

JOURNAL
DE PHYSIQUE
THÉORIQUE ET APPLIQUÉE.

TOURS. — IMPRIMERIE DESLIS FRÈRES ET C^{ie}.

JOURNAL DE PHYSIQUE

THÉORIQUE ET APPLIQUÉE,

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

CONTINUÉ PAR ED. BOUTY

PUBLIÉ PAR

LA SOCIÉTÉ FRANÇAISE DE PHYSIQUE

Directeur de la publication : AMÉDÉE GUILLET

CINQUIÈME SÉRIE.

TOME VI. — ANNÉE 1916.

PARIS,
AU BUREAU DU JOURNAL DE PHYSIQUE,
5, RUE DE LA SANTÉ (13^e)

1916

JOURNAL DE PHYSIQUE THÉORIQUE ET APPLIQUÉE.

SUR LE RAPPORT γ DES DEUX CHALEURS SPÉCIFIQUES PRINCIPALES
DES GAZ ET DES VAPEURS (1);

Par M. A. LEDUC (2).

Objet. — Après avoir présenté quelques observations sur les erreurs probables des diverses méthodes classiques fondées sur la détente adiabatique, je discuterai quelques valeurs de γ déduites de la vitesse du son, puis je décrirai sommairement la méthode des cycles, que j'ai imaginée il y a cinq ans pour déterminer d'une manière beaucoup plus sûre le γ des vapeurs.

Formules préliminaires. — Je vais rappeler d'abord un certain nombre de formules dont j'aurai à faire usage dans le courant de cet exposé, renvoyant, pour plus de détails, à plusieurs articles des *Annales* (3).

Je représente l'état d'un gaz réel par la formule

$$(1) \quad Mpv = RT\varphi$$

dans laquelle M est la masse moléculaire du gaz et φ une fonction de la température et de la pression réduites que j'ai étudiée sous le nom de *volume moléculaire* relatif [par rapport au gaz parfait fictif].

L'expérience prouve que φ est bien représenté, à toute température et entre des limites de pression assez étendues, par $(1 - mp - np^2)$, m et n étant des fonctions de la température seule. Enfin, si e

(1) Communication faite à la Société française de physique, séance du 18 juin 1915.

(2) *C. R. de l'Acad. des Sc.*, t. CLII et CLIV; — *Ann. de Ch. et de Phys.*, 8^e série, t. XXVIII, p. 577; — V. aussi *Ann. de Phys.*, 9^e série, t. IV, p. 5.

(3) *Ann. de Ch. et de Phys.*, 8^e série, t. XIX, p. 442 à 476, et t. XXVIII, p. 577 et suiv.

désigne $\frac{1}{76^e}$ de la pression réduite, et z et u des fonctions de la température réduite, on a, pour les *gaz normaux*; c'est-à-dire qui obéissent sensiblement à la loi des états correspondants dans les mêmes limites de pression :

$$(2) \quad \varphi = 1 - ez - e^2u.$$

J'ai donné, d'après mes expériences, les expressions de z et u en fonction de l'inverse χ de la température réduite, et indiqué comment on passe au cas des gaz dissidents.

Des formules (1) et (2) on déduit le coefficient de compressibilité isothermique $\mu = -\frac{1}{v} \frac{\partial v}{\partial p}$ et les coefficients de dilatation α et β , ou, ce qui revient au même, $\frac{\partial v}{\partial T}$ et $\frac{\partial p}{\partial T}$. On a :

$$(3) \quad p\mu = 1 - \frac{p}{\varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial p} = \frac{1 + np^2}{\varphi}$$

$$(4) \quad \frac{\partial v}{\partial T} = \frac{R}{Mp} \left(\varphi - \chi \frac{\partial \varphi}{\partial \chi} \right) = \frac{R}{Mp} (1 + \varepsilon_1)$$

$$(5) \quad \frac{\partial p}{\partial T} = \frac{p}{T} \frac{1 + \frac{T}{\varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial T}}{1 - \frac{p}{\varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial p}} = \frac{p}{T} (1 + \varepsilon_2)$$

si l'on pose

$$\varepsilon_1 = e \left(\chi \frac{\partial z}{\partial \chi} - z \right) + e^2 \left(\chi \frac{\partial u}{\partial \chi} - u \right)$$

et

$$\varepsilon_2 = e \left(\chi \frac{\partial z}{\partial \chi} - z \right) + e^2 \left(\chi \frac{\partial u}{\partial \chi} - 2u \right).$$

1. — MÉTHODES FONDÉES SUR LA DÉTENTE ADIABATIQUE.

I. Application de l'expérience de Clément et Desormes. — Le principal écueil de cette méthode réside, comme on sait, dans les oscillations de Cazin. Il semble qu'on puisse s'en affranchir en perfectionnant l'appareil de ce savant.

Une autre difficulté provient de ce que, si courte que soit la durée d'ouverture du robinet, un excès de gaz sort du ballon par suite du réchauffement de ce gaz par les parois. Il en résulte une valeur de γ

CHALEURS SPÉCIFIQUES DES GAZ ET DES VAPEURS 7

systématiquement trop faible, et d'autant plus faible que l'ouverture a été plus prolongée. Cet effet de paroi étant sensiblement en raison inverse du rayon du ballon, il semble qu'on puisse le corriger efficacement en opérant successivement avec deux ballons de diamètres très différents, dont l'un serait le plus grand possible.

Laissant de côté ces points importants, que l'expérience seule peut éclaircir, je vais déterminer : 1° l'erreur que l'on commettrait en considérant le gaz comme parfait, et 2° l'erreur maxima sur γ provenant des mesures de pression.

Dans l'équation classique de la détente élémentaire

$$CdT = \frac{C-c}{\frac{\partial p}{\partial T}} \cdot dp$$

remplaçons $\frac{\partial p}{\partial T}$ par sa valeur (5); il vient

$$(6) \quad \frac{C}{C-c} \frac{dT}{T} = \frac{1}{1+\epsilon_2} \frac{dp}{p}$$

et si la détente est assez peu étendue pour qu'on puisse attribuer à γ et ϵ_2 leurs valeurs moyennes dans l'intervalle considéré, on a, en intégrant :

$$(7) \quad \frac{\gamma}{\gamma-1} \int \frac{T_0}{T} = \frac{1}{1+\epsilon_2} \int \frac{p_0}{p}$$

Pendant le réchauffement à volume constant, l'expression (5) s'applique encore; mais, dans l'intégrale, ϵ est pris entre des limites de pression différentes, les limites de température restant les mêmes. Donc

$$(8) \quad \int \frac{p'}{p} = (1+\epsilon'_2) \int \frac{T_0}{T}$$

et, en éliminant $\frac{T_0}{T}$ entre (7) et (8), et posant $\frac{1+\epsilon}{1+\epsilon'} = 1 + \lambda$ on obtient :

$$(9) \quad \gamma = \frac{\log p_0 - \log p}{\log p_0 - \log p' - \lambda (\log p' - \log p)}$$

L'erreur relative commise en considérant le gaz comme parfait serait donc

$$\frac{\partial \gamma}{\gamma} = -\lambda \frac{\log p' - \log p}{\log p_0 - \log p'}$$

Considérant, par exemple, le cas de l'anhydride carbonique à 0° pour une détente $h = p_0 - p$ de 10 centimètres de mercure, on trouve que $\lambda = 8,4 \cdot 10^{-4}$ environ, et par suite $\frac{\delta\gamma}{\gamma} = -2,6 \cdot 10^{-4}$, c'est-à-dire négligeable.

Cette erreur ne prend quelque importance que pour les gaz tels que SO². Elle est proportionnelle à h dans de larges limites.

REMARQUE. — Il faut bien se garder, avec des valeurs de h de l'ordre du décimètre de mercure, d'appliquer la formule classique $\gamma = \frac{h}{h - h'}$, qui convient aux détentes élémentaires. Elle donnerait ici 1,30 au lieu de 1,32, et pour que l'erreur tombât au-dessous de 0,001, il faudrait prendre $h \leq 5$ millimètres de mercure. Mais alors $h' \leq 1^{\text{mm}}, 2$, et l'erreur sur γ peut atteindre 0,0065 si $\delta h = 0^{\text{mm}}, 02$.

Il ne faut pas s'illusionner sur la réduction de cette erreur par l'emploi d'un manomètre à liquide léger, et il faut encore compter une erreur supplémentaire sur h et h' due à ce que l'équilibre de température entre le gaz et la paroi est long à s'établir.

En résumé, *il n'y a lieu de se préoccuper de l'écart à la loi de Mariotte que pour les gaz dont la température critique est supérieure à 100°, et on ne devra jamais employer la formule élémentaire au lieu de la formule logarithmique.*

Pour calculer la limite supérieure de l'erreur sur γ on pourra faire $\lambda = 0$. Si l'on admet que les erreurs δp , δh et $\delta h'$ ont la même valeur absolue, et que toutes les erreurs s'ajoutent, on trouve aisément que

$$\frac{\delta\gamma}{\gamma} = \frac{\delta p}{\frac{p_0}{p}} \left[\frac{2(\gamma - 1)}{p + h} + \frac{1}{p} \right].$$

On en a une valeur très approchée en négligeant h devant p et en réduisant à son premier terme le développement du logarithme, ce qui conduit à la même expression que la formule élémentaire :

$$\frac{\delta\gamma}{\gamma} = (2\gamma - 1) \frac{\delta h}{h}.$$

Soient, par exemple : $h = 10$ centimètres, $\delta h = 0^{\text{mm}}, 02$ et $\gamma = 1,4$; les deux formules donnent également $\frac{\delta\gamma}{\gamma} = 3,6 \cdot 10^{-4}$. Quand même

les erreurs accidentelles δp , δh et $\delta h'$ seraient 2 ou 3 fois plus grandes, la troisième décimale de γ ne serait pas compromise par là.

2. **Application directe de la formule de Laplace.** — Soit γ' le *coefficient de détente* de Cazin ou de Rankine, défini dans un intervalle donné par la formule

$$pv^{\gamma'} = C^{te}.$$

Dans l'équation de la détente élémentaire

$$\gamma dv - \left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_{is} dp = 0$$

remplaçons $\frac{\partial v}{\partial p}$ par sa valeur (A). Il vient

$$\gamma \frac{\varphi}{1 + np^2} \frac{dv}{v} + \frac{dp}{p} = 0.$$

On voit donc que

$$(10) \quad \gamma' = \gamma \frac{\varphi}{1 + np^2}.$$

Pour une détente comme celles dont il s'agit, on peut considérer γ , φ et par suite γ' comme constants. On constate d'ailleurs que np^2 est ici négligeable pour les gaz dont la température critique est supérieure à 100°.

Or voici, à titre d'exemples, quelques valeurs de φ dans les conditions normales

H	O	CO ₂	SO ₂
1,0006	0,9992	0,9934	0,9771

On voit que γ' se confond pratiquement avec γ pour les gaz quasi-parfaits, mais que la différence $\gamma' - \gamma$ atteint presque 0,01 pour CO₂ et dépasse 0,03 pour SO₂.

Soit donc un gaz occupant le volume V_0 sous la pression p_0 , dont nous réduirons subitement le volume à V , comme l'a fait, par exemple, M. Maneuvrier (1). On a, même si la variation de pression est de plusieurs décimètres de mercure :

$$(11) \quad \gamma' = \frac{\log p - \log p_0}{\log V_0 - \log V}.$$

(1) Thèse de doctorat. Paris, 1895.

On en déduit facilement γ , puisque φ est donné par mes formules empiriques.

M. Maneuvrier note, à titre de curiosité, une valeur approchée de γ fournie par les données immédiates de l'expérience, et qui n'est autre que γ' , et il en déduit γ par la formule de Reech, en utilisant les données d'autres expérimentateurs sur la compressibilité isothermique. Mais celles-ci ne sont pas suffisamment exactes, de sorte qu'ayant trouvé, par exemple, pour CO_2 à $9^\circ,8$ $\gamma' = 1,2843$, il arrive à $\gamma = 1,2979$ au lieu de 1,2919. J'estime d'ailleurs que ce nombre est notablement trop faible, et que la valeur exacte est voisine de 1,315.

3. Méthode fondée sur des pesées. — J'ai décrit ⁽¹⁾ une méthode susceptible d'une précision au moins égale à celle des précédentes, et qui, outre son extrême simplicité, a l'avantage de n'exiger d'autres instruments qu'une bonne balance, un thermomètre sensible, et un baromètre normal faisant connaître exactement les variations de la pression atmosphérique.

Soit un ballon à large ouverture, dont nous désignerons par V ⁽²⁾ le volume à t_0 . Remplissons-le de gaz à 0° sous la pression atmosphérique p , et déterminons la masse μ de gaz contenu. Portons-le ensuite dans un bain à t° où il séjournera longuement. Puis ouvrons le robinet pendant un temps très court, afin de produire la détente adiabatique.

La pression passe de $p_0 = p \frac{1 + \beta t}{1 + \alpha t}$ à la nouvelle pression atmosphérique p' . Déterminons la masse μ' de gaz restée dans le ballon.

Si v et v' désignent les volumes spécifiques du gaz avant et après la détente, on a

$$\mu v = \mu' v' = V.$$

On en déduit immédiatement le coefficient de détente $\gamma' = \frac{\log p_0 - \log p'}{\log \mu - \log \mu'}$ et par suite γ comme précédemment.

Précision de cette méthode. — φ est surabondamment connu. Il est loisible, pour calculer l'erreur maxima, de supposer invariable la

(1) *C. R. de l'Acad. des Sc.*, t. CLV, p. 909.

(2) Il est inutile de connaître exactement ce volume, qui est de 4 litres environ. La clé du robinet est creuse; elle porte un orifice latéral d'environ 2 centimètres carrés, et se prolonge par une courte tubulure de même section.

CHALEURS SPÉCIFIQUES DES GAZ ET DES VAPEURS 11
 pression atmosphérique ($p' = p$). On a ainsi, en désignant par β_1 le coefficient de dilatation apparente, que je puis d'ailleurs calculer à $\frac{1}{1000}$ près de sa valeur

$$\gamma = \frac{\mathfrak{L}(1 + \beta_1 t)}{\mathfrak{L} \frac{\mu}{\mu'}}$$

et, en affectant du même signe toutes les erreurs indépendantes

$$\frac{\delta\gamma'}{\gamma'} = \frac{1}{\mathfrak{L}(1 + \beta_1 t)} \left[\frac{\beta_1 \delta t}{1 + \beta_1 t} + \gamma' \left(\frac{\delta\mu}{\mu} - \frac{\delta\mu'}{\mu'} \right) \right].$$

Pour fixer les idées, opérons sur l'air, avec $t = 16^0$. δt ne dépassera pas $0^0,02$ dans une expérience soignée, et l'on peut faire mieux. Avec notre ballon de 4 litres μ et μ' seront voisins de 5 grammes. Chaque équilibre étant réalisé à $0^{\text{m}^{\text{e}r}},1$ près et les pesées n'étant que partiellement indépendantes, l'erreur globale $\frac{\delta\mu}{\mu} - \frac{\delta\mu'}{\mu'}$ ne dépassera pas $0,00004$. L'erreur totale ne dépassera donc pas

$$\frac{\delta\gamma'}{\gamma'} = 17 (0,00007 + 1,4 \times 0,00004) = \frac{1}{500} \text{ environ,}$$

et il serait facile de la diminuer en élevant la température t .

Peut-être pourrait-on, en multipliant les expériences, et en faisant varier systématiquement la durée d'ouverture du robinet, atteindre la précision du millième, sauf pour les gaz légers tels que le méthane et surtout l'hydrogène. En tous cas, on peut compter sur la seconde décimale.

M. Deminière, élève à l'École normale supérieure, avait rassemblé le matériel nécessaire pour déterminer sous ma direction une série de déterminations par cette méthode, lorsqu'il est tombé au Champ d'honneur au début de la guerre. M. Mathias fils a bien voulu reprendre ce travail, qui est actuellement en cours.

II. — QUELQUES VALEURS DE γ OBTENUES PAR L'INTERMÉDIAIRE DE LA VITESSE DU SON.

J'aime à croire que personne ne s'illusionne sur les quatrièmes décimales que comportent certaines valeurs de γ inscrites dans

divers recueils ou traités. J'ai eu, par exemple, l'occasion de montrer que le γ de CO_2 dans les conditions normales est, d'après les expériences de Wüllner 1,320, tandis que l'auteur lui-même, appliquant à ce gaz les formules qui conviendraient au gaz parfait, trouve 1,31131 (avec 5 décimales dont la seconde est fautive!).

La formule qui donne la vitesse du son dans un milieu indéfini est, dans ma notation :

$$(12) \quad v = \sqrt{\frac{RT}{M} \cdot \gamma \cdot \frac{\varphi}{p\mu}} = \varphi \sqrt{\frac{RT}{M} \frac{\gamma}{1 + np^2}}$$

J'ai calculé au moyen de l'une ou l'autre de ces formules les γ d'un certain nombre de gaz et vapeurs à partir des V consignées dans le *Recueil de constantes de la Société française de physique*, en utilisant, comme toujours, les φ calculés au moyen de mes formules empiriques, les M rectifiées par moi ⁽¹⁾, et en prenant pour R la valeur $832,0 \cdot 10^5$ C.G.S. qui résulte de mes expériences.

Réciproquement, j'ai aussi calculé V au moyen des valeurs de γ obtenues ailleurs.

Ce calcul donne lieu aux observations suivantes :

1. **Azote.** — $V = 337^m,3$ par seconde à 0° et 76 centimètres (Bückendahl) conduit à $\gamma = 1,404$ que je considère comme exact.

2. **Hydrogène.** — Le Recueil donne comme observé par Stürm à 20° et 76 centimètres. $V = 1258$ m : sec. On en déduirait $\gamma = 1,307$. L'erreur est flagrante : V a été « ramené à 0° ».

Pour calculer inversement V_0 , on est embarrassé dans le choix de la valeur de γ . Il semble résulter des meilleures déterminations que, conformément à la théorie cinétique, γ serait égal à 1,4 pour un gaz diatomique dans des conditions telles que $p\mu = 1$ et que $\gamma \geq 1,4$ suivant que ce gaz s'écarte dans un sens ou dans l'autre de la loi de Mariotte. Pour ce motif, le nombre 1,408 trouvé pour l'hydrogène par Lummer et Pringsheim me semble inacceptable, et j'adopterais plus volontiers 1,390 qui s'accorde avec les expériences de Röntgen. Avec 1,395 on trouve $V_0 = 1255$ m : sec.

3. **Acide carbonique.** — Bückendahl donne $V_0 = 258$ mètres. On en déduit $\gamma = 1,308$, qui est vraisemblablement trop faible.

(1) *Ann. de Ch. et de Phys.*, 8^e série, t. XIX, p. 464.

4. **Vapeur d'eau.** — On aurait, d'après Jaeger, dans la vapeur saturante à 96° : $V = 410$ m : sec. Il y a eu confusion, comme pour l'hydrogène (1). Ce nombre a été obtenu en multipliant le rapport des longueurs d'onde dans la vapeur et dans l'air à 96° par la vitesse dans l'air sec à 0° . On aurait ainsi la vitesse « ramenée à 0° », ce qui est d'ailleurs dénué de sens expérimental.

D'après cela, la vitesse à 96° serait comprise entre 475 et 476 mètres. Les expériences de Neyreneuf (2) conduisent pour la vapeur saturante à 100° ou légèrement surchauffée à $V = 479^{\text{m}},5$ en moyenne. On en déduit $\gamma = 1,365$, qui n'est pas trop éloigné de la valeur 1,373 calculée par moi-même pour la vapeur saturante (v. pl. loin : méthode des cycles).

5. **Benzène.** — D'après Stevens, $V = 205$ m : sec. dans la vapeur saturante à $99^{\circ},7$. On en déduit $\gamma = 1,170$, au lieu de 1,136 calculé par moi.

6. **Éther.** — D'après Neyreneuf, on aurait $V = 195$ mètres dans la vapeur saturante à 35° ou légèrement surchauffée. On en déduirait $\gamma = 1,213$ (3) au lieu de 1,083 calculé par ma méthode des cycles. Mes calculs reposent, il est vrai, sur l'hypothèse que l'éther appartient au groupe normal; mais cette hypothèse a été confirmée d'une manière satisfaisante.

RÉCIPROQUEMENT, j'ai calculé les quelques valeurs suivantes de V en utilisant mes valeurs de γ . Les nombres ainsi obtenus doivent être approchés à quelques décimètres près par seconde.

1. **Vapeur d'eau saturante.** — A 100° ($\gamma = 1,373$), $V = 481$ m : sec., et à 96° ($\gamma = 1,371$), $V = 474^{\text{m}},8$. Ces nombres sont inférieurs aux nombres expérimentaux d'environ 2% ; on peut considérer l'accord comme satisfaisant.

2. **Vapeur saturante de benzène.** — A 100° ($\gamma = 1,136$) $V = 202$ m : sec.,

(1) La même erreur se trouve dans les Tables de Landolt, édition de 1905, p. 253, et dans l'ouvrage de Winkelmann, édition de 1909, p. 531.

(2) *Ann. de Ch. et de Phys.*, 6^e série, t. IX, p. 535-533.

(3) L'auteur, utilisant des données qu'on sait aujourd'hui inexactes, déduit de ses expériences 1,09, qui est presque exact, grâce à l'heureuse interférence d'erreurs de signes contraires. Je regrette que mes formules ne puissent être appliquées utilement aux expériences plus récentes de Stevens à 100° , parce que la pression réduite atteint 0,18.

et à 80° ($\gamma = 1,132$) $V = 199,3$. Le nombre de Stevens est donc trop élevé d'un peu plus de 3 mètres par seconde, c'est-à-dire $15 \text{ }^0/_{00}$.

3. **Éther à 35° .** — Pour la vapeur saturante $\gamma = 1,083$ et $V = 184^m,3$. Sous la pression de 22 centimètres de mercure, $\gamma = 1,072$ et $V = 190$ m. sec. Le nombre de Neyreneuf est beaucoup trop élevé, et, comme son nombre relatif à la vapeur d'eau est presque exact, il est probable que l'éther sur lequel il a opéré était très impur. Par contre, le nombre $180^m,04$ obtenu par Gerosa et Mai à $35^\circ,35$ est notablement trop faible, malgré sa précision apparente ⁽¹⁾.

REMARQUE IMPORTANTE. — On voit par l'exemple du benzène que l'influence de la température sur la vitesse du son dans les vapeurs saturantes est, en général, beaucoup plus faible que dans le cas des gaz, tandis qu'à température constante la pression a, au contraire, une influence considérable, surtout au voisinage immédiat de la saturation.

III. — MÉTHODES DES CYCLES.

En présence des discordances extraordinaires que présentent les valeurs de γ pour les vapeurs, il m'a semblé très intéressant de fonder une méthode qui permit de calculer ce rapport, ne fût-ce qu'à $1 \text{ }^0/_{0}$ près. Cette méthode, que j'ai déjà discutée ailleurs ⁽²⁾, suppose connues entre certaines limites de température, la pression maxima de la vapeur, sa chaleur de vaporisation, la chaleur spécifique du liquide, et d'autre part la compressibilité de la vapeur aux températures considérées.

