surtout en juillet et août, le long des rivières et sur les bords de la mer; elle niche à Calais, dans le Boulonnais, la Somme et la Flandre Belge.

Genre Chevalier. *Totanus*, Bechst.

219. Chevalier sylvain. *T. glareola*, Tem. — Assez rare; de passage dans les marais en avril, en mai et en automne.

220. Chevalier cul-blanc. *T. ochropus*, Linn. — Commun, on le voit le long des rivières au printemps et en automne.

221. Chevalier stagnatile. *T. stagnatilis*, Bechst. — Très-rare; de passage accidentel le long des côtes et dans les marais; on l'a tué à Dunkerque, à Saint Omer et à Cayeux.

222. Chevalier arlequin. *T. fuscus*, Linn.— Pas-rare à son double passage du printemps et de l'automne, le long des côtes et dans les grands marais; on le prend quelquefois abondamment aux filets aux environs de Douai.

223. Chevalier aux pieds rouges. *T. calidris*, Linn.— Très-commun; passe au printemps et en automne; à son passage du printemps il fréquente de préférence les marais; à son retour on le trouve surtout sur les côtes. On le prend facilement aux filets en même temps que les Combattants et les Vanneaux.

Je possède un oiseau très-rapproché de cette espèce, ayant le bec et les pieds plus longs, et les membranes interdigitales très-développées; il provient d'Abbeville.

Genre Catoptrophore. *Catoptrophorus*, Bp.

224. Catoptrophore semi-palmé. *C. semipalmatus*, Bp. (Vulg. Chevalier semipalmé). — Oiseau d'Amérique qui, d'après Degland, aurait été pris une fois à Abbeville; cependant Marcotte ne le mentionne pas dans son catalogue des vertébrés de l'arrondissement d'Abbeville.

Genre Aboyeur. *Glottis*, Nilsson.

225. Aboyeur aux pieds verts. *G. canescens*, Bp.—Assez commun; de passage sur les côtes et dans les marais; on le prend à Lille et à Douai; mais le desséchement des marais de notre arrondissement rend de jour en jour plus rares les échassiers et autres oiseaux paludicoles, et le marché de Lille en devient de plus en plus dépourvu.

Genre TEREK. *Xenus*, Kanp.

226. TEREK CENDRÉ. *X. cinereus*, Kaup. — Oiseau des bords de la mer Caspienne ; tué une fois à Cayeux (Somme) en mai.

Genre BARGE. *Limosa*, Bris.

227. BARGE COMMUNE. *L. œgocephala*, Linn. — Commune au printemps et en automne dans les marais et les prairies humides.

228. BARGE ROUSSE. *L. rufa*, Br. — Commune à son double passage dans les marais et sur les côtes.

La *L. Meyeri* de Leisler, espèce admise, rejetée, adoptée de nouveau, inscrite partout avec doute, est bien certainement l'oiseau d'Europe qui a été le plus controversé ; le nombre de ses partisans est à peu près égal à celui de ses détracteurs. Je crois qu'il est encore prudent de s'abstenir, tout en faisant la remarque que presque tous les individus qui sont présentés sous ce nom sont des femelles de grande taille de la Barge rousse.

M. de Meezemacker croit à la validité de cette espèce et s'appuie sur ce que, outre la différence de taille dans les deux sexes, les mâles, au printemps, ne sont jamais aussi roux ; de plus, il a trouvé sur le marché de Dunkerque la Barge de Meyer pendant les plus grands froids, alors que jamais ne paraît l'espèce ordinaire.

Genre COURLIS. *Numenius*, Lath.

229. COURLIS CORLIEU. *N. phœopus*, Lath. — Commun, au printemps et en automne dans les marais et sur les côtes ; toujours plus nombreux à son passage d'automne qu'il effectue souvent en grandes bandes.

230. COURLIS A BEC GRÊLE. *N. tenuirostris*, Vieillot. — Très-rare ; tué à Calais en février, à Cayeux, à Noyelles, à Montreuil, à Dunkerque.

231. COURLIS CENDRÉ. *N. arquatus*, Linn. — Plus commun que le Corlieu ; passe en automne et au printemps dans les ma-

rais, sur les côtes et souvent aussi dans les grandes plaines découvertes; il couve dans les garennes de St-Quentin (Somme).

Fam. TANTALIDÉS.

Sous-Fam. TANTALINÉS.

Genre FALCINELLE. *Plegadis*, Kaup.

232. FALCINELLE ORDINAIRE. *P. falcinellus*, Kaup. — (Vulg. Ibis falcinelle). — Très-rare, de passage irrégulier sur les côtes de Picardie et dans les marais de Verton. On l'a aussi tué sur l'Escaut à Tournai, et à Bergues.

Fam. ARDÉIDÉS.

Sous-Fam. ARDÉINÉS.

Genre HÉRON. *Ardea*, Linn.

233. HÉRON CENDRÉ. *A. cinerea*, Linn. — Commun en automne et surtout l'hiver pendant les fortes gelées ; il se reproduit dans quelques marais de la Picardie et en grand nombre dans les polders, vers l'embouchure de l'Escaut, où il niche en colonies sur les arbres élevés.

234. HÉRON POURPRÉ. *A. purpurea*. Linn.— Rare ; de passage irrégulier; il s'en est fait un passage considérable à Lille en octobre 1845, pendant un coup de vent. Je l'ai trouvé en avril sur notre marché.

Genre ÉGRETTE. *Egretta*, Bp.

235. EGRETTE GARZETTE. *E. garzetta*, Bp. — Très-rare, de passage accidentel sur les côtes et dans les marais des environs d'Abbeville.

Nota. L'*Egretta alba* est indiquée par Degland, d'après Baillon, comme ayant été tuée près d'Abbeville ; mais cette capture unique a été faite à Eu (Seine-Inférieure), et sort par conséquent des limites que nous nous sommes fixées.

236. EGRETTE MELANORHYNQUE. *E. melanorhyncha*, Vagler. — Très-rare ; un seul exemplaire, en robe de noces parfaite, a été tué dans le marais d'Airon, près Montreuil, par M. de Vilmaretz.

La synonymie des Egrettes est très-embrouillée : celle-ci est l'*E. nivea*, Bp., mais n'est pas la *nivea* de Cuvier, qui est l'*egrettoïdes* de Temminck. Elle s'en distingue par son bec entièrement noir. C'est la seule espèce du genre, en Europe, qui ait le bec noir en même temps que les dimensions de l'*E. alba*, Elle est originaire d'Afrique et se tue quelquefois en Sicile et en Dalmatie.

Genre CRABIER. *Buphus*, Boié.

237. CRABIER DE MAHON. *B. ralloïdes,* Bp. —Très-rare ; a été tué à Calais, à Verton, dans la Somme et sur l'Escaut à Tournai.

Genre BLONGIOS. *Ardeola*, Bp.

238. BLONGIOS ORDINAIRE. *A. minuta*, Bp. — Pas rare dans nos marais où il niche ; on le tue souvent dans les fortifications de la citadelle de Lille.

Genre BUTOR. *Botaurus,* Stéph.

239. BUTOR ORDINAIRE. *B. stellaris*, Boié.—Rare ; de passage en automne et en hiver ; quelques couples ont niché, dit-on, dans les marais des environs de Lille.

Genre BIHOREAU. *Nycticorax*, Steph.

240. BIHOREAU ORDINAIRE. *N. griseus*, Steph. — Rare ; de passage accidentel ; on l'a tué à Houplines, sur la Lys, en septembre, perché sur un arbre ; à Tournai, et à Calais en mai.

Fam CICONIIDÉS.

Sous-Fam. CICONIINÉS

Genre CIGOGNE. *Ciconia*, Linn.

241. CIGOGNE BLANCHE. *C. alba,* Briss. — De passage dans les

mois d'août et septembre et quelquefois l'hiver. Elle a niché à Douai, à Valenciennes et à Bergues.

242. Cigogne noire. *C. nigra.* Bélon. — Rare ; elle passe de temps en temps en automne ; on l'a tuée à Warnêton, à Lille, à Dunkerque, à Boulogne, à Montreuil ; presque partout des jeunes.

Fam. PLATALÉIDÉS.

Sous-Fam. PLATALEINÉS.

Genre Spatule. *Platalea*, Linn.

243. Spatule blanche. *P. leucorodia*, Linn. — Rare ; passe irrégulièrement à Lille en automne et en hiver ; plus commune aux environs d'Abbeville, de Montreuil et à Dunkerque ; les becs, dans cette espèce, varient beaucoup en longueur, indépendamment de l'âge et du sexe.

Fam. PHÆNICOPTÉRIDÉS.

Sous-Fam. PHÆNICOPTÉRINÉS.

Genre Flammant. *Phænicopterus*, Linn.

244. Flammant rose. *P. roseus*, Pall. — Très-rare ; on cite une capture faite à Dunkerque et d'autres à Abbeville.

Ordre VI. — PALMIPÈDES. *ANSERES.*

Fam. ANATIDÉS.

Sous-Fam. CYGNINÉS.

Genre Cygne. *Cygnus*, Linn.

245. Cygne sauvage. *C. musicus*, Bechst. — Rare ; de passage périodique à l'embouchure de la Somme, en hiver, surtout dans les grands froids, plus rarement dans les marais du département du Nord ; on en vit de grandes troupes pendant le rigoureux hiver de 1830.

246. Cygne de Bewick. *C. minor,* Pall. — Rare ; on le tue de temps en temps, pendant les grands froids, sur les côtes et dans les marais, notamment à Dunkerque, Calais, Montreuil, Ardres.

247. Cygne tuberculé. *C. olor*, Linn. — Très-rare à l'état sauvage ; on l'a tué à Abbeville et à Dunkerque. Il faut se mettre en garde contre les captures de ce genre ; il arrive quelquefois qu'en temps de fortes gelées, accompagnées de neige, les Cygnes domestiques s'égarent et sont tués par des chasseurs, et comme ils ne diffèrent pas du type dont ils sont dérivés, on est tenté de les prendre pour des individus sauvages descendus du Nord.

Sous-Fam. ANSÉRINÉS.

Genre Bernache. *Bernicla*, Steph.

248. Bernache nonnette. *B. leucopsis*, Bechst. — De passage sur les côtes en hiver, surtout pendant les grands froids, rarement dans l'intérieur.

249. Bernache cravant. *B. brenta*, Steph. — Pas rare ; on la tue le long des côtes, et dans les marais, plus communément que l'espèce précédente ; elle paraît sur le marché de Lille pendant les grands froids.

Genre Oie. *Anser*, Bris.

250. Oie rieuse. *A. albifrons*, Bechst.— Commune en hiver; passe en grandes bandes le long des côtes et des rivières ; c'est la plus commune du genre.

Nota. L'Oie naine, *Anser minutus*, Naumann ; *brevirostris*, Koch, est une bonne espèce, mais les sujets tués dans nos départements auxquels ce ce nom a été appliqué ne sont que des Oies rieuses jeunes ou de petite taille. Il en est de même de deux individus de Calais étiquetés dans la collection Degland *Anser pallipes*, Sélys, *albiventris*, Degland. Il en est de même encore d'*Anser Bruchi*, Brehm, *intermedius*, Naumann ; le sujet ainsi nommé dans cette collection est une jeune Oie rieuse

251. Oie a bec court. *A. brachyrhynchus*, Baillon. — Rare ; de passage le long des côtes, à Dunkerque, Calais, et dans la baie de Somme ; je l'ai trouvée plusieurs fois pendant les grands froids sur le marché de Lille.

252. Oie sauvage. *A. segetum* , Meyer. — De passage annuel en automne, en hiver et au printemps ; elle passe , la nuit, en grandes bandes qui poussent une sorte de glapissement aigu qu'on entend de très loin.

253. Oie cendrée. *A. cinereus*, Meyr. — Moins commune que la précédente, son passage s'effectue surtout le long des côtes maritimes.

Sous-Fam. ANATINÉS.

Genre Tadorne. *Tadorna,* Leach.

254. Tadorne ordinaire. *T. vulpanser* , Flém. — Rare ; se voit surtout dans les hivers rigoureux, au bord de la mer et dans les marais de l'intérieur ; quelques couples nichent, dit-on , dans les terriers de lapins des dunes du Boulonnais.

Genre Siffleur. *Mareca ,* Steph.

255. Siffleur ordinaire. *M. penelope*, Bp. — Très-commun au printemps, en automne et quelquefois pendant tout l'hiver ; c'est l'espèce la plus commune de la famille sur le marché de Lille.

Genre Pilet. *Dafila,* Leach.

256. Pilet a longue queue. *D. acuta*, Leach. — Commun en automne et surtout au commencement du printemps.

Genre Canard. *Anas*, Linn.

257. Canard sauvage. *A. boschas* , Linn. — Commun d'octobre en mars quand l'hiver est doux ; il se reproduit quelquefois dans les dunes et dans nos grands marais.

Genre Sarcelline. *Querquedula*, Stéph.

258. Sarcelline bimaculée. *Q. bimaculata*, Bp. (Vulg. Canard gloussant). — Très-rare ; un sujet mâle a été tué près de Douai dans l'hiver de 1841.

259. Sarcelline d'hiver. *Q. crecca*, Steph. — Commune et de passage régulier avant et après l'hiver, dans les étangs et les marais, elle niche dans le département de la Somme.

Genre Sarcelle. *Pterocyanea*, Bp.

260. Sarcelle d'été. *P. circia*, Bp. — Moins commune que la précédente, passe aux mêmes époques

Genre Souchet. *Rhynchaspis*, Leach.

261. Souchet spatule. *R. clypeata*, Bp. — Commun à son double passage.

Nota. Le Canard musqué, *Cairina moscata*, Flém., dont la place serait ici, doit être rayé de la liste des oiseaux observés en Europe à l'état sauvage. Il est hors de doute que les sujets capturés en France provenaient de la race domestique. Les deux exemplaires qui figurent dans la collection Degland comme métis de cette espèce et du Canard sauvage proviendraient des marais de Beuvry ; mais rien ne prouve qu'ils ne sont pas le résultat d'un croisement opéré en domesticité et qu'ils ne se sont pas échappés de quelque basse-cour. La netteté du plumage et des pattes ne prouve rien quand il s'agit d'oiseaux qui, comme les Canards, les Oies, les Cygnes, vivent à l'état domestique dans une demi-liberté. D'ailleurs, les deux exemplaires de Degland, qui sont deux mâles, n'ont aucun rapport avec le *A. purpureo viridis*, de Schinz, regardé comme métis du *moscatus* et du *boschas*, ils ne se ressemblent même pas entr'eux, nouvelle preuve de leur état de domestication.

Genre Callichen. *Branta*, Boié.

262. Callichen huppé. *B. rufina*, Boié. (Vulg. Siffleur huppé). — Très-rare ; il a été pris à l'embouchure de la Somme dans l'hiver 1835. Un jeune et une femelle ont été capturés aux environs de Lille et d'autres à Bergues.

Genre Fuligule. *Fuligula*, Stéph.

263. Fuligule morillon. *F. cristata*, Steph. — Très-commun

dans les marais et sur les côtes, avant et après l'hiver. J'ai vu des œufs trouvés à Clairmarais, près de Saint-Omer, que je crois pouvoir rapporter à cette espèce.

Genre Milouin. *Aythya*, Boié.

264. Milouin ordinaire. *A. ferina*, Gould. — Commun dans nos grands marais et sur les côtes en automne ; il disparaît avec les froids et revient au printemps.

265. Milouin milouinan. *A. marila*, Bp. — Commun à son double passage sur les côtes, beaucoup plus rare que le précédent au marché de Lille,

Genre Nyroca. *Nyroca*, Flém.

266. Nyroca a iris blanc. *N. leucophthalma*, Flém. — Assez rare ; de passage sur les côtes et dans les marais ; il a niché aux environs de Dunkerque.

Genre Garot, *Clangula*, Flém.

267. Garot ordinaire. *C. glaugion*, Boié. — Commun avant et après l'hiver ; les femelles et les jeunes sont beaucoup plus abondants que les mâles adultes.

268. Garot de Barrow. *C. islandica*, Bp.— Très-rare ; deux jeunes mâles sont étiquetés dans la collection Degland comme pris à Lille en 1829 et en 1834. On l'a tué à Bergues.

Genre Histrion. *Harelda,* Leach.

269. Histrion de Miquelon. *H. glacialis*, Leach. — Rare ; on prend de temps en temps des individus jeunes sur les côtes de Dunkerque, en hiver.

270. Histrion arlequin. *H. histrionica*, Keys. — Une seule capture a été faite sur la côte de Gravelines d'après M. de Méezemaker.

Genre Stellérie. *Stelleria*, Bp.

271. Stellérie disparate. *S. dispar*, Bp. (Vulg. Canard ou

Fuligule disparate). — Très-accidentellement ; une femelle a été prise à Audinghem, près Marquise, le 25 février 1855.

Genre Eider. *Somateria*, Leach.

272. Eider ordinaire. *S. mollissima*, Leach. — Rare et de passage accidentel sur les côtes ; presque toujours des femelles ou des jeunes.

273. Eider élégant. *S. spectabilis*, Leach. — Très-accidentellement sur les côtes ; a été pris à Boulogne et à Cayeux.

Genre Macreuse. *Oïdemia*, Flém.

274. Macreuse a lunettes. *O. perspicillata*, Flém. — Un jeune sujet a été tué à Calais dans l'hiver 1855 ; on cite une autre capture faite à Boulogne et une autre encore dans la baie de Somme.

275. Macreuse brune. *O. fusca*, Flém. — De passage sur les côtes en hiver ; on la tue assez fréquemment à Dunkerque.

276. Macreuse ordinaire. *O. nigra*, Flém. — Beaucoup plus commune que la précédente ; elle forme en hiver, sur la mer, des bandes immenses très-difficiles à approcher ; elle retourne vers le nord en avril.

Nota. L'*Aix sponsa* (beau Canard huppé), doit être rayé de la liste des oiseaux d'Europe, quoique tué plusieurs fois dans nos environs. C'est une espèce américaine qu'il est très-aisé de faire propager en captivité et dont quelques sujets s'échappent des jardins zoologiques.

Sous-Fam. MERGINÉS.

Genre Harle. *Merganser*, Leach.

277. Harle huppé. *M. serrator*, Bp. — De passage sur nos côtes, le long des rivières et dans les marais, surtout dans les hivers rigoureux ; il s'en fit à Lille un grand passage en février 1830.

278. Harle bièvre. *M. castor*, Bp. — Plus commun que le

précédent sur les côtes et dans les marais ; pendant les grands froids on le trouve abondamment sur le marché de Lille.

Genre PIETTE. *Mergus*, Linn.

279. PIETTE ORDINAIRE. *M. albellus*, Linn. — De passage régulier avec les deux espèces précédentes ; on ne voit le plus souvent, dans les environs de Lille, que les femelles et les jeunes.

Fam. PÉLÉCANIDÉS.

Sous-Fam. PÉLÉCANINÉS.

Genre FOU. *Sula*, Briss.

280. FOU BLANC. *S. bassana*, Bris. — Pas rare sur nos côtes, surtout pendant les tempêtes ; on a tué un individu égaré près de Douai.

Genre CORMORAN. *Phalacrocorax*, Bris.

281. CORMORAN ORDINAIRE. *P. carbo*, Dumont. — De passage régulier au printemps et en automne, sur les côtes et dans leur voisinage ; on le tue de temps en temps dans les environs de Lille. Quelques couples nichent dans le Boulonnais et dans les falaises de la Somme.

282. CORMORAN LARGUP. *P. graculus*, Dumont. — Rare et accidentellement sur les côtes de Flandre et de Picardie.

Fam. LARIDÉS.

Sous-Fam. STERNINÉS.

Genre TSCHEGRAVA. *Hydroprogne*, Kaup.

283. TSCHEGRAVA CASPIENNE. *H. caspia*, Kaup. — Très-rare ; deux individus ont été trouvés mourants dans un champ près de Douai le 19 janvier 1827 ; on en a pris d'autres à Tournai, à Dunkerque et au hable d'Ault.

Genre Caugek. *Thalasseus*, Boié.

284. Caugek ordinaire. *T. cantianus*, Boié. — Très-commune sur les côtes en mars, avril, août et septembre.

Genre Hansel. *Gelochelidon*, Brehm.

285. Hansel ordinaire. *G. anglica*, Brehm. — Rare; se prend sur les côtes et dans les marais; on l'a tuée près de Lille en août 1836.

Genre Sterne. *Sterna*, Linn.

286. Sterne de Dougall. *S. paradisea*, Brunn. — Rare; elle paraît dans la baie de Somme en compagnie de l'espèee suivante; d'après Marcotte, elle niche parmi les pierres sur les côtes de Picardie.

287. Sterne Pierre Garin. *S. hirundo*, Linn. — Très-commune sur les côtes en mai et août; se voit aussi le long des rivières et dans les marais; on l'a prise plusieurs fois à Lille.

288. Sterne arctique. *S. arctica*, Temm. — Beaucoup plus rare que la précédente; elle passe avec elle sur nos côtes.

Genre Sternule. *Sternula*, Boié.

289. Sternule petite. *S. minuta*, Boié. — De passage régulier sur nos côtes; remonte souvent les rivières et les canaux; elle niche dans les galets.

Genre Hirondelle de mer. *Hydrochelidon*, Brehm.

290. Hirondelle de mer moustac. *H. hybrida*, Br. — Très-rare, on l'a tuée dans la baie de Somme.

291. Hirondelle de mer leucoptère. *H. leucoptera*, Br. — Très-rare; elle a été tuée accidentellement sur nos côtes et dans les marais voisins.

292. Hirondelle de mer épouvantail. *H. fissipes*, Br. — Très commune le long des côtes et surtout dans les marais, sur les rivières; on la tue quelquefois à Lille, à Douai et sur l'Escaut.

Sous-Fam. LARINÉS.

Genre Goéland. *Larus*, Linn.

293. Goéland a manteau noir. *L. marinus*, Linn. — Commun en automne sur les côtes et quelquefois, après les tempêtes, dans les marais voisins ; les jeunes sont beaucoup plus communs que les vieux.

294. Goéland a pieds jaunes. *L. fuscus*, Linn. — Assez rare ; passe sur les côtes en automne et au printemps.

295. Goéland argenté. *L. argentatus*, Brunn. — Commun sur les côtes à l'approche de l'hiver, moins nombreux au printemps, il se reproduit dans les falaises du Pas-de-Calais.

Cette espèce varie pour la taille ; Degland avait adopté en 1830 le *L. argenteus*, Briss., qu'il avait changé en *L. griseus*, il l'a depuis abandonné avec tous les ornithologistes.

296. Goéland cendré. *L. canus*, Linn. — Très-commun en hiver sur toutes nos côtes maritimes.

Genre Bourguemestre, *Leucus*, Bp.

297. Bourguemestre ordinaire. *L. glaucus*, Bp. — Rare ; il a été tué plusieurs fois à Dunkerque, les adultes y sont très-rares.

298. Bourguemestre leucoptère. *L. leucopterus*, Bp. — Très-rare ; paraît dans les hivers froids, on l'a tué à Dunkerque et dans les environs d'Abbeville et de Montreuil.

Genre Sénateur. *Pagophila*, Kaup.

299. Sénateur blanc. *P. eburnea*, Boié — Très-rare : passe accidentellement dans la baie de Somme et sur les côtes du Pas-de-Calais.

Genre Tridactyle. *Rissa*, Leach.

300. Tridactyle ordinaire. *R. tridactyla*, Leach. — Commune en automne et en hiver sur les côtes ; on en tue quelquefois aussi dans les grands marais.

Genre MOUETTE. *Xema*, Leach.

301. MOUETTE DE SABINE. *X. sabinii*, Leach. — Très-rare; quelques captures ont été faites à l'embouchure de la Somme et une autre à Dunkerque en 1847.

302. MOUETTE PYGMÉE. *X. minutum*, Boié. — Très-rare; se tue de temps en temps sous la livrée d'hiver à Dunkerque, Abbeville, Montreuil; elle remonte l'Escaut jusqu'à Tournai et la Somme jusqu'à Amiens.

303. MOUETTE RIEUSE. *X. ridibundum*, Boié. — Très-commune au printemps et en automne sur les côtes, dans les marais voisins et le long des rivières qui se jettent dans la mer; elle passe dans les environs de Lille où on la tue de temps en temps.

Le *L. capistratus*, Tem., est une variété de cette espèce à bec plus mince et à capuchon moins étendu, on le tue avec le type sur la côte de Dunkerque.

Sous-Fam. LESTRIDINÉS.

Genre STERCORAIRE. *Lestris*, Illig.

304. STERCORAIRE POMARIN. *L. pomarina*, Tem. — De passage irrégulier sur nos côtes au moment des tempêtes; presque toujours de jeunes sujets.

305. STERCORAIRE PARASITE. *L parasita*, Boié. (*Lestris Richardsonii*, Tem. et Swains., *crepidatus*, Dég.) — Rare; se voit sur les côtes pendant les coups de vent qui les chassent quelquefois très-avant dans l'intérieur; on l'a pris près de Lille.

306. STERCORAIRE LONGICAUDE. *L. cephus*, Keys. (*Lestris Buffonii*, Boié, *parasiticus*, Sw., *Lessonii*, Degl.) — Plus commun que le précédent; il s'égare aussi dans l'intérieur à la suite des coups de vent, je l'ai trouvé à Saint Omer et à Lille; on ne prend guère que des jeunes.

Le genre *Lestris* est un de ceux qui ont le plus divisé les ornithologistes et dont la synonymie est la plus embrouillée. La diversité du plumage de ces oiseaux qui passe par trois nuances bien distinctes : le brun mêlé de rouille, le fuligineux et le blanc, a trompé beaucoup d'auteurs. Degland, dans une notice qu'il a publiée dans les *Mémoires de la Société des Sciences*, en 1838, a admis et décrit six espèces : le *L. cataractes*, qui est devenu le type d'un nouveau genre, les *L. pomarinus*, *parasiticus*, *crepidatus*, *Buffonii* et *Lessonii*; dans ses ouvrages subséquents pour se conformer à l'opinion des naturalistes qui avaient éclairci tous les doutes, il supprima *crepidatus* et *Lessonii* ; mais sa conviction ne paraît pas bien établie : « J'ai décrit, dit-il, six espèces » que je croyais *et crois encore* posséder, j'en réduis le nombre à » quatre, préférant, *dans le doute*, omettre une ou deux espèces, » que d'isoler des individus, qui ne sont pas en tout sem- » blables, mais qui ont cependant la même origine. » Aujourd'hui il n'y a pas d'incertitude, *crepidatus* et *Lessonii* doivent être relégués parmi les espèces nominales, fondées sur de simples variations de taille ou de plumage.

Genre Cataracte. *Cataracta*, Brunn.

307. Cataracte brun. *C skua*, Brunn. — Rare ; apparaît accidentellement sur nos côtes pendant les tempêtes.

Fam. PROCELLARIIDÉS.

Sous-Fam. PROCELLARINÉS.

Genre Fulmar. *Fulmarus*, Leach.

308. Fulmar glacial. *F. glacialis*, Leach. — Rare; on le rouve accidentellement sur les côtes, souvent mort ou mourant après les tempêtes.

Genre Talassidrome *Procellaria*, Lin.

309. Talassidrome de Leach. *P. Leachii*, Tem. — Rare; on l'a

observé de temps en temps sur les côtes à Dunkerque, et dans la baie de Somme.

310. Talassidrome tempête. *P. pelagica*, Linn. — Commun en toute saison sur les côtes, et quelquefois dans l'intérieur pendant les tempêtes. La collection Degland possède, provenant de Dunkerque, un individu sans tache blanche aux rémiges secondaires ; c'est de cette variété que Brehm a fait l'*Hydrobates feroensis*.

Genre Puffin. *Puffinus*, Briss.

311. Puffin major. *P. major*, Faber. — Très-rare ; on l'a trouvé plusieurs fois en Picardie, mort sur les côtes à la suite de tempêtes.

312. Puffin cendré. *P. cinereus*, Steph. — Espèce très-voisine de la précédente, qu'elle remplace dans la Méditerranée ; un seul individu aurait été observé dans la baie de Somme par Baillon.

313. Puffin manks. *P. Anglorum*, Ray. — De passage accidentel sur les côtes, dans les ouragans d'automne.

314. Puffin obscur. *P. obscurus*, Steph. — Très-rare ; a été trouvé plusieurs fois dans la baie de Somme pendant les tempêtes.

Fam. ALCIDÉS.

Sous-Fam. ALCINÉS.

Genre Pingouin. *Utamania*, Leach.

315. Pingouin torda. *U. torda*, Leach. — Pas rare en mer, le long des côtes en automne et en hiver, surtout pendant les vents du Nord ; on l'a pris quelquefois en été à Dunkerque, mais il n'y niche pas.

Genre Macareux. *Mormon*, Illig.

316. Macareux moine. *M. arcticus*, Ill. — De passage irrégulier le long de nos côtes, et surtout dans la baie de Somme.

Sous-Fam. URIINÉS.

Genre GUILLEMOT. *Uria*, Bris.

317. GUILLEMOT A CAPUCHON. *U. lomvia*, Brun.— Commun sur les côtes à la fin de l'hiver et au commencement du printemps ; il niche quelquefois dans les falaises du Boulonnais.

318. GUILLEMOT BRIDÉ. *U. rhingvia*, Brun. — De passage accidentel sur les côtes ; on l'a pris à Dunkerque en livrée de noces, à Boulogne et dans la baie de Somme.

Genre GRYLLE. *Grylle*, Brandt.

319. GRYLLE A MIROIR. *G. columba*, Br. — De passage au printemps et en automne ; Dunkerque, baie de Somme.

Genre MERGULE. *Mergulus*, Ray.

320. MERGULE NAIN. *M. alle*. — Rare ; en automne et en hiver le long des côtes, où il n'aborde que quand le vent l'empêche de tenir la mer.

Fam. COLYMBIDÉS.

Sous-Fam. COLYMBINÉS.

Genre PLONGEON. *Colymbus*, Linn.

321. PLONGEON IMBRIN. *C. glacialis*, Linn. — Rare ; de passage irrégulier en automne et au printemps, pendant les ouragans ; les jeunes sont plus communs que les vieux.

322. PLONGEON LUMNE. *C. arcticus*, Linn. — Plus rare que le précédent, passe aux mêmes époques ; on en a tué deux jeunes dans le marais de Vandin le 10 décembre, après un ouragan.

323. PLONGEON CATMARIN. *C. septentrionalis*, Linn. — Commun, surtout les jeunes, en automne et en hiver sur les côtes et à l'embouchure des rivières.

Fam. PODICIPIDÉS.

Sous-Fam. PODICIPINÉS.

Genre GRÈBE. *Podiceps*, Lath.

324. GRÈBE HUPPÉ. *P. cristatus*, Lath. — Pas rare ; de passage régulier, plus ou moins nombreux, avant et après l'hiver, le long des côtes, sur les rivières et dans les marais.

325. GRÈBE JOUGRIS. *P. subcristatus*, Jardine. — Plus rare que le précédent ; passe aux mêmes époques ; on le tue fréquemment sur l'Escaut, à Tournai.

326. GRÈBE OREILLARD. *P. auritus*, Lath. — Pas commun ; passe au printemps et en automne sur nos rivières et dans nos marais.

327. GRÈBE CORNU. *P. cornutus*, Linn. — Très-rare ; on l'a tué en livrée de noces à Deûlémont sur la Lys, et en robe d'hiver à Tournai. On a fait avec les exemplaires de taille plus petite le *P. arcticus*, Boié ; je ne crois pas que cette variété ait été prise dans nos départements septentrionaux.

328. GRÈBE CASTAGNEUX. *P. minor*, Lath. — Commun et sédentaire sur les étangs, les rivières et dans les marais, on le tue souvent dans les fortifications de la citadelle de Lille.

ESPÈCES DOMESTIQUÉES.

Ordre des PIGEONS, *COLUMBÆ*.

1. PIGEON BISET. *Columba livia domestica*, Briss. — Cette espèce vit à l'état sauvage sur les côtes rocailleuses de la Méditéranée, en Sicile, en Algérie, à Ténériffe ; on la trouve aussi sur les côtes d'Irlande et accidentellement dans le midi de la France. C'est la souche de nos pigeons de colombiers, et selon la plupart des naturalistes, de tous nos pigeons de volières ;

cependant des doutes se sont élevés au sujet de plusieurs de ces races qui diffèrent tant de formes et de couleurs. On a supposé que le Ramier et la Tourterelle avaient pu contribuer à la formation de quelques-unes, ce qui est très-peu probable; on discutera longtemps encore sur les questions de ce genre, sans pouvoir les éclaircir, puisque les preuves manquent et que le passé nous échappe.

Lesson énumère 14 races différentes de pigeons de volière, qu'il subdivise en nombreuses variétés; Boitard en compte 24. Comment fixer des limites précises entre la race pure et la variété, au milieu de ces nombreux métissages et de ces croisements indéfinis?

Ordre des GALLINACÉS, *GALLINÆ*.

2. PINTADE DOMESTIQUE. *Numida meleagris domestica*, Linn. — Originaire d'Afrique, où elle vit encore à l'état sauvage, elle a été domestiquée dès le temps des Romains, et s'est fort peu éloignée de son type. Elle est peu répandue dans les basses-cours, malgré sa fécondité; mais les petits, qui craignent l'humidité et le froid, s'élèvent assez difficilement.

3 COQ DOMESTIQUE. *Gallus domesticus*, Briss. — On a longtemps discuté sur la question de son origine. Le continent de l'Inde et les grandes îles de l'Océanie nourrissent plusieurs espèces sauvages, avec lesquelles il a de grands rapports de parenté; les deux principales sont: *Gallus Sonnerati* de la chaîne des Gattes, et *Gallus benkiva* de Java. Le Coq vivait en domesticité dans les temps les plus reculés, dès les époques antéhistoriques, dans l'Inde et en Perse; ce n'est toutefois que depuis peu d'années que l'on cherche à en perfectionner les races au moyen de croisements bien entendus. Chacune de ces nombreuses races ont été vantées tour à tour et toutes ont leurs mérites;

mais la principale difficulté est de trouver, pour chaque contrée, la race ou le croisement le mieux adapté au sol, au climat et aux besoins. Pour ne parler ici que de nos campagnes des environs de Lille, je crois qu'il conviendrait de rechercher ce qu'on appelle encore la *race du pays*; basse sur pattes, trapue, au cou court, à l'artichaut bien développé, en général de couleur noire ou foncée, bonne pondeuse, rustique et s'écartant peu; de l'améliorer, au point de vue de l'engraissement, avec du sang de la race de La Flêche et d'en éloigner les mélanges cochinchinois, brahma et autres types lourds. Cette race tend de plus en plus à disparaître de nos fermes, depuis qu'on y introduit, sans but et sans entente, les croisements les plus disparates. On parviendrait ainsi à former pour toute la partie du département, qui s'étend de Lille à Dunkerque, une race bien adaptée qui pourrait y développer une industrie trop peu répandue, celle des volailles d'engrais.

4. PAON DOMESTIQUE. *Pavo cristatus domesticus*, Linn. — Originaire d'Asie, le Paon vit en domesticité depuis les temps les plus reculés; le *Pavo cristatus*, encore sauvage à Java, paraît en être la souche; mais la différence de couleur des ailes a fait penser à quelques naturalistes que son vrai type sauvage était encore à découvrir. Il se reproduit assez facilement dans nos contrées où cependant il est resté un oiseau de luxe.

5. DINDON DOMESTIQUE. *Gallopavus indicus domesticus*, Frisch. — Originaire de l'Amérique septentrionale, il fut importé en Europe au commencement du XVIe siècle. Il vit encore à l'état sauvage dans les Etats de l'Ohio, Kentucki, Illinois, Indiana, Arkansas, etc.; on le propage aisément dans certains cantons du département et surtout dans celui du Pas-de-Calais, il est peu répandu dans l'arrondissement de Lille.

6. FAISAN ORDINAIRE. *P. colchicus*, Linn. — Originaire des contrées de l'Asie à l'est de la Mer Noire, il a été réduit en do-

mesticité du temps des Grecs; on le trouve encore à l'état sauvage dans les pays voisins de son point d'origine; en Allemagne en France et en Angleterre, on l'a rendu à cet état dans les forêts et les parcs. Il multiplie facilement dans les basses-cours, mais les jeunes, jusqu'à l'âge de deux mois, ont besoin, à l'état domestique, de soins qui en rendent la propagation assez difficile.

7. Faisan a collier. ***P.*** *torquatus*, Linn.— Originaire de la Chine. On ne le nourrit guère que dans les faisanderies de luxe.

8. Faisan doré. ***P.*** *pictus*, Linn. — Originaire de la Chine ou du Japon, on le trouve encore sauvage dans les contrées orientales de l'Asie. Temminck et Degland l'avaient admis comme oiseau d'Europe en prétendant qu'on le rencontrait à l'état sauvage dans le Caucase et la Grèce; ce fait est entièrement controuvé. Il vit et se propage dans les faisanderies, les basses-cours, et depuis quelque temps on est parvenu à l'acclimater dans les bois sur plusieurs points de la France.

9. Faisan argenté. *Nyctemerus argenteus*, Swains. — Originaire de la Chine comme le précédent, on le nourrit dans les faisanderies, mais il supporte très-bien la vie de basse-cour et ne craint pas le froid de nos hivers.

C'est dans la famille des Phasianidés que les plus belles conquêtes de l'acclimatation ont été faites et restent encore à faire. Dans une *Note sur les Faisans acquis et à acquérir*, (mai 1865), M. Rufz de Lavison compte 56 espèces de Phasianidés à l'état sauvage dont 25 ont vécu ou vivent encore au jardin du bois de Boulogne. On voit quel vaste champ s'ouvre aux efforts de la domestication.

Ordre des PALMIPÈDES, *ANSERES*.

10. Cygne tuberculé. *Cygnus olor domesticus*, Naum.— Originaire des parties orientales et centrales de l'Europe, le type

sauvage ne descend plus aujourd'hui que de loin en loin des régions arctiques de notre continent. On le propage aisément dans les étangs et les rivières, et dans certains états du Nord de l'Allemagne, il fait l'objet d'un commerce important. Dans le nord de la France, il est encore un oiseau d'ornement.

11. OIE DOMESTIQUE. *Anser cinereus domesticus.* — L'oie est originaire d'Europe; elle était déjà domestique sous les anciens Grecs, et nos aïeux les Celtes et les Morins en élevaient d'immenses troupeaux. Elle fait l'objet d'un grand commerce en Alsace, en Languedoc et sur plusieurs points de nos départements septentrionaux; mais, dans l'arrondissement de Lille, elle est peu répandue malgré le profit qu'elle pourrait procurer.

12. OIE DU CANADA. *Cygnopsis canadensis*, Brand. (Vulgairement Oie à cravate, Bernache). — Originaire de l'Amérique du Nord, elle est parfaitement domestiquée en Europe et se reproduit librement dans les parcs.

13. OIE DE GUINÉE. *Cygnopsis cygnoides*, Brandt. — Originaire de la Mongolie, où Pallas l'a rencontrée, il y a un siècle, à l'état sauvage et domestique tout à la fois, elle est arrivée en France par la Russie, ce qui l'a fait nommer Oie de Moscovie. Elle est parfaitement acclimatée et se reproduit librement dans les étangs. Son nom d'Oie de Guinée provient de ce qu'elle a été confondue par Ray, Willughby, Brisson, etc., avec une espèce de la côte occidentale d'Afrique.

14. OIE DE GAMBIE. *Anser gambensis*, Bris. (Vulg. Oie armée, Oie à double éperon). — Originaire de l'Afrique Occidentale, elle se reproduit dans plusieurs parcs, mais elle est peu répandue.

15. OIE D'EGYPTE. *Chenalopex ægyptiaca*, Steph. — Originaire de l'Afrique orientale, elle y habite à l'état sauvage, et quelques individus se montrent accidentellement en Grèce et sur la Mer Noire. On en même tué en France et en Belgique qui paraissent provenir de la même origine. Elle vit très-bien en domesticité dans les basses-cours et les parcs.

16. CANARD DOMESTIQUE. *Anas boschas domesticus*, Linn. — Il est originaire des marais d'Europe, où le type sauvage est encore très-répandu ; sa domesticité remonte à une époque très-reculée, on le multiplie beaucoup dans nos contrées.

17. CANARD MUSQUÉ. *Cairina moscata*, Flém. — Originaire de l'Amérique méridionale où il vit depuis longtemps en domesticité. On l'apporta en France vers le milieu du XVIe siècle. Pallas le trouva à l'état sauvage sur les bords de la mer Caspienne, mais ce naturaliste observa en même temps qu'il était très-commun dans les basses-cours d'Astracan et de la Crimée ; il est donc hors de doute que les sujets sauvages qu'il rencontra provenaient de la race domestique. On l'élève en petit nombre dans les basses-cours de nos départements septentrionaux, où il se croise fréquemment avec les Canards domestiques ; leurs produits sont inféconds.

Nota. La plupart des auteurs qui ont dressé la liste des oiseaux domestiques y font entrer le *Serin des Canaries* et la *Tourterelle à collier* ; cependant ces deux espèces ne vivent et ne se reproduisent qu'à l'état de captivité, ce qui ne constitue, à mon avis, qu'une domestication imparfaite ; il faudrait, dans ce cas, regarder comme domestiques tous les oiseaux que l'on est parvenu depuis peu à faire couver en volières, depuis les Perruches jusqu'aux Autruches.

LISTE RÉCAPITULATIVE.

SÉDENTAIRES.

Buse vulgaire.
Bondrée ordinaire.
Faucon pèlerin.
Cresserelle ordinaire.
Epervier commun.
Busard harpaye.
Chevêche ordinaire.
Chat-huant ordinaire.
Chouette effraie.
Martin-pêcheur ordinaire.
Troglodyte d'Europe.
Grimpereau familier.
Mésange charbonnière.
Cyaniste bleue.
Lophophane huppée.
Mécisture à longue queue.
Alouette des champs.
Cochevis huppé.
Merle draine.
Merle noir.
Accenteur mouchet.
Rouge-gorge ordinaire.
Pie-grièche grise.
Geai ordinaire.
Pie ordinaire.
Choucas des clochers.
Corbeau corneille.
Etourneau commun.
Bruant jaune.
Proyer ordinaire.
Gros-bec ordinaire.
Pinson ordinaire.
Moineau domestique.
Moineau friquet.
Verdier ordinaire.
Chardonneret ordinaire.
Bouvreuil ordinaire.
Linotte ordinaire.
Pigeon ramier.
Faisan vulgaire.
Perdrix grise.
Rale d'eau.
Héron cendré.
Poule d'eau ordinaire.
Foulque macroule.
Grèbe castagneux.

PASSAGERS.

Le signe * marque les espèces qui nichent accidentellement dans nos contrées.

Pygargue ordinaire.
Balbuzard fluviatile.
Archibuse pattue
Brachyote à huppes coutes
Huppe vulgaire. *
Torcol verticille. *
Mésange noire.
Moustache des marais
Alouette lulu.
Pipit spioncelle. *
Pipit obscur.
Boarule à longue queue.
Merle mauvis.
Merle litorne. *
Merle à plastron. *
Roitelet huppé. *
Roitelet à moustaches.
Traquet rubicole. *
Motteux cul-blanc. *
Muscicape noir. *
Plectrophane de neige.
Bouvreuil ponceau.
Bec-croisé ordinaire.
Linotte de montagne.
Siserin cabaret.
Siserin boréal.
Pigeon colombin *
Perdrix de passage. *
Grue cendrée.

Squatarole suisse.
Pluvier doré.
Guignard ordinaire.
Ægialite gravelotte.
Huitrier pie.
Tourne-pierre à collier.
Phalarope platyrhynque.
Avocette à nuque noire,
Echasse à manteau noir. *
Bécasse ordinaire. *
Bécassine double.
Bécassine ordinaire. *
Bécassine sourde.
Sanderling variable.
Bécasseau minule.
Bécasseau de Temminck.
Bécasseau violet.
Bécasseau cincle. *
Bécasseau cocorli.
Maubèche grise.
Combattant ordinaire. *
Guignette ordinaire. *
Chevalier sylvain.
Chevalier cul-blanc.
Chevalier arlequin.
Chevalier aux pieds rouges.
Aboyeur aux pieds verts.
Barge commune.
Barge rousse.

Courlis corlieu.
Courlis cendré. *
Héron pourpré.
Butor ordinaire. *
Bihoreau ordinaire.
Cigogne blanche. *
Cigogne noire.
Spatule blanche.
Cygne sauvage.
Cygne de Bewich.
Bernache nonnette.
Bernache cravant.
Oie rieuse.
Oie à bec court.
Oie sauvage.
Oie cendrée.
Tadorne ordinaire. *
Siffleur ordinaire.
Canard sauvage *
Pilet à longue queue.
Sarcelline d'hiver.
Sarcelle d'été.
Souchet spatule.
Fuligule morillon. *
Milouin ordinaire.
Milouin milouinan.
Nyroca à iris blanc. *
Garot ordinaire.
Histrion de Miquelon.
Eider ordinaire.
Macreuse brune.
Macreuse ordinaire.
Harle huppé.
Harle bièvre.
Piette ordinaire.
Fou blanc.
Cormoran ordinaire. *
Caugek ordinaire.
Hansel ordinaire.
Sterne de Dougall. *
Sterne pierre garin. *
Sterne arctique.
Sternule petite.
Hirondelle de mer épouvantail.
Goéland à manteau noir.
Goéland argenté. *
Goéland cendré.
Bourguemestre ordinaire.
Tridactyle ordinaire.
Mouette rieuse.
Stercoraire pomarin.
Stercoraire parasite.
Stercoraire longicaude.
Cataracte brun.
Talassidrome tempête.
Pingouin torda.
Macareux moine.
Guillemot à capuchon. *
Grylle à miroir.
Mergule nain.
Plongeon imbrin.
Plongeon lumne.
Plongeon catmarin.
Grèbe huppé.
Grèbe jougris.
Grèbe oreillard.

SÉJOURNANTS.

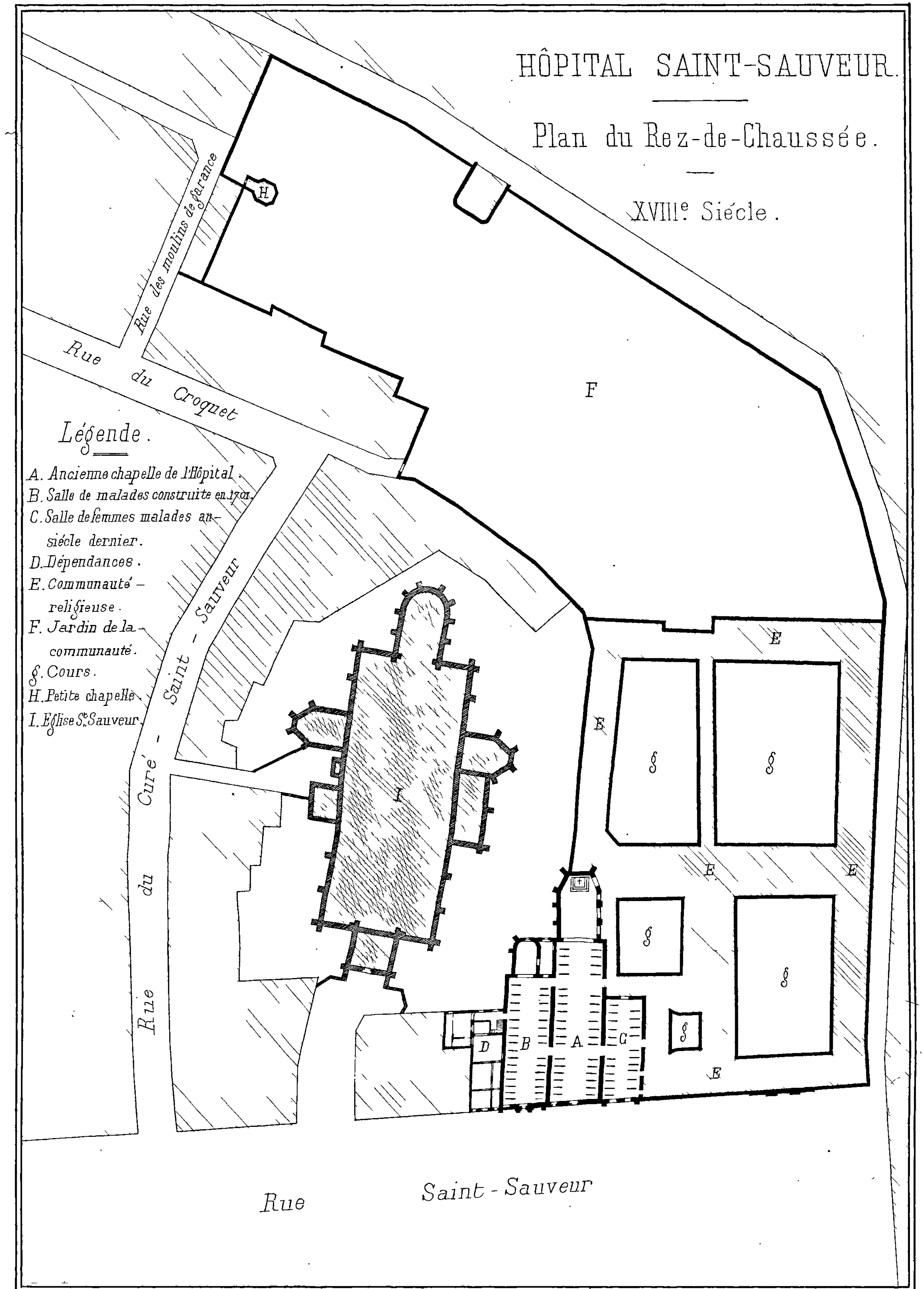
Hobereau ordinaire.
Emérillon ordinaire.
Soubuse ordinaire.
Soubuse de Montagu.
Hibou moyen-duc.
Engoulevent ordinaire.
Martinet noir
Coucou ordinaire.
Pic vert.
Epeiche ordinaire.
Nonnette cendrée.
Pipit des prés.
Pipit des arbres.
Bergeronnette printanière.
Lavandière grise.
Merle grive.
Rousserolle turdoïde.
Rousserolle effarvatte.
Rousserolle verderolle.
Phragmite des joncs.
Phragmite aquatique.
Hypolaïs ictérine.
Hypolaïs polyglotte.
Pouillot fitis.
Pouillot véloce.
Pouillot siffleur.
Babillarde ordinaire.
Babillarde grisette.
Fauvette des jardins
Fauvette à tête noire.
Rossignol ordinaire.
Rouge-queue de murailles.
Rouge-queue tythis.
Traquet tarier.
Gobe-mouche gris.
Hirondelle de cheminée.
Cotyle de rivage.
Chelidon de fenêtres.
Ecorcheur roux.
Ecorcheur ordinaire.
Corbeau freux.
Corbeau mantelé (hiver).
Loriot jaune.
Schænicole de roseaux.
Bruant ortolan.
Bruant zizi.
Pinson d'Ardennes (hiver).
Tarin ordinaire.
Tourterelle des bois
Caille ordinaire.
Marouette ordinaire.
Marouette de Baillon.
Marouette poussin.
Crex de genets.
Ædicnème criard.
Vanneau huppé.
Ægialite à collier interrompu
Ægialite à collier.
Blongios ordinaire.

FORTUITS.

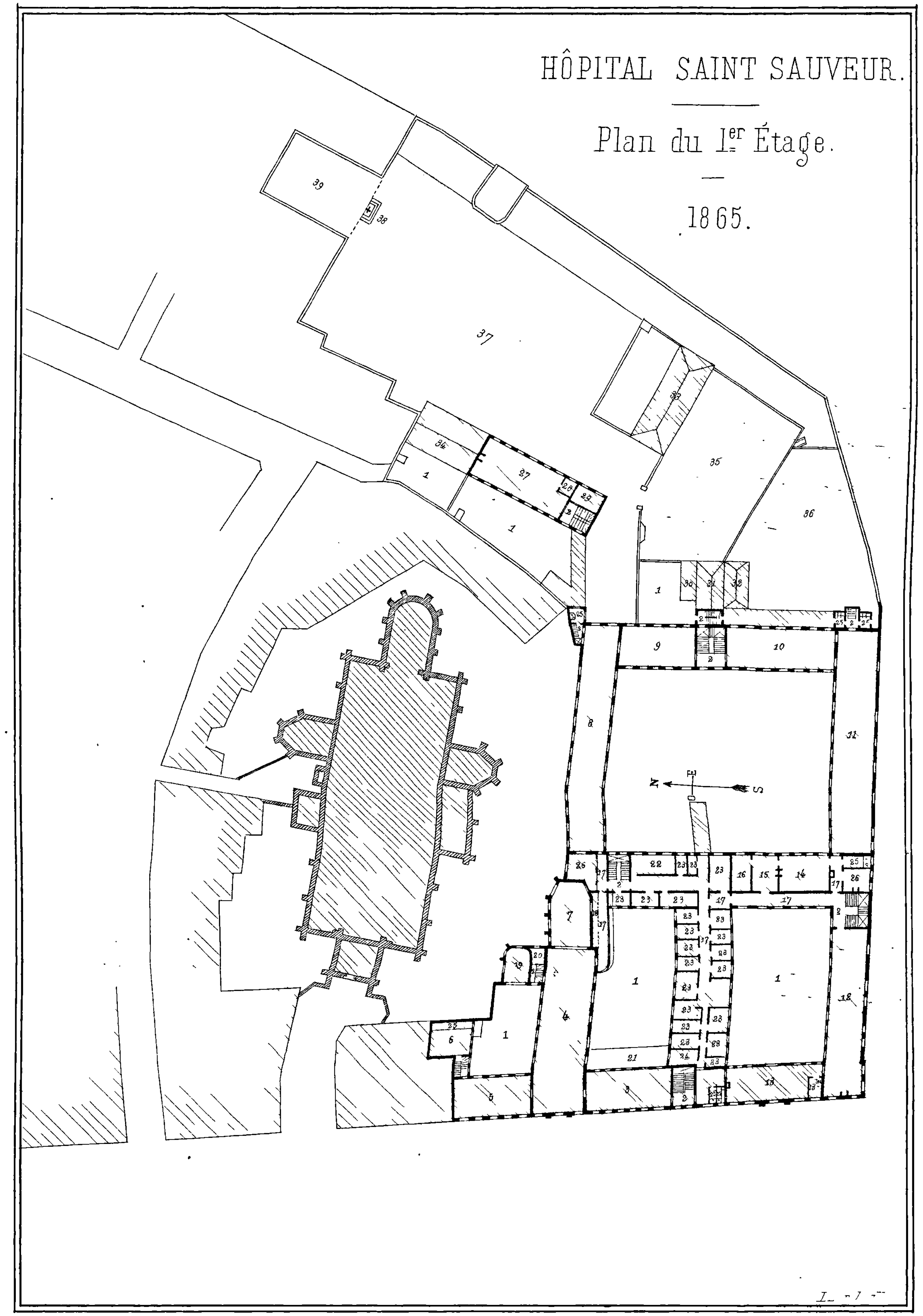
Gyps fauve.
Aigle fauve.
Aigle criard.
Circaëte Jean-le-blanc.
Milan royal.
Milan noir.
Elanion blac.
Faucon gerfaut.
Autour ordinaire.
Soubuse pâle.
Surnie caparacoch.
Harfang blanche.
Scops petit-duc.
Duc ordinaire.
Epeiche mar.
Epeiche épeichette.
Guépier ordinaire.
Rollier ordinaire.
Tichodrome échelette.
Sittelle d'Europe.
Hausse-col alpestre.
Pipit de Richard.
Rousselin champêtre.
Bergeronnette flavéole.
Bergeronnette à tête grise.
Bergeronnette mélanocéphale.
Lavandière d'Yarrell.
Cincle plongeur.
Merle à gorge noire.
Locustelle tachetée.
Cettie bouscarle.
Pouillot de Bonelli.
Pit-chou de Provence.
Fauvette orphée.
Accenteur alpin.
Gorge-bleue ordinaire.
Pétrocincle de roche.
Muscicape à collier.
Jaseur ordinaire.
Casse-noix ordinaire.
Corbeau noir.
Crave à bec rouge.
Martin roselin.
Plectrophane montain.
Bruant fou.
Bruant à sourcils jaunes.
Soulcie ordinaire.
Venturon ordinaire.
Serin cini.
Bec croisé perroquet.
Bec croisé à double bande.
Erythrine cramoisi.
Niverolle ordinaire.
Siserin blanchâtre.
Ganga cata.
Syrrhapte hétéroclite.
Gélinotte ordinaire.
Perdrix rouge.
Outarde barbue.
Outarde cannepétière.

Court-vite isabelle.
Glaréole à collier,
Lobipède hyperboré.
Platyrhynque pygmée.
Actiture rousset.
Catoptrophore semi-palmé.
Chevalier stagnatile.
Térek cendré.
Courlis à bec grèle.
Falcinelle ordinaire.
Egrette garzette.
Egrette mélanorhynque.
Crabier de Mahon.
Flammant rose.
Cygne tuberculé.
Sarcelline bimaculée.
Callichen huppé.
Garot de Barow.
Histrion arlequin.
Eider élégant.
Stellerie disparate.
Macreuse à lunettes.
Cormoran largup.
Tschegrava Caspienne.
Hirondelle de mer moustac.
Hirondelle de mer leucoptère.
Sénateur blanc.
Bourguemestre leucoptère.
Mouette de Sabine.
Mouette pygmée.
Fulmar glacial.
Talassidrome de Leach.
Puffin major.
Puffin cendré.
Puffin manks.
Puffin obscur.
Guillemot bridé.
Grèbe cornu.

Pl. 2.



Pl. 3.



LEGENDE EXPLICATIVE.

1 Cours.
2 Vestibules et Escaliers.
3 Salle Ste Marie.
4 Salle St Jean.
5 Salle St Charles.
6 Chauffoir.
7 Chœur de la Chapelle.
8 Salle St Louis
9 Salle Ste Elisabeth.
10 Salle Ste Monique.
11 Salle St Joseph.
12 Salle St Augustin.
13 et 13bis Salle St Roch avec cabinet.
14 Salle.
15 Salle.
16 Salle.
17 Corridors et dégagement.
18 Armoires.
19 Amphithéatre.
20 Chambre d'Élèves.
21 Plateformes.
22 Infirmerie des Sœurs.
23 Chambres des Sœurs.
24 Salle de bains pour les Sœurs.
25 Latrines.
26 Tisannerie.
27 Dortoir pour les filles publiques vénériennes.
28 Chambre de l'infirmerie
29 Cuisine.
30 Chauffoir des vénériens
31 Chauffoir des malades.
32 Magasin à la paille.
33 Loges des fous.
34 Loges des folles.
35 Préaux des malades.
36 Préaux des femmes.
37 Jardin.
38 Calvaire.
39 Poulaillier.

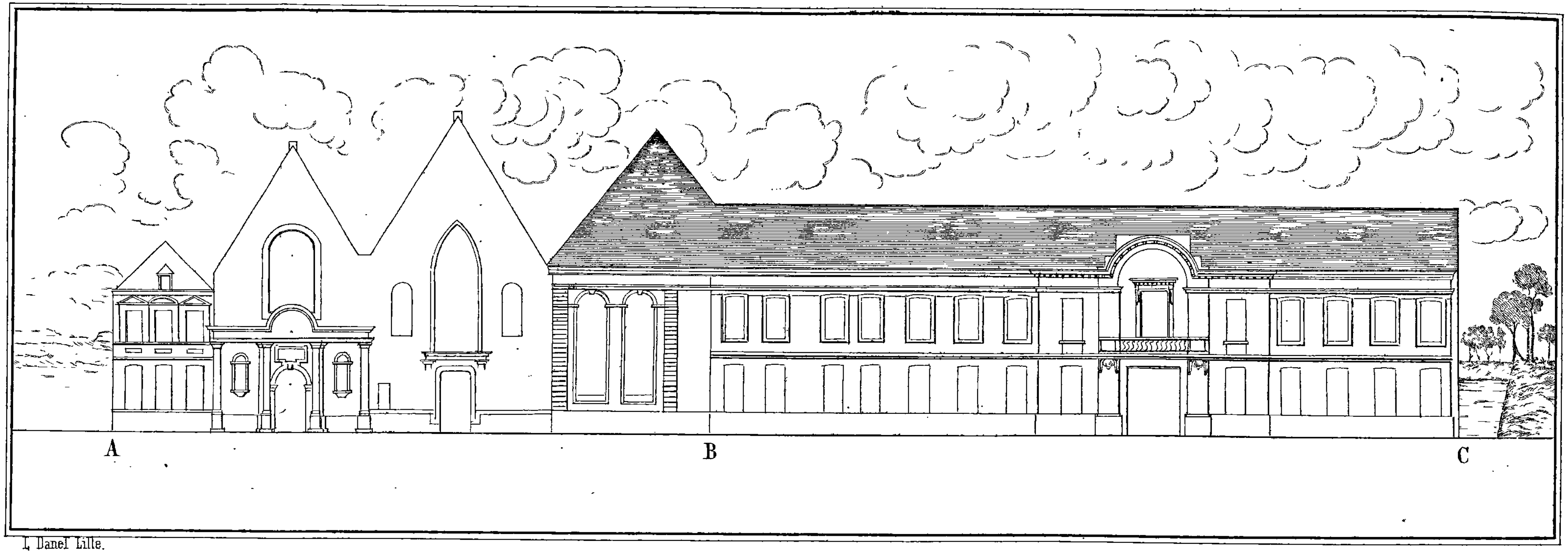
HOPITAL SAINT-SAUVEUR.

Façade sur la Rue.

XVIII Siècle.

A B partie ancienne.
B C partie construite en 1784.

Pl. I.



I. Danel Lille.

DE L'ASSISTANCE PUBLIQUE A LILLE.

L'HOPITAL SAINT-SAUVEUR,

PAR M. AIMÉ HOUZÉ DE L'AULNOIT,

Membre résidant.

SÉANCE DU 21 OCTOBRE 1864.

CHAPITRE I.

La comtesse Jeanne de Constantinople et le comte Fernand de Portugal. — Bataille de Bouvines. — Prise et incendie de Lille, par Philippe-Auguste. — Fondation de l'hôpital Saint-Sauveur en 1216. — Fondation de l'hôpital Comtesse en 1243. — Agrandissement de Lille, par le comte Guy, en 1288. — Prise de Lille, par Philippe-le-Bel, en 1296. — Réunion de la Flandre à la France, 1299. — Dons a l'hôpital Saint-Sauveur, et priviléges octroyés par les Souverains de la Flandre. — Lettres de sauvegarde. — État de l hôpital en 1453. — Agrandissement de l'hôpital Saint-Sauveur en 1472. — Charles-Quint. — Bourse commune des Pauvres à Lille, 1531. — Augmentation du nombre des sœurs, 1536. — Le Pape Urbain VIII et la confrerie de Notre-Dame-de-Lorette, en l'église de l'hôpital Saint-Sauveur.

L'histoire d'un hôpital et de ses développements successifs, apporte à l'étude d'une époque, les plus utiles enseignements. Chacune des phases de son existence correspond à une nécessité sociale, et emprunte aux événements contemporains son plus vif intérêt.

Lorsque la comtesse Jeanne de Constantinople fonda l'hôpital Saint-Jean-Baptiste ou Saint-Sauveur, elle était devenue par la mort de son père Baudouin de Constantinople, comtesse de Flandres et de Hainaut. Son union avec Fernand de Portugal, n'avait pas été heureuse. Ce prince, comme condition de cette alliance, avait dû abandonner à Philippe-Auguste, roi de France, les villes de Saint-Omer et d'Aire ; mais à peine marié il avait protesté contre ce démembrement de ses États. — La guerre s'était allumée, et bientôt le roi Philippe s'emparait des principales villes de Flandres et particulièrement de Lille, où pour assurer sa conquête, il faisait construire le fort des Reigneaux[1]. — Mais les Lillois, fatigués du joug, chassèrent les Français et ouvrirent leurs portes au Comte Fernand qui avait rallié à sa cause l'Empereur Othon et le roi d'Angleterre.

Philippe-Auguste ne tarda pas à tirer vengeance de cet outrage : il vint assiéger Lille ; — s'en étant rendu maître, il la mit à feu et à sang, — et suivant un auteur contemporain[2] l'incendie fut tellement violent, que le terrain marécageux sur lequel la ville était construite, brûla lui-même pendant plusieurs jours (1212). — Vaincu dans les plaines de Bouvines, le 14 juillet 1214, Fernand fut conduit prisonnier en France, et enfermé dans la tour du Louvre où il demeura douze ans.

C'est à cette époque de notre histoire, et alors que la ville de Lille, après ces cruelles épreuves, commençait à sortir de ses ruines, que la Comtesse Jeanne songea à fonder un hôpital. Elle choisit hors la ville, près de l'église Saint-Sauveur, qui existait déjà, depuis environ un siècle[3], un vaste terrain où elle fit ériger les premières constructions. — Elle se proposait d'y établir cinquante lits, mais le manque d'eau l'obligea à re-

1 Buzelin. Gallo Fland. Cap. III.

2 Guillaume Breton.

3 L'église Saint-Sauveur est signalée dans une bulle du pape Célestin II, de 1144.— Brun-Lavainne (*Atlas de Lille*, in f° 1830, page 16).

noncer à son entreprise. Restreignant ses projets, elle donna des biens suffisants pour y recevoir 6 à 8 malades.

L'entretien d'un lit pendant une année, était alors évalué à cent sols[1].

Encouragés par la Comtesse, les habitants de Lille commencèrent à couvrir d'habitations le quartier Saint-Sauveur, situé hors la ville; les limites de ce côté étaient tracées par le fossé dit des Ponts-de-Comines et le fort des Reigneaux.

En 1219, la Comtesse Jeanne voulant attirer les bénédictions du ciel sur l'établissement qu'elle venait de créer, fonda trois chapelles, l'une en l'honneur de Sainte-Catherine, dans l'église de Saint-Pierre, la seconde en l'honneur de Sainte-Marie, près de son palais, et la troisième, dans l'hôpital Saint-Sauveur, de Lille,— et afin que le service divin y fût convenablement célébré, elle appliqua diverses rentes et redevances à cet office[2].

Dès cette époque, le fonds de l'hôpita lSaint-Sauveur commence à s'enrichir des dons et legs qui lui sont faits. — L'inventaire des titres et pièces de cet hôpital, conservé à l'administration des hospices, signale un nombre considérable de donations. — La chapelle qui y avait été annexée, devint également une cause de nombreux bienfaits, par la fondation d'obits et de messes à perpétuité en l'honneur des donateurs.

En 1233, le doyen du chapitre de Saint-Pierre reçut mission de la Comtesse Jeanne et de l'Évêque de Tournai de dresser les statuts de la règle à imposer aux frères et sœurs, chargés, en nombre égal, dudit hôpital, ainsi que celle pour le traitement des pauvres infirmes et des pèlerins. Après avoir rédigé ce travail, il décida qu'un chanoine du chapitre de Saint-Pierre serait

1 *Dipl. coll.*, t. III, p. 681. — Montlinot, *Histoire de Lille*, p. 213.

2 Lettre sur parchemin transcrite sur le livre enchaîné du chapitre de Saint-Pierre. Ce livre ou registre sur lequel on avait transcrit les titres les plus importants du chapitre de Saint-Pierre, etait véritablement retenu par une chaîne. Il est aujourd'hui aux archives du département.

chaque mois délégué au gouvernement de l'hôpital Saint-Sauveur[1].

Cette même année mourut à Noyon, le prince Fernand, époux de la Comtesse Jeanne. Voulant laisser un souvenir et attacher son nom à l'hôpital élevé par la générosité de la Comtesse, il légua par son testament, en date d'août 1233, audit établissement, cent sols de rente, afin d'y fonder à perpétuité, un nouveau lit pour un pauvre [2]. — La Comtesse, reconnaissante de cette sollicitude, confirma en septembre suivant, cette libéralité[3].

La Comtesse Jeanne devenue veuve, appliqua tous ses soins à améliorer le sort de ses sujets. — En mai 1235, elle octroya le règlement du Magistrat de Lille tel qu'il s'est conservé jusqu'à la révolution de 1789. — En même temps ses regards se portaient sans cesse vers Saint-Sauveur. Elle prescrivait en avril 1236, au chapelain de la chapelle Saint-Sauveur dans l'église Saint-Pierre, d'aller dans l'hôpital même, dire et chanter la messe d'une manière convenable, entendre les confessions et administrer les sacrements pour la commodité des pauvres malades[4].

La Comtesse Jeanne avait épousé en secondes noces, Thomas de Savoie (1237) dont elle eut deux enfants.

En 1243, toujours préoccupée du sort des malheureux, elle transforma en hôpital, son propre palais. — C'était la réalisation d'une pensée qu'elle nourrissait depuis longtemps et dont elle avait jeté les premières bases, dès l'année 1227. — La reconnaissance publique en a conservé la mémoire, en baptisant cet établissement du nom touchant d'Hôpital-Comtesse.

Cette vertueuse princesse dont les bienfaits constituent la

1 Lettres authentiques conservées aux archives des hospices de Lille. — Anno 1233. — Montlinot, *Histoire de Lille*, p. 214.

2 Archives des hospices de Lille, août 1233.

3 Lettres-patentes, septembre 1233, déposées à la Chambre des Comptes de Lille *(Cartulaire* 131).

4 Archives des hospices de Lille, 1236, et le livre enchaîné de l'église Saint-Pierre.

plus riche partie du domaine actuel des hospices de Lille, mourut en 1244. — Son corps fut déposé en l'abbaye de Marquette, qu'elle avait fondée.

Marguerite, sa sœur, lui succéda.

Pendant cette première période, l'hôpital Saint-Sauveur étant hors la ville, les bâtiments en furent plusieurs fois brûlés et détruits par suite des guerres qui désolaient le pays.

C'est dans un de ces incendies que disparurent les titres de sa fondation[1].

En 1288, le comte Guy agrandit l'enceinte de Lille et entoura de fossés tout le nouveau quartier. Cette enceinte fut tracée le long de l'hôpital Saint-Sauveur qu'elle contourna, en supprimant une partie des terrains qui lui avaient été octroyés par la Comtesse Jeanne, et en le circonscrivant dans ses limites actuelles entre l'église Saint-Sauveur, le cimetière et le fossé de la ville. La noble tour, seul vestige de ces temps reculés, fut élevée à l'angle du bastion, dont elle constituait la principale défense.

C'était une terrible époque que celle que nous traversons : — les querelles des Comtes de Flandres avec le roi de France, ramenèrent, en 1296, Philippe-le-Bel sous les murs de Lille. Après la résistance la plus énergique, les habitants furent obligés de capituler. — Le Comte Guy s'inclina devant son vainqueur, et la Flandre fut réunie en 1299, à la couronne de France. — Jacques Châtillon, que le roi avait laissé pour gouverneur, fit bâtir à Lille, en 1301, le château de Courtrai.

Au milieu des troubles qui agitaient le pays, les gens de guerre pillaient les abbayes, et ravageaient les campagnes. — Les religieux et religieuses, pour échapper à ces périls, avaient dans l'intérieur des villes des refuges où ils s'abritaient avec leurs richesses, pendant la guerre ; c'est ainsi que l'abbaye de

1 Lettres-patentes de Louis XV, 20 août 1720. — *Archives des hospices de Lille.*

Loos posséda jusqu'à la révolution un refuge dans la rue qui porte son nom. — Il y avait également le refuge de l'abbaye de Cysoing, etc.

L'hôpital Saint-Sauveur qui possédait des biens à Thumesnil, à Ronchin, à Annappes, à Marcq-en-Barœul et dans le faubourg des Malades[1], avait éprouvé de grandes pertes pendant la dernière guerre. — Afin d'en empêcher le retour, le roi Philippe-le-Bel octroya, en 1301, à l'hôpital Saint-Sauveur, des lettres de sauvegarde, pour les personnes et biens en dépendant, et lui confirma tous les priviléges antérieurs.

Les troubles qui agitèrent la Flandre dans les années qui précédèrent et qui suivirent la bataille de Mons-en-Pévèle (18 avril 1304), engagèrent le roi de France Philippe, à renouveler le 1er septembre 1308 les ordres relatifs à la protection due aux personnes et aux biens de l'hôpital Saint-Sauveur[2].

Mais de pareilles prescriptions ne paraissent pas avoir produit grand effet, car vingt ans après (8 février 1328) nous retrouvons le même roi Philippe, recommandant de nouveau au bailli de Lille et à son lieutenant, d'empêcher que l'on se permette aucune oppression ou insulte envers la Prieure et les sœurs de l'hôpital Saint-Sauveur[3].

Indépendamment des biens qui avaient été donnés à l'hôpital par la comtesse Jeanne, elle lui avait également concédé certains priviléges et exemptions des droits sur les objets de consommation. C'est ainsi qu'en 1365, Percheraux de Gand, chevalier du roi, bailly de Lille et gardien de l'hôpital, établit dans un acte conservé en la Chambre des comptes de Lille, qu'après information faite, il était prouvé que l'hôpital était exempt de toutes *maltotes* et *dettes quelconques*; en conséquence il ordonnait au

1 Les maladreries et maison des lépreux étaient situées dans le faubourg des Moulins. Ces établissements avaient également déterminé le nom de rue des Malades, que la rue de Paris a porté pendant plusieurs siècles.

2, 3. Lettres sur parchemin, *Archives des hospices de Lille*, N.os 35 et 36 et N° 41.

receveur de la maltote de blé, de restituer un gage qu'il s'était fait donner pour un prétendu droit sur les blés de l'hôpital[1].

Le 25 janvier 1385, nous trouvons encore dans l'inventaire des titres de l'hôpital Saint-Sauveur, des lettres de sauvegarde délivrées aux religieuses, Prieure et sœurs de l'hôpital Saint-Sauveur, par Philippe de Bourgogne, comte de Flandre, fils du roi de France. — Enfin, par lettres-patentes du 3 septembre 1393, le même prince déclare cet hôpital provenir de la fondation de ses prédécesseurs, *et être exempt de l'assise sur le vin, mandant à son receveur et aux échevins de Lille, de faire cesser toutes poursuites à cet égard.*

Autres lettres de ce prince, du 13 juillet 1397 par lesquelles *il fixe à trois queues de vin par an, la consommation de l'hôpital.* — Il n'y avait alors que vingt lits de malades.

Les pièces et titres attestant les priviléges de l'hôpital à cette époque, abondent. — Acte de Jean, sire de Croix, bailli de Lille et gardien de l'hôpital Saint-Sauveur, portant, *après informations faites, que cet hôpital était exempt de droits de chaussée;* — certificat donné en 1483, par Jacques de Quélu, notaire public, que l'*hôpital est exempt en vertu de sa fondation de tous tonlieux, passages, vinages, etc*[2].

C'est dans le cours du quatorzième siècle que *les religieux de l'hôpital Saint Sauveur* cessèrent d'y être attachés; les Augustines demeurèrent seules chargées, dès lors, des soins à donner aux malades. L'hôpital Saint-Sauveur n'était pas seulement destiné à recevoir des malades, il donnait également asile à des bourgeois qui venaient s'y fixer pour y finir leurs jours. — De nombreux actes de donation constatent de pareils contrats. — Les bourgeois les plus notables allaient s'y faire traiter en maladie. — Un sieur Jehan Dubosquiel, en reconnaissance des bons

1 Lettres-patentes de Louis XV, 20 août 1720. — *Archives des hospices de Lille.*

2 Lettres-patentes du roi Louis XV du 20 août 1720. — *Archives des hospices de Lille*

soins qui lui ont été prodigués, donne, le 19 février 1424, à la prieure et aux religieuses de l'hôpital une maison et héritage rue Saint-Sauveur.

Quelquefois la donation avait pour but, l'entretien d'un aliéné ou innocent. C'est ainsi que le 1er août 1416, les sieur et dame Higot lèguent audit hôpital, deux maisons, rue du Croquet, pour en jouir après leur mort, à la charge de nourrir, sa vie durant, leur fils Jean, innocent[1].

En 1419 un grand débat s'éleva entre les religieuses de l'hôpital et l'évêque de Tournai au sujet de la nomination de la Prieure. Les premières prétendaient avoir le droit d'y procéder par voie d'élection, le second au contraire maintenait qu'à lui seul appartenait le droit de nomination. La cause prit une telle gravité que les partis soumirent leurs différends à l'arbitrage du Pape Martin. Après une enquête minutieuse dans laquelle furent entendues diverses personnes dignes de foi, tant ecclésiastiques que séculières, l'Évêque de Tournai fut obligé de reconnaître qu'aux religieuses seules appartenait le droit d'élire leur Prieure. Il déclara en conséquence qu'il ne s'opposait point à ce qu'à l'avenir elles continuassent à en agir ainsi[2].

Des difficultés à peu près semblables paraissent s'être élevées en 1457, entre le chapitre de Saint-Pierre et les Maître, Prieure, et couvent de l'hôpital Saint-Sauveur. — Un procès-verbal dressé en décembre 1457, constate les conditions arrêtées, pour l'exercice du patronage du chapitre et l'élection d'une Prieure[3].

Cependant quelques années auparavant, Jehan, évêque de Tournai, avait dressé un règlement concernant l'état ecclésiastique de l'hôpital Saint-Sauveur et son administration, tant spi-

1 *Archives des hospices de Lille*, parchemin N° 68.

2 Procès-verbal sur parchemin dressé par le notaire Grandin, prêtre de Tournai. *Archives des hospices de Lille*, N° 70.

3 *Archives des hospices de Lille*, parchemin N° 82.

rituelle que temporelle. — Il y était écrit qu'outre le nombre de six religieuses, il peut y avoir deux frères, l'un prêtre, l'autre lai ou convert.

Ce règlement, du 6 août 1453, fut approuvé et confirmé par une bulle du pape Calixte III, du 12 mai 1455[1].

Ce document précieux nous renseigne sur l'état de l'hôpital à cette époque. Pour que les sœurs pussent suffire au service général, il fallait que le nombre des lits fût extrêmement restreint. De 6 ou 8 qu'il était en 1216, au moment de la fondation par la comtesse Jeanne, il n'avait guère pu s'élever en l'absence de ressources nécessaires à sa dépense.— Les malades ou pèlerins ne devaient pas dépasser 20 à 30, s'il faut en juger par le fait suivant : Un sieur Gantois qui avait légué sa maison pour y recevoir 13 vieillards des deux sexes, fixait à 6 ou 8 le nombre de sœurs qui devaient les soigner. — Du reste il ne faut pas perdre de vue que cet hôpital n'était pas le seul qui existât à Lille. — La charité des princes, et celle des particuliers avaient multiplié les asiles, et à part l'Hôpital-Comtesse, le plus important de tous, il existait un grand nombre d'hôpitaux, hospices et maladreries où toutes les souffrances trouvaient aide et assistance.

Après Jean Sans-Peur qui avait fait bâtir, à Lille, le palais de Rihour en 1407, et qui fut assassiné sur le pont de Montereau (10 septembre 1419) la Flandre passa aux mains de son fils, Philippe, alors âgé de 23 ans.

Ce prince dont tous les historiens se plaisent à bénir la mémoire, et qui gouverna la Flandre de 1419 à 1467, avait mérité le nom de Philippe-le-Bon, par sa bienveillance pour les Lillois et sa générosité.—L'hôpital Saint-Sauveur ne fut pas oublié, et le 6 mai 1464, il lui donna une marque de sa protection, en faisant publier dans les rues de la ville, les lettres de sauve-

1 Bulle originale sur parchemin, scellée du scel du pape Calixte III. — *Archives des hospices de Lille*, N° 80.

garde et les priviléges accordés à l'hôpital par ses prédécesseurs [1].

A Philippe-le-Bon succéda le comte de Charolais, Charles-le-Téméraire, son fils.

A cette époque, entre l'hôpital Saint-Sauveur et l'église, existait, ainsi qu'il était d'usage, un cimetière. — Les maître et Prieure voulant agrandir l'hôpital et faire construire une nouvelle salle, obtinrent de la ville la concession d'un terrain vague qui se trouvait le long dudit cimetière. Cet acte qui porte la date du 7 février 1482, est la première trace d'agrandissement que nous rencontrons depuis la fondation de l'hôpital [2].

Le quartier Saint-Sauveur commençait en même temps à se peupler. — Les rues défoncées et boueuses étaient une cause incessante de miasmes délétères. En 1475, pour la première fois, la rue Saint-Sauveur fut pavée [3]. Le magistrat offrait dix sous de la verge, à ceux qui voudraient paver cette dernière. A l'extrémité de cette rue se trouvait une porte conduisant à la route de Lille à Valenciennes. — Elle fut supprimée en 1595 et démolie en 1674, lors de la reconstruction de la partie des fortifications détruite pendant le siége de 1667.

Dans l'église de l'hôpital Saint-Sauveur, existait une chapelle consacrée à Notre-Dame-de-Lorette, et qui était l'objet d'un pieux pèlerinage. En 1488, les vicaires généraux de Tournai accordèrent des indulgences à ceux qui fréquenteraient cette chapelle.

Le 27 février 1495 [4] pareilles indulgences furent octroyées aux Prieure, sœurs et pauvres malades de la maison, par Pierre, évêque de Nazareth (hors Lille) ; et plus tard, en 1562, le pape

1 *Archives des hospices de Lille*, parchemin N° 85.
2 *Archives des hospices de Lille*, parchemin scellé N° 85 bis.
3 Victor Derode, *Histoire de Lille*, t. I, p. 337.
4 *Archives des hospices de Lille*, N° 108.

Pie IV[1] délivra des lettres-patentes, portant érection de la confrérie de Notre-Dame-de-Lorette dans ladite église; cette institution devint par la suite une des plus importantes de la ville.

Au commencement du seizième siècle (1507), la ville de Lille passa sous la domination de l'empereur Charles-Quint. Ce prince après avoir juré d'observer les priviléges de la ville, prit à tâche d'introduire toutes les améliorations possibles dans son intérieur. En 1531, il délivra des lettres-patentes pour la fondation de la Bourse commune des pauvres. — Nous avons peu de détails à reproduire au sujet de l'hôpital Saint-Sauveur, sauf l'intervention de l'empereur, le 1er août 1522, dans un débat élevé entre la Prieure et l'évêque de Tournai au sujet de la reddition des comptes de cet hôpital. L'évêque de Tournai prétendant à la suprématie, voulait que les comptes fussent rendus devant lui; les religieuses lui contestaient ce droit; l'Empereur donna raison aux religieuses, et lui enjoignit ainsi qu'à ses officiers de se désister de cette prétention.

C'était devant la chambre des comptes que cette vérification devait s'effectuer. Et, en effet, le 12 octobre 1536, ladite chambre autorisa Jacques Lefèvre, maître de l'hôpital Saint-Sauveur, à augmenter le nombre des sœurs afin de le porter à dix. Le 9 octobre 1537, l'évêque de Tournai approuva cette augmentation[2].

En 1548, la place actuelle du Réduit n'existait pas; la rue des Sahuteaux partait de la rue des Malades ou de Paris, pour aboutir à celle de Saint-Sauveur; voulant élargir les terreaux et remparts de la ville, le Magistrat de Lille acheta ou plutôt expropria vingt maisons rue des Sahuteaux, appartenant à l'hôpital Saint-Sauveur, et lui donna le 6 avril 1548, en échange, des terres et maisons sises près la porte Saint-André[3].

1 *Archives des hospices de Lille*, original scellé N° 178. — Bulle du 12 septembre 1562.
2 *Archives des hospices de Lille*, original en parchemin N° 161.
3 *Archives des hospices de Lille*, N° 168.

On se rappelle qu'en 1219, la comtesse Jeanne avait fondé dans l'hôpital Saint-Sauveur une chapelle en l'honneur de saint Jean l'évangéliste. Les revenus constitués par la fondatrice étaient depuis longtemps insuffisants pour l'entretien du culte ; afin de remédier à cette situation désastreuse, l'Évêque de Tournai, le chapitre de Saint-Pierre et la chambre des comptes de Lille, autorisèrent, le 8 août 1572, la réunion de la dite chapelle à la maîtrise de l'hôpital Saint-Sauveur.

Cette église fut à diverses reprises honorée d'une manière toute spéciale par les souverains pontifes. C'est ainsi que le 4 juillet 1623, le pape Grégoire XV accorda une indulgence plénière aux fidèles qui visiteraient l'église de l'hôpital Saint-Sauveur le jour de saint Jean-Porte-Latine[1], et qu'en 1633 le pape Urbain VIII octroya des indulgences spéciales, à la confrérie de Notre-Dame-de-Lorette, en l'église de l'hôpital Saint-Sauveur[2].

1, 2 *Archives des hospices de Lille*, originaux en parchemin scellés N.os 207 et 209.

CHAPITRE II.

Fondation de trois lits, par Dame Antoinette Deleflye, en 1643. — Nouveau règlement de l'hôpital Saint-Sauveur, par Philippe IV, en 1650. — Avénement de Charles II. — Siége et prise de Lille, par Louis XIV; août 1667. — Capitulation. — Priviléges de la ville respectés. — Création d'un médecin et d'un chirurgien à Saint-Sauveur, par la veuve de Denis Hereng, médecin, en 1668. — Agrandissement de l'esplanade Saint-Sauveur. — Biens des maladreries de Canteleu et de l'hôpital d'Anstaing, ainsi que de la Bonne-Maison de Lille, octroyés à l'ordre de Saint-Lazare et de Notre-Dame du Mont-Carmel, en 1672. — Suppressions de ces établissements. — Droit de mesurage du charbon donné par le Magistrat de Lille, à l'hôpital Saint-Sauveur, 1693. — Réunion définitive des biens des maladreries à l'hôpital Saint-Sauveur; décembre 1698. — Importance de ces biens.

Les fondations que nous avons rencontrées jusqu'ici, étaient toutes faites au profit de l'hôpital Saint-Sauveur, ou avaient pour objet la création de messes et d'obits perpétuels. En 1643, la dame Antoinette Deleflye, veuve de messire Chrétien Sarrazin, légua par son testament en date du 16 décembre, une somme de 6000 florins pour l'établissement de trois lits dans ledit hôpital. Cette libéralité commença une ère nouvelle, qui, à la fin de ce siècle, par la réunion des biens appartenant aux maladreries et léproseries, ouvrit une large porte aux malades et indigents de la ville de Lille.

Jusqu'à ce jour, l'administration de l'hôpital Saint-Sauveur avait été confiée aux mains d'un maître nommé par la chapelle de Saint-Pierre, de la Prieure et des religieuses; le 6 mars 1650, le roi d'Espagne, Philippe IV, modifia profondément cette situation. — Voulant assurer aux religieuses une liberté que leur méritaient les services par elles rendues à l'humanité, le duc d'Olivarès, son premier ministre, soumit à la sanction du roi, un règlement par lequel le spirituel et le temporel étaient entièrement séparés. — Aux termes de cet édit, il n'y avait plus de maître, mais seulement un confesseur, qui ne pouvait avoir aucune communication avec l'intérieur du couvent : un receveur lai donnant caution était nommé pour la perception des revenus, et la nomination tant du confesseur que du receveur, appartenait au choix des religieuses ; ils devaient recevoir leur institution de l'évêque de Tournai [1]. L'application de ce règlement rencontra les plus sérieuses difficultés. — Le chapitre de Saint-Pierre et l'évêque de Tournai en entravèrent l'exécution qui demeura suspendue pendant plusieurs années.— Cet état de choses reçut enfin une solution le 6 septembre 1662. — Une ordonnance du Conseil privé ordonna qu'il fût sursis à l'exécution du règlement de 1650, et disposa que jusqu'à nouvel ordre, l'administration du temporel et du spirituel demeurerait comme par le passé aux mains d'un maître de l'hôpital [2].

Philippe IV, après un règne long et malheureux pendant lequel il avait été presque constamment tenu en tutelle par le duc d'Olivarès, mourut le 17 octobre 1663. Son fils Charles II, à peine âgé de quatre ans, lui succéda sous la régence de Marie-Anne d'Autriche.

Déjà la puissance espagnole qui avait étendu son empire sur les deux mondes était ébranlée de toutes parts. — La main d'un enfant et celle d'une femme étaient impuissantes à défendre ce colosse contre les dangers qui le menaçaient au dedans et au dehors. — Louis XIV crut le moment favorable pour élever d'anciennes prétentions sur la Flandre.

Le 10 août 1667, il vint mettre le siége devant Lille. Les premiers jours furent employés à dresser des batteries principa-

1 *Archives des hospices de Lille*, original sur parchemin, scellé du sceau royal, N° 215.
2 *Archives des hospices de Lille*, original sur parchemin, N° 216.

lement dirigées sur la Noble-Tour, derrière laquelle, on le sait, est situé l'hôpital Saint-Sauveur. « Le 21 août, au point du jour,
» l'ennemi commença (dit un témoin oculaire) à battre la ville
» avec violence et avec un très-grand fracas des maisons du
» quartier Saint-Sauveur. La plupart des habitants de ladite
» paroisse et une très-grande partie de celle de Saint-Maurice,
» furent obligés d'abandonner leurs maisons et en emporter les
» plus précieux de leurs meubles. Les religieux et religieuses de
» ces quartiers, celles même qui avaient fait vœu de cloître ont
» été obligées d'en faire de même, et de se retirer auprès de
» leurs parents et amis pour éviter les coups de canon qui per-
» tuisaient leurs maisons et couvents [1]. »

L'hôpital Saint-Sauveur fut rempli de blessés, et malgre la grandeur du péril, les religieuses n'abandonnèrent pas leur poste.

Après huit jours de tranchée, le comte de Bruay, qui commandait la garnison espagnole, envoya un parlementaire au camp français. Les stipulations de la reddition de la place furent débattues et définitivement arrêtées le 28 août 1667.

Il est intéressant de retrouver dans l'acte de la capitulation, les conditions imposées au grand Roi par le Magistrat de Lille, et qui se rattachent plus particulièrement à l'hôpital Saint-Sauveur.

« Art. 42. — Que les chartres, titres, comptes, papiers et renseignements concernant la ville, domaine d'icelles et lesdits états et siége de justice et police, *hôpitaux et fondations pieuses* et autres communautés demeureront en leur entier, et seront régis, gouvernés et conservés par les officiers et ainsi du passé.

« Art. 47. — Et retiendront lesdites ville et châtellenie, et manants susdits sans aucune différence de qualité comme dit est,

1 Journal du siége de Lille en 1667, par un citoyen conte mporain. — *Renouvellement de la loi de Lille*, année 1783.

ainsi que feront pareillement les églises, chapelles, monts-de-piété et toutes les fondations, cloîtres, *hôpitaux*, etc., tous leurs biens, meubles, immeubles, noms, actions, etc. »

A son entrée dans la ville, le roi Louis XIV alla s'agenouiller dans la chapelle de Notre-Dame-de-La-Treille, à l'église Saint-Pierre, et y prêta le serment de maintenir les priviléges de la ville.

L'hôpital Saint-Sauveur continua, sous la domination française, à être l'objet de la générosité des nobles et des bourgeois. — Bien que les renseignements précis nous manquent sur le nombre exact des malades qui y étaient recueillis, néanmoins il était à cette époque peu important, puisque nous apprenons, par un document curieux, qu'en 1668 il n'y avait point encore de médecin ni de chirurgien attachés en titre à cet hôpital. En effet, par son testament en date du 12 mars 1668, Catherine Berthe, veuve de Denis Hereng, médecin, exécutant sans doute les volontés dernières de son mari, légua une somme de 3000 florins placée en rentes sur le provincial des Jésuites, pour qu'il y ait à l'hôpital Saint-Sauveur un *médecin et un chirurgien gagés pour le service et assistance des pauvres malades et blessés* [1]. C'était définitivement une organisation régulière substituée à un état dont le sieur Hereng, en sa qualité, avait pu apprécier tous les inconvénients.

En 1673, Louis XIV vint visiter les Lillois, et sa présence y fut signalée par des fêtes magnifiques.

Trois ans après, le roi ayant décidé l'agrandissement de l'esplanade du fort Saint-Sauveur, acheta à l'hôpital, vingt maisons qui lui restaient rue des Sahuteaux (1676.). — Cette nouvelle entreprise dégagea complètement cette place et la rendit telle qu'elle est aujourd'hui.

A cette époque, existaient sous le nom de maladreries, plu-

1 *Archives des hospices de Lille*, copie collationnée N° 219

sieurs maisons, dans lesquelles certaines catégories de malades étaient traitées. — C'étaient la Bonne-Maison de Lille, la Maladrerie du Pont-à-Marcq, celle de Canteleu et de l'hôpital d'Anstaing. Ces fondations, dont les bâtiments tombaient en ruine, et qui ne trouvaient pas dans leurs revenus, les ressources nécessaires à la restauration des édifices et à l'entretien des malades qu'ils devaient recueillir, étaient depuis longtemps menacés d'une suppression prochaine. — En décembre 1672, un édit royal incorpora ces Maladreries à l'ordre de Saint-Lazare et de Notre-Dame-du-Mont-Carmel.

Le 14 octobre 1686, par un acte capitulaire, les religieuses de l'hôpital Saint-Sauveur prièrent la dame Prieure de se charger de l'administration du temporel.

Il est à croire que cette disposition ne tarda point à recevoir son exécution, car les comptes du commencement du dix-huitième siècle sont rendus par la Prieure, et il paraît que c'est à dater de cette époque qu'elle a eu l'administration des biens.

En comparant les dates, on voit que ce changement dans l'administration s'opéra environ douze ans avant la réunion, faite par Louis XIV, des quatre Maladreries sus-nommées à l'hôpital.

En 1693, le Magistrat de Lille disposa en faveur de l'hôpital Saint-Sauveur du droit de mesurage du charbon de *fau* et braises appartenant à la Bonne-Maison. — Ce revenu était important, puisque des registres tenus par la Prieure de l'hôpital Saint-Sauveur, il résulte qu'elle a touché

en 1699	3,029	livres	6	sols.
en 1700	3,109	»	13	»
et en 1701	2,853	»	11	»

Telle était la situation de l'hôpital Saint-Sauveur au moment où Louis XIV, par ses lettres patentes de décembre 1698, ordonna la réunion des biens des Maladreries de la Bonne-Maison de Lille, de Pont-à-Marcq, de Canteleu, et de l'hôpital d'Anstaing.

Par cette augmentation de revenus, l'hôpital Saint-Sauveur put accroître ses bâtiments et ouvrir ses portes à un plus grand nombre de malades.— C'est cette deuxième phase de l'existence de l'hôpital que nous allons maintenant étudier.

Par édits et déclarations des mois de mars, avril et août 1693, le roi Louis XIV avait séparé de l'ordre de Notre-Dame du Mont-Carmel et de Saint-Lazare, les Maladreries et Léproseries qui y avaient été joints au mois de décembre 1672.

Par autre édit du mois de décembre 1698, le même prince réunit et incorpora les biens desdites Maladreries à ceux de l'hôpital Saint-Sauveur, avec jouissance depuis ladite époque d'août 1693. — Les revenus, aux termes desdites lettres patentes, devaient être *employés à la nourriture et entretien des pauvres malades dudit hôpital et à la charge de satisfaire aux prières et services de fondation dont peuvent être tenus ledit hôpital d'Anstaing et toutes lesdites maladreries, et de recevoir les pauvres malades des lieux et paroisses où sont situés ledit hôpital d'Anstaing, et lesdites maladreries du Pont-à-Marcq et de Canteleu, à proportion de leursdits revenus.*

Quelle était l'importance de ces biens et de quel secours furent-ils pour l'hôpital Saint-Sauveur? — Nous avons cherché à constater cette situation et voici les chiffres que nous avons relevés sur les registres officiels [1] :

De 1695 à 1700.

Revenus des maisons, censes et héritages, rentes héritières, foncières et frialles, autres biens de la maladrerie de Lille et du Pont-à-Marcq, pendant cinq années. .	13,522 liv.
Biens et revenus de la maladrerie de Canteleu. .	6,574
Biens, rentes et arrentements de l'hôpital d'Anstaing	4,563
Total. . .	24,659 liv.

1 Comptes des recettes et dépenses de l'hôpital Saint-Sauveur de 1697 à 1701. — *Archives des hospices de Lille.*

Les comptes ayant été établis pour cinq années, ces revenus peuvent se répartir ainsi par chaque annuité :

Maladrerie de Lille et du Pont-à-Marcq.	2,705 livres.
Maladrerie de Canteleu	1,215
Hôpital d'Anstaing.	913
Total. . . .	4,933 livres.

Si à cette somme nous ajoutons la recette annuelle du droit de mesurage sur le charbon que le Magistrat de Lille avait donné à l'hôpital, soit. . . . . 3,100 livres.

Nous trouvons une augmentation de revenu à l'hôpital Saint-Sauveur de . . . . 8,033 livres. somme considérable pour le temps.

CHAPITRE III.

La maison des Lépreux ou Bonne-Maison de Lille. — Hôpital d'Anstaing. — Ladrerie du Pont-de-Canteleu. — Création d'une nouvelle salle de malades, août 1699. — Personnel de l'hôpital Saint-Sauveur, en 1702. — Maison de plaisance des religieuses de l'hôpital Saint-Sauveur, à Annapes. — Règlement pour les hospices et hôpitaux de France, édicté par Louis XIV. — Traité de Ryswick, 1698. — Guerre de la succession d'Espagne. — Siége de Lille, 1708. — Domination hollandaise, 1708 à 1713. — Comptes des recettes et dépenses de l'hôpital Saint-Sauveur, de 1697 à 1731. — Mort de Louis XIV. — Pertes occasionnées à l'hôpital Saint-Sauveur par la banqueroute de Law. — Typhus. — La Suette à Lille. — Lettres patentes du 23 août 1720. — Priviléges accordés à l'hôpital, par le roi Louis XV.

La lèpre avait fait en France, au moyen-âge, des progrès assez dangereux et assez étendus pour motiver la fondation de nombreux hôpitaux situés hors des villes, et appelés Léproseries, Ladreries ou Maladreries. C'est là qu'étaient conduits avec un déploiement de cérémonies religieuses, dont les anciens rituels nous ont conservé le détail, tous ceux qui étaient atteints de la contagion. C'est là qu'ils vivaient dans un isolement complet des autres hommes, et soumis à de sévères défenses qui leur interdisaient, non-seulement la fréquentation des églises, tavernes, marchés et autres lieux publics, mais encore tout contact avec l'eau des fontaines, avec l'herbe des champs, avec les haies des champs. — Leur mort était triste et solitaire, et ils reposaient loin du lieu de la sépulture commune.

Les canons des conciles des Gaules des VII^e et VIII^e siècles nous apprennent qu'il y avait déjà des Lépreux en France à cette

1 Copie authentique en latin. — *Archives des hospices de Lille* N° 1.

époque ; mais ce ne fut que dans le XI^e siècle que les rapports fréquents des Européens avec l'Orient, vulgarisèrent cette maladie dans le royaume. Ce ne fut aussi que sous le roi Philippe-Auguste qu'on vit paraître en France les premiers hôpitaux destinés à ceux qui avaient contracté la lèpre.

La maison des Lépreux ou Bonne-Maison de Lille avait été fondée à une époque très-ancienne, antérieure à 1236, puisque nous trouvons sous la date du mois de septembre 1236, une donation d'une portion de dîmes, au profit de cette maison, par l'Abbesse et le couvent de Marquette en présence de Jeanne, comtesse de Flandres [1] ; — or, on sait que cette princesse s'était proposé, en 1227, d'établir à Marquette un hôpital, mais que craignant pour les sœurs qu'elle y avait instituées, les embarras et les périls d'un hôpital ouvert à tout venant, elle avait, en 1245, renoncé à ce projet, et abandonné son palais de Lille pour y recueillir les malades. C'était donc entrer dans sa pensée et favoriser les œuvres qu'elle affectionnait que d'assurer à la maison des Lépreux des ressources qui lui manquaient.

Le règlement de cette maison fut donné en juin 1239 par Wattier, évêque de Tournai, et délivré sous ce titre : *Règles que doivent tenir les nobles bourgeois de Lille, à l'hôpital dit la Bonne Maison des ladres bourgeois* [1] .

L'hôpital d'Anstaing fut fondé et construit l'an 1472, par M^e Thomas Mallez, seigneur de Berlette et d'Anstaing, et damoiselle Jeanne Delaunoy, sa femme, pour *y recevoir et recueillir les pauvres malades de Dieu et aussi les pauvres femmes gisant d'enfant* [2], *loger et héberger les pauvres passant leur chemin, pour une nuit seulement à une fois, entendant toutefois lesdits fondateurs, que si aucun desdits pauvres passants y devenait malade, il y soit soutenu et hébergé, jusqu'à ce qu'il ait retrouvé santé et puissance pour passer outre* [3].

1 Copie authentique sur parchemin. — *Archives des hospices de Lille* N° 2.

2, 3 *Archives des hospices de Lille.*

Cette fondation fut approuvée par lettres patentes de Charles, duc de Bourgogne, en date de mars 1472 ; — et le 6 février 1474, par acte du prévôt de l'église collégiale de Saint-Pierre et par l'abbé de Saint-Quentin-en-Jole qui avaient juridiction sur le territoire d'Anstaing.

La ladrerie ou maladrerie du Pont-de-Canteleu était située à peu de distance de Lille, sur la route de Dunkerque.

Voici comment Panckouke, dans son abrégé chronologique de l'histoire de Flandre, page 163, raconte la fondation de cette maison :

« Le duc Philippe-le-Bon part pour Hesdin (1462); le comte de Charolais reçoit à Lille Marguerite, reine d'Angleterre, fille du duc de Lorraine, avec son fils, et les loge à l'hôtel de Roubaix (rue Basse). Cette reine va visiter le duc à Hesdin, il la reçoit avec bonté, et donne ordre de lui fournir une somme pour son voyage; le caissier du duc ne délivre pas ce qui a été ordonné, le duc le condamne à être pendu.— Jean Decroi commue la peine en obligeant le coupable à fonder l'hôpital des Ladres et trois messes par semaine; voilà l'origine de la Ladrerie du Pont-de-Canteleu à Lille. »

Lorsque les biens de ces Maladreries et de l'hôpital d'Anstaing avaient été réunis, en décembre 1672, au grand prieuré de Flandre de l'ordre de Notre-Dame-du-Mont-Carmel et de Saint-Lazare de Jérusalem, le Magistrat et les Béguines de Lille, ces dernières en leur qualité d'administratrices de la Maladrerie de Canteleu, avaient formé opposition à cette ordonnance ; — mais par arrêté de la Chambre royale de Paris en date des 23 février et 27 août 1675, ils furent déboutés de leur opposition.

La décision de Louis XIV reçut son exécution, et les biens desdites Maladreries demeurèrent à l'ordre du Mont-Carmel jusqu'en 1698, époque où ils furent réunis à l'hôpital Saint-Sauveur.

Ces renseignements étaient indispensables pour faire connaître la nature desdits établissements.

Le premier acte de la Prieure, en présence de cette situation nouvelle, fut d'agrandir les salles destinées aux malades. — Celle qui existait déjà était située au rez-de-chaussée [1]; c'est dans les mêmes conditions que la nouvelle salle fut créée avec l'autorisation du Magistrat de Lille (4 août 1699).

Pour s'assurer le terrain nécessaire à cette entreprise, l'hôpital Saint-Sauveur avait acheté, le 26 juin 1699, une maison rue Saint-Sauveur, aboutissant par derrière au cimetière de ladite paroisse.

Le 18 août 1699, les Marguilliers de l'église Saint-Sauveur vendirent également à l'hôpital Saint-Sauveur trente-et-une verges de terrain dépendant du cimetière. Le nouveau bâtiment fut construit en l'année 1699, front à la rue Saint-Sauveur, sur laquelle on éleva une façade monumentale que l'on voyait encore en 1830, et dont le dessin a été conservé dans l'atlas de M. Brun Lavaine[2]. L'architecte était un sieur Victor Henry, qualifié d'ingénieur, et qui reçut en diverses fois pour ses honoraires, 866 livres parisis.

Cette salle était très-élevée et construite en briques et pierres de taille. L'intérieur était orné de peintures et de panneaux sur lesquels on avait reproduit les armes du roi [3]. On y avait annexé un petit chœur [4] destiné à servir de sacristie [5]. De cette salle on communiquait avec l'ancienne salle par une large porte [6].

Le nombre des malades reçus dans l'hôpital fut augmenté de 20 lits. — Les documents officiels semblent indiquer un très-grand luxe dans l'appropriation de cette nouvelle salle, à laquelle on donna le nom de Saint-Louis; les lits devaient être particu-

1 Il n'y avait en réalité qu'une seule salle, à cette époque. Ce détail nous est révélé par un article des comptes de 1701, ainsi conçu : « Payé à Arnould Biscop pour avoir livré deux lampes, l'une pour la nouvelle salle et l'autre pour l'ancienne, en l'an 1701, 64 livres. »

2 Voir la planche N° 1.

3 Payé à Nicolas Morel, le 4 avril 1701, pour avoir peint diverses armoiries des armes du roi pour mettre à la nouvelle salle, 364 livres, 16 sols.

4 A la veuve Boupin, pour avoir livré les grès pour l'érection de la nouvelle salle et du petit chœur y joignant, 788 livres.

5 Payé à Pasquier Le Rouge, pour avoir blanchi la sacristie de la nouvelle salle, 4 florins.

6 A la veuve Boupin, pour avoir livré les grés d'une porte servant de communication à la vieille salle, 52 florins. — *Archives des hospices de Lille.* — Comptes de l'hôpital St-Sauveur.

lièrement remarquables, puisqu'on paya au menuisier qui les livra la somme de 1404 livres [1]. Ces lits sont sans doute les mêmes que vit au commencement de ce siècle Regnault Varin lesquels, dit-il, étaient ornés de fort belles sculptures [2].

La façade du côté de la rue Saint-Sauveur, fut ornée de sculptures exécutées par un sieur Jean-François-Godelive, lequel tailla également les armes du roi placées au-dessus du chœur [3]. Les armes existent encore et sont situées dans la cour au-dessus de la porte d'entrée de la salle des autopsies. Dans l'intérieur existaient 25 chapiteaux sculptés par un sieur Lesclistre [4].

A l'extrémité de cette salle et dans le chœur, on avait placé un autel dont la table merveilleusement travaillée, avait été payée 504 livres, au sieur Franchomme, menuisier.

Enfin pour compléter cette décoration intérieure, un sieur Pierre Bergaigne, maître-peintre, exécuta le tableau de la table d'autel, et reçut pour ce travail la somme de 50 écus, soit 150 livres.

En 1702, époque où la construction de la nouvelle salle était terminée, le personnel de l'hôpital Saint-Sauveur était ainsi composé :

Une Prieure.

Neuf religieuses.

Un chapelain, aux appointements de 100 livres parisis par an; il fut augmenté de 24 livres, à cause de la nouvelle salle.

Un organiste, aux appointements de 36 livres parisis par an.

1 Payé à André Creton, maître menuisier, pour avoir livré vingt couches dans la nouvelle salle, en 1701, 1404 livres.

2 Payé à Jean-François Godelive, pour avoir travaillé de la sculpture au pignon de la nouvelle salle, rue Saint-Sauveur, 110 livres 8 sols. — Au même pour avoir taillé les armes du roi dans la nouvelle salle au-dessus du chœur, 32 florins 4 patars.

3 Payé à Jean-François Godelive, pour avoir fait des cartouches aux couches et la sculpture de la table d'autel, 151 florins 4 patars.

4 Payé à Venant de Lesclistre, pour avoir fait 25 chapiteaux et quelques sculptures en avril 1701, 34 florins 2 patars. (Extrait des registres aux dépenses, tenus par la Prieure de l'hôpital Saint-Sauveur, 1701.)

Un clerc de l'hôpital, aux gages annuels de 60 livres parisis.

Un portier, faisant les affaires de l'hôpital aux gages annuels de 100 livres parisis.

Un jardinier, aux gages annuels de 48 livres parisis.

Et 4 servantes. — Savoir 2 dans la grande cuisine et 2 dans l'infirmerie, aux gages annuels de 48 livres parisis chacune[1].

Parmi les propriétés d'Annapes, l'hôpital Saint-Sauveur possédait une maison de campagne, pour l'usage des religieuses convalescentes dudit hôpital. C'était là qu'allaient rétablir leur santé, celles dont les nuits passées au chevet des malades avaient ébranlé la constitution, ou qui tombaient, à leur tour, victimes de leur dévouement [2]. Elle appartient au baron de Brigode qui l'a acquise par voie d'échange en 1820, lorsqu'il a composé son majorat.

En même temps qu'il avait enrichi l'hôpital Saint-Sauveur, et avait agrandi le cercle de son action bienfaisante, Louis XIV avait songé à réviser le règlement jusqu'alors en vigueur. Oublieux des serments qu'il avait prêtés lors de son entrée dans Lille, le 27 août 1667, et dans lesquels il s'engageait à respecter la règle des hospices et hôpitaux, il modifia profondément les usages suivis jusqu'alors. Par sa déclaration, en date du 21 décembre 1698, il institua :

1° Un bureau de direction composé du premier officier de la justice du lieu, du maire et du curé, qui devaient se réunir chaque semaine.

2° Un trésorier ou receveur nommé pour trois ans par le bureau de direction et ayant voix délibérative.

3° Des réunions générales des directeurs et notables qui auraient été préalablement choisis en assemblée.

Aux termes de l'article 12 de ladite déclaration, les baux des

1 Voir registre des comptes pour les années 1697 et 1701, p. 58.

2 *Archives de Lille*, N° 264.

hôpitaux ne devaient être accordés qu'après adjudication publique, ainsi que cela existe encore de nos jours.

Les comptes du trésorier devaient être présentés tous les mois, et rendus tous les trois mois en assemblée générale (Art. 19).

Enfin, tous les titres et papiers intéressant l'hôpital, devaient être classés dans une ou plusieurs armoires, et un inventaire dressé par le comptable [1]..

Tel était dans ses éléments principaux, le nouveau règlement qui séparait entièrement le temporel du spirituel. L'administration passait des mains de la Prieure, en celles de trois directeurs et d'un receveur. — Mais ces dispositions contraires au règlement du 14 août 1453, ne furent pas mieux exécutées que celles édictées par Philippe IV, le 16 mars 1650 : on se souvient en effet que douze ans après une résistance non interrompue, ce prince, par autre ordonnance du 6 septembre 1662, en suspendit l'exécution. — Le règlement de Louis XIV n'eut pas un meilleur sort.

Les registres aux comptes des recettes et dépenses qui suivirent l'année 1698, nous démontrent que la Prieure continua conserver l'administration intérieure de l'hôpital et que seule elle rendait ses comptes entre les mains du Trésorier de France, délégué par les président et trésoriers de France de la généralité de Lille, et le Doyen de la chrétienté de cette ville, délégué par l'Évêque de Tournai.

La fin du XVII[e] siècle avait été fatale à la France.—Le traité de Riswick (1698) l'avait contrainte à restituer à l'Espagne, Mons, Charleroi, Ath, Courtrai, et toutes les conquêtes qu'elle avait faites depuis la paix de Nimègue. Le 3 décembre 1699, les plénipotentiaires des hautes puissances se réunirent à Lille, pour

1. Cette partie de l'ordonnance relative aux archives reçut son exécution. Dans un petit bâtiment situé dans la seconde cour de l'hôpital, on choisit une pièce à laquelle on plaça une porte et des fenêtres en fer et tôle, où tous les papiers furent déposés. Ils s'y trouvaient encore en 1828, lorsque l'administrateur surveillant les fit transporter et déposer dans les archives de la rue de la Barre.

procéder à la délimitation des frontières, en exécution dudit traité.

Sur ces entrefaites mourut le roi d'Espagne Charles II, âgé de trente-neuf ans. Il avait laissé la couronne à Philippe V, duc d'Anjou, petit-fils de Louis XIV, qui le reconnut solennellement à Fontainebleau, le 16 novembre 1700, pour roi d'Espagne.

Mais cette couronne devait encore apporter à la France de longues années de deuil, et de désastres. — En 1702 la guerre pour la succession d'Espagne ayant été déclarée, les princes alliés commencèrent à entrer en campagne ; ce ne fut cependant qu'en 1706, que la Flandre devint le théâtre des hostilités. — Après divers succès, les alliés commandés par le Prince Eugène, vinrent, le 12 août 1708, mettre le siége devant Lille. La ville était défendue par le comte de Boufflers. — Après un siége long et meurtrier, pendant lequel les habitants éprouvèrent les plus cruelles privations, la ville fut obligée de capituler, le 22 octobre. — Le duc de Boufflers se retira dans la citadelle où il tint encore jusqu'au 8 décembre, jour où il la rendit aux alliés. Il en sortit avec les honneurs de la guerre, tambours battants et mèche allumée.

Pendant ce long siége, l'hôpital Saint-Sauveur rendit de grands services à la garnison. — Les soldats blessés y étaient recueillis et entourés des soins les plus intelligents. — On augmenta même le nombre des lits dans les deux grandes salles qui se trouvaient alors au rez-de-chaussée [1]. Il y eut dans l'hôpital jusqu'à 160 malades.

Ces secours furent constamment donnés gratuitement, de même qu'après la bataille de Fontenoy, les mêmes religieuses prodiguèrent leur dévouement à tous les blessés Français et Anglais qui furent amenés à l'hôpital Saint-Sauveur.

1. Lettre de Boufflers au duc de Bourgogne, 20 septembre 1708. « Tout le monde, jusqu'aux dames, comme autrefois à Carthage, veut avoir part au service du siége ; les plus qualifiées d'entre elles servent les malades et les blessés dans les hôpitaux, etc. » *Histoire de Lille*, Victor Derode, tome II, p. . Il y eut quelquefois dans l'hôpital jusqu'à 160 malades. — Voir Lettre des religieuses à l'inspecteur-général des hôpitaux, du 2 février 1789.

Cette même année 1708, le roi Louis XIV comprenant la nécessité d'assurer un asile aux soldats blessés ou malades, prescrivit par ordonnance, en date du 17 janvier, la création à Lille, d'un hôpital militaire, avec un médecin-major aux appointements de 800 livres, et un chirurgien-major aux appointements ments de 700 livres. Mais les événements qui suivirent retardèrent la fondation de cette utile institution [1].

De 1708 à 1713 la ville passa sous la domination des Hollandais et des alliés. Une garnison hollandaise fut placée dans ses murs.

Lille demeura au pouvoir des alliés jusqu'au traité de paix de 1713 entre la France, l'Espagne, l'Angleterre, le Portugal, la Prusse et la Hollande; traité par lequel les Hollandais promirent de remettre à la France, Lille et sa châtellenie, le pays de Laleu, la Gorgue, Aire, etc., ce qui fut exécuté.

Pour apprécier l'importance de l'hôpital Saint-Sauveur jusqu'à cette époque, il est intéressant de faire connaître ses recettes et ses dépenses. — Les comptes étaient, ainsi que nous l'avons déjà dit, rendus tous les quatre ans par la prieure de l'hôpital.

Par annuité	de 1697 à 1701.
Moyenne 8,684 florins.	Recettes . . . 34,737 florins [2].
	Recettes comprenant les biens des maladreries réunis en 1698.
Moyenne 12,300 florins.	Dépenses. . . . 49,201 florins.
	C'est dans cette période que fut construite la nouvelle salle des malades. — Le budget se solda en déficit par 14,464 livres.

Recueil des Édits, tome IV, p. 122.

2. Le florin était une monnaie de change et valait 1 fr. 25 c.

Par annuité De 1701 à 1704

Moyenne 13,696 florins. Recettes. . . . 54,785 florins.

Dans ce chiffre figurent des sommes provenant de ventes.

Moyenne 11,035 florins. Dépenses . . . 44,143 florins.

On termina la nouvelle salle et la chapelle.

De 1704 à 1707

Moyenne 10,398 florins. Recettes. . . . 41,595 florins.
Moyenne 9,725 — Dépenses . . . 38,907 —

De 1707 à 1711

Moyenne 11,048 — Recettes . . . 44,191 —
Moyenne 9,088 — Dépenses. . . . 36,357 —

De 1711 à 1715

Moyenne 13,197 florins. Recettes . . . . 52,788 —
Moyenne 13,878 — Dépenses . . . 55,514 —

De 1716 à 1719

Moyenne 16,280 — Recettes . . . . 65,119 —
Moyenne 16,923 — Dépenses. . . . 67,693 —

De 1719 à 1723

Moyenne 20,152 — Recettes . . . . 80,608 —
Moyenne 22,214 — Dépenses. . . . 88.857 —

De 1723 à 1727

Moyenne 15,265 — Recettes . . . . 61,070 —
Moyenne 14,342 — Dépenses. . . . 57,367 —

Par annuité	De 1727 à 1731	
Moyenne 30,311 —	Recettes . . .	121,245 florins.
	Comprenant une somme accordée à l'hôpital à titre d'indemnité.	
Moyenne 27,095.	Dépenses. . .	108,380 —

Le 1er septembre 1715, Louis XIV mourait à Versailles après un règne de 72 ans. — Son arrière petit-fils, Louis XV, né en 1710, lui succéda, sous la régence du duc d'Orléans.

Peu de temps après l'avénement de ce prince, commencèrent à paraître à Lille les billets de la banque de Law. — L'engouement qui avait accueilli cette dangereuse innovation, envahit successivement toutes les classes de la société. En même temps un édit royal obligeait les receveurs de toutes les administrations publiques de ne conserver par devers eux, qu'une somme de 50 livres au plus, le reste devant être converti en billets. Les rentes mêmes de la ville furent payées en billets. Aussi lorsque survint la catastrophe, le désastre fut général, et l'hospice Saint-Sauveur comme tous les autres, éprouva des pertes très-sensibles.

Des maladies contagieuses sévissaient en Allemagne, à cette époque (1720), et faisaient craindre que la ville de Lille n'en devînt bientôt victime à son tour. La peste terrible qui décimait Marseille, ne contribuait pas peu à entretenir les craintes. Ces terreurs furent malheureusement trop tôt confirmées. Une étrange maladie, un véritable fléau, la *suette*, s'abattit sur notre ville et y fit les plus grands ravages. Des malades, atteints subitement, mouraient après quelques heures de convulsions; et leurs cadavres, presque aussitôt, devenaient noirs et tombaient en putréfaction. Les hôpitaux étaient encombrés; l'hôpital Saint-Sauveur situé au milieu d'un quartier particulièrement habité par la population indigente, regorgeait de malades : on avait même dressé des lits supplémentaires dans les salles d'hommes et de femmes. Le mal devint si grand que le Magistrat de Lille, pour assainir certains quartiers, fit évacuer quelques courettes, et donna à leurs habitants les casernes de la ville à titre de logement provisoire. Toute la châtellenie de Lille fut successivement envahie par le fléau.

Les services rendus par les religieuses de l'hôpital Saint-Sauveur dans ces jours de deuil, furent si grands, que le roi Louis XV, par lettres patentes en date du 23 août 1720, voulant leur en donner un témoignage éclatant, confirma tous les privilèges qui leur avaient été précédemment octroyés. Cette pièce est des plus précieuses pour l'hôpital Saint-Sauveur [1].

Après avoir rappelé que cet établissement a été fondé en 1216 par la comtesse Jeanne, les lettres signalent « que, comme avant les accroissements de la ville de Lille, la maison était hors de la ville, elle a été plusieurs fois brûlée et détruite pendant les guerres, ce qui a causé la perte des titres de sa fondation; qu'il s'en est néanmoins conservé quelques-uns, particulièrement dans la chambre des comptes de Lille qui rappellent cette fondation et les exemptions de cet hôpital, à savoir: (suivent les privilèges et exemptions énumérés ci-dessus). » En parlant des lettres de Philippe, duc de Bourgogne, en date du 31 juillet 1397, fixant la consommation du vin dans l'hôpital, l'exposé nous donne ce renseignement précieux: il n'y *avait alors que huit religieuses et vingt lits de malades, à présent il y a soixante lits, seize religieuses, et un plus grand nombre de servantes et domestiques.*

Puis, après avoir énuméré tous ces privilèges, le roi ajoute:

« L'hôpital a joui de toutes ces exemptions depuis que la ville
» a été unie à la France, il a été déclaré exempt des droits de
» traverse et vinage par ordonnance du subdélégué à l'inten-

1 *Archives des hospices de Lille.*

» dance de Lille, du 30 septembre 1673; par autre ordonnance
» du sieur de Bernières, intendant à Lille, du 28 janvier
» 1717, il a été permis à l'hôpital de prendre tous les deux ans
» une demi-pipe d'eau-de-vie sans payer d'impôt.

« Cet hôpital a esté toujours d'un grand secours pour le public
» et pour nos troupes, car il y a la moitié des lits affectés et oc-
» cupés par nos soldats, qui sont bien médicamentés et nourr
» gratuitement à notre décharge : les malades de la ville y son
» de même traités et servis avec beauconp de soins et de charité,
» et comme par la perte de leurs titres, les exposantes sont de
» temps en temps troublées dans leurs exemptions, elles ont re-
» cours à notre protection, comme leur fondateur, et ont appris
» que nous avions eu la bonté de confirmer par nos lettres du
« mois de décembre 1718 l'hôpital dit Comtesse, aussi fondé en
» la ville de Lille par la comtesse Jeanne; le bon usage des
» biens de l'hôpital Saint-Sauveur est attesté par les officiers du
» bureau des finances de Lille qui en ont l'inspection et l'au-
» dition des comptes en notre nom, etc.

« A ces causes, etc., le roi confirme tous les priviléges et exemptions concédés audit hôpital tant anciens que nouveaux [1].

Ce document important nous permet de fixer exactement l'état de l'hôpital Saint-Sauveur. Il y avait alors, en 1720 :

50 lits d'hommes dont moitié occupés par des militaires.
10 lits de femmes [2].
1 Prieure
15 religieuses
1 chapelain
1 jardinier
et plusieurs servantes et domestiques.

1. Voir l'original du 23 août 1720, sur vélin, scellé. — *Archives des hospices de Lille.*

2. Réponse au mémoire de l'inspecteur général des hôpitaux du 2 février 1789. — *Archives des hospices de Lille.*

Les revenus de l'hôpital s'élevaient à 25,190 livres. — (Voir les comptes ci-dessus).

Ces revenus étaient entièrement absorbés par les secours donnés aux malades, et pendant ce temps, les biens de ville qui consistaient en un grand nombre de petites maisons, tombaient en ruines. Les choses en arrivèrent à tel point qu'en 1727, les religieuses, après avoir exposé que toutes leurs ressources avaient été employées jusqu'à ce jour au profit des malades et soldats, sollicitèrent du roi un secours pour subvenir à cette dépense nouvelle, et à la reconstruction d'une partie de leur hôpital.

Nous empruntons à un mémoire adressé par les religieuses au ministre, un résumé de cette triste situation :

« Votre Grandeur attribuerait peut-être la décadence de leurs
» biens, à une mauvaise économie, si les suppliantes ne lui
» rappelaient la seule et unique cause du commencement de leur
» misère ; — toute leur consolation dans ce malheur est que les
» batailles de Ramilly, Oudenarde, Malplaquet, les siéges de
» Menin, Lille et Douai sont les époques où cette maison a
» glorieusement commencé sa ruine, en se livrant tout entière,
» au-delà de ses forces, au service des troupes du monarque qui
» la protégeait [1]. »

Cette requête énergique, appuyée vivement par l'intendant de la province, fut accueillie par le roi Louis XV, et une somme de 30,000 livres leur fut accordée.

C'est avec ce secours que les religieuses rétablirent l'équilibre de leur budget, et purent rebâtir l'aile gauche de la cour d'honneur où sont actuellement les logements de la Prieure et des religieuses, ainsi que de l'aumônier. Une pierre du monument porte même encore la date de 1731.

1. Archives des hospices de Lille, Saint-Sauveur, neuvième liasse.

CHAPITRE IV.

Stanis. roi de Pologne. — Paix signée à Lille, en 1739. — Nouvelle guerre. — Bataille de Fontenoy, le 12 mai 1744. — Les prisonniers blessés Anglais, Hanovriens, Autrichiens et Hollandais, à l'hôpital Saint-Sauveur. — Indemnité accordée en 1747, aux religieuses. — Renvoi des femmes de l'hôpital. — Déficit considérable survenu à la suite de la guerre. — Projet de construction, en 1767, d'un hôpital militaire. — Vente de vingt maisons par l'hôpital Saint-Sauveur. — Établissement de l'hôpital-militaire dans le collége des Jésuites, 1772. — Personnel de l'hôpital, en 1776. — Fondations anciennes, 660 messes ou obits. — Mort de Louis XV. — Détresse publique. — Suspension du paiement des rentes municipales. — Comptes de l'hôpital de 1777 à 1778. — Mémoire au Roi sur l'état de l'hôpital Saint-Sauveur, en 1789.

Quelques années étaient à peine écoulées que la guerre venait encore désoler nos provinces. La lutte que le Roi avait entreprise pour soutenir le trône de son beau-père Stanislas, et pour appuyer les prétentions de Charles VII, exigeait des levées de milice. Lille dut fournir son contingent. Cette guerre se termina par des conférences qui eurent lieu à Lille en 1739.— Stanislas reçut la Lorraine à titre de dédommagement.

La guerre ne tarda pas à renaître. Le 12 mai 1744, Louis XV arriva à Lille par la porte des Malades et prit le commandement de son armée.

Dès ce moment l'hôpital Saint-Sauveur fut de nouveau le principal asile des soldats blessés. Et lorsque, un an plus tard, le 11 mai 1745, la France vainquit la coalition dans les champs de Fontenoy, ce fut encore l'hôpital Saint-Sauveur qui ouvrit ses portes aux officiers blessés. Rien ne coûta aux religieuses pour satisfaire à des devoirs aussi sacrés, et comme elles l'exposaient elles-mêmes dans une supplique au roi, quelques années ensuite, *elles n'eussent pu continuer, sans le zèle et l'amour de la patrie qui leur fit abandonner même leurs affaires, pour voler au secours des fidèles serviteurs du roi* [1].

Lors de l'échange des prisonniers de guerre Anglais, Hanovriens, Autrichiens et Hollandais, les 15 et 24 décembre 1745, un état fut dressé des sommes dues aux religieuses de Saint-Sauveur, pour soins donnés aux officiers et soldats ennemis.

On y voit figurer :

La somme de 1182 livres pour 394 journées d'hôpitaux des officiers Anglais, à raison de 3 livres par journée.

Et celle de 586 livres, pour 395 journées des soldats Anglais à raison de 30 sous par jour.

Les journées des Hollandais étaient comptées au même taux de 30 sous par jour.

Les ressources de l'hôpital, ainsi que nous l'avons dit, étaient insuffisantes pour pourvoir à toutes ces dépenses. Pendant trois ans, de 1744 à 1746, il y eut constamment des officiers malades dans l'hôpital. Aussi le roi Leuis XV accorda-t-il aux religieuses le 1er avril 1747, une somme de 9,350 livres à titre d'indemnité, pour les soins gratuits qu'elles avaient ainsi prodigués aux officiers français.

C'est à l'occasion de l'encombrement des malades et blessés qui suivit la bataille de Fontenoy, que l'autorité souveraine pensa qu'il était dangereux de laisser subsister des lits de femmes dans cet hôpital, et qu'il fut résolu qu'à la sortie des malades elles ne seraient point remplacées. Leurs lits furent immédiatement occupés par des soldats.

Il est vraiment déplorable que Montlinot, dans sa manie de calomnier les faits les plus honorables de notre histoire, n'ait

1. Requête au comte d'Argenson, ministre et secrétaire d'état de la guerre. — *Archives des hospices, neuvième liasse.*

pas craint d'attribuer à l'attraction des religieuses vers les hommes, le renvoi des femmes de l'hôpital Saint-Sauveur [1].

Un fait curieux que nous avons déjà signalé, et qui se reproduit d'une manière plus sensible encore, c'est que, pendant à peu près tout le siècle dernier, les comptes de l'hôpital Saint-Sauveur se sont constamment balancés en déficit. La ville n'avait point alors d'hôpital militaire; ce ne fut qu'en 1772, qu'on appliqua à cet usage le collége des Jésuites; précédemment, les soldats malades étaient constamment recueillis à Saint-Sauveur. En 1756, les comptes de la prieure constataient que les dépenses dépassaient les recettes de 52,506 livres, différence à laquelle elle avait dû faire face. Aussi retrouvons-nous quelques années plus tard les mêmes doléances que jadis portées aux pieds du Roi. Les religieuses exposaiênt « *que la dernière indemnité n'avait été qu'un faible soulagement à leur misère, et que si S. M. ne venait à leur secours, elles auraient la douleur de voir le malade languissant à leur porte dans l'impuissance de le secourir, et l'hôpital ne devenir désormais qu'une faible ressource dans les circonstances de la guerre* [2]. »

Cet état de choses sans cesse renaissant attira enfin la sérieuse attention du gouvernement.

Voulant bâtir un hôpital militaire, le Ministre de la guerre acheta, en 1767, à l'hôpital Saint-Sauveur, vingt maisons sur l'esplanade du même nom et rue Sainte-Marie. Pour prix de cette cession il avait été créé une inscription de 1,800 livres de rente sur le trésorier de l'extraordinaire des guerres [3]. Mais ce projet de construction n'eut pas de suites.

Il fallait cependant ouvrir au nombre croissant des militaires malades un asile assez vaste pour les recueillir. Les religieuses

1. Montlinot. *Histoire de la ville de Lille*, p. 217.

2. Supplique au comte d'Argenson, ministre de la guerre. -- *Archives des hospices, neuvième liasse.*

3. *Archives des hospices de Lille*, n° 283, Saint-Sauveur.

de Saint-Sauveur, malgré leur dévouement, avaient élevé la voix. En 1772, les réclamations prirent un autre caractère. Les ministres particuliers des pauvres des sept paroisses de Lille se plaignirent « que plusieurs lits des hôpitaux Saint-Sauveur et de » Comtesse, fondés pour les pauvres malades de ladite ville, » étaient souvent occupés par des soldats, cavaliers et bas-offi- » ciers de troupes du roi, et manquaient par conséquent au » soulagement des pauvres malades dont les paroisses étaient » surchargées... » Ce concert universel fut écouté, et le 17 octobre 1772, le comte du Muy, commandant en Flandre, ordonna que lesdits soldats seraient transportés dans l'hôpital militaire établi par le roi pour ses troupes [1]. Il ajoute ces paroles significatives : « Nous prions les dames supérieures desdits hôpitaux de Saint-Sauveur et de Comtesse de n'en plus recevoir, et nous les remercions des bontés qu'elles ont eu pour eux [2].

Or, on se souvient que les Jésuites, bannis de la France, avaient quitté leur maison dès le 1er avril 1765, et que ces vastes et magnifiques bâtiments avaient été convertis en hôpital militaire.

Pendant une période de vingt-un ans, de 1756 à 1778, les recettes moyennes de l'hôpital Saint-Sauveur se sont élevées à 32,375 livres, et les dépenses à 35,535, c'est-à-dire qu'elles ont présenté un déficit de 200 livres. Or, en se rappelant qu'en 1756, la prieure était déjà en avance de 52,506 livres, il en résulte que les comptes de l'hôpital se soldaient alors par un déficit de 55,766 livres, somme considérable pour le temps. Les dépenses de réparations aux maisons et constructions atteignaient en moyenne 8,900 francs par année.

1. C'est par erreur que Victor Derode affirme que l'hôpital militaire date de 1776. (Tome 2 p. 331.)

2. Archives des hospices ; lettre du comte de Muy du 17 octobre 1772.

Le personnel employé à l'hôpital Saint-Sauveur se composait, en 1776, de :

1 Prieure ;
17 religieuses ;
1 avocat baillif ou receveur des biens ;
1 aumônier, à 100 florins par an ;
1 élève ;
2 chantres ;
1 médecin, à 150 florins par année ;
1 chirurgien, à 150 florins par année ;
1 apothicaire ;
1 infirmier, à 36 florins ou 44 livres ;
6 servantes id. id.
1 jardinier, à 60 florins ou 75 livres ;
1 cocher, à 48 florins ou 60 livres ;

Enfin il y avait 60 malades répartis dans trois salles.

Parmi les charges de l'hôpital, il faut citer les obits ou messes imposés par les donateurs. Chaque année l'hôpital chargeait les R. P. Capucins de dire 660 messes, lesquelles, à dix sous l'une, représentaient une somme de 330 francs. Ces conditions imposées par les bienfaiteurs de l'hôpital ont été supprimées en 1790.

Il en était de même déjà depuis longtemps, de la charge mise par Louis XIV, en 1698, à la réunion des biens des Maladreries. Elle avait été ordonnée sous la condition que les pauvres des communes où existaient les établissements supprimés, auraient le droit d'être admis et traités à l'hôpital Saint-Sauveur. Cette sage et juste réserve a également disparu des règlements de l'hôpital, et c'est un fait regrettable et peut-être unique[1], car l'administration des hospices a toujours respecté scrupuleusement les volontés des donateurs.

En mai 1774 mourut Louis XV, après un règne de 59 ans ;

1. De Melun, *Annales de la charité;* des fondations charitables à Lille, p. 296. 1845.

son petit fils lui succéda sous le nom de Louis XVI. Le jeune Roi trouva à son avénement une situation des plus critiques et des finances obérées. A Lille, la détresse publique en était arrivée à un tel point, que le service des rentes municipales avait été suspendu. Et lorsqu'on proposa d'en reprendre le paiement, neuf années s'étaient écoulées pendant lesquelles les malheureux rentiers avaient été privés de leurs ressources ; mais ce versement lui-même était subordonné à la conversion de rentes héritières en rentes viagères, avec abandon des neuf annuités passées. Les hôpitaux n'étaient point mieux traités : l'hôpital Saint-Sauveur, qui avait reçu quelques années auparavant 1800 livres de rente en paiement de vingt maisons, ne pouvait en toucher les arrérages. Des églises vendirent leur argenterie, entre autres l'église Saint-Sauveur.

Les établissements qui jusque-là avaient vécu de la charité publique, après avoir vu leurs ressources successivement diminuer, furent obligés de se dissoudre et de se disperser. Parmi eux, il faut citer les Collectines, les Pauvres Clarisses, les Annonciades (1782). Il fut question de bâtir une halle au blé sur le terrain de ce dernier couvent, mais, manquant de fonds, l'échevinage y traça la rue du Maire[1].

La misère des pauvres croissait avec l'immoralité. Dans la seule année 1781, 326 enfants furent déposés sur la voie publique; 266 moururent!

Depuis cinquante ans, les impôts et le prix des comestibles étaient presque doublés. Les indigents devenaient chaque jour plus nombreux. Dans cette même année 1781, une maladie contagieuse avait porté à 3343 les morts de l'année, de sorte qu'en deux années, il avait péri 16 à 1700 personnes de plus que dans les années communes.

Le nombre des individus entachés de maladies honteuses, croissait de plus en plus, et la ville qui avait dû augmenter le

1. Victor Derode. *Histoire de Lille*, t. 2.

prix qu'elle payait pour leur traitement, se vit contrainte à rejeter cette lourde tâche !...

Pendant cette période, l'hôpital Saint-Sauveur n'avait vécu qu'au prix des plus cruels sacrifices. Non-seulement il avait été impossible de combler l'énorme déficit qui a été signalé, mais encore les ressources actuelles suffisaient à peine aux dépenses. On en jugera par le tableau suivant, comprenant le règlement des comptes de l'hôpital de quatre ans en quatre ans.

Recettes. — de 1777 à 1780	126,259 fl.	4	»
De 1781 à 1784	133,277	12	»
De 1785 à 1788	128,514	2	»
	388,150 fl.	18	»

Dépenses. — De 1777 à 1780	123,363 fl.	7
De 1781 à 1784	118,197	10
De 1785 à 1788	149,097	6
	390,658 fl.	13

On se rappelle que le florin valait 1 fr. 25 c.

Ainsi donc, depuis 1776, l'hôpital n'avait pu même entièrement couvrir ses dépenses, lesquelles s'étaient élevées en moyenne à 32550 florins ou 40700 livres par année. Dans la période précédente de 20 années, elles avaient été de 32500 liv., mais on se rappelle que le prix des denrées avait subi une augmentation toujours croissante.

Le chiffre des malades admis annuellement à l'hôpital était d'environ 600 hommes. Depuis 1720, le nombre des lits était demeuré le même : 60 lits en trois salles.

Ici se place un document important pour l'histoire de l'hôpital, document que nous avons retrouvé dans les archives de l'administration des hospices. En même temps qu'il nous révèle la situation des esprits au sujet des religieuses de l'hôpital, il nous dévoile le secret au moyen duquel la prieure avait pu avancer les sommes considérables qui constituaient le déficit des comptes officiels.

Le 2 février 1789, M. Esmangart adressa aux religieuses de Saint-Sauveur, un rapport de M. l'Inspecteur-Général des hôpitaux à M. le Directeur-Général des Finances. Ce rapport élevait des critiques très-vives sur l'administration intérieure de l'hôpital. Dans la réponse des religieuses à ce travail, nous trouvons des renseignements précieux sur l'état de l'hôpital :

Il y avait 57 lits répartis dans trois salles; ces lits étaient presque toujours remplis, sans aucun intervalle.

La maison était gouvernée par les Prieure et religieuses au nombre de 18, avec

7 servantes,
3 hommes de peine,
1 chapelain,
2 chantres,
1 médecin,
1 chirurgien,

enfin un avocat qui était leur baillif et receveur en partie des biens. Le détail des affaires contentieuses et autres lui était confié.

Les comptes étaient rendus par la Prieure à une commission composée de deux commissaires, l'un député par l'évêque de Tournai, Évêque diocésain ; l'autre était un membre du bureau des Finances, nommé par le Roi. Chacun d'eux recevait à titre d'honoraires pour la reddition d'un compte de quatre années, la modique somme de 25 livres.

Les revenus étaient variables, à cause des redevances en grains, dont les prix changeaient chaque année. Ils étaient en moyenne de 43 à 44000 livres. Néanmoins, il faut tenir grand compte dans les dépenses des charges imprévues, telles que reconstruction des bâtiments tombés en ruine par vétusté ou par incendie, comme aussi des épidémies qui engageaient les religieuses, *plutôt par charité que par devoir, à doubler , même au-delà*, les secours aux pauvres malades. Enfin, la guerre venait encore supprimer une partie des revenus, leurs biens situés à deux ou trois lieues de Lille étant en partie dévastés.

Ces circonstances, dit le mémoire, se sont souvent présentées, puisqu'il est arrivé des moments où les religieuses *ont eu dans l'hôpital jusqu'à cent-soixante malades et même plus.*

La Prieure parvenait à faire face aux déficits constatés dans les écritures, au moyen de quelques économies et notamment des vidanges s'élevant à environ 5 à 600 livres par année, lesquelles ne figuraient pas *par honnesteté dans les recettes.*

On reprochait aux religieuses d'avoir dans l'hôpital un bâtiment particulier, où elles recevaient leurs parents et amis et leur donnaient des repas. Elles répondent qu'il est vrai qu'elles offrent trois ou quatre repas par an auxquels assistent des parents et des amis particuliers de la maison, qui les aident de leurs avis et conseils et leur rendent service à l'occasion, le tout gratuitement, que ces repas ont pour objet de leur en témoigner leur reconnaissance ; mais, disent-elles, jamais ces repas n'ont eu lieu que dans le réfectoire commun, sous la présidence de la Prieure.

Un des griefs les plus curieux du rapport est celui-ci : » Toute la ville est aux pieds des religieuses, parce qu'elles reçoivent très-bien, qu'elles tiennent à de bonnes familles et qu'elles reçoivent les malades protégés? » A cette attaque, la réponse est empreinte d'une noble indignation : « Toute la ville rend justice aux religieuses parce qu'elle les connaît pour charitables, soigneuses et sans l'ombre de prétentions. Il ne faut pas la moindre protection pour qu'un malade entre à l'hôpital. Un étranger, un inconnu tombe dans les rues, il se présente à l'hôpital, on le reçoit sans autre examen. Un ouvrier tombe d'un bâtiment, il se casse la jambe ou un autre membre, on l'apporte à l'hôpital, et il y est reçu sans autre titre que sa blessure, et dans la minute, tous les secours urgents lui sont administrés. »

Cette réponse n'est-elle pas des plus dignes ?

Mais poursuivons, car l'étude de ce document a tous les mérites d'un mémoire contemporain. — « Puisque la fondation est royale, ne serait-il pas important de régler une forme de réception des malades, et de ne pas laisser les religieuses maîtresses de recevoir qui elles veulent, et d'augmenter le nombre des lits? »

Réponse. — « Qu'a-t-on à se plaindre, lorsque les religieuses *reçoivent tous les malades* qui se présentent sans distinction.

» Il n'échet pas d'augmenter le nombre des lits, car outre que les revenus sont à peine suffisants pour la tenue de l'hôpital dans l'état où il est, c'est qu'aussi le nombre des religieuses serait insuffisant pour veiller et soigner les malades aussi bien qu'elles le font. Le service se fait avec soin, avec ordre, avec précaution et avec la plus grande exactitude. Les personnes qualifiées de cette ville, tous les corps de judicature rendront aux religieuses la justice qui leur est due. »

Après avoir ainsi repoussé tous les griefs élevés contre leur administration, les religieuses supplient le Directeur-Général des Finances de vouloir interposer ses bons offices auprès de S. M. pour qu'elle daigne les confirmer non-seulement dans l'administration de leur hôpital, mais aussi dans tous leurs droits, priviléges et exemptions comme ont fait les Rois ses prédécesseurs.

De pareils vœux ne pouvaient plus être entendus. Le régime des priviléges s'ébranlait déjà de toutes parts, et bientôt la nuit immortelle du 4 août vint inaugurer en France le règne de la liberté.

CHAPITRE V.

Épidémie à Lille en 1790. — Siége de Lille, 24 septembre 1792. — L'hôpital Saint-Sauveur ravagé par les bombes et les boulets. — Indemnité de 4,200,000 francs accordée à la ville de Lille. — Dissolution des communautés religieuses. — Les religieuses Augustines quittent l'hôpital Saint-Sauveur, 1793. — Service confié à des infirmières. — Escarmouches sur la frontière. — Combat de Linselles. — Nombreux blessés. — Commission de cinq membres nommée par la municipalité. — Réunion de seize établissements charitables de Lille en quatre hospices, 7 pluviôse an IV. — Malades de l'hôpital Comtesse, transférés à Saint-Sauveur. — Organisation du service. — Nomination d'un pharmacien au concours. — Détresse des hospices de Lille. — Secours délivrés par le Gouvernement. — 250000 livres allouées pour les six premiers mois de l'an IV. — Écomies. — Réduction des traitements.

Pendant la révolution, le nombre des malades fut loin de diminuer. Le malheur des temps, la suspension de travail, les affections malignes alimentaient cet établissement. En 1790, une épidémie cruelle exerça ses ravages dans la ville de Lille et particulièrement dans le quartier Saint-Sauveur. M. Dourlen, médecin, qui avait donné ses soins à près de 6000 indigents, fut nommé le 5 mars 1790 médecin des pauvres. La lettre de félicitation qui lui avait été adressée à cette occasion, fut reproduite dix ans plus tard, dans la délibération qui, en 1802, le nommait médecin de l'hôpital Saint-Sauveur.

Cependant la guerre qui six fois déjà avait porté la ruine et la désolation dans notre cité, menaçait de nouveau la ville de Lille. Le 24 septembre 1792, l'armée autrichienne, commandée par Albert de Saxe, capitaine général des Pays-Bas autrichiens, vint camper sous ses murs. Le 29, un parlementaire se présentait aux avant-postes et apportait l'audacieuse proposition de rendre la ville et la citadelle. On connaît la magnifique réponse de la Municipalité : *Nous venons de renouveler notre serment de mourir à notre poste, nous ne sommes pas des parjures.* Le même soir le bombardement commençait, et pendant huit jours les boulets rouges et les obus répandirent partout la mort et l'incendie. Les monuments du culte dont les clochers s'élevaient dans les airs, servaient de point de mire aux assiégeants. Le clocher de Saint-Etienne, atteint par les boulets, dévoré par les flammes, s'effondra bientôt en ruinant les voûtes de l'église. A Saint-Sauveur, on admirait un élégant clocher aux dentelures fines et déliées, œuvre merveilleuse de l'art gothique; les boulets rouges y portèrent l'incendie et jonchèrent également le sol de ses débris. Par une horrible tactique, l'ennemi s'attacha surtout à détruire le quartier Saint-Sauveur, le plus populeux de la ville. Il espérait sans doute pousser nos braves ouvriers au désespoir, et dans une émeute populaire se faire ouvrir les portes de la ville; mais ce calcul odieux échoua, et, en présence d'une armée en déroute, les Lillois purent bientôt inscrire sur leur blason cet hommage des représentants de la France : *Lille a bien mérité de la patrie.*

Mais après le combat, il fallut bien envisager le désastre, il était immense. Le quartier Saint-Sauveur n'était plus qu'un amas de ruines : « 500 maisons étaient entièrement détruites, 2000 ébranlées par un feu d'artillerie nourri comme un feu de file[1]. En parcourant, disent les commissaires de la Convention, le 6 octobre, les ruines encore fumantes du quartier Saint-Sauveur, nous étions suivis d'une foule de citoyens qui marchaient avec nous sur les débris de leurs demeures, sur les cendres de leurs meubles, de leurs marchandises, sur leurs

1. Lettre des Commissaires du département du Nord, lue à la Convention, par Vergniaud, le 8 octobre 1792. *La Colonne de Lille*, p. 35.

parents, leurs amis ensevelis dans les décombres, etc[1]. Mais ils criaient avec courage : *Vive la nation* ! Quels hommes ! »

L'hôpital Saint-Sauveur, exposé le premier au feu de l'ennemi par son voisinage du clocher de l'église, ne pouvait échapper. Malgré un drapeau noir qui devait protéger ses malades et ses blessés, les boulets y pleuvaient; le feu s'y déclara bientôt, et ce n'est qu'au prix de la surveillance la plus active que l'on put éviter de plus grands malheurs.

En janvier 1793, quatre mois après le bombardement, l'hôpital Saint-Sauveur était encore dans un état de dégradation et d'abandon, dont on ne saurait se faire une idée. Dans une lettre du 30 de ce mois, les religieuses, sollicitant l'intervention de la Municipalité, s'exprimaient ainsi : « Les différents bâtiments » et notamment l'hospice réservé aux malades ont été ravagés » par la bombe et le boulet ennemi au point de rendre une » partie dudit hospice inhabitable.... La pluie pénètre dans les » salles, les vitres cassées et qu'il n'a pas été possible de faire » remplacer, y causent un vent et un froid non seulement in- » supportables dans l'état de maladie et de convalescence, mais » même encore dans celui de santé.... il est instant de remédier » aux dégâts occasionnés à cet hospice de charité. »

Cette requête fut enfin favorablement accueillie, et un expert s'étant transporté sur les lieux, la somme de 850 fr. fut mise à la disposition des religieuses pour les réparations les plus urgentes.

Pendant le mois d'octobre, la misère à laquelle la population était réduite, avait engendré des excès de tout genre. Des malfaiteurs s'introduisaient la nuit dans les maisons restées debout et y commettaient de nombreux vols. — Sur la demande de la Prieure de Saint-Sauveur, le maire de Lille, André, décidait, le 27 octobre 1792, qu'afin d'assurer la sûreté et

1. Autre lettre des mêmes, *La Colonne de Lille*, p. 40.

la tranquillité de la maison, un capitaine de la garde nationale allait s'y transporter et y placer un poste.

Le Gouvernement ne pouvait rester insensible à d'aussi grandes pertes ; un décret de l'Assemblée Nationale décida que les Lillois seraient indemnisés des ruines occasionnées par le bombardement. Une somme de 4,200,000 fr. fut mise à la disposition de la municipalité. En exécution de ce décret, le **8** mai **1793**, la Commission des hospices recevait communication d'une lettre adressée par les citoyens Gasparin et Duhem, députés de la Convention près des armées du Nord, aux Commissaires chargés de la liquidation des *indemnités dues à cause du bombardement.* Elle était informée que tous les receveurs de l'administration avaient reçu ordre de former et de remettre incessamment aux chefs proviseurs de chacun des établissements, dont ils effectuaient la recette, des états contenant par section, les numéros et les noms des occupeurs de chacune des maisons situées en ville, et atteintes par le feu de l'ennemi.

Ces états ayant été déposés, les indemnités furent réglées de la manière indiquée dans la lettre suivante :

« Citoyens, d'après vos deux lettres et l'avis du district de
» Lille, nous avons cru pouvoir vous autoriser à payer aux hôpi-
» taux, dont les propriétés ont été détruites ou endommagées
» par le bombardement : 1° l'importance des réparations faites
» et payées pour les maisons ou propriétés dégradées ; 2° Comme
» il est juste que les hôpitaux ne soient pas privés des revenus
» ordinaires provenant des maisons détruites, et que, cependant,
» il n'est point absolument urgent de réédifier lesdites maisons,
» qui sont des propriétés nationales, nous vous autorisons aussi
» à payer auxdits hôpitaux le montant des loyers courants,
» déduction faite des charges et impositions courantes desdites
» maisons, et ce, provisoirement et jusqu'à ce que la Conven-
» tion Nationale en ait autrement ordonné.

Signé : GASPARIN, DUHEM. »

Au commencement de 1792, les Commissaires du District réclamèrent des religieuses de Saint-Sauveur, tous les registres de cet établissement, afin de pouvoir contrôler les dépenses et effectuer directement les recettes. Les religieuses protestèrent, disant qu'ils leur étaient indispensables pour établir les comptes de 1789, 1790 et 1791, offrant d'ailleurs de remettre tous documents utiles pour l'évaluation et la désignation de leurs biens.

L'affaire en resta là; mais l'orage qui devait les emporter se rapprochait de jour en jour.

Par la loi du 17 août 1792, les communautés religieuses ayant été dissoutes en France, les religieuses Augustines, qui depuis près de six siècles avaient administré l'hôpital Saint-Sauveur, durent à leur tour, en l'an II (1793), quitter la France.

Après leur départ, le service fut confié à des infirmières nommées par la Commission spéciale des hospices. Pendant quelques années, le Corps municipal de Lille, et ensuite une Commission spéciale entendirent les comptes de cet établissement.

Cette nouvelle administration demeura en fonctions, jusqu'à l'époque de la réunion des deux hôpitaux Saint-Sauveur et Comtesse, en l'an V.

Pendant la période révolutionnaire, l'hôpital Saint-Sauveur reçut à plusieurs reprises de nombreux soldats blessés, que l'hôpital militaire n'avait pu recueillir. En août 1793, les armées des souverains conjurés contre la France, Anglais, Hollandais, Prussiens, Autrichiens occupaient toute notre frontière; des combats sanglants eurent lieu à Linselles, Wervick, etc. Le 18 août, les Anglais, commandés par le duc d'York, attaquèrent les Français retranchés à Linselles. Une lutte très-vive s'engagea, mais les ennemis finirent par s'emparer d'une batterie, tournèrent les canons contre nos troupes et en firent un grand massacre. Près de mille hommes périrent des deux côtés dans ce combat. Les blessés furent ramenés à Lille et encombrèrent bientôt les hospices et hôpitaux; on dut même en placer dans les casernes. A l'hôpital Saint-Sauveur on en logea 70. Dès le mois suivant (septembre 1793), le plus grand nombre étaient en convalescence; des états de dépenses dressés pendant ledit mois, il résulte que le 13 septembre, il y avait encore 63 soldats, le 30, 50 seulement, et à la fin d'octobre il n'en restait plus que 40. Chaque blessé recevait une livre de viande par jour.

La loi du 16 vendémiaire an V avait confié aux administrations municipales, le soin de nommer une commission de cinq membres, pour gérer et administrer les hospices civils. Le choix de l'administration tomba sur MM. Lenglart, Desurmont, Mottez-Gillon, Taviel et Hue-Dewallers.

Le rôle de cette Commission était des plus difficiles. Tout était à faire; il fallait pourvoir à des dépenses chaque jour plus considérables, et entretenir en même temps seize hospices, dont la charité des siècles passés avait doté la ville de Lille. Ces établissements, avec un nombreux personnel, étaient une lourde charge pour la caisse des pauvres. Le mot *économie* était dans toutes les bouches. La Commission administrative, après avoir sérieusement examiné la question et pesé toutes les améliorations possibles, se décida à fondre ces seize maisons en quatre grands hospices.

On ne saurait s'imaginer les luttes que cette Commission eut à soutenir en cette circonstance. Les récriminations les plus vives furent articulées, on lui reprocha de méconnaître ses devoirs; elle fut dénoncée à l'administration supérieure, enfin on chercha à soulever contre elle l'opinion publique. Triste spectacle, bien fait pour affliger les hommes qui veulent sincèrement le bien de leurs semblables.

La Commission de l'an V, fatiguée, irritée de ces attaques injustes, se décida à publier, sous la date du 22 floréal an V, un mémoire justificatif. Les faits signalés dans ce travail au sujet de la réunion de l'hôpital Comtesse à Saint-Sauveur, nous ont paru assez intéressants pour être littéralement reproduits :

« Le Ministre de l'Intérieur, continuellement sollicité d'ac-
» corder des secours aux hospices de Lille, s'étant aperçu qu'il
» existait plusieurs établissements de même nature, jugea qu'on
» pourrait les réunir utilement. Il en fit l'observation dans toutes
» ses lettres ; il fit un devoir à l'Administration des hospices de
» lui indiquer des réunions qui devaient procurer des économies
» importantes. La Commission, pressée à cet égard, et par les
» invitations réitérées du Ministre, et par la conviction intime
» du mieux-être qui devait en résulter pour les administrés,
» s'empressa de proposer ses vues ; elle les soumit à l'Adminis-
» tration municipale ancienne qui en approuva quelques-unes,
» en modifia quelques autres et refusa d'acquiescer à celle qui
» devait réunir deux hospices de malades du même sexe. Trop
» de causes, des intérêts personnels trop majeurs s'opposaient
» à l'exécution de cette mesure pour qu'elle pût être approuvée ;
» l'on prétexta des doutes sur la salubrité et la commodité de
» l'hospice préféré ; l'on fit de longs raisonnements pour prouver
» que non-seulement l'on ne devrait pas diminuer, mais que l'on
» devrait augmenter le nombre des hôpitaux ; enfin l'on finit par
» soutenir qu'il était de l'intérêt commun qu'on conservât les
» deux hospices distincts, séparés, et tous deux actuellement en
» activité.

» La Commission, excitée par des motifs d'économie, mais
» subordonnant ces motifs aux besoins de ses administrés, ras-
» sembla tous les officiers de santé de la commune et leur pro-
» posa cette question : lequel des deux hospices de Saint-Sau-
» veur et de Comtesse devait être préféré ? L'avis fut unanime,
» et Saint-Sauveur, qui avait été proposé par la Commission,
» parut devoir être conservé.

» En effet cet hospice présente des avantages considérables ;

» il est assez vaste pour suffire dans les temps ordinaires et » même dans les temps malheureux, mais rares, d'épidémies ou » de maladies contagieuses; il est situé à l'extrémité de la ville, » et offre aux convalescents, devant sa principale entrée, une » esplanade immense.

» Le projet de la Commission, l'avis des officiers de santé et » l'approbation de l'Administration municipale d'alors, furent » soumis à l'Administration départementale; le projet de la » Commission fut entièrement approuvé par celle-ci, et le Mi- » nistre, à la décision duquel cette affaire fut soumise, ordonna » définitivement que les réunions proposées seraient effectuées. » C'est dans l'intervalle qui s'est écoulé entre l'avis du dépar- » tement et la décision du Ministre de l'Intérieur, que la dénon- » ciation a été lancée contre la Commission, mais alors les dé- » nonciateurs savaient très-bien qu'aucune des réunions n'avait » été faite ; ils savaient encore que l'on s'était adressé au Mi- » nistre ; c'est dans la seule vue d'en imposer au Directoire, » qu'ils assuraient alors que le projet était à la veille de s'exé- » cuter.

» Enfin la loi est venue mettre un terme à l'exercice de leurs » pouvoirs. De nouveaux administrateurs ont été élus, et ceux- » ci, bien différents des premiers, se sont empressés de rendre » justice à des citoyens dont la conduite entière est sans re- » proche.

» C'est ainsi que se terminent ou doivent se terminer toujours » les difficultés qui peuvent naître entre des citoyens chargés » de fonctions publiques importantes. Leur but doit toujours » être le plus parfait accord, et en effet l'harmonie des pouvoirs » est aussi nécessaire aux autorités constituées que l'est à l'État » la bonne harmonie des citoyens entre eux. »

Ces observations si justes mirent fin à cette regrettable polémique.

Le 7 pluviose an V, la Commission prenait une délibération par laquelle elle décidait : 1° que les malades de l'hôpital Comtesse seraient transférés à Saint-Sauveur, et qu'à l'avenir il n'en serait plus envoyé que dans ce dernier hospice.

2° Que le nombre des lits de l'Hôtel-Dieu à l'Hospice-Général où étaient reçues les femmes, serait augmenté suivant les circonstances, dans une proportion suffisante, pour remplir les fondations de Saint-Jacques. Enfin tous les biens de Comtesse furent attribués à l'hôpital Saint-Sauveur.

Cette délibération ayant été approuvée par décision du Ministre de l'Intérieur du 26 germinal an V (15 avril 1797), fut immédiatement exécutée.

En l'an V, le nombre des malades secourus s'élevait de 57 à 60 hommes pour l'hôpital Saint-Sauveur, 60 hommes pour l'hôpital Comtesse, et enfin 32 femmes pour l'Hôtel-Dieu.

Les revenus de l'hôpital Saint-Sauveur étaient évalués à 42000 livres, ceux de Comtesse à 44000 livres, et enfin l'Hôtel-Dieu n'avait pour toute ressource qu'une rente de 150 livres; la municipalité devait solder ces dépenses.

Par suite de l'accroissement de la population de Saint-Sauveur, une portion des malades (30 lits) fut placée au premier étage du bâtiment, et le nombre des lits, qui était de 60 dans les trois salles du rez-de-chaussée, fut porté à 72.

Les revenus de Saint-Sauveur et de Comtesse furent confondus pour former une masse générale.

Le personnel de l'hôpital Saint-Sauveur fut arrêté dans la séance du 15 prairial an V, de la manière suivante :

Une économe	aux appointements de	400 fr.
Une infirmière pharmacienne	id.	240
Une infirmière chef de cuisine	id.	240
Deux infirmières lingères à 240	id.	480
	A reporter	1360 fr.

	Report.	1360 fr.
Une deuxième lingère aux appointements de		120
Trois infirmières à 120 fr.	id.	360
Une cuisinière	id.	150
Une fille de cuisine	id.	100
Une relaveuse	id.	75
Un portier	id.	60
Un jardinier	id.	150
Un médecin	id.	375
Un chirurgien	id.	375
16 personnes, ensemble		3125 fr.

Le 24 prairial suivant, la Commission voulant organiser le service de la pharmacie, décida qu'il serait établi une pharmacie centrale, commune à tous les hospices de Lille. Le motif déterminant de cette mesure était fondé sur cette circonstance, qu'un apothicaire gagnant au moins *deux cents pour cent*, et la dépense annuelle étant de 8 à 9000 livres, il en résulterait une économie annuelle considérable. Ce projet fut approuvé par décision de l'administration départementale, en date du 4 thermidor an V, et mis immédiatement à exécution. Un concours fut ouvert, et le sieur Carrette fils nommé pharmacien en chef avec 1200 livres d'appointements.

Nous trouvons au registre des délibérations des hospices, sous la date du 21 fructidor an VI, un document précieux, et qui nous renseigne exactement sur l'état de l'hôpital un an après la réunion.

La Commission reçoit du citoyen Dubois, commissaire des guerres, une lettre en date du 17 fructidor, par laquelle il demande des renseignements sur les hospices civils de Lille; elle lui répond ce qui suit :

« Citoyen, en réponse à la vôtre du 17 courant, la Commis-

» sion vous observe : 1° Que conformément à la loi du 16 vendémiaire an V, les deux hospices civils, où étaient admis et
» traités les malades, habitants du lieu, ont été réunis à un seul,
» existant aujourd'hui sous le nom d'hospice *Sauveur*; 2° Que
» cet hospice offre pour toute ressource, à une population de
» 60000 âmes, une *centaine de lits* pour les citoyens pauvres,
» en cas de maladie, blessures ou autres accidents graves;
» 3° Que jamais les militaires n'y ont été admis, sauf à l'époque
» du cantonnement, lorsque des actions meurtrières ont quelquefois multiplié le nombre des blessés et malades, au point
» que l'hospice militaire sédentaire ne pouvait les contenir tous,
» et ce momentanément; 4° Enfin, que depuis que l'ennemi a
» été chassé du territoire français, aucun militaire n'est entré
» dans ledit hospice *Sauveur*, et notamment depuis la réunion
» opérée d'après la loi précitée. »

On ne saurait se faire une idée de l'état de détresse dans lequel se trouvaient les hospices de Lille à cette époque. Les revenus des biens-fonds et des maisons étaient devenus presque nuls; les locataires avaient cessé de solder leurs fermages. D'un autre côté, le nombre des pauvres était devenu tellement considérable, qu'il fallait des ressourcss immenses pour leur donner le plus strict nécessaire. Les hôpitaux manquaient de linge, de literies, et les malades étaient privés des médicaments les plus indispensables. Pendant les années qui venaient de s'écouler, la misère avait atteint un tel degré, que le Gouvernement était obligé de pourvoir à toutes les dépenses de l'administration. Le 21 pluviôse an V une somme de 250000 l. avait été allouée aux hospices de Lille pour les six premiers mois de l'an V, mais les embarras du trésor public étaient si grands que dix mois s'étaient écoulés, sans qu'ils en eussent même reçu la moitié. La crise avait pris un caractère tellement alarmant, que le 10 thermidor, an V, les administrateurs écrivaient au Ministre : « Poursuivis par des fournisseurs, accablés,

» écrasés de dettes, sans approvisionnements, sans ressources,
» nous vous déclarons avec la plus vive douleur que cet état de
» choses doit produire nécessairement les plus horribles effets. »

Ces plaintes amères ne rencontrèrent à Paris qu'une profonde insensibilité, et plusieurs mois s'écoulèrent encore, sans que les sommes promises vinssent améliorer cette situation critique. Il fallait certes un admirable dévouement pour remplir à ce moment les fonctions d'administrateurs des hospices, et aujourd'hui, vis-à-vis d'une situation prospère, avec des revenus immenses, on a peine à croire à quelles cruelles extrémités nos devanciers furent parfois réduits. Le 28 vendémiaire an V, dans l'amertume de leur cœur, ils écrivaient aux représentants du peuple :

« La Commission des hospices de cette commune n'affligera
» pas votre sensibilité, en lui présentant l'effrayant tableau de
» la misère et du dénuement absolu où nos pauvres sont réduits,
» et auxquels ils ne tarderont pas de succomber, si le Gouver
» nement ne vient dans l'instant même à leur secours. Il suffira
» sans doute pour vous intéresser efficacement et promptement à
» leur sort, de vous exposer, en bref, qu'aux approches de l'hi-
» ver, déjà nos hospices se trouvent sans aucune espèce d'ap-
» provisionnement : pain, aliments, chauffage, literies, vête-
» ments, luminaire, remèdes, etc., tout, oui tout manque à la
» fois. Faut-il que nous ajoutions ce que notre civisme voudrait
» pouvoir vous taire, que la Commission actuelle est réduite en
» ce moment à emprunter sur son crédit personnel 6000 livres
» pour satisfaire aux simples dettes les plus criardes, et 20000
» sur ce même crédit, pour procurer aux pauvres les denrées
» de première et de plus stricte nécessité, qui auraient manqué
» totalement dans le cours de la décade. Jugez par cela seul de
» quelle urgence il est que nous recevions des secours, etc. »

Cette lettre, qui fut suivie de plusieurs autres, et dont nous n'avons pas voulu affaiblir l'énergie en l'analysant, démontre assez les difficultés sans cesse renaissantes de l'administration. Aussi, ne faut-il pas s'étonner, si bien loin d'augmenter le nombre des lits à l'hôpital Saint-Sauveur, on fut plutôt disposé à le diminuer, et si, au lieu de 60 lits existants à Comtesse, on n'en rétablit que 40 à Saint-Sauveur au moment de la translation.

Enfin, pour compléter ce sombre tableau et révéler les suites qu'obtinrent ces requêtes successives, nous devons ajouter que le 25 brumaire an VI, la Commission administrative écrivit au Gouvernement « qu'affligée, désespérée, elle enverrait, faute » de réponse immédiate, sa démission, renonçant à faire tête » plus longtemps à une pareille détresse !..... »

En l'an VIII on essaya de réaliser des économies sur les traitements des employés. La place d'économe en chef de l'hôpital Saint-Sauveur, étant devenue vacante par le décès de la citoyenne Catelin, on profita de la nomination de la citoyenne Marie-Anne Leclercq à sa place, pour réduire les appointements.

Par délibération en date du 29 vendémiaire an VIII, on décida que :

1° L'économe en chef	de 400 fr.	serait réduite à	250 fr.
2° L'économe suppléante	de 240 fr.	id.	225
3° La pharmacienne	240 fr.	id.	150
4° Le chef de cuisine	240 fr.	id.	150

Les autres chiffres furent maintenus.

Tout cela produisait une somme de 450 fr. par an.

Il fallait que les nécessités fussent bien grandes pour réduire de pareils traitements[1].

Ce ne fut qu'à la date du 18 brumaire an XI que furent définitivement réglés les comptes des créanciers des hospices pour les années V, VI, VII et VIII !.... [2]

1. Registre aux délibérations de l'administration des hospices. Séance du 29 vendémiaire, an VIII.

2. Registre aux délibérations, etc. Seance du 18 brumaire, an XI.

CHPITRE VI.

Enquête sur l'hôpital Saint-Sauveur ordonnée par le Premier Consul, 1801. — Suppression de l'Hôtel-Dieu (service des femmes), à l'Hospice-Général. — Sa translation à Saint-Sauveur, 23 juillet 1802. — Histoire de l'Hôtel-Dieu de 1745 à 1802. — Suspension du service en 1760. — Son rétablissement en 1778. — Organisation de l'enseignement médical à Saint-Sauveur, 2 prairial an XI. — Première distribution des prix, 27 thermidor an XII. — Visite du Premier Consul et de Joséphine, à Lille, le 6 juillet 1803. — Arrêté du Préfet du Nord du 26 messidor an XI. — École secondaire de médecine créée par décret du 29 brumaire an XII. — Création d'une maternité à l'hôpital Saint-Sauveur. — Le docteur Forlenze, oculiste. — Augmentation de 50 lits pour les militaires, en 1809. — Cessation des cours depuis 1805. — Réorganisation des cours en 1812. — Évacuation des soldats blessés sur les hôpitaux de Lille en 1814. — Ravages causés à Lille par le typhus ou fièvre des camps.

En 1801, la France renaissait sous la main ferme et habile du premier consul. Les temples se rouvraient, les exilés rentraient dans leurs foyers. Toutes les parties de l'administration étaient profondément remuées par ce génie infatigable. Le système hospitalier attira des premiers son attention.

Sur sa demande, une série de questions fut adressée le 13 germinal an IX à la Commission administrative des hospices, par le Sous-Préfet de Lille, M. Scrive. Cette enquête nous permet de signaler les faits suivants :

Il y a deux hôpitaux à Lille :

Saint-Sauveur, qui possède 80 lits, dont 60 occupés habituellement et les 20 autres nécessaires en certaines saisons.

L'Hôtel-Dieu, qui possède 33 lits de femmes constamment occupés. Ce dernier hôpital n'offre aucun moyen d'accroissement.

Il existe à Saint-Sauveur un étage supérieur où l'on pourrait placer environ 50 lits, en disposant et meublant le local qui est absolument nu.

On traite dans l'un et l'autre les maladies ordinaires, excepté les chroniques; — on y traite aussi les fractions de membres, dislocations, etc.

Les maladies vénériennes, la gale, le scorbut n'y ont jamais été traités; les règlements excluent tout individu qui en serait attaqué; il n'existe d'ailleurs dans ces hôpitaux aucun local *ad hoc*.

Le prix de la journée, pour les malades étrangers, peut être fixé à un franc, comme il l'a déjà été pour les militaires recueillis dans les hospices.

Le Sous-Préfet répondit en requérant l'évaluation des dépenses nécessaires pour l'établissement de 50 lits nouveaux.

Cette enquête amena bientôt la suppression de l'Hôtel-Dieu.

Les inconvénients graves résultant du traitement des malades à l'hospice général, là où était accumulée une immense population de vieillards et d'enfants, avaient depuis longtemps frappé tous les esprits. La question était mûre pour une solution. Et, en effet, le 4 thermidor an X (23 juillet 1802), la Commission administrative, composée de MM. Scrive, Bluyssen, Desmazières, Leclercq, Vanvesbus, prit une délibération par laquelle, considérant que les miasmes putrides qui s'exhalent sans cesse des salles où les femmes malades sont traitées, met en péril les nombreux indigents recueillis à l'hospice général, décide que l'Hôtel-Dieu sera réuni aux hôpitaux Saint-Sauveur et Comtesse, et les malades transférés à Saint-Sauveur.

Elle arrête en outre que des lits d'hommes et des lits de femmes, seront établis dans des locaux distincts, et où les personnes malades seront reçues moyennant 1 fr. 50 c. par jour.

Cette mesure reçut immédiatement son exécution.

C'est ici, nous le pensons, qu'il est essentiel de dire quelques mots du service des femmes, tel qu'il était organisé à l'Hospice Général sous le nom d'Hôtel-Dieu.

Comme il a été expliqué plus haut, c'est par suite de l'encombrement occasionné à Saint-Sauveur, par l'arrivée des blessés de Fontenoy, en 1745, que les femmes furent renvoyées de cet hôpital. Elles occupaient alors dix lits seulement. Une partie de l'hospice général, commencé en 1738, était déjà construite, lorsqu'on songea à y transférer les femmes. En 1747, on disposa à cet usage une vaste salle où trente lits furent installés, sous le nom d'Hôtel-Dieu. Malheureusement l'extrême misère du temps, le nombre toujours croissant des mendiants des deux sexes, recueillis à l'hospice général, et l'exiguité de ses revenus, obligèrent, en 1760, le Bureau général des pauvres à supprimer ce service.

Pendant près de vingt ans, les femmes et filles d'indigents demeurèrent privées de tout asile qui voulût les recueillir en maladie. Cet état de choses, et surtout cette révoltante injustice de priver de secours les êtres les plus faibles et les plus exposés aux affections graves, soulevèrent à la fin une réprobation universelle. On remarquait qu'il existait soixante lits à l'hôpital Comtesse et autant à Saint-Sauveur pour les hommes, et on voyait les pauvres mères de famille mourir dans leurs caves et sur leur grabat, privées de tout secours.

Dans ces circonstances intervint, à la date du 18 novembre 1778, un arrêté du Bureau de la charité générale, présidé par M. de Calonne, intendant de la province, lequel rétablissait l'Hôtel-Dieu à l'Hospice Général.

Les motifs de cet arrêté méritent d'être signalés :

« Considérant, y est-il dit, le très-grand avantage qui en ré-
» sulterait pour les artisans et ouvriers qui font seuls fleurir les
» manufactures de cette ville, et dont la misère et la perte ne
» sont souvent occasionnées que par les maladies de leurs

» femmes ou filles, qui ne peuvent être secourues dans aucun
» des hôpitaux de cette ville;

» Considérant l'avantage même qui en résulterait, et pour
» l'Administration municipale, et pour celle de l'Hôpital Géné-
» ral, en conservant à cette ville des citoyens utiles, en main-
» tenant leurs familles, en diminuant le nombre des enfants
» abandonnés.

» Voulant seconder le vœu formé depuis longtemps par
» MM. du Magistrat, les ministres particuliers des pauvres et
» les curés de cette ville, etc.

» Les administrateurs du Bureau du charité générale ont, par
» forme d'essai et pour aussi longtemps que le permettront les
» revenus de leur administration, arrêté : qu'à dater du 15 jan-
» vier 1779, l'Hôtel-Dieu pour les pauvres femmes ou filles
» sera rétabli sur le même pied que précédemment. »

L'arrêté ordonnait qu'il y aurait seize lits affectés aux seuls pauvres paroissiaux : trois pour la paroisse Saint-Sauveur, trois pour celle de Saint-Maurice et deux pour chacune des autres paroisses.

Il prescrivait en outre la création d'un certain nombre de lits, dans lesquels les pauvres femmes malades seraient reçues, en payant 16 patars par jour.

Une disposition étrange et que l'humanité réprouve est celle relative aux admissions. Et, en effet, on interdisait l'entrée de l'Hôtel-Dieu aux malades atteints des maladies ci-après : phthysie, cancer, apoplexie, paralysie, hydropisie, petite vérole, maux secrets, etc.

Les femmes mariées ayant enfant étaient admises de préférence aux autres.

Le règlement de l'Hôtel-Dieu plaçait à la tête de cet établissement, une Maîtresse Directrice des infirmeries, avec des infirmières sous ses ordres.

Il fut recommandé aux curés des paroisses, de donner lecture de cette pièce aux prônes, par deux jours de dimanche.

Le nombre de lits fut plus tard élevé à trente-deux, c'est le chiffre qui existait au moment de la suppression de l'Hôtel-Dieu, en 1802.

Le 21 nivôse an X, le sieur Decroix, médecin de l'hôpital Saint-Sauveur, étant mort, la Commission administrative des hospices de Lille voulant récompenser le dévouement et les rares connaissances, dont M. Dourlen avait fait preuve pendant l'épidémie de l'hôpital Saint-Sauveur, le nomma à sa place. Le Sous-Préfet Scrive approuva, le mois suivant, cette décision, et fixa les appointements de M. Dourlen à 375 fr.

Le 1er prairial an XI, l'Administration reconnaissant que la réunion de l'Hôtel-Dieu à l'hôpital Saint-Sauveur, entraînait pour M. Dourlen un surcroît de travail et de surveillance, l'avertit qu'à l'avenir ses appointements seraient élevés à 500 fr., tout en regrettant que la situation des indigents ne lui permît pas de faire davantage.

Le service médical de Saint-Sauveur était alors composé de :

MM. Dourlen, médecin en chef;
Vanderhaghen père, chirurgien titulaire ;
Pionnier, chirurgien consultant.

Par délibération du 11 prairial suivant an XI, la Commission administrative des hospices organisait les études médicales dans la ville de Lille. Nous croyons devoir publier ce document important :

« La Commission administrative des hospices de Lille,
» jalouse de concourir autant qu'il est en elle à l'instruction pu-
» blique, et de faire jouir les jeunes gens qui se destineraient à
» devenir officiers de santé, du bienfait de l'article 15, titre 3,
» de la loi du 19 ventose dernier, relative à l'exercice de la mé-
» decine, prévient lesdits candidats que le 1er de messidor pro-

» chain il s'ouvrira pour eux, à l'hospice Saint-Sauveur et Hôtel
» Dieu réunis, trois cours annuels et gratuits d'instruction
» publique, sous la direction respective des trois officiers de
» santé attachés à cet établissement, savoir :

» 1° Un cours de Clinique médicale par le chirurgien Dourlen,
» médecin en chef ;

» 2° Un cours de Clinique chirurgicale par le chirurgien
» Vanderhaghen, chirurgien titulaire ;

» 3° Un cours d'opérations par le chirurgien Pionnier, chirur-
» gien consultant.

» Persuadée que c'est surtout dans le sein des hôpitaux et au
» lit du malade, que s'acquiert la véritable instruction dans
» l'une et l'autre partie de l'art de guérir, et que les vues du
» Gouvernement tendent à y appeler les élèves, la Commission
» les invite à profiter des moyens qu'elle leur propose au nom
» du bien public, et à se disputer avec la plus noble émulation
» les prix qu'elle décernera à la fin de chaque année, ainsi que
» les certificats dont ils auront un jour besoin pour obtenir dans
» les lycées le titre honorifique de médecin ou de chirurgien. »

Le règlement concernant le service de l'hospice Saint-Sauveur et Hôtel-Dieu réunis, arrêté le 5 germinal an XI, par la Commission, statuait sur toutes les questions se rattachant auxdits cours. On y lisait :

« Art 4. Le service de l'hospice Saint-Sauveur et de l'Hôtel-Dieu est confié à un médecin en chef, qui, lorsque le besoin l'exigera, s'adjoindra en consultation les médecins des autres hospices, lesquels sont tenus de se rendre à son invitation.

» Art. 5. Il y aura deux chirurgiens, l'un titulaire et appointé, chargé du service général et journalier, l'autre consultant et non appointé.

» Art. 9. Tous les ans, c'est-à-dire à la fin de chaque cours, les élèves les plus instruits soutiendront une thèse publique sous la présidence de leur professeur respectif. L'administration transmettra aux autorités supérieures et au Ministre les noms des individus qui se seront le plus distingués. Elle se fera autoriser aussi à leur décerner des prix d'encouragement.

» Art. 10. Les élèves, dans aucun cas, ni sous prétexte de l'acte public de la thèse et de l'obtention d'un prix, ne pourront se prévaloir du titre de chirurgien ni exercer cette profession sans avoir satisfait aux lois présentes ou à venir, sur l'exercice de l'art de guérir.

» Art. 15. L'apothicaire sera tenu chaque jour d'assister à la visite du médecin pour écrire ses ordonnances, etc.

» Art. 20. Il est défendu de recevoir aucune personne attaquée de maladies vénériennes, galeuses, chroniques ou incurables. »

Une disposition bizarre figurait dans ce règlement :

« Art. 21. Aucun malade ne sera reçu qu'au préalable on n'ait présenté de sa part au commissaire administrateur, l'extrait baptistaire qui constate qu'il est âgé de moins de 60 ans. »

Une sage mesure, maintenant !

« Art. 42. L'économe aura le plus grand soin, vu l'exposition des salles au sud, de ne permettre le vuidage des latrines que par un vent d'est ou de nord. »

Deux jours après, l'administration nommait :

Econome en chef	Mlle Calderon.
Sous-Économe	» Delegorge.
Médecin	MM. Dourlen.
Chirurgien titulaire.	» Vanderhagen.
Chirurgien consultant.	» Pionnier.

La première distribution des prix eut lieu à l'hôpital Saint-Sauveur le 27 messidor an XII. Des éloges et des remercîments publics furent adressés par la Commission aux trois professeurs, à raison du zèle qu'ils avaient déployé.

Sur ces entrefaites, Bonaparte, premier consul, accompagné

16

de Joséphine Beauharnais, son épouse, fit son entrée à Lille, le 6 juillet 1803 (an XI). Ils logèrent à l'Intendance, rue de Tournai. Des fêtes magnifiques accueillirent le vainqueur de l'Italie et de l'Egypte. L'affection des Lillois fut payée de retour. Il leur donna son portrait peint par David; c'est ce même tableau qui fut mutilé et livré aux flammes en 1815. En outre, et ceci est plus important, il accorda à Lille la Préfecture qui existait précédemment à Douai.

Le 18 messidor an XI, la Commission administrative des hospices fut informée que le même jour, elle serait reçue par le Premier Consul. Admise auprès de lui à l'heure indiquée, elle lui adressa par l'organe de son président le discours suivant :

« Citoyen Premier Consul et président,

» Honorer de votre accueil l'administration des hospices, c'est récompenser son dévouement, c'est l'assurer que les pauvres confiés à ses soins sont un des premiers objets de votre généreuse sollicitude et qu'ils peuvent tout attendre de votre bienfaisance. Daignez agréer leur reconnaissance et l'hommage de son respects. »

Le Premier Consul répondit ces simples mots .

« Citoyens administrateurs,

» Le rapport qui a été fait sur la situation actuelle des hospices de Lille fait l'éloge de votre administration. »

Le Ministre de l'Intérieur avait visité la veille les divers hospices civils, et il avait témoigné aux administrateurs toute sa satisfaction. Par suite de son rapport au Premier Consul, sur la pénurie de linge où se trouvaient les hospices, ce dernier accorda à l'Administration, pour subvenir en partie à cette dépense, une somme de 12000 francs qui fut immédiatement versée.

Peu de jours après le départ du Premier Consul, le 26 messidor an XI, le Préfet du Nord prit un arrêté par lequel il créait dans les cinq grandes villes du département un Conseil d'Administration des secours composé de douze membres. Les motifs de cet arrêté, étaient « de faire disparaître les obstacles qui

» naissaient trop souvent du défaut de concert entre les Com-
» missions administratives des hospices et les bureaux de bien-
» faisance ; d'apporter plus d'économie dans les dépenses ; une
» meilleure application dans les secours ; de rendre moins fré-
» quents les abandons des enfants... »

Parmi les recommandations faites aux Administrateurs, nous signalerons les suivantes :

« Le Conseil s'attachera à introduire dans les hospices, l'or-
» dre, la propreté, le travail et l'économie ; il mettra à profit
» les découvertes et les procédés des savants et des hommes
» bienfaisants qui ont dirigé leurs travaux vers le soulagement
» de l'humanité ; il rappellera dans les hôpitaux de malades,
» ce sexe intéressant qui y donnait autrefois des soins si tou-
» chants ; il s'occupera des moyens de faire distribuer par les
» femmes généreuses qui voudront se consacrer à ce service,
» des bouillons et des médicaments aux indigents malades qui
» pourront être traités à domicile, etc., etc. »

Enfin l'arrêté statuait sur tous les détails de l'organisation intérieure des recettes et des dépenses, des officiers de santé et de toutes les autres parties du service administratif.

Le 29 brumaire an XII, le Premier Consul établit l'Ecole secondaire, puis un jury médical chargé de procéder à la réception des officiers de santé.

Afin de seconder les efforts du Gouvernement pour élever le niveau des études, l'administration des hospices publia l'année suivante, an XIII, un avis ainsi conçu :

« L'existence d'un Jury médical en cette ville, aujourd'hui
» chef-lieu de Préfecture ; le vœu qu'il forme pour l'organisation
» de l'instruction ; le grand nombre d'élèves qui sollicitent cette
» faveur ; l'espoir de fixer l'attention du Gouvernement sur la
» nécessité de créer une école de médecine dans une ville qui
» offre le plus de population, de ressources ; ces puissants
» motifs ont déterminé le Conseil d'administration des secours,
» à accéder aux propositions faites par les officiers de santé,

» attachés au service de l'hôpital Saint-Sauveur et de l'Hôtel-
» Dieu, de rouvrir cette année leurs cours gratuits et publics. »

En conséquence, auront lieu à partir du 1er frimaire les cours suivants :

« Pathologie et Clinique médicale, par M. Dourlen ;

» Pathologie chirurgicale, par M. Vanderhagen ;

» Chimie et Matière médicale, par M. Drapiez, pharmacien
» de l'hôpital Saint-Sauveur ;

» Et un cours d'Anatomie et d'opérations. »

Le cours de Chimie, on le voit, venait ainsi compléter l'enseignement donné l'année précédente à l'hôpital Saint-Sauveur. Chacun de ces cours était fait deux jours par semaine.

L'initiative de l'Administration des hospices ne tarda pas à susciter la plus noble émulation parmi les médecins de Lille. M. Becu, médecin, se faisant l'interprète de plusieurs de ses confrères, proposa à M. Dieudonné, Préfet du Nord, de compléter à Saint-Sauveur les cours qui y étaient enseignés. Le 28 brumaire an XIII, ce magistrat entrant dans ses idées, écrivait à l'Administration :

« Vous avez organisé des cours de Médecine, de Chirurgie
» et de Chimie ; cet établissement fait l'éloge de votre sollici-
» tude pour le bien de l'humanité, mais il serait possible de
» donner à ces vues bienfaisantes plus d'étendue et d'utilité ; les
» hommes les plus recommandables dans l'art de guérir, rési-
» dant en cette ville, proposent d'associer leurs lumières et
» leurs talents en ne formant qu'une seule école, dans laquelle
» serait fondue celle que vous avez élevée.

» Ce projet ne peut manquer d'être accueilli par tous les amis
» des hommes, son exécution fournira une instruction solide
» sur toutes les parties de l'art de guérir aux jeunes gens qui se
» destinent à cette carrière ; elle pourra même donner, sous ce
» rapport, à la ville de Lille, une importance qu'elle n'a pas
» encore eue, etc. »

Le 1er nivose an XIII, M. le Préfet du Nord prend un arrêté par lequel il réorganise l'enseignement à l'hôpital Saint-Sauveur. Il indique les cours de Médecine, de Chirurgie et de Chimie qui y seront faits, et nomme pour professeurs MM. Dourlen, Vanderhaghen, Lestiboudois, Drapiez, Becu, J.-B. Boulez et Cavalier. Dans son arrêté, le Préfet explique que ces nominations sont faites en attendant l'organisation de l'Ecole primaire de médecine qu'il se propose d'établir à Lille (lettre du 20 nivôse an XIII).

Parmi les cours ainsi fondés se trouvait celui d'Accouchement. Mais comment ouvrir une clinique? il n'existait pas de femmes en couche à Saint-Sauveur! Dans cette situation, le Conseil municipal ayant exprimé le vœu que quelques lits fussent affectés spécialement à cette destination, l'Administration des hospices écrivit, le 24 nivôse an XIII, à M. le Préfet, qu'afin de donner satisfaction à ce vœu, elle ouvrirait une Maternité dans le local qui avait servi jusque-là aux cours institués l'année précédente. Quant aux leçons, elles furent transférées dans une grande pièce servant autrefois de réfectoire.

Pendant cette année (brumaire an XIII) vint à Lille un oculiste célèbre, le sieur Forlenze, chargé par le Gouvernement de traiter les indigents et les *défenseurs de la patrie*. Le 1^er^ brumaire, le Préfet du Nord informa l'Administration des hospices qu'il avait fait choix de l'hôpital Saint-Sauveur comme lieu d'opérations. Il engageait l'Administration à recevoir les indigents et les soldats qui se présenteraient, les dépenses occasionnées par leur présence, devant être supportées par les communes ou le département de la Guerre. Un certain nombre de malades furent ainsi opérés, et après son départ, les pansements confiés à un médecin de l'administration, le sieur Demortain ; ce traitement exceptionnel ne paraît pas avoir eu grand succès ; sur six hommes et huit femmes traités à Saint-Sauveur, presque tous demeurèrent aveugles, trois seulement furent en partie guéris. (Lettre de l'Administration des hospices à M. le Préfet du Nord, du 25 frimaire an XIV (16 octobre 1805).

Le même docteur Forlenze reparut à Lille en 1820, avec pareille mission du Gouvernement, et fit encore quelques opérations à Saint-Sauveur, sans qu'il nous soit possible d'en signaler les résultats. Depuis cette époque, les affections des yeux ont été traitées à Saint-Sauveur dans les différents services de cet établissement.

Durant les grandes guerres de l'Empire, l'hôpital Saint-Sauveur fut souvent appelé à suppléer à l'insuffisance de l'hôpital militaire. C'est ainsi que par délibération du 22 septembre 1809, l'administration prescrivit les mesures nécessaires pour la réception de cinquante militaires qui devaient y être transférés. Afin de les recueillir, des lits furent réclamés à l'Administration de la Guerre. Les militaires furent placés dans les salles du rez-de-chaussée et les malades civils transférés dans certaines pièces du premier étage. Le nombre des infirmiers fut augmenté de trois.

Dans une délibération du 27 décembre 1810, en réponse à une série de questions qui lui étaient adressées, l'Administration résumait ainsi la situation de l'hôpital :

« Le nombre des lits s'élève à 170 ; il pourrait être porté à
» 186 et à un nombre indéfini *en cas d'événements graves.* On y
» reçoit les gardes de la Préfecture, bien que, tenant à l'Etat
» militaire ils ne dussent pas y être admis.

» On y a recueilli les militaires malades revenus de l'armée ;
» le nombre s'en est élevé jusqu'à 50.

» On y reçoit des pensionnaires qui sont l'objet de soins parti-
» culiers. Cet article rapporte 2000 francs environ.

» Le pharmacien fournit les drogues par adjudication à tant
» par jour pour chaque malade ou blessé. Il touche de ce chef
» de 6 à 8000 francs.

» Les malades sont visités par les médecins le matin et le
» soir ; à raison de ces soins extraordinaires, leur traitement a
» été fixé, par délibération en date de ce jour 27 décembre
» 1810, à 1,000 francs. »

Les cours organisés en 1804 n'eurent qu'une existence éphémère. Dès la seconde année, ils cessèrent entièrement, et les jeunes gens furent de nouveau privés de cette précieuse ressource, l'étude des maladies au chevet du malade. Le Gouvernement comprit les périls auxquels la santé publique était exposée par un semblable abandon, et après plusieurs années de suspension il songea à rétablir l'enseignement médical.

Par arrêté de M. le Préfet du Nord en date du 3 janvier 1812, des cours publics et gratuits sur les différentes parties de l'art de guérir furent réorganisées à l'hôpital Saint-Sauveur. Les professeurs choisis furent les mêmes que ceux qui avaient déjà fait les cours : MM. Dourlen, Vanderhaghen père, docteurs en médecine, et Drapiez, pharmacien. Comme précédemment, ils mirent gratuitement leur temps et leur dévouement au service des élèves[1].

Le 18 mars 1812, M. le Préfet qui, paraît-il, avait outrepassé ses pouvoirs, informe l'Administration que le service ne peut être régulièrement organisé que par un Décret Impérial, mais il ajoute que les professeurs peuvent néanmoins ouvrir les cours.

Après les fêtes de Pâques de l'année 1812, les cours commencent. Mais en septembre, des troubles regrettables éclatent dans l'école, des professeurs sont outragés sur leur siége, la tranquillité de l'hôpital en est profondément troublée. L'Administration, pour faire cesser ce scandale, ordonne immédiatement la suspension des cours. Cependant, dans l'intérêt des élèves studieux qui n'avaient pris aucune part aux désordres, elle en autorisa la réouverture par délibération en date du 17 octobre 1812.

« Elle espère, dit-elle, que cet acte d'indulgence de sa part,
» et de générosité de la part des professeurs, ramènera les tur-
» bulents et les ennemis de l'ordre et de l'étude. » Cette année les cours ne furent terminés que le 30 novembre 1812.

1. Lettre du Maire de Lille au Prefet du Nord, 10 juin 1813.

Un projet de règlement fut arrêté par l'Administration et soumis à l'approbation du Préfet du Nord.

Les cours recommencèrent le 1er janvier 1813.

L'année 1814, de funèbre mémoire, fut pour la ville de Lille et surtout pour nos hôpitaux une année de deuil. — Les malades et blessés qui y furent évacués de toutes parts, causèrent un tel encombrement que l'on dut assez souvent recourir à l'usage barbare de faire coucher les malades deux à deux [1]. Les hôpitaux devinrent insuffisants. Les bourgeois s'empressèrent de fournir du linge, des literies, des vivres pour leurs compatriotes souffrants. — L'église St.-Etienne et l'église St.-Sauveur furent transformées en ambulances ; on y entassa les malades [2]. La mortalité prit un si grand développement à Lille, que le chiffre des décès dépassa de 2,800 dans cette seule année 1814, le nombre des naissances [3]. Une maladie étrange, le *Typhus*, ou *fièvre des camps*, *fièvre des hôpitaux*, faisait d'affreux ravages. — Le mal devint si grave que l'Empereur confia à une Commission de savants médecins, le soin de décrire cette maladie avec ses caractères, et de prescrire le mode de traitement. — Leur instruction en date du 27 janvier 1814, fut adressée à l'Administration des hospices de Lille par M. de Montalivet, Ministre de l'Intérieur, par lettre du 14 avril 1814.

Dans cette lettre, on rencontre cette phrase curieuse et fort peu rassurante pour les Administrateurs : « Appelés par la nature de » vos fonctions, au soulagement des malades, votre zèle et » votre humanité peuvent vous exposer aux atteintes du Typhus, » vous trouverez dans l'Instruction les moyens de reconnaître » cette maladie, les précautions à prendre pour vous en préserver, et les secours nécessaires à administrer aux individus qui » l'ont contractée. »

1. Rapport de M. Lestiboudois au Conseil de salubrité (année 1812).
2. Victor Derode, histoire de Lille, tome 3, page 348.
3. Rapport de M. Loiset au Conseil de Salubrité (année 1852).

CHAPITRE VII.

Événements de 1814. — Tentatives de reconstitution de l'ancien régime à Saint-Sauveur. — Règlement du 17 février 1815. — Retour de l'île d'Elbe. — Blessés de Waterloo recueillis à l'hôpital Saint-Sauveur. — Cérémonie à l'occasion de la rentrée des sœurs Augustines à Saint-Sauveur. — Délibération par laquelle une pension de retraite est refusée à un médecin. — Enquête sur le régime et les abus qui s'étaient glissés à l'hôpital. — Opinion des chirurgiens et médecins. — Nouveau règlement pour le service des malades, 29 mars 1822. — Nouveau règlement pour le service des officiers de santé, 1822. — Régime alimentaire de l'hôpital.

Les événements se précipitent, l'Empire est renversé, Napoléon part pour l'île d'Elbe, et Louis XVIII, après être débarqué à Calais, arrive bientôt à Paris. — Avec les émigrés, apparaissent d'étranges aspirations vers le passé. Les plus ardents veulent reconstituer l'ancien régime, le Roi lui-même a peine à calmer leur zèle.

A Lille, l'esprit réactionnaire se manifeste par des excès regrettables. — On brûle le portrait du Premier Consul, comme quinze ans plus tard, quelques hommes égarés mutilèrent la statue du Duc de Berry. — Triste effet des révolutions ! Vandalisme insensé qui prive la ville de Lille de deux chefs-d'œuvre !

Nous avons démontré plus haut avec quelles difficultés la Commission de l'an V avait réuni les hospices spéciaux. — Un des premiers actes de certains esprits exaltés, après le retour des Bourbons, fut de solliciter le rétablissement de l'ancien mode. — Les administrateurs reçurent même une lettre du Maire de Lille, qui leur demandait leur avis sur le projet de reorganiser l'ancien hôpital Comtesse et l'Hôtel-Dieu, et de les isoler de Saint-Sauveur. La réponse qui lui fut faite le 7 octobre 1814, est un document précieux qui mérite d'être conservé :

« Il importe beaucoup, disent-ils, au bien-être de la classe » indigente de cette ville, que le nombre des malades à admettre » à l'hôpital Saint-Sauveur ne soit pas réduit, et surtout que les » femmes continuent à y être traitées. — Si de nouveau elles » étaient rejetées de cet établissement, il n'y aurait plus de » local à Lille où elles pourraient être reçues, à moins qu'on ne » crée un Hôpital à l'Hospice général, et il paraît contraire aux » règles de la prudence de mettre à côté des personnes en santé, » les individus attaqués de maladies dont quelques-unes pour» raient être contagieuses, lorsqu'on peut faire autrement.

» Pour ce qui est de l'économie qui pourrait résulter du réta» blissement de l'ancien mode, on ne voit pas trop en quoi elle » pourrait consister. La surveillance la plus exacte est apportée » à cet égard, et si l'on compare d'une part le nombre des ma» lades traités en 1788, avec les revenus de l'établissement à la » même époque, et d'autre part des malades traités aujourd'hui » avec les fonds employés à leur traitement, on verra que, pro» portion gardée, un plus grand nombre d'individus est sou» lagé dans l'état actuel des choses.

» En effet, au moment de la dissolution des communautés, » 60 lits étaient entretenus à l'hôpital Saint-Sauveur et un » même nombre à l'hôpital Comtesse, total 120 lits. — Car nous » ne parlerons point des 32 malades soignés à l'Hôtel-Dieu, » puisque cet établissement a perdu tous ses revenus à l'excep» tion de quelques centaines de francs.

» Aujourd'hui le nombre des malades traités habituellement » ayant été porté à 180, il en résulte un excédant de 60 mala» des, et il est à remarquer que les revenus de ces établisse» ments sont diminués par la suppression de divers droits de » rentes seigneuriales, par exemple, du droit sur les charbons.»

Le mémoire ajoute que les revenus de Saint-Sauveur et de Comtesse réunis donnent un excédant, appliqué chaque année aux besoins de l'Hospice général, et que le Directeur ou Econome et les infirmiers méritent des éloges unanimes.

Ce n'était pas assez que d'avoir cherché à ébranler la constitution du service hospitalier, on voulait encore réinstaller les religieuses, ce qui était bien, mais avec tous les priviléges dont elles jouissaient autrefois, c'est-à-dire avec l'administration des biens de l'hôpital Saint-Sauveur, ce qui était un anachronisme. La Commission en émettant un avis favorable à la première proposition, repoussa énergiquement la seconde, et en cela son opinion fut partagée par le Préfet du Nord [1]. Ce magistrat se borna à réclamer une délibération tendant à déterminer le local où les sœurs seraient réunies, à fixer le maximum du nombre des sœurs hospitalières, et à règler l'indemnité qui leur serai allouée.

Le 17 février 1815, un projet de règlement pour l'administration temporelle de l'hôpital Saint-Sauveur fut dressé ; le nombre des religieuses infirmières avait été par délibération, en date du 16 décembre 1814, fixé à quinze, et tout était prêt pour leur reprise du service hospitalier, lorsque les événements politiques vinrent ajourner toutes ces mesures.

Le 26 février 1815, l'Empereur Napoléon quittait l'île d'Elbe sur le brick l'*Inconstant* avec le bataillon de sa garde et les officiers de sa maison. Le 1er mars il débarquait au golfe Juan, électrisait les troupes envoyées à sa rencontre, voyait s'ouvrir devant lui les portes de Grenoble, et faisait à Lyon une entrée triomphale. — Le 20 mars, l'Empereur rentrait aux Tuileries.

Le roi Louis XVIII avait quitté Paris la veille, et comptant sur le dévouement des habitants de Lille il avait l'intention de s'y fixer et d'y attendre les évènements. — Le 21 il descendit chez M. de

1. Lettre du comte de Brigode, maire de Lille, du 15 novembre 1814.

Brigode à l'hôtel d'Avelin, aujourd'hui occupé par le cercle du Nord. — Mais il n'y fit qu'un court séjour, et partit aussitôt pour Gand.

Il n'entre pas dans notre cadre de relater les péripéties qui signalèrent le désastre de Waterloo, la France souillée par le pied de l'étranger, ses places fortes envahies, et Paris occupé par les bayonnettes étrangères. — Après la bataille du 20 juin 1814, l'hôpital Saint-Sauveur reçut de nombreux malades et blessés. — Il lui était réservé de recueillir les vainqueurs de Denain et de Fontenoy ainsi que les vaincus de Waterloo.

Le lundi 4 mars 1816, les religieuses Augustines qui avaient dû quitter l'Hôpital Saint-Sauveur pendant la révolution, y firent leur rentrée d'une manière solennelle, en exécution d'une ordonnance du Roi Louis XVIII, en date du 3 février précédent. Nous extrayons du procès verbal, dressé ledit jour 4 mars, les détails suivants :

En présence de M. le comte de Muyssart, maire de Lille, et de MM. Quecq, Leclercq, Schœrer, Flamen, Lambelin, Warenghien, Sculfort et Dusart d'Escarne, membres du Conseil d'Administration des secours publics de la dite ville ;

Le service divin ayant été célébré solennellement dans l'Eglise paroissiale de St-Sauveur, l'officiant a entonné le *Te Deum* et les Religieuses ont été conduites processionnellement jusqu'à la chapelle de leur maison, par le clergé de ladite paroisse, M. le Préfet, M. le maire et les membres du Conseil d'Administration des secours. — Un détachement de la garde nationale bordait la haie. — Un concours nombreux de spectateurs des deux sexes, de tout rang et de tout âge, rendait cette solennité plus imposante.

Le cortége arrivé dans la chapelle de la maison, le clergé a chanté le *Domine salvum fac regem*, auquel les malades placés dans la salle qui conduit à la chapelle, ont répondu par des cris de Vive le Roi. — L'officiant a donné la bénédiction du Très-

Saint-Sacrement, et les religieuses ont été introduites dans l'intérieur de leur maison, où elles ont reçu les félicitations des autorités civiles, des administrateurs, des employés de l'établissement et d'un grand nombre de personnes de distinction admises à cette cérémonie.

Ensuite les anciennes religieuses de St-Sauveur s'étant réunies en chapitre pour l'élection de leur supérieure, sœur Louise Bethaux a été élue Prieure et sœur Marie-Catherine Baulet, mère vicaire ou assistante. Le nombre des votantes était de six. En conséquence, les administrateurs ont installé dans ladite maison, et fait reconnaître par les employés et les malades, les religieuses susdites.

Par l'éclat de cette cérémonie, il semble que la population et l'autorité ont voulu protester contre l'injustice de l'expulsion des sœurs Augustines, et le déplorable oubli des services que leur ordre avait rendus pendant tant de siècles.

En septembre 1819, M. Vanderhagen père, chirurgien en chef de l'hôpital St-Sauveur, demanda à permuter avec son fils chargé des mêmes fonctions à l'hospice des Vieux Hommes. Par arrêté de M. le Préfet en date du 10 septembre, cette requête fut admise, et chacun des deux chirurgiens installé immédiatement dans ses nouvelles fonctions.

Le 19 janvier 1820, l'administration afin de régler le service de M. Brigandat qui venait d'être nommé, décida qu'il ferait alternativement avec M. Dourlen, pendant six mois, le service des hommes et pendant six mois le service des femmes.

Le 4 février suivant, elle alloua à chacun des élèves attachés audit hôpital, une gratification annuelle de 60 francs.

Une question intéressante pour les médecins des établissements hospitaliers fut soulevée le 19 août 1820 par M. Dourlen. Après avoir exposé qu'il avait été nommé médecin des pauvres, pour la paroisse St-Sauveur, le 5 mars 1790, au traitement de 250 fr., (fonctions supprimées, le 21 mars 1796) ; qu'en 1802 il avait été nommé médecin de St-Sauveur, où il exerçait depuis cette époque, M. Dourlen sollicitait que sa pension de retraite fût liquidée. L'Administration après avoir émis un avis contraire à ces prétentions, avis fondé sur l'inapplicabilité du décret du 4 juillet 1806, transmit cette demande au Préfet. — M. de Rémusat adoptant les conclusions de la commission, repoussa définitivement la requête de M. Dourlen.

Le 9 janvier 1822 la Commission des hospices voulant être éclairée sur le détail des différents services de St-Sauveur, adressa à M. Dourlen, médecin en chef, Brigandat médecin adjoint, et Vanderhaghen fils, chirurgien, une série de questions tant sur le régime sanitaire, que sur les améliorations qu'il serait utile d'introduire.

Ces rapports nous signalent les abus qui existaient à cette époque et que nous croyons utile de faire connaître; c'est par une pareille étude, que l'on appréciera mieux les progrès apportés dans le traitement des malades

Dans le service de Chirurgie :

L'habitude prise de ne changer les draps de lit qu'à des époques fixes, demande des restrictions; il ne faut pas attendre la quinzaine ou telle autre époque déterminée, mais bien changer les draps suivant l'état de malpropreté du malade.

Il faudrait, toutes les fois que leur état le permet, faire prendre un bain aux malades, aussitôt leur arrivée à l'hôpital. — La propreté du linge y gagnerait.

Les malades vont eux-mêmes chercher leurs boissons à la tisanerie; c'est un grand abus qu'il faut faire cesser. — Les malades doivent toujours avoir à leur portée les tisanes qui leur sont ordonnées.

Les lits sont mal faits, mal dressés; une surveillance plus active serait nécessaire.

Le silence n'est pas suffisamment observé dans les salles pendant les visites ; les infirmiers ne sont pas assez obéissants aux ordres des religieuses. — Un règlement pour le maintien de la discipline serait utile.

Un abus très-grave existe à Saint-Sauveur ; c'est la distribution arbitraire par les religieuses de vivres aux malades ; les uns sont gorgés de nourriture, les autres manquent du nécessaire. Il ne faut pas que des personnes étrangères à l'art de guérir, puissent ainsi à leur gré, régler le régime alimentaire des malades. Les ordres des médecins doivent être rigoureusement observés.

La distribution de la soupe et des viandes se fait d'une manière peu décente ; on ne devrait pas apporter le potage dans des bacs et la viande dans de grands baquets, dans lesquels on puise, sous les yeux des malades. — Les portions doivent, comme à Paris, être apprêtées dans les cuisines.

Les cordiaux et les antispasmodiques ne devraient pas être abandonnés aux religieuses. — Le pharmacien ne devrait en délivrer que d'accord avec le médecin.

Les salles destinées aux hommes étaïent, on le sait, situées au rez-de-chaussée (dans les chapelles) ; ces salles sont mal construites. L'humidité extrême et le froid qui y règnent, la disposition des lits, etc., nuisent singulièrement au traitement des affections chroniques, des ulcères en général, et surtout des maladies scrofuleuses si communes à l'hôpital St-Sauveur. — Il faudrait placer de nouveaux lits dans la salle des blessés, établir un mode de chauffage pour chasser l'humidité, agrandir le chauffoir dont les dimensions sont insuffisantes.

Supprimer les fosses d'aisance, placées dans le voisinage des malades, et surtout diminuer la fréquence des vidanges, qui répandent dans les salles des miasmes fétides.

Les salles des femmes ne sont pas convenablement ventilées. — En y pénétrant le matin, on y respire une odeur infecte, difficile à supporter. — Aux plaintes plusieurs fois formulées, on répond que les malades placés au-dessous des fenêtres se plaignent d'une ventilation trop énergique. — Il est indispensable de changer cet état de choses.

Enfin, M. Vanderhagen proteste vivement contre les grand' messes chantées dans la chapelle même où sont les malades. — Certains d'entre-eux ont besoin du plus grand calme, et un pareil bruit peut leur être funeste......

Ainsi qu'on le voit, les observations étaient graves et nombreuses, aussi appelèrent-elles toute l'attention de l'Administration.

L'avis des Médecins était formulé à peu près dans les mêmes termes, sauf les points suivants :

Le nombre des religieuses est insuffisant. — Elles se font parfois remplacer pendant la nuit par des infirmières, qui ne veillent point avec assez de soin les malades.

Les salles ne sont pas tenues proprement ; il faudrait qu'elles fussent lavées au moins une fois par semaine.

Les religieuses infirmières devraient changer de service tous les mois.

L'Administration devrait accorder aux convalescents des soupes au lait, des bouillies, des panades, confectionnées avec le riz ou certaines fécules[1].

Les malades, au lieu de la santé, ne trouvent souvent dans les vastes hangars où ils sont placés, que la misère, l'abandon, l'accroissement de leurs maux ; il faut quitter de pareilles salles où tout au moins y faire du feu.

On devrait délivrer aux malades des capotes, au lieu des haillons qui fréquemment souillent leurs literies.

La forme ridicule et absurde des niches dans lesquelles sont placés les lits des hommes, nuit à la propreté et encore plus à la salubrité.

Le service pharmaceutique laisse beaucoup à désirer. Des

1. Lettre de M. Dourlen du 11 Janvier 1822.

infirmiers inintelligents apportent aux malades qui ne peuvent quitter leur lit des médicaments et fioles à tort et à travers, sans s'assurer de l'identité du malade auquel le remède est destiné. — La distribution devrait être faite par le pharmacien qui en indiquerait le mode d'emploi.

Le service des bains et autres travaux manuels est suspendu le dimanche. — C'est une lacune qui doit être comblée.

Le nombre des repas, la nature et la quantité des aliments doivent être déterminés dans un règlement par quart, moitié, trois-quarts. Le service des nourritures est dans un état d'abandon déplorable. — C'est le cahier à la main que la distribution doit être faite.

Les malades de l'hôpital sont régalés à certaines époques de l'année. — C'est un usage et ridicule et dangereux, qu'il faut faire disparaître dans un hôpital[1]......

L'Administration fut vivement émue à la lecture de ces divers rapports, et elle se préoccupa de mettre un terme aux abus qui lui étaient signalés. — Elle montra dans cette circonstance le plus louable empressement et la plus grande énergie. — Le 12 mars 1822, elle écrivit une lettre à M. le Préfet du Nord, dans laquelle après lui avoir signalé les principales irrégularités du service hospitalier, elle le priait de vouloir bien intervenir auprès de la supérieure de l'hôpital.

« Nous aurions cru, disent les membres de la Commission,
» garder un silence condamnable, en tardant plus longtemps à
» vous informer des abus, que présente la situation actuelle et
» vraiment déplorable de l'hôpital. — Nous nous flattons que si
» vous aviez la bonté d'unir vos efforts aux nôtres, il serait en-
» core possible d'obtenir des améliorations vraiment désirées. »

Le 16 mars 1822, le Préfet répondit qu'il avait adressé à la

1. Lettre de M. Brigandat du 18 janvier 1822.

supérieure une lettre dans laquelle il lui témoignait son mécontentement, ajoutant qu'il espérait que ses observations amèneraient dans l'hôpital une surveillance plus active. M. le Préfet terminait en disant, que si son intervention n'obtenait pas le résultat désiré, il autorisait l'Administration à établir dans l'hospice un agent de surveillance.

Dans sa séance du 22 mars, la Commission ajourna la nomination de cet agent, mais en même temps confia à trois de ses membres, MM. Dusart d'Escarne, Savarin-Ledoux et A. Quecq, le soin de rédiger un règlement pour le régime sanitaire de l'hôpital St-Sauveur et Hôtel-Dieu réunis.

Ce projet ayant été lu dans la séance du 29 mars, fut définitivement adopté et approuvé par arrêté de M. le Préfet du Nord, de Murat, en date du 16 avril 1822.

Dans l'intervalle qui s'écoula entre la lettre du 16 mars et l'approbation du 16 avril, la supérieure de St-Sauveur donna sa démission, qui fut acceptée.

C'est dans ces circonstances que furent mis à exécution les deux règlements faits pour le service des malades et pour celui des officiers de santé, dont nous allons analyser les principales dispositions.

Règlement pour le service des malades.

A leur entrée dans l'hôpital, les malades seront séparés des blessés, les convalescents seront également classés à part par les soins des officiers de santé et de l'économe. — Les literies seront, après chaque décès, lavées et désinfectées (art. 4.)

Le malade sera lavé et changé de linge aussitôt qu'il aura été admis dans l'hôpital (art. 6.)

Quatre religieuses seront de service chaque jour pour les salles des hommes, quatre pour le service des femmes et une pour la pharmacie (art. 10.)

Dans chaque service, une religieuse veillera pendant la nuit (art. **11**.)

Aidées de quatre infirmiers pour le service des hommes et de quatre infirmières pour le service des femmes, les religieuses, aussitôt le lever des malades, feront faire leurs lits, changeront les draps, et leur feront laver le visage et les mains, etc.; faire la propreté des salles (art. **13**.)

La besogne des religieuses de service dans chaque quartier, après la visite des officiers de santé consiste à faire exécuter ponctuellement et à l'heure, leurs ordonnances; à ne point s'écarter du régime prescrit; à satisfaire les besoins des malades, à les écouter avec bonté, avec patience, à leur parler avec un ton de douceur, à les traiter avec une bienveillance, une complaisance qui excitent leur reconnaissance, et inspirent la vénération, le respect de tout ce qui les entoure (art. 16. *textuel*.)

Les religieuses ne doivent point faire de distributions, sans être assistées d'un aide-chirurgien, porteur du cahier, etc., elles ne doivent faire aucune autre distribution que celles indiquées dans les prescriptions (art. **18**.)

Règlement pour le service des officiers de santé.

Le service des officiers de santé se compose d'un médecin et d'un chirurgien en chef, de deux adjoints *ad honores*, l'un médecin et l'autre chirurgien, pour partager leur service au besoin, et les suppléer en cas de maladie ou d'absence autorisée, d'un pharmacien libre et de quatre élèves en chirurgie (art. 1.)

Le Conseil de santé se compose du médecin et du chirurgien en chef, de leurs adjoints, et d'un médecin et chirurgien consultants *ad honores*, pour donner leur avis sur les grandes opérations à faire, y assister, ou sur des maladies graves ou contagieuses (art. **2**.)

Le Conseil de santé s'assemblera tous les mois, il y sera rendu compte par les médecin et chirurgien en chef, de la situation des malades, du caractère des maladies, des opérations, etc., il en sera dressé procès-verbal, dont copie sera transmise à l'administration (art. 5.)

Les médecin et chirurgien en chef sont tenus de faire deux visites chaque jour, l'une le matin, l'autre le soir. — Elles sont annoncées au son de la cloche; tous les malades doivent se rendre à leurs lits, et observer le plus grand silence pendant la durée de la visite (art. 8.)

Le pharmacien, accompagné d'une religieuse, doit inscrire les prescriptions sur son cahier, et le donner à signer après la visite au médecin (art. 9.)

Les médecin et chirurgien en chef sont tenus, après leur visite, de passer à la cuisine pour déguster le bouillon, et autres aliments destinés à la nourriture des malades (art. 14.)

Le régime alimentaire sera réglé par le Conseil de santé (art. 15.)

En exécution de ce règlement, le personnel médical de l'hôpital St-Sauveur fut par délibération du 19 avril suivant, fixé de la manière suivante :

M. Dourlen, médecin en chef.

M. Brigandat, médecin adjoint.

M. Vanderhaghen fils, chirurgien en chef.

M. Lestiboudois, docteur en chirurgie, chirurgien adjoint.

M. Lestiboudois, docteur en médecine et professeur de botanique, médecin consultant *ad honores*.

M. Tilman père, chirurgien consultant, *ad honores*.

M. Demortain fils, pharmacien, aux appointements de 800 fr.

Un incident assez curieux se produisit presque immédiatement. L'article 1er du règlement disait qu'il y aurait un médecin en chef et un médecin adjoint pour partager le service au besoin. — M. Brigandat avait été chargé par un arrêté de l'Administration, d'une partie du service médical à Saint-Sauveur. — Le

1er juillet, jour de la mise à exécution de l'arrêté, M. Dourlen déclara à M. Brigandat, qu'il entendait seul se charger du service. — Celui-ci réclama en vain. M. Dourlen fut maintenu dans ses droits ; mais peu de temps après, par suite d'un arrangement, M. Brigandat fut rendu à ses malades.

Telles étaient les principales dispositions des deux règlements destinés à changer la face de l'hôpital St-Sauveur, et à faire disparaître les regrettables abus qui avaient été constatés. — Toutes les parties du service médical et alimentaire soigneusement établies et déterminées, l'ordre et la discipline introduits dans l'hôpital, tout devait concourir à atteindre les résultats désirés; aussi dans leurs parties principales, ces règlements sont-ils demeurés jusqu'à ce jour la loi de l'hôpital.

Afin de compléter ces excellentes mesures, il restait à faire droit à la demande des médecins, tendant à l'établissement d'un régime alimentaire. Ces derniers furent de nouveau consultés, et après un examen approfondi de la question, le règlement fut adopté dans la séance du 21 juin 1822. Nous n'entrerons pas dans les détails de ce règlement pour lequel celui des hôpitaux de Paris fut utilement consulté, et qui, établissant un régime gras et maigre, devait pourvoir à toutes les nécessités du service.

Le chirurgien en chef, M. Vanderhaghen fils, proposa enfin à l'Administration un règlement en 25 articles sur la police, et le service intérieur des élèves en chirurgie de l'hôpital. — Mais ce projet trop long et qui entrait dans des détails véritablement puérils, ne reçut point l'approbation de la Commission.

En octobre 1822, une mesure administrative importante fut prise par la Commission. — Le sieur Demortain, pharmacien en chef de l'hôpital St-Sauveur, ayant depuis sa nomination ouvert une pharmacie dans la ville, fut par décision du 11 octobre, déclaré démissionnaire et immédiatement remplacé. Cette rigueur de l'Administration reposait sur une exagération mani–

feste des obligations prises par le pharmacien ; rien ne devait l'empêcher d'avoir un magasin en ville ; il n'y avait point incompatibilité entre les deux emplois, et cela est si vrai, qu'un pareil fait ne serait plus aujourd'hui une cause de révocation.

M. Demortain fut remplacé le 21 octobre par M. Mallebrancq fils, pharmacien à Lille.

C'est pendant ce même mois d'octobre, sous la date du 4, que l'Administration décida que les individus qui, à l'avenir, seraient envoyés de l'extérieur de la ville pour être traités de maladies ou accidents graves, et subir des opérations, seraient par suite de l'organisation d'un Conseil de santé à Saint-Sauveur, admis dans cet hôpital. Les malades affectés de la gale ou de maladies syphilitiques, étant reçus à l'hospice général, étaient exclus de cette disposition.

Dans la période qui vient de s'écouler, l'Administration des Hospices fit fermer le tour qui existait à Saint-Sauveur, à l'angle du bâtiment faisant face au rempart. Ce tour, ainsi que celui de l'hospice général, et ceux de Douai, Dunkerque, Cambrai et Valenciennes, avaient été établis par arrêté du Préfet du Nord, en date du 10 décembre 1806. « Informé, dit ce Magistrat, » qu'on trouve assez fréquemment dans les rues des principales » villes du département des enfants nouveau-nés, abandonnés » par leur mère à la charité publique, et qui n'ayant pas été » recueillis à temps, périssent dans l'endroit même où ils sont » déposés... Arrêtons, etc., etc. »

Voici le mouvement du tour ouvert à l'hôpital Saint-Sauveur, et supprimé par délibération de l'Administration des hospices du 30 septembre 1818.

Enfants déposés du 23 *juillet* 1807 *au* 28 *octobre* 1818.

1807. . . .	57	1810. . . .	124	1813. . . .	113	1816 . . .	137
1808. . . .	133	1811. . . .	163	1814. . . .	145	1817 . . .	184
1809. . . .	140	1812. . . .	188	1815. . . .	129	1818 . . .	132

Aujourd'hui cette prime donnée à l'immoralité a complètement disparu du sol de la France.

CHAPITRE VIII.

Construction de nouveaux bâtiments. — Avis du Conseil central de salubrité. — Rapport de M. Lestiboudois, 1828. — Hiver de 1829, mortalité considérable. — Construction de trois nouvelles salles sur la rue Saint-Sauveur, 1830. — Le Choléra morbus à Lille, 1832. — Commission spéciale. — Organisation d'un service médical dans chaque quartier. — Réunion de tous les revenus des hospices, 1833. — Cours de clinique médicale et chirurgicale ouverts à Saint-Sauveur, 1833. — Création à Saint-Sauveur du service des galeux et des vénériens, 1836. — Le docteur Lusardi à Lille, 1837. — Construction de loges pour les aliénés, 1838 — Cours d'anatomie appliquée à la peinture, 1839. — Fondation de trente lits à Saint-Sauveur pour les enfants, 1845. — Création d'un quartier pour les filles publiques vénériennes, 1846. — Seconde invasion du Choléra morbus, 1849. — Création à Lille d'une école préparatoire de médecine et de pharmacie, 12 août 1852. — Visite de l'Empereur Napoléon III, à Saint-Sauveur, septembre 1853. — Service des cliniques à Saint-Sauveur. — Règlement pour les internes, 30 juin 1854. — Dispensaire ophthalmique à Saint-Sauveur, 15 décembre 1862.

En 1828 les salles destinées aux malades étant devenues insuffisantes, l'Administration se préoccupa de la construction de nouveaux bâtiments. Le Conseil central de salubrité qui venait d'être établi par arrêté de M. le Préfet du Département du Nord en date du 25 juin 1828, ayant été sollicité de donner son avis sur l'état de l'hôpital Saint-Sauveur, nomma une commission composée de MM. Delezenne professeur, Charpentier et Th. Lestiboudois pour examiner les plans des deux salles projetées. Elles étaient situées entre la grande cour et les jardins, et existent aujourd'hui sous les noms de salle Sainte Elisabeth et salle Sainte Monique.

Le rapport dressé par M. Lestiboudois [1] renferme les détails

1 Rapport du Conseil central de salubrite au Préfet du Nord, t. 1, p. 90.

les plus intéressants sur la situation intérieure de l'hôpital. Il est évident, dit-il, qu'il est nécessaire d'augmenter le nombre des lits de l'hôpital Saint-Sauveur : — « Les administrateurs savent » et les médecins des pauvres déclarent, qu'une grande partie » des indigents malades, même lorsqu'il sont grièvement af- » fectés, ne peuvent être admis dans l'hôpital ; que les conva- » lescents sont renvoyés avant complète guérison et sujets à des » rechutes ; enfin qu'on est obligé, nous l'avons remarqué, de » *serrer les lits dans les salles*, et d'adopter, dans certains cas, » comme une mesure de bienfaisance, l'*usage barbare de faire* » *coucher les malades deux à deux.* »

Après avoir parlé d'une mortalité exceptionnelle pendant le premier semestre de 1818 (1 mort sur 3 malades), le rapporteur ajoute :

« La proportion effrayante de ceux qui ont succombé dans » notre hôpital, dépend sans doute d'un grand nombre de causes, » mais la principale ne peut échapper aux yeux de l'obser- » vateur, quand il considère le genre de maladies traitées pendant » le semestre, et cette cause, c'est la réception trop tardive des » malades, et leur renvoi trop prompt, l'exiguité du local ne » permettant pas de recevoir à l'instant, tous ceux qui ont » besoin de secours, ni de garder des malades qui sont sur le » point d'entrer en convalescence, quand des moribonds sont » à la porte. »

Le nombre des lits dans la grande église était de . . 38.
et dans la petite église de. . . . . 24.
La totalité des lits de l'hôpital s'élevait à . . . . 226.

La Commission en approuvant le projet de construire les deux salles Sainte-Elisabeth et Sainte-Monique à l'endroit indiqué, proposait d'élever un second étage afin d'y placer comme au premier 44 lits, et d'obtenir ainsi un supplément de 88 lits. — On a depuis vivement regretté que cette sage combinaison n'ait pas été accueillie par l'Administration, car les malades ayant augmenté, les greniers ont été utilisés et on est arrivé ainsi à y placer des malades dans des conditions mauvaises et avec un cube d'air insuffisant.

La Commission, indépendamment de ce premier travail, proposa de convertir en salles le premier étage au-dessus des chapelles. Les projets furent exécutés en 1830, et les salles Sainte-Marie, Saint-Charles et Saint-Jean garnies de 68 lits. — C'est dans ces locaux que sont aujourd'hui placées les cliniques de l'Ecole de médecine.

Aux objections qui étaient faites pour retarder certains travaux, la Commission du Conseil de salubrité répondait : dans certaines épidémies, on est forcé d'avoir des salles de rechange, pour permettre de fuir momentanément les salles qui sont le foyer de la contagion et de les désinfecter ; en second lieu, il est extrêmement utile d'avoir des promenades couvertes ; certaines salles du rez-de chaussée pourraient être consacrées à cet usage ; cet emploi diminuerait le nombre habituel des lits, mais permettrait une augmentation pour les temps de malheurs.

Pendant l'hiver de 1829, la misère fut extrême et la mortalité fit de grands ravages. — De 13 pour cent, elle s'éleva à l'hôpital Saint-Sauveur, pendant les années 1829 et 1830, à 16 pour cent, chiffre qui n'a été atteint depuis, que pendant la funeste invasion du Choléra-morbus.

Afin de satisfaire aux nécessités toujours croissantes du service, l'Administration fit construire en 1830, au premier étage sur la rue Saint-Sauveur, pour le traitement des hommes, les salles Sainte-Marie, Saint-Charles et Saint-Jean.

Au commencement de 1832, le Choléra morbus, comme l'ange de la mort, suivait fatalement la route qui devait le conduire dans nos murs. En avril, le nombre des malades atteints du Choléra s'élevait à Paris à 6000. De Compiègne, de Saint-

Quentin des courriers apportaient chaque jour la nouvelle de ses sinistres progrès. — Pour étudier les moyens de combattre le fléau, et prescrire toutes les mesures utiles, une commission fut instituée. Les docteurs de Chamberet, Bailly, Brigandat et Lestiboudois, ainsi que M. Kuhlmann, désignés pour en faire partie, se mirent immédiatement à l'œuvre. Ils commencèrent par visiter les différents quartiers de la ville, pénétrer dans les cours et courettes, descendre dans les caves habitées par le pauvre, pousser leurs investigations jusqu'aux canaux de la ville, puis après avoir tout vu, tout examiné, ils formulèrent dans un rapport qui porte la date du 1er avril 1832, le résultat de leur enquête. — Ils divisent d'abord le service des malades en deux catégories; le traitement dans les hôpitaux et celui à domicile.

Ils proposèrent d'augmenter à Saint-Sauveur le nombre des lits d'hommes à répartir dans les trois nouvelles salles qui n'étaient pas encore habitées, et de placer 40 lits de femmes dans les deux salles situées entre la grande cour et le jardin. — Les blessés renfermés dans ces dernières, devaient être descendus au rez-de-chaussée dans l'ancienne chapelle, alors rendue exclusivement au culte. — En cas d'insuffisance, la commission signalait le quartier des Bleuets, à Comtesse, et les salles de Gantois, pour recevoir les malades.

Les premières propositions furent admises ; quant aux secondes l'Administration les écarta ; chacun de ces établissement ayant eu également de nombreuses victimes.

Le Maire adressa alors à l'Administration un projet tendant à transformer en hôpital les divers étages des Ecoles communales, place du Concert.

Quant au service à domicile, il était organisé de la manière la plus intelligente et la plus efficace. Tous les médecins de la ville etaient appelés à secourir les indigents; à chacun des cinq arrondissements était attaché un bureau consultatif de medecins, savoir :

Dans le premier	10	médecins.
Dans le second	8	—
Dans le troisième . . .	12	—
Dans le quatrième . . .	5	—
Et enfin dans le cinquième .	7	—
Ensemble. . . .	42	—

Ces médecins devaient créer un service de jour et de nuit, de manière qu'il y en eût toujours un de garde. — Il faut, disait le rapporteur de la Commission, *qu'au moment où un homme est saisi par les angoisses de la maladie, il trouve et le médecin et le remède dont il a besoin, et une litière salutaire, et des hommes pour le porter à domicile.*

Après avoir ainsi organisé le service médical, la Commission ajoutait une série de recommandations, tant au point de vue de l'hygiène publique que de l'hygiène privée. — Faciliter l'écoulement des eaux, supprimer les dépôts d'immondices, balayer les cours et courettes, les arroser fréquemment ; interdire les jets d'ordure dans les canaux etc., etc.; puis s'adressant aux habitants, aux pauvres surtout entassés dans les caves et dans des taudis sans air, la Commission leur disait les salutaires effets de la propreté, de l'aérage des maisons, du blanchiment des murs ; elle les engageait à prendre des bains, à éviter les excès, à tenir proprement leurs enfants.

Les vœux de la Commission furent entendus ; de toutes parts on y répondit avec empressement, et le zèle et le dévouement ne se ralentirent pas en présence du fléau qui bientôt envahit notre cité. Malheureusement le Choléra trouvait une population souffreteuse, étiolée dans les fabriques, et logée dans des locaux infects ; bientôt il etendit ses ravages sur tout le quartier Saint-

Sauveur. Les malades affluèrent à l'hôpital, et dans cette seule année le nombre des morts, de 325 qu'il était en 1831, s'éleva à 615, soit environ 22 pour cent de tous les malades recueillis à Saint-Sauveur.

Dans le courant de 1833, l'Administration des hospices, après de longs débats, décida que tous les revenus de ses divers établissements, quelles que fussent leur origine et leur destination, seraient confondus, pour être appliqués aux dépenses communes. L'hôpital Saint-Sauveur qui depuis sa fondation en 1216, avait toujours eu des propriétés distinctes ayant servi à son entretien, cessa dès lors d'avoir une existence propre, et fut desservi avec les fonds provenant de l'ensemble des biens des hospices.

On se souvient qu'en 1804, des cours de Clinique avaient été organisés à Saint-Sauveur, mais que dès la seconde année, ils cessèrent d'exister. En 1812, une tentative semblable fut faite, des professeurs nommés, et pendant un an les élèves jouirent du bénéfice des études faites au chevet du malade. Mais la tempête de 1814, vint bientôt briser cette institution nouvelle, et les cours ne se rouvrirent plus.

De longues années s'écoulèrent sans qu'on songeât à ressusciter l'enseignement médical; ce ne fut qu'en 1833, dans sa séance du 15 mars, que le Conseil municipal émit le vœu qu'un cours de Clinique fût établi à l'hôpital Saint-Sauveur. — La Commission administrative des hospices accueillit avec empressement cette proposition, et par délibération du 25 juin suivant, approuva l'organisation de ces cours.

Enfin le 15 novembre 1833, M. le Maire de Lille prit un arrêté, aux termes duquel des cours de Clinique médicale et chirurgicale étaient ouverts à l'hôpital Saint-Sauveur, pour les élèves qui se destinaient à l'art de guérir.

Le cours de Clinique médicale fut confié à M. Brigandat, professeur, et celui de Clinique chirurgicale à MM. Vanderhagen et Brisset.

Le 1er janvier 1836, le traitement des Galeux fut établi à l'hôpital Saint-Sauveur. Douze lits leur furent réservés dans le service MM. Brigandat et Dourlen.

Le même jour celui des Vénériens (16 lits) fut organisé à l'hôpital et confié à M. Vanderhaghen.

Les malades de ces deux catégories furent placés dans un grenier transformé en salle. Ce n'est qu'en 1864, qu'ils ont été séparés, grâce à une salle spéciale et supplémentaire de 12 lits ouverte aux Galeux.

Le 9 août 1837, M. le Maire de Lille, renouvelant ce qui s'était déjà pratiqué en l'an XIII pour un sieur Forlenze, informa la Commission des hospices que le docteur Lusardi, oculiste célèbre venait d'arriver à Lille, et se proposait d'opérer gratuitement les pauvres atteints de cécité, et susceptibles de guérison, si l'on consentait à admettre pendant quinze jours à l'hôpital Saint-Sauveur les indigents soumis à son traitement.

Cette requête demeura sans résultat.

En 1838, pour assurer la tranquillité des malades, lorsque des aliénés étaient introduits à l'hôpital, l'Administration fit établir des loges destinés à recueillir les aliénés des deux sexes. Ce n'est qu'en 1850 et en 1861, que l'on fit construire pour les fous le bâtiment existant actuellement dans le jardin.

Le Conseil municipal ayant approuvé en 1839 la création d'un cours d'Anatomie appliquée à la peinture, qui devait être fait à l'amphithéâtre de l'hôpital Saint-Sauveur, M. Brisset, médecin de cet établissement, fut nommé professeur.

Par lettre en date du 20 septembre 1843, M. le Maire de Lille informa la Commission administrative des hospices que le Conseil municipal dans sa séance du 22 mai précédent, avait émis le vœu qu'il fût établi en cette ville une Ecole préparatoire de Médecine et de Pharmacie, organisée suivant les prescriptions de l'Ordonnance Royale du 18 octobre 1840. Ce projet qui avait toutes les sympathies de l'Administration, fut ajourné, et ne devint une réalité que grâce au gouvernement éclairé de l'Empereur, qui par décret du 12 août 1852 constitua définitivement l'Ecole préparatoire de Médecine et de Pharmacie de Lille.

Il n'existe point à Lille d'hôpital d'enfants. — Les règlements alors en vigueur interdisaient l'entrée à Saint-Sauveur des enfants âgés de moins de sept ans. — Afin de ne point laisser sans secours, les pauvres petits au-dessous de cet âge, la Commission décida, le 25 juillet 1845, qu'il serait établi à l'hôpital Saint-Sauveur, trente lits destinés à recevoir les enfants indigents âgés de 18 mois à 7 ans et atteints de maladies aiguës ou de blessures graves.

Cette décision, qui comblait une lacune regrettable dans le service hospitalier, fut accueillie par la population avec une vive sympathie. Et quelque insuffisant que soit ce petit asile, il n'en rend pas moins des services signalés aux familles pauvres.

Par délibération du Conseil municipal, le service des filles publiques vénériennes ayant été mis à la charge des hospices à partir du 1er janvier 1845, l'Administration songea à opérer leur placement à l'hôpital Saint-Sauveur. Elles avaient jusqu'à cette époque été reçues à la maison de santé, rue de Paris, N° 248. Leur caractère exigeait qu'elles fussent renfermées sans aucune communication avec le reste de l'hôpital. On choisit sur les jardins l'emplacement nécessaire pour former avec le bâtiment principal une cour suffisante.

Cette construction terminée en 1846, se compose d'un rez-de-chaussée surmonté de deux étages. — Au premier est la salle Saint-Côme renfermant 20 lits, et au second la salle Saint-Damiens avec 19 lits. — Les malades y furent installées à la fin de cette même année 1846.

La proclamation de la République à Paris, le 24 février 1848, ne changea rien au régime de l'hôpital Saint-Sauveur. Sous tous les gouvernements la charité publique et privée a su multiplier son dévouement et ses sacrifices. C'est ainsi qu'en 1848, des distributions extraordinaires de secours, des souscriptions particulières témoignèrent hautement des sympathies de toutes les classes de la société pour ceux qui souffrent.

A l'insuffisance du travail et à la misère vint se joindre vers la fin de l'année, un autre fléau non moins redoutable, le Choléra Morbus. — Dès son apparition, les mesures les plus énergiques furent prises par l'Administration pour le combattre, mais rien ne pouvait arrêter sa marche. — Pendant les premiers mois de 1849, la maladie ne fit que peu de progrès, mais dans les mois de juillet et août elle éclata d'une manière terrible

Le tableau ci-joint donne la mesure de ses progrès :

Femmes traitées à l'hôpital Saint-Sauveur pour le Choléra.

	EXISTANTS.	ENTRÉES.	SORTIES.	MORTES.
1er Semestre 1849.........	8	52	32	26
2e Semestre 1849.........	9	356	200	165
TOTAUX.......	»	408	232	191

Hommes atteints du Choléra et traités à l'hôpital Saint-Sauveur.

	EXISTANTS.	ENTRÉS.	SORTIS.	MORTS.
1er Semestre 1849.........	2	45	21	21
2e Semestre 1849.........	3	189	99	93
TOTAUX.......	»	234	120	114

De ces chiffres il résulte que la moitié des malades, conduits à Saint-Sauveur, succombait au Choléra. A l'Hospice Général, là où la population est exclusivement composée de vieillards des deux sexes ayant dépassé 60 ans, les trois quarts moururent[1]; ces constatations ne doivent pas étonner, car à Paris, les statistiques dressées par l'Assistance publique, ont donné à peu près les mêmes résultats.

En 1851, on commença dans le jardin de l'hôpital la construction des loges destinées aux aliénés

Le 12 août 1852, par Décret du Président de la République, une Ecole préparatoire de Médecine et de Pharmacie fut créée à Lille.

Le 24 septembre 1853, l'Empereur Napoléon III vint à Lille, et, pendant plusieurs jours, son active sollicitude le porta vers nos grands établissements hospitaliers. Dans sa visite à l'hôpital Saint-Sauveur où il fut reçu par les Membres de la Commission administrative, il parcourut successivement toutes les salles de ce vaste asile de la souffrance, s'arrêtant au lit des malades, les entretenant avec bonté et s'informant de leur état, de leur famille et de tout ce qui pouvait les intéresser. Un enfant de onze ans, Augustin-Joseph Dewaele, qui avait eu le bras droit broyé dans un engrenage et qui venait de subir l'amputation, l'émut profondément, il lui adressa quelques paroles de consolation, promettant de penser à lui. Et, en effet, lorsque Sa Majesté quitta l'hôpital, elle laissa une somme de 2,000 fr., pour être distribuée, moitié aux malades les plus nécessiteux, et l'autre moitié, être placée au nom du jeune Dewaele. C'est par de pareils traits que les Souverains savent attirer les cœurs!

Le conseil municipal par délibération des 15 octobre et 8 novembre 1848, et 13 août 1851, avait pris à sa charge toutes les dépenses tant d'installation qu'annuelles de l'Ecole prépa-

1 Mouvement de l'Hospice Général en 1849 : 117 malades; 86 morts; 31 guéris.

ratoire de Médecine et le 5 septembre 1851, le Conseil général avait voté un crédit annuel de 5500 fr. pour contribuer aux frais de traitement d'un professeur et d'entretien dudit établissement.

Les cours de Clinique devaient être faits à l'hôpital Saint-Sauveur. M. Cazeneuve, directeur de l'Ecole fut nommé professeur de Clinique interne, M. Parise, professeur de Clinique externe, et enfin M. J.-B. Lestiboudois, fut chargé du cours d'Accouchement.

Après quelques difficultés relatives à l'installation desdites Cliniques, l'Administration des hospices, heureuse de la création de ces nouveaux moyens d'instruction pour les jeunes gens, mit libéralement à la disposition de l'Ecole tous les éléments de succès dont elle pouvait disposer.

Les cours furent ainsi organisés :

Clinique Interne.

Hommes, salle Sainte-Marie.	23 lits.
Femmes, — Saint-Augustin	19 lits.
Ensemble. . . .	42 lits.

Clinique Externe.

Hommes, salle Saint-Charles	22 lits.
Femmes, — Saint-Roch	15 lits.
Ensemble. . . .	37 lits.

Accouchements ou Maternité.

Salle d'attente	12 lits.
Femmes acouchées, salle Sainte-Monique .	14 lits.
	Plus 12 berceaux.

A côté de cette dernière salle une pièce fut disposée pour les accouchements.

Un hémicycle fut établi dans une portion de l'hôpital, afin que les professeurs puissent y faire leurs leçons.

Enfin un bâtiment à usage de dissection ou Amphithéâtre d'Anatomie, pour les cours de l'École de Médecine, fut érigé en 1855, aux frais de la Ville, sur un terrain situé à l'extrémité des jardins de l'hôpital Saint-Sauveur. Une entrée particulière sur la rue du Moulin-de-Garance, permettait d'y introduire les cadavres provenant de l'Abbaye de Loos, sans traverser l'hôpital ; ces dispositions particulières avaient été spécialement imposées par l'Administration des hospices.

Pour tout ce qui concernait le service intérieur de l'hôpital, le Règlement du 3 juillet 1824, qui a organisé les cours de Clinique dans les hôpitaux de Paris, fut utilement consulté, et ses principaux articles transportés dans le Règlement du 8 octobre 1852.

Après l'organisation de la Clinique il fallut songer au service des salles. Le nombre des élèves était insuffisant ; le Règlement général pour le service intérieur des Établissements hospitaliers de la ville de Lille, approuvé par le Ministre de l'intérieur le 29 novembre 1843, avait fixé à huit le nombre des élèves en chirurgie attachés à l'hôpital Saint-Sauveur, savoir deux élèves internes et six externes.

Déjà le 31 décembre 1852, sur la demande du Directeur de l'Ecole préparatoire de Médecine, l'administration avait admis en sus du nombre ci-dessus, un infirmier interne chargé spécialement du service de la Clinique et de l'Amphithéâtre.

Cette adjonction ayant été jugée insuffisante, par autre délibération du 30 juin 1854, le service des élèves fut ainsi réorganisé : Deux élèves internes, cinq élèves externes, trois élèves externes suppléants non rétribués.

L'un des internes et trois externes devaient être attachés au service des salles confiées aux médecins et chirurgiens de l'hôpital ; et l'autre interne et deux externes, exclusivement employés au service de la Clinique de l'Ecole de Médecine. Les externes suppléants étaient tous trois attachés aux salles de l'hôpital.

Le 23 mai 1857 le nombre des élèves externes rétribués ut porté à six au lieu de cinq.

Jusqu'à ce jour la nomination des internes avait été exclusive ment réservée au choix de l'Administration des hospices ; le 3 décembre 1859, sur la demande du Directeur de l'Ecole de Médecine, elle consentit à ce que les nominations fussent faites au concours. Enfin le 19 décembre suivant, le service des internes fut entièrement réorganisé. Le nombre des internes fut porté à huit dont six spécialement attachés à l'hôpital Saint-Sauveur. Un concours était ouvert chaque année entre tous les élèves en médecine ayant douze inscriptions ; chiffre réduit à huit le 14 janvier 1865, la durée du service fixée à deux ans, et un interne placé auprès de chaque chef de service.

Deux internes furent logés à l'hôpital Saint-Sauveur, les quatre autres reçurent chacun une indemnité de 400 fr. par an.

Tel est l'ensemble du service médical établi à l'hôpital Saint-Sauveur.

Enfin nous devons ajouter que dans son désir d'être utile, et de faire disparaître les affections des yeux si fréquentes chez les pauvres, l'Administration, sur la proposition de M. le Préfet du Nord, a institué le 15 décembre 1862, à l'hôpital Saint-Sauveur, un Dispensaire ophthalmique, où des consultations gratuites sont données aux indigents. — Un local particulier a été affecté dans l'hôpital pour ces consultations. M. le docteur Testelin a été particulièrement chargé de ce service.

CHAPITRE IX ET DERNIER.

Description de l'hôpital Saint-Sauveur. — Son état actuel. — Salles de malades et services divers. — Nombre des lits de l'hôpital Saint-Sauveur depuis sa fondation. — Service médical. — État sanitaire. — Mortalité depuis l'année 1800. — Administration. — Chauffage et ventilation. — Orientation des salles. — Cube d'air par lit de malade. — Nécessité de construire un nouvel hôpital.

Description de l'Hôpital Saint-Sauveur, son état actuel.

L'Hôpital Saint-Sauveur couvre une superficie totale de 12,954 mètres ; sur ce chiffre :

Les cours et bâtiments occupent. . 6,936 mètres.
Et les jardins. . . . . 5,658 —

La disposition générale des bâtiments est celle d'un grand parallélogramme, borné au Nord, par l'Eglise Saint-Sauveur; au Midi, par le rempart; à l'Ouest, par la rue Saint-Sauveur, et la place du Réduit, et enfin à l'Est, par les jardins de l'Hôpital.

Le bâtiment qui fait face à la rue Saint-Sauveur a un développement d'environ 80 mètres ; la façade a été reconstruite en 1784, sauf la partie correspondant aux trois anciennes chapelles qui a été édifiée en 1830 ; cette vaste façade est adossée à trois cours :

La première a 163 mètres carrés de superficie du côté de l'église Saint-Sauveur.

La seconde, ou cour du milieu, a 334 mètres carrés de superficie.

Enfin la troisième, en face la porte d'entrée de l'hôpital a 589 mètres carrés.

Au delà de ces premiers bâtiments, se trouve une vaste cour d'une contenance de 1,505 mètres carrés entourée de constructions.

Puis à l'extrémité sont les jardins.

Salles de malades et services divers.

Avant la révolution de 1789, et la suppression de l'hôpital Comtesse en l'an V (1797), il n'existait à l'hôpital Saint-Sauveur que 60 lits, occupés exclusivement par des hommes et placés dans trois salles sises au rez-de-chaussée, front à la rue Saint-Sauveur.

L'une construite en 1700, occupait l'emplacement de la première cour dont nous avons parlé; il en reste encore la petite chapelle servant d'Amphithéâtre pour les autopsies, et le Dispensaire pour les affections des yeux.

La seconde occupait la chapelle actuelle de l'hôpital.

Enfin la troisième était située sur la moitié de la seconde cour, et couvrait l'emplacement d'une partie de la Pharmacie.

Ces salles existaient encore en 1830, au moment où M. Th. Lestiboudois visitait l'hôpital comme Inspecteur, en vertu d'un mandat spécial du Préfet [1].

Voici comment il s'exprimait à leur égard :

« Le quartier des hommes établi au rez-de-chaussée, dans » les Églises, n'est point susceptible d'être chauffé ; la tempé- » rature en est glaciale dans l'hiver. Il est urgent de changer » la disposition de ces vaisseaux inhabitables pendant les froids » rigoureux; il est impossible que les maladies de poitrine y » soient traitées avec succès; dans la saison où elles sont le » plus nombreuses, la vicieuse disposition doit nécessairement

1 *Topographie historique de l'arrondissement de Lille*, par J.-B. Dupont.

» augmenter la mortalité, le chauffoir placé contre la salle des » hommes est intolérable sous tous les rapports. »

Les conclusions si nettes et si précises de ce rapport ouvrirent les yeux de l'Administration; on se mit immédiatement à l'œuvre et, cette même année 1830, on construisit sur la rue Saint-Sauveur, au premier étage, les trois salles Sainte-Marie, Saint-Jean et Saint-Charles, renfermant ensemble 68 lits d'hommes.

Ces constructions emportèrent les façades des deux chapelles dont on ne retrouve plus la physionomie que dans une lithographie de l'atlas de Lille par Brun Lavainne [1]. (Voir planche 1.)

En l'an V, l'hôpital Comtesse avait été supprimé, ses biens réunis à ceux de l'hôpital Saint-Sauveur, et les malades transportés dans ce dernier établissement.

En 1802, l'Hôtel-Dieu placé à l'Hospice Général et qui ne recevait que des femmes, fut également fermé, et ses malades réunies à celles de l'hôpital Saint-Sauveur.

En présence de cette augmentation de personnel, il fallut s'occuper sérieusement d'assurer les services. Celui des femmes fut placé au premier étage, mais dans des conditions tellement défectueuses qu'on songea bientôt à construire des salles nouvelles.

Aujourd'hui tous les grands services sont placés au rez-de-chaussée où il n'existe pas un seul lit.

En entrant dans l'Hôpital par la principale porte, on pénètre dans la cour d'honneur ; à gauche sont les logements des Religieuses et de l'Aumônier. Ce bâtiment date de 1731.

En face est le réfectoire des sœurs, la lingerie et les cuisines qui paraissent remonter à la même époque, sauf une galerie qui a été ajoutée sur la façade de ce bâtiment afin d'élargir le rez-de-chaussée et les étages.

A droite est le logement de l'Économe.

1 *Atlas de Lille*, Brun-Lavainne.

Dans le bâtiment front à la rue Saint-Sauveur, sont les bureaux, la tisannerie, la pharmacie, et plus loin le dispensaire pour les affections des yeux.

Après avoir traversé cette cour on pénètre dans la grande, dont il a été parlé plus haut, où sont les salles de bains, la chapelle des morts et tous les différents services.

Examinons maintenant les époques où les divers bâtiments ont été construits.

En 1821, achèvement et appropriation des salles Saint-Joseph, 46 lits, et Saint-Augustin, 35 lits, (service des femmes) dans le bâtiment longeant le rempart.

En 1824, construction d'une nouvelle salle, (salle Saint-Louis service des hommes, 52 lits,) sur l'emplacement d'une ancienne boulangerie et d'une ancienne brasserie, entre la grande cour N° 4 et l'Église Saint-Sauveur.

En 1829, construction de deux nouvelles salles (salle Sainte-Élisabeth et salle Sainte-Monique).

Service des hommes	20 lits.
— des femmes	26 —

sur l'emplacement de hangars qui servaient de magasin à la paille, de place pour les outils et semences de jardin, poulailler etc.

En 1830, construction au premier étage sur la rue Saint-Sauveur, des trois pièces.

Salle Sainte-Marie (hommes).	17 lits.
— Saint-Charles d°	17 —
— Saint-Jean (au-dessus de la chapelle) hommes	34 lits.

En 1846, élévation sur une partie du jardin, du quartier des Vénériennes Filles publiques.

Salle Sainte-Côme, 1er étage	20 lits
— Saint-Damiens, 2e étage	19 —

En 1850 et 1861, construction sur une partie du jardin de 16 loges destinées aux aliénés des deux sexes reçus dans l'établissement.

En 1861, appropriation des greniers des bâtiments situés entre les deux grandes cours, pouvant recevoir 46 malades. — Enfin en 1864, appropriation pour le service des Galeux du dortoir des infirmiers dans les greniers (douze lits supplémentaires).

De l'exposé qui précède, il résulte que toutes les parties de l'hôpital où ont été placés des lits de malades, ont été successivement construites de 1821 à ce jour. Au fur et à mesure que des besoins nouveaux se faisaient sentir, on choisissait une place, puis on l'appropriait à usage d'infirmerie. — Aujourd'hui tout est rempli, et il est devenu matériellement impossible dans les locaux actuels d'admettre de nouveaux malades.

Afin de présenter dans un tableau abrégé la marche et le développement de l'Hôpital, nous avons cru devoir établir le chiffre des malades aux diverses époques de son existence.

Population de l'hôpital Saint-Sauveur.

NOMBRE DES LITS.

ANNÉES.	TOTAUX.	HOMMES malades et blessés.	FEMMES malades et blessées.	FEMMES en couches.	FILLES PUBLIQUES.	ENFANTS malades et blessés.	Galeux et vénériens des deux sexes.	Aliénés des deux sexes.	Berceaux.
1216	8	8	»	»	»	»	»	»	»
1453	20	20	»	»	»	»	»	»	»
1700	40	40	»	»	»	»	»	»	»
1720	60	50	10	»	»	»	»	»	»
1796	72	72	»	»	»	»	»	»	»
An VI.	100	100	»	»	»	»	»	»	»
1801	80	80	»	»	»	»	»	»	»
1810	170	130	30	10	»	»	»	»	»
1823	170	72	98	»	»	»	»	»	»
1830	226	128	98	»	»	»	»	»	»
1837	310	140	140	»	»	»	30	»	»
1847	400	140	149	15	39	21	30	6	»
1850	421	140	149	16	39	21	40	10	6
1860	441	140	147	26	39	21	40	10	18
1864	506	163	164	26	39	21	52	16	25

Service médical. — État sanitaire. — Mortalité.

Nous nous proposons dans ce chapitre de présenter sous une forme succincte, un aperçu du Service médical de l'hôpital Saint-Sauveur, tel que l'ont organisé les Décrets et Ordonnances que nous avons analysés.

Le Service médical est divisé en deux parties distinctes; celle confiée aux médecins de l'Administration et celle dirigée par les professeurs de l'École de médecine.

Les médecins de l'administration sont au nombre de quatre; ils reçoivent une indemnité annuelle de 900 fr.

MM. Brigandat et Castelain sont chargés du service de Médecine; ils font alternativement pendant un an le service des hommes et celui des femmes.

Ce service est ainsi composé :

Hommes, salle Saint-Louis	52 lits.
— — Saint-Antoine	23 —
TOTAL	75 lits.

Femmes salle Saint-Joseph	46 lits.
— — Saint-Augustin.	16 —
— — Saint-Henry	23 —
TOTAL	85 lits.

A chacun de ces services est attaché un interne rétribué.

M. Castelain fait en outre d'une manière permanente le service des filles publiques vénériennes, composé de deux salles.

Salle Saint-Côme.	20 lits.
— Saint-Damiens	19 —
TOTAL	39 lits.

Le service de Chirurgie est confié à MM. Vanderhaghe et Brisset; ces deux médecins depuis plusieurs années ont cessé de permuter du service des hommes à celui des femmes.

M. Vanderhaghe a retenu le service des *femmes* ainsi composé :

Salle Sainte-Marguerite	45 lits.
— Plus.	10 berceaux.
Jeunes enfants de 18 mois à 7 ans . . .	21 lits.
Galeuses et vénériennes.	12 lits.
TOTAL	78 lits.
Plus . .	10 berceaux

Un interne rétribué est attaché à ce service.

Le service de M. Brisset — *hommes* se compose :

Salle Saint-Jean	24 lits.
— Sainte-Elisabeth	20 —
Galeux.	12 —
Vénériens	28 —
TOTAL	84 lits.

Un des deux internes logés dans l'hôpital et auxquels le service de nuit est particulièrement confié, est attaché à M. le Docteur Brisset.

Dans l'hôpital, indépendamment des salles ci-dessus énumérées, il existe encore

8 loges pour hommes aliénés.
4 — pour femmes —

La Clinique de l'École de médecine a un service de Médecine, un de Chirurgie et un troisième d'Accouchement.

Le service de Médecine est fait par M. Cazeneuve, Directeur de l'École de médecine, et, en cas d'absence, par M. Féron, suppléant.

Ce service est composé de :

Hommes, salle Sainte-Marie. . . .	23 lits.
Femmes, salle Saint-Augustin	19 —
TOTAL. . . .	42 lits.

A ce service sont attachés un Chef de Clinique et un des deux internes logés dans l'hôpital.

Le service de M. Parise (Chirurgie) se compose de :

Hommes, salle Saint-Charles	23 lits.
Femmes, salle Saint-Roch	15 —
Total	38 lits.

Un seul interne remplit en même temps les fonctions de Chef de Clinique.

Enfin la Maternité ou la Clinique des accouchements, confiée à M. Binaut, est composée de :

Salle d'attente pour les femmes enceintes .	12 lits.
Femmes accouchées, salle Sainte-Monique.	14 —
Total	26 lits.
Plus	12 berceaux.

M. Binaut a également un Chef de Clinique.

Le service des internes, ainsi que nous l'avons dit, comprend six élèves : deux sont logés et nourris dans l'hôpital, ils sont alternativement de garde un jour et une nuit. Les quatre autres internes ne font qu'assister aux visites du matin, ils tiennent les cahiers. — Nous croyons que cette organisation est défectueuse et que, tant dans l'intérêt des élèves que dans celui des malades, chacun des internes devrait être de garde un jour sur six.

L'état sanitaire à Lille est généralement satisfaisant. — Les maladies épidémiques y sont rares. — Les affections le plus fréquemment traitées à l'hôpital Saint-Sauveur sont la Phthysie, l'Emphysème pulmonaire, la Pneumonie, et les maladies des Organes respiratoires. Ce sont celles aussi qui font le plus de victimes. — La Phthysie paraît surtout exercer ses ravages chez les femmes et les jeunes filles de la classe ouvrière, employées dans les filatures de coton et de lin. Les Rhumatismes musculaires et articulaires sont également fréquents, mais dans la plupart des cas sans gravité.

Pour citer quelques exemples, nous dirons qu'en 1862, la Phthysie a enlevé 96 personnes dont 59 femmes sur 123 malades — et que l'Emphysème qui comptait 260 sujets traités à l'hôpital a emporté 45 personnes dont 30 hommes.

La maternité renfermant 14 lits, et qui par une de ses extrémités, aboutit à la salle des femmes (service des fiévreuses), la maternité a été cruellement éprouvée en 1859 et surtout au mois de janvier 1864. Dans cette dernière épidémie de fièvres puerpérales, en deux mois sur 38 accouchements douze femmes moururent! La moyenne des décès de l'année s'éleva à 11 1/2 pour 100.

Nous avons résumé dans les tableaux ci-joints, la situation de la maternité pendant les six dernières années.

ANNÉES	NOMBRE D'ACCOUCHEMENTS.				DÉCÈS DES ENFANTS.		TOTAL. — DÉCÈS des enfants.	TOTAL des accouchements.	DÉCÈS des MÈRES.	PROPORTION des DÉCÈS DES MÈRES par 100 accouchements.
	Femmes majeures.	Femmes mineures.	Filles mères.	Femmes mariées.	Garçons.	Filles.				
1859.	148	30	134	44	25	21	46	178	16	9.07
1860.	161	29	150	40	7	13	20	190	3	1.50
1861.	178	42	171	49	18	15	33	220	5	2.25
1862.	244	29	207	66	31	24	55	273	13	4.75
1863.	204	31	189	46	33	29	62	235	10	4.25
1864.	163	37	158	42	23	15	38	200	23	11.50
	1098	198	1009	287	137	117	254	1296	70	5.40 Moyenne de 6 années.

Afin d'apprécier l'ensemble du service, nous ajoutons deux tableaux indiquant le nombre des malades traités dans les divers services pendant les années 1861 et 1862.

Résumé du nombre des malades traités dans les divers services pendant l'année 1861.

INDICATION des SERVICES.	RESTANT au 31 décembre.	NOMBRE DE MALADES.						DÉCÈS.						OBSERVATIONS.
		CIVILS.				Militaires.	TOTAL.	Hommes.	Femmes.	Enfants.		Militaires.	TOTAL.	
		Hommes	Femmes.	Enfants.										
				Garçons.	Filles.					Garçons.	Filles.			
Médecine	141 (1)	952	779	»	»	»	1731	114	187	»	»	»	301	(1) 65 hom. et 76 fem.
Chirurgie	102 (2)	773	494	»	»	»	1267	32	17	»	»	»	49	(2) 55 hom. et 47 fem.
Accouchements	12	»	288	»	»	»	288	»	5	»	»	»	5	
Enfants nouveau-nés	4 (3)	»	»	104	116	»	220	»	»	18	14	»	32	(3) 3 garç. et 1 fille.
Vénériens	23 (4)	271	40	»	»	»	311	»	»	»	»	»	»	(4) 18 hom. et 5 fem.
Filles publiques	9	»	143	»	»	»	143	»	»	»	»	»	»	
Enfants au sein admis avec leurs mères malades	4 (5)	»	»	65	70	»	135	»	»	3	5	»	8	(5) 1 garç. et 3 filles.
Enfants malades et blessés	16 (6)	»	»	79	59	»	138	»	»	8	8	»	16	(6) 11 garç. et 5 filles.
	311	1996	1744	248	245	»	4233	146	209	29	27	»	411	

Résumé du nombre des malades traités dans les divers services pendant l'année 1862.

INDICATION des SERVICES.	RESTANT au 31 décembre.	NOMBRE DE MALADES. CIVILS. Hommes.	Femmes.	Enfants. Garçons.	Enfants. Filles.	Militaires.	TOTAL.	DÉCÈS. Hommes.	Femmes.	Enfants. Garçons.	Enfants. Filles.	Militaires.	TOTAL.	OBSERVATIONS.
Médecine...	127 (1)	851	689	»	»	»	1540	124	162	»	»	»	286	(1) 60 hom. et 67 fem.
Chirurgie	99 (2)	730	459	»	»	»	1189	32	22	»	»	»	54	(2) 52 hom. et 47 fem.
Accouchements..........	18	»	328	»	»	»	328	»	14	»	»	»	14	
Enfants nouveau-nés.....	3 (3)	»	»	137	137	»	274	»	»	33	24	»	57	(3) 1 garç. et 2 filles.
Enfants malades et blessés.	16 (4)	»	»	88	95	»	183	»	»	14	14	»	28	(4) 10 garç. et 6 filles.
Enfants au sein admis avec leurs mères malades ...	12 (5)	»	»	66	59	»	125	»	»	4	3	»	7	(5) 6 garç. et 6 filles.
Vénériens	21 (6)	359	82	»	»	»	441	»	»	»	1	»	1	(6) 18 hom. et 3 fem.
Filles publiques.........	30	»	163	»	»	»	163	»	»	»	»	»	»	
	326	1940	1721	291	291	»	4243	156	198	51	42	»	447	

Mouvement de la population de l'hôpital Saint-Sauveur.

	EXISTANT au 1er janvier.	ENTRÉS pendant l'année.	SORTIS.	MORTS.	PROPORTION des décès par 100 malades.		OBSERVATIONS.
An VI, 1er vendre.	Manque.	394	384	38	»	»	
— VII, —	D°	454	475	48	»	»	
— VIII, —	D°	517	522	27	»	»	
— IX, —	D°	572	549	22	»	»	
— X, —	D°	1167	1119	45	»	»	
— XI, —	D°	816	869	93	»	»	
— XII, —	D°	822	824	62	»	»	Réunion de
— XIII, —	60	952	818	127	12	50	l'Hôtel-Dieu.
— XIV, 1er trimes. et 10 j. nivôse.	69	279	212	37	10	60	
Année 1806.......	99	977	837	140	13	»	
— 1807.......	99	1147	1008	139	11	15	
— 1808.......	99	1341	1167	136	8	70	
— 1809.......	137	1639	1436	183	10	25	
— 1810.......	157	1547	1398	162	9	45	
— 1811.......	144	1545	1329	182	10	80	
— 1812.......	178	1799	1583	203	10	20	
— 1813.......	191	1657	1497	183	9	90	
— 1814.......	168	1299	1105	183	12	50	
— 1815.......	179	1167	999	154	11	40	
— 1816.......	193	1180	993	201	14	65	
— 1817.......	160	1213	1001	207	15	02	
— 1818.......	191	1188	1003	174	12	60	
— 1819.......	202	957	789	161	14	»	
— 1820.......	209	941	713	191	16	50	
— 1821.......	246	932	755	189	16	»	
— 1822.......	234	943	712	196	16	65	
— 1823.......	269	1088	812	242	17	75	
— 1824.......	303	1040	866	249	18	50	
— 1825.......	228	1164	909	237	17	»	
— 1826.......	246	1306	1060	233	15	»	
— 1827.......	259	1551	1232	291	16	»	
— 1828.......	287	1708	1441	263	13	»	
— 1829.......	291	1992	1595	365	16	»	
— 1830.......	323	1984	1674	359	15	60	
— 1831.......	238	2108	1780	325	14	»	

(Suite.)

	EXISTANT au 1er janvier.	ENTRÉS pendant l'année.	SORTIS.	MORTS.	PROPORTION des décès par 100 malades.	OBSERVATIONS.
Année 1832.......	241	2603	2057	615	21 63	
— 1833.......	172	2026	1718	260	12 »	
— 1834.......	220	2319	2043	254	10 »	
— 1835.......	242	2334	1988	325	12 60	
— 1836.......	263	2659	2376	297	10 »	
— 1837.......	249	2623	2362	274	9 50	
— 1838.......	236	2587	2280	305	11 »	
— 1839.......	238	2704	2397	292	10 »	
— 1840.......	253	2583	2295	316	11 »	
— 1841.......	225	2647	2380	265	9 20	
— 1842.......	227	2901	2638	277	9 »	
— 1843.......	213	2692	2419	278	9 50	
— 1844.......	208	2707	2388	254	9 »	
— 1845 (*)....	273	2952	2685	294	9 »	
— —	29	108	123	2	» »	Filles publiques.
— 1846.......	258	3788	3401	316	8 »	Compris le service des vénériennes.
— 1847.......	329	4504	4142	390	8 »	
— 1848......	301	4237	3813	390	8 50	
— 1849.......	335	4724	4169	580	11 40	
— 1850.......	310	3803	3556	298	7 20	
— 1851.......	259	3923	3605	318	7 60	
— 1852.......	259	3909	3677	272	6 50	
— 1853.......	219	4171	3685	383	8 70	
— 1854.......	322	4269	3875	440	9 50	
— 1855.......	276	4204	3732	436	9 70	
— 1856.......	312	4290	3903	402	8 70	
— 1857.......	297	3992	3680	333	8 »	
— 1858.......	276	3923	3585	373	9 »	
— 1859.......	241	3940	3570	327	8 »	
— 1860.......	284	4259	3858	372	8 »	
— 1861.......	313	4356	3930	411	9 »	
— 1862.......	328	4372	3977	450	9 50	
— 1863.......	273	4215	3766	385	8 50	
— 1864.......	315	4329	4184	460	9 90	

(*) Le service des filles publiques vénériennes a été mis à la charge des hospices à compter du 1er janvier 1845, néanmoins il a continué à la maison de santé en attendant que le local a ce destiné à l'hôpital Saint-Sauveur fût terminé.

Les causes de la mortalité et son mouvement ascensionnel ou décroissant tiennent à des causes trop multipliées, pour qu'il nous soit possible d'analyser ces tables funèbres. Néanmoins nous croyons pouvoir en tirer un utile enseignement. N'oublions pas que si de 1817 à 1831 la mortalité a été en moyenne de quinze à seize pour cent chaque année dans l'hôpital Saint-Sauveur, c'est pendant cette période qu'ont été signalées les plus graves irrégularités dans le service, ainsi que nous l'a révélé l'enquête de 1822. D'autre part, il faut se rappeler que le *nombre des lits était devenu insuffisant*, et que, comme le constatait avec regret M. Lestiboudois en 1830, les malades étaient obligés d'attendre leur tour et voyaient s'aggraver leur état, avant même que d'entrer à l'hôpital, et qu'enfin les convalescents renvoyés trop tôt, reparaissaient bientôt avec des affections souvent mortelles!

Administration.

Le service de l'hôpital Saint-Sauveur est confié à des religieuses et à des employés civils. Ces divers emplois se subdivisent comme suit :

17 religieuses dont 12 attachées au service direct de santé.
5 à divers autres services.
1 reposante.

Ces religieuses obéissent à une Prieure.

1 Aumônier.
1 Économe.
2 Employés aux écritures.
24 Préposés et servants attachés au service direct de santé et nourris dans l'hôpital.
16 Employés à divers services et nourris.
4 — non nourris.

65 personnes.

La dépense totale de l'hôpital Saint-Sauveur s'est élevée en 1862 à 142,138,26.

Dans cette somme la dépense de la Pharmacie figure pour 15,611,12.

Depuis 30 ans le prix moyen de la journée a presque doublé. — Nous avons extrait des registres de l'administration les chiffres suivants :

ANNÉES.	PRIX de la journée.	ANNÉES.	PRIX de la journée.	ANNÉES.	PRIX de la journée.
1831	1 »	1842	» 98	1853	1 27
1832	1 03	1843	1 01	1854	1 45
1833	1 »	1844	» 98	1855	1 51
1834	» 98	1845	» 91	1856	1 60
1835	1 02	1846	» 94	1857	1 59
1836	1 03	1847	1 15	1858	1 63
1837	1 09	1848	» 94	1859	1 61
1838	1 09	1849	» 91	1860	1 54
1839	1 24	1850	1 21	1861	1 66
1840	1 16	1851	1 23	1862	1 68
1841	1 17	1852	1 21	1863	1 72

Chauffage et ventilation.

Le mode de chauffage à employer dans un hôpital est une des questions qui préoccupent le plus à juste titre l'Administration supérieure. On a ainsi employé tantôt le calorifère à air chaud, tantôt le calorifère à eau chaude; parfois appliquant une ingénieuse combinaison due à M. Duvoir, le calorifère est devenu simultanément un mode de chauffage et de ventilation.

Ces procédés de chauffage sont d'une application facile, lorsqu'on construit un nouvel hôpital, mais quand on approprie successivement divers locaux, et qu'on les transforme en salles de malades, le moyen le plus simple est celui des poèles ou des cheminées. — Quatorze salles de l'hôpital sont chauffées par ce procédé, quatre autres, parmi lesquelles les deux salles Saint-Côme et Saint-Damiens du quartier neuf, sont chauffées au moyen d'un calorifère.

L'éclairage a lieu dans toutes les salles, au gaz, à l'exception du quartier des filles publiques et des salles des Galeux et Vénériens des deux sexes.

Quant au mode de ventilation, on en a employé plusieurs, mais sans parvenir à un système parfaitement satisfaisant. — On a ouvert des trappes le long du plafond, dans la salle Saint-Louis, de distance en distance, lesquelles demeuraient toujours ouvertes. — Le courant d'air s'établissait avec les portes ; — on reconnut les inconvénients de ces ouvertures.

Dans la même salle on essaya ensuite une autre combinaison. Des cheminées d'appel en bois avec tuyaux d'aspiration aboutissant au-dessus du toit remplacèrent le premier mode. Elles produisirent un meilleur résultat.

Il y a trois ans (1862) dans la salle Sainte-Marguerite, on ouvrit des trous dans la muraille à peu de distance du plancher; ces trous se fermaient au moyen de planchettes. — Ces ouvertures occasionnaient des courants d'air froid nuisibles aux malades, il fallut renoncer à s'en servir.

Dans plusieurs salles, (Sainte Monique, Saint-Joseph, Saint-Augustin, Sainte-Marguerite, Saint-Roch, etc.) on a ménagé dans les fenêtres des carreaux à coulisses, que l'on ouvre et ferme à volonté. C'est un moyen très-simple et peut-être un des meilleurs.

Il est préférable aux carreaux à bascules placés dans la partie supérieure des fenêtres, lesquels ne permettent pas de mesurer, comme avec les précédents la quantité d'air que l'on veut introduire dans la salle.

Enfin un excellent système, qui avait été appliqué à un grand nombre de salles en 1823, 1824 et 1825, consiste en trous carrés ouverts au plafond et s'élevant sur charnières. Malheureusement il fallut supprimer ces ouvertures dans toutes les salles du premier étage, lorsqu'on plaça des malades dans les greniers.

Ce dernier mode d'aérage y est actuellement utilisé avec avantage. Du reste la disposition défectueuse de ces salles et leur peu de hauteur rendront toujours la ventilation extrêmement difficile.

Orientation des bâtiments.

L'orientation des salles de malades est une question très-importante. Il faut autant que possible que le soleil puisse éclairer, réchauffer de ses rayons l'asile de la souffrance. A Saint-Sauveur, on peut diviser les 20 salles qui existent suivant quatre points cardinaux.

Ouest	6	salles	renfermant	150	lits.
Est	6	—	—	116	—
Nord	3	—	—	94	—
Sud	5	—	—	111	—

Cubage des salles.

Pour bien connaître les conditions dans lesquelles vivent les malades, il faut pénétrer avec eux dans les salles. Autant une bonne hygiène, une aération suffisante, un chauffage convenable contribuent à la guérison, autant un cube d'air insuffisant, des transitions brusques de froid et de chaud, sont nuisibles à l'état des malades. — L'hôpital Saint-Sauveur construit ainsi que nous l'avons dit, à différentes époques, présente les situations les plus diverses, suivant les quartiers et suivant les étages.

Cubage de l'hôpital Saint-Sauveur.

SALLES.	ÉTAGES.	NOMBRE DES LITS.	MÈTRES CUBES D'AIR par individu.	OBSERVATIONS.
Saint-Charles.................	1er	22	36	Clinique externe.
Sainte-Marie	Id.	22	37	Clinique interne.
Saint-Jean....................	Id.	24	51	
Sainte-Élisabeth..............	Id.	20	25	
Saint-Louis...................	Id.	52	27 5	
Sainte-Monique	Id.	26	21	Clinique accouchement.
— —	»	dont 12 berceaux	ou 39 par mère.	
Saint-Joseph..................	Id.	49	28	
Saint-Augustin	Id.	19	23	Clinique interne.
Sainte-Marguerite.............	Id.	45	27	
Saint-Augustin	Id.	19	23 5	
Saint-Roch....................	Id.	15	27	Clinique externe.
Saint-Côme...........	Id.	20	28 5	
Saint-Antoine.................	2me	23	24	
Saint-Henry...................	Id.	23	21	
Des vénériens.................	Id.	18	20 5	
Des galeux	Id.	10	25	
Des enfants...................	Id.	21	16 5	
Des galeuses et vénériennes.....	Id.	12	23	
D'attente pour femmes en couches	Id.	12	22	Clinique accouchement.
Saint-Damiens	Id.	19	28	

La hauteur des salles varie à l'infini, depuis 5 mètres 40 jusqu'à 2 mètres 60. — Ainsi les trois salles construites en 1830 sur la façade du premier étage, rue Saint-Sauveur, ont 5 mèt. 40 et 5 mètres 35 chacune de hauteur. Ce sont les plus élevées, ce sont également celles où le cube d'air est le plus grand. — Dans la salle Saint-Jean, chaque malade a 51 mètres cubes d'air ; dans chacune des deux autres salles, Saint-Charles et Sainte-Marie, les lits sont plus serrés, les malades n'ont plus que 36 et 37 mètres cubes.

Ces derniers chiffres, qui s'appliquent à des salles de Cliniques, ne sont point en rapport avec les exigences de la science moderne, qui proclame que, dans un hôpital construit suivant les règles d'une bonne hygiène, chaque malade doit jouir au moins de 50 mètres cubes d'air.

Après ces trois premières salles, l'hôpital Saint-Sauveur en possède onze autres dans lesquelles sont placés 307 lits. — Elles ont une hauteur moyenne de 4 mètres 50 à 4 mètres 20, ce qui peut paraître suffisant, lorsqu'elles ne sont pas trop longues. — Ainsi pour des salles de 15 à 20 mètres, la hauteur est en rapport avec cette dimension, bien que cinq mètres soient toujours préférables, mais quand la hauteur n'est que de 4 mètres 50 dans des salles de 42 et 44 mètres de longueur, elle devient réellement insuffisante. Elle le sera surtout, si les lits sont rapprochés. — Pour ne citer que deux salles, Saint-Joseph et Saint-Louis, fiévreux, femmes et hommes, qui sont dans les dimensions qui précèdent, comme elles renferment 50 et 52 lits, le cube d'air par chaque malade n'est que d'environ 28 mètres cubes, ce qui est évidemment insuffisant.

Dans les onze salles dont nous venons de parler, le volume d'air varie entre 23 et 28 mètres cubes.

La salle Saint-Henry, d'une hauteur de 3 mètres 90, n'a que 21 mètres cubes pour 23 lits.

Enfin, dans le second étage de l'édifice, où les nécessités du service ont contraint l'Administration à transformer des greniers en dortoirs, la hauteur moyenne n'est que de 2 mètres 63. — Le cube d'air par suite varie entre 16 mètres cubes pour 21 lits d'enfants, et 23 mètres cubes pour 52 lits répartis en quatre salles.

Peut-on s'étonner en présence d'une situation semblable, en face surtout d'une population dont le nombre est doublé [1], que la Commission administrative des hospices ait songé à construire un nouvel hôpital. N'était-ce point pour elle une question de la plus haute gravité ? N'y avait-il point à se préoccuper de l'éventualité d'une épidémie ? Qui oserait le nier ? Certes elle a rempli le plus impérieux de ses devoirs : assurer un asile et des secours aux malades. — Et en même temps que ce nouvel hôpital ouvrira ses portes à toutes les souffrances, à toutes les maladies qui peuvent atteindre les quartiers annexés, il permettra de faire rentrer l'hôpital Saint-Sauveur dans des conditions normales. — L'Administration pourra alors supprimer les dortoirs placés dans les greniers ; et, dans les autres parties de l'édifice, réduire le nombre des lits. — La santé publique ne pourra que gagner à ces utiles changements.

Indépendamment de la nécessité qui existe de doter les nouveaux quartiers d'un Hôpital, il y avait encore une raison décisive pour ne point agrandir Saint-Sauveur. Les grands hôpitaux sont aujourd'hui répudiés par la science ; ils peuvent devenir une source de désastres immenses, lorsque la contagion les envahit. — C'est à 600 lits que l'on fixe maintenant le maximum, tout en recommandant, s'il est possible, de ne pas excéder 4 à 500 lits. — Les services des hôpitaux de cette dernière catégorie sont plus réguliers et plus faciles, que les services de ceux où le nombre des malades atteint 800. — L'agrandissement de Saint-Sauveur conduisait fatalement à ce dernier chiffre !

1 En 1859, avant l'agrandissement de Lille, le nombre des indigents inscrits sur les listes du Bureau de bienfaisance était de 15,000; il est aujourd'hui de 26,500.

En résumé, depuis trente ans, l'Administration des hospices s'est constamment efforcée d'apporter dans l'hôpital Saint-Sauveur toutes les améliorations possibles ; de grands sacrifices ont été faits par elle pour établir convenablement les diverses catégories de malades accumulées dans cet hôpital unique. — Si elle n'a pu toujours réussir, du moins a-t-elle accompli tout ce qu'il était possible de faire dans les circonstances difficiles où elle s'est trouvée. Aujourd'hui elle attend avec confiance l'ère nouvelle que l'achèvement du nouvel hôpital doit inaugurer !

TABLE DES MATIÈRES.

pages.

CHAPITRE I. — Fondation de l'hôpital Saint-Sauveur par la comtesse Jeanne de Constantinople, 1216. — Dons à l'hôpital — Son agrandissement, 1453. — Charles-Quint............... 171

CHAPITRE II. — Règlement de l'hôpital Saint-Sauveur par Philippe IV, 1650. — Prise de Lille par Louis XIV, 1667. — Réunion des biens des Maladreries à l'hôpital Saint-Sauveur, 1698..... 183

CHAPITRE III. — Histoire des Maladreries, la Bonne-Maison de Lille, hôpital d'Anstaing, — Ladrerie du Pont-de-Canteleu. — Siége de Lille, 1708. — Comptes de l'hôpital de 1697 à 1731.. 190

CHAPITRE IV. — Les prisonniers Anglais, Hanovriens, Autrichiens et Hollandais blessés à Fontenoy sont reçus à Saint-Sauveur, 1744. — Indemnité accordée aux religieuses. — Fondation de l'hôpital Militaire, 1776. — Comptes de l'hôpital de 1756 à 1786.. 204

CHAPITRE V. — Épidémie en 1790. — Siége de Lille, 1792. — Départ des religieuses Augustines, 1793. — Réunion de seize établissements charitables en quatre hospices, 7 pluviose an IV. — Les malades de l'hôpital Comtesse transférés à Saint-Sauveur. 214

CHAPITRE VI. — Translation des femmes malades traitées à l'Hôtel-Dieu (Hospice Général), 1802. — Histoire de l'Hôtel-Dieu de 1745 à 1802. — Organisation de l'enseignement médical à Saint-Sauveur, 2 prairial an XI — Soldats blessés dirigés sur l'hôpital Saint-Sauveur, 1814. 227

CHAPITRE VII. — Événement de 1814. — Tentatives de reconstitution de l'ancien régime de Saint-Sauveur. — Les Cent jours. — Blessés de Waterloo à Saint-Sauveur. — Enquête sur le régime et les abus qui s'étaient glissés à l'hôpital Saint-Sauvenr, 1822. — Nouveaux règlements — Suppressiou du tour de l'hôpital... 241

CHAPITRE VIII. — Construction de nouveaux bâtiments, 1826 à 1830. — Le Choléra-Morbus à Lille, 1832. — Réunion des revenus des hospices, 1833 — Services nouveaux, Galeux et Malades syphilitiques. — Création d'une Ecole préparatoire de Médecine et de Pharmacie, 1852. — Visite de l'Empereur Napoléon III à Saint-Sauveur, 1853 255

CHAPITRE IX ET DERNIER. — Description de l'hôpital Saint-Sauveur. — Son état actuel. — Nombre des lits de l'hôpital depuis sa fondation. — Service médical. — Etat sanitaire. — Mortalité depuis l'année 1800. — Chauffage et ventilation. — Nécessité de construire un nouvel hôpital à Lille 268

RECHERCHES

CONCERNANT L'INFLUENCE DES BASSES TEMPÉRATURES

SUR LE DÉVELOPPEMENT DE L'EMBRYON DE LA POULE

PAR M. DARESTE,

Membre résidant.

SÉANCE DU 7 FÉVRIER 1865.

Il est admis généralement que le développement de l'embryon dans l'œuf ne peut avoir lieu qu'à une température assez élevée. Réaumur qui s'occupa avec un grand soin des questions physiques et physiologiques qui se rattachent à l'incubation artificielle, établit que c'est à 32° Réaumur ou 40° centigrades que se fait le développement de l'embryon dans l'œuf de poule : puis il constata que ce développement peut également avoir lieu à une température un peu plus basse, et à une température un peu plus élevée ; de telle façon que la température utile oscillerait dans des limites assez peu étendues ; de 30° à 34° R., c'est-à-dire de 37° $\frac{1}{2}$ à 42° $\frac{1}{2}$ centigrades.

D'après M. Dumas, ces limites seraient beaucoup plus reculées, puisqu'elles s'étendraient de 28° à 45° centigrades. Seulement il ajoute qu'on rend les fœtus monstrueux, en faisant couver les œufs à 28° ou à 45°. Mais il ne donne que de très-vagues indications sur les monstres ainsi obtenus.

Mes expériences sur la production artificielle des monstruosités à l'aide de l'incubation artificielle m'ont conduit à étudier de nouveau cette question. J'ai fait, depuis le début de mes recherches, un grand nombre d'observations et d'expériences pour déterminer ces limites. Mais je me suis trouvé, pendant bien longtemps, en présence de très-grandes difficultés qui tenaient à l'impossibilité où j'étais d'obtenir des températures invariables pendant la durée de l'incubation.

J'ai pu, cette année, surmonter ces difficultés, en me servant de l'appareil inventé par M. Cavaillé-Coll, pour régler l'écoulement de l'air dans les tuyaux d'orgue, et celui du gaz dans les tuyaux de conduite des appareils d'éclairage.

Avec ce régulateur, j'ai obtenu dans mes machines d'incubation, des températures à peu près invariables, en ce sens du moins que leurs oscillations se sont maintenues entre des limites plus petites que deux degrés. Il m'a donc été possible de commencer une série d'expériences dont je vais faire connaître les premiers résultats.

L'étude de l'influence de la température sur le développement de l'embryon est très-complexe et soulève un très-grand nombre de questions différentes. On conçoit, en effet, avant toute expérience, que ces effets ne sont pas les mêmes, aux différentes époques de la vie embryonnaire. La question générale se décompose alors en un très-grand nombre de questions secondaires que l'expérience seule pourra résoudre.

Je me suis demandé d'abord, et c'est là le seul point qui m'occupe dans le travail actuel, quelle est la température la plus basse à laquelle l'embryon peut commencer ses développements. Des faits nombreux observés au débnt de mes expériences m'avaient fait supposer que l'embryon pourrait commencer à se former à des températures relativement basses. Il s'agissait donc de constater la température la plus basse qui puisse servir à la formation de l'embryon, ou, si l'on peut s'exprimer ainsi, de déterminer le zéro de l'embryogénie.

J'ai conclu de plusieurs séries d'expériences que c'est à 30° centigrades que ce point doit être fixé.

En effet, à une température plus basse c'est-à-dire de 25 à 29° degrés, je n'ai point constaté la formation de l'embryon. Et ici, je puis ajouter que l'on ne peut m'objecter que j'aurais eu affaire à des œufs clairs ; car j'ai examiné avec le plus grand soin l'état de la cicatricule. Or j'ai constaté que si, dans certains œufs, la cicatricule présentait tous les caractères de la cicatricule des œufs clairs ; dans d'autres, elle avait au contraire tous les caractères de la cicatricule féconde. Le diagnostic de la cicatricule féconde et de la cicatricule inféconde, est, comme je l'ai récemment indiqué, assez facile à faire pour que, dans le plus grand nombre des cas, il ne soit pas possible de se tromper.

Je dois ajouter cependant qu'il m'est arrivé, mais bien rarement, d'observer dans ces conditions l'augmentation de la cicatricule qui, au lieu de 4 millimètres de diamètre avait pris 8 millimètres ; et qui m'a même présenté, quelquefois, un commencement de l'aire transparente. Mais je n'ai jamais vu à ces basses températures la formation de la ligne primitive. Ces faits sembleraient indiquer la possibilité du développement de la cicatricule et de sa transformation en blastoderme à des températures relativement basses. Mais je me demande s'il n'y a pas eu là une cause d'erreur ; et si les œufs qui m'ont présenté ces modifications de la cicatricule n'auraient pas déjà subi sous la poule un commencement d'incubation. Il m'est arrivé, en effet, de rencontrer quelquefois de semblables œufs et par conséquent il y a là une cause d'erreur qui peut laisser quelque doute sur les résultats.

Ainsi donc, c'est seulement à 30° que le blastoderme commence à se transformer en embryon. Mais, dans ces conditions insolites, le développement de l'embryon se fait avec une lenteur bien plus grande que dans l'incubation normale. De plus, il s'arrête complètement, au bout d'un certain temps. L'époque où le développement s'arrête arrive plus tôt ou plus tard suivant les embryons ; par conséquent il est fort difficile de l'établir d'une manière absolue. Je me contente seulement de dire que je n'ai jamais vu, à la température indiquée, l'embryon dépasser la période où il se retourne sur le vitellus, et qui dans l'incubation normale, répond au quatrième jour.

L'examen microscopique de ces embryons développés à de basses températures m'a appris plusieurs faits curieux. L'organisation d'un grand nombre était complètement normale. Mais chez beaucoup d'autres, j'ai constaté l'existence d'anomalies très-remarquables, que je me contente aujourd'hui de signaler, et que j'étudierai plus en détail dans des mémoires ultérieurs.

C'est ainsi que j'ai observé diverses anomalies de la tête, qui consistaient en des arrêts de développement, et que j'ai lieu de considérer comme des cyclopies en voie de formation.

J'ai eu également occasion d'observer un certain nombre de cas de duplicité du cœur. Le cœur qui, dans son état primitif, est placé dans l'axe du corps, immédiatement au-dessous de la tête, forme dans une seconde période, une anse qui vient faire saillie au côté droit de l'embryon. C'est là l'état normal. Dans certains cas, l'anse cardiaque vient se placer à la gauche de l'embryon ; et ce fait devient le point de départ de l'inversion des viscères.

Les cas de duplicité du cœur que j'ai observés, étaient caractérisés par l'existence de deux anses cardiaques, aux deux côtés de l'embryon. Tantôt ces deux anses étaient simples ; tantôt elles étaient divisées en deux cavités qui correspondaient aux régions auriculaires et ventriculaires du cœur. Le sang était encore incolore ; mais les contractions de ces organes ne pouvaient laisser aucun doute sur leur nature.

Ces faits de duplicité du cœur, accompagnaient souvent, mais non toujours, les monstruosités de la tête que j'ai indiquées plus haut. La tête présentait un arrêt de développement manifeste : de plus, dans certains cas, elle se renversait en arrière, de telle sorte que les deux cœurs se voyaient à l'extrémité antérieure du corps.

Il m'a semblé que dans plusieurs de ces cas, le développement de deux cœurs faisait un obstacle mécanique au développement de la tête; et qu'il y avait, par conséquent, entre ces deux faits, autre chose qu'une simple coïncidence. Ici malheureusement je ne puis invoquer la connaissance de l'organisation des monstres arrivés à l'époque de la naissance; car il n'existe pas, à ma connaissance du moins, de cas authentique de la duplicité du cœur. Mais il est digne de remarquer que le seul fait qui nous présente quelque semblant d'authenticité, ait été précisément un cas de cyclopie. Ce fait a été rapporté par Collomb. C'était un monstre opocéphale. L'authenticité en a été contestée; peut-être les observations que j'ai faites, donnent-elles au monstre décrit par Collomb un certain degré de vraisemblanee.

Je dois, en terminant ce travail, rappeler que M. Panum a déjà indiqué, depuis plusieurs années, deux faits de duplicité du cœur observés dans les embryons de poule; et que j'ai moi-même indiqué un fait de ce genre, dans une communication faite, il y a plus d'un an, à l'Académie des Sciences. Mes expériences de l'année prochaine me permettront certainement d'étudier ces faits dans tous leurs détails, et d'en tirer quelques conséquences importantes.

AGRICULTURE FLAMANDE.

RECHERCHES SUR L'ENGRAIS FLAMAND;

SON EMPLOI DANS LA CULTURE DES TERRES ;

PAR B^in CORENWINDER,

Membre résidant.

SÉANCES DES 22 AVRIL ET 5 AOUT 1864.

On a dit souvent, et cette vérité est devenue vulgaire, que l'avancement et le progrès de l'agriculture dépendent particulièrement du soin avec lequel on recueille les matières fertilisantes. Propager l'emploi des engrais, éviter leur déperdition, c'est contribuer au soulagement de ses semblables, à l'amélioration de leur condition matérielle et même de leur condition morale ; car la misère est mauvaise conseillère et elle engendre plus de vices encore que la convoitise et l'ambition.

Je crois donc accomplir une œuvre sérieuse en démontrant aux cultivateurs qu'il leur importe d'utiliser dans leur exploitation, toutes les fois que les circonstances le permettent, les engrais liquides qu'on peut se procurer dans les centres de population, et en leur indiquant les moyens de tirer profit de ces engrais. Le haut degré de prospérité agricole auquel sont parvenues plusieurs contrées du département du Nord doit leur servir d'exemple et je puis attester qu'il n'est pas de sol auquel ne conviennent les déjections animales pourvu qu'elles soient employées avec discernement.

Parmi les causes qui retardent l'utilisation de l'engrais flamand en agriculture, il faut mettre en première ligne le dégoût instinctif que fait naître une matière fétide et nauséabonde. Mais il est assez remarquable que les pays où ce dégoût est plus prononcé sont ceux où les habitants des campagnes sont plus malpropres, soit sur leurs vêtements, soit dans leurs demeures.

Les propriétaires ruraux et les cultivateurs aisés du Nord de la France apportent un soin extrême à la conservation des engrais liquides. Non seulement ils en utilisent dans la grande culture, mais ils en versent encore, particulièrement en hiver, dans leurs jardins, au pied de leurs vignes, de leurs arbres à fruits; ils en réservent même pour arroser les plantes de fleurs; et cependant leurs habitations sont tenues avec un soin extrême; leurs salons sont meublés avec goût; il règne chez eux, sans aucun doute, plus d'ordre et de propreté que dans les habitations rurales de bien d'autres contrées de la France.

Dans la demeure agreste de l'ouvrier des champs on retrouve aussi cette propreté salutaire, surtout dans l'arrondissement de Dunkerque. La petite maison blanche est couverte d'un toit de pannes rouges qui reluisent au soleil; l'intérieur en est nettoyé avec ardeur tous les matins; les meubles, les ustensiles de cuivre, frottés par une main vigoureuse, brillent comme des miroirs; et la maîtresse du logis, riche de fraîcheur et de santé, entretient ses enfants avec des soins louables. Ces braves gens n'ont cependant aucune répugnance à utiliser l'engrais flamand : ils en mettent à profusion sur leurs pois, leurs choux, leurs carottes, etc.; aussi l'abondance de leurs récoltes se traduit pour eux en bien-être, souvent en prospérité.

Dans les grandes exploitations rurales, le même spectacle réjouit les regards. La laiterie est nettoyée tous les jours; les coins les plus obscurs en sont visités attentivement; les ustensiles en bois brillent d'une blancheur éclatante; aucune mauvaise odeur ne blesse l'odorat; les appartements, les cours, les étables sont l'objet des soins assidus de la fermière.

Les déjections humaines peuvent donc être employées comme engrais en tous pays, sans que la propreté ait à en souffrir. On ne doit pas craindre d'attester aussi que la santé elle-même n'en éprouve pas le moindre dommage. Ceux qui en doutent n'ont qu'à parcourir nos fertiles campagnes de la Flandre et visiter nos chaumières, nos fermes, nos chateaux.

Pour justifier leur incurie à l'égard des matières fertilisantes fournies par les vidanges des villes, des cultivateurs, des savants même, ont prétendu que ces matières donnent un mauvais goût et une odeur repoussante aux végétaux. C'est un préjugé que la sottise colporte et que l'ignorance accueille avec faveur. Bien loin d'altérer le parfum des fleurs, elles communiquent à celles-ci la propriété d'en exhaler davantage, parce que ces fleurs acquièrent par l'engrais une vigueur qui exalte leurs fonctions. Chaque année, en hiver, je fais fumer mes parcs de violettes avec de l'engrais flamand qu'on verse sur les plantes cultivées en lignes; on donne ensuite entre celles-ci un labour à la bêche et j'obtiens au printemps des fleurs admirables par leur vigueur et leur parfum. C'est, du reste, paraît-il, la méthode employée à Nice, pour cultiver la violette de Parme.

Dans une terre arrosée en hiver avec ce liquide, les reines marguerites deviennent majestueuses ; les petits pois sont sucrés et délicats ; les haricots donnent des fruits abondants; les choux-fleurs sont magnifiques et les asperges sortent de terre injectées d'une sève abondante et délicieuse.

Tous les ans, au mois de janvier ou de février, je fais verser au pied de chacune de mes vignes une vingtaine de litres de notre engrais, et j'obtiens constamment une récolte abondante de raisin qui ne le cède en rien pour la finesse du goût au meilleur raisin récolté dans le Nord. Toutes les personnes à qui j'en ai fait goûter sont demeurées convaincues que c'est par une prévention ridicule qu'on attribue aux excréments animaux la propriété de communiquer leur odeur spéciale aux fruits de la vigne. On peut en dire autant des autres arbres fruitiers.

Il n'est pas douteux du reste que l'engrais humain n'est pas absorbé en nature par les végétaux. Les molécules d'hydrogène, d'azote, de soufre et de phosphore, etc, qu'il contient, se modifient dans leur groupement en entrant dans la constitution des plantes et l'on ne doit pas avoir plus de répugnance pour ces molécules que si elles provenaient des excréments de la vache, du porc ou des gallinacées.

Les engrais n'agissent sur les plantes qu'après avoir été élaborés par les agents atmosphériques. On a remarqué que c'est lorsqu'ils ont été appliqués au sol depuis un certain temps que l'on obtient les produits les meilleurs et les plus abondants. Dès lors l'usage le plus convenable qu'on puisse faire de l'engrais liquide c'est de l'employer pendant l'hiver, surtout si l'on a en vue de fertiliser des terres fortes ou même des terres de consistance moyenne. En ce cas, il faut l'enterrer par un labour pour le soustraire à l'action des pluies. Les expériences de MM. Huxtable, Thompson, Th. Way, Boussingault, Brustlein etc., ont prouvé que les matières minérales qui forment la croûte superficielle du globe jouissent de la propriété précieuse de fixer les éléments organiques destinés à l'alimentation des végétaux. Sans faire intervenir, dans une pareille question, la philosophie des causes finales, on ne peut se défendre d'éprouver ce vif sentiment d'admiration qu'inspire souvent la prévoyante sollicitude de la nature.

On ne saurait, d'après ce qui précède, donner de meilleur conseil aux cultivateurs que de répandre l'engrais humain sur leurs champs en hiver, plutôt que dans une saison plus chaude. La déperdition, à cette époque, est peu considérable, à moins qu'on ne cultive des terres sablonneuses ; et l'on n'a plus à redouter l'influence imaginaire des principes immédiats de l'engrais ; puisque ces principes sont élaborés dans le sol. Il faudrait avoir perdu l'esprit pour en redouter encore les effets, après la métamorphose qu'ils ont subie.

Au surplus la manipulation de cette matière doit inspirer moins de dégoût par un temps froid, puisqu'elle répand alors moins d'odeur. Il est certain, en outre, que la volatilisation de l'ammoniaque est moindre en cette saison qu'au printemps, surtout si l'on a pu labourer après avoir répandu l'engrais.

Dans la grande culture, les bons cultivateurs ont constaté aussi qu'il est avantageux d'appliquer l'engrais flamand avant ou pendant l'hiver, surtout dans les sols compacts. Ils obtiennent de cette manière des betteraves riches en sucre, des tabacs de bonne qualité, des herbages succulents. Au contraire si l'on verse cette matière fertilisante, en été, sur les plantes en voie de développement, les betteraves sont médiocres et mûrissent tardivement, le tabac est d'une dessiccation difficile, les herbages ont moins de valeur. Dans quelques localités des environs de Lille, beaucoup de fermiers font répandre l'engrais humain au mois de septembre sur les terres qu'ils se proposent d'ensemencer en betteraves au mois d'avril suivant. Ils l'emploient dans la proportion raisonnable de 220 à 330 hectolitres à l'hectare. Après son aspersion sur le sol, ils y transportent du fumier, l'étendent et l'enterrent par un labour profond. Au printemps, ils donnent à la terre un labour léger, ainsi que les hersages nécessaires ; et sans la fumer davantage, ils sèment les betteraves.

... obtiennent ainsi des racines de qualité satisfaisante pour le pays et des rendements de 60 à 70,000 kilog à l'hectare. Au contraire les fermiers qui abusent de l'engrais flamand et qui en répandent sur les betteraves en cours de végétation, récoltent ces racines dans des conditions déplorables pour l'industrie sucrière et souvent ils ont moins de rendement.

Il est donc rationnel, même dans la grande culture, de répandre, pendant l'hiver, l'engrais liquide sur le sol qu'on veut fumer et de l'y fixer par un labour le plus tôt possible. Cette méthode a de nombreux avantages et nul inconvénient. Si elle était suivie, on verrait disparaître bientôt ces préjugés puérils qui empêchent l'agriculteur de tirer parti de cette précieuse matière fertilisante; préjugés que l'ignorance et la routine propagent et que l'orgueil et la sottise perpétuent [1].

II.

On sait, dit M. Boussingault, que la qualité des matières fécales, comme engrais, dépend beaucoup de la nature et de l'abondance des aliments consommés par les individus qui les ont rendus. D'Arcet rapporte à ce sujet un fait curieux :

« Un agriculteur avait acheté le contenu des fosses d'aisances d'un restaurateur le plus en vogue du Palais-Royal; encouragé par le succès qu'il obtint de leur emploi, il voulut en étendre l'application et se rendit adjudicataire des vidanges de plusieurs casernes de Paris. L'engrais de cette nouvelle acquisition ne

1 — On a vu des écrivains anglais justifier l'incurie de leurs compatriotes à l'égard de l'engrais flamand, en prétextant que la dignité de l'homme lui fait un devoir de ne pas recueillir des matières aussi impures. Cultivateurs de la Flandre française, nous croyons qu'il est plus digne, et surtout plus honnête, de fertiliser nos terres avec les déjections de l'homme que de dévaster les champs de bataille pour faire des engrais avec les ossements des héros.

produisit plus l'effet qu'on en attendait, il en résulta des pertes.» [1]

Je crois que l'assertion de d'Arcet est un peu exagérée et que l'emploi des vidanges des casernes ne devait pas produire des résultats aussi fâcheux. Toutefois il n'est pas douteux que la composition chimique des excréments des hommes doit varier avec leur nourriture. On a remarqué déjà qu'il en est ainsi chez les animaux. Les déjections des vaches à l'engrais qui mangent des tourteaux sont plus épaisses et plus fertilisantes que celles qui proviennent des mêmes animaux nourris avec des pulpes ou des racines.

J'ai eu l'occasion du reste de faire une analyse qui confirme, en tenant compte de l'exagération, le fait annoncé par d'Arcet.

En 1863 j'ai analysé un échantillon d'engrais flamand [2] recueilli dans une fosse de la fabrique que j'exploite. Cette fosse est affectée exclusivement aux besoins naturels de mes ouvriers qui se nourrissent de peu de viande et de beaucoup de légumes et de pain.

De son côté, M. Girardin a fait connaître, en 1860, la composition chimique d'un échantillon d'engrais flamand que je lui avais procuré et qui venait d'une maison habitée par des personnes aisées, se nourrissant bien et consommant beaucoup de substances animales.

Je me suis assuré que ces matières excrémentitielles n'avaient reçu aucune addition de corps étrangers.

De la comparaison de ces deux analyses, on peut tirer une conséquence fort curieuse. Je vais les présenter en regard l'une de l'autre.

1.— M. Boussingault, *Economie rurale*, tome Ier, p. 792.

2.— L'engrais flamand est encore indiqué par nos cultivateurs sous le nom de gadoue, courte-graisse, tonneaux, etc. (le contenant pour le contenu). J'emploierai indifféremment ces dénominations.

Analyse de M. Corenwinder.

Eau		95,190
Matières organiques	3,299	3,559
Ammoniaque	0,260	
Potasse	0,161	1,251 [1]
Acide phosphorique	0,167	
Chlore, soude, chaux, etc.	0,923	
		100,000

Azote.

De l'ammoniaque p. %	0,214
Des matières organiques p. %	0,335
P. %	0,549

Analyse de M. Girardin.

Eau		95,100
Matières organiques	2,579	3,319
Ammoniaque	0,740	
Potasse	0,207	1,581
Acide phosphorique	0,323	
Chlore, soude, chaux, etc	1,051	
		100,000

Azote.

De l'ammoniaque p. %	0,610
Des matières organiques p. %	0,259
P. %	0,869

1. La composition de ces cendres était la suivante en centièmes :

Acide sulfurique	4.079
Potasse	4.821
Chlorure de potassium	12.730
Chlorure de sodium	16.393
Acide phosphorique	13.349
Chaux	3.151
Magnésie	5.963
Silice, fer, etc	39.514
	100.000

Il ressort des chiffres comparatifs de ces analyses que les excréments des hommes nourris avec des légumes et du pain contiennent moins d'azote, de phosphates et de potasse que ceux des personnes qui consomment beaucoup de viande. La chose était assez probable, mais il y avait un certain intérêt à la démontrer expérimentalement.

On remarque que dans ces deux analyses, on a trouvé la même quantité d'eau. Cette coïncidence permet d'établir une comparaison qui ne laisse rien à désirer.

III.

Dans une précédente communication, j'ai donné connaissance des expériences agricoles que j'ai faites en vue de déterminer approximativement la valeur fertilisante de l'engrais flamand.

La conséquence que j'ai pu en tirer : c'est que, dans la plupart des circonstances, 10 hectolitres de cet engrais équivalent à 100 kilog. tourteaux, à la condition que le premier pèse de 3 à 4° à l'aréomètre Baumé [1].

Il ne suffit pas évidemment d'observer, avec un aréomètre, la pesanteur spécifique d'un engrais humain pour connaître exactement sa valeur. Mais cette observation donne un degré d'approximation presque toujours suffisant dans la pratique et, dans tous les cas, il vaut mieux en faire usage que d'opérer au hasard.

J'ai fait en 1863, une nouvelle expérience agricole qui confirme ces premiers résultats :

Une pièce de terre bien homogène a été partagée en quatre parties égales. C'était une terre argilo-siliceuse, de consistance moyenne.

1. — On compare souvent en chimie agricole les matières fertilisantes au fumier de ferme ; mais celui-ci ayant une composition très-variable en raison de la quantité de paille qu'il contient et des excréments qui ont servi à le former, il me paraît plus rationnel de prendre, comme terme de comparaison, les tourteaux, dont la richesse en matière azotée est plus constante.

Le 1er quart n'a pas reçu d'engrais ;

Le 2e quart a été fumé avec 30 hectolitres d'engrais flamand pesant de 3 à 4° Baumé;

La 3e partie a reçu 300 kilog. tourteaux de colza ;

La 4e » » 100 kilog. guano du Pérou.

Chaque partie de terre était d'une contenance de cent verges (mesure du pays égalant 8 ares 86 centiares); il en résulte que la fumure par hectare était environ de :

1100 kilog Guano du Pérou ;
330 hectolitres gadoue ;
3300 kilog tourteaux de colza.

J'ai choisi ces quantités d'engrais, parce qu'elles se trouvaient dans le rapport des proportions d'azote qui m'ont été indiquées par l'analyse.

En effet l'engrais flamand étant celui dont j'ai fait connaître la composition plus haut, contenait 0 gr. 549 pour cent d'azote.

Dans le tourteau, j'ai trouvé 5,285 pour cent d'azote. Le guano en contenait 16 pour cent.

Il en résulte que la fumure d'un hectare renfermait :

176 kilog d'azote avec le guano ;
186 » » avec l'engrais flamand ;
174 » » avec les tourteaux.

La terre ayant reçu scrupuleusement les mêmes préparations, on a semé le même jour de la graine de betteraves de Silésie. Au mois d'octobre on a déterminé séparément le poids de betteraves obtenu sur chaque partie et l'on a constaté les résultats suivants : [1]

NATURE DE L'ENGRAIS EMPLOYÉ.	RENDEMENT EN RACINES PAR HECTARE.
Sans engrais	52,872 kil.
Guano	58,143 »
Engrais flamand.	58,781 »
Tourteaux de colza.	59,509 »

1.— J'ai fait cette expérience avec M. Jules Lepercq, cultivateur à Quesnoy-sur-Deûle.

Ces expériences font apprécier le service que MM. Boussingault et Payen ont rendu à l'agriculture, lorsqu'ils ont annoncé qu'on pouvait prendre dans la plupart des cas, pour base d'évaluation des engrais, leur teneur en azote. Par cette belle découverte, ils ont rendu les opérations agricoles aussi précises que celles que le chimiste effectue dans son laboratoire et ils ont mis le cultivateur instruit à l'abri des mécomptes et des déceptions. Le charme de la vie rurale ne peut que grandir par cette intervention de l'analyse qui élève l'agriculture pratique à la hauteur des sciences positives et la rend digne de la préoccupation des intelligences d'élite et des esprits délicats. (Note 1 et 2.)

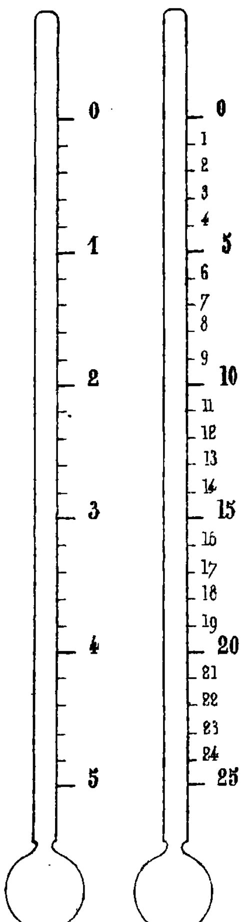
IV.

La composition de l'engrais flamand pouvant être très-variable, non-seulement par la nature des aliments ingérés, mais surtout par une addition d'eau, il est important de n'en faire usage qu'en estimant approximativement sa valeur à l'aide d'un aréomètre.

C'est ce qui a lieu déjà dans une localité agricole très-important, à Merville (arr. d'Hazebrouck). Là, depuis longtemps, la vente de l'engrais liquide s'opère en tenant compte de sa pesanteur spécifique.

Outre les vidanges que cette petite ville peut fournir aux cultivateurs des environs, ceux-ci en achètent encore une grande quantité qui leur vient de Saint-Omer, d'Aire et d'autres localités situées sur la Lys. Le transport de ces matières s'effectue à l'aide de bateaux plats, mais comme il n'est pas difficile aux importeurs d'allonger d'eau leur marchandise, de manière à nuire considérablement aux acheteurs, on a introduit l'usage de payer le chargement de ces bateaux à un prix proportionnel au poids spécifique. A cet effet on se sert d'un aréomètre Baumé modifié ainsi qu'il suit :

On sait que pour peser des liquides avec une certaine précision, on emploie des aréomètres Baumé dont les divisions sont assez espacées et souvent on partage l'espace compris entre ces divisions en cinq parties égales, de manière à obtenir des cinquièmes de degrés. L'aréomètre en usage à Merville et qui est construit par un opticien nommé Lesecq demeurant à la Gorgue (Nord), est un aréomètre Baumé dont les divisions en cinquièmes sont prises pour unité, c'est-à-dire que 1° (Baumé) correspond à 5° (Lesecq); 2° (Baumé) à 10° (Lesecq); 3 à 15; 4 à 20 etc. C'est ce dont on peut se rendre compte en examinant la figure en marge.



Ceci admis, voici comment se font les transactions : On vend l'engrais liquide sur la base d'une capacité de 20 hectolitres ou 2 mètres cubes (ce que l'on appelle dans le pays un waggueux). On pèse le liquide avec l'aréomètre (Lesecq) et le prix coûtant du waggueux varie de 1 fr. à 1 fr. 25 par degré suivant l'abondance ou la rareté de la matière.

Par exemple le prix, par degré, étant de 1 fr. et le liquide ayant 10° (Lesecq), le waggueux coûte 10 fr. ce qui met le mètre cube à 5 fr. ou l'hectolitre à 0 fr. 50.

Si le degré est 15, le waggueux coûte 15 fr., le mètre cube 7 fr. 50 et l'hectolitre 0 fr. 75 cent.

Au dessous de 10° l'engrais flamand n'est plus de vente facile à Merville. Les cultivateurs estiment qu'il ne vaut plus la peine d'être employé parce que les frais de manipulation s'appliquent à une matière de trop faible valeur.

En opérant ainsi les cultivateurs

de cette localité ont la satisfaction de connaître à peu près la valeur de l'engrais qu'ils emploient et ils se mettent à l'abri des mécomptes qu'éprouvent souvent ceux qui opèrent au hasard.

Sans doute il ne suffit pas de déterminer le poids spécifique d'un engrais liquide pour en apprécier avec rigueur la valeur fertilisante, puisque j'ai démontré précédemment que cette valeur dépend beaucoup des aliments ingérés, mais à défaut de moyen plus précis, l'exemple des Mervillois doit être suivi par les cultivateurs intelligents et soigneux de leurs intérêts.

V.

[1] D'après les relevés officiels faits en 1843 par l'administration municipale de Lille, la quantité d'engrais humain fournie annuellement à l'agriculture par cette ville s'élevait, à cette époque, à 558,000 tonneaux. Ceux-ci ayant généralement une capacité de 130 litres, on exportait donc, tous les ans, de la ville de Lille, une quantité approximative de 725,000 hectolitres de vidanges [2]. En admettant que celles-ci pèsent en moyenne 2° Baumé, auquel cas on peut établir que 15 hectolitres équivalent à 100 kilog. tourteaux, il en résulte que cette exportation représentait la quantité importante de 4,836,000 kil. tourteaux ayant une valeur de fr. 725,000.

La gadoue est payée généralement à Lille à fr. 0. 30 le tonneau de 130 litres. Les habitants de cette ville vendent donc leurs excréments à l'agriculture moyennant un tribut annuel de fr. 167,400 qui profite aux pauvres gens et surtout aux domestiques.

1.— Les développements qui vont suivre s'appliquent à l'ancienne circonscription de la ville de Lille, avant l'agrandissement.

2.— Cette quantité paraîtrait exagérée si l'on ne savait pas que les domestiques versent beaucoup d'eau dans les fosses d'aisances des maisons.

Ainsi l'enlèvement des vidanges à Lille, au lieu d'être onéreux comme dans les autres villes, est au contraire une source de bénéfices qui a bien son importance. Le savant agronome Loiset, de si regrettable mémoire, a dit, dans un rapport au conseil de salubrité de Lille, que l'hospice-général de cette ville a perçu annuellement et sur adjudication publique jusqu'à fr. 3,000 pour le produit de ses vidanges.

La population de Lille était en 1856 de 78,640 habitants, celle de Paris, la même année, était de 1,174,000. En admettant que les vidanges, par suite de circonstances pareilles, fussent amenées au même degré de dilution dans ces deux villes, on pourrait faire un calcul, un peu de fantaisie il est vrai, mais qui n'est pas sans intérêt.

De ce calcul et de cette hypothèse, il résulte qu'il sortait annuellement de la capitale vers cette époque, 10,835,000 hectolitres d'engrais humain représentant plus de 72,000,000 kilog de tourteaux ayant une valeur de 10,900,000 fr. [1]

Et si les cultivateurs des environs de Paris, convaincus de la puissance fertilisante de ces matières, arrivaient à en payer la valeur au même prix qu'on la paie à Lille, c'est-à-dire 30 centimes le tonneau de 130 litres, la capitale recevrait annuellement environ 2,500,000 fr. en retour de ses excréments, tandis qu'aujourd'hui le service de la vidange grève la population parisienne d'un impôt de 4 à 5,000,000 fr par an. [2]

Que l'on calcule maintenant ce que coûte à la France entière, à l'Europe, au monde lui-même, l'insouciance que l'on professe généralement pour des matières prédestinées par la nature à servir de nourriture aux végétaux. Que de landes fertilisées; que de terres améliorées; que de champs incultes seraient trans-

1.— D'après M. Moll (*Assainissement des villes par la fertilisation des campagnes*), la production à Lyon serait de 200,000 mètres cubes d'engrais flamand par an.
Population de Lyon en 1856 : — 293,000 habitants.

2. — M. Aristide Dumont.

formés en vertes campagnes ; si l'homme, obéissant à la loi naturelle, recueillait avec intelligence ces détritus organiques qui importent au soutien, au développement de l'espèce animale. Le progrès agricole résout le problème social qui agite les sociétés modernes ; en vain l'homme avide de bien-être, en vain le citoyen honnête qui rêve la félicité publique, chercheront-ils la solution de ce grand problème dans des théories contradictoires, dans des révolutions économiques qui déplacent souvent les convoitises sans les satisfaire? C'est dans l'agriculture seule qu'il faut chercher la source de tous les biens, c'est elle surtout dont la prospérité importe à la prospérité des empires. Mais n'oublions pas qu'en vain le soc de la charrue remuerait un sol stérile ; en vain le laboureur arroserait de ses sueurs ses champs ingrats et déshérités ; si nous ne les fertilisions pas avec les débris du règne animal qui sont appelés à parcourir de nouveau les cycles de la vie organique. Bannissons donc des aversions puériles, dominons des faiblesses qu'une éducation frivole développe en nous, surmontons des répugnances irréfléchies, recueillons avec sollicitude les matières animales pour les confier au sol et le sol enrichi nous donnera d'abondantes moissons.

VI.

Dans mes précédentes communications, j'ai insisté sur les dangers qu'il y aurait pour celui qui cultive des terres fortes et argileuses à utiliser, à profusion, l'engrais flamand, surtout si on prétendait se passer de fumier afin de ne pas entretenir de bétail et si on n'appliquait pas de temps en temps à ses terres les amendements indispensables : tels que chaux, marnes, cendres etc. Un pareil système de culture serait fatalement voué à un insuccès dont l'engrais liquide ne pourrait être responsable.

Un cultivateur ne doit pas perdre de vue qu'avant toutes choses il importe de maintenir ses terres dans un état de porosité convenable. Il sait aussi que la proportion d'un engrais, quel qu'il soit, ne doit pas dépasser certaines limites, si on ne veut pas s'exposer à des mécomptes.

Dans l'arrondissement de Lille, surtout dans un rayon de cinq kilomètres de cette ville, on abuse souvent de l'engrais flamand ; mais la plupart des cultivateurs y savent cependant qu'il est plus avantageux d'en user modérément, parce que des plantes nourries avec exagération perdent de leurs qualités propres, acquièrent des proportions excessives, absorbent des éléments contraires à leur nature, et leurs produits deviennent souvent d'une vente difficile.

Puisqu'on trouve dans l'arrondissement de Lille des limites qu'il ne faut pas dépasser, il m'a paru intéressant de faire connaître comment et en quelle proportion un cultivateur de cette localité, qui fait un usage constant de l'engrais humain, utilise cette précieuse matière fertilisante.

Je citerai pour exemple une petite exploitation de 10 hectares qui entretient six vaches et un cheval et dont la culture peut-être considérée comme très-intensive.

Le fermier va chercher à la ville, annuellement, 1200 tonneaux (de 130 litres) d'engrais humain, soit en totalité 1560 hectolitres.

En outre, son bétail lui donne par année 250 hectolitres de purin. C'est donc un total de 1810 hectolitres d'engrais liquide dont il peut disposer pour fumer ses 10 hectares de terres.

J'ai représenté dans le tableau suivant la manière dont ses terres étaient disposées en 1864 et la quantité de gadoue qui leur a été appliquée.

Culture de 10 *hectares.*

NATURE DES RÉCOLTES	QUANTITÉS de terres affectées à chaque récolte en hectares.	QUANTITÉS d'hectolitres d'engrais flamand pour cette pièce de terre.	PROPORTION d'engrais flamand par hectare (en hectolit.)	ENGRAIS SUPPLÉMENTAIRE par hectare.	RECOLTE PRÉCÉDENTE.
Tabac.	0,89	130	145	8,800 kilog. tourteaux, 50,000 kilog. fumier.	Blé
Betteraves,	0,89	130	145	Néant.	Tabac.
Blé.	3,29	Néant	Néant	Néant.	Betteraves.
Colza.	0,35	130	370	40 à 45,000 k° fumier.	Blé
Betteraves.	0,44	390	890	Néant.	Colza.
Pomm. de t.	0,35	160	460	50,000 kilog fumier.	Blé.
Lin.	1,00	160	160	Néant.	Blé.
Avoine.	0,62	Néant	Néant	Id.	Blé.
Trèfle.	0,71	id.	id.	Id.	Avoine.
Hivernage	0,27	id.	id.	Id.	Avoine.
Paturage.	1,06	470	450	Id.	
Jardin et semis de tabac.	0,18	240	»	Id.	
	10,05	1810			

Les proportions d'engrais flamand employées ne sont pas absolument les mêmes chez tous les cultivateurs des environs de Lille. Elles varient, comme on peut le supposer, suivant la qualité de l'engrais que le cultivateur apprécie tant bien que mal, la proximité de la ville, la nature du sol, etc.

Afin de compléter les renseignements fournis par ce tableau, je vais entrer dans quelques détails sur chaque espèce de culture qui y est indiquée.

Blé. — Le blé ne reçoit généralement pas d'engrais lorsqu'il succède à une récolte sarclée qui a été fumée abondamment.

En ce cas, l'addition d'une nouvelle fumure serait plus nuisible qu'utile. Je sais bien que souvent, aux portes de Lille, on en verse au printemps une petite quantité sur les céréales, mais c'est une pratique dont on a rarement à se louer. Il arrive presque toujours, en opérant ainsi, que les tiges s'allongent, produisent beaucoup de feuilles et que la récolte est compromise par la verse. La maturité des épis éprouve aussi un retard dangereux; on voit fréquemment ces blés encore verts, noirâtres, alors que la moisson est terminée en d'autres localités.

Cependant lorsqu'au printemps on s'aperçoit qu'un champ de blé présente des parties languissantes, il peut être quelquefois avantageux de les stimuler avec une faible proportion d'engrais flamand.

Colza. — La terre destinée à porter cette crucifère reçoit presque toujours du fumier avec l'engrais flamand. Le tout est enfoui par un labour avant la plantation du colza, qui a lieu en septembre. Quelquefois on ne verse l'engrais flamand qu'au printemps, sur les jeunes plantes au moment où elles vont se développer. Cette manière d'opérer est vicieuse, parce qu'elle entraîne l'obligation de traverser le champ avec des véhicules et de détruire ainsi beaucoup de plantes. Je crois aussi qu'en agissant de cette manière on n'obtient pas des graines aussi estimées qu'en fumant avant l'hiver.

Tabac. — Cette culture absorbe une quantité incroyable d'engrais dans l'arrondissement de Lille; aussi permet-elle de récolter ensuite sur le même sol pendant plusieurs années sans aucune fumure [1]. La terre parfaitement nettoyée et purgée de

1. — Cette coutume traditionnelle d'appliquer l'engrais en une seule fois et d'en attendre l'effet pendant plusieurs années, prouve bien que le cultivateur a su apprécier depuis longtemps l'importance des arrière-fumures (*achter veete*). Quoiqu'il ne connaisse pas les expériences qui démontrent cette loi, il n'ignore pas que dans les sols un peu consistants l'engrais n'éprouve pas de déperdition bien sensible, par l'action des agents météoriques, surtout lorsque l'assimilation par le sol date de quelque temps.

toutes mauvaises herbes est convenablement disposée pour produire d'abondantes récoltes. (Note 3).

Dans le tableau précédent on remarque qu'on n'a employé que 145 hectolitres d'engrais flamand par hectare pour fumer le tabac, et qu'on a ajouté en outre 8,800 kilog. tourteaux et du fumier.

Quelques cultivateurs qui ont beaucoup de gadoue à leur disposition en utilisent davantage pour le tabac. Il en est qui le fument avec ce liquide sans faire usage de tourteaux. Ils en appliquent en ce cas plus de 1,000 hectolitres qu'ils versent sur le champ, en plusieurs fois.

Cette proportion paraît exagérée et peut nuire à la qualité de la récolte. En général une fumure trop abondante d'engrais liquide, surtout si on ne l'a pas appliquée totalement en hiver, imprime à la végétation du tabac une vigueur qui se soutient pendant longtemps. Les feuilles mûrissent tardivement et la dessiccation en est difficile, particulièrement si le temps est humide au moment où se fait cette opération. De plus, l'administration, qui suit attentivement les opérations de la culture ne manque pas de trouver à ce tabac des défauts qui le déprécient beaucoup à ses yeux. Néanmoins, il y a des planteurs près de Lille qui persistent à n'employer que des tonneaux comme fumure de leurs tabacs, simultanément avec du fumier; leur récolte est moins bien payée que celle des cultivateurs qui ne graissent qu'avec des tourteaux, mais en fin de compte ils ont plus de profits parce que leurs dépenses ont été moindres. (Note 4).

Entre ces deux extrêmes, il y a un terme moyen qui pourrait, il me semble, satisfaire à bien des exigences, ce serait de fumer un hectare destiné au tabac avec les doses suivantes, en outre du fumier :

600 hectolitres d'engrais flamand (40 tonneaux au cent de terre environ); — 5,000 kilog. tourteaux.

Cette forte fumure serait l'équivalent de 9 à 10,000 kil. tourteaux, quantité utilisée par les planteurs qui n'ont pas d'engrais flamand à leur disposition. J'ai lieu de penser qu'elle donnerait de bons tabacs, à condition que l'engrais liquide fût appliqué au sol pendant l'hiver. Elle permettrait déjà de mettre à profit d'énormes proportions d'engrais humain et d'en utiliser beaucoup à proximité des grandes villes où la culture du tabac devrait être permise, en vue de cette utilisation. L'administration y trouverait des inconvénients, mais il ne faut pas oublier que les administrations ne sont pas faites pour entraver le progrès.

Betteraves. — Dans le tableau précédent on voit que l'on utilise quelquefois de l'engrais flamand pour des betteraves qui succèdent à du tabac. C'est un moyen infaillible pour en avoir de mauvaises. Déjà après le tabac qui reçoit une quantité de fumure excessive, il reste dans le sol assez d'arrière-fumure pour obtenir une forte récolte de betteraves. Ajouter encore de l'engrais c'est s'exposer à en produire de fort grosses, bouteuses, pauvres en sucre, surtout si l'espèce n'en est pas bien choisie.

La quantité de 890 hectolitres gadoue employée pour la betterave qui succède au colza est très-élevée et donne une récolte abondante, de mauvaise qualité; et cependant aux portes de Lille, cette quantité est souvent dépassée. Aussi les fabricants de sucre agissent-ils sagement en n'achetant de pareilles betteraves qu'après examen de leur qualité et proportionnellement à leur richesse saccharine.

D'après mes expériences personnelles, pour obtenir de bonnes betteraves, il ne faut pas dépasser la quantité de 330 hectolitres d'engrais flamand par hectare, surtout si l'on emploie en outre du fumier. Je répète encore qu'il convient d'appliquer l'engrais en hiver ou au commencement du printemps. On peut toutefois en réserver une petite quantité pour la jeter sur la terre après la semaille, ce qui facilite beaucoup la levée de la graine et active le développement des feuilles primordiales.

En répétant ce que tout le monde sait, qu'il y a des inconvénients à fumer les betteraves avec une forte dose d'engrais liquide, je ne fais pas le procès à cette matière fertilisante. Une proportion exagérée de tout autre engrais pourrait nuire également à la qualité de ces racines. Il y a des limites qu'il ne faut pas depasser dans l'emploi des agents fertilisants. Ces limites varient suivant la constitution du sol, la nature des produits qu'on prétend obtenir, et l'emploi auquel ils sont destinés.

La récolte qui répond à de si copieuses avances en engrais est, comme on le pense bien, fort satisfaisante ; d'autant plus que le sol des environs de Lille a, depuis un temps immémorial, une fertilité que les coutumes rurales entretiennent avec beaucoup de succès.

Pommes de terre. — Autrefois on avait l'habitude de verser l'engrais flamand en abondance entre les lignes de pommes de terre après leur plantation et avant de les *baucher*.

Depuis la maladie de ces tubercules on a reconnu qu'il valait mieux arroser la terre avec cet engrais longtemps avant de planter.

Lin. — Pour cette plante il faut appliquer l'engrais liquide en hiver, plutôt avant le mois de janvier qu'après, surtout si l'on doit la semer dans un sol consistant.

VII.

De ce qui précède on peut conclure qu'une révolution serait accomplie en agriculture, si on utilisait partout les excréments de l'homme pour la fertilisation des terres. Mais pour que cette heureuse application puisse s'étendre , il faut recueillir ces matières avec soin et les distribuer sur le sol d'une manière convenable.

Pour recueillir les vidanges , il convient nécessairement d'avoir dans chaque demeure de bonnes citernes bien étanches, afin d'éviter les infiltrations et pour que le cultivateur ou des entrepreneurs spéciaux puissent en prendre livraison en temps opportun. Les Anglais, qui mettent souvent la dignité humaine où elle 'a que faire, prétendent qu'il est honteux de conserver dans son logis d'aussi vilaines choses et ils font couler leurs excréments à la mer à l'aide d'une distribution de tuyaux placés dans le sol. Ce procédé est expéditif évidemment, mais il n'est pas plus sage.

On a beaucoup parlé dans ces derniers temps du moyen de distribuer l'engrais liquide à l'aide de tuyaux qui permettent de le verser à distance sur les terres qu'on veut fertiliser. Ce système d'épandage a été mis en application près de Paris par un agronome éminent. Il présente certainement de grands avantages puisqu'il économise beaucoup de main-d'œuvre et qu'il permet d'arroser les terres en toutes saisons, même par un temps humide alors qu'il y aurait de graves inconvénients à envoyer ses attelages sur les champs.

Les expériences poursuivies par M. Moll ont confirmé ce que l'on savait depuis longtemps en Flandre : c'est qu'il n'est pas possible d'utiliser l'engrais flamand en proportion exagérée surtout quand on a affaire à des terres collantes. Si l'on en verse même en proportion restreinte sur un sol destiné à produire une céréale, il arrive presque toujours que la récolte se développe avec un luxe de végétation nuisible qui la fait verser, lorsqu'elle a atteint une certaine hauteur.

Il importe en tous cas d'appliquer l'engrais liquide à la culture d'une plante sarclée qui doit précéder la céréale et de ne pas fumer celle-ci. L'arrière-fumure lui suffit amplement. Sur de vieux engrais les graminées se développent avec plus de régularité. Toutes les parties du végétal prennent un accroissement normal et pour ainsi dire simultané. Les tiges ne courent pas le risque de verser et la récolte est abondante.

Il convient d'ajouter aussi que l'on s'exposerait à de graves mécomptes si l'on voulait fertiliser ses terres exclusivement avec de l'engrais liquide et en utiliser une proportion considérable. Il est nécessaire, surtout si les champs qu'on exploite sont de nature plastique et argileuse, de leur appliquer, en temps voulu, des fumiers.

Le système tubulaire peut avoir sa raison d'être quand on dirige une exploitation considérable et dont les subdivisions sont réunies dans une même circonscription. Mais dans la petite culture et dans un pays de morcellement, il ne pourrait pas être appliqué.

La manière dont nos cultivateurs du Nord emploient l'engrais flamand est très-simple et peut-être imitée partout. Ils reviennent de la ville presque tous les matins avec un chariot chargé généralement de dix à douze tonneaux de matières fécales. Ces tonneaux jaugent ordinairement 130 litres. Si le moment est favorable, ils se rendent sur le champ qui doit recevoir l'engrais et le répandent immédiatement; si, au contraire, la saison n'est pas convenable, ils le mettent en dépôt dans des citernes en maçonnerie qui sont construites, pour cet usage, au bord d'une route empierrée et à proximité de leurs champs.

Ces citernes ont une capacité variable suivant l'importance de l'exploitation. Elles ont généralement une ouverture au nord dans le pignon et d'autres sur la longueur de la voûte, pour verser la matière. Ces ouvertures doivent être hermétiquement fermées afin qu'aucune odeur ne s'exhale au dehors. En outre, la voûte est couverte de terre gazonnée dans laquelle on plante souvent des arbustes afin de dissimuler la chose aux passants. Quand le cultivateur veut y puiser l'engrais, il le fait transvaser dans des tonneaux à l'aide d'une pompe, et on le transporte ensuite sur le champ qui doit le recevoir. (Note 6).

Le prix coutant de ces citernes varie nécessairement suivant leur capacité. C'est une dépense première de toute nécessité, mais qui procure de bien grands profits.

La conservation de l'engrais humain n'implique donc aucun danger pour la salubrité publique et le mode employé dans le Nord a bien moins d'inconvenients que celui qui est mis en usage à Paris et dans d'autres grandes villes.

En effet, que l'on compare ce procédé si simple à celui qui consiste à transformer les matières fécales en poudrette tel qu'on le fait aux environs de Paris et l'on sera forcé d'avouer que la pratique du Nord est bien plus rationnelle. Voici comment cette opération est décrite par M. Girardin dans son excellent Traité des fumiers et autres engrais animaux :

« *Poudrette.* — Dans les grands centres de population, no- » tamment à Paris, à Rouen, etc., on traite les matières fécales » par un procédé qui est en opposition avec les plus simples » notions de la science, de l'hygiène et de l'économie.

» On les convertit en poudrette. Voici, en peu de mots, com- » ment on opère :

» On transporte, dans de vastes bassins creusés en terre, » les matières extraites des fosses par les entrepreneurs de vi- » danges ; les bassins peu profonds, mais très-larges, sont » disposés en étages, de manière qu'ils puissent déverser les » produits les uns dans les autres. Les matières étant déposées » dans le bassin supérieur, on fait écouler la partie liquide dans » celui qui est immédiatement en-dessous, aussitôt que les » parties solides se sont déposées ; on opère de même pour le » second bassin, dont les liquides s'épanchent plus tard dans le

» troisième et ainsi de suite. Les dernières eaux vont se perdre
» dans des égouts, dans un cours d'eau, ou dans des puits arté-
» siens absorbants. En opérant ainsi, il ne reste plus dans les
» bassins que des matières pâteuses, que l'on enlève avec
» des dragues, pour les placer sur un terrain battu disposé en
» dos d'âne, où, à mesure qu'elles se sèchent, on les retourne
» à la pelle pour favoriser la dessiccation. Celle-ci ne dure pas
» moins de quatre à six ans, selon les saisons. C'est alors une
» poudre brune qu'on emmagasine sous des hangars.

» La fabrication de la poudrette, qui est fort simple, entraîne
» de grands inconvénients et des pertes énormes en substances
» utiles. Pendant la durée de la dessiccation, toute la masse est
» en proie à une fermentation qui développe les émanations les
» plus infectes jusqu'à plusieurs kilomètres de distance, et qui
» détruit en pure perte pour l'agriculture la majeure partie des
» substances organiques qui auraient pu concourir à la nutrition
» des plantes. Ces substances organiques sont converties en sels
» ammoniacaux que la vapeur d'eau entraîne avec elle. D'un
» autre côté, on se prive de la moitié au moins de la valeur de
» l'engrais en perdant, sous le nom d'*eaux vannes*, tous les
» liquides, c'est-à-dire les urines et les eaux chargées de toutes
» les substances salines solubles. »

D'après la comparaison que je viens d'établir entre les deux systèmes de conservation des engrais liquides, n'est-il pas manifeste que celui qui est usité dans le Nord est bien préférable et qu'il devrait être utilisé partout. Il est à désirer au moins qu'on en fasse l'essai dans le voisinage des grandes villes. Sous l'impulsion de l'administration municipale de Paris, les compagnies qui ont l'entreprise des vidanges de la capitale ne pourraient-elles pas faire construire, le long des canaux ou des routes peu fréquentées, un certain nombre de citernes pour y emmagasiner les matières fécales qu'on y transporterait par bateaux, par chariots et peut-être même par chemin de fer. Ces matières seraient offertes à un prix modique aux cultivateurs; et il n'est pas douteux qu'un grand nombre d'entre eux seraient satisfaits d'avoir à leur disposition des substances fertilisantes, d'une efficacité certaine, et qu'ils en feraient bientôt un usage régulier. Les sociétés d'agriculture qui prennent fréquemment l'initiative des choses utiles ne rendraient-elles pas un service signalé en donnant des récompenses aux cultivateurs qui auraient fait avec cet engrais des expériences démonstratives. En un mot, dans l'intérêt de l'agriculture, qui est celui de la société entière, que l'attention des hommes de bien se porte sur cette question des engrais des villes et un immense progrès sera accompli dans les forces productives de la France.

VIII.

L'Agriculture de la Flandre française a atteint depuis longtemps une perfection inconnue en d'autres contrées. Cet état de choses est dû, non-seulement à l'activité et à l'intelligence des habitants de ce pays, mais encore aux franchises libérales dont ils ont constamment joui. La prospérité de la culture est intimement liée à la liberté d'un peuple et à cette initiative féconde qui émane de l'amour du sol et du sentiment de la propriété. Le rêve du paysan des Flandres : c'est l'indépendance qu'il acquiert par le travail. Elle satisfait sa dignité, elle lui inspire le désir de bien faire.

Ce qui frappe les regards du voyageur qui parcourt nos plaines fécondes, c'est la multiplicité des produits du sol, c'est la variété des cultures. La terre soumise à un système d'assolement perfectionné acquiert une fertilité inconnue ailleurs.

Ce n'est pas d'hier que cette heureuse situation existe. La culture des plantes sarclées est connue en Flandre depuis un temps immémorial. A l'époque des Romains, ce pays était réputé déjà pour la beauté de ses champs de lin. Depuis longtemps le colza, l'œillette, le navet, etc., se succédaient dans une rotation intelligente, lorsqu'on fit du bruit à propos de ce fameux assolement de Norfolk qui fut assimilé à une découverte.

Les progrès de la science moderne ont eu peu de retentissement dans les communes rurales de notre arrondissement de Lille, parce qu'une longue pratique avait enseigné au laboureur les préceptes de l'art. L'observation attentive des faits, qui n'est que la science elle-même, avait déjà révélé à l'homme des champs ces fécondantes manipulations du sol qui l'ameublissent, approfondissent la couche de terre arable et donnent un écoulement facilement à l'eau surabondante.

Le laboureur a dû s'apercevoir bientôt que ces façons énergiques, auxquelles il soumettait ses terres, exigeaient de vigoureuses fumures pour réparer l'épuisement occasionné par de riches récoltes. De là cette habitude de conserver avec soin les matières animales, les fumiers, les excréments humains et de faire en matières fertilisantes des dépenses qui effraient les cultivateurs des autres pays.

Cette précieuse entente du ménage des champs a non-seulement engendré l'aisance dans nos campagnes fertiles, elle a développé aussi le bien-être dans toutes les classes de la société rurale et fourni une vaste carrière à leur activité.

Le nombre d'exploitations agricoles de l'arrondissement de Lille s'élève environ à 25000, en comptant les cultivateurs qui agissent comme propriétaires ou comme occupeurs.

On ne compte guère de fermes de plus de 100 hectares dirigées par une seule personne et on évalue à 54 pour cent le nombre d'occupations inférieures à 5 hectares.

Cet extrême morcellement du sol n'est pas, quoi qu'on dise, nuisible ni à l'intérêt public, ni à l'intérêt particulier. On pourrait citer un grand nombre de petits occupeurs qui n'exploitent que deux ou trois hectares et qui ont su acquérir une position aisée. Ils n'arrivent à de si heureux résultats que par des cultures intensives de plantes industrielles qui produisent un revenu brut très-élevé, et s'ils ne ménagent pas les engrais, ils prodiguent davantage encore les fatigues, les soins et une ardente activité.

C'est surtout au retour d'une excursion dans certaines contrées de l'ouest et du midi de la France, que le voyageur flamand est frappé d'étonnement en revoyant ses fertiles campagnes. Le regard est agréablement surpris de tant de richesses : ce ne sont plus de chétives céréales, étouffées sous les fleurs du coquelicot et du bluet, des lins avortés; de maigres prairies; du bétail décharné; ici les champs présentent l'aspect d'une végétation magnifique, les lins, purs de toutes mauvaises herbes, ondoient comme un tapis de velours sous le souffle de la brise; les betteraves couvrent la terre de leurs feuilles verdoyantes; les œillettes font éclater leurs corolles dans les rayons du soleil; les tabacs rappellent le climat des tropiques; les blés, les avoines étalent majestueusement leurs nombreux épis. Ce n'est pas sans un légitime sentiment d'orgueil qu'on revoit une telle patrie.

Je sais qu'ailleurs il serait difficile d'atteindre cet état de perfection. Je sais que dans les Landes, par exemple, le tuf ou l'alios oppose un obstacle presque infranchissable à la mise en culture des terres. Je n'ignore pas qu'en d'autres lieux, le manque de bras énerve toute entreprise; mais je puis affirmer néanmoins que ces obstacles ne sont pas aussi redoutables que l'ignorance, l'avarice et la paresse.

Je suis persuadé, par exemple, que de grands progrès s'accompliraient partout si l'on mettait plus de soin dans la conservation des engrais animaux et particulièrement de celui qui provient de l'espèce humaine. J'ai démontré antérieurement que celui-ci convient à tous les sols et qu'il suffit d'en faire usage avec discernement pour en obtenir les meilleurs effets.

J'ai eu un exemple, l'an dernier, des bons résultats obtenus avec l'engrais flamand dans une localité située sur les frontières d'Espagne. Je parcourais un pays charmant entrecoupé de collines sur lesquelles végétaient des chênes taillés en têtards. Le sol était couvert d'une végétation luxuriante de fougères attestant qu'il n'était pas dépourvu de toute fertilité. En poursuivant ma route, j'entrai dans un vallon où l'on avait construit une manufacture et quelques habitations. Je ne fus pas médiocrement surpris en apercevant dans le terrain d'alentour un jardin bien entretenu, dans lequel la pomme de terre, les pois et d'autres légumes poussaient avec une vigueur incomparable.

Comment avait-on obtenu d'aussi beaux résultats dans une lande qui ne produisait que des herbes à peu près inutiles? Je l'appris bientôt. Ce jardin était cultivé par des préposés intelligents de la douane; ils avaient arraché la fougère, défriché la lande, et ils entretenaient la fertilité naturelle d'un sol vierge, en le fumant exclusivement avec leurs propres excréments. Ces petits cultivateurs n'avaient aucun bétail et l'on sait que les employés subalternes du fisc ne sont pas assez riches pour acheter des engrais.

L'habitation de ces employés est dépourvue de citernes à engrais humain; cette négligence est générale dans le midi et bien ailleurs. Ils conservent donc cette précieuse matière par un procédé simple et qu'on peut imiter partout. Un grand trou est creusé en terre; le fond en est couvert avec de l'argile et une couche épaisse de fougère. Tous les jours on y apporte l'excédant de la digestion et on le mélange aussitôt avec de la terre et des débris de végétaux. Le trou plein, on le couvre pour se servir de ce riche terreau au moment convenable. On peut répéter évidemment cette opération sur un autre point et remplir ainsi successivement plusieurs fosses.

Des considérations qui précèdent et pour bien des raisons encore, je conclus que la petite culture intensive est aussi favorable que tout autre mode d'exploitation du sol à l'emploi des agents fertilisants, par conséquent à la prospérité de l'Agriculture. Cette opinion souffre des exceptions, sans doute, et rencontre des incrédules. Quiconque veut s'éclairer à cet égard doit visiter notre culture flamande si belle, si supérieure à celle de tous les pays du monde.

Ici tout ouvrier des champs honnête et laborieux parvient facilement à la condition de fermier s'il a de l'énergie dans le caractère et quelque capacité. Qu'il n'épargne ni fatigues ni sueurs; qu'il sache résister aux entraînements du vice; il est bien rare que le succès ne vienne pas couronner ses efforts. Ses terres améliorées lui procurent d'abondantes moissons. Il vit dans la sobriété, dans la privation même, mais il est indépendant, il jouit de l'estime publique et il donne à ses enfants le salutaire exemple du travail, de l'ordre et de l'économie.

NOTES.

Note 1re.

D'après les résultats de cette expérience, on voit que la partie de terre qui n'avait pas reçu d'engrais a donné néanmoins une récolte abondante.

Ce fait démontre que, dans nos terres argilo-silceuses, les matières fertilisantes se conservent fort longtemps. Nos cultivateurs savent cela et ils disent que la terre doit manger l'engrais avant que de le transmettre aux végétaux. En langage scientifique nous disons, ce qui est la même chose, que le sol doit faire subir une élaboration aux matières fertilisantes avant qu'elles puissent servir à la nutrition des plantes.

Aussi, lorsqu'un fermier s'attend à être renvoyé par son propriétaire ou que celui-ci lui impose des conditions onéreuses pour la reprise d'un bail, il s'y prend au moins trois années d'avance pour dégraisser la terre qu'il occupe ; c'est-à-dire que, pendant cet intervalle, il cultive des plantes épuisantes et il n'emploie pas d'engrais. Son successeur doit ensuite fumer cette terre pendant plusieurs années avant de lui rendre la fertilité qu'elle a perdue. Cet état de choses est nuisible à l'intérêt public et il serait à désirer qu'un bon code rural vînt assurer au locataire d'un champ la propriété légitime des avances qu'il a faites pour le fertiliser; c'est-à-dire, qu'à fin de bail il fût indemnisé des engrais qu'il laisse dans la terre qu'il quitte. Cette évaluation n'est pas impossible et elle se fait toutes les fois qu'un propriétaire plus honnête que les autres et plus intelligent veut bien consentir à donner le droit d'*amendices* à son fermier.

Note 2.

On a fait l'analyse de ces betteraves au point de vue du sucre et on a trouvé qu'elles en contenaient les proportions suivantes :

Désignation des engrais.	Quantités par hectare.	Rendement en betteraves par hectare.	Quantités de sucre du poids de la betterave.	Densité du jus.
1863. Sans engrais.......	»	52872 k.	10.09	1048
— Engrais flamand...	330 hect.	58781	9.73	1046
— Tourteaux de colza.	3300 kil.	59509	9.53	1045
— Guano...	1100 kil.	58143	8.80	1045

De la comparaison de ces analyses il résulte que ce sont les betteraves qui n'ont pas eu d'engrais dans l'année qui ont eu le plus de richesse saccharine. Ce fait a été constaté bien des fois. Le guano a donné les betteraves les plus médiocres.

La richesse saccharine des betteraves fumées avec des tourteaux a été sensiblement la même que celle des betteraves fumées avec l'engrais flamand. J'ai déjà eu l'occasion de constater des faits de ce genre. L'engrais flamand n'est nuisible aux betteraves que quand on le leur applique, en été, pendant le cours de la végétation.

En ce cas, elles mûrissent tardivement, acquièrent des proportions exagérées et ont peu de densité.

Note 3.

Dans plusieurs cantons de l'arrondissement de Lille le tabac figure en tête d'un assolement qui dure sept à huit ans et qui est souvent établi comme suit :

1° Tabac, avec 50 000 k. fumier et 10 000 k. tourteaux par hectare ;
2° Colza, betteraves ou pommes de terre (sans engrais) ;
3° Blé (sans engrais) ;
4° Trèfle, id.;
5° Blé (fumé avec 1100 k. tourteaux à l'hectare;
6° Lin, id. id. id.;
7° Blé (sans engrais);
8° Avoine, id.

Souvent, après l'avoine, on obtient encore une récolte d'hivernage (sans engrais). Nous appelons hivernage, un mélange de seigle et de vesces ou de lentilles destiné à la nourriture des chevaux.

Dans l'intérieur de la France, et ailleurs, on ne veut pas croire que nous puissions faire des avances à nos terres comme celles que nous leur faisons pour le tabac. C'est bien exact cependant et nous nous en trouvons bien. Cette culture, qui s'exécute avec un soin extrême, est la meilleure préparation aux récoltes suivantes. Elle purge la terre de ses mauvaises herbes par les sarclages qu'elle nécessite et quand elle est suivie d'une sole de betteraves, on obtient ensuite un blé raide, vigoureux, qui donne des épis en abondance et du grain fort estimé.

L'assolement ci-dessus est spécial aux terres éloignées des lieux de production de l'engrais flamand ou qui sont desservies par de mauvais chemins. Près de la ville, les tourteaux sont remplacés en tout ou en partie par de l'engrais flamand, dans la proportion de 13 à 14 hectolitres de celui-ci pour 100 k. tourteaux.

Note 4.

Autrefois on *apâtelait* le tabac, c'est-à-dire qu'on pratiquait un trou près de chaque plante, dans lequel on versait de l'engrais flamand. Cette coutume, encore usitée dans quelques localités, est abandonnée génér lement dans l'arrondissement de Lille. Elle est vicieuse, parcequ'elle imprime aux feuilles une vigueur qui les fait végéter au-delà de l'époque où doit se faire la récolte; elle nuit aussi à la qualité du tabac. C'est cette manière d'opérer qui a donné naissance aux préventions qu'inspire encore l'emploi des excréments humains pour la culture de cette plante, préventions qui n'auraient pas existé si on avait toujours appliqué l'engrais liquide en hiver ou au moins quelque temps avant de repiquer cette solanée.

Note 5.

On doit bien penser qu'en faisant à la terre d'aussi copieuses avances, les cultivateurs qui utilisent tant d'engrais liquides obtiennent d'abon dantes récoltes et ils seraient sans doute bien payés de leurs peines s'il ne survenait pas chez nous, comme ailleurs, des circonstances qui neutralisent les plus intelligentes combinaisons.

Il n'est pas rare que nos cultivateurs, dans les années favorables retirent d'un hectare de terre les quantités de récoltes suivantes :

Tabac..................	3000 à 3500 kilog.;
Betteraves..............	70 à 80000 kilog.;
Blé.....................	30 à 40 hectolitres;
Avoine..................	80 à 90 id.:
Lin.....................	6000 k. brut et de la graine;
Colza...................	30 à 40 hectolitres;
Œillettes...............	30 à 40 id.;
Pommes de terre........	20 à 30000 kil.;
Hivernage...............	12 à 15000 kil.

Ces exemples doivent donner à réfléchir aux hommes qui exploitent le sol dans d'autres pays et leur apprendre à ne rien dédaigner de ce qui peut contribuer à augmenter la fertilité de la terre. Je sais bien qu'en beaucoup de localités, le manque de bras, la difficulté de se procure des engrais, la nature du fonds, etc., sont des obstacles sérieux au progrès agricole; mais je suis persuadé aussi que l'incurie de l'homme est souvent plus nuisible encore et qu'avec un peu d'effort et d'énergie on verrait disparaîire bien des entraves auxquels l'indolence et l'avarice donnent des proportions exagérées.

Note 6.

Pour répandre l'engrais liquide sur les champs, quelques cultivateurs se servent d'un tonneau arrosoir conduit par un cheval; mais c'est l'exception. Ils préfèrent employer le vieux système d'épandage qui se pratique ainsi:

Cet engrais étant conduit sur le champ à l'aide d'un chariot, on le vide successivement dans un tonneau défoncé ou dans une cuve. L'ouvrier y puise le liquide avec une cuiller en bois fixée à l'extrémité d'une longue perche et il le lance régulièrement autour de lui jusqu'à une distance de six à sept mètres. On transporte ainsi successivement le tonneau défoncé à des points de repère calculés d'avance et autour desquels on continue l'aspersion. Nos ouvriers ruraux sont si habiles dans cette opération qu'ils ne manquent jamais de prendre leurs mesures de telle sorte que la surface du champ soit arrosée avec une parfaite régularité.

Nos cultivateurs préfèrent généralement ce vieux système d'aspersion, quoiqu'il soit moins expéditif, à celui qui consiste à employer des tonneaux arrosoirs, parce qu'il leur permet d'engraisser leur sol d'une manière uniforme. On conçoit qu'il donne la faculté de verser plus d'engrais liquide sur les parties du champ qui en demandent davantage et qui ont paru moins fertiles lors de la récolte précédente.

Note 7.

Dans un rapport remarquable fait au Conseil de salubrité de la ville de Lille en l'année 1843, l'agronome Loiset a combattu victorieusement la déplorable disposition législative qui comprend les caves à engrais dans la première classe des établissements insalubres.

Ses réclamations n'avaient pas tant en vue l'intérêt agricole de l'arrondissement de Lille que celui des autres contrées de la France, car le Conseil de salubrité de cette ville est trop éclairé pour ne pas émettre un avis favorable à toutes les demandes faites par les cultivateurs à l'effet d'obtenir l'autorisation de construire une citerne à engrais flamand.

Il est bien rare même que des oppositions soient faites contre ces établissements, à moins que les solliciteurs ne veuillent les fonder trop à proximité des habitations.

Comme les arguments de Loiset n'ont pas perdu de leur opportunite aujourd'hui, je me fais un plaisir de les reproduire.

C'est, du reste, un hommage rendu à la mémoire d'un homme qui fut pénétré toute sa vie de l'amour du bien public :

« C'est particulièrement l'assimilation des citernes à engrais à la première classe des établissements incommodes ou insalubres, qui est de nature à retarder l'emploi de l'engrais flamand. Non-seulement les longues et dispendieuses formalités que les affaires de cette catégorie ont à subir sont onéreuses et fatigantes pour les cultivateurs, mais elles ont de plus le grave inconvénient de faire surgir de nombreuses oppositions partout où ces sortes d'établissements ne sont pas anciennement connus et n'y ont pas acquis pour ainsi dire un droit de cité. Il en résulte que pour la création d'une simple annexe d'exploitation, on a à triompher des mêmes difficultés que s'il s'agissait de la translation du clos si célèbre qui sert de réceptacle aux vidanges de Paris.

» Vainement objecterait-on que les citernes à engrais rentrent nécessairement, d'après la législation en vigueur, dans les dépôts provenant des vidanges. Nous avons démontré que les principales conditions de leur existence ne présentent aucune similitude avec ces derniers ; que, dans un cas, les substances tout-à-fait liquides sont retenues en repos et en petites quantités dans des espaces clos et frais, d'où elles ne laissent exhaler que peu d'odeur et à une faible distance ; tandis que, dans l'autre cas, réunies à l'état demi-solide, en plein air et par masses considérables, subissant d'ailleurs diverses manipulations, elles répandent au loin des émanations fétides et insupportables. »

Note 8.

L'engrais flamand est fort recherché par nos cultivateurs du Nord, parce qu'il est moins coûteux, en général, que les tourteaux, pour ceux qui ne sont pas trop éloignés de la ville.

En effet, un tonneau de 130 à 140 litres coûte de 30 à 40 centimes pris au logis des habitants. Arrivé sur le champ qu'il doit fertiliser, il acquiert une valeur dépendante des frais de transport, de citernage, d'épandage, etc. Pour beaucoup de cultivateurs, dont l'exploitation n'est pas trop éloignée, le prix du tonneau ne dépasse pas un franc, tout travail effectué.

Or on peut admettre que dix tonneaux de 130 à 140 litres équivalent à 100 kilog. tourteaux de colza, s'ils n'ont pas été trop allongés d'eau ; s'ils pèsent environ deux degrés Beaumé.

Dix tonneaux coûtent donc 10 r., et le prix ordinaire de 100 kilog. tourteaux est de 15 fr. Il y a conséquemment un grand avantage à utiliser les premiers de préférence aux derniers. Aussi l'empressement est-il grand pour se procurer de l'engrais liquide.

Il est vrai que l'on estime généralement qu'il reste plus d'arrière-fumure après la récolte dans un sol fumé avec des tourteaux que dans celui qui a été fertilisé avec des *tonneaux*. Nonobstant cette circonstance, qui peut être vraie pour certaines terres, le praticien donne toujours la préférence à l'engrais flamand.

LA MER DES SARGASSES,

ANALYSE DU VAREC NAGEUR OU RAISIN DU TROPIQUE,

PAR M. B. CORENWINDER,

Membre résidant.

SÉANCE DU 16 JUIN 1865.

Lorsqu'un navire parti du continent européen se dirige vers les Antilles ou vers l'Amérique centrale, il rencontre sous certaines latitudes des lits d'herbes flottantes, des plaines immenses de varecs qui couvrent la surface de la mer.

J'ai été témoin de ce charmant spectacle dans ma jeunesse et je me le rappelle encore avec émotion. Au marin qui vient de parcourir une grande étendue de l'Océan et dont la vue a été attristée par l'aspect uniforme du ciel et des vagues, il apporte un souvenir des prairies de graminées qu'il a foulées dans son enfance; il ramène sa pensée attendrie vers les êtres qu'il aime et qu'il a quittés.

Ces varecs nageurs sont connus des marins sous le nom de « raisin du tropique » à cause des vésicules nombreuses, ovoïdes qui se forment le long de leur tige et qui donnent à la plante l'aspect d'une grappe de raisin. Leurs formes varient peu. La simplicité de composition est un des caractères des prairies pélagiennes.

On désigne ces plantes marines, ces varecs nageurs sous les noms de « *Fucus ou Sargassum natans*, *Sargassum bacciferum.* » Ils végètent généralement dans certains parages de l'Océan que l'on appelle la mer des Sargasses du mot espagnol « *Sargazo* » qui signifie *Varec.*

Quelques auteurs prétendent que ces îles immenses de varec nageur se détachent du fond. Si ce fait était vrai, il y aurait à expliquer pourquoi on les retrouve toujours sous les mêmes latitudes. M. de Humboldt dont l'autorité est si grande en ces matières admet qu'elles existent aujourd'hui dans les mêmes parages ù Christophe Colomb les a vues il y a près de quatre cents ans. tous cas, il n'est pas douteux que ces plantes continuent de croître et de se développer à la surface de la mer (Note 1re).

La configuration de ces algues atteste du reste qu'elles sont destinées à vivre et à se multiplier sur l'Océan. Celle dont je vais présenter l'analyse est presque entièrement formée de baies ovoïdes, creuses, dont le grand axe atteint jusqu'à 7 à 8 millimètres. Ces baies nombreuses sont supportées par un pédicelle et disposées à peu près comme le fruit du raisin. Leur surface est sillonnée de nervures qui s'épanouissent de distance en distance sous forme de petites plumules élégantes. Les feuilles qui naissent pour la plupart au dessous du point d'attache des baies sont crénelées, plus longues à l'extrêmité des rameaux et portent aussi sur leurs nervures des appendices plumeux disposés sans régularité.