Cette dernière donnée est facile à calculer avec une précision surabondante au moyen de mes formules empiriques si la vapeur en question est normale. J'ai montré comment on s'assure que cette condition est remplie, et comment on peut, dans le cas contraire, utiliser néanmoins mes formules. J'ai limité mon étude aux vapeurs d'eau, d'éther et de benzène, qui représentent les trois types classiques de détente adiabatique. Je renverrai d'ailleurs, pour plus de détails, à mon article des *Annales*.

Il y a lieu de considérer deux cas, suivant que la vapeur est saturante ou non. Le premier cas se subdivise ensuite en deux autres,

⁽¹⁾ *Atti dei Lincei*, 1888.

⁽²⁾ *Ann. de Ch. et de Phys.*, 8^e série, t. XXVIII, p. 577.

suivant que la détente adiabatique a lieu avec condensation partielle ou avec surchauffe.

I. VAPEURS SATURANTES. — a) *Cas de l'eau.* — Pour calculer γ au voisinage immédiat de la saturation, on peut faire parcourir au fluide le cycle élémentaire suivant, d'une manière réversible (fig. 1).

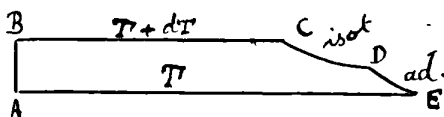


FIG. 1.

L'unité de masse de liquide ayant été portée de T° à $(T + dT)^{\circ}$, transformons-la en vapeur saturante à cette température. Puis faisons subir à cette vapeur une détente isothermique — dp_1 telle qu'une détente adiabatique consécutive — dp_2 la ramène en E à l'état de vapeur saturante à T° .

On a :

$$(13) \quad dp_1 + dp_2 = dF = \frac{dF}{dT} \cdot dT$$

F étant la pression maxima à T° . Enfin liquéfions-la à T° .

La quantité de chaleur fournie à la vapeur pendant la détente isothermique a pour expression classique

$$dq = \frac{T}{J} \frac{\partial v}{\partial T} dp_1$$

qui devient, avec ma notation (v. form. 4)

$$dq = \frac{RT}{JMF} (1 + \epsilon_1) dp_1.$$

On obtient une seconde valeur de dq en écrivant que la variation d'entropie est nulle le long de ce cycle :

$$dq = \left(\frac{L}{T} - \frac{dQ}{dT} \right) dT$$

Q désignant la chaleur totale de vaporisation. En égalant ces deux valeurs on obtient

$$(14) \quad dp_1 = \frac{JMF}{RT} \left(\frac{L}{T} - \frac{dQ}{dT} \right) \frac{dT}{1 + \epsilon_1}.$$

D'autre part l'équation classique de la détente adiabatique s'écrit, dans ma notation (v. form. 5)

$$(15) \quad C dT = \frac{C-c}{\frac{\partial p}{\partial T}} dp_2 = (C-c) \frac{T}{F} \cdot \frac{dp_2}{1+\varepsilon_2}$$

Éliminant dp_1 et dp_2 entre les équations (13), (14) et (15) on obtient

$$(16) \quad \frac{\gamma}{\gamma-1} = \frac{T}{1+\varepsilon_2} \cdot \frac{1}{F} \frac{dF}{dT} - \frac{JM}{R} \left(\frac{L}{T} - \frac{dQ}{dT} \right) \frac{1}{(1+\varepsilon_1)(1+\varepsilon_2)}$$

On en déduit γ .

b) *Cas de l'éther.* — L'unité de masse ayant été vaporisée à $(T + dT)^\circ$, comme précédemment, on produit d'abord une détente adiabatique $-dp_1$ qui l'amène à T° , à l'état de vapeur non saturante, puis une compression isothermique $+dp_2$ qui la rend saturante. On a, cette fois : $dp_1 - dp_2 = dF$. Les mêmes raisonnements conduisent à la même formule finale, la seule différence consistant en ce que $\left(\frac{L}{T} - \frac{dQ}{dT} \right)$ est < 0 .

II. VAPEURS NON SATURANTES. — *Cas de l'eau (fig. 2).* — Considérons encore un cycle élémentaire. L'unité de masse de vapeur,

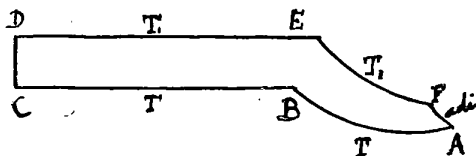


FIG. 2.

prise à T° sous la pression $p_1 = \frac{F}{n}$ (point A), est comprimée isothermiquement jusqu'à complète liquéfaction (ABC). On porte le liquide à $T_1 = T + dT$ (CD), puis on le transforme en vapeur saturante à T_1 (DE). Enfin on produit la détente isothermique EF jusqu'à la pression $p_1 + \alpha$ telle qu'une détente adiabatique FA ramène le fluide à l'état initial.

Si l'on désigne par q et q_1 les quantités de chaleur évoluées le long de AB et EF, le principe de l'entropie fournit la relation

$$17 \quad \frac{q_1}{T_1} - \frac{q}{T} = \left(\frac{L}{T} - \frac{dQ}{dT} \right) \frac{dT}{T}$$

Pour évaluer q , par exemple, écrivons l'expression du travail le long de l'isotherme AB :

$$\tau = T \int_{p_1}^F \frac{\partial v}{\partial T} \cdot dp$$

et remplaçons $\frac{\partial v}{\partial T}$ par sa valeur (4) développée

$$\frac{R}{M} \left[\frac{1}{p} + \frac{1}{\Pi} \left(\chi \frac{\partial z}{\partial \chi} - z \right) + \frac{p}{\Pi^2} \left(\chi \frac{\partial u}{\partial \chi} - u \right) \right].$$

Intégrons et divisons par JT . Il vient, en posant

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{F - p_1}{\Pi} \left(\chi \frac{\partial z}{\partial \chi} - z \right) + \frac{F^2 - p_1^2}{2\Pi^2} \left(\chi \frac{\partial u}{\partial \chi} - u \right) \\ \frac{q}{T} &= \frac{R}{JM} \left(\mathcal{E} \cdot \frac{F}{p_1} + \omega \right) = \frac{R}{JM} (\mathcal{E}n + \omega). \end{aligned}$$

De même

$$\frac{q_1}{T_1} = \frac{R}{JM} \left(\mathcal{E} \frac{F + dF}{p_1 + \alpha} + \omega' \right)$$

et comme dF et α sont infiniment petits, on peut écrire

$$\mathcal{E} \frac{F + dF}{p_1 + \alpha} = \mathcal{E} \cdot n + \frac{dF - n\alpha}{F}.$$

On a donc :

$$(18) \quad \frac{q_1}{T_1} - \frac{q}{T} = \frac{R}{JM} \left(\frac{dF - n\alpha}{F} + \omega' - \omega \right).$$

La différence $(\omega' - \omega)$ est due, d'une part, à la variation dT , et d'autre part au remplacement de F par $(F + dF)$ et de p_1 par $(p_1 + \alpha)$.

La première variation a pour expression

$$(19) \quad \frac{\partial \omega}{\partial T} dT = -\tau_1 dT$$

si l'on pose

$$\tau_1 = \frac{n-1}{n} \frac{F}{\Pi} \chi^2 \left(\frac{\partial^2 z}{\partial \chi^2} + \frac{n+1}{n} \cdot \frac{F}{\Pi} \frac{\partial^2 u}{\partial \chi^2} \right).$$

La seconde est :

$$\frac{dF - \alpha}{\Pi} \left(\chi \frac{\partial z}{\partial \chi} - z \right) + F \frac{dF - \alpha}{\Pi^2} \left(\chi \frac{\partial u}{\partial \chi} - u \right)$$

qu'on peut écrire, en rappelant que $e = \frac{F}{\Pi}$

$$(20) \quad e \left(\gamma \frac{\partial z}{\partial \gamma} - z \right) \left(\frac{dF}{F} - \frac{z}{F} \right) + e^2 \left(\gamma \frac{\partial u}{\partial \gamma} - u \right) \left(\frac{dF}{F} - \frac{z}{nF} \right).$$

Combinons les expressions (17) à (20), posons $e' = \frac{p_1}{\pi} = \frac{e}{n}$, et utilisons l'abréviation ε_1 (form. 4) le signe ε' correspondant à e' . On obtient

$$(21) \quad \frac{JM}{R} \left(\frac{L}{T} - \frac{dQ}{dT} \right) \frac{dT}{T} = \frac{dF}{F} (1 + \varepsilon_1) - \frac{n\alpha}{F} (1 + \varepsilon'_1) - \eta \frac{dT}{T}.$$

Pour déterminer α remarquons qu'on a, le long de l'élément adiabatique

$$(\gamma - 1) \alpha = \gamma \frac{\partial p}{\partial T} dT$$

avec

$$\frac{\partial p}{\partial T} = \frac{p}{T} (1 + \varepsilon_2).$$

Donnant à p la valeur $\frac{F}{n}$, on a donc

$$\frac{n\alpha}{F} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} (1 + \varepsilon_2) \frac{dT}{T}.$$

Portons cette valeur dans l'écriture précédente, et remplaçons dF par $\frac{dF}{dT} dT$; il vient

$$(22) \quad \frac{\gamma}{\gamma - 1} (1 + \varepsilon_2) (1 + \varepsilon'_1) = \frac{T}{F} \frac{dF}{dT} (1 + \varepsilon_1) - \frac{JM}{R} \left(\frac{L}{T} - \frac{dQ}{dT} \right) - \eta.$$

A titre de contrôle, on remarque que si l'on fait $n = 1$ (donc $p_1 = F$ ou $e' = e$, et par suite $\varepsilon'_1 = \varepsilon_1$) on retrouve bien la formule qui convient aux vapeurs saturantes.

REMARQUE. — Le calcul des termes correctifs ε fait intervenir non seulement la fonction empirique z , qui est surabondamment connue, et la fonction u qui l'est suffisamment, mais aussi leurs dérivées. Or on sait que deux expressions qui représentent d'une manière également satisfaisante une fonction empirique peuvent avoir des

dérivées dont les valeurs diffèrent notablement pour certaines valeurs des variables. Heureusement $\frac{\partial u}{\partial \lambda}$ joue un rôle très secondaire, et l'exactitude contrôlée des coefficients de dilatation calculés au moyen de ces mêmes dérivées inspire une grande confiance. Le calcul du terme correctif η fait intervenir les dérivées secondes, dont l'exactitude est moins certaine, et ce terme peut atteindre presque un dixième du second membre dans certains cas. Mais le calcul montre qu'une erreur de 10 % sur η dans le cas de la vapeur d'eau n'entraîne qu'une erreur inférieure à une demi-unité sur la seconde décimale de γ .

D'ailleurs, j'ai effectué aussi le calcul de γ au moyen de cycles fins (V. *Ann.*, *loc. cit.*) qui, à côté d'autres inconvénients, ont l'avantage de ne pas faire intervenir de dérivées secondes, et les différences n'ont jamais porté que sur la troisième décimale. J'ai admis la moyenne.

À la vérité, l'incertitude qui peut subsister sur γ provient surtout de l'insuffisante connaissance de $\frac{1}{F} \frac{dF}{dT}$ et de $\left(\frac{L}{T} - \frac{dQ}{dT}\right)$.

Alors même que les valeurs de F et de L ont été déterminées avec beaucoup de soin, les dérivées $\frac{dF}{dT}$ et $\frac{dQ}{dT}$ peuvent présenter des erreurs atteignant le centième. J'en ai donné un exemple frappant en démontrant que pour la vapeur d'eau à 100° (c'est-à-dire pour le corps le plus étudié, le plus facile à se procurer abondamment à l'état de pureté, et à la température la plus facile à réaliser) $\frac{dF}{dT}$ est très sensiblement mesuré par 27 millimètres de mercure par degré, et non 27,25, comme l'a calculé Broch d'après Regnault.

RÉSULTATS. — J'extraits de mes tableaux quelques nombres seulement. Il est entendu que la troisième décimale ne saurait être garantie; j'aime à croire que la deuxième n'est pas compromise, en général, par la trop grande inexactitude de $\frac{dF}{dT}$ et de $\frac{L}{T} - \frac{dQ}{dT}$.

I. — VAPEURS SATURANTES.

Eau		Benzène		Ether	
t	γ	t	γ	t	γ
80°	1,362	40°	1,128	0°	1,071
100°	1,375	60°	1,130	20°	1,077
120°	1,378	80°	1,132	30°	1,081
140°	1,380	100°	1,136	40°	1,085
160°	1,375	120°	1,139	60°	1,096

II. — VAPEUR D'EAU NON SATURANTE, A DIVERSES PRESSIONS.

t	1 atm.	2 atm.	3 atm.	4 atm.	5 atm.	6 atm.
160°	1,314	1,326	1,338	1,350	1,362	1,374
150°	1,332	1,344	1,356	1,369		
140°	1,346	1,359	1,371			
130°	1,357	1,370				
120°	1,365					

Confrontation avec l'expérience. — D'après ce que j'ai dit plus haut, il n'y a pas lieu de chercher un contrôle direct dans les déterminations expérimentales de γ , dont la précision laisse trop à désirer, en général. Mais nous possédons quelques valeurs de C qui ont été déterminées avec soin, et notamment celle de la vapeur d'eau a été très étudiée.

Or mes formules permettent de calculer aisément au moyen des données qui ont servi à calculer γ :

$$(23) \quad C - c = \frac{R}{JM} (1 + \varepsilon_1) (1 + \varepsilon_2).$$

$$(24) \quad C = \frac{RT}{JM} (1 + \varepsilon_1) \frac{1}{F} \frac{dF}{dT} - \left(\frac{L}{T} - \frac{dQ}{dT} \right).$$

Regnault trouve $C = 0,478$ sous la pression atmosphérique entre 130° et 220°. Je trouve 0,479 à 160°. L'accord est assez satisfaisant, eu égard à la précision possible des expériences de Regnault.

Holborn et Henning (1905) trouvent à 150° : 0,476 sous 2 atmosphères, et 0,510 sous 4 atmosphères. J'obtiens respectivement 0,468 et 0,484. L'accord doit être considéré comme très bon dans le premier cas; l'écart n'atteint que 5 0,0 dans le second. Il est probable que la valeur exacte est intermédiaire, et il est difficile de prédire quelle est la plus approchée, eu égard aux difficultés de l'expérience.

Knoblauch et Jacob (1906) trouvent à 150° et à la pression atmos-

FÉRY. — THÉORIE DE L'ACCUMULATEUR AU PLOMB 21
phérique 0,459. Or j'obtiens 0,461. On peut dire qu'ici l'accord est parfait.

En présence de comparaisons si encourageantes, il y a certainement lieu de développer cette méthode des cycles; car il sera, en général, beaucoup plus facile d'atteindre ainsi les valeurs exactes de γ , de C et de c que par détermination directe.

Mais il faut reconnaître que, malheureusement, les données nécessaires, c'est-à-dire $\frac{1}{F} \frac{dF}{dT}$ et $\frac{L}{T} - \frac{dQ}{dT}$ ne sont pas connues, en général, avec une précision suffisante. Aussi me suis-je proposé de faire exécuter sous ma direction, dès que les circonstances le permettront, la détermination précise d'un certain nombre de ces données.

J'espère d'ailleurs pouvoir limiter dans beaucoup de cas le travail à l'étude de la pression maxima; car la formule de Clapeyron fournira ensuite les valeurs de L avec une précision égale à celle de $\frac{dF}{dT}$, puisque mes formules permettent de calculer les volumes spécifiques u' à quelques dix-millièmes près en général, et à 1 ou 2 millièmes près dans les cas les plus défavorables. La détermination de L fournirait toutefois un contrôle précieux.

THÉORIE DE L'ACCUMULATEUR AU PLOMB (1);

Par CH. FÉRY.

I

Il peut paraître étrange que, soixante ans après la découverte de Planté, on ne soit pas encore complètement d'accord sur l'explication de l'expérience, si simple en apparence, de l'électrolyse de l'eau acidulée sulfurique par deux lames de plomb.

Il en est cependant ainsi, car, bien que la théorie de Gladstone et Tribe, émise en 1882, rallie le plus grand nombre de partisans, elle présente encore quelques désaccords avec l'expérience, désaccords sur lesquels nous reviendrons plus loin.

(1) Cette étude préliminaire a été entreprise en vue de l'établissement d'un accumulateur sec et transportable qui rendrait en ce moment les plus grands services.

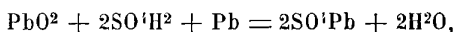
Pour Planté, le voltamètre au plomb se comportait comme celui au platine, avec la différence que l'oxygène se fixe chimiquement sur la positive sous forme de PbO^2 .

Faure, qui construisit les premiers accumulateurs industriels, partageait cette opinion et pensait que le phénomène se réduit à un simple transport d'oxygène, la décharge se traduisant par l'équation :



C'est vers 1882 ⁽¹⁾ que Gladstone et Tribe présentèrent leur théorie dite de la double sulfatation. Après formation, l'accumulateur chargé mettrait en présence du bioxyde de plomb à la positive, du plomb réduit spongieux à la négative et de l'acide sulfurique.

La décharge pourrait s'exprimer en bloc par l'équation :



après laquelle *les deux plaques se seraient sulfatées*.

Drzewiecki ⁽²⁾ n'admet pas cette théorie ; il ne trouve en effet qu'un équivalent d'acide fixé par ampère-heure, au lieu de deux auxquels conduirait la théorie précédente.

Il croit à la formation à la positive d'un anhydride plombique Pb^2O^3 , qui se combinerait à l'eau oxygénée H^2O^2 , qui se produit pendant la charge, pour donner de l'acide plombique $Pb^2O^7H^2$ analogue à l'acide persulfurique comme constitution.

Des expériences faites par la commission d'Anvers donnent une variation totale de poids des plaques de $64^{sr},16$ pour $36,5$ ampères-heure. La théorie de Drzewiecki conduit à une variation de $63^{sr},44$, soit par ampère-heure $+ 2^{sr},376$ à la cathode et $- 0^{sr},636$ à l'anode. La variation différentielle est donc de $1^{sr},740$ par ampère-heure.

En 1890, Gladstone et Hibbert appuient par leurs travaux la théorie de la double sulfatation ⁽³⁾.

Darrius ⁽⁴⁾ réfute au contraire cette théorie, car, si on trouve après décharge du $PbSO^1$ dans la positive, il ne se serait produit qu'ultérieurement, d'après lui, par suite de la sulfatation des oxydes inférieurs réduits pendant cette décharge.

⁽¹⁾ *Lumière électrique*, t. VII, p. 284 et t. VIII, p. 122.

⁽²⁾ *Société int. des Électriciens*, t. VI, p. 414.

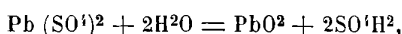
⁽³⁾ *Phil. Magazine*, 1890, p. 168.

⁽⁴⁾ *Société électriciens*, mai 1892.

La quantité de sulfate de plomb très variable qu'on y trouve en effet ne semble pas être fonction des ampères-heures fournis. Darrius admet que PbO par exemple peut très bien exister après décharge dans la matière active, et cela en présence de SO^4H^2 .

Ces considérations ont été combattues par Gladstone et Hibbert en Angleterre et Elbs et Streintz en Allemagne.

En 1896, Elbs admet la formation pendant la charge d'un sel tétravalent de plomb très instable $\text{Pb}(\text{SO}^4)^2$ se décomposant d'après la réaction suivante :



et donnant ainsi naissance à la matière positive.

Cooper (1) n'admet pas qu'on puisse comparer l'action de SO^4H^2 sur la litharge chimiquement préparée à celle sur PbO très divisé qui se forme à la positive. Cet auteur est peu satisfait d'ailleurs par la théorie de la double sulfatation.

Mugdan (2) a fait de nombreuses expériences, dont il conclut que les seuls corps actifs de l'accumulateur au plomb sont Pb, PbO^2 et SO^4Pb .

Wade (3) admet que les corps actifs sont des polymères des mêmes corps chimiquement obtenus.

Pfaff (4) trouve 2^{sr},694 de SO^4H^2 disparus par ampère-heure produit, tandis que la double sulfatation indique 3^{sr},65.

II

Bien que très incomplète, l'énumération des principales théories ou opinions qui ont été émises montre combien les savants sont encore peu d'accord sur le mécanisme chimique du fonctionnement de l'accumulateur au plomb.

Les difficultés sont d'ailleurs nombreuses lorsqu'on aborde un pareil sujet ; les produits forcément très instables qui prennent naissance dans cette électrolyse, vu l'énergie considérable qu'ils peuvent restituer, sont difficilement analysables. Les variations du

(1) *The Electrician*, t. XXXV, p. 290.

(2) *Zeitschrift f. Electrochemie*, t. VI, p. 309-320; 1899.

(3) *J. of Proceedings of the Inst. of Electrical Engineers*, t. XXIX; 1900.

(4) *Centralblatt f. accumulatorenen und Elementen Kunde*, t. II, p. 73 et 173.

poids des plaques donnent également lieu à des incertitudes, ces plaques étant imprégnées de liquides dont la densité est elle-même fonction du débit.

Il y a cependant un point sur lequel tout le monde est d'accord, c'est la sulfatation de la négative, dont l'augmentation de poids est rigoureusement proportionnelle aux ampères-heures fournis. Néanmoins on sait qu'il n'y a que le tiers environ de la masse poreuse de plomb de la négative qui soit pratiquement utilisable.

Il est bien évident en effet qu'il faut laisser dans la pastille négative en fin de décharge un squelette de plomb métallique indispensable pour la réduction à la charge suivante.

Cette remarque explique la recommandation de tous les constructeurs de ne jamais laisser au repos une batterie déchargée. En effet, dans ces conditions, la diffusion de l'acide extérieur viendrait *sulfater* à fond les pastilles, lesquelles ne seraient plus réductibles.

En ce qui concerne la positive, les avis sont, on l'a vu, très partagés. Il y a même une remarque que j'ai faite depuis longtemps et que je n'ai jamais vu formuler nulle part, c'est que la positive d'un accumulateur est absolument paradoxale. Comment expliquer que le même plomb, qui constitue la masse négative, serve de support dans l'acide sulfurique à la matière active positive qui donne avec ce plomb une force électromotrice de 2 volts! Que penserait-on d'un élément Leclanché dans lequel le support du bioxyde de manganèse, le charbon, serait remplacé par du zinc?

En fait, si on coupe une plaque de plomb formée à la manière de Planté, et si on la plonge dans l'acide qui a servi à la former, on voit immédiatement le métal mis à nu se ternir et prendre au bout de quelques heures la même teinte que le reste de la plaque. Il s'est fait dans cette expérience un élément Pb - peroxyde de plomb qui était en court-circuit et qui a débité sur lui-même jusqu'à ce que l'homogénéité de la surface soit rétablie.

Mais comment s'opère le contact du métal au peroxyde superficiel? J'ai souvent cherché à voir au microscope la ligne de séparation du support et de la matière active en faisant de la plaque une section aussi nette que possible, mais on ne voit qu'un passage brusque. Peut-être existe-t-il une mince couche de sulfate de plomb qui se déplace pendant la décharge en se réduisant du côté support et en mettant en liberté par le SO_4 libéré l'oxygène du peroxyde?