Ces îles herbacées se réunissent à la surface de la mer en masses serrées qui s'entrelacent et se développent avec une fécondité prodigieuse. Tous les marins savent que par un temps *calme*, ou une faible brise, lorsqu'un navire est engagé dans ces prairies flottantes (*praderias de yerva*), sa marche peut en être retardée. On raconte que Christophe Colomb éprouva un vif étonnement, de l'inquiétude même, en apercevant un matin, à son lever, la mer rendue immobile et comme glacée par ces plaines de verdure qui s'étendaient jusqu'à l'horizon. Son vaisseau mit trois mortelles semaines à les traverser. Ces amas de varec nageur paraissent se réunir dans le circuit formé par le grand courant du Gulf-Stream. Ils s'y développent avec facilité parce que la mer jouit en ce lieu d'une tranquillité relative. Le grand Océan, ainsi que l'Atlantique, possède sa mer de Sargasses, sa prairie de varecs, qui occupe toute la partie centrale occupée par le fleuve noir [1].

« M. de Humboldt s'est assuré par des recherches attentives et par la comparaison d'un grand nombre de journaux de bord anglais et français que l'expression ancienne de *mer des Sargasses* comprend deux bancs d'algues dont l'un, plus allongé que l'autre et situé à l'est, se trouve à 7° à l'ouest du méridien de l'île de Corvo, l'une des Açores, entre les 19e et 34e parallèles. Le second, plus arrondi et plus occidental, est situé entre les îles Bermudes et les îles de Bahama (lat. 25 à 31°); (long. 68 à 76°). Les bâtiments qui, partant de Saint-Domingue, font voile vers les Bermudes, traversent l'axe principal du petit banc, qui paraît suivre la direction N. 60° O. Les deux groupements d'algues sont réunis entr'eux par une bande transversale qui s'étend de l'est à l'ouest entre 25 et 30°. Ces deux masses de varecs réunies avec la bande transversale sous l'ancien nom de Mar de Sargasso, présente une surface 6 à 7 fois égale à celle de l'Allemagne [2]. »

Il est donc plausible que ces algues isolées au milieu de l'Océan naissent, croissent et se développent exclusivement à l'aide des substances nutritives qu'elles puisent dans la mer. Peut-être aussi empruntent-elles du carbone à l'atmosphère ?

On sait que les végétaux terrestres absorbent l'acide carbonique et en assimilant le carbone. Il n'est pas doutenx que les plantes pélagiennes jouissent de la même propriété; néanmoins je

1. Arthur Mangin. *Les Mystères de l'Océan.*

1. *Tableau de la Nature*, t. Ier, note 7.

ne connais pas d'expériences directes qui prouvent la réalité de ce fait.

Me trouvant, l'été dernier, sur les côtes de Normandie, j'ai profité de mes loisirs pour faire quelques recherches à ce point de vue sur diverses espèces de Fucus. En les mettant dans des cloches pleines d'eau de mer et les exposant au soleil, j'ai constaté qu'elles exhalent de l'oxigène. Ce phénomène a lieu aussi bien avec des fucus détachés qu'avec ceux qui adhèrent encore aux corps solides sur lesquels ils se fixent. J'ai remarqué toutefois que les algues échouées sur la plage et qui probablement ont cessé de vivre n'expirent plus d'oxigène dans cette circonstance.

Du reste, en 1844, M. Morren, alors professeur à la faculté de Rennes a publié un mémoire fort intéressant sur les gaz contenus dans l'eau de la mer et il a observé que de l'air recueilli à la surface des flaques d'eau que le flot laisse sur le rivage pendant le reflux contient plus d'oxigène que l'air ordinaire, lorsque ces flaques sont éclairées par une vive lumière et qu'elles donnent asile à une riche végétation de varec (Note 2).

D'après ces observations, il n'est pas douteux que les bancs immenses de varec nageur doivent être dans la haute mer la source d'une abondante production d'oxigène. Ces plantes marines trouvent dans l'eau qui les baigne et probablement aussi dans l'air atmosphérique tout l'acide carbonique nécessaire à leur développement.

Quant aux éléments minéraux que le fucus nageur contient en abondance, il les puise nécessairement dans l'Océan; aussi m'a t-il paru intéressant de faire une analyse des cendres de cette plante afin de connaître la nature de ces éléments.

Il y a quelques années, je me suis livré à de nombreuses recherches sur la migration du phosphore dans la nature. Dans le cours de mes études sur ce sujet, il m'est venu à la pensée d'analyser le résidu fixe de l'évaporation d'un volume assez consirable d'eau de mer à l'effet de savoir si le phosphore s'y trouve en proportion sensible. Mes recherches plusieurs fois répétées, soit sur l'eau de mer elle-même, soit sur des croûtes de générateurs de bateaux à vapeur naviguant dans la Manche, ont été infructueuses. Je n'ai pas osé affirmer en conséquence que la mer renferme du phosphore en quantité appréciable.

Cependant j'ai appris depuis que des chimistes allemands ont publié des analyses d'eau de mer dans lesquelles ils indiquent de faibles proportions de phosphates. Ont-ils été plus heureux que moi ou plus confiants? Habitué depuis de longues années à doser les phosphates, j'ai appris par expérience qu'il est très facile de se tromper dans la recherche de ces sels, surtout si le corps qu'on soumet à l'analyse n'en contient pas une quantité suffisante pour l'éprouver par les réactifs convenables.

C'est alors que j'ai eu l'idée de faire des recherches sur les plantes marines. En opérant sur des fucus recueillis au pied des falaises de Normandie ou sur les jetées de Dunkerque, j'ai constamment trouvé dans leurs cendres des proportions de phosphates assez considérables [1].

On sait que les varecs sont dépourvus de racines proprement dites; ils s'attachent à la surface des corps solides, mais n'y pénètrent pas. Ces plantes ne peuvent donc recueillir que dans la mer elle-même le phosphore qui est utile à leur organisation.

Néanmoins je ne me suis pas contenté de cette démonstration. J'ai eu l'idée d'opérer de semblables recherches sur ces fucus qui vivent au milieu de l'Océan à une distance considérable des côtes et j'ai fait des démarches pour m'en procurer.

Un capitaine au long cours ayant eu l'obligeance d'en recueillir à mon intention sous les tropiques pendant son retour d'un voyage dans les Antilles, j'ai pu me donner la satisfaction que je désirais et j'ai profité de l'occasion, non seulement pour rechercher

1 M. Godechens, qui a publié des analyses de cendres de quatre espèces de fucus recueillis sur les bords de la Clyde, y a dosé des proportions d'acide phosphorique variant d'environ 1 à 4 pour cent. (Note 3.)

le phosphore que cette algue peut contenir, mais aussi pour en faire une analyse détaillée.

J'ai dosé d'abord la quantité de matières minérales existant dans le *fucus baccifère* après l'avoir soumis à une dessiccation complète.

Voici les chiffres que j'ai déterminés :

Substances organiques azotées et non azotées .	79.627
Matières minérales	20.373
	100.000

La proportion d'azote trouvée dans ce fucus parfaitement sec s'élevait pour cent à 0,800

L'incinération de cette plante a pu avoir lieu directement et d'une manière complète en la brûlant lentement au rouge sombre à l'aide d'une lampe à gaz.

Voici maintenant l'analyse des cendres de cette plante marine :

Chlorure de sodium.	41.750
Potasse	2.685
Soude.	9.557
Magnésie	12.397
Chaux.	12.774
Acide sulfurique	12.513
Acide carbonique.	4.827
Acide phosphorique.	1.026 (1)
Silice, fer, etc	2.471
	100.000 (2)

1. Ce chiffre est la moyenne de deux analyses dont les résultats étaient à peu près les mêmes.

2. Je n'ai pu découvrir d'iode dans ces cendres, quoique j'aie employé les réactifs les plus sensibles. En faisant cristalliser les sels solubles, j'en aurais trouvé probablement dans les eaux-mères, mais je n'avais pas assez de matière pour faire ces opérations.

L'analyse précédente prouve donc qu'il y a du phosphore dans la mer, même dans les parages fort éloignés des côtes. Cette démonstration indirecte me paraît plus concluante que celle qu'on obtiendrait en analysant directement l'eau de mer dans laquelle on ne pourrait tout au plus en trouver que des traces douteuses. Un phénomène naturel de quelque importance ne doit être affirmé que sur des preuvres irréfragables.

Il n'est pas douteux, *a priori*, qu'il y a du phosphore dans la mer; les poissons, les mollusques, les zoophytes mêmes, en contenant des proportions souvent considérables, doivent en abandonner avec leurs excréments ou par la décomposition qu'ils subissent après leur mort.

Le travail précédent ne prouve donc qu'une chose : c'est que si la proportion de phosphore contenue dans la mer est assez faible pour échapper aux investigations du chimiste, les plantes marines en trouvent suffisamment pour satisfaire aux besoins de leur organisation.

On remarquera que la proportion de matières minérales que j'ai trouvée dans ce varec est beaucoup plus élevée que celle que contiennent en général les plantes terrestres. Il devait en être ainsi, car les végétaux marins étant destinés à subir les chocs violents de la vague, il importe que leur tissu soit fort résistant. S'il en était autrement, ils seraient bientôt émiettés et dispersés au gré de la tempête.

M. Godechens qui a fait, ainsi que je le disais précédemment, l'analyse des cendres de quatre espèces de fucus, y a trouvé les mêmes éléments que ceux que j'ai constatés dans le varec nageur, mais en proportion différente. On remarque du reste qu'il existe aussi de notables variations dans les quantités relatives des substances que ce chimiste a dosées dans ces divers fucus. C'est que les plantes marines, ainsi que les végétaux terrestres, sont soumises à de perpétuels changements provenant de la migration des corpuscules organisés qui se logent dans leur tissu.

Les algues, les fucus ont été assimilés à des polypiers; leurs cellules rigides et la mobilité de leur constitution chimique semblent donner une preuve de cette théorie qui est soutenue par des savants judicieux. (Note 4.)

NOTES.

NOTE 1re

Mes recherches m'ont amené à ce résultat que Colomb a traversé deux fois les grands bancs de Fucus : en 1492, par 28°-30, en 1493, par 37° de latitude ; les deux fois entre 40 et 43° de longitude, résultat qui ressort avec une grande évidence de l'estimation de la vitesse faite par Colomb, et de la distance que son vaisseau franchissait chaque jour.

Il est d'autant plus important de déterminer la position du vaisseau qui portait Colomb, dans les vingt-deux jours de son passage à travers les grands bancs de fucus, qu'on peut en conclure que depuis, c'est-à-dire en 350 ans, ces amas de plantes marines n'ont pas changé de place. La constance des phénomènes naturels mérite doublement de fixer l'attention du physicien, lorsque nous la retrouvons dans les plaines toujours agitées de l'océan.

A. DE HUMBOLDT. (*Tableaux de la Nature ; des steppes et des déserts*, note 7)

NOTE 2.

Sur l'eau des flaques, où la végétation est belle, le développement et par suite le dégagement de l'oxigène dans l'air atmosphérique sont assez considérables pour que l'on puisse, au moyen de l'eudiomètre de Volta, en choisissant un air très-calme et des circonstances lumineuses propices, trouver dans l'air qui avoisine la surface de l'eau une quantité d'oxigène plus grande que celle qui est habituellement dans l'atmosphère ; car elle s'élève, en volume, de 23 à 24 pour cent.

M. MORREN (*Annales de Physique et de Chimie*, t. XII, 1844.)

NOTE 3.

Analyse des cendres de varecs récoltés à l'embouchure de la Clyde, sur la côte occidentale d'Ecosse, par M. GODECHENS.

	FUCUS digitatus.	FUCUS vésiculosus.	FUCUS nodosus.	FUCUS serratus.
Potasse	20.7	13.0	9.1	4.0
Soude	7.7	9.5	14 3	18.7
Chaux	10.9	8.4	11.6	14.4
Magnésie	6.9	6.1	9.9	10.3
Peroxyde de fer	0.6	0.3	0.3	0.3
Chlorure de sodium	26 2	21.4	18.3	16.6
Iodure de sodium	3.3	0.3	0.5	1.2
Acide sulfurique	12.2	24.1	24.2	18.6
Acide phosphorique	2.4	1.2	1.4	3.9
Silice	1.4	1.2	1.1	0.4
Acide carbonique	8.1	1.2	3.7	8.0
Charbon	0.5	13.9	6.6	3.2
	100.9	100.6	100.0	99.6

NOTE 4.

Les algues, dont plusieurs espèces sont remarquables par la beauté de leurs formes et la vivacité de leurs couleurs, sont aussi intéressantes par leur mode de reproduction. Les corpuscules qui représentent la graine auxquels on a donné le nom de zoospores à cause de leur mobilité singulière, se forment dans certaines cellules d'où ils paraissent sortir, suivant les remarquables observations du célèbre botaniste Unger « par un acte de leur propre volonté ». Ils se dirigent toujours vers la lumière, et leurs mouvements spontanés, qui durent quelquefois plusieurs heures, ne cessent qu'au moment où, fixés sur un corps étranger, ils commencent à germer pour reproduire une algue semblable à celle qui leur a donné naissance. On retrouve le même phénomène dans de petites algues qui croissent quelquefois sur la neige et la colorent en rose. Ces algues, au moment de leur propagation, se transforment aussi en animalcules, qui redeviennent ensuite des algues du même genre.

L'étude attentive de ces transformations, rapprochées d'études analogues sur le mode de développement des végétaux qui croissent sous nos yeux, pourrait conduire à d'importantes découvertes. Il y a quelques années, M. Payen, en faisant hommage à l'Académie des Sciences d'un volume contenant l'ensemble de ses recherches sur la vie végétale, faisait entrevoir que les tissus végétaux pourraient n'être que l'enveloppe protectrice des corps animés travaillant à la formation des parties de la plante. Plus récemment M. Paul Laurent, dans son beau travail sur les infusoires, a émis des vues analogues.

L'ensemble de ces persévérantes observations conduirait à regarder les végétaux comme de véritables polypiers construits par des infusoires qui se grouperaient selon des formes déterminées pour passer de l'existence individuelle à l'existence sociale.

Élie MARGOLLÉ *(Les Phénomènes de la mer,* chap. 1er*)*.

M. de Mirbel, en étudiant le Dracœna, préoccupé à bon droit de cette couche utriculaire située entre l'écorce et la région intermédiaire du stipe, qu'il a nommée tissu générateur, parvint à scruter celui-ci d'une manière plus profonde; à l'aide d'un puissant microscope, il vit se produire et s'accumuler des granules d'une extrême petitesse. « A cette espèce de chaos succède bientôt l'ordre et la symétrie : les granules se meuvent, se rencontrent comme s'ils étaient animés, et si j'ose le dire, bâtissent des utricules. » N'est-ce pas là une confirmation nouvelle des vues que j'avais émises de 1834 à 1842, contrôlées alors par M. de Mirbel lui-même, puis dans notre œuvre commune, et qui montrent la cellule et par conséquent la cellulose qui la forme, secrétée par les corpuscules qui s'enveloppent et se protégent ainsi.

M. PAYEN *(Eloge historique de M. de Mirbel)*.

Les madrépores sont très-communs sur les rivages de la zone torride. On en trouve fort peu sur ceux des zones tempérées et point du tout dans les zones glaciales. Au contraire, les plantes marines souples, telles que les algues et les fucus, sont d'une grandeur considérable, et très-communes dans les zones glaciales : moins nombreuses dans les zones tempérées, on en trouve fort peu dans la zone torride. Cependant ces deux productions si dissemblables, paraissent avoir entre elles des analogies, car elles ne portent ni fleurs ni fruits, et quand on les brûle, elles ont toutes deux une odeur désagréable de poisson. *Je serais disposé à les ranger dans la classe des polypiers; pourquoi, même, n'y comprendrait-on pas aussi les plantes terrestres, puisqu'on trouve des animalcules en abondance dans leur sève.*

Bernardin de Saint Pierre (*Harmonies de la Nature*, livre III.)

THÉORIE

DES SURFACES POLAIRES D'UN PLAN,

PAR M. PAINVIN,

Membre correspondant.

SÉANCE DU 7 AVRIL 1865.

INTRODUCTION.

Les propriétés géométriques des figures présentent par elles-mêmes un intérêt assez grand pour légitimer toutes les recherches dont elles sont l'objet ; mais l'étude analytique de ces questions a encore une très-grande importance, et cela à un double point de vue : en premier lieu, elles contribuent pour une large part au perfectionnement des méthodes analytiques ; en second lieu, la discussion et l'interprétation précise des résultats d'une élimination peut trouver un auxiliaire puissant dans les études géométriques ; car, lorsqu'il sera possible de ramener la discussion à une question d'intersection de courbes et de surfaces, les propriétés des courbes ou surfaces qui interviennent permettront de déterminer le nombre des solutions qui conviennent au problème, et cette transformation sera surtout utile pour préciser les solutions égales, la nature des solutions infinies.

Or, dans l'étude des courbes et des surfaces, la théorie des polaires d'un point joue un rôle extrêmement important. On connait la définition des polaires de divers ordres d'un point ;

cette définition convient parfaitement lorsqu'on regarde la courbe ou la surface comme engendrée par le mouvement d'un point, et le calcul fournit très-facilement les polaires de divers ordres d'un point, lorsqu'on a *l'équation en coordonnées-point* de la courbe ou de la surface, c'est-à-dire lorsqu'on connait la relation qui existe entre les coordonnées d'un point quelconque de la courbe ou de la surface.

Mais une surface peut aussi être regardée comme l'enveloppe de ses plans tangents (une courbe sera l'enveloppe de ses tangentes), et on la représente alors par une relation entre les coordonnées d'un quelconque de ses plans tangents, c'est ce qu'on nomme *l'équation tangentielle* de la surface. Cette conception appartient à l'essence même de la géométrie; et, par l'introduction des équations tangentielles, l'analyse acquiert la puissance de s'appliquer avec une égale facilité à l'étude des propriétés relatives aux points et à celle des propriétés relatives aux plans.

Or, lorsqu'une surface est regardée comme l'enveloppe de ses plans tangents, la définition des polaires d'un point ne présente plus de propriétés simples et immédiatement applicables à ce cas. J'ai alors introduit la notion des polaires d'un plan; on en verra plus loin la définition.

Ce mémoire a donc pour objet l'étude des polaires d'un plan, d'après la définition que j'en ai donnée; la recherche de leurs propriétés; et les applications de cette théorie à l'étude des surfaces regardées comme enveloppes d'un plan ou représentées par leur équation tangentielle.

Nous constatons d'abord ce fait important, c'est que *les équations tangentielles* des surfaces polaires d'un plan, relatives à une surface donnée par son équation tangentielle, ont identiquement la même forme que les *équations en coordonnées-point* des surfaces polaires d'un point, relatives à une surface donnée par son équation en coordonnées-point. De sorte qu'un seul calcul fait ressortir immédiatement une double propriété, suivant qu'on interprète les équations dans le système des *coordonnées-point* ou dans le système des *coordonnées-tangentielles*.

Le mémoire que j'ai l'honneur de soumettre à la Société comprend les parties suivantes :

PRÉLIMINAIRES. *Notions sur les équations tangentielles.*

1re PARTIE. *Définition, équations, propriétés principales des surfaces polaires de divers ordres d'un plan.*

2e PARTIE. *Étude des plans tangents multiples.*

3e PARTIE. *Propriétés des surfaces qui se présentent dans la recherche de l'arête de rebroussement et de l'arête nodale dans une surface de* $n^{\text{ème}}$ *classe.*

4e PARTIE. *Etude de la section plane d'une surface dont l'équation tangentielle est la plus générale de son espèce.*

Sur quelques propriétés relatives au cas où la surface, non réglée, possède des droites simples.

La définition que je donne des polaires d'un plan a été présentée, pour la première fois, au Comité des sociétés savantes, en 1861 ; j'en ai alors indiqué les principales propriétés.

PRÉLIMINAIRES.

NOTIONS SUR LES ÉQUATIONS TANGENTIELLES.

1. *Coordonnées tétraédriques d'un point.*— Dans ce système, un point est déterminé par ses distances à quatre plans fixes (formant un tétraèdre), ces distances étant multipliées respectivement par des nombres constants.

Soient les équations des quatre plans fixes, dits *plans de référence*.

$$
(1)\quad\left\{\begin{array}{ll}
(A) & a\xi + a'\eta + a''\zeta + a''' = 0\,, \\
(B) & b\xi + b'\eta + b''\zeta + b''' = 0\,, \\
(C) & c\xi + c'\eta + c''\zeta + c''' = 0\,, \\
(D) & d\xi + d'\eta + d''\zeta + d''' = 0\,,
\end{array}\right.
$$

ξ, η, ζ étant les *coordonnées cartésiennes* d'un point. Admettant que les axes des ξ, η, ζ, soient rectangulaires, les distances d'un point M (ξ, η, ζ) de l'espace à ces quatre plans seront respectivement

$$
\left\{\begin{array}{l}
\alpha = \dfrac{a\xi + a'\eta + a''\zeta + a'''}{\sqrt{a^2 + a'^2 + a''^2}}\,, \\[2ex]
\beta = \dfrac{b\xi + b'\eta + b''\zeta + b'''}{\sqrt{b^2 + b'^2 + b''^2}}\,, \\[2ex]
\gamma = \dfrac{c\xi + c'\eta + c''\zeta + c''''}{\sqrt{c^2 + c'^2 + c''^2}}\,, \\[2ex]
\delta + \dfrac{d^2 + d'\eta + d''\zeta + d'''}{\sqrt{d^2 + d'^2 + d''^2}}\,.
\end{array}\right.
$$

Nous poserons

$$
(2)\quad\left\{\begin{array}{l}
x = \alpha\sqrt{a^2 + a'^2 + a''^2}\,, \\[1ex]
y = \beta\sqrt{b^2 + b'^2 + b''^2}\,, \\[1ex]
z = \gamma\sqrt{c'^2 + c'^2 + c''^2}\,, \\[1ex]
t = \delta\sqrt{d^2 + d'^2 + d''^2}\,,
\end{array}\right.
$$

ou

$$(2\ bis).\quad \begin{cases} x = a\xi + a'\eta + a''\zeta + a''', \\ y = b\xi + b'\eta + b''\zeta + b''', \\ z = c\xi + c'\eta + c''\zeta + c''', \\ t = d\xi + d'\eta + d''\zeta + d'''; \end{cases}$$

les quantités x, y, z, t, seront les *coordonnées tétraédriques* du point M ; le tétraèdre fixe BBCD est dit tétraèdre de référence ; et les *paramètres de référence* sont ici

$$\sqrt{a^2+a'^2+a''^2},\quad \sqrt{b^2+b'^2+b''^2},\quad \sqrt{c'+c'^2+c''^2},\quad \sqrt{d'+d'^2+d''^2}.$$

Si l'on désigne par V le volume du tétraèdre de référence, par m, n, p, q, les quotients des aires de ses faces par les paramètres de référence correspondants, on aura entre les quatre coordonnées x, y, z, t, la relation

$$(3)\qquad mx + ny + pz + qt = 3\,\mathrm{V}.$$

Les formules (2 *bis*) et (3) permettent de passer des *coordonnées cartésiennes* aux *coordonnées tétraédriques*, et inversement.

Les signes des coordonnées x, y, z, t devront être réglés par la convention suivante : « Les produits x, y, z, t devront être précédés des signes + ou —, suivant que le point se trouvera ou non du même côté que le sommet opposé à la face par rapport à laquelle on évalue la distance. »

2. Etant donnés deux points $\mathrm{M}_1(x_1, y_1, z_1, t_1)$ et $\mathrm{M}_2(x_2, y_2, z_2, t_2)$, un point M (x, y, z, t) situé sur la droite $\mathrm{M}_1\mathrm{M}_2$ et tel oue

$$\frac{\mathrm{M}_1\mathrm{M}}{\mathrm{M}\mathrm{M}_2} = \frac{\lambda}{\mu}$$

aura pour coordonnées

$$\left\{\begin{array}{ll} x = \dfrac{\lambda x_2 + \mu x_1}{\lambda + \mu}, & y = \dfrac{\lambda y_2 + \mu y_1}{\lambda + \mu}, \\ z = \dfrac{\lambda z_2 + \mu z_1}{\lambda + \mu}, & t = \dfrac{\lambda t_2 + \mu t_1}{\lambda + \mu}. \end{array}\right.$$

Réciproquement, si les coordonnées x, y, z, t, d'un point vérifient les relations

$$\frac{x}{\lambda x_2 + \mu x_1} = \frac{y}{\lambda y_2 + \mu y_1} = \frac{z}{\lambda z_2 + \mu z_1} = \frac{t}{\lambda t_2 + \mu t_1},$$

ce point sera sur la droite M_1M_2 et la partagera dans le rapport $\dfrac{\lambda}{\mu}$.

3. Un plan, dans le système de coordonnées que je viens de définir, a une équation de la forme

$$(4) \qquad Mx + Ny + Pz + Qt = 0;$$

le plan à l'infini a pour équation

$$mx + ny + pz + qt = 0,$$

c'est-à-dire le premier membre de la relation que doivent vérifier les coordonnées tétraédiques d'un point.

La distance d'un point x, y, z, t, au plan (4) est

$$(5) \quad \frac{Mx + Ny + Pz + Qt}{\sqrt{(aM+bN+cP+dQ)^2 + (a'M+b'N+c'P+d'Q)^2 + (a''M+b''N+c''P+d''Q)^2}};$$

on arrive immédiatement à cette expression en partant de la formule connue en coordonnées cartésiennes.

D'après cette formule et la relation (3), on aura entre les distances α_1, β_1, γ_1, δ_1, des sommets du tétraèdre de référence ABCD au plan

$$(6) \qquad Mx + Ny + Pz + Qt = 0$$

les relatious suivantes

$$(7) \qquad \frac{m\alpha_{\text{I}}}{M} = \frac{n\beta_{\text{I}}}{N} = \frac{p\gamma_{\text{I}}}{P} = \frac{q\delta_{\text{I}}}{Q}.$$

Ces notions étant rappelées, je vais maintenant définir les coordonnées tétraèdriques d'un plan.

4. *Coordonnées tétraèdriques d'un plan.* — Dans ce système de coordonnées, on définit un plan par ses distances à quatre points fixes (formant un tétraèdre), ces distances étant respectivement multipliées par quatre nombres fixes ; ces produits seront appelés les coordonnées tétraèdriqnes du plan.

Choisissant le tétraèdre précédent pour tétraèdre de référence, je poserai

$$(8) \qquad X = m\alpha_{\text{I}}, \quad Y = n\beta_{\text{I}}, \quad Z = p\gamma_{\text{I}}, \quad T = q\delta_{\text{I}},$$

les produits X, Y, Z, T, seront les *coordonnées tétraèdriques du plan* considéré ; les nombres m, n, p, q, sont les paramètres de référence.

Les relations (6), (7) et (8) nous montrent qu'un plan, dont les coordonnées sont X, Y, Z, T, a pour équation en *coordonnées-point*

$$(9) \qquad Xx + Yy + Zz + Tt = 0.$$

Si V est le volume du tétraèdre de référence, on a, entre le coordonnées X, Y, Z, T d'un plan, la relation

$$(10) \quad (aX+bY+cZ+dT)^2 + (a'X+b'Y+c'Z+d'T)^2 + (a''X+b''Y+c''Z+d''T)^2 = 9V^2;$$

on arrive à cette relation en comparant les distances du sommet A, par exemple, au plan (9), ces distances étant évaluées à l'aide de la formule (5) et de la première des formules (8).

La discussion de l'équation (9) conduit à la convention suivante pour les signes des coordonnées X, Y, Z, T :

« On devra prendre avec le même signe les longueurs des perpendiculaires qui, issues des points de référence vers le plan considéré, sont dirigées dans un certain sens ; et, avec le signe contraire, celles qui sont dirigées dans l'autre sens. »

5. Si x, y, z, t sont les coordonnées d'un *point quelconque* d'une surface, la relation

$$F\ (x, y, z, t) = 0$$

sera dite l'*équation en coordonnées-point* de la surface.

Si X,Y,Z,T sont les coordonnées d'un *plan tangent quelconque* à une surface, la relation

$$F\,(X, Y, Z, T) = 0$$

sera dite l'*équation tangentielle* de la surface.

Dans le système des *équations en coordonnées-point*,

Un *point* est défini par ses coordonnées ;
Un *plan* est défini par une équation ;
Une *surface* est définie par une relation entre les coordonnées d'un quelconque de ses points.

Dans le systéme des *équations tangentielles*,

Un *plan* est défini par ses coordonnées ;
Un *point* est défini par une équation ;
Une *surface* est définie par une relation entre les coordonnées d'un quelconque de ses plans tangents.

6. *Etant donnés deux plans* $P_1\ (X_1, Y_1, Z_1, T_1)$ *et* $P_2\ (X_2, Y_2, Z_2, T_2)$, *un troisième plan* $P\ (X, Y, Z, T)$ *passant par l'intersection D des deux premiers et tel que*

$$\frac{\sin P D P}{\sin P_2 D P} = \frac{\lambda}{\mu},$$

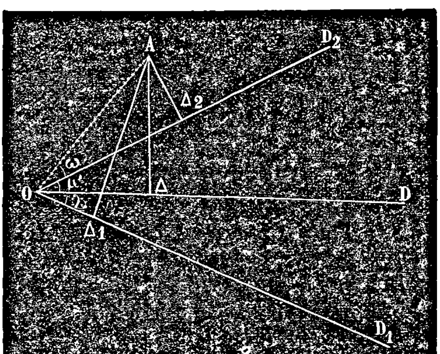
aura pour coordonnées

$$(11)\quad \begin{cases} X = \dfrac{\lambda X_2 + \mu X_1}{\rho}, & Y = \dfrac{\lambda Y_2 + \mu Y_1}{\rho}, \\[2ex] Z = \dfrac{\lambda Z_2 + \mu Z_1}{\rho}, & T = \dfrac{\lambda T_2 + \mu T_1}{\rho}, \end{cases}$$

ormules dans lesquelles on a posé

$$\begin{cases} \rho = \sqrt{\lambda^2 + \mu^2 + 2\lambda\mu\cos\theta}, \\ \theta = P_1DP_2 . \end{cases}$$

Ce théorème, qui est fondamental dans la théorie que je vais développer, peut s'établir de la manière suivante :



Par un des sommets de référence, A par exemple, menons un plan perpendiculaire à l'intersection des plans considérés; soient O, OD_1, OD, OD_2, les intersections de la droite D et des plans P_1, P, P_2, par ce plan perpendiculaire; soient en outre, λ', μ', ω, les angles DOD_1, DOD_2, AOD_2, puis Δ, Δ_1, Δ_2, les distances du point A aux droites OD, OD_1, OD_2. On a les relations

$$\Delta_2 = OA \sin\omega ;$$

$$\Delta = OA \sin(\omega+\mu') = \Delta_2 \cos\mu' + OA\cos\omega\sin\mu' ;$$

$$\Delta_1 = OA\sin(\omega+\lambda'+\mu') = \Delta_2\cos'(\lambda+\mu') + OA\cos\omega\sin(\lambda'+\mu').$$

Eliminons $\cos\omega$ entre les deux dernières relations, il vient

$$\Delta = \frac{\Delta_2 \sin\lambda' + \Delta_1 \sin\mu'}{\sin(\lambda'+\mu')},$$

ou

$$X = \frac{X_2 \sin\lambda' + X_1 \sin\mu'}{\sin(\lambda'+\mu')}.$$

Si maintenant on a égard aux relations

$$\lambda'+\mu' = P_1DP_2 = \theta, \quad \frac{\sin\lambda'}{\sin\mu'} = \frac{\lambda}{\mu},$$

on arrive, par des transformations faciles, aux formules définitives (**11**.)

Réciproquement, ***si les coordonnées X, Y, Z, T d'un plan P vérifient les relations***

$$(12) \qquad \frac{X}{\lambda X_2+\mu X_1} = \frac{Y}{\lambda Y_2+\mu Y_1} = \frac{Z}{\lambda Z_2+\mu Z_1} = \frac{T}{\lambda T_2+\mu T_1}$$

ce plan passera par l'intersection D des plans P_1 et P_2, et l'on aura

$$\frac{\sin PDP_1}{\sin P_2DP} = \frac{\lambda}{\mu}.$$

En effet, les équations en coordonnées-point des deux plans P_1 et P_2 sont (9)

$$(P_1) \qquad X_1x+Y_1y+Z_1z+T_1t=0,$$
$$(P_2) \qquad X_2x+Y_2y+Z_2z+T_2t=0;$$

et, en désignant par K la valeur commune des rapports (12), on aura pour l'équation du plan (P)

$$(P) \qquad \lambda(X_2x+Y_2y+Z_2z+T_2t)+\mu(X_1x+Y_1y+Z_1z+T_1t)=0;$$

c'est évidemment l'équation d'un plan passant par l'intersection des deux premiers.

Or, d'après la formule (5) et la relation (10), les distances d'un point quelconque x, y, z, t aux plans P_1 et P_2 sont respectivement

$$\frac{X_1 x + Y_1 y + Z_1 z + T_1 t}{9V^2}, \qquad \frac{X_2 x + Y_2 y + Z_2 z + T_2 t}{9V^2};$$

donc, si ce point appartient au plan (P), le rapport en valeur absolue de ces distances sera $\frac{\lambda}{\mu}$, d'après l'équation précédente.

Remarque. Nous adopterons toujours la convention

$$\text{angle } PDP_1 = - \text{angle } P_1DP,$$

les angles étant regardés comme positifs ou négatifs suivant qu'ils sont parcourus dans un sens ou dans un autre; l'ordre des lettres indiquera le sens de la rotation.

Dans les formules (11) le rapport $\frac{\lambda}{\mu}$ sera positif ou négatif suivant que la droite sera ou ne sera pas dans l'angle D_1OD_2.

7. *L'équation linéaire et homogène en X, Y, Z, T,*

$$(13) \qquad AX + BY + CZ + DT = 0$$

représente un point.

Soit, en effet, une solution (X, Y, Z, T) de l'équation (13), le plan (X, Y, Z, T) aura pour équation en coordonnées-point

$$Xx + Yy + Zz + Tt = 0.$$

En éliminant T entre cette équation et la précédente, il vient

$$X(At - Dx) + Y(Bt - Dy) + Z(Ct - Dz) = 0;$$

cette dernière équation représente un plan quelconque passant par le point fixe

$$(14) \qquad \frac{x}{A} = \frac{y}{B} = \frac{z}{C} = \frac{t}{D}.$$

Donc l'équation (13), qui représente la surface enveloppe de tous les plans dont les coordonnées vérifient cette équation même, est l'*équation d'un point;* les *coordonnées de ce point* seront données par les relations (14).

Remarque. Si l'on considère les quatre points

$$(A_1) \qquad X_1 = a_1 X + a_2 Y + a_3 Z + a_4 T = 0\,,$$
$$(B_1) \qquad Y_1 = b_1 X + b_2 Y + b_3 Z + b_4 T = 0\,,$$
$$(C_1) \qquad Z_1 = c_1 X + c_2 Y + c_3 Z + c_4 T = 0\,,$$
$$(D_1) \qquad T_1 = d_1 X + d^2 Y + d_3 Z + d_4 T = 0\,,$$

et qu'on prenne le tétraèdre $A_1\,B_1\,C_1\,D_1$ pour *nouveau tétraèdre de référence*, les nouvelles coordonnées d'un plan (X, Y, Z, T), seront proportionnelles à X_1, Y_1, Z_1, T_1.

En effet, le plan (X, Y, Z, T) a pour équation en coordonnées-point

$$Xx + Yy + Zz + Tt = 0\;;$$

d'un autre côté, les coordonnées du point (A_1) ou $X_1 = 0$ sont données par les relations

$$\frac{x}{a_1} = \frac{y}{a_2} = \frac{z}{a_3} = \frac{t}{a_4} = \frac{3\,V}{ma_1 + na_2 + pa_3 + qa_4}\;;$$

la distance du sommet A_1 de réference au plan P sera donc (5) et (10)

$$\frac{Xx+Yy+Zz+Tt}{9\,V^2}, \quad \text{ou} \quad \frac{1}{3\,V\,(ma_1+na_2+pa_3+qa_4)}\,(a_1X+a_2Y+a_3Z+a_4T).$$

De sorte que, si l'on prend pour paramètres de référence les constantes

$3\,V\,(ma_1+na_2+pa_3+qa_4)$, $\;3\,V\,(mb_1+nb_2+pb_3+qb_4)$, ...

les *nouvelles coordonnées* du plan (X,Y, Z, T) seront précisément X_1, Y_1, Z_1, T_1.

8. ***Plan tangent à une surface. Equation du point de contact.***

Soit l'*équation tangentielle* d'une surface

$$(15) \qquad F\,(X, Y, Z, T) = 0\;;$$

pour qu'un plan (X_0, Y_0, Z_0, T_0) soit *tangent*, il suffit évidemment que ses coordonnées vérifient l'équation de la surface, c'est-à-dire que

$$F(X_0, Y_0, Z_0, T_0) = 0.$$

La *classe de la surface* est le nombre des plans tangents qu'on peut mener à la surface par une droite donnée.

Soient les équations de deux points

$$(16) \qquad \begin{aligned} AX + BY + CZ + DT &= 0, \\ A_1X + B_1Y + C_1Z + D_1T &= 0 \end{aligned}$$

déterminant une droite ; le nombre des solutions du système des équations (15) et (16) est égal au degré de l'équation (15) ; donc *la classe d'une surface est égale au degré de son équation tangentielle.*

L'équation du point de contact d'un plan tangent $(X_0, Y_0, Z_0 T_0)$ sera

$$(17) \qquad X\left(\frac{dF}{dX}\right)_0 + Y\left(\frac{dF}{dY}\right)_0 + Z\left(\frac{dF}{dZ}\right)_0 + T\left(\frac{dF}{dT}\right)_0 = 0$$

avec la condition

$$(17\ bis) \qquad F(X_0, Y_0, Z_0, T_0) = 0.$$

En effet, l'équation $F(X, Y, Z, T) = 0$ étant homogène, l'équation (17) admettra les solutions (X_0, Y_0, Z_0, T_0) et $(X_0 + \delta X_0, Y_0 + \delta Y_0, Z_0 + \delta Z_0, T_0 + \delta T_0)$, c'est-à-dire que les intersections du plan tangent P_0 avec tous les plans tangents infiniment voisins passeront toutes par le point (17) ; il est donc le point de contact du plan tangent P_0.

9. *Etant donnée l'équation en coordonnées-point d'une surface, trouver son équation tangentielle.*

Soit l'équation d'un plan donné

$$(1^\circ) \qquad Xx + Yy + Zz + Tt = 0,$$

X, Y, Z, T étant les paramètres de ce plan, cherchons les conditions pour qu'il soit tangent à la surface. Si x_0, y_0, z_0, t_0, sont les coordonnées du point de contact, on devra avoir, en identifiant avec l'équation du plan tangent :

$$(2^\circ) \qquad F(x_0, y_0, z_0, t_0) = 0 ;$$

$$(3^\circ) \quad \frac{\left(\frac{dF}{dx}\right)_0}{X} = \frac{\left(\frac{dF}{dy}\right)_0}{Y} = \frac{\left(\frac{dF}{dz}\right)_0}{Z} = \frac{\left(\frac{dF}{td}\right)_0}{T}.$$

En éliminant x_0, y_0, z_0, t_0, entre les quatre équations homogènes (2°) et (3°), on arrivera à une relation de la forme

$$(4^\circ) \qquad \varphi(X, Y, Z, T) = 0 ;$$

c'est la condition pour que le plan soit tangent. Or nous pouvons (9) regarder X, Y, Z, T comme les coordonnées du plan tangent (1°) ; l'équation (4°) sera donc l'*équation tangentielle* de la surface.

Les équations (2°) et (3°) entraînent comme conséquence

$$Xx_0 + Yy_0 + Zz_0 + Tt_0 = 0 ;$$

nous pouvons, par suite, substituer au système des équations (2°) et (3°) le suivant :

$$(\text{I}) \quad -\frac{T}{X} = \frac{x_0}{t_0} + \frac{Y}{X}\frac{y_0}{t_0} + \frac{Z}{X}\frac{z_0}{t_0},$$

$$(\text{II}) \quad \frac{Y}{X}\left(\frac{dF}{dx}\right)_0 - \left(\frac{dF}{dy}\right)_0 = 0,$$

$$(\text{III}) \quad \frac{Z}{X}\left(\frac{dF}{dx}\right)_0 - \left(\frac{dF}{dz}\right)_0 = 0,$$

$$(\text{IV}) \quad F(x_0, y_0, z_0, t_0) = 0.$$

Supposons qu'on se donne les rapports $\frac{Y}{X}$, $\frac{Z}{X}$, et que m

soit le degré de la surface $F = 0$; les équations (II), (III), (IV) auront $m\ (m-1)^2$ solutions communes $\left(\frac{x_0}{t_0}, \frac{y_0}{t_0}, \frac{z_0}{t_0}\right)$, et l'équation (I) donnera, pour $\frac{T}{X}$, $m\ (m-1)^2$ valeurs correspondantes. Or l'équation (4°) est une conséquence de ces quatre équations ; par suite, à un système de valeurs données pour $\frac{Y}{X}$, $\frac{Z}{X}$, correspondent dans cette équation $m\ (m-1)^2$ valeurs pour $\frac{T}{X}$; donc l'*équation tangentielle* (4°) *est, en général*, du degré $m\ (m-1)^2$.

10. *Étant donnée l'equation tangentielle d'une surface, trouver son équation en coordonnées-point.*

Soit l'équation d'un point donné

$$1^\circ \qquad Xx + Yy + Zz + Tt = 0\ ,$$

x, y, z, t étant les paramètres du point, cherchons les conditions pour que ce point soit sur la surface donnée

$$F\,(X, Y, Z, T) = 0.$$

On devra avoir, en identifiant l'équation (1°) avec l'équation du point de contact d'un plan tangent (X_0, Y_0, Z_0, T_0),

$$2^\circ \qquad F\,(X_0, Y_0, Z_0, T_0) = 0\ ,$$

$$(3) \qquad \frac{\left(\frac{dF}{dX}\right)_0}{x} = \frac{\left(\frac{dF}{dY}\right)_0}{y} = \frac{\left(\frac{dF}{dZ}\right)_0}{z} = \frac{\left(\frac{dF}{dT}\right)_0}{t}\ .$$

L'élimination de X_0, Y_0, Z_0, T_0, entre les équations homogènes (2°) et (3°), nous conduira à une relation de la forme

$$(4^\circ) \qquad \varphi\,(x, y, z, t) = 0\ ;$$

c'est la condition pour que le point soit sur la surface. Mais on peut (14) regarder x, y, z, t, comme les coordonnées du point ; l'équation (4°) sera donc l'équation en coordonnées-point de la surface.

En raisonnant comme dans le cas précédent, on verra que si n est le degré de l'équation tangentielle, le degré de l'équation en coordonnées-point sera, en général, $n\,(n-1)^2$.

11. *Signification des équations homogènes* $\varphi\,(X, Y, Z) = 0$, $\varphi\,(X, Y) = 0$.

Soit (X_0, Y_0, Z_0) une solution différente de zéro de l'équation

$$(1^{\circ}) \qquad \varphi\,(X, Y, Z) = 0 ;$$

l'équation (1), ne renfermant pas T, sera vérifiée, quels que soient λ et μ, par

$$X = \frac{\lambda X_0}{\rho},\ Y = \frac{\lambda Y_0}{\rho},\ Z = \frac{\lambda Z_0}{\rho},\ T = \frac{\lambda T_0 + \mu T_1}{\rho},$$

T_0 et T_1 étant les valeurs fournies par la relation (10) lorsqu'on y remplace successivement X, Y, Z par (X_0, Y_0, Z_0) et (0, 0, 0) ; le plan (X, Y, Z, T) sera donc tangent à la surface (1°). Or, d'après (11), (X, Y, Z, T) sont les coordonnées d'un plan passant par la droite L, intersection du plan (X_0, Y_0, Z_0, T_0) avec le plan (0, 0, 0) ou la face ABC du tétraèdre de référence ; et, puisque λ et μ sont quelconques, il y a une infinité de plans tangents passant par la droite L. De plus, le point de contact de ces plans tangents est invariable, quel que soit λ, comme il est facile de s'en assurer en prenant l'équation du point de contact ; enfin, toutes les droites L, en nombre infini, sont toujours dans le même plan ABC ; par suite l'équation ne peut que représenter une courbe plane. Donc l'*équation homogène* $\varphi\,(X, Y, Z) = 0$ *représente une courbe plane située dans la face* ABC *du tétraèdre de référence.*

Remarquons que X, Y, Z ne sont pas les coordonnées des tangentes à la courbe plane, ce sont des quantités proportionnelles à ces coordonnées.

Il est visible que
l'équation homogène $\varphi(X, Y) = 0$ *représente un système de points situés sur l'arête* AB *du tétraèdre de référence.*

12. *Une surface développable est représentée par deux équations tangentielles.*

En effet, si nous considérons les deux équations tangentielles

$$(1^\circ) \qquad F(X,Y,Z,T) = 0 \qquad F_1(X, Y, Z, T) = 0\,,$$

les solutions communes à ces deux équations donneront des plans tangents communs aux deux surfaces $F = 0$, $F_1 = 0$; et l'ensemble de ces plans formera une *surface développable* circonscrite aux deux surfaces F et F_1.

On voit immédiatement que par une droite donnée

$$(2^\circ) \qquad \begin{aligned} AX + BY + CZ + DT &= 0\,, \\ A_1X + B_1Y + C_1Z + D_1T &= 0\,, \end{aligned}$$

on ne peut pas mener de plans tangents à une surface développable, car il faudrait, pour cela que les quatre équations homogènes (1°) et (2°) eussent des solutions communes, ce qui est, en général, impossible.

Mais, par un point donné,

$$(3) \qquad AX + BY + CY + DT = 0$$

on peut toujours mener des plans tangents à une surface développable ; car les équations (1°) et (3°) admettent nn_1 solutions, si n et n_1 sont les degrés respectifs des équations $F=0$, $F_1=0$.

On est ainsi conduit à dire que
la classe d'une surface développable est le nombre des plans tangents qu'on peut lui mener par un point quelconque

13. Je joindrai à ces notions générales un tableau de la corrélation des surfaces, suivant que l'équation est interprétée dans le système des coordonnées-point ou des coordonnées tangentielles.

L'équation en coordonnées-point d'une } interprétée dans }	le système des équations tangentielles donne :
1° surface quelconque	une surface quelconque ;
2° surface réglée gauche	une surface réglée gauche ;
3° surface développable.	une courbe gauche (1 seule équation) ;
4° cône	une courbe plane (1 seule équation) ;
5° cylindre	une courbe plane à l'infini (1 seule équation) ;
6° courbe gauche (2 équations).	une surface développable (2 équations) ;
7° courbe plane (2 équations).	un cône (2 équations) ;
8° courbe plane à l'infini (2 équations).	un cylindre (2 équations).

Pour se rendre compte de cette correspondance, il suffit de se rappeler les notions suivantes qui résument, pour ainsi dire toute la théorie de corrélation :

Dans le système des coordonnées-point :

1° X, Y, Z, T représentent les coordonnées d'un point de la surface ;

2° $AX + BY + CZ + DT = 0$ est l'équation d'un plan ;

3° $X\left(\frac{dF}{dX}\right)_0 + Y\left(\frac{dF}{dY}\right)_0 + Z\left(\frac{dF}{dZ}\right)_0 + T\left(\frac{dF}{dT}\right)_0 = 0$

est l'équation du plan tangent au point (X_0, Y_0, Z_0, T_0).

Dans le système des coordonnées-tangentielles :

1° X, Y, Z, T, représentent les coordonnées d'un plan tangent de la surface ;

2° $AX + BY + CZ + DT = 0$ est l'équation d'un point ;

3° $X\left(\frac{dF}{dX}\right)_0 + Y\left(\frac{dF}{dY}\right)_0 + Z\left(\frac{dF}{dZ}\right)_0 + T\left(\frac{dF}{dT}\right)_0 = 0$

est l'équation du point de contact du plan (X_0, Y_0, Z_0, T_0).

D'après cela, nous remarquerons qu'exprimer (dans le système des coordonnées-point) qu'il y a une infinité de points sur la surface et sur la même droite, revient à exprimer (dans le système tangentiel) qu'il y a une infinité de plans tangents passant par la même droite, donc cette droite est sur la surface. Or, dans les surfaces réglées (équations en coordonnées-point), le plan tangent aux différents points d'une même génératrice varie avec la position du point, si la surface est gauche ; il est invariable, si la surface est développable. Alors (dans le système tangentiel), le point de contact du plan tangent passant par la même génératrice varie, dans le premier cas, avec la position de ce plan, donc la surface réglée est aussi gauche ; dans le deuxième cas, on a une courbe gauche, puisqu'on a une infinité de plans tangents passant par la même droite, et que le point de contact est invariable, et cela pour toutes les droites situées sur la surface, etc., etc.....

14. En terminant ces préliminaires, je rappellerai la définition du centre harmonique d'un système de points.

« 1° Soient n points M_i (x_i, y_i, z_i, t_i) situés sur une même droite, on appelle *centre harmonique* de ce système par *rapport à un point* O *pris sur la même droite*, un point M tel que

$$\frac{n}{OM} = \frac{1}{OM_1} + \frac{1}{OM_2} + \dots \frac{1}{OM_n}.$$

de sorte que si x_0, y_0, z_0, t_0 sont les coordonnées du point O, celles du point M seront données par les relations

$$\left\{\begin{aligned} \frac{n}{x-x_0} &= \sum \frac{1}{x_i-x_0}, \\ \frac{n}{y-y_0} &= \sum \frac{1}{y_i-y_0}, \\ \frac{n}{z-z_0} &= \sum \frac{1}{z_i-z_0}, \\ \frac{n}{t-t_0} &= \sum \frac{1}{t_i-t_0}, \end{aligned}\right. \quad \text{ou} \quad \left\{\begin{aligned} \sum \frac{x-x_i}{x_0-x_i} &= 0, \\ \sum \frac{y-y_i}{y_0-y_i} &= 0, \\ \sum \frac{z-z_i}{z_0-z_0} &= 0, \\ \sum \frac{t-t_i}{t_0-t_i} &= 0, \end{aligned}\right.$$

x, y, z, t sont les coordonnées tétraédriques d'un point.

» II° Soit un système de n points M_1, M_2, ..., M_n, situés dans un plan, et une droite fixe L située dans leur plan; joignons un point quelconque O de la droite L aux n points M_1, $M_2, M_3, \ldots, M_n$, et coupons le faisceau (OL; OM_1, OM_2, ..., OM_n) par une transversale quelconque, soient l; m_1, m_2, ..., m_n, les points d'intersection. Prenons le centre harmonique m des des points m_1, m_2, ..., m_n par rapport au point l, et joignons-le au point O; la droite OM passera toujours par un certain point fixe C, quelle que soit la transversale considérée et quel que soit le point O pris sur la droite L. Nous appellerons, d'après M. Poncelet, le point C, centre harmonique du système plan m_1, m_2, ..., m_n par rapport à la droite L.

» III° La notion du centre harmonique peut aussi se généraliser ainsi qu'il suit :

» Soient n points M_i (x_i, y_i, z_i, t_i) disposés d'une manière quelconque dans l'espace, et un plan fixe P; joignons un point O quelconque du plan P aux n points M_1, M_2, ..., M_n, et coupons le faisceau (OM_1, OM_2, ..., OM_n) par un plan transversal quelconque. Soient m_1, m_2, ..., m_n les intersections du faisceau avec le plan transversal, et L l'intersection de ce plan transversal avec le plan fixe P; prenons le centre harmonique m du système plan (m_1, m_2, ..., m_n) par rapport à la droite L, et joignons Om. La droite Om passera constamment par un certain point fixe C, quel que soit le plan transversal considéré, et quel que soit le point O choisi sur le plan P. On donne au point C le nom de *centre harmonique*, par rapport au plan P, du système (M_1, M_2, ..., M_n). »

Si l'équation du plan fixe P est

$$Ax + By + Cz + Dt = 0,$$

on constatera, par un calcul qui n'offre pas de grandes difficultés, la propriété énoncée du centre harmonique, et on trouvera pour les coordonnées x, y, z, t de ce point :

$$(18)\quad x=\frac{\sum \frac{x_i}{\Delta_i}}{\sum \frac{1}{\Delta_i}},\quad y=\frac{\sum \frac{y_i}{\Delta_i}}{\sum \frac{1}{\Delta_i}},\quad z=\frac{\sum \frac{z_i}{\Delta_i}}{\sum \frac{1}{\Delta_i}},\quad t=\frac{\sum \frac{t_i}{\Delta_i}}{\sum \frac{1}{\Delta_i}},$$

formules dans lesquelles on a posé :

$$\Delta_i = Ax_i + By_i + Cz_i + Dt_i ,$$

x_i, y_i, z_i, t_i étant les coordonnées du point M_i.

Ces relations nous montrent que le centre harmonique coïncide avec le centre de gravité du système, lorsqu'on attribue aux points M_1, M_2, ..., M_n, les masses respectives

$$\frac{1}{\Delta_1},\quad \frac{1}{\Delta_2},\quad \ldots\ \frac{1}{\Delta_n}.$$

On voit aussi que si le plan P est à l'infini, le centre harmonique coïncide avec le centre des moyennes distances.

15. *Remarque.* Je n'ai cité, dans ces préliminaires, comme système de coordonnées tangentielles, que le système de *coordonnées tétraédriques ;* c'est le plus général, comme système rectiligne, et il sera le plus commode pour les recherches que j'ai en vue d'effectuer.

Je signalerai cependant un système, qui pourrait se déduire du système général et qui a ses avantages dans d'autres circonstances; ce système consiste à définir un plan par les inverses des distances à un point fixe des points où ce plan rencontre trois droites fixes passant par le point fixe ; on appelle alors coordonnées du plan les inverses de ces distances. Je n'insisterai pas davantage sur ce point.

PREMIÈRE PARTIE

DÉFINITION ET PROPRIÉTÉS PRINCIPALES DES SURFACES POLAIRES D'UN PLAN.

16. *L'ordre d'une surface* est le nombre des points en lesquels elle est rencontrée par une droite quelconque; l'ordre est égal au degré de la surface en coordonnées-point.

La classe d'une surface est le nombre des plans tangents qu'on peut lui mener par une droite quelconque; la classe est égale au degré de l'équation tangentielle.

Soit une surface de $n^{\text{ème}}$ *classe et un plan fixe* P ; *par une droite quelconque* D, *située dans ce plan, menons à la surface ses* n *plans tangents* $T_1, T_2, \ldots, T_n$; *j'appellerai polaire* $(n-p)^{\text{ème}}$ *du plan* P *l'enveloppe d'un plan* Q *passant par la droite* D *et tel que* :

$$\text{(I)}\ \sum_p \left(\frac{1}{\operatorname{tang} PDQ} - \frac{1}{\operatorname{tang} PDT_1}\right)\left(\frac{1}{\operatorname{tang} PDQ} - \frac{1}{\operatorname{tang} PDT_2}\right) \ldots \ldots \left(\frac{1}{\operatorname{tang} PDQ} - \frac{1}{\operatorname{tang} PDT_p}\right) = 0,$$

la somme s'étendant à toutes les combinaisons p *à* p *des différences* $\left(\frac{1}{\operatorname{tang} PDQ} - \frac{1}{\operatorname{tang} PDT_i}\right)$ *relatives aux* n *angles dièdres* $PDT_1, PDT_2, \ldots, PDT_n$.

Cette relation peut aussi s'écrire :

$$\text{(II)}\qquad \sum_p \frac{\sin QDT_1}{\sin PDT_1} \cdot \frac{\sin QDT_2}{\sin PDT_2} \cdots\cdots \frac{\sin QDT_p}{\sin PDT_p} = 0.$$

17. Pour déterminer les surfaces polaires d'un plan P, je dési-

gnerai par x_0, y_0, z_0, t_0 les coordonnées du plan fixe P; par x, y, z, t, celles du plan variable Q ; et, enfin, par x_i, y_i, z_i, t_i, celles d'un plan tangent T_i passant par l'intersection D des plans T et Q ; (désormais je désignerai par x, y, z, t les coordonnées d'un plan, et j'abandonnerai la notation X, Y, Z, T dont je me suis servi dans les préliminaires). On aura, d'après les formules (11) (*préliminaires*),

$$(1) \left\{ \begin{array}{l} x_i = \dfrac{\lambda x_0 + \mu x}{\rho}, \; y_i = \dfrac{\lambda y_0 + \mu y}{\rho}, \; z_i = \dfrac{\lambda z_0 + \mu z}{\rho}, \; t_i = \dfrac{\lambda t_0 + \mu t}{\rho} \\ \qquad\qquad \text{et} \quad \dfrac{\sin \mathrm{QDT}_i}{\sin \mathrm{T}_i\mathrm{DP}} = \dfrac{\lambda}{\mu}. \end{array} \right.$$

Soit alors :

$$(2) \qquad U(x, y, z, t) = 0$$

l'équation tangentielle de la surface ; les solutions de cette équation (homogène en x, y, z, t) donneront les coordonnées des plans tangents à la surface. Si, dans l'équation (2), nous remplaçons x_i, y_i, z_i, t_i par les valeurs (1), nous obtiendrons une équation en $\dfrac{\lambda}{\mu}$ dont les racines seront les rapports des sinus des angles des plans tangents T_i avec les plans Q $[x, y, z, t]$ et P $[x_0, y_0, z_0, t_0]$. En égalant à zéro le coefficient de $\left(\dfrac{\lambda}{\mu}\right)^{n-p}$ ou, ce qui revient au même, le coefficient de $\left(\dfrac{\mu}{\lambda}\right)^{p}$, nous exprimerons que la relation (II) est satisfaite ; car ce coefficient sera, d'après la seconde des égalités (1),

$$\sum_p \frac{\sin \mathrm{QDT}_1}{\sin \mathrm{T}_1\mathrm{DP}} \cdot \frac{\sin \mathrm{QDT}_2}{\sin \mathrm{T}_2\mathrm{DP}} \cdots\cdots \frac{\sin \mathrm{QDT}_p}{\sin \mathrm{T}_p\mathrm{DP}}$$

Nous aurons ainsi une relation entre les coordonnées x, y, z, t du plan Q ; cette équation en représentera donc l'enveloppe et sera, d'après notre définition, *l'équation tangentielle de la polaire* (n—p)[ème] *du plan* P.

L'équation (2) étant homogène, la substitution des valeurs (1) donne

$$(3)\qquad U\,(\lambda x_0+\mu x,\ \lambda y_0+\mu y,\ \lambda z_0+\mu z,\ \lambda t_0+\mu t)=0.$$

Or la formule de Taylor peut s'écrire symboliquement

$$f(x+\alpha,\ y+\beta,\ z+\gamma,\ t+\delta)=f\,(x,y,z,t)+\left(\alpha\,\frac{d.}{dx}+\beta\frac{d.}{dy}+\gamma\,\frac{d.}{dz}+\delta\,\frac{d.}{dt}\right)f+\dots$$
$$+\frac{1}{1.2..p}\left(\alpha\,\frac{d.}{dx}+\beta\,\frac{d.}{dy}+\gamma\,\frac{d.}{dz}+\delta\,\frac{d.}{dt}\right)^p f+\dots$$

Appliquons cette formule à l'équation (3) en regardant α, β, γ, δ comme respectivement égaux à $\frac{\mu}{\lambda}x$, $\frac{\mu}{\lambda}y$, $\frac{\mu}{\lambda}z$, $\frac{\mu}{\lambda}t$, et adoptons la notation symbolique

$$(4)\quad\begin{cases}\Delta_p\,U_0=\left(x\,\dfrac{d.}{dx}+y\,\dfrac{d.}{dy}+z\,\dfrac{d.}{dz}+t\,\dfrac{d.}{dt}\right)^p U_0,\\[2ex] \Delta_p\,U=\left(x_0\dfrac{d.}{dx}+y_0\dfrac{d.}{dy}+z_0\dfrac{d.}{dz}+t_0\dfrac{d.}{dt}\right)^p U,\end{cases}$$

$$U=U\,(x,\ y,\ z,\ t),$$
$$U_0=U\,(x_0,y_0,z_0,t_0).$$

L'équation (3) deviendra alors

$$(5)\quad U_0+\frac{\mu}{\lambda}\Delta_1U_0+\frac{1}{1.2}\left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^2\Delta_2U_0+\dots$$
$$\dots+\frac{1}{1.2}\left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^{n-2}\Delta_2U+\left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^{n-1}\Delta_1U+\left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^{n}U=0;$$

car il est facile de se convaincre que

$$(6)\quad\begin{cases}\Delta_p\,U_0=\Delta_{n-p}\,U\\ \text{c'est-à-dire}\\ \left(x\,\dfrac{d.}{dx}+y\,\dfrac{d.}{dy}+z\,\dfrac{d.}{dz}+t\,\dfrac{d.}{dt}\right)^p U_0=\left(x_0\dfrac{d.}{dx}+y_0\dfrac{d.}{dy}+z_0\,\dfrac{d.}{dz}+t_0\dfrac{d.}{dt}\right)^{n-p}U,\end{cases}$$

Il suffit, pour cela, de développer l'équation (3) en y regardant α, β, γ, δ, comme respectivement égaux à $\frac{\lambda}{\mu}x_0$, $\frac{\lambda}{\mu}y_0$, $\frac{\lambda}{\mu}z_0$, $\frac{\lambda}{\mu}t_0$, et de comparer le résultat obtenu avec le développement effectué dans la première hypothèse.

D'après cela, la $(n-p)^{\text{ème}}$ *polaire du plan* (x_0, y_0, z_0, t_0), *a donc pour équation*

$$(7)\quad \begin{cases} \Delta_p\, U_0 = \left(x\dfrac{d.}{dx} + y\dfrac{d.}{dy} + z\dfrac{d.}{dz} + t\dfrac{d.}{dt}\right)^p U_0 = 0, \\ \qquad \text{ou} \\ \Delta_{n-p}\, U = \left(x_0\dfrac{d.}{dx} + y_0\dfrac{d.}{dy} + z_0\dfrac{d.}{dz} + t_0\dfrac{d.}{dt}\right)^{n-p} U = 0; \end{cases}$$

la $p^{\text{ème}}$ *polaire du plan* (x_0, y_0, z_0, t_0) *aura pour équation*

$$(7\ bis)\quad \begin{cases} \Delta_{n-p}\, U_0 = \left(x\dfrac{d.}{dx} + y\dfrac{d.}{dy} + z\dfrac{d.}{dz} + t\dfrac{d.}{dt}\right)^{n-p} U_0 = 0, \\ \qquad \text{ou} \\ \Delta_p\, U = \left(x_0\dfrac{d.}{dx} + y_0\dfrac{d.}{dy} + z_0\dfrac{d.}{dz} + t_0\dfrac{d.}{dt}\right)^p U = 0. \end{cases}$$

On conclut de là que :

La $(n-p)^{\text{ème}}$ ***polaire est une surface de*** $p^{\text{ème}}$ ***classe; et, en particulier, la*** $(n-1)^{\text{ème}}$ ***polaire est un point, je l'appellerai point polaire du plan considéré.***

En supposant $(n-p)$ successivement égal à 1, 2, 3, ... $(n-1)$, ou, ce qui revient au même, $p = (n-1)$, $(n-2)$, ... 2, 1, on obtient les *première*, *seconde*, *troisième*, ... $(n-2)^{\text{ème}}$, $(n-1)^{\text{ème}}$, *polaires*; les classes de ces surfaces sont respectivement $(n-1)$, $(n-2)$, ... 2, 1.

18. On peut, dans la relation (II), remplacer les rapports des sinus par les rapports des distances correspondantes; désignons par d_i et λ_i les distances d'un point du plan tangent T_i aux plans P et Q, cette relation deviendra

$$\sum_p \frac{\lambda_1}{d_1}\,\frac{\lambda_2}{d_2}\cdots\frac{\lambda_p}{d_p} = 0.$$

Or, si l'on suppose que le plan P s'éloigne à l'infini, les plans Q, T_1, T_2, ... T_n qui se coupent suivant une même droite située dans le plan P, deviendront parallèles ; les distances d_i devenant infinies, et les rapports de ces quantités à l'une d'entre elles ayant pour limites l'unité, la relation précédente deviendra

$$\sum_p \lambda_1 \lambda_2 \ldots \lambda_p = 0\,,$$

λ_i étant la distance du plan T_i au plan Q, et cette somme s'étendant à toutes les combinaisons des n distances λ_1, λ_2, ... λ_n.

Imaginons qu'on mène à une surface de n^ème^ *classe tous ses plans tangents parallèles à un même plan de direction quelconque; soit alors un plan* Q *parallèle à ces plans tangents et tel qu'on ait constamment*

$$\sum \lambda_1 \lambda_2 \ldots \lambda_p = 0,$$

quelle que soit la direction considérée, λ_i *étant la distance du plan tangent* T_i *au plan* Q ; *le plan* Q *enveloppera une certaine surface que j'appellerai la* $(n-p)^{\text{ème}}$ *enveloppe diamétrale de la surface primitive.*

On voit, par ce qui a été dit ci-dessus, que les enveloppes diamétrales sont les polaires du plan à l'infini.

Or, si m, n, p, q sont les *paramètres de référence*, l'équation en *coordonnées-point* du plan à l'infini sera

$$mx' + ny' + pz' + qt' = 0$$

x', y', z', t', étant les coordonnées tétraédriques d'un point. Les coordonnées du plan à l'infini seront infinies, mais leurs rapports seront finis, car ces coordonnées devront vérifier les relations.

$$\frac{x_0}{m} = \frac{y_0}{n} = \frac{z_0}{p} = \frac{t_0}{q}.$$

Donc, *l'équation de la* (n—p)$^{\text{ème}}$ *enveloppe diamétrale se déduira de l'équation de la* (n—p)$^{\text{ème}}$ *polaire d'un plan quelconque* (x_0, y_0, z_0, t_0), *en y remplaçant* x_0, y_0, z_0, t_0 *respectivement par les paramètres de référence* m, n, p, q.

19. Avant de passer à l'étude des principales propriétés des polaires, je ferai quelques remarques sur les formes symboliques que j'ai employées.

Je prendrai de suite la notation plus générale

$$(8)\quad \begin{cases} \Delta_p^i U = \left(x_i \dfrac{d.}{dx} + y_i \dfrac{d.}{dy} + z_i \dfrac{d.}{dz} + t_i \dfrac{d.}{dt}\right)^p U, \\ \Delta_{n-p} U_i = \left(x \dfrac{d.}{dx} + y \dfrac{d.}{dy} + z \dfrac{d.}{dz} + t \dfrac{d.}{dt}\right)^{n-p} U_i; \end{cases}$$

ces quantités, égalées à zéro, donnent les équations de la $p^{\text{ème}}$ polaire du plan (x_i, y_i, z_i, t_i).

Nous allons démontrer l'identité

$$(9)\qquad \Delta_q^j (\Delta_p^i U) = \Delta_p^i (\Delta_q^j U)$$

c'est-à-dire

$$(9\ bis)\ \left(x_j \frac{d.}{dx} + y_j \frac{d.}{dy} + \ldots\right)^q \Bigg[\underbrace{\left(x_i \frac{d.}{dx} + \ldots\right)^p U}_{H}\Bigg] =$$

$$= \left(x_i \frac{d}{dx} + y_i \frac{d.}{dy} + \ldots\right)^p \Bigg[\underbrace{\left(x_j \frac{d.}{dx} + \ldots\right)^q U}_{G}\Bigg].$$

En effet, le terme général de la fonction H est

$$\frac{p!}{\alpha!\,\beta!\,\gamma!\,\delta!}\,x_i^{\alpha}\,y_i^{\beta}\,z_i^{\gamma}\,t_i^{\delta}\,\frac{d^{\alpha+\beta+\gamma+\delta}\mathrm{U}}{dx^{\alpha}\,dy^{\beta}\,dz^{\gamma}\,dt^{\delta}};$$

et, par suite, le terme général du premier membre de l'égalité précédente est

$$\frac{p!\quad q!}{\alpha!\,\beta!\,\gamma!\,\delta!\;\alpha_1!\,\beta_1!\,\gamma_1!\,\delta_1!}\,x_j^{\alpha_1}\,y_j^{\beta_1}\,z_j^{\gamma_1}\,t_j^{\delta_1}\;x_i^{\alpha}\,y_i^{\beta}\,z_i^{\gamma}\,t_i^{\delta}\,\frac{d^{\alpha+\beta+\gamma+\delta+\alpha_1+\beta_1+\gamma_1+\delta_1}\mathrm{U}}{dx^{\alpha+\alpha_1}\,dy^{\beta+\beta_1}\,dz^{\gamma+\gamma_1}\,dt^{\delta+\delta_1}}$$

ou

$$\alpha+\beta+\gamma+\delta=p,$$
$$\alpha_1+\beta_1+\gamma_1+\delta_1=q.$$

Nous voyons de même que le terme général de la fonction G est

$$\frac{q!}{\alpha_1!\,\beta_1!\,\gamma_1!\,\delta_1!}\,x_j^{\alpha_1}\,y_j^{\beta_1}\,z_j^{\gamma_1}\,t_j^{\delta_1}\,\frac{d^{\alpha_1+\beta_1+\gamma_1+\delta_1}\mathrm{U}}{dx^{\alpha_1}\,dy^{\beta_1}\,dz^{\gamma_1}\,dt^{\delta_1}}$$

d'où l'on conclura la même expression que ci-dessus pour le terme général du second membre de l'égalité (9 bis).

On a encore l'identité

$$(10)\qquad \Delta_q^i\,(\Delta_p^i\mathrm{U})=\Delta_{p+q}^i\mathrm{U}$$

c'est-à-dire

$$(10\ bis)\qquad \left(x_i\frac{d.}{dx}+\dots\right)^q\underbrace{\left[\left(x_i\frac{d.}{dx}+\dots\right)^p\mathrm{U}\right]}_{\mathrm{H}}=\left(x_i\frac{d.}{dx}+\dots\right)^{p+q}\mathrm{U}.$$

En effet, la formation de l'expression symbolique $\left(x_i\dfrac{d.}{dx}+y_i\dfrac{d.}{dy}+\dots\right)^p\mathrm{U}$

revient à faire le produit des p facteurs égaux

$$\left(x_i \frac{d.}{dx} + y_i \frac{d.}{dy} + z_i \frac{d.}{dz} + t_i \frac{d.}{dt}\right)$$

et à remplacer les puissances

$$\left(\frac{d.}{dx}\right)^\alpha \left(\frac{d.}{dy}\right)^\beta \left(\frac{d.}{dz}\right)^\gamma \left(\frac{d.}{dt}\right)^\delta \text{ par } \frac{d^{\alpha+\beta+\gamma+\delta}\,\mathrm{U}}{dx^\alpha\, dy^\beta\, dz^\gamma\, dt^\delta}$$

Or, il est visible qu'effectuer sur la fonction H, l'opération symbolique.

$$\left(x_i \frac{d.}{dx} + y_i \frac{d.}{dy} + z_i \frac{d.}{dz} + t_i \frac{d.}{dt}\right)^q,$$

revient à la formation de l'expression symbolique

$$\left(x_i \frac{d.}{dx} + y_i \frac{d.}{dy} + z_i \frac{d.}{dz} + t_i \frac{d.}{dt}\right)^{p+q} \mathrm{U}.$$

20. *Si par une droite fixe* D *on mène les plans tangents à une surface donnée par son équation tangentielle, le produit continu des sinus des angles d'un plan quelconque* Q, *passant par la droite* D, *avec les plans tangents, est proportionnel au résultat de la substitution des coordonnées de ce plan dans le premier membre de l'équation de la surface.*

Ce théorème n'est autre que la traduction de l'égalité suivante qui nous est fournie par l'équation (5), savoir :

$$(11) \qquad \frac{\sin \mathrm{QDT}_1 \,.\, \sin \mathrm{QDT}_2 \ldots \sin \mathrm{QDT}_n}{\sin \mathrm{PDT}_1 \,.\, \sin \mathrm{PDT}_2 \ldots \sin \mathrm{PDT}_n} = \frac{\mathrm{U}(x, y, z, t)}{\mathrm{U}(x_0, y_0, z_0, t_0)};$$

x, y, z, t sont les coordonnées du plan Q; x_0, y_0, z_0, t_0, celles du plan P.

Si l'on regarde le plan P comme fixe, cette relation nous la signification géométrique du premier membre de l'équation de la surface, lorsqu'on y regarde x, y, z, t comme les coordonnées d'un plan quelconque Q.

21. *Si l'on considère trois plans* P_1, P_2, P_3, *et que* p_1, p_2, p_3 *soient les arêtes d'intersection respectivement opposées aux faces* P_1, P_2, P_3; *si* T'_1, T''_1, ... T^n_1 *sont les plans tangents menés par l'arête* p_1; T'_2, T''_2, ... T^n_2, *ceux menés par l'arête* p_2; T'_3, T''_3, ... T^n_3; *ceux menés par l'arête* p_3; *on a la relation*

$$(12)\quad \frac{\sin T'_1 p_1 P_2 . \sin T''_1 p_1 P_2 \ldots \sin T^n_1 p_1 P_2}{\sin T'_2 p_2 P_2 . \sin T''_2 p_2 P_3 \ldots \sin T^n_2 p_2 P_3} \times \frac{\sin T'_2 p_2 P_3 \ldots \sin T^n_2 p_2 P_3}{\sin T'_3 p_3 P_1 \ldots \sin T^n_3 p_3 P_1} \times \ldots$$

$$\ldots \times \frac{\sin T'_3 p_3 P_1 \ldots \sin T^n_3 p_3 P_1}{\sin T'_1 p_1 P_2 \ldots \sin T^n_1 p_1 P_2} = +1,$$

Soient x_i, y_i, z_i, t_i les coordonnées d'un plan P_i, et désignons par U_i l'expression $U(x_i, y_i, z_i, t_i)$; on a, d'après le théorème précédent (11), les égalités successives :

$$\frac{\sin T'_1 p_1 P_2 . \sin T''_1 p_1 P_2 \ldots \sin T^n_1 p_1 P_1}{\sin T'_1 p_1 P_3 . \sin T'_1 p_1 P_3 \ldots \sin T^n_1 p_1 P_3} = + \frac{U_2}{U_3},$$

$$\frac{\sin T'_2 p_2 P_3 . \sin T'_2 p_2 P_3 \ldots \sin T^n_2 p_2 P_3}{\sin T'_2 p_2 P_1 . \sin T'_2 p_2 P_1 \ldots \sin T^n_2 p_2 P_1} = - \frac{U_3}{U_1},$$

$$\frac{\sin T'_3 p_3 P_1 . \sin T''_3 p_3 P_1 \ldots \sin T^n_3 p_3 P_1}{\sin T'_2 p_2 P_2 . \sin T''_2 p_2 P_2 \ldots \sin T^n_2 p_2 P_2} = + \frac{U_1}{U_2}.$$

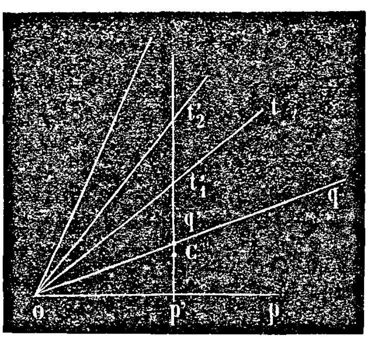
La multiplication de ces égalités membre à membre conduit à la proposition énoncée.

22. *Le point polaire d'un plan est, par rapport à ce plan, le centre harmonique des points de contact des plans tangents issus d'une droite quelconque située dans ce plan. Le point polaire étant invariable, il en résulte que le centre harmonique des points de contact reste invariable quelle que soit la droite choisie dans le plan et par laquelle on mène les plans tangents.*

Soient T'_1, T'_2, ... T'_n les points de contact des plans tangents T_1, T_2, ... T_n à la surface menés par une certaine droite D du plan considéré P; le point polaire est l'enveloppe des plans Q vérifiant la relation

$$(1^\circ) \qquad \sum\left(\frac{1}{\operatorname{tang} PDQ} - \frac{1}{\operatorname{tang} PDT_i}\right) = 0.$$

Or je dis que le plan Q passe par le centre harmonique C, par rapport au plan P, des points T'_1, T'_2, ... T'_n. Menons, en effet, par le point C un plan perpendiculaire à la droite D, et soient t_1, t_2, ... t_n les points d'intersection, par ce plan auxiliaire, des droites (MT'_1, MT'_2, ... MT'_n), M étant un point quelconque du plan P sur la droite D; soient encore Ot_1, Ot_2, ... Ot_n, Op, Oq les intersections, par ce même plan auxiliaire, des plans DT_1 DT_2, ... DT_n, DP, DQ. D'après la définition, donnée dans les préliminaires, du centre harmonique d'un système de points, le point C sera, par rapport à la droite *op* le centre harmonique des points t_1, t_2, ... t_n.



Menons en second lieu, par le point C, une droite perpendiculaire à la ligne Op, soient p', q', t'_1, t'_2, ... t'_n, les intersections de cette perpendiculaire avec les droites Op, Oq, Ot_1, Ot_2, ... Ot_n. Il résulte encore de la définition du centre harmonique d'un système de points dans un plan, que le point C est le centre harmonique, par rapport au point p', des points t'_1, t'_2, ... t'_n en ligne droite, et par conséquent

$$\frac{n}{Cp'} = \frac{1}{p't'_1} + \frac{1}{p't'_2} + \dots + \frac{1}{p't'_n}.$$

Mais la relation ci-dessus nous donne

$$\frac{n}{p'q'} = \frac{1}{p't'_1} + \frac{1}{p't'_2} + \ldots + \frac{1}{p't'_n},$$

si l'on remarque que

$$\operatorname{tang} \mathrm{PDQ} = \frac{q'p'}{\mathrm{O}p'}, \quad \operatorname{tang} \mathrm{PDT}_i = \frac{p't'_i}{\mathrm{O}p'};$$

d'où l'on conclut

$$p'q' = p'\mathrm{C}.$$

Donc le point q' coïncide avec le point C; c'est-à-dire que le plan Q passe par le centre harmonique C, par rapport au plan P, des points de contact T'_1, T'_2, ... T'_n.

Or le plan Q est tangent au lieu des centres harmoniques; on le conclut de cette remarque, que pour un faisceau infiniment voisin, les points de contact restent les mêmes ainsi que le centre harmonique C. Mais les plans Q passent par un point fixe, point polaire du plan P; donc le centre harmonique est invariable.

Seconde démonstration.

Lemme. Reprenons les notations des préliminaires, et reportons-nous aux relations (18) n° [14] qui déterminent le *centre harmonique* d'un système de points.

Soient

$$(\mathrm{M}_i) \quad \mathrm{A}_i\mathrm{X} + \mathrm{B}_i\mathrm{Y} + \mathrm{C}_i\mathrm{Z} + \mathrm{D}_i\mathrm{T} = 0, \quad i = 1, 2, \ldots n$$

les équations de n points fixes; d'où l'on conclut n° [7]

$$(\mathrm{M}_i) \quad \frac{x_i}{\mathrm{A}_i} = \frac{y_i}{\mathrm{B}_i} = \frac{z_i}{\mathrm{C}_i} = \frac{t_i}{\mathrm{D}_i} = k_i,$$

pour les *coordonnées* du point M_i.

Si, d'un autre côté, X_0. Y_0, Z_0, T_0 sont les *coordonnées* d'un plan fixe P, l'*équation* de ce plan sera n° [4]

$$\mathrm{X}_0 x + \mathrm{Y}_0 y + \mathrm{Z}_0 z + \mathrm{T}_0 t = 0;$$

et l'on aura, en ayant égard aux notations du *n*° [14]

$$\Delta_i = k_i\,(A_i X_0 + B_i Y_0 + C_i Z_0 + D_{i0} T) = k_i\,\Delta'_i.$$

D'après ces valeurs et les formules (18) (*préliminaires*), les coordonnées du centre harmonique du système considéré seront

$$x = \frac{\sum \frac{A_i}{\Delta'_i}}{\sum \frac{1}{k_i\,\Delta'_i}}, \quad y = \frac{\sum \frac{B_i}{\Delta'_i}}{\sum \frac{1}{k_i\,\Delta'_i}}, \quad z = \frac{\sum \frac{C_i}{\Delta'_i}}{\sum \frac{1}{k_i\,\Delta'_i}}, \quad t = \frac{\sum \frac{D_i}{\Delta'_i}}{\sum \frac{1}{k_i\,\Delta'_i}}.$$

Par suite, l'équation du centre harmonique sera

$$X \sum \frac{A_i}{\Delta'_i} + Y \sum \frac{B_i}{\Delta'_i} + Z \sum \frac{C_i}{\Delta'_i} + T \sum \frac{D_i}{\Delta'_i} = 0\,,$$

$$i = 1\,, 2,\ 3,\ \ldots.\ n.$$

Ainsi, soient les équations

$$(13) \qquad A_i x + B_i y + C_i z + D_i t = 0\,, \quad i = 1\,, 2\,, \ldots\ n$$

d'un système de n points; x_0, y_0, z_0, t_0, les *coordonnées* d'un plan fixe P, le *centre harmonique du système par rapport au plan* P *aura pour équation*

$$(14) \qquad x \sum \frac{A_i}{\Delta_i} + y \sum \frac{B_i}{\Delta_i} + z \sum \frac{C_i}{\Delta_i} + t \sum \frac{D_i}{\Delta_i} = 0\,,$$

équation dans laquelle on a posé

$$(14\ bis) \quad \Delta_i = A_i x_0 + B_i y_0 + C_i z_0 + D_i t_0\ ; \quad i = 1, 2, 3, \ldots n.$$

Ceci étant établi, nous allons constater par un calcul direct que le *point polaire d'un plan* P *coïncide avec le centre harmonique, par rapport à ce plan, des points de contact des plans tangents menés à la surface par une droite quelconque située dans le plan* P.

Nous prendrons le plan P pour plan ABC du tétraèdre de référence, de sorte qu'on aura ici

$$x_0 = 0\,, \quad y_0 = 0\,, \quad z_0 = 0\,, \quad t_0 \gtrless 0\,;$$

et nous prendrons, en outre, pour arête AB du tétraèdre la droite quelconque choisie dans ce plan.

Soit alors l'équation de la surface

$$(1^\circ)\quad U = \varphi_n(x, y, z) + t\,\varphi_{n-1}(x, y, z) + \ldots + t^{n-1}(Mx + Ny + Pz) + t^n \varphi_0 = 0$$

Le point polaire du plan ABC ($x_0 = 0$, $y_0 = 0$, $z_0 = 0$) aura pour équation

$$(2^\circ)\qquad Mx + Ny + Pz + n\varphi_0 t = 0.$$

Si (x_i, y_i, z_i, t_i) sont les coordonnées des n plans tangents menés à la surface U par la droite AB, on aura

$$x_i = 0\,,\ y_i = 0\,;$$

et les rapports $\frac{t_i}{z_i}$, que je désignerai par θ_i, seront donnés par l'équation suivante déduite de l'équation (1°) en y supposant x et y nuls:

$$a_0 z^n + a_1 z^{n-1} t + a_2 z^{n-2} t' + \ldots + P z t^{n-1} + \varphi_0 t^n = 0\,,$$

$$\text{ou}\quad :\quad \text{si}\quad \frac{t}{z} = \theta\,,$$

$$(3^\circ)\quad F(\theta) = a_0 + a_1\theta + a_2\theta^2 + \ldots + P\theta^{n-1} + \varphi_0\theta^n = 0.$$

L'équation du point de contact d'un quelconque de ces n plans tangents sera:

$$(4^\circ)\qquad x\left(\frac{dU}{dx}\right)_i + y\left(\frac{dU}{dy}\right)_i + z\left(\frac{dU}{dz}\right)_i + t\left(\frac{dU}{dt}\right)_i = 0$$

en y supposant x_i et y_i nuls, et $\frac{t_i}{z_i}$ ou θ_i, racine de l'équation (3°).

D'un autre côté, les relations (14) et (14 *bis*) nous donnent pour l'équation du centre harmonique, par rapport au plan ABC, des points de contact des n plans tangents considérés

$$(5^\circ)\qquad x\sum\frac{\left(\frac{dU}{dx}\right)_i}{\left(\frac{dU}{dt}\right)_i} + y\sum\frac{\left(\frac{dU}{dy}\right)_i}{\left(\frac{dU}{dt}\right)_i} + z\sum\frac{\left(\frac{dU}{dz}\right)_i}{\left(\frac{dU}{dt}\right)_i} + n\,t = 0\,,$$

si l'on remarque que x_0, y_0, z_0 sont nuls dans le cas actuel, et que les points en question sont définis par les équations (4°) qui doivent alors remplacer les équations (13).

Nous observerons que l'identité

$$x_i\left(\frac{dU}{dx}\right)_i + y_i\left(\frac{dU}{dy}\right)_i + z_i\left(\frac{dU}{dz}\right)_i + t_i\left(\frac{dU}{dt}\right)_i = n\,U\,(x_i,\, y_i,\, z_i,\, t_i)$$

nous donne, puisque $x_i = 0$, $y_i = 0$, et $U_i = 0$,

$$\frac{\left(\frac{dU}{dz}\right)_i}{\left(\frac{dU}{dt}\right)_i} = -\frac{t_i}{z_i} = -\theta_i\ ;$$

d'où, d'après l'équation (3°)

$$\sum\frac{\left(\frac{dU}{dz}\right)_i}{\left(\frac{dU}{dt}\right)_i} = -\sum\theta_i = \frac{P}{\varphi_0}.$$

Donc, l'équation du centre harmonique prendra déjà cette forme plus simple

$$(5^\circ\,bis)\qquad x\sum\frac{\left(\frac{dU}{dx}\right)_i}{\left(\frac{dU}{dt}\right)_i} + y\sum\frac{\left(\frac{dU}{dy}\right)_i}{\left(\frac{dU}{dt}\right)_i} + \frac{P}{\varphi_0}z + n\,t = 0.$$

Maintenant, en introduisant l'hypothèse $x_i = 0$, $y_i = 0$, nous aurons

$$\left(\frac{dU}{dx}\right)_i = \alpha_0\, z_i^{n-1} + \alpha_1\, z_i^{n-1}\, t_i + \ldots + M\, t_i^{n-1}\ ,$$

$$\left(\frac{dU}{dy}\right)_i = \beta_0\, z_i^{n-1} + \beta_1\, z_i^{n-1}\, t_i + \ldots + N\, t_i^{n-1}\ ,$$

$$\left(\frac{dU}{dt}\right)_i = a_1\, z_i^{n-1} + 2\,a_2^{n-2}\, t_i + \ldots + (n-1)\,P\,z_i\, t_i^{n-2} + n\,\varphi_0\, t_i^{n-1}\ ;$$

d'où l'on conclut pour l'équation précédente (5° *bis*), en divisant les deux termes de chaque fraction par z_i^{n-1}, en remplaçant $\frac{t}{z}$ par θ, et en remarquant que le dénominateur n'est autre que la rivée par rapport à θ du premier membre de l'équation (3°) :

$$(5^\circ ter) \quad x\sum\frac{\alpha_0+\alpha_1\theta_i+\ldots+M\theta_i^{n-1}}{F'(\theta_i)}+y\sum\frac{\beta_0+\beta_1\theta_i+\ldots+N\theta_i^{n-1}}{F'(\theta_i)}+\frac{P}{\varphi_0}z+nt=0.$$

Or, rappelons ce théorème d'algèbre :

« Si $a, b, c, \ldots l$ sont les racines d'une équation du $n^{\text{ème}}$ degré

$$F(\theta)=\varphi_0\,\theta^n+\ldots,$$

la somme $\sum\frac{a^p}{F'(a)}$ sera nulle ou égale à $\frac{1}{\varphi_0}$, suivant que p sera inférieur ou égal à $(n-1)$. »

On voit alors, par l'application de ce théorème, que l'équation précédente (5° *ter*) se réduit à

$$\frac{Mx}{\varphi_0}+\frac{Ny}{\varphi_0}+\frac{Pz}{\varphi_0}+nt=0,$$

ou enfin

$$(6^\circ) \qquad Mx+Ny+Pz+n\varphi_0\,t=0;$$

c'est précisément l'équation (2°) du point polaire du plan ABC ou P. Donc le centre harmonique du système des points de contact des plans tangents menés à la surface par une droite quelconque située dans le plan P coïncide avec le point polaire du plan P.

23. Lorsque, dans la proposition précédente, on suppose le plan P à l'infini, le centre harmonique devient le centre des moyennes distances, et nous avons alors ce théorème :

Si l'on mène à une surface de n^ème^ *classe tous ses plans tangents parallèles à un même plan, leurs points de contact auront pour centre des moyennes distances un point fixe, quelle que soit la direction de ces plans ; ce point fixe est le point polaire du plan à l'infini.*

Ce théorème a été énoncé par M. Cahsles. (*Aperçu historique*).

24. *Si deux surfaces de* $n^{\text{ème}}$ *classe sont tangentes aux mêmes points à un même faisceau de* n *plans*, *le* POINT POLAIR *d'un plan quelconque passant par l'arête du faisceau sera le même pour les deux surfaces.*

En effet, le point polaire coïncide avec le centre harmonique; or le centre harmonique est évidemment le même pour les deux surfaces. On conclut de là :

Si deux surfaces de $n^{\text{ème}}$ *classe sont tangentes aux mêmes points à un même faisceau de* n *plans parallèles*, *ces deux surfaces auront le même* CENTRE DES MOYENNES DISTANCES, *c'est-à-dire le même point polaire pour le plan à l'infini.*

En effet, la proposition générale reste vraie lorsque l'arète du faisceau est à l'infini; le point polaire d'un plan quelconque P, alors parallèle aux plans tangents communs, sera le même pour les deux surfaces; mais lorsque le plan P est à l'infini, le point polaire est le centre des moyennes distances.

Nous aurons encore cette proposition :

Si P *est le plan considéré passant par l'arête du faisceau, et que par une droite quelconque* D *située dans ce plan, on mène les plans tangents* T_1, T_2, ... T_n *à la première surfaee, puis les plans tangents* t_1, t_2, ... t_n *à la seconde, on aura la relation :*

$$(15) \qquad \sum \frac{1}{\operatorname{tang} \mathrm{PDT}_i} = \sum \frac{1}{\operatorname{tang} \mathrm{PD}t_i}.$$

En effet, le point polaire du plan P étant le même pour les deux surfaces, si Q est le plan passant par la droite D et par le point polaire du plan P, on aura, d'après la relation (I) en y supposant $p = 1$:

$$\frac{n}{\operatorname{tang} \mathrm{QDP}} = \sum \frac{1}{\operatorname{tang} \mathrm{PDT}_i}, \quad \frac{n}{\operatorname{tang} \mathrm{QDP}} = \sum \frac{1}{\operatorname{tang} \mathrm{PD}t_i};$$

donc......

25. *Par une droite* D *située dans un plan* P, *menons les* n *plans tangents* T_1, T_2, ... T_n *à une surface de* $n^{\text{ème}}$ *classe; menons en second lieu, par une droite quelconque* D′ *située dans le même plan* P, *les* n *plans tangents* t_1, t_2, ... t_n; *puis, par la droite* D′ *et par les points de contact des plans tangents* T_1, T_2, T_n. *conduisons les plans* $D'r_1$, Dr'_2, ... $D'r_n$; *on aura la relation :*

$$(15) \qquad \sum \frac{1}{\operatorname{tang} PD't_i} = \sum \frac{1}{\operatorname{tang} PD'r_i} .$$

Nous pouvons, en effet, regarder les *n* points de contact des plans tangents T_1, T_2, ... T_n comme formant une surface de $n^{\text{ème}}$ classe; les plans tangents menés par la droite D′ à cette dernière surface ne sont autres que les plans conduits par la droite et par les points qui constituent la surface; le théorème énoncé n'est alors qu'un cas particulier du théorème qui précède et que traduit l'égalité (15).

26. *L'enveloppe des plans dont les* $p^{\text{èmes}}$ *polaires touchent un plan donné* P_0 *est la* $(n-p)^{\text{ème}}$ *polaire de ce plan.*

La $p^{\text{ème}}$ polaire d'un point P est n° [17] (7 *bis*)

$$\Delta_p^1 U = \Delta_{n-p} U_1 = \left(x \frac{d.}{dx} + y \frac{d.}{dy} + z \frac{d.}{dz} + t \frac{d.}{dt}\right)^{n-p} U_1 = 0 ;$$

cette surface devant toucher le plan fixe P_0 (x_0, y_0, z_0, t_0), on aura $\left(x_0 \frac{d.}{dx} + y_0 \frac{d.}{dy} + z_0 \frac{d.}{dz} + t_0 \frac{d.}{dt}\right)^{n-p} U_1 = 0$;

ou, en regardant x_1, y_1, z_1, t_1, comme des coordonnées courantes

$$\left(x_0 \frac{d.}{dx} + y_0 \frac{d.}{dy} + z_0 \frac{d.}{dz} + t_0 \frac{d.}{dt}\right)^{n-p} U = \Delta^0_{n-p} U = 0 ;$$

c'est précisément la $(n-p)^{\text{ème}}$ polaire du plan P_0; n° [17] (7).

En supposant le plan P_0 à l'infini, on conclut :

L'enveloppe des plans dont les $p^{\text{èmes}}$ *polaires touchent le plan à* *l'infini est la* $(n-p)^{\text{ème}}$ *enveloppe diamétrale de la surface primitive.*

En supposant encore $p=1$, puis $p=n-1$, on en déduit les propositions particulières qui suivent :

L'enveloppe des plans dont les premières polaires touchent un plan fixe est le point polaire de ce plan, c'est à-dire que ces plans passent par un point fixe.

L'enveloppe des plans dont les points polaires décrivent un plan fixe est la première polaire de ce plan.

27. *Un point donné est le point polaire de* $(n-1)^3$ *plans.*

Les premières polaires de tous les plans passant par un point fixe ont $(n-1)^3$ *plans tangents communs qui sont les* $(n-1)^3$ *plans ayant pour point polaire le point fixe.*

Nous venons de voir, en effet, que l'enveloppe des plans dont les points polaires sont sur un plan fixe est la première polaire de ce plan ; réciproquement, tout plan tangent à la première polaire d'un plan a son point polaire sur ce dernier plan ; cette réciproque résulte immédiatement d'un calcul semblable au précédent. Or, soit un point fixe O, et imaginons un plan P passant par ce point; les plans dont les points polaires décrivent le plan P sont tangents à la première polaire (S) du plan P, laquelle est une surface de $(n-1)^{\text{ème}}$ classe; ainsi les plans ayant pour point polaire le point O doivent être tangents à la surface (S). On démontrerait de même qu'ils doivent être tangents aux premières polaires (S′) et (S″) de deux autres plans P′ et P″ passant par le même point O. Par suite, tout plan tangent commun aux trois surfaces (S), (S′), (S″) a pour point polaire le point O, et réciproquement. Mais ces trois surfaces qui sont toutes trois de $(n-1)^{\text{ème}}$ classe, ont $(n-1)^3$ plans tangents communs; donc le point O est le point polaire de $(n-1)^3$ plans.

Si l'on considère la première polaire (S_i) d'un plan quelconque

P_i passant par le point O, cette première polaire touchera les $(n-1)^3$ plans que nous venons de déterminer ; car soit T un de ces plans; puisque son point polaire est le point O situé dans le plan P_i, il doit toucher la première polaire du plan P_i ; *n*° [26].

28. ***Le point polaire d'un plan tangent à la surface est le point de contact de ce plan tangent ; réciproquement, lorsque le point polaire d'un plan est sur le plan lui-même, ce dernier est tangent à la surface, et le point polaire est le point de contact.***

En effet, le point polaire du plan P_0 a pour équation

$$(1^\circ)\qquad x\left(\frac{d\mathrm{U}}{dx}\right)_0+y\left(\frac{d\mathrm{U}}{dy}\right)_0+z\left(\frac{d\mathrm{U}}{dz}\right)_0+t\left(\frac{d\mathrm{U}}{dt}\right)_0=0\,;$$

or, si le plan P_0 est tangent à la surface, on doit avoir

$$(2^\circ)\qquad \mathrm{U}(x_0, y_0, z_0, t_0) = 0\,;$$

ces deux équations déterminent précisément le point de contact du plan P_0, *n*° [8].

Réciproquement, en écrivant que le point polaire est sur le plan, c'est-à-dire que le plan passe par le point polaire, on a

$$x_0\left(\frac{d\mathrm{U}}{dx}\right)_0+y_0\left(\frac{d\mathrm{U}}{dy}\right)_0+z_0\left(\frac{d\mathrm{U}}{dz}\right)_0+t_0\left(\frac{d\mathrm{U}}{dt}\right)_0=0\,,$$

ou

$$n\,\mathrm{U}(x_0, y_0, z_0, t_0) = 0\,;$$

ce qui exprime que le plan P_0 est tangent.

29. ***Les plans tangents aux points où un plan fixe coupe une surface sont en même temps tangents à la première polaire de ce plan.***

Nous avons vu, en effet, que la première polaire d'un plan P est l'enveloppe des plans dont les points polaires décrivent ce plan, n° [26] ; par suite, si le point polaire est un des points de l'intersection du plan avec la surface, le plan dont il est le point polaire sera en même temps tangent à la surface en ce point, n° [28]; donc les plans tangents à la surface aux points où elle est coupée par le point P sont en même temps tangents à la première polaire de ce plan. Réciproquement, tout plan tangent commun à la surface et à la première polaire d'un plan P est tangent en un des points d'intersection de ce plan avec la surface, car le point polaire est à la fois sur le plan P [26] et sur le plan tangent [28].

30. *Les plans tangents aux points où une droite rencontre la surface sont tangents en même temps à la première polaire d'un plan quelconque passant par cette droite.*

Une surface de n$^{\text{ème}}$ *classe est, en général de l'ordre* n $(n-1)^2$.

Les premières polaires des plans passant par une droite fixe sont toutes inscrites dans la développable circonscrite aux premières polaires de deux plans passant cette droite.

Soient D la droite donnée, P un plan passant par cette droite, et (S) la première polaire de ce plan; les plans tangents aux divers points de la section de la surface par le plan P devront toucher la surface (S), n° [29]; il en sera de même pour la première polaire (S′) d'un second plan P' passant par la droite D. Ainsi, tout plan tangent à la surface en un point où elle est rencontrée par la droite D devra toucher aussi les premières polaires (S) et (S′). La réciproque est également vraie; car le point polaire d'un plan tangent à (S) et (S′) est sur la droite D, n° [26]; et, comme le plan touche la surface primitive, le point polaire sera le point de contact, n° [28]. Or, les trois surfaces considérées étant des classes respectives n, $(n-1)$, $(n-1)$; elles auront, en général, $n(n-1)^2$ plans tangents communs. Donc, la droite D rencontre la surface en $n(n-1)^2$ points; la surface est de l'ordre $n(n-1)^2$.

Les premières polaires des plans passant par une droite fixe

D sont inscrites dans la développable circonscrite aux premières polaires de deux plans passant par la droite.

Soient, en effet, P_0 (x_0, y_0, z_0, t_0) et P_1 (x_1, y_1, z_1, t_1) deux plans fixes déterminant la droite donnée D, les coordonnées d'un plan quelconque passant par cette droite seront *n*° [6]

$$\lambda x_0 + \mu x_1 , \lambda y_0 + \mu y_1 , \lambda z_0 + \mu z_1 , \lambda t_0 + \mu t_1 ;$$

et la première polaire de ce plan aura pour équation *n*° [17]

$$S = \lambda \left(x_0 \frac{dU}{dx} + y_0 \frac{dU}{dy} + z_0 \frac{dU}{dz} + t_0 \frac{dU}{dt} \right) + \mu \left[x_1 \frac{dU}{dx} + y_1 \frac{dU}{dy} + z_1 \frac{dU}{dz} + t_1 \frac{dU}{dt} \right] = 0.$$

Or, il est visible que cette surface est touchée, quels que soient λ et μ, par tous les plans tangents communs aux deux surfaces

$$\left\{ \begin{aligned} \Delta_1^1 U &= x_0 \frac{dU}{dx} + y_0 \frac{dU}{dy} + z_0 \frac{dU}{dz} + t_0 \frac{dU}{dt} = 0, \\ \Delta_1' U &= x_1 \frac{dU}{dx} + y_1 \frac{dU}{dy} + z^1 \frac{dU}{dz} + t_1 \frac{dU}{dt} = 0; \end{aligned} \right.$$

c'est-à-dire qu'elle est inscrite dans la développable représentée par ces deux équations.

Remarque. On aurait pu démontrer, par un calcul semblable, la dernière de la proposition du n° [27]. Pour cela, il suffit de remarquer que le point donné O étant déterminé par l'intersection des trois plans fixes P_0 (x_0, y_0, z_0, t_0), P_1 (x_1, y_1, z_1, t_1), P_2 (x_2, y_2, z_2, t_2), les coordonnées d'un plan quelconque passant le point O seront

$$\left\{ \begin{aligned} x &= \lambda x_0 + \mu x_1 + \nu x_2, \\ y &= \lambda y_0 + \mu y_1 + \nu y_2, \\ z &= \lambda z_0 + \mu z_1 + \nu z_2, \\ t &= \lambda t_0 + \mu t_1 + \nu t_2; \end{aligned} \right.$$

le reste de la démonstration s'achève alors facilement.

31. *La* q$^{\text{ème}}$ *polaise d'un plan* P_0 *relative à la* p$^{\text{ème}}$ *polaire du même plan par rapport à la surface primitive est la* (p+q)$^{\text{ème}}$ *polaire de ce plan relative à la surface primitive*, ou

La polaire de s$^{\text{ème}}$ *classe d'un plan est la même, qu'elle soit prise par rapport à la surface primitive ou par rapport aux polaires de classe plus élevée du même plan.*

En effet, la $p^{\text{ème}}$ polaire du plan P_0 relative à la surface primitive est

$$\Delta_p^0 \ U = \left(x_0 \frac{d.}{dx} + y_0 \frac{d.}{dy} + z_0 \frac{d.}{dz} + t_0 \frac{d.}{dt} \right)^p U = 0;$$

la $q^{\text{ème}}$ polaire du même plan par rapport à la surface Δ_p^0 U sera

$$\Delta_q^0 \left(\Delta_p^0 U \right) = 0.$$

Or, d'après l'identité (10) du n^0 [19], on a

$$\Delta_q \ (\Delta_p \ U) = \Delta_{p+q} \ U = \left(x_0 \frac{d.}{dx} + y_0 \frac{d.}{dy} + z_0 \frac{d.}{dz} + t_0 \frac{d.}{dt} \right)^{p+q} U = 0.$$

La première partie de la proposition n'est que la traduction de l'égalité qui précède.

Pour se rendre compte du second énoncé, il suffit de remarquer, n^0 [17] (7), d'abord que

$$\Delta^0{}_{p+q} \ U \quad \text{ou} \ \Delta_{n-p-q} \ U_0 = \left(x \frac{d.}{dx} + y \frac{d.}{dy} + z \frac{d.}{dz} + t \frac{d.}{dt} \right)^{n-p-q} U_0$$

est une surface de la classe $s=n-p-q$. En second lieu, la surface

$$V = \Delta_p^0 \ U = \Delta_{n-p} \ U_0 = \left(x \frac{d.}{dx} + y \frac{d.}{dy} + z \frac{d.}{dz} + t \frac{d.}{dt} \right)^{n-p} U_0$$

est de la classe $p_1 = (n-p)$, c'est-à-dire que son équation est du degré p_1; par conséquent, la surface

$$\Delta_q^0 \ V = \Delta_{p_1-q} \ V_0 = \left(x \frac{d.}{dx} + y \frac{d.}{dy} + z \frac{d.}{zz} + t \frac{d.}{dt} \right)^{p_1-q} V_0$$

sera de la classe (p_1-q) ou $(n-p-q)$, c'est-à-dire s; ce qu'il fallait démontrer.

Ainsi, *un plan a le même point polaire par rapport à la surface primitive et par rapport aux* 1ère, 2ème, ..., $(n-3)$ème *polaires de ce plan.*

Un plan a la même polaire de 2ème *classe par rapport à la surface primitive et par rapport aux* 1ère, 2ème, ..., (n—2)ème *polaires de ce plan.*

32. *La* qème *polaire d'un plan* P_j *relative à la* pème *polaire d'un plan* P_i *(cette dernière étant prise par rapport à la surface primitive), coïncide avec la* pème *polaire du plan* P_i *relative à la* qème *polaire du plan* P_j *(cette dernière étant prise par rapport à la surface primitive).*

Cette proposition est la traduction de l'identité démontrée au n^o [19], savoir

$$\Delta_q^j(\Delta_p^i \mathrm{U}) = \Delta_p^i(\Delta_q^j \mathrm{U})$$

33. *Si la* qème *polaire d'un plan* P_i *par rapport à la* pème *polaire d'un plan* P_0 *touche le plan* P_1, *la polaire* qème *de* P_i *par rapport à la polaire* (n—p—q)ème *primitive de* P_1 *touchera le plan* P_0.

La polaire $q^{ème}$ de P_i par rapport à la $p^{ème}$ polaire de P_0 est n^o [17], (7)

$$\Delta_q^i(\Delta_p^0 \mathrm{U})\,;$$

or, d'après l'identité (9) n^o [19], on a

$$(1^o) \qquad \Delta_q^i(\Delta_p^0 \mathrm{U}) = \Delta_p^0(\Delta_q^i \mathrm{U})\,;$$

et comme la polaire $\Delta_q^i \mathrm{U}$ est de la classe $(n-q)$, il résulte de ceci que la $q^{ème}$ polaire de P_i par rapport à la $p^{ème}$ polaire primitive de P_0, aura pour équation :

$\Delta_q^i(\Delta_p^0 \mathrm{U})$, ou $\Delta_p^0(\Delta_q^i \mathrm{U})$, ou $\Delta_{n-q-p}(\Delta_q^i \mathrm{U}_0)$, c'est-à-dire

$$(2^o) \qquad \left(x\frac{d.}{dx}+y\frac{d.}{dy}+z\frac{d.}{dz}+t\frac{d.}{dt}\right)^{n-p-q}\Delta_q^i \mathrm{U}_0=0.$$

Mais la polaire $q^{\text{ème}}$ de P_i par rapport à la $(n-p-q)^{\text{ème}}$ polaire primitive de P_1, a pour équation

$\Delta_q^i\,(\Delta_{n-p-q}^1\,U)$, ou $\Delta_{n-p-q}^1\,(\Delta_q^i\,U)$, d'après l'identité (9) n° [19],

c'est-à-dire enfin

$$(3^\circ)\qquad \left(x_1\frac{d.}{dx}+y_1\frac{d.}{dy}+z_1\frac{d.}{dz}+t_1\frac{d.}{dt}\right)^{n-p-q}(\Delta_q^i\,U)=0.$$

Or, les équations (2°) et (3°) mettent en évidence le fait annoncé; car il est visible que si la polaire (2°) touche le plan P_1, l'équation (3°) sera vérifiée lorsqu'on y remplacera x, y, z, t par x_0, y_0, z_0, t_0, c'est-à-dire que la polaire (3°) touchera le plan P_0.

34. *Si l'on considère un système de* n *points et que* I *soit le point polaire d'un plan fixe* Q *par rapport au système de ces* n *points; les* n *droites, joignant chacun des points du système au point polaire du plan* Q *par rapport au système des* (n—1) *points restants, passeront toutes par le point* I.

Soit un système de n points $A_1, A_2, \ldots, A_n$, tels que

$$A_i = a_i x + b_i y + c_i z + d_i t = 0,$$

de sorte que la surface composée du système de ces n points sera

$$(1^\circ)\qquad U = A_1 A_2 \ldots A_n = 0.$$

Soit un plan Q (x_0, y_0, z_0, t_0); le point polaire de ce plan, par rapport à la surface U, aura pour équation

$$(\mathrm{I})\qquad Ax + By + Cz + Dt = 0,$$

si l'on pose

$$(2)\quad \left\{\begin{array}{l} A_i^o = a_i x_0 + b_i y_0 + c_i z_0 + d_i t_0 \\ \quad \text{et} \\ \dfrac{a_1}{A^o_1} + \dfrac{a_2}{A^o_2} + \dots + \dfrac{a_n}{A^o_n} = A, \\ \dfrac{b_1}{A^o_1} + \dfrac{b_2}{A^o_2} + \dots + \dfrac{b_n}{A^o_n} = B, \\ \dfrac{c_1}{A^o_1} + \dfrac{c_2}{A^o_2} + \dots + \dfrac{c_2}{A^o_n} = C, \\ \dfrac{d_1}{A^o_1} + \dfrac{d_2}{A^o_2} + \dots + \dfrac{d_n}{A^o_n} = D. \end{array}\right.$$

Cherchons maintenant l'équation du point polaire (I_1) du plan Q par rapport au système des $(n-1)$ points $A_2, A_3, \dots A_n$, c'est-à-dire

$$(3^o)\qquad V = \frac{U}{A_1} = A_2 A_3 \dots A_n.$$

On a

$$\left(\frac{dV}{dx}\right)_0 = \frac{V_0}{A^o_2} a_2 + \frac{V_0}{A^o_3} a_3 + \dots + \frac{V_0}{A^o_n} A_n = V_0\left(A - \frac{a_1}{A^o_1}\right);$$

on trouvera de même les valeurs analogues pour $\left(\dfrac{dV}{dy}\right)_0$, etc....; par suite, l'équation du point polaire (I_1) sera

$$x\left(A - \frac{a_1}{A^o_1}\right) + y\left(B - \frac{b_1}{A^o_1}\right) + z\left(C - \frac{c_1}{A^o_1}\right) + t\left(D - \frac{d_1}{A^o_1}\right) = 0,$$

ou enfin

$$(I_1)\qquad Ax + By + Cz + Dt - \frac{A_1}{A^o_1} = 0.$$

Or, cette équation représente un point situé sur la droite qui joint le point (I) au point A_1; donc la droite $A_1 I_1$ passe par le point I. Le même calcul est évidemment applicable aux autres systèmes obtenus en prenant les points donnés $(n-1)$ à $(n-1)$.

Donc les droites $A_1 I_1$, $A_2 I_2$, ..., $A_n I_n$ passent toutes par le point I, I_i désignant le point polaire du plan Q par rapport au système des $(n-1)$ points

$$A_1 \; A_2 \; \ldots \; A_{i-1} \; A_{i+1} \; \ldots \; A_n.$$

35. *Lorsqu'un plan enveloppe une surface de classe* n_1, *son point polaire par rapport à la surface primitive, décrit, en général, une surface de l'ordre* $n_1\,(n-1)^2$.

Cherchons le nombre des points polaires en question situés sur une droite quelconque D, nous connaîtrons ainsi l'ordre de la surface lieu de ces points polaires. Pour cela, soient deux plans P et P′ passant par la droite D ; nous savons déjà que les points polaires situés sur la droite D sont ceux qui correspondent à des plans touchant à la fois les premières polaires (S) et (S′) des plans P et P′ passant par la droite D, n° [26]; ces plans doivent, en outre, d'après la condition imposée, toucher une surface V de classe n_1. Donc les points polaires situés sur la droite D seront ceux des plans qui touchent à la fois les trois surfaces (S), (S′), et (V); or le nombre des plans tangents communs à ces trois surfaces est $n_1\,(n-1)^2$; donc le lieu des points polaires est une surface de l'ordre $n_1\,(n-1)^2$.

Nous retrouvons, comme cas particulier, le théorème du n° [30].

Nous aurons encore la proposition suivante en supposant que la surface V se réduise à un point, c'est-à-dire $n_1 = 1$.

Le lieu des points polaires des plans passant par un point fixe est une surface de l'ordre $(n-1)^2$.

36. *L'enveloppe des plans dont les points polaires décrivent une surface d'ordre* m, *est une surface de la classe* $m\,(n-1)$ *en général.*

Le point polaire d'un plan (x_0, y_0, z_0, t_0) a pour équation

$$x\left(\frac{dU}{dx}\right)_0 + y\left(\frac{dU}{dy}\right)_0 + z\left(\frac{dU}{dz}\right)_0 + t\left(\frac{dU}{dt}\right)_0 = 0\,;$$

par suite, les coordonnées X, Y, Z, T de ce point seront fournies par les relations

$$(1°)\quad \frac{X}{\left(\frac{dU}{dx}\right)_0} = \frac{Y}{\left(\frac{dU}{dy}\right)_0} = \frac{Z}{\left(\frac{dU}{dz}\right)_0} = \frac{T}{\left(\frac{dU}{dt}\right)_0}.$$

Si l'équation en *coordonnées-point* de la surface donnée est

$$(2°)\qquad F(X, Y, Z, T) = 0,$$

l'enveloppe des plans P_0 s'obtiendra en éliminant X, Y, Z, T entre les équations (1°) et (2°); ce qui donne

$$(3°)\qquad F\left(\frac{dU}{dx}, \frac{dU}{dy}, \frac{dU}{dz}, \frac{dU}{dt}\right) = 0,$$

en supprimant les indices. Or, d'après l'hypothèse, l'équation (2°) est du degré m en X, Y, Z, T; l'équation (3°) sera donc de degré $m(n-1)$ en x, y, z, t, c'est-à-dire que les plans P_0 enveloppent une surface de la classe $m(n-1)$.

En supposant $m=1$, on retrouve un des théorèmes particuliers du n° [26].

37. *Le nombre des plans qui ont même point polaire par rapport à deux surfaces de classes* n *et* n_1, *est égal à*

$$(17)\qquad (n + n_1 - 2)[(n-1)^2 + (n_1-1)^2].$$

Soient $U = 0$, $V = 0$ les équations des deux surfaces; si U_1, U_2, U_3, U_4 sont les dérivées du premier membre de l'équation $U = 0$ par rapport à x, y, z, t, et V_1, V_2, V_3, V_4 celles du premier membre de l'équation $V = 0$, pour qu'un plan P (x, y, z, t) ait même point polaire par rapport aux deux surfaces, on devra avoir

$$(1°)\qquad \frac{U_1}{V_1} = \frac{U_2}{V_2} = \frac{U_3}{V_3} = \frac{U_4}{V_4};$$

de sorte que les coordonnées cherchées *doivent vérifier les six* équations

$$
(2^\circ)\ \begin{cases} A_1 = U_1V_2 - U_2V_1 = 0, & A_4 = U_2V_3 - U_3V_2 = 0, \\ A_2 = U_1V_3 - U_3V_1 = 0, & A_5 = U_2V_4 - U_4V_2 = 0, \\ A_3 = U_1V_4 - U_4V_1 = 0, & A_6 = U_3V_4 - U_4V_3 = 0; \end{cases}
$$

les U_i et V_i sont respectivement des degrés $(n-1)$ et (n_1-1) ; les A_i sont du degré $(n+n_1-2)$.

Prenons les solutions communes à $A_1 = 0$, $A_2 = 0$, $A_6 = 0$, par exemple; le nombre de ces solutions est

$$N = (n + n_1 - 2)^3 ;$$

parmi ces solutions, nous ne devrons prendre que celles qui vérifient les *six* équations (2°).

Pour le reconnaître, nous considérerons d'abord les solutions communes à $A_1 = 0$, $A_2 = 0$, lesquelles se partagent en deux groupes principaux, celles qui annulent A_1 et A_2 sans annuler U_1 et V_1, et celles qui annulent A_1 et A_2 en annulant U_1 et V_1.

I° *Les solutions qui annulent* A_1 *et* A_2 *sans annuler* U_1 *et* V_1 et qui satisfont à la relation $A_6 = 0$, comprennent :

1° Celles qui annulent A_6 sans annuler ni (U_4, V_4), ni (U_3, V_3); elles vérifient alors les *six* équations (2°) et, par suite, satisfont à la question ;

2° Celles qui annulent A_6 en annulant U_4 et V_4, mais sans annuler U_3 et V_3 ; elles satisfont encore à la question.

3° Celles qui annulent U_3 et V_3 ; elles sont alors fournies par les trois équations $(A_1 = 0, U_3 = 0, V_3 = 0)$, leur nombre est donc

$$N' = (n + n_1 - 2)(n-1)(n_1-1) ;$$

or ces solutions ne satisfont pas à la question, car le système des six équations (2°) se réduit alors à

$$A_1 = U_1V_2 - U_2V_1 = 0, \quad U_1V_4 - U_4V_1 = 0, \quad U_2V_4 - U_4V_2 = 0$$

dont la première seule est vérifiée par les solutions en question;

à moins que ces solutions n'annulent U_4 et V_4 en même temps, ce qui n'a pas lieu dans le cas général, puisque ce serait assujettir trois inconnues à vérifier cinq relations distinctes.

II° *Les solutions qui annulent* A_1 *et* A_2 *en annulant* U_1 *et* V_1 et qui satisfont à la relation $A_6 = 0$ ne conviennent pas non plus à la question dans le cas général; on le constate par un raisonnement semblable au précédent. Or, le nombre de ces solutions, qui sont fournies par les trois équations

$$(U_1=0,\ V_1=0,\ A_6=0), \text{ est } N''=(n+n_1-2)(n-1)(n_1-1).$$

Donc le nombre des solutions vérifiant à la fois les *six* équations (2°), c'est-à-dire le nombre des plans cherchés, est donné par la formule

$$N = N - N' - N'' = (n+n_1-2)\left[(n-1)^2+(n_1-1)^2\right];$$

C. Q. F. D.

38. *L'enveloppe d'un plan* P_0 *tel, que ses points polaires par rapport à quatre surfaces* R, S, T, U, *sont dans un même plan* Π_0, *est une surface représentée par le déterminant fonctionnel des quatre fonctions* R, S, T, U, *et dont la classe est* $(n+n_1+n_2+n_3-4)$. *Cette surface est aussi l'enveloppe d'un plan* P_0 *touché à la fois par les premières polaires relatives aux quatre surfaces* R, S, T, U *d'un même plan* Π_0.

Le plan Π_0 *enveloppe une surface de la classe*

$$nn_1n_2n_3\left(\frac{1}{n}+\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}+\frac{1}{n_3}\right).$$

Soient quatre surfaces R, S, T, U, de classes respectives n_3, n_2, n_1, n; les points polaires d'un même plan P_0 par rapport à ces quatre surfaces seront

$$(1^\circ)\quad\left\{\begin{aligned}
&x\left(\frac{dR}{dx}\right)_0+y\left(\frac{dR}{dy}\right)_0+z\left(\frac{dR}{dz}\right)_0+t\left(\frac{dR}{dt}\right)_0=0,\\
&x\left(\frac{dS}{dx}\right)_0+y\left(\frac{dS}{dy}\right)_0+z\left(\frac{dS}{dz}\right)_0+t\left(\frac{dS}{dt}\right)_0=0,\\
&x\left(\frac{dT}{dx}\right)_0+y\left(\frac{dT}{dy}\right)_0+z\left(\frac{dT}{dz}\right)_0+t\left(\frac{dT}{dt}\right)_0=0,\\
&x\left(\frac{dU}{dx}\right)_0+y\left(\frac{dU}{dy}\right)_0+z\left(\frac{dU}{dz}\right)_0+t\left(\frac{dU}{dt}\right)_0=0.
\end{aligned}\right.$$

Nous exprimerons que ces quatre points sont dans un même plan Π_0, en écrivant que les quatre équations (1°) ont une solution commune en x, y, z, t; nous trouvons ainsi, après avoir supprimé l'indice o,

$$(18)\qquad \Delta=\begin{vmatrix}
\frac{dR}{dx} & \frac{dR}{dy} & \frac{dR}{dz} & \frac{dR}{dt}\\[2mm]
\frac{dS}{dx} & \frac{dS}{dy} & \frac{dS}{dz} & \frac{dS}{dt}\\[2mm]
\frac{dT}{dx} & \frac{dT}{dy} & \frac{dT}{dz} & \frac{dT}{dt}\\[2mm]
\frac{dU}{dx} & \frac{dU}{dy} & \frac{dU}{dz} & \frac{dU}{dt}
\end{vmatrix}=0.$$

Cette surface est l'enveloppe des plans P_0 tels que leurs points polaires par rapport aux quatre surfaces R, S, T, U sont dans un même plan; il est visible que le degré de l'équation (18) est $(n+n_1+n_2+n_3-4)$.

Les premières polaires d'un plan Π_0, par rapport aux quatre surfaces R, S, T, U, sont

$$(2^\circ)\quad\left\{\begin{aligned}
&x_1\frac{dR}{dx}+y_1\frac{dR}{dy}+z_1\frac{dR}{dz}+t_1\frac{dR}{dt}=0,\\
&x_1\frac{dS}{dx}+y_1\frac{dS}{dy}+z_1\frac{dS}{dz}+t_1\frac{dS}{dt}=0,\\
&x_1\frac{dT}{dx}+y_1\frac{dT}{dy}+z_1\frac{dT}{dz}+t_1\frac{dT}{dt}=0,\\
&x_1\frac{dU}{dx}+y_1\frac{dU}{dy}+z_1\frac{dU}{dz}+t_1\frac{dU}{dt}=0.
\end{aligned}\right.$$

Or, si nous supposons que, dans ces quatre équations, $(x, y, z; t)$ soient les coordonnées d'un même plan P_0, nous exprimerons que ces quatre surfaces touchent le même plan P_0; et, en éliminant x_1, y_1, z_1, t_1 entre les équations (2°), nous trouvons encore la surface Δ (18), laquelle est ainsi l'enveloppe des plans P_0 touchés par les premières polaires, relatives aux quatre surfaces R, S, T, U d'un même plan Π_0 (x_1, y_1, z_1, t_1).

Supposons que, dans les équations (1°), x, y, z, t, représentent les coordonnées d'un même plan Π_0, ce qui aura lieu si les coordonnées x_0, y_0, z_0, t_0 satisfont à l'équation (18), c'est-à-dire si Π_0 est le plan dans lequel se trouve les quatre points polaires du plan P_0 par rapport aux quatre surfaces R, S, T, U.

En éliminant x_0, y_0, z_0, t_0 entre les quatre équations (1°), nous obtiendrons l'enveloppe des plans Π_0. Or, le résultat de cette élimination sera

du degré $n_2 n_1 n$ par rapport aux coefficients de la 1^re^ équation,
du degré $n_3 n_1 n$ . . . . la 2^e^ équation,
du degré $n_3 n_2 n$ . . . . la 3^e^ équation,
du degré $n_3 n_2 n_1$. . . . . la 4^e^ équation;
et, par suite, du degré

$$n_2 n_1 n + n_3 n_1 n + n_3 n_2 n + n_3 n_2 n_1$$

par rapport à tous les coefficients. Mais ces coefficients sont du premier degré en x, y, z, t; donc le degré, c'est-à-dire la classe de la surface enveloppe, sera

$$n n_1 n_2 n_3 \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} + \frac{1}{n_3}\right).$$

Cette surface sera aussi l'enveloppe des plans Π_0 dont les premières polaires, relatives aux quatre surfaces R, S, T, U, touchent le plan P_0.

39. Considérons les trois surfaces de $n^{\text{ème}}$ classe U, V, W;

les surfaces

$$(19) \qquad S = aU + bV + cW = 0$$

où a, b, c sont des constantes arbitraires, formeront ce que j'appelle *un réseau de* n$^{\text{ème}}$ *classe.*

Les surfaces d'un réseau sont toutes tangentes à n^3 *plans tangents communs à trois surfaces particulières du réseau.*

Cette propriété est visible d'après l'équation (19).

La $p^{\text{ème}}$ polaire d'un plan par rapport à la surface S est

$$(1^{\circ}) \qquad \Delta_p S = a\,\Delta_p U + b\,\Delta_p V + c\,\Delta_p W = 0\,;$$

car on a évidemment

$$\Delta_p S = \left(x_0 \frac{d.}{dx} + y_0 \frac{d.}{dy} + z_0 \frac{d.}{dz} + t_0 \frac{d.}{dt}\right)^p (aU + bV + cW) = a\,\Delta_p U + b\,\Delta_p V + c\,\Delta_p W.$$

L'équation (1°) nous montre que :

Les p$^{\text{èmes}}$ *polaires d'un plan fixe par rapport aux surfaces d'un réseau forment un réseau*; *elles sont constamment tangentes aux* $(n-p)^3$ *plans tangents communs aux* p$^{\text{èmes}}$ *polaires du même plan par rapport à trois surfaces particulières du réseau.*

En particulier :

Le point polaire d'un plan fixe par rapport aux surfaces d'un réseau est constamment sur le plan qui passe par les points polaires du même plan relatifs à trois des surfaces du réseau.

Si X, Y, Z, T sont les coordonnées du point polaire d'un plan fixe P_0 (x_0, y_0, z_0, t_0) par rapport à une surface quelconque S du réseau, les coordonnées de ce point seront déterminées par les équations

$$\frac{a\left(\frac{dU}{dx}\right)_0 + b\left(\frac{dV}{dx}\right)_0 + c\left(\frac{dW}{dx}\right)_0}{X} = \frac{a\left(\frac{dU}{dy}\right)_0 + b\left(\frac{dV}{dy}\right)_0 + c\left(\frac{dW}{dy}\right)_0}{Y} =$$

$$= \frac{a\left(\frac{dU}{dz}\right)_0 + b\left(\frac{dV}{dz}\right)_0 + c\left(\frac{dW}{dz}\right)_0}{Z} = \frac{a\left(\frac{dU}{dt}\right)_0 + b\left(\frac{dU}{dt}\right)_0 + c\left(\frac{dW}{dt}\right)_0}{T} = -d.$$

Si l'on se donne le point (X, Y, Z, T), l'enveloppe des plans P_0 s'obtiendra en éliminant a, b, c, d entre les quatre équations ci-dessus ; ce qui donne, après la suppression des indices

$$(20) \qquad \begin{vmatrix} \frac{dU}{dx} & \frac{dV}{dx} & \frac{dW}{dx} & X \\ \frac{dU}{dy} & \frac{dV}{dy} & \frac{dW}{dy} & Y \\ \frac{dU}{dz} & \frac{dV}{dz} & \frac{dW}{dz} & Z \\ \frac{dU}{dt} & \frac{dV}{dt} & \frac{dW}{dt} & T \end{vmatrix} = 0 ;$$

le degré de cette équation en x, y, z, t est visiblement $3(n-1)$. Donc les plans polaires d'un plan fixe, par rapport aux surfaces d'un réseau, ou mieux *les plans qui ont pour point polaire, par rapport aux surfaces d'un réseau, un point fixe, enveloppent une surface de la classe* $3(n-1)$.

40. Considérons les deux surfaces de $n^{\text{ème}}$ classe U, V ; les surfaces

$$(21) \qquad S = aU + bV = o,$$

où a, b sont des constantes arbitraires, formeront ce que j'appelle *un faisceau de* $n^{\text{ème}}$ *classe.*

Les surfaces d'un faisceau sont inscrites dans la développable circonscrite à deux surfaces particulières du faisceau.

Cette propriété est une conséquence immédiate de l'équation (21).

La $p^{\text{ème}}$ polaire d'un plan par rapport à la surface S est

$$(1^\circ) \qquad \Delta_p S = a\Delta_p U + b\Delta_p V = 0 ;$$

cette équation nous montre que :

Les $p^{\text{èmes}}$ *polaires d'un plan fixe, par rapport aux surfaces* *d'un faisceau, forment aussi un faisceau; elles sont toutes inscrites dans la développable circonscrite aux* $p^{\text{èmes}}$ *polaires du même plan par rapport à deux surfaces particulières du faisceau.*

Si X, Y, Z, T, sont les coordonnées du point polaire d'un plan fixe P_0 (x_0, y_0, z_0, t_0) par rapport à une surface quelconque S du faisceau, les coordonnées de ce point seront déterminées par les équations

$$\frac{a\left(\frac{dU}{dx}\right)_0 + b\left(\frac{dV}{dx}\right)_0}{X} = \frac{a\left(\frac{dU}{dy}\right)_0 + b\left(\frac{dV}{dy}\right)_0}{Y} =$$

$$= \frac{a\left(\frac{dU}{dz}\right)_0 + b\left(\frac{dV}{dz}\right)_0}{Z} = \frac{a\left(\frac{dU}{dt}\right)_0 + b\left(\frac{dV}{dt}\right)_0}{T} = -c.$$

Si l'on se donne le point X, Y, Z, T, le plan P_0 devra toucher une développable déterminée par des surfaces de la classe $2(n-1)$, dont on obtiendra les équations en éliminant a, b, c entre les relations précédentes; ces surfaces seront données par le déterminant incomplet

$$(22) \qquad K = \left|\begin{matrix} \frac{dU}{dx} & \frac{dV}{dx} & X & \alpha \\ \frac{dU}{dy} & \frac{dV}{dy} & Y & \beta \\ \frac{dU}{dz} & \frac{dU}{dz} & Z & \gamma \\ \frac{dU}{dt} & \frac{dV}{dt} & T & \delta \end{matrix}\right| = 0;$$

on a ainsi quatre surfaces qui auront une infinité de plans tangents communs, c'est-à-dire détermineront une développable.

Je vais démontrer que cette développable est de la classe $4(n-1)^2$.

Les quatre surfaces qui déterminent la développable sont, d'après l'équation multiple (22) :

$$(2^\circ)\qquad \frac{dK}{d\alpha}=0,\quad \frac{dK}{d\beta}=0,\quad \frac{dK}{d\gamma}=0,\quad \frac{dK}{d\delta}=0.$$

Pour reconnaître la classe de cette développable, cherchons le nombre des plans tangents qu'on peut mener aux quatre surfaces (2°) par un point arbitrairement choisi

$$(3^\circ)\qquad Ax+By+Cz+Dt=0.$$

Je remarque d'abord qu'on a, d'après la théorie des déterminants, les identités

$$(4^\circ)\quad \left\{\begin{aligned} &X\frac{dK}{d\alpha}+Y\frac{dK}{d\beta}+Z\frac{dK}{d\gamma}+T\frac{dK}{d\delta}=0,\\ &\frac{dU}{dx}\frac{dK}{d\alpha}+\frac{dU}{dy}\frac{dK}{d\beta}+\frac{dU}{dz}\frac{dK}{d\gamma}+\frac{dU}{dt}\frac{dK}{d\delta}=0,\\ &\frac{dV}{dx}\frac{dK}{d\alpha}+\frac{dV}{dy}\frac{dK}{d\beta}+\frac{dV}{dz}\frac{dK}{d\gamma}+\frac{dU}{dt}\frac{dV}{d\delta}=0.\end{aligned}\right.$$

Considérons les solutions vérifiant l'équation (3°) et les deux premières des équations (2°), savoir

$$(5^\circ)\qquad \frac{dK}{d\alpha}=0,\ \frac{dK}{d\beta}=0,\quad Ax+By+Cz+Dt=0;$$

le nombre de ces solutions est

$$N=4\,(n-1)^2.$$

Pour ces solutions, les identités (4°) se réduisent à

$$(6^\circ)\quad \left\{\begin{aligned} &Z\frac{dK}{d\gamma}+T\frac{dK}{d\delta}=0,\\ &\frac{dU}{dz}\frac{dK}{d\gamma}+\frac{dU}{dt}\frac{dK}{d\delta}=0,\\ &\frac{dV}{dz}\frac{dK}{d\gamma}+\frac{dV}{dt}\frac{dK}{d\delta}=0.\end{aligned}\right.$$

Or si $\frac{dU}{dz}, \frac{dU}{dt}, \frac{dV}{dz}, \frac{dV}{dt}$, ne sont pas annulés à la fois par les solutions en question, ce qui est évidemment impossible dans le cas général, on trouve, en combinant la première des égalités (6) avec la seconde ou la troisième,

$$\left(Z\frac{dU}{dt} - T\frac{dU}{dz}\right)\frac{dK}{d\delta} = 0, \quad \left(T\frac{dU}{dz} - Z\frac{dU}{dt}\right)\frac{dK}{d\gamma} = 0;$$

or Z et T sont des quantités arbitrairement données ; donc

$$\frac{dK}{d\gamma} = 0, \quad \frac{dK}{d\delta} = 0;$$

c'est-à-dire que toutes les solutions (5°) conviennent à la question ; ou, en d'autres termes, la développable est de la classe $4(n-1)^2$.

Ainsi

Les plans qui ont pour point polaire, par rapport aux surfaces d'un faisceau, un point fixe, enveloppent une développable de la classe $4\,(n-1)^2$

41. Considérons une droite fixe D et un plan quelconque P passant par cette droite; si $P_0\,(x_0, y_0, z_0, t_0)$ et $P_1\,(x_1, y_1, z_1, t_1)$ sont les deux plans qui déterminent la droite donnée, les coordonnées du plan P seront

$$\lambda x_0 + \mu x_1, \ \lambda y_0 + \mu y_1, \ \lambda z_0 + \mu z_1, \ \lambda t_0 + \mu t_1,$$

où λ et μ sont des constantes arbitraires.

La $p^{\text{ème}}$ polaire du plan P sera

$$(23)\quad V = \Delta_p U = \left((\lambda x_0+\mu x_1)\frac{d.}{dx} + (\lambda y_0+\mu y_1)\frac{d.}{dy} + (\lambda z_0+\mu z_1)\frac{d.}{dz} + (\lambda t_0+\mu t_1)\frac{d.}{dt}\right)^p U = 0;$$

cette équation sera homogène en x, y, z, t et du degré $(n-p)$ par rapport à ces variables, homogène en λ, μ et de degré p par rapport à ces constantes.

Si entre les dérivées par rapport à λ et μ, savoir

$$(1^\circ) \qquad \frac{dV}{d\lambda} = 0, \quad \frac{dV}{d\mu} = 0,$$

nous éliminons le rapport $\frac{\lambda}{\mu}$, nous aurons une équation en x, y, z, t de la forme

$$(24) \qquad \delta_p = F(x, y, z, t) = 0;$$

cherchons le degré de cette équation et sa signification géométrique.

Les équations (1°) sont du degré $(p-1)$, le résultat de l'élimination sera donc du degré $(p-1)$ par rapport aux coefficients de la première et du degré $(p-1)$ par rapport aux coefficients de la seconde, il sera, par suite, du degré $2(p-1)$ par rapport aux coefficients des deux équations. Mais les coefficients de ces deux équations sont des fonctions homogènes et du même degré $(n-p)$ par rapport aux variables x, y, z, t, donc l'équation (24) ou $\delta_p = o$ sera du degré

$$(25) \qquad 2(p-1)(n-p)$$

par rapport aux variables x, y, z, t.

Soit l'équation tangentielle d'une surface

$$(2^\circ) \qquad \Sigma_0 \quad f(x, y, z, t, a) = 0,$$

renfermant un paramètre arbitraire a. Si nous donnons une valeur différente à a, nous aurons la surface

$$(3^\circ) \qquad \Sigma_1 \quad f(x, y, z, t, a + \Delta a) = 0;$$

les solutions communes aux équations (2°) et (3°) détermineront des plans tangents communs aux deux surfaces Σ_0 et Σ_1; et, par suite, les équations

$$4^\circ \qquad f = 0, \quad \frac{df}{da} = 0,$$

détermineront une développable circonscrite à la surface Σ_0 suivant la courbe où elle est coupée par la surface infiniment voisine Σ_1, lorsque Δa tend vers zéro. L'élimination de a entre les équations (4°) nous donnera l'équation d'une surface touchée par tous les plans tangents à une quelconque des surfaces Σ_0 aux points où elle est coupée par la surface infiniment voisine, c'est-à-dire nous donnera l'équation tangentielle de l'enveloppe des surfaces Σ_0.

Donc l'équation (24), qui résulte de l'élimination de $\frac{\lambda}{\mu}$ entre les équations (1°), représentera l'enveloppe des surfaces V, c'est-à-dire des $p^{\text{èmes}}$ polaires des plans passant par la droite D.

42. *Si nous appelons* $p^{\text{ème}}$ *polaire d'une droite l'enveloppe des* $p^{\text{èmes}}$ *polaires de tous les plans passant par cette droite*, nous aurons la proposition suivante :

La $p^{\text{ème}}$ *polaire d'une droite* (c'est-à-dire l'enveloppe des $p^{\text{èmes}}$ polaires des plans passant par la droite), *est une surface de la classe* $2\,(p-1)\,(n-p)$.

Il est à remarquer que les $2^{\text{ème}}$ et $(n-1)^{\text{ème}}$ polaires, les $3^{\text{ème}}$ et $(n-2)^{\text{ème}}$ polaires, etc, d'une droite, sont respectivement des surfaces de même classe.

Nous conclurons de là, en particulier, que

Le lieu des points polaires des plans passant par une droite fixe est une courbe de la classe $2\,(n-2)$.

Pour nous rendre compte de ce fait, soit l'équation d'un point

$$f = Ax + By + Cz + Dt = 0$$

dont les coefficients dépendent d'un paramètre arbitraire a. Les équations
$$f = 0, \quad f(a + \Delta a) = 0$$
représenteront deux points, et les solutions communes définissent des plans passant par la droite qui joint ces deux points ; par suite, les deux équations

$$(5°) \qquad f = 0, \quad \frac{df}{da} = 0,$$

définissent une droite, et l'élimination de a donnera l'équation du lieu touché par les droites (5°). Mais, par un calcul semblable à celui qu'on fait dans l'étude des surfaces développables dans le système des coordonnées-point, on prouvera que tous les plans passant par la droite (5°) sont tangents et que leur point de contact est invariable; donc le lieu touché par les droites (5°) est une courbe, en général, gauche.

La classe de cette courbe est le nombre des plans tangents qu'on peut lui mener par une droite arbitrairement choisie.

Dans le cas des premières polaires, la formule précédente $2(p-1)(n-p)$ nous donne zéro. C'est qu'alors la surface enveloppe des premières polaires des plans passant par une droite, ne peut plus être représentée par une seule équation. Reprenons le calcul pour ce cas particulier; l'équation des premières polaires des plans passant par la droite D est

$$V = \lambda \Delta_{n-1} U_0 + \mu \Delta_{n-1} U_1 = 0 ;$$

donc

$$(6°) \qquad \frac{dV}{d\lambda} = \Delta_{n-1} U_0 = 0, \quad \frac{dV}{d\mu} = \Delta_{n-1} U_0 = 0$$

Les équations (6°) ne renferment plus λ et μ, elles définissent donc simultanément l'enveloppe des premières polaires; cette enveloppe est, par suite, une surface développable. Ce résultat est parfaitement d'accord avec la proposition établie au n° [30], savoir :

Les 1ères *polaires des plans passant par une droite fixe sont toutes inscrites à la développable circonscrite aux* 1ères *polaires de deux des plans passant par la droite fixe.*

Ainsi :

La 1ère *polaire d'une droite est une surface développable de la classe* $(n-1)^2$; *la* $(n-1)^{\text{ème}}$ *polaire d'une droite est une courbe gauche de la classe* $2(n-2)$.

Je n'entrerai pas dans de plus longs détails sur les polaires d'une droite.

SECONDE PARTIE.

ÉTUDE DES PLANS TANGENTS A UNE SURFACE DONNÉE PAR SON ÉQUATION TANGENTIELLE.

43. Lorsqu'une surface est définie par une relation entre les coordonnées d'un quelconque de ses points, cette surface admet un nombre infini de plans tangents doubles et un nombre limité de plans tangents triples. Les points doubles et les points multiples d'ordre supérieur, les plans tangents doubles touchant suivant une courbe plane, les plans tangents multiples d'ordre supérieur au troisième sont des singularités de la surface, c'est-à-dire que, si l'on conserve à l'équation sa généralité, la surface ne possède pas les particularités que nous venons d'énumérer.

Lorsqu'une surface est définie par une équation entre les coordonnées d'un quelconque de ses plans tangents, cette surface possède un nombre infini de points pour lesquels il y a deux plans tangents distincts, et un nombre limité de points pour lesquels il y a trois plans tangents distincts. Dans le cas général, elle n'admet pas de plans tangents doubles ou d'ordre supérieur, ni de points coniques proprement dits, c'est-à-dire de points pour lesquels les tangentes forment un cône proprement dit.

Pour étudier la nature et les variétés des points multiples, il est naturel de se placer dans le cas où la surface est définie par son équation en *coordonnées-point*. Mais l'étude des plans tangents multiples reçoit une plus grande clarté, lorsqu'on l'aborde à l'aide de l'*équation tangentielle* de la surface.

Les polaires réciproques, quoique pouvant conduire à de nombreux résultats en partant des propriétés déjà connues, ne me semblent pas constituer un mode d'étude ni assez direct, ni surtout assez net, pour approfondir la question des plans tangents multiples.

44. Je donnerai les définitions suivantes des points multiples et des points tangents multiples.

1° *Un point multiple d'ordre p* est un point tel que toute droite, passant par ce point, y rencontre la surface en p points coïncidents, et, par suite, ne rencontre plus la surface qu'en $(m-p)$ autres points, si m est *l'ordre* de la surface.

2° *Un plan tangent multiple d'ordre p* est un plan tangent tel que par une droite quelconque, située sur ce plan, passent toujours p plans tangents coïncidant avec le plan considéré ; par suite, on ne peut mener par cette droite que $(n-p)$ autres plans tangents, si n est la *classe* de la surface.

Enfin, j'indiquerai encore la classification suivante des points doubles d'une surface, car les points doubles se rencontreront nécessairement dans cette étude ; nous distinguerons :

1° *Le point double conique ordinaire*; toutes les tangentes proprement dites à la surface en ce point forment un cône du second degré.

2° *Le point double de rebroussement conique*; toutes les tangentes à la surface en ce point se trouvent dans deux plans ; un plan quelconque, passant par la droite intersection des deux plans, coupe la surface suivant une courbe ayant un rebroussement au point considéré (où, comme cas particulier, deux branches de courbe qui se touchent), la tangente de rebroussement est toujours la droite d'intersection des deux plans, droite que je nommerai *axe de rebroussement.*

3° *Le point double de rebroussement plan*; toutes les tangentes à la surface en ce point sont dans un même plan ; un plan quelconque, passant par le point considéré, coupe la surface suivant une courbe ayant un rebroussement en ce point, la tangente de rebroussement est toujours dans le plan lieu des tangentes proprement dites; je donnerai à ce plan le nom de *plan de rebroussement.*

Avant d'aborder la discussion des plans tangents, je ferai quelques remarques préliminaires dont on constatera plus loin l'utilité.

REMARQUES PRÉLIMINAIRES.

I° *Courbes planes osculatrices.*

45. Considérons les deux courbes tangentes entre elles à l'origine, et cherchons les conditions pour qu'elles aient un contact du 2ème ordre, du 3ème ordre. Soient, dans le système des coordonnées-point les équations de ces deux courbes.

$$(1)\left\{\begin{array}{l} S = \ldots + (\alpha x^3 + \beta x^2 y + \gamma x y^2 + \delta y^3) + (a x^2 + 2 b x y + c y^2) + x = 0, \\ S_1 = \ldots + (\alpha_1 x^3 + \beta_1 x^2 y + \gamma_1 x y^2 + \delta_1 y^3) + (a_1 x^2 + 2 b_1 x y + c_1 y^2) + x = 0, \end{array}\right.$$

la tangente commune est l'axe des y.

La condition pour que les deux courbes S *et* S_1 *aient un contact du second ordre est*

$$(2) \qquad c_1 = c.$$

En retranchant membre à membre les équations (1), on constate que :

« Lorsque deux courbes se touchent et ont un contact de second ordre, on peut faire passer par tous leurs points communs une courbe ayant un point double au point d'osculation, et pour laquelle la tangente commune est une des tangentes au point double. Réciproquement, si deux courbes se touchent, et si par tous leurs points communs, on peut faire passer une courbe ayant un point double au point de contact pour lequel une des tangentes est la tangente commune, ces deux courbes auront un contact du second ordre. »

Les conditions pour que les deux courbes S *et* S_1 *aient un contact du troisième ordre sont*

$$(3) \qquad \begin{cases} c_1 = c, \\ \delta - \delta_1 = 2c(b - b_1). \end{cases}$$

« On verra, sans difficulté, que la courbe

$$(4) \qquad \Sigma = S[1 - 2(b - b_1)y] - S_1 = 0$$

passe par tous les points communs aux deux courbes S et S_1, qu'elle a au point d'osculation un point de rebroussement, et que la tangente de rebroussement a avec la courbe Σ un contact du second ordre; la réciproque est également vraie. »

La courbe Σ passe bien par tous les points communs aux courbes S et S_1; cependant elle rencontre séparement ces dernières en plus de points qu'elles n'en ont de communs; mais il faut bien observer que les points qui ne sont pas communs aux deux courbes S et S_1 sont distincts du point d'osculation considéré. En effet, outre les *points communs* en question, nous trouvons, sur les courbes Σ et S_1 des points situés sur la droite $[1 - 2(b - b_1)y] = 0$, lesquels n'appartiennent pas à la courbe S; et, sur les courbes Σ et S, des points situés sur la droite à l'infini, lesquels n'appartiennent pas à la courbe S_1.

Je ne ferai qu'énoncer ces différents résultats.

II° *Courbes gauches.*

46. *L'ordre d'une courbe gauche* est le nombre des points en lesquels elle est rencontrée par un plan quelconque.

Deux surfaces du $m^{\text{ème}}$ et $n^{\text{ème}}$ ordre respectivement se coupent suivant une courbe gauche du $mn^{\text{ème}}$ ordre.

1° *Point simple d'une courbe gauche.* — En un point simple d'une courbe gauche, il y a une seule tangente qui est l'intersection des plans tangents aux deux surfaces en ce point. Un plan quelconque, passant par cette tangente, coupe les deux surfaces suivant deux courbes qui se touchent, ce plan rencontre la courbe gauche en deux points coïncidents.

« Pour déterminer le plan osculateur de la courbe au point considéré, on pourra mener par la tangente un plan quelconque, lequel coupera les deux surfaces suivant deux courbes tangentes entre elles; on exprimera alors que, par les points communs à ces deux courbes, on peut faire passer une courbe ayant un point double au point de contact, et qu'une des tangentes au point double est la tangente commune; ou, ce qui revient au même, on fera usage de la condition (2). »

2° *Point double d'une courbe gauche.* — Lorsque les deux surfaces ont un plan tangent commun, tout plan passant par le plan de contact coupe les deux surfaces suivant deux courbes qui se touchent; donc un plan *quelconque*, passant par ce point, y rencontre la courbe gauche en deux points coïncidents; ce point est un *point double* de la courbe.

Prenons le plan tangent commun pour plan des $y\,z$ et le point de contact pour origine, les équations des deux surfaces, dans le système des coordonnées-point, seront

$$(5)\quad \left\{ \begin{aligned} S &= \ldots + (a\,x^2 + by^2 + cz^2 + 2\,a'yz + 2\,b'xz + 2\,c'xy) + x = 0, \\ S_1 &= \ldots + (a_1x^2 + b_1y^2 + c_1z^2 + 2\,a_1'yz + 2\,b_1'xz + 2\,c_1'xy) + x = 0. \end{aligned} \right.$$

La courbe gauche est tout entière sur la surface

$$(6)\quad \Sigma = S - S_1 = \ldots + \Big((a-a_1)x^2 + (b-b_1)y^2 + (c-c)z^2 + 2(a'-a_1')yz + 2(b'-b_1')xz + 2(c'-c_1')xy\Big) = 0\,;$$

la surface Σ présente un point double à l'origine, et toutes les arêtes du cône tangent rencontrent cette surface en trois points coïncidents; donc les tangentes proprement dites au point double de la courbe gauche, c'est-à-dire celles qui rencontrent la courbe gauche en trois points coïncidents, ne peuvent être que les génératrices du cône situées dans le plan tangent yoz.

Les deux tangentes au point double de la courbe gauche sont donc

$$(7)\quad x=0,\quad (c-c_1)z^2+2(a'-a'_1)yz+(b-b_1)y^2=0.$$

Si l'on prend ces tangentes pour axes oy et oz, c'est-à-dire si l'on suppose

$$c_1=c,\quad b_1=b;$$

puis si l'on coupe les deux surfaces S et S_1 par un plan quelconque passant par l'axe oz,

$$y=\lambda x,$$

par exemple: on a deux courbes qui sont osculatrices, quel que soit λ, car les coefficients de z^2 sont égaux, n° [45]. De plus, on constatera, par l'application des relations (3) n° [45], qu'il y a un plan et un seul, lequel coupe les deux surfaces suivant deux courbes ayant un contact du troisième ordre.

Ainsi :

« La tangente à l'une des branches au point double d'une courbe gauche rencontre la courbe gauche en trois points coïncidents, mais cette tangente ne rencontre pas, en général, les surfaces S et S_1 séparément en trois points coïncidents. Seulement un plan quelconque passant par cette tangente coupe les deux surfaces S et S_1 suivant deux courbes osculatrices, et il y a un plan unique passant par cette tangente, lequel coupe les deux surfaces suivant deux courbes ayant un contact du troisième ordre. »

III° *Principe de la détermination des intersections d'une droite avec une surface donnée par son équation tengentielle.*

47. Les points où une droite rencontre une surface, donnée par son équation tangentielle, sont tels que les plans tangents à la

surface en ces points touchent toutes les premières polaires des plans passant par la droite considérée n^o [30].

Or les premières polaires des plans passant par une droite touchent toutes la développable circonscrite aux premières polaires de deux des plans passant par cette droite. Donc, si A est un point de la surface par où passe la droite en question, D, on reconnaîtra en combien de points coïncidant avec A cette droite rencontre la surface, en cherchant combien il y a de plans tangents coincidant avec le plan tangent à la surface en A et touchant, en même temps, la développable mentionnée.

Pour rendre cette recherche plus facile, on peut interpréter les équations dans le système des coordonnées-point ; alors les premières polaires passent toutes par une courbe gauche fixe, intersection de deux quelconques de ces premières polaires. La question sera ramenée à trouver en combien de points cette courbe gauche rencontre la surface proposée, son équation étant interprétée aussi dans le système des coordonnées-point. Le nombre des points communs coïncidents correspondra au nombre cherché des plans tangents communs coïncidents.

Ces préliminaires étant posés, passons à l'étude des plans tangents.

§ I.

PLANS TANGENTS SIMPLES.

48. Nous écrirons l'équation de la surface sous la forme

$$(1)\quad U = \varphi_n + t\varphi_{n-1} + \ldots t^{n-4}\varphi_4 + t^{n-3}\varphi_3 + t^{n-2}\varphi_2 + t^{n-1}\varphi_1 + t^n\varphi_0 = 0,$$

φ_i représentant une fonction homogène et de degré i en x, y, z.

J'écrirai de suite les équations des 1ère, $(n-3)$ème, $(n-2)$ème, $(n-1)$ème polaires du plan ABC ($x_0 = 0$, $y_0 = 0$, $z_0 = 0$), car nous ferons souvent usage de ces équations. On sait n^o [17] que la $s^{\text{ème}}$ polaire du plan ABC est

$$\frac{d^s U}{dt^s} = 0;$$

On aura donc pour :

La première polaire du plan ABC, $\frac{dU}{dt} = 0$, ou

(2) $\varphi_{n-1} + t\varphi_{n-2} + \ldots + (n-5)\, t^{n-5}\varphi_4 + (n-3)t^{n-4}\varphi_3 + (n-2)\, t^{n-3}\varphi_2 + (n-1)\, t^{n-2}\varphi_1 + nt^{n-1}\varphi_0 = 0.$

La $(n-3)^{\text{ème}}$ *polaire* du plan ABC, $\frac{d^{n-3}U}{dt^{n-3}} = 0$, ou

(3) $6\varphi_3 + 6(n-2)t\varphi_2 + 3(n-1)(n-2)t^2\varphi_1 + n(n-1)(n-2)\varphi_0 t^3 = 0.$

La $(n-2)^{\text{ème}}$ *polaire* du plan ABC, $\frac{d^{n-2}U}{dt^{n-2}} = 0$, ou

(4) $2\varphi_2 + (n-1)\,\varphi_1\, t + n\,(n-1)\,\varphi_0\, t^2 = 0.$

La $(n-1)^{\text{ème}}$ *polaire* du plan ABC, $\frac{d^{n-1}U}{dt^{n-1}} = 0$, ou

(5) $\varphi_1 + n\,\varphi_0\, t = 0.$

49. Admettons que l'on ait $\varphi_0 = 0$; le plan ABC ($x_0 = 0$, $y_0 = 0$, $z_0 = 0$) est alors un plan tangent simple. Par une droite quelconque située dans ce plan, on ne peut plus mener que $(n-1)$ plans tangents distincts de ABC. Si la droite passe par le point

$$\varphi_1\,(x, y, z) = ax + by + cz = 0,$$

on ne peut mener que $(n-2)$ plans tangents distincts de ABC; toute droite passant par le point φ_1 est l'intersection de deux plans tangents consécutifs ; et ce point est l'intersection de deux tangentes consécutives, c'est le point de contact du plan tangent ABC. On voit que l'équation (5) de la $(n-1)^{\text{ème}}$ polaire est précisément l'équation du point de contact, car φ_0 est nul.

Si maintenant on considère les valeurs de x, y, z vérifiant à la fois les deux équations

$$\begin{cases} \varphi_1(x, y, z) = 0, \\ \varphi_2(x, y, z) = 0, \end{cases}$$

ces valeurs déterminent deux tangentes menées du point φ_1 à la courbe φ_2. Or, on constate aisément que par ces deux droites on ne peut plus mener que $(n-3)$ plans tangents distincts du plan ABC ; ces deux droites sont les intersections de trois plans tangents consécutifs, je les nommerai, d'après une locution déjà employée, *tangentes inflexionnelles.*

Les tangentes inflexionnelles sont données par les valeurs de x, y, z qui vérifient à la fois les deux équations

$$\varphi_1 = 0, \quad \varphi_2 = 0;$$

mais, dans le cas actuel, la $(n-2)^{\text{ème}}$ polaire (4) a pour équation

$$(6) \qquad 2\varphi_2 + (n-1)\varphi_1 t = 0.$$

Or les coordonnées d'un plan quelconque passant par l'une des droites ($\varphi_1 = 0$, $\varphi_2 = 0$) vérifieront l'équation (6), donc ce plan est tangent à la surface (6). Mais lorsqu'une droite est telle qu'un plan quelconque passant par cette droite est tangent à la surface, cette droite appartient tout entière à la surface. Les deux tangentes inflexionnelles, correspondant à un plan tangent simple, sont les intersections de ce plan avec sa $(n-2)^{\text{ème}}$ polaire.

Ainsi

Un plan tangent simple touche la surface suivant une courbe de première classe ou un point ; il y a, dans ce plan, deux tangentes inflexionnelles qui sont les intersections du plan tangent avec sa $(n-2)^{\text{ème}}$ *polaire.*

Nous distinguerons, d'après les cas suivants, trois variétés de plans tangents simples :

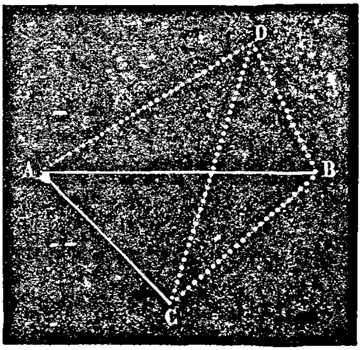
1^er^ cas. La $(n-2)^{\text{ème}}$ polaire du plan tangent est une surface proprement dite de deuxième classe.

2ème CAS. La $(n-2)$ème polaire se réduit à une courbe plane ;

3ème CAS. La $(n-2)$ème polaire se réduit à deux points.

50. Le plan tangent étant pris pour plan ABC du tétraèdre de référence, l'équation de la surface sera :

$$(7)\quad U = \varphi_n(x, y, z) + \ldots + t^{n-2}\varphi_2(x, y, z) + t^{n-1}\varphi_1(x, y, z) = 0;$$



nous choisirons pour sommet A de la face ABC le point de contact du plan tangent avec la surface ; le point $\varphi_1 = 0$ devant coïncider avec le point $x = 0$, la fonction φ_1 ne renfermera que le terme en x.

Nous prendrons, en second lieu, pour la droite AB, une des tangentes inflexionnelles ; alors, un plan quelconque, passant par AB ($x = 0$, $y = 0$), devant toucher la $(n-2)$ème polaire (6), l'équation (6) devra être vérifiée pour $x = 0$ et $y = 0$, quels que soient z et t ; et, par suite, la fonction φ_2 ne devra pas renfermer de terme en z^2.

D'après ce choix du tétraèdre, les fonctions φ_1 et φ_2 seront donc de la forme :

$$(8)\quad \begin{cases} \varphi_1 = x, \\ \varphi_2 = ax^2 + 2bxy + cy^2 + 2a'xz + 2b'yz; \end{cases}$$

et l'équation de la $(n-2)$ème polaire du plan ABC sera

$$(9)\quad ax^2 + 2bxy + cy^2 + 2a'xz + 2b'yz + \frac{n-1}{2}xt = 0.$$

La discussion de chacun des cas précités comprendra :

1° L'étude des propriétés relatives aux polaires ;

2° La détermination des intersections avec la surface des droites passant par le point de contact ;

3° Le résumé de la discussion.

51. 1^er^ CAS. *La $(n-2)^{\text{ème}}$ polaire du plan tangent est une surface de deuxième classe proprement dite.*

Ecrivons d'abord les dérivées partielles de la fonction U :

$$\left\{\begin{aligned}
\frac{dU}{dx} &= \frac{d\varphi_n}{dx} + \ldots + t^{n-3}\frac{d\varphi_3}{dx} + 2(ax+by+a'z)\,t^{n-2} + t^{n-1}\\
\frac{dU}{dy} &= \frac{d\varphi_n}{dy} + \ldots + t^{n-3}\frac{d\varphi_3}{dy} + 2(bx+cy+b'z)\,t^{n-2};\\
\frac{dU}{dz} &= \frac{d\varphi_n}{dz} + \ldots + t^{n-3}\frac{d\varphi_3}{dz} + 2(a'x+b'y)\,t^{n-2};\\
\frac{dU}{dt} &= \varphi_{n-1} + \ldots + (n-3)\,t^{n-4}\varphi_3 + (n-2)\,t^{n-3}\varphi_2 + (n-1)\,x\,t^{n-2}.
\end{aligned}\right.$$

1° *Propriétés relatives aux polaires.* — On peut regarder la droite AC comme une tangente quelconque, et le plan ACD comme un plan quelconque passant par le point A ; or, on voit par l'équation générale de la première polaire d'un plan, savoir :

$$(10)\qquad x_0\frac{dU}{dx} + y_0\frac{dU}{dy} + z_0\frac{dU}{dz} + t_0\frac{dU}{dt} = 0 \quad (1^{\text{re}}\text{ polaire du plan } x_0\,y_0\,z_0\,t_0),$$

que la première polaire du plan ACD est $\frac{dU}{dy} = 0$; on constate alors que la première polaire d'un plan quelconque passant par le point A est touchée par le plan tangent en A en un point différent de A.

Le plan ABD peut être regardé comme un plan quelconque passant par la tangente inflexionnelle AB ; sa première polaire est $\frac{dU}{dz} = 0$, d'où l'on voit que la première polaire d'un plan quelconque passant par une tangente inflexionnelle est touchée par le plan tangent correspondant en un point de la tangente inflexionnelle.

La première polaire du plan tangent ABC est $\frac{dU}{dt} = 0$; cette première polaire a, pour tangentes inflexionnelles en A, celles de la surface proposée.

2° *Intersection avec la surface des droites passant par le point* A. — L'équation de la surface est :

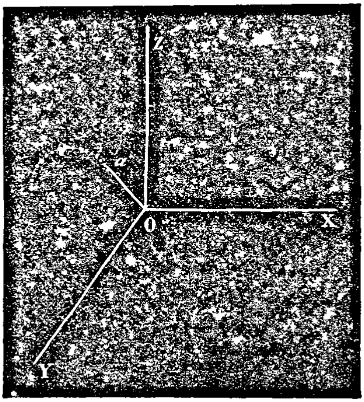
(11) $$U = \ldots t^{n-3} \varphi_3 + (ax^2 + 2\,bxy + cy^2 + 2\,a'xz + 2\,byz)\, t^{n-2} + x\, t^{n-1} = 0.$$

Droite AC. Les premières polaires de deux plans passant par la droite AC sont

$$S_0 = y_0 \frac{dU}{dy} + t_0 \frac{dU}{dt} = 0, \quad S_1 = y_1 \frac{dU}{dy} + t_1 \frac{dU}{dt} = 0,$$

ou

(12) $$\begin{cases} S_0 = \ldots + \left[y_0 \dfrac{d\varphi_3}{dz} + (n-2) t_0 \varphi_2 \right] t^{n-3} + 2 \left[y_0 (bx + cy + b'z) + t_0 \dfrac{n-1}{2}\, x \right] t^{n-2}, \\ S_1 = \ldots + \left[y_1 \dfrac{d\varphi_3}{dy} + (n-2) t_1 \varphi_2 \right] t^{n-3} + 2 \left[y_1 (bx + cy + b'z) + t_1 \dfrac{n-1}{2}\, x \right] t^{n-2} \end{cases}$$



Rappelons-nous le principe du n° [47], et interprétons les équations (11) et (12) dans le système des coordonnées-point, en supposant $t = 1$.

La courbe gauche Δ réprésentée par ces deux équations passe par l'origine O, et la tangente en ce point est

$$x = 0, \quad cy + b'z = 0;$$

c'est une droite Oa située dans le plan yoz et distincte des tangentes au point double de la section de la surface U par le plan yoz.

Pour obtenir la position du plan osculateur en O à la courbe Δ, je mène un plan quelconque par la droite Oa ; soit

$$cy + b'z = \lambda x$$

ce plan ; j'exprime que les projections sur le plan des xz, par exemple, des courbes, intersections de ce plan avec les surfaces S_0 et S_1, sont osculatrices ; pour cela, n° [45], nous égalerons les coefficients de z^2 après avoir divisé par les coefficients de x, ce qui donne :

$$(13)\ \frac{\frac{K}{c}y_0 - (n-2)\,t_0\frac{b'^2}{c}}{y_0(b+\lambda) + t_0\frac{n-1}{2}} = \frac{\frac{K}{c}y_1 - (n-2)\,t_1\frac{b'^2}{c}}{y_1(b+\lambda) + t_1\frac{n-1}{2}},$$

K est une quantité qui dépend des coefficients de la fonction φ_3, mais ne renferme pas l'indéterminée λ. On déduit de cette relation

$$(13\ bis) \qquad (b+\lambda)\frac{b'^2}{c} + \frac{K}{2c}\frac{n-1}{n-2} = 0\ ;$$

On voit par là que λ ne peut pas être infinie, car b' ne peut pas être nul dans le cas que nous examinons ; par suite, le plan osculateur en O à la courbe Δ est distinct du plan yoz.

Ceci posé, un plan quelconque passant par Oa coupera, n° [46], les deux surfaces S_0 et S_1 suivant deux courbes simplement tangentes en O, c'est-à-dire ayant deux points communs coïncidant en 0 ; le plan osculateur les coupera suivant deux courbes osculatrices. Mais un plan quelconque, passant par Oa, coupera la surface U suivant une courbe simplement tangente en O, pourvu qu'il soit distinct du plan yoz ; ceci aura donc encore lieu lorsqu'il coïncidera avec le plan osculateur à la courbe Δ, puisque ce dernier est distinct du plan yoz. Donc la courbe Δ a, en commun avec la surface U, deux points coïncidant avec le point O, et deux seulement ; car, si le plan yoz coupe la surface U suivant une courbe ayant un point double, il coupe, d'un autre côté, les deux surfaces S_0 et S_1 suivant deux courbes simplement tangentes. Donc

Une droite quelconque AC, *située dans le plan tangent et passant par le point de contact* A, *rencontre la surface en deux points coïncidant avec* A.

Droite AB. Les premières polaires de deux plans passant par la droite AB sont

$$S_0 = z_0 \frac{dU}{dz} + t_0 \frac{dU}{dt} = 0\,, \quad S_1 = z_1 \frac{dU}{dz} + t_1 \frac{dU}{dt} = 0\,,$$

ou

$$(14)\quad \Delta \left\{ \begin{aligned} S_0 &= \ldots + \left[z_0 \frac{d\varphi_3}{dz} + (n-2)\, t_0 \varphi_2\right] t^{n-3} + 2\left[z_0(a'x+b'y) + \frac{n-1}{2}\, t_0 x\right] t^{n-1}, \\ S_1 &= \ldots + \left[z_1 \frac{d\varphi_3}{dz} + (n-2)\, t_1 \varphi_2\right] t^{n-3} + 2\left[z_1(a'x+b'y) + \frac{n-1}{2}\, t_1 x\right] t^{n-1}. \end{aligned} \right.$$

Interprétons, en supposant $t=1$, les équations (11) et (14) dans le système des coordonnées-point,

La courbe gauche Δ passe par l'origine O, et la tangente en ce point est

$$x = 0\,, \quad y = 0\,, \quad \text{ou } Oz\,,$$

c'est-à-dire l'une des tangentes au point double de la section de la surface U par le plan yoz.

Si, par la même méthode que ci-dessus, nous cherchons le plan osculateur à la courbe Δ en O, on trouve qu'il coïncide avec le plan yoz.

Ainsi, un plan quelconque, passant par la tangente Oz, coupera les deux surfaces S_0 et S_1 suivant deux courbes simplement tangentes en O; mais le plan osculateur yoz coupera ces deux surfaces suivant deux courbes S'_0, S'_1 osculatrices en O; d'un autre côté, ce même plan coupe la surface U suivant une courbe U′ ayant un point double en O et dont une des tangentes est Oz; donc la courbe U′ passe par les trois points communs aux deux courbes osculatrices S'_0 et S'_1 ; c'est-à-dire que la courbe gauche Δ a, en commun avec la surface U, trois points coïncidant avec le point O.

Par conséquent :

Une tangente inflexionnelle AB *rencontre la surface en trois points coïncidant avec le point de contact.*

3° Résumons ces propriétés et leurs conséquences immédiates :

Lorsque la $(n-2)^{ème}$ *polaire d'un plan tangent est une surface proprement dite de deuxième classe, on a ce que j'appellerai un* PLAN TANGENT SIMPLE ORDINAIRE.

Le plan tangent coupe sa $(n-2)^{ème}$ *polaire suivant deux droites distinctes qu'on nomme tangentes inflexionnelles.*

Par une droite quelconque, située dans le plan tangent et passant par le point de contact, on ne peut mener que $(n-2)$ *plans tangents distincts du plan considéré ; cette droite rencontre la surface en deux points coïncidant avec le point de contact.*

Par une tangente inflexionnelle passent trois plans tangents confondus avec le plan considéré ; une tangente inflexionnelle rencontre la surface en trois points coïncidant avec le point de contact.

Le plan tangent coupe la surface suivant une courbe ayant un point double au point de contact, et les tangentes en ce point sont les tangentes inflexionnelles. Tout plan passant par une tangente inflexionnelle coupe la surface suivant une courbe ayant une inflexion au point de contact.

Ces diverses conséquences résultent des propositions que nous avons établies dans le numéro précédent sur les droites qui passent par le point de contact.

La première polaire d'un plan quelconque, passant par une tangente inflexionnelle, est touchée par le plan tangent considéré en un point de cette tangente.

Si j'ai insisté un peu sur la démonstration de ces propriétés, dont la plupart sont bien connues, c'est pour bien préciser, à l'aide d'un cas simple, le mode d'analyse que nous emploierons dans les questions suivantes d'un abord plus délicat.

52. 2ème CAS. *La* (n—2)ème *polaire du plan tangent se réduit à une courbe plane dont le plan est distinct du plan tangent.*

Pour que ce cas se présente, il faut que la fonction homogène de quatre variables, premier membre de l'équation (9) *n*° [50], puisse se ramener à une fonction homogène de trois variables. Or, pour cela, il faut, d'après la relation bien connue, que

$$\begin{vmatrix} a & b & a' & \frac{n-1}{4} \\ b & c & b' & 0 \\ a' & b' & 0 & 0 \\ \frac{n-1}{4} & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0, \quad \text{ou } b'^2 = 0\,;$$

par suite, la $(n-2)^{\text{ème}}$ polaire du plan ABC est

$$(15)\quad \begin{cases} ax^2 + 2\,bxy + cy^2 + 2\,a'xz + \dfrac{n-1}{2}\,x\,t = 0 \\ \text{ou} \\ cy^2 + x\,(ax + 2\,by + 2\,a'z + \dfrac{n-1}{2}\,t) = 0, \end{cases}$$

et l'on aura, dans le cas actuel :

$$(16)\quad \begin{cases} \varphi_1 = x, \\ \varphi_2 = ax^2 + 2\,bxy + cy^2 + 2\,a'xz\,; \end{cases}$$

$$(16\ bis)\quad \mathrm{U} = \varphi_n + \ldots + t^{n-3}\varphi_3 + t^{n-2}\,\varphi_2 + t^{n-1}\,\varphi_1\,.$$

Écrivons les dérivées partielles de la fonction U :

$$(17)\quad \begin{cases} \dfrac{d\mathrm{U}}{dx} = \dfrac{d\varphi_n}{dx} + \ldots + \dfrac{d\varphi_3}{dx}\,t^{n-3} + 2\,(ax + by + a'z)\,t^{n-2} + t^{n-1}; \\ \dfrac{d\mathrm{U}}{dy} = \dfrac{d\varphi_n}{dy} + \ldots + \dfrac{d\varphi_3}{dy}\,t^{n-3} + 2\,(bx + cy)\,t^{n-2}; \\ \dfrac{d\mathrm{U}}{dz} = \dfrac{d\varphi_n}{dz} + \ldots + \dfrac{d\varphi_3}{dz}\,t^{n-3} + 2\,a'x\,t^{n-2}\,; \\ \dfrac{d\mathrm{U}}{dt} = \varphi_{n-1} + \ldots\,(n-2)\,\varphi_2\,t^{n-3} + (n-1)\,x\,t^{n-2}. \end{cases}$$

1° *Propriétés relatives aux polaires.* — La droite AC (*fig. du n°* [50]) peut être regardée comme une tangente quelconque, et le plan ACD comme un plan quelconque passant par le point A ; or, la première polaire du plan ACD est (10) $\frac{dU}{dy} = 0$; donc

La première polaire d'un plan quelconque passant par le point A, est touchée par le plan tangent à la surface en A en un point situé sur la tangente inflexionnelle unique AB ; ou, les premières polaires des plans passant par le point touchent toutes la tangente inflexionnelle unique.

Dans le cas actuel, les deux tangentes inflexionnelles se confondent avec la droite AB, intersection du plan tangent avec le plan de sa $(n-2)^{\text{ème}}$ polaire. Le plan ABD peut être regardé comme un plan quelconque passant par la tangente inflexionnelle AB ; or, la première polaire du plan ABD est $\frac{dU}{dz} = 0$; donc

Les premières polaires des plans passant par la tangente inflexionnelle se touchent en A, le plan tangent commun est le plan ABC.

Enfin, la première polaire du plan ABC est $\frac{dU}{dt} = 0$; elle présente en A la même particularité que la surface proposée.

2° *Intersection avec la surface des droites passant par le point* A. — L'équation de la surface est

$$(18)\quad U = \varphi_n + \ldots + t^{n-3}\varphi_3 + (ax^2 + 2bxy + cy^2 + 2a'xz)\,t^{n-2} + x\,t^{n-1} = 0.$$

Droite AD. Les premières polaires de deux plans passant par la droite AD sont

$$S_0 = y_0\frac{dU}{dy} + z_0\frac{dU}{dz} = 0, \quad S_1 = y_1\frac{dU}{dy} + z_1\frac{dU}{dz} = 0,$$

ou

$$(19)\quad \left\{\begin{aligned} S_0 &= \ldots + \left[y_0\frac{d\varphi_3}{dy} + z_0\frac{d\varphi_3}{dz}\right]t^{n-3} + 2\left[(bx+cy)y_0 + a'xz_0\right]t^{n-2};\\ S_1 &= \ldots + \left[y_1\frac{d\varphi_3}{dy} + z_1\frac{d\varphi_3}{dz}\right]t^{n-3} + 2\left[(bx+cy)y_1 + a'xz_1\right]t^{n-2}.\end{aligned}\right.$$

Interprétons les équations (18) et (19) dans le système des coordonnées-point.

La courbe Δ passe par l'origine O, et la tangente en ce point est

$$x=0, \quad y=0, \quad \text{ou } Oz.$$

Si on applique ici la méthode indiquée au n° [45], c'est-à-dire si l'on coupe les deux surfaces par le plan $x-\lambda y=0$, et si l'on exprime que les courbes de section sont osculatrices, on trouve que λ est déterminée par la relation

$$\frac{Hy_0+Kz_0}{Hy_1+Kz_1}=\frac{y_0(b\lambda+c)+a'\lambda z_0}{y_1(b\lambda+c)+a'\lambda z_1}, \text{ d'où } \quad Ha'\lambda-K(\lambda b+c)=0,$$

H et K sont des constantes qui ne renferment pas λ et dépendent des coefficients de la fonction φ_3, c n'est pas nul dans le cas actuel.

Ainsi, le plan osculateur en O à la courbe Δ est distinct du plan yoz. Or, un plan quelconque, passant par l'axe oz, coupe les deux surfaces S_0 et S_1 suivant deux courbes simplement tangentes; ces courbes deviennent osculatrices lorsque le plan considéré coïncide avec le plan osculateur; d'un autre côté, un plan quelconque, passant par oz, coupe la surface U suivant une courbe simplement tangente à oz, et cette courbe ne se réduit à une courbe ayant un point double en O que lorsque le plan sécant coïncide avec yoz. Le plan osculateur étant distinct du plan yoz, il résulte que la courbe gauche Δ a, en commun avec la surface U, deux points coïncidant avec O, et deux seulement. Donc

Une droite quelconque AD, *passant par le point de contact du plan* ABC *et non située dans ce plan, y rencontre la surface en deux points coïncidents.*

Nous concluons de là que *le point* A *est un point double de la surface* U; et, puisqu'il n'y a en A qu'un seul plan tangent, c'est un *point double de rebroussement plan.*

DROITE AC. Les premières polaires de deux plans passant par AC sont

$$S_0 = y_0 \frac{dU}{dy} + t_0 \frac{dU}{dt} = o, \quad S_1 = y_1 \frac{dU}{dy} + t_1 \frac{dU}{dt} = 0,$$

ou

$$(20) \begin{cases} S_0 = \ldots + \left[y_0 \frac{d\varphi_3}{dy} + (n-2) t_0 \varphi_2 \right] t^{n-3} + 2 \left[y_0 (bx+cy) + \frac{n-1}{2} t_0 x \right] t^{n-2} \\ S_1 = \ldots + \left[y_1 \frac{d\varphi_3}{dy} + (n-2) t_1 \varphi_2 \right] t^{n-3} + 2 \left[y_1 (bx+cy) + \frac{n-1}{2} t_1 x \right] t^{n-2}. \end{cases}$$

En raisonnant ici, comme dans le cas de la *droite* AB n° [51], on conclura que la courbe gauche Δ et la surface U ont, en commun, trois points coïncidant avec le point O. Donc

Une droite quelconque AC, *située dans le plan tangent et passant par le point de contact, rencontre la surface en trois points coïncidant avec le point de contact.*

DROITE AB. Les premières polaires de deux plans passant par AB sont

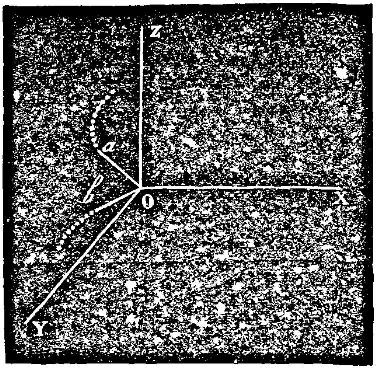
$$S_0 = z_0 \frac{dU}{dz} + t_0 \frac{dU}{dt} = 0, \quad S_1 = z_1 \frac{dU}{dz} + t_1 \frac{dU}{dt} = 0,$$

ou

$$(21)\ \Delta \begin{cases} S_0 = \ldots + \left[z_0 \frac{d\varphi_3}{dz} + (n-2) t_0 \varphi_2 \right] t^{n-3} + 2 \left[a' z_0 + 2 \frac{n-1}{2} t_0 \right] x\, t^{n-2}; \\ S_1 = \ldots + \left[z_1 \frac{d\varphi_3}{dz} + (n-2) t_1 \varphi_2 \right] t^{n-3} + 2 \left[a' z_1 + 2 \frac{n-1}{2} t_1 \right] x\, t^{n-2}. \end{cases}$$

La courbe gauche Δ possède un point double en O, n° [46], les deux tangentes en ce point seront données par les équations;

(22) (Oa, Ob) $x=0$, $\frac{n-1}{2}\frac{d\varphi_3}{dz}-(n-2)\,a'\varphi_2=0$;



ces deux tangentes, situées dans le plan yoz, sont distinctes de oy et oz.

Si, par l'application des formules (3) du n° [45], on détermine les plans osculateurs correspondant aux branches Oa et Ob de la courbe Δ, on trouvera des plans nécessairement distincts du plan yoz, puisque les coefficients des termes en t^{n-4} dépendent de ceux des fonctions φ_3 et φ_4 sur lesquelles on n'a fait aucune hypothèse·

· Ceci posé, un plan quelconque, passant par Oa par exemple, coupera les surfaces S_0 et S_1 suivant deux courbes osculatrices, c'est-à-dire deux courbes ayant trois points, non en ligne droite, coïncidant avec le point O; il y aura une position de ce plan, distincte de yoz, pour laquelle les deux courbes auront un contact du troisième ordre. D'un autre côté, un plan quelconque, passant par Oa, coupe la surface U suivant une courbe simplement tangente à Oa, et il n'y aura aucune position du plan pour laquelle Oa sera une tangente d'inflexion à la courbe de section. D'ailleurs, une courbe ayant une inflexion en un point ne passe pas par les points communs à deux courbes osculatices en ce point n° [45].

Ainsi, la courbe gauche Δ et la surface U n'ont que deux points communs en O sur la branche Oa; il en sera de même pour la branche Ob. Par conséquent, la courbe gauche Δ et la surface U ont, en commun, quatre points coïncidant en O; ces quatre points sont visiblement sur le plan yoz. Donc

La tangente inflexionnelle AB *rencontre la surface proposée en quatre points coïncidant avec le point* A.

3° De cette analyse nous concluons :

Lorsque la $(n-2)^{ème}$ *polaire d'un plan tangent est une courbe plane dont le plan est distinct du plan tangent, on a ce que j'appellerai un plan tangent simple de rebroussement.*

Le plan tangent (T) *coupe le plan de sa* $(n-2)^{ème}$ *polaire suivant une droite tangente à cette courbe ; les deux tangentes inflexionnelles coïncident.*

Une droite quelconque, passant par le point de contact et non située dans le plan tangent, rencontre la surface en deux points coïncidant avec le point de contact. Une droite quelconque, située dans le plan tangent et passant par le point de contact, y rencontre la surface en trois points coïncidants. La tangente inflexionnelle rencontre la surface en quatre points coïncidents.

De là il résulte :

Un plan quelconque, passant par le point de contact du plan T, *coupe la surface suivant une courbe ayant un rebroussement ordinaire en ce point ; la tangente de rebroussement est l'intersection du plan sécant avec le plan tangent* T.

Un plan quelconque, passant par la tangente inflexionnelle, coupe la surface suivant une courbe ayant un rebroussement de deuxième espèce au point de contact, la tangente de rebroussement est la tangente inflexionnelle qui a, avec la courbe, un contact du deuxième ordre.

Le plan tangent coupe la surface suivant une courbe ayant un point triple de rebroussement au point de contact, la tangente de rebroussement est la tangente inflexionnelle.

Le point de contact du plan (T) *est un point double de rebroussement plan pour la surface* U.

Les premières polaires des plans passant par le point de contact du plan T *touchent toutes le plan* T *en un certain point de la tangente inflexionnelle.*

Les premières polaires des plans passant par la tangente inflexionnelle touchent toutes le plan (T) *en son point de contact avec la surface primitive.*

53. 3ème CAS. *La* (n—2)ème *polaire se réduit à deux points.*

Un de ces points sera nécessairement le point de contact du plan tangent.

Pour que ce cas se présente, il faut que le premier membre de l'équation (9) n° [50], soit le produit de deux fonctions linéaires; on arrive ainsi aux conditions :

$$c = 0, \quad b' = 0.$$

Par suite la $(n-2)^{ème}$ polaire du plan ABC est

$$(23) \qquad x\left(ax + 2by + 2a'z + \frac{n-1}{2}t\right) = 0;$$

et l'on aura, dans le cas actuel,

$$(24) \qquad \begin{cases} \varphi_1 = x \\ \varphi_2 = ax^2 + 2bxy + 2a'xz; \end{cases}$$

$$(24\ bis) \qquad U = \varphi_n + \ldots + t^{n-3}\varphi_3 + t^{n-2}\varphi_2 + t^{n-1}x.$$

Ecrivons les dérivées partielles de la fonction U :

$$(25) \qquad \begin{cases} \dfrac{dU}{dx} = \dfrac{d\varphi_n}{dx} + \ldots + \dfrac{d\varphi_3}{dx}t^{n-3} + 2(ax + by + a'z)t^{n-2} + t^{n-1}; \\[2mm] \dfrac{dU}{dy} = \dfrac{d\varphi_n}{dy} + \ldots + \dfrac{d\varphi_3}{dy}t^{n-3} + 2bx\,t^{n-2}; \\[2mm] \dfrac{dU}{dz} = \dfrac{d\varphi_n}{dz} + \ldots + \dfrac{d\varphi_3}{dz}t^{n-3} + 2a'x\,t^{n-2}; \\[2mm] \dfrac{dU}{dt} = \varphi_{n-1} + \ldots + (n-2)\varphi_2\,t^{n-3} + (n-1)\,x\,t^{n-2}. \end{cases}$$

1° *Propriétés relatives aux polaires.* — L'équation (24 *bis*) de la surface nous montre que, par une droite quelconque située dans le plan tangent et passant par le point A, passent *trois* plans tangents coïncidant avec le plan ABC.

On voit encore que par chacune des droites menées du point φ_1 ou $x = 0$ à la courbe de troisième classe $\varphi_3 = 0$, passent *quatre* plans tangents coïncidant avec le plan ABC; il y a donc *trois tangentes inflexionnelles.*

Or, si l'on considère la (n—3)^{ème} polaire (3) n° [48] du plan ABC

$$(26)\quad 6\varphi_3 + 6(n-2)(ax+2by+2a'z)\,xt + 3(n-1)(n-2)\,xt^2 = 0,$$

on voit qu'un plan quelconque, passant par une des droites en question, est tangent à la $(n-3)^{ème}$ polaire; donc ces droites appartiennent à la $(n-3)^{ème}$ polaire.

Ainsi, dans le cas actuel, il y a trois tangentes inflexionnelles qui sont les intersections du plan tangent avec sa (n—3)^{ème} *polaire.*

Si la droite AB *(fig. p. 70)* est prise pour une des tangentes inflexionnelles, l'équation (26) devra être vérifiée pour $x = 0$ et $y = 0$, quels que soient z et t, de sorte que la fonction φ_3 ne devra pas renfermer le terme en z^3.

Le plan ACD peut être regardé comme un plan quelconque passant par le point A; or, sa première polaire est $\dfrac{dU}{dy} = 0$ (25); donc

Les premières polaires des plans passant par le point A *se touchent toutes en* A; *le plan* ABC *est le plan tangent commun.*

Le plan ABD peut être regardé comme un plan quelconque passant par une tangente inflexionnelle; sa première polaire est $\dfrac{dU}{dz} = 0$; or $\dfrac{d\varphi_3}{dz}$ ne renfermera pas de terme en z^2, puisque dans notre hypothèse, φ_3 ne renferme pas de terme en z^3 ; d'où l'on conclut que

La première polaire d'un plan quelconque passant par une tangente inflexionnelle a aussi cette droite pour tangente inflexionnelle.

2° *Intersection avec la surface des droites passant par le point* A. — L'équation de la surface est

(27) $U = \ldots + \varphi_3 t^{n-3} + x(ax + 2by + 2a'z) t^{n-2} + x t^{n-1}.$

Droite AD. Les premières polaires de deux plans passant par la droite AD sont

$$S_0 = y_0 \frac{dU}{dy} + z_0 \frac{dU}{dz} = 0, \quad S_1 = y_1 \frac{dU}{dy} + z_1 \frac{dU}{dz} = 0,$$

ou

$$(28)\ \Delta \begin{cases} S_0 = \ldots + \left(y_0 \dfrac{d\varphi_3}{dy} + z_0 \dfrac{d\varphi_3}{dz}\right) t^{n-3} + 2(by_0 + a'z_0) x t^{n-2}; \\ S_1 = \ldots + \left(y_1 \dfrac{d\varphi_3}{dy} + z_1 \dfrac{d\varphi_3}{dz}\right) t^{n-3} + 2(by_1 + a'z) x t^{n-2}. \end{cases}$$

Interprétons les équations (27) et (28) dans le système des coordonnées-point. La courbe gauche Δ possède un point double en O n° [46], les deux tangentes en ce point seront données par les équations

$$(Oa,\ Ob) \qquad x = 0, \quad b \frac{d\varphi_3}{dz} - a' \frac{d\varphi_3}{dy} = 0;$$

le plan yoz coupe la surface U suivant une courbe ayant un point triple en O, dont les tangentes sont données par les équations $x = 0$, $\varphi_3 = 0$; ces tangentes sont donc distinctes des droites Oa et Ob. (*Fig. de la page* 80).

Un plan quelconque, passant par Oa, coupe les deux surfaces S_0 et S_1 suivant deux courbes osculatrices ; pour une certaine position du plan sécant, mais distincte de yoz, les deux courbes auront un contact du troisième ordre. D'un autre côté, un plan, passant par la droite Oa, coupe la surface U suivant une courbe pour laquelle la droite Oa est une tangente d'inflexion, et cela tant que le plan sera distinct de yoz ; mais une courbe, ayant une inflexion en un point, ne passe pas par les points communs à deux courbes osculatrices en ce point n° [45] ; ainsi la courbe gauche Δ et la surface U n'ont que deux points communs en O sur la branche Oa. Il en sera de même pour la branche Ob. D'ailleurs le plan yoz ne contient que quatre points coïncidant en O de la courbe Δ, car il coupe les deux surfaces S_0 et S_1 suivant deux courbes ayant en O un point double commun et leurs tangentes distinctes. Par conséquent, la courbe gauche Δ et la surface U ont, en commun, quatre points coïncidant avec le point O. D'où :

Une droite quelconque AD, *passant par le point* A *et non située dans le plan tangent, rencontre la surface* U *en quatre points coïncidant avec le point* A.

Il résulte de là que le *point* A *est un point quadruple de la surface;* et, comme le plan tangent est unique, c'est *un point quadruple de rebroussement plan.*

Droite AC. Les premières polaires de deux plans passant par AC sont

$$S_0 = y_0 \frac{dU}{dy} + t_0 \frac{dU}{dt} = 0, \quad S_1 = y_1 \frac{dU}{dy} + t_1 \frac{dU}{dt} = 0,$$

ou

$$(29)\ \Delta \begin{cases} S_0 = \ldots + \left[y_0 \dfrac{d\varphi_3}{dy} + t_0 (n-2) \varphi_2\right] t^{n-3} + 2\left[by_0 + \dfrac{n-1}{1} t_0\right] x\, t^{n-2}, \\ S_1 = \ldots + \left[y_1 \dfrac{d\varphi_3}{dy} + t_1 (n-2) \varphi_2\right] t^{n-3} + 2\left[by_1 + \dfrac{n-1}{1} t_1\right] x\, t^{n-2}. \end{cases}$$

Interprétons les équations (27) et (29) dans le système des coordonnées-point.

La courbe gauche Δ passe par le point O et a un point double en O ; les tangentes en O seront données n° [46] par les équations

$$(30) \quad (Oa,\ Ob) \quad x = 0\ , \quad 2\,b\,(n-2)\,\varphi_2 - (n-1)\,\frac{d\varphi_3}{dy} = 0\ ;$$

elles sont distinctes des tangentes au point triple de la section de la surface U par le plan *yoz*.

On peut poser

$$(30\ bis) \qquad \frac{d\varphi_3}{dy} = (Ay + Bz)\,(A'y + B'z) + x\,(m_1 x + n_1 y + p_1 z),$$

et les tangentes Oa et Ob seront alors

$$x = 0\ , \quad (Ay + Bz)\,(A'y + B'z) = 0.$$

Un plan quelconque, passant par Oa, aura une équation de la forme

$$x = \lambda\,(Ay + Bz)\ ;$$

il coupera les deux surfaces S_0 et S_1 suivant deux courbes dont les équations pourront s'écrire

$$S'_0 = \ldots + \Big[y_0(Ay+Bz)(A_1y+B_1z) + t_0\lambda(Ay+Bz)\,(A_2y+B_2z) \Big] + 2\,(by_0 + \frac{n-1}{2}\,t_0\lambda(Ay+Bz)$$

$$S'_1 = \ldots + \Big[y_1(Ay+Bz)(A_1y+B_1z)(+t_1\lambda(Ay+Bz)(A_2y+B_2z) \Big] + 2\,(by_1 + \frac{n-1}{2}\,t_1\lambda(Ay+Bz$$

ces deux courbes sont tangentes, et la droite Oa ou $Ay + Bz = o$ est une tangente commune d'inflexion. Donc un plan quelconque, passant par Oa, coupe les deux surfaces S_0 et S_1 suivant deux courbes ayant un contact du deuxième ordre suivant la droite Oa, c'est-à-dire ayant trois points en ligne droite et coïncidant en O. D'un autre côté, ce plan, tant qu'il sera distinct de *yoz*, coupera la surface U suivant une courbe ayant aussi la droite Oa pour tangente d'inflexion. Donc la courbe gauche Δ et la surface U ont, en commun, trois points coïncidant en O sur la droite Oa.

Il en sera de même pour la branche O*b*. D'ailleurs le plan *yoz* ne contient que six points coïncidant en O de la courbe Δ, car il coupe les deux surfaces S_0 et S_1 suivant deux courbes ayant un point double commun et les tangentes communes. Par conséquent la courbe gauche Δ et la surface U ont, en commun, six points coïncidant en O. De là :

Une droite quelconque AC, *passant par le point* A *et située dans le plan tangent, rencontre la surface en six points coïncidant avec le point* A. D'où il résulte que le point A est *un point sextuple de la section de la surface par le plan tangent* ABC.

Droite AB. Les premières polaires de deux plans passant par la droite AB sont

$$S_0 = z_0 \frac{dU}{dz} + t_0 \frac{dU}{dt} = 0, \quad S_1 = z_1 \frac{dU}{dz} + t_1 \frac{dU}{dt} = 0,$$

ou

$$(31) \quad \Delta \left\{ \begin{aligned} S_0 &= \ldots + \left[z_0 \frac{d\varphi_3}{dz} + (n-2)\, t_0 \varphi_2 \right] t^{n-3} + 2 \left[z_0 a' + \frac{n-1}{2}\, t_0 \right] x\, t^{n-2}\,; \\ S_1 &= \ldots + \left[z_1 \frac{d\varphi_3}{dz} + (n-2)\, t_1 \varphi_2 \right] t^{n-3} + 2 \left[z_1 a' + \frac{n-1}{2}\, t_1 \right] x\, t^{n-2}. \end{aligned} \right.$$

La droite AB étant considérée comme tangente inflexionnelle, la fonction φ_3 ne doit pas renfermer de terme en z^3, et, par suite, la dérivée $\frac{d\varphi_3}{dz}$ ne renfermera pas de terme en z^2 et sera de la forme

$$(31\ bis) \quad \frac{d\varphi_3}{dz} = a_1 x^2 + 2 b_1 xy + e_1 y^2 + 2 a'_1 xz + 2 b'_1 yz.$$

Pour reconnaître ici le nombre des points coïncidant en O, il nous faut étudier les sections par le plan des *yz*.

La courbe gauche Δ a, dans le plan *yoz*, un nombre de points coïncidant avec O donné par les points communs aux deux courbes S'_0 et S'_1, sections des surfaces S_0 et S_1 par le plan *yoz*.

Les équations de ces deux courbes sont

$$S'_0 = \dots + \left(z_0 \frac{d\varphi_4}{dz} + t_0 \varphi_3\right) + z_0 \frac{d\varphi_3}{dz},$$

$$S'_1 = \dots + \left(z_1 \frac{d\varphi_4}{dz} + t_1 \varphi_3\right) + z_1 \frac{d\varphi_3}{dz},$$

en supposant dans les fonctions $\varphi_i, \dots x = o$.

La courbe

$$\Sigma = z_1 S_0' - z_0 S_1' = \dots + (z_1 t_0 - z_0 t_1) \varphi_3$$

passe par les points communs aux deux courbes S'_0 et S'_1; de sorte que les points communs à S'_0 et S'_1 seront communs à S'_0 et Σ, et réciproquement. Or, la fonction φ_3 ne renfermant pas de terme en z^3, les deux courbes S'_0 et Σ ont, au point O, la première un point double, la deuxième un point triple, et, en outre, une tangente commune, la droite oz; ces deux courbes ont donc sept points communs coïncidant avec le point O; c'est le nombre des points coïncidant en O et appartenant à la courbe Δ. Mais la section de la surface U par le plan yoz a précisément pour point triple le point O et mêmes tangentes que la courbe Σ; donc la courbe gauche et la surface U ont, en commun, sept points coïncidant avec le point O. D'où

Une tangente inflexionnelle AB *rencontre la surface en sept points coïncidant avec le point* A

3° Résumons toute cette discussion :

Lorsque la $(n-2)^{\text{ème}}$ *polaire du plan tangent se réduit à deux points dont un est en dehors du plan tangent, l'autre est son point de contact, on a ce que j'appellerai* UN PLAN TANGENT SIMPLE DE REBROUSSEMENT D'UN POINT QUADRUPLE.

Les tangentes inflexionnelles, au nombre de trois, sont les intersections du plan tangent (T) *avec sa* $(n-3)^{\text{ème}}$ *polaire.*

Une droite quelconque, passant par le point de contact et non *située dans le plan tangent, rencontre la surface en quatre points coïncidant avec le point de contact. De là résulte que le point de contact est* UN POINT QUADRUPLE DE LA SURFACE, *et toutes les tangentes proprement dites à la surface en ce point sont dans un plan unique.*

Par une droite quelconque, située dans le plan T *et passant par le point de contact, il y a trois plans tangents coïncidant avec le plan* (T). *Cette droite rencontre la surface en six points coïncidant avec le point de contact.*

Par une tangente inflexionnelle passent quatre plans tangents coïncidant avec le plan T ; *une tangente inflexionnelle rencontre la surface en sept points coïncidant avec le point de contact.*

De là résulte que :

Tout plan, passant par le point de contact du plan T, *coupe la surface suivant une courbe ayant un point quadruple au point de contact, les tangentes se confondent avec la droite intersection du plan sécant avec le plan tangent. Lorsque le plan passe par une tangente inflexionnelle, la tangente unique a un contact du second ordre.*

Le plan tangent coupe la surface suivant une courbe ayant un point sextuple au point de contact ; les six tangentes forment trois groupes de deux tangentes coïncidant avec les tangentes inflexionnelles.

Les premières polaires des plans passant par le point de contact se touchent toutes en ce point, le plan T *est le plan tangent commun.*

La première polaire d'un plan quelconque, passant par une tangente inflexionnelle, a aussi cette droite pour tangente inflexionnelle.

54. *Quelle que soit la variété d'un plan tangent simple, l'ordre de la surface n'est pas diminué.*

La droite DC (*fig. p.* 70) du tétraèdre de référence peut, en effet, être regardée comme une droite quelconque ; or les équations des premières polaires de deux plans passant par cette droite sont

$$S_0 = x_0 \frac{dU}{dx} + y_0 \frac{dU}{dy} = 0, \qquad S_1 = x_1 \frac{dU}{dx} + y_1 \frac{dU}{dy} = 0,$$

ou, d'après les valeurs générales du n° [51].

$$(32) \quad \Delta \left\{ \begin{array}{l} S_0 = \ldots + 2\left[x_0(ax+by+a'z) + y_0(bx+cy+b'z)\right] t^{n-2} + x_0\, t^{n-1}; \\ S_1 = \ldots + 2\left[x_1(ax+by+a'z) + y_1(bx+cy+b'z)\right] t^{n-2} + x_1\, t^{n-1}. \end{array} \right.$$

Interprétant ces équations dans le système des coordonnées-point, on voit que la courbe gauche Δ ne passera jamais par l'origine. Donc

La droite DC et la surface n'auront pas de points communs appartenant en même temps au plan tangent considéré.

55. *La* (n—2)$^{\text{ème}}$ *polaire d'un plan tangent ne peut pas, dans le cas d'un plan tangent simple, se réduire à une courbe plane située dans le plan tangent ou à deux points coïncidents.*

En effet, la $(n-2)^{\text{ème}}$ polaire du plan ABC est, d'après les équations (8) et (9), en rétablissant le coefficient de x dans φ_1 c'est-à-dire en prenant $\varphi_1 = hx$:

$$(n-2)^{\text{ème}}\ \textit{polaire} \quad ax^2+2bxy+cy^2+2a'xz+2b'yz+\frac{n-1}{2}hxt=0;$$

et alors la surface est

$$U = \varphi_n + \ldots + t^{n-3}\varphi_3 + t^{n-2}\varphi_2 + hxt^{n-1} = 0;$$

La condition pour que la $(n-2)^{\text{ème}}$ polaire se réduise à une courbe plane est

$$\begin{vmatrix} a & b & a' & \frac{n-1}{2}h \\ b & c & b' & 0 \\ a' & b' & 0 & 0 \\ \frac{n-1}{2}h & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0, \quad \text{ou } h\,b = 0.$$

Si h est nul, le plan ABC est un plan tangent double, car l'équation de la surface U ne renfermera plus de termes du premier degré en x, y, z.

Si $b' = 0$, la $(n-2)^{\text{ème}}$ polaire a pour équation

$$cy^2 + x\left(ax + 2by + 2a'z + \frac{n-1}{2}h\,t\right) = 0\,;$$

c'est l'équation d'une courbe plane dont le plan est défini par les trois points

$$x = 0, \quad y = 0, \quad ax + 2by + 2a'z + \frac{n-1}{2}h\,t = 0\,;$$

ce plan ne pourra se confondre avec ABC que si $h = 0$; c'est le cas d'un plan double.

On ne pourrait pas avoir non plus deux points situés dans le plan ABC, ou deux points coïncidents, sans que h fût nul. Donc...

§ II.

PLANS TANGENTS DOUBLES.

56. Lorsque l'équation de la surface est de la forme

(33) $\quad U = \varphi_n + t\,\varphi_{n-1} + \ldots + \varphi_3\,t^{n-3} + \varphi_2\,t^{n-2} = 0,$

le plan ABC est un *plan tangent double*.

Par une droite quelconque située dans le plan ABC,

$$D\ \begin{cases} x = \alpha z \\ y = \beta z \end{cases}$$

on ne peut mener que $(n-2)$ plans tangents distincts du plan ABC, donc ce dernier plan est un plan tangent double.

Si les constantes α, β satisfont à la relation

$$\varphi_2(\alpha, \beta, 1) = 0,$$

c'est-à-dire si la droite D est tangente à la courbe plane de deuxième classe

$$\varphi_2(x, y, z) = 0,$$

on ne peut plus mener que (n—3) plans tangents distincts du plan ABC ; ces droites sont donc les intersections du plan tangent double avec un plan tangent infiniment voisin. L'intersection de deux de ces droites consécutives est un point de contact du plan tangent ; donc le plan ABC touche la surface suivant la courbe de deuxième classe

$$\varphi_2(x, y, z) = 0.$$

Les équations du n° [48] nous donnent, dans le cas actuel :

Pour la (n—2)^{ème} *polaire du plan* ABC

$$(34) \qquad \varphi_2(x, y, z) = 0 ;$$

pour la (n—3)^{ème} *polaire du même plan*

$$(35) \quad \varphi_3 + (n-2)\,\varphi_2 = 0.$$

La (n—2)^{ème} polaire du plan tangent double ABC est la courbe de contact de ce plan.

Si les constantes α, β vérifient les deux relations

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_2(\alpha, \beta, 1) = 0, \\ \varphi_3(\alpha, \beta, 1) = 0, \end{array} \right.$$

c'est-à-dire si la droite D est tangente commune à la courbe φ_2 et à la courbe de troisième classe φ_3, on ne peut plus mener, par cette droite, que $(n-4)$ plans tangents distincts du plan ABC. Les courbes φ_2 et φ_3 étant respectivement de deuxième et troisième classe, le nombre des tangentes communes sera égal à six ; je les nommerai encore *tangentes inflexionnelles* correspondant au plan tangent double.

On voit, par l'équation (35), que les coordonnées d'un plan quelconque passant par une tangente inflexionnelle vérifient cette équation (35), c'est-à-dire qu'un plan quelconque passant par une tangente inflexionnelle touche la $(n-3)^{ème}$ polaire du plan tangent; cette droite appartient donc à la $(n-3)^{ème}$ polaire. Ainsi

Les six tangentes inflexionnelles correspondant à un plan tangent double sont les intersections de ce plan avec sa $(n-3)^{ème}$ *polaire.*

57. Nous prendrons le plan tangent double pour plan ABC; pour sommet A, un des points de la courbe de contact; et pour droite AB, la tangente AB à la courbe de contact.

D'après ce choix, on aura

$$(36) \qquad \varphi_2 = ax^2 + 2\,bxy + cy^2 + 2\,dxz\ ,$$

car l'équation $\varphi_2 = 0$ doit être vérifiée par $x = 0$, $y = 0$; et le point de contact doit être $x = 0$.

Si la droite AB est une tangente inflexionnelle, la fonction φ_3 ne devra pas renfermer de terme en z^3, puisque la droite AB doit toucher la courbe $\varphi_3 = 0$.

58. La discussion des plans tangents doubles est renfermée dans les hypothèses générales suivantes :

I° La courbe de contact est une conique proprement dite;
II° La courbe de contact se réduit à deux points distincts;
III° La courbe de contact se réduit à deux points coïncidents.

Chacun de ces cas généraux comprendra les cas particuliers correspondant aux hypothèses suivantes :

La $(n-3)^{ème}$ polaire est une surface proprement dite de troisième classe;

La $(n-3)^{ème}$ polaire se réduit à une courbe plane distincte du plan ABC;

La $(n-3)^{ème}$ polaire se réduit à un point et à une surface de deuxième classe;

La $(n-3)^{ème}$ polaire se réduit à trois points distincts;

La $(n-3)^{ème}$ polaire se réduit à trois points dont deux coïncidents.

Je laisserai de côté l'examen de ces cas particuliers.

59. 1er CAS. *La courbe de contact du plan tangent est une courbe de deuxième classe proprement dite.*

Écrivons d'abord les dérivées de la fonction U en ayant égard à la relation (36) :

$$
(37)\quad \left\{
\begin{aligned}
\frac{dU}{dx} &= \frac{d\varphi_n}{dx} + \ldots + \frac{d\varphi_3}{dx} t^{n-3} + 2(ax + by + dz) t^{n-2} ;\\
\frac{dU}{dy} &= \frac{d\varphi_n}{dy} + \ldots + \frac{d\varphi_3}{dy} + t^{n-3} 2(bx + cy) t^{n-2} ;\\
\frac{dU}{dz} &= \frac{d\varphi_n}{dz} + \ldots + \frac{d\varphi_3}{dz} t^{n-3} + 2dx\, t^{n-2} ;\\
\frac{dU}{dt} &= \varphi_{n-1} + \ldots + (n-2)\varphi_2 t^{n-3}.
\end{aligned}
\right.
$$

1° *Propriétés relatives aux polaires.* — Le plan BCD peut être considéré comme un plan quelconque, sa première polaire est $\frac{dU}{dx} = o$; donc

La première polaire d'un plan quelconque touche le plan double.

Le plan ACD peut être regardé comme un plan quelconque passant par le point A; sa première polaire est $\frac{dU}{dy} = 0$; donc

Les premières polaires des plans, passant par un point A *de la courbe de contact, touchent toutes le plan* ABC *en un point situé sur la tangente en* A *à la courbe de contact.*

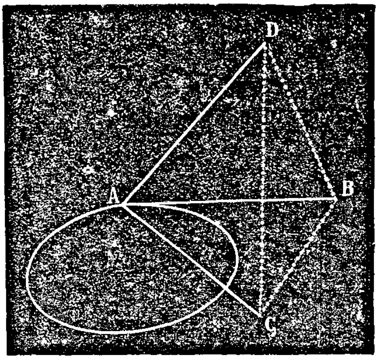
Le plan ABD peut être regardé comme un plan quelconque passant par la tangente AB; sa première polaire est $\frac{dU}{dz}=0$; d'où

Les premières polaires des plans passant par une tangente à la courbe de contact se touchent toutes au point de contact de cette tangente.

Les premières polaires des plans passant par une tangente inflexionnelle ont cette même droite pour tangente inflexionnelle.

2° *Intersection d'une droite avec la surface.* — L'équation de la surface U est

(38) $U = \varphi_n + \ldots + \varphi_3 t^{n-3} + (ax^2 + 2bxy + cy^2 + 2dxz) t^{n-2}$.



Droite DC. Les premières polaires de deux plans passant par la droite DC sont

$$S_0 = x_0 \frac{dU}{dx} + y_0 \frac{dU}{dy} = 0,$$

$$S_1 = x_1 \frac{dU}{dx} + y_1 \frac{dU}{dy} = 0,$$

ou

$$(39)\quad \Delta \left\{ \begin{array}{l} S_0 = \ldots + \left[x_0 \dfrac{d\varphi_3}{dx} + y_0 \dfrac{d\varphi_3}{dy} \right] t^{n-3} + 2 \left[x_0(ax+by+dz) + y_0(bx+cy) \right] t^{n-2}; \\ S_1 = \ldots + \left[x_1 \dfrac{d\varphi_3}{dx} + y_1 \dfrac{d\varphi_3}{dy} \right] t^{n-3} + 2 \left[x_1(ax+by+dz) + y_1(bx+cy) \right] t^{n-2}. \end{array} \right.$$

Interprétons les équations (38) et (39) dans le système des coordonnées-point en supposant $t = 1$.

Le point O est un point conique pour la surface U, le cône tangent est $\varphi_2 = 0$; le plan yoz est tangent à ce cône suivant la droite Oz.

La courbe Δ passe par le point O, lequel est un point simple; la tangente en ce point est la droite

$$(T)\qquad bx + cy = 0, \qquad ax + by + dz = 0,$$

non située dans le plan yoz, ni sur le cône $\varphi_2 = 0$.

Un plan quelconque, passant par la droite T, coupe les deux surfaces S_0 et S_1 suivant deux courbes simplement tangentes, et la surface U suivant une courbe ayant un point double en O, mais dont les tangentes sont distinctes de la droite T ; ces trois courbes ont donc deux points communs coïncidant en O. Il y a bien un plan passant par T, lequel coupe les deux surfaces S_0 et S_1 suivant deux courbes osculatrices ; il coupera aussi la surface U suivant une courbe ayant un point double en O, mais aucune des tangentes ne coïncidera avec la droite (T) ; les trois courbes n'auront donc pas trois points communs en O n° [45].

Ainsi, la surface U et la courbe Δ ont, en commun, deux points coïncidant avec le point O. Donc

Une droite quelconque DC *rencontre la surface en deux points coïncidant avec le point où elle rencontre le plan tangent double.*

Mais le point C, point quelconque du plan ABC, n'est évidemment pas un point proprement dit de la surface, quoique participant aux propriétés analytiques qui caractérisent un point de la surface. Donc

Un plan tangent double curvi-tangent diminue l'ordre de la surface de deux unités.

Droite A D. Les premières polaires de deux plans passant par la droite A D sont

$$(40)\quad \Delta \left\{ \begin{aligned} S_0 &= \ldots + \left(y_0 \frac{d\varphi_3}{dy} + z_0 \frac{d\varphi_3}{dz} \right) t^{n-3} + 2 \left[y_0 (bx + cy) + z_0\, dx \right] t^{n-2}\,; \\ S_1 &= \ldots + \left(y_1 \frac{d\varphi_3}{dy} + z_1 \frac{d\varphi_3}{dz} \right) t^{n-3} + 2 \left[y_1 (bx + cy) + z_1\, dx \right] t^{n-2}. \end{aligned} \right.$$

Le point O est un point simple de la courbe Δ, la tangente en ce point est

$$\text{l'axe } Oz \qquad x = 0\,, \quad y = 0.$$

Parmi les plans passant par Oz, il y en aura un qui coupera les deux surfaces S_0 et S_1 suivant deux courbes osculatrices en O ; il coupera en même temps la surface U suivant une courbe ayant un point double en O et dont une des tangentes est la droite Oz;

ces trois courbes auront donc n° [45] trois points communs en O. Par suite, la courbe Δ et la surface ont, en commun, trois points coïncidant en O.

Ainsi *une droite quelconque* AD, *passant par un point de la courbe de contact du plan tangent double, y rencontre la surface en trois points coïncidents.*

Mais, si, parmi ces trois points, on fait abstraction des deux points appartenant au plan double et qui ne font pas, à proprement parler, partie de la surface, on conclura que :

Une droite, non située dans le plan tangent double et passant par un des points de la courbe de contact, y rencontre la surface en un seul point proprement dit.

Droite AC. Les premières polaires de deux plans passant par AC sont

$$(41) \quad \Delta \left\{ \begin{array}{l} S_0 = \ldots + \left(y_0 \dfrac{d\varphi_3}{dy} + (n-2)\, t_0\, \varphi_2 \right) t^{n-3} + 2\, y_0 (bx + cy)\, t^{n-2} \\ S_1 = \ldots + \left(y_1 \dfrac{d\varphi_3}{dy} + (n-2)\, t_1\, \varphi_2 \right) t^{n-3} + 2\, y_1\, (bx + cy)\, t^{n-2}\, ; \end{array} \right.$$

$$\varphi_2 = ax^2 + 2\, bxy + cy^2 + 2\, dxz.$$

La courbe gauche Δ a un point double en O, les deux tangentes sont

$$bx + cy = 0 \qquad \varphi_2 = 0\, ,$$

ou

$$(\mathrm{T}) \left\{ \begin{array}{l} x = 0\, , \\ y = 0\, , \end{array} \right. \qquad (\mathrm{T}_1) \left\{ \begin{array}{l} bx + cy = 0\, ; \\ ax + by + 2\, dz = 0\, ; \end{array} \right.$$

l'une est la droite Oz, l'autre n'est pas dans le plan yoz, mais appartient au cône φ_2.

Un plan quelconque, passant par une de ces tangentes, coupe les deux surfaces S_0 et S_1 suivant deux courbes osculatrices en O n° [46]; ce même plan coupera la surface U suivant une courbe ayant un point double dont une des tangentes coïncide avec la droite considérée ; par suite, ces trois courbes ont trois points communs coïncidant en O n° [45]. Il y aura bien un plan, passant passant par (T) ou (T_1), qui coupera les deux surfaces S_0 et S_1 suivant deux courbes ayant un contact du troisième ordre ; mais ce même plan ne coupera pas la surface U suivant une courbe ayant un rebroussement en O et pour lequel la tangente de rebroussement ait un contact de second ordre ; par suite n° [45], les trois courbes n'auront pas plus de trois points communs en O.

Ainsi la courbe Δ et la surface U ont, en commun, six points coincïdant avec le point O.

La droite AC *rencontre donc la surface* U *en six points coïncidents.*

Si l'on fait abstraction des deux points fournis par le plan tangent double, il en reste quatre; ces quatre points restants se partagent entre les deux points où la droite AC rencontre la courbe de contact, car pour chacun de ces points le plan tangent se confond avec le plan ABC. Donc

Une droite quelconque, située dans le plan tangent, coupe la courbe de contact en deux points ; en chacun de ces points elle rencontre la surface en deux points coïncidents.

Droite AB (tangente ordinaire).

Les raisonnements et conclusions précédentes étant applicables au cas limite, nous en déduirons que

Une tangente quelconque à la courbe de contact y rencontre, au point de tangence, la surface en quatre points coïncidents.

Droite AB (tangente inflexionnelle).

Dans ce cas, la fonction φ_3 ne renferme pas de terme en z^3

Les premières polaires de deux plans passant par la droite AB sont

$$S_0 = z_0 \frac{dU}{dz} + t_0 \frac{dU}{dt} = 0, \quad S_1 = z_1 \frac{dU}{dz} + t_1 \frac{dU}{dt} = 0.$$

Or tous les points communs aux deux surfaces S_0 et S_1 sont évidemment communs aux deux surfaces $\frac{dU}{dz}$ et $\frac{dU}{dt}$; et réciproquement. Nous considérerons donc ici les trois surfaces

$$\left\{\begin{aligned} U &= \ldots + \varphi_4 + \varphi_3 + \varphi_2, \\ \frac{dU}{dt} &= \ldots + (n-4)\,\varphi_4 + (n-3)\,\varphi_3 + (n-2)\,\varphi_2, \\ \frac{dU}{dz} &= \ldots + \frac{d\varphi_4}{dz} + \frac{d\varphi_3}{dz} + 2\,dx \end{aligned}\right.$$

$$\text{où : } \varphi_2 = ax^2 + 2\,bxy + cy^2 + 2\,dxz.$$

Soit

$$\varphi_2 = k\,(y - mx)\,(y - m_1 x) + 2\,dxz\ ;$$

le plan $y - m\,x = 0$ coupe les deux surfaces U et $\frac{dU}{dt}$ suivant deux courbes ayant un point double en O et mêmes tangentes ; l'une de ces tangentes, qui est l'axe Oz, a un contact de deuxième ordre avec chacune de ces courbes, puisque la fonction φ_3 ne renferme pas de terme en z^3 ; ce même plan coupe la surface $\frac{dU}{dz}$ suivant une courbe ayant un point simple en O, et pour laquelle la tangente Oz a un contact du second ordre ; donc cette dernière courbe a quatre points communs avec les deux premières. Il en est de même pour le plan $y - m_1 x = 0$. Ainsi, la surface U et la courbe Δ ont, en commun, huit points coïncidant avec le point O. Par conséquent, en faisant abstraction des deux points qui appartiennent au plan double, on peut en conclure que

Une tangente inflexionnelle AB *rencontre la surface en six points coïncidant avec le point où elle touche la courbe de contact.*

3° En résumé :

Lorsque la courbe de contact d'un plan tangent double est une courbe de deuxième classe proprement dite, on a ce que j'appellerai un PLAN DOUBLE CURVI-TANGENT.

Il y a six tangentes inflexionnelles qui sont les intersections de ce plan avec sa $(n-3)^{ème}$ *polaire; la* $(n-2)^{ème}$ *polaire, qui est une courbe plane, est la courbe de contact du plan tangent* (T).

La présence d'un plan double curvi-tangent diminue l'ordre de la surface de DEUX *unités.*

Une droite quelconque, située dans le plan tangent, rencontre la surface en deux points coïncidents en chacun des points où elle coupe la courbe de contact.

Toute tangente à la courbe de contact rencontre la surface en quatre points coïncidant avec le point de contact; une tangente inflexionnelle la rencontre en six points coïncidents.

Un plan quelconque coupe la surface suivant une courbe ayant pour tangente double l'intersection de ce plan avec le plan double, les points de contact sont les intersections de cette droite avec la courbe de contact.

Un plan quelconque, passant par une tangente à la courbe de contact, coupe la surface suivant une courbe avec laquelle cette tangente a un contact du troisième ordre.

Les premières polaires des plans passant par une tangente inflexionnelle ont cette même droite pour tangente inflexionnelle.

Les premières polaires des plans passant par une tangente à la courbe de contact se touchent toutes au point de contact de cette tangente.

60. 2^e CAS. *La* $(n-2)^{ème}$ *polaire se réduit à deux points distincts.*

Si nous choisissons les deux points pour sommets A et B de la face ABC, la fonction φ_2 devra être de la forme

$$\varphi_2 = x\,y.$$

Nous aurons donc pour les dérivées de la fonction U :

$$(42)\qquad U = \varphi_n + \ldots + \varphi_4\, t^{n-4} + \varphi_3\, t^{n-3} + x\, y t^{n-2}$$

$$(43)\quad \left\{\begin{aligned}
\frac{dU}{dx} &= \frac{d\varphi_n}{dx} + \ldots + t^{n-3}\,\frac{d\varphi_3}{dx} + y\, t^{n-2},\\
\frac{dU}{dy} &= \frac{d\varphi_n}{dy} + \ldots + t^{n-3}\,\frac{d\varphi_3}{dy} + x\, t^{n-2},\\
\frac{dU}{dz} &= \frac{d\varphi_n}{dz} + \ldots + t^{n-3}\,\frac{d\varphi_3}{dz},\\
\frac{dU}{dt} &= \varphi_{n-1} + \ldots + (n-3)\, t^{n-4}\,\varphi_3 + (n-2)\, t^{n-3}\, xy\,;
\end{aligned}\right.$$

nous écrirons explicitement la fonction φ_3

$$(44)\quad \varphi_3 = ax^3 + by^3 + cz^3 + \begin{array}{l} +\,3\,a_1 x^2 y + 3\,b_0 y^2 x + 3\,c_0 z^2 x \\ +\,3\,a_2 x^2 z + 3\,b_2 y^2 z + 3\,c_1 z^2 y. \end{array} + 6\,dxyz.$$

Les six tangentes inflexionnelles se partagent en deux groupes de trois droites respectivement issues des points A et B.

On exprimera qu'une droite, telle que BC, est tangente inflexionnelle, en écrivant que la fonction φ_3 ne renferme pas de terme en x^3.

1° *Propriétés relatives aux polaires.* — La première polaire du plan ACD, qui peut être regardé comme un plan quelconque passant par le point de contact A, a pour équation $\dfrac{dU}{dy} = 0$; donc

Les premières polaires d'un plan quelconque passant par un des points de contact, A, *du plan bi-tangent, se touchent toutes en* A.

Les premières polaires des plans passant par une tangente inflexionnelle ont cette même droite pour tangente inflexionnelle.

Le plan ABC peut être regardé comme un plan quelconque passant par la droite AB ; l'équation de sa première polaire sera $\dfrac{dU}{dz} = 0$; d'où

Les premières polaires de tous les plans passant par la droite, *qui joint les deux points de contact*, *ont le plan* ABC *pour plan tangent double ; la courbe de contact est une courbe de deuxième classe proprement dite.*

2° *Intersection d'une droite avec la surface.* — La surface U a pour équation

$$(45)\quad \mathrm{U} = \ldots + \varphi_3 t^{n-3} + xy t^{n-2}.$$

Droite DC. Les premières polaires de deux plans passant par la droite DC sont

$$\mathrm{S}_0 = x_0 \frac{d\mathrm{U}}{dx} + y_0 \frac{d\mathrm{U}}{dy} = 0, \quad \mathrm{S}_1 = x_1 \frac{d\mathrm{U}}{dx} + y_1 \frac{d\mathrm{U}}{dy} = 0,$$

ou

$$(46)\quad \Delta \begin{cases} \mathrm{S}_0 = \ldots + t^{n-3}\left(x_0 \dfrac{d\varphi_3}{dx} + y_0 \dfrac{d\varphi_3}{dy}\right) + (x_0 y + y_0 x)\, t^{n-2}, \\[2ex] \mathrm{S}_1 = \ldots + t^{n-3}\left(x_1 \dfrac{d\varphi_3}{dx} + y_1 \dfrac{d\varphi_3}{dy}\right) + (x_1 y + y_1 x)\, t^{n-2}. \end{cases}$$

Interprétons les équations (45) et (46) dans le système des coordonnées-point.

La courbe Δ passe par le point O, qui en est un point simple, et a pour tangente

$$x = 0, \quad y = 0 \quad \text{ou} \quad \mathrm{O}z.$$

Si l'on considère un plan quelconque passant par Oz

$$y - \lambda x = 0,$$

on trouvera n° [46] que ce plan devient osculateur en O lorsque

$$\lambda = \frac{c_0}{c_1}.$$

Le plan osculateur coupe les deux surfaces S_0 et S_1 suivant deux courbes osculatrices; d'ailleurs il coupe la surface U suivant une courbe ayant un point de rebroussement en O et pour lequel Oz est la tangente de rebroussement; cette dernière courbe passe donc par les trois points communs aux deux premières n° [45]. Ainsi la surface U et la courbe Δ ont trois points communs coïncidant en O.

Par suite, la droite DC rencontre la surface en trois points coïncidant avec le point C ; mais le point C, qui est un point quelconque du plan tangent double, n'est pas, à proprement parler, un point de la surface. Donc

Un plan tangent double bi-tangent diminue l'ordre de la surface de trois unités.

Droite AD. Les premières polaires de deux plans passant par la droite AD sont

$$S_0 = y_0 \frac{dU}{dy} + z_0 \frac{dU}{dz} = 0, \quad S_1 = y_1 \frac{dU}{dy} + z_1 \frac{dU}{dz} = 0,$$

ou

$$(47) \quad \begin{cases} S_0 = \ldots + \left(y_0 \dfrac{d\varphi_3}{dy} + z_0 \dfrac{d\varphi_3}{dz}\right) t^{n-3} + y_0 x t^{n-2}, \\ S_1 = \ldots + \left(y_1 \dfrac{d\varphi_3}{dy} + z_1 \dfrac{d\varphi_3}{dz}\right) t^{n-3} + y_1 x t^{n-2}. \end{cases}$$

La courbe gauche Δ a un point double en O, et les deux tangentes sont

$$(Oa, \quad Ob) \qquad x = 0, \quad \frac{d\varphi_3}{dz} = 0 \quad (\textit{fig. de la p.}\ 80).$$

Un plan quelconque, passant par Oa, coupera les deux surfaces S_0 et S_1 suivant deux courbes osculatrices n° [46], et ce même plan coupera la surface U suivant une courbe ayant un point double en O, dont une des tangentes est Oa ; les trois courbes auront donc trois points communs en O. Il y aura bien un plan passant par Oa, coupant les deux surfaces S_0 et S_1 suivant deux courbes ayant un contact du troisième ordre ; mais ce même plan coupera la surface U suivant une courbe ayant un point double et pour lequel la tangente Oa aura un contact du premier ordre ; par suite, cette dernière courbe ne passera pas par les points communs aux deux premières n° [45]. La même conséquence étant applicable à un plan passant par Ob, nous en conclurons que la surface U et la courbe Δ ont, en commun, six points coïncidant avec le point O.

Donc, en faisant abstraction des trois points qui appartiennent au plan tangent double, nous voyons que

Une droite quelconque passant par un des points de contact du plan bi-tangent y rencontre la surface en trois points coïncidents.

Droite AC. Les premières polaires de deux plans passant par AC sont

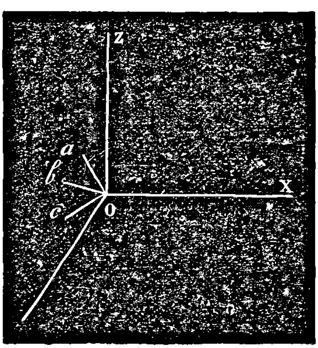
$$S_0 = y_0 \frac{dU}{dy} + t_0 \frac{dU}{dt} = 0, \quad S_1 = y_1 \frac{dU}{dy} + t_1 \frac{dU}{dt} = 0.$$

Les points communs aux deux surfaces S_0 et S_1 sont communs aux deux surfaces $\frac{dU}{dy}$ et $\frac{dU}{dt}$, et réciproquement.

Nous considérerons ici la courbe gauche

$$(48) \quad \Delta \left\{ \begin{array}{l} \frac{dU}{dy} = \ldots + \frac{d\varphi_3}{dy} + x = 0 \\ \frac{dU}{dt} = \ldots + (n-3)\,\varphi_3 + (n-2)\,xy = 0. \end{array} \right.$$

Un plan quelconque, passant par le point O, coupe les deux surfaces suivant deux courbes ayant trois points communs en O; c'est-à-dire que ce plan rencontre la courbe gauche Δ en trois points coïncidant avec le point O, ce point est donc un *point triple* de la courbe Δ.



Les tangentes en ce point triple sont données par les équations

$$(Oa, Ob, Oc) \quad x = 0 \quad (n-2)\,y\,\frac{d\varphi_3}{dy} - (n-3)\,\varphi_3 = 0,$$

c'est-à-dire par l'intersection du plan $x = 0$ avec la surface passant par la courbe Δ

$$\Sigma = (n-2)\,S_0\,y - S_1 = 0.$$

Un plan quelconque, passant par Oa, coupe les deux surfaces $\frac{dU}{dy}$ et $\frac{dU}{dt}$ suivant deux courbes ayant quatre points communs en O, et, en général coupe les deux surfaces quelconques S_0 et S_1, suivant deux courbes ayant un contact du troisième ordre en O ; d'un autre côté, ce plan coupe la surface U suivant une courbe ayant un point double ordinaire en O et pour lequel la tangente Oa a un contact du premier ordre seulement ; donc les trois courbes ont trois points communs en O, et trois seulement n° [45]. Comme ce raisonnement est applicable aux trois tangentes, il résulte de là que la courbe Δ et la surface U ont, en commun, neuf points coïncidant avec le point O.

Par conséquent, si l'on fait abstraction des trois points qui appartiennent au plan bi-tangent, nous en conclurons que

Une droite quelconque, située dans le plan tangent et passant par un des points de contact, y rencontre la surface en six points coïncidents.

3° En résumé :

Lorsque la courbe de contact se réduit à deux points distincts, on a UN PLAN DOUBLE BI-TANGENT.

Les six tangentes inflexionnelles forment deux faisceaux de trois droites ayant leurs sommets respectifs aux deux points de contact.

La présence d'un plan double bi-tangent diminue, en général, l'ordre de la surface de TROIS *unités.*

Une droite quelconque, passant par un des points de contact et non située dans le plan tangent, y rencontre la surface en trois points coïncidents.

Une droite quelconque, passant par un des points de contact et située dans le plan tangent, y rencontre la surface en six points coïncidents.

Chacun des points de contact est un point triple pour la sur-

face et un point sextuple pour la section de la surface par le plan considéré ; les six tangentes au point sextuple forment trois groupes de deux tangentes coïncidentes.

Les premières polaires des plans passant par un des points de contact touchent toutes en ce point le plan tangent double.

Les premières polaires des plans passant par la droite qui joint les deux points de contact ont le plan tangent considéré comme plan double curvi-tangent.

61. 3^e CAS. *La* $(n-2)^{ème}$ *polaire ou la courbe de contact se réduit à deux points coïncidents.*

Prenons le point de contact pour sommet A, et une des tangentes inflexionnelles pour droite AB, l'équation de la surface sera

$$(49)\quad U = \varphi_n + \cdot\cdot\cdot + \varphi_3\, t^{n-3} + x^2\, t^{n-2}\,;$$

la fonction φ_3 (44) ne renfermera pas de terme en z^3.

Les dérivées de la fonction U sont

$$(50)\quad \left\{ \begin{aligned} \frac{dU}{dx} &= \frac{d\varphi_n}{dx} + \ldots + t^{n-3}\frac{d\varphi_3}{dx} + 2\,x\,t^{n-2}\,; \\ \frac{dU}{dy} &= \frac{d\varphi_n}{dy} + \ldots + t^{n-3}\frac{d\varphi_3}{dy}\,; \\ \frac{dU}{dz} &= \frac{d\varphi_n}{dz} + \ldots + t^{n-3}\frac{d\varphi_3}{dz}\,; \\ \frac{dU}{dt} &= \varphi_{n-1} + \ldots + (n-3)\,t^{n-4}\varphi_3 + (n-2)\,x^2\,t^{n-3}. \end{aligned} \right.$$

1° *Propriétés relatives aux polaires.*

Le plan BCD peut être regardé comme un plan quelconque ; sa première polaire est $\frac{dU}{dx} = 0$, d'où

La première polaire d'un plan quelconque touche le plan ABC *au point de contact* A.

Le plan ACD peut être considéré comme un plan quelconque passant par le point A ; sa première polaire est $\frac{dU}{dy} = 0$; donc

Les premières polaires des plans passant par le point de contact A *ont le plan* ABC *pour plan double curvi-tangent.*

Lorsque le plan passe par une tangente inflexionnelle, la courbe de contact du plan double touche la tangente inflexionnelle ;

car alors la première polaire est, par exemple $\frac{dU}{dz} = 0$, et $\frac{d\varphi_3}{dz}$ ne contient pas de terme en z^2.

2° *Intersection d'une droite avec la surface*

Droite DC. Les premières polaires de deux plans passant par DC, sont

$$(54) \quad \Delta \left\{ \begin{aligned} S_0 &= \ldots + \left(x_0 \frac{d\varphi_3}{dx} + y_0 \frac{d\varphi_3}{dy}\right) + 2\, x_0 x\,; \\ S_1 &= \ldots + \left(x_1 \frac{d\varphi_3}{dx} + y_1 \frac{d\varphi_3}{dy}\right) + 2\, x_1 x. \end{aligned} \right.$$

La courbe Δ a un point double en O ; les deux tangentes sont

$$(Oa\ ,\ Ob) \quad x = 0\ , \qquad \frac{d\varphi_3}{dy} = 0. \quad (\textit{fig. de la p.}\ 80).$$

Un plan passant par Oa, par exemple, coupera les deux surfaces S_0 et S_1 suivant deux courbes osculatrices, et la surface U suivant une courbe ayant un rebroussement en O, et Oa pour tangente de rebroussement ; les trois courbes ont donc trois points communs. Quant au plan, passant par Oa et coupant les deux surfaces S_0 et S_1 suivant deux courbes ayant un contact du troisième ordre, il coupera bien la surface U suivant une courbe ayant un rebroussement en O, mais la tangente de rebroussement n'a qu'un contact du premier ordre ; par suite les trois courbes n'ont pas plus de trois points communs n° [45]. Ainsi la surface U et la courbe Δ ont, en commun, six points coïncidant avec le point O.

Donc la droite DC rencontre la surface en six points coïncidant avec le point C; mais le point C, qui est un point quelconque du plan tangent, n'est pas, à proprement parler, un point de la surface. Par conséquent

Un plan double uni-tangent diminue, en général, l'ordre de la surface de SIX *unités.*

Vu la longueur de la discussion précédente, je n'insisterai pas davantage sur ce cas particulier des plans tangents doubles, lequel, d'ailleurs, demande une étude toute spéciale. Je vais passer de suite à l'examen des propriétés générales des plans tangents multiples.

§ III.

PLANS TANGENTS MULTIPLES.

62. Supposons que l'équation (1) de la surface n° [48] se réduise à la forme

$$(1)\quad U = \varphi_n + t\,\varphi_{n-1} + \ldots + t^{n-p-1}\,\varphi_{p+1} + t^{n-p}\,\varphi_p = 0\,;$$

le plan ABC ou $(x=0,\ y=0,\ z=0)$ du tétraèdre de référence ABCD est un plan tangent, puisque l'équation est vérifiée pour $x=0$, $y=0$, $z=0$. Considérons une droite quelconque située dans le plan ABC, ses équations pourront s'écrire

$$(2)\qquad \begin{aligned} x &= \alpha z \quad \text{point situé sur AC},\\ y &= \beta z \quad \text{point situé sur BC}. \end{aligned}$$

Si l'on remplace x et y par ces valeurs dans l'équation (1), nous obtenons une équation du $n^{\text{ème}}$ degré ayant p racines nulles, et p seulement si la droite est quelconque. Les solutions différentes de zéro nous donneront des plans tangents passant par la droite (2) et distincts du plan ABC. Ainsi :

Par une droite quelconque, située dans le plan ABC, on ne peut mener que $(n-p)$ plans tangents distincts du plan ABC, le plan ABC compte, par conséquent, pour p plans tangents; c'est un plan tangent multiple d'ordre p.

De plus, la courbe de contact de ce plan multiple est la courbe de $p^{\text{ème}}$ classe obtenue en égalant à zéro le dernier terme de l'équation (1), c'est-à-dire :

$$(3) \qquad \varphi_p\,(x\,,y,z) = 0.$$

Nous savons en effet (1re partie), que l'équation (3) représente une courbe de $p^{\text{ème}}$ classe située dans le plan ABC. Or, supposons que les constantes α et β vérifient la relation

$$(4) \qquad \varphi_p\,(\alpha\,,\beta\,,1) = 0\,,$$

c'est-à-dire que la droite (2) soit tangente à la courbe (3); si nous substituons alors les valeurs (2) dans l'équation (1) et que nous tenions compte de la relation (4), nous obtiendrons une équation du $n^{\text{ème}}$ degré qui aura $(p+1)$ racines nulles et $(n\text{-}p\text{-}1)$ seulement différentes de zéro; donc, par une droite du plan ABC tangente à la courbe (3), passent $(p+1)$ plans tangents coïncidant avec le plan ABC. Par suite, chaque tangente à la courbe (3) est l'intersection du plan multiple ABC avec un plan tangent infiniment voisin; l'intersection de deux tangentes consécutives sera un point de contact du plan ABC. La courbe (3) est donc la courbe de contact du plan ABC, plan tangent multiple d'ordre p.

Or, la $(n-p)^{\text{ème}}$ polaire du plan ABC est

$$(5) \qquad \frac{d^{n-p}\,U}{dt^{n-p}} = 0\,, \quad \text{ou} \ \varphi_p\,(x,\ y,z) = 0;$$

donc la $(n-p)^{\text{ème}}$ polaire du plan ABC est une courbe plane de $p^{\text{éme}}$ classe, laquelle est précisément sa courbe de contact.

Maintenant, assujétissons les constantes α et β à vérifier à la fois les deux équations

$$(6) \qquad \left\{ \begin{aligned} \varphi_p\ \ (\alpha\,,\beta\,,1) &= 0 \\ \varphi_{p+1}(\alpha\,,\beta,1) &= 0\,; \end{aligned} \right.$$

c'est à-dire que la droite (2) est tangente à la fois aux deux courbes

$$\varphi_p\,(x\,,y\,,z)=0\,,\quad \varphi_{p+1}\,(x\,,y\,,z)=0.$$

Si nous substituons alors les valeurs (2) dans l'équation (1) et que nous tenions compte des relations (6), nous obtiendrons une équation du $n^{\text{ème}}$ degré qui aura $(p+2)$ racines nulles ; donc par la droite considérée passent $(p+2)$ plans tangents coïncidant avec le plan ABC. Mais les équations (6) ont $p\,(p+1)$ solutions communes ; il y a donc, dans le plan ABC, $p(p+1)$ droites jouissant de la propriété qui vient d'être énoncée; je donnerai à ces droites le nom de *tangentes inflexionnelles.*

Remarquons que la $(n\text{-}p\text{-}1)^{\text{ème}}$ polaire du plan ABC a pour équation

$$(7)\quad \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{d^{n-p-1}\,U}{dt^{n-p-1}}=0, \quad \text{ou} \\ \varphi_{p+1}\,(x,\,y,\,z)+(n-p)\,t\,\varphi_p\,(x\,,y,\,z)=0. \end{array} \right.$$

Or un plan quelconque, passant par une tangente inflexionnelle, c'est-à-dire par une droite (2) telle que les constantes α et β vérifient les relations (6), sera évidemment tangent à la surface (7) ; donc la droite considérée est tout entière sur cette surface ; par suite, les $p\,(p+1)$ tangentes inflexionnelles sont les intersections du plan multiple avec sa $(n\text{-}p\text{-}1)^{\text{ème}}$ polaire.

Ainsi, en résumé :

Si (T) *est un plan tangent multiple d'ordre* p , *par une droite quelconque située dans ce plan, on ne peut mener que* (n—p) *plans tangents distincts du plan* T ; *ce plan touche la surface suivant une courbe de* p^{ème} *classe. Par une tangente quelconque à la courbe de contact on ne peut mener que* (n—p—1) *plans tangents distincts du plan* T ; *il y en a* (p+1) *qui viennent se confondre avec ce plan. La courbe de contact est la* (n—p)^{ème} *polaire du plan tangent multiple.*

Il y a dans le plan T, p(p+1) *droites, dites* TANGENTES INFLEXIONNELLES, *par chacune desquelles passent* (p+2) *plans tan-*

gents, confondus avec le plan T. *Les* p(p+1) *tangentes inflexionnelles sont les intersections du plan tangent multiple avec sa* $(n-p-1)^{\text{ème}}$ *polaire.*

63. Étudions la section de la surface par le plan tangent multiple d'ordre p.

Le plan multiple étant pris pour le plan ABC, considérons une droite quelconque

$$(8)\qquad (\mathrm{D})\left\{\begin{array}{l} x=\alpha z, \\ y=\beta z, \end{array}\right.$$

située dans ce plan, et remplaçons x et y par ces valeurs dans l'équation (1) de la surface, il vient, après avoir supprimé les p racines nulles $z^p=0$:

$$(9)\; z^{n-p}\varphi_n(\alpha,\beta,1)+z^{n-p-1}t\varphi_{n-1}(\alpha,\beta,1)+\ldots+zt^{n-p-1}\varphi_{p+1}(\alpha,\beta,1)+t^{n-p}\varphi_p(\alpha,\beta,1)=0.$$

L'équation (9) fournira $(n-p)$ valeurs de z différentes de zéro; à l'aide de ces valeurs, les équations (8) détermineront les coordonnées des $(n-p)$ plans tangents à la surface, passant par la droite D et distincts du plan ABC.

Exprimons que l'équation (9) a deux racines égales; on aura l'équation de condition

$$(10)\quad \mathrm{F}(\alpha,\beta,1)=0.$$

A une solution (α_0, β_0) de cette équation correspondra une droite D_0, et pour cette droite, l'équation (9) aura deux racines égales en z; c'est-à-dire que, par cette droite, passeront deux plans tangents infiniment voisins et distincts du plan ABC; la droite D_0 sera donc une tangente à la surface. Ainsi, par la droite D_0 passera un plan tangent distinct du plan ABC et dont le point de contact sera dans le plan ABC; ce point de contact sera donc un des points d'intersection du plan ABC avec la surface.

Il résulte de là que, si dans l'équation (10) on remplace α, β, par les valeurs (8), on aura l'équation homogène

$$(11) \qquad F\,(x, y, z) = 0\,,$$

laquelle représentera une courbe plane située dans le plan ABC, enveloppe des droites D_0. La courbe $F = 0$ sera la courbe d'intersection de la surface par le plan tangent multiple ABC.

Pour déterminer le degré de l'équation (10) ou (11), je remarque que, si l'on désigne par φ le premier membre de l'équation (9) rendue homogène, on obtiendra l'équation de condition (10) en éliminant z et t entre les deux équations

$$\frac{d\varphi}{dz} = 0\,, \quad \frac{d\varphi}{dt} = 0.$$

Or, si l'on effectue l'élimination par la *méthode dialytique*, le résultat se présente sous la forme d'un déterminant qu'on peut écrire immédiatement. Soit, pour exemple,

$$\varphi = z^4\,A + z^3\,t\,B + z^2\,t^2\,C + z\,t^3 + t^4\,E\,;$$

alors

$$\frac{d\varphi}{dz} = 4\,z^3 A + 3\,y^2\,t\,B + 2\,z\,t^2\,C + t^3\,D\,,$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = z^3\,B + 2\,z^2\,t\,C + 3\,z\,t^2\,D + 4\,t^3\,E;$$

et le résultat de l'élimination, ou le *déterminant*, sera :

$$\begin{vmatrix} 4\,A & 3\,B & 3\,C & D & 0 & 0 \\ 0 & 4\,A & 3\,B & 2\,C & D & 0 \\ 0 & 0 & 4\,A & 3\,B & 2\,C & D \\ B & 2\,C & 3\,D & 4\,E & 0 & 0 \\ 0 & B & 2\,C & 3\,D & 4\,E & 0 \\ 0 & 0 & B & 2\,C & 3\,D & 4\,E \end{vmatrix} = 0.$$

Le produit des éléments principaux, c'est-à-dire un des termes du déterminant est $\quad 4^6 . A^3 . E^3$ ou $(4A . 4E)^3$.

Appliquant ce résultat à l'équation (9), nous voyons qu'un des termes de l'équation (10) ou (11) est

$$[\varphi_n(\alpha, \beta, 1) \cdot \varphi_p(\alpha, \beta, 1)]^{n-p-1},$$

ou

$$[\varphi_n(x, y, z) \cdot \varphi_p(x, y, z)]^{n-p-1}.$$

Or, comme le résultat de l'élimination est homogène par rapport aux coefficients de l'équation (9), le degré du déterminant en x, y, z est donc égal au degré du terme écrit ci-dessus, c'est-à-dire à

$$(n+p)(n-p-1) \quad \text{ou} \quad [n(n-1) - p(p+1)].$$

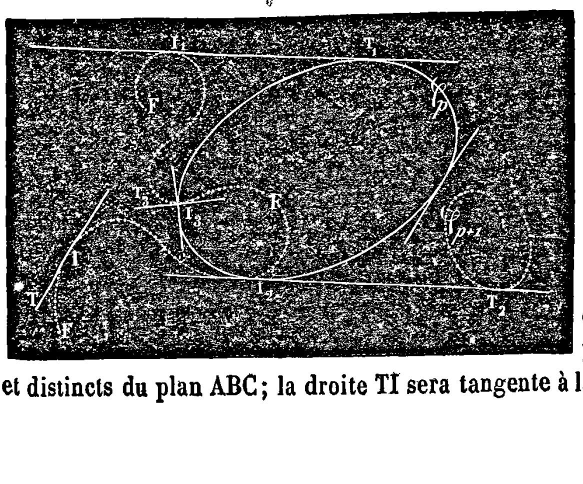
Donc *un plan multiple d'ordre* p *touche la surface suivant une courbe* (φ_p) *de* p$^{\text{ème}}$ *classe, et la coupe, en outre, suivant une courbe* (F) *de la classe* [n (n—1) — p (p+1)].

Je remarquerai encore que, d'après une proposition connue sur les discriminants, l'équation (11) est de la forme suivante :

$$(12) \quad F(x,y,z) = H\,\varphi_p(x,y,z) + G\,[\varphi_{p+1}(x,y,z)]^2 = 0,$$

H et G étant des fonctions homogènes de x, y, z.

64. Ceci posé, considérons :



1° Une tangente quelconque TI à la courbe d'intersection, soit I son point de contact. Il y aura deux plans tangents coïncidents passant par la droite TI et distincts du plan ABC; la droite TI sera tangente à la surface, et le plan considéré touchera la surface en I ; ce sera, en général, un plan tangent simple.

2° Considérons une tangente commune à la courbe F et à la courbe φ_p ; soit $T_1 I_1$ cette tangente, I_1 et T_1 étant ses points de contact respectifs avec les courbes F et φ_p ; la droite $T_1 I_1$ touchera la surface en deux points distincts. Au point I_1 le plan tangent sera distinct du plan ABC ; au point T_1, le plan tangent sera le plan ABC lui-même.

3° On voit, par l'équation (12), que, parmi les tangentes communes aux courbes φ_p et F, il y en a qui touchent la courbe φ_{p+1}, c'est-à-dire que les *tangentes inflexionnelles* sont tangentes communes à φ_p et F. Je dis, de plus, que le point de contact est le même pour les deux courbes. En effet, si x_0, y_0, z_0 sont les coordonnées d'une de ces tangentes, l'équation du point de contact avec la courbe φ_p sera

$$x\left(\frac{d\varphi_p}{dx}\right)_0 + y\left(\frac{d\varphi_p}{dy}\right)_0 + z\left(\frac{d\varphi_p}{dz}\right)_0 = 0.$$

L'équation du point de contact de la même tangente avec la courbe F est

$$x\left(\frac{dF}{dx}\right)_0 + y\left(\frac{dF}{dy}\right)_0 + z\left(\frac{dF}{dz}\right)_0 = 0 ;$$

or, d'après l'identité (12), on a

$$\frac{dF}{dx} = H\frac{d\varphi_p}{dx} + \varphi_p\frac{dH}{dx} + \frac{dG}{dx}\Big(\varphi_{p+1}(x,y,z)\Big)^2 + 2G\varphi_{p+1}(x,y,z)\frac{d\varphi_{p+1}}{dx} ;$$

et, comme d'après l'hypothèse, x_0, y_0, z_0 annulent φ_p et φ_{p+1}, il reste

$$\left(\frac{dF}{dx}\right)_0 = H_0\left(\frac{d\varphi_p}{dx}\right)_0.$$

Donc les équations des deux points de contact sont les mêmes.

Ainsi : *la courbe* F *passe par les points de contact des tangentes inflexionnelles et est tangente à la courbe* φ_p *en ces points.*

Soit I_2 un des points de contact des courbes F et φ_p, et $I_2 T_2$ la tangente en ce point.

Pour nous rendre compte de ce qui se passe en ce point, considérons d'abord une tangente T I à la courbe F ; par cette droite passent p plans tangents coïncidant avec le plan ABC ; et, parmi les $(n-p)$ plans tangents restants, il y en a deux qui se confondront avec un plan distinct du plan ABC et touchant la surface en I. Lorsque cette tangente prend la position $T_1 I_1$, le même fait se reproduit encore, seulement la droite $T_1 I_1$ touche la surface en deux points distincts. Enfin, si la droite considérée prend la position $T_2 I_2$, c'est-à-dire devient tangente inflexionnelle, les deux plans confondus et distincts de ABC, qui touchaient, dans les cas précédents, la surface en I ou I_1, viennent maintenant se confondre avec le plan ABC; nous avons vu, en effet, que par la droite $T_2 I_2$ on ne peut plus mener que $(n-p-2)$ plans tangents distincts de ABC. Ainsi, les deux points de contact, qui étaient distincts dans le cas de la tangente $T_1 I_1$, viennent ici se confondre en un seul, et la tangente double devient la tangente inflexionnelle.

Les courbes φ_p et F ont

$$p\left[n(n-1) - p(p+1)\right]$$

tangentes communes; c'est le nombre des tangentes doubles situées dans le plan ABC, ce nombre comprenant, bien entendu, les $p(p+1)$ tangentes inflexionnelles.

4° Considérons enfin un des points d'intersection des courbes φ_p et F, soit I_3 ce point et $I_3 T_3$ la tangente à la courbe F. Nous aurons en I_3 un plan tangent passant par $I_3 T_3$ et distinct de ABC ; le plan ABC sera aussi tangent en I_3 ; donc le point I_3 sera un point double de rebroussement conique pour la surface U, l'axe de rebroussement sera la tangente $I_3 T_3$.

65. Donc en résumé :

Un plan tangent multiple d'ordre p *touche la surface suivant* *une courbe* φ_p *de* $p^{ème}$ *classe et la coupe suivant une courbe* F *de la classe* $[n(n-1) - p(p+1)]$.

Il y a, dans le plan multiple, $p[n(n-1) - p(p+1)]$ *droites qui touchent la surface en deux points ou tangentes doubles, ce sont les tangentes communes aux deux courbes* F *et* φ_p.

La courbe F *est tangente à la courbe* φ_p *aux points où cette dernière est touchée par les tangentes inflexionnelles; ces* $p(p+1)$ *tangentes inflexionnelles sont comprises dans le nombre précédent des tangentes doubles et correspondent au cas où les deux points de contact viennent se réunir en un seul.*

Les points d'intersection de la courbe F *avec la courbe* φ_p *sont des* POINTS DOUBLES DE REBROUSSEMENT CONIQUE *pour la surface, l'axe de rebroussement est la tangente à la courbe* F *en ces points.*

Remarque. Dans le cas d'une surface de $3^{ème}$ classe ($n=3$), si l'on suppose $p=2$, la courbe de contact est une courbe de $2^{ème}$ classe; la formule précédente nous donne *zéro* pour la classe de la courbe F. En reprenant, pour ce cas particulier, les raisonnements et les calculs du n° [63], on trouve pour les droites D_0 le système des six tangentes inflexionnelles. Il est d'ailleurs évident *à priori* que le plan tangent double ne peut pas couper la surface suivant une autre courbe que φ_2; car, en un des points de cette autre courbe, il devrait y avoir deux plans tangents coïncidents et distincts de ABC; or ceci est impossible, puisque la surface est de $3^{ème}$ classe et que, par la tangente au point considéré, passent déjà deux plans tangents coïncidant avec le plan ABC.

66. Recherchons maintenant la diminution de l'ordre que produit dans la surface la présence d'un plan multiple d'ordre p.

Le plan multiple étant pris pour plan ABC, l'équation de la surface est

(13) $\quad U = \varphi_n + t\,\varphi_{n-1} + \ldots + t^{n-p-1}\,\varphi_{p+1} + t^{n-p}\,\varphi_p = 0;$

prenons pour sommet A un des points de contact, pour droite AB la tangente en ce point, la fonction φ^p sera alors de la forme

(13 *bis*) $\varphi_p(x,y,z) = f_p(x,y) + z\, f_{p-1}(x,y) + \ldots + z^{p-2} f_2(x,y) + x\, z^{p-1}.$

Les dérivées partielles de la fonction U seront

$$(14)\quad \left\{\begin{aligned}
\frac{dU}{dx} &= \frac{d\varphi_n}{dx} + \ldots + t^{n-p-1}\frac{d\varphi_{p+1}}{dx} + t^{n-p}\frac{d\varphi_p}{dx},\\
\frac{dU}{dy} &= \frac{d\varphi_n}{dy} + \ldots + t^{n-p-1}\frac{d\varphi_{p+1}}{dy} + t^{n-p}\frac{d\varphi_p}{dy},\\
\frac{dU}{dz} &= \frac{d\varphi_n}{dz} + \ldots + t^{n-p-1}\frac{d\varphi_{p+1}}{dz} + t^{n-p}\frac{d\varphi_p}{dz},\\
\frac{dU}{dt} &= \varphi_{n-1} + \ldots + (n-p-1)\,\varphi_{p+1}\,t^{n-p-2} + (n-p)\,t^{n-p-1}\varphi_p\ ;
\end{aligned}\right.$$

et les dérivées de φ_p sont :

$$14\ bis)\quad \left\{\begin{aligned}
\frac{d\varphi_p}{dx} &= \frac{df_p}{dx} + z\frac{df_{p-1}}{dx} + \ldots + z^{p-2}\frac{df_2}{dx} + z^{p-1},\\
\frac{d\varphi_p}{dy} &= \frac{df_p}{dy}z + \frac{df_{p-1}}{dy} + \ldots + z^{p-2}\frac{df_2}{dy},\\
\frac{d\varphi_p}{dz} &= f_{p-2} + 2z\,f_{p-1} + \ldots + (p-2)\,z^{p-3}f_2 + (p-1)xz^{p-2}.
\end{aligned}\right.$$

Droite DC. La droite DC peut être regardée comme une droite quelconque; les premières polaires de deux plans passant par cette droite sont

$$S_0 = x_0\frac{dU}{dx} + y_0\frac{dU}{dy} = 0,\qquad S_1 = x_1\frac{dU}{dx} + y_1\frac{dU}{dy} = 0.$$

Les solutions communes à ces deux équations sont évidemment communes aux deux suivantes :

$$(15)\quad \Delta \left\{\begin{aligned}
\frac{dU}{dx} &= \frac{d\varphi_n}{dx} + \ldots + \frac{d\varphi_{p+1}}{dx} + \frac{d\varphi_p}{dx} = 0\\
\frac{dU}{dy} &= \frac{d\varphi_n}{dy} + \ldots + \frac{d\varphi_{p+1}}{dy} + \frac{d\varphi_p}{dy} = 0,
\end{aligned}\right. \qquad \text{où } t=1.$$

et réciproquement.

Nous obtiendrons le nombre des points de la surface coïncidant avec C en cherchant quels sont les plans coïncidant avec ABC et touchant à la fois les surfaces U, $\frac{dU}{dx}$, $\frac{dU}{dy}$.

Interprétons les équations (13) et (15) dans le système des coordonnées-point.

La courbe gauche Δ possède en O un point multiple de l'ordre $(p-1)^2$; les tangentes aux $(p-1)^2$ branches de cette courbe sont données par les intersections des deux cônes

$$Oa, \ Ob, \ldots\ldots \frac{d\varphi_p}{dx} = 0, \quad \frac{d\varphi_p}{dy} = 0.$$

Un plan quelconque passant par le point O rencontre la courbe gauche en $(p-1)^2$ points coïncidant avec le point O, car il coupe les deux surfaces $\frac{dU}{dx}$ et $\frac{dU}{dy}$ suivant deux courbes ayant en commun un point multiple d'ordre $(p-1)$.

Un plan quelconque, passant par une tangente, Oa par exemple, rencontre la courbe en $[(p-1)^2+1]$ points coïncidant avec le point O, car les deux courbes de section des surfaces $\frac{dU}{dx}$ et $\frac{dU}{dy}$ ont une tangente commune.

D'un autre côté, la surface U possède en O un point multiple d'ordre p, le cône tangent est $\varphi_p = 0$; c'est-à-dire qu'une droite quelconque passant par ce point y rencontre la surface en p points coïncidents; et, si la droite appartient au cône φ_p, elle rencontre la surface en $(p+1)$ points coïncidents.

Or, si nous considérons une branche de la courbe Δ, la tangente à cette courbe rencontre la surface U en p points coïncidant avec O; et, comme la courbe a au moins p points coïncidant avec O sur cette droite, il en résulte que la branche considérée rencontre la surface U en p points coïncidant avec O. On ariverait à la même conséquence en examinant les sections des trois surfaces par un plan quelconque passant par la tangente

Oa; ce plan coupe en effet les deux surfaces $\frac{dU}{dx}$ et $\frac{dU}{dy}$ suivant deux courbes ayant en commun en O un point multiple d'ordre $(p-1)$ et une seule tangente commune, et la surface U suivant une courbe ayant un point multiple d'ordre p en O ; ces trois courbes ont seulement p points communs coïncidant en O.

Or la courbe Δ possède $(p-1)^2$ branches ; donc la surface U et la courbe Δ ont, en commun, $p(p-1)^2$ points coïncidant avec le point O. D'où, en revenant à la signification primitive des équations, il y a $p(p-1)^2$ plans coïncidant avec le plan ABC, touchant la surface U en C, et touchant en même temps toutes les premières polaires des plans passant par DC ; donc la droite DC rencontre la surface U en $p(p-1)^2$ points coïncidant avec le point C. Mais le point C, qui est un point quelconque du plan multiple ABC, n'est pas, à proprement parler, un point de la surface. Par conséquent

La présence d'un plan multiple d'ordre p *diminue l'ordre de la surface, dans le cas général, de* p (p—1)² *unités.*

Droite AD. Les premières polaires de deux plans passant par AD sont

$$S_0 = y_0 \frac{dU}{dy} + z_0 \frac{dU}{dz} = 0, \quad S_1 = y_1 \frac{dU}{dz} + z_1 \frac{dU}{dz} = 0.$$

Les solutions communes à ces deux équations sont communes aux deux suivantes

$$(16) \quad \Delta \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{dU}{dy} = \dfrac{d\varphi_n}{dy} + \ldots + \dfrac{d\varphi_p}{dy} = 0, \\[2ex] \dfrac{dU}{dz} = \dfrac{d\varphi_n}{dz} + \ldots + \dfrac{d\varphi_p}{dz} = 0. \end{array} \right.$$

On raisonnera comme dans le cas précédent ; on remarquera seulement qu'une des tangentes à la courbe Δ est une des génératrices du cône φ_p ; cette branche rencontrera donc la surface U en $(p+1)$ point coincidant avec le point O.

Nous conclurons de là que la droite DA rencontre la surface U en $[p(p-1)^2+1]$ points coïncidant avec le point A ; et, si l'on fait abstraction des $p(p-1)^2$ points qui appartiennent au plan multiple, il en résulte que

Une droite quelconque, passant par un des points de la courbe de contact du plan multiple et non située dans ce plan, y rencontre la surface en un seul point proprement dit.

Droite AC. Les premières polaires de deux plans passant par AC sont

$$S_0 = y_0 \frac{dU}{dy} + t_0 \frac{dU}{dt} = 0, \quad S_1 = y_1 \frac{dU}{dy} + t_1 \frac{dU}{dt} = 0;$$

les solutions communes à ces deux équations appartiendront aux deux suivantes et réciproquement :

$$(17)\ \Delta \left\{ \begin{aligned} &\frac{dU}{dy} = \frac{d\varphi_n}{dy} + \ldots + \left[\frac{df_p}{dy} + z\frac{df_{p-1}}{dy} + \ldots z^{p-2}\frac{df_2}{dy}\right] = 0 \\ &\frac{dU}{dt} = \varphi_{n-1} + \ldots + (n-p-1)\varphi_{p+1} + (n-p)\varphi_p = 0. \end{aligned} \right.$$

La courbe gauche Δ a, en U, un point multiple d'ordre $p(p-1)$; les tangentes sont les intersections des deux cônes

$$\varphi_p = 0, \quad \frac{d\varphi_p}{dy} = 0.$$

Toutes ces tangentes appartiennent au cône φ_p. D'après le raisonnement précédent, on verra que chaque branche de la courbe gauche rencontre la surface U en $(p+1)$ coïncidant en O ; ainsi la surface U et la courbe Δ ont, en commun, $p(p-1)(p+1)$ points coïncidant avec le point O.

Donc la droite AC rencontre la surface en $p(p-1)(p+1)$ points pour lesquels le plan tangent coïncide avec le plan ABC ; si l'on fait abstraction des $p(p-1)^2$ points appartenant au plan multiple, que les équations employées introduisent toujours, il reste $2p(p-1)$ points proprement dits d'intersection. Mais ces $2p(p-1)$ restants se partagent entre les différents points où la droite AC rencontre la courbe de contact φ_p, car pour ces points, et pour ceux-là seulement, le plan tangent se confond avec le plan ABC. Or la courbe φ_p étant de $p^{ème}$ classe, sera en général de l'ordre $p(p-1)$; il reste donc $\frac{2p(p-1)}{p(p-1)}$, ou 2 pour chaque point d'intersection.

Donc *une droite quelconque, située dans le plan tangent multiple, rencontre la courbe de contact en* p (p—1) *points ; en chacun de ces points, elle rencontre la surface en deux points coïncidents.*

67. Nous allons signaler maintenant quelques propriétés des polaires dans le cas des plans tangents multiples.

Reportons-nous aux équations (13), (14) et (14 *bis*).

Le plan ACD peut être regardé comme un plan quelconque passant par un des points de la courbe de contact ; sa première polaire a pour équation $\frac{dU}{dy}=0$; d'où

Les premières polaires d'un plan quelconque passant par un point A *de la courbe de contact d'un plan multiple d'ordre* p, *ont ce même plan pour point multiple d'ordre* (p—1) ; *et la courbe de contact avec la première polaire touche, en un certain point, la tangente en* A *à sa courbe de contact avec la surface primitive.*

Le plan ABD peut être regardé comme un plan quelconque passant par la tangente AB ; sa première polaire est $\frac{dU}{dz}=0$; d'où

Les premières polaires des plans passant par une tangente à la courbe de contact d'un plan multiple d'ordre p, *ont ce même plan pour plan multiple d'ordre* (p—1) ; *sa courbe de contact avec la première polaire passe par le point de contact de la tangente considérée et touche cette même droite.*

68. *Toutes les polaires d'un plan tangent multiple d'ordre* p, *ont ce plan pour plan tangent multiple du même ordre, et la courbe de contact est la même.*

En effet, la $s^{\text{ème}}$ polaire d'un plan (x_0, y_0, z_0, t_0) est

$$\Delta_s U = \left(x_0 \frac{d.}{dx} + y_0 \frac{d.}{dy} + z_0 \frac{d.}{dz} + t_0 \frac{d.}{dt}\right)^s U = 0;$$

si nous prenons ce plan pour plan ABC du tétraèdre de référence $(x_0 = 0, y_0 = 0, z_0 = 0)$, l'équation de la $s^{\text{ème}}$ polaire sera

$$\frac{d^s U}{dt^s} = 0.$$

Or, dans ce cas, l'équation de la surface ayant la forme (1)

$$U = \varphi_n + \ldots + t^{n-p}\, \varphi_p = 0,$$

il est visible que, quel que soit l'ordre de la dérivée par rapport à t, $\varphi_p(x, y, z)$ y sera toujours l'ensemble des termes du degré le moins élevé en x, y, z; donc le plan ABC sera encore un plan tangent multiple d'ordre p pour la polaire considérée, et la courbe de contact sera la même.

69. *Si une surface a un plan tangent multiple d'ordre* p, *ce plan sera tangent multiple d'ordre* (p—k) *pour les* k$^{\text{èmes}}$ *polaires d'un plan quelconque.*

La $k^{\text{ème}}$ polaire d'un plan quelconque (x_0, y_0, z_0, t_0) a pour équation

$$\left(x_0 \frac{d.}{dx} + y_0 \frac{d.}{dy} + z_0 \frac{d.}{dz} + t_0 \frac{d.}{dt}\right)^k U = 0.$$

Or, d'après la forme (1) de l'équation de la surface U, on voit que les termes du degré le moins élevé en x, y, z, proviennent du développement de l'expression symbolique

$$\left(x_0 \frac{d.}{dx} + y_0 \frac{d.}{dy} + z_0 \frac{d.}{dz}\right)^k U,$$

et que ces termes sont du degré $(p-k)$; donc.....

Ainsi, *un plan multiple d'ordre* p *sera multiple d'ordre* (p—1) *pour les premières polaires d'un plan quelconque, et sera un plan tangent simple pour les* $(p-1)^{\text{èmes}}$ *polaires d'un plan quelconque.*

70. *Lorsqu'une surface a un plan tangent d'ordre* p *et qu'en outre la courbe de contact se compose de courbes séparées, parmi lesquelles* s *sont coïncidentes ou superposées avec une certaine courbe* C ; *la* $k^{\text{ème}}$ *polaire d'un plan quelconque aura ce plan pour plan multiple d'ordre* (p—k) ; *et, de plus, la courbe de contact pour cette* $k^{\text{ème}}$ *polaire se composera de courbes parmi lesquelles* (s—k) *coïncideront avec la courbe* C.

Supposons, en effet, qu'on ait

$$\varphi_p(x, y, z) = u^s . f,$$

u et f étant des fonctions homogènes de x, y, z.

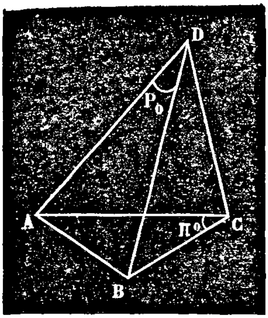
Les termes du degré le moins élevé en x, y, z de la $k^{\text{ème}}$ polaire proviendront de l'expression

$$\left(x_0 \frac{d.}{dx} + y_0 \frac{d.}{dy} + z_0 \frac{d.}{dz}\right)^k \varphi_p ;$$

or ces termes contiendront évidemment le facteur u^{s-k}, si k est inférieur à s ; c'est-à-dire que l'ensemble des termes du degré le moins élevé sera $u^{s-k}\psi$, ψ étant une fonction homogène en x, y, z ; donc.....

Ainsi *la courbe de contact de la première polaire d'un plan quelconque se composera de courbes parmi lesquelles* (s—1) *coïncideront avec la courbe* C *ou* u = 0.

71. Si *la* $r^{\text{ème}}$ *polaire d'un plan* P_0 *a pour plan multiple d'ordre* p *le plan* Π_0, *la* $(n+i-r-p+1)^{\text{ème}}$ *polaire du plan* Π_0 *aura le plan* P_0 *pour plan tangent multiple d'ordre* (p—i).



Prenons le plan P_0 pour plan ABD, et le plan Π_0 pour plan ABC du tétraèdre de référence.

La $r^{\text{ème}}$ polaire d'un plan (x_0, y_0, z_0, t_0) est

$$\left(x_0 \frac{d.}{dx} + y_0 \frac{d.}{dy} + z_0 \frac{d.}{dz} + t_0 \frac{d.}{dt}\right)^r U = 0;$$

par suite, la $r^{\text{ème}}$ polaire du plan ABD ou P_0 sera $\dfrac{d^r U}{dz^r} = 0$.

Soit l'équation de la surface

$$(18) \quad U = \varphi_n + \ldots + t^{n-r} \varphi_r + t^{n-r+1} \varphi_{r-1} + \ldots + t^{n-1} \varphi_1 + t^n \varphi_0 = 0\,;$$

la $r^{\text{ème}}$ polaire du plan P_0 sera donc

$$(19) \quad \frac{d^r U}{dz^r} = \frac{d\varphi_n}{dz^r} + t\,\frac{d\varphi_{n-1}}{dz^r} + \ldots + t^{n-r-1} \frac{d\varphi_{r+1}}{dz^r} + t^{n-r} \frac{d\varphi_r}{dz^r} = 0,$$

car les dérivées $\dfrac{d\varphi_{r-1}}{dz^r}$, $\dfrac{d\varphi_{r-2}}{dz^r}$, ... sont nulles.

Il faut exprimer maintenant que, pour la $r^{\text{ème}}$ polaire (19), le plan Π_0 ou ABC est un plan tangent multiple d'ordre p, c'est-à-dire que les termes du degré le moins élevé en x, y, z, sont du degré p. Pour que ceci ait lieu, il faut que les dérivées

$$(20) \quad \frac{d\varphi_r}{dz^r}, \quad \frac{d\varphi_{r+1}}{dz^r}, \quad \frac{d\varphi_{r+2}}{dz^r}, \ldots, \frac{d\varphi_{r+p-1}}{dz^r},$$

soient identiquement nulles; l'équation (19) de la $r^{\text{ème}}$ polaire se réduit alors à

$$(21) \quad \frac{d^r U}{dz^r} = \frac{d\varphi_n}{dz^r} + t\,\frac{d\varphi_{n-1}}{dz^r} + \ldots + t^{n-r-p} \frac{d\varphi_{r+p}}{dz^r} = 0,$$

équation qui reprérente une surface ayant le plan ABC ou Π_0 pour plan multiple d'ordre p.

Soit

(22) $\varphi_{r+i} = u_{r+i} + u_{r+i-1} z + \ldots + u_1 z^{r+i-1} + u_0 z^{r+i}$,

u_i désignant des fonctions homogènes en x et y et de degré i.

Or pour que la fonction $\dfrac{d\varphi_{r+i}}{dz^r}$ soit identiquement nulle, il faut et il suffit que la plus haute puissance de z, dans φ_{r+i}, soit égale à $(r-1)$; de sorte que les fonctions (20) seront identiquement nulles, si

$$(23)\quad \left\{\begin{array}{ll} \varphi_{r+p-1} & = u_{r+p-1} + u_{r+p-2} z + \ldots + u_p z^{r-1}, \\ \varphi_{r+p-2} & = u_{r+p-2} + u_{r+p-3} z + \ldots + u_{p-1} z^{r-1}; \\ \ldots & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \varphi_{r+1} & = u_{r+1} + u_r z + \ldots + u_2 z^{r-1}, \\ \varphi_r & = u_r + u_{r-1} z + \ldots + u_1 z^{r-1}; \end{array}\right.$$

les fonctions u_i désignent des fonctions homogènes de x et y, mais ces fonctions sont différentes, quoiqu'ayant le même indice, lorsqu'on passe d'une ligne à une autre.

Ceci posé, la $s^{\text{ème}}$ polaire du plan Π_0 ou ABC est

$$\frac{d^s U}{dt^s} = 0,$$

c'est-à-dire

$$(24)\quad \frac{d^s U}{dt^s} = s(s-1)\ldots 1\varphi_{n-s} + (s+1)\ldots 2\,\varphi_{n-s-1}\,.\,t + (s+2)\ldots 3\varphi_{n-s-2}\, t^2 + \ldots$$
$$+ (n-1)(n-2)\ldots \varphi_1\, t^{n-s-1} + n(n-1)\ldots \varphi_0\, t^{n-s};$$

d'après nos notations

$$(25)\quad \left\{\begin{array}{ll} \varphi_{n-s} & = u_{n-s} + u_{n-s-1} z + \ldots + u_0 z^{n-s}, \\ \varphi_{n-s-1} & = u_{n-s-1} + u_{n-s-2} z + \ldots + u_0 z^{n-s-1}, \\ \ldots & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \varphi_{r+p} & = u_{r+p} + u_{r+p-1} z + \ldots + u_0 z^{r+p}. \end{array}\right.$$

On voit que, dans l'équation (24) de la $s^{\text{ème}}$ polaire, la plus haute puissance de z est $(n-s)$. Or, si la plus haute puissance *effective* de z, dans l'équation de la $s^{\text{ème}}$ polaire, est $[(n-s)-k]$, le plan ABD ou P_0 sera pour cette surface un plan tangent multiple de l'ordre k. Mais, nous voyons par les relations (23) que, si

$$n-s \leqq p+r-1,$$

et qu'on ait, par exemple,

$$n-s=r+p-1-i, \quad \text{d'où } s=n-r-p+i+1,$$

la plus haute puissance de z sera

$$(r-1) \text{ ou } [(n-s)-(p-i)];$$

d'où l'on conclut que le plan P_0 sera multiple de l'ordre $(p-i)$ pour la polaire $s^{\text{ème}}$ c'est-à-dire pour la polaire $(n-r-p+i+1)^{\text{ème}}$. Donc

Si la $r^{\text{ème}}$ *polaire d'un plan* P_0 *a pour plan multiple d'ordre* p *le plan* Π_0, *la* $(n+i-r-p+1)^{\text{ème}}$ *polaire du plan* Π_0 *aura le plan* P_0 *pour plan tangent multiple d'ordre* $(p-i)$.

Comme cas particulier, on a en supposant $r=1$:

Si la première polaire d'un plan P_0 *a un plan* Π_0 *pour plan multiple d'ordre* p, *la* $(n+i-p)^{\text{ème}}$ *polaire du plan* Π_0 *aura le plan* P_0 *pour plan multiple d'ordre* $(p-i)$. Or la $s^{\text{ème}}$ polaire est de la classe $(n-s)$; la $(n+i-p)^{\text{ème}}$ polaire sera donc de la classe $(p-i)$, et elle ne peut posséder un plan multiple de l'ordre $(p-i)$ qu'à la condition de se réduire à une courbe plane; par suite :

Si la première polaire d'un plan P_0 *a un plan* Π_0 *pour plan multiple d'ordre* p, *la* $(n+i-p)^{\text{ème}}$ *polaire du plan* Π_0 *se réduira à une courbe plane de la classe* $(p-i)$ *et située dans le plan* P_0

En particulier, *si la première polaire d'un plan* P_0 *a un plan double* Π_0, *la* $(n+i-2)^{\text{ème}}$ *polaire du plan* Π_0 *se réduit à une courbe plane de la classe* $(2-i)$ *et située dans le plan* P_0.

72. *Lorsque la* $(n-p)^{\text{ème}}$ *polaire d'un plan se réduit à une courbe plane, cette courbe ne peut se trouver dans le plan lui-même que s'il est un plan tangent multiple d'ordre* p.

Prenons le plan considéré pour plan ABC du tétraèdre, sa $(n-p)^{\text{ème}}$ polaire sera $\dfrac{d^{n-p}U}{dt^{n-p}} = 0$,

ou, d'après l'équation (18) :

$$\varphi_p + a_1 \varphi_{p-1} t + a_2 \varphi_{p-2} t^2 + \ldots + a_p \varphi_0 t^p = 0,$$

$a_1, a_2 \ldots a_p$ étant des coefficients numériques qui dépendent des nombres n et p.

Or, cette surface ne pourra se réduire à une courbe plane située dans le plan ABC, que si les fonctions $\varphi_{p-1}, \varphi_{p-2}, \ldots \varphi_1, \varphi_0$ sont identiquement nulles ; et on voit alors que le plan ABC est un plan tangent multiple d'ordre p.

J'ajouterai encore les remarques suivantes :

« Une surface de $n^{\text{ème}}$ classe proprement dite ne peut pas avoir plus d'un plan multiple du $(n-1)^{\text{ème}}$ ordre. »

Car s'il y en avait deux, on pourrait mener, par leur intersection, $[(n-1) + (n-1)]$ ou $(2n-2)$ plans tangents, or $2n-2 > n$; donc....

« Lorsqu'une surface de $n^{\text{ème}}$ classe proprement dite a un plan multiple de l'ordre $(n-1)$, elle n'a pas d'autre plan multiple. »

« Une surface de $n^{\text{ème}}$ classe qui possède un plan multiple d'ordre n se réduit à une courbe plane de $n^{\text{ème}}$ classe. »

Car, en prenant le plan multiple pour plan ABC, l'équation de la surface peut se ramener à la forme $\varphi_n (x, y, z) = 0$.

73. Je terminerai cette étude des plans tangents par l'indication de plusieurs propriétés concernant principalement les deuxièmes polaires, en reproduisant les énoncés de plusieurs propositions déjà établies sur les premières polaires.

Plan tangent simple.

Le plan tangent T étant choisi pour plan ABC du tétraèdre de référence, et adoptant les notations des n$^{\text{os}}$ [51], [52], [53], l'équation de la surface est

$$U = \varphi_n + \ldots + t^{n-3}\varphi_3 + t^{n-2}\varphi_2 + x\,t^{n-1},$$

où

$$\varphi_2 = ax^2 + 2\,bxy + cy^2 + 2\,a'xz + 2\,b'yz\,;$$

la $(n-2)^{\text{ème}}$ polaire du plan T ou ABC est

$$(26)\qquad ax^2 + 2\,bxy + cy^2 + 2\,a'xz + 2\,b'yz + \frac{n-1}{2}\,x\,t = 0.$$

Les première et deuxième polaires d'un plan (x_0, y_0, z_0, t_0) ont respectivement pour équations

$$(27)\quad \left\{\begin{aligned} &\left(x_0\frac{d.}{dx} + y_0\frac{d.}{dy} + z_0\frac{d.}{dz} + t_0\frac{d.}{dt}\right)^1 U = 0,\\ &\left(x_0\frac{d.}{dx} + y_0\frac{d.}{dy} + z_0\frac{d.}{dz} + t_0\frac{d.}{dt}\right)^2 U = 0.\end{aligned}\right.$$

Nous aurons, dans le calcul actuel,

$$(28)\quad \left\{\begin{aligned} \frac{dU}{dx} &= \frac{d\varphi_n}{dx} + \ldots + t^{n-3}\frac{d\varphi_3}{dx} + 2\,t^{n-2}(ax + by + a'z) + t^{n-1};\\ \frac{dU}{dy} &= \frac{d\varphi_n}{dy} + \ldots + t^{n-3}\frac{d\varphi_3}{dy} + 2\,t^{n-2}(bx + cy + b'z);\\ \frac{dU}{dz} &= \frac{d\varphi_n}{dz} + \ldots + t^{n-3}\frac{d\varphi_3}{dz} + 2\,t^{n-2}(a'x + by).\end{aligned}\right.$$

$$\left\{\begin{aligned} \frac{d^2U}{dx^2} &= \frac{d^2\varphi_n}{dx^2} + \ldots + t^{n-3}\frac{d^2\varphi_3}{dx^2} + 2\,a\,t^{n-2}\,;\\ \frac{d^2U}{dy^2} &= \frac{d^2\varphi_n}{dy^2} + \ldots + t^{n-3}\frac{d^2\varphi_3}{dy^2} + 2\,c\,t^{n-2}\,;\\ \frac{d^2U}{dz^2} &= \frac{d^2\varphi_n}{dz^2} + \ldots + t^{n-3}\frac{d^2\varphi_3}{dz^2}\,.\end{aligned}\right.$$

D'après la forme adoptée pour la fonction U, le plan ABC du tétraèdre de référence est le plan tangent T, A est le point de contact, AB est une tangente inflexionnelle. Maintenant, si on laisse complètement arbitraire la position du point B sur AB, du point C dans le plan ABC, et du point D dans l'espace, les coefficients de l'équation (25) conserveront toute leur indétermination ; dans le premier cas du plan tangent simple, a, b, c, a', b', seront différents de zéro n° [51]; dans le deuxième cas, on aura seulement $b'=0$ n° [52]; et, dans le troisième cas, on aura à la fois $b' = 0$, $c = 0$, n° [53]. Nous pourrons alors regarder le plan BCD comme un plan quelconque ; le plan ACD, comme un plan quelconque passant par le point de contact A du plan tangent T; et ABD, comme un plan quelconque passant par la tangente inflexionnelle AB.

Les relations (27), (28), (29) nous fournissent immédiatement les équations des première et deuxième polaires des plans qui viennent d'être nommés; et, eu égard aux remarques qui précèdent, nous en conclurons les propositions suivantes :

1° *Le plan* T *étant un plan tangent simple, ce plan ne touchera pas la première polaire d'un plan* QUELCONQUE, *à moins que ce dernier plan ne passe par le point de contact* A *du plan* T.

Le plan T *touchera la première polaire d'un plan quelconque* P_0 *passant par le point* A, *mais il ne touchera pas la deuxième polaire du plan* P_0.

La première et la deuxième polaires d'un plan quelconque P_0 *passant par une tangente inflexionnelle seront touchées par le plan* T ; *pour la première polaire, le point de contact sera sur la tangente inflexionnelle* ; *et, pour la deuxième polaire, il occupera une position quelconque dans le plan* T.

Dans le troisième cas, n° [53], *du plan tangent simple :*

Le plan T *touchera la première et la deuxième polaires d'un plan quelconque* P_0 *passant par le point* A ; *pour la première polaire, le point de contact est invariable et coïncide avec le point* A ; *pour la deuxième polaire, il a une position quelconque dans le plan* T.

PLAN TANGENT DOUBLE.

Le plan double étant pris pour plan ABC, AB étant une tangente à la courbe de contact et A le point de contact, on a ici n° [59], etc...

$$(30) \begin{cases} U = \varphi_n + \ldots + t^{n-3}\varphi_3 + t^{n-2}\varphi_2, \\ \quad \text{où} \\ \varphi_2 = ax^2 + 2bxy + cy^2 + 2dxz. \end{cases}$$

$$(31) \begin{cases} \dfrac{dU}{dx} = \dfrac{d\varphi_n}{dx} + \ldots + t^{n-3}\dfrac{d\varphi_3}{dy} + 2t^{n-2}(ax + by + dz), \\ \dfrac{dU}{dy} = \dfrac{d\varphi_n}{dy} + \ldots + t^{n-3}\dfrac{d\varphi_3}{dy} + 2t^{n-2}(bx + cy), \\ \dfrac{dU}{dz} = \dfrac{d\varphi_n}{dz} + \ldots + t^{n-3}\dfrac{d\varphi_3}{dz} + 2dx\,t^{n-2}. \end{cases}$$

$$(32) \begin{cases} \dfrac{d^2U}{dx^2} = \dfrac{d^2\varphi_n}{dx^2} + \ldots + t^{n-3}\dfrac{d^2\varphi_3}{dx^2} + 2a\,t^{n-2}, \\ \dfrac{d^2U}{dy^2} = \dfrac{d^2\varphi_n}{dy^2} + \ldots + t^{n-3}\dfrac{d^2\varphi_3}{dy^2} + 2c\,t^{n-2}, \\ \dfrac{d^2U}{dz^2} = \dfrac{d^2\varphi_n}{dz^2} + \ldots + t^{n-3}\dfrac{d^2\varphi_3}{dz^2}. \end{cases}$$

De là nous conclurons encore :

2° *Le plan T étant un plan tangent double, ce plan touchera la première polaire d'un plan quelconque, mais ne touchera pas la deuxième polaire de ce plan.*

Le plan T *touchera la première et la deuxième polaire d'un plan quelconque* P_0 *passant par une tangente à la courbe de contact ; pour la première polaire, le point de contact coïncidera avec celui de la tangente ; pour la deuxième polaire, il occupera une position quelconque dans le plan* T.

Dans le troisième cas n° [61] *du plan tangent double :*

Le plan T *est un plan double pour la première polaire d'un plan quelconque passant par le point de contact, et un plan tangent simple pour la deuxième polaire.*

PLAN TANGENT MULTIPLE D'ORDRE p.

Je me contenterai d'énoncer la proposition suivante; la démonstration se déduit aisément des formules du n° [66].

3° *Si le plan* T *est un plan tangent multiple d'ordre* p *pour la surface, il sera multiple d'ordre* (p—k) *pour la* $\mathrm{k}^{\text{ème}}$ *polaire d'un plan quelconque* P_0 ; *il sera plan tangent simple pour la* $(\mathrm{p}-1)^{\text{ème}}$ *polaire, et ne touchera pas la* $\mathrm{p}^{\text{ème}}$ *polaire.*

Mais si le plan P_0 *passe par une tangente* AB, *en* A, *à la courbe de contact* φ_{p} *du plan* T *avec la surface* U, *les courbes de contact du plan* T *avec les* $1^{\text{ère}}$, $2^{\text{ème}}, \ldots, (\mathrm{p}-1)^{\text{ème}}$ *polaires du plan* P_0 *toucheront toutes la courbe* φ_{p} *en* A. *De plus la* $\mathrm{p}^{\text{ème}}$ *polaire de* P_0 *sera touchée par le plan* T *en un point différent de* A ; *mais le plan* T *ne touchera pas la* $(\mathrm{p}+1)^{\text{ème}}$ *polaire du plan* P_0, *à moins que la droite* AB *ne soit une tangente inflexionnelle.*

TROISIÈME PARTIE.

PROPRIÉTÉS PRINCIPALES DES SURFACES H ET Γ.

74. Je vais m'occuper, dans cette troisième partie, de quelques propriétés générales des surfaces données par leur équation tangentielle, et principalement des surfaces que je nomme H et Γ, lesquelles jouent un rôle important dans ce genre d'étude.

J'indiquerai d'abord la méthode qu'on peut adopter pour *la détermination générale des plans tangents multiples.*

Soient $(x_1, y_1, z_1, t_1,)$ et $(x_2, y_2, z_2, t_2,)$ les coordonnées de deux plans P_1 et P_2 ; les coordonnées d'un plan P passant par la droite D, intersection des deux premiers, seront *(Préliminaires)*

$$(1)\quad x=\frac{\lambda x_2+\mu x_1}{\rho},\ y=\frac{\lambda y_2+\mu y_1}{\rho},\ z=\frac{\lambda z_2+\mu z_1}{\rho},\ t=\frac{\lambda t_2+\mu t_1}{\rho}$$

Si l'on remplace x, y, z, t, par ces valeurs dans l'équation de la surface $U=0$, nous aurons une équation en $\frac{\lambda}{\mu}$ dont les racines substituées dans les expressions (1) nous donneront les plans tangents P passant par l'intersection des deux plans P_1 et P_2. L'équation en $\frac{\lambda}{\mu}$ sera

$$(2)\quad \lambda^n U_2+\frac{\lambda^{n-1}\mu}{1}\Delta_1^1 U_2+\ldots+\frac{\lambda^p\mu^{n-p}}{1.2..p}\overset{2}{\Delta_p} U_1+\ldots.$$

$$+\frac{\lambda^2\mu^{n-2}}{1.2}\overset{2}{\Delta_2} U_1+\frac{\lambda\mu^{n-1}}{1}\overset{2}{\Delta_1} U_1+\mu^n U_1=0,$$

après avoir posé

$$(3)\begin{cases}\Delta^{1}_{p}\,U_2 = \left(x_1\dfrac{d.}{dx}+y_1\dfrac{d.}{dy}+z_1\dfrac{d.}{dz}+t_1\dfrac{d.}{dt}\right)^{p}U_2,\\[2ex] \Delta^{2}_{p}\,U_1 = \left(x_2\dfrac{d.}{dx}+y_2\dfrac{d.}{dy}+z_2\dfrac{d.}{dz}+t_2\dfrac{d.}{dt}\right)^{p}U_1\,;\end{cases}$$

et il a été démontré (1^{re} partie [n° 17]) que

$$(4)\qquad \Delta^{k}_{p}\,U_i = \Delta^{i}_{n-p}U_k.$$

Or je dis que

Si les coordonnées x_1, y_1, z_1, t_1, *annulent toutes les dérivées* $(p-1)^{\text{èmes}}$ *de la fonction* U, *le plan* P_1 *sera tangent multiple d'ordre* p; *la courbe de contact sera une courbe plane de* $p^{\text{ème}}$ *classe, laquelle est la* $(n-p)^{\text{ème}}$ *polaire du plan* P_1, *savoir :*

$$(5)\qquad \Delta_p\,U_1 = \left(x\frac{d.}{dx}+y\frac{d.}{dy}+z\frac{d.}{dz}+t\frac{d.}{dt}\right)^{p}U_1 =$$

$$= \Delta^{1}_{n-p}\,U = \left(x_1\frac{d.}{dx}+y_1\frac{d.}{dy}+z_1\frac{d.}{dz}+t_1\frac{d.}{dt}\right)^{n-p}U = 0.$$

Il y aura, dans le plan P_1, $p\,(p+1)$ *tangentes inflexionnelles, qui seront les intersections du plan* P_1 *avec sa* $(n-p-1)^{\text{ème}}$ *polaire, savoir :*

$$(6)\qquad \Delta_{p-1}\,U_1 = \Delta^{1}_{n-p-1}\;U = 0.$$

De l'hypothèse admise il résulte, en effet, que x_1, y_1, z_1, t_1, annulent toutes les dérivées d'ordre inférieur à $(p-1)$ ainsi que la fonction U, c'est une conséquence du théorème des fonctions homogènes ; d'après cela, l'équation (2) se réduit à

$$(7)\quad \lambda^{n}U_2+\ldots+\frac{\lambda^{p+1}\,\mu^{n-p-1}}{1.2\ldots p+1}\,\Delta^{2}_{p+1}\,U_1+\frac{\lambda^{p}\,\mu^{n-p}}{1.2..p}\,\Delta^{2}_{p}\,U_1 = 0,$$

comme il est visible par les formules (3).

Or l'équation (7) a p racines nulles en λ, et les plans P ou (1) correspondant à ces p racines nulles coïncident avec le plan P_1, qui est d'ailleurs tangent à la surface; ainsi par la droite D intersection du plan arbitraire P_2 avec le plan fixe P_1, on ne peut mener que $(n-p)$ plans tangents distincts du plan P_1; le plan P_1 est donc tangent multiple d'ordre p.

On pourra constater que l'équation (5) $\Delta_p U_1 = 0$ représente une courbe plane, en prenant le plan P_1 pour plan ABC, et en introduisant l'hypothèse que toutes les dérivées d'ordre inférieur à p sont nulles, ce qui exige que l'équation de la surface se réduise à la forme

$$\varphi_n + t\varphi_{n-1} + \ldots + t^{n-p-1}\varphi_{p+1} + t^{n-p}\varphi_p = 0.$$

Supposons maintenant que les coordonnées du plan P_2 vérifient l'équation (5) de la $(n-p)^{\text{ème}}$ polaire, l'équation (7) aura alors $(p+1)$ racines nulles en λ, c'est-à-dire que par la droite Δ, intersection du plan P_1 avec le plan P_2 tangent à la surface $\Delta_p U_1 = 0$, on ne peut plus mener que $(n-p-1)$ plans tangents distincts du plan P_1. Or l'équation (5) représente une courbe plane de $p^{\text{ème}}$ classe située dans le plan P_1; et, comme le plan P_2 est tangent à cette courbe, la droite Δ est une tangente à cette même courbe. Il résulte de là que les tangentes à la $(n-p)^{\text{ème}}$ polaire (courbe plane) sont les intersections du plan multiple P_1 avec les plans tangents infiniment voisins; l'équation (5) représente donc la courbe de contact du plan P_1.

Supposons enfin que les coordonnées du plan P_2 vérifient à la fois les équations (5) et (6); l'intersection Δ' de ce plan avec le plan P_1 sera une droite tangente à la courbe (5); l'équation (7) aura alors $(p+2)$ racines nulles; donc par la droite Δ' on ne peut plus mener que $(n-p-2)$ plans tangents distincts du plan P_1.

En prenant le plan P_1 pour plan ABC du tétraèdre, on démontrera comme au n° [62] que le nombre des droites Δ', ou tangentes inflexionnelles, est égale à $p(p+1)$, et que ces droites sont les intersections du plan P_1 avec sa $(n-p-1)^{\text{ème}}$ polaire.

75. Si l'équation d'une surface de $n^{\text{ème}}$ classe est $\mathrm{U}=0$, je désignerai par H la surface représentée par l'équation suivante :

$$(8)\qquad \mathrm{H}=\begin{vmatrix} \dfrac{d^2\mathrm{U}}{dx^2} & \dfrac{d^2\mathrm{U}}{dxdy} & \dfrac{d^2\mathrm{U}}{dxdz} & \dfrac{d^2\mathrm{U}}{dx\,dt} \\ \dfrac{d\mathrm{U}^2}{dydx} & \dfrac{d^2\mathrm{U}}{dy^2} & \dfrac{d^2\mathrm{U}}{dy\,dz} & \dfrac{d^2\mathrm{U}}{dydt} \\ \dfrac{d^2\mathrm{U}}{dz\,dx} & \dfrac{d^2\mathrm{U}}{dzdy} & \dfrac{d^2\mathrm{U}}{dz^2} & \dfrac{d^2\mathrm{U}}{dzdt} \\ \dfrac{d^2\mathrm{U}}{dtdx} & \dfrac{d^2\mathrm{U}}{dtdy} & \dfrac{d^2\mathrm{U}}{dtdz} & \dfrac{d^2\mathrm{U}}{dt^2} \end{vmatrix}=0.$$

Je vais d'abord établir la proposition suivante :

Si un plan tangent est multiple d'ordre p *pour la surface* U, *ce même plan sera un plan tangent multiple d'ordre* (4 p—6) *pour la surface* H. *La courbe de contact de ce plan avec la surface* H *se compose, d'abord de la courbe de* $\mathrm{p}^{\text{ème}}$ *classe, courbe de contact du plan considéré avec la surface* U, *et, en outre, d'une courbe de* $3(\mathrm{p}-2)^{\text{ème}}$ *classe.*

Le plan tangent multiple étant pris pour plan ABC du tétraèdre, l'équation de la surface sera de la forme

$$\mathrm{U}=\varphi_{\mathrm{n}}+\ldots+t^{\mathrm{n-p}}\,\varphi_{\mathrm{p}}\,(x,y,z)=0\,;$$

et si l'on pose :

$$\varphi_{\mathrm{p}}\,(x,y,z)=f\,,\qquad \frac{d\varphi_{\mathrm{p}}}{dx}=f_1\,,\ \ \frac{d\varphi_{\mathrm{p}}}{dy}=f_2\,,\ \ \frac{d\varphi_{\mathrm{p}}}{dz}=f_3\,;$$

$$\frac{d^2\varphi_{\mathrm{p}}}{dx^2}=f_{11}\,,\ \frac{d^2\varphi_{\mathrm{p}}}{dxdy}=f_{12}\,,\ \frac{d^2\varphi_{\mathrm{p}}}{dxdz}=f_{13}\,,$$

etc. ....

l'équation de la surface H pourra s'écrire :

$$\begin{vmatrix} \ldots\ldots+t^{\mathrm{n-p}}f_{11}\,, & \ldots\ldots+t^{\mathrm{n-p}}f_{12}\,, & \ldots\ldots+t^{\mathrm{n-p}}f_{13}\,, & \ldots+(n\text{-}p)\,t^{\mathrm{n-p-1}}f_1 \\ \ldots\ldots+t^{\mathrm{n-p}}f_{21}\,, & \ldots\ldots+t^{\mathrm{n-p}}f_{22}\,, & \ldots\ldots+t^{\mathrm{n-p}}f_{23}\,, & \ldots+(n\text{-}p)\,t^{\mathrm{n-p-1}}f_2 \\ \ldots\ldots+t^{\mathrm{n-p}}f_{31}\,, & \ldots\ldots+t^{\mathrm{n-p}}f_{32}\,, & \ldots\ldots+t^{\mathrm{n-p}}f_{33}\,, & \ldots+(n\text{-}p)\,t^{\mathrm{n-p-1}}f_3 \\ \ldots+(n\text{-}p)\,t^{\mathrm{n-p-1}}f_1, & \ldots+(n\text{-}p)\,t^{\mathrm{n-p-1}}f_2, & \ldots+(n\text{-}p)\,t^{\mathrm{n-p-1}}f_3, & \ldots+(n\text{-}p)(n\text{-}p\text{-}1)t^{\mathrm{n-p-2}}f \end{vmatrix}=0$$

Si l'on suppose ce déterminant développé par colonnes, on voit que les termes du degré le moins élevé en x, y, z, ou ce qui revient au même, les termes du degré le plus élevé en t, proviendront du déterminant formé par les dernières colonnes; ce sera donc le déterminant ci-dessus, abstraction faite des termes remplacés par des points.

Mettons t^{n-p-1} en facteur dans les trois premières lignes et t^{n-p-2} dans la dernière, on aura pour l'ensemble des termes du degré le plus élevé en t

$$(n-p)\, t^{4n-4p-5} \begin{vmatrix} t f_{11} & t f_{12} & t f_{13} & (n-p) f_1 \\ t f_{21} & t f_{22} & t f_{23} & (n-p) f_2 \\ t f_{31} & t f_{32} & t f_{33} & (n-p) f_3 \\ t f_1 & t f_2 & t f_3 & (n-p-1) f \end{vmatrix}.$$

Or, rappelons-nous que f est une fonction homogène de degré p des variables x, y, z; retranchons alors de la dernière ligne multipliée par $(p-1)$ les trois premières lignes respectivement multipliées par x, y, z, il vient :

$$\frac{n-p}{p-1}\, t^{4n-4p-5} \begin{vmatrix} t f_{11} & t f_{12} & t f_{13} & (n-p) f_1 \\ t f_{21} & t f_{22} & t f_{23} & (n-p) f_2 \\ t f_{31} & t f_{32} & t f_{33} & (n-p) f_3 \\ 0 & 0 & 0 & -(n-1) f \end{vmatrix};$$

ou enfin, en se rappelant la signification des f_{rs}

$$-\frac{(n-p)(n-1)}{p-1}\, t^{4n-4p-2}\, \varphi_p(x, y, z) \begin{vmatrix} \frac{d^2\varphi_p}{dx^2} & \frac{d^2\varphi_p}{dxdy} & \frac{d^2\varphi_p}{dxdz} \\ \frac{d^2\varphi_p}{dydx} & \frac{d^2\varphi_p}{dy^2} & \frac{d^2\varphi_p}{dydz} \\ \frac{d^2\varphi_p}{dzdx} & \frac{d^2\varphi_p}{dzdy} & \frac{d^2\varphi_p}{dz^2} \end{vmatrix}.$$

Ce terme étant celui du degré le moins élevé dans l'équation de la surface H, le théorème énoncé se trouve démontré.

Lorsqu'on suppose $p=2$, le déterminant qui entre dans l'expression ci-dessus est une constante ; d'où

Un plan tangent double de la surface U *est un plan tangent double pour la surface* H.

Lorsque le plan double est bi-tangent ou uni-tangent, le déterminant précédent est nul ; donc

Un plan double bi-tangent ou uni-tangent de la surface U *est un plan tangent triple pour la surface* H.

Si φ_p est décomposable en p facteurs linéaires, le déterminant ci-dessus est de la forme (*Journal de Mathématiques pures*, année 1861, page 210),

$$\varphi_p(x, y, z)\, F(x, y, z),$$

$F(x, y, z)$ étant une fonction homogène de degré $2(p-3)$; donc

Lorsqu'un plan multiple d'ordre p *touche la surface* U *en* p *points distincts, il touchera la surface* H *aux mêmes points, mais chacun de ces points résultera, dans la surface* H, *de la coïncidence de deux points; le plan touchera en outre la surface* H *suivant une courbe de* $2\,(p-3)^{\text{ème}}$ *classe.*

Ainsi un plan triple tri-tangent de la surface U sera un plan sextuple pour la surface H et touchera cette dernière aux trois mêmes points.

76. *La surface* H *est l'enveloppe des plans* P_0 *dont la* $(n-2)^{\text{ème}}$ *polaire par rapport à la surface* U *est une courbe plane ; la surface* U *étant de la classe* n, *la surface* H *sera de la classe* $4\,(n-2)$.

Le plan Π_0 *de la* $(n-2)^{\text{ème}}$ *polaire enveloppe une certaine surface que je nommerai* Γ ; *la surface* Γ *est de la classe* $4\,(n-2)^3$.

Les plans P_0 *et* Π_0 *seront dits* PLANS CORRESPONDANTS.

En effet, la $(n-2)^{\text{ème}}$ polaire d'un plan P_0 (x_0, y_0, z_0, t_0), est

$$\left(x\frac{d.}{dx} + y\frac{d.}{dy} + z\frac{d.}{dz} + t\frac{d.}{dt}\right)^2 U_0 = 0.$$

Or, si l'on développe cette équation symbolique, on obtient une fonction du second degré ; et la condition pour que cette fonction puisse se ramener à une fonction homogène de trois variables, c'est-à-dire pour que l'équation précédente représente une courbe plane, est

$$(8\ bis)\qquad \begin{vmatrix} \left(\dfrac{d^2U}{dx^2}\right)_0 & \left(\dfrac{d^2U}{dxdy}\right)_0 & \left(\dfrac{d^2U}{dxdz}\right)_0 & \left(\dfrac{d^2U}{dx\,dt}\right)_0 \\ \left(\dfrac{d^2U}{dydx}\right)_0 & \left(\dfrac{d^2U}{dy^2}\right)_0 & \left(\dfrac{d^2U}{dydz}\right)_0 & \left(\dfrac{d^2U}{dydt}\right)_0 \\ \left(\dfrac{d^2U}{dzdx}\right)_0 & \left(\dfrac{d^2U}{dzdy}\right)_0 & \left(\dfrac{d^2U}{dz^2}\right)_0 & \left(\dfrac{d^2U}{dzdt}\right)_0 \\ \left(\dfrac{d^2U}{dtdx}\right)_0 & \left(\dfrac{dU^2}{dtdy}\right)_0 & \left(\dfrac{d^2U}{dtdz}\right)_0 & \left(\dfrac{d^2U}{dt^2}\right)_0 \end{vmatrix} = 0\,;$$

or, c'est précisément l'équation (8) de la surface H. Il est d'ailleurs visible que cette équation est du degré 4 $(n-2)$, si n est le degré de U.

La $(n-2)^{\text{ème}}$ polaire étant une courbe plane, le plan de cette courbe est un plan double pour la $(n-2)^{\text{ème}}$ polaire ; par suite, ses coordonnées doivent annuler les dérivées premières du premier membre de l'équation de cette polaire.

Soient x_1, y_1, z_1, t_1, les coordonnées du plan π_0 de la $(n-2)^{\text{ème}}$ polaire, on devra donc avoir

$$(9)\qquad \left\{ \begin{aligned} x_1\left(\frac{d^2U}{dx^2}\right)_0 + y_1\left(\frac{d^2U}{dxdy}\right)_0 + z_1\left(\frac{d^2U}{dxdz}\right)_0 + t_1\left(\frac{d^2U}{dxdt}\right)_0 &= 0, \\ x_1\left(\frac{d^2U}{dydx}\right)_0 + y_1\left(\frac{d^2U}{dy^2}\right)_0 + z_1\left(\frac{d^2U}{dydz}\right)_0 + t_1\left(\frac{d^2U}{dydt}\right)_0 &= 0, \\ x_1\left(\frac{d^2U}{dzdx}\right)_0 + y_1\left(\frac{d^2U}{dzdy}\right)_0 + z_1\left(\frac{d^2U}{dz^2}\right)_0 + t_1\left(\frac{d^2U}{dzdt}\right)_0 &= 0, \\ x_1\left(\frac{d^2U}{dtdx}\right)_0 + y_1\left(\frac{d^2U}{dtdy}\right)_0 + z_1\left(\frac{d^2U}{dtdz}\right)_0 + t_1\left(\frac{d^2U}{dt^2}\right)_0 &= 0; \end{aligned} \right.$$

ces équations déterminent le plan Π_0 ou (x_1, y_1, z_1, t_1) de la $(n-2)^{\text{ème}}$ polaire.

Si l'on élimine (x_0', y_0, z_0, t_0) entre ces quatre équations, en supposant que x_1, y_1, z_1, t_1 y aient la même valeur, on aura une certaine surface (que je nomme Γ), laquelle sera l'enveloppe des plans (x_1, y_1, z_1, t_1) ou Π_0. Or, ces équations étant du degré $(n-2)$ par rapport à x_0, y_0, z_0, t_0, et du 1er degré par rapport à x_1, y_1, z_1, t_1, le résultat de l'élimination sera du degré $4(n-2)^3$ en x_1, y_1, z_1, t_1; c'est-à-dire que la surface Γ sera de la classe de $4(n-2)^3$.

Cette conséquence résulte de ce théorème connu d'algèbre :

« Si l'on a quatre équations homogènes en x, y, z, t, et des degrés respectifs m, n, p, q, le résultat de l'élimination des variables sera homogène par rapport aux coefficients de chacune de ces équations ; il sera, en outre, du degré npq par rapport aux coefficients de la première, du degré mpq par rapport aux coefficients de la seconde, du degré mnq par rapport aux coefficients de la troisième, et enfin du degré mnp par rapport aux coefficients de la quatrième.

77. *La surface* H *est aussi l'enveloppe des plans doubles* P_0 *des premières polaires relatives à* U ; *et le plan* Π_0, *dont la première polaire a pour plan double le plan* P_0, *enveloppe la surface* Γ.

Soit un plan Π_0 (x_1, y_1, z_1, t_1), l'équation de sa première polaire sera

$$V = x_1\frac{dU}{dx} + y_1\frac{dU}{dy} + z_1\frac{dU}{dz} + t_1\frac{dU}{dt} = 0\,;$$

si un plan P_0 (x_0, y_0, z_0, t_0) est un plan double de cette première polaire, ses coordonnées devront annuler les dérivées $\frac{dV}{dx}$, $\frac{dV}{dy}$, $\frac{dV}{dz}$, $\frac{dV}{dt}$; on retrouve ainsi les équations (9).

Si, entre les équations (9), on élimine x_1, y_1, z_1, t_1, on obtient la surface H, c'est-à-dire la surface enveloppée par le plan double P_0 de la première polaire correspondant à un certain plan Π_0 (x_1, y_1, z_1, t_1); les équations (9) détermineront alors le plan Π_0. Si, au contraire, on élimine x_0, y_0, z_0, t_0, entre les équations(9), on obtient la surface Γ, c'est-à-dire la surface enveloppée par les plans dont les premières polaires ont des plans doubles.

La proposition énoncée résulte aussi du théorème démontré au n° (71) ; car nous avons vu que si la première polaire d'un plan Π_0 a un plan double P_0, la $(n-2)^{\text{ème}}$ polaire du plan P_0 se réduit à une courbe plane située dans le plan Π_0, donc....

REMARQUE. *Dans le cas des surfaces de troisième classe, les surfaces* H *et* Γ *se confondent.*

En effet, la fonction $\dfrac{dU}{dx}$ étant du second degré, la première des équations (9), savoir :

$$x_1\left(\frac{d^2U}{dx^2}\right)_0 + y_1\left(\frac{d^2U}{dxdy}\right)_0 + z_1\left(\frac{d^2U}{dxdz}\right)_0 + t_1\left(\frac{d^2U}{dxdt}\right)_0 = 0,$$

pourra s'écrire

$$x_0\left(\frac{d^2U}{dx^2}\right)_1 + y_0\left(\frac{d^2U}{dxdy}\right)_1 + z_0\left(\frac{d^2U}{dxdz}\right)_1 + t_0\left(\frac{d^2U}{dxdt}\right)_1 = 0;$$

et ainsi des autres.

Par conséquent, l'élimination de x_0, y_0, z_0, t_0, conduira au même résultat que l'élimination de x_1, y_1, z_1, t_1 ; donc les surfaces H et Γ sont identiques.

78. *A un plan* P_0 *correspond un plan unique* Π_0; *et à un plan* Π_0 *correspond aussi un plan unique* P_0.

Car, si l'on se donne un plan P_0 tangent à la surface H, les quatre équations (9) seront compatibles, et détermineront une valeur unique pour les rapports des coordonnées x_1, y_1, z_1, t_1, puisque l'une d'elles sera une conséquence des trois autres en vertu de l'hypothèse admise $H_0 = 0$; ainsi à un plan P_0 tangent à la surface H correspond un plan unique Π_0, lequel sera tangent à la surface Γ.

Si l'on se donne un plan quelconque (x_1, y_1, z_1, t_1), les équations (9) n'auront pas de solutions communes ; mais si l'on assujétit le plan donné Π_0 à toucher la surface Γ, c'est-à-dire si l'on élimine x_0, y_0, z_0, t_0, entre les quatre équations (9) ou, en d'autres termes, si l'on exprime que les quatre équations (9) ont une solution commune, le plan P_0 sera donné par la solution commune (x_0, y_0, z_0, t_0).

Donc, en général, à un plan P_0 correspond un plan unique Π_0, et à un plan Π_0 correspond un plan unique P_0.

79. *Le point polaire (relatif à* U*) d'un plan* P_0 *tangent à la surface* H *se trouve dans le plan correspondant* Π_0 *tangent à la surface* Γ.

Ajoutons, en effet, les équations (9) respectivement multipliées par x_0, y_0, z_0, t_0, il vient

$$x_1\left(\frac{dU}{dx}\right)_0 + y_1\left(\frac{dU}{dy}\right)_0 + z_1\left(\frac{dU}{dz}\right)_0 + t_1\left(\frac{dU}{dt}\right)_0 = 0\,;$$

ceci montre que le plan Π_0 ou (x_1, y_1, z_1, t_1) passe par le point polaire relatif à U du plan P_0, savoir :

$$x\left(\frac{dU}{dx}\right)_0 + y\left(\frac{dU}{dy}\right)_0 + z\left(\frac{dU}{dz}\right)_0 + t\left(\frac{dU}{dt}\right)_0 = 0.$$

80. *Si* P_0 *est un plan tangent à la surface* H, *tous les points polaires de ce plan, pris par rapport aux premières polaires*

relatives à U d'un plan quelconque, sont dans un même plan qui est le plan Π_0 tangent à la surface Γ et correspondant au plan P_0.

Soit un plan quelconque P' (x', y', z', t'), sa première polaire relative à la surface V est

$$V = x'\frac{dU}{dx} + y'\frac{dU}{dy} + z'\frac{dU}{dz} + t'\frac{dU}{dt} = 0.$$

Le plan polaire du plan P_0 (x_0, y_0, z_0, t_0) par rapport à la surface V est

$$x\left(\frac{dV}{dx}\right)_0 + y\left(\frac{dV}{dy}\right)_0 + z\left(\frac{dV}{dz}\right)_0 + t\left(\frac{dV}{dt}\right)_0 = 0,$$

ou

$$(10)\quad \left\{\begin{aligned} & x'\left[x\left(\frac{d^2U}{dx^2}\right)_0 + y\left(\frac{d^2U}{dxdy}\right)_0 + z\left(\frac{d^2U}{dxdz}\right)_0 + t\left(\frac{d^2U}{dx\,dt}\right)_0\right] \\ & + y'\left[x\left(\frac{d^2U}{dydx}\right)_0 + y\left(\frac{d^2U}{dy^2}\right)_0 + z\left(\frac{d^2U}{dy\,dz}\right)_0 + t\left(\frac{d^2U}{dy\,dt}\right)_0\right] \\ & + z'\left[x\left(\frac{d^2U}{dz\,dx}\right)_0 + y\left(\frac{d^2U}{dz\,dy}\right)_0 + z\left(\frac{d^2U}{dz^2}\right)_0 + t\left(\frac{d^2U}{dz\,dt}\right)_0\right] \\ & + t'\left[x\left(\frac{d^2U}{dt\,dx}\right)_0 + y\left(\frac{d^2U}{dt\,dy}\right)_0 + z\left(\frac{d^2U}{dt\,dz}\right)_0 + t\left(\frac{d^2U}{dt^2}\right)_0\right] \end{aligned}\right\} = 0.$$

Or, il est visible d'après les relations (9) que, quels que soient x', y', z', t', l'équation (10) est vérifiée lorsqu'on y remplace x, y, z, t, par x_1, y_1, z_1, t_1 ; c'est-à-dire que le point polaire (10) du plan P_0, pris par rapport à la première polaire d'un plan quelconque (x', y', z', t'), se trouve dans le plan Π_0.

81. *Si nous considérons un plan fixe P_0 tangent à la surface H et le point polaire p_0 de ce plan par rapport à la surface U, les premières polaires (relatives à U) des plans passant par le point p_0 touchent toutes le plan P_0, et les points de contact sont sur la droite intersection du plan P_0 avec le plan correspondant Π_0.*

Parmi les premières polaires d'un plan quelconque (x', y', z', t') relatives à U, savoir

$$x'\left(\frac{dU}{dx}\right) + y'\left(\frac{dU}{dy}\right) + z'\left(\frac{dU}{dz}\right) + t'\left(\frac{dU}{dt}\right) = 0,$$

il y en a une infinité qui touchent le plan P_0 ; il faut et il suffit pour cela que

$$x'\left(\frac{dU}{dx}\right)_0 + y'\left(\frac{dU}{dy}\right)_0 + z'\left(\frac{dU}{dz}\right)_0 + t'\left(\frac{dU}{dt}\right)_0 = 0,$$

c'est-à-dire que les plans (x', y', z', t') passent par le point polaire relatif à U du plan P_0.

Or, les points de contact de ces plans avec les premiéres polaires sont les points polaires de P_0 relatifs à ces premières polaires, ils sont donc d'après la propositionprécédente n° [80], dans le plan Π_0 correspondant au plan P_0 ; et, comme ils appartiennent évidemment au plan P_0, ils sont sur la droite intersection des plans correspondants P_0 et Π_0.

82. Nous allons déduire de suite de ces propositions plusieurs conséquences relatives aux plans tangents à la surface U.

Lorsqu'un plan P_0 touche à la fois les surfaces H et U, son point polaire relatif à U, c'est-à-dire sont point de contact avec U, est *un point de rebroussement plan* n° [52] de cette dernière surface, car la $(n-2)^{\text{ème}}$ polaire de P_0 est une courbe plane, puisque P_0 est tangent à la surface H, n° [76].

Le plan Π_0 est le plan de la $(n-2)^{\text{ème}}$ polaire, et il passe n° [79] par le point de rebroussement qui est le point polaire de P_0 ; la tangente inflexionnelle unique est l'intersection des plans P_0 et Π_0. Il résulte alors du n° [81] que les premières polaires des plans passant par le point de rebroussement touchent le plan P_0 aux points de la tangente inflexionnelle ; proposition déjà démontrée au n° [52].

De là nous conclurons que

Les points de rebroussement plan de la surface U *sont les points* *de contact avec cette dernière surface des plans tangents communs aux surfaces* U *et* H ; *en d'autres termes, l'*ARÊTE DE REBROUSSEMENT *de la surface* U *est la courbe de contact avec* U *de la surface développable circonscrite aux surfaces* U *et* H.

Si P_0 *est un plan tangent commun, son point de contact avec* U *est le point de rebroussement ; sa* $(n-2)^{\text{ème}}$ *polaire est une courbe plane située dans le plan* Π_0 *correspondant de* P_0 *; la tangente inflexionnelle est l'intersection des plans correspondants* Π_0 *et* P_0.

Toutes les premières polaires des plans passant par le point de rebroussement touchent le plan P_0 *en des points situés sur la tangente inflexionnelle.*

83. Lorsque la $(n-2)^{\text{ème}}$ polaire du plan P_0 se réduit à deux points, le plan P_0 est un plan de rebroussement d'un point quadruple, 3ème cas n° [53].

Or, exprimer que la $(n-2)^{\text{ème}}$ polaire se réduit à deux points, revient à écrire que le premier membre de son équation est le produit de deux facteurs linéaires ; ou encore, que les équations (9) (où l'on regarde x_1, y_1, z_1, t_1 comme des coordonnées variables) représentent quatre plans passant par une même droite, si on les interprète dans le système des coordonnées-point ; ce qui, dans le système tangentiel, revient à dire que x_1, y_1, z_1, t_1 sont les coordonnées d'une infinité de plans passant par une même droite.

Ainsi, dans le cas considéré, les équations (9) déterminent une droite ; un plan quelconque Π_0 ou (x_1, y_1, z_1, t_1) passant par cette droite touche la surface Γ_0 qui est l'enveloppe des plans Π_0. Nous voyons donc que, dans ce cas particulier, au plan P_0 correspondent une infinité de plans Π_0 passant par une même droite; cette droite, qui joint les deux points dont se compose la $(n-2)^{\text{ème}}$ polaire, appartient à la surface Γ.

De là nous concluons que :

Lorsque le plan P_0 *est un plan tangent simple* (3ème *cas n°* [53])

pour la surface U, *la* (n—2)$^{\text{ème}}$ *polaire se réduit à deux points ; et alors un plan quelconque passant par la droite qui joint ces deux points touche la surface* Γ. *Les premières polaires de tous les plans passant par le point de contact du plan* P_0 *avec la surface* U *touchent toutes le plan* P_0 *en ce point de contact, n°* [81].

Nous verrons plus loin que

Le plan P_0 *est un plan tangent double pour la surface* H.

84. Nous avons vu n° [75] que lorsqu'un plan P_0 est un plan double pour la surface U, il est aussi un plan double pour la surface H et la courbe de contact est la même, la $(n-2)^{\text{ème}}$ polaire est alors dans le plan P_0. Donc

Lorsque le plan P_0 *est un plan double de la surface* U, *la* (n—2)$^{\text{èm}}$ *polaire est une courbe plane située dans le plan* Π_0 *et en même temps dans le plan* P_0*; par suite, les plans* P_0 *et* Π_0 *se confondent. Donc un plan double de la surface* U *touche aussi la surface* Γ.

85. Nous allons chercher, par un calcul direct, quel est la nature du contact avec la surface H d'un plan P_0 tangent en un point de rebroussement de la surface U.

Il s'agit d'un plan tangent simple ; nous prendrons le plan tangent pour plan ABC du tétraèdre de référence ; le point de contact, pour sommet A ; une tangente inflexionnelle, pour droite AB ; de sorte que nous aurons

$$(11) \quad U = \varphi_n + \ldots + t^{n-3}\varphi_3 + t^{n-2}\varphi_2 + k\,x\,t^{n-1},$$

où

$$(11\ bis) \quad \varphi_2 = ax^2 + 2bxy + cy^2 + 2a'xz + 2b'yz\,;$$

dans le 1$^{\text{er}}$ cas, $b' \gtrless 0$, n° [52],

dans le 2$^{\text{e}}$ cas, $b'=0$, n° [52],

dans le 3$^{\text{e}}$ cas, $b'=0,\ c=0$, n° [53] ;

la fonction φ_3 est une fonction quelconque du 3$^{\text{e}}$ degré en x, y, z

Nous poserons

$$
\left\{
\begin{array}{ll}
\varphi_3 = f; & \dfrac{d\varphi_3}{dx} = f_1 \,,\ \dfrac{d\varphi_3}{dy} = f_2 \,,\ \dfrac{d\varphi_3}{dz} = f_3 \\[2ex]
 & \dfrac{d^2\varphi_3}{dx^2} = f_{11} \,,\ \dfrac{d^2\varphi_3}{dxdy} = f_{12} \,,\ \dfrac{d^2 3}{dxdz} = f_{13} \\[2ex]
 & \dots\dots\dots\dots\dots\dots
\end{array}
\right.
$$

L'équation de la surface H sera, en tenant compte de la valeur (11 *bis*) :

$$
(12)\ H = \begin{vmatrix}
\dots + t^{n-3} f_{11} + 2a\, t^{n-2}, & \dots + t^{n-3} f_{12} + 2b\, t^{n-2}, & \dots + t^{n-3} f_{13} + 2a' t^{n-2}, & \dots + (n-2)\, t^{n-3} \dfrac{d\varphi_2}{dx} + (n-1)\, k\, t^{n-2} \\[2ex]
\dots + t^{n-3} f_{21} + 2\, b\, t^{n-2}, & \dots + t^{n-3} f_{22} + 2c\, t^{n-2}, & \dots + t^{n-3} f_{23} + 2\, b' t^{n-2}, & \dots + (n-2)\, t^{n-3} \dfrac{d\varphi_2}{dy} + 0 \\[2ex]
\dots + t^{n-3} f_{31} + 2\, a'\, t^{n-2}, & \dots + t^{n-3} f_{32} + 2\, b'\, t^{n-2}, & \dots + t^{n-3} f_{33} + 0\,, & \dots + (n-2)\, t^{n-3} \dfrac{d\varphi_2}{dz} + 0 \\[2ex]
\dots + (n-2) \dfrac{d\varphi_2}{dx} + (n-1)\, k t^{n-2}, & \dots + (n-2)\, t^{n-3} \dfrac{d\varphi_2}{dy} + 0, & \dots + (n-2)\, t^{n-3} \dfrac{d\varphi_2}{dz} + 0\,, & \dots + (n-1)\,(n-2)\ t^{n-3}\ k\, x + 0
\end{vmatrix} = 0.
$$

Or, la fonction H est du degré 4 $(n-2)$ ou 4 $n-8$, elle sera donc de la forme

$$
(12\ bis) \qquad H = H_{4n-8} + \dots + H_2\, t^{4n-10} + H_1\, t^{4n-9} + H_0\, t^{4n-8}\ ;
$$

H_0, H_1, H_2 ... sont des fonctions de x, y, z, qu'il s'agit de déterminer.

En développant par colonnes le déterminant ci-dessus, et en ne faisant intervenir que les colonnes qui doivent donner par leur combinaison les puissances de t dont on veut les coefficients, on trouve sans difficulté :

$$(13) \qquad H_0 = \begin{vmatrix} 2\,a & 2\,b & 2\,a' & (n-1)\,k \\ 2\,b & 2\,c & 2\,b' & 0 \\ 2\,a' & 2\,b' & 0 & 0 \\ (n-1)\,k & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = +4(n-1)^2 k^2 b'^2 ;$$

on voit que si k et b' ne sont pas nuls, c'est-à-dire si le plan ABC est un plan tangent simple (1er cas), le plan ABC ne touche pas la surface H ; ce qui est évidemment une conséquence de la définition n° [76] de la surface H et de la définition du 1er cas d'un plan tangent simple n° [51].

Sùpposons b' *nul*, on trouve pour la valeur de H_1 :

$$H_1 = \begin{vmatrix} 2\,a' & 2\,b & f_{13} & (n-1)\,k \\ 2\,b & 2\,c & f_{23} & 0 \\ 2\,a & 0 & f_{33} & 0 \\ (n-1)\,k & 0 & (n-2)\dfrac{d\varphi_2}{dz} & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2\,a & 2\,b & 2\,a' & (n-2)\dfrac{d\varphi_2}{dx} \\ 2\,b & 2\,c & 0 & (n-2)\dfrac{d\varphi_2}{dy} \\ 2\,a' & 0 & 0 & (n-1)\dfrac{d\varphi_2}{dz} \\ (n-1)\,k & 0 & 0 & (n-1)(n-2)kx \end{vmatrix} ;$$

ou, en réduisant :

$$(13\ bis) \quad H_1 = 2(n-1)ck\left[4\,a'^2\,(n-2)\,x - k\,(n-1)\,\frac{d\varphi_3}{dy\,dz}\right].$$

Dans le cas où b' est nul, $H_0 = 0$; le plan ABC et donc tangent à la surface H ; conséquence qui résulte, comme nous l'avons déjà dit, des définitions rappelées ci-dessus.

Si k et c sont différents de zéro, c'est-à-dire si le plan ABC n'est pas un plan tangent double, ou s'il n'est pas un plan simple correspondant au 3ème cas, la quantité H_1 sera différente de zéro ; par conséquent, le plan ABC sera un plan tangent simple pour la surface H, et l'équation du point de contact sera

$$4\,a'^2\,(n-2)\,x - k\,(n-1)\,\frac{d^2\varphi_3}{dydz} = 0\ ;$$

ce point a, en général, une position quelconque dans le plan ABC, puisqu'il n'a été fait aucune hypothèse sur la fonction φ_3. Donc

1° *Lorsqu'un plan* P_0 *touche la surface* U *en un point double de rebroussement-plan, c'est-à-dire lorsqu'il est un plan tangent simple (2ème cas), il touche en même temps la surface* H *; son point de contact avec la surface* H *est distinct de son point de contact avec la surface* U, *et même, ce point ne se trouve pas, en général, sur la tangente inflexionnelle.*

La génératrice de la développable circonscrite aux surfaces U *et* H *est donc, en général, distincte de la tangente inflexionnelle correspondant au point de rebroussement de la surface* U.

Supposons maintenant b' et c nuls, et k différent de zéro, c'est-à-dire que le plan ABC est un plan tangent simple (3ème cas) ; les quantités H_0 et H_1 sont alors identiquement nulles. Par suite, le plan ABC est un plan tangent double pour la surface H. La courbe de contact avec H sera donnée par l'équation $H_2 = 0$; or, nous trouvons, dans les hypothèses actuelles, pour la valeur de H_2 :

$$H_2 = \begin{vmatrix} 0 & 2\,b & 2\,a' & (n-1)\,k \\ 2\,b & f_{22} & f_{23} & (n-2)\,\dfrac{d\varphi_2}{dy} \\ 2\,a' & f_{32} & f_{33} & (n-2)\,\dfrac{d\varphi_2}{dz} \\ (n-1)\,k & (n-2)\,\dfrac{d\varphi_2}{dy} & (n-2)\,\dfrac{d\varphi_2}{dz} & (n-1)\,(n-2)\,kx \end{vmatrix}$$

où $\qquad \varphi_2 = ax^2 + 2\,bxy + 2\,a'xz.$

En retranchant de la dernière colonne la première multipliée par $(n-2)\,x$, il vient

$$H_2 = -2\,(n-1)\,(n-2)\,k \begin{vmatrix} 2\,b & f_{22} & f_{23} \\ 2\,a' & f_{32} & f_{33} \\ \frac{n-1}{2\,(n-2)}\,k & bx & a'x \end{vmatrix};$$

ou enfin

$$(12\ ter)\quad H_2 = -2\,(n-1)\,(n-2)\,k \left\{ \frac{n-1}{2\,(n-2)}\,k \left(\frac{d^2\varphi_3}{dy^2}\frac{d^2\varphi_3}{dz^2} - \frac{d^2\varphi_3}{dy\,dz} \right)^2 \right.$$
$$\left. -2\,bx \left(b\,\frac{d^2\varphi_3}{dz^2} - a'\,\frac{d^2\varphi_3}{dy\,dz} \right) + 2\,a'x \left(b\,\frac{d^2\varphi_3}{dy\,dz} - a'\,\frac{d^2\varphi_3}{dy^2} \right) \right\}$$

Le plan P_0 est donc un plan double pour la surface H ; la courbe de contact est $H_2 = 0$; cette courbe ne passe pas, en général, par le point A.

Donc

2° *Lorsque le plan* P_0 *est un plan tangent simple* (3ème *cas*) *de la surface* U, *ce plan est un plan double pour la surface* H ; *mais il y a cette différence avec le cas cité au n°* [84], *qu'ici la courbe de contact du plan* P_0 *avec la surface* U *est un point, et sa courbe de contact avec la surface* H *est une courbe de deuxième classe ne passant même pas par le point de contact du plan avec la surface* U.

86. Revenons aux propriétés des surfaces H et Γ.

Les plans Π_0 *sont tangents à la surface lieu des points polaires* (*relatifs à* U) *des plans* P_0 *tangents à* H ; *le point de contact du plan* Π_0 *avec la surface* Γ *est le point polaire* (*relatif à* U) *du plan correspondant* P_0. *La surface* Γ *est donc le lieu des points polaires* (*relatifs à* U) *des plans* P_0 *tangents à la surface* H.

Le point polaire d'un plan P_0 est

$$(1^\circ) \quad x\left(\frac{dU}{dx}\right)_0 + y\left(\frac{dU}{dy}\right)_0 + z\left(\frac{dU}{dz}\right)_0 + t\left(\frac{dU}{dt}\right)_0 = 0;$$

si le plan P_0 est tangent à la surface H, le plan correspondant π_0 ou (x_1, y_1, z_1, t_1) sera déterminé par les équations (9), qui sont :

$$(2^\circ)\,\pi_0 \begin{cases} x_1\left(\frac{d^2U}{dx^2}\right)_0 + y_1\left(\frac{d^2U}{dxdy}\right)_0 + z_1\left(\frac{d^2U}{dxdz}\right)_0 + t_1\left(\frac{d^2U}{dxdt}\right)_0 = 0, \\ x_1\left(\frac{d^2U}{dydx}\right)_0 + y_1\left(\frac{d^2U}{dy^2}\right)_0 + z_1\left(\frac{d^2U}{dydz}\right)_0 + t_1\left(\frac{d^2U}{dydt}\right)_0 = 0, \\ x_1\left(\frac{d^2U}{dzdx}\right)_0 + y_1\left(\frac{d^2U}{dzdy}\right)_0 + z_1\left(\frac{d^2U}{dz^2}\right)_0 + t_1\left(\frac{d^2U}{dtdz}\right)_0 = 0, \\ x_1\left(\frac{d^2U}{dtdx}\right)_0 + y_1\left(\frac{d^2U}{dtdy}\right)_0 + z_1\left(\frac{d^2U}{dtdz}\right)_0 + t_1\left(\frac{d^2U}{dt^2}\right)_0 = 0. \end{cases}$$

Si nous ajoutons les quatre équations précédentes respectivement multipliées par x_0, y_0, z_0, t_0, nous trouvons :

$$(3^\circ) \quad x_1\left(\frac{dU}{dx}\right)_0 + y_1\left(\frac{dU}{dy}\right)_0 + z_1\left(\frac{dU}{dz}\right)_0 + t_1\left(\frac{dU}{dt}\right)_0 = 0;$$

c'est-à-dire que le plan π_0 passe par le point polaire du plan P_0.

Considérons un plan infiniment voisin de P_0, soient $x_0 + \delta x_0$, $y_0 + \delta y_0$, $z_0 + \delta z_0$, $t_0 + \delta t_0$, les coordonnées de ce plan voisin; l'équation de son point polaire sera

$$(4^\circ) \quad x\left[\left(\frac{dU}{dx}\right)_0 + \delta.\left(\frac{dU}{dx}\right)_0\right] + y\left[\left(\frac{dU}{dy}\right)_0 + \delta.\left(\frac{dU}{dy}\right)_0\right] + z\left[\left(\frac{dU}{dz}\right)_0 + \delta.\left(\frac{dU}{dz}\right)_0\right]$$
$$+ t\left[\left(\frac{dU}{dt}\right)_0 + \delta.\left(\frac{dU}{dt}\right)_0\right] = 0,$$

en posant :

$$\delta.\left(\frac{dU}{dx}\right)_0 = \left(\frac{d^2U}{dx^2}\right)_0 \delta x_0 + \left(\frac{d^2U}{dxdy}\right)_0 \delta y_0 + \left(\frac{d^2U}{dxdz}\right)_0 \delta x_0 + \left(\frac{d^2U}{dx\,dt}\right)\delta t_0,$$

$$\delta.\left(\frac{dU}{dy}\right)_0 = \left(\frac{d^2U}{dydx}\right)_0 \delta x_0 + \left(\frac{d^2U}{dy^2}\right)_0 \delta y_0 + \left(\frac{d^2U}{dy_\prime dz}\right)_0 \delta z_0 + \left(\frac{d^2U}{dydt}\right)_0 \delta t_0,$$

. . . .

Ajoutons les quatre équations (2°) respectivement multipliées par $(x_0 + \delta x_0)$, $(y_0 + \delta y_0)$, $(z_0 + \delta z_0)$, $(t_0 + \delta t_0)$, il vient

$$x_1\left[(n-1)\left(\frac{dU}{dx}\right)_0 + \delta.\left(\frac{dU}{dx}\right)_0\right] + y_1\left[(n-1)\left(\frac{dU}{dy}\right)_0 + \delta.\left(\frac{dU}{dy}\right)_0\right]$$

$$+ z_1\left[(n-1)\left(\frac{dU}{dz}\right)_0 + \delta.\left(\frac{dU}{dz}\right)_0\right] + t_1\left[(n-1)\left(\frac{dU}{dt}\right)_0 + \delta.\left(\frac{dU}{dt}\right)_0\right] = 0\,;$$

si à cette relation on ajoute la relation (3°) multipliée par $(-n+2)$, on trouve

$$(5^\circ)\quad x_1\left[\left(\frac{dU}{dx}\right)_0 + \delta.\left(\frac{dU}{dx}\right)_0\right] + y_1\left[\left(\frac{dU}{dy}\right)_0 + \delta.\left(\frac{dU}{dy}\right)_0\right]$$

$$+ z_1\left[\left(\frac{dU}{dz}\right)_0 + \delta.\left(\frac{dU}{dz}\right)_0\right] + t_1\left[\left(\frac{dU}{dt}\right)_0 + \delta.\left(\frac{dU}{dt}\right)_0\right] = 0.$$

Or, cette dernière relation exprime que le plan Π_0 passe par le point polaire (4°) d'un plan quelconque tangent à H et infiniment voisin de P_0.

Donc, le plan Π_0 est tangent au lieu des points polaires des plans P_0, et le point de contact est le point polaire de P_0.

87. *Le lieu des points polaires (relatifs à* U) *des plans* P_0 *tangents à la surface* H, *c'est-à-dire la surface* Γ, *est une surface d'ordre* $4(n-2)(n-1)^2$.

Cherchons en combien de points une droite quelconque (D) rencontre la surface en question. Un point, situé sur cette droite, est le point polaire d'un plan tangent aux premières polaires de deux plans passant par la droite n° [30]; ces polaires sont de la classe $(n-1)$; d'un autre côté, si le point appartient à la surface en question, il est le point polaire d'un plan tangent à H n° [79], surface de la classe $4(n-2)$. Donc le nombre des points d'intersection de la droite avec la surface Γ est égal au nombre des plans tangents communs à trois surfaces de classes respectives $(n-1)$, $(n-1)$, $4(n-2)$; par suite, ce nombre est égal à $4(n-2)(n-1)^2$.

88. Ces propositions nous conduisent encore à plusieurs conséquences relatives aux plans tangents à la surface U.

Lorsque le plan P_0 touche la surface U en un point de rebroussement, son point polaire est le point de rebroussement; et, d'après le théorème du n° [86], il doit se trouver sur la surface Γ. Donc

1° L'ARÊTE DE REBROUSSEMENT *de la surface* U *se trouve en même temps sur la surface* Γ; *par suite, l'arête de rebroussement de la surface* U *est l'intersection de cette surface avec la surface* Γ.

Remarquons encore que les plans tangents aux surfaces U et Γ en un point de l'arête de rebroussement sont respectivement P_0 et Π_0 n° [86]; et ces plans sont, en général, distincts, puisque le plan de la $(n-2)^{\text{ème}}$ polaire ne peut se confondre avec le plan tangent que dans le cas d'un plan tangent double; or l'intersection des plans correspondants P_0 et Π_0 est la tangente inflexionnelle au point de rebroussement n° [82]; d'où

2° *Les tangentes à l'arête de rebroussement sont les tangentes inflexionnelles correspondantes. Ces tangentes sont distinctes, en général, des génératrices de la développable circonscrite aux surfaces* U *et* H. n° [85, 1°].

Lorsque le plan P_0 est un plan tangent simple (3ème cas) de la surface U, le point de contact appartient encore à la surface Γ n° [86], et le plan Π_0 touche la surface en ce point. Or, dans ce cas, les plans Π_0 sont en nombre infini et passent tous par la droite qui joint les deux points composant la $(n-2)$ème polaire du plan P_0 n° [83]. D'où

3° *Lorsque le plan* P_0 *est un plan tangent simple* (3ème *cas*) *de la surface* U, *son point de contact avec la surface* U *est un point double de rebroussement conique pour la surface* Γ.

89. *Soient deux surfaces* U *et* U_1 *de classes respectives* n *et* n_1 ; *l'enveloppe d'un plan* P, *tel que son point polaire* (*relatif à* U_1) *soit sur sa* (n—2)ème *polaire* (*relative à* U), *est une surface* Σ *de la classe* $(3n+2n_1-8)$.

Soit P (x_0, y_0, z_0, t_0) un des plans considérés ; le point polaire du plan P par rapport à la surface U_1 est

$$(1^\circ)\quad x\left(\frac{dU_1}{dx}\right)_0+y\left(\frac{dU_1}{dy}\right)_0+z\left(\frac{dU_1}{dz}\right)_0+t\left(\frac{dU_1}{dt}\right)_0=0\,;$$

la $(n-2)$ème polaire du même plan par rapport à la surface U est

$$(2^\circ)\quad x^2\left(\frac{d^2U}{dx^2}\right)_0+y^2\left(\frac{d^2U}{dy^2}\right)_0+\ldots+2\,xy\left(\frac{d^2U}{dx\,dy}\right)_0+\ldots+2\,zt\left(\frac{d^2U}{dz\,dt}\right)_0=0$$

Or, la condition pour que le point (1°) soit sur la surface (2°), qui est de deuxième classe, est (en supprimant l'indice 0)

$$(14)\ (\Sigma)\qquad \begin{vmatrix} \frac{d^2U}{dx^2} & \frac{d^2U}{dxdy} & \frac{d^2U}{dxdz} & \frac{d^2U}{dxdt} & \frac{dU_1}{dx} \\ \frac{d^2U}{dydx} & \frac{d^2U}{dy^2} & \frac{d^2U}{dydz} & \frac{z^2U}{dydt} & \frac{dU_1}{dy} \\ \frac{d^2U}{dzdx} & \frac{d^2U}{dzdy} & \frac{d^2U}{dz^2} & \frac{d^2U}{dzdt} & \frac{d^2U}{dz} \\ \frac{d^2U}{dtdx} & \frac{d^2U}{dtdy} & \frac{d^2U}{dtdz} & \frac{d^2U}{dt^2} & \frac{dU_1}{dt} \\ \frac{dU_1}{dx} & \frac{dU_1}{dy} & \frac{dU_1}{dz} & \frac{dU_1}{dt} & 0 \end{vmatrix} = 0\,;$$

telle est l'équation de la surface Σ ; le degré de cette équation est visiblement $2(n_1 - 1) + 3(n - 2) = 3n + 2n_1 - 8$.

90. *Sur la développable circonscrite aux deux surfaces* U *et* U_1, *il y a* $nn_1(3n + 2n_1 - 8)$ *arêtes qui sont des tangentes inflexionnelles de la surface* U.

En effet, si l'on imagine un plan P touchant en même temps la surface Σ et la surface U, le point polaire (relatif à U_1) de ce plan sera sur la $(n-2)^{\text{ème}}$ polaire du même plan (relative à U) n° [89], soit J ce point polaire; si le plan P touche la surface U_1, son point polaire J (relatif à U_1) sera précisément son point de contact avec U_1. Mais le plan P, touchant la surface U, touche aussi la $(n-2)^{\text{ème}}$ polaire (relative à U), soit I ce point de contact ; la droite IJ est donc située dans le plan P, et le point J appartient à sa $(n-2)^{\text{ème}}$ polaire relative à U. Or, lorsqu'un plan P touche la surface U en I, les tangentes inflexionnelles en I sont les intersections du plan P avec sa $(n-2)^{\text{ème}}$ polaire ; le point J appartenant au plan P et à sa $(n-2)^{\text{ème}}$ polaire, il en résulte que la droite IJ est une tangente inflexionnelle.

D'un autre côté, les points I et J étant les points de contact respectifs du plan P avec les surfaces U et U_1, la droite IJ est une génératrice de la développable circonscrite aux deux surfaces U et U_1. Donc le nombre des arêtes de cette développable, qui sont des tangentes inflexionnelles de la surface U, est égal au nombre des plans tangents communs aux trois surfaces U, U_1, et Σ, c'est-à-dire à $n n_1 (3n + 2n_1 - 8)$.

Dans le cas où la $(n-2)^{\text{ème}}$ polaire se réduit à une courbe plane, un point situé sur la $(n-2)^{\text{ème}}$ polaire n'est pas nécessairement sur la courbe elle-même ; il sera sur la $(n-2)^{\text{ème}}$ polaire, lorsqu'il sera sur le plan de cette $(n-2)^{\text{ème}}$ polaire ; car c'est là tout ce qu'exprime, dans ce cas particulier, la condition pour qu'un point soit sur la surface.

C'est la question analogue avec celle du cône ; un cône étant considére comme une surface du second ordre, un plan passant par le sommet est un plan tangent, quoiqu'il ne soit pas, pour le cône, un plan tangent proprement dit.

91. *Sur la développable circonscrite aux deux surfaces* U *et* H, *il y a* $2n(n-2)(11n-24)$ *arêtes qui sont des tangentes inflexionnelles correspondant à des points de rebroussement de la surface* U ; en d'autres termes

La surface développable engendrée par les tangentes à l'arête de rebroussement de la surface U *possède* $2n(n-2)(11n-24)$ *arêtes sur la développable circonscrite aux surfaces* U *et* H.

Il nous suffit, en effet, de remplacer dans le théorème précédent, la surface U par la surface H ; alors $n_1 = 4(n-2)$, et la formule citée donne : $4n(n-2)(11n-24)$.

Mais le plan P touche, dans ce cas, la surface U en un point de rebroussement ; et, la tangente inflexionnelle unique est alors la superposition des deux tangentes inflexionnelles ; par suite, le nombre effectif des tangentes inflexionnelles de rebroussement, ou des tangentes n° [88,2°] à l'arête de rebroussement, qui sont des arêtes de la développable (U, H) est égal à la moitié du nombre ci-dessus.

92. *Le lieu des tangentes inflexionnelles de la surface* U, *situées dans les plans tangents à la développable circonscrite aux surfaces* U *et* U_1, *est une surface de la classe* $n n_1 (3n-4)$.

Considérons un plan P (x_0, y_0, z_0, t_0) tangent à la fois aux deux surfaces U et U_1, et écrivons les équations de son point de contact avec U et de sa $(n-2)^{\text{ème}}$ polaire relative à U, on a ainsi les quatre équations :

$$(1^\circ) \qquad U\,(x_0, y_0, z_0, t_0) = 0\,,$$

$$(2^\circ) \qquad U_1\,(x_0, y_0, z_0, t_0) = 0\,,$$

$$(3^\circ) \qquad x\left(\frac{dU}{dx}\right)_0 + y\left(\frac{dU}{dy}\right)_0 + z\left(\frac{dU}{dz}\right)_0 + t\left(\frac{dU}{dt}\right)_0 = 0\,,$$

$$(4^\circ) \quad x^2\left(\frac{d^2U}{dx^2}\right)_0 + \ldots + 2\,xy\left(\frac{dU^2}{dxdy}\right)_0 + \ldots + 2zt\left(\frac{d^2U}{dzdt}\right)_0 = 0.$$

Un plan quelconque (x, y, z, t) tangent aux surfaces (3°) et (4°) sera un plan passant par le point de contact (3°) du plan P tangent à la $(n-2)^{\text{ème}}$ polaire du même plan; donc toutes les solutions en (x, y, z, t) communes aux deux équations (3°) et (4°) déterminent les tangentes inflexionnelles correspondant au point où le plan P (x_0, y_0, z_0, t_0) touche la surface U.

Le lieu engendré par les tangentes inflexionnelles de la surface U, situées en même temps dans un plan touchant la surface U_1, s'obtiendra en éliminant x_0, y_0, z_0, t_0 entre les quatre équations précédentes.

Or, (d'après le théorème d'algèbre cité au n° [76]) les équations précédentes étant respectivement des degrés n, n_1, $n-1$,

$n-2$, en x_0, y_0, z_0, t_0; et des degrés 0, 0, 1, 2, en x, y, z, t, le degré du résultat de l'élimination par rapport à x, y, z, t, sera

$$0.n_1(n-1)(n-2) + 0.n(n-1)(n-2) + 1.nn_1(n-2) + 3.nn_6(n-1),$$

ou
$$nn_1(3n-4);$$

c'est la proposition qu'il fallait démontrer.

93. *L'arête de rebroussement de la surface* U *est une courbe gauche de l'ordre* $4n(n-1)(n-2)$ *et de la classe* $2n(n-2)(3n-4)$.

Nous avons vu n° [82] que l'arête de rebroussement de la surface U c'est-à-dire le lieu des *points doubles de rebroussement plan* de cette surface, est la courbe de contact avec U de la développable circonscrite aux surfaces U et H.

Pour déterminer l'ordre de cette courbe, cherchons en combien de points un plan quelconque P rencontre la courbe. En un point de cette intersection, le plan tangent à la surface U doit toucher la surface H, ainsi que la première polaire du plan considéré P, puisque le point de contact est dans ce plan. Le nombre des points d'intersection du plan P avec l'arête de rebroussement est donc égal au nombre des solutions communes aux trois équations

$$U(x, y, z, t) = 0, \qquad n$$

$$H(x, y, z, t) = 0, \qquad 4(n-2),$$

$$x_0\frac{dU}{dx} + z_0\frac{dU}{dy} + z_0\frac{dU}{dz} + t_0\frac{dU}{dt} = 0, \quad (n-1);$$

or, le nombre des solutions communes est $4n(n-1)(n-2)$; c'est donc l'ordre de l'arête de rebroussement.

Par un raisonnement semblable, on voit que l'ordre de la courbe de contact de la développable (U_1, H) avec la surface H est

$$4n(n-1)(4n-9.)$$

La *classe d'une courbe* gauche ou plane est le nombre des plans tangents qu'on peut mener à cette courbe par une droite quelconque,

Si dans la proposition précédente du n° [92] nous remplaçons la surface U_1 par la surface H dont la classe $n_1 = 4(n-2)$, nous trouvons que la classe de la surface engendrée par les tangentes inflexionnelles de la surface U, qui se trouvent en même temps dans des plans tangents à H, est $4n(n-2)(3n-4)$. Mais comme, dans ce cas, les deux tangentes inflexionnelles coïncident, les deux nappes engendrées par chacune des tangentes inflexionnelles coïncident, et la classe de la surface engendrée par les tangentes inflexionnelles de rebroussement est seulement $2n(n-2)(3n-4)$. Or, comme les tangentes inflexionnelles condérées sont tangentes à l'arête de rebroussement, la surface engendrée sera, en définitive, la courbe gauche formée par l'arête de rebroussement. Si l'on se reporte, en effet, à l'analyse du n° [92], les plans tangents aux surfaces (3°) et (4°) passent tous par la tangente inflexionnelle en touchant la $(n-2)^{\text{ème}}$ polaire en un point unique et fixe, puisque cette polaire est une courbe plane. Par suite, l'équation obtenue représentera l'enveloppe des plans tournant autour des tangentes successives à l'arête de rebroussement; et cette *équation unique* représentera cette courbe gauche elle-même. Donc l'arête de rebroussement est de la classe $2n(n-2)(3n-4)$.

94. Ainsi, résumant les propriétés de l'arête de rebroussement:

L'arête de rebroussement de la surface U, *c'est-à-dire le lieu des points doubles de rebroussement-plan de cette surface, est la courbe de contact avec* U *de la développable circonscrite aux* *surfaces* U *et* H ; *elle est aussi l'intersection de la surface* U *avec la surface* Γ

L'arête de rebroussement est une courbe gauche, en général, *de l'*ORDRE 4 n (n—1) (n—2), *et de la* CLASSE 2 n (n—2) (3 n—4).

Les génératrices de la développable (U , H) *sont*, *en général*, *distinctes des tangentes de l'arête de rebroussement*; *ces dernières sont les tangentes inflexionnelles de la surface* U *correspondant aux plans tangents simples de rebroussement.*

Je n'entrerai pas dans de plus longs développements sur l'étude des surfaces H et Γ; car, à l'aide des principes que je viens de développer, il sera facile de transporter aux surfaces, considérées comme enveloppe d'un plan, les propriétés établies dans le cas des surfaces considérées comme lieu géométrique d'un point.

QUATRIÈME PARTIE.

SECTIONS PLANES D'UNE SURFACE DE $N^{ème}$ CLASSE. DROITE SIMPLE SUR UNE SURFACE NON RÉGLÉE.

§ I.

SECTION PLANE D'UNE SURFACE DE $N^{ème}$ CLASSE.

95. Nous supposerons que l'équation tangentielle qui représente la surface U est la plus générale de son espèce.

Nous allons déterminer les particularités de la section d'une surface de $n^{ème}$ classe par un plan quelconque P_0.

Rappelons d'abord les formules de Plücker.

En représentant par

μ l'ordre,
ν la classe,
δ le nombre des points doubles,
$\varkappa$ le nombre des points de rebroussement,
τ le nombre des tangentes doubles,
ι le nombre des tangentes d'inflexion

d'une courbe plane, on a les relations

$$(1)\qquad \left\{\begin{aligned} \nu &= \mu(\mu-1) - 2\delta - 3\varkappa, \\ \iota &= 3\mu(\mu-2) - 6\delta - 8\varkappa, \\ \mu &= \nu(\nu-1) - 2\tau - 3\iota, \\ \varkappa &= 3\nu(\nu-2) - 6\tau - 8\iota. \end{aligned}\right.$$

L'ordre de la courbe, section de la surface U par le plan P_0, est égal à l'ordre de la surface, c'est-à-dire à $n\,(n-1)^2$ n° [30]; ainsi

$$(1^\circ) \qquad \mu = n\,(n-1)^2.$$

Pour obtenir la classe de cette courbe, je remarque qu'une tangente à la courbe est l'intersection, avec le plan P_0, d'un plan tangent à la fois à la surface U et à la première polaire du plan P_0 n° [29].

Or, par un point donné

$$Ax + By + Cz + Dt = 0,$$

on peut mener $n\,(n-1)$ plans tangents aux deux surfaces $U = 0$ et $\Delta_0 U = 0$ dont les classes sont respectivement n et $(n-1)$; donc la classe de la section plane est

$$(2^\circ) \qquad \nu = n\,(n-1).$$

On peut enfin déterminer le nombre des points d'inflexion de la section plane. Nous avons vu, en effet, n° [51], qu'un plan passant par une tangente inflexionnelle coupe la surface suivant une courbe ayant une inflexion au point de contact; il suffit de chercher le nombre des tangentes inflexionnelles situées dans le plan sécant P_0.

Si $P_1\,(x_1, y_1, z_1, t_1)$ est un plan tangent à la surface U, un plan quelconque (x, y, z, t), passant par une tangente inflexionnelle devra passer par le point de contact du plan P_1 et toucher la $(n-2)^{\text{ème}}$ polaire de P_1; on aura donc les trois équations

$$(\mathrm{I}) \quad \left\{ \begin{array}{l} U\,(x_1, y_1, z_1, t_1) = 0, \\ x\left(\dfrac{dU}{dx}\right)_1 + y\left(\dfrac{dU}{dy}\right)_1 + z\left(\dfrac{dU}{dz}\right)_1 + t\left(\dfrac{dU}{dt}\right)_1 = 0, \\ \left(x\,\dfrac{d.}{dx} + y\,\dfrac{d.}{dy} + z\,\dfrac{d.}{dz} + t\,\dfrac{d.}{dt}\right)^2 U_1 = 0. \end{array} \right.$$

Or, si nous regardons x, y, z, t, comme fixes et qu'on suppose $x = x_0$, $y = y_0$, $z = z_0$, $t = t_0$, et qu'en même temps ou considère x_1, y_1, z_1, t_1 comme variables, les trois équations précédentes s'écriront

$$
\text{(II)} \quad \left\{
\begin{aligned}
& U\,(x, y, z, t) = 0\,. \\
& x_0 \frac{dU}{dx} + y_0 \frac{dU}{dy} + z_0 \frac{dU}{dz} + t_0 \frac{dU}{dt} = 0\,, \\
& \left(x_0 \frac{d.}{dx} + y_0 \frac{d.}{dy} + z_0 \frac{d.}{dz} + t_0 \frac{d.}{dt} \right)^2 U = 0\,;
\end{aligned}
\right.
$$

et alors une solution commune à ces trois équations donnera un plan coupant le plan P_0 suivant une tangente inflexionnelle.

Car une solution commune (x_1, y_1, z_1, t_1) aux trois équations du système (II) déterminera, comme on le voit en comparant aux relations (I), un plan P_1 tangent à la surface U ; le plan P_0 (x_0, y_0, z_0, t_0) passera par le point de contact du plan P_1 et touchera sa $(n-2)^{\text{ème}}$ polaire ; donc le plan P_0 passera par une tangente inflexionnelle. Ceci se voit d'ailleurs immédiatement d'après la proposition 1° du n° [73].

Ainsi le nombre des tangentes inflexionnelles situées dans le plan fixe P_0 est égal au nombre des solutions communes aux trois équations (II).

Or, le nombre de ces solutions est $n\,(n-1)\,(n-2)$; par suite, le nombre des points d'inflexion de la section est

$$\text{(3°)} \qquad \iota = n\,(n-1)\,(n-2).$$

A l'aide des formules (1), nous pourrons maintenant déterminer toutes les particularités de la section. De là nous concluons que :

La surface U *de* $n^{\text{ème}}$ *classe, étant la plus générale de son espèce, la section* (C_0) *de la surface par un plan quelconque sera* *caractérisée par les nombres suivants :*

$$
(2)\quad \left\{\begin{array}{lll}
\textit{Ordre} \text{ de la courbe plane } C_0 . & \mu = & n\,(n-1)^2, \\
\textit{Classe} \ldots\ldots\ldots\ldots & \nu = & n\,(n-1), \\
\textit{Tangentes d'inflexion} \ldots & \iota = & n\,(n-1)\,(n-2), \\
\textit{Points doubles} \ldots\ldots & \delta = & \frac{1}{2}\, n(n-1)(n-2)\,(n^3-n^2+n-12), \\
\textit{Points de rebroussement} \ldots & \varkappa = & 4\,n\,(n-1)\,(n-2)\,; \\
\textit{Tangentes doubles} \ldots\ldots & \tau = & \frac{1}{2}\, n\,(n-1)\,(n-2)\,(n-3).
\end{array}\right.
$$

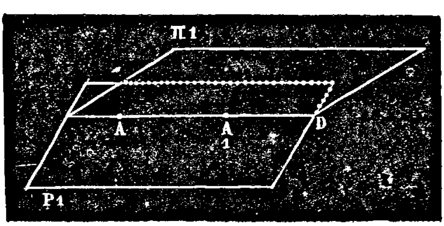
96. Le nombre des points de rebroussement peut-être connu à priori.

En effet, un plan quelconque, passant par un point de rebroussement de la surface U, coupe la surface suivant une courbe ayant un rebroussement en ce point n° [51] ; le nombre des points de rebroussement, appartenant à la section de la surface par le plan sécant, sera donc égal au nombre des points en lesquels il rencontre l'*arête de rebroussement* de la surface U, c'est-à-dire à l'ordre de cette courbe gauche, lequel est $4\,n\,(n-1)\,(n-2)$ n° [93].

Le nombre des tangentes doubles peut aussi se déterminer par un calcul direct.

Reprenons, en effet, l'équation (2) du n° [74], et soit un plan tangent $P_1\,(x_1, y_1, z_1, t_1)$, de sorte que $U_1 = 0$; supposons, en outre, que le plan P_2 passe par le point de contact, de sorte que $\Delta_2\,U_1 = 0$; l'équation (2) se réduit alors à

$$
(3)\quad \lambda^n\, U_2 + \frac{\lambda^{n-1}\mu}{1}\,\Delta_1^1\, U_2 + \frac{\lambda^{n-2}\mu^2}{1.2}\,\Delta_2^1 U_2 + \ldots + \frac{\lambda^2\mu^{n-2}}{1.2}\,\Delta_2^2\, U_1 = 0.
$$



L'équation (3) admet deux racines nulles $\lambda^2 = 0$, c'est-à-dire que par la droite D, intersection du plan P_2 avec le plan P_1, passent deux plans tangents confondus avec P_1 ; le plan P_1 touche donc la surface U en un certain point A, par suite la droite D touche la surface en A.

Ecrivons maintenant que l'équation (3) a une seconde racine double ; il y aura alors deux autres plans tangents, passant par la droite D, convenablement orientée dans le plan P_1, et confondus avec un certain plan Π_1 ; ce plan Π_1 touchera la surface en un point A_1 situé sur la droite D, puisque la droite D est l'intersection des deux plans tangents consécutifs. La droite D touchera donc la surface U en deux points distincts A et A_1.