Peut-être la surface de séparation du plomb et du peroxyde est-elle constituée par un oxyde intermédiaire?

Mais laissons de côté ces hypothèses pour aborder l'étude de la matière positive elle-même, afin de voir quel peut être son rôle chimique pendant la décharge.

III

La teinte de la positive bien chargée est d'un beau noir; après décharge, au contraire, cette plaque prend la couleur caractéristique du bioxyde de plomb chimique ou oxyde puce. Mais la couleur des substances finement divisées est trompeuse et on ne peut se baser sur un tel indice, pour se faire une opinion sur la constitution chimique de la matière active positive. Ne voit-on pas, par exemple, la négative, qui est sans contredit du plomb réduit après la charge, foncer de couleur après avoir débité? Et cependant, il est bien établi qu'il s'y est formé pendant la décharge du sulfate de plomb blanc.

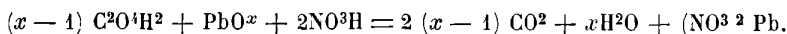
Une remarque plus précise est que le corps actif formé sur la positive et détaché de cette dernière, donne 2^v,5 lorsqu'on en fait une pile, en tassant cette matière dans un vase poreux autour d'une lame de platine, la négative étant une lame de zinc.

Dans les mêmes conditions, le bioxyde de plomb chimique *donne invariablement* 0^v,7.

Ces deux remarques concordent pour faire supposer que la matière active positive chargée qui est noire au lieu d'être brune et donne avec le zinc 2^v,5 au lieu de 0^v,7, comme le bioxyde de plomb, *n'est pas du bioxyde de plomb.*

Pour établir ce point d'une façon indiscutable, il suffit d'analyser cette matière. On a employé d'abord une méthode volumétrique: un poids connu de matière positive lavée et séchée est traité par un volume connu d'une solution d'acide oxalique en excès. L'acide oxalique réduit le peroxyde de plomb, et l'acide nitrique qu'on ajoute au mélange transforme ce plomb en nitrate. Quand tout est dissous, on dose l'excès d'acide oxalique à l'aide d'une solution titrée de permanganate de potassium. Sachant le volume de permanganate à employer pour réduire le même volume de la solution initiale oxalique, on a la quantité d'acide oxalique brûlée par le peroxyde de plomb.

Si PbO^x est la formule cherchée de l'oxyde, la réaction qui se produit peut être représentée par l'équation :



Si donc p est le poids d'oxyde employé, et p' le poids d'acide oxalique nécessaire à l'oxydation, déduit du dosage, on tirera x de l'équation

$$\frac{207 + 16x}{p} = \frac{90(x - 1)}{p'}.$$

15 centimètres cubes de la solution d'acide oxalique employée contenaient 0^{gr},597 d'acide oxalique, et étaient capables de réduire 36^{cm}³,2 de permanganate.

Les expériences étaient faites en pesant un poids p de matière positive lavée et séchée, on y ajoutait 15 centimètres cubes de la solution d'acide oxalique et de l'acide nitrique.

On a ainsi trouvé :

p	p'	x
0 ^{gr} ,660	0 ^{gr} ,325	2,3
0 ^{gr} ,628	0 ^{gr} ,309	2,3

Donc $x = 2,3$ et le peroxyde dosé a pour formule Pb^3O^7 .

M. Tennen, et plus récemment M. Hollard, ont indiqué que dans l'analyse par électrolyse de solutions nitriques de plomb, par formation du peroxyde à l'anode, le facteur $\frac{Pb}{PbO^2}$, qui devait avoir la valeur 0,866 a une valeur plus faible égale à 0,853 avec des électrodes en platine dépoli. Ce rapport correspond également à un peroxyde de formule Pb^3O^7 .

Ce peroxyde électrolytique a été également analysé par réduction à chaud dans un courant d'hydrogène :

Poids de PbO^x	3 ^{gr} ,544
— après réduction	2 ^{gr} ,996
Perte d'oxygène	0 ^{gr} ,548
$x = \frac{207 \times 0,548}{16 \times 2,996} = 2,37.$	

Au début, la réduction est très rapide et la poudre passe *du noir au brun*; pour terminer, il faut chauffer l'ampoule de verre contenant la matière.

Une vérification a été faite sur du bioxyde de plomb pur chimiquement préparé :

Poids PbO ²	2 ^{gr} ,158
— après réduction.....	<u>1^{gr},874</u>
Perte	0 ^{gr} ,284

$$x = \frac{207 \times 0,284}{16 \times 1,874} = 1,96 \text{ au lieu de } 2.$$

Cette méthode est moins précise que la précédente, mais donne néanmoins des résultats voisins.

La matière noire qui aurait ainsi pour formule Pb²O⁷ est *très instable*, ce qui peut même laisser penser que le peroxyde qui existe à fin de charge dans les alvéoles positives est encore plus riche en oxygène : cette poudre d'un beau noir, gardée dans une capsule recouverte d'une feuille de papier, pour éviter les poussières réductrices, *devient graduellement brune* au bout de quelques jours, le changement de couleur commençant par la surface.

Cette expérience, qui montre que la matière perd spontanément de l'oxygène, met hors de cause l'état de division qui dénature souvent la couleur d'un corps finement pulvérisé.

Une expérience d'un autre ordre vient confirmer tout ceci. — Si on décharge au moyen d'une lame de zinc une positive à formation Planté, on obtient deux paliers très nets — l'un de 2^v,5 à 2^v,3 correspond au passage de PbO^x à PbO², l'autre entre 0^v,7 et 0^v,3 correspond à la réduction de PbO² à l'état de plomb métallique.

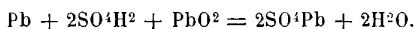
Or la capacité de la seconde décharge est environ quatre fois plus considérable que celle de la première, ce qui conduirait à Pb²O³ pour formule du peroxyde électrolytique dosé sur place⁽¹⁾.

Conclusion. — Il résulte de ces faits une théorie appuyée par l'expérience et qui conduit à quelques remarques :

1° La décharge d'un accumulateur est tout à fait identique à celle d'une pile à dépolarisant solide : la pile au manganèse par exemple,

(1) La même expérience effectuée sur un accumulateur au plomb montre qu'à la suite du palier normal de décharge de 2 volts à 1^v,8, se produit également un second palier très prolongé correspondant au voltage moyen de 0^v,3.

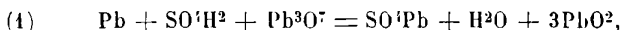
Telle est la force électromotrice due à la réaction



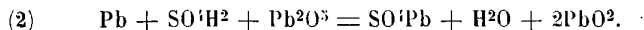
dite de la double sulfatation, et à laquelle on a attribué à peu près généralement jusqu'ici la décharge normale de l'accumulateur au plomb.

avec cette différence que l'électrode négative donne naissance à un sel insoluble ;

2° La théorie de la double sulfatation est manifestement inexacte et la réaction de décharge d'un accumulateur chargé est la suivante :



ou peut être :



Ces formules conduisent à un poids de peroxyde de 13 grammes par ampère-heure pour (1) et 10^{gr},4 pour (2) ; les meilleurs essais industriels conduisent à des valeurs de même ordre, 12 à 14 grammes pour des plaques minces déchargées lentement ;

3° La quantité d'acide fixé pendant la décharge est exactement la moitié de celle indiquée par la théorie de la double sulfatation ;

4° Les variations de poids de la positive doivent être très faibles et en sens inverse de celles prévues par la théorie de la double sulfatation ;

5° Le poids de plomb à employer à la positive doit être exactement double de celui entrant en réaction à la négative, si on admet la formule Pb^2O^3 ;

6° La matière active positive déchargée est du bioxyde de plomb.

Je tiens en terminant à remercier ici M. Eugène Fournier, élève de troisième année à l'École de physique et de chimie, qui m'a aidé pendant toute la durée de ce travail. Il a en particulier déterminé, avec un appareil de son invention et réalisé par lui, la résistivité des divers oxydes de plomb. Il semble, contrairement à ce qu'on pourrait supposer, que la résistivité diminue quand la richesse de l'oxyde en oxygène augmente. La litharge est pratiquement isolante, PbO^2 comprimé sous forme d'un disque de 4 millimètres d'épaisseur et de 20 millimètres de diamètre a une résistance de 22 ohms, entre ses bases ; le peroxyde électrolytique a une résistance *négligeable*.

Dans les mêmes conditions d'épaisseur de diamètre et de pression, MnO^2 indiquait une résistance de 900 ohms.

CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DU SENS DE L'OUÏE. — SURDITÉS VRAIES ET SIMULÉES
CONSÉCUTIVES A DES BLESSURES DE GUERRE (1);

Par M. MARAGE.

I

Causes, lésions, acuité auditive(2). — Chargé par le Ministre de la Guerre de la rééducation auditive des blessés devenus sourds à la suite de traumatismes, je me suis trouvé en présence de faits absolument nouveaux.

En effet, les cas de surdité traumatique, constatés en temps de paix, se rapportaient à des officiers ayant suivi les écoles à feu. Ils étaient devenus sourds à la suite du bruit produit par la détonation des canons. Les déchirures du tympan étaient assez rares; soignées immédiatement, elles guérissaient très vite, et tout se ramenait à une surdité due à un traumatisme de l'oreille moyenne.

Tout autres sont les cas qu'on observe depuis la guerre de 1914-1916. Je vais les examiner à trois points de vue : les causes, les lésions et l'acuité auditive.

1. CAUSES. — Deux sortes : *a.* Un éclat d'obus, un shrapnell ou une balle frappe la boîte cranienne en un point quelconque plus ou moins éloigné de l'oreille (3) sans qu'il y ait des lésions directes du cerveau par suite de l'enfoncement des os; il s'ensuit toujours des maux de tête plus ou moins généralisés, des bourdonnements, une faible perte de la mémoire, une baisse de l'audition et un léger tremblement des membres : symptômes qu'on rencontre à la suite d'un choc sur la tête plus ou moins violent.

b. Un obus de gros calibre éclate dans le voisinage du soldat (de 1 à 4 mètres). Il n'existe aucune blessure apparente, mais nous retrouvons les mêmes symptômes que précédemment, à un degré plus élevé : perte de connaissance dont la durée varie de quelques heures à six jours; maux de tête très violents dans la

(1) Communication faite à la Société française de physique dans sa séance du 3 mars 1916.

(2) *C. R.*, 9 août 1913.

(3) Je n'examine pas les cas dans lesquels l'oreille est plus ou moins détruite directement.

région frontale qui persistent pendant des mois; bourdonnements très forts et disparaissant peu à peu; perte complète de la mémoire; perte absolue ou presque absolue de l'audition (parfois le malade entend mais ne comprend pas); tremblements très prononcés, surtout des membres supérieurs, et parfois même surdi-mutité absolue: ce sont les symptômes de la commotion cérébrale grave.

2. LÉSIONS. — Elles sont de deux sortes: *a.* Des lésions de l'oreille moyenne: enfoncement, déchirure, hémorragie du tympan, et souvent, comme conséquence, une otite moyenne suppurée qui se guérit en trois semaines, ou qui se prolonge pendant des mois en devenant l'otorrhée classique.

b. Il n'y a aucune lésion apparente; ce sont les cas les plus graves, car ils sont accompagnés des symptômes les plus sévères: on dit qu'on se trouve en présence d'une commotion labyrinthique ou cérébrale; la mesure de l'acuité auditive, avec la méthode que j'emploie, va nous permettre d'élucider cette question.

3. ACUITÉ AUDITIVE. — Autant les mesures d'acuité visuelle sont bien déterminées, autant celles d'acuité auditive sont empiriques et peu scientifiques.

Il en résulte que, dans certaines régions militaires, on réforme des sourds qui auraient été pris dans un conseil de révision, et, inversement, qu'on maintient au régiment, ou qu'on traite de simulateurs, des hommes dont la surdité est absolument certaine pour qui sait les examiner.

Il s'ensuit une perte d'hommes pour l'armée, et des dépenses en pensions de retraite qui auraient pu être évitées.

Je vais étudier aujourd'hui les moyens de remédier à cet état de choses en me plaçant à un double point de vue: 1° celui des conseils de révision; 2° celui des conseils de réforme.

1° *Conseils de révision*(¹). — Le seul acoumètre précis qui existe actuellement est celui qui m'a servi à faire la synthèse des voyelles et que j'ai présenté en 1900 à la Société de physique (*fig. 1*).

Du 1^{er} juin au 1^{er} décembre 1915, j'ai soigné près de 200 surdités produites, soit par des blessures de guerre, soit par des commotions cérébrales; j'ai pu constater que, jusqu'à la division 50 de l'acoumètre, correspondant à une perte de 25 0/0 de l'audition, les surdités ne sont pas incompatibles avec le service actif.

(¹) *Bulletin de l'Académie de Médecine*, séance du 1^{er} juillet 1902.

Jusqu'à 100, correspondant à une perte de 50 0/0 del'audition, les hommes peuvent être versés dans l'auxiliaire ; au-dessus de ce degré, la réforme est indiquée.

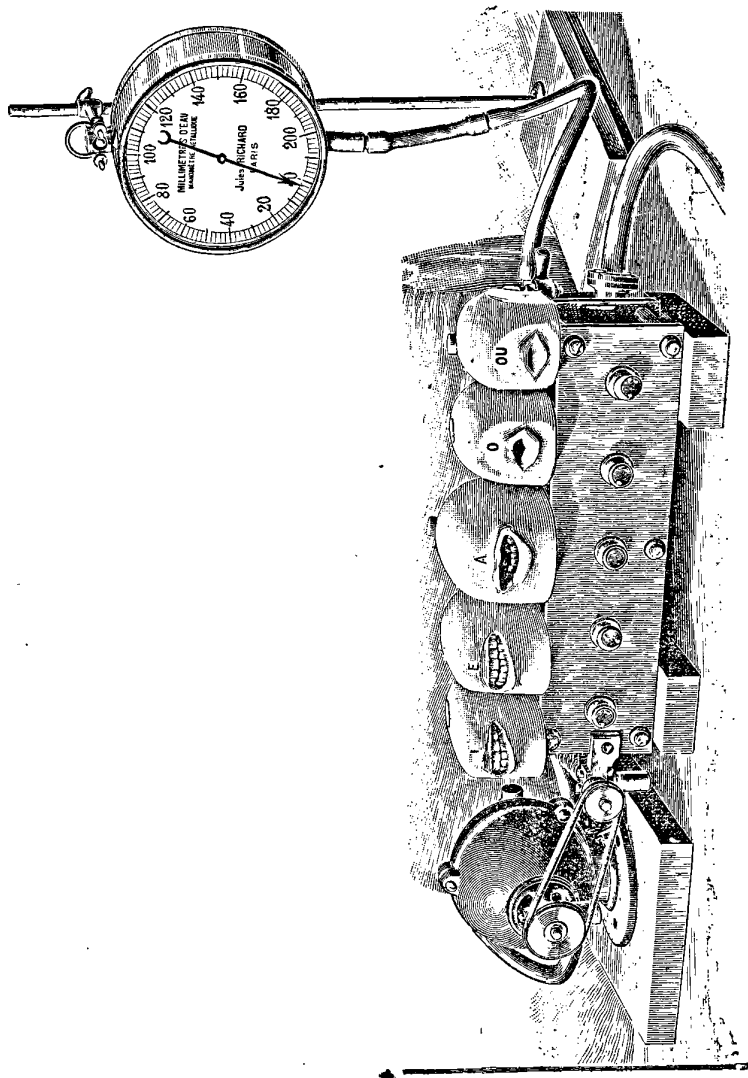


FIG. 1. — Sirene à voyelles.

On a donc un moyen très simple de classer les sourds suivant leur degré d'acuité auditive, et l'on n'assisterait plus à ce spectacle bizarre d'un soldat réformé quand il marque 10 à l'acoumètre, alors

qu'un de ses camarades, beaucoup plus sourd, est ailleurs déclaré bon pour le service.

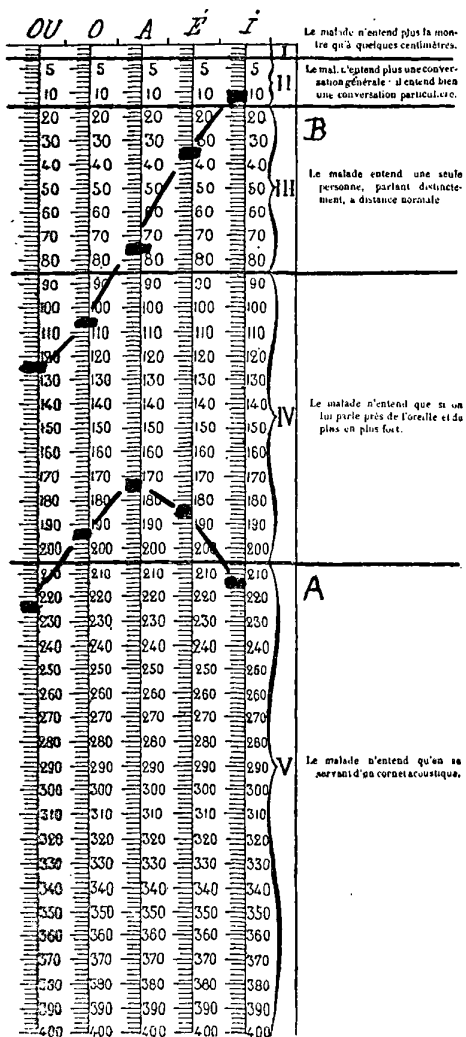


FIG. 2. — Lésions de l'oreille moyenne.

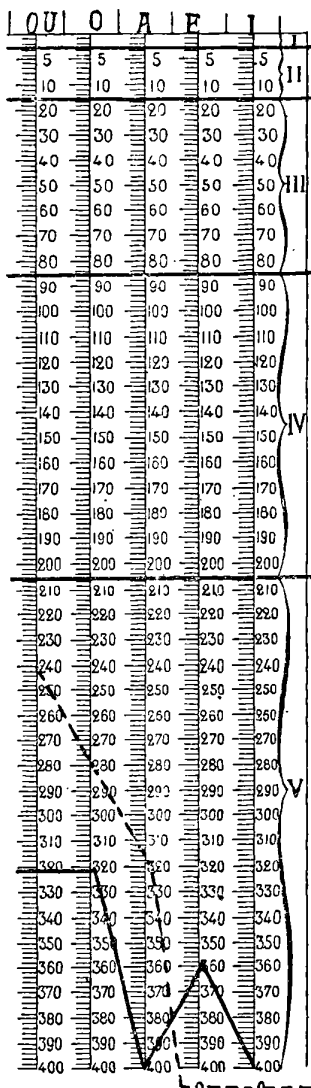


FIG. 3. — Lésions de l'oreille interne et des centres auditifs.

2° *Conseils de réforme.* — L'appareil permet d'une façon très précise de dépister les simulateurs.

a. Principe. — A chaque lésion correspond un tracé spécial de l'acuité auditive (1) ; il n'existe que quatre sortes de tracés correspondant, les deux premiers aux otites moyennes (*fig. 2*), les deux autres aux lésions de l'oreille interne (*fig. 3*).

Un tracé qui ne rentre pas dans une de ces quatre classes est un tracé inexact, fourni par un simulateur.

b. Expérience. — On opère de la façon suivante : on mesure à l'acoumètre l'acuité auditive correspondant aux différentes voyelles, et l'on obtient un certain tracé.

Ce tracé rentre, ou non, dans une des classes précédentes. Le lendemain, ou même quelques minutes après le premier examen, on refait, dans les mêmes conditions, une nouvelle mesure.

Comme le sujet ne peut pas voir l'aiguille du manomètre, il indiquera, comme précédemment, s'il est de bonne foi, le moment où il commence à entendre les sons de l'acoumètre et l'on obtiendra une courbe d'acuité auditive semblable à la première.

Au contraire, un simulateur ne pourra jamais se rappeler l'intensité exacte du son qu'il a dit entendre précédemment, et ses indications fourniront une courbe différente de la première (2).

Je dois dire qu'inversement j'ai eu souvent à examiner des blessés, regardés comme des simulateurs, menacés même de conseil de guerre, et dont la mesure à l'acoumètre a permis de reconnaître la bonne foi ; il est juste d'ajouter que les médecins militaires ont tenu compte uniquement dans leurs décisions des indications que l'acoumètre m'avait permis de leur fournir.

REMARQUE. — Les deux derniers tracés (*fig. 3*) sont ceux qu'on rencontre dans la surdi-mutité ; tantôt les sons graves sont mieux entendus que les sons aigus, tantôt il y a des trous dans l'audition ; cette constatation est très importante, car elle permet peut-être d'élucider un point resté obscur dans l'étiologie de la surdi-mutité.

En effet, on ignore encore pourquoi certains enfants naissent sourds-muets. La consanguinité des parents ne saurait être invoquée, car on a vu des enfants sourds-muets dont le père et la mère avaient des nationalités différentes. L'hérédité ne semble pas en cause, car des parents sourds-muets peuvent donner naissance à des

(1) *C. R.*, t. CXL, 1905, p. 603.

(2) Dans le cas de surdité complète simulée, l'acoumètre fera découvrir la fraude : l'oreille ne pouvant supporter les sons faux suffisamment intenses que l'appareil peut produire.

enfants normaux. L'arrêt de développement de certains centres cérébraux est une hypothèse plus logique, mais il faut expliquer cet arrêt.

Les cas de surdi-mutité observés à la suite d'explosion d'obus de gros calibre permettent de donner l'explication suivante :

Pendant la gestation, la mère fait une chute ou subit un choc qui semble sans gravité. Le choc se transmet intégralement par l'intermédiaire du liquide amniotique à toute la surface du cerveau du fœtus qui n'est pas protégé par une boîte crânienne ossifiée; il s'ensuit une commotion cérébrale bien plus faible que celle due à un projectile, mais qui, agissant sur un système nerveux bien plus sensible produit des lésions et des effets analogues. Or, souvent, quand on recherche la cause de la surdi-mutité de l'enfant, on trouve une chute de la mère pendant la gestation.

En résumé, la guerre actuelle nous met en présence de lésions, sinon nouvelles, du moins très rarement observées, des centres auditifs. Ces lésions sont dues, ou à des chocs directs sur la boîte crânienne, ou à un brusque déplacement d'air. Elles sont, ou visibles si elles portent sur l'oreille moyenne, ou cachées si elles portent sur les centres nerveux et, dans ce dernier cas, les courbes de l'acuité auditive sont de même forme que celles de la surdi-mutité, ce qui permet d'établir une cause probable de cette dernière affection.

II

Traitement ⁽¹⁾. — Je viens d'indiquer les causes, les lésions et la gravité des hypoacusies que l'on rencontre à la suite, soit des blessures du crâne, soit d'éclatement d'obus de gros calibre.

Je vais maintenant examiner les résultats que l'on obtient dans le traitement de ces sortes de surdités.

1. **CHOIX DES MALADES.** — Le choix des malades ⁽²⁾ appartenait

⁽¹⁾ C. R., 13 septembre 1915.