Or, la condition pour que l'équation (3) ait deux racines égales sera une certaine relation de la forme

$$(4) \qquad V(x_1, y_1, z_1, t_1 ; x_2, y_2, z_2, t_2) = 0 ;$$

et, en raisonnant comme au n° [63], on verra qu'un des termes de la relation homogène (4) est

$$(U_2 . \Delta_2^2 U_1)^{n-3} ;$$

donc la relation (4) sera du degré $(n-2)(n-3)$ en x_1, y_1, z_1, t_1.

Ceci posé, regardons le plan P_2 comme fixe et remplaçons les indices 2 par l'indice 0 ; nous aurons, d'après ce qui vient d'être dit, les relations

$$\begin{cases} U_1 = U(x_1, y_1, z_1, t_1) = 0, \\ \Delta_0 U_1 = x_0 \left(\dfrac{dU}{dx}\right)_1 + y_0 \left(\dfrac{dU}{dy}\right)_1 + z_0 \left(\dfrac{dU}{dz}\right)_1 + t_0 \left(\dfrac{dU}{dt}\right)_1 = 0, \\ V(x_1, y_1, z_1, t_1 ; x_0, y_0, z_0, t_0) = 0. \end{cases}$$

Ces relations exprimeront que le plan P_1 coupe le plan fixe P_0 suivant une droite touchant la surface U en deux points. Donc le nombre des droites, touchant en deux points la section de la surface par le plan P_0, sera égal au nombre des solutions (x_1, y_1, z_1, t_1) communes aux trois équations précédentes; or, ce nombre est évidemment

$$n(n-1)(n-2)(n-3).$$

Mais, parmi les plans P_1 coupant le plan fixe P_0 suivant une tangente double D et touchant les trois surfaces précédentes, il y en aura un touchant la surface U en A et passant par D, puis un second touchant la surface U en A et passant aussi par D; donc le nombre des solutions précédentes donnera deux fois chaque droite D, et par suite représentera le double du nombre τ des tangentes doubles; par conséquent,

$$(4^\circ) \quad \tau = \tfrac{1}{2}\, n(n-1)(n-2)(n-3).$$

97. *Un cône, circonscrit à la surface* U *et dont le sommet est quelconque, est de la* $n^{\text{ème}}$ *classe et de l'ordre* $n(n-1)$.

Les équations de ce cône seront :

$$(\mathrm{C}) \quad (5) \quad \begin{cases} A_0x + B_0y + C_0z + D_0t = 0, \\ U(x, y, z, t) = 0; \end{cases}$$

la première équation représentant le sommet de ce cône.

Or, si l'on considère un point quelconque

$$(6) \qquad Ax + By + Cz + Dt = 0,$$

les trois équations (5) et (6) admettront n solutions, c'est-à-dire que par un point quelconque on peut mener n plans tangents au cône; donc le cône est de $n^{\text{ème}}$ *classe*.

Si nous considérons un plan quelconque P passant par le sommet du cône, un plan touchant le cône et la première polaire (S) (relative à U) du plan P, touchera en même temps la surface U en un point situé sur le plan P; et, comme il passe par le sommet, il coupera le cône suivant une génératrice. Le nombre des génératrices du cône, situées dans le plan P, est donc égal au nombre des plans tangents communs aux surfaces (S) et (5), c'est-à-dire à $n(n-1)$; tel est *l'ordre* du cône.

98. Une surface U de $n^{\text{ème}}$ classe, la plus générale de son espèce, possède une infinité de *points doubles de rebroussement conique*, c'est-à-dire de points en lesquels la surface présente

deux plans tangents distincts; ces points forment une courbe que je nommerai *arête nodale de la surface* U.

L'ARÊTE NODALE *est la courbe de contact, avec la surface* U, *de la développable circonscrite à la surface* U *et à une certaine surface* K *dont la classe est* $(n-2)(n^3-n^2+n-12)$.

L'ordre de l'arête nodale est $\frac{1}{2}(n-1)(n-2)(n^3-n^2+n-12)$.

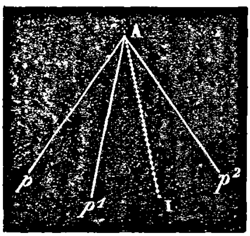
Il résulte évidemment de là que

Les points doubles de la section n° [95] *de la surface* U *par un plan sont les intersections de l'arête nodale par ce plan.*

Pour établir cette proposition, j'adopterai un mode d'analyse semblable à celui de M. G. Salmon (*A treatise on the analytic geometry of three dimensions*, p. 409); seulement je me placerai toujours au point de vue des équations tangentielles; cette interprétation exigera quelques détails nouveaux que je développerai dans les numéros suivants.

99. Soient trois plans $P_1(x_1, y_1, z_1, t_1)$, $P_2(x_2, y_2, z_2, t_2)$, $P(x, y, z, t)$; les formules

$$(6)\quad \left\{\begin{array}{l} X = \lambda x_1 + \mu x_2 + \nu x, \\ Y = \lambda y_1 + \mu y_2 + \nu y, \\ Z = \lambda z_1 + \mu z_2 + \nu z, \\ T = \lambda t_1 + \mu t_2 + \nu t, \end{array}\right.$$



détermineront les coordonnées X, Y, Z, T d'un plan Π passant par le point d'intersection des plans P_1, P_2, P. En effet, les coordonnées d'un plan quelconque pAI, passant par l'intersection Ap des deux plans P_1 et P_2, seront $(\lambda x_1 + \mu x_2, \lambda y_1 + \mu y_2, \ldots)$; par suite, les coordonnées d'un plan quelconque passant par l'intersection AI du plan pAI avec le plan P seront

$$(\lambda x_1 + \mu x_2) + \nu x\,, \quad (\lambda y_1 + \mu y_2) + \nu y, \text{ etc.}\ldots;$$

or la droite AI étant complètement arbitraire dans le plan P, ces coordonnées (6) détermineront un plan quelconque passant par le point A.

Substituons les valeurs (6) dans l'équation

$$U(x, y, z, t) = 0$$

de la surface, il vient

$$U(\lambda x_1 + \mu x_2 + \nu x,\ \lambda y_1 + \mu y_2 + \nu y,\ \lambda z_1 + \mu z_2 + \nu z,\ \lambda t_1 + \mu t_2 + \nu t) = 0.$$

Posons encore

$$(7) \begin{cases} \Delta^p U_1 = \left(x \dfrac{d.}{dx} + y \dfrac{d.}{dy} + z \dfrac{d.}{dz} + t \dfrac{d.}{dt} \right)^p U_1, \\ \Delta_2^p U_1 = \left(x_2 \dfrac{d.}{dx} + y_2 \dfrac{d.}{dy} + z_2 \dfrac{d.}{dz} + t_2 \dfrac{d.}{dt} \right)^p U_1; \end{cases}$$

le développement de l'équation précédente, que nous désignerons par $F = 0$, sera

$$(8) \left\{ \begin{array}{l} \lambda^n U_1 + \dfrac{\lambda^{n-1}}{1} \left[\mu \Delta_2 U_1 + \nu \Delta U_1 \right] + \dfrac{\lambda^{n-2}}{1.2} \left[\mu^2 \Delta_2^2 U_1 + 2\mu\nu \Delta_2 U_1 . \Delta U_1 + \nu^2 \Delta^2 U_1 \right] \\ + \dfrac{\lambda^{n-3}}{1.2.3} \left[\mu^3 \Delta_2^3 U_1 + 3\mu^2 \nu \Delta_2^2 U_1 . \Delta U_1 + 3\mu\nu^2 \Delta_2^2 U_1 . \Delta^2 U_1 + \nu^3 \Delta^3 U_1 \right] + \ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{array} \right\} = 0.$$

Il est bien entendu que les produits

$$\Delta_2^q U_1 . \Delta^p U_1$$

doivent être pris symboliquement, c'est à-dire que les produits de la forme

$$\left(\frac{d^q U}{dx^\alpha dy^\beta dz^\gamma dt^\delta} \right)_1 \left(\frac{d^p U}{dx^{\alpha'} dy^{\beta'} dz^{\gamma'} dt^{\delta'}} \right)_1,$$

où $\alpha+\beta+\gamma+\delta=q$, $\alpha'+\beta'+\gamma'+\delta'=p$, doivent être remplacés par l'expression

$$\left(\frac{d^{p+q}\,U}{dx^{\alpha+\alpha'}\,dy^{\beta+\beta'}\,dz^{\gamma+\gamma'}\,dt^{\delta+\delta'}}\right).$$

Les solutions de l'équation (8) détermineront, à l'aide des formules (6), les coordonnées d'un plan tangent à la surface U et passant par le point A.

Si l'on élimine λ, μ, ν, entre les équations

$$(9)\qquad \frac{dF}{d\lambda}=0\,,\quad \frac{dF}{d\mu}=0\,,\quad \frac{dF}{d\nu}=0\,,$$

c'est-à-dire si l'on égale à zéro le discriminant de la fonction F, on obtiendra une relation de la forme

$$(10)\qquad V=f(x,y,z,t\,;\ x_1,y_1,z_1,t_1\,;\,x_2,y_2,z_2,t_2)=0\,;$$

on exprimera ainsi que le point A est sur la surface ; et le plan (6) (X, Y, Z, T) correspondant à une solution commune aux équations (9) sera le plan tangent en A.

Soit, en effet, $(\lambda_0, \mu_0, \nu_0)$ une solution commune aux équa tions (9), et

$$(1^\circ)\quad (P_0)\left\{\begin{aligned} X_0 &= \lambda_0\,x_1+\mu_0\,x_2+\nu_0\,x\,,\\ Y_0 &= \lambda_0\,y_1+\mu_0\,y_2+\nu_0\,y\,,\\ Z_0 &= \lambda_0\,z_1+\mu_0\,z_2+\nu_0\,z\,,\\ T_0 &= \lambda_0\,t_1+\mu_0\,t_2+\nu_0\,t\,,\end{aligned}\right.$$

les valeurs correspondantes (6) de X, Y, Z, T. Nous pouvons regarder l'équation (8) $F(\lambda, \mu, \nu)=0$ comme l'équation d'une courbe plane, où λ, μ, ν seront les coordonnées d'un tangente quelconque. Or, d'après la relation (10), les équations (9) ayant une solution commune $(\lambda_0, \mu_0, \nu_0)$, cette solution déterminera une tangente double τ de la courbe $F=0$. D'après cela, si l'on pose

$$(2^\circ)\qquad \lambda=h\,\lambda_0+k\,\lambda'\,,\quad \mu=h\,\mu_0+k\,\mu'\,,\quad \nu=h\,\nu_0+k\,\nu',$$

et qu'on substitue ces valeurs dans l'équation $F = 0$, on obtiendra une équation en $\frac{k}{h}$ qui aura deux racines nulles $k^2 = 0$, quels que soient λ', μ', ν' ; car les relations (2°) définissent un point quelconque pris sur la tangente double τ, et par un point quelconque d'une tangente double passent deux tangentes à la courbe coïncidant avec cette tangente double.

Mais, par la substitution des valeurs (2°) dans (6) nous obtenons

$$(3°) \left\{ \begin{aligned} X &= h\,X_0 + k\,X', \\ Y &= h\,Y_0 + k\,Y', \\ Z &= h\,Z_0 + k\,Z', \\ T &= h\,T_0 + k\,T', \end{aligned} \right. \quad \text{où} \quad \begin{aligned} X' &= \lambda' x_1 + \mu' x_2 + \nu' x, \\ Y' &= \lambda' y_1 + \mu' y_2 + \nu' y, \\ Z' &= \lambda' z_1 + \mu' z_2 + \nu' z, \\ T' &= \lambda' t_1 + \mu' t_2 + \nu' t. \end{aligned} \quad (P')$$

Les relations (3°) définissent un plan passant par une droite quelconque (D′) située dans le plan P_0 et menée par le point A, puisque les plans (P_0) et (P′) passent visiblement par ce point. Or, quel que soit (P′), l'équation obtenue, par la substitution des valeurs (3°) dans l'équation de la surface, aura, d'après la remarque précédente, deux racines nulles $k^2 = 0$; c'est-à-dire que, par un droite quelconque (D′) passant par le point (A) et située dans le plan (P_0), on peut mener deux plans tangents coïncidant avec le plan P_0.

Donc le plan (P_0), correspondant à la solution commune $(\lambda_0, \mu_0, \nu_0)$, touche la surface U en A ; par conséquent, le point A est sur la surface.

Remarque. Supposons fixes les plans P_1 et P_2 ; ces deux plans se couperont suivant une certaine droite fixe (D), et le point A sera l'intersection du plan P avec cette droite D.

Alors, dans l'équation (10) $V = 0$, x, y, z, t seront les seules variables ; ces variables définiront un plan quelconque passant par le point A situé sur la surface U. Donc

En égalant à zéro le discriminant (10) *ou* V *de l'équation* (8), *on obtient l'équation des points d'intersection de la droite* D *avec la surface* U.

Il résulte de cette remarque, que l'équation $V = 0$ est du degré $n(n-1)^2$ par rapport aux variables x, y, z, t, puisqu'en général, une droite quelconque rencontre la surface en $n(n-1)^2$ points. Comme d'ailleurs la fonction V est symétrique par rapport aux variables (x, y, z, t), (x_1, y_1, z_1, t_1), (x_2, y_2, z_2, t_2), cette fonction est du degré $n(n-1)^2$ par rapport à chacun de ces groupes de variables. Cette propriété est aussi une conséquence des théorèmes connus sur l'élimination.

100. Admettons maintenant que le plan P_1 soit tangent à la surface U, on aura alors $U_1 = 0$, et l'équation (8) deviendra

$$(11)\quad F_1 = \lambda^{n-1}\left[\mu\Delta_2 U_1 + \nu\Delta U_1\right] + \frac{\lambda^{n-2}}{1.2}\left[\mu^2\Delta_2^2 U_1 + 2\mu\nu\Delta_2 U_1 . \Delta U_1 + \nu^2\Delta^2 U_1\right] + \ldots = 0.$$

La droite D, intersection du plan quelconque P_2 avec le plan fixe P_1, reste une droite quelconque située dans le plan P_1.

Mais, si nous supposons, en outre, que le plan P_2 passe par le point de contact A du plan P_1, ce qui exige que l'équation du point de contact du plan P_1, c'est-à-dire

$$(12)\quad \Delta U_1 = x\left(\frac{dU}{dx}\right)_1 + y\left(\frac{dU}{dy}\right)_1 + z\left(\frac{dU}{dz}\right)_1 + t\left(\frac{dU}{dt}\right)_1 = 0$$

soit vérifiée pour $x = x_2$, $y = y_2$, $z = z_2$, $t = t_2$, on en conclut

$$(13)\quad \Delta_2 U_1 = 0.$$

La droite D est alors une droite quelconque située dans le plan P_1 et passant par son point de contact A. Or, dans ce cas, la droite D rencontre la surface en deux points coïncidant avec le point A, donc le discriminant V (10) devra être divisible par le carré de ΔU_1.

Maintenant, si la surface U possède en A deux plans tangents distincts, le point A sera un point double de rebroussement conique ; on sait, par l'étude des points doubles, qu'une droite quelconque située dans l'un des deux plans tangents, le plan P_1 par exemple, rencontrera la surface en trois points coïncidant avec le point A.

Donc, pour que le point A soit un point double de rebroussement conique et P_1 un des plans tangents, il faut que pour une infinité de valeurs de (x_2, y_2, z_2, t_2) le discriminant de l'équation (11) soit divisible par $(\Delta U_1)^3$.

Or, dans le cas actuel où l'on doit tenir compte de la relation (13), l'équation (11) devient

$$(14)\quad F_2 = \lambda^{n-1}\nu\Delta U_1 + \frac{\lambda^{n-2}}{1}\Big[\mu^2\Delta_2^2 U_1 + 2\mu\nu\Delta_2 U_1 . \Delta U_1 + \nu^2\Delta^2 U_1\Big] + \ldots = 0.$$

Le discriminant de la fonction F_2 (14) est de la forme

$$(15)\quad V_2 = (\Delta U_1)^2 . \Delta_2^2 U_1 . \Big[(\Delta_2 U_1 . \Delta U_1)^2 - \Delta_2^2 U_1 . \Delta^2 U_1\Big]^2 . \varphi$$
$$+ (\Delta U_1)^3 \Big[\ldots\ldots\Big] + (\Delta U_1)^4 \Big[\ldots\Big] \ldots = 0\,;$$

φ étant le discriminant de la fonction F (8) lorsque les quantités U_1, $\Delta_2 U_1$, ΔU_1, sont supposées nulles toutes trois (*Salmon ; analytique à 3 dimensions, page 411*).

Il s'agit de trouver la condition pour que le premier membre de l'équation (15) soit divisible par $(\Delta U_1)^3$, c'est-à-dire la condition pour que le coefficient

$$(16)\quad \psi = \Delta_2^2 U_1 . \Big[(\Delta_2 U_1 . \Delta U_1)^2 - \Delta_2^2 U_1 . \Delta^2 U_1\Big]^2 . \varphi(x, y, z, t ; x_1 y_1 z_1 t_1 ; x_2, y_2, z_2, t_2)$$

de $(\Delta U_1)^2$ dans l'équation (15) admette le facteur (ΔU_1).

Remarque. Le facteur $\Delta_2^2 U_1$, ne renfermant pas x, y, z, t, ne saurait être divisible par ΔU_1 ; mais, le premier membre de l'équation (15) deviendrait divisible par $(\Delta U_1)^3$, si cette quantité était nulle.

Or, si l'on avait

$$\Delta_2^2 U_1 = \left(x_2 \frac{d.}{dx} + y_2 \frac{d.}{dy} + z_2 \frac{d.}{dz} + t_2 \frac{d.}{dt}\right)^2 U_1 = 0,$$

le plan P_2 serait tangent à la $(n-2)^{\text{ème}}$ polaire $\Delta^2 U_1 = 0$ du plan P_1 ; la droite (D) serait alors une tangente inflexionnelle, laquelle rencontre en effet la surface en trois points coïncidant avec le point A ; par suite, le discriminant V_2 ou (15) devait être divisible par $(\Delta U_1)^3$.

Laissant de côté ce cas qui n'appartient pas à la question actuelle, il nous reste à nous occuper des deux autres facteurs qui entrent dans le coefficient ψ (16).

101. Cherchons donc la condition pour que la fonction φ admette le diviseur ΔU_1 ou (12).

Je remarquerai d'abord que φ est le discriminant du premier membre de l'équation (8) lorsqu'on suppose U_1, $\Delta_2 U_1$, et ΔU_1 nuls ; or, si l'on regarde (x_1, y_1, z_1, t_1), (x_2, y_2, z_2, t_2) comme fixes et (x, y, z, t) comme variables arbitraires, ceci reviendra à admettre que le plan P_1 est un plan double ; car on admet que ΔU_1 est nul, quels que soient x, y, z, t, c'est-à-dire que les dérivées $\left(\frac{dU}{dx}\right)_1$, $\left(\frac{dU}{dy}\right)_1$, $\left(\frac{dU}{dz}\right)_1$, $\left(\frac{dU}{dt}\right)_1$ sont nulles. Alors la droite D, intersection de P_1 et P_2, rencontre en A la surface en six points coïncidents. L'équation $\varphi = 0$ représentera donc, d'après une remarque analogue à celle du n° [99], les $[n(n-1)^2-6]$ autres points d'intersection de la droite D avec la surface. D'ailleurs, il nous suffisait de constater ici que l'équation $\varphi = 0$ représente un système de points situés sur la droite D, intersection des deux plans P_1 et P_2.

La fonction φ est donc le produit d'un certain nombre de facteurs linéaires en x, y, z, t ; soit ρ le degré de la fonction φ par rapport à x, y, z, t, nous verrons plus loin que ρ est aussi le degré de cette fonction par rapport à x_2, y_2, z_2, t_2 ; soit enfin ρ_1 le degré de la même fonction par rapport à x_1, y_1, z_1, t_1.

Comme nous venons de le voir, l'équation $\varphi = 0$ représente une série de ρ points situés sur la droite D, intersection des deux plans P_1 et P_2; soit

$$(17)\quad \varphi(x,y,z,t;x_1,y_1,z_1,t_1;x_2,y_2,z_2,t_2)=(m_1x+n_1y+p_1z+q_1t)(m_2x+n_2y+p_2z+q_2t)\ldots$$

La question revient à chercher la condition pour que le point $\Delta U_1=0$ coïncide avec un des ces points.

Or, s'il en est ainsi, une ligne quelconque

$$(18)\qquad \Delta\left\{\begin{array}{l}\Pi = ax + by + cz + dt = 0\\ \Pi' = a'x + b'y + c'z + d't = 0,\end{array}\right.$$

passant par le point ΔU_1, passera nécessairement par un des points φ, c'est-à-dire que les quatre équations

$$(19)\qquad \varphi=0\,,\quad \Delta U_1=0\,,\quad \Pi=0,\quad \Pi'=0\,,$$

auront une solution commune; ou, en d'autres termes, le résultat de l'élimination de x, y, z, t entre les quatre équations (19) devra être nul.

Or, nous pourrons effectuer cette élimination en résolvant les trois dernières équations (19) par rapport à x, y, z, t et en substituant leurs valeurs dans la première; de sorte, qu'en désignant par R le résultat de cette élimination, nous aurons

$$(20)\quad R(x_1y_1z_1t_1;x_2y_2z_2t_2)=\begin{vmatrix}\left(\frac{dU}{dx}\right)_1 & \left(\frac{dU}{dy}\right)_1 & \left(\frac{dU}{dz}\right)_1 & \left(\frac{dU}{dt}\right)_1\\ m_1 & n_1 & p_1 & q_1\\ a & b & c & d\\ a' & b' & c' & d'\end{vmatrix}\begin{vmatrix}\left(\frac{dU}{dx}\right)_1 & \left(\frac{dU}{dy}\right)_1 & \left(\frac{dU}{dz}\right)_1 & \left(\frac{dU}{dt}\right)_1\\ m_2 & n_2 & p_2 & q_2\\ a & b & c & d\\ a' & b' & c' & d'\end{vmatrix}\ldots$$

Mais, d'après notre hypothèse, lorsqu'on effectue la multiplication des ρ facteurs qui reproduisent la fonction φ (17), on a une expression du degré ρ en x_2, y_2, z_2, t_2 et du degré ρ_1 en x_1, y_1, z_1, t_1; on voit par l'expression (20), qu'on aura le même nombre de facteurs, les mêmes coefficients m_i, n_i, p_i, q_i, seulement les lettres x, y, z, t, y sont remplacées par des déterminants du 3ème ordre qui sont du premier degré en a, b, c, d;

du premier degré en a', b', c', d' ; et du degré $(n-1)$ en x_1, y_1, z_1, t_1. Donc la fonction R sera

$$R \left\{ \begin{array}{l} \text{du degré } \rho \text{ par rapport à } a, b, c\ d\,; \\ \text{du degré } \rho \text{ par rapport à } a', b', c', d'\,; \\ \text{du dugré } \rho \text{ par rapport à } x_2, y_2, z_2, t_2\,; \\ \text{du degré } \rho_1+\rho\,(n-1) \text{ par rapport à } x_1, y_1, z_1, t_1. \end{array} \right.$$

Si le point ΔU_1 coïncide avec un des points φ, on aura $R=0$, quelle que soit la droite Δ (18) passant par le point ΔU_1. Mais il peut arriver que la quantité R s'annule sans que le point ΔU_1 coïncide avec un des points φ; et cela aura lieu lorsque la droite Δ, rencontrant la droite D, passera par un des points φ; car les équations (19) auront alors évidemment une solution commune, puisque le point $\Delta U_1=0$ est sur la droite D.

La condition pour que la droite Δ rencontre la droite D est

$$(21)\quad (ax_1+by_1+cz_1+dt_1)\,(a'x_2+b'y_2+c'z_2+d't_2)-(ax_2+by_2+cz_2+dt_2)\,(a'x_1+b'y_1+c'z_1+d't_1)=M=0\,;$$

on l'obtient en prenant les coordonnées $(x_1+\lambda x_2, y_1+\lambda y_2, z_1+\lambda z_2, t_1+\lambda t_2)$ d'un plan quelconque passant par la droite D, en écrivant que ces valeurs vérifient les équations $\Pi=0$, $\Pi'=0$, et en éliminant l'indéterminée λ.

La fonction φ étant du degré ρ, il y aura ρ points pour lesquels on aura à la fois $M=0$ et $R=0$; par conséquent, la quantité R sera de la forme

$$(22)\qquad R=M^{\rho}R_1\,.$$

On voit par l'expression (21) de M, que M^{ρ} est du degré ρ en x_2, y_2, z_2, t_2; en x_1, y_1, z_1, t_1; en a, b, c, d; en a', b', c', d'; or ρ est précisément le degré de R par rapport à x_2, y_2, z_2, t_2; a, b, c, d; et a', b', c', d'; donc R_1 ne contiendra plus que x_1, y_1, z_1, t_1, et les contiendra au degré

$$[\rho_1+\rho\, n-1)-\rho].$$

« Ainsi, la condition nécessaire et suffisante pour le point ΔU_1 coïncide avec un des points φ, ou, en d'autres termes, pour que ΔU_1 soit facteur de la fonction φ, est

$$(23) \qquad R_1(x_1, y_1, z_1, t_1) = 0,$$

et R_1 est du degré $[\rho_1 + \rho(n-2)]$ par rapport à x_1, y_1, z_1, t_1. »

Evaluons maintenant les degrés ρ et ρ_1.

Rappelons que le discriminant V (10) ou V_2 (15) est du degré $n(n-1)^2$ par rapport à chacun des groupes de toutes les variables x, y, z, t; ou x_1, y_1, z_1, t_1; ou x_2, y_2, z_2, t_2; il en est de même du premier terme de V_2 (15), savoir :

$$(\Delta U_1)^2 . \Delta_2^2 U_1 . \left[(\Delta_2 U_1 . \Delta U_1)^2 - \Delta_2^2 U_1 . \Delta^2 U_1\right] . \varphi .$$

Or, par rapport aux groupes de variables (x, y, z, t), (x_2, y_2, z_2, t_2), (x_1, y_1, z_1, t_1),

le 1^{er} facteur est des degrés respectifs $2, \quad 0, \quad 2(n-1)$;
le 2^e facteur. . . . . $0, \quad 2, \quad (n-2)$;
le 3^e facteur. . . . . $4, \quad 4, \quad 4(n-2)$.

Par conséquent, le facteur φ sera, par rapport aux mêmes groupes, des degrés respectifs :

$$n(n-1)^2 - 6 \; ; \; n(n-1)^2 - 6 \; ; \; n(n-1)^2 - 2(n-1)(n-2);$$

on aura, par suite :

$$\rho = n(n-1)^2 - 6 \; ; \quad \rho_1 = (n-2)(n^2-6).$$

d'où

$$\rho_1 + \rho(n-2) = (n-2)(n^3 - n^2 + n - 12) \; ;$$

tel est le degré de l'équation (23) $R_1 = 0$.

102. Désignant par K la fonction R_1 (23) et supprimant l'indice 1, nous conclurons de là :

Les plans tangents aux points où la surface U *possède des points doubles de rebroussement conique sont en même temps tangents à la surface*

$$(24) \qquad K(x, y, z, t) = 0,$$

de la classe $(n-2)(n^3 - n^2 + n - 12)$.

L'arête nodale sera la courbe de contact avec U *de la dévelop pable circonscrite aux deux surfaces* U *et* K.

En chaque point de l'arête nodale la surface U a deux plans tangents distincts.

Pour déterminer l'ordre de la courbe nodale, nous chercherons le nombre des points en lesquels elle est coupée par un plan quelconque P_0.

Le plan tangent à la surface U en un de ces points doit toucher la surface K et la première polaire du plan P_0; le nombre des ces plans est égal au nombre des solutions communes aux trois équations

$$U = 0\,, \quad K = 0\,, \quad \Delta_0 U = 0\,,$$

c'est-à-dire à

$$n\,(n-1)\,(n-2)\,(n^3-n^2+n-12).$$

Mais à chaque point d'intersection correspondent deux plans tangents c'est-à-dire deux solutions. Donc

L'ordre de l'arête nodale est

$$\tfrac{1}{2}\,n\,(n-1)\,(n-2)\,(n^3-n^2+n-12).$$

Il est évident qu'un plan quelconque coupe la surface U suivant une courbe ayant un point double au point où il rencontre l'arête nodale.

On voit par là que *les points doubles d'une section plane* n° [95] *sont précisément les intersections du plan sécant avec l'arête nodale.*

La proposition énoncée au n° [98] se trouve ainsi complètement démontrée.

103. Pour terminer cette discussion, il reste à nous occuper du second facteur qui entre dans l'expression du coefficient ψ (16), savoir

$$(25) \qquad \chi = \left[\left(\Delta_2 U_1 . \Delta U_1\right)^2 - \Delta_2^2 U_1 \,.\, \Delta^2 U_1\right];$$

à chercher la condition pour que cette fonction soit divisible par ΔU_1, et à reconnaître la nature des points correspondants sur la surface U.

On a symboliquement

$$(\Delta_2 U_1 . \Delta U_1) = \left(x_2 \frac{d.}{dx} + y_2 \frac{d.}{dy} + z_2 \frac{d.}{dz} + t_2 \frac{d.}{dt}\right) U_1 \times \left(x \frac{d.}{dx} + y \frac{d.}{dy} + z \frac{d.}{dz} + t \frac{d.}{dt}\right) U_1;$$

en passant de là à l'expression effective, il vient :

$$(\Delta_2 U_1 . \Delta U_1) = xx_2 \left(\frac{d^2 U}{dx^2}\right)_1 + yy_2 \left(\frac{d^2 U}{dy^2}\right)_1 + \ldots + (xy_2 + x_2 y) \left(\frac{d^2 U}{dxdy}\right)_1 + \ldots.$$

On a d'ailleurs

$$\Delta_2^2 U_1 = x_2^2 \left(\frac{d^2 U}{dx^2}\right)_1 + y_2^2 \left(\frac{d^2 U}{dy^2}\right)_1 + \ldots + 2 x_2 y_2 \left(\frac{d^2 U}{dxdy}\right)_1 + \ldots,$$

$$\Delta^2 U_1 = x^2 \left(\frac{d^2 U}{dx^2}\right)_1 + y^2 \left(\frac{d^2 U}{dy^2}\right)_1 + \ldots + 2 xy \left(\frac{d^2 U}{dxdy}\right)_1 + \ldots.$$

Nous poserons :

$$(1^\circ) \quad \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{dU}{dx}\right)_1 = u_1, \quad \left(\frac{dU}{dy}\right)_1 = u_2, \quad \left(\frac{dU}{dz}\right)_1 = u_3, \quad \left(\frac{dU}{dt}\right)_1 = u_4, \\ \left(\frac{d^2 U}{d^2 x}\right)_1 = u_{11}, \left(\frac{d^2 U}{dxdy}\right)_1 = u_{12}, \left(\frac{d^2 U}{dxdz}\right)_1 = u_{13}, \left(\frac{d^2 U}{dxdt}\right)_1 = u_{14}, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{array} \right.$$

$$(2^\circ) \quad \left\{ \begin{array}{l} A = x_2 u_{11} + y_2 u_{12} + z_2 u_{13} + t_2 u_{14}, \\ B = x_2 u_{21} + y_2 u_{22} + z_2 u_{23} + t_2 u_{24}, \\ C = x_2 u_{31} + y_2 u_{32} + z_2 u_{33} + t_2 u_{34}, \\ D = x_2 u_{41} + y_2 u_{42} + z_2 u_{43} + t_2 u_{44}; \end{array} \right.$$

$$M = Ax_2 + By_2 + Cz_2 + Dt_2, \quad \text{c'est-à-dire} = \Delta_2^2 U_1.$$

On a, en outre, les identités

$$(3^\circ) \quad \left\{ \begin{array}{l} (n-1)\, u_1 = x_1 u_{11} + y_1 u_{12} + z_1 u_{13} + t_1 u_{14}, \\ (n-1)\, u_2 = x_1 u_{21} + y_1 u_{22} + z_1 u_{23} + t_1 u_{24}, \\ (n-1)\, u_3 = x_1 u_{31} + y_1 u_{32} + z_1 u_{33} + t_1 u_{34}, \\ (n-1)\, u_4 = x_1 u_{41} + y_1 u_{42} + z_1 u_{43} + t_1 u_{44}. \end{array} \right.$$

Par hypothèse, on a

$$(4^\circ) \quad U_1 = U(x_1, y_1, z_1, t_1) = 0 \text{ et } \Delta_2 U_1 = x_2 u_1 + y_2 u_2 + z_2 u_3 + t_2 u_4 = 0.$$

Eu égard aux relations (3°) et (4°), on déduit des égalités (2°) :

$$(5^\circ) \quad Ax_1 + By_1 + Cz_1 + Dt_1 = (n-1)\,\Delta_2 U_1 = 0.$$

D'après cela, la fonction χ (25) s'écrira

$$(26) \quad \chi = (Ax + By + Cz + Dt)^2 - M(x^2 u_{11} + y^2 u_{22} + z^2 u_{33} + t^2 u_{44} + 2xyu_{12} + 2xzu_{13} + \ldots).$$

Je dis d'abord que *le plan* P_1 (x_1, y_1, z_1, t_1) *touche la surface* $\chi = 0$ *et que son point de contact est* $\Delta U_1 = 0$.

L'équation (26) est évidemment vérifiée par x_1, y_1, z_1, t_1, eu égard aux relations (4°) et (5°) et à l'identité

$$(6^\circ) \quad x_1^2 u_{11} + y_1^2 u_{22} + \ldots + 2x_1 y_1 u_{12} + \ldots = n(n-1)\,U_1.$$

On a d'ailleurs

$$(27) \quad \left\{ \begin{aligned} \tfrac{1}{2}\frac{d\chi}{dx} &= A(Ax + By + Cz + Dt) - M(xu_{11} + yu_{12} + zu_{13} + tu_{14}), \\ \tfrac{1}{2}\frac{d\chi}{dy} &= B(Ax + By + Cz + Dt) - M(xu_{21} + yu_{22} + zu_{23} + tu_{24}), \\ \tfrac{1}{2}\frac{d\chi}{dz} &= C(Ax + By + Cz + Dt) - M(xu_{31} + yu_{32} + zu_{33} + tu_{34}), \\ \tfrac{1}{2}\frac{d\chi}{dt} &= D(Ax + By + Cz + Dt) - M(xu_{41} + yu_{42} + zu_{43} + tu_{44}). \end{aligned} \right.$$

L'équation du point de contact du plan P_1 est

$$x\left(\frac{d\chi}{dx}\right)_1 + y\left(\frac{d\chi}{dy}\right)_1 + z\left(\frac{d\chi}{dz}\right)_1 + t\left(\frac{d\chi}{dt}\right)_1 = 0,$$

ou, en ayant égard aux relations (5°), (3°), (1°) :

$$x\left(\frac{dU}{dx}\right)_1 + y\left(\frac{dU}{dy}\right)_1 + z\left(\frac{dU}{dz}\right)_1 + t\left(\frac{dU}{dt}\right)_1 = \Delta U_1 = 0;$$

C. Q. F. D.

J'ajoute, en second lieu, que *le plan* P_2 *est un plan tangent double*, et, par suite, *que la surface* χ, *de deuxième classe, est une courbe plane située dans le plan* P_2.

Il suffit, en effet, pour cela, de constater que les dérivées (26) s'annulent pour x_2, y_2, z_2, t_2; or, c'est que l'on voit immédiatement en se reportant aux notations (2°).

Par conséquent, pour que la fonction ψ soit divisible par ΔU_1, il suffit d'exprimer qu'elle représente deux points, car l'un d'eux sera nécessairement le point ΔU_1, puisque le plan P_1 touche la surface χ en ce point.

D'un autre côté, nous savons déjà que l'équation $\chi = 0$ représente une courbe plane; par suite, elle représentera deux points, si l'on a la condition

$$G = \begin{vmatrix} \frac{d^2\chi}{dx^2} & \frac{d^2\chi}{dxdy} & \frac{d^2\chi}{dxdz} \\ \frac{d^2\chi}{dydx} & \frac{d^2\chi}{dy^2} & \frac{d^2\chi}{dydz} \\ \frac{d^2\chi}{dzdx} & \frac{d^2\chi}{dzdy} & \frac{d^2\chi}{dz^2} \end{vmatrix} = 0.$$

Or, nous aurons d'après les équations (27) :

$$G = \begin{vmatrix} Mu_{11} - A^2 & Mu_{12} - AB & Mu_{13} - AC \\ Mu_{21} - BA & Mn_{22} - B^2 & Mu_{23} - BC \\ Mu_{31} - CA & Mu_{32} - CB & Mu_{33} - C^2 \end{vmatrix};$$

ou, en développant par colonnes :

$$G = M^3 \begin{vmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} \end{vmatrix} + M^2 \begin{vmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & A \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} & B \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} & C \\ A & B & C & 0 \end{vmatrix} = M^2 \begin{vmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & A \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} & B \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} & C \\ A & B & C & M \end{vmatrix}.$$

Si l'on multiplie les trois premières colonnes respectivement par x_2, y_2, z_2, et qu'on retranche de la dernière multipliée par t_2, il vient, eu égard aux relations (2°) :

$$G = M^2 \begin{vmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & u_{14} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} & u_{24} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} & u_{34} \\ A & B & C & D \end{vmatrix};$$

opérant de même sur les lignes de ce dernier déterminant, on a définitivement

$$G = M^2 \begin{vmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & u_{14} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} & u_{24} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} & u_{34} \\ u_{41} & u_{42} & u_{43} & u_{44} \end{vmatrix} = (\Delta_2^2 U_1)^2 \begin{vmatrix} \left(\frac{d^2U}{dx^2}\right)_1 & \left(\frac{d^2U}{dxdy}\right)_1 & \left(\frac{d^2U}{dxdz}\right)_1 & \left(\frac{d^2U}{dxdt}\right)_1 \\ \left(\frac{d^2U}{dydx}\right)_1 & . & . & . \\ . & . & . & . \\ . & . & . & . \end{vmatrix}$$

ou enfin

$$(28) \qquad G = (\Delta_2^2 U_1)^2 . H_1,$$

H étant la fonction définie dans le n° (75).

Ainsi, pour que la fonction χ soit divisible par (ΔU_1), il faut et il suffit que les coordonnées x_1, y_1, z_1, t_1, annulent la quantité H.

L'hypothèse $\Delta_2^2 U_1 = 0$ a déjà été examinée n° [100], elle correspond au cas des tangentes inflexionnelles.

Reste donc l'hypothèse

$$H_1 = H(x_1, y_1, z_1, t_1) = 0;$$

dans ce cas, le discriminant V_2 (15) sera encore divisible par $(\Delta U_1)^3$.

Mais le plan P_1, touchant la surface H, sera tangent à la surface U en un point double de rebroussement plan n° [82]. Nous retrouvons ainsi les points de l'arête de rebroussement, et nous voyons qu'une droite quelconque, passant par un de ces points et située dans le plan tangent, y rencontre la surface en trois points coïncidents; propriété déjà établie directement n° [52].

§ II.

DROITE SIMPLE SITUÉE SUR UNE SURFACE NON RÉGLÉE,

104. Je terminerai ce mémoire par la recherche des propriétés spéciales qui peuvent se présenter lorsqu'une surface non réglée, considérée comme l'enveloppe d'un plan, contient une droite. J'admettrai que, sauf les conditions nécessaires pour qu'il en soit ainsi, la surface reste la plus générale de son espèce.

Lorsqu'une droite est située sur une surface, un plan quelconque passant par cette droite touche la surface en un point de la droite; il peut arriver aussi que, le plan tangent restant fixe, il y ait une infinité de points de contact sur une droite fixe; je ne m'occuperai ici que de la première hypothèse.

Prenons la droite située sur la surface pour arête AB du tétraèdre de référence; d'après l'hypothèse où nous nous sommes placés, un plan quelconque passant par la droite AB ($x=0$, $y=0$) devra toucher la surface; par suite, l'équation de la surface devra être vérifiée, quels que soient z et t, par $x=0$, $y=0$; cette équation sera donc de la forme

$$U = x^p \varphi + y^q \psi = 0.$$

Dans cette hypothèse, deux cas pourront encore se présenter: le point de contact se déplace sur la droite; ou bien, le point de contact reste invariable.

L'étude des propriétés des surfaces, possédant des droites, présente un grand intérêt; mais on voit, par les quelques réflexions qui précèdent, que cette étude est très-complexe et qu'elle exige de longs développements. Aussi, comme je ne veux que donner une idée des propriétés que présente l'étude directe des équations tangentielles, je me bornerai, pour le moment, à l'examen des deux cas simples correspondant aux deux formes suivantes de l'équation de la surface.

$$(1^\circ)\qquad U = x\varphi + y\ \psi = 0,$$

$$(2^\circ)\qquad U = x\varphi + y^2\psi = 0.$$

105. 1er Cas. Droite simple : ***Le point de contact varie lorsque le plan tangent à la surface tourne autour de la droite.***

L'équation de la surface est

$$(1)\qquad U = x\varphi + y\psi = 0\,;$$

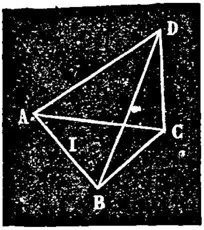
φ et ψ sont des fonctions homogènes en x, y, z, t, du degré $(n-1)$, et sont de la forme :

$$(1\ bis)\quad \begin{cases} \varphi = u_{n-1}(z,t) + (xu_{n-2}+yu'_{n-2}) + (x^2u_{n-3} + xyu'_{n-3} + y^2u''_{n-3}) + \ldots\,; \\ \psi = v_{n-1}(z,t) + (xv_{n-2}+yv'_{n-2}) + (x^2v_{n-3} + xyv'_{n-3} + y^2v''_{n-3}) + \ldots\,; \end{cases}$$

les quanttés u_i, v_i sont des fonctions homogènes de degré i en z et t.

Les dérivées de la fonction U seront

$$(2)\quad \begin{cases} \dfrac{dU}{dx} = x\dfrac{d\varphi}{dx} + y\dfrac{d\psi}{dx} + \varphi\,; \\ \dfrac{dU}{dy} = x\dfrac{d\varphi}{dy} + y\dfrac{d\psi}{dy} + \psi\,; \\ \dfrac{dU}{dz} = x\dfrac{d\varphi}{dz} + y\dfrac{d\psi}{dz}\,; \\ \dfrac{dU}{dt} = x\dfrac{d\varphi}{dt} + y\dfrac{d\psi}{dt}\,. \end{cases}$$



106. *Lorsqu'on se donne un plan, passant par la droite* AB, *ce plan touche la surface, et son point de contact est, sur la droite, unique et parfaitement déterminé.*

Soit le plan P_0 $(x_0 = 0, y_0 = 0, z_0, t_0)$, son point de contact sera

$$x\left(\frac{dU}{dx}\right)_0 + y\left(\frac{dU}{dy}\right)_0 + z\left(\frac{dU}{dz}\right)_0 + t\left(\frac{dU}{dt}\right)_0 = 0$$

où, d'après les formules précédentes

$$(3) \qquad x\, u_{n-1}(z_0, t_0) + y\, v_{n-1}(z_0, t_0) = 0\,;$$

ce point est donc parfaitement déterminé.

107. *Si, sur la droite* AB, *on prend un point arbitraire* I, *il y aura* (n—1) *plans distincts passant par la droite* AB *et touchant la surface au même point* I. *Si l'on imagine un cône ayant son sommet en* I *et circonscrit à la surface, ce cône se composera de la droite* AB *et d'un cône proprement dit de* (n—1)ème *classe. Les* (n—1) *plans tangents en* I *à la surface, sont les* (n—1) *plans tangents à ce cône menés par la droite* AB.

Soit un point fixe sur AB, son équation sera, par exemple,

$$(4) \qquad (I) \qquad y = a\,x.$$

Les équations du cône circonscrit à la surface et ayant son sommet en ce point, seront

$$\left.\begin{array}{l} y = a\,x\,, \\ U = x\,\varphi + y\,\psi = 0\,; \end{array}\right\} \text{ ou } \left\{\begin{array}{l} y = a\,x\,, \\ x\,[\varphi + a\,\psi] = 0\,; \end{array}\right.$$

laissant de côté la droite $(x = 0, y = 0)$, les équations du cône proprement dit seront

$$(5) \quad \left\{\begin{array}{l} y = a\,x\,, \\ \varphi + a\,\psi = 0\,; \end{array}\right.$$

c'est un cône de $(n—1)^{\text{ème}}$ classe.

Si nous identifions les équations (3) et (4), nous aurons

$$(6) \quad u_{n-1}(z_0, t_0) + a\, v_{n-1}(z_0, t_0) = 0\,;$$

cette équation détermine $(n-1)$ plans passant par AB et touchant la surface en I; ces plans touchent évidemment le cône (5), car ses équations se réduisent à

$$0 = 0$$

$$u_{n-1}(z_0\, t_0) + a\, v_{n-1}(z_0\, t_0) = 0\,;$$

et la dernière est une identité, d'après notre hypothèse.

108. *Les premières polaires des plans passant par la droite* AB *contiennent toutes cette droite.*

La première polaire d'un plan P_1 passant par AB $(x_1 = 0,\ y_1 = 0,\ z_1,\ t_1)$ est

$$x_1 \frac{dU}{dx} + y_1 \frac{dU}{dy} + z_1 \frac{dU}{dz} + t_1 \frac{dU}{dt} = 0.$$

ou, dans le cas actuel,

$$(7) \quad V = z_1 \left(x \frac{d\varphi}{dz} + y \frac{d\psi}{dz} \right) + t_1 \left(x \frac{d\varphi}{dt} + y \frac{d\psi}{dt} \right) = 0.$$

Il est visible que les surfaces (7) contiennent la droite AB.

109. *Un plan* P_0, *tangent à la surface et passant par la droite* AB, *touchera toutes les premières polaires des plans passant par cette droite; mais le point de contact variera sur la droite avec la position du plan* P_1.

Il y a $(2n-4)$ *plans* P_0, *passant par la droite* AB, *lesquels sont touchés par toutes les premières polaires des plans passant par* AB *aux points mêmes où ces plans touchent la surface* U.

Cherchons, en effet, l'équation du point de contact d'un plan $P_0\ (o,\ o,\ z_0,\ t_0)$ passant par AB avec la première polaire (V) ou

(7) d'un plan P_1 ; cette équation sera

$$x\left(\frac{dV}{dx}\right)_0+y\left(\frac{dV}{dy}\right)_0+z\left(\frac{dV}{dz}\right)_0+t\left(\frac{dV}{dt}\right)_0=0\,,$$

ou, en introduisant les valeurs des coordonnées du plan P_0 :

$$(8)\quad x\left[z_1\frac{du_{n-1}(z_0,t_0)}{dz}+t_1\frac{du_{n-1}(z_0,t_0)}{dt}\right]+t_1\left[z_1\frac{dv_{n-1}(z_0,t_0)}{dz}+t_1\frac{dv_{n-1}(z_0,t_0)}{dt}\right]=0$$

On voit que ce point sera, en général, distinct du point de contact (3) du plan P_0 avec la surface U.

Cherchons la condition pour que les points (3) et 8) coïncident; on devra avoir, après avoir supprimé les indices 0 :

$$\frac{z_1\dfrac{du_{n-1}}{dz}+t_1\dfrac{du_{n-1}}{dt}}{u_{n-1}}=\frac{z_1\dfrac{dv_{n-1}}{dz}+t_1\dfrac{dv_{n-1}}{dt}}{v_{n-1}};$$

ou, en ayant égard aux identités

$$(n-1)\,u_{n-1}=z\frac{du_{n-1}}{dz}+t\frac{du_{n-1}}{dt}\,,$$

$$(n-1)\,v_{n-1}=z\frac{dv_{n-1}}{dz}+t\frac{dv_{n-1}}{dt}\,;$$

il vient, après réduction,

$$(9)\qquad \left[\frac{du_{n-1}}{dz}\,\frac{dv_{n-1}}{dt}-\frac{du_{n-1}}{dt}\,\frac{dv_{n-1}}{dz}\right]=0.$$

Nous avons supprimé la solution $z_1 t - z t_1 = 0$ qui correspondrait au cas où les surfaces P_0 et P_1 coïncident, la coïncidence des points de contact est alors évidente.

L'équation (9) détermine donc $(2\,n-4)$ plans P_0 fixes, passant par la droite AB, lesquels touchent les premières polaires de tous les plans passant par AB aux points mêmes où ils touchent la surface U.

110. *La première polaire d'un plan quelconque ne contient pas* *la droite* AB. *Mais, si l'on considère un point arbitraire* I *sur cette droite, les* (n—1) *plans qui touchent la surface en ce point sont touchés par les premières polaires de tous les plans passant par le point* I.

L'équation de la première polaire d'un plan quelconque P_2 x_2, y_2, z_2, t_2 sera

$$(10)\quad x_2\varphi+y_2\psi+x\left[x_2\frac{d\varphi}{dx}+y_2\frac{d\varphi}{dy}+z_2\frac{d\varphi}{dz}+t_2\frac{d\varphi}{dt}\right]+y\left[x_2\frac{d\psi}{dx}+y_2\frac{d\psi}{dy}+z_2\frac{d\psi}{dz}+t_2\frac{d\psi}{dt}\right]=0$$

cette surface ne contient pas, en général, la droite AB.

Cette première polaire sera touchée par les plans passant par AB et dont les coordonnées ($x_0=0$, $y_0=0$, z_0, t_0) vérifient la relation

$$(11)\ x_2\, u_{n-1}(z_0, t_0) + y_2\, v_{n-1}(z_0, t_0) = 0.$$

Or, si l'on suppose que le plan P_2 passe par le point I, c'est-à-dire si

$$y_2 = a\, x_2,$$

l'équation (11) devient identique avec l'équation (6) qui détermine les plans tangents en I à la surface U. Donc.........

111. *Tous les points de la droite* AB *sont des points multiples de l'ordre* (n—1) *pour la surface* U. *Un plan quelconque, passant par un point* I, *par exemple, situé sur cette droite, coupe la surface suivant une courbe ayant en* I *un point multiple d'ordre* (n—1); *les* (n—1) *tangentes en ce point sont les intersections du plan sécant avec les* (n—1) *plans tangents en* I *à la surface.*

Considérons, en effet, un point fixe A sur AB, et une droite quelconque AD passant par ce point; cette droite rencontrera la surface U en $(n-1)$ points coïncidant avec le point A. Car, aux points où la droite AD rencontre la surface, le plan tangent à la surface touche les premières polaires de tous les plans passant par AD, et réciproquement. Or, il y a en A $(n-1)$ plans touchant la surface et les premières polaires des plans passant par le point A n° [110], et, par suite, les premières polaires des plans passant par la droite AD ; donc AD rencontre la surface en $(n-1)$ points coïncidant avec le point A ; et, par suite, le point A est un point multiple d'ordre $(n-1)$ pour la surface U. Si la droite AD se trouve dans un des plans tangents en A, elle rencontre évidemment la surface en n points, au moins, coïncidant avec le point A. De là on conclut la proposition énoncée.

112. *Les plans, touchant la surface en différents points de la droite* AB, *sont des plans tangents simples de première espèce; les deux tangentes inflexionnelles sont, en général, distinctes, et l'une d'elles est toujours la droite* AB.

Cherchons l'équation de la $(n-2)^{\text{ème}}$ polaire d'un plan P_0 $(0, 0, z_0, t_0)$ passant par la droite AB. L'équation générale de la $(n-2)^{\text{ème}}$ polaire est

$$W = x^2\left(\frac{d^2U}{dx^2}\right)_0 + y^2\left(\frac{d^2U}{dy^2}\right)_0 + \ldots + 2xy\left(\frac{d^2U}{dxdy}\right)_0 + \ldots = 0;$$

et, dans le cas actuel, on trouvera pour la surface (1) :

$$(12)\quad W = \left\{ \begin{array}{l} x^2 u_{n-2}(z_0, t_0) + y^2(v'_{n-2})_0 + xy\left[(v_{n-2})_0 + (u_{n-2})_0\right] + xz\left(\dfrac{du_{n-1}}{dz}\right)_0 \\ \qquad + xt\left(\dfrac{du_{n-1}}{dt}\right)_0 + yz\left(\dfrac{dv_{n-1}}{dz}\right)_0 + yt\left(\dfrac{dv_{n-1}}{dt}\right)_0 \end{array} \right\} = 0.$$

On voit déjà que la $(n-2)^{\text{ème}}$ polaire d'un plan passant par la droite contient aussi cette droite AB.

Considérons un des plans tangents en A à la surface U, et prenons ce plan pour face ABC du tétraèdre de référence ; les fonctions u_{n-1}, v_{n-1}, u_{n-2}, ... etc., seront de la forme

$$\left\{ \begin{array}{l} u_{n-1} = a\,t^{n-1} + a'z\,t^{n-2} + \ldots; \\ v_{n-1} = 0 \quad + b'z\,t^{n-2} + \ldots; \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u_{n-2} = c\,t^{n-2} + \ldots\ldots\ldots\ldots; \\ u'_{n-2} = c_1 t^{n-2} + \ldots\ldots\ldots\ldots; \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} v_{n-2} = d\,t^{n-2} + \ldots, \\ v'_{n-2} = d_1 t^{n-2} + \ldots. \end{array} \right.$$

Le point de contact du plan ABC sera visiblement $x=0$ c'est-à-dire le point A ; et la $(n-2)^{\text{ème}}$ polaire du même plan sera, d'après (12) et les valeurs ci-dessus :

$$(13)\qquad cx^2+d_1y^2+(d+c_1)xy+a'xz+b'yz+(n-1)axt=0.$$

Pour obtenir les tangentes inflexionnelles en A, il faut déterminer les plans qui, passant par A et distincts de ABC, sont tangents à la $(n-2)^{\text{ème}}$ polaire ; les tangentes inflexionnelles sont donc données par les deux équations suivantes :

$$\begin{cases} x=0\ , \\ cx^2+d_1y^2+(d+c_1)xy+a'xz+b'yz=0\ ; \end{cases}$$

c'est-à-dire par

$$x=0\ ,\quad y\,(d_1y+b'z)=0\ ;$$

on voit que la droite AB est une des tangentes inflexionnelles.

Il est aussi visible que la $(n-2)^{\text{ème}}$ polaire (13) n'est pas, en général, une courbe plane.

113. *Il y a* $(2n-4)$ *plans passant par* AB *pour lesquels la* $(n-2)^{\text{ème}}$ *polaire se réduit à une courbe plane ; ce sont précisément les plans* P_0 *n°* [109] *touchés par les premières polaires des plans passant par* AB *aux points mêmes où ces plans touchent la la surface* U.

Cherchons, en effet, la condition pour que la $(n-2)^{\text{ème}}$ polaire (12) soit une courbe plane ; on a, en supprimant les indices 0 :

$$\begin{vmatrix} 2\,u_{n-2} & u'_{n-2}+v_{n-2} & \dfrac{du_{n-1}}{dz} & \dfrac{du_{n-1}}{dt} \\ u'_{n-2}+v_{n-2} & 2\,v'_{n-2} & \dfrac{dv_{n-1}}{dz} & \dfrac{dv_{n-1}}{dt} \\ \dfrac{du_{n-1}}{dz} & \dfrac{dv_{n-1}}{dz} & 0 & 0 \\ \dfrac{du_{n-1}}{dt} & \dfrac{dv_{n-1}}{dt} & 0 & 0 \end{vmatrix}=0,$$

ou

$$(14)\quad \left[\frac{du_{n-1}}{dz}\,\frac{dv_{n-1}}{dt} - \frac{du_{n-1}}{dt}\,\frac{dv_{n-1}}{dz}\right]^2 = 0\,;$$

la quantité entre parenthèse est précisément le premier membre de l'équation (9); la proposition énoncée est donc démontrée.

114. Les plans P_0, dont la $(n-2)^{\text{ème}}$ polaire est une courbe plane, touchent, comme on sait n° [76], la surface H; or, il est facile de s'assurer que la droite AB n'appartient pas à la surface H; et, puisque le premier membre de l'équation (14) est un carré parfait, il en résulte que par la droite AB passent $(2n-4)$ couples distincts des plans tangents à la surface H et coïncidents. Donc, puisque les $(4n-8)$ plans tangents qu'on peut mener à la surface H par la droite AB forment $(2n-4)$ groupes de deux plans coïncidents, la droite AB touche la surface H en $(2n-4)$ points.

Le même raisonnement est aussi applicable aux plans Π_0 n° [76] correspondant aux plans P_0 et tangents à la surface Γ; et ces derniers plans sont distincts des plans P_0, puisque les plans P_0 ne sont pas des plans tangents doubles.

Nous conclurons encore de là que la droite AB touche l'arête de rebroussement de la surface U en $(2n-4)$ points; car la droite AB est la tangente inflexionnelle correspondant aux plans de rebroussement P_0, et l'on sait que les tangentes inflexionnelles sont les tangentes à l'arête de rebroussement n° [88].

Enfin, si nous considérons un plan quelconque passant par la droite AB, la courbe d'intersection de la surface U avec ce plan sera touchée en $(2n-4)$ points par la droite AB, et ces points resteront les mêmes, quel que soit le plan sécant passant par AB.

Soit, en effet, un plan P_1 passant par AB; les points de la courbe de section sont les points de contact avec la surface des plans tangents à la fois à la surface et à la première polaire du plan P_1; et la tangente est l'intersection du plan tangent avec le plan P_1.

Or, il y a $(2n-4)$ plans P_0 passant par AB et touchés par la première polaire de P_1 aux points où ces plans touchent la surface; donc les $(2n-4)$ points de contact de ces plans appartiennent à la courbe de section, et la droite AB est tangente en chacun de ces points.

J'ajoute qu'il n'y a pas d'autre point de la section situé sur la droite AB et ayant en même temps AB pour tangente; car, nous savons que la droite AB appartient à la surface et à la première polaire du plan P_1; et, d'un autre côté, les plans P_0 sont les seuls qui, passant par AB, touchent aux mêmes points la surface et la première polaire d'un plan passant par AB. Donc......

Ainsi, en résumé :

La droite AB *touche la surface* H *en* $(2n-4)$ *points*; *les plans tangents en ce point sont les plans* P_0 *n*os [109] *et* [113] *dont la* $(n-2)^{\text{ème}}$ *polaire est une courbe plane. La droite* AB *touche aussi la surface* Γ *en* $(2n-4)$ *points; les plans tangents en ces points sont les plans* Π_0 *des* $(n-2)^{\text{ème}}$ *polaires. La droite* AB *touche encore en* $(2n-4)$ *points l'arête de rebroussement de la surface* U.

Si l'on conduit un plan quelconque par la droite AB, *la courbe d'intersection de ce plan avec la surface* U *sera touchée en* $(2n-4)$ *points par la droite* AB, *et ces* $(2n-4)$ *points resteront fixes, quel que soit le plan passant par la droite* AB.

115. 2ème CAS. DROITE SIMPLE. *Le point de contact reste invariable lorsque le plan tangent à la surface tourne autour de la droite.*

L'équation de la surface est de la forme

$$(1) \qquad U = x\varphi + y^2\psi = 0,$$

les fonctions φ et ψ sont des fonctions homogènes en x, y, z, t, et des degrés respectifs $(n-1)$ et $(n-2)$.

Les dérivées partielles de U sont

$$(2)\quad \begin{cases} \dfrac{dU}{dx} = x\,\dfrac{d\varphi}{dx} + y^2\,\dfrac{d\psi}{dx} + \varphi\,, \\[2mm] \dfrac{dU}{dy} = x\,\dfrac{d\varphi}{dy} + y^2\,\dfrac{d\psi}{dy} + 2\,y\,\psi\,; \\[2mm] \dfrac{dU}{dz} = x\,\dfrac{d\varphi}{dz} + y^2\,\dfrac{d\psi}{dz}\,; \\[2mm] \dfrac{dU}{dt} = x\,\dfrac{d\varphi}{dt} + y^2\,\dfrac{d\psi}{dt}\,. \end{cases}$$

On constate facilement que le point de contact d'un plan tangent quelconque passant pas AB est

$$x = 0\,,$$

c'est-à-dire que ce point est invariable et coïncide avec le sommet A.

Par une droite quelconque, passant par le point A, *on ne peut mener que* (n—2) *plans tangents à la surface* U, *distincts et ne passant pas par la droite* AB.

En effet, la droite AD, dont les équations sont

$$x = 0\,, \quad t = 0\,,$$

peut-être considérée comme une droite quelconque passant par le point A ; or, si l'on introduit ces hypothèses dans l'équation (1) de la surface, on trouve

$$y^2\,\psi\,(0\,, y, z\,, 0) = 0\,;$$

c'est-à-dire qu'il y a deux plans coïncidents et passant par AB, et $(n—2)$ autres plans seulement ne passant pas, en général, par la droite AB.

116. *Par une droite, passant par un point quelconque pris sur la droite* AB, *on ne peut mener que* (n—1) *plans tangents ne passant pas par cette droite.*

La droite BD ($y = 0$, $t = 0$) peut être regardée comme une droite quelconque passant par un point AB ; or, en faisant $y = 0$ et $t = 0$ dans l'équation de la surface, on trouve

$$x \varphi(x, 0, z, 0) = 0 ;$$

donc, en laissant de côté la solution $x = 0$ qui donne un plan passant par AB, il restera une équation du $(n-1)^{\text{ème}}$ degré en $\frac{z}{x}$.

117. *Le cône, ayant son sommet en* A *et circonscrit à la surface, est de la* $(n-2)^{\text{ème}}$ *classe, si l'on fait abstraction de la droite* AB *qui fait partie de ce cône.*

Les équations du cône circonscrit à la surface et ayant pour sommet le point $x = 0$ sont

$$\left\{\begin{array}{l} x = 0, \\ U = x\varphi + y^2\psi = 0 ; \end{array}\right. \quad \text{ou} \quad \left\{\begin{array}{l} x = 0, \\ y^2\psi = 0 ; \end{array}\right.$$

laissant de côté la droite ($x = 0$, $y = 0$), les équations du cône proprement dit seront

$$(3) \qquad \left\{\begin{array}{l} x = 0, \\ \psi = 0 ; \end{array}\right.$$

c'est un cône de $(n-2)^{\text{ème}}$classe.

118. *Il y a* $(n-2)$ *plans tangents* P_0, *passant par la droite* AB, *qui résultent de la superposition de trois plans tangents et dont le point de contact avec la surface* U *est toujours le point* A ; *ce sont les* $(n-2)$ *plans tangents menés par la droite* AB *au cône défini dans le n°* [117].

Si l'on prend, en effet, pour plan ABC un des plans tangents à ce cône, la fonction ψ devra se réduire à

$$\psi = \psi_{n-2}(x, y, z) + t\,\psi_{n-3}(x, y, z) + \ldots + t^{n-3}\,\psi_1(x, y, z).$$

Or, si l'on considère une droite quelconque située dans le plan ABC et passant par le point A, AC par exemple ($x=0$, $z=0$), les plans tangents menés à la surface U, passant par cette droite, seront donnés par l'équation.

$$y^2[\psi_{n-2}(0,y,0)+t\psi_{n-3}(0,y,0)+\ldots+t^{n-3}y]=y^3(a_0y^{n-3}+a_1y^{n-4}t+\ldots+t^{n-3})=0$$

on voit qu'il y aura seulement $(n-3)$ plans tangents distincts du plan ABC.

119. *La* (n—2)$^{\text{ème}}$ *d'un plan quelconque passant par* AB *est une courbe plane dont le plan passe par la droite* AB, *mais est distinct du plan tangent considéré.*

Le plan ABD peut être regardé comme un plan quelconque passant par AB, l'équation de sa $(n-2)^{\text{ème}}$ polaire sera

$$\frac{d^{n-2}U}{dz^{n-2}}=0,$$

ou

$$x\frac{d^{n-2}\varphi}{dz^{n-2}}+y^2\frac{d^{n-2}\psi}{dz^{n-2}}=0.$$

Or, la fonction φ étant du degré $(n-1)$ et la fonction ψ du degré $(n-2)$, l'équation précédente aura la forme

$$x(ax+by+cz+dt)+a_1y^2=0.$$

Le premier membre de cette équation peut évidemment être ramené à une fonction homogène de trois variables ; la $(n-2)^{\text{ème}}$ polaire est donc une courbe plane. Le plan de cette polaire est déterminé par les équations

$$x=0,\quad y=0,\quad ax+by+cz+dt=0\ ;$$

par suite, le plan de la $(n-2)^{\text{ème}}$ polaire passe par la droite, AB, mais est, en général, différent du plan ABD, c'est-à-dire du plan tangent.

120. *Le point* A *jouit, pour les premières polaires des plans passant* AB, *des mêmes propriétés que pour la surface* U.

Considérant, en effet, le plan ABD comme un plan quelconque passant par AB, l'équation de sa première polaire est

$$\frac{dU}{dz}=0, \quad \text{ou } x\frac{d\varphi}{dz}+y^2\frac{d\psi}{dz}=0;$$

la propriété énoncée est visible.

121. *Les premières polaires des plans passant par le point* A *contiennent toutes la droite* AB *comme droite simple* (1er cas, n° [105].

Toutes ces premières polaires sont touchées en A *par les* (n—2) *plans* P_0 *menés par la droite* AB *tangentiellement au cône circonscrit à la surface et ayant son sommet en* A. n^{os} [117], [118].

Le plan ADC peut être regardé comme un plan quelconque passant par le point A; la première polaire de ce plan est

$$\frac{dU}{dy}=0, \quad \text{ou } x\frac{d\varphi}{dy}+y^2\frac{d\psi}{dy}+2y\psi=0;$$

équation qui rend évidente la première partie de la proposition.

Le point de contact, avec cette première polaire, d'un plan ($x_0=0$, $y_0=0$, z_0, t_0) passant par AB, a pour équation

$$x\left(\frac{d\varphi}{dx}\right)_0+2y(\psi)_0=0;$$

ce point de contact se déplacera sur la droite AB lorsque le plan P_0 tournera autour de AB. Mais lorsqu'on aura $(\psi)_0=0$, c'est-à-dire lorsque le plan sera tangent au cône (3), son point de contact coïncidera avec le point A.

122. *Un plan quelconque, passant par le point* A, *coupe la surface suivant une courbe ayant en* A *un point multiple de l'ordre* 2 (n—2); *les tangentes, qui forment* (n—2) *couples, sont les intersections du plan sécant avec les* (n—2) *plans* P_0 *n°* [121]

Un plan quelconque, passant par la droite AB, *coupe la surface* U *suivant une courbe ayant en* A *un rebroussement de l'ordre* 2 (n—2); *la tangente de rebroussement est la droite* AB.

Soit P_1 le plan sécant passant par le point A; les points de la courbe de section sont les points de contact avec la surface des plans tangents communs à la surface et à la première polaire du plan P_1 ; or, la première polaire est touchée par les $(n-2)$ plans fixes P_0, et, de plus, ce sont des plans tangents simples (2ème cas, n° [52], puisque la $(n-2)^{ème}$ polaire est une courbe plane, n° [119]. Donc une droite quelconque passant par le point A y rencontre la surface en $2(n-2)$ points coïncidents; et un plan sécant coupera la surface suivant une courbe ayant en A un plan multiple d'ordre $2(n-2)$, pour lequel les tangentes seront les intersections avec le plan sécant P_1 des $(n-2)$ plans tangents P_0.

123. *Il y a* (n—1) *plans tangents doubles passant par la droite* AB; *ces* (n—1) *plans sont touchés par tous les cônes circonscrits à la surface et ayant leur sommet en un point quelconque de la droite* AB *et différent de* A. *La courbe de contact est une courbe de deuxième classe proprement dite, touchant en* A *la droite* AB.

Les coordonnées des plans tangents doubles doivent annuler les dérivées premières de la fonction U; ces plans devant passer par la droite AB, nous devons supposer d'abord $x=0$, $y=0$; et on voit, par les valeurs (2), que les dérivées de U sont annulées, lorsque les coordonnées z et t vérifient l'équation

$$\varphi(0, 0, z, t) = 0;$$

il a donc $(n-1)$ plans tangents doubles passant par la droite AB.

Les équations du cône circonscrit à la surface U et ayant son sommet en un point quelconque $y = ax$ de la droite AB, seront

$$\begin{cases} y = a\,x, \\ \varphi(x, y, z, t) + a^2 x\,\psi(x, y, z, t) = 0; \end{cases}$$

il est visible que les plans doubles, que nous venons de déterminer, seront tangents à ce cône.

La $(n-2)^{\text{ème}}$ polaire ou la courbe de contact d'un de ces plans tangents doubles aura pour équation

$$(4)\quad y^2 (\psi)_0 + x \left[x \left(\frac{d\varphi}{dx}\right)_0 + y \left(\frac{d\varphi}{dy}\right)_0 + z \left(\frac{d\varphi}{dz}\right)_0 + t \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)_0 \right] = 0.$$

Cette courbe est tangente à la droite AB, et le point de contact est le point A ; on le constate aisément en écrivant l'équation du point de contact d'un plan quelconque $(0, 0, z_1, t_1)$ passent par la droite AB.

124. De la proposition énoncée au n° [119] on peut encore conclure que la droite AB appartient aux surfaces H et Γ.

Je n'entrerai pas dans de plus longs détails sur les propriétés que présente une surface considerée comme enveloppe d'un plan, lorsque cette surface possède des droites. On voit, par les quelques énoncés qui précèdent, que cette recherche est très-complexe et exige une étude toute spéciale.

TABLE DES MATIÈRES.

Pages.

Introduction. 345

Préliminaires. 347

Coordonnées tétraédriques d'un point. 347
Coordonnées tétraédriques d'un plan 351
Formules fondamentales 352
Plan tangent, point de contact. 356
Équation tangentielle d'une surface. 357
Centre harmonique d'un système de points. 363

PREMIÈRE PARTIE.

Définition et propriétés principales des surfaces polaires d'un plan. 366

Définition des surfaces polaires d'un plan 366
Propriétés principales des surfaces polaires d'un plan. 373
Réseaux et faisceaux de surfaces. 394
Polaires d'une droite 401

DEUXIÈME PARTIE.

Étude des plans tangents à une surface donnée par son équation tangentielle. 405

Remarques préliminaires, courbes gauches 407

I° Plans tangents simples 411

1er cas. Plan tangent simple ordinaire 415
2e cas. Plan tangent simple de rebroussement 420
3e cas. Plan tangent simple de rebroussement quadruple . 426

II° Plans tangents doubles 435

1er cas. Plan double curvi-tangent. 438
2e cas. Plan double bi-tangent. 444
3e cas. Plan double uni-tangent. 450

III° Plans tangents multiples. 452

Courbe de contact et d'intersection. 455
Diminution de l'ordre de la surface 462
Propriétés des polaires dans le cas d'un plan multiple. . . 465
Propriétés des premières et deuxièmes polaires. 471

TROISIÈME PARTIE.

Propriétés principales des surfaces H *et* Γ. 476
Détermination générale des plans tangents multiples 477
Définition et propriétés de la surface H 479
Définition et propriétés de la surface Γ. 481
Conséquences relatives à la surface proposée U. 487
Arète de rebroussement. 489

QUATRIÈME PARTIE.

I° *Section plane d'une surface de nème classe*. 504
Détermination de l'ordre, de la classe, etc. 504
Arète nodale ; détermination directe. 510
II° *Droite simple située sur une surface non réglée*. 525
1er cas. Le point de contact varie lorsque le plan tangent tourne autour de la droite; propriétés diverses relatives aux polaires 526
2e cas Le point de contact reste invariable lorsque le plan tangent tourne autour de la droite; propriétés relatives anx polaires. 534

RECHERCHES

SUR LA

FORCE CRISTALLOGÉNIQUE,

PAR M. FRÉD. KUHLMANN.

Membre résidant.

SÉANCE DU 17 MARS 1865.

Il me reste, pour compléter la troisième partie de ce travail, à entretenir la Société des procédés que j'ai imaginés pour reproduire les dessins de mes cristallisations anormales sur verre et sur porcelaine, par la gravure et la vitrification.

Gravure des tableaux cristallins avec emploi de réserves. — L'application de la méthode ordinaire de gravure par l'acide fluorhydrique a d'abord fixé mon attention. La réserve dont je me suis servi consiste en une dissolution alcoolique de gomme laque ou de toute autre matière résineuse. Je recouvre de ce vernis mes cristallisations, et, lorsque la couche résineuse est bien affermie, je plonge la lame de verre couverte de fleurages dans l'eau, qui dissout les cristaux présentant une certaine épaisseur, et déplace l'enduit résineux des points que ces cristaux occupaient, tandis que l'enduit reste fixement adhérent dans les parties où il n'y avait pas de cristaux, et où ces derniers ne présentaient pas une épaisseur suffisante pour être atteints par l'eau.

Après ce lavage, les feuilles de verre sont soumises à l'action de l'acide fluorhydrique gazeux; la configuration des cristaux se trouve ainsi nettement reproduite.

En substituant l'acide nitrique à l'acide fluorhydrique, et des feuilles métalliques aux feuilles de verre, on peut, par la même méthode, reproduire les dessins cristallins sur cuivre ou sur acier.

Gravure par décomposition d'un fluorure. — A cette première méthode j'ai bientôt substitué un procédé plus expéditif, basé sur la décomposition par l'acide sulfhydrique des fluorures métalliques susceptibles de produire des sulfures insolubles.

A cet effet, je produis mes cristallisations avec une dissolution de sulfate de magnésie tenant en suspension du fluorure de cuivre ou de zinc, et je soumets ensuite la feuille de verre couverte de fleurages à un courant d'acide sulfhydrique. Il arrive dans ces circonstances, surtout quand on élève la température, que le fluorure de cuivre ou de zinc se trouve transformé en sulfure et que le verre est attaqué sur tous les points où était déposé le fluorure.

Par ce procédé, la gravure manque quelquefois de netteté, par suite de la répartition inégale et de l'empâtement du fluorure dans le dessin cristallisé; aussi réussit-il mieux lorsque les fluorures sont appliqués directement au pinceau, après avoir été délayés dans une légère eau de gomme.

Je suis arrivé à des résultats plus prompts, et surtout plus économiques, en substituant l'acide sulfurique concentré à l'acide sulfhydrique pour déterminer le déplacement de l'acide fluorhydrique du fluorure de cuivre engagé dans des cristallisations anormales, ou mieux, de ce fluorure appliqué directement sur verre au pinceau ou à l'aide de feuilles de cuivre découpées, ou enfin par impression sur papier et décalque. Il suffit de plonger le verre, recouvert de dessins formés avec ce fluorure, dans de l'acide sulfurique concentré et à froid, pour que, au bout d'une heure, la place occupée par ce fluorure se trouve gravée assez profondément.

Gravure par l'action directe du gaz fluorhydrique sur les tableaux cristallins. — Le dernier procédé si simple, lorsqu'il est appliqué à la gravure en général, ne m'avait cependant pas permis, plus que le précédent, de reproduire les cristallisations anormales avec toute la netteté désirable, lorsque enfin je suis arrivé pour cette reproduction à des résultats inespérés, en soumettant directement et sans préparation tous les dessins cristallins sur verre à la vapeur d'acide fluorhydrique. Cette méthode, restreinte à la reproduction des dessins cristallins, donne des résultats infiniment plus beaux que ceux produits par les procédés que je viens de décrire, qui ont par contre le grand avantage de s'appliquer à la gravure sur verre en général [1].

Vitrification. — Pour compléter mon cadre d'essais, il me restait à fixer par la vitrification les dessins cristallins. A cet effet, j'ai ajouté aux dissolutions salines mêlées d'un peu de gomme des oxydes métalliques vitrifiables, en employant de préférence des dissolutions de sels susceptibles de se vitrifier eux-mêmes au contact du verre. J'ai produit des dessins cristallins sur verre avec une dissolution de sulfate de zinc épaissie par du chromate de plomb; j'ai soumis le tout à la chaleur d'un moufle qui sert à la peinture sur verre par vitrification, et j'ai obtenu le dessin cristallin marqué en relief avec une nuance verdâtre donnée par l'oxyde de chrome. Les détails les plus mi-

1. — M. Bingham, dont j'ai eu occasion de signaler le concours éclairé dans ces recherches, a eu l'heureuse idée d'argenter par la voie humide quelques feuilles de verre qui avaient reçu par ce mode de gravure des dessins cristallins variés. Cela m'a permis de présenter à la Société ces dessins offrant l'aspect de l'argent niellé.

nutieux du dessin primitif se sont trouvés reproduits avec une admirable perfection.

Ce résultat acquis, j'ai varié mes expériences; j'ai formé mes dessins au moyen de dissolutions de nitrate de potasse et de nitrate de plomb épaissies par la gomme et contenant en suspension des émaux pulvérisés colorés par des oxydes d'étain, de cuivre, de cobalt, de manganèse, etc., et j'ai obtenu, de même que dans l'essai précédent, les résultats les plus satisfaisants. Ma méthode de reproduction admet l'emploi de tous les émaux, pourvu qu'ils soient très-finement pulvérisés. Pour les dessins cristallins où l'on fait intervenir la gomme, il est utile d'ajouter un peu de nitrate de potasse ou de nitrate de plomb, afin de détruire toute matière charbonneuse. Indépendamment des oxydes colorants insolubles ou engagés dans des émaux, on peut faire entrer dans les cristallisations le cobalt, le cuivre, le fer, l'argent, l'antimoine, et ce à l'état de sel soluble que l'on mêle au sel cristallisable en quantité plus ou moins grande selon l'intensité de couleur que l'on désire obtenir.

Non-seulement le verre, mais aussi la porcelaine, la faïence, le fer lui-même couvert d'un vernis vitreux, peuvent recevoir par vitrification les dessins cristallins; il suffit de graduer la fusibilité des vitrifications à superposer. C'est là une précaution à laquelle tous les décorateurs sur verre ou sur porcelaine sont parfaitement habitués.

La décoration nouvelle trouvera d'ailleurs dans le borax, dans le salpêtre, dans les verres très-fusibles, des ressources suffisantes pour résoudre les problèmes qui peuvent se présenter dans la pratique.

Quoique je n'aie pu encore que jeter les bases de l'industrie à fonder, je puis cependant déjà placer sous les yeux de la Société quelques résultats qui lui permettront d'apprécier le degré de perfection dont ce genre de décor est susceptible.

Déjà les effets de l'entraînement des émaux dans la cristallisation se trouvent démontrés par ce fait, observé d'ancienne date par les peintres sur verre : c'est que lorsque les émaux pulvérisés sont appliqués à l'eau, et lorsque, par l'effet du froid, cette eau vient à se congeler, les matières vitrifiables sont entraînées dans la cristallisation, de même que cela a lieu dans mes expériences sur l'action des sels cristallisables, de sorte que si la dessiccation des feuilles ainsi couvertes de poudre d'émail est convenablement ménagée, le dessin de la glace peut être vitrifié par la cuisson.

La quatrième partie de ce travail sera spécialement consacrée à la force cristallogénique qui amène la congélation de l'eau en couches minces, tant de l'eau claire que de l'eau tenant en suspension des corps solides. Elle comprendra, en outre, l'étude des modifications profondes qui se produisent dans la cristallisation de certaines substances salines, lorsque cette cristallisation a lieu sous l'influence des basses températures.

QUATRIÈME PARTIE.

Influence des basses températures.

La quatrième partie de ce travail concerne spécialement l'étude de la congélation de l'eau et les modifications qui se produisent dans la cristallisation de certaines substances salines lorsque cette cristallisation a lieu sous l'influence des basses températures.

J'ai déjà eu l'honneur de présenter à la Société quelques considérations sur la succession des phénomènes qu'on observe lors de la congélation de l'eau à la surface des vitres, et j'ai démontré que cette congélation est le résultat d'effets successifs produits au fur et à mesure que l'eau de l'atmosphère s'y dépose par condensation.

Au début, ce dépôt est un peu influencé par l'état de la surface des vitres, comme cela a lieu pour la condensation des vapeurs mercurielles sur les plaques dangueriennes anciennement en usage, ou la condensation de la vapeur d'eau sur les glaces dans les images de Moser.

Le dessin cristallin se complète ensuite graduellement et amène la formation de ces fleurages si variés et souvent si inattendus qui se proportionnent à l'étendue du cadre qui leur est offert.

Des effets analogues peuvent être produits en appliquant de l'eau en couches minces sur des feuilles de verre ou de métal préalablement bien dégraissées avec un peu de dissolution de potasse caustique, en les exposant au grand froid dans une position horizontale.

Ces dessins cristallins, comme ceux des substances salines, peuvent entraîner dans leur formation des corps solides finement pulvérisés, lesquels restent à la place où le mouvement de la cristallisation les a déposés, si l'on a soin de laisser les fleurages se dessécher lentement à l'air froid ou à une température graduée. Il en résulte que si ces corps sont des émaux diversement colorés, on peut fixer les fleurages de la gelée des vitres en toute couleur, par l'action de la chaleur des fours à moufle en usage dans la peinture sur verre.

Les dessins de la congélation de l'eau sur les vitres ou sur des plaques métalliques peuvent ensuite être facilement reproduits par les méthodes déjà indiquées, soit par la photographie, soit par la gravure. Des planches de plomb ou de cuivre peuvent être obtenues par la seule pression de puissants laminoirs, en ayant soin d'opérer à la température de quelques degrés au-dessous de zéro.

En répétant par un froid de 8 à 10 degrés un grand nombre de mes expériences sur la cristallisation anormale des substances salines, j'ai constaté une particularité remarquable, c'est que, pour la plupart de ces substances, la configuration des dessins était très-différente de ce qu'elle était en opérant à la température ordinaire, et que, par exemple, la dissolution du nitrate de potasse épaissie par de la gomme, qui donne habituellement des tableaux cristallins formés d'un assemblage de longues aiguilles déliées et parallèles, a donné, à ces basses températures, des bouquets et aigrettes détachés, à lignes contournées d'une manière très-gracieuse et d'une finesse inimitable.

J'ai remarqué encore que le sulfate de zinc cristallisait dans ces circonstances avec plus de lenteur que la plupart des autres sels.

Il convient d'attribuer ces modifications dans la configuration des tableaux cristallins à la formation de composés plus hydratés que ceux obtenus à la température ordinaire et même à la formation d'hydrates par les sels qui, comme le nitrate de potasse, cristallisent habituellement à l'état anhydre.

Nous avons des exemples assez nombreux où les sels retiennent dans leur cristallisation des quantités d'eau variables selon la température à laquelle cette cristallisation a lieu. Les exemples où des sels habituellement anhydres s'associent à de l'eau de cristallisation sont moins nombreux.

M. Mitscherlich a constaté qu'une dissolution de chlorure de sodium a donné, à une température de — 10 degrés, des cristaux prismatiques contenant 4 équivalents d'eau et possédant la propriété de se liquéfier déjà à quelques degrés au-dessous de zéro et laissant déposer une masse demi-pulvérulente de petits cubes.

Ce savant a observé en outre qu'une couche mince de dissolution faible de sel marin donne, à une température de — 15 degrés, des tables hexagonales transparentes qui se transforment aussi plus tard en cubes [1].

M. Marignac a signalé l'existence des carbonates neutres de magnésie, l'un avec 3 et un autre avec 4 équivalents d'eau; et

1. — *Handbuch der anorganischen Chemie*, von L. Gmelin, vol. II, p. 125.

enfin M. Pelouze, dans une récente communication à l'Académie, a démontré que le carbonate de chaux pouvait cristalliser avec 6 équivalents d'eau lorsqu'il se dépose de ses dissolutions ou qu'il résulte de quelque réaction chimique à une température de 0 ou de 1 à 2 degrés au-dessus de la glace fondante. En général, la cristallisation à basse température favorise la fixation d'une certaine quantité d'eau, et les sels se déposent à l'état anhydre lorsqu'on arrive à des températures élevées.

Ce qui démontre que les modifications des fleurages cristallins que je produis à une température inférieure à zéro sont dues à la fixation dans les cristaux d'une quantité variable d'eau, alors même que dans les circonstances ordinaires ce sont des sels anhydres qui cristallisent, c'est qu'au fur et à mesure que la température s'élève au-dessus de zéro, ces cristaux disparaissent et se fondent dans leur eau de cristallisation; c'est ce qui arrive même pour le salpêtre, le nitrate de plomb et les autres sels qui sont anhydres dans les conditions ordinaires de leur cristallisation.

Mes tableaux cristallins obtenus à basses températures ne peuvent se conserver qu'autant qu'on les laisse sécher à l'air froid et en restant toujours au-dessous de zéro ; et, dans ce cas encore, on remarque quelquefois, surtout pour le nitrate de plomb, les sulfates de fer, de cuivre ou de zinc, l'alun, le bichromate de potasse, etc., qu'au milieu d'une cristallisation *surhydratée* il se produit pendant la dessiccation de remarquables modifications dans le dessin obtenu par la formation de sels anhydres, lorsque la cristallisation a eu lieu avec des sels habituellement anhydres, ou des sels dans les conditions ordinaires d'hydratation, lesquels naissent spontanément et produisent les accidents les plus variés, des bouquets détachés, souvent très-gracieux, sur les tableaux cristallins.

On peut aussi faire cristalliser en masse les sels surhydratés en exposant leurs dissolutions aqueuses plus ou moins affaiblies à un froid de 10 à 15 degrés. Dans tous mes essais, pour lesquels j'ai eu recours le plus souvent à des mélanges frigorifiques, toute l'eau qui tenait les sels en dissolution a été entraînée dans la cristallisation. Les cristaux surhydratés, dont quelques-uns, et en particulier le sulfate de zinc, sont très-remarquables par la netteté de leur forme et par leur volume considérable, se fondent dans leur eau de cristallisation aussitôt que l'intensité du froid diminue, et cela a lieu en général d'autant plus facilement que la proportion d'eau qui est entrée dans leur constitution est plus considérable.

Cette circonstance ne m'a toutefois pas empêché de pouvoir fixer mes configurations cristallines anormales sur plaques de verre ou de métal, en ayant la précaution de laisser les dessins se raffermir et se dessécher à une basse température. C'est ainsi que, pendant les grands froids de l hiver dernier, j'ai pu réunir une grande variété de tableaux cristallins en soumettant à la gelée des dissolutions salines transparentes ou des dissolutions contenant des corps solides en suspension.

Dans le cours de ces expériences, j'ai pu constater un fait des plus intéressants.

Des feuilles de verre couvertes de dissolutions de sulfate de zinc épaissies par de la gomme avaient été exposées à l'air libre dont la température était de 8 à 10 degrés au-dessous de zéro, et qui charriait de temps à autre des cristaux de neige. Une certaine quantité de ces cristaux s'étant déposés sur les feuilles de verre pendant la cristallisation, leur présence a été rendue visible, après la dessiccation du tableau cristallin à l'air froid, par un espace vide et transparent présentant, au milieu de la couche cristalline du sulfate de zinc opaque ou translucide, la configuration étoilée et bien connue des cristaux de neige. Mais, pour le plus grand nombre de ces cristaux, le sulfate de zinc s'est substitué à l'eau par une sorte de pseudomorphose, et les cristaux de sulfate de zinc ainsi produits se distinguaient du reste de la masse cristalline par la netteté de leur forme présentant tous les caractères physiques des cristaux de neige, ainsi d'ailleurs que la Société peut s'en assurer par les quelques tableaux cristallins que j'ai l'honneur de placer sous ses yeux.

Cet exemple de pseudomorphose est, je pense, une véritable anomalie pour les cristallographes. Le sulfate de magnésie, qui, par sa forme cristalline, présente quelques analogies avec le sulfate de zinc, ne m'a pas permis d'observer la même particularité; à plus forte raison rien de pareil n'a pu être observé en substituant au sulfate de zinc le sulfate et le carbonate de soude ou les sulfates de cuivre et de fer.

J'ai dû remettre à l'hiver prochain de poursuivre mes expériences tendant à établir si les cristaux surhydratés obtenus à de très-basses températures constituent des composés à proportions déterminées, comme cela a lieu pour les cristallisations aux températures ordinaires, et si les sels plus ou moins hydratés affectent des formes constantes, comme le laisseraient présumer les faits consignés par M. Mitscherlich pour le chlorure de sodium.

Il m'est impossible, dans l'état actuel de mes recherches, de rien préciser à cet égard. On comprend d'ailleurs tout ce que ces recherches présentent de difficultés dans leur exécution, et alors même qu'il serait possible d'établir qu'à des points déterminés de température et de densité, des dissolutions des hydrates à proportions définies peuvent se constituer, il faudra encore admettre forcément que tous ces hydrates peuvent se confondre et entrer en toute proportion dans un même cristal.

On ne saurait se refuser à l'évidence de cette proposition, car j'ai obtenu à une température de 10 et 15 degrés au-dessus de zéro, et avec des dissolutions plus ou moins concentrées, des cristaux où l'eau se trouvait dans des proportions qu'on pouvait faire varier à volonté.

Le sulfate de zinc, qui contient habituellement 44,70 pour

100 d'eau de cristallisation, m'a donné des cristaux où l'analyse a constaté 71,74 pour 100 d'eau, et l'eau mère de ces cristaux, séparés en temps utile et avant que tout fût solidifié, m'a donné ensuite des cristaux de surhydrate contenant 75,50 pour 100 d'eau.

Du sulfate de fer, contenant normalement 45,60 d'eau m'a onné des sels qui en ont contenu 74.60 pour 100, et les sels d'eau mère en ont contenu 77,10; pour du sulfate de cuivre, où la quantité normale d'eau d'hydratation est de 24,30, la quantité d'eau s'est élevée, dans les sels surhydratés, à 86.10, et l'eau mère de ces sels, par un plus grand abaissement de température, m'en a donné 90,40 pour 100; le sulfate de soude, qui cristallise habituellement avec 56 pour 100 d'eau, en a fixé 78 parties pour 100 de sel surhydraté, et l'eau mère de ce sel a donné des cristaux contenant 81,20 pour 100 d'eau.

Dans d'autres essais faits à une température de 15 degrés, j'ai obtenu des cristaux d'alun avec 82,50 pour 100 d'eau, des cristaux de nitrate de plomb avec 70,40 pour 100 d'eau; du nitrate de potasse contenant 87,50 pour 100 d'eau; du nitrate de soude qui en contenait 90,90, enfin du chlorure de sodium a cristallisé avec 86,40 d'eau. Tous ces faits ne permettent pas de généraliser le fait que M. Mitscherlich a énoncé, et qui concerne deux points distincts de la cristallisation du chlorure de sodium; mais il n'en reste pas moins acquis à la science qu'avec la proportion d'eau la forme des cristaux hydratés s'est modifiée.

D'un autre côté, la détermination de la forme des cristaux ne peut avoir lieu que pendant un grand abaissement de la température de l'air, car on ne saurait, sans de grandes difficultés pour des observations de ce genre, avoir recours à des moyens artificiels de refroidissement.

Mes appréciations ne se sont d'ailleurs pas bornées aux matières salines; j'ai constaté que le sucre, l'acide oxalique et la plupart des matières organiques cristallisables et solubles dans l'eau peuvent aussi s'associer en cristallisant à des quantités d'eau indéterminées ou, en d'autres termes, peuvent être entraînés dans la congélation de l'eau en imprimant à la glace produite leurs dispositions particulières à affecter en cristallisant des formes déterminées. J'ai également étendu mes expériences à d'autres dissolvants, mais je suis aussi conduit à retarder jusqu'à l'hiver prochain de compléter mes observations sur ce point.

CINQUIÈME PARTIE.

Cristallisations artificielles de matières minérales et de métaux par voie humide.

Cette cinquième partie de mon travail devait comprendre des considérations sur la cristallisation des dissolutions sursaturées. Quelques faits me semblaient devoir faire admettre que, pour déterminer ces cristallisations, il n'est pas indispensable de faire intervenir une petite quantité de la matière saline de même nature que celle contenue dans ces dissolutions, conformément aux opinions émises récemment par MM. Viollette et Gernez; mais les précautions dont il faut s'entourer pour ces sortes d'expériences me font remettre ces considérations à la dernière partie de ce travail.

Ainsi il s'agit pour se prononcer sans réserve de bien constater qu'en écartant tout contact de l'air dans le lavage de la limaille de fer, cette dernière ne cesse pas d'agir sur les dissolutions sursaturées, et que, lorsqu'on fait traverser par un courant d'hydrogène une couche d'huile protégeant du contact de l'air, une dissolution sursaturée de sulfate de soude, l'huile, par son frottement contre les parois du col du ballon dans lequel l'expérience a lieu, peut en détacher des parcelles imperceptibles de sulfate de soude.

En ajournant la publication de mes considérations sur ces points délicats, j'ai voulu rendre hommage aux travaux poursuivis avec une rare persévérance par MM. Viollette et Gernez.

J'ai cherché à démontrer que les molécules des corps, bien que produites à l'état amorphe, ou de cristaux microscopiques, pouvaient, sous l'influence d'une humidité constante et du repos, se rapprocher et se souder, de manière à affecter la forme de gros cristaux. Cette tendance des corps à se constituer à l'état cristallin est énergique, surtout au moment où ils sont, en quelque sorte, à l'état naissant, soit qu'ils prennent l'état solide, par la concentration des liquides qui les contiennent en dissolution, soit qu'ils affectent cet état à la suite de réactions chimiques qui leur donnent naissance. On sait que dans ce dernier cas, si la réaction qui leur donne naissance est brusque, les corps solides se séparent généralement à l'état amorphe, à l'état de précipité : si cette réaction est lente, ils cristallisent. Dans un travail fait en 1856, j'ai démontré qu'on pouvait obtenir artificiellement de fort belles cristallisations, en faisant réagir l'un sur l'autre deux liquides séparés par une paroi de poterie poreuse, ou en interposant entre eux une couche mince d'un autre corps poreux tel que l'amiante, ou un disque très-mince en liége, et enfin j'ai démontré que, si les deux liquides réagissants sont de densité différente, il suffisait de les superposer avec quelque précaution, pour que le précipité, produit au contact immédiat, déterminât lui-même une couche poreuse, au travers de laquelle les réactions pussent se continuer. Dans ces circonstances il se forme un échange entre les principes constitutifs des liquides réagissants, et les produits de la réaction qui se constituent à l'état solide, prennent l'état cristallin. C'est ainsi, notamment, qu'avec de l'acide chlorhydrique et de l'acétate de plomb, j'ai obtenu de magnifiques cristaux de chlorure de plomb.

J'ai constaté depuis que l'on pouvait plus facilement obtenir les réactions en question, en faisant intervenir l'un des corps réagissants à l'état cristallin. Ainsi, en plongeant des cristaux de carbonate de soude dans une dissolution de sulfate de cuivre, il se produit d'abord, à la surface du cristal de carbonate de soude, une couche de carbonate de cuivre précipité et qui se raffermit peu à peu, en prenant la forme extérieure du cristal de carbonate de soude; bientôt, la réaction entre les deux sels se continuant de proche en proche, toute la masse du carbonate de soude disparaît successivement et se change en sulfate de soude, dont la dissolution vient se substituer à celle du sulfate de cuivre. Le cuivre carbonaté, produit lentement, vient tapisser l'intérieur de l'enveloppe de carbonate amorphe, en constituant une véritable géode artificielle. Par ce procédé j'ai obtenu des cristaux de deux modifications du carbonate de cuivre hydraté, l'une bleue et l'autre verte; ces cristaux correspondent, par leur couleur, à l'azurite et à la malachite, mais ils paraissent contenir des quantités d'eau plus considérables que ces produits naturels.

Un cristal de carbonate de soude, plongé dans une dissolution de sulfate de nickel, m'a donné une géode formée de carbonate bleu de nickel amorphe, tapissée à l'intérieur de cristaux de carbonate bleu et d'un carbonate vert émeraude.

Un cristal de carbonate de soude plongé dans une dissolution de nitrate de cobalt m'a donné une géode tapissée à l'intérieur de superbes cristaux de carbonate de cobalt d'un rouge de rubis.

La plupart des réactions qui donnent naissance à des corps susceptibles de cristalliser donnent dans ces circonstances des résultats analogues; ainsi je suis parvenu à obtenir, avec de l'acétate de cuivre cristallisé et une dissolution de silicate de de potasse, du silicate de cuivre vert fibreux et d'un aspect satiné. Souvent les cristaux d'un des corps réagissants, s'ils sont anhydres, sont transformés par épigénie. Tel est le carbonate de plomb natif, qui, étant plongé dans une dissolution de sulfure de potassium, passe à l'état de sulfure de plomb, en conservant la forme du carbonate; tel est encore le nitrate d'argent transformé en sulfure et en chlorure d'argent par le contact prolongé de cristaux de ce nitrate avec une dissolution de sulfure de potassium ou avec de l'acide chlorhydrique.

Il arrive aussi que le corps qui se produit ainsi lentement prend l'aspect des masses mamelonnées et compactes, que présentent dans la nature le plomb gomme et le chlorure d'argent corné.

J'ai produit artificiellement ce dernier composé en interposant un corps poreux entre une dissolution de nitrate d'argent contenue dans un ballon et un bain d'acide chlorhydrique [1]. Le chlorure d'argent, après avoir produit une couche poreuse au point de contact des deux liquides, a donné lieu à une arborisation très-remarquable de chlorure d'argent, en tout semblable à l'argent corné. Si l'on envisage d'un côté que, dans la nature, le chlorure d'argent accompagne souvent l'argent natif, et si l'on considère d'un autre côté la facilité avec laquelle l'hydrogène naissant réduit le chlorure d'argent, on est porté à attribuer à la préexistence d'un chlorure et à sa réduction la formation d'une partie de l'argent natif. Cette opinion s'est fortifiée chez moi en voyant l'état rubané remarquable et entièrement analogue à celui qu'affecte mon chlorure artificiel, que présentent des échantillons d'argent natif compris dans une collection de minerais du Mexique que je dois à la libéralité de S. Exc. le Maréchal Forey, et, en particulier, dans une collection spéciale des minerais de la mine de la Quebradilla (Zacatecas), rapportée par M. Roussel, capitaine d'état-major, chef du service topographique du corps expéditionnaire, et dont cet habile officier a bien voulu me gratifier.

La force qui par de simples vibrations amène les métaux à

1.— *Comptes-rendus de l'Académie des Sciences*, séance du 25 février 1856.

l'état cristallin, peut se développer sous l'influence seule de l'eau et d'acides exerçant une action énergique sur eux, et cette force est surtout rendue manifeste lorsqu'elle s'exerce sur les alliages, soit qu'elle amène des changements dans le rapport de leurs principes constitutifs, soit qu'elle donne lieu seulement à une modification dans leur état physique. Voici un fait à l'appui de cette opinion. Dans la construction d'une petite chambre de plomb à usage de fabrication d'acide sulfurique, on avait employé, pour une des parois latérales, du plomb de refonte qui contenait 1,60 pour 100 d'étain provenant de la soudure restée attachée au plomb refondu. Cette chambre était une des premières d'une batterie de six chambres et recevait par un filet continu l'acide nitrique destiné à réagir sur la vapeur sulfureuse. Or, il est arrivé qu'après quatre années de service, alors que le plomb vierge qui avait servi à construire les autres côtés de la chambre se trouvait presque intact, le plomb chargé d'étain a été profondément corrodé, partout où il a eu le contact des vapeurs, et qu'indépendamment de cet amincissement ce plomb est devenu très-cassant et cristallisé dans toute son épaisseur.

L'analyse, qui avait d'abord fixé la quantité d'étain à 1,60 pour 100, a donné, après l'altération, 1,90 pour 100.

Ainsi, la cristallisation du plomb ainsi allié a été déterminée par l'action de l'eau et des acides, et la présence de l'étain doit avoir été une cause déterminante de ce nouvel arrangement moléculaire et de cette rapide altération.

La publication de ce fait me paraît présenter quelque intérêt pour les manufacturiers, surtout en présence de l'opinion récemment émise, que le plomb, lorsqu'il est allié en petite proportion avec quelques autres métaux résiste mieux à l'action des acides.

Voici quelques exemples remarquables de la cristallisation des métaux et des métalloïdes par voie humide :

A. J'ai constaté d'ancienne date que du sulfure d'arsenic en dissolution dans l'ammoniaque laissait, après quelques mois de contact, déposer de l'arsenic avec son aspect cristallin et son éclat métallique. Il y a là désoxydation d'une partie du métalloïde pour constituer du sulfate et de l'arséniate d'ammoniaque.

B. Si l'on plonge un cristal de sulfate de cuivre dans une dissolution de polysulfure de potassium, ce cristal se couvre bientôt d'une enveloppe de sulfure de cuivre, sur laquelle viennent se déposer de beaux cristaux rhomboédriques de soufre.

C. Si l'on plonge dans une dissolution de monosulfure de potassium des cristaux de protochlorure de mercure Hg^2Cl, obtenus par sublimation, le chlorure se transforme en quelques jours en cinabre cristallisé d'un beau rouge grenat, et la moitié du mercure se trouve déplacée. Cela s'explique par le peu de stabilité du sous-sulfure de mercure Hg^2S.

D. J'ai obtenu de l'or en belles paillettes cristallines, en plaçant du chlorure d'or contenu dans un vase poreux au milieu d'une dissolution de sulfate de protoxyde de fer, d'hyposulfite de soude ou d'acide oxalique.

E. Enfin, je citerai un dernier exemple de cristallisation métallique par la voie humide, et c'est sans contredit le fait le plus curieux de tous ceux que je viens d'énumérer.

J'ai plongé de gros cristaux de sulfate de cuivre dans une dissolution de monosulfure de potassium, et j'ai abandonné le tout au repos pendant dix jours. Au bout de ce temps, la surface extérieure du cristal de sulfate était transformée en sulfure, lequel présentait exactement la configuration extérieure du cristal primitif. En brisant le cristal ainsi modifié je me suis aperçu que l'enveloppe épaisse du sulfure de cuivre présentait, à la surface de sa paroi intérieure, un aspect cristallin bien déterminé, et qu'au-dessus de cette couche cristalline de sulfure il s'était formé une masse, variable dans son épaisseur, de cuivre métallique cristallisé en beaux octaèdres. Le centre du cristal était occupé par du sulfate de cuivre encore intact, mais entre ce sulfate et le cuivre métallique il s'était formé une quantité considérable d'un sel double de sulfate de cuivre et de potasse. C'est un sel hydraté d'un bleu clair et cristallisé en cubes. Sa composition, d'après l'analyse que j'en ai faite, est représenté par la formule.

$$KO, CuO, 2SO^3 + 6HO.$$

L'explication de la formation du sulfure de cuivre de ce sulfate double ne présente aucune difficulté, mais il n'en est pas de même de la formation du cuivre métallique.

Voici toutefois comment cette production inattendue m'a paru pouvoir se justifier. On sait avec quelle facilité les sels de cuivre, en général, sont réduits et que le contact prolongé de quelque matière organique suffit pour opérer cette réduction. Ainsi, dans l'encre, il se trouve souvent un dépôt de cristaux microscopiques de cuivre, lorsque dans la fabrication de cette encre il est entré du sulfate de cuivre et de la décoction de bois de campêche. On sait encore que le sucre opère cette réduction avec une extrême facilité, et, d'un autre côté, qu'il suffit d'abandonner un bâton de phosphore dans une dissolution de sulfate de cuivre, pour le voir, après quelque temps, enveloppé d'un fourreau de cuivre cristallisé.

En parcourant récemment les beaux établissements industriels et les exploitations minérales de MM. Perret, de Lyon, il m'a été signalé, par ces ingénieux manufacturiers, un fait très-intéressant : c'est que, en asséchant une ancienne galerie envahie depuis quelque temps par des eaux chargées de sulfate de cuivre et de sulfate de fer, marquant 6 à 8 degrés à l'aréomètre de Baumé, on avait rencontré, attachées à des fragments de bois qui avaient servi au soutènement du toit de la galerie et engagées dans des débris de pierres formant le sol de la galerie, des couches assez épaisses de cuivre métallique. Des échantillons recueillis me furent remis : ils présentent, comme la Société peut s'en assurer, des grappes formées d'un ensemble de cristaux octaédriques et très-volumineux.

Les débris de bois avaient agi sans doute par réduction sur la dissolution cuivreuse. Des gaz réducteurs développés dans ces galeries avaient pu agir de leur côté [1].

J'ai aussi signalé cette propriété désoxydante du bois, lorsqu'il est en contact avec du sesquioxyde de fer, dans un travail sur l'altération du bois de bordage des navires, par les clous et les chevilles en fer. On sait d'ailleurs que, dans les eaux stagnantes, le sulfate de fer est facilement transformé en sulfure, et que des grappes cristallines de pyrite s'attachent souvent aux touffes de roseaux qui croissent dans les eaux. On a pu lire dans les journaux allemands qu'un voyageur qui avait disparu dans l'intérieur d'une mine, noyé dans des eaux chargées de sulfate de fer, a été retrouvé quelques années après, et que son cadavre était recouvert, par suite de son long séjour dans la dissolution ferrugineuse, d'une couche de sulfure de fer cristallisé.

En ce qui concerne la formation du cuivre métallique par l'actiondu sulfure de potassium sur un cristal de sulfate de cuivre, il me paraît présumable que ce que peuvent produire directement les corps réducteurs par leur contact immédiat a pu aussi se produire à travers la couche poreuse du sulfure de cuivre, par l'action désoxydante du sulfure de potassium et de l'hyposulfite de potasse, dont se charge ce sulfure, lorsque sa dissolution s'est trouvée exposée pendant quelque temps au contact de l'air.

Je crois donc qu'il convient d'assigner la formation des cristaux de cuivre observés, dans cette dernière circonstance, à une cause analogue à celle qui produit l'argenture et la dorure par

1. M. Clément Désormes avait déjà constaté que dans la fabrication du sulfate de cuivre cristallisé, il pouvait se produire des cristaux de cuivre contre les parois des cuves en bois.

la voie humide au moyen de corps réducteurs; enfin, aux réactions que les matières organiques exercent sur les sels de cuivre et les sels de fer, et qui donnent lieu à la formation de cuivre natif et de pyrites de fer.

SUR LES PHOSPHATES DE THALLIUM

PAR M. LAMY,

Membre résidant.

SÉANCES DU 17 MARS 1865.

Dans un mémoire que j'ai eu l'honneur de présenter à la Société en novembre 1862 [1], j'ai dit que le thallium formait avec l'acide phosphorique un phosphate soluble, et que cette propriété s'ajoutait, pour les fortifier, à toutes les raisons qui m'avaient conduit à placer le nouveau métal plus près du potassium que du plomb. M. Crookes, qui a répété une partie de mes expériences [2], a contesté l'exactitude de ce fait, en prétendant que le phosphate de thallium était très-peu soluble, trois fois moins environ, à 100°, que le protochlorure, et a tiré de son observation une conséquence directement opposée à la mienne.

Bien que je fusse certain d'avoir obtenu un phosphate de thallium très-soluble, j'ai cru néanmoins devoir reprendre l'étude de ce corps, en variant les conditions de sa préparation ; et les recherches auxquelles je me suis livré ont non-seulement confirmé mes premières indications, mais m'ont conduit à des résultats nouveaux, que j'ai l'honneur de faire connaître à la Société dans ce Mémoire.

1.— *Ann. de Physique et Chimie*, t. LXVII, et *Mém. de la Société Imp. des Sciences de Lille*, t. IX, 2e série, 1862.

2.— Vol. II, série II. *Journ. of the Chemical society. On thallium.* 1864.

Le thallium forme avec l'acide phosphorique non pas un, mais plusieurs phosphates, la plupart très-solubles, et pour le moins aussi variés dans leur composition et leurs propriétés que les composés correspondants des métaux alcalins.

J'ai en effet obtenu :

Un phosphate neutre . . $PhO^5, 2TlO, HO + HO$.
Un phosphate acide. . . $PhO^5, TlO, 2HO$.
Un phosphote basique . . $PhO^5, 3TlO$.
Un pyrophosphate neutre. $PhO^5, 2TlO$.
Un pyrophosphate acide . PhO^5, TlO, HO.
Enfin un métaphosphate . PhO^5, TlO.

Caractères généraux. — Tous ces sels sont blancs, la plupart très-solubles dans l'eau, insolubles dans l'alcool, et peuvent être obtenus plus ou moins facilement à l'état cristallin. Ils se distinguent aisément des phosphates de tous les autres métaux alcalins. D'abord, à cause de l'insolubilité du protochlorure de thallium, ils précipitent tous en blanc par l'acide chlorhydrique. Ensuite, et la réaction est remarquable, tous, excepté le métaphosphate, précipitent en blanc par l'acide azotique, pourvu que leurs solutions ne soient ni chaudes ni trop étendues. Ce précipité, qui ne paraît être que du nitrate de thallium, se dissout aisément à chaud, et cristallise très-bien par refroidissement de la liqueur. Enfin un autre caractère générique, c'est que les phosphates et les pyrophosphates de thallium donnent avec les alcalis un précipité blanc de phosphate basique très-peu soluble, tandis qu'ils ne précipitent pas par les carbonates alcalins, ni même par les alcalis en présence des carbonates.

Phosphate de thallium neutre. — $Ph^5O, 2TlO, HO + HO$. On obtient ce composé en saturant à la température de l'ébullition de l'acide phosphorique ordinaire par du carbonate de thallium.

C'est ce sel que j'avais préparé il y a deux ans et demi et dont il est question dans le mémoire cité plus haut. Il est insoluble dans l'alcool, mais tellement soluble dans l'eau que sa dissolution peut être amenée à l'état de consistance sirupeuse avant de cristalliser, et que pour en obtenir des cristaux bien nets et isolés, il est presque toujours nécessaire de décanter l'excès du liquide au sein duquel ces cristaux ont pris naissance. Il a une réaction légèrement alcaline, comme le phosphate de soude ordinaire. Mais il ne contient qu'un seul équivalent d'eau de cristallisation, lorsqu'il a été desséché à 120° et même fondu à 145°. Vers 170° il se boursouffle et commence à perdre visiblement cette eau. Une température supérieure, voisine du rouge sombre, lui fait perdre en outre un second équivalent d'eau, que l'on doit considérer comme eau de constitution, pour le transformer en une masse vitreuse transparente, très-réfringente, de pyrophosphate de thallium.

Le phosphate neutre de thallium ne coagule pas l'albumine, et précipite le nitrate d'argent en jaune. La liqueur, d'alcaline qu'elle était, est devenue franchement acide. Je dois faire observer toutefois que le précipité n'est bien jaune qu'à la condition de verser un excès de nitrate d'argent.

Une réaction, qui m'a paru fort intéressante, est celle que donne l'acide nitrique. En effet, quelques gouttes de cet acide versées dans une dissolution un peu concentrée du phosphate en question déterminent immédiatement la formation d'un précipité blanc. Celui-ci se redissout très-facilement sous l'influence d'une faible élévation de température; il ne se produit pas d'ailleurs si la dissolution du phosphate est étendue au-delà de 2 à 3 fois son volume d'eau. J'ai pu, sans aucune difficulté, reprendre ce précipité, le laver avec un peu d'eau froide, l'éponger, enfin le redissoudre dans l'eau chaude, et j'ai obtenu un sel présentant tous les caractères du nitrate de thallium. — L'acide nitrique versé dans du phosphate de thallium s'emparerait donc d'une partie de la base de ce sel pour former du nitrate de thallium; mais ce nitrate ne s'unirait pas dans ces circonstances au phosphate en excès pour constituer un nitro-phosphate analogue au nitro-phosphate de plomb, décrit par Gerrhardt (Ann. de Ch. et Phy. tome XXII, 2e série, p. 505.)

Les réactions fournies par le nitrate d'argent indiquaient bien que dans le phosphate neutre de thallium, l'acide phosphorique devait être uni à deux équivalents d'oxyde de thallium et un équivalent d'eau de constitution, de la même manière que dans le phosphate de soude ordinaire; mais elles ne faisaient pas connaître le nombre d'équivalents d'eau de cristallisation. Les déterminations suivantes ne peuvent laisser de doute sur la formule que j'ai donnée plus haut.

	Poids du sel.	Eau trouvée.	Eau calculée.	Différence.
I.	6gr.293	0gr.227	0gr.220	+ 0gr.007
II.	4, 645	0, 165	0, 162	+ 0, 003
III.	8, 985	0, 313	0, 314	— 0, 001

Phosphate neutre anhydre. — $PhO^5 2TlO,HO$. Quelles que soient les précautions que j'aie prises pour saturer parfaitement l'acide phosphorique au moyen d'un excès de carbonate de thallium, par une ébullition plus ou moins soutenue, toujours il s'est produit, au sein de la dissolution du phosphate concentrée, des cristaux qui ne pouvaient plus se redissoudre dans une quantité d'eau relativement considérable, quoique se redissolvant dans l'eau mère où ils avaient pris naissance. Ils diffèrent des cristaux très-solubles qui se forment plus tard, ou simultanément dans la même liqueur, par un équivalent d'eau de cristallisation. En effet, en les desséchant à 120° on a obtenu les résultats suivants dont la précision ne peut pas laisser de doute dans l'esprit :

	Poids du sel.	Eau trouvée.	Eau calculée.	Différence.
$PhO^5,2TlO,HO$		—	—	—
I.	1gr.242	0gr.020	0gr.022	— 0gr.002
II.	3, 705	0, 065	0, 066	— 0, 001
III.	4, 115	0, 071	0, 071	— 0, 000

Ce phosphate possède d'ailleurs les mêmes propriétés chimiques que le phosphate hydraté. Mais il est notablement moins fusible, et surtout beaucoup moins soluble, comme je l'ai dit. En effet, bouilli avec une quantité d'eau considérable, il perd sa transparence et ne se dissout qu'en proportion minime. Au rouge sombre, il abandonne son eau de constitution, et se transforme en un pyrophosphate, qui, par le refroidissement, se prend en une masse opaque et non vitreuse comme le pyrophosphate provenant du phosphate hydraté.

Il n'est pas sans intérêt de remarquer qu'en perdant son eau de cristallisation le phosphate ordinaire perd en même temps sa solubilité. Une semblable propriété a déjà été signalée par nous dans le protoxyde de thallium, lequel devient aussi très-peu soluble en se deshydratant.

Phosphate acide de thallium.— $PhO^5,TlO,2HO$. En ajoutant à l'une des deux variétés du sel précédent de l'acide phosphorique ordinaire jusqu'à ce que la réaction soit franchement acide, on donne naissance au phosphate acide de thallium, qui cristallise avec la plus grande facilité en belles lames d'un éclat nacré. Desséché sous le récipient de la machine pneumatique en présence d'acide sulfurique concentré, ou dans une étuve à 100°, ce sel ne renferme que deux équivalents d'eau de constitution, sans eau de cristallisation. En effet :

1° $2^{gr}.517$ du sel sec ont perdu au rouge sombre,			$0^{gr}.147$
2° 5 »	id.	id.	0, 296

tandis que la composition de $PhO^5,TlO,2HO$ indique pour pertes théoriques . . . . $0^{gr}.150$ et $0^{gr}.292$

Dans le verre, la calcination présente quelques difficultés, parce que, vers la fin de l'opération, il faut chauffer au rouge sombre et que le verre est attaqué par le phosphate en fusion. On évite cet inconvénient en se servant d'un creuset de porcelaine ou de platine.

Le phosphate acide de thallium est très-soluble dans l'eau et insoluble dans l'alcool, comme le phosphate acide de soude. Sa réaction est un peu acide. Il fond à 190° environ et commence à abandonner son eau, en se boursoufflant vers 205°. En maintenant une douzaine de grammes pendant deux heures à une température voisine de 240°, j'ai pu éliminer un équivalent d'eau et obtenir un corps visqueux, très-soluble, qui a offert les réactions caractéristiques du pyrophosphate acide de thallium.

Une chaleur rouge, en chassant toute l'eau du phosphate acide, le transforme en une masse blanche, opaque, extrêmement peu soluble dans l'eau, et qui, d'après ses réactions sur l'albumine et le nitrate d'argent n'est autre chose que du métaphosphate PhO^5,TlO. Enfin le phosphate en dissolution étendue au plus de deux fois son volume d'eau donne un précipité blanc de nitrate de thallium par l'acide nitrique.

Phosphate basique. — $PhO^5,3TlO$. Ce sel peut être préparé, soit en mélangeant deux dissolutions saturées de phosphate ordinaire de soude et de sulfate de thallium, soit et plus facilement en versant un alcali, de l'ammoniaque par exemple, dans l'un des phosphates précédents. Dans les deux cas, le phosphate obtenu par précipitation est blanc, cristallin, d'un aspect généralement soyeux. Dans le second, la réaction paraît devoir être formulée ainsi :

$$2\,(\mathrm{P}h\mathrm{O}^5, 2\,\mathrm{T}l\mathrm{O}, \mathrm{HO}) + \mathrm{Az}\mathrm{H}^3\,\mathrm{HO} =$$
$$= \mathrm{P}h\mathrm{O}^5, 3\,\mathrm{T}l\mathrm{O}^5 + \mathrm{P}h\mathrm{O}^5, \mathrm{T}l\mathrm{O}\,\mathrm{HO}, \mathrm{AzH}^3, \mathrm{HO}\,,$$

en admettant pour le *phosphate ammoniaco-thallique* une composition analogue au phosphate correspondant de soude conn ı sous le nom de sel de phosphore.

Mais la réaction qui s'applique au premier cas n'est pas aussi simple qu'on pourrait le croire *à priori*, telle par exemple que

$$\mathrm{P}h\mathrm{O}^5. 2\,\mathrm{N}a\mathrm{O}, \mathrm{HO} + 24\,\mathrm{HO} + 3\,(\mathrm{SO}^3, \mathrm{T}l\mathrm{O}) =$$
$$= \mathrm{P}h\mathrm{O}^5, 3\,\mathrm{T}l\mathrm{O} + 2\,(\mathrm{SO}^3, \mathrm{N}a\mathrm{O}) + \mathrm{SO}^3, \mathrm{HO} + 24\,\mathrm{HO}$$

ou

$$2\,(\mathrm{P}h\mathrm{O}^5, 2\mathrm{N}a\mathrm{O}, \mathrm{HO}) + 3\,(\mathrm{SO}^3, \mathrm{T}l\mathrm{O}) =$$
$$= \mathrm{P}h\mathrm{O}^5, 3\,\mathrm{T}l\mathrm{O} + \mathrm{P}h\mathrm{O}^5, \mathrm{N}a\mathrm{O}, 2\,\mathrm{HO} + 3\,(\mathrm{SO}^3, \mathrm{N}a\mathrm{O})$$

Car la liqueur, où s'est faite la précipitation du phosphate insoluble de thallium, n'est nullement acide, mais reste plutôt alcaline. En outre, la proportion du phosphate qui se précipite n'est que le tiers environ de la quantité indiquée par la seconde formule. Il y a, non-seulement du phosphate basique qui se dépose, mais encore d'autres phosphates, et très-probablement des phosphates doubles de sodium et de thallium.

Le phosphate basique est anhydre et ne fond qu'au rouge sombre. Fondu, il a l'aspect d'un liquide jaune-rougeâtre, lequel, en se refroidissant, passe au jaune, et finalement se prend en une masse cristalline blanche, dont la densité est représentée par 6,88 à 10°. Il est très-peu soluble, même dans l'eau bouillante et tout-à-fait insoluble dans l'alcool. Sa dissolution aqueuse présente une réaction alcaline et donne avec le nitrate d'argent un faible précipité blanc-jaunâtre, qui devient complètement jaune, quand on fait bouillir le mélange des deux sels, Sa composition déduite des réactions qu'il nous a présentées doit être PhO^5, $3\,TlO$.

A l'appui de cette opinion, nous dirons que nous avons obtenu directement ce phosphate basique, en fondant ensemble, jusqu'à cessation de dégagement gazeux, un équivalent de métaphosphate PhO^5,TlO et deux équivalents de carbonate de thallium. La masse fondue, du poids d'une trentaine de grammes environ a cristallisé avec une telle facilité qu'en décantant l'excès de liquide, vers le commencement de la solidification, on a obtenu une belle géode renfermant des aiguilles de un à deux centimètres de longueur.

Pyrophosphate neutre de thallium. — $PhO^5,2TlO$. Le phosphate neutre hydraté de thallium, chauffé à une température voisine du rouge donne, avons-nous dit, après le dégagement de toute l'eau, une masse vitreuse transparente, qui présente les réactions caractéristiques des pyrophosphates. Cette masse est très-soluble dans l'eau, au point que la dissolution peut être évaporée jusqu'à consistance sirupeuse, et ne cristalliser confusément qu'à la longue. Mais si l'on reprend ces cristaux par l'eau, après avoir séparé l'eau mère, ils se décomposent partiellement en abandonnant une matière blanche qui offre les caractères du phosphate tribasique. On peut essayer de faire cristalliser de nouveau la dissolution limpide résultante, les cristaux obtenus éprouveront une nouvelle décomposition partielle, lorsqu'on essaiera de les redissoudre. Après ces cristallisations et ces redissolutions successives, la liqueur finale ne précipite plus franchement en blanc ; une coloration un peu jaunâtre indique qu'il s'est produit un phosphate tribasique soluble.

Le pyrophosphate qu'on obtient en fondant au rouge le phosphate neutre anhydre $PhO^5 2TlO\,HO$ ne présente plus ni le même aspect, ni tout à fait les mêmes caractères. Il est opaque et d'une structure cristalline. Comme le précédent, il éprouve une décomposition partielle, en se dissolvant dans l'eau : mais il en diffère essentiellement par la facilité avec laquelle il cristallise sous la forme de magnifiques prismes transparents qui paraissent dériver d'un prisme rhomboïdal oblique.

Ces cristaux ne se redissolvent pas non plus sans éprouver une très-légère décomposition partielle, et abandonner du phosphate tribasique. Ils précipitent en blanc par le nitrate d'argent, et la liqueur surnageante est parfaitement neutre, conformément à l'équation :

$$PhO^5 2TlO + 2(AzO^5, AgO) = PhO^5, 2AgO + 2(AzO^5, TlO).$$

Ce pyrophosphate parait retenir un peu d'eau à 100°; car après avoir bien desséché à cette température divers échantillons, j'ai toujours trouvé une faible perte à la calcination; seulement cette perte est loin de représenter un équivalent. Ainsi 7 gr de cristaux choisis, parfaitement limpides, puis pulvérisés et séchés à l'étuve d'eau bouillante jusqu'à ce qu'ils ne perdissent plus de leur poids, ont abandonné à la calcination, 0 gr. 015, soit dix fois moins d'eau que la quantité théorique exigée pour représenter un équivalent.

Ce sel a cristallisé par refroidissement en une belle masse blanche à reflets nacrés, et a pu se dissoudre tout entier dans 15 gr. d'eau. La dissolution était à peine alcaline. Elle précipitait en blanc par le nitrate d'argent et le liquide surnageant restait neutre.

Le Pyrophosphate de thallium donne aussi un précipité blanc de nitrate par l'acide nitrique.

Pyrophosphate acide PhO^5,TlO,HO. J'ai dit qu'en chauffant convenablement le phosphate acide de thallium on pouvait éliminer un seul équivalent d'eau et obtenir ainsi un second pyrophosphate qui a pour composition PhO^5,TlO,HO. Ce sel est très-soluble dans l'eau, d'où il se dépose sous la forme de cristaux blancs un peu mamelonnés. Les cristaux, mieux formés, ressemblent à des octaèdres irréguliers. Leur dissolution est un peu acide : elle précipite les sels d'argent en blanc, et devient plus acide après la précipitation. Ils fondent à une température voisine de 270°. Séchés à 100°, ils ne retiennent qu'un équivalent d'eau de constitution. En effet :

2 gr. 843 de sel sec ont perdu au rouge 0 gr. 081, tandis que la composition théorique exige une perte de 0 gr. 087.

Métaphosphate de thallium. PhO^5,TlO. Ce sel peut être préparé par deux procédés différents et ne possède pas des propriétés identiques dans les deux cas. Celui qui résulte de la calcination du phosphate acide a une apparence vitreuse, opalescente, est très-peu soluble dans l'eau, et ne précipite bien nettement l'albumine que quand on favorise sa dissolution par quelques gouttes d'acide phosphorique ordinaire.

La seconde variété s'obtient de la façon suivante. — On verse de l'ammoniaque en excès dans le phosphate neutre de thallium ; on sépare de la liqueur le phosphate basique précipité, et l'on a une dissolution de phosphate ammoniaco-thallique. Celle-ci est évaporée, puis décomposée par la chaleur jusqu'à cessation de dégagement de vapeurs ammoniacales. Le produit résultant est le métaphosphate de thallium.

Ce sel a une apparence vitreuse, est extrêmement soluble dans l'eau, car on peut évaporer sa dissolution jusqu'à consistance sirupeuse sans le faire cristalliser. Sa réaction est fortement acide. Il précipite en blanc le nitrate d'argent et coagule l'albumine.

Nous pensons que ce métaphosphate soluble ne diffère du précédent, qui est insoluble, que par un faible excès d'acide phosphorique. Nous avons constaté en effet qu'en faisant fondre le métaphosphate insoluble avec quelques gouttes d'acide phosphorique ordinaire, on obtenait un composé vitreux, très soluble, tout à fait semblable à celui qui provient de la décomposition du phosphate ammoniaco-thallique.

Arséniates de Thallium.

Pour compléter l'analogie du thallium avec les métaux alcalins sous le rapport des composés oxygénés qu'il forme avec les corps de la famille du phosphore, j'ajouterai qu'il existe des arséniates de thallium solubles comme les phosphates. Ainsi en saturant à l'ébullition l'acide arsénique par le carbonate de thallium, on obtient un arseniate très-soluble dans l'eau, susceptible de cristalliser en belles aiguilles transparentes, fusible à une température relativement peu élevée, perdant son eau par la calcination et se transformant finalement en une masse vitreuse transparente, absolument comme le phosphate correspondant.

Considérations générales relatives à la classification du thallium.

Dès l'origine de mes recherches, j'ai cru pouvoir assigner au thallium une place à côté des métaux alcalins, et M. Dumas, dans son rapport sur mes travaux, a prêté à cette classification l'appui de sa haute autorité. En Angleterre, quelques savants, M. Crookes en particulier, ont préféré au contraire rapprocher le thallium des métaux lourds, comme le plomb. Les principales raisons que ce chimiste a données en faveur de son opinion sont [1] :

L'insolubilité complète ou presque complète de quelques composés du thallium, tels que le peroxyde, le protochlorure, le bromure, l'iodure, le sulfure, le phosphure, le chromate et le phosphate de thallium; la prompte réduction de ces sels par le zinc, leur action toxique, la facilité avec laquelle le protoxyde peut abandonner son eau d'hydratation et perdre en grande partie sa solubilité; le haut poids atomique du métal, la complexité de son spectre photographique, son faible pouvoir conducteur de l'électricité, et en général la plupart de ses propriétés physiques.

Cette opinion de M. Crookes me paraît aujourd'hui moins que jamais pouvoir être sérieusement soutenue.

Et d'abord, s'il est vrai que le bromure, l'iodure, et le protochlorure soient presque insolubles, par contre ce métal forme des chlorures supérieurs solubles, un fluorure simple, et un fluorure double avec le silicium, également solubles. La prétendue insolubilité du phosphate, que M. Crookes a invoquée pour les besoins de sa cause, lui est tout à fait contraire, parce que rien n'est plus caractéristique que l'analogie des nombreux phosphates solubles de thallium avec les composés correspondants des métaux alcalins.

Quant aux propriétés physiques, elles ont une importance secondaire dans la classification. D'ailleurs il en est qui sont aussi bien en faveur de l'alcalinité du thallium que de sa ressemblance avec le plomb. Ainsi le thallium et ses sels ne sont guères plus vénéneux que les sels du barium; sa conductibilité électrique est peu différente sans doute de celle du plomb; mais,

1.— *On Thallium*. Vol. II, série II. *Jour. of the Chem. Society*, 1864.

d'après MM. Vogt et Matthiessen, sa résistance à la conductibilité pour 100° le rapproche au contraire des métaux alcalins terreux. La complexité de son spectre photographique, contrastant suivant M. Miller, avec celui des métaux alcalins, constitue-t-elle un argument bien sérieux, quand nous sommes encore si peu éclairés sur la nature des modifications qu'éprouve la matière dans les hautes températures ?

Ce qui est bien autrement important pour classer un corps, c'est l'ensemble de ses propriétés chimiques les plus essentielles, les plus nombreuses, et l'isomorphisme. A ce point de vue, l'insolubilité de quelques composés et les propriétés physiques invoquées plus haut ne sauraient être mises en balance avec les arguments suivants.

L'hydrate de protoxyde de thallium est très-soluble dans l'eau, fortement alcalin et caustique, comme la potasse : son carbonate est également soluble et alcalin à la façon du carbonate de potasse : il existe, ainsi que je l'ai établi dans ce mémoire, des phosphates et des arseniates non moins variés que les composés analogues des métaux alcalins ; le sulfate de thallium est soluble et possède la plupart des caractères du sulfate de potasse ; de plus il est isomorphe avec lui : une analogie de propriétés et un isomorphisme, plus absolus encore, rapprochent l'alun de thallium et l'alun de potassium ; l'isomorphisme se poursuit dans les sulfates doubles de la série magnésienne, dans les bitartrates et les paratartrates. Le thallium forme, comme les métaux alcalins, des sels doubles, dont le nombre s'accroît chaque jour à mesure que l'on étudie davantage ce curieux métal. Il ne forme pas un sous-nitrate et un sous-acétate, comme le plomb, mais son acétate distillé avec de l'acide arsenieux produit du cacodyle comme l'acétate de potasse. Enfin le thallium partage avec les métaux alcalins, à l'exclusion des métaux lourds, la propriété bien caractéristique de former des composés que j'ai étudiés sous le nom d'*alcools thalliques.*

Je laisse de côté d'autres propriétés d'une importance moindre, telles que la rapide altération à l'air du nouvel élément, son association dans certaines eaux minérales avec les métaux alcalins, ses relations d'atomicité avec ceux-ci, l'insolubilité du chlorure double qu'il forme avec le platine; l'analogie observée entre ses sels organiques et les sels correspondants de potasse, etc. ; et, appuyé sur les considérations qui précèdent, je ne puis que persister à maintenir le thallium au rang que je lui ai assigné primitivement dans la classification.

ÉTUDES DE CRISTALLOGRAPHIE GÉOMÉTRIQUE

(2e Mémoire [1]).

PAR M. GUIRAUDET,

Membre résidant.

SÉANCE DU 16 JUIN 1865.

LES SYSTÈMES CRISTALLINS RECTANGULAIRES.

SYSTÈME CUBIQUE.

Il faut remarquer d'abord que la forme caractéristique d'un système cristallin n'est pas la forme la plus générale de ce système. C'est, parmi les formes qui lui appartiennent, celle où sa symétrie particulière est la plus apparente.

Le premier système a pour forme caractéristique le *cube*, c'est-à-dire le parallélipipède le plus symétrique possible. Nous prendrons naturellement pour axes les trois arêtes du cube, ou, ce qui revient au même, trois parallèles à ces arêtes menées par le centre. Les six faces du cube ont donc pour notations

$$(100) \quad (\bar{1}00) \quad (010) \quad (0\bar{1}0) \quad (001) \quad (00\bar{1}).$$

et il est évident que c'est loin d'être la forme la plus générale du système. Sa symétrie particulière est constituée par ces deux circonstances géométriques que d'abord les axes sont rectangulaires, et que de plus les paramètres, c'est-à-dire les longueurs nterceptées sur ces axes par les faces du cube, sont égaux : le

1. —Voir pour le premier mémoire, l'année 1861, IIe série, 8e volume, p. 339.

tétraèdre déterminant est rectangle et régulier. De la première condition résulte que les huit angles trièdres formés par les axes sont identiques ; et de la seconde que les trois axes jouent identiquement le même rôle.

Dès lors, si on imagine une face quelconque ($h\,k\,l$), son existence entraîne nécessairement en vertu de cette symétrie l'existence d'un certain nombre d'autres faces correspondantes.

D'abord, comme les huit angles trièdres autour du centre ont la même valeur, tout doit être symétrique par rapport aux plans coordonnés ; et par conséquent, une face ($h\,k\,l$) dans le premier angle trièdre doit être accompagnée de sept autres (*fig.* 1.) qui seront ses symétriques, et dont les notations s'obtiendront en affectant alternativement du signe + et du signe — chacune des caractéristiques h, k, l. Ces huit faces forment dans leur ensemble un octaèdre complet.

De plus, comme dans un même trièdre les trois arêtes et les trois faces doivent jouer le même rôle, tout doit être symétrique par rapport à chacun des trois plans bissecteurs des dièdres : par exemple, s'il existe la face H K′ L″ ou ($h k l$) (*fig.* 2), il doit y avoir aussi la face H L′ K″ ou ($h\,l\,k$) les deux derniers axes ayant la même valeur. Dès lors, l'existence d'une face ($h\,k\,l$) entraîne celle de toutes les faces, comprises dans le même trièdre, qu'on obtient ainsi par symétrie directement ou indirectement ; et on aura les notations du groupe entier, en formant les six permutations des caractéristiques de la première face.

Si on applique à chacune des six faces ainsi obtenues dans le premier trièdre, ce que nous avons dit en commençant d'une face quelconque, on voit que, en vertu de la symétrie propre au premier système, une forme holoédrique y est composée de quarante-huit faces, et on peut la considérer comme résultant de la superposition de six octaèdres. Désignons par (($h\,k\,l$)), l'octaèdre correspondant à la face ($h\,k\,l$) ; nous pouvons dire que la forme holoédrique $\{h\,k\,l\}$ est constituée par la combinaison ou la superposition de six octaèdres

$$((hkl)) \quad ((hlk)) \quad ((klh)) \quad ((lkh)) \quad ((lhk)) \quad ((khl)).$$

Il est à remarquer que ces six octaèdres sont égaux ; ce sont six positions différentes par rapport aux axes d'un même solide.

En effet, considérons les dans l'ordre ci-dessus ; on voit bien que le premier octaèdre deviendra le second s'il tourne de 90° autour de l'axe OX ; le second deviendra le troisième s'il tourne de 90° autour de l'axe OY et ainsi de suite. Ainsi, par exemple, il suffit de jeter les yeux sur la figure 3 représentant le second et le troisième octaèdres, pour voir qu'ils ont deux sommets communs L′L′ situés sur l'axe OY, et pour bases deux losanges égaux HK″, KH″ situés dans le plan des deux autres axes et qui viendront coïncider par une rotation autour de leur centre commun.

Ainsi, une forme holoédrique dans le premiér système cristallin est terminée par quarante-huit plans, en général distincts, et dont les directions sont complètement déterminées. Mais comme il n'y a que leurs directions qui soient déterminées et que chacun d'eux peut être arbitrairement transporté à une distance quelconque, il est évident que la forme du polyèdre solide et matériel limité par eux reste soumise à de très-grandes variations, et peut présenter aux yeux les apparences les plus dissemblables. La considération de la forme des faces polygonales tout aussi bien que celle des longueurs d'arêtes reste absolument sans valeur pour le cristallographe, qui ne mesure que des angles dièdres et doit nécessairement envisager les faces comme des plans indéfinis [1].

1. Quand bien même, ce qui n'a aucune réalité au point de vue de la cristallographie physique, quand bien même on voudrait se borner à considérer les 48 plans déterminés comme nous l'avons dit plus haut, ils peuvent former une multitude de figures polyédrales distinctes.

Il est vrai que si on veut se borner aux polyèdres présentant 48 faces effectivement extérieures, le nombre se réduira à deux, un polyèdre convexe et un polyèdre étoilé. Les six plans de la forme $\{hkl\}$ situés dans l'angle trièdre des caractéristiques positives passent évidemment tous les six par un même point situé sur l'axe du trièdre, et là ils forment un

Des formes hémiédriques. — Une forme hemiédrique se compose, comme son nom l'indique, de la moitié des faces d'une forme holoédrique. Mais dans une forme holoédrique, les faces se présentent par couples, étant parallèles deux à deux ; et il est donc évident qu'on pourra obtenir une forme hémiédrique soit en prenant une face de chaque couple, soit en prenant la moitié des couples de faces. Il doit donc y avoir deux espèces de formes hémiédriques, les formes *hémiédriques à faces inclinées*, les formes *hémiédriques à faces parallèles.*

Formes hémiédriques à faces parallèles. — Pour avoir une une forme hémiédrique à faces parallèles, il faut, avons-nous dit, partager les couples de faces en deux groupes. Dès lors, pour conserver la régularité du système, il n'est pas possible de faire le partage dans un même octaèdre. Il ne reste donc plus qu'à partager en deux groupes les six octaèdres eux-mêmes.

angle solide hexaèdre dont une des nappes est tournée vers le centre et dont l'autre est tournée vers l'extérieur. Si on considère les huit angles hexaèdres qui existent ainsi dans les huit trièdres formés par les axes, leurs nappes intérieures constitueront un polyèdre convexe ; c'est le polyèdre cristallin à 48 faces triangulaires généralement donné comme la forme holoédrique du premier système, mais leurs nappes extérieures forment aussi un polyèdre à 48 faces triangulaires, parfaitement symétrique mais n'étant plus convexe : il présente six pointements à huit faces dont les sommets sont situés sur les axes et huit angles hexaèdres rentrants. Les deux polyèdres sont bien dissemblables, néanmoins il n'y a pas lieu de les distinguer au point de vue cristallographique.

Au reste, la diversité des formes possibles va bien au-delà, car une forme cristalline ne se présente pas toujours complète ; certaines faces peuvent manquer. Par conséquent, toutes les formes en nombre immense, qu'on obtiendrait en combinant tout ou partie des 48 plans désignés, pourraient à la rigueur être considérées comme des apparences possibles de la forme holoédrique. Comme exemple de ce genre de recherches, supposons qu'on se propose de savoir combien on obtiendrait de formes en employant tous les plans donnés. On peut regarder ces formes comme résultant de la superposition de tétraèdres. C'est donc se proposer de chercher combien de formes on obtiendrait en superposant $\frac{n}{4}$ tétraèdres distincts limités par n plans donnés, n étant supposé un multiple de 4 comme c'est ici. Désignons par des lettres les n plans donnés : si nous formons toutes les permutations possibles de ces lettres, chaque permutation $\overline{abcd}\,\overline{efgh}\,i\ldots\ldots$ partagée en tranches de quatre lettres correspondant à autant de tétraèdres, fournira un système de tétraèdres dont la superposition constituerait une forme. On en aurait ainsi un nombre égal à $1\ 2\ 3\ \ldots\ n$. Mais si on permute de toutes les manières possibles les groupes de quatre lettres provenant d'une permutation, on en obtiendra d'autres qui fourniraient le même système de tétraèdres que

Pour cela, considérons les six faces situées dans l'angle des caractérisques positives; elles se partagent naturellement en deux groupes, par ce fait qu'une rotation autour de la droite centrale du trièdre amène les trois faces d'un groupe à s'échanger entre elles sans pouvoir devenir aucune des faces de l'autre groupe. Ainsi la face $(h\,k\,l)$ devient successivement $(l\,h\,k)$ et $(k\,l\,h)$ par une rotation autour de l'axe central du trièdre[1]; en sorte que le groupe entier (*fig.* 4.) de ces trois plans, dans le cours d'une rotation complète vient à se super

la première, autrement dit la même forme résultante. Par conséquent, le nombre trouvé ci-dessus doit être divisé par $1.2.3\ldots\ldots \frac{n}{4}$, pour fournir le nombre des formes distinctes à n faces limitées par n plans donnés. Si on fait $n=48$, ce sera $13.14.15\ldots.48$.

Seulement, dans le cas particulier qui nous occupe, ce nombre énorme serait considérablement réduit par les circonstances spéciales que présentent les 48 faces d'une forme holoédrique qui sont parallèles deux à deux et présentent de plus 18 points de concours communs à 4 plans et 8 points de concours communs à 6 plans.

Si on supposait seulement $n=8$ on trouverait pour le nombre des formes possibles $3.4.5.6.7.8..$, c'est-à-dire 20160. Mais si on suppose que les 8 plans donnés sont les faces d'un octaèdre, ce nombre se réduit à 5. En effet, désignons par $a\ b\ c\ d$ les plans qui constituent l'un des angles solides de l'octaèdre, et par $a'\ b'\ c'\ d'$ les plans opposés parallèles. On ne peut ici associer quatre plans passant par un même point, ni placer dans le même groupe deux plans opposés. Si par exemple on voit commencer un groupe de quatre plans par $a\ b\ c$, on n'y peut joindre d'autre plan que d', et on obtient la permutation $\overline{a\ b\ c\ d'}\ \overline{a'b'c'd}$, fournissant un système de deux tétraèdres. On en obtiendra ainsi trois autres $\overline{abc'd}\ \overline{a'b'cd'}$, $ab'cd\ a'bc'd$, $a'bcd\ ab'c'd'$. De plus, on ne peut que d'une seule manière associer deux lettres accentuées avec deux lettres non accentués, en formant la permutation $\overline{ab'cd'}\ \overline{a'bc'd}$; de toute autre manière on obtiendrait quatre plans passant par un même point. Il n'y a donc, en somme, que cinq formes possibles : et encore si on veut se rendre compte de ce qu'est le solide correspondant à chacune d'elles, on s'aperçoit que les quatre premières présentent chacune deux tétraèdres n'ayant pas de partie commune; la dernière seulement présente deux tétraèdres dont la partie commune est justement l'octaèdre primitif. — Tout cela, comme nous le disions plus haut, n'a aucun intérêt au point de vue de la cristallographie, si ce n'est en montrant le peu d'importance qu'il y a dans la forme du poyèdre cristallin.

(1) C'est ce qui est bien facile à voir : si, en effet, on désigne par H K L H′ K′ L′ H″ K″ L″ les extrémités des longueurs $\frac{a}{h}$, $\frac{a}{k}$, $\frac{a}{l}$ portées successivement sur chacun des trois axes (*fig.* 2), la face (hkl), par exemple, est le plan passant par les trois points H K′ L″. Or, dans une rotation autour de l'axe du trièdre, il est visible que les trois axes viendraient se remplacer dans leurs positions respectives, en sorte que, après une rotation de 120°, un tiers de tour, les points H,K,L viendraient dans les positions actuelles des points H′, K′, L′ pendant que ceux-ci auraient pris les places des points H″K″L″. Par conséquent, les points H K′ L″ prendraient les places actuelles des points H′ K″ L, c'est-à-dire que la face (hkl) viendrait prendre la place de la face (lhk).

poser deux fois à lui-même avant de revenir à sa position primitive. Il en est de même du groupe formé par les trois autres faces $(l\,k\,h)$, $(h\,l\,k)$, $(k\,h\,l)$. L'un des groupes comprend les permutations circulaires des lettres dans le sens $h\,k\,l\,h\,k$.... tandis que l'autre comprend les permutations dans l'ordre inverse $l\,k\,h\,l\,k$...

Si maintenant nous supposons chacune des six faces faisant partie de l'octaèdre qui lui correspond, les six octaèdres se trouveront par là partagés aussi en deux groupes, dont chacun constituera une forme hémiédrique (*fig.* 5). La première forme comprenant les trois octaèdres $((h\,k\,l))$, $((l\,h\,k))$, $((h\,l\,h))$ s'appellent la forme *directe;* l'autre formée des octaèdres $((l\,k\,h))$, $((h\,l\,k))$, $((k\,h\,l))$ s'appellera la forme *inverse*. On les désigne par $\pi \left\} h\,k\,l \right\{$ et $\pi' \left\} h\,k\,l \right\{$.

Il est d'ailleurs facile de voir que chacune des forme peut être amenée à coïncider avec l'autre par une rotation de 90° autour de l'un quelconque des axes. Si l'on se reporte, en effet, à ce que nous disions plus haut, de l'identité des six octaèdres considérés isolément, et si on considère ces octaèdres dans l'ordre

$$((hkl)) \quad ((hlk)) \quad ((klh)) \quad ((khl)) \quad ((lhk)) \quad ((lkh))$$

dans lequel nous les prenions plus haut, on voit que la forme directe comprend le 1er, le 3e et le 5e octaèdre, la forme inverse se composant des trois autres. Mais nous montrions plus haut, que par une rotation de 90° autour de OX, le 1er octaèdre devenait le 2e, le 3e devenait le 4e, le 5e devenait le 6e. Donc, par cette rotation la forme directe vient à coïncidence avec la forme inverse[1].

1. Si on se reporte à ce que nous disions plus haut des variations que peuvent subir dans la réalité des faits physiques les formes des polyèdres cristallins, il sera évident que cette superposition possible des deux formes ne doit pas être prise à la lettre. Elle signifie seulement que, par rotation, on pourra toujours amener les faces de l'une des formes à être parallèles à celles de l'autre et en même temps situées du même côté du centre. Ainsi aucune mesure géométrique ne pourrait accuser de différence d'une forme directe à une forme inverse si elles étaient isolées.

Formes hemiédriques à faces inclinées. — Considérons un des six octaèdres dont l'ensemble compose la forme holoédrique; il y a là quatre couples de faces, et si, dans chaque couple on ne prend qu'une seule face, on obtiendra un tétraèdre, lequel, dans la forme hémiédrique jouera le même rôle que l'octaèdre dans la forme holoédrique. Afin de conserver la symétrie qui est le caractère distinctif du système, nous partagerons les huit faces de l'octaèdre en deux groupes dont l'un se composera d'une face avec ses trois symétriques par rapport aux trois axes, et dont l'autre comprendra les quatre faces opposées aux premières. La première face étant $(h\,k\,l)$.

$$\text{le premier groupe sera} \left\{ \begin{matrix} h\,k\,l \\ h\,\bar{k}\,\bar{l} \\ \bar{h}\,k\,\bar{l} \\ \bar{h}\,\bar{k}\,l \end{matrix} \right. \quad \text{le second sera} \left\{ \begin{matrix} \bar{h}\,\bar{k}\,\bar{l} \\ \bar{h}\,k\,l \\ h\,\bar{k}\,l \\ h\,k\,\bar{l} \end{matrix} \right.$$

Si on remarque que, pour avoir la face symétrique d'une face donnée par rapport à un axe, il faut changer les signes de deux caractéristiques, il sera évident que pour toutes les faces d'un même groupe, les caractéristiques positives seront en même nombre. Dans un des groupes ce nombre est pair, dans l'autre il est impair.

Nous partageons donc ainsi les huit faces de l'octaèdre en deux groupes formant deux *tétraèdres* (fig. 1.), et pour les distinguer nous les appellerons *tétraèdre direct* et *tétraèdre inverse*, le tétraèdre *direct* étant celui qui comprend la face située dans l'angle des coordonnées positives.

Chacun des six octaèdres est ainsi le résultat de la superposition de deux tétraèdres, l'un direct et l'autre inverse, et la forme holoédrique complète se compose des six tétraèdres directs et des six tétraèdres inverses.

Hémiédrie à face inclinée. — Si alors on associe ensemble les six tétraèdres directs, ou ensemble les six tétraèdres inverses, on obtiendra deux *formes hémiédriques à faces inclinées*, l'une *directe* et l'autre *inverse*, (*fig.* 6.) que nous désignons par $\varkappa \left\{hkl\right\}$ et $\varkappa' \left\{hkl\right\}$ L'une comprend les vingt-quatre faces pour lesquelles le nombre des caractéristiques positives est pair, l'autre les vingt-quatre faces pour lesquelles ce nombre est impair.

Il faut encore ici remarquer que ces deux formes, qui sont symétriques par rapport au centre, ce qui semble exclure l'égalité comme toute symétrie par rapport à un point, sont néanmoins ici superposables. Il suffit de faire tourner l'une d'un angle droit autour de l'un quelconque des axes pour l'amener à coïncider avec l'autre. Il est évident en effet, que, après un pareil mouvement, les quatre trièdres qui comprennent les faces de la forme directe, sont venus se superposer à ceux qui comprennent les faces de la forme inverse. Et comme d'ailleurs, d'un trièdre à l'autre les six faces comprises forment toujours, dans leur ensemble, la même figure, la superposition des deux groupes de trièdres entraîne celle de toutes les faces qu'ils contiennent, c'est-à-dire de toutes les faces des deux formes.

2° *Hémiédrie plagièdre.* Il existe encore une autre sorte d'hémiédrie à face inclinée à laquelle, pour la distinguer de la précédente, on donne le nom d'*hémiédrie plagièdre.* Sa considération n'a ici aucun intérêt pratique immédiat; car on n'en a jusqu'à présent observé aucun exemple sur des cristaux appartenant au système cubique; néanmoins, comme ce genre d'hémiédrie se présente

1. Cette égalité des deux formes composées, l'une des six tétraèdres directs et l'autre des six tétraèdres inverses, est à remarquer; deux tétraèdres, l'un direct et l'autre inverse, appartenant au même octaèdre, ne sont pas superposables, sauf relations particulières entre les caracteristiques ; ils sont symétriques par rapport au centre du cristal, et ne présentent aucune particularité qui les place en-dehors de la règle générale. Une rotation de 90° autour de l'un des axes fait coïncider un tétraèdre direct avec l'un des tétraèdres inverses autre que celui qui fait partie du même octaèdre; et c'est ainsi que se produit la superposition des deux formes composées de parties non superposables séparément.

dans d'autres systèmes et que, après tout, des faits jusqu'à présent inobservés peuvent se produire, nous en parlerons également.

Cette hémiédrie plagièdre résulte d'un autre mode de partage des douze tétraèdres dont nous parlions plus haut. Nous les partagions en deux groupes comprenant l'un tous les tétraèdres directs, l'autre tous les tétraèdres inverses. Mais, on peut satisfaire également aux conditions de symétrie du système en les partageant en deux groupes dont chacun comprendra trois tétraèdres directs et trois tétraèdres inverses.

Reportons-nous aux considérations qui nous ont servi à établir l'hémiédrie à faces parallèles; nous avons vu que les six faces existant dans un même trièdre se partageaient en deux groupes, d'où nous avons déduit un partage semblable entre les six octaèdres. Mais chaque octaèdre est l'ensemble de deux tétraèdres l'un direct l'autre inverse. Dès lors, considérant ces deux groupes de trois octaèdres, on peut concevoir que l'on prenne les tétraèdres directs de l'un des groupes et les tétraèdres inverses de l'autre : on obtiendra une forme hémiédrique (*fig*.7.) dans laquelle la symétrie du système cubique sera observée, tout comme dans chaque tétraèdre : elle appartiendra à l'hémiédrie plagièdre.

Une forme appartenant à l'*hémiédrie plagièdre* a des faces dans les huit angles trièdres, tandis qu'une forme appartenant à l'*hémiédrie à faces inclinées* simple, la seule qui jusqu'à présent ait une existence matérielle, n'a des faces que dans quatre des huit angles trièdres.

Cette hémiédrie plagièdre présente une particularité remarquable. Les deux formes, *directe* et *inverse* auxquelles elles donnent lieu comme toute hémiédrie ne sont pas superposables. Elles sont symétriques et non égales.

D'abord, elles sont symétriques ; il suffit d'un coup d'œil sur la figure pour le reconnaître. Mais de plus, cette figure montre aussi que, si l'on fait tourner l'une deux formes autour de l'un des axes, quand elle a tourné de 90° elle est revenue sur elle-même, et non sur l'autre forme. On ne peut donc pas arriver à la superposition, comme pour les autres genres d'hémiédrie [1].

D'après ce qui précède, on voit que dans tous les cas qui se présentent effectivement, puisque l'hémiédrie plagièdre n'a dans le système cubique qu'une existence purement théorique, deux formes hémiédriques de même nom ne diffèrent pas l'une de l'autre pourvu qu'elles dérivent de la même forme holoédrique. Elles n'ont d'autre différence que la position occupée par elles relativement aux directions positives des axes principaux primitivement choisis.

Cette différence de position n'acquiert sa valeur que dans les combinaisons de formes entre elles. Presque toujours une forme cristalline naturelle se compose de la superposition de plusieurs formes à caractéristiques différentes, pouvant être les unes holoédriques, les autres hémiédriques, et c'est là ce que j'appelle une combinaison de forme. Or, si on suppose combinées, par exemples, deux formes hémiédriques à faces parallèles, toutes deux directes $\pi\{h\,k\,l\}$, $\pi\{h'\,k'\,l'\}$ le solide résultant sera très-différent de celui qui résulterait de la combinaison de la même forme hémiédrique $\pi\{hkl\}$ avec la forme hémiédrique inverse $\pi'\{h'\,k'\,l'\}$. La différence est encore plus palpable si on prend deux formes hémiédriques à faces inclinées $\varkappa\{h\,k\,l\}$ $\varkappa\{h'\,k'\,l'\}$. Si elles sont l'une directe et l'autre inverse comme $\varkappa\{h\,k\,l\}$, $\varkappa'\{h'\,k'\,l'\}$ le solide résultant aura quarante-huit faces qui dans leur ensemble présenteront les analogues des quarante-huit faces d'une forme holoédrique et rempliront comme elles

1. On peut se démontrer complètement que la superposition est impossible. Chaque forme directe ou inverse, se compose de huit groupes de trois faces et situés dans les huit trièdres et identiques quatre à quatre (ils sont deux à deux symétriques par rapport aux axes). Pour deux trièdres opposés par le sommet, les trois faces appartenant à la forme directe dans l'un sont parallèles à celles de la forme inverse dans l'autre; mais les deux groupes ainsi correspondants ne sont pas superposables; ils sont symétriques par rapport au centre et n'offrent pas de régularité particulière qui les fasse échapper à la règle générale.

les huit angles trièdres autour du centre. Tandis que si elles sont toutes deux directes comme $\varkappa\left\{h\,k\,l\right\}$, $\varkappa\left\{h'\,k'\,l'\right\}$, ou toutes deux inverses comme $\varkappa'\left\{h\,k\,l\right\}$ $\varkappa'\left\{h'\,k'\,l'\right\}$, le solide résultant présentera toujours quarante-huit faces, mais qui ne correspondront plus aux quarante huit faces de la forme holoédrique; elles seront toutes situées dans quatre seulement des huit angles trièdres autour du centre. — On voit bien par là à quoi tient la distinction faite entre des solides géométriquement identiques et quelle importance elle peut avoir.

Tétartoédrie. — Bien que dans le système cubique ce genre de forme ne se soit jusqu'à présent point présenté, il n'est pas sans utilité de le considérer, de même que nous avons fait pour l'hémiédrie plagièdre.

Une forme *tétartoédrique* ou, comme on l'appelle quelquefois, *doublement hémiédrique* est une forme qui ne comprend que le quart des faces d'une forme complète, ou plus exactement la moitié des faces d'une forme hémiédrique : car elle est le résultat de l'application à une forme hémiédrique des règles par lesquelles on est passé de la forme complète à celle-là.

Nous avons obtenu l'hémiédrie à faces parallèles en établissant par une sorte de rotation un partage en deux groupes des six octaèdres primitifs. Si nous effectuons de la même manière le partage (fig. 6.) en deux groupes des six tétraèdres constituant une forme *hémiédrique à faces inclinées*, nous obtiendrons deux formes tétartoédriques composées chacune de trois tétraèdres; l'une sera la forme directe, l'autre sera la forme inverse. Et, comme la forme hémiédrique décomposée peut elle-même être directe ou inverse, il y aura ainsi quatre formes tétartoédriques à douze faces. Les deux dodécaèdres ainsi obtenus au moyen d'une même hémiédrie ne sont pas superposables; mais les deux formes hémiédriques directe et inverse l'étant, les quatre dodécaèdres se partagent en deux directs, superposables, et deux inverses, égaux entr'eux, mais non aux premiers.

Il serait très-facile de voir que ces mêmes solides tétartoédriques qui sont en définitive composés chacun de trois tétraèdres directs ou de trois tétraèdres inverses, pourraient être obtenus tout aussi bien en partant de l'hémiédrie à faces parallèles (en réduisant chaque octaèdre à l'un de ses deux tétraèdres) ou de l'hémiédrie plagièdre (en ne prenant que les tétraèdres directs ou les tétraèdres inverses qui y entrent) : le résultat obtenu serait toujours le même : c'est ce que montrent les figures 6 et 7.

Cas particuliers.— En général, comme nous l'avons dit, une forme holoédrique se compose de quarante-huit faces et une des formes hémiédriques correspondantes de vingt-quatre. Mais ce nombre peut se trouver réduit lorsqu'il y a des caractéristiques égales entre elles ou nulles. Le nombre des formes hémiédriques, qui est en général de quatre, se trouve alors réduit également à deux ou même zéro.

1° *Deux caractéristiques égales.* — La forme holoédrique ne se compose plus que de vingt-quatre faces. Car, en désignant, comme à l'ordinaire, par h, k, l les caractéristiques, si on suppose par exemple, $k=l$, les six faces $(h\,k\,l)$, $(k\,l\,h)$, $(l\,h\,k)$, $(l\,k\,h)$, $(k\,h\,l)$, $(h\,l\,k)$ se réduisent évidemment à trois ; et il en est de même des octaèdres correspondants.

La forme qu'on obtient est celle qui dérive d'un octaèdre régulier en faisant deux biseaux également inclinés sur chaque arête; ou autrement en surmontant chaque face d'une pyramide triangulaire régulière [1].

1. Il y aurait lieu de faire une distinction au point de vue de cette représentation pour ainsi dire matérielle de la forme cristallographique, qui, prise à son véritable point de vue physique est un ensemble de plans et non un polyèdre. Il y aurait lieu, jusqu'à un certain point, de distinguer le cas où la caractéristique double est plus petite que l'autre, du cas où elle est plus

Il n'y a plus de formes hémiédriques à faces parallèles : les deux groupes de faces qui constituent les deux formes directe et inverse sont venus se confondre l'un avec l'autre et avec la forme holoédrique.

Il ne subsiste plus que les deux formes hémiédrique à faces inclinées ; chacun des trois octaèdres distincts donne lieu à deux tétraèdres l'un direct et l'autre inverse, et les tétraèdres de même nom s'assemblent pour constituer une forme hémiédrique composée de douze faces, située trois par trois dans les angles trièdres directs pour la forme directe, dans les angles trièdres inverses pour la forme inverse.

Ici encore comme pour la forme holoédrique il y a lieu, mais seulement au point de vue peu important de l'apparence extérieure du noyau central, de distinguer deux cas, suivant que

grande : c'est-à-dire que le noyau solide convexe, limité par l'ensemble des plans, n'a point la même forme dans les deux cas. Lorsque $k < h$, la forme $\{h\,k\,k\}$ a pour noyau convexe, comme nous le disions ci-dessus, un octaèdre dont chaque face est remplacée par un pointement convexe à trois faces. Au contraire, lorsque $k > h$, ce pointement se trouve tourné vers le centre ; chaque face de l'octaèdre, au lieu d'être surmontée d'une pyramide à trois pans, se trouve au contraire creusée en forme de dépression triangulaire ; e solide obtenu n'est plus convexe. Dans le premier cas on peut dire qu'on a pratiqué sur chaque arête de l'octaèdre un double biseau, l'angle des deux faces plagièdres étant plus ouvert que le dièdre primitif, tandis qu'il l'est moins dans le second cas. Il est clair que, au point de vue géométrique, la distinction ne signifie rien ; et au point de vue cristallographique, c'est-à-dire si on considère le peu de valeur qu'a la forme extérieure du solide, elle en a encore moins. Elle réside tout entière dans ce fait que le noyau solide convexe n'a pas la même forme. Lorsque la caractéristique double est la plus grande, et qu'on obtient par la construction indiquée plus haut un solide non convexe, il est clair qu'on peut en déduire un autre qui soit convexe en détachant tout ce qui est extérieur aux faces plongeantes. On aura un solide entièrement différent d'aspect, dans lequel les dièdres saillants ne seront plus formés par les faces de même notation, qui présentera 24 faces quadrilatères au lieu de 24 faces triangulaires : on pourra imaginer pour lui un autre mode de dérivation de l'octaèdre et dire qu'il résulte de troncatures sur les sommets, chaque angle solide quadrangulaire étant remplacé par un autre plus ouvert. Mais tout cela ne justifie pas, à nos yeux, la distinction complète adoptée par certains cristallographes, qui ont été jusqu'à donner deux noms différents à la même forme. Ils ont appelé *triakisoctaèdre* la forme $\{h\,k\,k\}$ lorsque $h > k$ et *icositessaraèdre*, cette même forme où $h > k$. Il y a là un pléonasme qui ne nous semble pas justifié suffisamment, non plus au reste que l'usage d'une foule de dénominations barbares inventées par les Allemands et qui varient d'un auteur à l'autre. N'est-il pas aussi court et plus intelligible de dire *la forme* $\{h\,k\,l\}$ que de dire un ***héxakisoctaèdre*** ; et de dire la forme $\varkappa\{h\,k\,k\}$ que de parler d'un ***hémitriakisoctaèdre à faces inclinées*** ?

la caractéristique double est plus petite ou plus grande que l'autre. Quand elle est la plus petite, le noyau central a la forme d'un tétraèdre dont chaque face serait, pour ainsi dire, bombée en forme pyramidale à trois faces : ses douze faces sont triangulaires. Dans l'autre cas, il a la forme d'un tétraèdre dont chaque angle solide serait remplacé par un pointement plus ouvert et tourné de même : les douze faces sont des quadrilatères demi-réguliers.

2° *Trois caractéristiques égales.* — Les six octaèdres se réduisent à un, et la forme holoédrique n'a plus que huit faces; c'est un octaèdre régulier. Il n'y a évidemment plus de forme hémiédrique à faces parallèles; mais il y a toujours deux formes hémiédriques à faces inclinées, lesquelles sont chacune un tétraèdre régulier.

3° *Une caractéristique nulle.* — Chacun des six octaèdres se réduit à un prisme ouvert à base losange, par suite de l'allongement de la troisième diagonale, devenue infinie. La forme holoédrique constituée par ces six prismes n'a donc plus que vingt-quatre faces : c'est la forme qu'on obtiendrait en pratiquant deux biseaux également inclinés sur chaque arête d'un cube; ou autrement en surmontant chaque face d'un cube d'une pyramide quadrangulaire régulière.

Tout ce que nous avons dit sur les formes hémiédriques à faces parallèles subsiste : il y en a deux distinctes, géométriquement identiques, composées chacune de trois prismes, et par conséquent, ayant douze faces. — Quant aux formes hémiédriques à faces inclinées, il n'y en a plus.

Si, en même temps qu'une caractéristique est nulle les deux autres étaient égales, la forme holoédrique ne renfermerait plus que trois prismes distincts ; elle n'aurait donc plus que douze faces: c'est le dodécaèdre rhomboïdal. — Il n'y a plus de forme hémiédrique.

4° *Deux caractéristiques nulles.* — Comme elles sont en même temps égales, nous sommes dans le dernier cas particulier mentionné ci-dessus et la forme se compose de trois prismes seulement; en même temps comme elles sont nulles, chacun de ces prismes se réduit à deux plans parallèles à l'un des plans coordonnés. La forme holoédrique n'a plus en tout que six faces : c'est un cube. — Il n'y a plus d'hémiédrie possible.

Formules relatives au système cubique. — Les formules à employer pour le calcul des angles dans le système cubique sont des plus simples ; puisque les axes sont rectangulaires, ce sont sans y rien changer les premières formules de la géométrie analytique à trois dimensions.

Un plan (hkl) a en général pour équation

$$x\frac{h}{a}+y\frac{k}{b}+z\frac{l}{c}=1.$$

a, b, c, désignant les trois paramètres du cristal. Ici ils sont égaux ; on peut les supposer égaux à l'unité de longueur. Par conséquent, l'équation d'une face (hkl) est $hx+ky+lz=1$.

Il résulte de là, que les angles α, β, γ, faits par la normale à cette face avec les axes, sont donnés par les relations :

$\cos\alpha:\cos\beta:\cos\gamma::h:k:l$ jointes à $\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=1$; d'où

$$\cos\alpha=\frac{h}{\sqrt{h^2+k^2+l^2}}\quad \cos\beta=\frac{k}{\sqrt{h^2+k^2+l^2}}\quad \cos\gamma=\frac{l}{\sqrt{h^2+k^2+l^2}}.$$

Il faut remarquer que les angles α, β, γ ainsi définis sont ceux que fait avec les axes la normale prise dans la direction de la perpendiculaire abaissée de l'origine sur le plan.

Dès lors, l'angle de deux faces (hkl), $(h'k'l')$ se déduira de l'angle des deux normales

$$\cos\lambda=\frac{hh'+kk'+ll'}{\sqrt{h^2+k^2+l^2}\sqrt{h'^2+k'^2+l'^2}}.$$

Mais, il sera préférable que λ représente l'angle formé par les deux faces du solide convexe auxquelles elles appartiendraient si elles étaient dans la position où elles sont définies géométriquement; c'est-à-dire, si chaque face $(h\,k\,l)$, était le plan $h\,x + k\,y + l\,z = 1$, et non un plan parallèle quelconque. Or, dans cette position, les deux perpendiculaires abaissées de l'origine, c'est-à-dire, du centre, font entre elles un angle qui est le supplément de cet angle dièdre : par conséquent, il faudra prendre [1]

$$\cos\lambda = -\frac{hh' + kk' + ll'}{\sqrt{h^2+k^2+l^2}\sqrt{h'^2+k'^2+l'^2}}$$

On ne peut se proposer que ces deux genres de questions : ou bien de calculer les angles d'une forme dont on se donne la notation, et c'est l'application pure et simple de la formule précédente : ou bien, ce qui sera le cas le plus ordinaire, de trouver cette notation d'après l'observation des angles.

L'examen du cristal montrera toujours immédiatement la position des axes, et si maintenant on remarque que pour toutes les faces d'une même forme les caractéristiques sont les trois mêmes nombres, d'où résulte que la formule précédente ne renferme plus de radicaux, il sera toujours bien facile de choisir des faces fournissant des équations faciles à résoudre par rapport aux caractéristiques. Deux mesures d'angles suffiront d'ailleurs puisqu'il n'y a à déterminer que deux rapports, ceux de deux des caractéristiques à la troisième. Le plus simple, si la chose est possible, sera de mesurer deux dièdres formés chacun par des faces appartenant à un même octaèdre ; on aura alors seulement deux équations du premier degré.

1. C'est là une observation qui n'est pas particulière, évidemment, au système cubique ; il faudra toujours changer le signe du second membre de la formule ordinaire qui donne le cosinus de l'angle des deux plans.

SYSTÈME PYRAMIDAL.

Le système *pyramidal* ou 2^e *système* a pour solide caractéristique le parallélipipède rectangle à base carrée. Si donc on prend pour axes les trois arêtes de ce parallélipipède, ou, ce qui revient au même avec plus de symétrie, trois parallèles à ces arêtes menées par le centre, les paramètres seront les distances de ce centre aux faces, et deux d'entre eux seront égaux : le *tétraèdre déterminant* est rectangle et l'une des faces rectangulaires est isocelle.

La symétrie particulière au système consiste donc en ce que les huit trièdres formés par les axes sont identiques; mais dans chacun de ces trièdres deux des axes sont identiques et jouent le même rôle, tandis que le 3^e est différent; nous l'appellerons l'*axe principal*.

D'après cela, l'existence d'une face $(h\ k\ l)$ située dans le premier angle trièdre entraîne celles des huit faces interceptant sur les axes les mêmes longueurs, et formant l'octaèdre $((hkl))$. De plus, si nous supposons que la caractéristique l correspond à l'axe principal, c'est-à-dire à la direction de la hauteur du prisme à base carrée, l'existence de la face $(h\ k\ l)$ suppose celle de la face $(k\ h\ l)$, et par suite celle de l'octaèdre $((hkl))$.

En sorte que la forme holoédrique complète du système se compose de deux octaèdres $((h\ k\ l))$, $((k\ h\ l))$, lesquels sont visiblement égaux, l'un d'eux pouvant coïncider avec l'autre au moyen d'une rotation de 90° (*fig.* 3). Elle a donc seize faces dans sa plus grande généralité, et présente la forme très-simple à concevoir d'une double pyramide ayant pour base un polygone semi régulier de huit côtés, que nous appellerons quelquefois la section principale : parce que, en effet, les deux sommets situés en dehors étant communs à toutes les faces d'un même côté, les modifications de ce polygone font connaître celle de la forme elle-même.

Des formes hémiédriques. — On peut imaginer quatre sortes d'hémiédrie dans le système pyramidal ; il n'y en a que deux qui aient été observées jusqu'ici.

1° *Hémiédrie à faces parallèles.* — Les faces d'un octaèdre présentent deux zones, dont chacune correspond à l'un des couples d'angles dièdres opposés au sommet suivant l'axe principal. Comme ces deux couples d'angles dièdres ont ici la même valeur, les couples de faces d'un octaèdre se partagent naturellement en deux groupes correspondant à ces deux zones. Par conséquent, l'ensemble des couples de faces de la forme holoédrique pourra être naturellement partagé en deux moitiés dont chacune se composera d'une zone appartenant à l'un des des octaèdres et d'une zone appartenant à l'autre. Mais ces deux zones peuvent être toutes deux comprises dans le même couple d'angles dièdres ou comprise l'une dans un des couples et l'autre dans l'autre. On obtient donc ainsi deux formes hémiédriques à faces parallèles.

Si les deux zones sont comprises dans des dièdres différents on obtient encore un octaèdre, mais à base carrée, (fig. 8) parce que les deux losanges des octaèdres primitifs peuvent coïncider par une rotation de 90° autour du centre ; leurs couples de côtés sont à angle droit. (fig. 3) Cet octaèdre hemiédrique à base carrée diffère seulement par sa position oblique relativement aux axes de l'octaèdre holoédrique qu'on obtiendrait en supposant égales deux caractéristiques. Il a été observé : on peut le désigner par $\pi \left\{h\ k\ l\right\}$.

Si les deux zones sont comprises dans les mêmes dièdres, on obtient un octaèdre dont la base est un losange comme pour les octaèdres primitifs (*fig* 9.) avec cette seule différence que les diagonales ne sont plus dirigées suivant les axes du cristal. Cette forme hémiédrique n'a jamais été observée ; on peut la désigner par $\pi_1 \left\{h\ k\ l\right\}$.

Dans l'un comme dans l'autre cas, les deux solides direct et inverse sont évidemment identiques.

2° *Hémiédrie à faces inclinées.* — Comme les huit angles trièdres autour du centre sont de même valeur, le partage des huit faces d'un octaèdre en deux tétraèdres, direct et inverse, peut s'effectuer ici comme dans le système cubique. De là résultent évidemment deux espèces d'hémiédrie à faces inclinées.

On peut réunir les tétraèdres de même nom dans les deux octaèdres, c'est-à-dire, les tétraèdres dont les faces sont situées dans les mêmes angles solides (*fig.* 10) et on obtiendra un solide à huit faces triangulaires dont l'aspect rappelle celui du tétraèdre; on pourra le désigner par $\varkappa_{\text{I}}(h\ k\ l)$. — Les deux solides correspondants sont superposables.

On peut aussi réunir deux tétraèdres de noms contraires; et on obtient un solide dont les huit faces sont situées dans les huit angles solides (*fig.* 11), car il est formé par la superposition du tétraèdre direct de l'un des deux octaèdres et du tétraèdre inverse de l'autre, on pourra la désigner par $\varkappa_{\text{I}}\ (h\ k\ l)$. — Ici, les deux solides complémentaires ne sont pas superposables.

D'après la formation de ces deux genres d'hémiédrie au moyen des tétraèdres, on voit que le premier genre est l'analogue de l'hémiédrie simple à faces inclinées du système cubique; et que le second est l'analogue de l'hémiédrie plagièdre, qui est aussi formée par des tétraèdres dont la moitié est directe et la moitié inverse.

On peut se représenter facilement ces deux formes hémiédriques à faces inclinées, en remarquant que la première peut être regardée comme composée de la moitié supérieure de l'octaèdre hémiédrique direct $\pi_{\text{I}} \left\{h\ k\ l\right\}$ et de la moitié inférieure de l'autre octaèdre complémentaire $\pi'_{\text{I}} \left\{h\ k\ l\right\}$ et que la seconde peut être regardée comme composée de la moitié supérieure de l'octaèdre hémiédrique carré $\pi \left\{h\ k\ l\right\}$ et de la moitié inférieure de l'octaèdre carré complémentaire $\pi' \left\{h\ k\ l\right\}$. En sorte chacune d'elles présente à chaque bout un pointement à quatre faces comme l'extrémité d'un octaèdre.

Tétartoédrie. — On peut répéter sur les solides hémiédriques les mêmes opérations qui ont conduit à les former, supprimer par là encore la moitié de leurs faces et arriver ainsi à des formes tétartoédriques dont quelques unes ont été reconnues.

La première forme hémiédrique à faces parallèles $\pi \left\{h\ k\ l\right\}$ est un octaèdre à base carrée : cet octaèdre se décompose naturellement en deux tétraèdres superposables (*fig.* 8) ; la forme holoédrique peut ainsi être considérée comme composée de quatre tétraèdres tétartoédriques superposables qu'on pourrait noter $\tau \left\{h\ k\ l\right\}$.

La seconde forme hémiédrique à faces parallèles $\pi_{\text{I}} \left\{h\ k\ l\right\}$ est un octaèdre à base rhombe (*fig.* 9), qui se décompose aussi en deux tétraèdres, mais non plus superposables, la base n'étant plus un carré ; de là une seconde espèce de tetartoédrie. La forme holoédrique peut alors être considérée comme composée de quatre tétraèdres deux à deux superposables. On pourra noter $\tau_{\text{I}} \left\{h\ k\ l\right\}$ et $\tau'_{\text{I}} \left\{h\ k\ l\right\}$ ces tétraèdres.

Les deux formes hémiédriques à faces inclinées ne fourniraient point de nouvelles formes tétartoédriques, mais reproduiraient celles-là. La première forme $\varkappa \left\{h\ k\ l\right\}$ peut être décomposée en deux tétraèdres superposables qui sont $\tau \left\{h\ k\ l\right\}$ et $\tau' \left\{hkl\right\}$, et la seconde $\varkappa_{\text{I}} \left\{h\ k\ l\right\}$ se décomposerait en deux tétraèdres non superposables qui seraient $\tau_{\text{I}} \left\{h\ k\ l\right\}$ et $\tau'_{\text{I}} \left\{h\ k\ l\right\}$.

Cas particuliers. — 1° *Les caractéristiques des paramètres égaux sont égales.* La forme $\left\{h\ h\ l\right\}$ n'a plus que huit faces ;

c'est un octaèdre à base carrée : car dans la section principale les deux côtés situés dans un même angle se réduisent à un seul côté incliné à 45° sur les axes.

La forme hémiédrique $\pi \left\{h\,h\,l\right\}$ se confond avec la forme holoédrique.

La forme hémiédrique $\pi_1 \left\{h\,h\,l\right\}$ devient un prisme ouvert formé par l'une des zones de l'octaèdre.

La forme $\varkappa\left\{h\,h\,l\right\}$ est un tétraèdre; et la forme $\varkappa_1\left\{h\,h\,l\right\}$ n'existe plus, se confondant avec la forme holoédrique.

En sorte qu'il n'y a plus que deux formes hémiédriques, l'une à faces parallèles qui est un prisme, et l'autre à faces inclinées qui est un tétraèdre. Et en même temps ces deux hémiédries comprennent les formes tétartoédriques qui n'existent plus, se confondant avec elles.

2° *L'une des caractéristiques des paramètres égaux est nulle.* — La forme $\left\{h\,0\,l\right\}$ est encore un octaèdre à base carrée, mais autrement placé que le précédent, dont il diffère d'ailleurs par les angles en supposant que h et l aient les mêmes valeurs.

Il n'existe plus qu'une seule forme hémiédrique ; c'est la seconde forme hémiédrique à faces parallèles $\pi_1\left\{h\,0\,l\right\}$; et encore, est-ce une forme ouverte ; c'est un prisme à base rhombe parallèle à l'un des deux axes égaux, et formé par l'une ou l'autre des deux zones de l'octaèdre. Les trois autres formes hémiédriques se confondent avec la forme holoédrique.

De deux formes tétartoédriques, une seule $\tau \left\{h\,0\,l\right\}$ a une existence distincte, c'est l'un des tétraèdres dans lesquels se décompose naturellement l'octaèdre primitif[1] ; l'autre $\tau_1\left\{h\,0\,l\right\}$

1. Ce tétraèdre tétartoédrique est rangé dans certains traités parmi les formes hémiédriques à faces inclinées ; il est facile de voir que c'est une erreur. Dans le cas particulier que nous considérons, la section principale, qui est ordinairement un octogone semi-régulier, devient un carré dans lequel chaque demi-côté doit être regardé comme représentant un des côtés de l'octogone : autrement dit chaque face triangulaire de l'octaèdre doit être

se confond avec la forme hémiédrique $\pi_1 \{h\,0\,l\}$.

3° *La caractéristique correspondant à la hauteur est nulle.*— La forme $\{h\,k\,o\}$ est un prisme octogone semi-régulier. Les formes hémiédriques à faces inclinées n'existent plus, chaque octaèdre se réduisant à un prisme à base rhombe, qui se confond avec chacun des deux tétraèdres dans lesquels il se décomposait. Quant aux formes hémiédriques à faces parallèles, l'une $\pi \{h\,k\,0\}$ est un prisme à base carrée placé obliquement par rapport aux axes; l'autre $\pi_1 \{h\,k\,0\}$ est un prisme à base rhombe incliné à 45° sur les axes. — Les tétraèdres n'existant plus, les formes tétartoédriques ne peuvent plus exister.

4° *Deux caractéristiques sont égales et la troisième nulle.* — La forme $\{h\,h\,0\}$ ou $\{1\,1\,0\}$ est un cas particulier de la précédente qui se réduit à un prisme à base carrée dont les faces sont inclinées à 45° sur les axes. Des deux formes hémiédriques à faces parallèles, la première $\pi \{1\,1\,0\}$ se confond avec la forme holoédrique, l'autre $\pi_1 \{1\,1\,0\}$ subsiste seule et se réduit à deux plans parallèles.

5° *Deux caractéristiques nulles.* — La forme $\{1\,0\,0\}$ est un prisme ouvert à base carrée dont les faces sont parallèles aux plans des axes et qui ne diffère que par sa position du précédent. Il n'y a plus que la première forme hémiédrique $\pi \{1\,0\,0\}$ qui se compose de deux plans parallèles.

Enfin, la forme $\{0\,0\,1\}$ est simplement composée de deux plans parallèles.

regardée comme représentant deux faces confondues; et dès-lors, en appliquant les règles indiquées plus haut pour obtenir les formes hémiédriques à faces inclinées, il est évident que chacune de ces formes est un octaèdre identique avec l'octaedre primitif. Il faut arriver à la tétartoédrie pour obtenir un tétraedre

Il est à remarquer que le parallélipipède rectangle qui est pris pour type du système cristallin n'en est point une forme simple, bien qu'il en représente aussi bien que possible la symétrie : c'est la superposition des deux dernières formes $\{100\}$ et $\{001\}$.

Formules pour le deuxième système.

Nous désignerons par OX, OY, OZ, les trois axes rectangulaires, OX et OZ désignant les axes d'égal paramètre dont a sera la commune valeur, tandis que c est la valeur du troisième paramètre correspondant à l'axe principal. Alors, les angles de la normale OP à une face $(h\,k\,l)$ avec les axes seront donnés par les formules

$$\cos^2(PX) = \frac{\frac{h^2}{a^2}}{\frac{h^2+k^2}{a^2}+\frac{l^2}{c^2}} \qquad \cos^2(PY) = \frac{\frac{k^2}{a^2}}{\frac{h^2+k^2}{a^2}+\frac{l^2}{c^2}} \qquad \cos^2(PZ) = \frac{\frac{l^2}{c^2}}{\frac{h^2+k^2}{a^2}+\frac{l^2}{c^2}}$$

puisque l'équation de la face serait $\frac{h}{a}x+\frac{k}{a}y+\frac{l}{c}z=1$.

La troisième formule, qui fournit l'angle (PZ) c'est-à-dire l'angle de la face avec une face perpendiculaire à l'axe principal, peut être remplacée par $\mathrm{Tg}^2(PZ) = \frac{c^2}{a^2}\cdot\frac{h^2+k^2}{l^2}$.

L'angle des deux faces $(h\,k\,l)$, $(h'\,k'\,l')$ sera donné par

$$\cos\lambda = \frac{-\left(\frac{hh'+kk'}{a^2}+\frac{ll'}{c^2}\right)}{\sqrt{\frac{h^2+k^2}{a^2}+\frac{l^2}{c^2}}\sqrt{\frac{h'^2+k'^2}{a^2}+\frac{l'^2}{c^2}}}$$

Ce sont là les seules formules dont on ait besoin.

Commençons par indiquer les relations que existent entre les diverses faces d'une forme holoédrique, en entendant par là le solide semi-régulier limité par les différents plans qui la définissent. Il y a là trois espèces d'angles dièdres formés par les faces adjacentes;

1° *Angle formé par deux faces symétriques par rapport à la section principale*, comme $(h\,k\,l)$ et $(h\,k\,\bar{l})$. Désignons le par L; il sera le même pour toutes les faces. Comme évidemment $\frac{1}{2}\,L$, c'est-à-dire l'angle de la face avec la section principale est égale à (PZ), on aura;

$$\mathrm{Tg}^2\,\tfrac{1}{2}\,\mathrm{L} = \frac{c^2}{a^2}\,\frac{h^2+k^2}{l^2}\ . \qquad \cos^2\tfrac{1}{2}\,\mathrm{L} = \frac{\dfrac{h^2+k^2}{a^2}}{\dfrac{h^2+k^2}{a^2}+\dfrac{l^2}{c^2}}$$

Si on pose $\frac{k}{h} = \mathrm{Tg}\,\varphi$, auquel cas l'angle φ sera la moitié de l'angle aigu, en (supposant $h > k$) du lozange, section principale de l'un des octaèdres primitifs, on aura

$$\sin\varphi = \frac{k}{\sqrt{h^2+k^2}}\ ,\quad \cos\varphi = \frac{h}{\sqrt{h^2+k^2}}$$

et on pourra écrire $\quad \mathrm{Tg}\,\frac{1}{2}\,\mathrm{L} = \frac{al}{ch}\cos\varphi.$

2° *Angle formé par deux faces symétriques par rapport à l'un des plans des axes* comme $(\bar{h}\,k\,l)$, $(h\,k\,l)$; désignons-le par H, c'est l'angle dièdre latéral le plus ouvert de chacun des deux octaèdres primitifs. On aura

$$\cos\mathrm{H} = -\frac{\dfrac{k^2-h^2}{a^2}+\dfrac{l^2}{c^2}}{\dfrac{h^2+k^2}{a^2}+\dfrac{l^2}{c^2}}\ ;\ \text{et on en déduira}$$

$$\frac{1+\cos H}{2} \text{ c'est-à-dire } \sin^2 \tfrac{1}{2} H = \frac{\frac{h^2}{a^2}}{\frac{h^2+k^2}{a^2}+\frac{l^2}{c^2}}$$

ou $\sin \frac{1}{2} H = \cos \frac{1}{2} L \cos \varphi$.

L'angle dièdre latéral le plus aigu de l'octaèdre, fourni par les deux autres faces $(h k l)$, $(h \bar{k} l)$ serait donné par la formule

$$\sin \tfrac{1}{2} K = \cos \tfrac{1}{2} L \sin \varphi.$$

3° *Angle formé par deux faces situées dans un même angle trièdre*, comme $(h k l)$, $(k h l)$; désignons-le par F, on aura :

$$\cos F = -\frac{2\frac{hk}{a^2}+\frac{l^2}{c^2}}{\frac{h^2+k^2}{a^2}+\frac{l^2}{c^2}}.$$ D'où, en formant encore

$1 + \cos F$, on déduira $2 \sin^2 \frac{1}{2} F = \cos^2 \frac{1}{2} L \dfrac{(h-k)^2}{h^2+k^2}$.

Mais $\dfrac{(h-k)^2}{h^2+k^2} = (\sin \varphi - \cos \varphi)^2$,
c'est-à-dire $4 \sin^2 45° \sin^2 (45° - \varphi)$, d'où résulte

$$\sin \tfrac{1}{2} F = \cos \tfrac{1}{2} L \sin (45° - \varphi).$$

Calculons encore l'angle de deux faces latérales qui en laissent une entre elles, comme $(h\ k\ l)$, $(\bar{k}\ h\ l)$; elles correspondent à des côtés perpendiculaires de la section principale : désignons

le par M, on aura $$\cos M = \frac{-\frac{l^2}{c^2}}{\frac{h^2+k^2}{a^2}+\frac{l^2}{c^2}}$$

on voit que cet angle sera toujours obtus : $\cos M = -\sin^2 \frac{1}{2} L$.

Enfin, l'angle de deux faces qui en laissent deux autres entre elles sans appartenir au même octaèdre comme $(h\ k\ l)$, $(\bar{k}\ \bar{h}\ l)$ se calcule tout-à-fait comme l'angle F. En le désignant par G on obtient $\cos \frac{1}{2} G = \cos \frac{1}{2} L \cos (45^\circ - \varphi)$.

Supposons maintenant qu'il s'agisse de la détermination géométrique d'un cristal, ce qui consiste évidemment à obtenir les notations de toutes ses faces et à trouver quelles sont les formes dont ce cristal est une combinaison.

Il faut remarquer tout d'abord que cette question comporte une certaine indétermination. Le choix du tétraèdre déterminant est complètement arbitraire parmi tous ceux qui sont formés par quatre faces possibles du cristal. Seulement, bien qu'on puisse prendre pour axes trois intersections quelconques de faces, il y a ordinairement un système d'axes naturellement indiqué : et ici, par exemple, ce sera un système d'axes rectangulaires, toujours reconnaissable immédiatement dans la pratique à l'inspection même du cristal. Mais, même ce choix fait, et avec la condition de prendre égaux les deux paramètres correspondants aux axes de même symétrie, il y aura encore indétermination pour la quatrième face, puisqu'il suffit qu'elle soit également inclinée sur ces deux axes pour les couper à la même distance du centre. Ainsi, quand on commence l'examen d'un cristal du second système, après avoir reconnu la position des axes, il faut avant tout choisir la quatrième face qui détermine les paramètres a et c, c'est-à-dire la face qu'on notera (111) : du choix de cette face doit résulter la valeur du rapport $\frac{c}{a}$, qui entre dans toutes les formules. On peut toujours commencer par le déterminer, et jamais il n'y aura de difficultés dans la pratique.

Si les faces rectangulaires existent ainsi que la face choisie pour (111), il suffira de l'observation d'un seul angle, par exemple celui de la face (001) avec la face (111) ; en l'appelant λ

$$\cos^2 \lambda = \frac{1}{2 \frac{c^2}{a^2} + 1}.$$

Dans tous les cas, il sera nécessaire et d'ailleurs suffisant d'avoir les notations de deux faces pour déduire de l'observation de leurs angles la valeur de ce rapport au moyen de la formule citée plus haut : et ce qu'il y a de véritablement arbitraire dans cette valeur se trouve ainsi reporté sur les notations des premières faces déterminées. Mais il n'y a pas lieu de chercher des relations pouvant servir à trouver d'une manière précise ce rapport des paramètres d'après l'observation des angles d'une forme cristalline prise isolément; et, par exemple, l'examen des relations indiquées plus haut comme existant entre les faces d'une forme complète montrerait de suite qu'il est tout-à-fait impossible de déduire des angles de cette forme à la fois la notation et le rapport des paramètres : ce sont, pour ainsi dire, choses de nature différente. Du reste, cela ne constitue pas une difficulté dans la pratique, attendu que jamais on n'a observé une forme complète existant seule, et par conséquent, cette sorte d'indétermination théorique ne se présente jamais.

Le rapport des paramètres une fois connu, l'observation des angles d'une forme fournira immédiatement sa notation. Ainsi, en employant les formules données plus haut, les angles L et H feront connaître l'angle φ et par suite le rapport $\frac{k}{h}$; puis l'angle L déterminera le rapport $\frac{l}{h}$, et on aura les caractéristiques de la forme.

TROISIÈME SYSTÈME OU SYSTÈME PRISMATIQUE.

Pour le troisième système, le solide caractéristique est le parallélipipède rectangle. Si donc on prend pour axes trois parallèles aux arêtes menées par le centre, les paramètres seront les demi-longueurs des arêtes; le tétraèdre terminant sera simplement un tétraèdre rectangle. La symétrie particulière au système consistera donc en ce que les huit trièdres formés par les axes sont identiques; mais dans chacun d'eux les trois axes sont distincts; ce qui a lieu pour l'un ne se trouve répété pour aucun des deux autres.

D'après cela, l'existence d'une face $(h\ k\ l)$ entraîne seulement l'existence de sept autres faces interceptant sur les axes les mêmes longueurs et formant avec elle un octaèdre $\{h\ k\ l\}$, qui est ici la forme holoédrique complète.

Hémiédrie. — Il n'existe ici que des formes hémiédriques à faces inclinées.

La forme holoédrique se décompose naturellement en deux tétraèdres l'un *direct*, l'autre *inverse*, non superposables, et comprenant encore ici, l'un les faces pour lesquelles il y a un nombre impair de caractéristiques positives, et l'autre celles où il y en a un nombre pair.

Ce genre d'hémiédrie a été observé, il existe notamment dans le sulfate de magnésie et dans le manganite.

Tétartoédrie. — En supprimant la moitié des faces de l'un des tétraèdres direct ou inverse, on obtient une forme ouverte qui est une tétartoédrie de la forme primitive.

Une même forme fournit ainsi six formes tétartoédriques différentes et non superposables. Si l'on considère en effet l'un des tétraèdres hémiédriques, le tétraèdre direct par exemple, en combinant une face quelconque successivement avec les trois autres on obtient trois couples de faces formant trois formes tétartoédriques, lesquelles sont évidemment différentes et non superposables: car les dièdres ainsi obtenus ne sont pas égaux. Et d'ailleurs, le tétraèdre qui a fourni ces trois formes n'en peut donner d'autres: il est facile de s'assurer en effet, que deux combinaisons complémentaires l'une de l'autre sont superposables par une rotation autour de l'un des axes (ce qui tient à ce que dans un tétraèdre hémiédrique les dièdres suivant les arêtes opposées sont égaux). Or, il n'y a que six combinaisons possibles et elles sont deux à deux complémentaires. Ainsi, le tétraèdre direct fournit trois formes tétartoédriques non superposables : dès lors, il est visible que le tétraèdre inverse symétrique du tétraèdre direct en fournira ainsi trois, symétriques des premières. — Il y en aura donc en tout six, deux à deux symétriques, mais toutes différentes et non superposables [1].

Cas particuliers. — Il n'y a point lieu ici de considérer le cas où des caractéristiques seraient égales entre elles; comme les paramètres sont différents, cette supposition n'introduirait dans la forme cristalline aucune régularité particulière. Il suffit donc de voir ce qui arrive s'il y a des caractéristiques nulles; et c'est chose fort simple.

S'il y a une caractéristique nulle, la forme cristalline devient un prisme droit à base rhombe, ouvert d'ailleurs; il n'y a plus ni hémiédrie ni tétartoédrie.

S'il y a deux caractéristiques nulles, la forme se réduit à deux plans parallèles à l'un des plans principaux. Le parallélipipède rectangle pris pour type du système est ainsi la combinaison des trois formes $\{100\}$, $\{010\}$, $\{001\}$.

Formules pour le troisième système.

L'angle de deux faces $(h\,k\,l)$, $(h'\,k'\,l')$ est ici donné par l'expression

$$\cos\lambda = -\frac{\left(\frac{hh'}{a^2}+\frac{kk'}{b^2}+\frac{ll'}{c^2}\right)}{\sqrt{\frac{h^2}{a^2}+\frac{k^2}{b^2}+\frac{l^2}{c^2}}\sqrt{\frac{h'^2}{a^2}+\frac{k'^2}{b^2}+\frac{l'^2}{c^2}}}.$$

1. Cette tétartoédrie a été observée, pour la première fois, par M. Pasteur, sur le tartrate d'ammoniaque *(Ann. de Phys.,* 1854); il a observé deux formes symétriques l'une de l'autre.

Et, par un calcul tout-à-fait pareil à celui qui a été fait pour le système prismatique, on trouvera entre les faces d'une forme holoédrique, qui est ici, avons-nous dit, un octaèdre, les relations

$$\mathrm{Tg}\,\tfrac{1}{2}\,\mathrm{L} = \frac{la}{kc}\cos\varphi,\quad \sin\tfrac{1}{2}\,\mathrm{K} = \cos\tfrac{1}{2}\,\mathrm{L}\sin\varphi,\quad \sin\tfrac{1}{2}\,\mathrm{H} = \cos\tfrac{1}{2}\,\mathrm{L}\cos\varphi,$$

en désignant par L l'angle de deux faces $(h\,k\,l)$ $(h\,k\,\bar{l})$, par K celui des deux faces $(h\,k\,l)$ $(h\,\bar{k}\,l)$, par H celui des deux faces $(h\,k\,l)$ $(\bar{h}\,k\,l)$; et en désignant par φ un angle auxiliaire tel que $\mathrm{Tg}\,\varphi = \frac{ka}{hb}$ (c'est la moitié de l'un des angles du losange situé dans le plan $X\,Y$).

Si maintenant il s'agit de la détermination géométrique d'un cristal, il faut encore ici remarquer que la question présente deux points, dont l'un est susceptible d'une certaine indétermination; il faut d'abord fixer les valeurs des paramètres $a\ b\ c$, ou plutôt celles de leurs rapports, puis ensuite arriver à la connaissance de la notation de chacune des formes dont le cristal peut être une combinaison. Ici encore, la symétrie apparente du cristal fera toujours connaître la direction des axes, mais il y a une véritable indétermination dans le choix, restant encore arbitraire, de la face (1 1 1) dont les intersections avec ces axes fixent les paramètres.

Si les trois faces rectangulaires (1 0 0), (0 1 0), (0 0 1) existent en même temps que la face (111), les relations connues

$$\frac{\frac{1}{a}}{\cos\alpha} = \frac{\frac{1}{b}}{\cos\beta} = \frac{\frac{1}{c}}{\cos\gamma}$$

entre les paramètres et les angles que fait cette face avec les trois premières fourniront immédiatement les paramètres. Il en sera de même, si au lieu de la face (111) on en a une autre, de notatation connue : les relations deviennent

$$\frac{\frac{h}{a}}{\cos\alpha} = \frac{\frac{k}{b}}{\cos\beta} = \frac{\frac{l}{c}}{\cos\gamma}.$$

Dans tous les cas, l'observation de deux angles dièdres, formés chacun par deux faces de notations connues fournira les valeurs des paramètres. Si l'on prenait deux faces quelconques, le calcul serait fort compliqué; mais il est clair que dans chaque cas particulier on le simplifiera, et il n'y a pas lieu de s'en préoccuper.

Les paramètres une fois déterminés, les formules ci-dessus indiquées permettront bien simplement d'obtenir la notation d'une forme quelconque d'après les angles de ses faces. Deux des angles H, K, L mesurés donnent φ, par conséquent $\frac{k}{h}$; φ et L donnent d'ailleurs $\frac{k}{l}$; on a donc la notation de la forme.

Un seul angle suffira si une des caractéristiques est nulle; par exemple si $l=0$, c'est-à-dire, si on a une forme prismatique, l'angle L est devenu nul, φ se confond avec $\frac{1}{2}H$; $\operatorname{Tg}\frac{1}{2}H = \frac{ak}{bh}$, ce qui fournit la notation de la forme $\{h\,k\,0\}$.

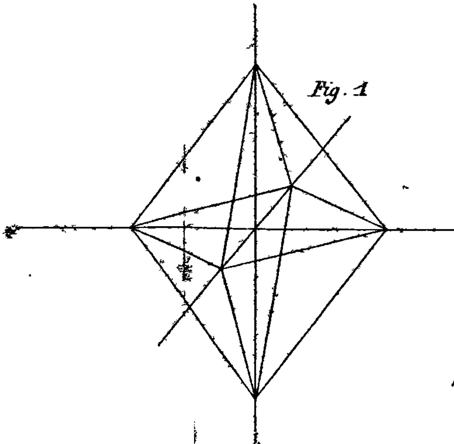


Fig. 1

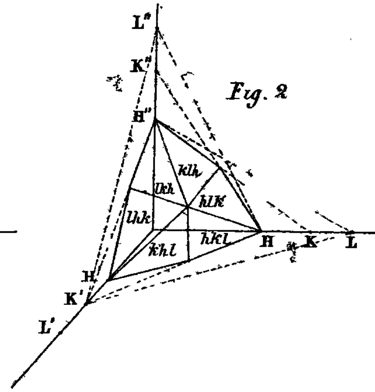


Fig. 2

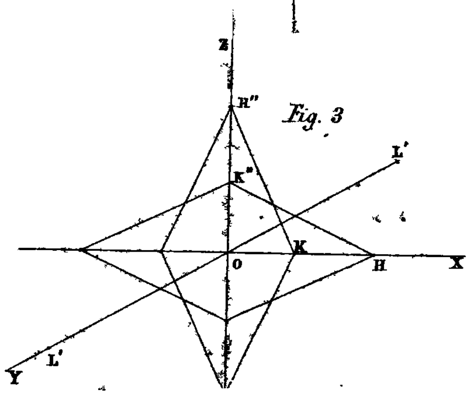


Fig. 3

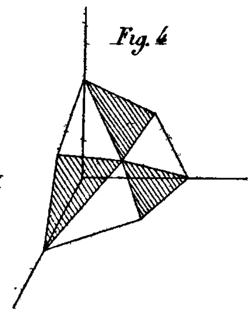


Fig. 4

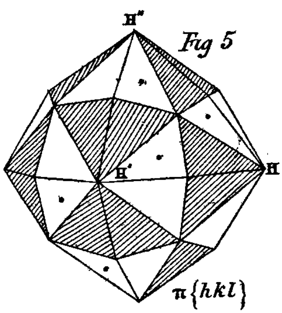


Fig 5

$\pi\{hkl\}$

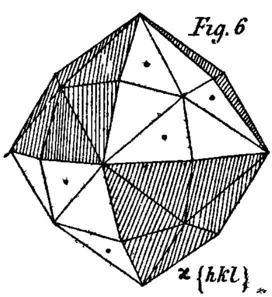


Fig. 6

$\varkappa\{hkl\}$

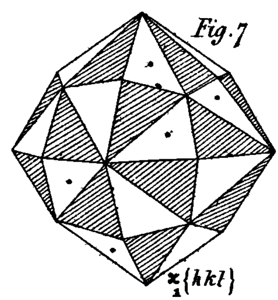


Fig. 7

$\varkappa_1\{hkl\}$

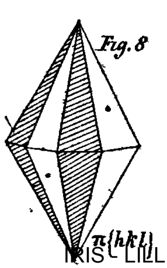


Fig. 8

$\pi\{hkl\}$

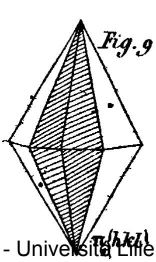


Fig. 9

$\pi_1\{hkl\}$

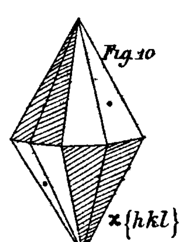


Fig. 10

$\varkappa\{hkl\}$

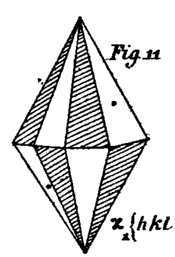


Fig. 11

$\varkappa_1\{hkl\}$

L. Danel, Lille

LE COMTE DU BUAT,

Membre Correspondant de l'Académie des Sciences.

d'après une Miniature

Lith A Robaut a Douai

NOTICE

SUR LA VIE ET LES OUVRAGES

DE

PIERRE-LOUIS-GEORGES, COMTE DU BUAT,

Colonel du Génie, Brigadier Lieutenant-de-Roi,
Chevalier de Saint-Louis et de Malte, Correspondant de l'Institut,

Auteur des *Principes d'hydraulique*,

PAR M. BARRÉ DE SAINT-VENANT,

Membre correspondant.

SÉANCE DU 20 OCTOBRE 1865.

Aucune biographie n'a enregistré dans ses colonnes le nom de l'ingénieur français qui a opéré dans la science hydraulique une véritable révolution, et qui, né en Normandie, peut aussi être regardé comme une des gloires du département du Nord, où il a résidé cinquante ans et fait les travaux qui l'ont illustré. Ayant eu à étudier d'une manière particulière son beau livre [1], j'ai désiré depuis longtemps combler cette regrettable lacune. Il a fallu pour cela me livrer à un grand nombre de recherches [2], car deux officiers supérieurs de l'arme du génie, du nom de

1.— Surtout pour composer mes *Formules et Tables nouvelles pour les eaux courantes*, un volume in-8, ou *Annales des Mines*, 1851, 4e série, t. XX.

2. — Je recevrai avec reconnaissance les documents nouveaux ou les observations qu'on voudrait bien m'adresser. *A M. de Saint-Venant, près Vendôme* (Loir-et-Cher).

du Buat[1], ont existé à la même époque, et les premières notes qui m'avaient été remises étaient de nature à donner le change; mais, enfin, grâce à d'obligeants renseignements[2], la lumière s'est faite, et je peux présenter un tableau à peu près complet de la vie de cet homme de bien, encore vivant dans la mémoire des habitants de Condé, sa seconde patrie, et aussi digne d'affection par ses qualités privées que par ses éminents services.

Dans un manoir plus que modeste, appelé Buttenval[3], du territoire de Tortizambert, paroisse de trois à quatre cents âmes[4] (canton de Livarot, Calvados), et bâti sur le coteau de gauche d'un joli vallon, petit affluent de la vallée de la rivière de Vie, qui est l'une de ces deux *auges*, larges et très-profondes ayant, dit-on, donné le nom au pays d'herbages le plus riant et le plus pittoresquement accidenté de la Normandie, sont nés, dans la première moitié du dix-huitième siècle, deux gentilshommes, destinés, par la modique fortune qui devait leur écheoir, à continuer l'existence honorable mais ignorée de leurs derniers ancêtres; mais qui, par leur persévérant travail et leur haute intelligence, ont su arriver à une position élevée, et laisser, dans deux genres différents, des ouvrages capables de les immortaliser. Louis Gabriel (le diplo-

1.— J'écris ce nom par *un petit* d et *un grand* B, d'apres ce qu'ont décide trois jugements de rectification d'actes de naissance rendus par le tribunal d'Evreux et un par celui de Dreux, en 1861 (7 janvier, 27 mars, etc.), à la requête de personnes de la même famille.

2.— Voyez la Note A à la fin de la présente *Notice*.

3.— Prononcez Butte-en-Val. On y voit quelques bâtiments d'exploitation rurale dont la partie occupée par le fermier l'était probablement par le seigneur, et une sorte de tour carrée de cinq metres de côté, en bois et colombage, aujourd'hui vacherie et grenier, couronnée d'un toit en tuiles à grande pente, servant autrefois de donjon pour les redevances et les aveux. La maison d'habitation actuelle est un bâtiment à rez de-chaussée et mansarde, construit en colombage il n'y a pas plus d'un siècle. Le domaine est de 36 hectares; celui de Vauhenry, ou Val-Henry, qui y touche et qui a eu le même possesseur, en contient autant.

4.— Les 400 habitants, de la fin du siècle dernier, sont aujourd'hui réduits à 250. La dépopulation de ce riche pays peut être attribuee non-seulement à ce que l'on *couche* presque toutes les terres, c'est-à-dire qu'on les met en herbages et vergers, même jusqu'au sommet des collines, pour peu qu'il y ait d'humidité entre deux terres, et à l'attraction des villes et de leurs jouissances, ainsi que des fabriques et de leurs gains aléatoires. mais aussi à l'absence des principaux proprietaires du sol.

mate) né le 2 mars 1732, et Pierre-Louis-Georges (l'ingenieur militaire), né le 23 avril 1734, n'ont peut-être droit qu'à être placés sur le second plan, l'un parmi les historiens, l'autre parmi les savants d'un siècle qui en a produit de si célèbres; mais, hommes positifs l'un et l'autre dans le meilleur sens du mot, ayant beaucoup *pratiqué*, le premier l'humanité, le second les choses, chercheurs sincères et penseurs d'un excellent esprit, on conçoit que Louis-Gabriel ait pu prophétiser dès 1765 la catastrophe de 1792, à laquelle Montesquieu lui-même poussait sans la désirer; et que Pierre-Louis-Georges ait pu, même avant ses belles expériences, introduire dans l'hydraulique, de la manière la plus claire, le *frottement* intérieur et extérieur des fluides, auquel d'Alembert ne pensait seulement pas, et préparer ainsi l'explication vraie de leur *résistance*, léguée à de plus heureux que lui par ce grand géomètre, comme par Euler qui l'avait abandonnée aussi en désespoir de cause.

A d'autres époques, les du Buat (en latin *de Buato*) avaient occupé des positions plus hautes. Leurs diverses branches paraissent tirer toutes leur origine de l'ancien château *du Grand Buat*, paroisse de Lignerolles, à trois kilomètres au sud du monastère de la Grande-Trappe des environs de Mortagne (Orne), à la fondation duquel Gervais du Buat fut des premiers à concourir vers 1150, sur l'appel de Rotrou II, comte du Perche, au retour d'une croisade contre les Maures d'Espagne; et ce monastère fut doté par ses descendants pendant plusieurs siècles à charge « d'anniversaires, d'obits, de droits de sépulture en la chapelle. » L'écusson primordial des du Buat figure au plafond de la salle de la deuxième croisade du musée historique de Versailles, année 1190 [1], avec les noms des deux frères Payen et Hugues du Buat, crus fils de Gervais. On ne connaît que depuis l'an 1400 environ, la filiation de la branche de ceux

1.— Voir le tome VI, p. 150, *des Galeries historiques de Versailles.*

dont nous nous occupons [1]. Leur sextaïeul, dit Guillaume III, quoique cadet de ses frères, avait eu le grand Buat pour lot dans un partage de famille de 1487 ; mais ce domaine fut vendu en 1561 par ses fils qui, dès 1534, avaient acquis par des mariages les seigneuries de Garnetot et de Mesnil-Gergon ou Migergon, et leur quintaïeul vint fixer sa demeure en Normandie, dans la paroisse de Garnetot, située entre Livarot et Falaise, et voisine de celles de Tortizambert et de Saint-Bazile où sont nés Pierre-Louis-Georges et son frère, ainsi que leur père Louis-Jean et leur aïeul Louis-François, qui était d'une sous-branche cadette et qui, reçu avocat dans sa jeunesse, devint sénéchal et juge de police au bourg de Vimoutiers, après avoir servi militairement. Buttenval venait de leur mère Catherine Chauvel, et Saint-Bazile de leur aïeule Anne de Gaultier. Ces petits seigneurs, dont plusieurs avaient souvent leurs fiefs dans la même paroisse, s'alliaient entre eux, figuraient périodiquement dans les guerres, et trouvaient, dans la frugalité et l'extrême simplicité de leur vie, le moyen de répandre autour d'eux quelque bien et de conserver une existence qui ne leur fît pas perdre les priviléges attachés à leur extraction et à leur état [2].

La vie de Louis Gabriel, né, disons-nous, en 1732, a été écrite succinctement par son ami l'académicien Suard, et insérée à la *Biographie universelle* de M. Michaud. Je puis y ajouter quelques détails inédits recueillis dans sa famille ainsi qu'au ministère des affaires étrangères, et qui peuvent éclairer ce qui est relatif à son frère puiné. Suard rapporte qu'un hasard heureux lui fit faire la connaissance du chevalier de Folard qui l'accueillit dans sa maison [3] et lui donna une éducation qui eût été parfaite,

1.— Voyez la Note B à la fin de la présente notice.

2.— Dans la même commune de Tortizambert il y avait un manoir plus important, appelé le Coudray, avec sous-bailliage et justice, mais appartenant alors à la famille de Combereux.

3.— Le biographe de Folard dit, en effet, que dans sa vieillesse il employait le revenu de ses pensions à secourir ceux qui étaient dans le besoin ; qu'en 1749 il prit chez lui trois jeunes gentilhommes qui avaient peu de bien et les plaça suivant leurs goûts, mais tous trois de manière qu'ils pussent être utiles au service du Roi.

continue le biographe, sans le zèle janséniste qui portait ce vieux militaire, au grand étonnement des gens sensés, à fréquenter les réunions des convulsionnaires au tombeau du diacre Pâris ; il ajoute que le jeune L. du Buat se dégagea peu à peu de ces erreurs (dont on sait que Folard revint lui-même quelques temps avant sa mort, arrivée en 1751) [1], mais qu'il avait puisé à cette école une rigidité de principes conservée par lui toute sa vie. Folard avait un neveu du même nom, ministre de France à Ratisbonne. Les dispositions qui furent reconnues en du Buat l'aîné le firent attacher, en 1749 (à l'âge de 17 ans), afin qu'il pût d'abord « apprendre la langue allemande et le droit public, » à cette ambassade, à laquelle il se rendit utile dès le troisième mois ; en sorte que, revenu à Paris en 1752, il obtint toutes les facilités nécessaires pour étudier à fond les affaires du Nord, ce à quoi il consacra plus de trois années d'un travail assidu, où M. de Chauvelin, ancien garde des sceaux, le dirigeait lui-même plusieurs heures par jour. Au bout de ce temps de retraite, il partit pour Munich, encore avec le neveu de Folard ; et en 1757, à peine âgé de vingt-quatre ans, il négocia et signa deux traités en qualité de ministre plénipotentiaire près le roi de Bavière. Nommé, le 11 janvier 1763, ministre du roi près la diète de l'empire à Ratisbonne, puis, en 1772, ministre plénipotentiaire près l'électeur de Saxe à Dresde, il prit sa retraite en 1775 pour revenir en France dans l'intérêt de la santé de sa femme, à laquelle il s'est souvent sacrifié ; et, aussi, un peu piqué de ce qu'on ne l'eût pas chargé de négociations plus importantes ; ce qui a pu tenir à ce qu'il fut un de ces travailleurs consciencieux et rudes, à la parole un peu vive, qui se font des ennemis parmi ceux dont ils conquièrent l'estime. Son mariage, le 1er septembre 1765, à l'âge de trente-trois ans, avec Marie-Thérèse, née baronne de Crass, dame de

1.— Le père de Folard avait été élevé à Port-Royal; ce qui n'empêcha pas trois de ses fils d'entrer dans la compagnie de Jésus; un autre fut doctrinaire.

Wisent, etc. dans le duché de Neubourg, près Ratisbonne, âgée de trente ans (née le 2 novembre 1734 à Paderborn), veuve du baron Adam de Falkemberg, qui avait été pendant vingt-quatre ans directeur-général des finances et commissaire général des troupes de l'électeur de Cologne, avait sans doute été le commencement de sa fortune; car, l'année suivante, le 14 juin 1766, il avait acquis de Charles-Louis marquis de la Châtre, la belle terre de Nançay en Berri (entre Salbris et Vierzon) qui en 1609 avait été érigée en comté par Henri IV, et dont plusieurs la Châtre avaient pris le nom. Le titre de comte, seule récompense honorifique qu'il ait jamais reçue, lui avait été donné par le roi, et figure sur son brevet de pension de 6,000 fr. du 31 mars 1775. Il avait aussi été autorisé à continuer de porter, quoique marié, la décoration de l'ordre de Malte où il s'était fait recevoir en 1756 pour être, dit-il, mieux en état de servir le roi dans les cours de l'Allemagne, et « pour imposer silence à ses détracteurs qui lui disputaient jusqu'à sa naissance, » ou qui ne la trouvaient pas en rapport avec les importantes fonctions dont il avait été chargé très-jeune [1].

Ayant perdu, à Nançay, le 24 janvier 1777, sans avoir eu d'enfants, sa femme, à laquelle il n'avait demandé aucun testament en sa faveur, sa fortune diminua des deux tiers, et il fut obligé de grever Nançay pour acquitter, en Allemagne, la part de ses beaux-frères. Remarié dix ans après, en 1786, à Louise Le Cordier de Bigars de la Heuss, fille d'un président au parlement de Rouen, il eut une fille, née au mois de mars de l'année de sa mort, arrivée le 18 septembre 1787. Cette enfant mourut elle-même l'année suivante, à Salbris; en sorte que Pierre-Louis-Georges hérita du titre et des biens de son frère, dont il ne jouit pas longtemps comme on verra [2].

1. — Le procès-verbal des preuves de noblesse des deux frères, ainsi que de leurs aïeux et aïeules, bisaïeux et bisaïeules (ce qui constituait les huit quartiers exigés pour l'ordre de Saint-Jean-de-Jérusalem), se trouve à la bibliothèque de la ville de Valenciennes.

2. — Du Buat de Nançay fut de l'Académie des sciences et belles-lettres de Bavière, et directeur de la classe d'histoire. Il publia une *Histoire des origines de la maison de Bavière*

Pierre-Louis-Georges aussi, né le 23 avril 1734, et ayant à peine connu sa mère qu'il perdit en 1740, fut disciple de Folard, qui, suivant les dispositions qu'il lui reconnut, le dirigea vers la carrière militaire. On en a une preuve par une pièce intitulée : *La tactique des anciens et des modernes réunie, manuscrit du chevalier de F******, qui se trouve parmi les papiers laissés par du Buat. C'est une copie d'un mémoire que le vieux guerrier, âgé alors de soixante-dix-neuf ans, remit, après la paix de 1748, à son élève, qui en avait à peine quatorze, afin (comme dit le préambule de cette copie, fait après la mort de Folard et celle de du Buat), de lui fournir le moyen d'exécuter un plan de campagne d'une manière glorieuse, prompte et décisive, sans que des forces supérieures, des obstacles naturels, des positions retranchées et même des places fortes puissent arrêter la marche d'une armée ; et aussi afin, avant de mourir, de laisser un monument qui pût devenir la meilleure preuve de l'existence de la tactique [1]. Il est même à présumer que Folard conseilla dès lors à du Buat de se destiner au Génie, en sorte que ce serait indirectement au célèbre auteur des *Commentaires sur Polybe* qu'on

en latin, pour faire revenir les allemands de l'opinion qu'on n'apprenait pas en France cette langue ancienne. Ses autres ouvrages, très-estimés surtout de l'autre côté du Rhin, où on les regarde comme classiques, sont : *Tableau du gouvernement actuel de l'Allemagne*, traduction avec des notes historiques et critiques, 1755. — *Les Origines, ou l'ancien gouvernement de la France, de l'Italie et de l'Allemagne*, 1757. — Une tragédie de *Charlemagne*, 1764. — *Histoire ancienne des peuples de l'Europe*, 1772. — *Les Eléments de la politique, ou recherches sur les vrais principes de l'économie sociale*, 1773 (livre composé à Ratisbonne en 1765). — *Les Maximes du gouvernement monarchique, pour faire suite aux éléments de la politique*, 1778. — *Remarques d'un Français, ou examen impartial du livre de M. Necker sur les finances*, 1785. — *Lettre d'un anti-philosophe de province aux philosophes de la capitale*, 1785.

1. — Il y est dit : le célèbre chevalier de F*****, qui avait laissé au chevalier D. le précis de ce mémoire, en avait écrit et rédigé à lui-même la partie élémentaire et tracé le dessin, ne s'étant pas proposé de livrer son manuscrit au public, et en avait banni ce qui pouvait être relatif au principe de la tactique moderne, etc.

Il y est traité de la bombarde, de la caronade, des obus incendiaires, de la formation de l'armée, de l'ordre de bataille, de l'attaque des grandes places, des retraites, etc.

On y lit à la fin (ce qui ôte tout doute) : Son élève, avantageusement connu dans l'arme du génie, *qui a laissé un traité d'hydraulique généralement estimé*, et dont tous les sentiments étaient dictés par la plus douce humanité, n'avait pas cru que le temps de publier ce mémoire fût arrivé, etc.

aurait la première obligation des belles recherches sur l'hydraulique qui ont illustré son disciple de prédilection.

C'est donc à Paris, sans aucun doute, que du Buat fit ou compléta ses études. Ses progrès, comme ceux de son frère, durent être rapides, car, outre que l'élégante clarté de son style, ses essais poétiques et ses citations des auteurs anciens, prouvent une certaine culture littéraire, il fut jugé capable, quant aux sciences, à l'âge de seize ans (1er juillet 1750), d'être reçu ingénieur sans passer par l'école du Génie de Mézières, qui venait d'être fondée.

Envoyé en 1750 à la résidence de Saint-Omer, il fut employé en 1754 et 1755 aux travaux du canal de jonction de la Lys à l'Aa; et l'on trouve ces mots sur lui au carton *Rivières et canaux* du Dépôt des Fortifications à Paris : « Calcul de la vitesse de l'eau dans le nouveau lit de la basse Meldick » (nom qui était donné à ce canal).

Envoyé au port du Hâvre en 1756, il en fut détaché pour faire la campagne de cette année, contre les Anglais, sur les côtes de la Bretagne et de la Normandie.

C'est la même année, à l'âge de vingt-deux ans, qu'il fit, ainsi que son frère présenté comme lui de *majorité*, les démarches, et produisit les preuves nécessaires pour être admis dans l'ordre de Malte. La bulle du Grand Maître, pour leur réception comme chevaliers militaires et de justice, à la suite du procès-verbal d'août 1756, est du 12 août 1757.

Arrivé en 1757 à Condé-sur-Escaut, il s'y fit bientôt connaître et rechercher pour sa conversation intelligente, ses manières franches et polies, jointes à un air avenant qui le faisait regarder comme le type du parfait gentilhomme. Mais, homme d'intérieur et d'étude, aussi sérieux dans ses mœurs qu'agréable dans ses relations, il voulut avoir une famille à lui, et, le 6 août 1758, âgé de vingt-quatre ans, il épousa, dans cette ville, Jacqueline-Marguerite-Élisabeth, fille de Gérard Bosquet, seigneur du

Hameau, née à Condé le 22 juin 1741 et âgée ainsi de dix-sept ans. Bosquet du Hameau, d'une famille originaire de Mariembourg au pays de Namur, dont plusieurs membres avaient été anoblis par des magistratures municipales ou pour des services militaires sous le gouvernement espagnol [1], habitait Fresnes-sur-Escaut, et était l'un des principaux sociétaires et organisateurs de la compagnie des mines de charbon de terre d'Anzin, dont il fut plus tard régisseur. Il avait été intéressé dès 1741 dans les mines de l'Artois, et il possédait depuis 1753 la petite terre du Hameau (commune de Bruai ou du Breuil, près Fresnes).

Des onze enfants issus de ce mariage, les cinq premiers et les deux derniers naquirent à Condé, et les quatre autres à Valenciennes (1766-1774) qui n'en est éloigné que de treize kilomètres. C'est, en effet, dans cette dernière ville que du Buat prit sa résidence en 1763 à son retour des campagnes sur le Rhin de 1759, 1761 et 1762, où il eut part aux attaques de Kamen et de Schneidingen ainsi qu'au siége de Meppen, ce qui lui valut la commission de capitaine en 1761.

A Valenciennes, il conduisit en chef, de 1763 à 1773, les travaux dits des fronts de la porte de Tournay, en faisant fonction d'ingénieur en chef, quoique sous les ordres du directeur des fortifications Demoulceau. Cet officier, dans une lettre au général Filley, se plaignait en 1767 de ce que du Buat (qui lui était supérieur en talent) exécutait souvent des travaux sans le consulter.

C'est de Valenciennes qu'il adressa au Ministre, le 11 mai 1768, un mémoire remarquable resté inédit, *Sur le relief et le défilement des ouvrages de fortification, où l'on indique une nouvelle méthode pour déterminer le tracé de l'enceinte des places relativement aux divers terrains irréguliers qui peuvent se ren-*

1.— Portaient des coquilles et des têtes de maures, avec la devise *trans mare,* sans doute pour avoir pris part aux guerres d'Afrique.

contrer. Les deux copies qui s'en trouvent au dépôt des fortifications (Objets d'art, carton n° 6) ne sont point signées, en sorte qu'on a pu pendant quelque temps avoir de l'incertitude au sujet du nom de son auteur ; mais j'ai trouvé dans les papiers de du Buat, à Vieux-Condé, une confirmation complète de ce dont M. le colonel du génie Augoyat avait déjà, par divers rapprochements, acquis l'entière conviction, à savoir que ce mémoire est bien de lui ; ce que M. Augoyat exprime en ces termes, au *Spectateur militaire* pour 1862 (t. 2, p. 267) «...On voit, dans l'ouvrage adressé en mars 1768 au duc de Choiseul par du Vignau, que la théorie du défilement était en progrès, mais que cet auteur ne connaissait pas la manière de représenter un plan par son *échelle de pente*. Cette idée heureuse vint la même année au chevalier du Buat, l'auteur des *Principes d'hydraulique*, qui la consigna dans un mémoire bientôt répandu dans le corps du génie par de nombreuses copies.... »

La méthode de du Buat, très-préférable, en effet, dans la pratique, à celle des deux projections et des *deux traces de plans*, de Monge, permet de représenter parfaitement un plan d'une inclinaison quelconque au moyen de la seule projection horizontale cotée, et, par suite, de régler avec promptitude le relief des divers ouvrages des places de guerre, qui se compose d'une suite de plans inclinés. Du Buat indique très-clairement que pour faire passer un plan par trois points qui sont donnés au moyen de leurs projections horizontales et de leurs cotes de nivellement, il suffit de chercher, par un simple et unique calcul de proportion, sur la projection horizontale de la ligne de jonction de deux d'entre eux, un nouveau point qui soit justement au même niveau que le troisième point donné, et d'en joindre la projection à celle de celui-ci, ce qui donne aussitôt *une coupe horizontale* du plan cherché, et, par suite, deux autres, tirées parallèlement par les deux premiers points ; puis d'élever sur ces coupes une perpendiculaire commune, qui donne la *ligne de plus grande pente* du plan, ou *l'échelle*, sur laquelle on peut marquer et coter tout aussitôt une série de points équidistants dont les hauteurs sont connues. Son usage est fort simple, car le chiffre qui se trouve écrit au pied d'une perpendiculaire qu'on y abaisse d'un point quelconque du plan indique immédiatement la cote ou la hauteur de ce point. Ces échelles de pente, tracées pour les plans de défilement, qui rasent les crêtes des principaux ouvrages, et, aussi, pour chacun des plans qui composent les ouvrages quelconques (par exemple les glaci) permettent d'obtenir avec la plus grande facilité leurs lignes d'intersection, car ces lignes sont déterminées par les points de rencontre de coupes horizontales faites à la même hauteur. Leur emploi introduit, comme il le dit encore, avec la promptitude, qui est le moindre de leurs avantages, « la clarté dans les opérations, en évitant les calculs multipliés; il simplifie le travail en rendant superflus les développements, et ces profils sans fin, dont le nombre fatiguait les meilleures têtes. » Aussi l'échelle de pente est-elle devenue usuelle, surtout depuis que Meusnier, vers 1777, dans son mémoire sur le plan de défilement, l'a combinée avec la description des terrains par coupes horizontales, à peu près inconnue en 1768; combinaison qui permet de mener très-approximativement, par une droite donnée, un plan tangent à un terrain montueux donné, etc.

Comme il avait fait à son début dans la carrière d'ingénieur, du Buat s'occupa aussi un instant, à Valenciennes, de travaux hydrauliques, et on dit qu'il débarrassa cette ville des inondations qui en incommodaient périodiquement l'intérieur [1].

Sur les actes de naissance de trois de ses enfants, datés de Condé et de Valenciennes 1765, 1767, 1769, il prend le titre de *capitaine d'infanterie ingénieur du roi*. Le génie ne fut ap-

1.— Il envoya en effet, au Ministre, en 1767, un « Mémoire sur les moyens de remédier aux inconvénients des eaux de la Rhonelle dans les fossés de la place » paremment regardé comme une arme que depuis cette époque.

Promu en 1771 au grade d'ingénieur en chef dont il remplissait déjà les fonctions, du Buat, après une courte résidence au Quesnoy vers 1773, revint à Condé, sa patrie adoptive, et s'y fixa tout à fait.

Cette ville avait pour gouverneur, dès 1763, un homme non moins laborieux que lui, et digne de l'apprécier. Le Haynaut français et le pays environnant ont gardé le reconnaissant souvenir de tout ce qu'a fait pour eux le prince Emmanuel de Croy-Solre [1], depuis duc de Croy (1767) et maréchal de France (1783), né à Condé le 23 juin 1718, baron haut-justicier de cette ville [2], ainsi que de Vieux-Condé, Fresne et Bruai, et qui, après avoir fait la guerre d'une manière brillante en Allemagne et en Flandre en 1741, 1744 et 1747, avait été nommé commandant militaire de l'Artois et de la Picardie ainsi que du Boulonais et du Calaisis, où il faisait sa principale résidence.

La paix n'était jamais, pour cet homme utile (qu'on a surnommé le Penthièvre du Haynaut), le signal du repos, car il étudiait avec assiduité les sciences, il était stratégiste, ingénieur et architecte-amateur, et aussi historien-archéologue[3]. On doit à son intelligente administration plusieurs *pavés* ou routes des environs de Condé, le canal d'assainissement du Jard qui prend le trop plein de l'Escaut et débarrasse sa vallée des inondations qu'elle subissait au moindre orage, la construction, sur ses plans, de l'église paroissiale remplaçant l'ancienne collégiale de Condé, et, enfin, (1774-1779) la construction, *sur les plans et sous la direction de du Buat*, du bel hôtel-de-ville qui orne sa principale place. On lui doit aussi d'avoir insisté pour la confection du canal de navigation (dit de Saint-Quentin)

1.— Solre-le-Château est un bourg à trois lieues nord-est d'Avesnes.

2. Qui n'est point, apparemment, le Condé ayant donné son nom à une branche de la maison royale de Bourbon. La famille de Croy le possédait déjà en 1347.

3.— On a de lui une histoire de Cambrai, gros in-folio.

unissant aujourd'hui la Somme à l'Escaut, et d'avoir même, dans une conversation en 1758, amené à son avis Condorcet qui combattait cette utile voie commerciale. Mais, surtout, c'est lui qui a été, en 1757, le véritable fondateur de l'association des riches mines de charbon d'Anzin, dont les principaux gisements, situés entre Condé et Valenciennes, avaient été découverts vers 1717 par le marquis Desandrouin. Les divers concessionnaires se ruinaient en procès les uns contre les autres. Le maréchal, qui possédait comme seigneur justicier un droit à une part dans les produits, sut les réunir en une compagnie unique, après leur avoir accordé une grande liberté d'action moyennant de généreuses transactions à forfait. Ses restes, amenés de Paris où il est mort le 30 mars 1784, puis transportés en Belgique pendant la révolution, ont été solennellement ramenés le 8 octobre 1845, à Vieux-Condé, pendant que M. Benezech de Saint-Honoré, petit-fils de du Buat, était maire de cette petite ville, qui est distante de Condé de trois kilomètres.

La tradition conservée dans le pays porte qu'Emmanuel de Croy était constamment secondé dans ses vues larges et dans leur mise à exécution, surtout depuis 1773, par du Buat, et, peu après, aussi par M. de Gheugnies de Quiévy, grand bailli de Condé, d'origine hispano-belge. Cet autre homme d'une grande intelligence et hautement animé du désir du bien public, a encore dans le département du Nord des descendants dont l'un a été maire de Condé avant 1830, et qui figurent toujours au nombre des actionnaires des mines, et des membres les plus considérés des administrations locales.

Du Buat, l'homme le plus pratique de cet utile triumvirat, et dont la modestie laissait souvent aux deux autres l'honneur de ce qui était exécuté, dut être chargé, entre autres choses, (1773-1777), de la confection du canal du Jard, dont le projet avait été dressé dès 1770 par l'ingénieur Laurent, mort l'année même où son exécution fut décidée : c'est sans doute d'après son conseil que le duc, loin d'y renoncer, à cause des difficultés survenues, se décida à en doubler la longueur en le prolongeant vers l'aval.

Diverses lettres de service et des mémoires très-développés, prouvent que ces travaux civils ne lui faisaient pas négliger l'étude et la proposition des améliorations dont les fortifications de Condé lui paraissaient susceptibles [1].

Nommé chevalier de Saint-Louis le 29 novembre 1775, il obtint le grade de major le 1er janvier 1777, et ceux de lieutenant-colonel et de sous-brigadier le 20 mars et le 8 avril 1779. En 1787, il fut fait, à Condé, colonel, et désigné chef de brigade directeur des fortifications à Lille; mais, la même année, il quitta le corps du génie, ayant reçu à titre de récompense la place de lieutenant-de-roi de Condé [2], qu'il conserva jusqu'en 1791, époque de la suppression des états-majors. Son nom cessa dès lors d'être porté sur l'état-militaire.

A partir de 1774, il signait le *chevalier du Buat*, sans doute en même temps que son frère aîné prenait le titre de comte; titre dont il hérita, comme on voit plus tard par les signatures de sa veuve et de son fils aîné, ainsi que par celle du troisième, Louis-Joseph, devenu l'aîné à son tour.

C'est de 1776 que date le commencement des recherches de du Buat sur l'hydraulique. Elles consistèrent d'abord seulement dans une observation attentive et soutenue de ce qui se passe; dans des réflexions sur la manière rationnelle de l'expliquer, et dans une étude des quelques expériences faites avant lui. Le résultat, dont une des conclusions était la nécessité d'entre-

1.— 20 novembre 1763. Mémoire raisonné sur ce qu'il serait a propos que le Roi fît faire pour assurer la défense de Condé et des environs dans le cas où le canal imaginé par les Autrichiens (de la Hayne à l'Escaut, entre Mons et Anthouin, pour éviter de passer par Condé) serait exécuté. — 1774. Projet de souterrain pour loger la garnison.

2.— Dans une lettre datée du 10 août 1780, conservée aux archives du dépôt des fortifications, il exprime sa reconnaissance de cette nomination à la place de M. de Plotot admis à la retraite. Ce millésime 1780 est erroné, car Plotot figure encore comme lieutenant de roi jusqu'en 1787, et du Buat, en tête de son livre de 1786, ne signe que Colonel du génie.

prendre des expériences nouvelles, fut consigné dans un mémoire adressé au prince de Montbarrey, alors ministre de la guerre, qui en accepta la dédicace si du Buat le publiait; ce qu'il fit en effet par le conseil du général Fourcroy de Ran.écourt, directeur général du corps royal du génie, qui l'aida de ses soins et de ses indications, ainsi que M. Le Sancquer, chef des bureaux de l'artillerie et du génie.

Laissons parler du Buat lui-même dans cette *première édition*, datée de 1779, qui donne le premier jet de sa pensée, et dont j'ai trouvé enfin un exemplaire à la bibliothèque de la ville de Valenciennes, parmi les legs de son petit-fils, après avoir vainement cherché à me procurer cette lecture à Paris soit aux diverses bibliothèques publiques, soit à celles du ministère de la Guerre.

Elle porte le titre :

Principes d'hydraulique, ouvrage dans lequel on traite du mouvement de l'eau dans les rivières, les canaux et les tuyaux de conduite; de l'origine des fleuves et de l'établissement de leur lit; de l'effet des écluses, des ponts et des réversoirs; du choc de l'eau; et de la navigation tant sur les rivières que sur les canaux étroits, par le chevalier du Buat [1], avec cette épigraphe tirée de Salomon, dont la vie et les œuvres seront vingt ans après l'objet particulier de ses études et des ses essais poétiques : *Quandò librabat Dominus fontes aquarum..., et legem ponebat aquis...., ego* (sapientia Dei) *aderam* (Proverbes, VIII, 27, 28, 29).

A l'épitre dédicatoire, il dit : « qu'en considérant combien nos lumières sont bornées sur cette partie des mathématiques quoique depuis longtemps des hommes de génie en aient fait leur étude, il s'est senti porté à étudier les lois que suit l'eau en mouvement soit dans l'établissement de son lit, soit dans

1.— Paris, de l'imprimerie de Monsieur, MDCCLXXIX, un v. in-8°. Se vend 6 livres chez Fr. Didot, et chez Cellot, Jombert fils aîné, Jombert jeune.

sa vitesse, soit dans son choc; que moins savant mais peut-être plus heureux que ceux qui l'ont précédé, il a trouvé un principe simple mais fécond d'où dérivent ces lois, et qu'il a rassemblé quelques rayons de lumière sur cette science jusqu'à présent trop obscure. »

Dans le discours préliminaire, presque entièrement reproduit aux *éditions* ultérieures, et qui est un morceau rempli de vues philosophiques sages et élevées, il expose le programme de ses travaux. « Après cent-cinquante ans de recherches, on a pu, dit-il, et à peine, découvrir ce qui est relatif à l'écoulement de l'eau par un orifice quelconque; mais tout ce qui concerne le cours uniforme des eaux qui arrosent la surface de la terre nous est inconnu, et, pour se faire une idée du peu que nous savons, il suffit de jeter un coup-d'œil sur ce que nous ignorons. Faut-il apprécier la vitesse d'un fleuve dont on connaît la largeur, la profondeur et la pente, fixer la pente qu'il convient de donner à un aqueduc pour conserver à ses eaux une vitesse donnée, ou la capacité du lit qui lui convient pour amener dans une ville, avec une pente donnée, une quantité d'eau qui suffise à ses besoins, tracer les contours d'une rivière de telle sorte qu'elle ne travaille point à changer le lit dans lequel on l'a renfermée; prévenir l'effet d'un redressement, d'une coupure, d'un réversoir (déversoir); calculer la dépense d'un tuyau de conduite....., déterminer de combien un pont, une retenue, une vanne feront hausser les eaux d'une rivière; marquer jusqu'à quelle distance ce remou sera sensible et prévoir si le pays n'en deviendra pas sujet aux inondations; calculer la longueur et les dimensions d'un canal destiné à dessécher des marais perdus depuis longtemps pour l'agriculture; assigner la forme la plus convenable aux entrées des canaux; déterminer la figure la plus avantageuse à donner aux vaisseaux ou aux bateaux pour fendre l'eau avec le moindre effort......, toutes ces questions, et une infinité d'autres du même genre, sont encore insolubles..

..... Faute de principes, on adopte des projets dont la dépense n'est que trop réelle, mais dont le succès est chimérique; on exécute des travaux dont l'objet se trouve manqué.... »

Aucun raisonnement, continue-t-il, ne peut servir à appliquer les formules de l'écoulement par des orifices, au cours uniforme d'un fleuve, qui ne peut devoir la vitesse avec laquelle il se meut *qu'à la pente de son lit prise à la superficie du courant*. La gravité est bien, dans les deux cas, la cause générale du mouvement; « mais, dans les eaux courantes, il est une loi qui modifie ce principe, loi dont la découverte doit servir de base à l'hydraulique »...... « Je me mis donc à considérer que si l'eau était parfaitement fluide et coulait dans un lit de la part duquel elle n'éprouvât aucune résistance, elle accélèrerait son mouvement à la manière des corps qui glissent sur un plan incliné.......; puisqu'il n'en est pas ainsi, il existe quelque obstacle qui empêche la force accélératrice de lui imprimer de nouveaux degrés de vitesse. Or, en quoi peut consister cet obstacle sinon dans le *frottement* que l'eau essuie de la part des parois du lit, et dans la viscosité du fluide?...... « C'est donc, conclue-t-il, un principe évident et certain tout à la fois que *quand l'eau coule uniformément dans un lit quelconque, la force qui l'oblige à couler est égale à la somme des résistances qu'elle essuie soit par sa propre viscosité soit par le frottement du lit*.. .... On verra quelle est la fécondité de cette loi. »

Du Buat a rendu cet énoncé à la fois plus simple et plus exact dans son texte de 1786 (au n° 20) en égalant seulement la force qui meut l'eau à *la résistance qu'elle éprouve*, et que l'on voit, plus loin, être seulement celle du lit ou de la paroi, sans y joindre la *viscosité*. Le frottement du fluide sur lui-même n'est en effet point à y ajouter; il n'intervient que d'une manière indirecte, pour « communiquer de proche en proche (n° 35 de l'édition de 1786), aux parties qui ne touchent pas les parois, le retardement dû à ceux-ci » : et son intensité n'influe que sur le rapport de la vitesse moyenne à la vitesse que possède le fluide contre les parois, et d'où la résistance de ceux-ci dépend. On ne doit pas, d'ailleurs, attribuer ce frottement *intérieur* à la seule viscosité, car il existe dans les gaz, qui n'ont rien de visqueux; la viscosité, comme la capillarité, est une attraction qui s'exerce aussi bien dans l'état de repos que dans l'état de mouvement, tandis que le frottement ne se développe que par le mouvement relatif des couches voisines l'une de l'autre. Sans doute, aussi, le mot frottement, bien qu'il convienne de le conserver pour les fluides, demande aujourd'hui quelque explication; car on a remarqué, surtout dans notre siècle, que l'obstacle opposé au mouvement par le fond et les bords des canaux ou des rivières n'est généralement pas assimilable au frottement mutuel des faces des solides. Les rugosités, les aspérités saillantes, donnent lieu à une foule de tourbillonnements et à des sortes de *ruptures* du fluide [1] qui se transmettent continuellement à travers sa masse par une sorte d'engrenement mutuel de portions finies et souvent très-visibles, ce qui fait éprouver à chaque instant, à la force vive d'écoulement ou *translatoire*, des pertes que le travail de la pesanteur est obligé de réparer sans cesse; en sorte que l'état plus ou moins rugueux des parois a une influence notable, et que du Buat n'avait pas aperçue, non-seulement sur leur action retardatrice propre, mais en même temps, comme l'ont montré les expériences les plus récentes, sur l'action mutuelle des diverses couches; action d'autant plus intense que le mouvement a été rendu plus tumultueux par les aspérités du lit.

Mais ces tournoiements et autres mouvements en quelque

1.— J'ai souvent remarqué ces *ruptures*. Les masses liquides paraissent en éprouver de véritables, tout comme les masses solides molles et pétrissables telles que le mastic, etc. lorsque le *glissement relatif* $\frac{du}{dz}$ (u étant la vitesse et z une coordonnée perpendiculaire à son sens), ou lorsque la rapidité avec laquelle s'inclinent l'une sur l'autre deux files de molécules primitivement perpendiculaires, vient à dépasser une certaine limite. Alors la masse, au lieu de continuer à se laisser pétrir ou déformer, se sépare, et les deux portions restées contiguës glissent l'une devant l'autre avec une différence *finie* de vitesse.

sorte désordonnés, ces actions tangentielles réciproques de portions finies, qui leur impriment comme à deux roues de mécanisme des rotations en sens contraires, n'auraient aucune raison d'exister sans cet engrènement purement moléculaire que Venturi a nommé *communication latérale du mouvement* des fluides [1], et qu'on peut très-bien continuer d'appeler leur frottement avec du Buat, Bossut, etc., sans parler de Descartes [2], de Mariotte [3] et de Newton [4]; et c'est un fait que ce frottement s'exerce tranquillement et sans rien de tumultueux dans certains cas en quelque sorte extrêmes, tels que celui de parois très-polies et celui de mouvements très-lents, ou dont rien n'est venu troubler la régularité, comme l'ont très-bien prouvé diverses expériences délicates de Coulomb [5], sur les oscillations tournantes de disques dans l'eau, de Girard [6] et de M. le docteur Poiseuille [7], sur l'écoulement dans des tubes capillaires, et même les expériences récentes de Darcy (citées plus loin) sur des tuyaux d'un certain diamètre, enduits de bitume, et de M. Bazin (idem) sur des canaux à parois lisses enduites de ciment. Et, quoi qu'on puisse dire et qu'on ait dit, il est de fait que des expériences d'un autre genre, nombreuses et détaillées, exécutées depuis du Buat dans de grands fleuves par des hydrauliciens allemands, italiens et français, ont fait reconnaître, malgré les oscillations irrégulières des instru-

1.— *Recherches expérimentales sur le principe de la communication latérale du mouvement dans les fluides*, in-4°, 1797.

2.— *Les Principes de la Philosophie*, 3e partie, § 66.

3.— *Traité du mouvement des eaux*, 1684, 5e partie, 1er discours, où Mariotte remarque que le mouvement est retardé, dans les tuyaux, par un *frottement* croissant beaucoup avec la vitesse.

4.—*Principes mathématiques de la philosophie naturelle*, liv. 2, prop. LI et LII, 9e section.

5.— Ce mémoire de Coulomb est cité plus loin.

6.— *Sur l'écoulement des fluides dans des tubes capillaires* (*Mém. de l'Institut*, 1813, 1814, 1815).

7.— *Savants étrangers*, t. IX.— M. Emile Mathieu, aux *Comptes-rendus de l'Académie*, 10 août 1863, t. LVII, p. 320, a confirmé théoriquement les résultats de M. Poiseuille par une analyse comme celle dont Navier avait donné en 1822 le modèle et le principe (t. VI des *Mém. de l'Institut*) et qu'il avait appliquée aux expériences de Girard.

ments de mesurage, annonçant une variation continuelle de la grandeur et même de la direction de la vitesse en un même endroit, qu'il y a cependant, en chaque point, une vitesse générale de translation longitudinale bien prononcée, qui décroît (comme dit du Buat au même n° 35) à mesure qu'on se rapproche des bords ou du fond. Les expériences de Darcy, sur l'eau qui coule dans de gros tuyaux de conduite, y ont manifesté d'une manière non douteuse quelque chose de semblable, ou un certain ordre dans l'ensemble, au milieu du désordre de détail causé par les rugosités. Rien donc n'empêche, en raisonnant sur l'état moyen relatif à chaque endroit, d'assimiler le mouvement plus ou moins tumultueux des eaux courantes à un *mouvement par filets* qui *frottent* entre eux ainsi que sur les parois où elles coulent; et il est nécessaire de continuer des tentatives dans cette direction, conforme aux vues de du Buat, car ce sera seulement ainsi que l'on pourra jamais appliquer par un calcul, à des cas non observés, tels que ceux de mouvements non uniformes ou non rectilignes, les résultats d'expériences qui auront porté sur des cas plus simples, ou bien sur un nombre toujours fort restreint des autres.

La loi simple d'égalité du poids décomposé du fluide, au frottement des parois, transmis par le frottement mutuel des filets, reste donc, malgré ces réserves, comme l'expression la plus vraie de ce qui régit le mouvement uniforme des eaux. Du Buat peut être considéré comme ayant le premier substitué d'une manière nette la réalité aux abstractions en introduisant ce frottement négligé par d'Alembert et à peine indiqué par d'autres auteurs, bien qu'il soit une propriété aussi essentielle aux fluides (visqueux ou non) que la pression, d'après la constitution de la matière, que tout prouve être composée de molécules disjointes (Voyez note plus loin). Il a, surtout, dans l'édition de 1786, faite après ses expériences, touché à peu près toutes les questions de la science hydraulique, et il les a éclairées d'une vive lumière. S'il ne les a pas résolues d'une manière définitive, il les a soulevées en jalonnant la solution d'une manière ferme. Ses erreurs, sur lesquelles il appelle tout le premier la critique, sont transparentes, faciles à rectifier par des comparaisons ou à l'aide d'observations nouvelles; et il a suffi de la lecture attentive de son livre vingt et quarante ans après sa publication, par Prony, par Navier, par M. Poncelet, pour en tirer des choses inattendues, dont le fonds n'est pas épuisé. Ses vues, ses invesgations, ont été tellement variées, appropriées avec tant de jugement aux besoins divers de l'hydraulique, qu'il faudra toujours citer du Buat lorsqu'on en traitera quelqu'un des points, et en revenir souvent à sa marche après l'avoir abandonnée.

Il fournit la preuve des ressources qui se puisent, pour l'avancement des sciences, même quant à leur partie la plus philosophique, dans l'esprit d'*application*, qui, visant aux résultats, ne se tient point dans des abstractions et dans des vues incomplètes, et qu'il ne faut nullement confondre avec cet esprit étroit et grossier de pure pratique et d'empirisme, si préconisé depuis un tiers de siècle par des détracteurs de la *théorie*, c'est-à-dire de la science. Du Buat, homme certainement pratique, tenant compte de tout et examinant tout, ne cesse jamais d'être théoricien, ou de se servir de son intelligence pour comparer, expliquer, déduire, et diriger ses recherches expérimentales du côté que de mûres réflexions lui ont indiqué comme le plus essentiel à explorer.

Au reste, dans ce qu'il a ajouté en 1786 à son discours préliminaire, il signale bien certaines méprises théoriques, par exemple celle du célèbre Guglielmini qui, voulant tirer tout du principe de Torricelli ou de l'écoulement par les orifices, en raison de la racine carrée de la charge fluide qu'ils supportent, avait supposé, dans l'un de ses écrits, que les vitesses des filets fluides croissaient dans un fleuve, de la surface au fond, suivant cette proportion là. Aussi du Buat préfère-t-il la marche de l'abbé Bossut, qui consulte continuellement l'expérience, en sorte qu'il attribue à celui-ci « le mérite de tous les efforts qui ont succédé aux siens; » et du Buat dit avoir dévoré la partie de son hydrodynamique qui traite des eaux courantes et y avoir puisé l'inspiration des recherches plus complètes auxquelles il s'est livré.

Quoique du Buat, en 1779, ne s'occupe encore que des canaux à section rectangle et des tuyaux à section circulaire, on voit déjà, dans l'énoncé des conséquences qu'il tire du principe ou de la loi d'écoulement uniforme, figurer implicitement ce *quotient l'aire de la section par son périmètre mouillé* qu'il appellera, en 1786, *rayon moyen* [1], et dont la grandeur a la même influence que la grandeur de la pente motrice sur la vitesse que prend l'eau, au moins contre le fond et les parois [2]. En effet, si pour une portion quelconque du courant, ayant par exemple une longueur égale à l'unité, l'on égale (comme on a dit) la force motrice, qui est le produit de la section d'écoulement par le poids de l'unité de volume de l'eau et par la pente, à la force résistante, qui est le périmètre mouillé multiplié par le frottement de l'unité superficielle des parois, l'on en déduit, en divisant les deux membres par ce périmètre, que *le produit du rayon moyen par la pente superficielle de l'unité de longueur du courant mesure justement ce frottement, évalué en poids de l'unité de volume* [3] (soit en *tonnes* de mille kilogrammes si l'on se sert des nouvelles mesures). Or le frottement de l'unité superficielle dépend de la vitesse prise contre les parois; la grandeur de cette vitesse dépend donc autant de celle de ce rayon que de celle de la pente motrice.

Pour en tirer, entre la pente, les dimensions du lit ou du tuyau,

1.— Ce quotient est, en effet, dans les tuyaux cylindriques et dans les canaux demi-circulaires, *égal à la moitié du rayon des parois*, ce qui est bien le *rayon moyen* des diverses couches concentriques de la section fluide.

2 — Pitot avait remarqué (*Académie*, 1728. *Sur les rapports des surfaces des grands et des petits corps*) que pour même vitesse et pour même section des tuyaux, le frottement retardateur y était en raison inverse de leurs diamètres, parce qu'il est proportionnel aux surfaces des parois.

3.— Ce raisonnement se trouve surtout au N° 74 de l'édition de 1786.

et la vitesse *moyenne* ou d'écoulement (quotient du volume écoulé par l'aire de la section), une relation au moins provisoire et probable, du Buat suppose cette vitesse proportionnelle à celle de fond, et (toujours dans son livre de 1779) la résistance du fond *proportionnelle au carré de la vitesse*, « parce qu'on peut, » dit-il, au chap. II, « la considérer comme produite par le choc de l'eau contre les aspérités du fond » et l'on sait que la force d'impulsion d'un fluide contre les corps plongés, et par conséquent la réaction ou résistance de ceux-ci à son écoulement, suit le rapport du carré des vitesses [1].

Pour déterminer le nombre dont il faut affecter le carré de la vitesse comme multiplicateur dans la formule ainsi construite, du Buat se servait des expériences de Bossut sur les tuyaux, et non pas de celles que ce géomètre a faites aussi sur des canaux artificiels, parce que les profondeurs d'eau n'y sont pas indiquées. Il en tirait déjà la solution approchée d'un grand nombre de problêmes ; puis il donnait, sur les sinuosités des rivières, leurs redressements, leurs crues, leur régime et la stabilité de leur lit, des considérations qu'il a reproduites, souvent d'une manière textuelle, à son ouvrage ultérieur.

Mais déjà il apercevait que l'équation qui donne ainsi, pour la vitesse, un nombre proportionnel aux racines carrées du rayon moyen et de la pente, ne convenait plus lorsque l'une ou l'autre de ces deux quantités était très-petite, car alors l'effet capillaire diminue l'écoulement dans un rapport bien plus grand, au point de le faire cesser tout-à-fait avant que la pente ou le rayon s'annule. Aussi du Buat, qui appelait alors cet effet *contraction de viscosité* (pour le distinguer de la contraction qui a eu lieu à l'entrée des tuyaux), faisait subir à sa formule

1.— Vers le même temps où du Buat adressait son premier mémoire au ministère de la guerre, de Chezy, ingénieur en chef inspecteur de l'école des ponts-et-chaussées, proposait aussi, dans un rapport fait à l'occasion du projet d'amener à Paris les eaux de l'Yvette, une formule d'eaux courantes supposant le frottement des parois proportionnel au carré de la vitesse moyenne. La vie de cet homme modeste mériterait aussi d'être tirée de l'oubli. Comme du Buat, il était profondément religieux. J'ai entendu raconter par Prony qu'il ne manquait jamais de célébrer, le 14 avril, avec ses élèves et ses amis, la fête de Saint-Bénézet, le constructeur du pont d'Avignon, *patron des ponts-et-chaussées*.

(chap. II de la 2e partie, nos 150 à 169), pour la rendre applicable à ces cas extrêmes, une certaine correction, mais d'une forme logarithmique et peu heureuse. Il terminait cet écrit de 1779 par diverses considérations sur les gonflements ou remous, sur les marées et les vents, sur le choc et la résistance des fluides, le frottement le long des corps plongés, la forme des poissons et celle qu'il convient le mieux de donner aux vaisseaux, etc.

Ce premier ouvrage fut mis sous les yeux de Louis XVI; et, sur le compte qui en fut rendu par Fourcroy de Ramécourt, un fonds annuel fut ordonné pour faire par les soins de du Buat de nouvelles expériences. Elles furent exécutées à Condé, au nombre de 331, en 1780, 81, 82, 83 [1], par le moyen d'une dérivation d'eaux de l'Escaut dans un des fossés de la place. On lui adjoignit deux jeunes officiers, d'Obenheim, capitaine au corps du génie, et Benezech de Saint-Honoré, lieutenant, qui s'affectionna particulièrement à ce travail, et fit presque tous les calculs : il devint son gendre quelques année après.

C'est à la suite de ces recherches soutenues, et de l'approbation qu'y donna l'Académie, que du Buat publia, en 1786, sa *nouvelle édition, revue et considérablement augmentée*, ou plutôt son grand ouvrage en deux volumes in-8° intitulé : *Principes d'hydraulique vérifiés par un grand nombre d'expériences faites par ordre du gouvernement.* Le reste du titre est conforme à celui de l'essai de 1779, sauf qu'au lieu du *choc de l'eau* il y est mis *la résistance des fluides en général, et celle de l'air et de l'eau en particulier*, et que l'épigraphe nouvelle est tirée de Bacon, regardé généralement alors comme l'instaurateur de la science expérimentale. Cet ouvrage a été traduit en allemand et imprimé à Berlin en 1796 ; il l'a été aussi en anglais aux Etats-Unis, et son auteur a reçu les hautes félicitations de Washington.

1 — La dépense fut de 4000 fr., dont 2500 fr. ordonnancés en premier lieu. Une lettre du 6 juillet 1782 existe au dépôt des fortifications, de l'écriture si nette de du Buat, par laquelle il remercie le Ministre du supplement de 1500 fr. alloué pour les continuer.

Une autre *nouvelle édition* a paru en 1816 chez Didot. Elle est en trois volumes et porte le titre : *Principes d'hydraulique et de pyrodynamique*, parce qu'il a été ajouté, à l'ouvrage de 1786, un troisième volume, résultat de quelques recherches faites à Dusseldorff pendant son émigration [1].

Nous parlerons peu de cette dernière partie des œuvres de du Buat, parce qu'elle contient plus de vues, modestement présentées, que de faits, qu'il n'avait plus la facilité de constater en nombre suffisant. « Mon goût pour les découvertes utiles, » a t il dit à cette occasion en 1803, dans un exposé de ses titres, « m'a suivi dans ma retraite, et j'y ai amassé assez de matériaux pour être en état aujourd'hui de publier un nouvel ouvrage qui contient une théorie nouvelle relative à l'action que le calorique exerce sur les éléments des corps solides et des fluides tant liquides qu'élastiques, et sur un nouveau moyen de les mettre en mouvement; des procedés aussi absolument nouveaux pour élever l'eau en tel volume et à telle hauteur qu'on voudra; pour remplacer avantageusement les grands soufflets de forges et de fourneaux, pour faire circuler puissamment l'air dans les galeries les plus longues et les mines les plus profondes; et pour mesurer, à l'aide d'instruments nouveaux, les différences de niveau entre deux points distants de plusieurs lieues, par le moyen de deux observations simultanées. » Les machines nouvelles étaient surtout des ventilateurs et appareils hydrauliques à force centrifuge. Il y proposait aussi un thermomètre atmosphérique indiquant la température au moyen de la pression variable de l'air contenu dans un espace fermé, un baromètre à eau très-sensible mais dont les indications devaient être combinées, par un calcul, avec celle de la température de l'air cantonné au haut de son tube, etc., etc.

1.— L'impression en était commencée en 1814, comme on peut le voir par son nom qui n'est précédé d'aucun titre ni suivi de la qualité de chevalier de Saint-Louis. Elle doit s'être faite par les soins de son troisième fils, Louis-Jacques-Joseph, garde du génie, que l'imprimeur a cru être l'auteur lui-même.

Mais les *Principes d'hydraulique vérifiés*, etc., ou les deux premiers volumes de 1816 en tout conformes à ceux de 1786, méritent une analyse détaillée.

Du Buat y démontre d'abord ce qu'il avait simplement avancé en 1779, à savoir qu'en supposant même que le fond d'une rivière n'ait pas partout une pente égale à celle de l'eau qui y coule, *c'est simplement de la pente de la surface que vient la force motrice* produisant la translation longitudinale du fluide. Puis il fait voir que dans l'écoulement par des tuyaux il y aussi une sorte de pente motrice, ce qui permet d'assimiler les deux sortes d'écoulement, et de tirer jusqu'à un certain point, des expériences sur les tuyaux, toujours plus faciles à faire d'une manière précise, des lumières sur ce qui se passe dans les canaux découverts. Cette pente fictive des tuyaux n'est pas le quotient, par leur longueur, de la *charge* d'eau totale, ou de la différence entre les niveaux de l'eau dans les réservoirs d'alimentation et d'arrivée, mais de cette charge diminuée de la portion qui en est nécessaire pour imprimer initialement au fluide, à son entrée dans le tuyau, la vitesse qu'il doit conserver d'un bout à l'autre de celui-ci.

C'est la pente ainsi évaluée qui est employée à vaincre le frottement des parois, et qu'il faut faire entrer dans les calculs en appliquant aux tuyaux, comme on applique aux canaux, le principe, ou, plutôt, comme dit Du Buat, l'axiôme que *quand l'eau se meut uniformément, la résistance qu'elle éprouve est égale à sa force accélératrice* (motrice).

En faisant d'abord osciller de l'eau dans deux syphons renversés offrant des profondeurs très-différentes avec même développement et même diamètre, du Buat a très-bien prouvé expérimentalement ce qu'il avait aperçu en 1779, à savoir qu'à l'opposé du frottement des solides, celui des fluides *est indépendant de leur pression*.

Puis, dans diverses autres expériences préliminaires, du Buat n'ayant remarqué aucune variation dans le frottement, qu'on pût rapporter à la nature de la matière, pour les différents cas où l'eau coulait dans du verre, du plomb, de l'étain, etc., il se confirma dans l'opinion qu'il s'était faite trop *à priori* « que l'eau prépare elle-même la surface où elle coule » en la mouillant et en en remplissant les pores et les cavités comme ferait un vernis. Et, étendant trop facilement « à différentes espèces de terre, » sur quelques autres faits non suffisamment comparatifs, ce qu'il n'avait bien remarqué qu'avec des surfaces polies, il conclut que la résistance des parois est indépendante non-seulement de leur nature, mais encore de leur état plus ou moins rugueux. Il avait pourtant très-bien dit en 1779 que cette résistance venait du choc de l'eau contre leurs aspérités, ce qui aurait dû le conduire à conclure d'une autre manière. Les expériences faites depuis moins de douze ans ont infirmé cette conclusion comme nous avons dit, et montré que des rugosités même à peine visibles, telles que celles qui résultent de dépôts terreux très-fins à l'intérieur des tuyaux, augmentent très-sensiblement les résistances.

Les conclusions de du Buat n'en sont pas moins justes en ce qui regarde des parois du même degré de poli et des sections qui ne sont pas d'aires trop différentes. Celles qui sont relatives aux lits découverts ont été tirées d'expériences sur un canal artificiel en madriers de chêne, auquel il donnait tantôt une section rectangulaire de 0 ^{m}, 487 de largeur horizontale, et, tantôt, une section trapèze pour imiter les berges ou les talus; cette cette dernière section avait 0 ^{m},156 de largeur au plafond avec des bords inclinés à 1, 36 de base pour chaque 1 de hauteur, et des profondeurs d'eau qui variaient ainsi que les pentes. Les tuyaux employés étaient en fer blanc de 27 et de 54 millimètres de diamètre ; il s'est servi aussi de tubes de verre, d'un diamètre moindre. Du Buat remarquant très-bien, avons-nous dit, que leur charge, mesurée par la différence de niveau de deux réservoirs « est une force motrice pouvant être considérée comme divisée en deux parties, la première employée à imprimer la vitesse, la seconde à vaincre la résistance, avait soin, dans l'évaluation de la première partie, d'avoir égard à la contraction suivie d'épanouissement brusque, qui a lieu à l'entrée non-évasée du tuyau. Il calculait donc judicieusement cette partie, qui est à défalquer de la charge totale, en prenant la hauteur due à la vitesse dans le tuyau, augmentée dans le rapport $\frac{16}{13}$ d'après les résultats des expériences de Bossut sur les ajutages cylindriques. On s'étonne de voir Prony négliger toute défalcation de cette première partie, comparativement faible sans doute dans les expériences sur de longs tuyaux comme ceux de Versailles sur lesquels Couplet a fait ses observations, mais considérablement influente dans les expériences de Bossut et de du Buat ; et de le voir persister en 1825 (Recueil de cinq Tables) après que M. Eytelwein l'a rétablie, à la regarder comme négligeable et à n'en tenir aucun compte [1].

Du Buat reconnut bientôt que dans les tuyaux comme dans les canaux les résistances des parois *sont en moindre raison que les carrés des vitesses* (Principes n° 27), en sorte qu'une pente double, dans le même tuyau, ne donne pas tout-à-fait une vitesse quadruple. Il en résulte que l'expression de la vitesse doit être affectée d'un nombre plus petit que la racine carrée de la pente, ou doit avoir pour dénominateur la racine carrée d'une longueur plus grande que celle du courant pour une charge ou une hauteur égale à l'unité. Du Buat eut pu y satisfaire, comme il le remarque, en substituant à cette racine ou à cette puissance 1/2 « une puissance fractionnaire » un peu au-dessous de 1/2. Mais son désir d'embrasser dans une même formule les vitesses extrêmement petites comme les vitesses ordi-

1. — Cette première portion de la charge est loin d'être négligeable ; elle atteint, dans un certain nombre d'expériences sur des tuyaux de moins de trois ou quatre mètres de longueur, plus du *tiers* de la charge. Si M. de Prony l'avait défalquée pour chacune des expériences, il aurait reconnu sans doute qu'une formule $aU + bU^2$ n'était point propre à en représenter l'ensemble (Mémoire cité *Formules et Tables nouvelles*, ann. des Mines, 1851, Nos 15 à 20).

naires le détermina, après plusieurs tâtonnements, à retrancher, au dénominateur, de la racine carrée de l'inverse de la pente, le logarithme hyperbolique de la même racine. Ce logarithme a été cause que la formule empirique de du Buat, qui n'a du reste rien de compliqué, n'a point été employée par les ingénieurs. Tous ont adopté la formule construite en 1804, à l'occasion de l'examen du projet du canal de l'Ourcq, par M. de Prony, formule où le produit de la pente par le rayon moyen (c'est-à-dire, comme nous avons dit, la résistance de l'unité superficielle des parois, évaluée en unités égales au poids d'un mètre cube d'eau) se trouve égalé à une expression binôme dont un terme est affecté de la simple vitesse, l'autre de son carré [1]. Cette forme avait été proposée l'année précédente par Girard [2], d'après un raisonnement assez plausible de Coulomb, renouvelé de Daniel Bernoulli [3] et appuyé de ce que Coulomb avait observé pour la résistance au glissement, dans l'eau, d'une plaque mince circulaire oscillant lentement dans son plan autour de son centre [4].

1.— *Recherches physico-mathématiques sur les eaux courantes*, in-4°. En appelant U la vitesse moyenne en mètres, R le rayon moyen, quotient de la section transversale de l'eau par la partie du périmètre qu'elle mouille, et égal, dans les tuyaux, à $\frac{D}{4}$ quart du diamètre D, I la pente dans les canaux, et J la charge *réduite* dans les tuyaux, par unité de longueur, cette formule Prony est ainsi

$$RI \quad \text{ou} \quad \frac{DJ}{4} = aU + bU^2 ,$$

avec $a = 0{,}00004445$, $b = 0{,}00030931$ pour les canaux et $a = 0{,}00001733$, $b = 0{,}00034826$ pour les tuyaux. Cette formule des tuyaux est tout-à-fait fautive, comme on a dit ; et on sait que celle des canaux, en faisant avec Eytelwein (*Acad. de Berlin*, 1814 et 1815, ou *Ann des Mines* t. XI, 1825) $a = 0{,}000024265$, $b = 0{,}00036551$, donne avec plus d'approximation les résultats des expériences connues jusqu'à ces dernières années ; d'où, pour la vitesse U = 1 mètre par exemple, la résistance RI = environ 0 tonne, 0004 = 400 grammes par mètre carré de paroi.

2.— *Rapport à l'assemblée des Ponts-et-chaussées sur le projet du canal de l'Ourcq*, in-4°, 1803.

3.— Académie de Saint-Pétersbourg, t. 2. *Dissertatio de actione fluidorum, pars sexta.*

4 — *Expériences destinées a déterminer la cohérence des fluides et les lois de leurs résistances dans les mouvements très-lents* (An VI, Mém. de l'Institut, tome 3.)

« Il doit y avoir, dit Coulomb, deux sortes de résistances, dont l'une, due à la cohérence des molécules qui se séparent l'une de l'autre dans un temps donné, est proportionnelle au nombre de ces molécules et par conséquent à la vitesse, et dont l'autre, due à l'inertie des molécules arrêtées par les aspérités qu'elles heurtent, est proportionnelle à la fois à leur nombre et à leur vitesse, et par conséquent au carré de cette vitesse. »

Mais si l'on se donne la peine de réduire en mesures métriques les vitesses *calculées* de du Buat, on reconnaît que sa formule représente incomparablement mieux les expériences faites tant par lui que par Bossut et Couplet, non-seulement que celle de Prony relative aux tuyaux, mais même que celle de forme semblable de M. Eytelwein, qui a réparé l'omission de Prony relative à la partie de la charge à défalquer comme consommée à imprimer initialement la vitesse ; et, quant aux canaux, on voit aussi que sur trente expériences de du Buat, il y en a dix-huit dont sa formule se rapproche plus que ne font celles de MM. de Prony et Eytelwein. Et cependant du Buat s'était astreint à représenter ce qui est relatif aux canaux et aux tuyaux par une *seule formule* ; et il l'avait même rendue applicable, au moyen de corrections habiles, aux cas extrêmes non-seulement de vitesses et de pentes considérables (jusqu'à $1/1$ pour les tuyaux) mais aussi de diamètres très-petits et de pentes extrêmement faibles, cas où la capillarité commence à jouer un rôle influent. Il était difficile de dresser une formule unique représentant mieux un ensemble de faits aussi variés [1].

1.— La formule de du Buat, applicable au mouvement uniforme de l'eau dans les tuyaux comme dans les canaux découverts et exprimant la vitesse moyenne U en pouces, est, si R représente aussi en pouces le *rayon moyen*, quotient de la section par le périmètre, et I la pente par unité de longueur

$$U = \left(\frac{297}{\sqrt{\frac{1}{I}} - \log \text{hyp} \sqrt{\frac{1}{I} + 1{,}16}} - 0{,}3 \right) \left(\sqrt{R} - 0{,}1 \right)$$

(Du Buat écrit V, *b*, *r* au lieu de U, $\frac{1}{I}$, R). Le nombre 1,16 ajouté à $\frac{1}{I}$ sous le second radical, et qui est négligeable quand la pente I n'atteint pas un vingtième $= 0{,}05$, sert (*Principes*, n° 47) à rendre la formule susceptible d'être étendue à la représentation presque exacte d'expériences faites sur des tubes de verre très-inclinés, où I a quelquefois surpassé l'unité. La soustraction du nombre 0,1 de $\sqrt{R}$ a pour effet (*id.*, n° 31) de diminuer sensiblement ce que la formule donnerait, sans cela, pour la vitesse U quand le diamètre du tube ou tuyau devient assez petit pour que la capillarité se fasse déjà sentir, et de l'annuler lorsque R (le quart du diamètre) devient 0p.,01 ou que le diamètre se réduit à un millimètre environ. Enfin la correction — 0,3 faite à la fraction entre parenthèses sert à tenir compte de de la *viscosité* dont l'effet se produit dans les très-petites pentes ; il en résulte que la vitesse s'annulerait pour $\frac{1}{I} = 993810$ ou la pente I égale à un millionnième environ.

Ce n'est pas qu'il puisse être question d'employer aujourd'hui cette formule de du Buat. Les formules même de Prony et et d'Eytelwein (note page 29) doivent être abandonnées en tant que générales, comme toutes celles qui établiraient une relation constante entre la vitesse et le produit de la pente par le rayon moyen quels que fussent la grandeur de celui-ci et l'état de poli ou de rugosité des parois. Les expériences récentes sur les tuyaux de conduite du regretté Henri Darcy, inspecteur-général des ponts-et-chaussées [1] et celles qui ont été commencées sur les canaux sous sa direction et continuées après lui par M. Bazin, jeune et habile ingénieur du même corps [2], ont prouvé que la

En divisant U et R, dans cette formule, par 0m,02707, valeur d'un pouce, ces deux lettres expriment des mètres, et on peut l'écrire sous la forme

$$U=\left(\frac{48{,}865\sqrt{RI}}{1-\sqrt{I}.\,\text{log. hyp.}\sqrt{\frac{1}{I}+1{,}16}}-0{,}0494\sqrt{R}\right)\left(1-\frac{0{,}01645}{\sqrt{R}}\right)$$

En supprimant le premier et le second terme correctif affecté du signe —, ou en la réduisant à

$$U=48{,}865\sqrt{RI}.\left(1-\frac{0{,}01645}{\sqrt{R}}\right)\text{ d'où } RI=\frac{0{,}0004188U^2}{1-\frac{0{,}0329}{\sqrt{R}}}$$

elle approche de la formule $RI=0{,}0004U^2$ employée par M. Tadini et d'autres ingénieurs italiens, ou de celle

$$RI=0{,}000\,40102\ U^{\frac{21}{11}}$$

qui représente plus exactement et aussi sous la forme monôme, très-commode pour les applications (mémoire cité, *Ann. des Mines*, t. xx, p. 225), les diverses expériences, mais sur les rivières et les canaux découverts seulement, tant de du Buat que des hydrauliciens italiens et allemands cités par M. Eytelwein. — Il est remarquable que la correction de du Buat conservée, qui vient du dénominateur $1-\frac{0{,}0329}{\sqrt{R}}$, agit dans le même sens que celle qui a été proposée par M. Darcy pour tenir compte de ce que dans ses expériences le rapport $\frac{R}{U^2}$ augmente quand R diminue, ainsi que l'indique aussi un passage du n° 74 du livre de du Buat.

1.— *Recherches expérimentales sur le mouvement de l'eau dans les tuyaux*, in-4°, 1857, ou *Savants étrangers*, t. xv.

2.— *Recherches hydrauliques* (première partie), *sur l'écoulement de l'eau dans les canaux découverts*, in-4°, 1865; ou *Savants étrangers*, t. xix. On peut aussi consulter, pour un extrait, les *Comptes-Rendus de l'Académie*, 11 août 1862, t. LV, p. 274, et, pour le Rapport, ceux des 27 juillet et 3 août 1863, t. LVII, p. 192 et 255.

résistance du fond et des parois augmentait beaucoup avec leurs rugosités même peu sensibles. Elles ont prouvé aussi que cette résistance diminuait, pour même vitesse *moyenne*, quand il y a accroissement du rayon moyen, c'est-à-dire des dimensions transversales. Cela peut tenir surtout, conformément à ce qu'indique une théorie plausible, à ce que la vitesse de fond ou de bord, d'où cette même résistance dépend, approche d'autant plus d'atteindre la vitesse moyenne que les dimensions sont plus petites [1]. Les mêmes expériences ont montré que la distribution des vitesses se fait tout autrement aux divers points d'une section d'un tuyau qu'à ceux d'une section, même demi-circulaire, d'un canal découvert; en sorte qu'il n'est pas possible

1.— En appelant toujours R le rayon moyen (moitié du rayon du tuyau), J la charge réduite par mètre, U la vitesse moyenne, Darcy représente empiriquement ses expériences sur les tuyaux par $RJ = \left(\alpha' + \frac{6'}{R^2}\right)U + \left(\alpha + \frac{6}{R}\right)U^2$, formule où $\alpha, 6, \alpha', 6'$, sont des coefficients numériques, et dont on peut réduire le second membre à $\left(\alpha + \frac{6}{R}\right)U^2$ quand les vitesses excèdent un mètre et même un demi-mètre. M. Dupuit observe (2e édition 1863, de ses *Études théoriques et pratiques sur le mouvement des eaux*, n° 36, p. 51) que l'expression $RJ = \left(\alpha + \frac{6}{R}\right)U^2$ augmente trop le coefficient de U^2 pour les petits tuyaux; et il trouve qu'on satisfait mieux à tous les résultats, convenablement discutés, des expériences, par une formule $RJ = \frac{\alpha U^2}{(1 + 6R)^2}$ qu'il déduit de considérations théoriques. Mais, pour les petites vitesses, et, aussi, pour les petits diamètres, il faut tenir compte d'un terme en U première puissance, alors très-influent.

M. Bazin ne met que la partie en U^2 dans sa formule relative aux canaux; mais il est évident, d'après ce qu'il dit lui-même des résultats de quelques unes de ses expériences, où RI a été trouvé proportionnel à U (2e partie, Nos 20, 21) pour un canal d'une petite section ($0^m,10$ sur $0^m,10$) et où le coefficient de cette proportionnalité a été reconnu croître, pour même débit, avec I et par conséquent avec U, qu'il serait plus exact en général de mettre deux termes l'un en U, l'autre en U^2. Aussi l'on approche davantage des nombres fournis par l'expérience, si l'on veut n'avoir qu'une seule puissance de U, en lui donnant un exposant un peu moindre que 2, comme j'ai fait à mon mémoire cité (*Formules et Tables nouvelles*) de 1851; et quelques essais m'ont même convaincu qu'on tient compte d'une manière suffisamment approchée de la double influence de R, entre des limites étendues, en posant

$$RI = \alpha U^m R^{-n}, \quad m \text{ étant environ } 1,9, \text{ et } n \text{ environ } 0,3.$$

Cette expression monôme est très-commode; même, elle permet d'obtenir certaines solutions qui seraient impossibles avec une expression contenant deux termes soit en U, soit en R; par exemple, la solution, au moyen de tables, de l'important problème du remous (Voyez ci-après p. 40).

d'exprimer par une même formule les relations entre la vitesse moyenne, la pente et le rayon dans ces deux sortes de lits. Ce serait donc, comme l'a remarqué Darcy, par l'effet de compensations de divers genres qu'une même formule, comme celle de du Buat, ou celle d'Eytelwein, a pu représenter approximativement les résultats obtenus dans des cas très-divers; ainsi, la petitesse de la section des tubes de verre, cause d'augmentation de vitesse aux parois et par conséquent de résistance pour même vitesse moyenne, a été compensée par leur poli, cause de diminution de la même résistance; et, au contraire, la cause de diminution qui se trouve dans la grandeur des sections de la rivière de Hayne, près Condé, où du Buat a fait ses mesurages, ainsi que des fleuves d'Allemagne jaugés par divers hydrauliciens, s'est trouvée compensée par ce qui résulte de la rugosité et des nombreuses irrégularités de leur fond et de leurs bords.

Du Buat évaluait constamment les *vitesses moyennes* prises par l'eau dans le canal artificiel en bois, quand l'écoulement était devenu uniforme, en jaugeant les quantités écoulées, reçues dans un vase pendant un temps donné.

Mais le même canal lui a servi à faire des observations fournissant un premier document sur la loi du décroissement de la vitesse des couches fluides de la surface au fond. Il en a déduit, entre la vitesse moyenne, la vitesse au milieu de la surface et la vitesse au milieu du fond, une relation que Prony a remplacée par une autre se prêtant mieux au calcul. Mais celle-ci est aussi inutile, car ces relations ou formules peuvent être suppléées avec toute l'approximation que comporte le genre des observations (comme on s'en assure par un tracé) en prenant simplement, pour la vitesse moyenne, les quatre cinquièmes de la vitesse à la surface, et, pour la vitesse de fond, les trois cinquièmes. Bien d'autres hydrauliciens depuis lui sont entrés dans cette voie, armés d'instruments de mesurage plus ou moins exacts, de la vitesse en des points quelconques de la section, et parmi lesquels il faut distinguer le tube-jaugeur de M. Darcy, qui est un remarquable et précieux perfectionnement de celui de Pitot. Ils ont trouvé, entre autres résultats importants, que les rapports de la plus grande vitesse à la vitesse moyenne et à la vitesse au milieu de la surface variaient avec la forme du lit, et augmentaient avec les dimensions de la section et surtout avec la rugosité des parois. Ils ont pu ainsi (surtout M. Bazin) tracer, sur les sections, des courbes d'égale vitesse, et, sur les plans de leurs coupes horizontales et verticales, des courbes figurant la loi de variation des vitesses d'un point à l'autre; elles apprennent que dans un courant découvert la distribution des vitesses se fait tout autrement et bien moins régulièrement, surtout près de la surface, siége de mouvements plus ou moins désordonnés, que dans un tuyau ayant une section double. Les expériences de ce genre permettront peut-être un jour d'exprimer d'une manière suffisante cette loi inconnue, d'action latérale mutuelle ou de frottement intérieur, sur laquelle Newton avait fait une hypothèse [1] s'accordant avec les résultats de beaux travaux théoriques de Navier [2]; hypothèse qui convient certainement pour les mouvements très-lents et fort réguliers, ainsi que l'a montré Girard, mais qu'on reconnaîtra peut-être applicable approximativement aux autres en faisant varier le coefficient suivant la rugosité des parois et les dimensions du lit [3]. Alors seulement on pourra constituer l'hydrau-

1.— L'hypothèse que le frottement est proportionnel à ce dont varient les vitesses dans une direction perpendiculaire aux couches qui glissent l'une contre l'autre.

2.— Mémoire du 16 décembre 1822, *Sur le mouvement des fluides;* tome VI de ceux de l'Institut.

3 — Cela est d'autant plus à espérer que les dernières expériences prouvent que dans les lits les plus rugueux la distribution est plus régulière peut-être que dans ceux qui le sont médiocrement.

Si v représente la vitesse d'un filet fluide, z une coordonnée perpendiculaire à sa direction, ε un coefficient constant, f le frottement par unité superficielle d'une face perpendiculaire à z, la formule de Navier serait $f = \varepsilon \frac{dv}{dz}$. M. Darcy trouve dans les tuyaux une distribution de vitesses peu déterminée, qu'il cherche à expliquer par $f = \varepsilon \left(\frac{dv}{dz}\right)^2$. M. Bazin en trouve lique à l'état vraiment scientifique, en la rendant capable de fournir ce qu'il faut pour appliquer par le calcul, à des cas non observés, ce qu'on aura déduit d'observations sur des cas analogues à certains égards et dissemblables à d'autres; ce qui est l'objet matériel de toute science physico-mathématique.

Du Buat s'est servi des mêmes appareils pour déterminer, à la suite de raisonnements simples, les petites chutes qui se forment soit à l'entrée de l'eau dans un canal, soit en amont d'un rétrécissement, soit au passage des ponts, etc. et la meilleure forme à donner aux avant et arrière-becs de ceux-ci pour atténuer cette chute. Il l'a fait encore servir à obtenir la dépense d'eau des déversoirs, et celle des seuils ou barrages noyés qu'il appelle demi-déversoirs, etc. Enfin, il a observé les vitesses sous lesquelles commencent à être entraînées les diverses matières plus ou moins tenues ou grossières (galets, gravier, sable, argile, etc.) dont le fond et les parois des rivières et des grands canaux peuvent être composés; cela donne au moins une première base à la détermination, sujet constant de ses recherches, des lois de l'établissement naturel du régime des rivières dans un terrain donné, et des règles à suivre pour rendre ce régime stable.

Mais le lit des rivières est rarement rectiligne; et c'est même, comme le remarque du Buat, au moyen des nombreuses sinuosités qu'elles affectent que la pente et la vitesse de leurs eaux se modèrent et prennent un régime en harmonie avec le degré de ténacité du terrain des rives. Désirant évaluer la résistance due à la courbure, et, par suite, l'excédant de chute qui doit la surmonter, du Buat l'assimile à celle que l'eau éprouverait

une, dans la verticale du milieu des courants beaucoup plus larges que profonds, qui s'expliquerait par la formule de Navier; et, dans les courants étroits ou demi-circulaires, une autre qui semblerait exiger $f = \varepsilon \left(\frac{dv}{dz}\right)^{\frac{1}{2}}$. Comme la moyenne entre cet exposant $\frac{1}{2}$ et l'exposant 2 de Darcy diffère peu de 1, il est à penser qu'on satisferait approximativement aux phénomènes avec la loi de Navier en faisant varier le coefficient ε avec les dimensions, la nature de la paroi et la vitesse moyenne, comme je le pensais en 1851 (Mém. cité, n° 14).

si, avec la direction de son filet moyen prolongé, elle allait heurter la rive concave et s'y réfléchir par bricoles successives sous des angles égaux à ceux d'incidence, jusqu'à ce que ce filet vînt se diriger suivant l'axe d'une nouvelle partie rectiligne qui suit la partie courbe. De cette manière, et d'après la théorie ordinaire de la résistance des fluides, l'excédant cherché de chute ou de pente totale se trouve exprimé par un nombre proportionnel à la fois au carré de la vitesse moyenne, au carré du sinus de l'angle d'incidence du filet moyen de l'eau contre la berge, et au nombre des bricoles.

Ce mouvement par bricoles en nombre exact, auquel du Buat paraît croire dans beaucoup d'endroits (quoiqu'il dise dans un autre [1] que la veine fluide est seulement *censée* se réfléchir ainsi), n'est pas conforme à ce qui se passe réellement [2]. Il semblerait donc que la formule ainsi établie pèche par sa base; et c'est ce qui avait porté Navier à en proposer une toute différente, construite empiriquement avec les résultats des expériences. Mais, chose remarquable, un examen de la formule de du Buat fait reconnaître, non-seulement qu'elle représente bien mieux ces résultats, mais, encore, que les diverses données s'y trouvent engagées comme il convient pour représenter le phénomène dont on s'occupe; d'où il suit qu'elle a besoin seulement d'une transformation pour devenir tout à-fait rationnelle et propre aux applications. Elle donne en effet, pour la pente ou chute additionnelle cherchée, une fonction des deux rapports 1° de la longueur des parties courbes au rayon de courbure du

1.— *Principes*, n° 102.

2.— C'est principalement sur le mouvement par bricoles dans les tournants, et aussi sur l'assimilation, à des canaux réguliers, du lit des rivières, dont la forme et surtout la profondeur est si variable, que porte la partie réellement *critique*, de l'*Examen de l'ouvrage de M. du Buat sur les principes de l'hydraulique*, publié en 1809 (voir surtout les pages XIV et XV du Discours préliminaire), par M. Lecreulx, inspecteur général des ponts-et-chaussées, déjà auteur d'un livre intitulé *Recherches sur la formation et l'existence des ruisseaux, rivières et torrents.* Sur tous les autres points, cet *Examen critique* n'est presque qu'une analyse, accompagnée de remarques le plus souvent approbatives.

filet moyen ; 2° de la largeur du lit au même rayon ; et cette fonction croît avec les rapports en question et décroît jusqu'à zéro, comme elle doit bien le faire, lorsque le premier ou le second s'annule ; c'est-à-dire lorsque la courbure disparaît, ou lorsque la largeur est fort petite par rapport au rayon.

Cette formule est affectée d'un coefficient ou d'un diviseur numérique que l'observation seule pouvait fournir. Du Buat, vu les difficultés et les causes d'incertitude qu'auraient présentées des mesurages de pente, faits dans des rivières ou dans des coudes arrondis de canaux découverts artificiels, a préféré faire ses expériences sur les augmentations de *charge d'eau* (bien plus susceptibles d'être exactement mesurées) qu'exigent des tuyaux coudés circulairement, pour que l'eau y prenne la même vitesse (facile à mesurer par la dépense) que dans des tuyaux droits ayant même diamètre et même longueur. Un raisonnement [1] l'a confirmé dans le choix de ce moyen d'investigation expérimentale, cru par lui susceptible de fournir une valeur du coefficient applicable aux grands courants, bien que pratiqué sur des tuyaux de 27 et de 54 millimètres de diamètre ; c'est, dit-il, « que la grandeur absolue du lit ne doit entrer pour rien dans l'intensité relative de la résistance » que ce coefficient mesure ; « car il en est de même de la résistance causée par la déviation des filets à l'entrée d'un orifice, c'est-à-dire de l'augmentation de charge qu'il est nécessaire d'appliquer à la tête d'un tuyau additionnel quelconque pour imprimer telle vitesse qu'on veut. » Cette augmentation est effectivement mesurée par le carré de la vitesse multiplié ou divisé par un nombre qui ne varie qu'avec le dispositif de l'entrée et qui reste le même, quelque grand ou quelque petit que soit le diamètre de l'orifice [2].

1.— *Principes*, n° 103.

2 — Cette formule de du Buat, d'accord avec ses expériences, et qui donne en pouces la charge ou chute additionnelle cherchée, est

$$n\,\frac{V^2 \sin^2 6}{3000},$$

V représentant, aussi en pouces, la vitesse moyenne de l'eau, 6 l'angle sous lequel le filet

Sentant toute l'importance pratique du problême des *remous*, car c'est ainsi qu'il appelle les gonflements produits jusqu'à une grande distance en amont des barrages ou des rétrécissements d'un cours d'eau, du Buat y a dirigé aussi son esprit de recherche. Il a montré que lorsqu'on connaît le débit du courant et la hauteur de la retenue ou du relèvement de l'eau immédiatement en amont du barrage, le problème de la détermination de la suite des relèvements en remontant le courant pouvait être résolu de proche en proche, au moyen de sa formule. Il suffit de l'employer à calculer successivement les pentes prises sur de petites longueurs, en admettant, ce qui est naturel, que la résistance des parois est sensiblement une même fonction de la vitesse moyenne, lorsque le mouvement permanent est légèrement *varié* que lorsqu'il est *uniforme*. Il n'a pas tenu compte, comme ont fait MM. Poncelet [1] et Belanger [2] et ensuite M. Vauthier[3], de la petite influence de *l'inertie* des tranches fluides sur

moyen, prolongement de l'axe de la partie droite antérieure, irait frapper la rive ou la paroi concave, n le nombre des bricoles qu'il ferait s'il se réfléchissait effectivement sous des angles égaux à ceux d'incidence jusqu'à ce qu'il vînt coïncider avec la ligne milieu d'une nouvelle partie rectiligne. Elle revient si L représente la longueur développée de la partie courbe, mesurée aussi au milieu, l la largeur du lit découvert ou le diamètre du tuyau, r le rayon de courbure de l'axe, et $r' = r + \frac{1}{2} l$ celui de l'arc concave, à

$$\frac{V^2}{6000} \cdot \frac{L}{r} \cdot \frac{1 - \frac{r^2}{r'^2}}{\text{arc} \cos \frac{r}{r'}}, \text{ vu que } \cos \theta = \frac{r}{r'}, \quad n = \frac{L}{2 r \theta};$$ et l'on peut, quand l n'excède pas r, la reduire à $\frac{V^2}{6000} \frac{L}{r'} \sqrt{\frac{l}{r}}$, ou même à $\frac{V^2}{A} \frac{L}{r} \sqrt{\frac{l}{r}}$; A étant une constante un peu différente de 6000 pouces. Et j'ai reconnu qu'il fallait faire A = 204 mètres pour représenter les expériences de du Buat, si V et la petite hauteur de chute supplémentaire cherchée que cette formule doit donner, sont en mètres (*Comptes-rendus des séances de l'Académie des Sciences*, 6 janvier 1862, t. LIV, p. 38.). Elle est, sous cette forme, indépendante du nombre des bricoles, et n'exige point que ce nombre soit exact.

1.— *Cours de l'école d'application de Metz*, 1828.

2.— *Essai sur la solution numérique de quelques problèmes relatifs au mouvement permanent des eaux courantes*, 1828, in-4°.

3.— *Annales des ponts-et-chaussées*, 1836.

la suite des grandeurs que prend cette pente, et il n'a pas aperçu comme M. Dupuit [1] *l'unité* de la courbe de remous pour tout courant dans un *lit régulier* ou ayant une pente de fond uniforme et un profil transversal constant, d'où résulte que pour toutes les hauteurs de retenue l'on n'a qu'à prendre diverses portions de cette courbe qui s'étend indéfiniment en deux sens. Mais la solution de du Buat ne diffère presque pas de celle que M. Belanger avait donnée en premier lieu (1824) en négligeant l'inertie, ce qui est le plus souvent sans inconvénient sensible, et il avait reconnu déjà comme M. Dupuit, que la solution exacte du problème, dans ces termes, dépendait de celle d'une équation différentielle, mais dont l'intégration en série peu convergente lui semblait beaucoup trop compliquée pour être rendue pratique. S'il substitue donc des portions d'arc de cercle à la vraie courbe, c'est uniquement pour abréger, et vu le peu d'inconvénient de légères différences. Sa solution, en tous cas, est plus avancée que diverses solutions empiriques données depuis lui, et dont les auteurs supposent que la coupe longitudinale de la surface de l'eau a sa tangente horizontale contre le barrage; tandis que Du Buat a très-bien égard à son inclinaison nécessaire [2].

1.— *Études théoriques et pratiques sur le mouvement des eaux*, 1848, ou *nouvelle édition*, 1863, ch. III

2.— Au lieu de se servir ainsi, comme solution approchée et expéditive, d'un cercle, d'une parabole ou de toute autre courbe définie par une équation de forme constante et qu'on astreint seulement et tant bien que mal à remplir deux conditions extrêmes, il vaut évidemment mieux employer une courbe réelle de remous telle que la fournit numériquement son équation différentielle pour un *lit régulier*, en y assimilant le plus approximativement possible le lit donné. Cela convient surtout s'il est prouvé qu'en prenant diverses portions de cette courbe, ou en changeant simplement les échelles de ses deux coordonnées, elle peut s'appliquer à toutes les pentes et à toutes les profondeurs primitives du courant ainsi qu'à toutes les grandeurs du relèvement qu'on y a opéré quelque part.

C'est ce qu'a fait M. Dupuit en 1848, et l'idée ingénieuse sur laquelle il a fondé la construction de sa *Table de remous* (ouvrage cité, ch. III), me paraît constituer un véritable progrès dans l'hydraulique pratique.

Mais M. Dupuit n'est parvenu à la construire qu'en négligeant plusieurs éléments influents : 1° l'inertie du fluide; 2° l'inclinaison ou le talus des rives; 3° le rapport de la profondeur à la largeur (car il suppose le lit rectangle et de largeur *indéfinie*); 4° la variation de la résis-

On lui doit également des considérations étendues sur l'établi sement du régime des rivières, sur le décroissement nécessaire de leur pente et l'augmentation simultanée de la profondeur, depuis la source jusqu'à l'embouchure, à mesure qu'elles reçoivent des affluents; sur leurs crues temporaires et plus ou moins périodiques, le mouvement progressif des sillons transversaux qui se forment sur leur fond mobile (principes n° 72), le changement de leur lit et les moyens de rendre celui-ci moins instable; les effets accélérateurs ou retardateurs du vent; enfin les seules observations que l'on possède jusqu'à présent sur l'énorme influence retardatrice des herbes qui y croissent [1].

tance « en moindre proportion que le carré des vitesses » découverte par du Buat (puisqu'il se sert d'une formule $RI = bU^2$ sans le terme aU de Prony et d'Eytelwein); 5° enfin l'influence, prouvée récemment par Darcy et confirmée par M. Bazin (après avoir été faiblement pressentie par Du Buat) de la grandeur du rayon moyen R sur celle du coefficient b de U^2.

J'ai eu égard, en 1851, à tous les éléments omis par M. Dupuit (hors le dernier, non encore signalé) en donnant (Mémoire cité, *Ann. des Mines*, t. xx, Nos 34 à 37) sept tables qui tiennent compte de l'inertie, qui sont applicables à trois grandeurs du rapport de la profondeur primitive à la largeur et à trois grandeurs du talus (ce qui suffit pour interpoler) et qui sont dressées au moyen d'une formule $RI = cU^m$ avec m un peu au-dessous de 2 $\left(m = \frac{21}{11}\right)$, représentant aussi bien les expériences que l'expression binôme $RI = aU + bU^2$. Et j'en ai déduit des épures remplaçant commodément les tables, et se prêtant plus facilement aux interpolations, ainsi qu'aux modifications par appreciation que les cas peuvent exiger.

M. Bazin regarde, d'après quelques expériences (*Recherches hydrauliques*, 2e partie, *mouvemement varié*, n° 13) la dernière espèce d'influence, savoir celle de la grandeur du rayon sur la résistance pour même vitesse, comme pouvant être négligée dans le problême du remous; d'où il suivrait que mes tables et mes tracés de 1851 pourraient suffire encore aujourd'hui, d'autant plus que comme leur calcul est indépendant du coefficient c de $RI = cU^m$. ce qu'on a appris depuis quelques années de la grande influence de l'état rugueux des parois n'est nullement de nature à y rien changer, et elles conviennent aux parois en terre rocailleuse comme aux parois lisses en ciment.

Mais M. Bazin (même partie, fin du n° 14), ne regarde pas comme assez concluantes les expériences d'où il déduit que le coefficient de U^2 peut être pris le même dans l'état relevé que dans l'état primitif du courant; et trop d'autres expériences, tant de lui que de Darcy, font diminuer la résistance ou le coefficient de U^2 quand R augmente, pour qu'il n'y ait pas à gagner du côté de l'approximation à supposer une pareille diminution dans le calcul des remous. Aussi je viens de me livrer au long calcul de nouvelles tables, au moyen d'une formule encore monôme $RI = \gamma U^m R^{-n}$ avec $m = 1,9$, $n = 0,3$ remplaçant, comme je l'ai dit ci-dessus, la formule binôme ou quadrinôme de Darcy ou de M. Bazin, dans des limites suffisamment étendues; et j'y ai joint des formules d'interpolation toutes faites. Les chiffres ne diffèrent pas beaucoup de ceux des tables de 1851.

1. Des calculs ont été présentés sur ce dernier sujet au *Bulletin de la Société Philomathique*, séance du 6 mai 1854, ou au n° 1061 (24 mai 1854) du journal l'*Institut*. Ils reviennent à ajouter a la résistance ordinaire qu'opposent le fond et les parois au mouvement du fluide, une ré-

Sauf ce qu'il dit de contestable sur le *tracé des sinuosités*, pour lequel il semble croire à la nécessité d'un nombre exact de bricoles de réflexion d'une partie rectiligne à la suivante pour que le lit soit stable, ces considérations sont pleines de justesse ; et Navier, dans toutes circonstances, recommandait une lecture attentive de du Buat à ceux de ses élèves qui tenaient à avancer dans la connaissance de l'hydraulique pratique.

Un des chapitres de son livre traite aussi du *mouvement de l'eau dans les pompes*, et contient d'utiles modèles de calcul de la force à employer pour le produire, bien que du Buat évalue les pertes de force vive occasionnées par les diminutions brusques de vitesse que l'eau éprouve après les étranglements, à la manière de Daniel Bernoulli et de Bossut (par la différence des forces vives dues aux vitesses antérieure et ultérieure) ; tandis que l'évaluation exacte est celle de Borda (par la force vive due à la diminution même de la vitesse), adoptée généralement depuis les observations de MM. Petit, Navier, Poncelet et Coriolis.

Mais un sujet auquel du Buat a voué de longues méditations et un immense travail expérimental, quoiqu'il n'entrât pas dans son programme primitif, est la *résistance des fluides* au mouvement des corps solides qui y sont plongés ou flottants, ou l'impulsion qu'ils exercent sur ces mêmes solides si ceux-ci sont en repos pendant que le fluide environnant se meut.

sistance égale et contraire à l'impulsion du même fluide sur les corps cylindriques verticaux ou inclinés qui se trouvent sur son passage, tels que les joncs ou scirpes dans son lit ordinaire d'écoulement, ou les arbres, les haies dans son lit majeur lorsque le courant est débordé ; cette résistance revient à celle que les mêmes corps éprouvent de la part du fluide stagnant quand on les y fait mouvoir ; résistance dans l'évaluation de laquelle on doit prendre en considération pour chacun des corps, l'influence de leur espacement lorsqu'il est moindre que quatre fois leur diamètre (Du Buat, n° 582, et M. Poncelet, *Intr. à la méc. industrielle*, 1839, *Résistance des milieux*, Nos 392 et 418, et *Essai sur une théorie, etc.*, article (a) ; et *Leçons d'hydraulique* de M. Belanger). L'un de ces calculs concorde à très-peu près ave les observations de du Buat sur le canal du Jard avant et après la coupe des joncs.

On sait que la détermination des lois de ce phénomène a été l'objet de tentatives réitérées et infructueuses de la part des plus grands génies des deux siècles derniers. Huygens d'abord, avec Mariotte et le P. Pardies, avaient découvert, en 1669, que l'impulsion d'un jet isolé, à laquelle ils assimilaient celle d'un courant indéfini sur une surface qui y est plongée entièrement, était proportionnelle à la densité du fluide et au carré de sa vitesse [1]; à quoi ils avaient ajouté ensuite la proportionnalité au carré du sinus d'incidence quand la surface est inclinée au courant [2]; car ils comparaient cette impulsion à celle que supporterait l'avant du corps plongé si le fluide était composé de corpuscules indépendants, allant la heurter avec leurs vitesses primitives toutes égales et parallèles entre elles et s'échappant aussitôt dans une direction parallèle à la surface heurtée. Ce fut là l'origine de la théorie dite vulgaire, née en France quoiqu'on l'attribue ordinairement à Newton, qui ne s'y arrête qu'en passant pour la remplacer aussitôt par une *deuxième théorie*, singulièrement motivée et bien plus inacceptable. Euler avait substitué [3], à ces chocs de corpuscules, la pression qu'exerce sur la portion la plus antérieure du corps plongé, en vertu des forces centrifuges, la partie des filets fluides qui, en se déviant, tournent au corps leur convexité. Mais, après s'être infléchis, ils tournent leur concavité de manière à y exercer par compensation (toujours sur le côté antérieur ou avant d'avoir repris des directions parallèles) une sorte de succion ou d'aspiration; et comme la même double incurvation

1.— Du Hamel. *Regiæ Academiæ Scientiarum historia*, liv. 1, sect. III, ch. IV et V. — Et *Histoire de l'Académie des Sciences de* 1666 *à* 1686, t. I, p. 73 et 104.

2 — Pardies. *Statique et Science des forces mouvantes*, 1671, n° 118. — Mariotte. *Traité du mouvement des eaux*, 1686, fin de la deuxième partie. — Et le chevalier Renau. *Traité de la manœuvre des vaisseaux*, 1689.

3.— Commentaires sur les *Nouveaux principes d'Artillerie de Robins*, 1745, ch. 2, prop. 1, remarque 3e, p. 116, 117 de la trad. française. — Ou Navier, *Résumé des Leçons à l'école des ponts-et-chaussées*, 2e partie, n° 162.

lui paraissait devoir se répéter à l'arrière, Euler reconnaissait lui-même que cette manière d'envisager l'action mutuelle du fluide et du corps solide donnait zéro pour résultat total. D'Alembert [1], Borda [2], Bossut [3], arrivaient à la même conclusion théorique, négatrice de toute action ou de toute résistance, ou au même *paradoxe*, qu'ils laissaient à éclaircir aux géomètres leurs successeurs [4].

Quant aux expériences, elles n'avaient fourni que des résultats en bloc pour l'impulsion de l'eau sur les corps sphériques, demi-sphériques, etc.

Du Buat entreprit le premier d'étudier le phénomène expérimentalement dans son *détail*, et pour des circonstances variées. Son procédé très-simple consiste à exposer au courant une boîte fermée, en fer blanc, de forme cylindrique ou parallèlipipède, ayant ses arêtes parallèles au fil de l'eau, et percée de toutes parts d'un grand nombre de trous qu'il bouchait et débouchait à volonté, en sorte qu'un flotteur supporté par l'eau dont la boîte se remplissait, et dont la tige verticale graduée passait par son manche creux, indiquait la différence entre les niveaux de l'eau intérieure et de l'eau extérieure, et par conséquent les grandeurs diverses des pressions exercées aux différents points de la surface de ce corps plongé [5].

Il fit voir ainsi que l'*avant* du corps, ou la partie exposée directement au choc, supportait une pression supérieure à la

1.— *Essai d'une nouvelle théorie de la résistance des fluides*, 1752, n° 70.— *Opuscules*, t. V, 1768, p. 132, et t. VIII, 1780, p. 211.

2 — *Mémoire sur l'écoulement des fluides par les orifices des vases*, inséré parmi ceux de l'Acad. des Sc., 1766, n° 30.

3.— *Hydrodynamique*, édition de 1787, t. 2, fin du chap. XIV, n° 841.

4.— On peut voir les *Compte-rendus de l'Acad. des Sc.*, 15 février 1847, t. XXIV, p. 243.

5.— Aujourd'hui, en appliquant à ce genre d'expériences des dispositions comme celles du tube jaugeur de feu Darcy, décrites à la page 44 des *Recherches hydrauliques* de M. Bazin, 1865, on pourrait obtenir des résultats bien plus exacts et en grand nombre. Il faut espérer que cet habile observateur n'omettra pas de comprendre un aussi intéressant sujet dan la suite qu'il promet de donner à ses belles recherches.

ression régnant au même niveau dans le courant antérieurement à l'introduction du corps solide; et qu'en même temps l'*arrière* éprouvait une pression constamment inférieure à cette même pression primitive; de sorte que le mouvement relatif du fluide et du solide engendre, sur ce côté postérieur, ce qu'il appelle une *non-pression* ou une sorte de succion ou d'attraction agissant dans le même *sens* que la pression sur l'avant. La résistance ou l'impulsion apparente totale est une somme de ces deux forces. Il les mesure séparément; et il constate, entre autres résultats, que la première est à peu près la même pour une plaque mince, pour un cube et pour un parallélipipède ayant une longueur trois fois le côté de la base carrée; tandis que la seconde force (la non-pression postérieure) diminue beaucoup quand la longueur augmente jusque-là. Ce qu'il trouve pour la somme de leurs valeurs, que révèle son appareil, concorde à peu près avec le mesurage de l'impulsion totale au moyen d'une balance dont il repliait d'équerre le fléau du côté opposé au plateau portant les poids.

Il remarque très-bien, au reste, que quand la longueur du prisme, comparée à ses dimensions transversales, devient encore plus grande, et bien que la pression antérieure et la non-pression postérieure restent à peu près les mêmes, la résistance doit augmenter. En effet, le *frottement* de l'eau contre les faces latérales acquiert alors une grandeur relative sensible. Deux expériences comparées, avec des prismes ayant en longueur trois fois et six fois le côté de la base [1] donnent le moyen d'évaluer ce frottement tranquille; elles conduisent à très-peu près au même coefficient numérique que des expériences du même genre, plus nombreuses, faites plus tard en Angleterre par le colonel Beaufoy [2].

1.— *Expériences* CCLX et CCLXI, n° 484, t. 2.

2.— *Nautical and hydraulic Experiments*, vol. 1. Ce coefficient, par lequel il faut multiplier le produit de la surface latérale par la pesanteur spécifique du fluide et par la hauteur due à la vitesse du courant, est à peu près 0,0031.

Se servant, comme il fait toujours concurremment à ses expériences propres, de celles qui ont été faites par d'autres auteurs en les discutant rationnellement, il déduit des expériences de Bossut, d'Alembert et Condorcet une formule simple, propre à donner l'excédant de résistance qui a lieu lorsqu'un corps flottant ou plongé est traîné *dans un canal étroit.* Il en tire, sur ce qui se passe jusqu'à des distances limitées, autour du corps dans un fluide indéfini, une induction dont M. Poncelet a tiré ingénieusement parti pour établir sa théorie nouvelle [1].

Du Buat trouve, par ses expériences, que la force de résistance d'une masse fluide en repos est, pour même vitesse relative, au-dessous de la force d'impulsion du fluide en mouvement sur le même corps tenu immobile. Cela ne pourrait résulter que d'erreurs d'observation si ce dernier fluide se mouvait tout d'une pièce avec un large bassin qui le contiendrait, car un mouvement commun, comme est celui de la terre par exemple, ne saurait rien changer aux actions mutuelles des corps auxquels il est imprimé dans une direction sensiblement constante. Mais cette inégalité des deux résistances s'explique si l'on a égard, comme a fait M. Belanger, aux différences de vitesse des filets fluides au-dessus et au-dessous du solide dans le courant, et, aussi, à l'état particulier d'agitation intestine et de tourbillonnement qui est occasionné, dans toute la masse, par les rugosités des parois. Il est naturel que ces tournoiements plus ou moins tumultueux influent sur l'action mutuelle du fluide et du solide plongé.

Désireux d'élucider de plus en plus cette matière difficile, du Buat a entrepris et rapporte à la fin de son livre de 1786, une longue série d'expériences, d'un genre original, ayant pour but la *mesure de la portion de fluide qui accompagne un corps solide en mouvement dans un fluide indefini.* Le principe qui conduit à

1.— Fin de l'*Introduction à la Mécanique industrielle*, 1839.

opérer une pareille mesure se trouve dans cette remarque ingénieuse, que si l'on fait osciller comme un pendule, au bout d'une tige mince, un corps plongé dans un fluide, la résistance opposée par celui-ci n'influe que sur les *amplitudes* successives de ses petites oscillations, et nullement sur la durée de chacune d'elles. Il en résulte que le raccourcissement à faire éprouver au pendule pour obtenir dans un fluide le même nombre d'oscillations par minute que dans le vide tient seulement à la diminution qu'éprouve l'*accélération* verticale, quotient de la force verticale par la masse du corps oscillant. Cette diminution du quotient en question vient, d'une part, de ce que la *force* verticale ou le poids du corps solide est diminuée du poids du fluide qu'il déplace, et, d'autre part, de ce que sa *masse* est augmentée de celle du fluide qui accompagne le solide dans ses oscillations. On en déduit par un calcul simple, à la suite des expériences, la grandeur de cette masse fluide, la seule quantité qui soit inconnue, et qui réside presque entièrement dans la *proue* et la *poupe* fluide à l'avant et à l'arrière [1]. Ses expériences, faites dans l'eau avec des corps métalliques, et dans l'air avec des ballons gonflés, lui montraient que la portion fluide ainsi entraînée était, dans les cas principaux, sensiblement proportionnelle à la résistance mesurée par d'autres procédés. Aussi proposait-il d'employer, afin d'évaluer approximativement celle-ci pour un corps de forme quelconque, des expériences sur les oscillations, dont le nombre en un temps donné est toujours

1.— Soient p le poids du corps oscillant, *pesé dans le fluide ;* P le poids du fluide qu'il déplace, n P le poids du fluide tant déplacé qu'entraîné dans le mouvement, g la gravité, a la longueur du pendule qui, dans le vide, ferait dans un temps donné quelconque un certain nombre d'oscillations, l celle du pendule qui fait dans le fluide le même nombre d'oscillations dans le même temps. Dans le vide, la force accélératrice (ou l'accélération) est g ; dans le fluide, cette même force, quotient de la force motrice p par la masse oscillante $\frac{p+nP}{g}$, est $g\frac{p}{p+nP}$. Les longueurs de pendules isochrones étant proportionnelles aux forces accélératrices, on a $\frac{l}{a}=\frac{p}{p+nP}$. D'où $n=\frac{p}{P}\left(\frac{a}{l}-1\right)$ pour le nombre qui, diminué de l'unité, donne le rapport cherché du volume fluide entraîné au volume du corps solide.

facile à compter exactement. Il avait soin de les faire avec des pendules à tige très-longue afin de réduire presque à rien l'incurvation du mouvement, qu'il a le premier reconnue très-influente.

Il reconnaît ingénuement, du reste, dans la question de la *résistance des fluides*, « n'avoir guère fait que détruire l'ancien édifice théorique » conservé dans tous les ouvrages de science navale, dans ceux même d'Euler [1], quoique déjà battu en brèche par des faits nombreux, quand ce ne serait que par ceux qui ont, presque dès le principe, déterminé à *soudoubler* tout juste les résultats rigoureux de l'assimilation et du calcul qui en font la base [2]. Il appelle donc des investigations nouvelles et plus étendues que les siennes, pour en élever un autre, ce qu'il ne croit possible que dans un avenir encore éloigné.

Cette prévision est d'autant plus juste que les recherches ont montré que le phénomène de la résistance des fluides est affecté d'un genre de complication tout autre que ne l'avaient cru les savants du siècle dernier en se livrant à leurs tentatives infruc-

1.— *Scientia navalis*, 1749. Euler y abandonne ses essais de 1745 et revient à la théorie vulgaire.

2.— En effet, d'après la théorie dite vulgaire qui assimile un fluide en mouvement à un essaim de corpuscules isolés ou sans action les uns sur les autres, allant frapper le corps plongé avec des vitesses V toutes égales ou parallèles, si, pour un élément *da* de la surface du corps, φ est l'angle d'incidence, ou l'angle de V et de *da*, et si l'on appelle Π le poids de l'unité de volume du fluide, la masse qui ira frapper l'élément dans l'unité de temps sera $\frac{\Pi}{g}\, da \sin\varphi \,.\, V$, et la quantité de mouvement perdue par le fluide dans un sens normal sera $\frac{\Pi}{g}\, da \sin\varphi \,.\, V.\; V \sin\varphi$.

Comme cette quantité de mouvement communiquée au corps dans l'unité de temps est la force de l'impulsion normale sur *da*, l'on aurait $2.\Pi\,\frac{(V \sin\varphi)^2}{2g}$ pour l'impulsion normale rapportée à l'unité superficielle du même élément quelconque ; tandis que, pour se rapprocher des résultats des premières expériences, et, aussi, probablement, du raisonnement d'une autre nature qui avait guidé Huygens, les savants n'ont pris, depuis longtemps, *que la moitié*, ou $\Pi.\,\frac{(V \sin\varphi)^2}{2g}$, même avant Newton, qui a tâché, par sa seconde et si bizarre théorie, de motiver un deuxième soudoublement qu'il proposait.

tueuses (notes p. 42, 43). On peut faire aujourd'hui une réponse aux questions de principe qu'ils ont, en désespoir de cause, adressées à leurs successeurs comme nous avons dit (p. 43). Tout le monde sera bientôt convaincu qu'un fluide sans *frottement intérieur*, ou dans lequel la pression serait constamment normale aux faces des éléments où elle s'exerce, et, par suite, égale en tous sens autour de chaque point, n'aurait, dans l'état de *permanence* du mouvement, aucune raison d'exercer une impulsion sur les corps immobiles plongés, ou une résistance à leur marche, ni de produire en aucune manière ces tourbillonnements variés, causes de *pertes de force vive translatoire*, par lesquelles M. Poncelet explique et calcule même leur résistance en s'aidant de quelques hypothèses plausibles. La résistance des fluides tient ainsi à des forces dont on ne connaît même pas encore la loi ou la relation de grandeur avec les vitesses de glissement relatif qui les développent, forces dont la prise en considération ne saurait conséquemment encore être l'objet d'aucun calcul exact et complet, mais dont on peut dire que les travaux de du Buat ont contribué pour beaucoup à prouver l'existence, quoiqu'il n'ait pas aperçu toute l'étendue du rôle qu'elles jouent dans les divers phénomènes hydrauliques [1].

1.— Le frottement des fluides est dû à la même cause que la solidité des corps solides, à savoir, comme nous avons dit, à ce qu'ils sont composés de particules séparées et en nombre très-grand mais fini. Si, au lieu d'être ainsi constituée, la matière était continue, deux couches quelconques, séparées par une surface plane ou courbe, glisseraient l'une contre l'autre sous l'effort tangentiel extérieur le plus minime, sans y opposer aucune espèce de résistance, quelque grandes que fussent les attractions et répulsions mutuelles de leurs points matériels à travers cette face ; car, dans ce mouvement relatif, chaque point viendrait en remplacer identiquement un autre, l'action totale resterait normale à la surface de séparation, et le travail résistant serait zéro. Tout, dans presque tous les phénomènes (si ce n'est dans *tous*), resterait *indéterminé*. Ainsi, dans les fluides, les tournoiements qu'on remarque, et qui sont engendrés par le frottement de certaines portions contre d'autres, n'auraient aucune raison de prendre naissance ; et, d'autre part, ils n'auraient non plus aucune raison de ne point se former, ni de s'arrêter une fois formés, puisque chaque partie de la masse pourrait se frayer sans aucun obstacle un passage à travers le reste suivant une courbe quelconque. Les filets contigus resteraient, dans leur marche, indépendants les uns des autres. Une portion absolument quelconque du liquide d'un vase percé d'un orifice inférieur pourrait latéralement rester stagnante, et la *contraction* de la veine serait indéterminée. Aucune raison n'existerait pour que les étranglements, suivis d'élargissements de sections, produisissent une perte quel-

Les travaux scientifiques de du Buat lui valurent (disent les notes de son dossier, ou plutôt, par erreur, du dossier de son cousin Jacques Laurent au ministère de la Guerre) « une gratification de douze cents livres, accordée le 7 juin 1783, » et « les suffrages de l'Académie des Sciences », qui l'inscrivit au nombre de ses Correspondants, en 1786 ou 1787; car l'abbé Bossut lui en donne le titre au second volume de la deuxième édition de son hydrodynamique, portant ce dernier millésime. Il lui fallut, après la révolution, se présenter de nouveau aux suffrages du premier corps savant de France, et il fut, le 16 janvier 1804 (25 nivose an XII) élu à l'unanimité, avec plusieurs autres savants, Correspondant de l'Institut pour la classe des sciences physiques et mathématiques, convoquée pour cette nomination par arrêté du 3 pluviose (24 janvier) de l'année précédente.

Nous n'avons plus guère, à partir de 1787, à enregistrer que

conque de force vive ; et le jet sortant du passage étroit pourrait conserver sa section à travers le reste du fluide, sans épanouissement; il pourrait aussi, indifféremment, s'épanouir dans un rapport quelconque. Aucun barrage noyé, aucun rétrécissement d'un cours d'eau, ne serait nécessairement accompagné d'un gonflement en amont, *une fois le régime établi*, car l'excédant de vitesse acquis d'abord en aval, produirait une dépression rétablissant sans cela la chute nécessaire a son entretien ; chute qui serait suivie du rehaussement dû à la vitesse acquise. Aucune fermeture, à moins d'être hermétique, n'empêcherait nécessairement le passage d'un fluide en quantité égale à son affluence sous la plus faible pression. Il n'y aurait aucun écoulement réglé dans un cours d'eau, le frottement contre les parois n'existant pas puisque le fluide y glisserait sans obstacle contre la couche de mouillage quelque contournée qu'elle fût, d'où il suit qu'il pourrait y avoir accélération non interrompue de la source à l'embouchure. Mais, même à cet égard, il y aurait encore complète indétermination, car rien n'empêcherait chaque particule de prendre, à travers les autres, des mouvements obliques aux rives ou curvilignes quelconques, dont la force vive serait fournie par le travail de la pesanteur; et comme rien n'empêcherait ces sortes de mouvements d'augmenter sans cesse de l'amont à l'aval, on voit qu'un courant d'un fluide de matière continue serait indifférent à l'accélération ou au retardement de son mouvement *progressif* ou décomposé parallèlement à ses rives. Un pareil fluide, ou un fluide sans frottement, au lieu d'être un fluide *parfait*, comme le pensaient les d'Alembert, les Euler, etc., serait donc un je ne sais quoi d'incertain, d'indéterminé, une sorte de non sens physique.

Et, même, le liquide d'un courant ne se distinguerait pas des rives qui le contiendraient, supposées aussi de matière *continue* ou dont les particules agissant les unes sur les autres sont en nombre infini, et juxta posées sans vides; car des corps dont les couches sont sans adhérence tangentielle ne sauraient être solides (on peut voir, là dessus, un *Mémoire sur la question de savoir s'il existe des masses continues, et sur la nature probable des dernières particules des corps*, au *Bulletin de la Société philomathique*, 20 janvier 1814).

les faits de sa vie privée ; ils ne sont pas moins honorables que ses services comme officier et comme savant, et nous verrons ses courts loisirs suivis de douloureuses vicissitudes, qui mirent en lumière la noblesse et la placide bonté de son caractère.

Onze enfants, avons-nous dit, étaient nés de son mariage :

1. Louise-Catherine-Marguerite-Elisabeth, née à Condé le 16 mai 1759 [1].

2. Louise-Gabrielle-Jeanne-Elisabeth, née à Condé, le 27 septembre 1760 (parrain Gabriel du Buat de Nançay), mariée à Condé en 1787 à M. Raymond-François Benezech de St.-Honoré, devenu lieutenant colonel du génie [2].

3. Louis-Jacques-Gérard-Joseph, né à Condé le 16 octobre 1761, mort en bas âge en 1763.

4. Pétronille-Mélanie-Louise-Elisabeth-Sophie, née à Condé le 31 septembre 1763 [3].

5. Pierre-Désiré, né à Condé le 27 janvier 1765 (parrain messire Rault de Ramsault de Raulcourt, lieutenant-colonel d'infanterie, ingénieur ordinaire du roi *en chef* à Valenciennes). Reçu dans la marine royale le 20 mars 1781 à seize ans [4].

1.— Émigra avec son père en Bavière. Morte à Vieux-Condé le 11 mai 1810, célibataire.

2.— Elle émigra avec lui ; et, rentrée en France en 1801, puis partie en 1802 pour Saint-Domingue avec son mari dont le frère était préfet colonial, elle mourut le 24 juillet de la même année, sur le vaisseau qui les ramenait en France, de la fièvre jaune contractée en soignant son mari qui mourut après elle dans la même traversée, laissant un jeune fils aux soins de Louis-Joseph, comme nous dirons à notre notice sur celui-ci.

3.— Émigra avec ses parents. Morte célibataire à Vieux-Condé le 18 décembre 1810. (Était appelée mademoiselle du Hameau ; son aînée, Louise-Catherine, était nommée mademoiselle du Buat).

4 — Fit, avant 1791, plusieurs campagnes de guerre ; puis, en émigration, servit dans l'armée des Princes comme marin et, à partir de 1795, comme capitaine d'infanterie, à Maestricht, à Quiberon et à l'armée de Condé (suivant ses états de services). Rentré en France en 1802 et réduit d'abord à demander un petit emploi d'arpenteur dans les eaux et forêts, il fut occupé ensuite au cadastre des départements du Nord et de Jemmapes, de 1804 à 1815, époque où il fut réintégré dans le corps de la marine comme capitaine de frégate en disponibilité, et fut confirmé dans le brevet de chevalier de Saint-Louis reçu du prince de Condé en 1797. Prit en 1814 le titre de comte. Retraité en 1817, il fut nommé, le 23 juin 1824, maire de Vieux-Condé, mais il se retira bientôt dans un château qu'il avait loué à Mouchin (canton de Cysoing, Nord), où il mourut le 4 juin 1834.

6. Agathe-Jacqueline-Josèphe, née à Valenciennes en 1766 ; épousa, en 1789, Georges-Béat-Louis de Praroman, seigneur de Lulli, capitaine dans un régiment suisse au service de la France [1].

7. Louis-Joseph, né à Valenciennes le 11 septembre 1767, connu avant 1792 sous le nom de du Buat de Sasseignies (comte Du Buat en 1834 par la mort de son frère aîné) ; fut chef de bataillon du génie et professeur aux écoles d'artillerie de Rennes et de Metz ; mort à Hellesmes (Nord) le 7 mars 1839 [2].

8. Louis-Jacques-Joseph, né à Valenciennes le 16 juin 1769. Adjudant du génie ou Garde de première classe[3].

9. Anne-Mélanie-Antoinette-Perpétue, née à Valenciennes vers mars 1771 ; connue sous le nom de mademoiselle de Précourt ; morte célibataire à Vieux-Condé le 22 septembre 1819.

10. André-Augustin, né à Condé en 1775 [5].

11. Marie-François-de-Sales, né à Condé le 8 août 1776 [4].

1 — Morte à Fribourg ainsi que son mari dont les malheurs de la révolution avaient profondément altéré la santé, elle a laissé un seul enfant, M. Philippe Beat Louis-François de Lulli de Praroman, marié à une personne d'un esprit distingué, qui vint, avec lui, voir leur oncle Louis-Joseph, à Hellesmes, en 1837, après avoir reçu sa visite à Fribourg en 1836.

2.— Nous donnons la biographie de Louis-Joseph à la suite de celle de son père.

3 — Était appelé M. du Hameau. A fait longtemps, et tout au moins de 1812 à la fin de 1818, les fonctions de chef provisoire du génie à Condé, où il est mort célibataire le 5 mai 1834. Homme laborieux, bon, et simple dans ses habitudes comme dans son costume ; vivant de peu, était à la fois économe pour lui-même et très-généreux pour les autres, comme on peut voir par un jeune homme qu'il fit élever et dont il paya la pension au séminaire et ensuite le mobilier de prêtre. Il aimait à versifier, comme faisaient au reste presque tous les du Buat.

4.— Émigra, fut blessé et fait prisonnier à Quiberon où un navire l'avait débarqué. Transporté à Nantes il écrivit de l'hôpital de cette ville, à un ami de sa famille à Valenciennes, pour demander quelques secours. Depuis on n'en a plus entendu parler et on ne sait s'il est mort malade ou fusillé.

5.— Au retour de l'émigration avec son père, il travailla d'abord à Dunkerque chez M. Benjamin Tresca, négociant. Fut ensuite géomètre du cadastre jusque vers 1823, et fit un mémoire sur ce service. Connu depuis 1814 sous le nom du chevalier du Buat de Sasseignies. D'un esprit assez brillant mais avec une imagination très-excentrique, il avait

Les seuls descendants de du Buat existants en 1834 étaient Pierre-Désiré, Louis-Joseph, Louis-Jacques-Joseph, François de Sales et les deux fils de mesdames Benezech et de Praroman.

Comme il arrive d'ordinaire dans les familles nombreuses et sagement gouvernées, la fortune avait augmenté dans celle de du Buat en même temps que le nombre des enfants. Il avait acquis pour sa femme, le 1er juillet 1778, la terre et baronnie de Sasseignies, d'un revenu de six mille livres, située commune de Mastaing (Nord) sur la Sambre, entre Landrecies et Maubeuge. Les affaires d'Anzin avaient prospéré. Enfin il avait hérité, en 1788, du tiers de la terre de Nançay en Berri, laissée en 1787 par son frère aîné à une enfant morte l'année d'après, et les deux autres tiers étaient venus en sa possession par le décès de ses deux sœurs en 1791 et 1792 [1]. Cette terre, confisquée et vendue nationalement 849,080 fr., ne valait guère, comme héritage, que la moitié de cette somme, eu égard aux dettes contractées comme on a dit; en sorte qu'en 1826 les six héritiers eurent seulement à se partager 412,000 fr. dans l'indemnité des émigrés, comprenant des terres dans le département du Nord. Mais les dividendes d'Anzin étaient considérables, et la fortune de du Buat pouvait s'élever en 1792 à 1,200,000 fr. dont moitié au moins venait des mines de charbon.

Il avait marié deux de ses filles et dirigé les premiers pas de ses deux fils aînés dans les brillantes carrières de la marine et du génie. Ses autres filles, sans affecter la science, profitaient des leçons, même de langues anciennes, données à leurs plus

comme son père et ses frères, le caractère bon et généreux, et, quoique peu riche, il donnait beaucoup. Mort célibataire vers 1835, dans un petit bien qu'il avait acheté à Heurtevant en 1825, auprès de Tortizambert, il l'a légué au séminaire, après avoir ratifié, avec ses trois frères, le don fait, à cette dernière commune, de son presbytère, racheté pour cela par leur cousin M. Durand de Valence, dont ils avaient recueilli en 1823 la petite succession.

Il a publié en 1826, chez Prindet, à Valenciennes, un *Recueil de cantiques, psaumes et hymnes*, traduits en vers français, 2e édition augmentée (16 pages), dédiée à Mgr l'Evêque de Cambrai, avec cette épigraphe : *In conspectu angelorum, psallam tibi, etc.*, (Voyez note C à la fin de cette Notice).

1. Anne du Buat, morte à Laigle, et madame de la Custière, morte en Touraine.

jeunes frères, et secondaient leurs parents dans le gouvernement intérieur, ainsi que dans les aimables réceptions du mardi dont la tradition s'est conservée à Condé. On montre encore sa demeure, au coin de la place Verte ou de la Collégiale, vis-à-vis le vieux château des seigneurs de cette ville, près le grand baillage où résidait son ami M. de Gheugnies.

Mais le soin d'assurer l'avenir de ses enfants et de leur rendre la maison paternelle agréable ne diminuait rien de ce qu'il donnait à Dieu et aux pauvres. De nombreux passages de son *hydraulique*, sur l'ordre providentiel qui règne dans les œuvres de la création, font apercevoir en lui, avec une candeur qui inspire la confiance, des sentiments d'une foi profonde. Chez lui la religion était pratique de tout point ; et la ville de Condé a gardé le souvenir de ses bons exemples, rares parmi les savants d'alors, et surtout de son inépuisable charité, dont les habitudes, comme nous verrons, survécurent chez lui à la fortune.

Les événements devaient bientôt, en effet, lui enlever presque tous ses revenus. Ses fonctions militaires avaient cessé à la fin de 1791 par suite de la suppression des lieutenances-de-roi. Deux de ses fils et son gendre Benezech avaient émigré : il ne pouvait plus se considérer, non plus que sa famille, comme en sûreté sur le territoire national. Il partit donc, au commencement de 1793, avec ce qui restait des siens dans sa maison, pour Tournay, à vingt quatre kilomètres de Condé, ce qui ne l'éloignait pas trop de la France où il espérait rentrer au bout de peu de temps. Mais il fallut bientôt aller chercher plus loin un domicile sûr. L'un de ses fermiers du Bruai [1], nommé Nicolas Dulieu, vint le prendre avec ses chevaux et le transporta en Hollande, puis à Dusseldorff, d'où il passa à Neuhauss et

1— Le *Bruai* ou le *Breuil*, village auprès de Fresnes, entre Condé et Valenciennes. Dans d'autres départements on dit aussi le *Brueil* pour des localités dont le nom a la même étymologie (bois, parc). J'en connais une (Loir-et-Cher, commune de Lignières) où un manoir, portant le nom du Breuil sur les titres, est appelé par les gens du pays, le *Berrueil*, et plus souvent, le *Berruet*. nom qui a été mis mal à propos sur la carte du Dépôt de la Guerre aussi à Paderborn (pays natal de sa feue belle-sœur), où il revit la famille du duc de Croy, celle de M. de Gheugnies et d'autres français auxquels les nouveaux administrateurs ne pardonnaient pas leurs anciens services [1].

Bien que ce fussent des *pays neutres* (comme du Buat l'a exprimé dans des pétitions de 1803 au Premier Consul, où il réclamait sa retraite réglée à 4,800 fr. par l'assemblée constituante, mais jamais payée) il fut porté, le 20 août 1793, sur la liste des émigrés, et tous ses biens, y compris les actions des mines d'Anzin, furent confisqués et vendus ou donnés par l'État.

C'est pendant cet exil que du Buat, sans abandonner les sciences puisqu'il préparait ce troisième volume, publié après lui sous le titre de *Principes de pyrodynamique*, écrivit une *Vie de Salomon*, et fit une traduction en vers, également inédite, du *Livre de la Sagesse* de ce monarque inspiré. La vie de Salomon (en prose) n'est pas une traduction pure et simple du livre III des Rois; elle est précédée d'un résumé de l'histoire du monde depuis Noé, écrit simplement mais souvent avec chaleur et éloquence, et toujours avec l'accent d'une foi vive. La traduction en vers alexandrins, du livre de la Sagesse, est faite avec facilité et exactitude, et avec un ton d'antique simplicité, exhalant le parfum d'une belle âme; on y trouve peu de poésie, mais du style et de beaux passages; et beaucoup de livres se vendent qui ne la valent pas [2].

En 1802, lorsque les émigrés purent revenir en France sans attendre leur acte d'amnistie, le même fermier Dulieu alla reprendre du Buat et le ramena à petites journées, en passant par Bruxelles où il dut signer, pour pouvoir poursuivre, plusieurs déclarations et renonciations. Rentré le 17 juin, il descendit à Vieux-Condé, chez le maire, M. Castiau, en attendant qu'il pût acheter la modeste maison avec terrain de six ares, sous le clocher, qu'il

1.— Du Buat était même à Leipsig en novembre 1810, d'après la date que porte un de ses manuscrits mathématiques.

2.— Voyez une citation Note D à la fin.

occupa jusqu'à la fin de sa vie, et qui était alors couverte en chaume.

Des huit enfants qui lui restaient, sept étaient encore à peu près à sa charge, car ce ne fut qu'après son retour en France que plusieurs trouvèrent de l'emploi. Aussi sa détresse fut extrême pendant quelque temps. Il la supporta avec une résignation douce et calme; et l'on a remarqué que jamais, dans ses relations même intimes, il ne lui arrivait de se plaindre, ni de l'ingratitude de beaucoup de personnes qu'il avait obligées dans des temps meilleurs et qui lui étaient devenues hostiles, ni des événements qui lui avaient enlevé ses titres, sa position, sa fortune. Il aimait mieux parler de ceux qui lui étaient restés fidèles et se féliciter de la conservation de leur amitié.

La lettre dont le fac-simile est annexé ci-après, écrite de Condé, le 1er juillet 1802, à M. Jean du Buat, l'ancien armateur, son parent au vingtième degré, qui venait après avoir aussi émigré de retourner à sa maison de la Toutenaye près Saint-Malo, respire ces sentiments et ce calme. Elle montre que ses enfants l'ont en effet peu quitté, ce dont il se félicite dans leur intérêt moral. Le chevalier dont il est question dans cette lettre est le fils de Jean du Buat, M. Jean-Baptiste-Georges [1].

Il exprime, dans cette lettre, l'espoir de « recueillir quelques débris du naufrage », et on lit dans une autre lettre au même cousin, datée du 20 décembre : « Je suis charmé de voir que vous ayez recouvré une partie de votre fortune, et je ne doute pas du plaisir que vous aurez à apprendre que j'en aie fait autant ; *mais ce moment n'est pas encore venu*, et j'en suis encore à solliciter mon acte d'amnistie. » On peut remarquer aussi les formes polies et respectueuses autant qu'affectueuses qu'il observe envers ce parent éloigné, moins âgé que lui de huit ans.

1.— Depuis, officier supérieur dans la Garde royale, et ensuite gérant du journal l'*Union* : dont la veuve, madame la comtesse du Buat, en possession de beaucoup de papiers de famille, habite aujourd'hui Paris (Voyez note B).

Il chercha en effet, aussitôt de retour, à entrer en arrangement avec les acquéreurs de ses biens ruraux, soit pour en obtenir une indemnité contre patrimonialisation, soit pour leur racheter contre remboursement du prix d'acquisition. Il réussit avec plusieurs; mais madame du Buat s'opposait généralement à des arrangements de ce genre, et protestait contre tout paiement, dans la persuasion inébranlable où elle était que les biens rentreraient sans cette sorte d'acquiescement à la spoliation éprouvée. Aussi la fortune immobilière récupérée fut médiocre.

Du Buat s'occupa alors avec activité de recouvrer tout ou partie des *deniers* par lesquels on évaluait les parts annuelles dans le produit de l'exploitation des mines d'Anzin, et qui avaient été vendus ou donnés par l'Etat. Il perdit d'abord, avec ses co-intéressés, un procès contre la compagnie. Mais bientôt celle-ci transigea sous l'influence de M. Desandroin, descendant du fondateur de cette riche exploitation et, dit-on aussi, de MM. Perier. Il fut donc donné aux héritiers du maréchal de Croy, ainsi qu'aux autres dépossédés de l'émigration, un quart de ce qu'ils avaient avant 1793 La famille de Croy possède ainsi *neuf deniers* au lieu de trente six qu'elle avait anciennement, et la famille Du Buat eut une part qui, depuis, est entrée pour 152 mille francs dans l'estimation, montant au total à 206 mille francs, et faite le 31 juillet 1824 par M. Lehon, notaire à Tournay, de la succession de madame la comtesse veuve du Buat. Elle est décédée le 22 janvier 1823 à Antoing (en Belgique, près Tournay), où elle s'était retirée auprès d'une amie. Aucune de ses filles ne subsistait à sa mort, mais seulement leurs deux fils (M. Georges Benezech et M. Philippe de Praroman), et quatre des frères du Buat.

Du Buat continua de cultiver diverses branches des mathématiques et de l'art militaire, comme on verra par la liste nombreuse des manuscrits qu'il a laissés. Les œuvres de charité avaient, comme dans le temps de son opulence, une grande part dans ses occupations ; et sa maison était appelée la sainte famille. Il visitait surtout les valétudinaires et les malades, leur apportait des secours, des soulagements, des remèdes, et les pansait lui-même. Aussi avait-il réuni en un cahier une multitude de recettes ou de préceptes tant pour les traitements médicinaux que pour les divers besoins de la vie ; au point que la personne qui possède ce livre a donné des consultations et des ordonnances qui ont éveillé l'attention de l'autorité.

Jusqu'à son dernier jour il s'occupa activement, aussi, des affaires de sa famille. C'est au retour d'une course de douze kilomètres, faite à pied malgré ses soixante-quinze ans, au siége de la compagnie d'Anzin, qu'il se trouva incommodé, et mourut le lendemain à Vieux-Condé, le 17 octobre 1809.

Ses papiers, sans doute après avoir passé par les mains de son fils Louis Jacques-Joseph, l'adjudant du génie, sont venus dans celles de son petit-fils M. Joseph-Marc-Georges Benezech de Saint-Honoré, né en émigration à Radingen en 1794, le même qui fut ramené orphelin de St.-Domingue en 1802 et élevé par son grand-père [1].

Les manuscrits de du Buat et son portrait en miniature, très-bien fait et d'une animation intelligente, dont nous avons tiré

1.— M. Benezech est mort le 17 avril 1850, maire de Vieux-Condé et membre de plusieurs sociétés savantes. Il n'a publié qu'un très-petit recueil de poésies intitulé *Moins que rien* (1826), et des *Études critiques* (1851 avec carte ancienne reproduite) sur le livre de l'*Histoire du Hainaut* de Jacques de Guise. Mais il a légué à la bibliothèque de Valenciennes, par testament olographe du 20 juillet 1849, ses nombreux livres et sa très riche collection de médailles et autres antiquités, à la charge de les placer dans une pièce particulière sous la dénomination de *Musée Benezech*.

Marié à Mademoiselle Postien, et l'ayant perdue ainsi que sa fille unique, il a, continuant les traditions de bienfaisance de ses ancêtres maternels, quoique n'en ayant pas les opinions, laissé à la ville de Vieux-Condé une maison pour les pauvres de ce pays de fabriques, avec quelques pièces de terre, legs d'une valeur totale d'environ vingt mille francs

Les livres du musée Benezech contiennent les ouvrages de son grand-père (entre autres le seul exemplaire peut-être, avons nous dit, qui existe encore de la première édition de l'*Hydraulique*), ceux de son grand-oncle du Buat de Nançay, le cahier manuscrit (petit in-4°, 1756) du procès-verbal de leurs preuves comme présentés pour l'ordre de Saint-Jean de Jérusalem, avec atlas colorié des blasons de leurs alliances, un autre cahier sur leur famille (in-folio), des analyses littéraires des fables de Lafontaine, un manuscrit sur la botanique, etc.

la lithographie jointe à cette notice, ont été laissés par Benezech, avec sa maison de Vieux-Condé, à M. Dorzé, habitant aujourd'hui Anzin, neveu de sa femme, qui me les a communiqués obligeamment et qui se propose de les léguer un jour à la bibliothèque de Valenciennes. Leur liste ci-dessous, qui n'est pas complète, montrera la prodigieuse activité de l'esprit de du Buat, son constant amour du travail et la faculté qu'il conservait, déjà âgé, d'apprendre des choses nouvelles ; et leur rédaction, d'une écriture ferme et très-lisible, presque sans rature, quoiqu'ils ne paraissent point, en général, être des copies, prouve aussi la remarquable netteté de son intelligence [1].

1.— 1. *Mémoire* (en 1768, déjà mentionné et dont deux copies existent au Dépôt des fortifications de Paris) *sur le relief et le défilement des fortifications*, 12 pages in-folio.

2. (En 1784). Problèmes sur les probabilités, — sur les annuités. — Observations sur le calcul des rentes viagères. — Temps pour remplir et vider le sas d'une écluse.— Force pour ouvrir une porte d'écluse chargée d'eau — Poussée des terres.

3. (En 1794). Considérations sur les équations algébriques de degré quelconque à une inconnue.

4. (En 1797.) Recherche sur le même sujet. (Il s'étonne de ce qu'on ne fait pas plus d'usage, dans les éléments, de la représentation de ces équations et de leurs dérivées successives, par des courbes).— Equations du troisième et du quatrième degré.

5. (En 1799). Abrégé de fortification, 190 pages in-folio. La première partie est intitulée *Abrégé des éléments de mathématiques*, avec des applications propres à l'instruction des jeunes gens. La troisième partie, intitulée *Des reconnaissances militaires*, commence ainsi : « Je me propose de montrer en quoi consiste l'art de reconnaître militairement un terrain, et de juger rapidement à quoi il peut être propre pour la guerre. Le même terrain, examiné par un cultivateur, par un naturaliste, par un militaire, fait naître en eux des idées bien différentes.. ... Aussi a-t-on désigné sous le nom de *Coup-d'œil militaire* cette faculté particulière et l'une des plus nécessaires à un bon officier.... Il faut s'y exercer de bonne heure, etc »

6. (Novembre 1800, à Leipsig). Mesure de la surface des triangles sphériques.— Suite. — Problèmes de géométrie résolus par les projections stéréographiques.

7. Théorie de la projection stéréographique appliquée aux constructions graphiques et principalement à la construction des cartes, 58 pages in-folio et planches. Il y donne une résolution graphique des triangles sphériques. Plusieurs parties de ce mémoire mériteraient de voir le jour.

8. De la levée des plans et du tracé des cartes topographiques, 1 p. in-folio. Le deuxième chapitre montre qu'on peut n'y employer aucun autre instrument que ceux qui servent à mesurer des lignes droites.

9. Note sur les procédés à employer dans les applications de la trigonométrie sphérique

10. Analogies des machines simples et composées, 12 pages. C'est un traité simple des machines, car il appelle *analogie* le rapport de la puissance à la résistance.

11. Extraits du Traité de chimie de Lavoisier, 47 pages in-folio.

12. Réflexion sur les *Eléments et les Éclaircissements des Éléments de philosophie*, de d'Alembert, 6 pages in-4°. La partie qu'il examine est relative à la manière dont d'Alembert décompose l'idée de corps (étendue, impénétrabilité et bornes en tous sens).

Je n'ai eu que peu d'heures pour parcourir, à Vieux-Condé, le 24 avril 1864, ces écrits, consistant pour une grande partie en notes, extraits et exercices, faits par du Buat (à l'exception des deux premiers) entre la soixantième et la soixante-dixième année de sa vie, dans la plénitude de ses facultés, et sans que ce fût probablement pour l'éducation de ses deux derniers fils. Du Buat y a travaillé sans doute dans un but d'instruction personnelle, ou pour élucider et développer divers points de la science. Le temps écoulé depuis le commencement de notre siècle dimi-

13. (1800). Mes idées sur les principes de la matière et des corps, pour servir d'introduction à la physique, 18 pages in-folio. — Du Buat remarque que la loi de l'attraction mutuelle entre molécules devrait être exprimée par $\frac{a}{x^2}+\frac{b}{x^4}+\frac{c}{x^6}+\frac{d}{x^8}$ ......, le premier terme étant seul sensible à de grandes distances, et les derniers à de très-petites; mais qu'à l'attraction il faut joindre des répulsions.

14. Notes sur l'imprimerie, sur des guerres et sur divers sujets, 120 pages in-folio.

15. Notes sur Saint-Domingue (surtout sous le rapport des défenses), 12 pages in-folio.

16. Notes sur l'astronomie, 6 pages in-folio.

17. Notions d'astronomie; Table et planches, etc., 64 pages in-folio.

18. Des mesures anciennes et modernes, 14 pages in-4°.

19. Note relative aux mesures, 4 pages.

20. Sur les moyens d'établir l'uniformité des poids et mesures (présenté à l'Académie), 8 pages.

21. Notes sur les mesures, 2 pages.

22. Nouvelles mesures de France, 2 pages.

23. Les monnaies chez les différents peuples, 14 pages.

24. Notes sur quelques monnaies du Brabant, 8 pages.

25. Notes historiques et biographiques, 64 pages in-4°.

26. Calculs sur des combinaisons (de cartes, présentant des résultats singuliers). — Terminaison des quarrés — Recherches sur les nombres premiers, etc.

27. Variétés mathématiques, savoir : Théorie des nombres; sommes ou différences de carrés et de cubes. — Sur les ellipses de Cassini (cassinoïdes) — Nombres figurés et polygones. — Calcul intégral aux différences finies. — Suites recurrentes. — *Folium* de Descartes (courbe $x^3+y^3=axy$). — Division des figures rectilignes en rapport donné, par une ligne tirée d'un point ou parallèle à une ligne donnée — Analogies (relations) des arcs de cercle et des logarithmes imaginaires. — Polyèdres. — Corps réguliers. — Recherches sur une nouvelle classe de courbes algébriques. — Sommation des puissances des racines d'une équation. — Démonstration simple de la formule du binôme. — Formule pour élever un polygnôme ou une série à une puissance quelconque. — Formule différentielle de la trigonométrie sphérique — Principes et abrégé de gnomonique. — Epicycloïde. — Sur les courbes paraboliques; points singuliers de divers genres. — Courbes du troisième degré; rebroussements et inflexions.

28. On trouve aussi parmi ses papiers, mais tracé par une autre main que la sienne, et certainement après sa mort, l'écrit dont nous avons déjà parlé : *La tactique des anciens et des modernes réunies*, du chevalier de F***** (Folard), prouvant que du Buat a bien été, comme son frère, le disciple de ce célèbre officier.

nuerait beaucoup l'intérêt que pourrait offrir leur impression; mais un examen détaillé y ferait trouver, sans aucun doute, plusieurs choses originales et quelques idées bonnes à mettre au jour. Aussi est-il à souhaiter que l'honorable habitant, jeune encore, d'une localité peu fréquentée par les érudits, qui se trouve en possession de ces papiers précieux à beaucoup d'égards, veuille bien, en les joignant à ceux du musée de son oncle Benezech, en faire jouir bientôt les habitués de la bibliothèque de Valenciennes et les autres hommes d'étude qui voudraient y venir puiser à loisir.

J'ai cru devoir donner, avec tous les détails qu'il m'a été possible de recueillir sur lui et sur sa famille, la vie de cet homme éminent et bon. Orphelin en bas âge, et presque sans ressources, on voit qu'il a su, par un courageux labeur, venant en aide à d'heureux dons, raviver de bonne heure, comme son frère, un nom ancien et respecté. Un ardent désir de s'acquitter au mieux des devoirs de son service, et d'en perfectionner les procédés, le fit entreprendre ces recherches dont nous profitons, où l'esprit théorique et l'esprit pratique s'éclairèrent constamment l'un l'autre, et où le bon sens régla toujours l'imagination sans l'amortir. En lui, certes, la science ne dessécha point le cœur, de même que l'étude passionnée des choses et des lois de ce monde physique et périssable ne détourna jamais sa pensée des choses éternelles et de ce qui est dû au législateur souverain. Puissent les exemples de du Buat trouver toujours des imitateurs; et il est permis de l'espérer en voyant ce qu'ont déjà produit ceux qui ont commencé à suivre ses traces.

10 septembre 1865.

NOTICE

SUR

Louis-Joseph comte DU BUAT,

Fils du célèbre hydraulicien, et auteur lui-même de quelques mémoires scientifiques.

Par M. de SAINT-VENANT.

Louis-Joseph, comte du Buat, chef de bataillon du génie, professeur aux écoles d'artillerie de Rennes et de Metz, chevalier de Saint-Louis et de la Légion-d'Honneur, est né à Valenciennes le 11 septembre 1767, le septième des onze enfants de Pierre-Louis-Georges, l'auteur célèbre des *Principes d'hydraulique*, dont nous venons de faire connaître la vie et les œuvres. Une minime particularité de sa première enfance, qu'il aimait à raconter dans sa vieillesse, caractérise les habitudes simples de sa famille. Lorsque son père arrivait pour le voir chez sa nourrice, celle-ci avait soin de mettre aussitôt entre ses mains du pain plus blanc que le pain de ménage dont elle le nourrissait comme ses enfants; alors M. du Buat père recommandait bien de ne jamais lui en donner d'autre qu'à ses frères de lait.

Ses dispositions déterminèrent à le destiner à l'arme où son père se distinguait. Reçu élève sous-lieutenant à l'école du génie de Mézières le 1er janvier 1786 (sous le nom de du Buat de Sasseigniés) et nommé aspirant-lieutenant le 1er janvier 1788, il résida, comme officier du génie, de 1789 à 1791, à Cherbourg, puis à Brest; capitaine le 8 janvier 1792, il fut envoyé à Montmédy, ensuite à Longwy. Cette place ayant été prise par les armées coalisées, il émigra en Allemagne, et ses états de service portent qu'il fit une campagne en 1792 dans l'armée des Princes, et qu'il prit part en 1793 à la défense de Maëstricht.

Rentré en France en 1800, il passa à St.-Domingue en mars 1802 sur le vaisseau Le Tourville avec sa sœur et son beau-frère M. Georges Benezech de St-Honoré, aussi ancien officier du génie et émigré rentré. Ils allaient chercher tous deux de l'emploi auprès du frère de celui-ci, Pierre Benezech, ancien ministre de l'intérieur sous le Directoire, qui venait d'être nommé préfet colonial dans cette île. Mais Pierre Benezech mourut peu après de la fièvre jaune, qui moissonna une partie de l'armée française d'expédition, et à laquelle succomba son chef, le général Leclerc, vers la fin de la même année 1802. Louis-Joseph du Buat revint en France, sur le vaisseau l'*Aigle*, avec la veuve et les deux filles du préfet ainsi qu'avec M. et madame de St.-Honoré et leur jeune fils, âgé de huit ans. Mais la contagion, que l'on croyait fuir, fit encore cent trente victimes parmi les passagers pendant la traversée de quarante-deux jours, et, en août, M. du Buat débarqua à Brest avec les deux filles de Pierre Benezech et le petit Georges, seuls survivants de cette famille. Après la quarantaine, il fut reçu, le 11 octobre 1802, à la Toutenaye, près Saint-Malo, chez son parent éloigné, M: Jean du Buat, l'ancien armateur, rentré aussi en France depuis peu; et, après avoir visité son père à Vieux-Condé, il fut bientôt mis en rapport avec un administrateur bien connu, Mounier, alors préfet d'Ile et-Vilaine, qui s'intéressa vivement à lui ainsi qu'au fils de M. Jean du Buat. Une première lettre de Louis-Joseph du Buat à celui ci exprime que M. Mounier, dans l'impossibilité de les occuper dans son administration, lui conseille de demander à être professeur de mathématiques à l'école régimentaire d'artillerie qui venait d'être fondée à Rennes, et lui donne à cet effet, pour Paris, plusieurs recommandations, dont une probablement pour M. de Caux. Cette nomination fut prompte, comme le prouve une lettre de son père du 20 décembre. Et une lettre de lui-même à son parent, du 20 janvier 1803, annonce qu'il est nommé à cette place, comportant un traitement de mille écus, le logement, etc. Il ajoute que l'inspecteur-général d'artillerie le retient quelque temps à Pari pour l'attacher, comme secrétaire, à une commission chargée de rédiger le programme de l'enseignement de l'école de l'Artillerie et du Génie établie à Metz.

Professeur de mathématiques à Rennes jusqu'au 1er septembre 1805, il fut alors nommé à l'école d'application de Metz, sur la proposition, surtout, du savant M. Hachette, qui l'avait connu à Mezières. D'autres savants, aujourd'hui illustres, et alors sur les bancs, ont conservé, pour leur ancien professeur de mécanique appliquée de 18.0 un sentiment d'estime, quoique cette branche de la science ait fait, depuis, de grands progrès.

C'est auprès de Metz qu'il épousa, vers 1807, la fille du baron de Mandell, d'origine lorraine, mais qui avait des alliances dans la patrie d'adoption de du Buat père, car madame de Mandell était de la famille Le Hardy de Famars, du Haynaut français, et sœur de madame Rault de Ramsault de Raulcourt, habitant Hornaing (Nord) dont le beau-père, colonel du génie en 1765, figure comme parrain à l'acte de baptême du frère aîné de Louis-Joseph. M. de Mandell était chevalier de St.-Louis en 1824 et habitait alors Valenciennes.

Louis-Joseph du Buat, décoré aussi de l'ordre de St.-Louis le 27 décembre 1815, fut admis, par ordonnance du 14 septembre 1816, à rentrer comme capitaine dans le corps du génie, pour y prendre rang du 8 février 1792.

L'école polytechnique, à la suite d'une révolte contre un répétiteur, avait été licenciée, comme on sait, en mars 1816, mais avec faculté, pour les élèves, de concourir aux places dans les services militaires et civils au mois d'octobre suivant. En la réorganisant presque aussitôt, le gouvernement d'alors s'efforça de prendre, pour les hommes avec lesquels les élèves devaient être continuellement en rapport, d'anciens officiers ou ingénieurs capables d'inspirer le respect par leur science et leur caractère, et animés de sentiments de religion et de soumission aux lois régnantes. M. du Buat fut nommé sous-inspecteur des études le 5 octobre 1816, en même temps que MM. Teuillé (génie), de Paravey et Vuillet (ponts-et-chaussées), Fourcy et Morel (artillerie).

Désigné le 9 du même mois pour faire partie, pendant deux ans, du Conseil d'administration de l'école, il y siégea de nouveau en 1821 jusqu'en janvier 1823 et encore en 1826 et 1827.

Décoré de la Légion-d'Honneur le 17 août 1822, il reçut le grade de chef de bataillon le 21 juillet 1824.

Les élèves de cette époque se rappellent son aménité, mais, en même temps, le défaut de goût, habituellement empreint sur sa figure, pour les fonctions de surveillance qu'il exerçait. Il s'en démit le 31 octobre 1827.

Mis en 1829 au traitement de réforme, il se retira dans son château d'Hellesmes, acheté 15,000 fr. en janvier 1826, à une lieue de Denain et trois de Valenciennes, où il reçut le 13 septembre 1832 le brevet de sa retraite de 1,600 fr. Sauf un voyage à Metz et à Fribourg fait en 1836, il ne quitta plus le département du Nord. Il avait pris le titre de comte à la mort de son frère aîné Pierre-Désiré, décédé célibataire en 1834.

C'est pendant qu'il professait à Rennes qu'il écrivit son mémoire de topographie, ou plutôt sa simple lettre *Sur le lever des plans et sur la réduction des angles à l'horizon*, qui ne fut imprimé que plus tard, au n° 2 du *Mémorial de l'officier du génie*, page 110. Il y fait remarquer que la mesure des angles que font entre elles les lignes mêmes qui joignent les objets, mesure susceptible d'une grande exactitude, peut donner non-seulement le plan ou la projection horizontale, mais encore le nivellement du terrain sans qu'il soit nécessaire d'y joindre la mesure, généralement moins précise, des *angles verticaux* que forment ces mêmes lignes avec leurs projections. Il suffit, pour cela, que la position de tous les points soit rapportée à trois d'entre eux dont les différences de niveau aient été préalablement déterminées ; en sorte que la *base* de ces opérations dans l'espace serait un triangle et non plus une seule ligne. Du Buat développe le calcul et en donne les formules [1].

Ses trois *Mémoires sur la Mécanique*, composés pendant qu'il était sous-inspecteur à l'école polytechnique, ont été publiés en 1821 [2]. L'épigraphe, tirée de d'Alembert, en montre l'esprit :

« Tout ce que nous voyons bien distinctement dans le mou-
» vement d'un corps, c'est qu'il parcourt un certain espace et
» qu'il emploie un certain temps à le parcourir. C'est donc de
» cette seule idée qu'on doit tirer tous les principes de la mé-
» canique quand on veut les démontrer d'une manière nette et
» précise ; aussi on ne sera pas surpris qu'en conséquence de
» cette réflexion j'aie, pour ainsi dire, détourné la vue de dessus
» les causes motrices, pour n'envisager uniquement que le
» mouvement qu'elles produisent. » (d'Al., Traité de dynamique, préface de la 1re édition, page xv, ou Discours préliminaire de la nouvelle, 1758, p. xvj).

En conséquence, on sait que d'Alembert énonce dynamiquement ou cinématiquement son célèbre principe (2e partie, ch. Ier), ou qu'il y pose l'équilibre, non pas (comme on fait aujourd'hui) entre les forces motrices et les *forces d'inertie*, mais entre les *quantités de mouvement imprimées* et les *quantités de mouvement effectives*, celles-ci prises en sens contraire.

1.— J'apprends (juin 1866) que L.-J. du Buat, pendant qu'il était professeur à Metz, donna plusieurs articles aux Annales de mathématiques de Gergonne, savoir :

Tome 4 (1813-1814), Solution nouvelle du problème de la Tractoire plane.

Tome 5 (1814-1815), Extrait d'une lettre sur le même sujet.

Idem. Extrait d'une autre lettre, relative au problème *du pendule à point de suspension mobile.*

Tome 6 (1815-1816). Doutes et réflexions sur quelques principes fondamentaux de la mécanique rationnelle.

Je regrette de ne pouvoir en donner l'analyse.

2.— In-quarto, chez Firmin Didot, tome Ier. (Le tome 2 n'a pas paru).

D'après cette même idée, L. J. du Buat commence par composer ensemble, additivement, les vitesses partielles, imprimées à la fois en nombre quelconque et dans chaque sens, aux points d'un système, mais sans dire (comme il l'aurait dû) dans quelles circonstances elles sont imprimées simultanément, et qu'est-ce qui prouve l'existence de la loi d'addition pure et simple de leurs projections. Il définit les forces accélératrices de simples accroissements de vitesses, et, les forces motrices, des produits de ces accroissements par les masses (sans définir ces dernières quantités). Il observe (III[e] corollaire) que le mot *force* a dans l'usage ordinaire une signification différente; qu'on désigne ainsi la *cause* qui produit le mouvement et qui réside soit dans les êtres animés, soit dans les propriétés de la matière; mais que la Mécanique ne considère et ne mesure les forces que dans leurs effets, qui sont des vitesses imprimées à des masses; que l'équilibre n'est que le cas particulier où les vitesses imprimées ne produisent pas de mouvement; et que c'est uniquement pour abréger l'expression que l'on donne à l'effet le nom de la cause, etc.