⁽²⁾ Circulaire ministérielle 17292 c/7.

Le Ministre de la Guerre à M. le Directeur de santé de la ...^e région. Mon attention est appelée sur les avantages qui pourraient résulter, pour le traitement de certaines hypoacusies d'origine traumatique, de la méthode de rééducation auditive du Dr Marage. J'ai l'honneur de vous prier de vous enquérir, auprès du médecin-chef du service central d'oto-rhino-laryngologie de votre région, des blessés qui seraient justiciables de cette méthode en vue de leur évacuation sur l'hôpital bénévole 3 bis à la Flèche.

uniquement aux médecins des hôpitaux militaires; ils envoyaient leurs sourds au chef du service d'oto-rhino-laryngologie de la région qui les examinait et me les adressait ensuite : il y avait donc une double sélection.

Je les acceptais tous, quel que fût leur degré de surdité; j'éliminais seulement ceux qui ne pouvaient pas suivre le traitement parce qu'ils étaient atteints d'otite moyenne suppurée double.

Ma statistique est fondée sur les deux cents premiers cas qui sont *entrés* dans le service à partir du 15 juin 1915.

2. CHOIX DU TRAITEMENT. — Les malades étaient d'abord interrogés et examinés médicalement et acoustiquement, c'est-à-dire qu'après avoir fait le diagnostic clinique on déterminait le degré d'acuité auditive et le genre de surdité avec la sirène à voyelles

Il était tenu le plus grand compte de l'état cérébral, bourdonnements, vertiges, maux de tête, perte de la mémoire, tremblements, troubles du sommeil et de la vue, etc.

Ces renseignements, transcrits sur une fiche spéciale, permettaient d'indiquer la nature du traitement qui, non seulement variait avec chaque malade, mais encore changeait suivant son état journalier.

Ces malades sont, en effet, très sensibles aux moindres variations de température et d'humidité; il suffit, par exemple, d'une grippe légère pour réveiller une otite moyenne et provoquer un nouvel écoulement qui doit être soigné immédiatement.

La rééducation auditive n'est donc nullement une œuvre pédagogique, comme les professeurs de sourds-muets semblent le croire; c'est une œuvre exclusivement médicale et que seul un médecin peut faire et diriger, en assistant aux traitements, s'il ne peut les faire tous lui-même.

On s'exposerait non seulement à des insuccès, mais encore à des aggravations en confiant ces malades à des professeurs non médecins.

3. DIVERSES SORTES DE SURDITÉS. — Les malades se divisent en trois catégories :

- a) Les uns présentent seulement des lésions de l'oreille moyenne (10 0/0 des cas traités);
- b) Les autres, atteints de commotion cérébrale, n'ont aucune lésion apparente (38 0/0 des cas traités);
- c) Les derniers présentent à la fois des lésions de l'oreille moyenne et des symptômes de commotion cérébrale (52 0/0 des cas traités).

Comme je l'ai indiqué plus haut, la courbe d'acuité auditive permet de faire facilement le diagnostic différentiel de ces trois sortes de surdités.

4. TRAITEMENT. — La rééducation auditive a été faite uniquement avec la sirène à voyelles. Chaque jour, pendant cinq minutes à chaque oreille, on fait agir sur le tympan les vibrations sonores d'après la méthode que j'ai décrite dans une série de communications faites de 1897 à 1901.

La pression de l'air dans les appareils n'atteignait que très exceptionnellement 5 millimètres d'eau ; il ne faut pas oublier qu'un blessé, même très sourd, est souvent très sensible aux sons les plus faibles.

5. RÉSULTATS. — Puisque nous sommes en état de guerre, je dis qu'un malade est un succès lorsqu'à la fin du traitement il entend suffisamment pour rejoindre son régiment.

70 0/0, c'est-à-dire un peu plus des deux tiers, peuvent retourner au front, et parmi ceux-là il y en avait un grand nombre, presque la moitié, qui m'étaient signalés comme très sourds, plusieurs même étaient regardés comme incurables.

Les derniers se divisent en deux catégories : les uns (10 0/0) étaient et sont restés complètement sourds, les autres (20 0 0) sont arrivés à entendre quand on leur parle près de l'oreille sans forcer la voix, ils peuvent être employés dans certains services auxiliaires.

C'est aux sourds complets que la lecture sur les lèvres est utile ; il ne faut jamais l'apprendre aux demi-sourds, car ils ne se donneraient plus la peine d'écouter et la surdité augmenterait.

Je tiens à faire remarquer qu'il ne faut pas généraliser. Cette statistique ne s'applique qu'aux cas traités : on pourrait avoir des séries meilleures ou plus mauvaises, suivant les envois faits par les hôpitaux militaires.

5. GRAVITÉ DES DIVERSES SORTES DE LÉSIONS. — On peut se demander quelles sont les lésions les plus graves : la commotion cérébrale seule ou la commotion cérébrale accompagnée de lésions de l'oreille moyenne.

Dans les cas de commotion cérébrale, on trouve 50 0/0 de succès.

Dans les cas d'otite moyenne avec commotion cérébrale, les bons cas s'élèvent à 76 0/0, et quand il n'y a que des lésions de l'oreille moyenne, je n'ai pas eu jusqu'ici d'insuccès ; cela ne veut pas dire que je n'en aurai pas plus tard.

En rangeant les lésions par ordre de gravité ascendante, nous avons donc en premier lieu les lésions de l'oreille moyenne, ensuite les lésions de l'oreille moyenne avec commotion cérébrale, enfin la commotion cérébrale seule.

Il est à remarquer que les blessés atteints de commotion cérébrale seule n'avaient jamais souffert des oreilles avant leurs blessures, tandis que parmi les soldats atteints d'otite moyenne avec commotion cérébrale on en retrouve 50 0/0 qui étaient déjà sourds avant la guerre et présentaient des lésions de l'oreille moyenne.

40 0/0 de ceux qui n'ont que des lésions de l'oreille moyenne, avaient eu dans leur enfance des otorrhées.

Une oreille qui a coulé est donc plus fragile qu'une oreille saine, en ce sens que le tympan est moins résistant ; mais, en présence d'une explosion, c'est un avantage, car un tympan malade cède plus facilement qu'un tympan sain qui transmet à l'oreille interne par la chaîne des osselets l'augmentation de pression due à l'explosion quelle que soit la voie de transmission, oreille externe ou trompe d'Eustache ; il s'ensuit donc pour l'oreille interne et les centres auditifs des délabrements plus graves dans le cas de commotion cérébrale seule.

Ces résultats auraient été meilleurs si les malades avaient été placés dans un hôpital où la discipline était moins sévère. Les règlements hygiéniques et alimentaires d'un hôpital militaire, surtout quand ils sont appliqués d'une façon étroite, sont très souvent en contradiction avec l'intérêt de ce genre de malades.

III

Traitement de la mutité consécutive à des blessures de guerre. — Dans les deux chapitres précédents, j'ai étudié les lésions et le traitement des surdités consécutives à des blessures de guerre.

Je vais examiner maintenant un symptôme : la *mutité* qui accompagne, dans 40 0/0 des cas que j'ai traités, ces sortes d'hypoacusies. J'en étudierai successivement la *gravité*, les *complications* et le *traitement*.

1. **GRAVITÉ.** — A la suite d'une commotion cérébrale sans lésion apparente produite par l'explosion d'un obus de gros calibre, il arrive que le sujet, après une perte de connaissance qui varie de

quelques minutes à plusieurs jours, ne retrouve pas l'usage de la parole.

Dans 64 0/0 des cas, cette mutité disparaît spontanément au bout de quelques semaines.

D'autres fois, malheureusement, il n'en est pas ainsi, et après plusieurs mois la surdi-mutité persiste complètement *malgré tous les traitements employés*.

2. COMPLICATIONS. — Cette surdi-mutité est souvent accompagnée de vertiges et de bourdonnements très pénibles. Toujours les malades se plaignent de maux de tête frontaux excessivement violents. L'insomnie est la règle : ils restent souvent deux et trois mois sans dormir plus d'une ou deux heures par nuit.

Enfin, on constate une perte de la mémoire plus ou moins grande : non seulement ils ont oublié tout ce qui s'est passé depuis la bataille, mais encore ils sont incapables d'écrire une lettre, parce qu'une phrase n'est pas finie qu'ils en ont oublié le commencement. Je citerai plus loin un cas d'amnésie encore plus prononcée.

Leur nerf auditif est tellement sensible qu'ils ne peuvent supporter les sons les plus faibles produits sous une pression de 1/4 de millimètre d'eau : ces vibrations sont à peine perceptibles par une oreille normale.

3° TRAITEMENT. — Depuis cinq mois, j'ai eu dans mon service huit cas de surdi-mutité complète : l'un d'eux n'a pas été soigné complètement à cause de troubles cérébraux.

Le deuxième a commencé à parler et à entendre après quinze jours de traitement à la sirène.

Les six derniers étaient atteints depuis quatre et cinq mois de surdi-mutité : la surdité était absolue pour toutes les vibrations, et ils ne pouvaient non seulement articuler un son, mais même pousser le moindre cri. On communiquait avec eux par l'écriture.

Au bout de cinq semaines, le traitement à la sirène n'avait produit aucune amélioration.

Comme ils respiraient très mal, je pensai à leur faire exécuter les exercices respiratoires que j'ai décrits dans les *Comptes rendus* de novembre 1907.

Au bout de quinze jours, ils savaient faire sortir l'air de leurs poumons ; mais, malgré tous les procédés employés, ils ne parlaient pas : ils essayaient, mais cela leur était impossible.

Pour faire fonctionner leurs muscles vocaux, je leur fis faire alors

du massage sur le larynx et les régions latérales du cou avec un de ces vibrateurs mécaniques que l'on trouve dans le commerce et qui sont mus soit à la main, soit électriquement. On agissait ainsi sur les muscles intrinsèques et extrinsèques du larynx. Au bout de quatre jours, ils commençaient à articuler en voix chuchotée des mots simples tels que papa, maman, bonjour. Après huit jours de ce seul traitement, ils répétaient des phrases qu'on leur faisait lire sur un papier. Au bout de trois semaines, il y en avait quatre qui parlaient normalement.

Le cinquième a fait des progrès moins rapides parce qu'il était atteint d'une perte complète de la mémoire : quand il devait prononcer un mot de trois syllabes, il s'arrêtait à la deuxième parce qu'il avait oublié la troisième. Quand il faisait des exercices respiratoires, il s'arrêtait les bras en l'air, à la fin de l'inspiration, ne se rappelant plus qu'il devait les abaisser pour l'inspiration.

Actuellement, cette amnésie commence à diminuer. Il chuchote quelques mots et chaque semaine il fait des progrès. Quant au sixième, c'était un Russe qui ne parlait que l'hébreu et ne savait ni lire ni écrire : comme je n'avais pas d'interprète, je ne sais pas les résultats que le traitement a pu donner.

A ma connaissance, on ne s'est pas encore servi de cette méthode de traitement dans les cas de mutité consécutive et des blessures de guerre.

J'en parle aujourd'hui parce que je pense que ce procédé très simple peut être employé facilement dans les hôpitaux militaires et pourra rendre de grands services à des malheureux à qui la joie de parler fera presque oublier le chagrin de ne plus entendre.

IV

Explication physiologique des diverses sortes de surdités⁽¹⁾. — Les différentes théories émises pour expliquer l'audition peuvent se ramener à deux :

1° *Pour Helmholtz et ses disciples*, certaines parties du limaçon ne peuvent être influencées que par un seul son de hauteur déterminée; lorsqu'il se produit une vibration complexe, l'oreille en fait

(1) C. R., 6 novembre 1905.

l'analyse comme en mathématiques on fait l'analyse d'une courbe périodique continue, au moyen de la série de Fourier. Malheureusement le limaçon n'existe pas chez les oiseaux qui sont des chanteurs excellents et qui, cependant, entendent et s'entendent chanter; de plus cette hypothèse ne s'est pas trouvée confirmée par les expériences que j'ai faites sur les *Mysis* au laboratoire de Roscoff (1).

2° *Pour d'autres auteurs*, tous les filets nerveux seraient également impressionnés, et ce seraient des centres nerveux différents situés dans le cerveau qui réagiraient différemment.

Je vais chercher aujourd'hui si cette deuxième hypothèse concorde avec les faits d'ordre anatomique et pathologique que nous connaissons.

1. FAITS D'ORDRE ANATOMIQUE. — L'oreille interne ne se compose pas seulement, comme on l'enseigne dans beaucoup d'ouvrages classiques, du vestibule, des canaux semi-circulaires et du limaçon avec les terminaisons nerveuses qui s'y trouvent; il faut comprendre dans ce terme *oreille interne* les terminaisons réelles dans le cerveau des deux branches vestibulaire et cochléaire qui constituent le nerf auditif; le nerf vestibulaire qui correspond à la racine antérieure se termine dans le noyau de Deiters et dans le noyau vestibulaire; la racine postérieure ou nerf cochléaire est beaucoup plus complexe, elle aboutit par diverses branches à huit noyaux différents. Bechterew a divisé ces différents rameaux en voies auditives centripètes de premier et de second ordre qui font communiquer, soit entre eux, soit directement avec le limaçon, les différents centres; de plus, il existe des voies récurrentes ou centrifuges qui font communiquer entre eux les différents noyaux cellulaires; le schéma (*fig. 4*) montre l'importance énorme de ces différents centres cérébraux par rapport aux terminaisons nerveuses du limaçon.

2. FAITS D'ORDRE PATHOLOGIQUE. — Comme il était impossible de faire des expériences directes, j'ai réuni, depuis seize ans, un grand nombre d'observations, plus de 3.500, sur des mesures d'acuités auditives.

On peut maintenant, avec les appareils que j'ai déjà présentés ici (2), déterminer exactement la hauteur, le timbre et l'intensité des sons que l'oreille peut entendre.

(1) *C. R.*, 6 novembre 1905.

(2) *Sirène à voyelles*, séance de Pâques 1901.

Je vais résumer, en quelques lignes, les résultats obtenus :

a. On rencontre souvent des sujets qui entendent les bruits les plus faibles, mais qui sont complètement sourds pour la musique et pour la parole.

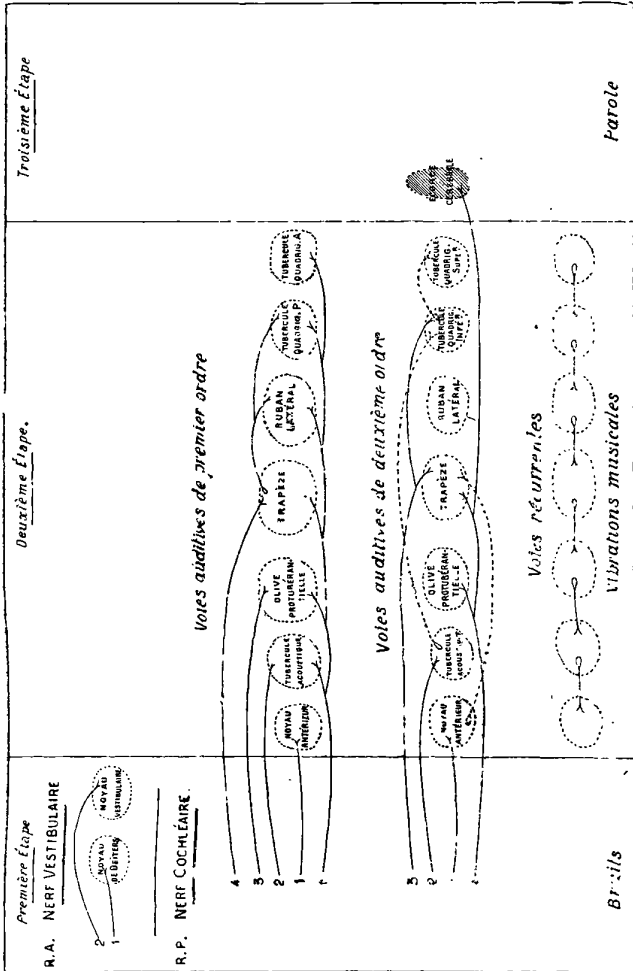


FIG. 4. — Centres auditifs.

b. On en rencontre d'autres qui entendent les bruits, la musique et la parole, en tant que vibration musicale, produite par le timbre de chaque voix, mais qui ne la comprennent pas.

Ces deux sortes de surdité sont provoquées soit par des ménin-

gites diagnostiquées avec les méthodes précises dont on dispose aujourd'hui dans les laboratoires, soit par des commotions cérébrales dues à des explosions d'obus de gros calibre.

c. Il existe d'autres sujets, généralement atteints de syphilis, chez lesquels la surdité a évolué rapidement, de manière à devenir absolue en vingt-quatre heures; chez un malade, par exemple, la surdité a évolué de la façon suivante: la surdité commence à onze heures du soir par la disparition de l'audition de certains instruments d'un orchestre, les violons; deux heures après, aucun son musical n'est entendu, mais la parole est très bien comprise; huit heures après, la surdité est complète pour toutes les vibrations, bruits, musique, parole.

d. Lorsqu'on développe l'acuité auditive par des moyens appropriés, les phénomènes inverses se produisent: toutes les vibrations ne recommencent pas à être entendues en même temps, et l'amélioration se produit comme s'il s'agissait de différentes oreilles qui ne sont pas sensibles aux mêmes sons.

Explication. — On peut expliquer ces phénomènes de la façon suivante: lorsqu'une vibration de nature quelconque se produit à l'extérieur, toutes les terminaisons nerveuses sont impressionnées par l'intermédiaire de la périlymphe et de l'endolymphe et, suivant qu'il s'agit d'un bruit, d'une vibration musicale ou de la parole, ce sont des centres nerveux de la première, deuxième ou troisième étape (*fig. 4*) qui sont impressionnés.

Si le centre nerveux de la première étape existe seul, le sujet n'entend que les bruits, même les plus faibles; c'est ce qui se présente à l'état normal chez les animaux inférieurs.

De même si le centre de la troisième étape est le seul à être lésé, le sujet entendra toutes les vibrations, mais il ne comprendra pas la parole.

Le degré de perfection de l'audition est donc lié, non pas tant à l'organe oreille qu'aux centres auditifs et par conséquent au cerveau.

Enfin les voies récurrentes expliquent le retard dans l'audition qu'on observe chez certains sourds-muets. Supposons, en effet, que le corps trapézoïde doive réagir et que les conducteurs centripètes allant à ce centre n'existent plus, la perception du son peut cependant se faire par l'intermédiaire des voies auditives de premier ordre allant aux tubercules quadrijumeaux et des voies récurrentes qui

reviennent des tubercules au ruban latéral et de là au corps trapézoïde (*fig. 4*).

Résumé. — La deuxième théorie des centres auditifs est conforme à nos connaissances anatomiques et pathologiques les plus récentes. De plus, elle explique facilement les phénomènes que nous observons. Pour que cette hypothèse devienne une certitude, il faudrait avoir un grand nombre d'autopsies montrant toujours dans le même centre la lésion correspondant au genre de surdité observé; ces recherches exigeront beaucoup de temps, mais elles ne semblent pas impossibles.

CONCLUSIONS. — 1° La rééducation auditive avec la sirène à voyelles peut rendre de grands services aux hypoacousies d'origine traumatique : après le traitement, les deux tiers des malades peuvent retourner au front ;

2° Chaque semaine on mesure l'acuité auditive et on sait après quinze jours de traitement les résultats qu'on pourra obtenir ;

3° Ce traitement est un traitement médical et non un traitement pédagogique, il ne peut être fait que par des médecins ;

4° On ne doit apprendre à lire sur les lèvres qu'à des sourds complets, c'est-à-dire à 10 0/0 des sourds traités par la rééducation auditive.

Les autres doivent écouter s'ils veulent continuer à entendre ;

5° On ne doit jamais faire le traitement aux blessés atteints d'écoulements d'oreille ou d'inflammation de l'oreille moyenne ; il faut attendre, pour commencer la rééducation, que tout écoulement ait cessé depuis au moins un mois ;

6° Faute d'un bon acoumètre, la mesure de l'acuité auditive fait perdre à l'armée un grand nombre d'hommes. Il est regrettable qu'on n'emploie pas dans le Service de Santé des procédés de mesure plus précis que ceux dont on se sert actuellement ;

7° La théorie d'Helmholtz est insuffisante pour expliquer les diverses sortes de surdités : il semble que les centres auditifs, situés dans l'intérieur du cerveau, aient une importance prépondérante pour le triage et l'interprétation des différentes vibrations qui peuvent influencer l'oreille.

SUR LA PROJECTION DE L'EXPÉRIENCE DE MONGE;

Note de M. GEORGES MESLIN.

L'expérience de Monge relative à la disparition d'une des images fournies par le rhomboédre de spath correspond à une observation visuelle que chaque opérateur est amené à faire individuellement. On peut cependant la montrer simultanément à un nombreux auditoire, en la projetant, mais il est nécessaire de prendre quelque précaution pour constituer un dispositif analogue à celui qui est réalisé dans l'observation directe.

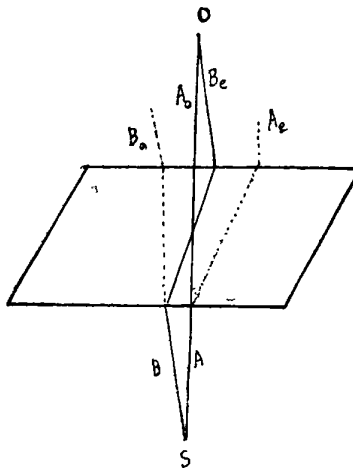


FIG. 1.

Or, ce qui assure, dans ce cas, la réussite de l'expérience, c'est que les deux faisceaux A_0 et B_e qui pénètrent dans l'œil (*fig. 1*), et qui forment, l'un, l'image ordinaire, l'autre, l'image extraordinaire d'un point S se trouvent être distincts *avant de tomber sur le cristal*; il est vrai que le pinceau A qui a donné naissance à A_0 a produit un autre faisceau A_e de rayons extraordinaires, tandis que B a donné naissance en même temps à un autre pinceau ordinaire B_0 ; mais A_e et B_0 ayant été rejetés de part et d'autre n'interviennent pas, grâce à la pupille qui les empêche d'arriver jusqu'à la rétine.

Pour réaliser des circonstances analogues, on fera tomber sur un

rhomboïdre de spath R (fig. 2) un faisceau émané d'une fente étroite S dont on formera la double image à l'aide d'une lentille placée au delà, puis on intercalera au voisinage de la lentille, soit en avant, soit en arrière, un diaphragme D percé d'une fente large parallèle à la première et disposée de façon à arrêter la moitié droite A_e du faisceau de droite et la moitié gauche B_0 du pinceau de gauche, c'est-à-dire à jouer le rôle de la pupille.

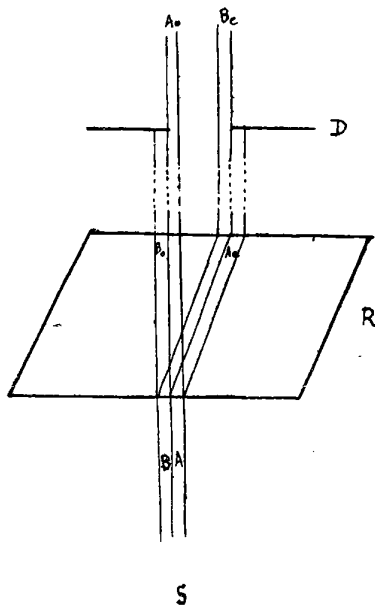


FIG. 2.