Sous cette réserve ou avec cette définition, du Buat emploie le mot force dans la suite de ses mémoires, où il traite d'une manière tout analytique, par les coordonnées dans l'espace, les principales questions de la mécanique générale des systèmes invariables ou variables. Il paraît, d'ailleurs (comme d'Alembert), attribuer réellement un pouvoir moteur à la matière inerte.

Il y donne les divers théorêmes de *composition des rotations ;* et l'on remarque, au troisième mémoire, un chapitre : *Mouvement du pendule à centre mobile. Application au pendule à la surface de la terre*. Aussi M. Bertrand, de l'Institut, dans son article de 1864 *Des progrès récents de la mécanique* (*Revue des Deux-Mondes,* t. 51), inscrit-il du Buat en tête de la liste des géomètres dont les calculs auraient pu faire pressentir le résultat de la brillante expérience conçue et exécutée de nos jours par par M. Léon Foucault.

Ampère me disait en 1834 que ces mémoires du fils de du Buat étaient faits avec beaucoup de talent, et fournissaient ainsi la preuve qu'il serait à toujours impossible « de faire une mécanique sans forces » envisagées et calculées comme telles.

Il est permis de ne pas acquiescer à cette deuxième partie du jugement porté par l'illustre académicien, et de ne point engager ainsi l'avenir le plus éloigné. Le sage écossais Reid, le philosophe moderne le moins rêveur qu'il y ait eu, et chez qui les connaissances géométriques venaient suffisamment en aide à un admirable bon sens pour lui permettre de parler pertinemment de ce que les sciences physico-mathématiques ont de plus général, remarque fort bien [1] que leur objet n'est pas de déterminer et d'évaluer les *causes efficientes* inconnues des phénomènes, mais de découvrir et d'appliquer les *lois* qu'observent constamment ceux-ci dans leurs successions.

Dans le fait, quel que soit un problème de mécanique terrestre ou céleste proposé, les *forces* n'entrent jamais ni dans ses données, qui sont toujours des choses sensibles, ni dans le résultat cherché de sa solution. On les fait intervenir pour résoudre, et on les élimine ensuite afin de n'avoir finalement que des temps et des distances ou des vitesses comme en commençant. On conçoit très-bien qu'un jour, à la place de ces sortes d'intermédiaires d'une nature occulte et métaphysique, on puisse n'introduire et n'invoquer, pour la solution des divers problèmes de l'ordre physique, que les lois avérées des vitesses et de leurs changements suivant les circonstances, lois dont on ferait l'application, comme un juge, à l'*espèce*, c'est-à-dire aux données de chaque problème, et dont on calculerait pour chaque cas l'accomplissement. Ce ne sera pas bouleverser la science, ce sera ne faire presque qu'en modifier le langage.

Ampère lui-même a montré, par sa lumineuse décomposition

1. — Chapitre VI de l'*Essai* I, *De la puissance active en général*. Tome V de la traduction de ses *Œuvres complètes* faite par Jouffroy en 1829 et accompagnées de *Fragments* de M. Royer-Collard.

de la mécanique comme de chacune des autres branches des connaissances humaines [1], et plus peut-être encore par la création du mot *cinématique*, désignant la science du mouvement considéré indépendamment des forces auxquelles on l'attribue, que l'exposition de la mécanique pouvait être sensiblement modifiée. La séparation effectuée sur son indication a même eu plus de portée qu'il n'avait prévu; car ce ne sont pas seulement des espaces, des vitesses et des transformations géométriques de mouvement par des mécanismes, que l'on considère aujourd'hui en cinématique : on y range aussi l'étude de ce qu'on nommait les *forces accélératrices*, qui ne sont plus appelées aujourd'hui que des accélérations. On étend même la définition de celles-ci, dans un sens géométrique, à des changements opérés à la fois aux grandeurs et aux *directions* des vitesses, comme faisait d'Alembert quand il appelait gains et pertes de vitesse celles qu'il faut composer polygonalement avec des vitesses antérieures pour avoir les vitesses subséquentes.

Il est donc bien possible que les forces, ces sortes d'êtres problématiques, ou plutôt d'adjectifs substantisés, qui ne sont ni matière ni esprit, êtres aveugles et inconscients et qu'il faut douer cependant de la merveilleuse faculté d'apprécier les distances et d'y proportionner ponctuellement leur intensité, soient de plus en plus expulsées et écartées des sciences mathématiques. Elles feraient place aux *lois* non seulement géométriques, mais aussi *physiques* qui règlent les circonstances, les durées et les grandeurs des changements de vitesse et de situation ; et, cela, quel qu'en soit l'agent exécuteur, unique ou multiple, ayant ou n'ayant pas grandeur et direction variables comme les changements produits. Le temps n'est peut-être pas bien loin où, sans nier aucunement le principe de causalité, qui appartient à une sphère d'idées plus élevée, mais en laissant la cause ou les causes à leur vraie place, qui n'est point la physique, on renoncera à la

1 — *Essai sur la philosophie des sciences.*

prétention d'en faire un sujet de calcul. Aujourd'hui, certaines locutions ou alliances de mots, telles que *forces d'inertie*, TRAVAIL DE L'INERTIE ! etc., servent utilement sans doute à établir l'homogénéité en remplaçant, dans le langage, les *faits* par des *causes*, ou le visible par l'occulte, de manière à n'avoir que des équations entre causes. Mais on trouvera sans doute le moyen de remplacer ces locutions par d'autres, n'offrant pas comme celles-ci quelque chose de contradictoire, et opérant, dans le même but, une substitution inverse ; ou, pour mieux dire, de n'exprimer plus, en Mécanique, que les faits réels de temps et d'espace, en énonçant et appliquant les lois de leur succession [1].

Alors, sans attribuer aux trois *Mémoires sur la Mécanique* de L. J. Du Buat, une portée qu'ils n'ont réellement pas, peut-être lui saura-t-on quelque gré d'avoir tenté de développer l'idée vraiment philosophique de la page xvj du discours préliminaire de d'Alembert, sans accepter les paralogismes qui déparent le reste de ce discours et le commencement du beau traité qui le suit.

Dans sa retraite d'Hellesmes, L.-J. du Buat cessa de s'oc-

1. — Sauf, comme transition, à parler encore de forces ou d'actions motrices, mais en n'y attachant d'autre signification (comme on fait depuis longtemps pour les *forces vives*) que celle de produit des composantes diverses des accélérations des points matériels, par les *masses*, susceptibles d'être définies elles-mêmes, indépendamment des forces, par le nombre plus ou moins grand de parties se comportant d'une même manière dans le partage réciproque des accélérations, ou qui heurtées deux à deux acquièrent en sens opposés des degrés égaux de vitesse.

C'est ce que j'ai tâché de faire en 1851 dans un Cours lithographié intitulé *Principes de mécanique fondés sur la cinématique* (in-4°, chez Bachelier). J'y posais comme fondamentale une seule loi, censée fournie par l'expérience, ou posée comme synthèse de tous les faits observés : « Les corps se meuvent comme des systèmes de points ayant à chaque instant, dans l'espace, des accélérations dont les *composantes géométriques*, dirigées suivant leurs lignes de jonction deux à deux, et variables avec les longueurs de ces lignes, sont constamment égales et opposées pour les deux points dont chaque ligne mesure la distance. » Et j'en déduisais toute la mécanique.

J'avais déjà exposé en 1815 (15 septembre, *Mémoire sur les Sommes géométriques, etc.*, *Comptes-rendus*, t. XXI, p. 620), mais en énonçant deux lois au lieu d'une seule qui suffit, cette doctrine qui, je le sens, pour être bien appréciée, aurait besoin de développements ne pouvant être donnés ici. Qu'il me suffise de dire que son adoption, qui se réduit à ne raisonner que sur des choses avérées et connues, n'exige nullement qu'on rejette, avec Malebranche, l'existence de *causes secondes* qu'il peut avoir plu au Créateur de déléguer d'une manière quelconque pour l'exécution de ses lois, tout en n'ayant pas besoin de leur aide.

cuper de mathématiques, mais sa vie ne fut pas moins remplie. Il étudiait encore, mais l'Ecriture sainte et les Pères ; il s'occupait, avec d'autres propriétaires, des affaires de la localité, et c'est surtout à son initiative qu'est dû l'établissement des *pavés de communication* reliant aujourd'hui Hellesmes avec les communes environnantes. Il refusa d'être maire, mais présida le conseil de fabrique, etc.; et il se rendait tous les matins à l'église quelle que fût la température. Tout était simple dans sa maison et dans son genre de vie comme dans sa mise. Sa figure était mâle et grave et ses conversations mesurées et sérieuses; il était ennemi de toute altération de la vérité; mais, sous son écorce un peu sévère, apparaissait un homme doux et affable, mettant bientôt à l'aise ceux qui le visitaient.

Mais, ce qui le caractérisait surtout, comme son père, c'était son amour de ceux qui souffrent. Il convient de rapporter ici quelques uns de ses innombrables traits de charité:—Remarquant que les enfants pauvres de la commune ne fréquentaient guère l'école, il s'enquit de la cause, et comme on lui dit que c'était surtout parce qu'ils allaient ramasser pour leurs parents du bois mort estimé vingt-cinq centimes par jour, il s'engagea à payer cette somme journalière pour chacun de ceux qui seraient assidus, ce qui subsista tant qu'il vécut. — Un ouvrier avait eu la figure brûlée en portant secours dans un incendie ; non-seulement il prit son traitement à sa charge, mais il lui fit une rente journalière de 1 fr. 50 c. continuée même après qu'il put reprendre ses travaux. — Tous les hivers il faisait remettre à domicile cinq hectolitres de charbon à chaque famille indigente, et il doublait si l'hiver était long.

Veuf de bonne heure et ayant perdu un fils en bas âge, il lui restait deux filles La plus jeune, confiée pendant quelques mois, sans son ainée, aux soins d'une grand'mère, s'étant intimement liée, à Hornaing, avec deux jeunes filles protestantes très-spirituelles dont l'ainée a épousé M. de Rougemont, pasteur auprès d'Yverdun, s'est mariée en 1836, étant majeure, avec le frère de celui-ci, propriétaire à St.-Aubin près Neufchâtel en Suisse, où elle est morte après avoir eu plusieurs filles.

Mais l'ainée (mademoiselle Hedwige) resta avec son père, consolatrice de son vif chagrin, et collaboratrice dévouée de ses bonnes œuvres. Elle était généralement aimée et vénérée dans le pays. Elle a tenté de fonder en Suisse, en 1847, dans la petite ville de Ste.-Ursanne, une maison d'apprentissage pour les jeunes ouvriers en horlogerie. Mais les événements de 1848, suivis d'un incendie et d'autres malheurs, empêchèrent la réussite de son établissement des *Saints-Anges*, où presque toute sa fortune fut dépensée.

M. J. du Buat, en juillet 1838, atteint d'une maladie au cœur, et ayant reçu, dans la plénitude de sa connaissance, les derniers sacrements qu'il avait demandés, tomba le lendemain, après une nuit calme, dans un délire qui dura six semaines, au grand étonnement des médecins; puis la ludicité complète et une santé relative lui revinrent et durèrent tout l'hiver, sans toutefois permettre qu'il sortît. Mais, le 7 mars 1839, après avoir fait un mouvement, il s'affaissa tout-à-coup et mourut à l'âge de soixante-onze ans. Un témoin rapporte qu'une fois mort, sa vénérable figure avait entièrement perdu l'expression de sévérite et de mélancolie qui lui était habituelle, et portait plutôt celle d'un sommeil doux et paisible. Sa Philippine (madame de Rougemont), objet de ses prières et de ses larmes de tous les jours, partit de Suisse aussitôt qu'elle fut mandée, mais arriva trop tard. Toute la paroisse, avec un grand nombre de personnes marquantes venues du dehors, assista à ses funérailles; et, sur la croix de marbre qui recouvre sa tombe, fut gravée cette seule parole, écho du cœur de tous ceux qui l'avaient connu : *Il a passé en faisant le bien.*

10 septembre 1865.

NOTES.

Note A (page 610).

Je dois particulièrement des remerciements à M. Victor Prillieux ancien chef de bureau au ministère de la guerre; à M. le colonel du génie Augoyat, le savant et intelligent conservateur des plans-reliefs, auteur d'un grand nombre d'écrits, dont le zèle et l'obligeance chaleureuse ne font que croître avec l'âge; à madame la comtesse du Buat, née de Laveau, la dernière représentante de la branche qui a habité Saint-Malo *(V. note B)*; à M. Besnard-Villette, secrétaire de la mairie à Verneuil; à M. Charles-Armand du Buat, habitant Nonancourt, cousin au vingtième degré de l'hydraulicien *(V. id.)*; à M. Bordeaux, avocat à Evreux; à M. Goubin, maire de Tortizambert; à M. le marquis de la Londe, neveu de la seconde femme du comte Louis-Gabriel, demeurant à Maronne, canton de Ryes (Calvados), possesseur des papiers et du portrait du célèbre historien-diplomate; à MM. Croquey, Musin, Delgorge et Turquetin, curés de Condé, Vieux-Condé, Hellesme (Nord), et Tortizambert (Calvados); à M. Carlier, maire de Condé; à M. Gambart, bibliothécaire a Valenciennes; à M. Dorzé (de Vieux-Condé, neveu, par alliance, d'un petit fils de Pierre-Louis-Georges du Buat, et possesseur des papiers qu'il a laissés; mais surtout à M. Martel, notaire à Condé, dont la femme est petite fille de son ami le grand bailli de Gheugnies de Quiévy, et qui a bien voulu recueillir pour moi, sans épargner ni son temps déjà si bien occupé aux affaires de son pays, ni ses peines, ni les ressources de son intelligence, une foule de notes et de traditions précieuses.

Note B (page 612).

Je réponds au vœu des honorables membres de cette ancienne famille qui ont bien voulu me fournir les renseignements, les pièces et les éclaircissements dont j'avais besoin, en donnant leur degre de parenté avec Pierre-Louis-Georges, et la filiation de leurs diverses branches, qui a été produite d'une manière erronée par plusieurs généalogistes [1].

Le Grand Buat dans le Perche, où il ne reste plus que les bâtiments d'une ferme, acquis récemment par M le comte du Buat de la Subrardière *(voyez plus loin)* est situé sur une hauteur. [2] Ses terres s'étendaient autre-

1. Voir la Carte d'une partie de la Normandie et du Perche, jointe à cette Notice.

2.— Altitude 290 met. *Bualum*, mot d'origine celtique, signifie montagne suivant quelques érudits, mais voûte, arc, passage couvert *Bwa* en Gallois-Breton), suivant le plus grand nombre. Le grand Buat avait fossés, pont levis et chapelle.

fois sur les paroisses de Lignerolles et de Prépotin. Ses seigneurs possédaient aussi le Petit-Buat, sur la paroisse de Sainte-Céronne, qui est contiguë, d'où vient sans doute qu'une branche détachée a été appelée *des Buats*. Cette branche, longtemps riche et puissante, et dont un des rejetons, Nicolas des Buats, chevalier des ordres du roi, commandant le château de Touques, avait (d'après le P. Anselme) épousé en 1564 Marguerite de Dreux, descendante du comte de Dreux, fils puiné du roi Louis-le-Gros, a fini par une héritière qui a porté le comté de Brionne dans la maison de Lorraine. Au reste les du Buat, ainsi que le disent le généalogiste breton Deshayes Doudart, et l'historien Le Laboureur, ont donné leur nom à plusieurs autres localités, et même à des paroisses où ils ont possédé des seigneuries, entre autres au château et à la paroisse du Buat, près de Laigle [1], et, aussi, suivant plusieurs érudits, à une autre paroisse du Buat, autrefois Saint-Jean du Buat, au comté de Mortain, diocese d'Avranches (canton d'Isigny-le-Buat). Un séjour de vingt ans seulement (1766-1786), du père du lieutenant-colonel Jacques-Laurent du Buat, dans une ferme du village d'Ambenay, près de Rugles (Eure), avait suffi pour faire donner à cette ferme le nom du Buat, qu'elle n'a pas conservé.

Cette maison est une des plus anciennes et des plus illustres par ses faits et ses alliances, de la Normandie et du Perche. Chérin déclare ne savoir si elle doit être mise au-dessous ou au-dessus de celle d'Harcourt, et le savant M. Boudin croit qu'elle a été alliée aux ducs de Normandie. La pièce principale de son écusson, qui figure seule au plafond des croisades de Versailles, est d'azur à huit bâtons d'or fleurdelysés posés en croix et en sautoir, ou faisant rais avec escarboucle au centre, c'est-à-dire une sorte de soleil a huit rayons terminés par des fleurs de lys. C'était primitivement, suivant une tradition ancienne, une simple molette d'éperon en or, annonçant déjà une ancienne chevalerie; et un fait d'armes au XII^e siècle y a fait ajouter les lys et l'escarboucle. Cette pièce paraît avoir été portee sans écartelure par la maison des Buats [2].

La maison du Perche ou du grand Buat, des environs de Mortagne et de la Trappe, dont est issu Pierre-Louis-Georges, porte cette pièce principale, ou cet escarboucle fleurdelysé, aux premier et quatrième cantons, et, aux deuxième et troisième, d'azur à trois bandes d'or; c'est l'écusson que j'ai figuré au bas de son portrait, et qui est conforme à celui que

1.— Ce château a appartenu probablement à Robertus Boetus. Passé de la maison du Buat dans la maison Le Corau par une alliance, il y est revenu un moment par l'acquisition qu'en fit, vers 1762, Louis-Gabriel, l'aîné des deux frères dont nous parlons.

2.— Armorial général pour la généralité de Caen, aux manuscrits de la Bibliothèque impériale; p. 544, article Jacques des Buats — M. Jules Janin, dans sa *Normandie*, ne me non plu que cette piece dans l'écusson des *de Buat* (sic).

donne Chevillard [1]. Ces écartelures à *trois bandes*, ajoutées postérieurement aux croisades, paraissent avoir été cause d'une confusion de d'Hozier et de Lachesnaye (*Arm. gén. de France*, 1re partie, 1738, p. 101), qui composent l'écusson avec *trois bâtons d'or* fleurdelysés, deux *en sautoir*, un en pal, en sorte que les rais seraient réduits à six, tandis qu'il en faut huit. L'écusson colorié qui figure au procès-verbal, déposé à la bibliothèque de Valenciennes, des preuves faites en 1755 par Pierre-Louis-Georges et par son frère, est surmonté d'une couronne de marquis, et, aussi, de cette croix d'or couchée qu'ajoutaient les chevaliers de Malte. C'est, dit-on aussi, par erreur, pour avoir dessiné apparemment le cachet au lieu de l'empreinte, qu'il a été attribué à la branche dite de Réville, un écusson inverse, où le *Rai-d'escarboucle* est aux deuxième et troisième, avec des *barres* au lieu de *bandes* aux deux autres cantons.

La maison du Buat de Basse-Normandie ou du pays d'Avranches et de Mortain, où elle aurait, suivant une tradition locale encore vivante, fondé et nommé l'église et le château de Saint-Jean du Buat, porte un tout autre écusson, et paraît avoir été détachée de celle du Perche à une époque extrêmement éloignée. Ses seigneurs ont été illustrés dès avant la deuxième croisade. Un Robert et un Raoul du Buat étaient à Tours en 1212 avec ceux du Cotentin qui rendirent hommage à Philippe-Auguste (*Hist. de Normandie* par Dumoulin). Un autre figure dans une charte de 1221. Précédemment un Robert I se trouve au catalogue des seigneurs distingués du temps de Guillaume-le-Conquérant, etc. Plus tard un Robert, marié en 1413 à Marguerite du Hournel, fut sans doute le père de Robert III qui, en épousant Marie du Bailleul (d'une seigneurie de la paroisse de Saint-Cyr, canton de Barenton), fut la tige de la maison du Buat et du Bailleul. Suivant une filiation peut-être incomplète, leur fils Guyon eut pour femme, vers 1480, Susanne de Brécey, de la maison d'Issigny, dont il eut Jean qui épousa Barbe Langelier, et Alain, qui de Catherine de Grimouville (en Cotentin), épousée en 1516, eut Jacques, dont le fils, Etienne du Buat, épousa successivement Jeanne Dumesnil et (1560) Marie Guichard. Son fils Isaac (ou René) eut aussi deux femmes, Charlotte Legager et Marie le Thresard. Un des fils de celle-ci, Pierre, fut marié à Marie Madeleine de Vauborel qu'on voit nommée, le 18 mai 1719, garde noble de ses quatre filles et de ses trois fils. L'un de ces derniers, Charles, seigneur et patron du Buat, épousa Françoise du Boscq, d'une maison qui s'était alliée, en 1111, au comte de Mortain, oncle du duc de Normandie. Il en eut 1° Charles, dont la veuve, Louise de Tesson de la Mancelière, hérita seule, en novembre 1801 en vertu d'une loi de succession que l'article 733 du Code a abrogée peu après), de son fils né en 1770,

1.— C'est bien aussi là l'écusson qu'on trouve à l'Armorial général manuscrit (Bibl. imp.) pour tous les du Buat des généralités d'Alençon et de Caen. On le voyait sculpté sur la porte du grand Buat.

ce qui fit passer la terre du Buat dans les mains d'un frère de cette dame, et ensuite dans celles de M. de Clinchamps, légataire de celui-ci; 2° Anne-Philippe, seigneur de Dougern, qui épousa en 1768, Marie-Julie d'Ardennes, alliée à la maison de Noailles; 3° Louis-Marie-Jacques du Buat, seigneur des Cours (petit domaine sur la paroisse du Buat) qui, de Françoise Payen de la Pénaye eut, avec deux filles, quatre fils, dont un tué à seize ans pendant la terreur, et deux autres, François-Jean, né au Buat le 8 octobre 1769, et René-François, vrais types de chevaliers chrétiens qui, après avoir reçu plusieurs blessures dans les armées de Condé et de l'Ouest, furent faits, en 1815, capitaines et chevaliers de Saint-Louis. François-Jean, mort en 1860 à Brecey, légua, à la généreuse incitation de MM. de Tesson neveux de sa femme, la ferme des Cours aux petits enfants d'un autre de ses frères, François-Jean-Raoul qui, de Thérèse Ozenne, avait eu Joseph-Raoul-Théodore du Buat, né en 1822 à la Chaise-Baudouin, et mort à Paris en 1854 après avoir épousé mademoiselle Le Beurier-Andillou, d'une famille notable de magistrature, qui lui a donné deux filles, et un fils Victor-Charles-Théodore du Buat, né à Paris, rue Rochechouart, le 15 février 1852. Ce jeune homme, aussi intelligent qu'intéressant, demeurant à Belle-ville-Paris, est le seul rejeton mâle de la branche de Mortain, qui porte *d'argent à la bande denchée de gueules accompagnée de six merlettes, deux et une, une et deux*, avec couronne de marquis.

Une autre maison du Buat est celle de l'Anjou ou de la *Subrardière* dont le dernier représentant, M. le comte Charles, ancien officier et agronome distingué, né le 9 juin 1804, qui habite encore le château de ce nom, commune de Ballots, dans les environs de Craon [1], a épousé en 1838 Mlle. d'Anthenaise, d'une illustre maison d'Anjou, et s'est rendu acquéreur du grand Buat regardé par lui comme le berceau non douteux de sa famille; il a pour héritières deux filles, madame de la Blottais et madame la comtesse Auguste de Chabot. Cette maison paraît descendre d'un du Buat de la Normandie ou peut-être du Perche nommé Charles, vivant en 1315, qui ayant épousé une fille de la maison de Montauban en Bretagne, se fixa dans ce pays, et dont l'un des fils, ayant épousé noble Dlle. du Vergier, eut un fils envoyé pour commander à Angers par le roi Charles VI, qui lui donna, en 1395. une charte portant les preuves de son extraction. Ce rejeton des du Buat, appelé Jean II, n'ayant plus de relations avec ses aînés, adopta les pièces de l'écusson de sa femme, Colette de Saint-Aignan, dame de Bracé, résidant à Saint-Aignan en la baronnie de Craon, qui portait cinq quintefeuilles de gueules, deux, deux et une, mais en conservant les couleurs du sien, d'où résulta la composition de celui des du Buat de la Subrardière, qui portent *d'azur à trois quintefeuilles d'or, deux et une.*

1.— Pour rapporter la position de la Subrardière sur la carte, il suffit de prendre, au sud de Mortain, la même distance qu'il y a de cette ville à Alençon.

Cette maison a eu des hommes remarquables, de grandes alliances [1], et plusieurs chevaliers de Malte, dont l'un, Louis-Jean-Marie, reçu de mino rité le 1er avril 1775, fut oncle du possesseur actuel de la Subrardière.

Mais la maison qui nous intéresse le plus est celle des du Buat du Perche ou du comté de Mortagne. Ses plus anciens représentants se sont distingués dans diverses guerres, et c'est d'elle que venaient les deux frères Payen et Hugues Ier, fils de Gervais du Buat, du XIIe siècle, dont on a fait figurer l'écusson sous le N° 95 à la salle des croisades de Versailles, d'après ce que rapporte l'acte de Guillaume de Prunelé. Mais ils sont encore plus connus par leurs générosités envers l'abbaye de la Trappe, ce qui se trouve consigné dans des chartes des XIIe et XIVe siècle, où figurent surtout le même Hugues Ier et ses quatre fils, Nicolas Ier, chevalier, et Robert, Guillaume Ier et Hugues II, écuyers, puis Nicolas II et III et Colin, vivant en 1294, fils de Thomas du Buat [2].

La filiation est parfaitement établie comme il suit depuis 1380 environ.

Robert Ier, mort avant 1399, eut de Colette Després (de Pratis), dame de Montcolin (seigneurie de la paroisse de Saint-Hilaire lès Mortagne) : noble homme et puissant seigneur Philippot du Buat qui épousa Yolande de Craon dont il eut Robert, qui suit, Jean seigneur de Bellegarde, et Guillaume seigneur du Buat. — Robert II ou Robinet seigneur du Buat, Bellegarde, etc., qui épousa vers 1452, Catherine de Martigny, dont il eut Mathery et Jean, successivement seigneurs de Bellegarde, Marguerite, et Guillaume III, seigneur du Buat, Prépotin et Montcolin ; qui épousa Madeleine du Chesnay, dont quatre fils et trois filles, savoir : 1. Jean, prêtre, 2. Jean, seigneur du Buat, tige de la branche aînée dite de Garnetot, dont la seigneurie lui vint en 1534, par sa femme Barbe de Méry ou d'Emery ; 3. Jacques Ier, seigneur de Montcolin, tige de la branche la plus connue, dite de Migergon, de Bazoches-sur-Hoesne (arrondissement de Mortagne) et de Trehern ; 4., 5., 6., Catherine, Jeanne et Marguerite ; 7. François, tige de la branche cadette, dite de la Ménarderie ou de Saint-Malo, naguère inconnue.

Arrêtons nous un moment à ce dernier, dont les deux descendants les plus récents ont été liés avec nos du Buat, et ont réuni, sur eux et sur ceux des autres branches, à l'occasion du rétablissement de leur propre généalogie, un grand nombre de documents qui m'ont été obligeamment communiqués.

François (qui fut donc le plus jeune des quatre fils de Guillaume) eut, de Catherine le Charpentier, épousée en 1572, Gilles Ier, bailli de Brimont

1.— Sa généalogie figure au nobiliaire de M. de Magny, pour 1863 ; mais le préambule contient des erreurs sur les autres maisons du Buat et une certaine confusion des trois maisons. Ainsi, l'officier du génie constructeur d'un fort près de Cancale est Jacques Laurent, cousin-germain de notre Pierre-Louis-Georges, et c'est celui-ci sans doute que M. de Magny voulait désigner quand il parlait d'un Pierre-Charles, maréchal de camp en 1789.

2.— Extrait des preuves devant les généalogistes du Roi de 1765 à 1780 (aux Archives).

et de Champeaux, né le 6 Juillet 1583, qui, de Jeanne Salmon, eut Gilles II né le 6 mai 1610. Celui-ci, de Marguerite Bardou, épousée en premières noces 24 avril 1636, eut Gilles III, qui d'un premier mariage avec Mathurine de Lesguet, eut une fille, Françoise, mariée à F. Destouches, notaire à Apponvilliers; et, reçu lui-même tabellion en 1684, il eut d'un troisième mariage, contracté avec Marie Baullay, veuve de Mathurin de Lorrie, un fils, Jean, né le 8 novembre 1695.

La dureté de son tuteur Destouches détermina ce dernier à se réfugier, en 1711, à Paris chez une parente âgée, qui pendant deux ans lui donna des maîtres et l'envoya ensuite, pour étudier les lois, chez un procureur au parlement de Rennes, où il fit la connaissance de Baillon, armateur de Saint-Malo, de la plus haute renommée. Celui-ci l'emmena dans cette ville en 1713 où il fit bientôt le commerce par lui-même; et il épousa à Rennes, le 17 mai 1736, Mathurine-Julienne Courgeon. Son fils, Jean-Georges (le plus jeune des six enfants), né le 31 mai 1742, épousa, le 4 juin 1765, Thérèse-Thomasse Vincent, dont il eut sept fils et six filles. Il allait se faire rétablir dans les priviléges que les occupations commerciales ne faisaient qu'*assoupir* en Bretagne d'après les articles 51, 52, de la coutume de cette province, lorsque la révolution éclata. Il émigra, après avoir depensé une partie de sa fortune pour tenter de rétablir la royauté, avec la coalition de Bretagne, organisée par la Rouerie son parent, qu'il reçut plusieurs fois à sa maison de campagne de la Toutenaye, commune de Paramé. C'est à lui qu'est adressée la lettre de Pierre-Louis-Georges du Buat, dont on donne le fac simile. L'un de ses fils, Jean-Baptiste-Georges-Marie, né le 30 janvier 1779, marié le 4 avril 1829, à mademoiselle Jeanne-Marguerite-Françoise de Laveau, a été (avons-nous dit), officier supérieur des grenadiers de la garde royale et autorisé par Charles X à porter le titre de comte. Il est mort le 8 avril 1845 laissant une fille décédée peu après lui. Sa veuve, demeurant sur la paroisse de Saint-Philippe du Roule, où elle a été dame de charité, est en possession de cahiers qu'elle parait être dans l'intention de léguer au département des manuscrits de la bibliothèque impériale.

Je dois d'autres documents tant généalogiques que biographiques, qui m'ont été fort utiles, au père de deux des derniers représentants connus de la branche dite de Migergon et de Bazoches, en sorte que je me fais un plaisir de donner également ici des détails sur leur filiation, qu'ils ont fait vérifier, en 1861, par le tribunal d'Evreux, afin d'obtenir des jugements rectificatifs. Jacques Ier, troisième fils (disons-nous), de Guillaume III, marié en 1541 à Marie de la Tour, veuve du seigneur de Migergon [1], eut pour fils François du Buat, seigneur de Bazoches-sur-Hoesne (et non pas en Thime-

1. — Migergon n'existe plus. Il était sur la paroisse de Sainte-Céronne, à deux kilomètres et demi au nord-nord-est de l'église. Il a été placé trop haut sur la carte.

rais), de Migergon, de Bresnard, de Medavi[1] et de Gaillon, homme d'armes en 1573, et, depuis, maréchal de camp et gentilhomme de la chambre de Henri IV, qu'il accompagna dans toutes ses guerres; marié le 6 janvier 1586 à Lucrèce Dambray, fille de Nicolas Dambray, vingt-cinquième baron de la ville de Laigle, et du Lac; dont il eut Nicolas Ier, seigneur de Migergon et gentilhomme de la chambre de Louis XIII, tué au siége de la Rochelle en 1628, et qualifié de baron du Lac dans son contrat de mariage avec Renée de Grongnaux, du 28 octobre 1604. Ils eurent Nicolas II, chevalier seigneur de Bazoches, Migergon, etc., né le 17 mai 1612, capitaine d'infanterie, marié le 21 juin 1637 à Geneviève le Normant, qui lui donna Nicolas III, marié le 7 février 1682 à Barbe Moulin, et mort le 7 juillet 1640. C'est de ceux-ci, ainsi que du fils aîné de Nicolas III, Jacques, marié le 5 mai 1711 à Gilone-Madeleine Malard, mort aux Hayes le 2 décembre 1727, et du fils de ce dernier, Jacques du Buat de Bazoches, né le 10 avril 1713, et reçu page du roi le 10 septembre 1731, que font mention Lachesnaye et d'Hozier. Jacques eut, de Marie-Geneviève des Chapelles, le 3 novembre 1746, haut et puissant seigneur Eustache-René marquis du Buat, capitaine de cuirassiers; il mourut sans enfants, et il ne resta pas non plus de postérité mâle du second fils de Nicolas III, Nicolas IV, né à Bazoches le 1er juin 1686, marié à la sœur du poète abbé de Lattaignant, et mort à Rohaire le 4 octobre 1730, ni de Pierre, frère de son père. Mais Nicolas II et Geneviève le Normant eurent en outre, avec quatre filles, un troisième fils, Jacques II, tige de la branche de Trehern, mort à Bazoches le 26 avril 1699, après avoir eu, de Marie du Chesney, épousée en 1666, un fils, Nicolas, né à Bazoches le 8 octobre 1672, qui, de Jeanne-Barbe de Gogué, épousée en 1698, sur la paroisse de Saint-Martin-du-Vieux-Verneuil, fille de Claude-Robert, seigneur de Moussonvilliers, eut sept fils nés dans cette paroisse, hors le premier, né à Verneuil, et les deux derniers, à Rohaire, savoir: 1° et 2° Nicolas et Nicolas, les 18 août 1699 et 30 janvier 1701, morts jeunes; 3° Antoine-Nicolas, le 31 mai 1703; 4° et 5° Claude-Robert et Jean-Charles, les 14 novembre 1704 et 29 décembre 1705, curés de Saint-Germain et de Moussonvilliers; 6° Marc-Antoine-Pierre-Louis, le 29 mai 1708; 7° Pierre-Georges, le 18 mars 1710. Ce dernier n'eut qu'un fils, officier comme lui, mort en 1759; mais Anthoine-Nicolas, marié à Rohaire le 16 août 1735 à Marie-Catherine du Bosc, eut d'elle Nicolas-Claude du Buat, seigneur de Trehern, né aux Chardonnières, paroisse de Rohaire, le 25 avril 1736, et marié le 12 janvier 1773 à Marie-Françoise de Gastel. Celui-ci eut trois fils dont l'aîné, Robert-François-Félix, né le 1er juillet 1775, page du duc de Penthièvre (filleul de Jacques Laurent), chef de bataillon dans les armées royales de l'ouest pendant la révolution, marié en l'an IV à Victoire-Louise de Saint-Denis, fut le père 1° d'Acace du Buat, né en 1797, garde de la Porte en 1815, capitaine d'infanterie en 1830 après avoir fait

1.— Les Hayes-Medavi, paroisse de Trémont, baillage d'Alençon.

les campagnes d'Espagne et d'Afrique, mort le 13 mars 1850, au château de Sanceux, canton de Senonches; qui, marié à mademoiselle de Thieulen, a laissé un fils né en 1827 à Louvilliers les Perches et qui habite aujourd'hui Sanceux; 2° de M. Charles-Armand du Buat, né à la Chapelle-Fortin le 12 janvier 1800, et demeurant aujourd'hui à Nonancourt, où il remplit les fonctions de Juge-de-Paix suppléant. — M. Charles-Armand a deux fils mariés, dont l'un habite Verneuil. Un troisième fils de Nicolas-Claude, Pierre-François, né à Rohaire en 1778, a laissé aussi, avec quatre filles, deux fils dont l'un, M. Pierre-Germain-François, né en 1812, demeure à Richemont et a un fils, et dont l'autre a laissé un fils né en 1843 à Faucarmont, aussi canton de Blanzy, près Neufchâtel en Bray (Seine Inférieure).

Excepté les deux derniers, on voit par la carte ci- jointe, que les membres de cette branche ne se sont guère éloignés de plus de huit à dix lieues du berceau de leur famille.

Venons enfin à la descendance, jusqu'à notre Pierre-Louis-Georges, de Jean, deuxième fils de Guillaume III. Il eut trois filles, l'une mariée à Thibault Chauvel, seigneur de Vauhenry, et deux fils, dont l'aîné noble homme Marquis (nom propre) du Buat, qui fut seigneur du Buat et aussi de Garnetot (entre Livarot et Falaise), par l'abandon que lui en fit sa mère Barbe de Méry lorsqu'il épousa, le 24 avril 1558, Anne de Ruppières, d'une illustre maison, dont descendent les Rohan-Montbazon. Il en eut cinq enfants, dont deux seulement laissèrent une postérité. L'aîné Josias, marié à Françoise Le Conte, fille de Jean, baron de Nonant, eut, avec six filles, deux fils, dont l'aîné, François, gentilhomme de Gaston de France, fut, par suite de son mariage en 1605 avec Marie de Maurey, dame de Réville (canton de Broglie), la tige de la branche aînée, dite de Réville, éteinte au XVIII^{e} siècle; et dont le second, Gilles de Clairfontaine, eut un fils, Félix, seigneur de Bois-le-Comte, sous-brigadier, tué en 1668 au siége de Candie; qui eut de la fille du grand Corneille, épousée le 13 septembre 1661, Gilles, religieux théatin, connu sous le nom de Dom Benoist ou le père Bois-le-Comte. Le deuxième fils de *Marquis*, ou le frère puiné de Josias, fut Gilles, tige de la branche dite de Saint-Denis, parce qu'il posséda comme patron cette seigneurie [1]; et il eut aussi celle de Flacourt [2], par son mariage en 1620 avec Marguerite de Soucaires ou Soutières. Leur deuxième fils, Pierre du Buat, fut seigneur de Vauhenry, petit fief situé sur une hauteur vis-à-vis Buttenval, et aussi commune de Tortizambert (canton de Livarot), à la

1.— Qui doit être Saint-Denis des Augerons, à une lieue sud-ouest de Réville ou à deux lieues et demie de Broglie, et n'est certainement pas Saint-Denis des Ifs, réuni à Aubry-le-Panthou ou Saint-Germain d'Osmond, au sud de Vimoutiers. Un petit bien possedé en roture, paroisse de Tortizambert (écrivait du Buat de Nançay en 1767) était appelé Saint-Denis, sans doute simplement parce que les du Buat de Saint-Denis en étaient propriétaires.

2.— Paroisse de Nantilly, près Anet, arrondissement de Dreux.

limite de celle de Saint-Bazile 1; et de son mariage contracté le 10 janvier 1657 avec Jehannes Philippes, sœur du grand capitaine Yves Philippes de Beaumont, ét petite fille d'un autre capitaine anobli en 1597 pour ses brillants faits d'armes, il eut Antoine du Buat qui servit en 1688, et Louis-François du Buat, aïeul des deux officiers du génie dont l'un est celui dont nous nous occupons. Ce Louis-François, écuyer, avocat, sénéchal juge de police à Vimoutiers, bourg non loin de Tortizambert, mourut en 1711, après avoir aussi servi militairement en 1702, dans le détachement de la noblesse du baillage d'Alençon. Il avait épousé le 19 mai 1701, Marie-Anne de Gaultier, fille de Luc, écuyer seigneur et patron de Saint-Bazile, et de Marie de Saint-Laurent, fille de Charles de Saint-Laurent, seigneur de Malperé, et de Marguerite de Trémançois. Il eut, outre deux enfants morts en bas âge (Lucien et Anne-Marie), et un fils (Jacques), religieux bénédictin qui vivait encore en 1792, une fille, Marie-Anne, née à Saint-Bazile le 1er août 1705, femme de M. Durand de Villars, qui figure comme marraine à l'acte de baptême de Pierre-Louis-Georges, et deux fils nés au manoir de Saint-Bazile, savoir Louis-Jean, seigneur de Saint-Denis', né le 3 janvier 1704, et Louis-Joseph, né le 11 mars 1708.

Ce dernier, marié à Guiprey le 3 septembre 1729, à Marie-Elisabeth Bourienne, acquit, le 21 août 1766, une propriété à Ambenay, canton de Verneuil, ou il mourut seigneur d'Ambenay et du Val. Il eut quatre filles, mortes célibataires, et quatre fils, dont les deux aînés (Louis-Gilles et Louis-Jacques) moururent en bas âge. Le troisième fut ce Jacques Laurent, né à Trun, le 10 août 1742, que j'avais cru d'abord, sur une fausse indication, être l'auteur des Principes d'hydraulique [2]. Son frère, le plus jeune, Louis-

1. — Saint-Bazile est une petite commune de 70 habitants, réunie à une autre appelée les Autels, qui en a 120. Le manoir de MM. de Gaultier est aujourd'hui une ferme; mais un descendant de cette famille ancienne, M. Hilaire de Saint-Bazile, né en 1810, habite, a côté de Vauhenry, la terre de Launay-Bénard, qui a été conservée à son père au moyen d'un achat fait nationalement par madame du Hauvel, sa parente, demeurant alors aux Autels.

2. — C'est le même Jacques Laurent, appelé du Buat des Fourneaux avant la révolution, et cousin-germain de Pierre-Louis-Georges, qui a construit en 1781, comme officier du Genie, le fort de Rimains dans la baie de Cancale. Nommé à l'âge de seize ans, le 28 mars 1758, lieutenant d'infanterie au régiment de Beauvoisis, il fit avec ce régiment trois campagnes en Allemagne, se trouva aux batailles de Sondershausen, Lutzelberg et Berghem, après qu'il se fit admettre en 1764 lieutenant-élève à l'école du génie de Mézières où il reçut le brevet d'ingénieur le 1er janvier 1766. Employé en 1773 à Longwy, et nommé capitaine le 19 septembre 1775, il fut envoyé, en 1779, à Saint-Malo, où il reconnut comme parent l'ancien armateur dont j'ai parlé, et où on le retrouve en 1783, année où il fut, le 26 mai, nommé chevalier de Saint-Louis. Mais, en 1784, il était en résidence au Hâvre, où il reçut, le 20 juillet 1792, le brevet de lieutenant-colonel et où il prit, pour infirmites, sa retraite en 1793. Il a dès-lors résidé à sa ferme d'Ambenay, et ensuite à Verneuil, dans une maison acquise en 1791, où il est mort célibataire le 4 mars 1819. Il a laissé, manuscrite, une tragedie de *la mort de Louis XVI,* où l'on trouve de beaux vers. Il était lié avec le duc de Richelieu, résidant à Courteille près Verneuil, et il rendait des services à ses parents eloignés. La moitié de sa succession, recueillie par son plus proche parent du côté paternel, M. Durand de Valence, de Tortizambert, passa, à la mort de ce dernier, le 10 juillet 1821, aux quatre fils subsistants de Pierre-Louis-Georges.

François, lieutenant d'infanterie, mort après avoir servi dans le régiment Périgord, s'était aussi (dit une note du ministère) « appliqué aux mathémati » ques, pour se rendre digne d'avoir une place dans le Génie. »

Louis-Jean du Buat, seigneur de Saint-Denis, l'aîné des deux fils de Louis-François, épousa à vingt-deux ans, le 28 mars 1726, Marie-Catherine-Hélène Chauvel de Buttenval, née le 24 avril 1696 au Mesnil-Imbert, fille de feu Jean Chauvel, seigneur de Buttenval, et de feue sa première femme Marie-Renée de Corday, fille elle-même de Guillaume de Corday, seigneur de Cauvigny, et de Marie de Tirmois, l'un et l'autre de cette même paroisse du Mesnil-Imbert, qui touche à celles de Garnetot et de Saint-Bazile. [1]

Jean Chauvel, fils de François, seigneur de Vauhenry, et de Catherine

1.— Il est singulier que l'acte de célébration du mariage de Louis-Jean du Buat, du 28 mars 1726, aux registres de la paroisse de Tortizambert, porte qu'il épousa non pas Marie-Catherine-Hélène, mais *Marie-Anne* Chauvel, fille de Jean Chauvel et d'*Anne de Dramard*, qui doit avoir été sa seconde femme (et qui, outre Marie-Anne, née le 26 août 1708, lui avait donné une autre fille, A· ne-Magdeleine, née également à Tortizambert, en 1703). Cette version a été reproduite à des actes subséquents, devant s'appuyer sur celui du mariage de Jean Chauvel, à savoir les actes de baptême de Louis-Gabriel et de Pierre-Louis-Georges, de 1732 et 1734, et l'acte de mariage de celui-ci à Condé le 6 août 1758; car, tous, ils portent que leur mère était *Marie-Anne* Chauvel.

Mais d'autres documents bien plus nombreux ne permettent pas de douter que la mère de du Buat n'ait été Marie-Catherine-Hélène, fille du premier mariage de Jean Chauvel, avec Renée de Corday, car 1° un acte de l'etat-civil de Tortizambert, du 22 mars 1740, porte l inhumation de Marie-Catherine Chauvel, épouse de M. du Buat, *âgée d'environ quarante-quatre ans* (ce qui concorde bien avec l'acte de naisance du Mesnil-Imbert de 1696). 2° En l'étude de M. Racine, actuellement notaire à Livarot, se trouve un contrat de mariage du 3 janvier 1726, entre Louis-Jean du Buat et demoiselle *Marie-Catherine Chauvel, fille de feu Jean Chauvel et d° noble dame Marie-Renée de Corday*, lequel contrat, sous signatures privées, *a été reconnu* devant Manson, notaire au pont de Livarot, le 1er avril 1726, par M. et Mme du Buat, *alors mariés*. 3° Au procès-verbal de 1756 des preuves des deux frères Louis-Gabriel et Pierre-Louis-Georges présentés pour l'ordre de Malte, deux temoins aux preuves verbales déposent, le 21 août, que leur mère s'appelait Marie-Catherine-Hélène Chauvel, morte en 1740, ayant eu pour mère Marie-Renée de Corday, fille de Guillaume de Corday et de Marie de Tirmois. 4° Les mêmes commissaires produisent copie de l'acte de baptême, de 1696, de Marie-Catherine-Hélène Chauvel, comme étant bien celui de la mère des présentés, et, à la suite, est le contrat du 16 juin 1695, du mariage de sa mère Renée de Corday avec Jean Chauvel. 5° On peut regarder comme troisieme témoin verbal un M. de Corday, frère ou proche cousin de sa mère, chez lequel les Commissaires se transporterent à Cauvigny, le 30 août 1756, pour continuer leurs opérations. Un autre Corday a signé comme temoin l'acte de mariage de 1726.

Cette singuliere contradiction peut s'expliquer en supposant que M. du Busc, curé de Tortizambert en 1726, a cru que madame Chauvel de Buttenval, née de Dramard, declarée tutrice par sentence du bailliage d'Exmes du 18 juillet 1722, était la mere et non la belle-mère de la fiancee, et qu'il a pris, au registre de la paroisse, le nom de sa dernière fille, cont peut-être il trouvait l'âge (18 ans) plus naturellement ass rti à celui de Louis-Jean du Buat (22 ans) que celui de la fille du premier mariage de Jean Chauvel (30 ans dont le baptistaire ne se trouvait pas à ce même registre de Tortizambert puisqu'elle était née au Mesnil-Imbert.

Je n'ai pu me procurer l'acte de décès de la première femme de Jean Chauvel, ni celui de son deuxième mariage. Il n'existe plus personne de la famille Chauvel; la dernière héritière, née en 1755 (cousine germaine des frères du Buat) étant décédée en 1836.

45

de Malherbe, remontait à Thibault Chauvel, qui avait épousé, en 1550, Isabeau des Challeaux, et les Malherbe avaient une généalogie non moins ancienne.

Louis-Jean eut deux filles, Marie-Madeleine, mariée à messire Joseph Charcelay, seigneur de la Custière près Preuilly en Touraine, prévot de la connétablie et maréchaussée, morte en 1792 sans enfants, et Anne, morte célibataire à Laigle, en 1791, et trois fils :

1° Louis Paul, seigneur de Flacourt, officier de marine, mort jeune et célibataire en 1751, en revenant d'un long voyage sur mer.

2° Louis-Gabriel, qui fut ambassadeur et comte de Nançay, né le 2 mars 1732, dont on a parlé.

3° Pierre-Louis-Georges, dont j'écris la vie, né le 23 avril 1734, aussi à Tortizambert, dans le manoir de Buttenval, bien plus probablement que dans le manoir, plus que modeste aussi, de Vauhenry, resté dans la famille de Saint-Bazile, après avoir appartenu aux familles Chauvel et du Buat, comme on a vu.

Note C (page 660).

Voici quelques strophes du Recueil de cantiques, etc (1826) du dernier fils de du Buat. Presque tous les du Buat étaient un peu poëtes.

SUR LA PRÉSENCE DE DIEU.

1 Pensez à Dieu quand s'élève l'aurore,
Pensez à Dieu pendant l'éclat du jour ;
Quand la nuit vient, qu'elle vous trouve encore
Pensant à Dieu, notre fin, notre amour.

2 De sa présence en tous lieux sur la terre,
Gardons toujours le pieux souvenir ;
Cette pratique et sainte et salutaire
De tout péché pourra nous garantir.

3 Durant le jour, à Jésus, à Marie
Offrons nos cœurs, nos discours, nos travaux ;
Prions Jésus, par sa mère chérie,
De nous bénir et garder de tous maux.

4 De l'Esprit-Saint invoquons l'assistance,
Suivons en tout ses inspirations ;
Demandons-lui l'esprit de pénitence,
Pour mériter d'obtenir tous ses dons.

Note D (page 662).

Extrait de la traduction inédite du livre de *la Sagesse*, par du Buat.

CHAPITRE IX.

1 O Dieu de mes aïeux, mon souverain Seigneur
Rendez-vous favorable au désir de mon cœur;
Vous qui, d'une parole, en merveilles féconde,
Tirâtes du néant et formâtes le monde,

2 Et qui voulant donner un maître à l'univers
Pour gouverner sous vous vos ouvrages divers

3 Avez établi l'homme, afin qu'avec justice
Il dirige ses pas loin des sentiers du vice,
Et qu'en ses jugements la sévère équité
Ne réprouve jamais l'arrêt qu'il a dicté,

4 Accordez à mes vœux la divine sagesse
Du grand art de régner souveraine maîtresse;
A suivre ses avis je mettrai mon bonheur.

5 Ecoutez les soupirs de votre serviteur
Car je suis inconstant et rempli de faiblesse.
Le nombre de mes jours s'écoule avec vitesse,
Je suis trop jeune encor pour comprendre les lois,
Pour qu'un peuple nombreux soit docile à ma voix;

6 Et l'homme le plus sage, en qui l'expérience
A mûri les talents que donne la science
Périra tôt ou tard dans son sens reprouvé
Si de votre sagesse il se trouve privé.

7 Vous m'avez élu roi par un choix qui m'honore
Sur un peuple nombreux, le seul qui vous adore,
Pour maintenir vos lois, pour juger vos enfants,
Terminer leurs procès, vider leurs différends.

8 Et vous avez voulu que dans la ville sainte,
Sur le mont dont vous-même avez choisi l'enceinte,
Je vous élève un temple et vous dresse un autel
Pour louer votre nom par un culte éternel.
Ce vaste monument, ce magnifique ouvrage
Sera dans Israël le symbole et le gage
Du temple tout divin qui se construit aux cieux.

9 La sagesse en traça le plan mystérieux

Lorsqu'avec vous Seigneur elle fit la nature,
Les esprits et les corps de toute créature,
Suivant le bon plaisir de votre majesté
Et les desseins sacrés de votre sainteté.

10 Envoyez-la des cieux, de votre trône auguste
Et que par elle instruit je sois prudent et juste;
Qu'elle soit avec moi pour régler mes desseins,
Diriger mes travaux et conduire mes mains.

11 Qu'éclairé du flambeau de son intelligence,
Je sois aussi gardé par sa toute-puissance,

12 Afin qu'en occupant le trône paternel
Je puisse dignement régner sur Israël.

13 Car est-il un mortel qui sache vos pensées?
A qui vos volontés sont-elles annoncées?

14 L'homme est sans vous, Seigneur, timide en ses desseins,
Sa prévoyance est vaine et ses pas incertains;

15 Il gemit sous le poids d'une chair périssable;
Le limon de son corps le surcharge et l'accable.

16 A peine juge-t-il des choses d'ici bas;
Ce qui frappe ses sens, il ne le comprend pas,
Comment donc pourra-t-il découvrir et connaître
Ce qui se passe aux cieux, ce qui tient à votre être?

17 A moins que votre Esprit ne descende en son cœur,
N'anime son néant, n'éclaire son erreur

18 Et ne lui donne enfin le désir salutaire
De vaincre ses penchants en cherchant à vous plaire.

19 Car sans votre sagesse, en tout temps, en tous lieux
Nul mortel ne peut être agréable à vos yeux.

à Condé le 1er juillet 1832.

Monsieur et cher Parent,

C'est pour moi une consolation à la suite des malheurs dont je suis accablé de retrouver en vous un parent sensible qui veut bien encore s'interesser a l'existence de ma famille. je n'ai point oublié les temoignages d'amitiés que je reçus de vous il y a huit ans. et je l'aurois cultivée plus aisement si les circonstances m'avoient mis plus à portée de vous.

je vous felicite monsieur et cher Parent, de l'avantage inestimable d'avoir retrouvé votre famille bien portante, et des enfans dignes de vous, qui ne se sont pas laissé seduire par le prestige corrupteur qui a demoralisé pendant longtemps les habitans de la france, et surtout les jeunes gens. les miens ont eu moins de merite, etant toujours demeurés avec pere et mère, et j'ose dire qu'ils ont autant gagné du côté des mœurs et de la vertu, qu'ils ont perdu du côté de la fortune. cette compensation en vaut bien une autre, quoique j'avoue qu'il paroitroit plus heureux d'avoir conservé l'un et l'autre. mais Dieu a ses desseins toujours justes et toujours sages. le malheur que vous avés eu monsieur et cher parent, de perdre à la fois une bru et un petit fils est grand sans doute, mais il est moins accablant pour un père vertueux.

Quand à Mr votre chr. je ne doute pas qu'avec des sentiments et du talent il ne reussisse dans toutes les places qu'on pourra lui confier. celle dont il a été pourvu le met en passe d'attendre que les circonstances lui permettant de se livrer à l'occupation plus utile qu'il avait d'abord en vue. sa conservation presque miraculeuse est un gage du bonheur dont il est digne et qui succedera sans doute à ses premiers malheurs. j'ai écris par le même ordinaire à mon gendre et à mon fils, et je ne doute nullement qu'ils ne lui donnent leur amitié, et l'assistance de tous les secours qui dépendront d'eux, s'ils en sont à portée.

je suis charmé que vous soyés en correspondance avec mr. Lubarre des hayes, et qu'il n'ait rien perdu. Veuillez en me rappellant dans l'occasion à son souvenir, lui en temoigner ma joye.

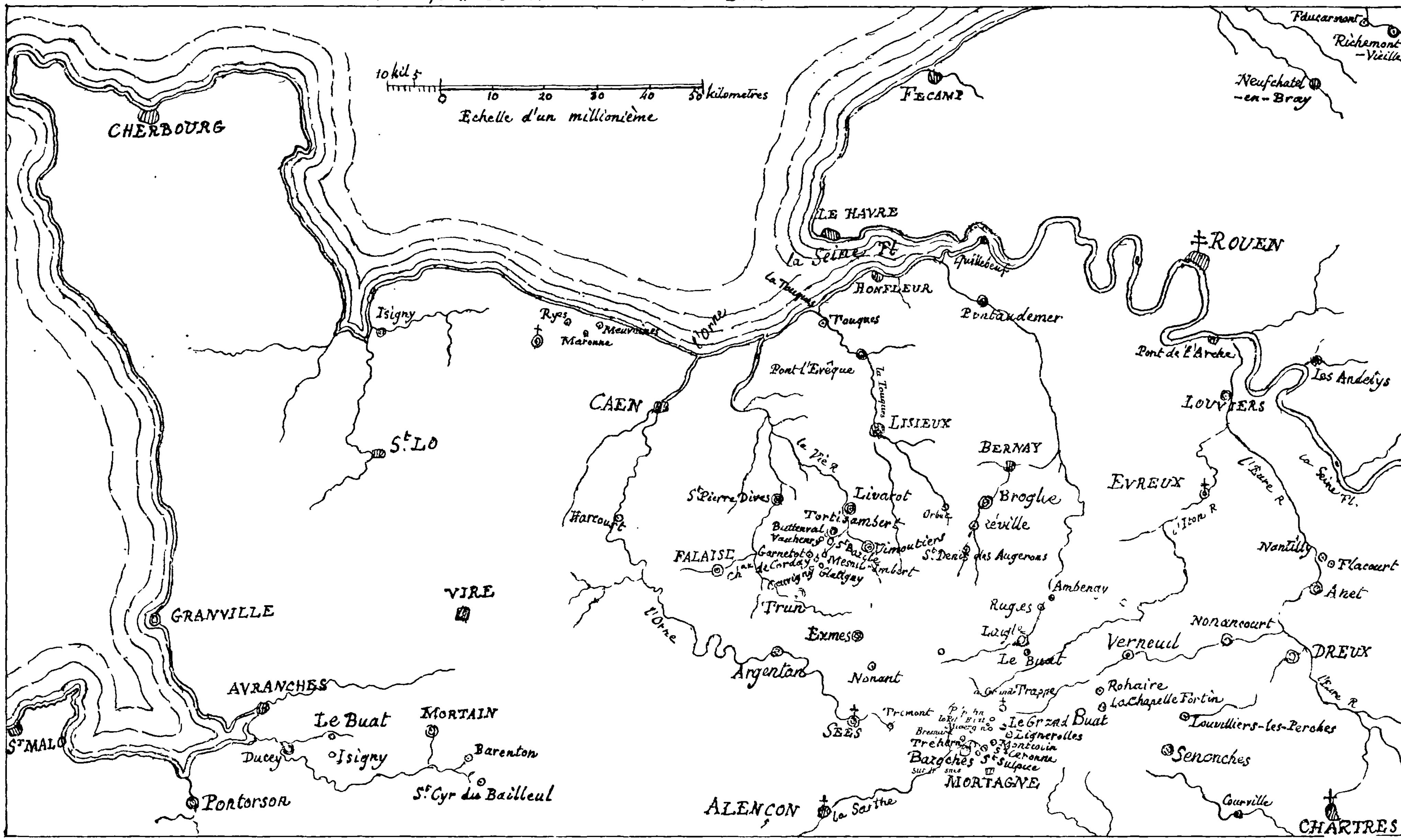
j'ai perdu dans les déplacemens que la revolution m'a forcé de faire tous les papiers dont il eut la bonté, avant cette époque de me faire faire des copies autentiques. mais je puis, je crois me flatter que par son moyen je pourrois un jour reparer cette perte.

agréez les sinceres complimens de ma femme et de toute ma famille que je viens de ramener, non pas dans nos foyers, mais dans ceux qui m'appartenoient jadis. je m'occupe a present a recueillir quelques planches en petit nombre échappées du naufrage et j'attend encore mon certificat d'amnistie. j'ai l'honneur d'être avec les sentimens de l'attachement le plus devoués et l'estime la plus respectueuse

Monsieur, mon cher parent

Votre tres humble et tres obeissant serviteur
L. DuBuat

Carte pour la Notice sur DU BUAT



HISTOIRE
DES ÉTATS DE LILLE

PAR M. LE COMTE DE MELUN,

Membre résidant.

DEUXIÈME PARTIE *(suite)*[1].

SÉANCE DU 11 JUILLET 1864.

§ VIII. — DES ÉTATS DE LILLE DEPUIS LA RETRAITE DU DUC D'ALBE JUSQU'À LA MORT DE PHILIPPE II.

Requesens, succédant au duc d'Albe, commença par des réformes qui, dans un autre temps, auraient pacifié les esprits. Il fit disparaître les édits et les statues de son prédécesseur, supprima les impôts, source de tant de légitimes plaintes, menaça de punir tout acte d'indiscipline des troupes espagnoles et annonça les intentions les plus conciliantes. Mais c'est en vain. Sa flotte éprouve d'abord des revers qu'il répare, et vainqueur ou vaincu il voit ses efforts pacifiques repoussés. Après trois années d'essais impuissants, il meurt en 1576 de la peste qui, pour comble de désastres, avait envahi les Pays-Bas.

1. Voir la première partie, Mémoires de la même Société, année 1860, IIe série, 7e vol., et le commencement de la seconde partie, année 1864, IIe série, 2e vol.

Par ce coup imprévu, le gouvernement passa aux mains du Conseil d'État qui envoya sur le champ l'un de ses membres, gouverneur de Lille, pour éclairer Philippe sur la triste situation du pays. Le roi confirma les pouvoirs du Conseil jusqu'à l'arrivée de don Juan, le vainqueur de Lépante, qu'il institua son représentant dans les Flandres. C'est alors que la sédition des troupes espagnoles offrant aux ennemis de la monarchie et aux partisans secrets du prince d'Orange un prétexte de prendre les armes, donna le signal d'une insurrection générale, plus dangereuse que les révoltes partielles combattues par le duc d'Albe. Jusque-là, quelques villes rebelles, des bandes de partisans dispersés dans le pays avaient résisté à l'autorité royale et propagé par la violence les nouvelles doctrines, mais ici le gouvernement régulier représenté par les états généraux réunis à Bruxelles, va déclarer ennemis du roi et de la patrie les troupes combattant sous la bannière royale et mettre hors la loi le gouverneur nommé par le souverain. Il est vrai que les milices espagnoles avaient toujours été l'objet de la haine publique et que leur indiscipline et leur insolence justifiaient souvent ces mauvaises dispositions à leur égard, mais il faut avouer que dans la circonstance présente, leur situation n'était pas tenable. Le trésor royal, que n'alimentaient plus les impôts abolis, leur refusait toute solde ; partout repoussées, sans asile et sans pain, elles durent avoir recours à la force et se livrèrent avec encore plus de fureur aux désordres qui leur étaient naturels; elles prirent des villes, les livrèrent au pillage et massacrèrent à Anvers plus de cinq mille personnes.

Voyant l'impuissance du Conseil d'État à arrêter de pareils désordres et les espagnols presque aux portes de Bruxelles, les États de Brabant convoquent à la hâte toutes les autres provinces pour se concerter dans une défense commune. La province de Lille, prévoyant les fâcheuses conséquences qu'allait entraîner l'intervention des États-Généraux dans une question aussi délicate, ne répond pas immédiatement à cet appel et son exemple ayant eu des imitateurs, il fallut que le Conseil du roi, sur la demande des États de Brabant, convoquât lui-même une assemblée qui devait bientôt se substituer à l'autorité royale et agir au nom de Philippe contre ses représentants. Lille n'hésita plus. Des hommes connus par leur sagesse et leur attachement à la religion et à la monarchie, tels que le seigneur Du Breucq et Antoine de Muyssart, furent envoyés à Bruxelles avec mission de n'accorder des troupes que pour la défense de la royauté et de la foi catholique. En même temps la ville arma pour sa propre sûreté quatre compagnies de fantassins et cinquante chevaux qu'elle plaça sous le commandement de François de Montmorency, son nouveau gouverneur. Sur l'invitation expresse du Conseil, qui avait très-bien accueilli les députés et remercié la province de son concours, l'abbé de Loos et Jean Deshays vinrent représenter à Bruxelles le clergé et la noblesse qui ne siégeaient pas aux États de Lille, et reçurent les mêmes instructions que les autres délégués.

Mais déjà avant la réunion générale, l'esprit qui devait dominer l'assemblée s'était manifesté à Gand où plusieurs députés firent, avec les amis du prince d'Orange et les représentants de la Hollande et de la Zélande qui n'étaient plus attachées que de nom à la monarchie espagnole, une espèce d'alliance qui fut appelée *la Pacification de Gand*. A peine arrivés à Bruxelles, les mêmes députés, pour effrayer les partisans de l'autorité royale, excitèrent le peuple contre les membres du Conseil, soupçonnés d'être favorables à l'Espagne et les firent mettre en prison. Ce début confirma les craintes de nos provinces et bientôt les États-Généraux, cédant à l'instance du prince d'Orange, profitèrent, comme nous l'avons dit, de l'indiscipline des troupes espagnoles pour les traiter en ennemis déclarés et les pousser aux plus furieux excès.

Cependant Don Juan arrive en Flandre et adresse un message où il annonce que, revêtu du souverain pouvoir, il vient apporter la paix au nom de son maître et qu'il est disposé à éloigner tous les soldats espagnols et à oublier le passé. Ces intentions bienveillantes étaient dues surtout aux conseils de Vendeville, docteur à l'Université de Douai et plus tard évêque de Tournai, homme d'un rare mérite, qui jouissait d'un grand crédit à la cour et avait fait connaître à Madrid la véritable situation des Flandres, mais elles ne plurent pas aux États-Généraux qui, levant de leur propre autorité des impôts et des troupes, s'étaient déjà accoutumés à l'exercice de la souveraineté ! Ils réclamèrent la restitution d'anciens priviléges, et demandèrent à rester les maîtres du pays. Ils insistèrent également pour que Don Juan reconnût la pacification de Gand et signèrent immédiatement un nouveau traité avec le prince d'Orange et ses délégués sous le nom de *concordia nova*, prêts à recommencer la guerre si leurs propositions n'étaient pas acceptées. Ils firent plus, tant la passion est mauvaise conseillère, ils ne craignirent pas de s'allier secrètement avec l'Angleterre, la France et l'Allemagne, sous prétexte de résister aux troupes étrangères et en réalité pour combattre le lieutenant de leur roi. Don Juan, par sa prudence, déconcerta leurs complots ; il accepta les conditions proposées et signa *la paix perpétuelle.* Cette paix, qui n'a pas longtemps mérité son nom, fut accueillie dans toutes les Flandres et particulièrement à Lille avec une grande joie ; mais la réconciliation ne fut pas de longue durée ; d'une part les intrigues orangistes, de l'autre les méfiances, quelquefois justifiées, qu'avait inspirées la conduite du gouvernement, eurent bientôt rendu le nouveau gouverneur odieux à la population ; sa vie même fut menacée à Bruxelles et il dut se retirer à Namur où il se réfugia dans la citadelle. Aussitôt les Etats-Généraux le déclarent ennemi de la patrie et rallument la guerre civile.

Quoique restée neutre entre les deux partis, la province de Lille fut obligée de se protéger contre les bandes de malfaiteurs qui, à l'aide du désordre général, se répandirent dans la châtellenie, attaquèrent les voyageurs, pillèrent les commerçants et jetèrent le trouble et la terreur jusque sous les murs des villes.

La rébellion avait besoin d'un chef, le choix des États-Généraux se porta naturellement sur le prince d'Orange, l'âme et l'appui de la révolte. Mais un tel chef ne pouvait satisfaire les catholiques. Leur irritation contre les Espagnols et les Allemands qui formaient l'armée de Don Juan n'allait pas jusqu'à leur faire accepter à la tête du gouvernement un ennemi déclaré de leur religion. Ils envoyèrent donc secrètement à Vienne auprès de l'archiduc Mathias dont ils connaissaient l'orthodoxie et les dispositions conciliantes pour l'inviter à venir prendre la direction des affaires. Sa présence compliqua encore une situation si extraordinaire, où trois partis, Don Juan, représentant l'autorité royale, le prince d'Orange, chef des révoltés et Mathias, appelé par les hommes les plus dévoués à la religion, mais dont les pouvoirs n'avaient pas été reconnus par Philippe II, agissaient tous au nom du roi et du bien public en se faisant une guerre acharnée. Les États-Généraux, composés d'éléments les plus divers, malgré leur penchant pour les novateurs, n'osèrent continuer la lutte sous une bannière aussi hostile à la foi populaire, et pour donner un gage de conciliation aux réformés et aux catholiques, ils reçurent à Bruxelles l'archiduc Mathias, en lui imposant le prince d'Orange comme lieutenant.

Les États de Lille, très-attachés à l'ancienne religion, mais qui se souvenaient encore des rigueurs et des exactions du duc d'Albe, virent avec plaisir l'Archiduc prendre les rênes du gouvernement et envoyèrent leur gouverneur et d'autres députés au-devant du duc d'Arschot qui venait d'être nommé gouverneur des Flandres. Au milieu des fêtes de son entrée solennelle à Gand, une sédition soulevée par les novateurs peu satisfaits du renversement de leurs espérances, se saisit des députés et du gouverneur et les mit en prison. Cette trahison irrita au dernier point la province entière. Voyant l'impuissance de Mathias à lui faire rendre justice, elle prit la résolution de se garder elle-même; les remparts de Lille furent mis en état de défense, et malgré l'ordre formel des États-Généraux de suspendre les travaux, ils furent poussés avec vigueur. En même temps on refusa de recevoir dans les conseils de la ville un étranger partisan avoué de la réforme. L'opposition manifestée par des sujets jusque-là si fidèles, alarma le gouvernement; l'Archiduc cédant à des réclamations légitimes ordonna lui-même les travaux nécessaires à la défense de Lille. Les Etats-Généraux permirent que l'on réunît à la ville la citadelle [1] qui jusque-là avait été une menace contre les habitants. Les États de la province, toujours prêts à venir en aide à la population, consentirent à voter une somme de cent mille florins pour que les paysans ne fussent pas forcés de travailler aux remparts.

Pendant ce temps, le comte Palatin, à la tête d'une troupe indisciplinée, vient se joindre aux rebelles et ajouter encore au désordre de tout genre qui agitait le pays. Ces hordes presque barbares, tout en proclamant la liberté de conscience, détruisent et foulent aux pieds tous les objets consacrés au culte, massacrent les prêtres et les religieux et prêchent la tolérance le fer et la flamme à la main. Il serait hors de notre sujet de raconter en détail tous les maux qui envahirent alors la Belgique ravagée tour à tour par les Allemands, les Espagnols, le comte Palatin et le duc d'Alençon, parcourue par les bandes rebelles et hérétiques et par les troupes royales, obligée, suivant les succès ou les revers de chaque parti, de subir la loi du vainqueur. On ne savait pas la plupart du temps à quel gouvernement on devait obéir.

1. C'était le chateau de *Courtrai*. De cette epoque datent la place *du Château* et la rue *des Tours*.

C'est alors que, trompé dans ses espérances, le parti qui avait appelé Mathias lève à son tour une nouvelle bannière sous le nom de *Malcontents*, forme une armée régulière sous la conduite d'un Lillois, le sire de Montigny, et au nom de la religion et du roi, combat à la fois Don Juan et les confédérés. La province de Lille, qui avait applaudi à l'arrivée de l'Archiduc, partageait le mécontentement général. Malgré les concessions que sa fermeté avait arrachées à Bruxelles, elle était toujours en but aux soupçons des États-Généraux et aux actes arbitraires du prince d'Orange, qui avait fait mettre en prison à Douai, le chef de la commune, Jacob d'Assignies et qui, malgré les priviléges reconnus par tous les souverains, avait voulu renouveler le Magistrat avant le temps prescrit. Bien plus, aucune solde n'étant accordée aux troupes envoyées dans la Flandre Wallone, on les poussait ainsi au pillage pour punir les habitants. Cet acte jadis si reproché au gouvernement de Philippe II, décida une rupture que la prudence des Lillois avait retardée jusque-là ; leurs députés aux États-Généraux sont rappelés, ils réclament avec une nouvelle énergie leur ancien gouverneur retenu en prison et donnent la main aux Malcontents qui offrent de les défendre contre les troupes devenues les émules en pillage des Espagnols si détestés. Les magistrats envoient des munitions à l'armée de Montigny. Cette décision fait encore reculer les confédérés, ils ordonnent que l'on rende aux catholiques les biens et les priviléges qui leur avaient été enlevés, payent les troupes Wallones pour les apaiser et cherchent à satisfaire les Malcontents.

L'histoire dit que Don Juan mourut de la peste comme son prédécesseur. Nous sommes tenté de croire que sous ce nom terrible, la médecine, alors moins avancée, désignait plusieurs maladies qui ont reçu depuis un nom spécial. Quoi qu'il en soit, il fut remplacé comme gouverneur général des Pays-Bas par Alexandre Farnèse, duc de Parme, qui trouva le pays encore plus troublé qu'à la mort de Requesens.

Notre province surtout, qui avait su échapper jusque-là aux horreurs de la guerre civile, était singulièrement agitée. Les confédérés mécontents à leur tour des concessions faites par l'Archiduc dont malgré tant de vicissitudes la plus grande partie des Pays-Bas reconnaissait l'autorité, excitèrent presqu'en même temps la sédition à Lille et à Douai. Dans cette dernière ville, le collége des Jésuites avait été envahi et les religieux chassés de leur maison. A Lille, les novateurs voulaient empêcher le seigneur du Breucq, connu par ses relations avec les Malcontents, d'exercer les fonctions de gouverneur. La loi et la justice finirent cependant par triompher, l'ordre fut rétabli à Douai, la cour de Bruxelles donna raison au seigneur du Breucq, et le Magistrat de Lille resta tout entier catholique. Quoique soumise au gouvernement de Mathias et des États-Généraux, chaque ville au point de vue de la défense personnelle, faisait ses affaires comme elle l'entendait. Lille et toute la province restèrent unies aux Malcontents qui déclarèrent ne pas déposer les armes jusqu'à ce que la paix pût être signée dans de bonnes conditions avec le roi catholique. Ce qui n'empêcha pas le Magistrat de demander à l'Archiduc la permission d'acheter un des faubourgs de la ville, afin d'y bâtir des logements pour les nouveaux habitants.

Farnèse arrivé au milieu de ce désordre, comprit qu'il avait tout à gagner à laisser les partis s'entre-détruire, et à attendre que le pays, fatigué de ces déchirements, vînt lui-même demander la paix ; il vit bientôt les Allemands et le duc d'Alençon, successivement appelés par les Etats-Généraux, repoussés par l'esprit patriotique des Flamands; le prince d'Orange, exalté par son succès, s'aliéner la plus grande partie de la nation, en signant l'union d'Utrecht qui consacrait l'exercice exclusif de la religion réformée; il savait en outre que les *Malcontents* étaient bien disposés pour le roi regardé toujours comme le défenseur de la foi catholique, il saisit l'occasion favorable et révéla sa présence dont on paraissait peu se préoccuper, car sur dix-sept provinces, trois à peine reconnaissaient son autorité, par la prise de Mardyck qu'il livra au pillage. Cette victoire décida la pacification. La province de Lille, toujours portée à reconnaître le roi d'Espagne dès qu'il ne voulait pas imposer le régime espagnol aux Flamands, fut la première à donner le signal. Ses députés réunis à ceux du Hainaut et de l'Artois se rendirent à Arras pour conférer avec les délégués de Philippe, qui avaient pour chef Jean de Vendeville, dont nous avons déjà parlé avec éloge. Ils écrivirent aux États-Généraux retirés à Anvers en les engageant à prendre part à ces conférences. Ceux-ci refusèrent de répondre à leur appel. Chaque province fut alors consultée sur les conditions offertes par le roi. Les Etats de Lille, assemblés le 4 avril, demandèrent que l'on respectât *la pacification de Gand* et *la paix perpétuelle*, ces deux traités qui assuraient la liberté de conscience, le renvoi des troupes étrangères et confirmaient les anciennes libertés communales; ils exigèrent en outre que la réconciliation s'étendît à toute la Belgique et comprît l'Archiduc et les États-Généraux.

L'assemblée d'Arras, où siégeait Vanderhaer, l'historien des châtelains de Lille, adopta ces résolutions qui furent acceptées par Montigny et les Malcontents. Vingt-huit articles furent proposés à l'agrément du roi. Outre les points principaux que nous venons d'indiquer, on réclamait l'oubli complet du passé, l'approbation par le roi de tout ce qui avait été fait par l'Archiduc Mathias et les confédérés; les citadelles détruites et les remparts ne pourraient être reconstruits qu'avec l'assentiment des Etats de chaque province; les biens confisqués depuis la paix de Gand à cause de la guerre, seraient rendus; les gouverneurs destitués par Juan d'Autriche reprendraient leurs fonctions; tous les priviléges, coutumes et lois locales seraient rétablis comme ils existaient sous l'empereur Charles-Quint. Le roi et ses successeurs donneraient toujours un membre de leur famille pour gouverner la Belgique. Sa Majesté serait priée de maintenir l'Archiduc Mathias, ou du moins, elle ne lui témoignerait aucun ressentiment pour avoir accepté le gouvernement dans une situation aussi difficile. Si le duc de Parme restait gouverneur, il ne conserverait qu'une garde comme celle de ses prédécesseurs. Le roi désignerait douze seigneurs de la noblesse belge pour prendre part au gouvernement, parmi lesquels huit seraient restés attachés aux Etats-Généraux pendant les troubles et seraient agréés par eux. A l'avenir, toutes les magistratures civiles ou militaires seraient confiées à des belges ou à des étrangers acceptés par les Etats. Aucun impôt, aucun secours d'argent, autres que ceux qui étaient imposés par l'empereur Charles, ne pourraient être exigés. Afin de ménager la reine d'Angleterre et le duc d'Alençon qui avaient prêté leur concours aux confédérés, le roi leur enverrait des ambassadeurs en signe de bonne amitié. Enfin Sa Majesté devait avoir pour agréable de faire élever un de ses enfants en Belgique, afin que, connaissant le pays, il puisse recevoir en héritage les provinces belges.

On voit avec quelle sollicitude tous les intérêts étaient sauvegardés. Nos pères traitaient d'égal à égal avec le souverain. Ils ne rentraient pas en grâce comme des criminels repentants mais comme des hommes libres qui avaient défendu loyalement leurs libertés et se soumettaient après avoir assuré la conservation de leurs droits et sans sacrifier aucun de leurs anciens alliés, précaution d'autant plus méritoire que les contractants avaient eu plus d'une fois à se plaindre de prétendus amis qui, même en dernier lieu, avaient refusé leur concours à la pacification commune.

Le duc de Parme souscrivit à ces conditions, et le roi luimême les ayant acceptées, la paix fut publiée dans une partie de la Belgique et particulièrement à Lille où elle était très-vivement attendue; mais plusieurs provinces ne voulurent pas la signer. Elles avaient trop peu de confiance dans la parole royale, et craignaient que Philippe ne leur pardonnât jamais sincèrement ce qu'elles avaient fait contre son autorité. Les États-Généraux encourageaient ces méfiances, et rejetaient un accord qui aurait diminué leur influence due aux troubles et à l'anarchie.

La guerre recommença donc avec une nouvelle vigueur, et Lille, qui avait retrouvé son ancien gouverneur, le baron de Rassenghien, échappé des mains des rebelles, eut à subir les plus violentes attaques de la part des Huguenots. La trahison faillit ouvrir ses portes au prince d'Epinoy, qui était à la tête des troupes confédérées. Elle fut sauvée par la valeur du marquis de Roubaix, général du roi d'Espagne. Par une triste conséquence de la guerre civile, ces deux adversaires appartenaient à la même famille [1]. Malgré les efforts du duc de Parme et l'exemple des provinces restées fidèles, la rebellion et la réforme faisaient un égal progrès. Les Etats siégeant à Anvers déclarent la ville de Lille en état de rebellion, et délibèrent sur la déchéance du roi d'Espagne.

En vain les catholiques siégeant encore en petit nombre dans cette assemblée résistent à un acte qui enlève tout espoir de réconciliation, les protestants l'emportent; quelques nobles trop compromis les secondent et la couronne est proposée au duc d'Alençon qui l'accepte le 19 septembre 1580. Une armée française se dispose à appuyer le nouveau prétendant.

Le lendemain de cet acte audacieux, les États de Lille célébraient par une fête générale le traité conclu avec l'Espagne, et Philippe II, reconnaissant la belle conduite qu'ils avaient tenue dans des temps si orageux, accordait aux villes et chatellenie de Lille, Douai et Orchies le nom de *Province de Lille*, que nous leur avons déjà donné par anticipation.

1. Le prince d'Epinoy et le marquis de Roubaix étaient deux frères de la famille DE MELUN qui, à cette époque, exerçait la plus grande influence dans les Pays-Bas.

Afin d'éloigner de leurs murs les invasions des rebelles qui, maîtres de Tournai, ravageaient sans cesse la châtellenie, Lille offrit au général de Philippe des hommes et des subsides pour en faire le siége. Les artilleurs lillois s'y distinguèrent et la ville défendue avec une rare énergie par la princesse d'Epinoy [1], pendant que son mari guerroyait du côté d'Anvers, fut prise [2]. Menin fut également arraché à la sédition et on bâtit un fort à Halluin pour protéger la province.

Une médaille portant d'un côté l'effigie de Philippe II avec cette légende : *Rege fidem servando* et de l'autre la ville de Lille représentée par un lys au-dessus du lion des Flandres avec ces mots : ***Lilla in Flandria leonem conciliavit***, fut un monument élevé à la fidélité et à la fermeté de nos aïeux.

Les victoires du duc de Parme entraînèrent la soumission des principales villes de Flandre. Les confédérés, au moment de perdre leur influence, essayèrent encore de réveiller l'esprit de révolte qui commençait à s'épuiser; l'entreprise du duc d'Alençon n'ayant pas réussi, ils offrirent la couronne au roi de France qui n'osa pas l'accepter. Élisabeth d'Angleterre leur envoya quelques renforts, et ils purent ainsi continuer la guerre pendant l'éloignement du duc de Parme qui soutenait en France le ligue contre le roi de Navarre.

Lille, quoique éloignée du théâtre des hostilités, en ressentit encore le contre-coup et souffrit de la famine, suite inévitable de tant de désastres. Les États durent dépenser des sommes considérables pour nourrir la population et employèrent plus de deux mille ouvriers, qui manquaient d'ouvrage, à curer les canaux.

1. C'est à cette princesse Christine de Lallain, épouse de Pierre de Melun, prince d'Epinoy, gouverneur de Tournai, qu'une statue a été élevée sur la place de cette ville, en mémoire de sa défense héroïque contre l'armée du prince de Parme, commandée par son frère et son beau-frère, Robert de Melun, marquis de Roubaix et le sire de Montigny.

2. Les femmes prenaient aussi part à ces guerres acharnées, et vers le même temps Jeanne-Maillotte, sur les remparts de Lille, repoussait une bande de huguenots désignés sous le nom de *Hurlus*.

Les derniers jours de Philippe II rendirent le calme à la Flandre Wallonne. En 1596, après la mort de Farnèse et de l'Archiduc Ernest qui lui succéda et occupa peu de temps ce poste difficile, son frère Albert [1] avait été nommé gouverneur général des Pays-Bas où sa présence fut regardée comme un gage de paix et de conciliation. La sage et paternelle administration de ce prince avait confirmé toutes les espérances et lorsqu'en 1598, il épousa Isabelle, fille de Philippe II [2], et reçut en dot les Pays-Bas et la Bourgogne[3], ce dernier acte du roi mourant fit oublier les malheurs de son règne et justifia l'attachement qu'à travers des jours si tourmentés la Flandre-Wallonne avait toujours conservé pour la monarchie.

§ IX. DES ÉTATS DE LILLE DEPUIS LA MORT DE PHILIPPE II JUSQU'A LA DOMINATION FRANÇAISE EN 1667.

Lille et toute la province accueillirent avec transport le fils de Maximilien et sa royale épouse lorsqu'ils firent leur entrée solennelle le 5 février 1600. Les dépenses que les États votèrent à cette occasion, prouvèrent que tant de désastres n'avaient pu étouffer dans le pays les germes d'une prospérité que la paix devait faire éclore. Dès le lendemain, après avoir entendu la messe à Saint-Pierre, l'Archiduc Albert jura, suivant la coutume, de respecter les droits et privilèges de la ville et de la province, et reçut à son tour le serment de tous les magistrats. Pour lui comme pour ses nouveaux sujets, ce serment ne fut

1. Les Archiducs Ernest et Albert étaient fils de Maximilien.

2. Philippe II mourut le 13 septembre 1598 et le mariage de l'Archiduc Albert avec sa fille Isabelle n'eut lieu que le 15 novembre de la même année, mais il était decidé avant la mort du roi.

3. Il existe une lettre très-curieuse du chanoine Floris Vanderhaer, l'historien des chatelains de Lille, député par le clergé de la province de Lille aux États-Généraux de Bruxelles pour la *cession de ces pays et acceptation de l'infante pour notre princesse* où il rend compte de la cérémonie qui eut lieu le 20 août 1598 et ne dura pas moins de douze heures.

pas une vaine formule: il mérita l'affection d'un peuple heureux de trouver enfin un prince digne de l'attachement qu'il avait toujours porté à son souverain. Mais ces heureux présages ne se réalisèrent pas immédiatement et les Etats si bien disposés à voter des réjouissances publiques durent encore consentir à lever des impôts de guerre. Les États-Généraux, réunis à Bruxelles par l'Archiduc, avaient cherché en vain les moyens de consolider la paix, il fallut recourir aux armes, et, par conséquent, trouver des hommes et de l'argent afin de repousser les ennemis du dehors et d'apaiser aussi les troupes espagnoles toujours prêtes à la révolte.

Non contents de s'être affranchis du joug de Philippe II, les Hollandais cherchaient encore sous son successeur à étendre dans les Flandres leur puissance et leur religion. Commandés par le prince Maurice de Nassau, ils livrèrent un grand combat sur les dunes, près de Furnes, où Albert, après une vive résistance et après avoir couru lui-même les plus grands dangers, fut obligé de céder le champ de bataille. Le siége d'Ostende, qui dura trois ans, coûta encore plus d'hommes et d'argent à nos provinces; il y périt plus de cent mille hommes et la depense dépassa cent millions de florins. Les États de Lille contribuèrent à l'impôt de 100,000 écus par mois que la Flandre seule dut fournir pendant toute la durée du siége. Les historiens racontent un fait qui prouve jusqu'à quel point cette guerre avait passionné le pays encore tout frémissant du souvenir du duc d'Albe qui pourtant avait disparu depuis plus de trente années. Les femmes elles-mêmes prirent part à une ligue formée pour secourir la ville assiégée. Chaque membre de l'association, en s'enrôlant, prenait à la main un verre d'eau-de-vie et prononçait ces paroles : « Je consens à être espagnol et à passer pour fils du duc d'Albe ou à périr de cette boisson si je manque à une des lois de la Société. » On prétend que l'Archiduchesse Isabelle avait fait vœu de ne pas changer de linge jusqu'au moment de la prise de la ville. Ce qui est plus sûr et non moins patriotique, c'est que pendant cette longue guerre, la princesse soignait elle-même les blessés et ne cessait de demander au ciel la fin de tant de maux. Elle fut enfin exaucée, et le 20 septembre 1604 la place se rendit à Spinola, général de l'Archiduc. Lille témoigna sa joie en faisant tirer, dit la chronique, *mieux* de deux cents coups de canon.

La ville, jadis si brillante sous les ducs de Bourgogne, avait besoin de réparer les malheurs qui l'avaient épuisée. Sa population était réduite à 33,000 âmes. La commune et la province étant en déficit, les dettes nécessitaient des emprunts onéreux. La paix signée avec le roi d'Angleterre qui jusque-là avait aidé les Hollandais fut un premier pas vers la pacification générale. Mais il était plus difficile de s'entendre avec les Provinces-Unies qui consentirent seulement après quarante ans de guerre à signer une trève de douze années. Encore fut-elle sur le point d'être rompue dès les premiers moments sans l'intervention du roi de France Henri IV. Ces douze années suffirent pour rendre à Lille son ancienne splendeur. Les magistrats firent exécuter l'agrandissement accordé par Charles-Quint, mais que les difficultés du temps avaient ajourné. L'industrie et le commerce prirent un nouvel essor, le collége fut construit, un grand nombre d'établissements pieux et charitables furent fondés, et lorsqu'en 1623, l'Archiduc mourant laissa le gouvernement entre les mains d'Isabelle, il emporta dans la tombe, avec les regrets unanimes du pays, la consolation d'avoir vu disparaître les traces de la triste situation où il avait recueilli l'héritage de Philippe II.

Isabelle continua à meriter l'affection des peuples qui lui donnèrent souvent des preuves de leur reconnaissance; cependant elle ne put vaincre la répugnance des Flamands à recevoir des troupes espagnoles, malgré les craintes que faisait naître la présence des Français, maîtres de Bouchain. Le roi d'Espagne envoya alors son frère don Fernand pour aider sa tante au milieu des affaires qui menaçaient de se compliquer de nouveau. La généreuse hospitalité qu'Isabelle avait offerte à Marie de Médicis, chassée de France par la persécution de Richelieu, avait mal disposé le ministre trop vindicatif qui, peu de temps après, mettait obstacle aux négociations entamées avec les Provinces-Unies. Si les États de Lille repoussaient avec énergie la présence des troupes étrangères, ils ne refusaient pas à la souveraine les moyens de se défendre. Ils consentirent à équiper des troupes pour le service du roi et à leur fournir des armes et des munitions. Ils firent même fabriquer à Cambrai des pièces d'artillerie.

Isabelle mourut en 1633. Elle fut pleurée par la population, de la Flandre, dont les regrets s'augmentèrent bientôt en rentrant sous la domination de l'Espagne, qui rappelait de si tristes jours. Philippe IV régnait alors. Malgré les traités de paix, la France et l'Espagne cherchaient à se nuire. L'une fournissait des subsides aux Pays-Bas, l'autre aidait secrètement les mécontents français. En pareil cas, une étincelle suffit pour rallumer la guerre. Le Brabant fut bientôt envahi par la ligue ennemie, et Lille se vit menacée d'un siége. Les bourgeois réparent et arment les fortifications; la ville est approvisionnée avec soin et les habitants de la châtellenie exposés aux premières attaques, cherchent en grand nombre un refuge derrière les murailles de la cité. Ces précautions étaient urgentes. Le 30 août 1641, quinze cents Français tentent un coup de main qui fut repoussée par la garnison. Ils se contentent de brûler une partie des faubourgs. Le frère du roi, gouverneur général des Flandres, mourut à cette époque et fut remplacé par Don Juan d'Autriche, fils naturel de Philippe IV.

Les États, qui sous Albert et Isabelle s'etaient remis des rudes sacrifices exigés par les guerres et les troubles du règne précédent, furent alors vivement sollicités de fournir de nouveaux subsides au roi d'Espagne. Les approches de l'armée française étaient un motif dont on se saisit habilement pour justifier des demandes sans cesse renaissantes. Le nouveau gouverneur réclama d'abord *un donatif* de 100,000 florins par année pendant six ans. Le Conseil des États, qui n'était plus habitué à de pareilles prétentions, éluda la question en offrant d'emprunter pour le roi de 60 à 80,000 florins, moyennant hypothèque sur les biens de Sa Majesté. Cette offre fut loin de satisfaire l'avidité espagnole. Profitant de la défaite que l'armée de Philippe avait éprouvée devant Rocroy, le gouverneur déclara qu'il n'était plus possible de protéger la frontière sans une aide immédiate, et nos pères payèrent 60,000 florins cette célèbre bataille dont leurs descendants, devenus français, sont aujourd'hui si fiers. On réclama encore des fonds pour exécuter des travaux destinés à couvrir la Flandre et l'Artois. Les États remontrèrent qu'il y avait des réparations plus *inexcusables* à faire aux murailles de Lille elle-même, et bientôt des partis français incendièrent le faubourg de Saint-Pierre et justifièrent les appréhensions des magistrats.

Le marquis de Castel-Rodrigo, gouverneur de la Flandre Wallonne, ne trouva pas les États plus dociles. Comme il avait réduit le nombre des membres faisant partie des quatre serments ou gardes civiques, chargés de la défense de la ville, le corps échevinal, mécontent de la mesure, ne vota que 50 florins pour le deuil de la reine d'Espagne, morte en décembre 1644. Il fit une nouvelle opposition au gouverneur à l'occasion des monnaies et finit par se mettre en guerre ouverte contre son autorité. Celui-ci, armé du pouvoir souverain qui devenait d'autant plus arbitraire qu'il semblait présager sa fin prochaine, fit un véritable coup d'état en cassant le Magistrat, et les nouveaux nommés se soumirent. Mais les exigences continuelles d'une guerre entretenue par les prétentions réciproques de Philippe IV et de Louis XIV, forcèrent bientôt le roi d'Espagne à se montrer moins impérieux envers des sujets dont il avait besoin. Les

Français, maîtres de Bourbourg, de Cassel et de Béthune, attaquent Armentières et parviennent jusqu'aux portes de Lille. La valeur des canonniers bourgeois empêche seule la ville d'être enlevée, et les deux faubourgs qu'ils avaient déjà envahis sont repris sur les Français. On mit alors sérieusement la ville en état de défense et on leva, à l'aide d'un impôt extraordinaire, des recrues qui grossirent les rangs de la garde bourgeoise. Le roi ne fut pas tenté de la réduire, comme précédemment; il félicita nos Lillois de leur vigueur, et le gouverneur, au lieu de casser les magistrats, reçut ordre, pour récompenser leurs bons services, de les continuer dans leurs charges pendant deux années.

La province avait en effet besoin d'encouragement, il ne s'agissait pas seulement de se défendre, il fallait encore vivre, et la guerre, qui occupait tant de bras et exigeait tant de dépenses, paralysait le commerce et apportait la ruine au sein de la cité. L'ordre de la Toison-d'Or, accordé au gouverneur de Lille, le comte de Rœulx, était une faible compensation de tous les désastres que la paix de Munster elle-même ne fit pas cesser, car si elle assurait l'indépendance de la Hollande, elle n'arrêtait pas l'ambition de Louis XIV et soit pour réparer les pertes après une défaite, soit pour rafraîchir l'armée après un avantage, les demandes de subsides se succédaient sans interruption. Après la reprise d'Armentières sur les Français, le gouverneur ne craignit pas de réclamer des États 200,000 florins, qui furent réduits à 50,000. Après la paix de Munster, nouvelles exigences assez mal accueillies. L'archiduc d'Autriche, Léopold Guillaume, nommé capitaine général des Pays-Bas, intervient lui-même et présente aux Etats le compte détaillé des fonds nécessaires, pour l'entretien pendant six mois, d'une compagnie d'infanterie. Les Etats qui avaient peu de confiance dans ce budget, et craignaient les crédits supplémentaires alors très en usage, comme de nos jours, préférèrent au lieu de se charger d'entretenir les trois compagnies demandées, voter immédiatement une somme de 150,000 florins. Le prince, qui recherchait surtout l'argent comptant, accepta leur proposition, ce qui n'empêcha pas de mettre à leur charge la solde et l'entretien de l'armée qui avait secouru Cambrai.

Les années suivantes devinrent encore plus onereuses, et la ville et la châtellenie furent livrées à une affreuse misère. En 1650, la foule affamée pille les boutiques; ce fut une véritable émeute : la garde bourgeoise fut obligée de tirer sur les rebelles, et fit plusieurs victimes. Pendant sept années, la ville fut sans cesse remplie de troupes étrangères qu'elle dut entretenir, et l'histoire contemporaine n'évalue pas à moins de trois millions de florins ce que la province fournit en aydes, munitions, soldes de troupes, subsides de tout genre déguisés quelquefois sous le nom de prêts, mais qui ne devaient jamais être remboursés.

Pour satisfaire à de si nombreuses réquisitions, on fut obligé d'augmenter notablement les impôts, particulièrement sur le vin et le beurre, ce qui diminua la consommation. Le pays tout entier partagea cette détresse. Les Etats de Brabant, fatigués de tant de sollicitations, donnèrent un exemple de résistance devant laquelle Philippe dut s'incliner, ils refusèrent pendant trois ans toute espèce de subsides

Lille eut encore à subir une autre épreuve. L'armée Espagnole atteinte de maladies contagieuses, y envoya tous ses malades qui bientôt envahirent la châtellenie entière, et particulièrement la ville d'Armentières transformée en hôpital.

Les registres des États montre que l'exemple du Brabant avait porté ses fruits. Il est curieux d'observer sous quelles formes diverses, à l'ombre de quels prétextes le gouvernement cherchait à obtenir des concessions nouvelles. Les formules étaient pleines de courtoisie et ne mettaient plus en doute les droits de l'assemblée, c'était un grand progrès sur les procédés sommaires du duc d'Albe. En présence de l'influence française que le soleil de Louis XIV faisait alors rayonner dans tout son éclat, on avait compris que le règne de l'ambition et de la violence était passé, et qu'il fallait chercher dans l'affection des peuples un appui que les armes seules ne pouvaient plus offrir, mais les ménagements employés furent impuissants à déguiser une détresse trop réelle; tout en reconnaissant la nécessité des charges qu'ils refusaient rarement, nos pères n'en supportaient pas moins l'excès du fardeau, et la population sentait peu à peu s'évanouir l'attachement à ses souverains, que la sévérité même de Philippe II, n'avait pas altéré.

L'honneur, heureusement assez rare, que faisait à la province le gouverneur général, en la visitant, était encore un surcroît de dépenses. En 1654, douze ans après sa nomination, Don Juan d'Autriche fit son entrée solennelle à Lille, et sans compter le service extraordinaire imposé aux compagnies urbaines et les munitions que consommaient les salves d'artillerie tirées en son honneur, les habitants furent tenus de loger sa suite, et la commune eut à nourrir les chevaux de toute la cour. Si la présence du chef était un danger pour les finances, celle de l'armée menaçait la paix et la sécurité du pays. Aussi, lorsque Don Juan revint à la tête de ses troupes, le Magistrat commença par fermer les portes de la ville, et ne permit qu'à l'un de ses lieutenants d'entrer avec quelques soldats. Mécontente de cette exclusion, l'armée se répandit dans la châtellenie, dévastant, ruinant tout le pays, démolissant et les fermes et les maisons, sous les yeux mêmes des officiers impuissants ou peu disposés à maintenir la discipline. Le mal s'aggrava encore quand, faute de solde, il fut question de licencier ces bandes presque sauvages. Jamais ennemi n'avait traité avec plus de rigueur une province conquise; les malheureux habitants n'eurent d'autre asile que les murailles de Lille qui leur ouvrit ses portes. Ce n'est pas que la ville elle-même jouît d'une grande sécurité. Le lieutenant de Don Juan s'entendait peu avec les magistrats à qui il voulait chaque jour imposer de nouvelles charges; traitant la ville comme si elle était déjà en état de siége, il commandait en maître et tenait peu compte des formes légales jusque-là respectées. Les Etats envoyèrent à Bruxelles des députés pour se plaindre de ces exactions, ils furent à peine écoutés, et la cour au lieu de répondre, demanda un contingent de 1,000 hommes et 2,000 sacs de blé; elle envoya à Lille, une garnison irlandaise, et le gouverneur parla même d'exiger des fonds pour construire des forts le long de la Marque. Une seconde députation se rendit à Bruxelles pour démontrer l'impossibilité d'obéir à de pareilles injonctions. Le prince la reçut à Tournai, où il s'était transporté et promit d'aller juger sur les lieux mêmes, l'état des choses. Malgré la faible distance qui le séparait de Lille, il n'y vint que l'année suivante, en 1657, et son entrée prouva que si nos artilleurs étaient braves, ils n'avaient pas toujours la prudence nécessaire à leur profession. Pour exécuter les salves d'honneur, ils mirent dans une seule pièce 21 livres de poudre; aussi, dit la chronique, par un tel excès elle avait crevé. Le prince donna quelque satisfaction aux habitants mais ne put empêcher que le trouble et l'inquiétude ne continuassent à régner dans la province sans cesse exposée aux attaques des Français, et défendue par des étrangers qu'elle redoutait peut-être encore plus.

C'est vers cette époque, que pour se créer des ressources le roi d'Espagne vendit aux magistrats le palais de Rihour, qui devint plus tard l'hôtel-de-ville. Il fut payé à l'aide d'un emprunt à 6 1/4 pour cent. Après les sommes accordées pour les besoins généraux du royaume, il ne restait pas beaucoup d'argent disponible dans la caisse municipale, mais le taux d'intérêt peu élevé montre que malgré tant de pertes, la ville de Lille jouissait déjà d'un crédit bien rare dans ces temps si troublés.

C'est aussi en 1664, vers la fin du règne de Philippe, que l'on voit dans les registres des États, une demande de 50,000 florins, pour secourir les armées chrétiennes guerroyant contre les Turcs. La province répondit que ne faisant pas partie du cercle de l'Empire, elle ne devait pas concourir à cette dépense. Cependant, en faisant appel à ses sentiments chrétiens, on obtint d'elle un subside de 25,000 florins sur lesquels, suivant l'usage, le clergé et la noblesse consentirent à payer leur quote-part qu'ils fixèrent à 2/20.

Le règne de Philippe IV s'acheva au milieu des événements qui avaient fait disparaître pour Lille et la châtellenie, les bienfaits et la prospérité du règne d'Albert et d'Isabelle. Il avait rappelé, sauf la question religieuse et les cruautés du duc d'Albe, les plus mauvais temps de Philippe II. Les chroniques locales rapportent que, fatigués de voir les moissons détruites ou recueillies tour à tour par les Français et les Espagnols, les cultivateurs laissèrent les terres en friche, et que, pendant quinze ans, certains champs de la châtellenie ne furent pas ensemencés. On ne recueillait plus que des impôts et des charges de guerre; celles-ci augmentaient à mesure que les moyens de les acquitter devenaient plus rares. Le commerce, l'industrie, l'agriculture, tout était en souffrance et on demandait à la misère, ce que la richesse elle-même aurait fourni difficilement.

Philippe IV mourut le 17 septembre 1665. Son successeur n'avait que quatre ans; Marie-Anne d'Autriche, sa mère, exerça la régence. Le comte de Bruay vint à Lille prendre possession de la gouvernance, le 23 janvier 1666, et les ordres qu'il avait reçus ne parlant pas du serment que le représentant du roi devait d'abord prêter à la ville, les magistrats le refusèrent à leur tour, et firent des remontrances qui engagèrent la cour d'Espagne à donner d'autres ordres au gouverneur. Mais au moment de procéder à la cérémonie qui avait lieu dans le conclave et ensuite en public avec grande pompe, le clergé et la noblesse élevèrent la prétention de recevoir, et de prêter serment avec les membres des États. Ceux-ci refusèrent de partager cette prérogative, et après des protestations réciproques, il fut reconnu que contrairement à ce qui se pratiquait aux États-Généraux de Bruxelles et dans presque tous les États particuliers des provinces, les États de Lille avaient seuls le droit de représenter les villes et les châtellenies qu'ils administraient, à l'exclusion des différents ordres reconnus dans les autres pays.

Le peuple prit une grande part aux réjouissances qui accompagnaient toujours cette manifestation imposante de ses droits, il espérait qu'un nouveau règne lui apporterait quelque repos. Déjà même le service des bourgeois s'était relâché; on proposa de les remplacer par des troupes soldées, mais les espérances disparurent bientôt. Dès les premiers jours de 1667, on apprit que Louis XIV réclamait la Flandre comme l'apanage de la reine, son épouse, et que, se mettant lui-même à la tête de son armée, il menaçait Lille d'un siége. Le gouverneur fit appel au patriotisme de la province, qui, quel que fut son attachement pour la maison d'Autriche, dont elle n'avait pas eu beaucoup à se louer, montra un zèle et une activité qui auraient peut-être sauvé le pays s'il avait été mieux défendu.

200,000 florins furent votés par les États, on travailla aux fortifications avec une ardeur que partagèrent les religieux eux-mêmes; d'immenses provisions de poudre furent achetées en Hollande, et l'on établit une usine à Emmerin pour en fabriquer. 1,200 soldats entretenus par des contributions volontaires, occupent les villes de la châtellenie qui fournit la moitié des fonds nécessaires, tandis que la chambre des comptes, les chanoines de Saint-Pierre et les autres corps supportent aussi leur contingent.

Le 17 mai, la ville reçut et logea vingt-six compagnies de cavalerie qui se joignirent à la garnison, composée alors de troupes cosmopolites, espagnols, anglais, italiens, wallons, gardes bourgeoises. Cependant Louis XIV, maître d'Ath, de Tournai, de Douai et de tous les pays environnants, annonçait l'intention de se porter immédiatement devant Lille, qui se trouvait ainsi privée de presque toutes ses communications. Les États et l'échevinage lui-même perdirent alors toute leur autorité qui se concentra entre les mains du chef militaire.

La châtellenie entière est bientôt au pouvoir des Français qui s'emparent d'Armentières et occupent Esquermes. Le 9 août, le duc d'Enghien est maître de Marquette et de Lambersart; Turenne s'établit à Fives, et le 10, Louis XIV en personne vient loger à Loos. Les lignes furent achevées en huit jours. On voit qu'on faisait l'honneur à notre ville, de l'attaquer dans toutes les règles et avec une armée d'élite. Les Lillois se montrèrent dignes de leurs adversaires, mais son gouverneur, le comte de Bruay, n'avait ni le talent ni la vigueur nécessaires pour les protéger. Le Magistrat, placé désormais sous ses ordres, déploya une grande activité, et fit tout ce qu'il put pour fournir les vivres et les munitions, soigner les blessés et assurer l'ordre si difficile à maintenir dans une ville assiégée. Le 18 août, l'ennemi ouvre la tranchée du côté du Becquerel et du chemin du Long-Pot, en se dirigeant vers le bastion de la Noble Tour, derrière l'hôpital Saint-Sauveur. Des sorties mal dirigées n'ont aucun résultat; sauf les Anglais, qui montrèrent de la valeur, les autres troupes, la plupart mercenaires, secondèrent mal le courage des habitants, et après quelques jours de tranchée, le comte de Bruay fit battre la chamade et obtint de sortir de la place avec armes et bagages.

Les Lillois trouverent Louis XIV très-genéreux. Ravi d'une victoire qui aurait pu lui être plus chèrement disputée, désireux de s'attirer l'affection des sujets que la guerre allait ajouter à son empire, il accueillit les demandes présentées par les États, comprenant 78 articles, qui assuraient tous les priviléges de la ville et de la province, et vainqueur, il entra dans le pays non en conquérant, mais comme dans son héritage, et s'engagea à respecter tout ce que les princes, appelés par leur naissance à régner sur la Flandre, avaient coutume de maintenir. Si les derniers moments de la domination espagnole devaient laisser peu de regrets aux habitants de Lille, les premiers de la puissance française étaient pour eux pleins d'espérance et d'avenir.

Citons les principaux articles de la capitulation qui font connaître la position indépendante conservée par la province de Lille, à travers tant de vicissitudes et de dominations diverses. Cette indépendance, dans son esprit, sinon dans sa forme, s'est transmise jusqu'à nos jours, et a survécu dans une certaine limite à l'immense centralisation qui, préparée par le règne de Louis XIV, a absorbé sous la révolution française, toutes les existences provinciales de l'ancienne monarchie. Remarquons en outre que ce traité n'est pas fait avec un chef militaire ou un représentant d'un souverain étranger, mais avec des magistrats à la tête d'une population sans défense et qui n'était protégée que par la justice de sa cause, les droits de sa nationalité et la noblesse du vainqueur.

Il était stipulé, « que le gouvernement et l'administration de la ville et de la province, par les États et le Magistrat, seraient maintenus sans que la composition et l'autorité de ces assemblées pussent être modifiées; que tous les droits et priviléges, particulièrement celui de ne pas être soumis à la confiscation, seraient conservés; que les corps et communautés de métiers resteraient sous la même juridiction, sans qu'aucun habitant, ouvrier ou gens de métier puissent être transportés dans une autre ville par autorité ou invitation secrète. » Cette dernière clause garantissait la liberté individuelle, et en même temps la prospérité industrielle du pays, qui était aussi assurée par les articles suivants: « Aucune marchandise ne pourra être chargée d'un nouveau droit d'entrée ou de sortie, celles qui viendraient des villes et plat pays, restant ou non sous l'obéissance de l'Espagne, entreront en franchise dans la ville. Les habitants de Lille, conserveront comme par le passé, la faculté de tirer 6,000 pièces de vin, du royaume de France, par la voie de terre, sans payer aucun droit. Le commerce avec l'Espagne est autorisé malgré la guerre, et les bateliers et voituriers pourront circuler librement d'un pays à l'autre, avec un passeport français. Le roi exempte du logement militaire les maisons d'une ville principalement fondée sur le négoce et le travail des artisans, peu compatibles avec la présence des soldats. Rien n'est changé au régime et à la direction des hôpitaux, églises, fondations pieuses et charitables, leurs biens meubles et immeubles sont garantis de toute atteinte, comme ceux des particuliers. Ceux mêmes qui auraient été confisqués dans le royaume ou les pays conquis seront restitués. On ne fait qu'une seule réserve en faveur des officiers d'artillerie, qui, suivant l'usage, seront dédommagés du prix des cloches et de tous les ustensiles de cuivre et de bronze trouvés dans la ville prise. Un article spécial protége l'administration et la destination des monts-de-pitié de Bartholomé Masurel et Stanislas Cobergher. »

Tout en reconnaissant que la province n'était obligée aux aydes et autres subventions du prince que dans la forme accoutumée, le roi se réserve le droit, pendant la guerre présente, afin de pourvoir à la subsistance des troupes occupant le pays, de lever des contributions extraordinaires qu'il tâchera néanmoins de proportionner aux malheurs des temps.

Il avait été demandé que la ville et la châtellenie en considération des grandes charges, frais, misères et ruines des biens aux champs soient exemptées des aydes, subsides et autres tailles et gabelles de Sa Majesté pendant le terme de six années; le roi répondit qu'il venait à proportionner les grâces demandées à la fidélité que le pays témoignerait à son service.

Enfin Louis XIV consent à jurer avant le Magistrat, l'observance des droits, stils, usages et anciens priviléges de la ville et de la province.

Le 28 août, après que le Rewart eut livré aux Français la porte des Malades et que le comte de Bruay fut sorti avec la garnison, le roi rendit aux magistrats les clefs de la ville qui lui avaient été offertes. Il fit ensuite son entrée solennelle en présence des membres des États assemblés, assista au *Te Deum* chanté dans l'église Saint-Pierre, et, devant l'image de Notre Dame-de-la-Treille, prêta le serment à l'exemple de tous les anciens souverains. Le Magistrat, à son tour, lui jura fidélité au nom de la ville.

C'est ainsi que Lille et la châtellenie passèrent sous la domination du grand roi qui ne fut assurée que plus tard par le traité d'Aix-La-Chapelle. Mais depuis cette époque, sauf les quelques années où après le siége de 1708, elle fut soumise à l'autorité des puissances alliées contre Louis XIV, Lille n'a plus cessé d'appartenir à la France et a prouvé qu'elle était digne à tous les titres de devenir et de rester Française.

LETTRE

SUR LA PEINTURE A FRESQUE

PAR M. MOTTEZ,

Membre correspondant.

SÉANCE DU 17 FÉVRIER 1865.

MESSIEURS,

Quand j'ai eu le plaisir de me trouver parmi vous j'ai cru remarquer que vous écoutiez avec intérêt ce que j'ai pu vous dire sur la peinture à fresque. Je m'autoriserai de cette bonne disposition de votre part pour vous faire quelques réflexions qui m'ont été suggerées par un article signé Ernest Breton, de la société des Antiquaires de France, paru dans l'ouvrage intitulé le *Moyen-âge et la Renaissance*, t. 5.

Vous savez que l'on a beaucoup écrit sur cette question de la peinture à fresque, que ces écrits sont d'auteurs en réputation tels que Winckelmann, Raoul Rochette, Letronne, Millin, Keratry, Hirtse ,et que ces savants, tous appuyés sur les mêmes textes de Pline et de Vitruve, en ont tiré les systèmes les plus opposés.

Une fois la question lancée sur cette route interminable, il serait outrecuidant à moi, et fort inutile du reste, de venir y ajouter mon mot si je ne croyais la pratique et l'expérience, qui n'ont pas été consultées, capables de porter la lumière dans ce débat. Aussi est-ce comme praticien, et sans aucune prétention à la science, que je demande à vous présenter mes observations.

M. Ernest Breton nous dit, en commençant son article, que de tout temps la peinture à fresque a été proclamée la plus ancienne des peintures.

Ceci est bien naturel : le jour où l'on a employé le mortier, on a dû observer que les couleurs mises pendant qu'il était frais ne pouvaient plus s'effacer.

M. Breton ajoute : Vasari disait — *Eva dagli Antichi molto usato il fresco ed I vecchii moderni auchova l'hanno poi sequitato.* — C'est une opinion respectable. Millin, dans son dictionnaire des beaux-arts, écrivait que les grandes peintures du Pœcile d'Athènes et du Lesché de Delphes, dont parle Pausanias, étaient exécutées par ce procédé. C'était, dit-il, ce que les Romains appelaient *in udo pariete pingere. Pingere in cretulà* désignait la détrempe sur fond sec.

Bien d'autres ont émis des opinions semblables. Sans doute elles prévaudraient encore si Winckelmann n'avait pas fait cette remarque, que la plupart des tableaux de Pompéï n'ont pas été peints sur de la chaux humide, mais sur un champ sec. La preuve qu'il donne de cette nouvelle opinion, c'est que des figures se sont détachées par écailles et que l'on voit distinctement le fond sur lesquelles elles portaient.

M. E. Breton ne nous dit pas s'il partage l'opinion de M. Winckelmann, mais je puis affirmer, pour l'avoir expérimenté, que des fresques attaquées par l'humidité *intérieure* se détachent par écailles et que le fond de chaux reste parfaitement net. Or, s'il est juste de reconnaître qu'à Pompéï des peintures d'ornement et même des figures faisant partie de l'ornement, ont été ajoutées après coup, comme on l'a fait de tout temps, comme on le fait encore, et que des sujets entiers peuvent aussi avoir été faits à sec, est-ce une raison pour en déduire qu'on ne peignait pas à fresque dans l'antiquité et que la plus grande partie des tableaux exécutés à Pompéï ne l'ont pas été par ce moyen.

Je trouve la preuve faible et l'argument audacieux. M. E. Breton ne partage pas tout-à-fait l'opinion de M. Raoul Rochette qui, dans un long mémoire publié dans le journal des savants, a cru pouvoir affirmer que les artistes dans l'antiquité ne peignirent jamais sur le mur et que tous leurs ouvrages étaient exécutés sur des tables de bois, se fondant sur ce passage de Pline: —*Nulla gloria nisi eorum qui tabulas pinxerunt.* — Ce qui veut dire que Pline préférait les tableaux, et cette opinion qui devait être celle de son temps prouve qu'il y avait autre chose. Cette préférence, il ne la confesse qu'après être entré dans tous les détails possibles sur la peinture murale, établissant les couleurs qui lui sont propres, citant les couleurs que l'empereur Caligula regrettait de ne pouvoir faire enlever, etc. etc... Pour nier la peinture murale, l'ouvrage de Vitruve est aussi gênant que celui de Pline. Quand il raconte que des peintures exécutées à Sparte sur un mur de briques ont été sciées, serrées dans des cadres de bois pour être portées à Rome, qu'a dû dire M. Raoul Rochette? Aussi M. E. Breton ne partage pas toute son opinion. Je m'en étonne, car immédiatement après cet aveu il n'hésite plus à penser que le nœud gordien a été tranché par M. Letronne dans les Lettres d'un Antiquaire à un artiste sur la peinture murale. La vingt-quatrième de ces lettres porte pour titre : *Des diverses manières de peindre appliquées aux parois; les anciens n'ont point pratiqué la fresque.* Avec M. E. Breton M. Hirt, dans les mémoires de l'académie de Berlin, M. Keratry dans l'encyclopédie moderne viennent se ranger sous l'étendard de M. Letronne.

M. Letronne ne dit pas comme M. Raoul Rochette, que les anciens n'ont pas peint sur mur, mais qu'ils ont employé sur les murailles les mêmes procédés dont ils se servaient pour les tableaux. Le *in udo pariete pingere* de Pline était embarrassant, mais au moyen d'un texte de Vitruve, il l'explique et il pourra signifier que sur des tons peints sur mur humide, on ajoutait, quand le mur était sec, des tons fixés par la colle, l'huile, etc. En effet Vitruve, ch. IX liv. 7, dit en parlant du cinabre : « Des personnes curieuses de conserver au cinabre sa belle couleur ont trouvé le moyen de la préserver des intempéries de l'air extérieur en employant les moyens suivants : quand le mur est entièrement peint et la couleur parfaitement sèche on étend par dessus avec une brosse une couche de cire punique fondue dans un peu d'huile : ensuite on tient un réchaud de charbons allumés très-près de la muraille et on unit la cire en frottant, etc. »

Comment a fait M. Letronne pour fonder son opinion sur la citation d'un fait donné comme une invention curieuse de quelques-uns, et où il n'est nullement question que le cinabre ait été placé sur mur humide, ce qui ne serait pas possible, mais bien qu'on l'avait laissé sécher avant de le polir? Mieux valait s'appuyer sur Pline qui apprend à fixer l'azur avec de l'œuf, l'atroment avec de l'huile; il est vrai qu'il cite ces pratiques comme exceptionnelles et généralement employées pour de mauvaises couleurs, mais admettons que cette phrase veuille dire ce que M. Letronne cherche à en tirer, pourquoi Vitruve explique-t-il comment se fait la peinture à fresque? Pourquoi vante-t-il sa durée, si elle n'était qu'un dessous, un badigeonnage; ce n'était vraiment pas la peine. Pourquoi Pline s'est-il occupé d'établir la différence entre les couleurs qui convenaient à ce genre de peinture d'avec les autres, indiquant de la façon la plus claire pourquoi celle-ci convenait aux murailles, pourquoi l'autre non, *usus in cretâ calcis impatiens*. Si la fresque n'était pas en usage, à quoi bon? et je dirai plus: Comment Pline les connaissait-il ? S'il n'avait pas vu, d'où lui venait la science? Les détails d'un métier perdu s'oublient vite, les livres n'y suffisent pas.

Quand je dus peindre à fresque le porche de Saint-Germain-l'Auxerrois, désireux d'avoir à ma disposition les meilleures couleurs, j'allai chez tous les marchands de Paris, et je dois dire que pas un seul ne connaissait quelles couleurs pouvaient être employées sur la chaux humide.

J'ai même vu un architecte haut placé qui ne connaissait pas la nature du mortier et de quelle chaux je devais me servir. Pline n'était pas sorcier ; il parle en homme qui a vu, clairement et simplement. S'il avait été l'écho d'une tradition, il en aurait dit davantage et serait moins facile à comprendre.

Ce que je ne puis m'empêcher de remarquer ici, c'est le rapprochement qu'il faut faire entre Pline et Cennico Cennini qui, lui aussi, décrit les moyens en usage aux quatorze et quinzième siècles. La fresque pour lui est la peinture par excellence, ce qui ne l'empêche pas de citer les couleurs qui s'ajoutaient à sec, les unes parce qu'elles ne résistaient pas à la chaux, les autres parce qu'elles étaient trop chères et données, comme du temps de Pline, par celui qui commandait l'ouvrage. A Assise, on conserve dans l'église inférieure une belle urne de porphyre que la reine de Chypre y envoya pleine d'outremer pour servir à la décoration du monument. Employer à fresques de tels trésors, c'eût été les risquer.

L'identité entre plusieurs passages de Pline et de Cennino est telle, que M. Letronne, pour être conséquent, aurait dû, dans une vingt-cinquième lettre, établir que ni Cimmabué, ni Giotto, ni Raphael, ni Michel-Ange n'avaient peint à fresque. Il y a assez d'écailles tombées des voûtes de la chapelle Sixtine pour que Winckelmann l'ait soutenu, et M. Raoul Rochette aurait pu dire que les peintures du Vatican étaient sur tables de bois. Car Cennino Cennini, comme Pline, a aussi un tendre pour la peinture *a tempera*, c'est, selon lui, une occupation de gentilhomme, *o proprio da gentilhuomo.* On peut la faire habiller de velours, *con velutti in dosso puoi fave cio che vuoi.*

Un praticien peu révérencieux serait trop enclin à la plaisanterie s'il continuait, Messieurs, à approfondir ces diverses opinions. Aussi je ne vous demanderai plus qu'une chose, c'est de passer en revue rapidement les textes de Pline et de Vitruve généralement invoqués.

Au livre 35, Pline nous dit qu'il a vu à Ardea, ville de la Campanie, des peintures aux voûtes des temples, plus anciennes que la fondation de Rome, aussi fraîches que si elles étaient récentes, et une Atalante et une Hélène à Lanuvium dans un temple ruiné, malgré cela sans altération, *ne ruinis quidem templi concussæ*.

L'empereur Caligula les eût enlevées si la nature de l'enduit l'eût permis. Cela pouvait-il être autre chose que de la fresque? A Assise on voyait, en 1838, une magnifique madone d'Agnolo Gaddi, peinte à fresque dans un clocher découvert et ruiné. Il était impossible de ne pas penser au passage de Pline que je viens de citer.

A l'article des couleurs, Pline distingue celles qui veulent un enduit de craie et refusent de prendre sur l'enduit humide; *cretulam amant, udoque illini recusant.* Celles-là servaient à teindre les cires propres aux peintures chauffées, genre, ajoute-t-il, étranger aux murailles, mais en usage pour les vaisseaux.

Ciræ tinguntur iisdem coloribus ad eas picturas quæ inuvuntur, alieno parietibus genere sed classibus familiari. Il dit encore : L'azur ne tient pas sur la chaux, *usus in cretâ, calcis impatiens.* Est-il possible de donner des preuves plus claires de l'existence de la fresque et de la tempera? l'une pour le mur, l'autre pour le bois.

Écoutez ce qu'il dit ensuite :

Quatre couleurs ont suffi aux anciens pour faire leurs chefs-d'œuvre. Ils n'employaient pour blanc que le *melinum;* pour jaune, l'ocre attique ; la synopis pontique pour rouge et l'atrament pour noir. Avec ce peu de ressources, Echion, Melantius, Apelles, Nicomaque, ont fait des tableaux évalués le revenu d'une ville. » Cicéron avait aussi fait cette remarque : *Similis in pictura ratio est, in quâ Zeuxim et Polignotum et Timantem et eorum qui non sunt usi plus quam quatuor coloribus formas et lineamenta laudamus.* »

Au XVI^e^ siècle, le Titien aussi disait :

Che chi desiderara esse pittori
Bisognara cognoscere tre colori
Il bianco, il negro, il rosso et havergli in man.

Qui veut être peintre doit bien connaître l'usage de trois couleurs, le blanc, le noir et le rouge. Le Titien subissait comme tous les peintres de son temps, les habitudes des maîtres Frescanti dont ils étaient les élèves, alors même que cette peinture commençait à être abandonnée. Car pour le Frescante, les quatre couleurs d'Apelles sont presque les seules dont il se sert. Et si l'on ne croit pas que cette sobriété avait une grande importance, Pline et Vitruve vous diront :

« Aujourd'hui que la pourpre couvre jusqu'à nos murailles ; que l'Inde nous fournit le limon coloré de ses fleuves, et les autres couleurs tirées du sang de ses dragons et de ses éléphants, au milieu de toutes ces matières colorantes, nous sommes pauvres, car la peinture a perdu son style ; donc nous étions plus riches quand les matières étaient moins abondantes, etc. »

Enfin Pline nous apprend que Pausanias de Sicyone, distingué dans le genre encaustique, voulut restaurer les murailles de Lespies, peintes par Polygnote ; il y échoua. On disait pour l'excuser qu'il n'avait pas travaille dans son genre.

Je le comprends, moi qui n'ai jamais rien pu trouver pour restaurer mes propres fresques.

Finissons par ce que dit Vitruve de cette peinture, qu'on ne pratiquait pas dans l'antiquité, au chap. III, liv. 7.

« Les couleurs appliquées sur le mortier, avant qu'il soit sec, se conservent toujours, parceque la chaux qui a été dans le fourneau, épuisée de son humidité et rendue rare et aride, boit avec avidité tout ce qui la touche et ainsi elle se sèche avec les couleurs. En sorte que, du mélange de l'un et de l'autre, ainsi que de diverses semences et de principes différents, il sort un composé qui conserve les qualités de ces principes; car le mortier est revêtu de la forme que la peinture lui donne, et la peinture reçoit la solidité, s'il faut ainsi dire, qui est propre au mortier. C'est pourquoi, lorsque les enduits sont faits comme il faut, les couleurs ne se gâtent point par le temps et ne peuvent s'effacer quand on les lave, à moins qu'elles n'aient été couchées sur le stuc lorsqu'il était sec....»

Comme cette discussion s'est toujours faite à coups de textes, j'ai voulu, au risque d'être bien long, vous extraire tous ceux sur lesquels les différents systèmes se sont fondés, mais pour moi, un seul fait termine le combat. Il y a dans plusieurs peintures de Pompéï la trace du calque faite avec une pointe sur l'enduit frais. On ne dessine pas sur l'enduit frais pour peindre quand il est sec, et pour peindre à sec, on ne fait pas de cartons. L'enduit sec ne peut pas recevoir ce trait en creux; la pointe la plus fine fait tomber les grains de sable et le trait n'est qu'une écorchure.

Ne saurais-je pas reconnaître ce qui est à fresque de ce qui est peint autrement, cette preuve me suffisait.

Faut-il en établir que les Grecs et les Romains ont toujours peint à fresque sur les murailles? Je dirai oui dans les beaux temps, non dans les temps de décadence; ils ont fait ce qu'on a fait en Italie : ils ont connu tous les genres de peinture.

Ils pratiquaient la cire de différentes façons. Ils retouchaient avec elle ou avec la tempera du moyen-âge, ce qui a rendu difficile l'analyse des morceaux trouvés. Pline dit que pour faire une couleur pourpre, sur une couche de bleu séchée, on étend le purpurissum avec un mélange d'œuf, et Cennini indique ce même moyen. Nous avons vu que le vermillon se fixait à la cire punique et l'atrament avec de l'huile.

Admettons donc qu'il en a été dans l'antiquité comme de nos jours. Aux époques primitives les Polignote et autres, portés vers le grand art, peignaient plus à fresque. Les tableaux ont succédé, toujours sobres et sévères, peut-être plus parfaits, plus finis. La décadence a amené les petitesses, la multiplicité des genres et des couleurs. Auguste mettait en honneur la peinture de genre sur les murailles. On a vu, comme plus tard, des artistes faire leur Parnasse des marchés aux légumes et de la halle aux poissons. Alors la fresque devait avoir plié bagages et rien n'indiquait qu'elle nous ramènerait Cimabué, Giotto, Raphael et Michel-Ange. Pline pouvait s'écrier :

« La matière a tué l'art ! la peinture est morte ! » Quand il est question d'art sérieux, nous l'entendons répéter encore chaque année ; mais ce n'est plus le cri de désespoir d'un savant, homme de goût, c'est l'indifférence présomptueuse ou la futilité de la mode qui vous jettent au visage : « Vous passionner pour ces questions, que vous importe? la fresque a fait son temps, soyez du vôtre. »

Ceci demanderait une bien autre réponse que les erreurs dans lesquelles se jettent d'illustres et honorables savants. Mais la tâche est trop difficile, trop de choses sont contenues dans cette courte phrase.

Elle est pour les indifférents une raison de passer outre ; pour de certains artistes une excuse à leur paresse ; pour les ignorants un manteau jeté sur leurs oreilles ; pour tous un mépris autorisé de ce qui s'est fait avant nous. Comment répondre à tout cela ? Irez-vous dire : si la fresque a fait son temps, c'es que vous avez trouvé mieux, voyons vos œuvres. — Irez-vous défendre les maîtres qui l'ont pratiquée ? comment vous mettre à la hauteur de la tâche? et à qui parlerez-vous? à l'ignorance qu'on ne persuade pas et qui n'a pas fait son temps.

Veuillez me croire, Messieurs, très-honoré d'être des vôtres.

V. MOTTEZ.

SOCIÉTÉ IMPÉRIALE
DES SCIENCES, DE L'AGRICULTURE ET DES ARTS
DE LILLE.

BULLETIN DES SÉANCES.

Séance du 6 janvier.

Le Président annonce à la Société la perte douloureuse qu'elle vient de faire en la personne de M. David, l'un de ses membres résidants, professeur à la faculté des sciences, décédé le 10 décembre 1864. Il dépose sur le bureau le discours suivant prononcé par lui à ses obsèques :

Messieurs,

« Je viens, au nom de la Société Impériale des Sciences, de l'Agriculture et des Arts de Lille, apporter un dernier tribut de douleur à notre bien regretté confrère, M. David, que la mort nous a enlevé si subitement. Hier encore, il était au milieu de nous tous, qui avions appris à le connaître et à l'aimer; aujourd'hui, il n'est plus, et nos cœurs affligés déplorent une aussi brusque séparation. Nous l'avons connu trop peu de temps selon nos désirs, mais assez pour nous affliger de la place vide qu'il laisse au milieu de nous.

« Adonné surtout aux sciences mathématiques, David n'a cessé de leur consacrer toute l'activité de son esprit. A peine arrivé à Lille où l'avait précédé la renommée de son brillant professorat à Douai, il sollicita et obtint la faveur d'entrer au sein de la Société des scieuces. Là, pendant trois ans, il a continué ses études favorites, et plusieurs mémoires sur des questions de mathématiques transcendantes ont pris une honorable place dans nos Annales. Pendant ce temps, nous avons pu apprécier l'aménité de son esprit et la bienveillance de son caractère. La perte de notre collègue est un deuil de famille, et tous nous en mesurons l'étendue.

» La mort frappe à coups pressés autour de nous, Messieurs, et nous avertit qu'un jour il nous faudra tout quitter, tout perdre, aussi bien la science que les honneurs et les richesses. Mais, que dis-je! la mort peut-être fait-elle tomber de nos yeux le bandeau qui nous cache les vérités éternelles; peut-être, sous son égide, est-il donné maintenant à notre collègue de contempler dans son entière splendeur la science, qu'ici bas il n'a fait qu'entrevoir. Ayons cette espérance, qui allége le poids de notre séparation; plaignons-nous sans amertume, et que Dieu reçoive dans sa miséricorde notre bon et digne confrère. »

M. H. Violette, président sortant, déclare installés dans leurs fonctions le Président et les autres officiers du bureau élus pour l'année 1865. En conséquence il quitte le fauteuil et est remplacé par M. le Comte de Melun.

M. le bibliothécaire-archiviste donne lecture du rapport suivant :

Messieurs,

« C'est pour obéir à notre règlement que je viens vous entretenir des mutations survenues dans le personnel de la Société.

» Je commencerai par les membres les plus éloignés, je veux dire les membres correspondants.

» La Société a perdu : 1° M. Davaine, ingénieur en chef des Ponts-et-Chaussées à Arras. C'était là un véritable correspondant, longtemps membre résidant. Il eut l'honneur d'être secrétaire et président de la Compagnie. Il a souvent, par des travaux très-estimés, enrichi nos annales, il a laissé ici trop d'amis pour qu'il me soit besoin de faire son éloge autrement qu'en disant que c'est là une de ces pertes que l'on ne répare pas. 2° M. le docteur Landouzy, directeur de l'Ecole de médecine, de Reims, qui avait su répandre de l'éclat sur son nom, mais dont les rapports avec la Société ont été peu fréquents.

» Là se bornent heureusement nos pertes dans cette catégorie, du moins que je sache.

» La Société a accordé le titre de correspondants à MM. Cousin, graveur à Paris; Volpicelli, professeur de physique à Rome, Barré de Saint-Venant, ingénieur en chef des Ponts-et-Chaussées, à Saint-Ouen près Vendome.

» J'arrive à la classe des résidants; ici ma tâche est plus pénible, les liens qui nous unissent nous tiennent de beaucoup plus près et ils ne peuvent se rompre sans que nous en soyons affligés. Ce sont d'abord MM. Eschenauer et Richaud, que des circonstances impérieuses ont contraints de nous quitter. Qu'ils emportent donc l'assurance de nos regrets bien sentis comme nous garderons le souvenir de leur bonne confraternité.

» Enfin la mort, cet ennemi insatiable, a enlevé MM. Bailly, Deplanck et David. La Société a vivement ressenti ces pertes et bien que nos regrets unanimes aient déjà été l'objet de témoignages publics dont notre Président et le Secrétaire de la Société ont été les organes, je ne puis m'empêcher d'en renouveler ici encore une fois l'expression profondément sentie. Les vides que je viens de vous signaler ont été remplis par les élections successives de MM. Desplanque; Kolb; Menche de Loisne; Lebreton et Reynart.

» La Société compte au 1er janvier 1865, quarante-sept membres résidants. »

M. Deletombe, membre correspondant, présent à la séance, donne lecture d'un fragment extrait d'un poème intitulé *Lydéric.*

M. Dareste rend compte des recherches faites par lui dans le but de constater la température la plus basse qui puisse servir à la formation de l'embryon ou, si on peut ainsi s'exprimer, de déterminer le zéro de l'embryogénie dans l'espèce de la poule. — De plusieurs séries d'expériences il a conclu que c'est à 30° centigrades que ce point devra être fixé : c'est seulement à 30° que le blastoderme commence à se transformer en embryon. — Mais dans ces circonstances anomales, le développement de l'embryon se fait avec une extrême lenteur, et il s'arrête complètement à un point correspondant à ce qui, dans l'incubation normale, serait l'état de l'embryon au quatrième jour de l'incubation. De plus l'embryon présente très-fréquemment un développement monstrueux. M. Dareste se propose de revenir sur ce sujet dans des études ultérieures.

M. Lamy fait deux communications différentes à la Société.

La première a pour objet la fabrication du cristal de thallium. M. Lamy a constaté que le thallium peut remplacer, soit le potassium, soit le plomb dans les différentes variétés de cristal, et produire des composés incolores ou peu colorés jouissant d'un pouvoir réfringent et dispersif, supérieur à celui qui caractérise les composés correspondants de ces deux métaux. M. Lamy n'a encore opéré que dans le laboratoire. Avant de tenter des essais plus complets et plus concluants dans les fours de l'industrie, il tient à prendre date pour ses recherches, qui sont difficiles et longues, mais qui peuvent conduire à des résultats intéressants pour les arts ou les sciences.

La seconde communication de M. Lamy a pour objet les *phosphates de thallium.*

Dans un mémoire inséré dans le t. IX (2e série, 1862) des Annales de la Société, l'auteur avait dit que le thallium formait avec l'acide phosphorique un phosphate soluble. M. Crookes ayant contesté l'exactitude de ce résultat, M. Lamy a dû revoir ses anciennes expériences, et les recherches nouvelles qu'il a faites lui ont prouvé non-seulement que le thallium forme un phosphate soluble, mais qu'il en forme plusieurs, et que les phosphates de thallium sont tout-à fait analogues aux composés correspondants des métaux alcalins. Ainsi, M. Lamy a obtenu et étudié

1° un phosphate neutre très-soluble, PhO^5, $2TlO$, $HO+HO$,

2° un phosphate acide très-soluble, PhO^5, TlO, $2HO+HO$,

3° un phosphate basique peu soluble, PhO^5, $3TlO$,

4° un phosphate soluble, PhO^5, $2\,TlO$,

5° enfin un métaphosphate égale soluble, PhO^5, TlO.

M. le Président annonce qu'il a à présenter à la Société au nom du Bureau, d'accord avec la Commission du legs Wicar, une proposition importante.— Il présente un exposé de la situation qu'a fait à la Société l'usufruit de la collection Wicar, à elle réservé par l'acte de donation fait à la ville en 1834. Ce partage de la propriété du musée entre la ville nu-propriétaire et la société en possession de l'usufruit représenté par le droit exclusif d'administrer, a été pour la Société une source incessante d'embarras en donnant lieu à des tiraillements continuels entre elle et l'administration municipale. Après avoir exposé les différentes raisons qui ont déterminé le Bureau et la Commission du legs Wicar, M. le Président propose en leur nom collectif d'abandonner à la Ville la propriété complète de la collection Wicar, soit sous forme de donation, soit sous forme de vente.

Après une discussion prolongée, pendant laquelle la question est envisagée sur toutes ses faces, à laquelle prennent part MM. Alfred Houzé de l'Aulnoit, Meunier, Testelin, H. Violette, Aimé Houzé de l'Aulnoit, Mathias, De Coussemaker, Lemaître; la Société va successivement aux voix, d'abord sur la proposition de cession à la ville, et ensuite sur le choix à faire entre les divers modes de cession.

Elle arrête :

1° Qu'il y a lieu de céder à la ville la toute propriété de la collection Wicar en renonçant en sa faveur à l'usufruit que la Société s'était réservé par l'acte de donation de 1834.

2° Que cette cession se fera sous forme de donation à titre gracieux, sous cette seule condition que, pour respecter les intentions du donateur, la majorité de la nouvelle Commission administrative sera toujours composée de membres pris dans le sein de la Société, et que, dans le local affecté au Musée Wicar, une inscription constatera que ce Musée est un don fait à la ville par la Société Impériale. Cette mention devra être également portée sur les catalogues des Musées de Lille.

Séance du 3 février.

M. le Président donne lecture d'une lettre de M. le Maire de Lille, annonçant que, dans sa séance du 24 janvier 1865, le conseil municipal a décidé qu'il y avait lieu d'accepter la donation faite par la Société Impériale, aux conditions mentionnées plus haut. Ce magistrat transmet également un vote de remercîment émis par le conseil.

M. De Norguet lit de l'introduction d'un *Catalogue des oiseaux du nord de la France*, qu'il a rédigé et qu'il dépose sur le bureau.

M. Lebreton rend compte des diverses publications renvoyées à son examen.

Séance du 17 février.

M. Girardin communique un premier fragment d'un travail intitulé *Des sciences physiques et des arts industriels et économiques dans l'antiquité*.

M. Aimé Houzé donne lecture au nom de M. Mottez, membre correspondant, d'un travail sur *la peinture à fresque dans l'antiquité*.

M. DARESTE lit un rapport sur la question de l'origine des sexes chez les animaux domestiques, qu'il a rédigé à la demande du Comice agricole de Lille. Ce rapport est consacré à l'examen de la théorie que M. Thery, professeur à l'académie de Genève, a récemment émise sur cette question. M. Dareste conclut que cette théorie est en rapport avec un certain nombre de faits ; mais qu'elle ne pourra être admise dans la science que lorsque la physiologie aura complètement résolu plusieurs questions importantes relatives à la génération. Les expériences que M. Thery a faites pour vérifier sa doctrine, ont d'ailleurs un très-grand intérêt, quelle que soit l'application qu'on leur donne. M. Dareste conclut en demandant que ces expériences soient répétées par les éleveurs.

Séance du 3 mars.

M. ROUSSEL-DEFONTAINE (Charles), né à Tourcoing le 20 février 1821, est, après scrutin, proclamé membre titulaire de la Société.

M. CHAPPE (Léopold), professeur au Lycée de Versailles, né à Etain (Meuse) le 1er mars 1813, est agréé comme membre correspondant de la Société.

M. COLAS invite ses confrères à venir visiter dans son atelier un tableau qu'il vient de terminer, et qui doit sous peu de jours être envoyé à l'exposition annuelle de Paris.

M. GUIRAUDET donne lecture, au nom de M. Hinstin, membre correspondant, de la 1re partie d'un travail littéraire ayant pour titre *Athènes et les Athéniens.*

Séance du 17 mars.

M. GOSSELET, professeur à la faculté des sciences de Lille, né à Cambrai le 19 avril 1832, est élu membre titulaire de la Société.

M. Roucher, pharmacien en chef à l'hôpital militaire du Gros-Caillou à Paris, est agréé comme membre correspondant.

D'après une proposition faite par le Bureau à propos de l'établissement du budget, et sur le rapport d'une commission, la Société adopte après discussion les résolutions suivantes :

1° Il est fondé un prix annuel qui portera la dénomination de prix Wicar. — Ce prix, dans l'état actuel des ressources de la Société, sera de 1,000 francs.

2° Le prix Wicar sera attribué successivement et par année aux diverses branches d'études, lesquelles seront à cet effet, partagées en trois sections, comme suit :

Section de la Littérature et des Beaux-Arts : Littérature, poésie, architecture, peinture, sculpture, etc.

Section des Sciences : Physique, chimie, mécanique, médecine, etc ; sciences industrielles.

Section des Sciences historiques, morales et économiques.

3° Un prix ne pourra ni être réduit ni partagé ; il ne sera pas attribué de mentions honorables.

Dans le cas où le prix attribué à une section ne serait pas décerné la première année, le concours restera ouvert pour les années suivantes, jusqu'à ce que le prix soit décerné ou jusqu'à ce que le roulement triennal ramène le prix dans la même section. Dans ce dernier cas, la Société aura à ouvrir de nouveau dans cette même section un concours pour lequel la somme affectée au prix nouveau sera ajoutée à celle du prix resté sans emploi : il pourra alors être proposé deux prix ou un seul de valeur double.

4° Un programme détaillé sera rédigé le plus tôt possible en vue des prochains concours à ouvrir.

M. Lamy lit le résumé d'un Mémoire sur *les phosphates et arséniates de thallium*. Des recherches auxquelles l'auteur s'est livré, il résulte que l'oxyde de thallium peut former avec l'acide phosphorique plusieurs phosphates et arseniates, la plupart très-solubles, et pour le moins aussi variés dans leur composition et leurs propriétés que les sels correspondants des métaux alcalins.

M. Lamy termine son mémoire par des considérations générales ayant pour but de prouver que le thallium doit être maintenu, au rang qu'il lui a primitivement assigné dans sa classification.

M. Kuhlmann présente à la Société une suite de ses recherches sur la force cristallogénique.

Il s'est assuré qu'au nombre des conditions qui mofient ses cristallisations anormales il faut ajouter la température à laquelle ces cristallisations ont lieu. A des températures de 6° à 8° au-dessous de 0, il a obtenu des tableaux cristallins entièrement différents de ceux obtenus avec les mêmes matières salines, lorsqu'elles cristallisent à la température ordinaire. Il signale encore cette particularité que des cristaux de neige tombés sur des feuilles de verre, couvertes de dissolution de sulfate de zinc épaissies par de la gomme, se sont transformés en cristaux de sulfate de zinc par pseudomorphose, en opérant à une température de 6° à 8°; l'élévation subséquente de la température n'a pas modifié ces cristaux pseudomorphiques.

M. Kuhlmann a observé encore que dans un grand nombre de cristallisations, surtout celles des sels hydratés, il y a une augmentation de volume, qu'au moment de la cristallisation de dissolutions de sulfate de soude, de sulfate de zinc, cette augmentation de volume est telle que si ces cristallisations se produisent dans des flacons de verre entièrement pleins et bien bouchés, les flacons se brisent.

L'auteur rattache à cette propriété l'explication de la désagrégation des roches et de l'altération des matériaux de construction dans les contrées où l'intervention de la gelée n'a pas lieu.

M. Kuhlmann termine sa communication en faisant connaître un mode de formation de divers corps cristallisés, obtenus par l'action lente de corps susceptibles de se décomposer réciproquement par leur contact. Il place l'un de ces corps à l'état de gros cristaux dans une dissolution de l'autre corps susceptible d'amener la décomposition. C'est ainsi qu'en plaçant dans une dissolution de sulfate de cuivre un cristal de carbonate de soude ou dans une dissolution de nitrate de cobalt un cristal du même carbonate, au bout de quelques jours de réaction, le cristal de carbonate de soude disparaît et il se trouve remplacé par une enveloppe de carbonate de cuivre ou de carbonate de cobalt amorphes. Ce moule est tapissé à l'intérieur de magnifiques cristaux de carbonate de cuivre vert et bleu et de carbonate de cobalt. M. Kuhlmann présente à la Société d'autres combinaisons très-variables obtenues par la même méthode, des silicates, des arseniates, des sulfures, etc. Il y a dans cette formation une grande analogie avec la formation de certains géodes dans la nature.

M. Dareste communique la suite de ses recherches sur le développement anormal de l'embryon pendant l'incubation. Il avait reconnu que l'on peut produire à volonté une déformation elliptique de l'aire vasculaire, l'embryon occupant à peu près un des foyers de l'ellipse. De nouvelles expériences sur ce sujet lui ont appris que cette déformation de l'aire vasculaire est toujours précédée par une déformation elliptique du blastoderme lui-même.

Il a également constaté que l'on peut faire développer l'aire vasculaire tantôt à droite et tantôt à gauche de l'embryon, tantôt au-dessus de la région céphalique et tantôt au-dessus de la région caudale. La possibilité d'une pareille modification de l'aire vasculaire se lie à l'existence d'une certaine orientation de l'embryon dans l'œuf, au moment où il commence à se former. En plaçant l'œuf dans une certaine position relativement à la source de chaleur, on détermine le développement de l'aire vasculaire principalement dans la région qui sépare l'embryon du point d'échauffement de l'œuf. Ces quatre déformations de l'aire vasculaire peuvent passer de l'une à l'autre par une infinité de positions intermédiaires.

Séance du 7 avril.

M. le Ministre de l'Instruction publique annonce que sur le rapport du comité des Sociétés savantes, il a décerné :

1° Une *médaille d'or* à M. Dareste, membre titulaire de la Société, pour ses travaux sur la reproduction artificielle des monstruosités ;

3° Une *médaille d'argent* à M. Gosselet, membre titulaire de la Société, pour ses travaux sur la géologie du Cambrésis.

M. le Président fait savoir que les membres de la Société ayant été convoqués plusieurs fois depuis la dernière séance, afin d'arrêter les programmes pour le concours Wicar, trois commissions ont été chargées de rédiger les différents sujets choisis dans les différentes sections. — Après discussion, la Société adopte successivement les questions destinées aux programmes des concours à ouvrir dans les trois sections pour les années 1865, 1866, 1867.

Le sujet choisi dans la section de la littérature et des beaux-arts est un sujet d'architecture. On avait tenu à donner dans le concours qui porte le nom de Wicar la priorité aux beaux-arts : il était impossible soit à cause du peu de temps disponible d'ici à la fin de l'année, soit par suite de difficultés matérielles, d'ouvrir un concours de sculpture ou de peinture, on était donc réduit forcément à un concours d'architecture.

Le programme des questions destinées aux concours et des dispositions générales qui s'y rapportent est arrêté dans tous ses détails[1].

Sur la proposition de l'un de ses membres honoraires, M. Vallon, Préfet du Nord, la Société arrête que le 1er prix de littérature et de poésie, dans ses concours annuels, sera récompensé par la remise d'une œuvre d'art qui tiendra lieu de médaille d'or. Cette disposition sera appliquée dès l'année courante.

1. Voir ce programme à la fin du volume.

M. COLAS donne lecture d'un rapport de Commission au sujet des envois faits par les élèves pensionnaires du legs Wicar à Rome. Sur la demande de l'administration municipale, ce rapport sera envoyé à M. le Maire de Lille à titre de renseignement.

La Société adopte certaines dispositions à prendre en vue d'un concours à ouvrir pour deux places vacantes d'élèves pensionnaires à Rome.

Séance du 28 avril.

M. BENVIGNAT présente à la Société un tableau offert par M. Français, peintre, pour la collection Wicar. Des remercîments seront adressés à M. Français. Quant au tableau il sera remis à M. le Maire de Lille pour être déposé dans le Musée Wicar, conformément aux intentions du donateur.

M. le docteur CHRESTIEN lit, au nom d'une commission, un rapport sur une Note inséré au Bulletin de la Société de Mulhouse par M. Dolfus, et sur une proposition faite à ce sujet dans une précédente séance. Ce rapport conclut à ce qu'il soit donné à la Note de M. Dolfus la plus grande publicité dont la Société puisse disposer, dans l'espoir d'attirer sur le bien réalisé à Mulhouse l'attention des industriels du Nord et de les engager à suivre un si bel exemple.

Les conclusions du rapport sont adoptées et voici en conséquence la Note insérée par M. Dolfus au 4e vol. du Bulletin de la Société de Mulhouse (octobre 1864), *sur la mortalité des enfants.*

« Messieurs, dans le courant de l'année dernière, je vous ai entretenus de la nécessité de remédier dans notre ville à la grande mortalité des enfants en bas-âge, mortalité vraiment effrayante dans la première année de la naissance, et dont la principale cause, pour notre population ouvrière, est le travail des femmes dans les ateliers et le besoin de retourner à ce travail immédiatement après les couches.

» Je vous ai dit combien la mortalité des enfants était, à Mulhouse, plus considérable que dans d'autres grands centres industriels, où elle n'atteint en moyenne pour les enfants au-dessous d'un an, que 20 à 22 %: elle n'a pas toujours atteint ce chiffre à Roubaix, et elle n'est que de 22 % à Manchester, dont le climat est réputé beaucoup moins salubre que le nôtre. A Mulhouse elle dépasse toujours 30 %; elle était de 33 % l'année dernière.

» Dans les deux rapports que je vous ai déjà soumis, je vous ai fait connaître que ma maison avait, depuis le 1er novembre 1862, continué à payer aux femmes en couches leur salaire pendant six semaines, pour leur permettre de rester chez elles, et de donner à leurs enfants tous les soins nécessaires. Je puis aujourd'hui vous indiquer d'une manière plus complète les excellents résultats obtenus.

» Sur une population de 1150 femmes employées dans ma maison, il y a eu du 1er novembre 1862 au 1er novembre 1863, 108 naissances dont 6 mort-nés ; sur les 102 enfants restants il n'en est mort que 25 dans la première année de leur naissance ; donc un peu moins de 25 sur 100, et avant nous arrivions à une moyenne de 36 à 38 ! Les secours donnés ont donc diminué la mortalité de 13 % et ont conservé la vie à 13 enfants sur les 102 qui sont nés. N'est-ce pas là un magnifique résultat, et ne doit-il pas nous faire désirer de chercher à développer sur la plus grande échelle possible ce qui déjà a été fait ?

» Les résultats pour la seconde année seront les mêmes. Sur 91 enfants nés du 1er novembre 1863 jusqu'à ce jour, il n'en est mort que 20 ; et comme la mortalité dans les six derniers mois de la première année est insignifiante, nous ne devons pas dépasser le chiffre obtenu de 1862 à 1863.

» Ce que nous avons fait a eu l'avantage d'être obtenu avec bien peu de frais. Pour la paie allouée aux femmes en couches et pour les soins donnés par un médecin et une sage-femme, il n'a été dépensé qu'une somme de 8 000 fr. pour toute l'année, soit environ 7 fr. par chacune des 1150 femmes travaillant dans nos ateliers.

» J'ai pensé que si la moitié de cette somme était payée par le fabricant et l'autre par chaque femme de 18 à 45 ans, travaillant dans l'établissement, il n'y aurait plus qu'une dépense bien minime à faire pour sauver la vie à plus de 12 enfants sur 100. Il suffirait donc à chaque ouvrière de verser 15 centimes par quinzaine et de demander la même somme au fabricant ; cela ne ferait qu'une dépense de 390 fr. pour celui qui emploierait 100 femmes. Il me parait équitable de faire contribuer les femmes par moitié et cela d'autant plus que la dépense serait insignifiante pour chacune d'elles.

» J'ai donc proposé à ceux de nos fabricants qui emploient le plus grand nombre d'ouvrières de s'associer à ma maison pour faire en commun ce qui a eu un si favorable résultat, et en opérant comme je viens de l'indiquer. Je suis heureux de pouvoir vous dire que beaucoup de maisons ont déjà répondu à mon appel et que dans peu de jours cette association pourra être définitivement constituée.

» Espérons que, lorsqu'on connaîtra mieux encore le grand bienfait qui en résultera pour l'humanité, aucun ne voudra rester en-dehors d'une œuvre qui, dans la seule commune de Mulhouse, où les naissances d'enfants d'ouvriers atteignent aujourd'hui un chiffre qui dépasse 1400, permettrait de diminuer bien certainement la mortalité de 100 à 150 enfants chaque année. »

M. Girardin transmet une communication de M. F. Kulhmann fils, relative aux doubles décompositions qui peuvent se produire sous l'influence de la volatilité des composés résultants.

M. Deletombe, membre correspondant, présent à la séance, donne lecture d'une première partie d'un poème intitulé *l'Ecole primaire*.

M. Le Breton rend compte d'un numéro de la Revue des Sociétés savantes renvoyé à son examen.

M. Delerue donne lecture d'un rapport sur deux volumes de poésie envoyés par M. Millien, lauréat du dernier concours.

Séance du 5 mai.

M. Hiver, d'Avesnes, envoie divers renseignements au sujet de dessins faisant partie du Musée Wicar. Des remerciments seront adressés à M. Hiver, et sa lettre sera envoyée à l'administration municipale, pour être transmise à la Commission administrative du Musée Wicar.

M. De Coussemaker expose à la société les résultats principaux contenus dans la 1re partie d'un ouvrage actuellement en voie de publication et intitulé : *L'Art harmonique au XIIe et XIIIe siècles.*

M. Ch. Violette expose les conclusions d'un mémoire sur le phénomène de la cristallisation subite des dissolutions sursaturées de sulfate de soude et de différends autres sels.

M. Kulhmann communique à la Société de nouveaux faits relatifs aux études qu'il poursuit sur les phénomènes qui dépendent de l'action de la force qu'il a appelée *force cristallogénique.*

Séance du 19 mai.

M. Guiraudet donne lecture au nom de M. Hinstin, membre correspondant, de la deuxième partie d'un travail intitulé : *Athènes et les Athéniens.*

M. Guiraudet dépose sur le bureau la 1re partie d'un mémoire de M. Painvin, membre correspondant, sur *les surfaces polaires d'un plan.* — Il expose en quelques mots le but de ce mémoire.

M. Leuridan donne lecture de la 1re partie d'un travail historique sur la ville et les seigneurs de Lannoy.

Séance du 2 juin.

M. Van Hende, au nom du Bureau et des Commissions réunies des divers musées, donne lecture d'un rapport sur la proposition faite dans la dernière séance, d'abandonner à la Ville en toute propriété, tous les objets appartenant à la Société et déposés aujourd'hui dans les divers Musées : ce rapport conclut à ce la proposition soit adoptée.

Il est pris, après délibération, une décision conforme à ces conclusions : avis en sera donné à M. le Maire de Lille.

M. GIRARDIN donne lecture de la suite de son travail sur les *Arts industriels chez les anciens.*

M. DE COUSSEMAKER termine l'exposition du but qu'il s'est proposé et des résultats qu'il a obtenus dans l'ouvrage qu'il publie actuellement. Les deux communications se trouvent résumées dans la note suivante.

« Depuis quelques années, il s'est produit un mouvement considérable dans les études historiques sur la musique. L'archéologie musicale a fixé l'attention des érudits et des corps savants. On a compris que l'art des sons, par la puissance de ses effets, mérite dans l'histoire générale une place au moins égale à celle qu'on y a accordée aux arts plastiques.

» Bien que l'archéologie musicale ne soit pas une science nouvelle, témoins les travaux sur la musique grecque, témoins les savants ouvrages sur le plain-chant du moyen-âge, publiés depuis le XVI^{e} siècle jusqu'à nos jours, néanmoins, on peut le dire, le développement qu'ont pris ces études lui a donné un caractère et une importance qu'elle n'avait pas auparavant.

» L'archéologie musicale comprend, selon nous, deux branches distinctes : l'une relative au plain-chant, l'autre à la musique proprement dite.

» L'idée de retrouver le chant de saint Grégoire et de le rétablir sur ses bases prtmitives a donné lieu à des recherches sérieuses et profondes qui devaient mener à des résultats, sinon absolus, du moins satisfaisants. Malheureusement, l'esprit de système s'est emparé de la question et l'a détournée de la véritable voie qui pouvait la conduire à la solution désirée [1]. Ce mouvement incomplet, ces études inachevées ont fait croire à quelques esprits superficiels que les efforts tentés s'exerçaient sur un terrain stérile, que l'art musical n'avait pas de principes fixes, qu'il manquait de bases solides pour constituer une science : c'est là une grave erreur.

» Lorsque la question sera replacée sur son véritable terrain, qu'elle aura repris son essor réellement scientifique, on verra qu'aujourd'hui, comme aux époques les plus brillantes du christianisme, le plain-chant est digne d'occuper l'attention des hommes sérieux; que la solution des graves questions qui s'agitent sur cette matière intéresse au plus haut point l'art catholique.

» Mais, comme nous venons de le dire, l'étude historique du plain-chant n'est qu'une des branches de l'archéologie musicale. Il en est une autre tout à fait distincte, la branche relative à la musique proprement dite. Celle-ci n'est ni moins intéressante, ni moins importante que l'autre à un point de vue différent de l'art. En effet, s'il y a un intérêt immense à connaître et à faire revivre dans nos cathédrales et dans nos églises paroissiales les chants primitifs de saint Grégoire, une importance incontestable se rattache aux questions d'origine, de constitution et de développement de la musique moderne, et notamment de l'harmonie qui en est la base et qui en a fait à la fois une science et un art. C'est cette branche de l'archéologie qui forme l'objet principal de nos recherches.

» Si quelques questions concernant la musique des Grecs n'ont pu sortir entièrement du domaine de la controverse, c'est qu'on ne possède pas de monuments qui datent de l'époque où l'art était le plus florissant. Il est évident que si des ouvrages pratiques, si des compositions de ces temps reculés nous étaient parvenus, on y trouverait des éléments certains d'appréciation, et l'on ne verrait pas se perpétuer des discussions où sont soutenues les thèses les plus

1. Des restrictions sont ici nécessaires; on ne saurait nier la valeur de quelques travaux exceptionnels. Il ne faut donc pas prendre nos assertions dans un sens trop absolu.

opposées, sans que les questions traitées puissent recevoir une solution décisive, faute de preuves à l'abri de toute contestation.

» Il en a été longtemps de même à l'égard des origines de la musique moderne : les documents et les monuments, bien qu'ils existassent, étaient enfouis dans la poussière des bibliothèques; mais les choses ont changé. Vers la fin du siècle dernier, le prince-abbé Gerbert a publié une collection d'écrivains qui a ouvert une ère nouvelle à l'histoire de l'art, en mettant les érudits à même de l'étudier dans ses sources originales[1]. Il faut le dire néanmoins, outre que cette collection ne renferme qu'une faible partie des documents relatifs à la musique des XII^e^ et XIII^e^ siècles, elle laisse subsister une lacune très-importante. Les « monuments, » c'est-à-dire les compositions musicales, n'y ont aucune place; le docte abbé de Saint-Blaise semble même en avoir ignoré l'existence.

» C'est à peine si l'on trouve dans Hawskins, Burney, Forkel et Kiesewetter, dont les investigations ont été pourtant si patientes et si laborieuses, quelques fragments de mélodies sans valeur.

» Ce fut en 1827, qu'eut lieu la première découverte de « rondeaux » à trois parties d'Adam de la Hale. M. Fétis, à qui en revient l'honneur, a publié une de ces compositions en notation originale, avec traduction en notation moderne[2]; mais sa traduction est totalement fautive. M. Fétis traduit ce rondeau en mesure binaire, tandis qu'il appartient à la mesure ternaire. Ces compositions et quelques autres, trouvées depuis, dont les unes sont incomplètes et les autres inexactement transcrites, sont loin d'être suffisantes pour donner une idée véritable de l'art harmonique aux XII^e^ et XIII^e^ siècles.

» Une nouvelle découverte est venue combler cette lacune. Un manuscrit de la bibliothèque de la Faculté de médecine de Montpellier, renfermant trois cent quarante compositions à deux, trois

1. « SCRIPTORES ecclesiastici de musica sacra potissimum, » etc., 3 vol. in-4°, 1784.
2. « Revue musicale, » t. 1, p. 3.

et quatre parties[1], toutes inédites, est destiné à jeter une vive lumière sur l'histoire de la musique harmonique dans les premiers temps de ses développements.

» Ce manuscrit contient en effet des œuvres des divers genres de compositions en usage au XII^e et XIII^e siècles, et connues sous le nom de déchant, triple, quadruple, organum, motet, rondeau, conduit, etc. On n'avait que des idées plus ou moins vagues sur ces genres de compositions.

» On y trouve en outre des pièces en « style imitatif » et des morceaux entiers en « contrepoint double, » dont jusqu'ici les historiens de la musique ne faisaient pas remonter l'existence plus haut que le XV^e siècle.

» C'est dans l'examen de ces œuvres qu'on peut apprécier l'art d'écrire l'harmonie dans ce temps, la manière d'agencer les parties entre elles, leur mélodie, leur rhythme, etc.

» Le manuscrit de Montpellier, dont on ne saurait proclamer assez haut l'importance, non-seulement pour l'archéologie musicale, mais aussi pour la littérature du moyen-âge, puisqu'il renferme plus de cinq cents pièces de poésies latines et françaises [1], offre pourtant une lacune regrettable. Les trois cent quarante pièces harmoniques sont toutes anonymes; aucune ne porte le moindre indice d'auteur. Heureusement certains documents, et notamment les traités de Jérôme de Moravie, de Walter Odington, de Robert de Handlo, de Jean Hamboys et de divers anonymes de Saint-Dié et du British Museum, sont venus à notre secours pour déterminer les auteurs d'un certain nombre de ces compositions.

» Notre travail, nous ne craignons pas de le proclamer, est un ouvrage de première main; il ne doit rien qu'aux sources originales.

» Nous l'avons divisé en trois parties: I. *Musique harmonique.* — II. *Musiciens harmonistes.* — III. *Monuments.*

1. Cette différence dans le nombre des pièces harmoniques et celui des poésies provient de ce qu'à chacune des pièces harmoniques correspondent des textes multiples.

» Afin qu'on puisse facilement faire la comparaison des résultats auxquels nous ont conduit nos recherches, avec ce que l'on connaissait jusqu'ici de l'état de l'art harmonique, nous donnons, dans les *prolégomènes*, d'abord la description du manuscrit de Montpellier, puis un aperçu des plus anciennes compositions harmoniques et des plus anciens documents sur la musique harmonique.

» La *première partie* contient un exposé succinct de l'origine, de la constitution et des premiers développements de la musique harmonique. Nous y passons en revue tous les genres de compositions; nous en examinons la contexture mélodique, harmonique, tonale, rhythmique; nous y démontrons l'existence de l'imitation, du canon, et du contrepoint double; nous y révélons une foule de faits restés inconnus, et dont l'ignorance laissait régner l'obscurité sur plusieurs points historiques fort importants.

» La *seconde partie* est consacrée aux artistes compositeurs. Nous les divisons en trois classes : Les déchanteurs, les didacticiens et les trouvères. Les recherches auxquelles nous nous sommes livrés nous ont en effet mis à même de constater que, parmi les compositions, toutes anonymes, du manuscrit de Montpellier, il en est qui ont pour auteurs, les unes des déchanteurs, d'autres quelques-uns des plus célèbres didacticiens de l'époque, d'autres encore des trouvères. C'est là un fait historique d'une importance capitale.

»M. Fétis a prononcé le nom de déchanteurs [1]; selon lui, le talent de ces artistes aurait consisté à harmoniser, c'est-à-dire à mettre en parties harmoniques les mélodies des trouvères. Mais il ne cite à l'appui de cette assertion aucune preuve; il ne produit aucune composition de ce genre, ni aucun nom d'auteur. Suivant nous au

1. Fétis, *Biographie universelle des Musiciens*, 1re édit., t. I; *Résumé philosophique de l'histoire de la musique*, p. 189.

contraire, les déchanteurs n'en étaient pas réduits au rôle secondaire que M. Fétis leur assigne. Ils étaient à la fois compositeurs, chanteurs et organistes. C'est parmi les déchanteurs que se recrutaient les maîtres de chapelle des cathédrales et des autres églises. Le chapitre II de la deuxième partie de notre ouvrage comprend une série de déchanteurs et de maîtres de chapelle restés inconnus ; la mention seule de leurs noms, avec les fonctions qu'ils remplissaient, est de nature à exciter les plus vif intérêt sous le rapport historique. Mais nous faisons plus, nous publions de leurs œuvres.

»Dès le XII[e] siècle, toutes les contrées de l'Europe avaient des déchanteurs habiles. En France, en Angleterre, en Espagne, en Italie, en Belgique et en Allemagne, la musique harmonique était cultivée avec enthousiasme.

» Les didacticiens étaient rangés parmi les compositeurs, mais on ne connaissait d'eux que les courts fragments mélodiques donnés comme exemples des règles qu'ils posent dans leurs ouvrages théoriques ; les pièces entières étaient inconnues. Le manuscrit de Montpellier révèle l'existence d'un certain nombre de leurs compositions. Grâce à une aussi précieuse découverte, on peut aujourd'hui apprécier le mérite de ces maîtres, considérés comme compositeurs.

» Quant aux trouvères, on admettait généralement qu'ils étaient mélodistes, c'est-à-dire inventeurs de mélodies, notamment de celles qui accompagnent leurs poésies ; mais on ne les regardait pas comme harmonistes, c'est-à-dire comme auteurs de compositions à plusieurs parties ; cette qualité leur était même refusée [1]. Nous établissons que les trouvères étaient véritablement harmonistes, et que quelques-uns n'étaient pas inférieurs, dans l'art d'écrire, aux déchanteurs et aux didacticiens de l'époque.

» La *troisième partie* comprend une série de cinquante-et-une compositions à deux, trois et quatres parties, reproduites en nota-

1. Fetis. *Ibid.*, p. 189, 192 et 193.

tion originale d'après le manuscrit de Montpellier, et accompagnées de leur traduction en notation moderne. Ne pouvant éditer en entier le manuscrit de Montpellier, nous avons fait choix des pièces qui nous ont paru les plus propres à fairè apprécier l'état de l'art à cette époque. C'est la première fois, nous osons l'affirmer, que paraît une collection de cette importance.

» En reproduisant la notation originale, pour laquelle nous avons fait graver et fondre des caractères tout exprès, nous avons voulu mettre chacun à même de vérifier l'exactitude de nos interprétations, faites d'après les règles posées par les auteurs du temps.

» En résumé l'*Art harmonique au XII*e *et XIII*e *siècles* embrasse : 1° l'examen de tous les genres de compositions harmoniques en usage aux XIIe et XIIIe siècles ; 2° l'appréciation de la part de mérite qui revient aux divers initiateurs de cet art, alors tout à fait nouveau. Grâce au manuscrit de Montpellier, grâce aux importants documents publiés dans le « *Scriptorum de musica medii ævi nova series*, » qui viennent jeter un jour tout nouveau sur une période de l'histoire musicale, restée obscure, nous sommes à même de présenter un travail complet sur l'origine et les premiers développements de l'harmonie, qui est devenue, entre les mains des hommes de génie de ces derniers siècles un ART et une SCIENCE à la fois.

» Notre ouvrage s'adresse non-seulement aux amateurs de l'histoire musicale, mais aussi à ceux qui s'occupent de la littérature des trouvères, de l'étude de la langue et des mœurs de cette époque. Ils y trouveront un certain nombre de poésies vraiment dignes de leur attention. C'est dans cette vue surtout que nous reproduisons à part le texte des compositions harmoniques de la troisième partie, et que nous donnons la table du manuscrit de Montpellier. »

M. DARESTE communique des observations récemment faites par lui, sur le développement des viscères et particulièrement du cœur dans la première période de l'incubation : il y trouve l'explication de l'inversion des viscères chez certains êtres monstrueux.

Séance du 16 juin.

M. Corenwinder donne lecture d'un mémoire contenant des recherches sur une espèce de fucus qui croît abondamment à la surface de la mer tropicale et que les marins appellent pour cette raison « raisin du tropique » (Fucus ou sargassum natans, sargassum bacciferum).

M. Ch. Viollette donne communication d'un mémoire dans lequel il expose une méthode pratique pour les dosages de sucre par l'emploi des liqueurs titrées.

M. Guiraudet donne communication, au nom de M. Painvin, membre correspondant, de la deuxième partie d'un mémoire de géométrie sur *les surfaces polaires d'un plan.* — Il expose les résultats contenus dans ce mémoire.

M. Girardin continue la lecture de son travail sur *les arts industriels chez les anciens.*

M. Dareste communique de nouvelles observations sur l'embryogénie.

Séance du 7 juillet.

M. Gosselet analyse un travail qu'il vient de publier sur les dislocations éprouvées par les terrains primaires en Belgique.

M. Girardin continue la lecture de son travail sur *les arts industriels chez les anciens.*

M. Delerue rend compte de divers ouvrages renvoyés à son examen.

M. Guiraudet rend compte de deux mémoires insérés dans les mémoires de l'Académie Impériale de Metz, relatifs à l'histoire de la poudre et des fusées de guerre.

Séance du 21 juillet.

Monsieur de Melun donne lecture d'un fragment nouveau de son *Histoire des États de Lille.*

M. Guiraudet donne communication d'un mémoire intitulé: *Etudes sur la cristallographie géométrique*, faisant suite à un précédent travail sur le même sujet.

Le même membre présente au nom de M. Sartiaux, élève à l'École Polytechnique, une *Note sur les points singuliers des courbes du troisième ordre.* Il en fait connaître les principaux résultats.

Le même membre présente, au nom de M. Poillon, ingénieur civil à Lille, une *Note sur le calcul des arbres de transmission* : il en fait succinctement l'analyse.

M. Delerue donne lecture de deux fables ayant pour titre : *Le Chien et le Chat ; le Roi et le Chêne.*

M. Lamy fait connaître quelques essais tentés pour obtenir du cristal à base de thallium ; et montre quelques produits déjà obtenus : il espère pouvoir donner suite à ces essais.

M. Lebreton rend compte d'un volume contenant les mémoires lus en 1864 dans les séances publiques du comité des sociétés savantes (section d'histoire et d'archéologie).

Séance du 4 août.

Il n'est fait à cette séance aucune communication scientifique ni littéraire.

Séance du 18 août.

La Société désigne les membres faisant partie de la commission administrative du Musée Wicar pour constituer le jury d'examen dans le concours qui va s'ouvrir pour la collation de deux pensions à Rome. Cette commission est autorisée à s'adjoindre les personnes étrangères qu'elle jugera utiles.

Séance du 1er septembre.

M. Colas donne lecture du rapport suivant :

Messieurs,

Dans votre séance du 18 août, vous avez nommé, sur la proposition de la commission Wicar, un jury chargé d'organiser et d'examiner le concours ouvert dans la section de sculpture pour la collation d'une bourse fondée par feu le chevalier Wicar.

Ce jury, composé de MM. Lemaire, membre de l'Institut, statuaire; Carpeaux, statuaire; Benvignat, architecte; Alfred Houzé de l'Aulnoit, docteur-anatomiste et Colas, peintre, s'est réuni le 23 de ce mois, à neuf heures du matin aux Écoles académiques à l'effet d'installer les concurrents.

Deux étaient inscrits : M. Huidiez Félix, né à Lille, et M. Lemaire, Hector, né à Moulins-Lille.

M. Huidier, sans en indiquer les motifs, a prévenu la commission qu'il renonçait au concours. En conséquence, M. Lemaire, Hector, est resté seul candidat.

Les épreuves du concours pour la sculpture consistent :

1° En un dessin d'après l'antique dans un délai déterminé par la commission ;

2° Une tête d'expression ;

3° Une figure modelée d'après nature ;

4° Une esquisse modelée sur un sujet donné.

Le candidat doit subir un examen sur l'anatomie, sur les principes de géométrie relatifs à la mise au point et les éléments de la perspective.

La journée du 23 a été assignée pour faire un dessin au trait massé d'après une figure antique. — Recommandation expresse a été faite au candidat et au concierge des écoles académiques de ne laisser pénétrer qui que ce soit.

Le 24, la Commission s'est réunie à huit heures du matin et a donné pour tête d'expression, à modeler en ronde bosse, d'après nature, un *homme méditant une vengeance.*

Le 25, à huit heures du matin, elle a posé le modèle vivant pour la figure en relief et elle a fixé à deux journées la durée de ce travail.

Le 27, la Commission, après avoir discuté différents sujets historiques pour l'esquisse, a fixé son choix sur la *Flagellation du Christ.* — Pour cette épreuve, comme pour les précédentes, des précautions ont été prises pour que le candidat reste complétement isolé.

Le 28 a été consacré aux épreuves anatomiques et aux questions relatives à la perspective et à la mise au point.

Les épreuves terminées et recueillies, votre Commission s'est réunie le 29, à onze heures, pour les juger et donner son appréciation sur la valeur du candidat qu'elle était appelée à examiner.

Étaient présents : MM. Lemaire, Carpeaux, Benvignat, Houzé de l'Aulnoit et Colas, rapporteur.

1re épreuve. Dessin d'après l'antique exécuté en une journée.

Ce dessin est très-satisfaisant.

2e épreuve. Tête d'expression modelée en une journée, d'après nature.

Cette tête est parfaite en tous points ; très-remarquable sous le rapport de sa construction, de sa parfaite ressemblance avec le modèle et du très-beau parti que le candidat a su tirer de l'expression donnée.

3e épreuve. Figure modelée d'après nature en deux journées.

Très-bel ensemble, très-bon mouvement, excellent modelé et attaches bien senties

4e épreuve. Esquisse modelée en bas-relief sur un sujet donné : La flagellation du Christ, exécutée dans la journée.

Cette esquisse est pleine de sentiment; elle est bien pensée. Toutes les figures ont une intention clairement exprimée et sont bien ajustées.

Il est à remarquer notamment que le candidat a su éviter dans ce sujet, tant de fois traité, les trivialités qui semblent avoir pour mission de *faire valoir* la figure principale : ici, les divers degrés de l'insulte sont parfaitement gradués, et le Christ, dans une pose simple, la tête levée au ciel, reste par lui-même au-dessus des choses humaines.

5^e^ épreuve. Anatomie , principes de géométrie relatifs à la mise au point et éléments de perspective.

De l'examen anatomique il résulte que le concurrent a une connaissance approfondie de la conformation des os et qu'il a étudié avec profit les masses musculaires au point de vue de la forme, de la direction et des insertions ; qu'en outre il a dessiné avec beaucoup d'intelligence les articulations du genou et de l'épaule et qu'il a répondu d'une manière générale à l'attente du jury pour cette épreuve.

Il a aussi répondu d'une manière satisfaisante sur les notions générales de la perspective et sur les opérations nécessaires à la mise au point.

En résumé, Messieurs, dans ces diverses épreuves et notamment dans la tête d'expression et dans la composition, votre jury constate d'heureuses dispositions, promettant à ce jeune élève le plus brillant avenir; et il conclut à l'unanimité à ce qu'il soit envoyé à Rome : son intelligence est assez développée pour comprendre tous les chefs-d'œuvre qu'il y trouvera.

Fait à Lille, le 29 août 1865.

Signé : MM. LEMAIRE , membre de l'Institut, CARPEAUX J.-B., A. HOUZÉ DE L'AULNOIT, BENVIGNAT et Alph. COLAS.

Ce rapport du jury sera transmis à M. le Maire de Lille.

Des remerciements seront adressés à MM. Lemaire et Carpeaux pour l'assistance éclairée qu'ils ont voulu prêter aux membres de la Commission du musée Wicar en participant aux travaux du concours.

Séance du 15 septembre.

Il n'est fait aucune communication scientifique ou littéraire.

Séance du 6 octobre.

S. Exc M. le Ministre de l'Instruction publique informe la Société qu'un subside de 400 fr. lui a été alloué, comme les années précédentes, sur les fonds du ministère. Des remercîments seront adressés à M. le Ministre.

M. Heegmann, membre correspondant, adresse à la Société une lettre dans laquelle il fait part de l'opinion où il est que des fouilles faites au *Mont-des-Tombes*, près de *Sainghin-en-Mélantois*, pourraient donner des résultats intéressants.

M. Verly répond que ces fouilles ont été entreprises, il y a un certain nombre d'années, par M. Gentil-Descamps, sans aucun résultat ; mais que, à une époque bien antérieure, en 1819, lui-même en avait fait d'autres qui lui avaient fournis divers objets intéressants, statuettes et médaillons actuellement déposés au Musée.

La Société décide qu'une commission sera nommée pour examiner la proposition de M. Heegmann et y donner suite, s'il y a lieu.

Séance du 20 octobre.

M. le Président du cours fondé en faveur des ouvriers chauffeurs par la *Société de secours mutuels des ouvriers chauffeurs de Lille*, écrit pour demander, au nom de cette société, qu'il soit délivré des diplômes de chauffeurs après examen, au nom de la Société Impériale, comme cela avait lieu pendant l'existence de l'Ecole des chauffeurs. — La question est renvoyée au Bureau pour rapport à la prochaine séance.

M. le Secrétaire-général fait connaître, les délais pour les concours de 1865 étant expirés, les pièces qui ont été reçues pour les concours.

Il est procédé à la nomination des commissaires pour les divers concours.

M. Deltombe, membre correspondant, présent à la séance, donne lecture d'un fragment d'un poème intitulé l'*Ecole primaire*.

M. Guiraudet donne communication d'une *Notice sur la vie et les écrits de Du Buat*, envoyée par M. de Saint-Venant, membre correspondant, et en fait une analyse rapide, de manière à faire connaître les faits principaux qu'elle renferme.

M. Le Breton rend compte des *Mémoires de la Société archéologique de Constantine*.

Séance du 3 novembre.

La *Société archéologique du département de Seine et Marne*, propose l'échange des publications. — La proposition en est adoptée : il en sera donné avis.

M. Grillet, avocat, fait hommage d'un exemplaire d'un poème, *Didon*, publié par lui.

M. F. Lavainne fait hommage de trois nouvelles compositions mélodiques récemment publiées par lui.

M. le Secrétaire-général fait, au nom du Bureau, la proposition que, suivant la demande formulée dans la dernière séance, la Société Impériale veuille bien faire pour les ouvriers élèves du cours d'instruction professionnelle fondé par la *Société de secours mutuels* *des ouvriers chauffeurs de Lille*, ce qu'elle faisait pour les élèves du cours fondé par elle en 1853, et que, en conséquence, il soit nommée une commission, pour procéder à des examens à la suite desquels il sera délivré, s'il y a lieu, des diplômes en séance publique.

Il présente à l'appui de cette proposition les diverses raisons qui ont déterminé le Bureau à se prononcer dans ce sens. Après diverses observations de plusieurs membres, la proposition est adoptée, et sont désignés pour procéder aux examens MM. H. Violette, président, Mathias, Menche, Kolb, Lemaître, Ch. Viollette, Guiraudet, Cox.

M. Chrestien donne communication de ses études statistiques sur la ville de Lille pendant l'année 1862. Il analyse son travail peu susceptible d'être suivi à la lecture. Suivant exactement le même cadre que les années précédentes, il fait ressortir les différences qui existent dans chacun de ces arrondissements, l'accroissement relatif de population de certains, tandis que d'autres, le troisième, par exemple, malgré des naissances proportionnelles à la population plus nombreuse, maintiennent à peine le *statu quo*.

Il signale les ravages faits pendant cette année par la rougeole qui a enlevé 200 enfants. Cette épidémie a sévi à peu près également dans tous les arrondissements. Il fait remarquer que cette perte de 200 enfants est un excédant, et qu'ici on n'a pas constaté cette espèce de nivellement qui fait qu'une légère épidémie ne fait pas monter la mortalité, parce que avant ou après il y a une diminution qui tend à établir la balance.

M. Chon donne lecture d'une étude intitulée *Causerie* sur la Société française aux premières années du XIX^e siècle. (Voir aux mémoires pour 1866).

M. Kulhmann entretient la Société de phénomènes particuliers de température végétale qu'il a observés chez le *Mesembryanthemum cristallinum*, la Glaciale, Eis-Kraut des Allemands.

Il rappelle ce que nous connaissons sur la transpiration de l'eau par les plantes, ce que les travaux de Muschenbroeck et de Hales en ont appris concernant la secrétion de gouttelettes d'eau chez le pavot et le soleil, enfin les observations récentes de MM. Duchaîtu et Musset concernant l'éjaculation de la sève aqueuse par les feuilles de Colocasia esculenta.

M. Kuhlmann a constaté que la glaciale, dont la sève est très-chargée de chlorure de potasse et de salpètre laisse échapper ces substances salines par la surface des feuilles et des tiges, de telle sorte que ces sels puisés dans le sol, retournent en partie au sol par les pluies qui lavent la surface de la plante, ce qui établit un mouvement continuel de circulation. La glaciale est tellement injectée d'eau qu'à la dessiccation à 100° elle ne donne que 6 pour $^0/_0$ de matières sèches.

La transpiration d'eau amène dans cette plante un abaissement notable de température déjà constatée par John, il y a un demi-siècle. — Cultivée dans les jardins comme plante d'agrément, la glaciale présente une végétation très-vigoureuse.

D'après un botaniste allemand, M. Ascherson, la glaciale est cultivée dans l'Ile de Sardaigne, pour en utiliser les cendres fortement alcalines.

M. Kulhmann termine sa communication en disant que cette plante cuite et accommodée comme le pourpier ou la salade, constitue un légume délicieux susceptible d'être conservé par la méthode qu'on emploie en Flandre pour l'oseille.

M. Lemaitre rend compte de plusieurs brochures qui lui ont été renvoyées et qui sont relatives à la création, aujourd'hui accomplie, d'une *Ecole centrale d'architecture*.

Après avoir fait connaître le régime intérieur de l'Ecole nouvelle, son programme d'études, dont la réalisation retiendra les élèves pendant trois années, M. Lemaitre propose que la Société transmette ces programmes et prospectus à M. le Maire de Lille et à M. le Préfet du Nord, en émettant un avis favorable à la création d'une bourse par le Conseil municipal et par le Conseil général.

Cette proposition fait naître une discussion à laquelle prennent part MM. H. Violette, Kulhmann, Alf. Houzé. La question est ajournée pour être soumise à une étude plus approfondie.

M. Desplanque dépose sur le bureau, au nom de la Commission des documents historiques, les deux premiers volumes actuellement terminés de l'*Inventaire analytique des archives de la Chambre des comptes de Lille.*

M. Desplanque au nom de la Commission pour le concours d'histoire donne lecture d'un rapport sur les pièces envoyées. — Ce rapport conclut à n'accorder aucune récompense. — Les conclusions sont adoptées.

M. Delerue donne lecture du rapport de la Commission pour le concours de poésie.

La lecture de ce rapport suscite des observations de la part de plusieurs membres, et après discussion et lecture en séance des pièces du concours, la Société décerne :

1° *Une médaille de vermeil* à l'auteur de la pièce n° 5.

2° *Des mentions honorables* aux auteurs des pièces n^{os} 4, 6, 1, et 10.

En conséquence les billets portant ces numéros sont ouverts après vérification des épigraphes, et la Société décerne :

Une médaille de vermeil à M. Eug. Pol, Secrétaire de l'Inspection académique, à Quimper.

Une mention honorable à M. Gaston Romieux, à la Rochelle.

Id. M. Clerc, chef d'escadron d'artillerie.

Id. M. Em. Labretonnière, à la Rochelle

Id. M. Al. Massé, à Paris.

M. Deltombe continue la lecture du poème intitulé l'*Ecole primaire.*

Séance extraordinaire du 21 novembre.

M. Girardin donne, au nom de la Commission des Sciences physiques et des Sciences appliquées, lecture d'un rapport sur un mémoire envoyé pour le concours des sciences appliquées sur la question du *rouissage du lin.* — Ce rapport conclut à ce qu'il soit décerné à l'auteur du mémoire une médaille d'or. — Les conclusions de ce rapport sont adoptées. En conséquence le billet qui accompagne ce mémoire, qui porte le n° 4, est ouvert après vérification des épigraphes : l'auteur est M. Aug. Scrive, de Lille. — La Société lui décerne une médaille d'or.

M. Guiraudet donne, au nom de la même commission, connaissance d'un rapport sur le mémoire portant le n° 1, relatif à la question de l'*équivalent mécanique de la chaleur.*
Ce rapport conclut à ce qu'il ne soit accordé aucune récompense. — Les conclusions de ce rapport sont adoptées.

M. le Président met en délibération la fixation du programme pour le concours Wicar en 1868. Après une discussion à laquelle prennent part MM. Reynart, Testelin, Girardin, Guiraudet, De Coussemaker, il est décidé que le concours de 1868 sera attribué à la peinture. — Dans une réunion des membres de la Société formés en commission spéciale, il sera délibéré sur les conditions de ce concours, et des propositions seront faites à la prochaine séance.

M. Mathias, au nom de la Commission chargée d'examiner les élèves chauffeurs, donne lecture d'un rapport concluant à ce que 1° des diplômes soient accordés à 20 chauffeurs qui ont subi d'une manière satisfaisante les épreuves théoriques et pratiques ; 2° ces diplômes leur soient délivrés en séance publique ; 3° une médaille d'argent soit accordée au chauffeur Stéphany qui s'est particulièrement distingué dans ces épreuves.

Les conclusions de ce rapport sont adoptées.

M. Delerue donne lecture d'une fable intitulée : *le postillon et la vapeur.*

M. de Norguet donne communication du *Catalogue des mammifères du département du Nord*, et lit l'introduction de son travail.

Séance du 1er décembre.

M. Meunier, au nom de la Commission pour les concours de législation et des sciences économiques, donne lecture d'un rapport sur ces deux concours. Ce rapport conclut à ce qu'il soit décerné :

1° *Une médaille en vermeil* à l'auteur du mémoire intitulé *Etudes sur les coutumes de Lille* (concours de législation).

2° *Une mention honorable* à l'auteur d'une pièce intitulée *Lettres sur le prolétariat* (concours des sciences économiques).

Les conclusions du rapport sont adoptées. En conséquence les billets joints aux mémoires sont ouverts après vérification des épigraphes, et il est décerné :

1° *Une médaille de vermeil* à M. Léonce de Fontaine de Resbecq, substitut à Nérac.

2° *Une mention honorable* à M. Hippolyte Verly, de Lille.

Il est procédé au renouvellement du Bureau et sont nommés pour l'année 1866.

Président,	*MM.*	Girardin.
Vice-Président,		Benvignat.
Secrétaire-Général,		Guiraudet.
Secrétaire de corresp.,		Houzé de l'Aulnoit (Aimé).
Bibliothécaire-Archiv.,		Chrestien.
Trésorier,		Bachy.

M. VANDENBERGHE donne lecture, au nom de la Commission pour le concours des Beaux-Arts, d'un rapport concluant à ce qu'une *Mention honorable* soit décernée à l'auteur d'un projet d'architecture envoyé. — Les conclusions du rapport sont adoptées. Le billet cacheté joint au projet est ouvert et une mention honorable est décernée à M. A. NEWNHAM, de Lille.

M. BLANQUART-EVRARD émet la proposition suivante, qui a été approuvée par une partie des membres de la Société réunie en comité spécial le lundi 27 novembre.

« La Société Impériale des Sciences, de l'Agriculture et des Arts;

» Considérant que les expositions de peinture sont un moyen puissant d'émulation pour les artistes et voulant contribuer à l'illustration de celle qui doit avoir lieu à Lille en 1866, décide que le prix triennal Wicar de 1,000 francs, qui devait être mis au concours pour la peinture en 1868, sera, par anticipation décerné par la Société dans sa séance solennelle de 1866, à l'auteur du tableau exposé à Lille, que le Jury de l'exposition lui signalera comme étant digne de cette distinction.

» Seront seuls hors de concours les œuvres des membres de l'Institut de France, et celles des membres résidants ou correspondants de la Société. »

Cette proposition est mise en délibération; et après une discussion à laquelle prennent part MM. Girardin, Reynart, Blanquart-Evrard, Testelin, De Coussemaker, Chrestien, Guiraudet, Mathias, la proposition est renvoyée au Bureau qui s'adjoindra les membres de la Commission pour le Concours des Beaux-Arts, pour qu'il soit fait un rapport à la prochaine séance.

Il est procédé au vote sur les conclusions d'un rapport lu à la dernière séance sur la candidature de M. Gripon. — Les conclusions du rapport sont adoptées. En conséquonce, M. GRIPON, professeur suppléant à la Faculté des Sciences de Lille, né à Chateau-Gonthier le 20 avril 1825, est proclamé membre résidant.

M. Guiraudet, au nom de la Commission pour le concours des Sciences physiques, donne lecture d'un rapport concluant à ce qu'il soit décernée une *Médaille d'argent* à l'auteur d'un mémoire sur la détermination expérimentale, de la valeur du ré de la gamme. — Ces conclusions sont adoptées. En conséquence le billet joint au mémoire est ouvert. Il est décerné une médaille d'argent à M. Th. Herlin, de Lille.

M. Corenwinder, au nom de la Commission des sciences physiques et appliquées, fait un rapport verbal sur un système de fourneau envoyé au concours. — Il conclut à ce que la Société, sans se prononcer sur la valeur d'un système qu'elle n'a pu expérimenter, donne seulement quelques paroles d'encouragement — Ces conclusions sont adoptées après discussion.

Séance extraordinaire du 8 décembre.

Il est procédé au scrutin sur les conclusions d'un rapport lu à la dernière séance et concluant à l'admission de M. Mossot comme membre résidant. Ces conclusions sont adoptées et en conséquence M. Mossot, né à Troyes, le 15 mai 1837, professeur de rhétorique au Lycée de Lille, est proclamé membre résidant.

M. De Melun, président, donne lecture du discours qu'il se propose de lire à la séance publique. Ce discours est approuvé.

M. Guiraudet, secrétaire-général, donne lecture de son rapport sur les travaux de la Société pendant l'année 1865. Ce rapport est approuvé après quelques observations de MM. Alf. Houzé, Reynart, De Coussemaker.

Il est procédé à la rédaction du programme des concours pour les années prochaines.

Il est décidé subsidiairement que lorsque dans un concours autre que le concours de poésie il sera décerné une mention honorable, le billet cacheté contenant le nom de l'auteur ne sera lu en séance et le nom ne sera publié que lorsque le président se sera assuré du consentement de l'auteur.

M. De Coussemaker donne lecture de la préface qu'il a rédigée pour l'inventaire analytique des archives de la Chambre des Comptes.

Séance du 15 décembre.

M. Aimé Houzé donne lecture du rapport pour la séance publique sur les récompenses accordées aux anciens serviteurs. Le rapport est approuvé.

M. Chon donne lecture du rapport pour la séance publique sur les concours de littérature, de jurisprudence, d'économie sociale et d'histoire. — Ce rapport est approuvé.

M. le Président fait connaître le résultat des délibérations de la commission chargée d'examiner la question relative au concours Wicar. — Cette question est mise en délibération et, après une discussion, à laquelle prennent part MM. de Melun, Reynart, De Coussemaker, Girardin, Meunier, Blanquart-Evrard, Guiraudet, la Société décide :

« En raison de l'exposition de peinture qui aura lieu à Lille en 1866, et en raison aussi de ce que, à la suite de cette exposition, il ne sera donné par la ville aucune distinction honorifique ;

» Le concours Wicar pour 1868, qui devait être un concours de peinture, aura lieu par anticipation en 1866. Le prix Wicar sera décerné pendant l'exposition à l'auteur du tableau jugé le plus remarquable par un jury pris dans le sein de la Société ou désigné par elle. La décision du jury sera proclamée immédiatement : mais le prix sera décerné dans la séance publique de 1866. »

M. Ch. VIOLLETTE donne lecture du rapport pour la séance publique sur les concours des sciences. — Ce rapport est approuvé.

M. GUIRAUDET donne lecture du rapport pour la séance publique sur les examens de l'école des chauffeurs.

Il est procédé au scrutin sur les conclusions d'un rapport lu à la dernière séance sur la candidature de M. J. Kolb, et conformement aux conclusions de ce rapport, M. J. Kolb, ingénieur civil à Amiens, né à Strasbourg, le 2 juillet 1839, est agréé comme membre correspondant de la Société.

SEANCE SOLENNELLE

DU 24 DÉCEMBRE 1865,

Sous la présidence de M. PIETRI, Préfet du Nord,

Membre honoraire de la Société.

A deux heures, M le Président d'honneur prend place au bureau avec M. le général Maissiat, Commandant la division militaire, M. Richebé, Maire de Lille, M. Fleury, Recteur de l'Académie, M. le comte de Melun, Président de la Société, M. Girardin, Vice-Président, et les autres Membres du bureau.

La séance étant ouverte, M. de Melun, Président de la Société a la parole.

« Messieurs,

» L'honneur que m'a fait la Société des Sciences et des Arts de Lille, me met aujourd'hui dans un grand embarras. Pendant plusieurs années, j'ai pris la parole dans ses réunions solennelles pour rendre compte des ouvrages présentés au concours; il m'était facile alors, grâce au mérite des œuvres que je mettais sous vos yeux, d'attirer votre attention et d'obtenir vos suffrages. Aujourd'hui ce n'est plus un travail étranger que je vais exposer devant vous ; ma voix n'aura plus pour auxiliaire le talent des auteurs que vous applaudissiez ; ce que je réclamais de votre justice, c'est de votre indulgence seule qu'il m'est permis de l'espérer.

» Je dois donc choisir un texte qui puisse suppléer par lui-même à la forme qui lui manquera, et offrir à vos intelligences et peut-être à vos cœurs un attrait capable de vous faire oublier les imperfections du discours.

» Je ne le chercherai pas bien loin, j'adopterai un sujet que vous connaissez tous, qui se trouve dans toutes les bouches et sous toutes les plumes et qui est devenu comme la devise de notre époque ; je vais vous parler du *Progrès*.

» Et d'abord, comment le définirons-nous ? car il a été l'objet des appréciations les plus diverses. Pour les uns, c'est la loi générale de l'humanité, le seul but et le dernier mot de son existence. Pour les autres, au contraire, il est le produit des bouleversements et des révolutions, c'est presque le drapeau de la rebellion contre Dieu et la société.

» Vous comprenez, Messieurs, que je n'ai nulle intention de soutenir ici l'une de ces opinions extrêmes. Habitant une ville où l'industrie fait chaque jour de si merveilleux progrès, et qui, par sa transformation et son agrandissement, donne elle-même un exemple digne d'admiration, parlant au nom d'une Société qui, par ses études et se travaux, contribue à l'avancement des diverses branches de connaissances humaines, il me serait impossible de protester contre des découvertes dont je constate à chaque instant e heureux résultats, et de ne point féliciter mon siècle des pas de géant faits dans toutes les voies ouvertes à l'activité de l'homme avec une rapidité dont la plus populaire et la plus pratique des inventions modernes n'est qu'une imparfaite image. D'un autre côté, plein de respect pour les traditions du passé, convaincu que si Dieu livre la matière à notre travail et à nos recherches, il a placé dans une sphère inaccessible les vérités immuables que lui seul a le droit de développer et de définir, je ne puis admettre la philosophie nouvelle qui soumet le monde surnaturel comme le monde physique à nos investigations, et qui veut, par les efforts de la science, transformer l'homme et la société, comme elle perfectionne tous les jours les objets qui frappent nos sens.

» Mais si je repousse au nom du véritable progrès ces vues ambitieuses, je lui reconnais un autre mérite que celui d'agir sur la matière, et mon but, dans le cadre étroit qui m'est assigné, est de montrer sa valeur morale. J'espère prouver que son résultat définitif tend surtout à adoucir les maux de l'humanité et qu'il a reçu de notre temps un caractère sacré et providentiel en profitant principalement à ceux que l'on appelle les déshérités de la terre, mais qu'un livre divin, le vrai code du progrès moral, a appelés les privilégiés du ciel.

» Et pour parler d'abord de la santé, ce bien le plus précieux ici bas après la vertu, bien surtout nécessaire à celui qui n'a pas le temps d'être malade, les progrès de l'hygiène publique, les soins intelligents donnés à l'enfance, les prescriptions mêmes du législateur, n'ont-ils pas élevé notablement la moyenne de la vie humaine? La douleur elle-même n'a-t-elle pas été vaincue! Elle est devenue comme un rêve qui délivre de la cruelle souffrance et des angoisses souvent plus cruelles encore. La famine qui décimait périodiquement les populations pauvres a reculé devant les progrès de la culture, la facilité des transports et les ingénieuses combinaisons du commerce; les améliorations du vêtement, de la nourriture, du logement des classes ouvrières répandent partout un bien-être inconnu à nos pères, tandis que l'instruction mise à la portée de tous, offre à l'âme un aliment qui, sagement distribué, combattra à la fois la misère et le vice. La charité unie à la science a rendu à la société ceux que des infirmités incurables semblaient en exclure. Grâce à leur mutuel concours, les mains sont devenues les yeux de l'aveugle et ont prêté au muet un langage souvent plus expressif que la parole.

» Les perfectionnements que l'industrie a apportés au luxe et aux jouissances de la richesse sont-ils comparables à ceux qui se sont introduits partout où souffre et gémit l'humanité? Entrez dans l'hôpital de la plus petite de nos villes et comparez ces salles bien a érées où, sous la direction d'une sœur chaque malade reçoit dans le lit qu'il occupe seul des soins maternels, avec l'ancien Hôtel-Dieu de Paris, où les lits superposés devaient contenir deux malades et en renfermaient jusqu'à six en même temps. Qu'on étudie les mémoires de Vauban, aussi admirable publiciste que grand ingénieur, qu'on parcoure les rapports présentés au roi Louis XVI sur les hôpitaux du royaume et les comptes-rendus de l'état des prisons et des asiles d'aliénés, et l'on se félicitera de vivre à une époque où moins d'un siècle a suffi pour opérer de si heureuses transformations.

» Certes, nous ne saurions assez reconnaître le mérite de ceux qui nous ont précédés, et nous serions bien ingrats si nous ne rendions pas justice à la charité de nos pères. Ce n'est pas à Lille, encore riche des monuments de leur générosité, que l'on oublierait leurs vertus. Hâtons-nous même de le proclamer, si dans la plupart de nos villes et particulièrement au milieu de nous, les hôpitaux sont nombreux, les asiles ouverts à l'enfance et aux vieillards vastes et richement dotés, c'est aux fondations anciennes que nous le devons. L'assistance moderne n'est que l'héritière des grands biens légués par les siècles de foi. Mais, tel est à nos yeux le véritable progrès : avec leurs immenses ressources, avec leurs magnifiques institutions, nos pères, malgré leur bonne volonté, ne pouvaient faire ce qui se fait aujourd'hui.

» Si le sentiment religieux qui les dominait, enfantait alors des prodiges dont la vie héroïque de Saint-Vincent de Paul a été l'expression la plus sublime, il serait injuste de ne pas reconnaître que le principe chrétien, leur premier mobile, a pénétré de plus en plus, malgré l'incrédulité du siècle dernier, nos usages et nos mœurs; il a adouci notre législation elle-même que l'on disait athée; toute souffrance inutile a disparu de nos codes, l'État se croit obligé d'être charitable comme les individus, et les œuvres publiques et privées participent largement, comme je le disais tout-à-l'heure, à tous les progrès matériels. La découverte la plus admirable des temps modernes, l'électricité, ne veut traverser les mers que pour échanger entre les peuples des assurances de concorde et de paix. L'épée elle-même, cet agent ordinaire de l'ambition et de la vengeance, ne devient elle pas entre les mains de la France un instrument de civilisation? Et nos aigles victorieuses apportent les lumières de l'Évangile aux extrémités du monde.

» Sans doute il y a aussi des progrès funestes, et les passions mauvaises exercent une action plus répandue qu'autrefois; l'amour effréné des jouissances envahit toutes les classes et menace l'existence des sociétés modernes; mais comment ne pas se rassurer en pensant que jamais à aucune autre époque on ne s'est occupé avec plus d'intelligence de ce qui peut soutenir la faiblesse et secourir le malheur. Les inspirations qui viennent d'en haut ne seront pas vaincues par les basses suggestions de l'égoïsme. Sans doute aussi de temps en temps, des maladies terribles dans leurs effets et mystérieuses dans leurs causes et leurs remèdes viennent attester notre impuissance et humilier notre orgueil, mais les dévouements qu'elles font naître, le courage et l'abnégation qu'elles développent prouvent notre grandeur morale, et nous apprenons ainsi à la fois, la faiblesse de la partie matérielle de l'homme et la puissance de son âme, faite à l'image de Dieu.

» Là, je le sais, se rencontre une grave objection. Aux améliorations apportées au sort de ceux qui souffrent, on oppose un mal nouveau. Le paupérisme, attribué en grande partie au développement exagéré de l'industrie, semble effacer tous les progrès dont nous sommes si fiers. Il est évident que les agglomérations nécessitées par les besoins du travail entraînent avec elles de graves abus. Les vicissitudes du commerce, les appétits excités par l'élévation des salaires, les dangers inhérents au séjour des grandes villes font naître des chances fatales que ne connaissaient pas les populations habituées à une vie plus simple, à des occupations moins aléatoires. Et cependant nous ne craignons pas l'affirmer, cette plaie moderne est encore un progrès sur ce que, en 1778, un éminent publiciste déclarait être un des fléaux les plus redoutables de l'Europe entière, la mendicité.

» En étudiant avec quelque soin l'histoire intime des classes populaires, on trouve que le paupérisme n'est pas, comme on le suppose généralement, une invention de notre âge, mais plutôt la transformation d'un état ancien bien autrement dangereux. A entendre les détracteurs du temps présent, l'assistance officielle aurait créé une espèce de profession qu'exerce légalement une masse toujours croissante, ne vivant que des bienfaits forcés de l'administration publique.

» C'est là, Messieurs, une grave erreur. Sauf les malades et les vieillards qui, rendons cette justice à l'humanité, ont été secourus même par l'antiquité payenne, la plupart de ceux qui figurent sur les registres de l'assistance ne sont aidés que lorsqu'une famille très-nombreuse ou des circonstances exceptionnelles leur imposent des charges au-dessus de leurs forces. Le secours n'est en général que le supplément du salaire.

» Ajoutons que les affreuses conséquences des guerres continuelles faites dans les temps anciens avec une barbarie que nous avons répudiée, suffisent seules pour prouver qu'il n'y avait pas alors moins de malheureux. Seulement aujourd'hui on les connaît mieux; les pouvoirs publics, les œuvres particulières vont audevant de leurs besoins, ils sont partout visités avec sollicitude, et l'on peut croire que l'abondance et la régularité des secours tiennent plus au développement de la charité qu'à l'augmentation de la misère.

» Comparons maintenant l'état souvent passager de nos indigents avec la profession trop réelle qu'exerçaient les mendiants répandus dans l'Europe entière. Malgré le nombre d'institutions pieuses, de fondations charitables qui secouraient l'âme et le corps, quelle misère de tout genre présentaient ces hordes, à demi-sauvages, devenues si dangereuses que les peines les plus sévères étaient impuissantes à les réprimer. Les prescriptions civiles et ecclésiastiques, les édits de nos rois, les arrêts des conciles, se succèdent de siècle en siècle pour combattre cette lèpre dont rien ne peut arrêter les ravages et la contagion. Partout ils ont leurs *cours des miracles*, des lois, des mœurs, un souverain même qui leur sont particuliers, et leur audace toujours croissante met plus d'une fois l'état en péril. Jusque dans les derniers temps de l'ancienne monarchie, la peine du bannissement ne suffit plus pour les contenir, on les condamne aux galères, mais cette peine comme les autres est une lettre morte, le nombre des coupables assure leur impunité. Que sont aujourd'hui les quelques vagabonds qui, en haine du travail, cherchent encore à abuser de la bienfaisance publique, à côté de ces armées sans ordre et sans discipline, qui envahissaient les villes et les campagnes et qui, lorsqu'elles n'appelaient pas la violence au secours de leur paresse, étalaient dans les rues et sur les places, des plaies hideuses ou des maux souvent fictifs, plus faits pour inspirer le dégoût que la pitié? Dans notre ville où l'industrie si active devrait réunir les éléments de désordre et de misère dont on la rend trop facilement responsable, une enquête minutieuse a prouvé, il y a peu d'années, que sur une population de 130,000 âmes, il existait environ 200 mendiants qui, malgré la vigilance de la police, cherchaient à obtenir une aumône par leurs importunités. Un simple arrêté municipa et la crainte d'être enfermé dans un dépôt pendant quelques jours, ont été plus puissants que les foudres de l'Église et les rigueurs du grand roi, et aujourd'hui, à Lille, l'ombre même de l'ancienne mendicité a disparu.

» Je regrette, Messieurs, que le temps ne me permette pas d'étendre plus loin cette comparaison et d'entrer dans des détails qui, j'en suis convaincu, malgré la gravité du sujet, vous auraient intéressés. Car si notre esprit éprouve une noble jouissance à l'idée que, malgré ses vicissitudes et ses agitations, notre pays marche à grands pas dans la voie où se rencontrent la puissance et la gloire, notre cœur est ému en reconnaissant que cette amélioration générale dont nous sommes les témoins et aussi, chacun dans notre sphère, les instruments, sert les intêrets les plus précieux de l'humanité. Que cette pensée nous encourage. Tous, nous avons une mission à remplir envers nos semblables. Chaque fois que dans un art, une science, une industrie nous faisons un progrès, quelque minime qu'il soit, il a, dans les vues de la Providence, une utilité pratique, et l'ouvrier dans son travail, le publiciste dans ses écrits, comme le savant dans la solution de ses problèmes, doivent concourir au bien général. Suivons donc avec énergie le sillon qui nous est assigné.

» Pourquoi faut-il que l'éminent Magistrat qui présidait naguères à nos cérémonies, lui qui comprenait si bien le véritable progrès, ne puisse plus venir appuyer de sa parole comme de son exemple la cause que je soutiens devant vous? La Société qui, par un rare privilége, n'avait pas eu à déplorer pendant l'année entière la perte d'un de ses membres, a partagé les regrets que la ville et le département ont éprouvés par la mort de M. Vallon, son président honoraire. Son digne successeur vient attester ici qu'il a hérité d'une bienveillance que nous avons déjà appréciée, et qu'il saura, non pas nous faire oublier, il y a des souvenirs qui ne s'effacent jamais, mais nous rappeler celui que nous avons perdu.

» Cette belle réunion, Messieurs, offre elle-même un spectacle que je dois vous signaler. La place honorable qu'elle a conquise au sein des Sociétés savantes de la France entière, les sympathies qui l'entourent et dont votre présence est un précieux témoignage, le haut patronage du gouvernement de l'Empereur, les encouragements du Conseil général, avaient imposé à la Société des Sciences et des Arts de Lille des obligations nouvelles. Grâces aux récentes libéralités de la ville à qui je suis heureux de manifester ici toute notre reconnaissance, la Société a pu compléter sa mission en donnant à ses prix un plus grand éclat et en étendant surtout les récompenses qui vont chercher au sein des classes ouvrières le dévouement et la vertu. Vous vous êtes associés, Messieurs, à cette noble pensée, et si dans nos solennités le compte rendu de nombreux travaux, les palmes décernées au savant et au poète excitent votre attention et attirent vos éloges, vous réservez vos plus chaleureux applaudissements pour l'ouvrier laborieux, la servante fidèle recevant le prix d'une longue vie consacrée au bien. Cette heureuse innovation, dont l'Académie Française a donné le premier exemple, montre une fois de plus quel est l'esprit de notre temps et de notre pays, et prouve qu'en dépit de nos défauts et de nos misères, nous avons des grâces à rendre au ciel qui nous a fait naître sur une terre et dans un siècle de progrès.

Après ce discours, M. Habey fait entendre une mélodie intitulée *A une Mouche*, composée par M. F. Lavainne, membre de la Société.

La parole est ensuite donnée à M. Guiraudet, Secrétaire général, chargé de présenter le compte-rendu des travaux de la Société pendant l'année 1865.

Messieurs,

« Je dois, suivant nos règlements, vous rendre compte de nos travaux dans le cours de cette année. — Ma tâche est longue : permettez-moi dans notre intérêt commun d'entrer en matière sans aucun préambule.

Littérature.

» Je commence par l'examen des travaux personnels de nos confrères. — Et d'abord je suis heureux de constater le réveil de nos littérateurs. Ce serait beaucoup de fatuité à moi que l'attribuer aux reproches, bien ménagés, que je leur faisais l'an dernier à pareil jour. Mais un fait certain c'est que les lettres ont reparu dans nos séances. Bien mieux les Muses elles-mêmes, que franchement je commençais à croire disparues, les Muses nous sont venues visiter à plusieurs reprises. M. Delerue, leur représentant officiel et constant nous a lu plusieurs de ses nouveaux et charmants apologues ; et M. Deletombe nous est venu charmer par ses poésies où l'accent religieux et touchant est rehaussé par la correction de la forme.

» Un autre de nos confrères, M. Hinstin, nous a envoyé un nouveau souvenir de son séjour en Grèce, où les hommes offrent un sujet d'études aussi intéressant que les choses. Dans la partie la plus piquante de ce travail intitulé *Athènes et les Athéniens*, il a cherché à peindre les traits caractéristiques de physionomie ou de mœurs, qui établissent la filiation directe de l'Athénien moderne à celui de Démosthène et d'Aristophane. — M. Mossot nous a communiqué un travail sur Pascal, considéré comme moraliste, et comparé à son contemporain le sceptique La Rochefoucault. — Enfin M. Chon nous a fait part, sous le titre modeste et vague de *Causerie*, d'une charmante étude sur Madame Récamier, ou plutôt sur la société française aux premières années du siècle. Dans cette étude il a eu la bonne fortune de profiter des souvenirs toujours précis et toujours jeunes de notre aimé et vénéré doyen, M. Delezenne; il n'est personne qui ne se soit senti joyeusement ému en retrouvant de nouveau parmi nous ce nom, symbole de la science désintéressée comme de la douce confraternité du travail.

» Avec les lettres, les Beaux-Arts partagent l'honneur d'être le plus noble des délassements de l'esprit; mais ils sont encore autre chose et, dans l'économie des peuples, l'art pur est un capital, tout aussi bien que la science est une force. Sans la culture largement pratiquée des lettres et des arts, point de goût; et c'est une chimère que de prétendre former des artistes sans avoir un public pour les apprécier et les éclairer de sa critique. Ce que peut produire en ce genre un enseignement professionnel se réduit à peu de chose : demandez plutôt à nos voisins d'outre-mer. Là où le niveau général des études aura baissé, celui du goût et celui de l'art, même de l'art industriel, baisseront aussi. Et voilà pourquoi je ne puis me tenir d'exprimer ma conviction profonde que le jour où nos utilitaires arriveraient à faire supprimer ces études classiques, ce grec et ce latin qui les exaspèrent si fort, les soieries de Lyon perdraient leur renommée, les indiennes de Mulhouse deviendraient moins jolies, les étoffes de Roubaix seraient moins recherchées. **Beaux-Arts.**

» Cette influence des arts sur la richesse et la prospérité du pays, la Société Impériale ne pouvait la méconnaître: aussi tient-elle pour un de ses titres à la sympathie publique de compter dans ses rangs les hommes qui travaillent le plus efficacement à propager autour d'elle le goût des arts, les uns par leur enseignement comme MM. Colas, Danel, Lavainne, Vandenbergh, d'autres par les soins éclairés qu'ils donnent à nos musées, comme MM. Benvignat et Reynart, tous par leurs travaux personnels et les œuvres qu'ils produisent.

» A côté de ces travaux purement artistiques, j'en dois placer d'autres qui se rattachent aux procédés ou à l'histoire de l'art.

M. Mottez nous a lu une intéressante note snr *les procédés de conservation des peintures murales*. M. de Coussemaker, avec cette ardeur infatigable qui n'admet ni délai ni repos, a continué le cours de ses publications sur les origines de l'harmonie et de la musique moderne. Il a achevé le tome I de sa collection des *Harmonistes du moyen âge*, et a publié un ouvrage complet sur l'*Art musical au XII[e] et au XIII[e] siècle*. Les découvertes de notre confrère dans l'archéologie musicale lui constituent désormais un domaine propre, absolument inexploré jusqu'à lui. — Enfin M. Girardin nous a lu la première partie d'une dissertation étendue sur *les arts industriels chez les anciens*, où il a réuni une foule de détails curieux sur les procédés qu'ils mettaient en œuvre, détails dont les uns étaient épars dans les auteurs anciens, tandis que les autres, provenant de ses études personnelles sur les produits de l'industrie antique, ont fait de notre collègue l'un des membres les plus appréciés de l'Académie des inscriptions.

Histoire. » L'histoire de notre Flandre n'a pas cessé d'être l'objet des recherches de plusieurs de nos confrères. M. de Melun a continué son *Histoire des Etats de Lille*. — Le dépouillement des archives de la maison de Bourgogne a fourni à M. Desplanques deux épisodes peu connus de l'histoire du XV[e] siècle, et dans un mémoire intitulé *La West-Flandre sous Louis XIV*, il a retracé la situation d'une province qui a cessé d'être française. — M. Leuridan, qui a achevé l'inventaire des archives de Roubaix, nous a lu le premier chapitre d'une *Histoire de la ville de Lannoy*.

» Enfin M. le docteur Chrestien nous a donné ses *Etudes sur le mouvement de la population de la ville de Lille en* 1862, mettant encore une fois sa patiente érudition au service de cette science toute moderne, la statistique, qui d'une masse incohérente de documents fastidieux sait faire jaillir les résultats les plus inattendus comme les enseignements les plus élevés.

» J'arrive maintenant aux travaux scientifiques de mes confrères. Citons d'abord les mathématiques, sur lesquelles vous m'excuserez de ne point m'étendre. — M. Painvin nous a fait parvenir un mémoire important sur les propriétés de certaines surfaces qu'il a appelées *polaires d'un plan.* — M. Guiraudet a continué ses *Études de cristallographie géométrique.* — Enfin M. Sartiaux actuellement élève à l'École Polytéchnique, a présenté à la Société un mémoire sur quelques propriétés nouvelles des courbes du 3^e^ ordre, témoignant ainsi du renom qui s'attache à notre compagnie.

» Au reste ce renom est encore mieux attesté par l'envoi que nous a fait d'un important travail d'histoire et de critique scientifique un savant justement célèbre et comme mathématicien et comme agronome, M. de St-Venant, ingénieur en chef des ponts-et-chaussées, actuellement l'un de nos confrères. M. de St-Venant a fait revivre la mémoire d'un homme éminent, l'une des gloires scientifiques du département du Nord, Pierre du Buat, colonel du génie, dont les travaux sur l'hydraulique ont fait dans cette science une véritable révolution, et dont néanmoins la vie, et peut-être le nom étaient tombés dans un oubli presque complet. C'est, Messieurs, une des plus belles prérogatives des études historiques, que de pouvoir restituer ainsi à la reconnaissance publique les services méconnus, les hommes de bien restés dans l'ombre ou déjà presque engloutis dans le gouffre du passé.

» Les sciences naturelles nous présentent cette année des travaux nombreux et dont l'importance exceptionnelle se trouve attestée par les distinctions dont ils ont été l'objet. — M. de Norguet a continué à publier par parties ce qui deviendra bientôt une Faune complète du Nord de la France. Il nous a communiqué successivement cette année un *catalogue des oiseaux* et un *catalogue des mammifères* de notre pays. Enfin notre confrère a rédigé un mémoire *sur les insectes* *nuisibles à la betterave*, qui lui a valu de la part de la Société centrale d'agriculture du Pas-de-Calais une médaille d'or.

» M. Corenwinder, changeant pour ainsi dire la scène de ses études de physiologie végétale les a fait porter sur le mode de nutrition des végétaux marins. — M. Kulhmann nous a communiqué de curieuses observations sur l'espèce de transpiration qui s'opère chez certaines plantes.

» M. Gosselet nous a lu une *note snr les dislocations des terrains dans la Belgique* et un *mémoire sur la géologie du Cambraisis*.

» Les communications de M. Dareste n'ont été ni moins nombreuses ni moins importantes cette année que les précédentes. Il a soumis à une critique judicieuse, dans trois notices successives, les idées émises par un naturaliste suisse, M. Thury, sur l'origine des sexes ; et six autres mémoires sur la production artificielle des monstruosités signalent de nombreuses et importantes découvertes, et montrent que la rare persistance de notre confrère le rapproche de plus en plus du but qu'il s'est proposé.

» Les importants travaux de MM. Gosselet et Dareste ont valu pour la deuxième fois à la Société l'honneur bien rare de voir deux de ses membres récompensés en même temps au concours des Sociétés savantes. Une *médaille d'argent* a été décernée à M. Gosselet, et une *médaille d'or* à M. Dareste, dont les belles recherches de physiologie avaient déjà obtenu le grand prix de l'Institut.

Chimie

» La chimie nous a fourni comme à l'ordinaire son contingent d'observations ingénieuses et d'utiles études. — M. Kulhmann a continué ses recherches sur les phénomènes auxquels donne lieu la force cristallogénique, s'attachant surtout avec une souplesse d'imagination et une variété d'expérience vraiment bien remarquables à reproduire et par là même à expliquer certaines formations minéralogiques jusqu'à présent peu connues. — M. Kolb nous a communiqué un travail d'un haut intérêt sur la fabrication de la soude, dont la théorie est dans ce moment même l'objet de vifs débats.

» M. Ch. Viollette a écrit en vue de l'industrie sucrière une *Instruction pratique sur le dosage du sucre.* De plus notre confrère a résumé, dans un mémoire très-important, l'ensemble de ses *Recherches sur la cristallisation subite des solutions salines sursaturées.* Je regrette vivement que le temps ne me permette pas de vous donner une idée de ces faits curieux aussi bien que des résultats inattendus qui donnent au travail de M. Viollette un cachet tout spécial d'originalité. — Enfin M. Lamy n'a pas cessé de développer sous toutes ses faces l'étude des composés du curieux métal dont le nom est désormais lié au sien. — Je ne veux pas, Messieurs, clore ce compte-rendu de nos travaux personnels sans exprimer le regret que laisse parmi nous le départ de M. Lamy : Paris nous l'a enlevé comme tant d'autres avant lui, et comme il vient de nous enlever encore M. Lebreton. Quelque vide que nous laissent ces départs successifs, songeons à ce qu'ils ont d'honorable pour notre compagnie, en adressant un cordial adieu à ceux de nos amis qui sont appelés loin de nous à servir le pays.

» Il me reste maintenant, Messieurs, à vous entretenir des travaux collectifs de la Société des sciences.

» Et tout d'abord j'ai le plaisir de vous annoncer l'achèvement, au moins dans sa partie principale, d'une grande publication qu'elle a vaillamment entreprise à ses frais, il y a cinq ans, et qui se trouve aujourd'hui terminée par le dévouement de quelques uns de ses membres. Je veux parler de l'*Inventaire analytique de la chambre des comptes de Lille*, inventaire dressé jadis par les Godefroy, mais qu'il a fallu revoir et compléter dans toutes ces parties, terminer par une table qui est à elle seule un gros

Documents historiques

livre. C'est là un véritable monument élevé à l'histoire et nous avons lieu d'en être fiers, aujourd'hui que nous pouvons en ouvrir les portes aux érudits du monde entier. C'est avec bonheur que je suis l'interprète des sentiments de tous en remerciant publiquement, au nom de la Société, M. de Coussemaker, qui a été pour ainsi dire l'âme de toute l'entreprise, MM. Dupuis et Desplanques, dont la science et le persévérant travail ont mené à bien cet immense labeur. — A ces noms amis j'en dois ajouter encore un autre, celui du vénérable et regretté M. Le Glay, qui a consacré à cette œuvre ses derniers jours et ses derniers efforts ; ce nom, saluons-le encore une fois, Messieurs, comme un encouragement, un honneur, une tradition.

Musées. » Messieurs, j'avais ordinairement à vous exposer ici ce qui s'était passé de remarquable dans nos différents musées. Aujourd'hui je n'ai qu'un mot à vous en dire. La Société des sciences a, dans le courant de cette année fait un complet abandon des musées à la ville : dorénavant la direction et la conservation en appartiennent exclusivement à l'Administration Municipale, et il ne m'appartiendra plus d'en parler.

» Permettez-moi seulement de vous indiquer les motifs de la décision prise par la Société. — Lorsque, en 1834, le peintre Wicar, Lillois de naissance bien que fixé en Italie depuis longues années, légua sa riche collection à la Société des sciences, dont il était membre, il le fit sans conditions comme sans partage. Mue par un sentiment de généreux patriotisme, afin que dans aucun cas le magnifique legs de Wicar ne pût quitter Lille, la Société donna à la ville la nue-propriété de cette admirable collection à la seule condition qu'on lui fournît les moyens d'en faire jouir le public.

» Telles sont les circonstances dans lesquelles a été fondé et a existé pendant trente ans le musée Wicar. Pendant cette longue période, son renom est devenu universel ; il a été l'objet de l'étude des artistes et des amateurs les plus illustres. Aujourd'hui la Société regarde sa mission comme accomplie ; elle a eu l'honneur de livrer au public l'admirable collection qui lui appartenait ; ses membres en ont rédigé un catalogue qui formera toujours la base de toutes les études qu'on en pourra faire ;— d'autre part les autres musées, tous créés par elle sauf le musée de peinture, ont grandi à leur tour ; et aujourd'hui l'ensemble des musées de Lille forme un tout imposant, pour lequel une direction unique est devenue préférable. D'ailleurs la situation de la collection Wicar avec sa propriété partagée était devenue un véritable embarras et la source de difficultés qui ont plus d'une fois paralysé les meilleures intentions.— C'est pour mettre fin à cette situation que la Société a fait complet abandon de son action sur les Musées, en donnant à la ville les objets à elle appartenant qu'ils renfermaient en grand nombre. Au reste, hâtons-nous de le dire, il n'y a que l'action collective qui ait cessé : nos confrères, dont le zèle est apprécié ce qu'il vaut, continuent dans les Commissions administratives leurs soins dévoués pour ces Musées qu'ils ont vu naître. En voyant prospérer ces précieuses collections sous la direction intelligente de notre généreuse municipalité, la Société pourra croire qu'elle a mieux rempli par son abnégation les véritables intentions de Wicar, qu'elle ne l'eût fait en s'attachant étroitement au trésor qu'il lui avait légué.

» Si notre Compagnie a renoncé à la partie en quelque sorte matérielle du legs Wicar, elle n'a point déserté le devoir, qu'elle tient aussi de lui, de veiller sur la collation des pensions qu'il a fondées pour de jeunes artistes lillois, se ressouvenant sans doute des privations qui avaient assailli sa jeunesse. Elle a eu cette année à remplir ce devoir ; et un jeune sculpteur, M. Victor Lemaire, a été envoyé à Rome à la suite d'un brillant concours. La Commission a eu le plaisir de voir s'adjoindre à elle, sur son invitation, deux artistes de haute distinction, deux des gloires du département du Nord, M. Lemaire, de l'Institnt, et M. Carpeaux : qu'ils me permetteut de leur offrir ici le témoignage de notre gratitude.

» Enfin, par une sorte de protestation contre tout soupçon d'ingratitude, la Société a voulu consacrer la mémoire de Wicar par la fondation d'un prix annuel de 1,000 francs qui sera décerné successivement et par année aux Arts, aux Sciences, aux Lettres. Le concours de cette année était un concours d'Architecture ; ouvert tardivement, il n'a point suscité d'œuvre à laquelle ce prix ait pu être décerné ; il est reporté à 1866, et nous désirons pouvoir décerner l'année prochaine à la fois le prix d'architecture et celui du concours des sciences. — De plus, par une disposition spéciale et exceptionnelle, la Société voulant contribuer, de concert avec la ville, au succès de l'exposition de peinture qui doit avoir lieu l'année prochaine, a décidé que le prix Wicar pour 1868, dans la section des Arts, serait, par anticipation, décerné en 1866 à la suite de cette exposition, où ne doit exister aucune autre récompense honorifique; un jury, désigné par elle, l'attribuera au tableau jugé le plus remarquable.

» Je termine là, Messieurs, cette revue bien longue malgré mes efforts pour abréger, mais assurément trop rapide si l'on tient compte de la somme de travail qu'elle devait résumer et qu'à peine elle indique. Les Académies, Messieurs, même les plus illustres, ne suscitent pas le travail; c'est une force sociale dont la puissance se dégage de plus en plus du mouvement de notre siècle ; mais elles l'excitent, elles l'encouragent ; elles lui prêtent l'appui de leur publicité collective ; elles lui donnent cette initiative que communiquent les regards amis et l'attention sympathique. En un mot elles sont une forme de cette glorification du travail qui caractérise la civilisation moderne. C'est la fête du travail qui vous rassemble ici, et je désire vous avoir montré que la Société impériale est restée digne de vous y convier, en payant libéralement à la science le tribut de son dévouement, et en unissant tous ses membres dans une commune volonté de travail, de patriotisme et de progrès. »

M. LAVAINNE fils exécute un morceau de piano.

M. Ch. VIOLLETTE, Rapporteur, a la parole pour rendre compte, au nom des Commissions des Sciences [1], des résultats des concours et des propositions de récompenses faites par ces Commissions et sanctionnées par la Société.

Messieurs,

» La pensée constante de la Société est d'encourager par tous les moyens qui sont en son pouvoir les études théoriques en même temps que les heureuses applications de la science aux arts et à l'industrie. Pour atteindre son but, elle fait chaque année dans ses concours un appel aux travailleurs intelligents auxquels elle soumet des questions nouvelles à résoudre, des lacunes à combler; elle va même au devant de ceux qui lui sont signalés pour une œuvre utile ou pour des services rendus aux lettres, aux arts, aux sciences et à l'industrie. Leurs productions sont soumises à un examen approfondi, et si la Société ne décerne pas toujours des récompenses aux inventeurs ou à ceux qui croient l'être, du moins ses sympathies et ses conseils ne leur font jamais défaut.

Encouragements en dehors des concours

» Cette année, en dehors du concours des sciences appliquées; MM. Deschin et Dupuis, de Houplin, mettant à profit les réserves faites par la Société dans le chapitre de son programme ayant pour titre: *Encouragements divers*, avaient soumis à son appréciation un mode nouveau de construction de fourneaux pour générateurs à vapeur.

1 Ces Commissions étaient composées de MM. Girardin, Mathias, Coreuwinder, Danel, Lavainne, Ch. Violette, Gripon, Guiraudet.

» Cet appareil ne diffère des fourneaux communément en usage que par la disposition des carneaux. Il est déjà employé dans plusieurs fabriques, et d'honorables industriels nous ont déclaré en être satisfaits. Néanmoins la Société ne croit pas être suffisamment éclairée pour émettre un avis formel. Un appareil de chauffage pour donner de bons résultats doit remplir certaines conditions indipensables qui se rapportent principalement aux dimensions de la grille, de la cheminée. Si donc il est facile de juger mauvais un fourneau qui n'est point dans ces conditions; ce ne peut être qu'après de longs essais, exécutés dans des conditions toutes spéciales, qu'on peut attribuer à un fourneau une supériorité relative. La Société ne pense pas qu'il lui soit possible de formuler autre chose que des paroles d'encouragement pour les hommes laborieux qui cherchent à perfectionner l'organe en quelque sorte fondamental de l'industrie moderne, en émettant le vœu que les industriels qui sont, après tout, les vrais juges en pareille matière veuillent bien soumettre le nouveau fourneau à la sanction de la pratique.

Sciences physiques.

» Le concours des sciences physiques a produit cette année trois mémoires relatifs à deux questions du programme.

» La Société avait demandé une exposition élémentaire de la théorie mécaniqne de la chaleur. Elle a reçu un mémoire portant ce titre. Malheureusement il ne répond que très-imparfaitement aux intentions de la Société. L'auteur témoigne d'une connaissance sérieuse de la matière, il a fait de louables efforts pour simplifier certains points spéciaux. Mais il semble avoir oublié que les conditions essentielles d'une exposition élémentaire sont une division bien nette du sujet et une rédaction sinon élégante du moins précise. Il faut s'y préoccuper bien moins d'être complet que d'être compris et s'attacher moins à accumuler les faits qu'à faire pénétrer profondément les plus importants dans l'esprit du lecteur en les éclairant par ces explications lumineuses dont il y a de si bons modèles. La Société maintient à son programme la question proposée et espère que l'auteur du mémoire N° 1, en perfectionnant son travail lui procurera le plaisir de pouvoir lui décerner le prix l'année prochaine.

» Notre programme contenait encore une autre question déjà proposée en 1863 et pour laquelle dans sa dernière séance publique des mentions honorables furent données à MM. d'Aubigny (de Lille), et Lachez (de Paris). Malgré tout le mérite des travaux de ces deux savants, la Société crut devoir maintenir au concours la question non traitée au point de vue expérimental.

» Il s'agit, dans la question proposée, d'un point spécial de la théorie physique de la gamme naturelle, ou, pour préciser davantage, de la valeur qu'il faut attribuer à l'intervalle qui sépare les deux premières notes de cette gamme.

» Cette théorie de la gamme est controversée depuis des milliers d'années, car les débats sur ce sujet duraient depuis longtemps lorsque Aristoxène, disciple d'Aristote, et contemporain d'Alexandre devint le chef d'une école qui déclara vouloir rompre avec les proportions géométriques pour ne prendre d'autre guide que l'oreille. Seulement, loin d'éteindre la discussion, il ne fit que lui prêter de nouveaux aliments. L'oreille est un organe sur les indications duquel peuvent influer l'habitude, l'éducation, les opinions préconçues, tous liens dont il est presque impossible de se délivrer entièrement. Aussi le système musical se compliqua-t-il étrangement entre les mains de ce peuple grec dont la délicatesse poussa l'amour de l'art jusqu'au raffinement, jusqu'a la subtilité. Notre système moderne, beaucoup plus simple quoiqu'il dérive par tradition de celui des grecs, a conservé néanmoins quelques traces de distinction antique et la question de la gamme, qui n'a jamais été complètement décidée, a été soulevée de nouveau depuis une quarantaine d'années et a repris ainsi une véritable actualité.

» Deux mémoires ont répondu au nouvel appel de la Societe.

Le mémoire N° 3 , portant pour épigraphe : ***Musica est exercitium arithmeticæ occultum inscientis se numerare animi (Leibnitz)*** est remarquable par la netteté de l'exposition et des divisions établies. L'auteur qui fait preuve de grandes connaissances musicales est évidemment habitué à manier la plume et probablement la parole. On est séduit dès l'abord. Malheureusement, cette impression ne peut se soutenir. L'auteur expose à l'appui de son opinion trois sortes de preuves expérimentales et développe ensuite les arguments qu'il croit propres à soutenir un certain système relatif à la constitution de la gamme entière. De ces trois séries d'expériences, l'une est la contradiction pure et simples d'expériences déjà faites sur le même sujet. Mais rien ne porte à leur donner la préférence sur les anciennes : il n'y a ni précautions nouvelles indiquées, ni causes d'erreurs signalées et évitées. Tout au contraire, l'auteur semble ne pas avoir connaissance de causes d'erreur déjà indiquées par d'autres physiciens. Quant à tout le reste du mémoire et aux arguments qu'il renferme, il nous est impossible d'y voir autre chose qu'une suite de cercles vicieux, et les soins consciencieux donnés à l'exécution d'expériences matérielles ne peuvent rien ajouter à leur valeur.

» Le mémoire N° 2 portant pour épigraphe :

Das Licht der Ueberzeugung
Ist heitrer Forscher Sohn.

rachète quelques défauts d'ordre et de rédaction par des qualités très-solides. L'auteur témoigne d'un sentiment musical très-développé ; il a le grand mérite d'apporter dans ses recherches expérimentales une idée nouvelle, franchement exprimée, et les arguments à l'appui du mode d'expérimentation qu'il propose sont judicieusement soutenus.

A moins de nous étendre au-delà des limites acceptables ici, il ne nous est guère possible d'expliquer en quoi ses expériences diffèrent des expériences antérieures, et en quoi, il faut bien le dire, le point de vue auquel il s'est placé, n'est pas tout-à-fait celui qui correspond à l'énoncé de la question proposée. La partie expérimentale laisse un peu à désirer au point de vue de la précision ; l'auteur est visiblement un artiste plutôt qu'un physicien ; il est plus familier avec les exigences de l'harmonie qu'avec celles de la physique moderne en matière de rigueur expérimentale.

» Néanmoins, Messieurs, le mémoire portant le N° 2 est un travail très-conciencieux, bien raisonné.

» Aussi la Commission pour les sciences physiques, en retirant la question du concours, a proposé de décerner à l'auteur de ce mémoire une médaille d'argent pour ses recherches sérieuses et instructives, et le vote de la Société a sanctionné cette proposition.

» En conséquence une médaille d'argent est accordée à M. Théodore Herlin (de Lille), auteur du mémoire N° 2.

» La Société est heureuse de voir que l'appel qu'elle faisait l'année dernière par l'organe de son rapporteur, pour éclairer une des questions pratiques les plus importantes pour le Nord de la France a été entendu. Un ouvrage manuscrit portant pour épigraphe ces deux vers de La Fontaine : Sciences appliquées

> Travaillez, prenez de la peine
> C'est le fonds qui manque le moins.

a été adressé à la Société sur la question N° 4 du programme des sciences appliquées à l'industrie concernant le rouissage du lin.

» Le programme de la Société pour le concours de 1865, contenait sous le N° 4, les propositions suivantes :

» Décrire en détail les procédés du rouissage en usage dans le Nord de la France et en Belgique, et démontrer à quelle cause est due la supériorité des lins rouis en rivière et surtout dans la Lys.

» Indiquer les divers procédés proposés ou essayés dans ces vingt dernières années pour remplacer le rouissage ordinaire. Signaler les causes qui ont empêché d'en adopter aucun généralement.

» Exposer les perfectionnements dont seraient susceptibles la culture et le rouissage du lin. »

» Il est facile de voir que c'est un homme de métier, un industriel du pays, qui a rédigé ce travail. C'est moins un mémoire didactique qu'il a prétendu faire, qu'une suite de notes et de pratiques personnelles exposées avec simplicité et relatives seulement à la question du rouissage.

» Il parle successivement des anciens modes du rouissage, tels que :

Le rouissage sur terre,

Le rouissage à l'eau stagnante,

Le rouissage à l'eau courante, et spécialement le rouissage dans la Lys,

et sur chacun de ces modes, il donne, outre des renseignements techniques, son opinion personnelle sur leurs avantages et leurs inconvenients respectifs. Il croit que la haute réputation des lins rouis dans la Lys tient moins à la nature de l'eau, à sa température uniforme pendant les cinq mois du rouissage, qu'à cette circonstance, qu'on ne confie à la Lys que des lins exceptionnellement bien choisis, bien réguliers en qualité, et qu'on surveille avec intelligence l'opération dans toutes ses phases. Il conteste que cette rivière ait le pouvoir de donner de l qualité à un lin qui n'en a pas reçu du sol.

» L'auteur étudie ensuite avec plus ou moins de détails les différents procédés proposés ou essayés dans les quinze dernières années et dans lesquels le rouissage s'effectue sans qu'il y ait fermentation proprement dite comme dans les anciens procédés. Il passe donc en revue.

Le système de Watt suivi depuis 1852 en Flandre,

Le système Dellisse, de la même époque,

Le système Lefebure, pratiqué à Bruxelles,

Le rouissage et le teillage manufacturier, tel qu'il a été importé en France en 1850 par la maison Scrive, perfectionné dans les années suivantes par cette même maison et monté en Belgique par elle.

» Enfin, il décrit l'installation en Algérie du même procédé par ses propres mains et il signale le succès qui a couronné sa courageuse tentative.

» Des notes, des plans et des figures de machines sont annexés aux descriptions qu'il donne des différents procédes nouveaux. Il a même joint des échantillons des lins rouis et teillés dans son usine d'Algérie.

» Toute cette partie du mémoire est d'un haut intérêt et on acquiert la preuve à chaque page que son auteur a vu, a expérimenté par lui même et qu'il est très au courant de tout ce qui a trait à l'industrie linière. Seulement qu'il nous permette de lui dire que les qualités de son travail nous font regretter qu'il ne nous ait pas présenté une revue plus complète des nombreux procédés proposés depuis une vingtaine d'années, et qu'il n'ait pas entièrement satisfait à toutes les parties du programme, puisqu'il a passé sous silence la partie culturale.

» Mais tel qu'il est, ce travail mérite certainement des éloges, et lorsqu'il aura été amélioré en vue de l'impression il figurera avec honneur dans le volume des mémoires couronnés que la Compagnie prépare.

» Considérant d'un autre côté, que l'auteur, enfant de Lille, a le premier importé et mené à bien dans l'Afrique française, nous ne dirons pas la culture du lin, puisque celle-ci y était déjà impatronisée par les soins de M. le sénateur Ferdinand Barrot et de notre savant confrère M. Lestiboudois, mais l'exploitation industrielle de cette plante sur des proportions considérables, la Société impériale des sciences, ayant égard aux deux genres de mérite du concurrent, lui accorde sa plus haute récompense. Elle décerne *une médaille d'or* à M. Auguste Scrive (de Lille), auteur du mémoire sur le rouissage du lin.

Le Président de la Société invite successivement MM. Th. Herlin et Aug. Scrive à venir recevoir les récompenses que leur a décernées la Société.

M. Habey fait entendre un morceau de chant.

M. Chon, Rapporteur, a la parole pour rendre compte, au nom des Commissions de Littérature, de Jurisprudence, d'Histoire et des Beaux-Arts [1], des résultats fournis par les concours pour 1865, et des propositions de récompenses faites par ces Commissions et sanctionnées par la Société.

« Messieurs,

Histoire.

« Le Concours d'histoire, cette année, ne s'est pas maintenu à la hauteur de ceux des années précédentes. Deux Mémoires ont été présentés. Le premier, ayant pour objet la Commune de *Reumont*, n'est que la reproduction à peu près textuelle d'un Mémoire qui nous a été soumis en 1864; nous n'avons aucune raison, malgré quelques légères retouches, de revenir sur notre

1 Ces Commissions se composaient de MM. Delerue, Deligne, Van Hende, de Coussemaker, Houzé, Meunier, Le Breton, Desplanques, Chon, Benvignat, Vandenbergh, Colas, Kolb.

dernier jugement. Il y a des *Sociétés de statistique* qui seraient plus que la Société des sciences de Lille, en position de récompenser un travail de ce genre.

» Le second Mémoire a pour titre :

» *Notions historiques sur la commune d'Élincourt*, *etc.*, *etc.* — Il contient les noms des Seigneurs de l'an 1272 à l'an 1789 et ceux des baillis, lieutenants de baillis et échevins de l'an 1511 à l'an 1789. Cette dernière liste est dressée au moyen d'environ 400 chirographes retrouvés dans le grenier de la maison d'école. On ne peut trop louer l'heureuse idée qu'a eue l'auteur de recourir aux titres en question, mais de simples notes, des catalogues et chapitres décousus ne composent pas une histoire et la Société réclame des concurrents un travail de rédaction auquel ne s'est point assujetti l'auteur des recherches sur Elincourt.

» La Société ne peut donc, malgré l'estime qu'elle professe pour de studieux efforts, décerner à ces deux Mémoires la récompense qu'elle destine aux travaux historiques. L'honneur des futurs concours est intéressé à ce que nous ne laissions point abaisser le niveau des légitimes prétentions de notre programme.

» La Société regrette également de n'avoir qu'à constater le dépôt de deux Notices trop insuffisantes, l'une sur Bartolomé-Masurel, l'autre sur Arnould de Vuez.

» La Société impériale des sciences avait proposé dans son programme de concours pour la Législation, en 1865, une étude sur la Coutume de Lille, avec la condition de comparer les dispositions principales de cette législation au droit romain, au droit germanique et aux codes qui nous régissent actuellement. Législation. Sciences morales.

» L'appel a été entendu et il y a été répondu de fort loin, comme vous le verrez tout-à-l'heure ; un Mémoire très-étendu nous a été envoyé dans lequel la Coutume de Lille se trouve analysée avec beaucoup d'intelligence, de zèle et d'exactitude ; ce travail est conforme comme doctrine aux opinions de Patou, le savant commentateur lillois. L'austérité du sujet, bien loin de rebuter le concourrent, semble l'avoir séduit, il l'a donc résolument attaqué, sans s'effrayer des difficultés; elles étaient grandes, cependant; elles exigeaient à la fois de la science et de la pénétration. Ni l'un ni l'autre n'ont fait défaut à l'auteur. Il nous a donné des preuves évidentes d'un savoir solide et d'une singulière aptitude à scruter toutes les parties essentielles de la question. Notre satisfaction serait sans mélange, s'il eût consacré à la comparaison de la Coutume de Lille avec le droit romain, le droit germanique et le droit actuel, une part plus considérable de ses recherches et de ses ingénieux commentaires. Traité non-seulement avec talent, mais encore avec un soin tout particulier, le Mémoire révélait une sorte d'affection presque filiale. Ce sentiment s'est expliqué pour nous, à l'ouverture du billet renfermant le nom du concurrent. L'auteur est M. Léonce de Fontaine de Resbecq, substitut à Nérac, et l'étude de la Coutume de Lille est comme l'acquit d'un des derniers désirs de son père, l'un de nos compatriotes, auteur élégant et sympathique, enlevé, il y a quelques mois à l'affection de tous ceux qui s'intéressent aux lettres. Son nom est celui de l'une des anciennes familles de notre pays, famille qui a fourni nombre d'échevins et de magistrats à notre ville, cimentant ainsi l'union si caractéristique en Flandre de la noblesse et de la bourgeoisie. Lille est heureuse de voir les enfants de ceux qu'elle a nourris, se souvenir d'elle du fond des provinces les plus éloignées, lui dédier leurs veilles, se rattacher au berceau des ancêtres par le lien des bonnes études et redemander ainsi comme de secondes lettres de naturalisation.

» La Société décerne une médaille de vermeil à M. Léonce de Fontaine de Resbecq.

» La Société avait posé cette autre question :

» *Faire l'historique de l'une des grandes industries du département du Nord.... en signalant les diverses phases de son développement et indiquant son avenir probable...*

Sans tenir compte de la limitation que la Société semblait fixer à l'étude économique proposée, un concurrent a cru pouvoir adresser un travail sur le prolétariat en général.

» Ce travail qui n'est du reste intitulé par l'auteur que : *Lettres sur le prolétariat*, n'est point, à proprement parler, une étude sur cette éminente question; les choses n'y sont pas examinées au fond; elles ne sont décrites qu'à la surface et la forme même de cette étude confirme notre opinion; ce sont de simples lettres adressées à un correspondant qui reste entièrement dans l'ombre; qu'on a (ce n'est peut-être pas sans une arrière pensée de malice), appelé M. Bourgeois et qu'on fait propriétaire, horticulteur et conseiller municipal

» La première de ces lettres établit l'état du prolétariat et le fonde sur le défaut d'éducation qui n'a pas permis au sentiment de la dignité humaine de se développer chez ceux qu'on appelle les *exploités* de l'industrie, expression que nous avons regrettée parce qu'elle n'est ni généralement juste ni assez conciliante.

» La seconde lettre est relative à l'action de la charité privée et de l'assistance publique comme moyen d'éteindre le prolétariat; elle conduit l'auteur à formuler l'axiôme, *que la charité secourt, mais n'émancipe pas.* La charité lui semble inefficace.

» La troisième lettre développe le principe qui a pour objet de substituer à la charité l'association.

» La quatrième nous initie aux sociétés coopératives que l'auteur décrit sous les trois formes qu'elles ont reçues jusqu'à présent, l'association de production, l'association de consommation et celle de crédit mutuel.

» Ainsi c'est à l'association et au principe coopératif que l'auteur fait appel pour obtenir la solution de la question du prolétariat, et il est d'accord en cela, avec presque tous ceux qui se sont occupés de cette formidable question.

» Telle est l'analyse sommaire mais exacte du travail qui nous a été adressé; qu'on nous permette d'ajouter que sous une apparence légère, il est sérieusement traité, écrit avec verve et d'un bon style.

» Aussi, quoiqu'il ne s'agisse ici que d'un résumé d'idées qui ne sont pas personnelles au concurrent et qui ont reçu des applications partielles en Angleterre; en Allemagne et en France; considérant aussi que la question étudiée n'est pas précisément celle du programme, la Société voulant d'ailleurs encourager des recherches d'une opportunité trop réelle, accorde à l'auteur des *lettres sur le prolétariat*, une Mention honorable.

» Sous l'enveloppe cachetée la Société a encore découvert avec plaisir que ce travail était dû à un Lillois, M. Hippolyte Verly, de Lille.

» Il continuera, nous l'espérons, à honorer par des travaux encore plus importants le nom qu'il porte et qui nous est cher.

» La Société décerne une mention honorable à M. Hippolyte Verly, de Lille.

Beaux arts.

» La Commission des Beaux-Arts n'a eu qu'un seul projet soumis à son examen. Le programme demandait :

» *Un monument pouvant servir à des expositions d'art ou d'industrie, à des solennités publiques, à des concerts, etc.*

— L'auteur du projet a surmonté, non sans bonheur, quelques difficultés de plans; le rendu en est soigné; on y remarque un homme dont la main est habile, exercée à ce genre de dessin; mais des hardiesses qu'on pourrait appeler des témérités, l'adoption d'une forme complètement abandonnée aujourd'hui pour une Salle de Concert par rapport à l'acoustique, enfin des dispositions malheureuses ne permettent pas à la Société de décerner la médaille. Cependant il y a dans ce travail d'Architecture assez de qualités pour que la Commission ait cru devoir proposer d'accorder une Mention honorable à l'auteur du projet.

» En conséquence, la Société décerne une mention honorable à M. Newnham, de Lille. »

» J'avoue que je m'étonne de rencontrer encore des poètes en notre siècle positif. La poésie vit surtout d'idéal, et de nos jours le réalisme *coule à pleins bords.* Déjà les bruits et la fumée de l'usine envahissant les campagnes, chassent au fond des bois nos chantres ailés, comme dirait Delille; et là ils modulent leurs plus délicieuses mélodies pour de rares amis de la solitude; ainsi les esprits délicats qui ont gardé le culte des vers et qui sacrifient aux muses, devraient être repoussés et découragés par l'indifférence ou les dédains d'un public que les réalités de la vie actuelle préoccupent avant tout.. Et cependant il y a toujours des poètes, en dépit des sceptiques et des railleurs. Les temps ne sont plus où la France entière, j'allais dire le Monde, tressaillait à l'annonce d'une œuvre de nos grands génies littéraires; sans remonter bien haut, il me souvient de l'émotion qui nous saisissait, étudiants des colléges, lorsque nous apprenions qu'une *Ode* de Victor Hugo, qu'une *Méditation* de Lamartine, une *Messénienne* de Casimir Delavigne, ou une *Némésis* de Barthelemy, allaient paraître; alors la jeunesse s'agitait; nous nous arrachions l'œuvre nouvelle, nous la cachions pendant la classe, sous nos cahiers et dans nos pupîtres, pour la savourer à notre aise, et nos professeurs nous auraient certainement pardonné ces nobles distractions, ces heureuses infractions à la règle. Je ne voudrais pas qu'on m'accusât du défaut des vieillards qui vantent volontiers les âges passés, *laudator temporis acti*, et pourtant, sans être indiscret, ne puis-je pas demander aux écoliers d'à-présent si c'est là ce qu'ils cacheraient sous leurs livres, s'ils s'exposeraient à la sévérité de leurs maîtres pour le plus riche des poèmes, et si leurs goûts secrets ne les entraînent pas d'un autre côté? Franchement, nous ne serions pas trop fâchés si nos jeunes gens étaient épris, même à la dérobée, des beautés littéraires. Donc notre époque ne semble pas favorable à la poésie, on la montre du doigt en riant, on la regarde comme une puérile superfluité; peut-être, il est vrai,

Littérature.
Poésie.

faudrait-il s'en prendre au triste déclin de quelques-uns de ces anges déchus qui planaient autrefois dans les célestes régions de l'idéal, et qui aujourd'hui, n'en déplaise à leurs courtisans, se font gloire de traîner leurs ailes sur la terre.

» Puisque le public n'a plus pour la poésie ces ardeurs d'autrefois, il est bon qu'il y ait çà et là des asiles où elle puisse encore trouver des cœurs sympathiques et de flatteuses récompenses. Les Académies se sont donné la mission de recueillir les poètes, ces délaissés du monde, de solliciter leur talent, de couronner leurs œuvres. Autant qu'il dépend d'elles les académies vengent la poésie de l'indifférence de la foule ; elles lui permettent de faire encore entendre ses chants autre part que dans le désert.

» La Société Impériale des Sciences, de l'Agriculture et des Arts de Lille est fière, entre toutes, d'avoir maintenu courageusement cette vieille et salutaire tradition et hâtons-nous d'ajouter qu'elle n'a pas eu à s'en repentir. La poésie n'a pas été ingrate, car depuis longtemps elle a répondu à l'appel de la Société, et depuis quelques années surtout nous devons aux poètes l'un des éléments les plus féconds et les plus brillants de nos concours. J'espère, Messieurs, que vous n'avez pas tout-à-fait perdu le souvenir des pièces remarquables auxquelles nous avons précédemment accordé nos plus honorables distinctions, et dont les auteurs, au moins quelques-uns, sont devenus nos confrères ; ils ont prouvé d'une manière éclatante que l'art des beaux vers n'est pas mort parmi nous ; ils nous ont forcés de tenir nos palmes à une hauteur qu'il n'est pas facile d'atteindre. Réjouissons-nous de ce résultat ; la valeur des prix est ordinairement proportionnée aux efforts qu'ils ont coutés.

» Nous serions vraiment une Compagnie privilégiée si, cette année, le concours de Poésie avait encore donné des œuvres hors ligne ; il faut savoir être modéré dans ses désirs et se contenter du bien quand on ne peut avoir le mieux. Nous serons sages en acceptant comme assez heureuse la moisson que nous avons faite en 1865, quoiqu'elle nous paraisse, sous le rapport de la qualité des produits comme sous le rapport du nombre, inférieure à celle de 1864.

» La Société a reçu dix-sept pièces parmi lesquelles la Commission en a distingué cinq, mais à des degrés différents. Et d'abord nous remarquons avec plaisir que la poésie tend de plus en plus à abandonner les hauteurs nuageuses où jadis elle se perdait trop volontiers. Nous sommes débarrassés, Dieu merci, de ces niaiseries vagues et mélancoliques qui étaient à la mode il n'y a pas longtemps, de ces poètes incompris et encore plus incompréhensibles, de ces poètes à la fleur de l'âge inconsolés et inconsolables, pleurant des souffrances imaginaires, invoquant la mort avant d'avoir vécu et finissant par maudire la société qui refusait de s'apitoyer sur ces Werther de convention. Combien n'en avons-nous pas essuyé de ces banalités sentimentales! La maladie est passée. Nous constatons qu'on revient aujourd'hui à des sujets saisissables, à des sentiments vrais, naturels, à des images nettes et claires, à un style intelligible. Si le concours de cette année n'est pas tout-à-fait au niveau de ceux qui l'ont précédé, s'il est moins brillant, l'ensemble a laissé cependant une impression favorable dans l'esprit des juges appelés à l'apprécier. Ils ont particulièrement signalé les pièces suivantes :

» D'abord les *Trois-Aigles :*

» Dans une vision apocalyptique, l'auteur voit l'Aigle de saint Jean et l'Aigle de Romulus attirés au-dessus de Paris par le foyer de lumière que les beaux-arts, le luxe et la richesse y ont allumé ; ils prennent Paris pour la reine du monde annoncee par les prophètes et ils se demandent *si les temps prédits* sont enfin venus! Alors l'Aigle de la Colonne leur crie : Oui les temps sont venus et il énumère toutes les merveilles dont Paris surabonde et qui dépassent la splendeur d'Athènes, de Corinthe et de Memphis. La pièce finit par la prédiction des destinées futures de la France sous l'égide de la Foi et de la Liberté.

» Il règne dans les *Trois-Aigles* un véritable mouvement lyrique et çà et là on y rencontre de chaleureuses inspirations; mais trop souvent cette chaleur est exagérée; l'emphase est prise pour la grandeur et le style violent pour la force. D'ailleurs la pièce débute par deux vers malheureux qui ne préviennent pas en faveur du reste :

Deux aigles *accouraient* et d'une aile intrépide
Fouettaient les vents au sein des airs...

» Hâtons-nous d'ajouter que les autres strophes, sans être parfaites, donnent mieux que ne promettait ce début.

» *L'Esprit-Frappeur* est une Ballade :

» Un jeune homme poursuivi par la peur des *esprits* dont il entendait parler la veille, est lutiné sur le bord d'un ruisseau par une Nymphe invisible qui n'est autre que Jeanne; cette bluette assez gracieuse, manque de corps pour ainsi dire et parfois la forme est trop prosaïque; il y a néanmoins quelques vers à citer; par exemple quand le peureux, sur le point de regagner sa maison avant qu'il ait pu se rendre compte de ses terreurs, aperçoit dans les roseaux un cygne qui s'agite et....

Bientôt sur l'eau se soulevant,
Superbe, les ailes au vent,
En blanches voiles,
Jetant à l'air son cri joyeux,
Il s'enfuit, se perdant aux yeux
Dans les étoiles.

» *La Pologne*, Ode :

C'en est fait! Plus d'espoir... le crime est accompli!...
Le bourreau moscovite a fini sa besogne;
Et dans ces champs déserts, qui furent la Pologne,
Un peuple dort enseveli!

» C'est ainsi que le poète entonne son chant de douleur. Certes il n'est personne dont le cœur ne saigne en pensant au long martyre d'une nation si noble et si fidèle; tout poète est sûr d'éveiller des sentiments de profonde sympathie lorsqu'il touche un sujet qui se sauve du lieu commun par l'excès de l'héroïsme et du malheur. La France n'a jamais perdu le souvenir de la Pologne et la Pologne n'a jamais perdu l'espoir en la France :

L'on conte qu'à l'heure suprême
On ouït, sur sa lèvre blême,
Ces mots, comme un souffle courir:
A moi, France! — Je vais mourir!

Tendre et touchant appel! Et l'aigle tricolore,
Des feux de Malakoff resplendissant encore,
Pour défendre et sauver l'aigle blanc de Praga,
N'a pas lancé la foudre! Et du haut de son aire,
Il n'a pas refoulé, jusque dans leur repaire,
Ces hordes de Kalmouks vomis par le Volga!!

» Néanmoins la plus belle des causes ne dispense pas l'écrivain qui la défend, de respecter la vérité des images et la convenance de l'expression; c'est ce que l'auteur de l'*ode*, intitulée *la Pologne*, n'a pas toujours fait et notamment il lui est arrivé de laisser l'imprécation dégénérer en injure, quand il appelle les rois de la Sainte-Alliance des *forbans* et leurs soldats des *argousins*. De pareilles taches déparent un poème où d'ailleurs l'on a reconnu des strophes bien réussies et de généreux élans.

» Sous ce titre : *les Voyageuses*, l'auteur nous a donné une sorte de méditation qui n'est pas sans charme ; il représente une jeune fille rêvant appuyée sur sa fenêtre et regardant les hirondelles qui s'apprêtent à s'envoler vers les contrées lointaines.

Laissez, laissez tomber les feuilles éphémères !
Que les airs attristés s'emplissent de frimas !
Vous qu'attend le soleil, aux rives étrangères,
Hirondelles de Dieu, quittez nos froids climats !

» Il y a de très-jolis vers dans cette pièce et un sentiment délicat, mais elle manque aussi de consistance et de fermeté.

» Enfin nous arrivons à l'Epître intitulée : ***Conseils à un jeune Instituteur primaire.***

» Sans contredit, c'est le morceau capital du concours et par le talent et par l'étendue. Nous ne savons si l'auteur est du métier, mais à la précision des détails, à l'à-propos de la leçon, à certaines expressions techniques, nous avons été tenté de le croire. Il s'est heureusement inspiré de son épigraphe : ***Honneur aux modestes citoyens qui s'occupent de l'instruction du peuple des campagnes ! Ils méritent bien de la patrie.*** (CORMENIN, ***Entretiens de village***).

» L'entrée en matière ouvre avec bonheur un poëme qui compte plus de trois cents vers :

Tel qu'un fils de Lévi que le temple réclame,
Dans l'étude du cloître et sous l'œil de son Dieu
Attend que l'Esprit saint, illuminant son âme,
Lui consacre le front par un rayon de feu ;
Ainsi, pendant trois ans, loin d'un monde futile,
Tu recueillis longtemps pour semer à ton tour.
Honneur à ton courage et gloire à ton retour !
Tu vas monter au rang de citoyen utile.
L'avenir est à toi. — D'un geste approbateur,
Après avoir loué tes réponses précises,
Un jury de savants, dans ses doctes assises,
T'a conféré le nom, les droits d'instituteur.

. . . .
. . . .
. . . .

Un choix heureux te met sur la chaise curule
Au lieu même où jadis tu maudis la férule :
Sois donc pour ton hameau, sois un bienfait des cieux!
Il t'a donné le jour..... mais tu peux donner mieux :
— La vie intelligente ! — aux lieux qui t'ont vu naître .

» Puis l'auteur recommande à l'instituteur d'être en même temps un homme de foi; c'est la première qualité que sa mission demande :

Si tu veux que ta voix féconde et civilise,
Adosse ton école à l'autel de l'église.
On ne peut croire aux lois quand on ne croit à rien.
L'enfant qui croit en Dieu sera bon citoyen.
Songe donc qu'au village une école primaire
N'est pas uniquement un temple à la grammaire...
La grammaire, c'est bien ! la piété, c'est mieux !
L'une est d'un seul pays, l'autre est de tous les lieux ;
L'une est un art humain, l'autre un guide céleste :
Honore Dieu d'abord !... ce Dieu fera le reste ;
Et, pour te faire fort dans ton apostolat,
Mets la main sur ton cœur... Ta récompense est là !

» Ce n'est pas assez pour l'instituteur d'avoir donné à ses élèves quelque savoir, il doit leur inculquer la vertu, l'amour du pays, tous les devoirs de la famille et du citoyen :

Tes élèves sont tous fils de la même France ;
Donc, que l'égalité soit ton ordre du jour.
. . . .
Toi qui sais mieux la vie et ses dures misères,
Apprends leur à s'aimer, à vivre tous en frères !
. . . .
L'amour du lieu natal, la sainte idolâtrie,
Que tout cœur de Français doit à notre patrie ;
L'aïeul à cheveux blancs, les devoirs fraternels,
Le souvenir pieux des bienfaits maternels.....
Voilà le code heureux de ta magistrature !

» Dans sa sollicitude pour les jeunes villageois dont il a la garde, il leur enseignera l'humanité en les exhortant à ménager les petits oiseaux.

— Que l'enfant. . . . .
Ne soit pas sans pitié dans la saison des nids!

Un nid, palais de mousse, est tout un petit monde —
Qu'il est charmant de voir, bercés dans les rameaux
Sur le mol édredon d'une tiède rotonde,
Ces œufs, bijoux d'amour, qui seront des oiseaux!

» Je ne sais pourquoi, mais je soupçonne ici quelque réminiscence; est-ce que Nadaud, notre cher confrère, n'aurait pas donné, par hasard, un coup de son pinceau à ce petit coin de tableau?

O mes enfants! cueillez les fleurs qu'avril vous donne,
Bientôt mai videra sa corbeille en ce lieu:
Du logis maternel parfumez la madone,
Mais respectez les nids des oiseaux du bon Dieu!

» L'auteur engage l'instituteur à guérir les habitants des campagnes de la funeste manie qui les entraîne vers les villes; ce passage mérite d'être cité tout entier :

Alors le villageois, apprenant à connaître
Que le bonheur l'attend aux lieux qui l'ont vu naître,
Fidele à son berceau, resterait paysan:
Et nous ne verrions plus nos campagnards transfuges
Chercher dans les cités d'équivoques refuges
Où le bon laboureur n'est qu'un triste artisan.

Oh! bienheureux celui qu'une parole amie
A sauvé du danger de cette épidémie!
Il travaille au grand air sous le regard de Dieu;
Au lieu d'un antre étroit, d'une usine enfumée,
Il a pour atelier la campagne embaumée,
Et, plus haut, pour plafond, la voûte du ciel bleu.

Dans un corps vigoureux il garde une âme saine :
Ce n'est pas lui qu'on voit, au majestueux chêne,
Monument naturel fêté par ses aïeux,
Préférer cet amas de briques et de pierres
Dont les grandes cités, pour cacher leurs misères,
Dressent avec orgueil, le colosse à nos yeux.

Comme le vrai bonheur, son air est calme et grave,
Mais, malgré sa douceur, ce villageois est brave;
Il sait combattre et vaincre ou mourir à propos.
Nourricier des cités, il en est la défense;
Et, devant l'ennemi, sans peur toujours la France
A ses calleuses mains confia nos drapeaux....

» Il y a là, Messieurs, de l'éloquence et du cœur.

» Après avoir recommandé à l'Instituteur une sage neutralité entre deux autorités souvent rivales dans la Commune, après l'avoir exhorté à fuir les joies *méphitiques* du cabaret, à s'abstenir de la politique, ou du moins à n'en rappeler que les gloires du Souverain et du pays, il termine ainsi :

Mais du simple entretien bravant ici la loi,
Au lieu de te parler, j'ai rimé devant toi.
Adieu!... Pardon, ami, pardon si ma pensée
S'est traduite, à tes yeux, en prose cadencée;
Et crois qu'en ces conseils, dictés par l'amitié,
Ma raison et mon cœur sont chacun de moitié.

» Peut être le poète aurait bien fait de suivre à la lettre les conseils de modération qu'il donne si justement; on se plaît à voir les moralistes pratiquer ce qu'ils disent

» Il a cru pourtant devoir lancer des épigrammes aux instituteurs religieux; nous attendions plus de générosité d'un poète; ces plaisanteries d'une convenance et d'un goût douteux sur le chapeau à *trois cornes* et *la barbette*, n'ajoutent pas beaucoup au mérite du morceau et enlèvent quelque chose à sa dignité. Qu'il renonce à ces pauvres moyens de succès. Je l'aime bien mieux lorsqu'acceptant loyalement la lutte sur le terrain du devoir et de la vertu, il réclame pour l'instituteur laïque l'honneur d'être aussi chrétien, sans porter la robe, aussi dévoué que le religieux. A la bonne heure; voilà, disons-nous, un point d'honneur que nous admettons et auquel nous applaudissons de toutes nos forces. De cette émulation dans le bien, il ne peut sortir que d'excellents résultats.

> C'est d'accepter, sans crainte, avec sérénité,
> Le cartel qu'adressa vers toi la liberté;
> C'est de t'ingénier sans repos et sans trêve,
> A féconder le cœur, — l'esprit de chaque élève.
> Les progrès étaient bons — il faut qu'ils soient meilleurs,
> Plus sensibles aux yeux, plus rapides qu'ailleurs;
> . . . .
> . . . .
> . . . .
> Il faut que tes enfants, riches de tes vertus,
> Semblent de tes leçons les vivants prospectus.

» Nous ne doutons pas, Messieurs, après les citations que vous venez d'entendre, que vous ne ratifiiez le jugement de la Commission.

Les Conseils à un jeune instituteur primaire nous ont paru mériter une distinction supérieure à celles que nous avons réservées aux autres pièces; ils auraient obtenu mieux encore, si quelques remplissages, quelques inégalités, et parfois des passages prosaïques et trop relâchés, ne diminuaient pour nous la valeur générale du poème.

Quoique nous n'ayons, dans ce compte-rendu, insisté que sur les *cinq* pièces récompensées, il ne faudrait pas supposer que d'autres soient absolument dénuées d'intérêt. Nous pouvons encore mentionner ***Ruth et Booz***, ***la Mansarde***, ***Méditation***, ***Près d'un berceau***.

En conséquence, la Société décerne quatre mentions honorables :

A l'auteur de la pièce intitulée *l'Esprit Frappeur*, M. Gaston Romieux, secrétaire perpétuel de l'Académie de La Rochelle ;

A l'auteur de la pièce intitulée *la Pologne*, M. F. Clerc, commissaire impérial à la poudrière du Bouchet ;

A l'auteur de la pièce intitulée *les Trois Aigles*, M. Em. La Bretonnière, à La Rochelle;

A l'auteur de la pièce intitulée *les Voyageuses*, M. Alexandre Massé, professeur à Paris.

Elle décerne, en outre, une médaille de vermeil :

A l'auteur de la pièce intitulée *Conseils à un Jeune Instituteur*, M. Eugène Pol, à Quimper, déjà lauréat de la Société en 1864.

Le Président de la Société invite M. Eug. Pol, lauréat du concours de poésie, à venir recevoir la récompense qui lui a été décernée.

Il adresse ensuite la même invitation à M. Léonce de Fontaine de Resbecq, lauréat du concours de législation.

M. Guiraudet, Secrétaire-Général, a la parole pour rendre compte des résultats des examens passés par les élèves du cours libre des chauffeurs et mécaniciens.

« Messieurs,

» Il y a deux ans, à pareil jour, je devais vous annoncer que l'École des Chauffeurs fondée par la Société des Sciences en 1857 allait cesser d'exister. Et je rejettais d'une conviction profonde, comme une injure aux vieux bon sens lillois cette idée que le pays repoussât de son indifférence une institution appréciée ailleurs comme elle le mérite.; en terminant j'exprimais l'espoir que tout n'était pas fini pour l'École des Chauffeurs.

» Aujourd'hui j'ai le plaisir de constater que j'avais raison lorsque je comptais sur le sens pratique de nos populations; l'évènement a justifié et au-delà mon espoir : l'École des Chauffeurs est reconstituée et dans des conditions meilleures qu'autrefois.

» Lorsque la Société des Sciences, dans un sentiment de sollicitude pour la sécurité publique et d'intérêt pour le sort des classes laborieuses, créa un cours en faveur des ouvriers chauffeurs et mécaniciens, elle donna une vivifiante impulsion dont les effets s'affirment aujourd'hui. Les ouvriers chauffeurs, jusque-là isolés et entre lesquels elle avait créé le lien d'un enseignement commun, songèrent d'abord à se grouper pour constituer une société de secours mutuels; et alors ils voulurent accroître par l'instruction les ressources de leur vie active en même temps qu'ils se prémunissaient par la solidarité contre les misères de la maladie ou de la vieillesse. A peine constituée leur société relevait l'enseignement professionnel qu'avait fondé la Société Impériale, et il y a dans l'organisation de ce cours, un trait de libéralité qu'il est juste de remarquer : l'entrée en est libre pour tout ouvrier chauffeur, qu'il fasse ou non partie des sociétaires : on ne réclame de lui que l'assiduité.

» C'est là certes, me semble-t-il, le plus heureux résultat possible de l'initiative prise par la Société des Sciences. Elle a fait apprécier à une partie de nos ouvriers les bienfaits de l'instruction et si, après six ans, le cours a été interrompu, ce n'est pas, à vrai dire, parce que les ressources de la souscription étaient épuisées, car notre regretté confrère Fiévet offrait de continuer gratuitement : c'est bien plutôt parce qu'elle a jugé que l'exemple donné devait suffire, s'il s'adressait à un besoin réel. L'assistance n'est bonne, dans aucun cas, que là où elle est indispensable et je ne crois pas qu'elle puisse avoir un but plus élevé que d'éveiller les efforts individuels pour pouvoir s'effacer ensuite devant eux et disparaître.

» Tel a été précisément le rôle de notre Compagnie et j'estime que les conséquences en sont également honorables pour tous, et j'ajouterai avantageuses. Car il y a fort loin dans ma pensée d'un cours fondé en faveur des ouvriers à un cours fondé par eux, n'existant que parce qu'ils en ont apprécié tout le prix et leur donnant une instruction qu'ils ont voulu parce qu'ils en ont compris toute la valeur. Il y a là un bon exemple pour les autres corps d'ouvriers et j'espère qu'ils sauront le comprendre et le suivre.

» Est-il besoin maintenant, Messieurs, de vous expliquer par quels liens l'Ecole actuelle des chauffeurs se rattache à la Société des Sciences? Il n'y en a pas d'autres que ceux de la reconnaissance et de la sympathie. Les ouvriers se sont souvenus que c'était à la Société des Sciences qu'ils devaient leur premier enseignement; ils ont eu confiance dans ses bonnes dispositions à leur égard. Ils ont compris aussi ce que valent dans le pays ses appréciations, et ils sont venus lui demander de constater les résultats obtenus, en faisant pour eux ce qu'elle faisait pour les élèves du cours qu'elle avait fondé. Cette demande a été accueillie comme elle méritait de l'être, et ces résultats il me reste à vous les exposer brièvement.

» Le cours a réuni une soixantaine d'auditeurs inscrits et trente-huit ouvriers chauffeurs ont pris part aux examens faits par une commission de la Société des Sciences [1]. Vingt d'entre eux ont subi la double épreuve théorique et pratique assez bien pour que la Société puisse leur délivrer un certificat de capacité.

[1] Cette commission se composait de MM. H. Violette, président, Mathias, Cox, Menche, Ch. Viollette, Guiraudet. Les examens ont eu lieu dans l'établissement et devant les machines de MM. Crespel et Descamps, à l'obligeance desquels nous sommes heureux de rendre hommage.

Quelques-uns ont fait preuve d'une assiduité et d'un travail dignes d'éloges et l'un d'eux a montré une intelligence et une instruction remarquables; la Société lui décerne une médaille d'argent.

» Mais avant d'appeler les noms des élèves, je dois féliciter le professeur, M. Thorain, et des résultats qu'il a obtenus et avant tout du rare dévouement qu'il a déployé. C'est gratuitement, ou pour mieux dire à ses frais, que M. Thorain, tantôt à Lille, tantôt même à Roubaix, a prêté le concours de son expérience et de son savoir à la société ouvrière naissante, qui désirait fonder un cours, et cherchait un professeur sans avoir encore ni capitaux ni économies. Je suis chargé par la Société impériale, et l'opinion publique, j'en suis convaincu, ne me démentira pas, je suis chargé de complimenter publiquement M. Thorain, en lui témoignant les sentiments d'estime que méritent son intelligent patriotisme et son zèle désintéressé.

» La Société décerne une médaille d'argent à

Stéphani (Ferdinand), né en 1837 à Jemmappes (Belgique), chauffeur-mécanicien chez MM. Lepoutre et Parent, à Roubaix.

» Elle délivre des certificats de capacité aux ouvriers chauffeurs dont les noms suivent:

1° Cuvelle (Louis), né en 1830, à Roubaix, chauffeur chez M. Marissal, à Lille;

2° Dehart (Louis), né en 1835, à Hem, chauffeur chez M. Vaniscotte, à Lille;

3° Delanghe (Pierre), né en 1828, à Audenarde (Belgique), chauffeur chez M. Verdure, à Lille;

4° Delmotte (Henry), né en 1819, à Séchel, chauffeur chez MM. P. Villette et fils, à Lille;

5° Deltez (Jean-Baptiste), né en 1832, à Ath (Belgique), chauffeur chez MM. H. Delattre et fils, à Roubaix;

6° Demester (Alfred), né en 1841, à Roubaix, chauffeur chez M. Mullier, à Roubaix;

7° Deschin (Ildephonse), né en 1837, à Faches, chauffeur à la manufacture des tabacs, à Lille;

8° Houzé (Jean-François-Joseph), né en 1829, à Avelin, chauffeur chez MM. Scrive Frères, à Marquette;

9° Klingspoor (Macaire), né à Laerne (Belgique), chauffeur chez M. Grimonprez, à Roubaix;

10° Lelièvre (Pierre), né en 1825, à Flers, chauffeur chez M. Puplus, à Lille;

11° Leroy (Edouard), né à Honvent, chauffeur chez M. Caullier-Roussel, à Lille;

12° Masquelier (Jean-Baptiste), né en 1829, à Templeuve (Belgique), chauffeur chez Madame veuve Rousse Dazin, à Roubaix;

13° Mazurel (Réal), né en 1826, à Lannoy, chauffeur chez MM. Moyart frères, à Roubaix;

14° Merlin (Jean-Baptiste), né en 1817, à Vieux-Condé, chauffeur chez M. Fourment, à Lille;

15° Novarèze (Henry), né en 1820, à Fives, chauffeur chez M. Wakernié, à Lille;

16° Ripoton (Philippe), né en 1816, à Auby, chauffeur chez Madame veuve Arex–Colette, à Tourcoing;

17° Stéphani (Ferdinand), né en 1837, à Jemmappes (Belgique), chauffeur chez MM. Lepoutre et Parent, à Roubaix;

18° Tricot (Louis), né en 1816, à Froidmont Belgique), chauffeur chez M. Fauchille-Delannoy, à Lille;

19° Vanlerberghe (Charles), né en 1846, à Roubaix, chauffeur chez M. Van Remorter-Sénélar, à Roubaix;

20° Vannès (Edouard), né en 1830, à Ath Belgique), chauffeur chez MM. Morel et Cie, à Roubaix.

M. Aimé Houzé de l'Aulnoit, Secrétaire de correspondance, donne lecture du rapport sur les récompenses à décerner aux agents industriels :

« Messieurs,

« Le travail est la loi des sociétés modernes. — Plus il est actif, plus la prospérité est grande ! — Aux travaux de l'intelligence, aux concurrents victorieux dans les luttes scientifiques, les palmes de l'Institut et des Académies savantes. — Aux rudes travailleurs de l'industrie, un éloge, une médaille qui rappelle à leurs enfants un passé honorable, une vie consacrée aux pénibles labeurs de l'atelier.

» Le progrès enfante des prodiges. — L'humanité obéit à la voix qui la guide, en marchant toujours en avant. — Mais si la science la dévance et lui ouvre la route, elle ne doit pas oublier que sans soldats elle ne peut vaincre et triompher : or, ses véritables soldats ce sont ces hommes vieillis dans l'industrie, fidèles à leur profession, dévoués à leur maître. — Étrangers aux vicissitudes qu'enfantent les crises terribles de l'industrie, on ne les voit pas lever l'étendard de la lutte au seul mot de salaire. — Ils ne menacent pas ; pacificateurs aimés du patron et de l'ouvrier, jouissant de la confiance de l'un et de l'autre, ils n'interviennent que pour concilier et rapprocher. Grâce à eux, point de conflits, point de ces dissensions qui épuisent le corps social et n'amènent après elles que la ruine et le désordre. Grâce à eux, plus de coalitions, plus de malentendus, plus de chômages. — Respectés de tous, l'autorité de leur parole ébranle les résistances, calme les ardeurs et souffle dans les esprits l'amour de la concorde. Combien de fois un vieux serviteur n'a-t-il point ainsi arrêté sur la pente de la désertion des ouvriers excités à l'abandon des ateliers.

» Encourageons, Messieurs, par tous les moyens en notre pouvoir l'étroite union du maître et de l'ouvrier. De leur accord intime peut sortir pour l'industrie une ère nouvelle. Accueillons par nos vives sympathies les vétérans de la paix, dont la vie s'est écoulée dans la pratique modeste des vertus privées. — Félicitons-nous du nombre toujours croissant des candidats, et saluons avec bonheur ceux qui vont recevoir en ce jour la récompense qu'ils ont si bien méritée.

» Les demandes adressées à la Société impériale des sciences de Lille, en faveur des agents industriels, sont au nombre de 94. Elles concernent 12 serviteurs de 63 à 50 années de service; 33 de 48 à 40 années; 43 de 39 à 30 années, et 6 de 23 à 21 années.

» Pour bien apprécier le mérite des longs services, la Société a eu égard aux professions diverses des candidats. Elle eût desiré pouvoir les récompenser tous, mais d'imperieuses exigences s'y opposant, il a fallu choisir. La Société s'est arrêtée à cette pensée qu'il y a plus de motifs de décerner une prime à l'ouvrier, qui dans un cercle de nombreux établissements similaires, est demeuré fidèle à son patron, qu'à celui qui, dans un centre moins populeux, n'a point eu à résister aux séductions de la concurrence et du changement.

» Sous l'empire de ces considérations, nous avons formé deux catégories de vieux serviteurs : les ouvriers de l'industrie et les ouvriers des corps de métiers.

Primes d'honneur aux ouvriers de l'industrie.

1° Jean-Baptiste Defaux, tanneur, depuis 59 ans chez M. Bigo-Butin, à Haubourdin. Nous signalons avec plaisir que le fils de Defaux, marchant sur les traces de son père, travaille depuis 37 ans dans le même établissement. Qu'il continue à suivre ce noble exemple et la Société sera heureuse de le récompenser à son tour.

2° Auguste Héquette, filtier, depuis 53 ans chez M. Victor Saint-Léger, à Lille. A déjà obtenu semblable distinction de la ville de Lille le 12 septembre 1852.

3° Jean-Baptiste Ferain, raffineur de sucre, depuis 45 ans chez MM. Bernard frères, à Lille.

4° Jean-Baptiste Selosse, tisserand, depuis 44 ans dans l'établissement de M. Louis Grimonprez fils, à Roubaix.

5° Jean David, blanchisseur de toiles, depuis 44 ans dans l'établissement de M. Mahieu Delangre, à Armentières.

6° Joseph Dutrot, filtier, depuis 41 ans chez Mme veuve Charles Crespel et fils, à Lille.

7° Henri Leclercq, contre-maître, depuis 40 ans dans la fabrique de céruse de MM. Th. Lefebvre et Cie, à Lille (section des Moulins).

8° Xavier Louis, fileur de coton, depuis 37 ans chez M. Gustave Toussin, à Lille.

9° Louis Scrive, contre-maître teinturier, depuis 37 ans chez M. Soins, à Lille (section d'Esquermes).

10° Pauline Leroux, employée depuis 35 ans dans la filature de coton de M. Henri Barrois, à Lille.

11° Louis Dhelin, tailleur de pierres blanches.

Et 12° Louis Caby, également tailleur de pierres blanches.

Le premier depuis 63 ans et le second depuis 60 ans dans l'établissement de Mme veuve Lefebvre-Delrive, à Lille.

Nés à Wattignies, vieillis dans le même atelier, ces deux vétérans, toujours à leur poste de travail, ont vu passer quatre générations de la même famille. — La Société désireuse de ne point séparer d'aussi fidèles amis et d'aussi vaillants serviteurs, les a compris dans la même distinction.

Primes d'honneur aux ouvriers de corps de métiers.

13° Augustin Delequeuche, menuisier en voitures, depuis 45 ans dans l'établissement de M. Salomon dit Chevalier, à Lille.

14° Michel Deroulers, plafonneur, depuis 40 ans chez M. Detroye, à Lille.

Enfin, la Société a décerné une médaille d'argent et une prime d'honneur pour leurs bons et loyaux services, à :

1° Thérèse Leclercq, domestique, depuis 50 ans chez M. Motte-Duthoit, à Roubaix ;

2° Séraphine Gense, également domestique, depuis 40 ans chez Mme veuve Durif, à Tourcoing.

Après la remise aux lauréats des récompenses décernées, la séance est levée.

La musique du 57 e de ligne a bien voulu prêter son concours à cette cérémonie en faisant entendre divers morceaux d'harmonie au commencement et à la fin de la séance.

PROGRAMME DES CONCOURS

OUVERTS PAR LA

SOCIÉTÉ IMPÉRIALE DES SCIENCES, DE L'AGRICULTURE ET DES ARTS DE LILLE.

PRIX ANNUELS.

PROGRAMME.

La Société des Sciences, de l'Agriculture et des Arts de Lille décernera, s'il y a lieu, des MEDAILLES D'OR, de VERMEIL, d'ARGENT et de BRONZE, aux auteurs des travaux qui lui seront adressés sur les sujets désignés ci-après.

Les pièces ou mémoires couronnés pourront être publiés par la Société et formeront un recueil séparé, dont la publication est des à présent commencée.

Par décision particulière, prise le **17** mars **1865**, la première médaille d'or décernée pour la meilleure pièce de poésie ou de littérature sera remplacée par un objet d'art.

I. — SCIENCES PHYSIQUES

Questions proposées pour le concours de 1866.

1° Examen critique comparé des nombreux procédés proposés pour empêcher les incrustations dans les chaudières à vapeur. Indication du procédé le plus efficace et le plus économique pour chaque nature d'eaux d'alimentation.

2° Étudier, sous le double rapport de la composition chimique et des propriétés calorifiques, les diverses espèces de houille du nord de la France.

3° Faire l'étude comparée des photomètres proposés jusqu'à ce jour, et indiquer celui de ces instruments que l'on peut regarder comme le plus simple et le plus exact.

4° Faire un exposé élémentaire, propre à être introduit dans l'enseignement, de la théorie mécanique de la chaleur et de ses applications aux machines.

5° La viande de boucherie est, comme on sait, répartie en plusieurs catégories ou qualités dont le prix au kilogramme est fort différent.

On n'a aucune analyse chimique comparative de ces diverses qualités de viande du même animal.

Quelles sont les différences que ces qualites presentent sous le rapport de la composition immédiate ?

Sous le rapport alimentaire, ces qualités offrent-elles réellement des différences tranchées et en conformité de leurs valeurs vénales ?

Pourquoi les bas morceaux, à quantités égales de *chair*, nourriraient-ils moins bien que les morceaux de premier choix?

Est-il possible à la chimie de donner des réponses précises à ces questions, qui intéressent si puissamment l'hygiène publique?

6° Faire l'analyse immédiate comparative des principales espèces de fromages dans l'état où ils servent à la consommation, et tirer des résultats analytiques obtenus des déductions qui assignent la valeur réelle des fromages dans l'échelle comparative des aliments.

Question proposée pour le concours de 1868.

Parmi les aliments ou condiments empruntés au règne végétal, il en est un grand nombre dont on ne connaît pas d'une manière exacte la composition immédiate, et dont, par conséquent, il est bien difficile d'apprécier la véritable valeur alimentaire.

De ce nombre sont : les petits radis roses et les petites raves (*raphanus sativus*) ; — le radis noir ou gris (*raphanus niger*) ; — le grand raifort (*cochlearia armoracia*); — le souchet comestible *(cyperus esculentus)* ; — le gouet comestible *(caladium esculentum)* ; — la châtaigne de terre *(bunium bulbocastanum)*; — la gesse tubéreuse ou gland de terre *(lathyrus tuberosus)* ; — la racine de raiponce *(campanula rapunculus)* ; — les bulbes d'ail *(allium sativum)*, d'échalotte *(allium ascalonicum)*, d'oignon *(allium cepa)*;— les bulbes et feuilles du poireau *(allium porrum)*, d'orchis *(orchis morio, mascula, etc.)* ; — les feuilles de laitue *(lactuca sativa)*, de scorzonère *(scorzonera hispanica)*, de chicorée sauvage *(cichorium intybus)*, de chicorée endive *(cichorium endivia)*, de pissenlit *(taraxacum dens-leonis)*, de cresson de fontaine *(nasturtium officinale)*, de cresson de jardin ou alénois *(lepidium sativum)*, de ciboule *(allium fistulosum et schœnoprasum)*, des différents choux *(brassica oleracea)*, de persil *(petroselinum sativum)*, de cerfeuil *(anthriscus cerefolium)*, de pimprenelle *(poterium sanguisorba)*, d'estragon *(artemisia dracunculus)*, d'oseille *(rumex acetosa)*, d'épinard *(spinacia oleracea)*, de salicorne herbacée *(salicornia herbacea)*, de poirée *(beta cicla)*, de pourpier *(portulaca oleracea)*, de mâche *(valeriana olitoria)*, de raiponce *(campanula rapunculus;* — les tiges de céleri *(apium graveolens,* variété *dulce)*, de céleri-rave (variété du précédent), d'angélique *(angelica archangelica)*, de rhubarbe *(rheum ribes)*, de cardons *(cynara cardunculus)*; — les sommités fleuries de la sariette *(satureia hortensis)*; — les réceptacles ou fonds d'artichaux *(cynara scolymus)*; — les jeunes pousses ou turions de l'asperge *(asparagus officinalis)*, du houblon *(humulus lupulus)* — les gousses vertes des pois *(pisum sativum)*, des haricots verts *(phaseolus vulgaris)*; — les concombres *(cucumis sativus)*; — les cornichons (variété du précédent); — les fruits d'aubergine *(solanum melongena)*, de tomate *(lycopersicum esculentum)*; — les figues *(ficus carica)*; — les dattes *(phœnix dactylifera)*; — les carouges *(ceratonia siliqua)*; — les châtaignes et marrons *(castanea vesca)*; — les glands doux *(quercus ballota)*; - les châtaignes d'eau ou mâcre *(trapa natans)*.

Il serait intéressant de déterminer, dans ces différentes substances comestibles, les proportions relatives de l'eau, des matières organiques azotées et non azotées, des matières grasses, des sels (notamment des phosphates et des alcalis), de l'azote total.

II. — SCIENCES MÉDICALES ET PHYSIOLOGIE.

Questions proposées pour le concours de 1866.

1° Déterminer, d'après l'état actuel de la science, les influences chimiques et mécaniques qu'exercent sur le torrent circulatoire les gaz absorbés par les muqueuses intestinale et pulmonaire.

Rechercher les affections et les effets produits sur l'économie animale par le passage des principales substances gazeuses dans le système sanguin.

La Société des Sciences, en laissant toute liberté aux concurrents pour arriver à la solution de cette importante question, désire qu'on consulte les travaux de Nysten, de Vidal, de MM. Andral et Gavarret, etc., et qu'on fasse des efforts pour remonter à l'étiologie de certaines affections dont l'origine et la nature sont encore inconnues.

2° Rechercher les troubles apportés dans les fonctions de nutrition et de relation par l'usage du tabac; déterminer, en s'appuyant sur de nombreuses observations, quelle est la manière de fumer la plus nuisible à la santé.

3° On connaît l'action physiologique et thérapeutique de la quinine : étudier et faire connaître par des expériences, les effets physiologiques des autres principes contenus dans les quinquinas.

4° Faire la même étude pour le tabac.

Question proposée pour le concours de 1867.

1° Le mode de reproduction des anguilles est complètement inconnu des naturalistes ; on ne sait pas quels sont les organes producteurs des éléments qui servent à la génération, et l'on ignore si les anguilles produisent des œufs ou des petits vivants.

On connaît plusieurs espèces ou variétés d'anguilles; certains naturalistes ont pensé que ces différentes formes pourraient bien n'être que des formes sexuelles.

Examiner et résoudre ces différents problèmes, importants pour la physiologie et pour la pisciculture.

2° Étudier les phénomènes cadavériques qui precèdent la période de putrefaction à l'effet de déterminer par des recherches positives à quelle époque apparaît et cesse la rigidité chez l'adulte et l'enfant nouveau-né.

Tirer de cette étude des applications à la médecine légale.

III. — SCIENCES APPLIQUÉES A L'INDUSTRIE.

Questions proposées pour le concours de 1866.

1° Indiquer un moyen industriel pour préparer directement l'acide oxalique à l'aide de la betterave en nature.

2° Faire l'histoire technologique du lin et indiquer l'importance de sa culture et de son exploitation dans ie nord de la France et en Belgique.

3° Rédiger un *Guide pratique pour l'installation des générateurs à vapeur*, résumant, aussi brièvement que possible et dans un langage simple et non scientifique, les règles et les données numériques fournies par les recherches et les expériences les plus certaines et les plus récentes, relativement à la construction des chaudières, des fourneaux, des cheminées, et relativement à la conduite du feu.

4° Indiquer un procédé simple, industriellement pratique et économique pour rendre saponifiables les matières grasses extraites des lessives de laines. — Considérer la question dans ses applications commerciales.

IV. — AGRICULTURE.

Questions proposées pour le concours de 1866.

1° Faire l'analyse comparative de tout ou partie des espèces de calcaire qu'on utilise dans le nord de la France, soit pour le chaulage, soit pour le marnage des terres. — Mentionner les gisements et les caractères physiques de ces calcaires.

2° Faire connaître les différents modes de chaulage et de marnage mis en pratique dans le nord de la France, en précisant pour chaque nature de terre, les doses de chaux ou de marne adoptées dans chaque localité, ainsi que la durée du chaulage ou du marnage. — Donner le prix de revient de ces deux opérations dans chaque localtté.

3° Faire une statistique raisonnée de l'état agricole de l'arrondissement de Lille, de 1830 à 1864.

V. — ÉCONOMIE SOCIALE ET STATISTIQUE.

Questions proposées pour le concours de 1865.

1° Coup d'œil sur les sociétés de secours mutuels entre ouvriers (dites *Sociétés de malades*) qui existaient à Lille, antérieurement à 1789. — De leur organisation et de leurs résultats.

2° Déterminer à l'aide d'actes administratifs, de documents publics ou de renseignements particuliers incontestables, les variations que le prix de la journée de travail a éprouvées depuis un siècle à Lille et dans l'arrondissement. Mettre en regard le prix de l'hectolitre de blé ainsi que des objets de première nécessité pendant la même période, d'après le même ordre de renseignements.

3° Faire l'historique de l'une des grandes industries du département du Nord (sucrerie, distillerie, potasse de betteraves, savons mous, rouissage du lin, filature et tissage, etc.), en signalant les diverses phases de son développement et indiquant son avenir probable.

Etablir l'état actuel de l'industrie dont on parlera, d'après une statistique dont les éléments, puisés aux sources officielles pourront être contrôlés.

V. — LÉGISLATION.

Questions proposées pour le concours de 1866.

1° De la législation des *prébendes* avant la période révolutionnaire et depuis cette époque. — Des avantages et des inconvénients de ces sortes de fondations.

2° Rechercher quelle a été la législation des établissements odes ou insalubres dans la ville de Lille, antérieurement au décret de 1810.

VII. — HISTOIRE.

Questions proposées pour le concours de 1866

1° Indiquer la topographie physique de la Flandre maritime lors de la conquête romaine. Discuter au point de vue de la critique scientifique et en s'appuyant sur les documents géologiques, géographiques et archéologiques, les diverses opinions déjà émises sur ce sujet.

Rechercher s'il existe dans le département des débris de l'industrie humaine pouvant se rapporter à l'âge de pierre.

2° Histoire d'une commune rurale du département du Nord.

3° Histoire de l'organisation judiciaire des diverses provinces formant aujourd'hui le département du Nord, depuis l'invasion des barbares jusqu'en 1789.

4° Notice sur la vie et les écrits de Jacques Meyer, auteur des Annales de Flandre.

5° Histoire des établissements charitables et hospitaliers de l'arrondissement de Lille situés en dehors de l'ancienne ville.

6° Étude biographique sur le botaniste Desmazières.

7° Étude biographique sur le naturaliste Macquart.

VIII. — LITTÉRATURE ET POÉSIE.

Chaque année il sera ouvert un concours de poésie et décerné des médailles aux auteurs des meilleures pièces de vers : le sujet est laissé à la disposition des concurrents.

La première médaille d'or décernée pour le travail le plus remarquable dans les deux concours de littérature et de poésie sera remplacée par un objet d'art.

Questions proposées pour le concours de 1866.

1° Histoire de la littérature dans les provinces qui forment aujourd'hui le département du Nord depuis l'incorporation à la France (1667) jusqu'à nos jours.

2° Une scène dramatique comprenant des personnages et des chœurs, destinée à être mise en musique.

3° Éloge de l'un des bienfaiteurs des pauvres à Lille (la comtesse Jeanne, Gantois, Masurel, Stappart, etc.)

IX. — BEAUX-ARTS.

Questions proposées pour le concours de 1866.

1° On demande un projet de monument à élever sur une des nouvelles places de Lille ; ce monument devant pouvoir servir à des expositions d'art ou d'industrie, à des solennités publiques, comme des distributions de prix par exemple, à des concerts ou même à des bals.

2° On demande un projet de statue à ériger à l'un des bienfaiteurs des pauvres à Lille (la comtesse Jeanne, Gantois, Masurel, Stappart, etc.). Le modèle devra être en plâtre et au quart d'exécution.

3° Histoire des arts du dessin à Lille depuis la fondation de la ville jusqu'au XIX^e siècle inclusivement. Par les arts du dessin, il faut entendre la peinture, la sculpture, la gravure, l'architecture, ainsi que les arts industriels dans leurs rapports avec les premiers.

4° Etudier la vie et les œuvres d'Arnould de Vuez.

5° Etudier, principalement au point de vue de la décoration extérieure, les conditions architecturales des édifices bâtis en briques ordinaires ou en briques et pierres. Examiner les difficultés particulières que présente l'ornementation lorsqu'on emploie exclusivement les briques ordinaires, et indiquer les dispositions les plus convenables.

6° Il sera décerné une médaille à l'auteur d'une œuvre musicale remarquable, telle que symphonie, ouverture, chœur avec ou sans accompagnement.

Pour une œuvre de chant sans accompagnement ou avec accompagnement de piano, la médaille pourra, au choix du concurrent, être remplacée par la publication aux frais de la Société.

7° *Photographie.* — Indiquer un mode de préparation fournissant un collodion renfermant en lui-même les éléments photogéniques, de manière à dispenser des opérations qui sont nécessaires pour sensibiliser le collodion ordinaire. Ce collodion devrait être assez sensible pour l'obtention des portraits ou des paysages animés.

X. — ENCOURAGEMENTS DIVERS.

La Société se réserve de récompenser et d'encourager par des primes et par des médailles les auteurs de productions ou travaux scientifiques, littéraires, artistiques, agricoles et industriels non mentionnés dans le présent programme.

Elle pourra même récompenser l'importation dans l'arrondissement de Lille d'une industrie nouvelle ou de procédés industriels nouveaux ; et, en général, tout travail ayant pu exercer une influence heureuse sur la situation du pays.

XI. — RÉCOMPENSES AUX AGENTS INDUSTRIELS.

Depuis 1831, la Société récompense par des livrets de la Caisse d'Épargne, des primes et des médailles, la fidélité et l'attachement des serviteurs à leurs maîtres ; chaque année elle décernera de semblables distinctions aux vieux serviteurs de l'industrie.

Les certificats délivrés en faveur des agents industriels devront être reconnus et certifiés sincères par les patrons.

CONDITIONS GÉNÉRALES DU CONCOURS.

Chaque année, les Mémoires et travaux présentés au Concours seront adressés *franc de port*, au secrétaire général de la Société, à l'Hôtel-de-Ville, avant le 15 octobre.

Chaque envoi portera une épigraphe reproduite en forme d'adresse sur un billet cacheté, contenant l'indication du nom et du domicile de l'auteur, avec une attestation signée de lui, constatant que le travail envoyé est inédit et n'a été présenté antérieurement à aucun concours. Ce billet ne sera ouvert que dans le cas où le concurrent aurait mérité une récompense.

Tout ouvrage manuscrit, dessin, plan ou modèle, envoyé pour le concours, reste la propriété de la Société, qui peut autoriser les auteurs à en faire prendre copie à leurs frais.

La disposition précédente n'est point applicable aux objets d'art.

Les certificats délivrés en faveur des ouvriers et agents industriels, qui prétendent aux Médailles et Primes offertes en faveur des bons et longs services, devront être adressés, avant le 15 octobre, au Secrétaire-Général.

Le Secrétaire-Général,
P. GUIRAUDET.

Le Président,
C.te DE MELUN.

PRIX WICAR.

FONDATION DU PRIX WICAR.

Extrait du procès-verbal de la séance du 17 mars 1865.

La Société arrête les résolutions suivantes :

1° Il est fondé un prix annuel qui portera la dénomination de PRIX WICAR. — Ce prix, dans l'état actuel des ressources de la Société, sera de 1,000 francs.

2° Le PRIX WICAR sera attribué successivement et par année aux diverses branches d'études, lesquelles seront à cet effet, partagées en trois sections, comme suit :

Section de la Littérature et des Beaux-Arts : Littérature, poésie, architecture, peinture, sculpture, etc.

Section des Sciences : Physique, chimie, mécanique, médecine, etc ; sciences industrielles.

Section des Sciences historiques, morales et économiques.

3° Un prix ne pourra ni être réduit ni partagé; il ne sera pas attribué de mentions honorables.

Dans le cas où le prix attribué à une section ne serait pas décerné la première année, le concours restera ouvert pour les années suivantes, jusqu'à ce que le prix soit décerné ou jusqu'à ce que le roulement triennal ramène le prix dans la même section. Dans ce dernier cas, la Société aura à ouvrir de nouveau dans cette même section un concours pour lequel la somme affectée au prix nouveau sera ajoutée à celle du prix resté sans emploi : il pourra alors être proposé deux prix ou un seul de valeur double.

4° Un programme détaillé sera rédigé le plus tôt possible en vue des prochains concours à ouvrir.

Pour extrait :
Le Secrétaire-Général,
P. GUIRAUDET.

Pour le Président absent
Le Vice-Président,
J. GIRARDIN.

PROGRAMME POUR LES CONCOURS.

CONCOURS DE 1866.

SECTION DES SCIENCES.

GÉOLOGIE.

Faire connaître la distribution des végétaux fossiles dans le bassin houiller du nord de la France, et indiquer les conclusions que l'on peut tirer de cette distribution par rapport à la constitution géologique du bassin et à son mode de formation.

On devra constater si dans les diverses couches de notre bassin houiller, on peut distinguer des flores spéciales analogues à celles que M. Geinitz a reconnues en Saxe. Une telle découverte aurait une grande importance, puisqu'il suffirait de recueillir un certain nombre de végétaux dans une couche de houille pour connaître immédiatement la place que celle-ci occupe dans le terrain houiller. Elle permettrait aussi de s'assurer si notre bassin houiller est complet, ou si ce n'est plus qu'un reste dont on doit rechercher ailleurs les parties enlevées par un cataclysme.

On devra ensuite examiner si la nature des végétaux constituant ces diverses flores est telle que l'on puisse admettre qu'ils ont vécu dans des conditions différentes, et l'on cherchera à déterminer ces conditions comme l'a fait M. Ludwig pour les combustibles tertiaires des bords du Rhin.

Il serait bon de considérer aussi l'influence des diverses flores sur la composition de la houille.

CONCOURS DE 1867.

SECTION DES SCIENCES HISTORIQUES, MORALES ET ÉCONOMIQUES.

HISTOIRE.

Le prix sera décerné à la meilleure monographie d'un établissement ecclésiastique ou civil, tel que abbaye, chapitre, ville, du département du Nord.

Le travail demandé devra avoir pour base les documents authentiques, inédits, textuellement rapportés en forme de cartulaire ou de pièces justificatives. Il sera suivi d'index comprenant les noms des lieux et des personnes.

CONCOURS DE 1868

AVANCÉ PAR DÉCISION SPÉCIALE EN 1866.

SECTION DE LA LITTÉRATURE ET DES BEAUX-ARTS.

PEINTURE.

En raison de l'exposition de peinture qui aura lieu exceptionnellement à Lille en 1866, la Société dans sa séance du 15 décembre 1865 a décidé que le concours de 1868, afférant à la section de la Littérature et des Beaux-Arts, serait un concours de peinture, et que par exception ce concours serait avancé en 1866.

En conséquence, le PRIX WICAR qui aurait été décerné en 1868 sera décerné, à la suite de l'exposition de peinture de Lille en 1866, à l'auteur du tableau jugé le plus remarquable par un jury pris dans le sein de la Société ou désigné par elle.

CONCOURS DE 1865 (1)

REPORTÉ EN 1866.

SECTION DE LA LITTÉRATURE ET DES BEAUX-ARTS.

ARCHITECTURE.

PROJETS D'HABITATIONS

On propose l'étude de trois genres d'habitations :

1° Un hôtel de première classe ,

2° Une habitation privée ou maison simple pour une famille ,

3° Une maison à loyer par appartements ,

en se conformant aux conditions du programme ci-après détaillé :

PROGRAMME :

On donne la délimitation, l'orientation et le tracé des voies

(1) Le prix n'ayant pas été decerné en 1865, il sera décerne en 1866, s'il y a lieu ; sinon le concours sera pour la dernière fois reporté en 1867.

publiques d'une parcelle de terrain relevée sur le plan de la ville de Lille agrandie [1]. On demande :

1° Des avant-projets ou esquisses bien arrêtées (plans et élévations), des trois catégories d'habitations désignées.

La façade principale de l'hôtel de 1re classe devra être rendue avec le plus grand soin: on y joindra une étude particulière d'un détail important.

Ces trois habitations doivent être conçues de manière à trouver leur place dans le projet d'ensemble demandé ci-après.

2° Des esquisses, plans et élévations exprimant d'une manière claire et exacte un système d'agencement des trois types d'habitations demandés. Il sera donc loisible de les réunir ou de les séparer dans tel agencement que l'on voudra, de recouper les ilots compris entre les voies publiques par des voies nouvelles ou par des espaces libres, etc., etc. Mais le tracé des rues relevées au plan annexé ne peut être modifié.

Hôtel de 1re classe

Dépense approximative de la construction (non compris les tentures, les glaces et l'ameublement) . . . . 300,000 fr.

Terrain disponible. . . . . 2,500 mètres carrés.

Dimension en front à rue. . . . . 40 mètres.

On n'a pas cru utile de donner la désignation des pièces; il n'est imposé aucune disposition, aucune forme, aucune autre dimension que la longueur du front à rue et une limite de profondeur. La dépense même n'est pas fixée d'une manière rigoureuse, mais elle est indiquée pour engager les concurrents à

[1] Voir le plan annexé.

tenir compte du mérite de l'économie relative. La liberté extrême laissée aux concurrents ne doit pas paraître un abandon des principes fondamentaux de l'art architectural ; la Société en recommande, au contraire, la mise en pratique très-sévère ; mais elle accueillera également les idées et les formes nouvelles en tant qu'elles répondront au programme sagement raisonné d'une habitation riche, confortable et d'un goût élevé.

Habitation privée ou maison simple.

Il faut comprendre par ce titre une maison qui puisse convenir à une famille nombreuse dont le chef exercerait une profession libérale et dont les relations d'affaires et de société seraient assez étendues.

La longueur du front à rue peut varier entre 10 et 13 mètres, la profondeur n'est pas fixée. La dépense sera basée approximativement sur le chiffre de 300 fr. par mètre carré de surface couverte (rez-de-chaussée et deux étages).

Comme dans le programme précédent, on se contente d'indiquer les intentions générales, laissant à chacun des concurrents tout le mérite de l'initiative dans ses idées. La maison moderne doit comprendre sans grandes dépenses beaucoup d'agrement et un comfort trop peu recherché par les architectes. L'art doit s'allier à la science pour donner un cachet de distinction à nos demeures, sans oublier cependant qu'une réserve modeste dans l'ornementation doit être considérée comme une économie necessaire, en même temps qu'une preuve de goût.

Maison à loyer par appartements avec magasins au rez-de-chaussée.

Ce genre d'habitation si généralement employé à Paris est encore peu en usage à Lille où les habitants préfèrent les maisons réservées à une seule famille ; il y fait défaut cependant ; les étrangers ne trouvent pas à se loger convenablement ; le système des appartements groupés dans une maison donnerait satisfaction à une nécessité réelle. On comprend de suite que la question de dépense devient ici dominante et qu'il faut renoncer aux avantages de l'habitation entièrement privée pour admettre un système de communauté partielle. Les prix de location les plus élevés ne pourraient dépasser 2,500 francs.

La Société appelle tout spécialement l'attention des concurrents sur le problème difficile de l'installation de logements à prix réduits pour les ouvriers. Pensant qu'il est utile dans un intérêt social de ne pas trop éloigner les unes des autres les diverses classes de la population, elle entend en faire une partie essentielle du présent programme ; on ne pourra donc se soustraire à la difficulté de loger les diverses classes de la société sous le même toit, qu'en proposant une solution spéciale aux logements d'ouvriers s'agençant dans le plan général demandé. Dans ce logement, le loyer ne doit pas s'élever à plus de 75 francs en moyenne par pièce et par année. Les conditions d'hygiène, de propreté, de moralité, et autant que possible, d'agrément, devront être remplies au moyen d'une dépense proportionnée au revenu [1].

La longueur du front à rue est fixée à 24 mètres, la profondeur du terrain est indéterminée, c'est-à-dire que l'on pourra à volonté proposer un ou plusieurs corps de bâtiments. Le nombre et l'étendue des pièces ne sont pas fixés, ils doivent dépendre de conditions qu'on ne peut préciser sans nuire à la conception des types qu'on désire obtenir. Il peut être ajouté comme avertissement que les dispositions ingénieusement com-

1 Quelle que soit la combinaison adoptée, le prix du terrain, même au centre d'un îlôt, ne peut descendre au dessous de 15 francs le mètre carré.

modes qui sont à rechercher dans le présent cas, ne doivent accuser aucune négligence des prescriptions de l'hygiène.

Les arrêtés relatifs à la voirie sont les mêmes à Lille qu'à Paris.

DISPOSITIONS GÉNÉRALES POUR LE CONCOURS D'ARCHITECTURE.

Encourager la science étendue et complexe qui s'applique a l'art de bâtir des habitations répondant à tous les besoins présents, en même temps qu'élever le goût public par la vue des meilleurs types de l'architecture civile et domestique moderne, tel est le but spécial que la Société des sciences, de l'agriculture et des arts de Lille a en vue dans le présent concours; elle prévient donc les concurrents qu'elle accordera la même valeur aux qualités d'économie, de commodité et de salubrité qu'au mérite artistique de la forme architecturale. Elle ne considèrera ses intentions bien remplies que par l'application simultanée de la science et de l'art.

Le fond et la forme des idées, ainsi que leur mode de realisation, sont laissés à l'initiative des concurrents. Cependant, sans exclure l'emploi de matériaux transportés à grands frais, il serait sage d'employer de préférence les matériaux du pays ou d'une provenance peu éloignée (pour les murs, les briques rouges ou émaillées; en soubassement, les grès, la pierre de Soignies (Belgique); pour les couvertures, les ardoises violettes ou vertes [1]).

Les dessins d'ensemble seront donnés à l'échelle de 0,0025.

Les plans et coupes des habitations seront dessinés à l'échelle de 0,025.

Les façades à l'échelle de 0,05.

Un détail de façade demandé sera représenté grandeur d'exécution.

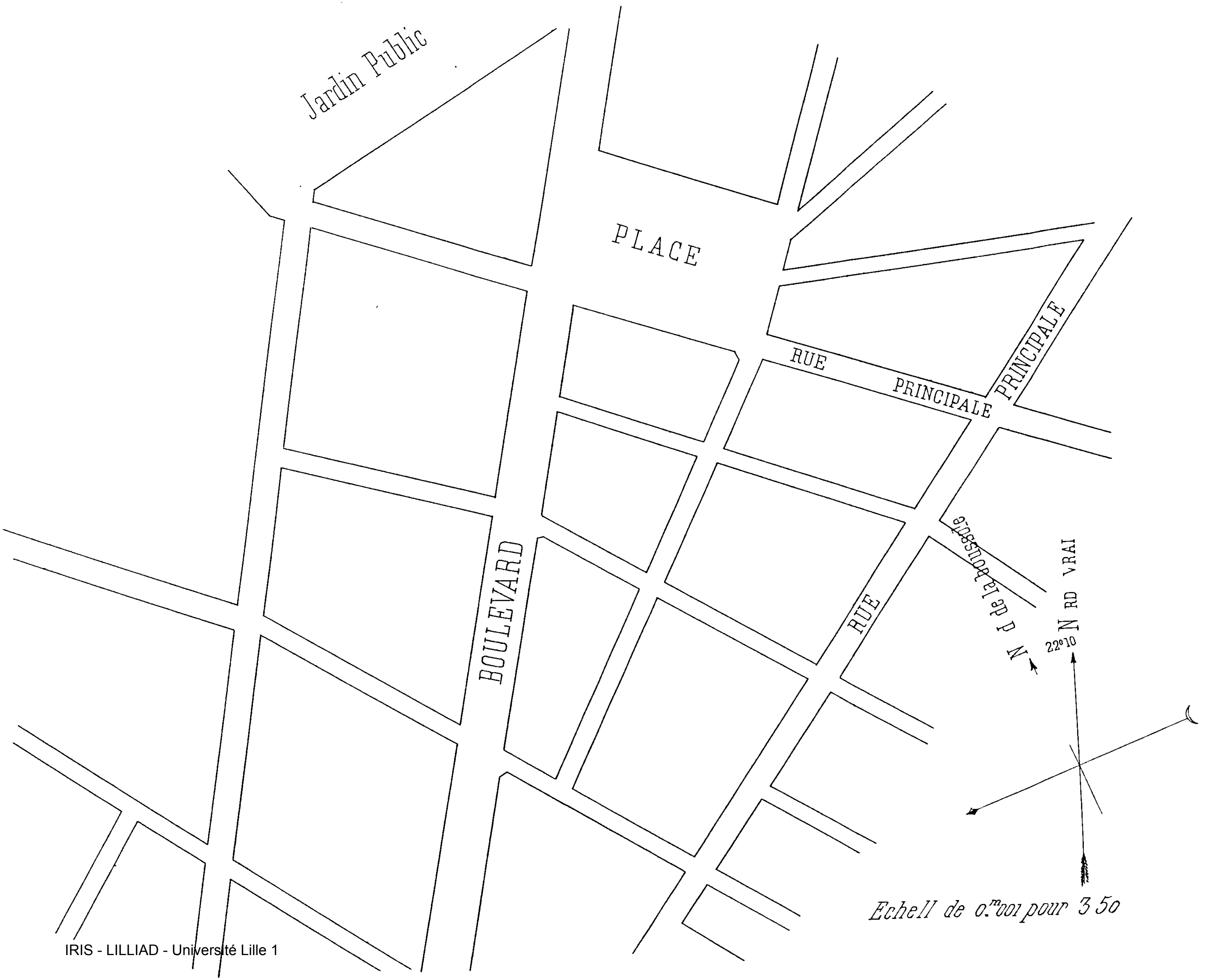
[1] Voir la série des prix de travaux de bâtiments ci-annexee.

Indépendamment des pièces demandées, les concurrents pourront envoyer tous dessins et notes explicatifs ou descriptifs qui leur paraîtront nécessaires.

La Société des sciences constituera en vue du concours un jury dans lequel les architectes seront en majorité.

La plus grande publicité sera donnée au résultat du concours.

Une exposition précèdera la lecture en séance publique du rapport sur le concours. Puis, après que le jugement motivé aura été ainsi proclamé, une seconde exposition complètera les garanties d'impartialité offertes aux concurrents par la Société des sciences. Sur la demande expresse des concurrents, leurs projets ponrront porter leurs noms pendant cette seconde exposition. Elle ne pourra durer plus de vingt jours, et aucune pièce ne pourra être reprise avant la clôture.


Jardin Public
PLACE
RUE
PRINCIPALE
PRINCIPALE
BOULEVARD
RUE
N d de la boussole
NORD VRAI
22°10
Echell de 0.m001 pour 3 50

SÉRIE DE PRIX DES TRAVAUX DE BATIMENTS DANS LILLE.

	fr.	c.
Déblais, compris transport à un relai	»	50
Remblais, compris transport à un relai	»	30
Beton, compris transport à un relai	15	»
Maçonnerie de briques pour fondations. . . .	16	50
Maçonnerie de briques en élévations, compris jointoiement	18	50
Voûtes en briques. . . .	22	»
Pavés en briques de champ	2	60
Carrelages en carreaux rouges.	4	»
Dallage en marbre . . .	18	»
Pierre de taille de Soignies, compris taille de lits, joints et pose .	120	»
Taille unie à parements .	6	»
Taille des moulures. . .	20	»
Pierre de la vallée de l'Oise, compris taille de lits, joints et pose . . .	65	»
Taille unie	3	»
Taille des moulures . . .	6	»
Pavés en grès pour cours.	12	»
Bordure, le mètre courant.	5	»
Asphalte	8	»
Plafonds sur lattes . . .	1	30
Moulures développées sur ptatrages.	6	»
Enduits intérieurs sur murs	»	70
Citernages	5	»
Couvertures en ardoises, compris plancher . . .	5	50
Ciment du Portland, les 1,000 kil.	90	»
Platre fin, le kilog. . . .	»	1 0
Charpente en sapin pour poutres	140	»
Charpente en sapin pour gîtages	85	»
Charpente en chêne pour gîtages	160	»
Plancher en sapin de 0,034	5	»
Plancher en chêne de 0,027	8	50
Parquet en chêne	14	»
Plancher pour plates-formes en bois-blancs .	2	»
Fenêtres en chêne de 0,04 d'épaisseur.	11	»
Portes intérieures. . . .	9	»
Portes extérieures en chêne	16	»
Grandes portes	40	»
Volets	9	»
Lambris et devants de placards	8	»
Embrasures et chambranles	5	50
Rayons, plinthes	4	50
Verre ordinaire.	3	»
Verre double	6	»
Peinture à l'huile, trois couches	»	70
Peinture au vernis . . .	1	50
Peinture en imitation de bois ou de marbre . .	2	»
Zinc N° 14	6	»
Plomb	»	80
Gros fers.	»	50

DISPOSITIONS GÉNÉRALES POUR LES CONCOURS WICAR.

Les pièces destinées au concours pour le Prix Wicar doivent être adressées *franc de port* au Secrétariat-général de la Société, à l'Hôtel-de-Ville, à Lille. Passé le 15 octobre, aucune pièce ne sera admise.

La Société fera connaître par la voie des journaux de Lille quels sont les travaux reçus pour le concours.

Chaque envoi portera une épigraphe reproduite en forme d'adresse sur un billet cacheté contenant l'indication des noms. prénoms, qualités et domicile de l'auteur, avec une attestation signée de lui, constatant que les travaux ou dessins envoyés sont inédits et ne sont la reproduction d'aucune œuvre exécutée ou publiée. L'inexactitude reconnue de cette affirmation entraînerait la mise hors de concours.

Il ne sera ouvert d'autre billet que celui qui correspondra à l'œuvre couronnée.

Toute œuvre envoyée pour le concours reste la propriété de la Société qui peut autoriser les auteurs à en faire prendre copie à leurs frais.

La disposition précédente n'est pas applicable aux tableaux, dessins, plans et modèles destinés aux concours des Beaux-Arts. Dans le concours d'architecture, l'œuvre qui aura mérité le prix restera la propriété de la Société qui se réserve de la publier.

Pour tous renseignements, s'adresser au secrétaire-général de la Société.

Le Secrétaire-Général,
P. GUIRAUDET.

Le Président,
COMTE DE MELUN.

NOTES BIBLIOGRAPHIQUES.

Ouvrages reçus pendant l'année 1865.

1° DE DIVERSES AUTORITÉS.

Revue archéologique, 15e année.

Revue des Sociétés savantes.

Description des machines et procédés pour lesquels des brevets d'invention ont été pris, tomes L, LI, LII et LIII.

Mémoires lus à la Sorbonne dans les séances du Comité.

Rapport présenté par M. VALLON, Préfet, au Conseil général, et procès-verbaux des délibérations dudit Conseil (session 1865).

Catalogue des brevets d'invention pris pendant l'année 1864.

Rapport à S. Exc. le Ministre de l'Agriculture, du Commerce et des Travaux publics, par le Maréchal VAILLANT. — 1re partie. Fécondation artificielle des céréales. — Br. in-4°, 1865.

2° DE SES MEMBRES RÉSIDANTS.

Etude de l'alimentation en eau de la ville de Lille. — Rapport de la Commission. Décembre 1864.

Traités inédits sur la musique du moyen-âge, par M. E. DE COUSSEMAKER.

Notice sur la vie et les travaux de feu M Arthur Dinaux, directeur de la revue, *Les Archives du Nord*, par M. DESPLANQUE.

Rapport sur le commerce et la vente du lait dans Lille. Rapport sur de nouveaux guanos dits des îles du Pérou.

Rapport sur de nouveaux guanos du commerce, par M. J. Girardin.

3° DE SES MEMBRES CORRESPONDANTS.

Recherches des points multiples à l'infini dans les courbes algébriques. — Note sur la détermination des foyers d'une section plane dans une surface de second ordre, par M. Painvin.

Les œuvres de saint Eloi et la verroterie cloisonnée, par M. Ch. de Linas.

Une Herborisation aux environs d'Avranches, par M. Besnou.

Essai de tablettes liégeoises, par M. Otreppe de Bouvette.

Souvenir d'un Proscrit polonais. — Marcel, par M. Corne.

Eléments de morale, par M. C. Mallet.

Les églises des Jésuites à Saint-Omer et à Aire sur la Lys, par M. L. Deschamps de Pas.

Observations météorologiques faites à Dunkerque, par le docteur Zandyck.

Magnétisme terrestre, — Etoiles filantes, — sur les derniers orages, par M. Ad. Quetelet.

Discours prononcé à la Société helvétique des Sciences naturelles, par M. De la Rive.

4° DE PERSONNES ÉTRANGÈRES.

Vente de la galerie Portalès. — Catalogue des tableaux. — Catalogue des objets d'art. Brochure.

Résumé pratique de la filature du lin et du chanvre, par C. Ancellin. Brochure.

Chansons et Pasquilles lilloises, par DESROUSSEAUX. 2 vol.

Les Poèmes de la Nuit. — La Moisson, par M. MILLIEN.

Journal de la santé du roi Louis XIV, de 1717 à 1747, par ses trois médecins, 1 vol. in-8°.

Lettres d'un Bénédictin.

Inscriptions inédites ou peu connues du Musée de Narbonne, par M. TOURNAL.

Revue artistique et littéraire, directeur, M. L. AUVRAY.

Catalogue de la collection d'anatomie comparée et pathologique du docteur VROLIK.

5° PAR ABONNEMENT :

Journal d'agriculture pratique, par DE BARRAL. — L'Institut, section littéraire et section scientifique.

6° DES SOCIÉTÉS CORRESPONDANTES.

AIX. — *Académie des sciences.* — Séance publique.

AMIENS. — *Société des Antiquaires de Picardie* — Bulletin, tome VIII, année 1865. Nos 1 et 2.

— Mémoires, 2e série, tome X.

— *Société industrielle.* — Bulletin, tome IV, N° 1, 2, mai 1865.— N° 4, septembre 1865.

— *Académie des sciences.* — Mémoires, 2e série, tome IV.

AMSTERDAM. — *Académie royale.* — Section des sciences, Mémoires et Rapports. — Section des lettres, idem. — Annuaire, 1863-1864.

ANGERS. — *Société impériale d'agriculture, sciences et arts*, tome VII, 3e et 4e cahiers.

ANGERS. — *Société industrielle.* —Bulletin, vol. V.

— *Société académique.* — Mémoires, tomes 15, 16.

ANGOULÊME. — *Société d'agriculture, sciences et arts de la Charente-Inférieure.* — Annales, tome XLVI.

ARRAS. — *Académie. Mémoires*, tome XXXVII.

AUCH. — *Société d'agriculture et d'horticulture* — Bulletins, Nos 7, 8, 9, 10 et 11.

AUXERRE. — *Société des sciences de l'Yonne.* — Bulletin, XVIIIe vol. 4 cahier; XIXe vol. 1er et 2e cahiers.

AVESNES. — *Société archéologique.* — Mémoires, tome I

BEAUVAIS. — *Institut normal agricole.* — Annales, 4e livr.

BELLAC. — *Comice agricole.* — Bulletin, année 1864.

BERLIN. — *Académie royale.* — Comptes-rendus, janvier 1864.

BEZIERS. — *Société archéologique, scientifique et littéraire*, tome III, 3e livr.

BORDEAUX. — *Société des sciences physiques et naturelles.* — Mémoires, tome II, cahier N° 1.

— *Société linnéenne*, 6e année.

— *Académie impériale.* — Actes, 3e et 4e trimestres 1864, 1er trimestre 1865.

BOSTON. — *Journal of natural history*, vol. VII, N° 4.

BOULOGNE-SUR-MER. — *Société d'agriculture.* — Bulletin, Nos 10, 11, 12, 1864, janvier, février, mars, avril.

— *Société académique.* — Bulletin N° 2.

BOURGES. — *Société d'agriculture du département du Cher.* — Bulletin, tomes XIII et XIV.

BREST. — *Société académique.* — Bulletin, tome III, 2e livr.

BRUXELLES. — *Académie royale.* — Annuaire 1865.—Mémoires couronnés, vol. in-8°, tome XVII. — Bulletins, tome XVIII. — Mémoires couronnés, in-4°, tome XXXII.

CAEN. — *Société linnéenne de Normandie.* — Bulletin, IX^e vol.

— *Académie impériale des sciences, etc.* — Mémoires

CAMBRAI. — *Comice agricole.* — Bulletin N° 1.

— *Société d'émulation.* — Mémoires, XXVIII^e vol. 2 partie.

CHALONS. — *Société d'agriculture de la Marne.* — Mémoires, année 1864, février 1865.

CHAMBÉRY. — *Société centrale d'agriculture.* — Journal, N^os de février, mars, avril, mai, juin, juillet, août, septembre, octobre 1865.

CHATEAUROUX. — *Société d'agriculture.* — Annales, N^os 57, 58.

CHATEAU-THIERRY. — *Société historique et archéologique.* — Annales, année 1864.

CLERMONT-FERRAND. — *Académie des sciences.* — Mémoires, tome VI.

CLERMONT (Oise). — *Société d'agriculture.* — Bulletin, N^os 46, 48, 49, 52, 53, 54, 55, 56.

COLMAR. — *Société d'histoire naturelle.* — Bulletin, 5^e annee.

COMPIÈGNE. — *Société d'agriculture.* — L'Agronome, N^os 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43.

CONSTANTINE. — *Societé archéologiyue de la province.* — Recueil de notices et mémoires, année 1865.

DIJON. — *Journal d'agriculture,* N° 1 à 8, 1864.

DOUAI — *Association vétérinaire.* — Procès-verbal de la séance du 15 mai 1864.

DUNKERQUE. — *Comité flamand de France.* — Bulletin, tome III, N^os 13, 14, 15, 16.

EPINAL — *Société d'émulation du département des Vosges.* — Annales, tome XI, 3e cahier.

EVREUX. — *Société libre d'agriculture, sciences, arts et belles-lettres de l'Eure.* — Recueil des travaux, 17e année.

LAON. — *Société académique.* — Bulletin, tome XIV.

LAUSANNE. — *Société vaudoise des sciences naturelles.* — Bulletin, Nos 51, 52.

LE HAVRE. — *Société havraise d'études diverses.* — 30e année.

LE MANS. — *Société d'agriculture de la Sarthe.* — Bulletin, 2e, 3e et 4e livraisons 1864, 2e série, tome X.

LILLE. — *Société centrale de médecine.* — Bulletin médical, 4e année.

— *Commission historique.* Bulletin, tome VIII.

— *Comice agricole.* — Archives de l'agriculture du nord de la France, tome XIII, Nos 1, 2.

LIMOGES. — *Société archéologique.* — Bulletin, tome XIV.

LONDRES. — *Société royale d'agriculture*, No LIII, LIV.

MANCHESTER. — *Société littéraire et philosophique.* — Mémoires, vol. I, 3e série.

MARSEILLE — *Société de statistique.* — Répertoire, 1862.

MEAUX. — *Société d'agriculture et arts.* — Bulletin, 2e semestre 1864.

MENDE. — *Société d'agriculture du Gers.* — Bulletin, 7 et 8, 1865.

METZ. — *Académie impériale.* — Mémoires, 2e série, 12e année.

— *Comice agricole.* — Bulletin.

— *Société des sciences médicales.* — Exposé des travaux. — Année 1864.

MILAN. — *Académie royale.* — Comptes-rendus, 5 numéros.

MOULINS. — *Société d'émulation*, tome VIII, 4e livr.

MULHOUSE. — *Société industrielle.* — Bulletin, septembre, octobre, novembre, décembre 1864, mars, mai, juin, juillet 1865.

MUNICH. — *Académie royale.* — Observations météorologiques.

— *Académie royale.* — Comptes-rendus, Nos 2, 3, 4.

NAMUR. — *Société archéologique*, tome VIII, 3e et 4e livraisons; tome IX, 1re livraison.

NANCY. — *Académie de Stanislas.* — Mémoires, 1864.

NANTES. — *Société académique.* — Annales, 1864, 1er et 2e semestres; 1865, 1er semestre.

NÎMES. — *Société du Gard.* — Journal, 1864.

— *Académie du Gard.* — Mémoires, 1 vol.

PARIS. — *Société impériale et centrale d'horticulture.* — Journal, année 1865.

— *Société impériale et centrale d'agriculture.* — Bulletin, tome X, Nos 11, 12, 13, 14.

— *Société des ingénieurs civils.* — Procès-verbaux des séances et mémoires.

— *Société protectrice des animaux.* — Bulletin, année 1865.

— *Société d'ethnographie américaine et orientale*, tome I.

— *Société libre des beaux-arts.* Annales, N° décembre 1864.

— *Société d'encouragement pour l'industrie nationale.* — Séance du 14 juin 1865. — Bulletin, tome XII, N° 152, août 1865.

— *Société philomatique.* Bulletin, années 1862, 63, 64 et 65.

PARIS. — *Société impériale des antiquaires de France.* — Mémoires, 3^e^ série, tome VIII.—Bulletin, 3^e^ et 4^e^ trimestres 1864; 1^er^ et 2^e^ trimestres 1865.

PERPIGNAN. — *Société agricole, scientifique et littéraire des Pyrénées-Orientales.* — Bulletin, tome XIII.

POITIERS. — *Société académique d'agriculture.* — Bulletin, N^os^ 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97.

PUY. — *Société d'agriculture, sciences et arts.* — Annales, tome XXV.

REIMS. — *Académie impériale.* — Travaux, N^os^ 3 et 4.

RENNES. — *Société des sciences physiques et naturelles d'Ile-et-Vilaine.* — Mémoires, tome I, 4^e^ livr.

ROCHEFORT. — *Société d'agriculture, lettres et arts.* — Travaux de 1860 à 1863.

ROUEN. — *Académie impériale.* — Précis analytique des travaux, 1863-1864.

SAINT-ETIENNE. — *Société impériale d'agriculture, industrie, sciences et arts, etc.*, tome VIII, tome IX, 1^er^ et 2^e^ trimestres.

SAINT-OMER. — *Société des antiquaires de la Morinie.*— Bulletins, livraisons 53, 54, 55.

SAINT-PÉTERSBOURG. — *Académie impériale des sciences.* — Mémoires, tomes V et VI. — Bulletins, tomes V, VI et VII. 2 cahiers.

SAINT-POL. — *Société d'agriculture.* — Bulletin, 1^er^ trimestre 1865, 2^e^ et 3^e^ trimestres.

SAINT-QUENTIN. — *Comice agricole.* — Bulletin, vol. XIII.
— *Société académique.* — Bulletin, tome V.

TOULOUSE. — *Société d'agriculture de la Haute-Garonne.* — Journal, année 1865.

TOULOUSE. — *Société impériale archéologique*, tome XIII, 5e et 6e livraisons.

— *Société impériale de médecine.* — Bulletin, Nos 1, 2, 3, 4, 5.

TOURNAI. — *Société historique et littéraire.* — Bulletins, tome X.

TOURS. — *Société d'agriculture, sciences, arts et belles-lettres.* Annales, tome XXIII.

— *Société médicale.* — Recueil des travaux, année 1864.

TROYES. — *Société académique d'agriculture et des sciences.* — Mémoires, 1 vol.

VALENCE. — *Société d'agriculture de la Drôme.* — Bulletin, Nos 11, 12, 13 et 14.

VALENCIENNES. — *Société d'agriculture.* — Revue agricole, etc., tome VIII, N° 4, et tome IX, 1, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10.

VERSAILLES. — *Société d'agriculture et des arts.* — Mémoires, 64e année.

— *Société des sciences naturelles.* — Mémoires, tome VII.

WASHINGTON. — *Smithsonian institution.* — Miscellanous, vol. V. — Contributions report, vol. XIII.

WIEN. — *Société royale de géologie.* — Journal, 1864-1865.

— *Société de zoologie et de botanique.* — Compte-rendu, 1864.

LISTE DES MEMBRES

DE LA

SOCIÉTÉ IMPÉRIALE DES SCIENCES

DE L'AGRICULTURE ET DES ARTS DE LILLE

Pour l'année 1865.

BUREAU.

Président,	MM.	De Melun.
Vice-Président		Girardin (O. ✻).
Secrétaire-Général,		Guiraudet.
Secrétaire des correspondances,		Houzé de l'Aulnoit, (Aimé).
Trésorier,		Bachy.
Bibliothécaire-Archiviste,		Chrestien.

MEMBRES HONORAIRES.

MM. Le Maréchal commandant le 2e corps d'armée, rue Négrier.

Le Lieutenant-Général commandant la 3e division, rue Royale.

Le Préfet du département du Nord, à la Préfecture.

Le Maire de la ville de Lille, à l'Hôtel-de-Ville.

Moulas (Henri), homme de lettres, ancien titulaire, rue de l'Hôpital-Militaire,

MEMBRES DE DROIT.

MM. Le Recteur de l'Académie de Douai.

L'Inspecteur d'Académie en résidence à Lille, rue Marais.

MEMBRES TITULAIRES.

Date de l'admission. MM.

1806. DELEZENNE (Charles), ✱, professeur de physique, correspondant de l'Institut (Académie des Sciences), 12, rue des Brigittines.

1823. VERLY (Charles), architecte, numismate, 31, rue de la Barre.

1824. KUHLMANN (Frédéric), O. ✱, correspondant de l'Institut (Académie des Sciences), fabricant de produits chimiques, 2, rue des Canonniers.

1828. DANEL (Louis), ✱, propriétaire, 20, rue Basse.

1836. BENVIGNAT (Charles), architecte et peintre, 7, r. des Quinze-Pots.

1840. TESTELIN (Achille), docteur en médecine, 16, rue de Thionville.

1841. CAZENEUVE (Valentin), ✱, docteur en médecine, directeur de l'École de médecine, 26, rue des Ponts-de-Comines.

1842. CHON (François), ✱, professeur d'histoire à la Faculté des Sciences, 5, rue du Palais-de-Justice.

1844. DELERUE (Victor), juge-de-paix, homme de lettres, 21, rue du Nouveau-Siècle.

1845. BACHY (Charles), agronome, faub. St-Maurice, rue de Roubaix.

1847. CHRESTIEN (Jules), docteur en médecine, professeur suppléant à l'École de médecine, 57, rue de Jemmapes

LAMY (Auguste), ✱, professeur de physique à la Faculté des Sciences, à Loos.

1848. LAVAINNE (Ferdinand), comp. de musique, 13, rue des Fossés.

CORENWINDER (Benjamin), chimiste, agronome, à Haubourdin.

DUPUIS (Albert), avocat, à Loos.

PARISE (Jean), docteur en médecine, professeur de clinique externe à l'École de médecine, 26, Place-aux-Bleuets.

1849. DELIGNE (Jules), homme de lettres, rue du Gros-Gérard.

1852. BLANQUART-EVRARD (Louis), ✱, propriétaire, imprimeur photographe, 28, rue de Thionville.

COLAS (Alphonse), peintre d'histoire, rue des Jardins, 34.

VIOLETTE (Henri), (O. ✱), directeur de la Raffinerie impériale de salpêtres, 5, cour des Bourloires.

GARREAU (Lazare), ✱, docteur en médecine, professeur de pharmacie à l'Ecole de médecine, 13, rue de Douai.

MEUREIN (Victor), maître en pharmacie, 30, rue de Gand.

Date de l'admission — MM.

1854. Cox (Edmond), ✵ manufacturier, faubourg St-Maurice, 37, rue de Roubaix.

Cannissié (Georges), homme de lettres, 1, r. des Trois-Mollettes.

1856. Paeile (Charles), bibliothécaire et archiviste de la ville, 26, rue d'Antin.

1858. Violette (Charles), professeur de chimie à la Faculté des Sciences, 7, rue des Jardins.

Guiraudet (Paul), professeur de mécanique à la Faculté des Sciences, rue Princesse.

Mathias (Ferdinand), ✵, ingénieur de la traction du Chemin de fer du Nord, Place-aux-Bleuets.

Girardin (Jean) (O. ✵), correspondant de l'Institut (Académie des Sciences), doyen de la Faculté des Sciences, à la Faculté, rue des Fleurs.

1859. Coussemaker (Edmond de), ✵, correspondant de l'Institut (Académie des Inscriptions et Belles-Lettres), archéologue, 43, rue de Tournai.

Melun (comte Anatole de), propriétaire, homme de lettres, 95, rue Royale.

1860. Houzé de l'Aulnoit (Alfred), docteur en médecine, professeur de physiologie à l'Ecole de médecine, square de la reine Hortense.

Van Hende (Edouard), chef d'institution, numismate, boulevard de l'Impératrice.

1861. Meunier (baron), ✵, notaire, économiste, 39, rue de l'Hôpital-Militaire.

Dareste de la Chavanne (Camille), professeur d'histoire naturelle à la Faculté des Sciences, 27, quai de la Basse-Deûle.

Houzé de l'Aulnoit (Aimé), avocat, économiste, rue Royale, 61.

1862. De Norguet (Anatole), entomologiste, 61, rue de Jemmapes.

Lethierry (Lucien), entomologiste, rue à Fiens.

1863. Lemaitre (Jules), ✵, ingénieur en chef des Ponts et Chaussées, directeur de la voirie, rue Impériale.

Vandenbergh (Emile), architecte, boulevard de l'Impératrice.

Leuridan (Théodore), bibliothécaire, à Roubaix.

Kuhlmann (Jules), chimiste, à Loos.

Date de l'admission. MM.

1864. Desplanque (Alexandre), archiviste du département du Nord, aux Archives.

Kolb (Henri), O. ✠, ingénieur en chef des Ponts-et-Chaussées du département du Nord, 114, rue Royale.

Menche de Loisne, ✠, Ingénieur ordinaire des Ponts-et-Chaussées, 49, rue Princesse.

Lebreton (Silvain), ✠, sous-intendant de 1re classe, hôtel de l'Intendance, place aux Bleuets, 2

Reynart (Edmond), ✠, conservateur du musée des tableaux, 87, rue Saint-André.

1865. Roussel-Defontaine, ✠, industriel, maire de Tourcoing.

Gosselet (Jules), professeur à la Faculté des sciences.

Gripon (Émile), professeur à la Faculté des Sciences, boulevard de l'Impératrice.

Mossot (Émile), prof. de rhétor. au Lycée, rue des Fossés-Neufs.

MEMBRES CORRESPONDANTS.

MM.

1810. Tordeux, pharmacien-chimiste, à Cambrai.

1819. Charpentier, docteur-médecin, à Valenciennes.

1820. Leroy (Onésime), homme de lettres, à Paris.

Derode (Victor), R. 1826, négociant, homme de lettres, à Dunkerque.

Dubrunfaut, chimiste, manufacturier, à Paris, chemin des Meuniers.

1827. Lemaire (Pierre-Auguste), ancien professeur de rhétorique à Triancourt (Meuse).

1828. Lecocq (H.), (O. ✠), correspondant de l'Institut (Académie des Sciences), professeur d'histoire naturelle, à la Faculté des Sciences de Clermont-Ferrand.

Guérin Menneville, naturaliste à Paris.

1829. Pelouze (Théophile-Jules), (C. ✠), R. 1829, membre de l'Institut (Académie des Sciences), président de la Commission des Monnaies, hôtel des Monnaies.

Corne, ancien magistrat, homme de lettres, à Douai.

Date de l'admission. MM.

1829. Vincent, (O. ✵), membre de l'Institut (Académie des Inscriptions et Belles-Lettres), à Paris, 60, rue Notre-Dame-des-Champs.

Guerrier de Dumast (Auguste Prosper), homme de lettres, à Nancy.

1830. Demeunynck, ✵, docteur-médecin, à Bourbourg.

Martin St-Ange, docteur-médecin, à Paris, rue St-Guillaume.

Moreau de Jonnès (Alexandre), (O. ✵), membre de l'Institut, (Académie des sciences morales et politiques), à Paris, 16, rue Oudinot.

1831. Milne Edwards (C. ✵), membre de l'Institut (Académie des Sciences), professeur au Muséum d'histoire naturelle, à Paris, au Jardin des plantes.

1832. Fée (Antoine L. A.), (O. ✵), R. 1830, professeur à la Faculté de médecine de Strasbourg.

Grar, avocat, homme de lettres, à Valenciennes.

1833. Judas (Auguste), R. 1833, médecin-militaire en retraite, à Paris, 9, rue de la Barouillère.

Mallet (Charles-Aug.), ancien recteur d'Académie, à Paris, 15, rue de Bréa.

1834. Bidart, docteur-médecin, à Arras.

Babinet (Jacques), ✵, membre de l'Institut (Académie des sciences), 15, rue Servandoni, à Paris.

Guérard (Alphonse), docteur-médecin, membre du Conseil de salubrité, à Paris.

1837. Thiers (A.), (G. O. ✵), membre de l'Institut (Académie française), historien, à Paris, place St-Georges.

1838. Mallet (Alfred), manufacturier, à Paris, boulevard du Combat.

Payen (Anselme), (O. ✵), membre de l'Institut (Académie des Sciences), professeur de chimie au Conservatoire des Arts et Métiers, à Paris, 292, rue St-Martin.

1839. Legoarant, officier du Génie, en retraite, à Lorient, 54, rue du Finistère.

Larrey (baron Hippolyte), (C. ✵), docteur-médecin, inspecteur du service de santé des armées, membre de l'Académie de médecine, à Paris, 91, rue de Lille.

Baudrimont (Alexandre), professeur à la Faculté des Sciences de Bordeaux.

Date de l'admission. MM.

1840. Garnier, bibliothécaire de la ville d'Amiens.

1841. Vingtrinier, ✠ (Arthur), docteur-médecin, médecin en chef des prisons, à Rouen.

1844. Malherbe (Alfred), entomologiste, conseiller à la Cour impériale de Metz.

1845. Caumont (de), (O. ✠), correspondant de l'Institut (Académie des Inscriptions et Belles-lettres), directeur de l'Institut des provinces, 61, rue Richelieu, à Paris.

1846. Mulsant (E), entomologiste, à Lyon.

Bouchard Chantereau (Jacques), naturaliste à Boulogne.

1848. Cambay (Charles), ✠, docteur-médecin, médecin militaire.

1849. Jamet (Émile), agronome, à Rennes.

Durand-Fardel (Max), ✠, docteur-médecin, inspecteur des eaux minérales de Vichy.

Jeanron, ✠, peintre d'histoire, directeur de l'Ecole des Beaux-Arts, à Marseille.

Guerin (Jules), ✠, docteur-médecin, membre de l'Académie de médecine, directeur de la *Gazette médicale* de Paris.

1850. Zandyck, docteur-médecin, à Dunkerque.

Millon (Eugène), ✠, pharmacien principal, à Alger.

1851. Perris, entomologiste, à Mont-de-Marsan.

Mauny de Mornay, ✠, chef de division au ministère de l'Agriculture et du Commerce, à Paris.

Linas (de), ✠, homme de lettres, archéologue, à Arras.

1852. Amyot (C.-J.-B.), avocat, entomologiste, à Paris, 3, rue des Prouvaires.

Luynes (Honoré, duc Albert de), (O. ✠), membre de l'Institut, (Académie des Inscriptions et Belles-Lettres), à Paris, 31, rue St-Dominique.

Meugy (Jules), ✠, R. 1845, ingénieur en chef des mines à Alais (dép. du Gard).

Yvon Villarceau, astronome, ✠, à Paris, 14, rue Cassette.

1853. Héricourt (Achmet d'), homme de lettres, à Arras.

Baeker Louis de, homme de lettres, archéologue, au château de Closterweld à Nordpeene.

Date de l'admission. MM.

1853. Serret, (Joseph), ✻, membre de l'Institut (Académie des Sciences), professeur de mécanique céleste, au Collége de France, 53, rue de Madame.

Davaine (C.) docteur-méd., à Paris, 2, r. de la Chaussée-d'Antin.

Dureau (Louis) (O. ✻), R. 1852, préfet du dép. du Loiret.

Danvin (Bruno), docteur-médecin, à St-Pol.

1854. Charet de la Frémoire, ✻, R. 1852, ingénieur des Ponts-et-Chaussées, à Namur.

Bergmann, professeur à la Faculté des Lettres de Strasbourg.

Mignard, homme de lettres, à Dijon.

1855. Faidherbe (Louis-Léon), (C. ✻), général du Génie.

Deschamps de Pas (Louis), ingénieur des Ponts et-Chaussées, archéologue, à St-Omer.

Mille (Auguste), ✻, ingénieur des Ponts-et-Chaussées, à Paris.

Lejolis, botaniste, à Cherbourg.

Godefroy de Menilglaise (Denys), homme de lettres, archéologue, à Paris.

Lecomte, ancien receveur des Finances, à Paris, 5, rue de Lille.

1856. Dancoisne, Notaire à Hénin-Liétard.

Charié Marsainnes (O. ✻), C. 1852. inspecteur des Ponts et-Chaussées, à Paris, 42, rue de Grenelle-St-Germain.

Bollaert (Edouard), ✻. R. 1844, ingénieur des Ponts-et-Chaussées, directeur des houillères de Lens.

Franck (Adolphe), ✻. membre de l'Institut (Académie des Sciences morales et politiques), à Paris, 23, rue de l'Oratoire du Roule.

Chasles (Emile), ✻, R. 1855, professeur à la Faculté des lettres de Nancy.

1857. Valade-Gabel, homme de lettres, à Bordeaux.

Reynaud (Ernest), prof. de mathématiques, au Lycée de Nancy.

Scoutetten (Louis), médecin militaire.

Masquelez (Alfred), ✻, bibliothécaire de l'École impériale militaire de St-Cyr.

Pasteur (Louis), (O. ✻), R. 1855, membre de l'Institut (Académie des Sciences), directeur de l'Ecole normale, à Paris.

Date de l'admission. MM

1857. Lestiboudois (Thémistocle), (O, ✵), R. 1821, docteur-médecin, botaniste, correspondant de l'Institut (Académie des Sciences), conseiller d'Etat, rue de la Victoire, à Paris.

Brame (Charles), professeur de chimie, à l'Ecole de médecine de Tours.

1858. Guillemin (Jean), (O. ✵), recteur de l'Académie de Nancy.

Rondot (Natalis), délégué de la Chambre de Commerce de Lyon, à Paris.

1859. Saint-Loup, prof. de mathématiques au Lycée de Metz.

Frossard (Benoist), homme de lettres, à Bagnères de Bigorre.

Frossard (Charles), R. 1855, homme de lettres, pasteur de l'Église réformée, à Paris.

Rosny (Léon de), homme de lettres, à Paris, 15, rue Lacépède.

Marchand, pharmacien-chimiste, à Fécamp.

1860. Goubaux, prof. d'anatomie à l'Ecole vétérinaire de Toulouse.

Colincamp (Ferd.), ✵, prof. à la Faculté des Lettres de Douai.

Parchappe, (O. ✵), inspecteur-général des Asiles d'aliénés[1].

Ballin (Armand-Gabriel), archiviste de l'Académie impériale de Rouen, 50 bis, rue Impériale.

Rodet (Léon), R. 1859, inspect. à la Manuf. des Tabacs, à Nice.

Lacaze-Duthiers, (F.-J.-H.), ✵, R. 1855, docteur-médecin, professeur au Museum, à Paris.

Gratacap dit Cap (Paul), ✵, pharmacien, membre de l'Académie de médecine, à Paris, 9, rue d'Aumale.

1861. Roche, professeur à la Faculté des Sciences de Montpellier.

Bossey, ✵, R. 1859, ingénieur des mines, à Rennes.

Rohart (François), chimiste, manufacturier, à Paris.

Heegmann (Alphonse), R. 1825, mathématicien, à Paris, 54, rue de la Pépinière.

Lefebvre (Julien), (O. ✵), R. 1840, agronome, à Paris, 100, rue du Faubourg-St Honoré.

Morière, professeur d'histoire naturelle, à la Faculté des Sciences de Caen.

1.— Décédé le 12 mars 1866.

Date de l'admission. MM.

1861. Portelette (Constant), R. 1857, homme de lettres, à Paris.

1862. Mottez (Victor), ☼, peintre, à Paris.

Jouvin (Jean-Pierre), ☼, pharmacien en chef de la Marine, à Rochefort.

Deletombe (Jean-Baptiste), instituteur, homme de lettres, à Orchies (Nord).

Dareste de la Chavanne (Antoine), professeur à la Faculté des lettres de Lyon.

Painvin (Louis), professeur de mathématiques spéciales au Lycée de Douai.

Bos (Henri), R. 1860, professeur de mathématiques au Lycée Saint-Louis, à Paris, 51, boulevard Saint-Michel.

Lachez (Théodore), architecte, à Paris, 22, rue Lafayette.

Breton (Jules), ☼, peintre, à Courrières (Pas-de-Calais).

1863. Masure (Félix), agronome, professeur de physique au Lycée d'Orléans.

Bonvarlet (Alexandre), homme de lettres, nég. à Dunkerque.

Jardin (Antoine), docteur-médecin, à Villaguières (dép. du Gard)

Nadaud (Gustave), ☼, homme de lettres, à Paris, 40, rue de Verneuil.

Besnou (Léon), ☼, botaniste, pharmacien-major de la marine, à Cherbourg.

Gomart, ☼, archéologue, à St-Quentin.

Hinstin (Gustave), R. 1861, profes. de rhétor. au Lycée de Pau.

1864. Cousin, graveur, à Paris, 56, rue de Chaillot.

Barré de Saint-Venant, (O. ☼), ingénieur en chef des Ponts-et-Chaussées, à Saint-Ouen, près Vendôme.

Eschenauer (Auguste), R. 1860, homme de lettres, à Strasbourg.

Richaud (Louis), R. 1862, proviseur au Lycée de Cahors.

1865. Chappe (Léopold), professeur au Lycée de Versailles.

Roucher (Charles), (O. ☼), pharmacien principal à Paris.

Kolb (Jules), ingénieur civil, à Amiens.

Lebreton (Sylvain), sous-intendant à Paris, rue de Fleurus

MEMBRES CORRESPONDANTS ÉTRANGERS.

Date de l'admission MM.

1828. Duchastel (comte Ferdinand), agronome, en Belgique.

Timmermans (J.-Alexis), membre de l'Académie royale de Belgique, à Gand.

Rodenbach (Alexandre), homme de lettres à Bruxelles.

1829. Liebig (Justin), (C. ✱), membre de l'Académie royale de Bavière, Munich.

1834. Vandermaelen (Phil.), naturaliste, membre de l'Académie royale de Belgique, à Bruxelles.

1836. De la Rive (Aug.), (O. ✱), professeur de physique, à Genève.

1837. Quelelet (Adolphe), secrétaire perpétuel de l'Académie royale de Belgique, à Bruxelles.

Berkeley, naturaliste, à Clinsliffe (Angleterre).

1839. Vesmael (Constantin), membre de l'Académie royale de Belgique, à Bruxelles, à St-Josse-ten-Noode, 62, rue de la Rivière.

Lacordaire (Théodore), entomologiste, membre de l'Académie royale de Belgique, à Liége.

1843. Legrand de Reulandt (Simon), homme de lettres, à Anvers, 81, Chaussée-Berkem.

1844. De le Bidart de Thumaede (chevalier), ancien magistrat, à Liége, 13, rue des Augustins.

1846. Varttmann (Élie), professeur de physique, à Genève.

Guastalla (Auguste), docteur-médecin, à Trieste,

1847. De Busscher (Edmond), homme de lettres, membre de l'Académie royale de Belgique, à Gand.

1850. Reumes (Auguste de), major, à l'état-major des places, à Bruxelles.

1851. Lambert, ingénieur des mines, à Mons.

1852. Catalan (Eugène), professeur à l'Université de Liége.

1853. Burgos (de), agronome, à Madrid.

1855. Vallez (Pierre), docteur-médecin, à Bruxelles.

Bellardi (Louis), naturaliste, à Turin.

1856. Nève (Félix), professeur de langues orientales à l'Université de Louvain.

Date de l'admission. MM.

1856. Liagre (Jules), major du Génie belge, membre de l'Académie royale de Belgique, à Bruxelles.

1860. Warlomont (Evariste), docteur-médecin, rédacteur en chef des *Annales d'oculistique*, Bruxelles, 49, rue des Épingles.

Otreppe de Bouvette, anc. magistrat, homme de lettres, à Liége.

1862. Diegerick, bibliothécaire-archiviste de la ville d'Ypres.

1864. Volpicelli (Louis), professeur de physique, à Rome.

Verhaeghe, docteur en médecine, à Ostende.

1865. Negri (Cristoforo), directeur au ministère des affaires étrangères, à Florence.

Lille, imp. L. Danel.

TABLE DES MATIÈRES

CONTENUES DANS LE DEUXIÈME VOLUME DE LA TROISIÈME SÉRIE.

ANNÉE 1865.

MÉMOIRES.

Résolutions générales des Équations (2e mémoire), par M. Alph. HEEGMANN, M. C.[1] 5
Souvenirs d'Athènes, par M. G. HINSTIN, M. C. 29
Recherches sur la Dynamique d'un point matériel, par M. GUIRAUDET, M. R.[2] 55
Catalogue des oiseaux du nord de la France, par M. A. DE NORGUET, M. R. 89
De l'assistance publique à Lille. — L'Hôpital Saint-Sauveur (avec deux planches), par M. Aimé HOUZÉ DE L'AULNOIT, M. R. 171
Recherches concernant l'influence des basses températures sur le développement de l'embryon de la poule, par M. DARESTE, M. R. 291
Recherches sur l'Engrais flamand ; son emploi dans la culture des terres, par M. B. CORENWINDER, M. R. 297

[1] M. C. signifie membre correspondant

[2] M. R. signifie membre résidant.

La mer des Sargasses ; analyse du Varec nageur ou Raisin du Tropique, par M. B. Corenwinder, M. R. 333

Théorie des Surfaces polaires d'un plan, par M. Painvin, M.C. 345

Recherches sur la Force cristallogénique, par M. Fréd. Kuhlmann, M. R. 543

Sur les Phosphates de Thallium, par M. Lamy, M. R. . . 563

Études de Cristallographie géométrique (2e mémoire), avec une planche, par M. Guiraudet, M. R. 577

Notice sur la vie et les ouvrages de Pierre-Louis-Georges comte du Buat, auteur des *Principes d'hydraulique*, (avec trois planches), par M. Barré de Saint-Venant, M. C. 609

Histoire des États de Lille, par M. le comte de Melun (2e partie), M. R. 693

Lettre sur la Peinture à fresque, par M. Mottez, M. C. . 721

BULLETIN DES SÉANCES.

Discours du Président sur la tombe de M. David, M. R. . . 731

Rapport annuel de l'Archiviste sur le personnel de la Société. 732

Communications de M Deletombe. . . . 733, 744, 758, 762

— M. Dareste. 734, 736, 740, 752

— M. Lamy. 734, 738, 754

Communication du Bureau relative au musée Wicar. . . . 735

Communication de M. de Norguet. 736, 764

— de M. Lebreton. 736, 754

— de M. de Girardin 736, 746, 753

— de M. Mottez 736

Admission de M. Roussel-Defontaine, M. R.. 737

— de M. Chappe, M. C 737

Lecture de M. Chrestien. 737, 745
Admission de M. Gosselet, M. R. 737
— de M. Roucher, M. C. 738
Fondation du Prix Wicar. 738, 741
Communication de M. Kuhlmann père. . . . 739, 745, 761
— de M. Chrestien. 742
— de M. Kuhlmann fils. 744
— de M. de Coussemaker. . . 745, 746, 767
— de M. Ch. Violette 745, 753
— de M. Painvin. . . . . , ... 745, 753
— de M. Leuridan. 745
— de M. Van Hende. 745
— de M. Corenwinder. 753
— de M. de Melun. 754
— de M. Guiraudet. 754, 758
— de M. Sartiaux. 754
— de M. Poillon. 754
— de M. Delerue. 754, 764
Jury d'examen du concours Wicar. 754
Rapport du jury du concours Wicar 755
Communication de M. Heegmann. 758
Commission d'examen pour l'école des Chauffeurs 760
Communication de M. Chon. 760
Dépôt sur le bureau de l'*Inventaire analytique des archives de la Chambre des Comptes de Lille*. 762
Rapport de la Commission de l'Ecole des Chauffeurs. . . . 763
Renouvellement du Bureau. 764
Proposition de M. Blanquart relative à l'application du Prix Wicar à l'Exposition de peinture à Lille. 765

Admission de M. Grégoire, M. R. 765
Admission de M. Mossot, M. R. 766
Délibération de la Société relative au Prix Wicar appliqué à l'Exposition de peinture 767
Admission de M. J. Kolb, M. C. 768
Séance solennelle. 769
Discours de M. de Melun, président. 769
Rapport annuel de M. Guiraudet, secrétaire-général. . . . 778
Rapport sur le concours des sciences physiques, par M. Ch. Violette. 787
Rapport sur les concours de littérature et d'histoire, par M. Chon. 791
Rapport sur l'École des chauffeurs, par M. Guiraudet . . . 809
Rapport sur les récompenses décernées aux agents industriels, par M. Houzé de l'Aulnoit. 814
Programme des concours. 818
Notes bibliographiques. 843
Liste des membres de la Société. 853
Table. 863

Lille. Imp. L. Danel.