Dans ces conditions, l'une des images qui, sans cette précaution, proviendrait de A_0 et de B_0 est produite seulement par A_0 , tandis que l'autre provient exclusivement de B_e . On peut dire alors que l'une des images est produite par A et l'autre par B, puisque A_e et B_0 sont systématiquement arrêtés par l'écran; A et B désignent donc ici deux faisceaux contigus distincts dont l'ensemble forme le faisceau éclairant émané de S.

On constate alors que l'on éteindra la même image en voilant par un petit écran soit la partie gauche du pinceau émergent du spath, soit la partie droite du faisceau tombant sur ce rhomboïdre; cette

constatation montre que les deux faisceaux issus de S se sont croisés dans le cristal : c'est le but de l'expérience de Monge,

On pourrait alors obtenir le même résultat en faisant tomber d'abord les rayons issus de S (fig. 3) sur un premier rhomboïdre R' que l'on ferait tourner de 180° autour du rayon lumineux après l'avoir

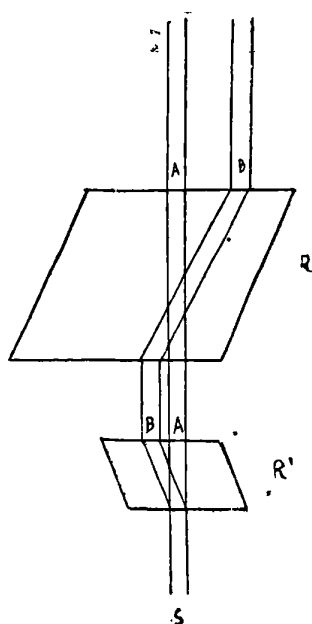


FIG. 3.

disposé parallèlement au premier spath R ; il donnerait naissance aux deux faisceaux A et B qui, étant d'ailleurs polarisés, seraient en réalité ceux que nous avons dénommés A_0 et B_0 , les autres, A_c et B_c , n'auraient pas besoin d'être arrêtés, puisqu'ils n'auraient pas pris naissance. Mais la réussite de l'expérience ou de la constatation signalée plus haut nécessiterait que le rhomboïdre R fût plus épais que R' puisque son rôle consisterait à faire croiser des faisceaux que R' aurait écartés légèrement l'un de l'autre, en sens inverse ; il n'y a plus alors besoin d'une fente de largeur et de position convenable. Toutefois cette disposition paraît moins démonstrative, car il semble que le second rhomboïdre n'ait pour but que de compenser et au delà l'action du premier ; il produit cependant le croisement des faisceaux, ce qui est la caractéristique de l'expérience de Monge.

**SUR UNE REPRÉSENTATION CINÉMATIQUE DE LA FONCTION HARMONIQUE EXPO-
NENTIELLEMENT AMORTIE; APPLICATION A LA THÉORIE DES PHÉNOMÈNES
COMPORTANT UNE TELLE LOI; AUTOBALISTIQUE RÉPÉTITEUR, GALVANOMÈTRE
A CADRE MAINTENU DÉVIÉ (1).**

Par M. A. GUILLET.

I. — Dans un très grand nombre d'appareils, un mobile p , *matière* ou *électricité*, est animé d'un mouvement ayant pour loi, en première approximation,

$$(1) \quad u = ae^{-\lambda t} \sin \omega t.$$

Cette variation harmonique exponentiellement amortie, d'une si profonde universalité, possède de nombreuses et remarquables propriétés que l'on peut tirer de sa loi par voie analytique. Mais combien il est préférable, au point de vue physique, de substituer à cette vision successive intérieure des aspects du phénomène une représentation cinématique qui en constitue l'image extérieure, complète et vivante.

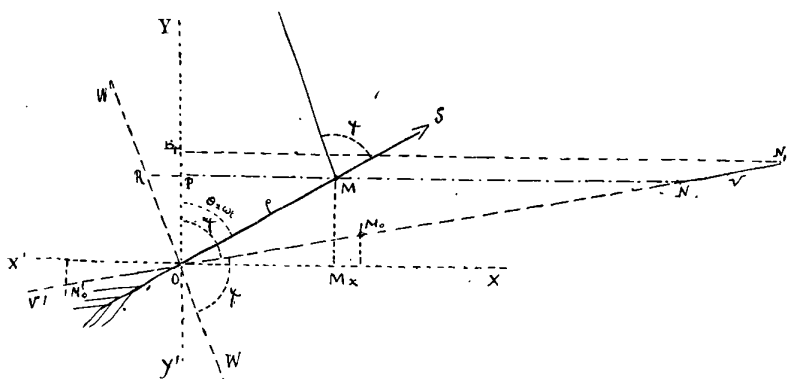



FIG. 1.

Et il suffit pour cela de supposer (*fig. 1*) qu'un mobile M se déplace sur une aiguille OS suivant la loi

$$OM = \rho = ae^{-\lambda t},$$

(1) Communication faite à la Société française de physique (séance du 17 mars 1916).

pendant que cette aiguille tourne de OY vers OX , avec la vitesse angulaire constante ω de façon que

$$\widehat{YOM} = \theta = \omega t,$$

alors le mobile M trace dans le plan YOX la spirale logarithmique d'équation

$$\rho = ae^{-\lambda \frac{\theta}{\omega}}$$

et l'abscisse

$$u = \rho \sin \theta = ae^{-\lambda t} \sin \omega t$$

de M fait connaître à chaque instant l'élongation du point p .

Le rayon vecteur OM de la spirale fait avec la tangente en M à celle-ci un angle ψ tel que

$$\text{tang} \psi = -\frac{\rho}{r} = \frac{\omega}{\lambda}.$$

Cet angle est partout le même en sorte que, si l'on trace une droite fixe OV telle que $\widehat{YO\dot{V}} = \psi$, cette droite coupera la spirale en des points M_0, M'_0, M''_0, \dots , pour lesquels les tangentes seront parallèles à OY. Les amplitudes consécutives du mobile p se trouvent donc déterminées par les abscisses des points M_0, M'_0, M''_0, \dots , etc., puisque la projetante de M rebrousse chemin chaque fois que le mobile M franchit les positions M_0, M'_0, M''_0, \dots , etc. Et cela a lieu pour les angles $\psi + k\pi$, c'est-à-dire aux époques $\frac{\psi}{\omega} + k \frac{\pi}{\omega}$ ou $\frac{\psi}{2\pi} \cdot T + k \frac{T}{2}$, si l'on convient de compter le temps à partir d'un premier passage de OM sur OY.

Le mobile p emploie le temps $\frac{T}{2}$ pour passer de la position extrême de droite à la position extrême suivante de gauche et *vice versa*. Il se rend de l'équilibre vers l'extrémité droite de sa course dans le temps $\frac{\psi}{\pi} \cdot \frac{T}{2}$, mais pour le retour à la position d'équilibre il lui faut un temps plus grand, à savoir $\frac{T}{2} \left(1 - \frac{\psi}{\pi}\right)$. Ces deux durées seraient égales pour $\psi = \frac{\pi}{2}$; mais alors $\text{tang} \psi$ étant ∞ le coefficient λ serait nul puisque $\text{tang} \psi = \frac{\omega}{\lambda}$, et le mouvement serait purement harmonique. En réalité on a $\frac{\omega}{\lambda} > 0$ et par suite $\psi < \frac{\pi}{2}$.

Puisque les passages de l'aiguille OM sur la droite V'OV ont lieu aux époques

$$t = \left(\frac{\psi}{\pi} + k\right) \frac{T}{2}$$

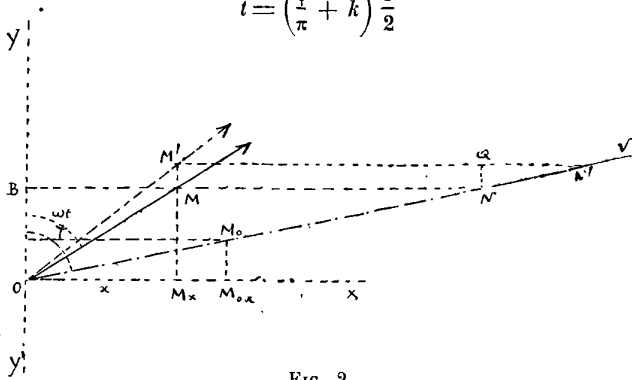


FIG. 2.

les amplitudes successives ont pour mesure d'après (1)

$$U = ae^{-\lambda \left(\frac{\psi}{\pi} + k\right) \frac{T}{2}} \cdot \sin \psi,$$

soit

$$U_0 = ae^{-\lambda \frac{\psi T}{2}} \cdot \sin \psi$$

et

$$(U_k = -1)^k e^{-k\lambda \frac{T}{2}} \cdot U_0.$$

Au lieu de suivre les amplitudes, on peut faire porter l'observation sur la vitesse et dire que la vitesse du mobile s'annule aux époques des passages de l'aiguille OM sur la droite V'OV.

M. A. Cornu ⁽¹⁾ dans ses recherches avait adopté le système des axes obliques YOV (x, y); on a alors $y = u' : \omega$. Les coordonnées x, y et X, Y de M sont telles que :

$$X = x \sin \psi, \quad Y = y + x \cos \psi.$$

La vitesse du point p, c'est-à-dire la dérivée u' , suivie sur la projection M_x de M, est d'ailleurs représentée par $\lambda \cdot \overrightarrow{MN}$, le segment \overrightarrow{MN} étant un vecteur d'origine M parallèle à X'OX et limité en N à la droite fixe V'OV.

⁽¹⁾ A. CORNU, sur la synchronisation d'une oscillation faiblement amortie. Indicateur de synchronisation représentant le régime variable (J. de Phys., 1887).

On a en effet

$$v = \frac{du}{dt} = \rho\omega \cos \theta - \rho\lambda \sin \theta = \lambda\rho \cos \theta \operatorname{tang} \psi - \operatorname{tang} \theta.$$

Or $OP = \rho \cos \theta$, donc

$$v = \lambda (OP \cdot \operatorname{tang} \psi - OP \operatorname{tang} \theta);$$

mais comme $PN = OP \cdot \operatorname{tang} \psi$ et $PM = OP \operatorname{tang} \theta$, on voit que

$$v = \lambda (PN - PM = \lambda \overrightarrow{MN}).$$

Remarquons encore que le calcul de u' à partir de X et Y est immédiat puisque $u' = \omega Y - \lambda X$.

De même l'accélération du mobile p , c'est-à-dire la dérivée u'' , suivie sur M_x comporte une représentation analogue.

En effet, si l'on observe que

$$\operatorname{tang} 2\psi = \frac{2\omega\lambda}{\lambda^2 - \omega^2}$$

on voit que

$$\begin{aligned} \frac{d^2u}{dt^2} &= (\lambda^2 - \omega^2) e^{-\lambda t} (\operatorname{tang} \theta - \operatorname{tang} 2\psi) \\ &= (\lambda^2 - \omega^2) (OP \cdot \operatorname{tang} \theta - OP \cdot \operatorname{tang} 2\psi) \\ &= (\lambda^2 - \omega^2) (PM + PR) = (\lambda^2 - \omega^2) \overrightarrow{MR} \end{aligned}$$

donc le vecteur \overrightarrow{MR} , d'origine M , parallèle à l'axe des X et limité à la droite, $W'OW$ telle que $YOW = 2\psi$, représente l'accélération en grandeur et en direction, après avoir été multiplié par le facteur $(\lambda^2 - \omega^2)$.

Enfin u , u' et u'' vérifient à chaque instant l'équation

$$(2) \quad u'' + 2\lambda u' + \omega^2 + \lambda^2 u = 0.$$

Ainsi, ayant construit la spirale logarithmique $\rho = ae^{-\lambda \frac{t}{\omega}}$ et déterminé le plus petit angle ψ pour lequel $\operatorname{tang} \psi = \frac{\omega}{\lambda}$, on tracera les droites OV et OW définies en position par les angles $YOV = \psi$, $YOW = 2\psi$, et il n'y aura plus qu'à suivre les variations de

$$\overrightarrow{OM_x}, \text{ de } \overrightarrow{MN} \text{ et de } \overrightarrow{MR}$$

lorsque le mobile M , emporté par l'aiguille dans sa rotation uniforme,

décrit la spirale guide pour être témoin de tous les aspects du phénomène de loi harmonique exponentiellement amorti.

Dans le cas de la décharge d'un condensateur, par exemple, OM_x représente la quantité q d'électricité portée par l'une des armatures à l'instant t ; $\lambda \cdot \vec{MN}$ figure la dérivée $\frac{dq}{dt}$ et répond par suite à l'intensité du courant, enfin $(\lambda^2 - \omega^2) \vec{MR}$ représente $\frac{d^2q}{dt^2}$ au même instant ou l'accélération de la charge du condensateur.

II. — Précisons le mode d'emploi de cette précieuse représentation en la faisant servir à la résolution de quelques problèmes classiques importants.

1° Supposons que le mobile p soit tiré du repos par une action instantanée qui lui communique une vitesse ε , quelle sera l'amplitude initiale correspondante?

A la position d'équilibre, considérée au départ de l'équipage, correspond un certain point B_1 de OY (fig. 1) tel que

$$M_1 N_1 = \frac{\varepsilon}{\lambda}.$$

Comme en général

$$\rho = ae^{-\lambda t},$$

on a

$$OB_1 = a$$

et par suite, d'après le triangle rectangle $OM_1 N_1$,

$$a = \frac{\varepsilon}{\lambda \cdot \text{tang } \psi} = \frac{\varepsilon}{\omega}.$$

L'équation de la spirale logarithmique suivie à partir de B_1 par le point M a donc pour équation

$$\rho = \frac{\varepsilon}{\omega} e^{-\lambda t}.$$

L'aiguille passe de OY à OV dans le temps $t = \frac{\psi}{\omega}$, donc

$$OM_0 = \frac{\varepsilon}{\omega} e^{-\lambda \frac{\psi}{\omega}}$$

et par suite $OM_{0x} = U_0 = \frac{\varepsilon}{\omega} e^{-\lambda \frac{\psi}{\omega}} \cdot \sin \psi$.

2° Le mobile étant dans l'état de mouvement marqué par le

point M, de projection M_x , quel sera l'effet d'une variation instantanée de vitesse provoquée en M_x ?

A l'instant t la vitesse du mouvement est d'abord représentée par $\lambda \cdot MN$ (fig. 2) ; au même instant, après l'impulsion produisant la variation de vitesse ϵ , elle est représentée par $\lambda \cdot M'N'$ et le point M' se trouve sur la droite MM_x puisque, par hypothèse, le mobile n'a pas changé de position pendant le changement de vitesse. Tout se passe donc comme si l'aiguille en arrivant en OM subissait une brusque rotation $\widehat{MOM'} = \beta$, le point M glissant en même temps de M en M' le long de l'aiguille. Pour que l'aiguille retrouve sa première position, il faudra qu'il s'écoule le temps $\frac{\beta}{\omega}$, qui, dans le cas de la figure est un temps *perdu* pour l'enregistreur de tours de l'aiguille. La perturbation provenant de l'impulsion consiste donc dans la rotation β de l'aiguille et dans le déplacement correspondant $MM' = \rho' - \rho$ du mobile M le long de l'aiguille : à la première spirale s'en trouve ainsi substituée une seconde.

Remarquons encore que le triangle NQN' donne

$$\text{tang } \psi = \frac{\frac{\epsilon}{\lambda}}{\frac{\epsilon}{\omega}}$$

d'où

$$MM' = \frac{\epsilon}{\lambda \cdot \text{tang } \psi} = \frac{\epsilon}{\omega};$$

ainsi le glissement de M le long de son ordonnée représente toujours le rapport $\frac{\epsilon}{\omega}$ que nous verrons fréquemment intervenir dans la suite.

Dans le triangle $M'OM$ on a

$$\overline{OM'}^2 = \overline{OM}^2 + \overline{MM'}^2 + 2 \overline{MM'} \cdot \overline{MM_x}$$

soit

$$\rho'^2 = \rho^2 + \frac{\epsilon^2}{\omega^2} + 2 \frac{\epsilon}{\omega} \sqrt{\rho^2 - x^2}$$

x désignant l'abscisse de la projection M_x de M.

Et aussi

$$\frac{MM'}{\sin \beta} = \frac{\rho}{\sin(\omega t - \beta)} = \frac{\rho'}{\sin \omega t}$$

avec

$$x = \rho \sin \omega t \quad \text{et} \quad \theta = \omega t$$

donc

$$\text{tang } \beta = \frac{x\epsilon}{\omega\rho^2 + \epsilon\sqrt{\rho^2 - x^2}} \quad \text{ou} \quad \frac{\sin \theta_1}{\cos \theta_1 + \frac{a\omega}{\epsilon} e^{-\frac{\lambda}{\omega}\theta_1}}$$

L'angle β calculé par cette formule est positif dans le cas d'un recul de l'aiguille et négatif dans le cas contraire. *L'impulsion ne produit ni avance ni retard pour $x = 0$, c'est-à-dire lorsqu'elle a lieu au passage du système par sa figure d'équilibre (1).*

Ce résultat est manifeste sur la figure puisque le point glisse alors suivant OY sans que ce glissement soit accompagné d'une rotation brusque de OM, de mesure β , à laquelle correspondrait une perte ou un gain de temps enregistré $\frac{\beta}{\omega}$.

3° *On produit l'impulsion ε pour la position du mobile qui correspond à l'abscisse x de M_x , quelle variation d'amplitude déterminera-t-on ainsi ?*

La spirale primitive S_1 suivie par M (fig. 2) a pour équation, en prenant OY pour axe polaire

$$\rho_1 = a_1 e^{-\lambda \frac{\theta}{\omega}} = OM$$

Soit

$$\rho_2 = a_2 e^{-\lambda \frac{\theta}{\omega}} = OM',$$

l'équation de la spirale S_2 consécutive à l'impulsion.

Comme

$$\rho_1 = \rho \quad \text{pour} \quad \theta = \theta_1 \quad \text{ou} \quad \widehat{YOM}$$

et

$$\rho_2 = \rho' \quad \text{pour} \quad \theta = \theta_1 - \beta \quad \text{ou} \quad \widehat{YOM'}$$

on a

$$\rho = a_1 e^{-\lambda \frac{\theta_1}{\omega}}$$

et

$$\rho' = a_2 e^{-\lambda \frac{\theta_1 - \beta}{\omega}} = a_2 e^{-\lambda \frac{\theta_1}{\omega}} \cdot e^{\frac{\lambda \beta}{\omega}}$$

d'où

$$\rho' = \rho \cdot \frac{a_2}{a_1} e^{\frac{\lambda \beta}{\omega}}$$

par suite

$$a_2 = a_1 \frac{\rho'}{\rho} e^{-\frac{\lambda \beta}{\omega}}$$

Sans l'intervention de l'impulsion, l'amplitude primitive eût été

$$U_1 = a_1 e^{-\lambda \frac{\psi}{\omega}} \sin \psi$$

(1) Voir G. LIPPMANN, *Sur l'entretien du mouvement du pendule sans perturbation*, C. R. Ac. Sc., 1896 et 1898.

mais l'amplitude correspondante consécutive à l'impulsion est

$$U_2 = a_2 e^{-\lambda \frac{\psi}{\omega}} \sin \psi$$

puisque rien n'est changé dans l'inclinaison ψ de la tangente sur le rayon vecteur, donc

$$U_2 = U_1 \frac{a_2}{a_1} = U_1 \cdot \frac{\rho'}{\rho} e^{-\lambda \frac{\beta}{\omega}}$$

ou encore

$$U_2 = U_1 e^{-\lambda \frac{\beta}{\omega}} \left[1 + \frac{\varepsilon^2}{\rho^2 \omega^2} + 2 \frac{\varepsilon}{\omega} \frac{1}{\rho^2} \sqrt{\rho^2 - x^2} \right]^{\frac{1}{2}}.$$

Pour

$$x = 0, \quad \beta = 0$$

il vient

$$U_2 = U_1 \cdot \left(1 + \frac{\varepsilon}{\omega} \frac{1}{\rho_Y} \right).$$

4° Des impulsions identiques, favorables au mouvement, se reproduisent à chacun des passages du système par son état d'équilibre. Déterminer l'amplitude du régime permanent atteint.

Imposons-nous l'amplitude U à maintenir.

Comme

$$U = a e^{-\lambda \frac{\psi}{\omega}} \sin \psi$$

la constante

$$a = \frac{U e^{\lambda \frac{\psi}{\omega}}}{\sin \psi}$$

et la spirale consécutive à l'impulsion en B (fig. 3) a pour équation

$$\rho = a e^{-\lambda \frac{\theta}{\omega}}.$$

Pour $\theta = 0$, $\rho = a$, et pour $\theta = \pi$, $\rho = a e^{-\lambda \frac{\pi}{\omega}}$ donc de B en B' le rayon vecteur ρ diminue de

$$a \left(1 - e^{-\lambda \frac{\pi}{\omega}} \right).$$

On sait, d'autre part, qu'une impulsion ε détermine un glissement de M sur son ordonnée égale à $\frac{\varepsilon}{\omega}$. Si donc on produit une impulsion ε telle que

$$x = \frac{\varepsilon}{\omega} = a \left(1 - e^{-\lambda \frac{\pi}{\omega}} \right),$$

on portera le point B' en B'' symétrique de B par rapport à O et la portion de la spirale S₂, consécutive à cette nouvelle impulsion,

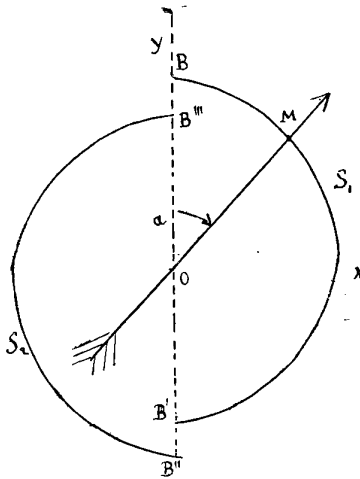


FIG. 3.

sera symétrique de la portion S₁ par rapport au point O, en sorte que la nouvelle amplitude sera encore égale à U. L'état de régime exige donc la condition (α). L'impulsion ± ε répétée périodiquement à l'équilibre est donc liée à l'amplitude U par la relation

$$(3) \quad U = \frac{\varepsilon}{\omega} \frac{1}{1 - e^{-\lambda \frac{\pi}{\omega}}} e^{-\lambda \frac{\psi}{\omega}} \sin \psi$$

et, en régime, l'équation de S₁ pour l'axe polaire OY, ou celle de S₂ pour l'axe polaire OY' est

$$\rho = U \cdot \frac{e^{\lambda \frac{\psi}{\omega}}}{\sin \psi} e^{-\lambda \frac{\theta}{\omega}}$$

5° Déterminer les époques auxquelles l'équipage passe par une même position α donnée.

Il suffit de tracer l'ordonnée α, elle coupe la spirale aux points M₁, M'₁, M₂, M'₂, etc., qui définissent les époques

$$\frac{\widehat{YOM}}{\omega} \text{ des passages répondant}$$

à l'élongation α. Les points M₁, M₂, M₃, ..., sont relatifs aux pas-

sages s'effectuant dans un certain sens et les points intermédiaires M'_1, M'_2, \dots , aux passages s'effectuant en sens inverse.

Les y des points M et M' sont tels que $y = x \cotang \theta$, les valeurs de θ étant les abscisses des points d'intersection de la courbe

$$u = e^{-\frac{\lambda}{\omega} \theta} \sin \theta$$

et de la droite

$$u = \frac{x}{a}.$$

Les temps qui s'écoulent entre deux passages consécutifs dans un même sens sont inégaux en raison de l'inégalité des angles décrits correspondants, sauf pour $x = 0$.

Pour trouver une périodicité, il faut envisager, non pas l'état du mouvement pour une même région de l'espace, mais lier des régions différentes de l'espace à une même qualité du mouvement : à savoir les passages par la position d'équilibre, les positions extrêmes où la vitesse est nulle, les positions pour lesquelles l'accélération est nulle (points d'inflexion du diagramme habituel). Les points correspondants M , ainsi qu'on l'a établi précédemment, sont répartis sur les droites fixes $V'OV$ et $W'OW$.

6° *Suivre la prise de régime sous l'action d'impulsions produites au passage par la figure d'équilibre et tirant l'équipage du repos.*

Puisque la variation ε de vitesse est supposée la même en valeur absolue à chaque passage, le point B_p subira chaque fois un glissement $B_p B_{p+1}$ sur OY de mesure $\frac{\varepsilon}{\omega}$.

L'impulsion initiale porte B de O en B_0 et l'on a $OB_0 = \frac{\omega}{\lambda}$; la portion de spirale S_0 suivie par M a pour équation

$$\rho_0 = ae^{-\lambda t} = \frac{\varepsilon}{\omega} e^{-\lambda t} \quad \text{avec} \quad \theta = \omega t.$$

A l'époque $t = \frac{T}{2}$, M est en B'_0 et l'on a

$$OB'_0 = -\frac{\varepsilon}{\omega} e^{-\lambda \frac{T}{2}},$$

alors survient une nouvelle impulsion portant B'_0 en B_1 et l'on a

$$OB_1 = -\frac{\varepsilon}{\omega} e^{-\lambda \frac{T}{2}} - \frac{\varepsilon}{\omega} = (-1) \frac{\varepsilon}{\omega} \left(1 + e^{-\lambda \frac{T}{2}}\right),$$

la portion S_1 de spirale correspondante a donc pour équation

$$\rho_1 = (-1) \frac{\varepsilon}{\omega} \left(1 + e^{-\lambda \frac{T}{2}} \right) e^{-\lambda t}.$$

En B'_1 , on a de même

$$OB'_1 = (-1) \frac{\varepsilon}{\omega} \left(1 + e^{-\lambda \frac{T}{2}} \right) e^{-\lambda \frac{T}{2}}$$

et

$$OB_2 = a_2 = (-1)^2 \frac{\varepsilon}{\omega} \left[\left(1 + e^{-\lambda \frac{T}{2}} \right) e^{-\lambda \frac{T}{2}} + 1 \right].$$

En général

$$OB_k = (-1)^k \left(1 + e^{-\lambda \frac{T}{2}} + e^{-2\lambda \frac{T}{2}} + \dots + e^{-k\lambda \frac{T}{2}} \right).$$

Physiquement l'impulsion d'indice k est la $k + 1^o$ de la série, la première impulsion étant considérée comme initiale et marquée par l'indice o .

Après un temps théoriquement infini et pratiquement plus ou moins long, on a

$$a = \frac{\varepsilon}{\omega} \left(1 + e^{-\lambda \frac{T}{2}} + e^{-2\lambda \frac{T}{2}} + \dots \right).$$

Comme l'expression entre crochets est une progression géométrique décroissante de raison $e^{-\lambda \frac{T}{2}}$, on peut écrire

$$a = \frac{\varepsilon}{\omega} \cdot \frac{1}{1 - e^{-\lambda \frac{T}{2}}}$$

d'où la valeur déjà trouvée pour l'amplitude de régime

$$(\dot{z}) \quad U = \frac{\varepsilon}{\omega} \frac{1}{1 - e^{-\lambda \frac{T}{2}}} e^{-\lambda \frac{t}{2}} \sin \psi.$$

Mais la figure nous fait assister à l'acheminement du système vers l'état pour lequel il y a compensation entre la perte de vitesse par amortissement progressif et la récupération périodique instantanée de la vitesse perdue.

Si l'on connaît une valeur approchée de ε , de λ et de T , on saura placer le mobile au voisinage de son état de régime et abrégier l'attente si la recherche comporte l'observation de l'amplitude de régime.

REMARQUES. — 1. Il est facile de caractériser chaque spire si l'on prend soin de les numérotter à partir d'une spire origine arbitrairement choisie, de rayon initial a .

Une telle spire répond à l'équation

$$\rho = ae^{-\frac{\lambda}{\omega}\theta}$$

la variation de θ étant limitée à 0 et 2π .

Si l'on compte zéro sur la spire origine et 1, 2, 3, ..., p , ..., n , -1, -2, -3, ..., - p , ..., - n , sur les autres spires, selon qu'elles sont enveloppées par la spire initiale ou qu'elles enveloppent celle-ci, le rayon initial de la p° spire sera

$$a_p = ae^{-\frac{\lambda}{\omega} \cdot p \cdot 2\pi}$$

et la p° spire aura pour équation

$$\rho = ae^{-\frac{\lambda}{\omega} p \cdot 2\pi} e^{-\frac{\lambda}{\omega}\theta}$$

la variation de θ s'étendant de 0 à 2π .

Les amplitudes U relatives à la spire p seront

$$U_p = ae^{-\frac{\lambda}{\omega} \cdot p \cdot 2\pi} e^{-\frac{\lambda}{\omega}\psi} \sin \psi \quad \text{et} \quad ae^{-\frac{\lambda}{\omega} p \cdot 2\pi} e^{-\frac{\lambda}{\omega}(\psi + \pi)} \sin(\psi + \pi).$$

2. Soit $\rho = ae^{-\frac{\lambda}{\omega}\theta}$ l'équation de la spirale rapportée à l'axe polaire OY . Si $\widehat{YOY'} = \Theta$, la valeur de ρ suivant OY' est $a_1 = ae^{-\lambda \frac{\Theta}{\omega}}$ et pour un rayon vecteur faisant l'angle θ_1 avec OY' $\rho = ae^{-\lambda \frac{(\Theta + \theta_1)}{\omega}}$ ou $a_1 e^{-\frac{\lambda \theta_1}{\omega}}$. En conséquence, lorsque le rapport $\frac{\omega}{\lambda}$ est conservé, il est possible de distribuer toutes les particularités du problème envisagé sur une même spirale. Il suffira d'effectuer des rotations convenables de l'axe polaire.

7° *Un équipage, de pseudo-période T , reçoit des impulsions favorables égales, de période T , à partir d'un état quelconque, déterminer l'état de régime.*

Soit N_0 (fig. 4) la position occupée par le mobile M à l'époque t où le système reçoit une première impulsion qui porte M de N_0 en N_1 , en produisant le recul ou l'avance angulaire $N_1ON_0 = \beta_0$ et le glissement $N_0N_1 = \frac{\varepsilon}{\omega}$.

A l'époque $t + T$ le mobile sera revenu sur ON_4 en N_2 et il recevra alors une impulsion qui produira la rotation instantanée $N_2ON_3 = \beta_3$ et le glissement $N_2N_3 = \frac{\varepsilon}{\omega}$.

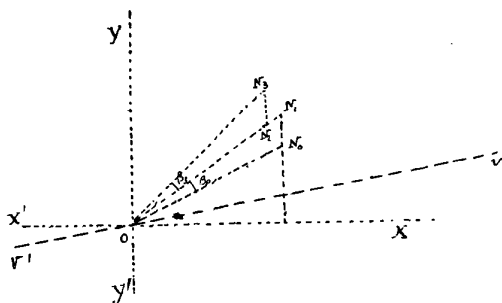


FIG. 4.

Quelle que soit la position initiale de l'aiguille, on voit que les impulsions favorables successives ont toutes pour effet de produire des rotations qui portent l'aiguille vers OY. Au point de vue physique, cela signifie que les positions N_0, N_2, N_4 , etc., occupées par l'équipage aux époques des impulsions sont de plus en plus rapprochées de la position d'équilibre et les angles β sont d'ailleurs de plus en plus petits. La position d'équilibre sera donc atteinte. Dès lors les angles β seront nuls et l'état de régime sera celui qui a été étudié plus haut.

Si les impulsions étaient d'abord défavorables, l'équipage serait d'abord ramené au repos puis repartirait en sens opposé, les impulsions deviendraient alors favorables et l'on retomberait sur le cas précédent.

Il est important de retenir qu'un équipage de pseudo-période T , recevant des impulsions de période T , à partir d'un état initial quelconque, prendra l'état de régime pour lequel les impulsions ont lieu au passage par la position d'équilibre, c'est-à-dire sans produire de perturbation.

C'est là une nécessité imposée par une sorte de *principe d'harmonie*, permettant d'amener le système qui reçoit les impulsions à répondre à la même période que celui qui les détermine.

Au point de vue des applications, on devra, dans chaque cas, exprimer ω et λ en fonction des grandeurs qui interviennent directement dans le phénomène étudié; et il suffira pour cela d'identi-

fier (2) et l'équation immédiate du phénomène, tirée des lois mécaniques ou physiques qui le conditionnent, de forme

$$j_1 u'' + j_2 u' + j_3 u = 0.$$

Dans le cas de la décharge du condensateur

$$2\lambda = \frac{j_2}{j_1} = \frac{R}{L}, \quad \omega^2 + \lambda^2 = \frac{j_3}{j_1} = \frac{1}{CL}.$$

III. — Insistons un instant sur la méthode de répétition des impulsions et sur les appareils autobalistiques.

Autobalistique répétitive. — 1° La méthode de répétition, consistant à agir sur un mobile (équipage de galvanomètre par exemple) animé d'un mouvement sinusoïdal amorti au moyen d'impulsions identiques rythmées sur ses oscillations et à lire l'amplitude de régime, n'est pas entrée dans la pratique des laboratoires. Elle présente pourtant, à divers points de vue, un réel intérêt; en particulier sa sensibilité la rend précieuse: si les impulsions surviennent au passage du mobile par sa position d'équilibre, à l'aller et au

retour, la déviation U vaut $\left(1 - e^{-\frac{\lambda T}{2}}\right)^{-1}$ fois la déviation U_0 due à une impulsion unique tirant le mobile du repos (voir 1°, 4° et 6°). Ainsi, pour un amortissement $\lambda = 0,004$ et une période $T = 2$ secondes, le pouvoir multiplicateur serait d'environ 250.

2° Si la méthode de répétition se prête difficilement à des mesures précises (1), cela tient vraisemblablement à ce que le régime permanent n'est atteint qu'après un grand nombre d'impulsions, proportionnel d'ailleurs, en quelque manière, au pouvoir multiplicateur de l'appareil, et à ce que l'opération reste laborieuse alors même qu'on se placerait d'emblée, par artifice, au voisinage de l'état de régime. Il est d'autre part impossible de provoquer les impulsions, à la main, à l'instant précis où le mobile se trouve dans les mêmes conditions électromécaniques. Ces difficultés disparaissent par l'emploi d'appareils disposés de façon à produire automatiquement l'impulsion et à la répéter chaque fois que le mobile passe par la même figure.

3° Pour ces raisons j'ai construit, il y a quelques années (2), avec l'aide de M. Victor Guillet, divers types d'autobalistiques répétiteurs à rotation et à translation.

(1) MASCART, *L'Électricité et le Magnétisme*, t. II.

(2) A. GUILLET, *C. R. Ac. Sc.*; 1908.

Voici la description d'un type d'autobalistique répéteur à torsion d'une construction rapide :

Au fil de torsion choisi, serré par son extrémité supérieure dans un porte-foret, solidaire d'un bâti massif muni de vis calantes, est suspendue, toujours au moyen d'un porte-foret en laiton, une masse cylindrique solidaire d'un équipage constitué soit par un cadre galvanométrique, soit par un système astatique d'aimants. Un petit disque, mince et léger, engagé suivant son axe sur le fil, lui est invariablement fixé ; un fil de cocon partant de la périphérie du disque est relié par son extrémité libre au pôle mobile d'un contact délicat. Si, à l'équilibre, le fil de cocon est tendu et le contact fermé, celui-ci s'ouvrira ou restera fermé, suivant que la torsion se produira dans le sens de l'enroulement du cocon sur le disque ou en sens inverse.

Le disque est placé près du point d'attache du fil de torsion ; le déplacement du pôle mobile du contact (petit pendule armé d'une lame élastique, légère lamelle fixée à un fil fin tendu, etc.) est invisible et la perturbation exercée sur le mouvement est négligeable. Le pôle fixe est constitué par l'extrémité d'une pointe d'argent qu'une vis à large tête permet de déplacer micrométriquement par translation.

Si l'on désire s'affranchir du cocon, on suspend le fil de torsion à une plaquette métallique, libre de se mouvoir entre deux butées *très voisines*, suspendue elle-même au bâti de l'appareil par un ou plusieurs fils sans torsion ; dès que l'équipage franchit sa position d'équilibre, la plaquette appuie contre l'une des butées de façon à fermer le circuit inducteur, et l'équipage continue sa route comme si le point d'attache du fil de torsion était désormais fixe. Au retour, la plaquette est entraînée en sens opposé et le circuit s'ouvre au passage du mobile par sa position d'équilibre.

Au moyen du fil lui-même et d'un fil auxiliaire (paillon recuit) qui le prolonge, on conduit au cadre galvanométrique les courants induits, au moment de l'ouverture et de la fermeture du contact, dans un transformateur approprié ⁽¹⁾. Comme le cadre est disposé soit entre les branches d'un large aimant en U, soit dans une bobine alimentée par un courant auxiliaire dont l'axe est perpendiculaire au plan du cadre, les impulsions motrices se produisent dans les con-

(1) A. GUILLET, *Sur un mode d'entretien du pendule*, C. R. Ac. Sc. ; 1898.

ditions indiquées plus haut. Dans certains cas, dans l'étude de la torsion par exemple et en vue de la suppression du fil de cocon, il est avantageux de faire usage du système astatique et de conduire les courants induits à la bobine fixe. Avec le contact a butées, le fil se trouve ainsi entièrement libre de toute liaison.

Afin de supprimer les actions perturbatrices provenant du contact, il est indispensable que ses deux pôles ne présentent jamais qu'une très faible différence de potentiel.

On est ainsi conduit à utiliser un relais spécial très sensible, commandé par le contact et chargé d'ouvrir et de fermer le circuit inducteur aux instants prévus; le relais que j'ai construit permet, de plus, de ne laisser le circuit induit fermé qu'aux instants où l'induction se produit et de supprimer par suite, en très grande partie, l'effet Lenz, ce qui simplifie la théorie de l'appareil.

4° Le système peut être établi dans des conditions telles que l'amplitude de régime ait pour valeur (3) avec, dans le cas du cadre,

$$\varepsilon = \frac{S\psi}{\Sigma mr^2} q^{(1)}.$$

Des déterminations auxiliaires fournissent, s'il est nécessaire, les valeurs des différents paramètres qui figurent dans ces équations : ω , λ ,

L'autobalistique répétiteur s'adapte tout spécialement à l'étude de la torsion et de tous les phénomènes dans lesquels intervient un amortissement (frottement intérieur, courants de Foucault dans des disques conducteurs, etc.). Il se prête à l'étude magnétique des fers et aciers dans des conditions où le champ magnétisant est établi et supprimé un grand nombre de fois avant que la déviation U soit atteinte, etc.

En général, le coefficient λ n'est pas constant, il augmente avec l'amplitude des oscillations; de plus, si l'effet Lenz n'est pas supprimé, ou rendu négligeable, l'équation de l'appareil se complique encore. On tourne la difficulté en ramenant la déviation à une même valeur choisie U, en faisant varier par exemple la résistance du circuit induit, et l'on exprime qu'alors une même quantité d'électricité q s'écoule à chaque impulsion.

Si, par exemple, r et r' sont les résistances du circuit induit, qui correspondent à une même valeur de U et du courant inducteur, le

(1) A. GUILLET, *Électrobalistique* (*Journal de Physique*, août 1907).

transformateur étant vide, puis renfermant le noyau de fer étudié, on aura pour la perméabilité du noyau

$$\mu = r' r^{-1}.$$

Ainsi employé, l'appareil n'intervient plus que par sa sensibilité.

IV. — Dans tout ce qui précède la période des impulsions a toujours été choisie égale à la moitié ou à la totalité de la pseudo période T ; examinons maintenant le cas où la période des impulsions Θ est quelconque.

L'équipage, animé d'un mouvement harmonique, exponentiellement amorti, reçoit aux époques $t + k\Theta$, formant une progression arithmétique de raison Θ , des impulsions déterminant chacune une même variation ε de sa vitesse. Quel mouvement prendra l'équipage ?

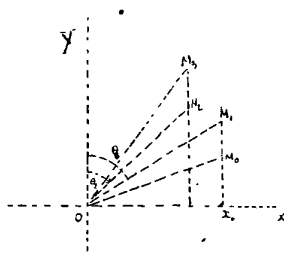


FIG. 5.

Soit x_0 (fig. 5) la position de l'équipage à l'époque du premier choc. L'impulsion déplacera le point représentatif M de M_0 en M_1 , et si x_0, y_0 sont les coordonnées de M_0 , celles de M_1 seront

$$\begin{aligned} x_1 &= x_0 \\ y_1 &= y_0 + \frac{\varepsilon}{\omega} \end{aligned}$$

L'aiguille tournant à partir de OM_1 , pendant le temps Θ , c'est-à-dire d'un angle $\omega\Theta$, se trouve parvenu en OM_2 par exemple à l'époque de la seconde impulsion, celle-ci fait glisser M de M_2 en M_3 et l'on a entre les coordonnées $x_2, y_2; x_3, y_3$ de ces deux points les relations

$$x_3 = x_2, \quad y_3 = y_2 + \frac{\varepsilon}{\omega}.$$

Il est facile de suivre les systèmes de points M_0, M_2, \dots et M_1, M_3, \dots répétant le premier aux positions du mobile M aux époques des

chocs et le second aux positions du même mobile lorsque les impulsions ont produit leur effet.

On a

$$x_2 = \rho_2 \sin \theta_2.$$

Le rayon vecteur de la spirale passe par la valeur ρ_2 un temps Θ après avoir passé par la valeur ρ_1 donc

$$\rho_2 = \rho_1 e^{-\lambda \Theta};$$

d'autre part

$$\theta_1 + \omega \Theta - \theta_2 = 2\pi$$

donc

$$x_2 = \rho_1 e^{-\lambda \Theta} \sin(\theta_1 + \omega \Theta)$$

expression que l'on peut encore écrire en développant le sinus

$$x_2 = e^{-\lambda \Theta} (\cos \omega \Theta \cdot \rho_1 \sin \theta_1 + \sin \omega \Theta \cdot \rho_1 \cos \theta_1)$$

ou

$$x_2 = e^{-\lambda \Theta} \left[x_0 \cos \omega \Theta + \left(y_0 + \frac{\varepsilon}{\omega} \right) \sin \omega \Theta \right].$$

De même

$$y_2 = \rho_2 \cos \theta_2 = e^{-\lambda \Theta} \rho_1 \cos(\theta_1 + \omega \Theta)$$

ou encore

$$y_2 = e^{-\lambda \Theta} \left[-x_0 \sin \omega \Theta + \left(y_0 + \frac{\varepsilon}{\omega} \right) \cos \omega \Theta \right].$$

Le régime sera possible lorsque M_2 coïncidera avec M_0 , ce qui exige que les conditions

$$x_2 = x_0, \quad y_2 = y_0 \text{ soient satisfaites.}$$

On obtient ainsi deux équations du premier degré en x_0 , y_0 qui, résolues, donnent les coordonnées de la position M_0 qu'occupe le mobile M lorsque les impulsions surviennent une fois l'état de régime atteint.

On a

$$x_0 = \frac{\varepsilon}{\omega \cdot \Delta} \cdot e^{-\lambda \Theta} \sin \omega \Theta$$

$$y_0 = \frac{\varepsilon}{\omega \cdot \Delta} (\cos \omega \Theta - e^{-\lambda \Theta})$$

en posant

$$\Delta = 1 - 2 e^{-\lambda \Theta} \cos \omega \Theta + e^{-2\lambda \Theta}$$

On aboutit ainsi à un point limite $M_L(x_0, y_0)$ ayant pour rayon vecteur :

$$\rho = \sqrt{x_0^2 + y_0^2} = \frac{\varepsilon}{\omega} \cdot \frac{e^{-\lambda\Theta}}{\sqrt{\Delta}}$$

dont la position ne dépend en rien de l'histoire antérieure du mouvement, et que l'impulsion porte ensuite périodiquement au point M_1 de rayon vecteur :

$$\rho' = \frac{\varepsilon}{\omega} \cdot \frac{1}{\sqrt{\Delta}}$$

Lorsque ε dépend de la position de l'équipage, on doit dans les formules précédentes choisir la valeur de ε qui *correspond* à M_L . Pour $\Theta = T$, on a :

$$x_0 = 0, \quad y_0 = \frac{\varepsilon}{\omega} \cdot \frac{e^{-\lambda T}}{1 - e^{-\lambda T}}$$

d'où l'amplitude de régime :

$$U = U_0 \frac{1}{1 - e^{-\lambda T}}$$

Pour $2\Theta = T$, il vient :

$$x_0 = 0, \quad y_0 = -\frac{\varepsilon}{\omega}, \quad \frac{e^{-\lambda \frac{T}{2}}}{1 + e^{-\lambda \frac{T}{2}}}$$

et :

$$U = U_0 \frac{e^{-\lambda \frac{T}{2}}}{1 + e^{-\lambda \frac{T}{2}}}$$

On remarquera que dans le cas présent l'impulsion ε conserve un signe constant alors que l'expression (β) suppose la grandeur ε alternativement affectée du signe $+$ et du signe $-$.

Soit, d'autre part, ν la mesure de l'angle YOM_L , on a :

$$\text{tang } \nu = \frac{x_0}{y_0} = \frac{e^{-\lambda\Theta} \sin \omega\Theta}{\cos \omega\Theta - e^{-\lambda\Theta}}$$

En conséquence, lorsque θ tend vers zéro, ν tend vers ψ puisqu'à la limite $\text{tang } \nu = \frac{\omega}{\lambda}$.

Pour Θ petit, le point $M_L(x_0, y_0)$ est placé au voisinage de OV et dans l'angle XOV . L'impulsion porte ce point en M_1 , au-dessus de OV le long de l'ordonnée de M_L puis il revient en M_L par l'arc de

spirale $M_L M_1$, qui coupe OV en N , en sorte que le déplacement de l'équipage ou du mobile dont on suit l'évolution se trouve limité aux abscisses connues de M_L et de N , x_0 et ξ . Lorsque l'équipage semble au repos, il occupe donc très sensiblement la position :

$$x_0 = \frac{\varepsilon}{\omega \Delta} e^{-\lambda \Theta} \sin \omega \Theta.$$

Telle est la véritable formule d'un appareil à mouvement harmonique amorti dont l'équipage est maintenu dans la position x_0 par l'action d'impulsions périodiques suffisamment répétées, dans l'intervalle de temps T . L'approximation avec laquelle cette condition est réalisée est marquée par la mesure de $\xi - x_0$.

S'il s'agit d'un équipage de moment d'inertie J monté sur un fil de torsion de moment C , on sait que :

$$\omega^2 + \lambda^2 = \frac{C}{J}.$$

D'autre part, en développant x_0 en série, et si l'on peut négliger les termes en Θ^2 au numérateur et ceux en Θ^3 au dénominateur, il vient :

$$x_0 = \varepsilon \cdot \frac{1}{\Theta} \cdot \frac{1}{\omega^2 + \lambda^2} = \varepsilon \cdot N \cdot \frac{J}{C}$$

N étant la fréquence des impulsions. En produisant l'impulsion à l'aide d'un condensateur ou d'une induction, mettant instantanément en jeu une quantité q d'électricité, on a pour un galvanomètre à cadre :

$$\varepsilon = \frac{S \varphi_0}{J} q,$$

φ_0 étant la composante du champ dans l'azimut x_0 .

En conséquence :

$$x_0 = \frac{S \cdot \varphi_0}{J} \cdot q \cdot N \cdot \frac{J}{C}$$

ou encore, en posant :

$$Nq = i_m, \quad Cx_0 = S\varphi_0 \cdot i_m.$$

Ce qui est la formule approchée classique obtenue *en admettant* que l'équipage est dévié, sous l'action d'impulsions répétées, du même angle que s'il était le siège d'un courant permanent d'intensité i_m , mesurant la quantité d'électricité lancée dans le cadre, au cours d'une seconde, par les impulsions motrices.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT;

T. XV; 1914.

K. G. F. SCHMIDT. — Le problème de la propagation des ondes électriques.
P. 202-207.

L'auteur commence par rappeler les divers travaux assez contradictoires publiés sur cette question.

Les premières recherches de Marconi en 1905 indiquaient que l'énergie recueillie était beaucoup plus grande pendant le jour que pendant la nuit.

D'après d'autres expérimentateurs, ceci ne serait vrai que pendant les mois d'hiver, mais l'influence de la nuit ne se ferait pas sentir pendant les mois d'été. Les dernières expériences de Marconi en 1911 contredisent ses premiers résultats et mettent seulement en évidence une influence favorable du temps qui s'écoule entre le coucher du soleil à Clifden et son coucher à Glace bay.

On a pu également mettre en évidence que les perturbations brusques qui se produisaient entre deux stations de l'océan Indien n'avaient pas lieu en même temps pour des transmissions faites en sens inverse.

Enfin, dans un pays montagneux, des ondes de 1500 mètres de longueur, à peine perceptibles le jour, surpassaient en action la nuit des ondes de 4 000 mètres dont la propagation semblait peu influencée par l'arrivée de l'obscurité.

De nouveaux travaux sont donc nécessaires sur ces questions et l'auteur montre dans quel état d'esprit on doit les aborder.

Les mesures qu'il a faites à Halle sur les ondes émises par le poste de Norddeich lui ont montré que les postes du genre de ce dernier pouvaient émettre des traits d'une minute, suivis par des silences d'une minute, et que chacun de ces traits consécutifs donnait naissance à quelques pour cent près à la même intensité dans l'antenne réceptrice.

Pour observer ces signaux, il est nécessaire de placer à une dizaine de kilomètres une station de contrôle. Cette distance est un peu élevée pour mettre la station de contrôle complètement à l'abri des perturbations atmosphériques, mais elle est nécessaire pour contrôler l'émission d'ondes de 1 600 à 2 000 mètres.

Dans cette station de contrôle, on pourra utiliser le thermo élément.

Pour les autres stations éloignées, l'auteur recommande l'emploi du bolomètre.

Il préconise l'antenne en parapluie avec contre-poids placé à 4 mètres de hauteur, de façon à rendre les mesures indépendantes de l'état d'humidité de la surface du sol.

L'auteur a pu constater que même au-dessus d'un sol granitique le fait d'abaisser le contre-poids amenait une variation du décrement qui, de 0,093 quand le contre-poids était à 4 mètres, devenait 0,109 quand le contre-poids touchait le sol.

R. JOUAUST.

S. MIKOLA. -- Mouvements d'origine électrique dans les lames liquides.
P. 211-213.

On fait former des lames d'eau de savon dans un cadre isolant, portant deux électrodes reliées à une batterie à haute tension; en approchant de la lame un conducteur chargé, ou relié à la terre, on voit se former en regard de lui deux tourbillons dessinés par des stries dans les lames épaisses ou par des couleurs d'interférence dans les lames minces. La théorie du phénomène n'est qu'ébauchée.

H. LABROUSTE.

K. FÖRSTERLING. — Propagation de la lumière dans les milieux hétérogènes (Théorie de la photographie des couleurs de Lippmann), II (1). — P. 225-234.

Ce travail est une généralisation du précédent, pour le cas où les ondes planes ont une direction quelconque.

Comme dans son premier mémoire, l'auteur suppose que la structure d'une plaque éclairée par une lumière de longueur d'onde λ_0 peut être représentée par une série de Fourier en $\frac{\lambda_0}{2}$. Il applique les équations de Maxwell.

Les équations différentielles obtenues ne peuvent être intégrées qu'en admettant que l'intensité de la lumière réfléchie est relativement faible.

(1) *J. de Phys*, 5^e série, t. III, p. 693; 1913.

On peut alors obtenir les amplitudes des vibrations réfléchies et réfractées. Elles paraissent concorder avec les résultats expérimentaux. Elles montrent que le procédé Lippmann ne peut pas donner une reproduction exacte des couleurs, car l'intensité réfléchie est proportionnelle au carré de l'intensité incidente. De sorte que le procédé renforce les couleurs les plus vives. On sait en effet que la vivacité des couleurs est un des avantages que l'on reconnaît à ce procédé.

J. STARK. — Vitesse intratomique et vitesse de vibration lumineuse des électrons de séries. — P. 265-267.

On peut décomposer la vitesse v d'un électron en trois composantes, la vitesse extérieure v_a commune à l'électron et à l'atome tout entier, la vitesse intratomique v_i ou vitesse relative au centre de l'atome, enfin la vitesse de vibration lumineuse v_c , vitesse due à la vibration autour de la position d'équilibre, vibration qui produit l'émission de lumière.

L'effet Zeeman et le nouvel effet du champ électrique étudié par l'auteur permettent de se faire une idée de ces vitesses dans certains cas particuliers.

Si par exemple la vitesse intratomique est très grande par rapport aux deux autres, la vitesse intratomique ne doit pas dépasser 2×10^5 centimètres par seconde.

Si la vitesse de vibration est seule à considérer, il faut d'une part que les forces agissant sur les électrons ne soient pas quasi élastiques (sans quoi le champ électrique ne décomposerait pas les raies), d'autre part que, pour une longueur d'onde 6.10^{-5} centimètres, l'amplitude des vibrations de l'électron est inférieure à 10^{-10} centimètres.

W. DEHLINGER. — Dispersion infra-rouge des cristaux diatomiques. P. 276-282.

L'auteur étudie les équations du mouvement des atomes d'après le schéma de Born et Kerman, puis en déduit la formule de dispersion, Il montre comment l'on peut déterminer les constantes de cette formule et compare les résultats expérimentaux à ses résultats théoriques. En particulier il démontre qu'il n'y a qu'une seule fréquence de rayons restants.

EBERHARD BUCHWALD. — Recherches expérimentales sur la diffraction de la lumière par les réseaux dans l'espace. — P. 331-337.

L'auteur étudie la diffraction de la lumière par un réseau dans l'espace, de manière à obtenir les figures d'interférence analogues aux figures d'interférence des rayons de Röntgen. Pour cela les rayons traversent un réseau, sont réfléchis sur un miroir et repassent en sens inverse à travers le réseau.

Conformément à la théorie de Lane, on obtient la disparition d'un certain nombre de points d'interférence. Mais cette disparition ne se produit pas exactement lorsque un anneau obscur de Newton passe par le point correspondant — la théorie de Lane ne se vérifie donc pas quantitativement — il est probable que les particules diffractantes produisent une ombre qui amène des perturbations dans le phénomène. En tous cas ces expériences montrent que l'aspect des spectrogrammes ne permet pas de tirer des conclusions certaines sur des longueurs d'onde et les constantes des réseaux.

JOHN KERN. — Problème des figures d'interférence d'un réseau linéaire. P. 337-342.

L'auteur reprend la théorie de Schrödinger (*Phys. Zeit.*, XV, 79; 1914). Il montre qu'en appliquant plus correctement la méthode de Born et Kerman, on obtient des résultats différents de ceux de Schrödinger que ces résultats dépendent des conditions à la surface et qu'en tous cas ils ne peuvent pas s'appliquer aux réseaux à trois dimensions.

J. LAUB. — Phénomènes caractéristiques obtenus en faisant tomber sur les bords d'une fente un faisceau de rayons de Röntgen. — P. 342-344.

On obtient une, deux ou trois images assez nettes, soit de la fente, soit d'autres objets.

E. GEHRCKE. — Modèle pour l'explication de l'émission de la lumière, III. P. 344-448.

L'auteur complète ce qu'il a dit précédemment à propos des métaux alcalins. Il fait remarquer que son modèle redonne les pro-

priétés suivantes des spectres de ces métaux : Les deux séries secondaires se composent de doublets dont les raies ont des différences de fréquence constantes ; la série principale se compose de paires de raies dont les différences de fréquence tendent vers zéro en allant vers les petites longueurs d'onde ; les limites des deux séries secondaires sont confondues ; celles de la série principale correspondent à une largeur d'onde plus faible que celles des séries secondaires ; la différence des fréquences des doublets des séries secondaires est égale à la différence des fréquences des raies du premier doublet de la série principale ; la différence entre les fréquences des limites de la série principale et des séries secondaires est égale à la fréquence d'une des raies du premier doublet de la série principale .

Il applique également son modèle, pour expliquer la décomposition électrique des raies spectrales.

Enfin il fait remarquer la souplesse de ce modèle qui lui permettra certainement d'expliquer beaucoup de phénomènes nouveaux que l'on découvrira dans l'avenir.

P. JOB.

O. HAHN et L. MEITNER. — Sur l'uranium Y. — P. 236-240.

Antonoff a signalé en 1911 ⁽¹⁾ l'existence d'un nouveau produit dans la série de l'uranium ; il lui donna le nom d'uranium Y et lui trouva un rayonnement β peu pénétrant et une période d'un jour et demi ; il conclut de plus que ce produit constituait un embranchement latéral de la série, en dérivant de l'uranium simultanément avec l'uranium X. Les résultats d'Antonoff ont été récemment mis en doute par Fleck, du laboratoire Soddy ⁽²⁾, mais maintenus par leur auteur ; plus tard, Soddy lui-même a été amené à admettre la validité des conclusions d'Antonoff. C'est aussi à quoi Hahn et Meitner aboutissent dans le présent travail, abstraction faite de certaines divergences de détail.

Pour mettre en évidence le nouveau produit, les auteurs ont suivi la méthode d'Antonoff. Dans une solution de nitrate d'uranyle additionnée d'un peu de chlorure ferrique, on effectue une précipitation de l'uranium et du fer par l'ammoniaque. En ajoutant ensuite du

(1) *J. de Phys.*, 5^e série, t. I, p. 844 ; 1911.

(2) *J. de Phys.*, 5^e série, t. III, p. 675 ; 1913.

carbonate d'ammonium en excès, on redissout l'uranium, tandis que le fer reste précipité ; l'uranium X y est contenu presque en totalité et la séparation devient complète, si l'on répète le traitement plusieurs fois.

Lorsqu'on a obtenu ainsi une préparation d'uranium ne contenant pas d'uranium X, on attend plusieurs jours, puis on refait la séparation. A ce moment l'uranium X n'est pas encore reformé en quantité d'équilibre, tandis que l'uranium Y l'est déjà, à cause de sa période plus courte. En examinant l'activité du précipité dans un électroscope qui utilise les rayons β peu pénétrants, on constate que la baisse d'activité ne se fait pas suivant la loi de décroissance de l'uranium X, mais plus rapidement au début ; la différence provient de la présence d'uranium Y en excès et permet de déduire la période de ce produit. Les nombres obtenus varient entre 21 et 26 heures, les plus forts étant les meilleurs ; en effet, au début des expériences avec un échantillon donné d'uranium, la présence d'un peu de thorium donnant naissance à du thorium X tend à diminuer la période ; au cours des expériences, le thorium est éliminé graduellement et les valeurs de la période augmentent légèrement. Les auteurs considèrent $25,5 \pm 0,5$ jours, comme le nombre le plus probable. Une vérification est fournie par l'observation de la montée initiale que fait voir l'activité β de l'uranium privé au début de l'uranium X et de l'uranium Y.

Contrairement à Antonoff, les auteurs trouvent que l'uranium Y est entraîné avec l'uranium X dans tous les cas ; ils concluent qu'il est chimiquement inséparable de l'uranium X et qu'il possède par conséquent les propriétés chimiques du thorium. Il reste acquis que l'uranium Y est un produit d'embranchement ; dans le dispositif utilisé, l'activité β de l'uranium Y en équilibre avec l'uranium équivalait à 20/0 de celle de l'uranium X également en équilibre. Mais on ne peut décider quant à présent lequel des deux constituants de l'uranium (U1 et U2) donne naissance à l'uranium Y ; autrement dit, si l'uranium Y dérive de l'U1 en même temps que l'uranium X, ou bien de l'U2 en même temps que l'iodium.

L. BRUNER et E. BEKIER. — Expériences sur l'effet des décharges électriques dans l'hélium sur l'émanation. — P. 240-244.

Les auteurs ont essayé de voir si la vitesse de désintégration de

l'émanation du radium n'était pas modifiée lorsque l'émanation était soumise à de fortes décharges électriques dans un tube à vide, en présence d'hélium. Les résultats ont été négatifs, en conformité avec tout ce qu'on sait par ailleurs sur la question.

L. KOLOWRAT.

JOSEPH V. KOWALSKI. — La décharge annulaire sans électrodes dans la vapeur de mercure. — P. 249-250.

Une récente étude de R. Wachsmuth et B. Winaver⁽¹⁾ sur la décharge annulaire a montré qu'il était vraisemblable d'admettre que les divers gaz peuvent présenter deux degrés d'ionisation. Cette conception est corroborée par les travaux de Gehrcke et Seeliger⁽²⁾, qui trouvent pour les ions du mercure deux vitesses limites correspondant à des ionisations différentes. Dans un travail sur l'amortissement causé par les tubes à vide dans les circuits oscillants, l'auteur a mis directement en évidence l'existence de ces deux phases d'ionisation et a constaté qu'elles correspondaient à des spectres dissemblables.

Les expériences étaient réalisées sur des ampoules de quartz primitivement remplies de vapeur de mercure et où on avait fait un vide aussi parfait que possible. Si on place l'ampoule dans un champ oscillant, elle ne s'illumine pas à la température ordinaire, mais, à 60°, une vive lueur apparaît : le spectre correspond à celui que R. Wachsmuth et B. Winaver ont attribué au deuxième degré d'ionisation. Un examen attentif permet de distinguer aussi le spectre de l'hydrogène et quelques raies d'origine indéterminée. En élevant avec précaution la température de l'ampoule, on observe à partir de 140° un changement complet dans l'aspect de la décharge : la lueur qui était d'un blanc éblouissant, devient vert émeraude. On observe alors un spectre continu s'étendant de 4.300 à 6.500 angströms avec un maximum pour 5.460 angströms. Si on élève davantage la température, la coloration devient de plus en plus foncée, puis la lueur disparaît.

De ces données on déduirait, en s'appuyant sur les mesures de

(1) *Annalen der Physik*, t. XLII, 1913, p. 585-613, et *J. de Phys.* 5^e série, t. IV, 1914, p. 148-150.

(2) *Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft*, t. XIV, 1912, p. 335.

Ramsay et Young ⁽¹⁾, sur la pression de saturation du mercure, que le premier degré d'ionisation correspond à une pression $p_1 > 2$ millimètres et le deuxième degré à $p_2 < 0,7$ millimètres. Le rang que R. Wachsmuth et B. Winaver avaient attribué à la vapeur de mercure parmi les autres gaz paraît donc justifié. L'auteur espère communiquer dans un prochain mémoire des chiffres plus précis relativement aux deux phases de l'ionisation de mercure.

RAGNAR HOLM. — Théorie de la décharge lumineuse. — P. 241-249 et 289-293.

La théorie de la décharge dans les tubes à gaz raréfiés présente encore des points obscurs. L'auteur a étudié notamment la colonne positive et s'est efforcé d'expliquer les faits observés à l'aide des conceptions de J. Franck et G. Hertz. Ces physiciens admettent que les électrons subissent contre les molécules des réflexions imparfaitement élastiques, en sorte que, si la vitesse est faible, l'électron peut adhérer quelque temps à la molécule. C'est seulement dans le cas des gaz rares très purs que les réflexions sont parfaitement élastiques et que l'adhérence ne se produit plus.

Le long de la colonne positive, le gradient de potentiel est constant et a une valeur telle qu'il y a équilibre entre l'ionisation et l'absorption. Or les vues de Franck et Herz conduisent à penser que l'absorption des électrons lents se fait en deux phases : 1° adhérence de l'électron à la molécule ; 2° recombinaison de l'électron à l'ion positif. Traduisant cette hypothèse en langage mathématique, l'auteur écrit l'équation d'équilibre entre l'ionisation et l'absorption. Cette équation se réduit à une égalité entre deux fonctions du produit $\epsilon\lambda$ ($\epsilon\lambda$ étant la chute de potentiel correspondant au libre parcours d'un électron). Mais les faits connus expérimentalement exigent que $\epsilon\lambda$ diminue quand la densité de courant augmente, ou quand la pression décroît, ou quand on opère sur des tubes de plus grand diamètre. Pour satisfaire à ces conditions, une nouvelle hypothèse est nécessaire. L'auteur imagine qu'une partie de l'énergie correspondant au choc d'un électron est transformée en un rayonnement susceptible d'influer sur les molécules voisines et de renforcer l'activité ionisante des chocs. Cette conception permet d'interpréter assez aisément les lois expérimentales.

(1) *Chemical Society*, t. XLIX, p. 39 (1886).

L'auteur a étudié également la décharge stratifiée. A l'aide des hypothèses précédentes, il montre comment les charges électriques peuvent se répartir en couches régulières à l'intérieur du tube et y provoquer les stratifications. Quant aux doubles stratifications observées dans certains cas, elles tiendraient à la présence d'impuretés dans le gaz étudié.

La dernière partie du mémoire est consacrée à décrire et à discuter diverses expériences ayant pour objet de déterminer la tension V_0 correspondant à la vitesse la plus faible qu'il est nécessaire de communiquer à l'électron pour provoquer la luminescence. Cette valeur V_0 ne paraît pas s'écarter beaucoup de la tension d'ionisation. En effet l'auteur a trouvé : pour l'hydrogène, $V_0 = 14,8$ volts ; pour l'azote, $V_0 = 11,7$ volts ; pour l'hélium, $V_0 = 22,5$ volts. Or Franck et Hertz ont trouvé dans ces mêmes gaz des tensions d'ionisation respectivement égales à 11 ; 7,5 et 20,5 volts.

PAUL DE LA GORCE.

TH. WULF. — Electromètre unifilaire. — P. 250-254.

Description détaillée de cet instrument, qui a déjà servi à de nombreuses recherches. Son principe est le même que celui des électromètres de Lutz, Edelmann et d'Elster et Geitel ; son originalité réside dans le mode de suspension du fil dont la partie inférieure est fixée à une tige élastique de quartz, comme dans l'électromètre bifilaire du même auteur. L'équilibre est plus stable que dans les appareils à fil libre, et on peut employer un objectif plus fort sans craindre de voir le fil attiré s'y coller.

L'étalonnage se fait en montage hétérostatique ou idiostatique.

M. Wulf a employé des fils de platine, des fils de quartz et même des fils d'araignée tous argentés par pulvérisation. Quand les variations de potentiel se produisent en plus de 10 par seconde, le fil d'araignée est très avantageux. Pour enregistrer les variations du courant alternatif, il faut prendre un fil de platine massif.

La sensibilité atteint 0,02 volt-millimètre. La capacité du fil n'est que de 2 centimètres, le fil étant relié à un des plateaux, l'autre étant chargé, et à une distance de 5 millimètres du fil.

G. SCHULZE et R. LINDEMANN. — Sur l'influence de la capacité électrostatique et de la tension minima des soupapes électrolytiques en courant alternatif. — P. 254-260.

Zenneck a observé une diminution de l'effet de soupape quand la fréquence augmente ⁽¹⁾. Les auteurs ont repris l'étude schématique de ce phénomène.

Une soupape à mercure est mise en série avec une résistance et en dérivation sur une capacité; ils considèrent en effet ce système comme équivalent à une soupape électrolytique, d'après les idées exposées par M. G. Schulze dans ses publications antérieures ⁽²⁾. On fait jaillir un arc auxiliaire entre la cathode et la seconde anode. La tension minima est ici 18 volts. On peut étudier ainsi séparément l'influence de la capacité.

Les oscillogrammes d'une soupape électrolytique et de la combinaison étudiée se ressemblent beaucoup en effet.

L'équation générale du problème est :

$$\frac{dV}{dt} + \frac{V}{rC} = \frac{E_0}{rC} \sin \omega t - \alpha ,$$

avec $V = -v_0$ pour $t = 0$; on trouve ainsi pour le courant continu :

$$I = \frac{1}{\tau} \int_{t_1}^{\tau} i dt = \frac{E_0}{2\pi r} [\cos(\omega t_1 - \alpha) \cos \alpha] + \frac{V_0}{r} \cdot \frac{\tau - t_1}{\tau} .$$

C'est la capacité électrostatique qui est le grand obstacle à l'emploi des soupapes en télégraphie sans fil.

E W A L D. — Jauge en verre pour le vide extrême. — P. 260.

Jauge de Mac-Leod fonctionnant entre la pompe à vide préparatoire et l'appareil à vide extrême; elle est avantageuse par ses dimensions réduites.

⁽¹⁾ *Ph. Z.*, XIV, p. 535, 1913.

⁽²⁾ *Ann. d. Ph.*, 4^e série, XXXIV, p. 699 1911); XLI, p. 593 1913'.

S. BOGUSLAWSKI. — Contribution à la théorie des diélectriques; variation de la constante diélectrique avec la température. — P. 283-288.

Debye a expliqué la diminution avec la température du rapport de Clausius-Mossotti $\frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} \frac{1}{\rho}$ relatif à l'éther, par une théorie imitée de celle du ferromagnétisme de Weiss ⁽¹⁾, mais on observe, pour la plupart des corps, une augmentation avec la température incompatible avec la loi de Curie.

L'auteur admet que dans un diélectrique le déplacement x d'une charge élémentaire correspond à un travail :

$$A = ax^2 + bx^3 + cx^4 + \dots,$$

avec $a > 0$; il arrête le développement au terme du 4^e ordre. Le facteur b est nul dans les corps isotropes et dans les cristaux qui ne sont pas pyroélectriques.

Si $b = 0$, la force élastique est $-2ax - 4cx^3$; dans un champ E , la position d'équilibre sera x_0 tel que :

$$\epsilon E = 2ax_0 + 4cx_0^3.$$

Une élévation de température produira une élongation moyenne \bar{x} différente de x_0 . Si b n'est pas nul, on pourra seulement dire que \bar{x} est différent de zéro.

La formule de Maxwell-Boltzmann donne :

$$\bar{x} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} x e^{-\frac{\Phi(x)}{kT}} dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{\Phi(x)}{kT}} dx};$$

avec $\Phi(x) = -eEx + ax^2 + bx^3 + cx^4$.

Si on pose $\frac{\Phi}{kT} = \xi x - \alpha x^2 - \beta x^3 - \gamma x^4$,

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{\xi x - \alpha x^2 - \beta x^3 - \gamma x^4} dx,$$

$$\bar{x} = \frac{1}{I} \frac{dI}{d\xi}.$$

(1) Ph. Z., XIII, p. 97; 1312.

En différentiant I par rapport à ξ on trouve, en première approximation :

$$\bar{x} = \frac{1}{I_0} \frac{dI_0}{d\xi} = \frac{\xi}{2a} = \frac{eE}{2a}.$$

C'est le résultat de la théorie ordinaire; mais en portant cette valeur dans l'équation complète :

$$\frac{1}{I} \frac{dI}{d\xi} = \frac{\xi}{2a} - \frac{3\beta}{2\alpha} \frac{1}{I} \frac{d^2I}{d\xi^2} - \frac{2\gamma}{\alpha} \frac{1}{I} \frac{d^3I}{d\xi^3},$$

on a :

$$\frac{1}{I_1} \frac{dI_1}{d\xi} = \frac{\xi}{2\alpha} - \frac{3\beta}{2\alpha} \left(\frac{1}{2\alpha} + \frac{\xi^2}{4a^2} \right) - \frac{2\gamma}{\alpha} \left(\frac{3\xi}{4a^2} + \frac{\xi^3}{8a^3} \right).$$

On en tire, pour des corps isotropes :

$$\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} \frac{\rho_0}{\rho} = A(1 - \delta T)$$

avec

$$A = \frac{2\pi e^2 N_0}{3a}, \quad \delta = \frac{3cK}{a^2}.$$

N_0 est le nombre de charges e par unité de volume, et ρ_0 la densité à 0°. En prenant une valeur expérimentale du rapport $\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} \frac{\rho_0}{\rho}$ pour point de départ, on peut comparer la formule à l'expérience. Les résultats sont satisfaisants (alcools méthylique, éthylique, amylique, propylique, benzine, éther éthylique); le rapport croît ou décroît avec T suivant que $c < 0$ ou > 0 . L'auteur constate que, si l'on tient compte des termes d'ordre supérieur, la polarisation n'est plus une fonction linéaire du champ, mais le faible effet prévu n'est pas de sens constaté par Ratnowsky (1), qui a trouvé une légère diminution de la constante diélectrique quand le champ croît.

A. GRUMBACH.

WERNER MECKLENBURG et SIEGFRIED VALENTINER. — Sur la relation entre la fluorescence et la concentration. — P. 267-274.

Premiers résultats relatifs à des solutions de fluorescéine; on compare à l'aide d'un spectrophotomètre décrit au début du mé-

(1) *Verh. d. D. Ph. Ges.*, XV, p. 497; 1913.

moire la lumière directe d'une lampe Nernst filtrée à travers un verre vert avec la lumière fluorescente de la solution; celle-ci se trouve excitée par une portion de la lumière incidente blanche de la lampe Nernst et un dispositif permet de produire cette excitation à des profondeurs variables de la solution.

On constate tout d'abord que les solutions ne sont pas reproductibles au point de vue de la fluorescence, c'est-à-dire que, pour des concentrations égales dans l'eau pure, on n'obtient pas toujours la même intensité de fluorescence avec les diverses solutions préparées; ceci tient à ce qu'on n'a pas des solutions vraies, mais des solutions contenant des particules colloïdales en suspension; on observe alors la résultante de la lumière fluorescente et de la lumière diffusée par les particules; une addition d'ammoniaque fait disparaître ces particules et rend alors les solutions reproductibles.

Il y a proportionnalité entre l'intensité de la fluorescence et la concentration, au moins lorsque celle-ci ne dépasse pas 10 milligrammes par litre.

R.-J. STRUTT. — La luminosité résiduelle (*das Nachglühen*), de la décharge électrique dans les mélanges d'azote et d'oxygène. — P. 274-276.

Résumé de travaux parus dans les *Proc. Roy. Soc. of London* en 1910 et 1911, et dont les résultats constituent une réponse aux critiques (1) faites aux expériences de l'auteur sur la modification active de l'azote produite par décharge électrique. On sait que, lorsqu'on fait passer dans de l'air la décharge électrique d'un condensateur ou d'une bobine d'induction, on observe une luminosité pouvant durer un certain temps après le passage de la décharge: rien avec l'oxygène pur, luminosité maxima pour un mélange d'oxygène et d'azote contenant 90 0/0 d'oxygène*; on avait montré que le phénomène était lié à la formation d'ozone; l'auteur montre qu'il y a en outre production d'oxyde d'azote et que c'est l'oxydation de ce corps par l'ozone qui donne naissance à la production de lumière, ainsi que le prouve ce fait qu'un simple mélange d'ozone et d'oxyde d'azote donne la même luminescence. Examinée au spectroscope, elle donne un spectre continu s'étendant de $\lambda = 4.200$ à $\lambda = 6.700$ U. A.

1) Voir *J. de Phys.*, t. III (1913): COMTE, p. 178; KOENIG et ELID, p. 758, et STRUTT, p. 759.

L'auteur insiste à la fin de son mémoire sur la différence entre ce phénomène et la luminosité de la modification active de l'azote découverte par lui ; celle-ci ne s'obtient que par décharge d'un condensateur, elle donne un spectre composé de trois bandes (rouge, jaune, verte) et disparaît par la présence de traces d'oxygène.

A.E.F. — Commission des unités et notations. — P. 364-366.

Propositions faites par la commission concernant les poids, densités et énergie calorifique, ainsi qu'une troisième liste de notations (liste C).

L. LETELLIER.

II. MACHE. — Un appareil simple pour la démonstration des expériences de Wilson permettant de rendre visibles les trajectoires des particules ionisantes. — P. 288-289.

Cet appareil est formé d'une éprouvette de verre (longueur, 40 centimètres ; diamètre, 6 centimètres) fermée à sa partie supérieure par une plaque de verre recouverte d'une couche de gélatine. La partie inférieure de l'éprouvette est revêtue intérieurement d'une gaine métallique dans laquelle se trouvent disposées normalement à l'axe une ou plusieurs toiles en laiton noirci. L'agent ionisant (sel de radium ou polonium) est supporté par une tige de métal qui pénètre dans l'éprouvette par une ouverture latérale fermée par un bouchon de caoutchouc. Une différence de potentiel de 100 à 200 volts est appliquée entre la couche de gélatine et la gaine métallique. Le fond de l'éprouvette est percé de deux tubulures : l'une munie d'un robinet permet l'introduction d'un peu de vapeur d'eau ; l'autre communique avec une poire en caoutchouc servant à produire la détente.

L'éclairage se fait à l'aide d'une lampe à arc placée latéralement, et l'observateur regarde à travers la plaque de verre supérieure. L'appareil a l'avantage d'être simple, peu coûteux et toujours prêt à servir.

PAUL DE LA GORCE.

SUR LA STÉRÉOSCOPIE PSEUDOSCOPIQUE ;

Par MM. E. COLARDEAU et J. RICHARD (1).

Lorsqu'on examine une photographie stéréoscopique, ou stéréogramme, à l'aide d'un stéréoscope dont les oculaires ont une distance focale égale à celle des objectifs de l'appareil qui a servi à prendre l'épreuve, on sait qu'on éprouve l'impression de reconstitution optique, en vraie grandeur, dans l'espace, du sujet photographié. On a le relief exact de ce sujet.

Ce résultat n'est évidemment obtenu que si l'on place devant l'œil droit l'épreuve faite par l'objectif droit et devant l'œil gauche celle fournie par l'objectif gauche.

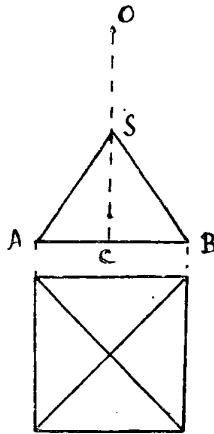


FIG. 1.

Quelle est la sensation obtenue si l'on inverse les deux épreuves, c'est-à-dire si l'on observe avec l'œil droit l'épreuve normalement destinée à l'œil gauche et réciproquement ?

Un raisonnement très simple, aidé des figures ci-jointes, fournit une réponse à la question.

Supposons qu'on observe une pyramide à base carrée SAB.

(1) Communication faite à la Société française de Physique, séance du 18 février 1916.

construite en fils métalliques, par exemple, avec un seul œil placé en O sur la normale à la base passant par le sommet de la pyramide (*fig. 1*). Ce sommet S se projettera au centre du carré de base et l'observateur aura la sensation d'un carré traversé par ses deux diagonales. Ces diagonales seront formées par les projections des quatre arêtes latérales qui se placeront deux à deux exactement dans le prolongement l'une de l'autre.

Si l'on observe, au contraire, la pyramide avec les deux yeux, en plaçant ceux-ci symétriquement par rapport à la normale OC (*fig. 2*), le résultat sera tout différent.

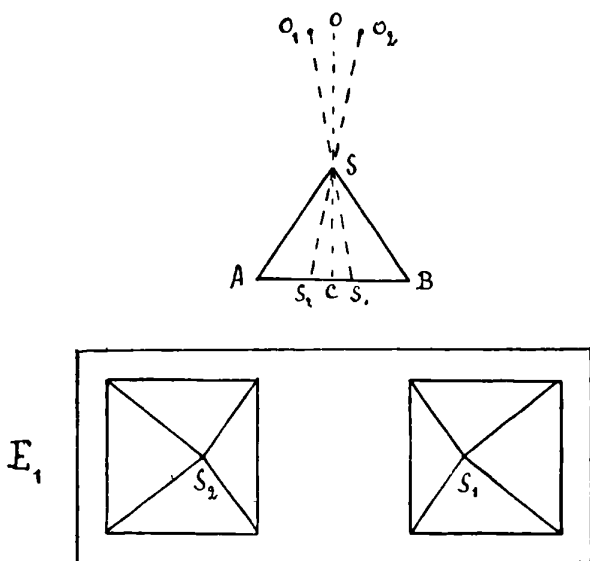


FIG. 2.

Si le sommet de la pyramide est tourné vers l'observateur, ce sommet S se projettera à droite du centre de la base, en S_1 pour l'œil gauche, et à gauche du centre, en S_2 , pour l'œil droit. En photographiant la pyramide avec un appareil stéréoscopique dont les deux objectifs occuperont en O_1 et O_2 la place des deux yeux, et en observant l'épreuve obtenue E_1 dans un stéréoscope, la dissymétrie des deux images droite et gauche amènera la production du relief. On aura la sensation de la pyramide vue *le sommet en avant*.

Si le sommet de la pyramide était, au contraire, en arrière par

rapport à l'observateur (*fig. 3*), le décalage des deux projections S_1, S_2 du sommet par rapport au centre du carré de base se produirait en sens inverse. L'observation stéréoscopique de l'épreuve photographique E_2 obtenue avec cette disposition de la pyramide donnerait, cette fois, la sensation de la pyramide vue *le sommet en arrière*.

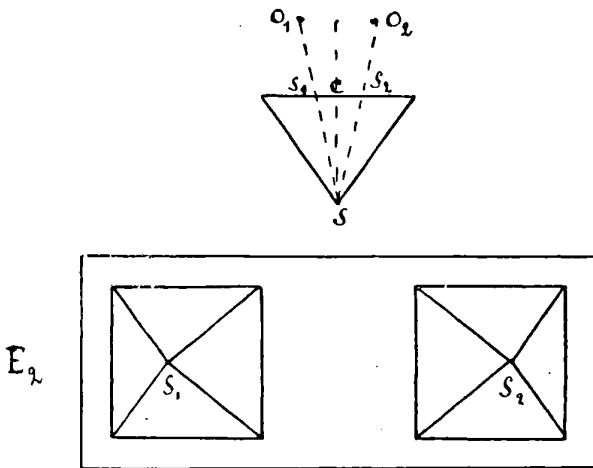


FIG. 3.

Or l'épreuve E_2 n'est autre que l'épreuve E_1 dont on aurait alterné les deux moitiés droite et gauche.

On voit donc que cette interversion des deux vues droite et gauche d'un stéréogramme amène le renversement de la sensation du relief. Les premiers plans de l'objet à trois dimensions reconstitué dans l'espace par la vision binoculaire tendent à passer au dernier plan, tandis que les derniers plans tendent, au contraire, à venir en avant. On a, au lieu de l'impression du relief normal, celle du relief dit *pseudoscopique*.

Cet effet est bien connu de tous ceux qui pratiquent la stéréoscopie. C'est, en effet, avec ce relief pseudoscopique que se présente directement le *cliché négatif* fourni par l'appareil stéréoscopique, lorsque les deux vues droite et gauche *sont portées par la même plaque*, ce qui est le cas le plus habituel. Ce résultat est dû, ainsi qu'on s'en rend compte facilement, à ce que les images réelles du sujet fournies par les deux objectifs sur la plaque sensible se

forment *en arrière* de ces objectifs et sont renversées sur cette plaque sensible, tandis qu'elles doivent évidemment être placées *en avant des oculaires du stéréoscope* à l'aide duquel on les observe. Il en résulte que, pour obtenir le relief normal d'une épreuve positive tirée d'un négatif fourni par un appareil stéréoscopique ordinaire, il faut alterner les deux moitiés du négatif dans le tirage du positif, ce qu'on obtient soit en coupant ce négatif en deux suivant sa ligne médiane, soit en se servant, pour ce tirage, de châssis spéciaux dits châssis-alterneurs.

L'obtention directe et immédiate du cliché sous la forme pseudoscopique entraînant ces complications dans le tirage du positif est habituellement considérée comme un inconvénient.

Or, dans certains cas, par exemple dans la photographie des couleurs par la méthode trichrome, c'est le cliché lui-même et non une copie analogue à un positif tiré d'un négatif qu'on doit observer. D'autre part, la suite de cet article montrera que, dans certains cas, il peut y avoir intérêt à observer une épreuve aussi bien avec le relief pseudoscopique qu'avec le relief normal. Il était donc naturel de chercher à compléter le stéréoscope ordinaire de manière à obtenir, par un dispositif optique, un résultat équivalent à celui de l'opération d'inversion des deux moitiés du stéréogramme, sans avoir à couper le négatif de ce stéréogramme ou à faire un tirage spécial réalisant cette inversion dans le tirage du positif.

Nous sommes arrivés à ce résultat en intercalant devant les oculaires d'un stéréoscope ordinaire un système optique constitué par un ensemble de deux prismes P_1 , P_2 disposés comme l'indique la *fig. 4*.

P_1 est un prisme rectangulaire ordinaire à réflexion totale dont l'arête RU est celle d'un dièdre droit et dont la face hypoténuse MNST est inclinée à 45° sur les deux faces MRUN et RSTU du dièdre droit.

P_2 est un prisme tétraédrique employé depuis longtemps par l'un de nous dans la construction d'un viseur clair redresseur pour les appareils photographiques. Les deux dièdres MN et OP de ce prisme sont droits et orientés orthogonalement l'un à l'autre dans l'espace. L'arête OP est inclinée à 45° sur chacune des faces MON, MPN. Ces deux prismes sont collés au baume de Canada par la face MPN du prisme P_2 et la face MRUN du prisme P_1 .

Un rayon lumineux A_1 entrant en B_1 par la face RSTU du

prisme P_1 , se réfléchit totalement en C_1 , sur la face hypoténuse de ce prisme. Il traverse en D_1 , la face de collage, puis se réfléchit totalement en F_1 , sur l'une des faces latérales du prisme P_2 ; il se réfléchit à nouveau totalement en F_1 , sur la seconde face latérale de P_2 et enfin il sort de ce prisme en G_1 , par la face MNO : il a, à sa sortie du prisme P_2 , une direction G_1H_1 , parallèle à sa direction d'entrée A_1B_1 , dans le prisme P_1 .

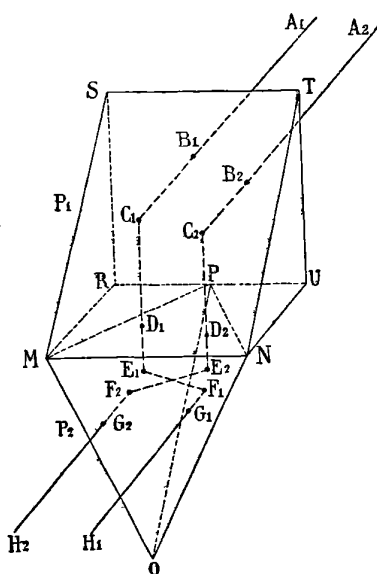


FIG. 4.

Un second rayon lumineux A_2B_2 suit, dans le système des deux prismes, un trajet analogue $A_2B_2C_2D_2E_2F_2G_2H_2$ et sort suivant G_2H_2 parallèle à A_2B_2 .

On voit que l'ordre dans lequel se présentent les deux rayons est changé à la sortie : A_1B_1 , qui, à l'entrée, était à gauche de A_2B_2 se trouve à droite à la sortie et réciproquement. C'est cette inversion dans la position des deux rayons qui remplace le relief normal par le relief pseudoscopique.

Avec un stéréoscope ainsi construit, il suffira donc d'une seule épreuve pour avoir à volonté l'impression du relief normal ou celle du relief pseudoscopique par le simple jeu d'une tirette intercalant ou supprimant le système des prismes P_1 , P_2 devant les oculaires

ordinaires du stéréoscope. Les *fig. 5* et *6* représentent l'appareil avec les deux dispositions des prismes obtenues en amenant la tirette successivement dans ses deux positions extrêmes.

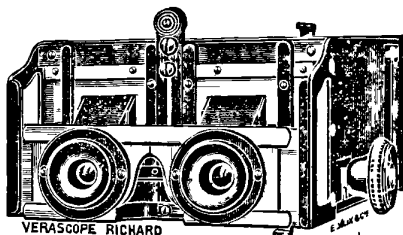


FIG. 5.

Si, pour observer l'effet pseudoscopique, on prend comme sujet d'expérience une vue un peu compliquée, comme un paysage par exemple, cet effet de relief inversé ne se manifeste ordinairement que d'une manière très incomplète, quelquefois même pas du tout. Le

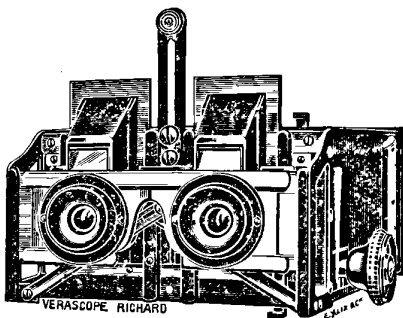


FIG. 6.

plus souvent il est seulement partiel et localisé sur certaines régions du sujet. Il en résulte un ensemble confus et embrouillé, sans signification nette. L'observateur ne distingue pas un sujet bien défini reconstitué avec ses trois dimensions : il dit « qu'il ne comprend pas ce qu'il voit ». Cela tient à ce que la forme de l'objet à trois dimensions reconstitué dans ces conditions par la vision binoculaire peut se trouver en contradiction avec les éléments d'appréciation du relief, autres que la vision binoculaire, qui nous permettent de nous rendre compte des dimensions en profondeur du sujet. Ces autres éléments d'appréciation, les seuls susceptibles d'être utilisés par les peintres

et les dessinateurs pour nous donner la sensation de la troisième dimension dans la représentation d'un objet à trois dimensions sur un plan, sont : les effets de perspective, la répartition des ombres et des lumières, le recouvrement mutuel plus ou moins complet des objets les uns par les autres, le diamètre apparent des objets de grandeur connue, mais plus ou moins éloignés, etc.

Dans ces conditions, l'illusion pseudoscopique due à la vision binoculaire peut se trouver en contradiction avec l'interprétation de la forme du sujet fournie par la vision monoculaire s'exerçant sur chaque épreuve séparément. L'illusion pseudoscopique peut alors ne pas se produire sur certaines parties du sujet pour lesquels ces éléments complémentaires d'appréciation du relief jouent un rôle important, tandis qu'elle se manifestera d'une manière satisfaisante sur d'autres parties pour lesquelles ils n'auront qu'une importance secondaire.

Examinons, par exemple, l'impression que devrait produire, avec le relief pseudoscopique, une allée d'arbres photographiée par un appareil stéréoscopique placé dans l'axe de cette allée.

Sur chacune des épreuves, les arbres se présenteront comme dans la *fig. 7*. L'image de l'arbre A_1 , situé au premier plan sera beaucoup plus grande que celle de l'arbre A_3 situé au dernier plan.

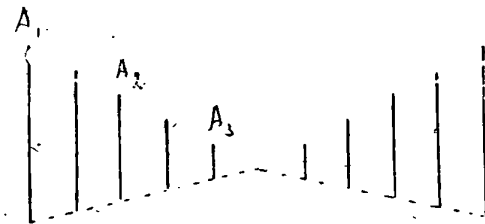


FIG. 7.

Malgré cette différence des diamètres apparents, l'observateur examinant cette épreuve au stéréoscope avec la disposition donnant le relief normal n'éprouvera aucune difficulté à l'interpréter, car elle lui donne la même impression que l'observation directe du sujet lui-même. Il verra bien A_3 sous un angle plus petit que celui sous lequel il voit A_1 , mais comme la vision stéréoscopique lui fait sentir, comme la vision directe du sujet lui-même, que A_3 est plus éloigné que A_1 , il n'éprouvera aucune surprise à le voir sous un diamètre

apparent plus faible. Par l'habitude qu'il a de contempler des objets réels ainsi disposés et lui donnant la même impression, il jugera aussi bien sur l'épreuve stéréoscopique que dans la nature elle-même, que les arbres du dernier plan sont aussi grands que ceux du premier plan.

Mais s'il observe l'épreuve avec la disposition pseudoscopique, l'arbre A_3 devra lui paraître beaucoup plus petit que A_1 , par la double raison que son image est très petite et que l'effet pseudoscopique doit lui montrer A_3 très rapproché de lui, alors que pour A_1 , c'est l'inverse qui a lieu. A_3 devra donc lui donner la sensation d'un arbre microscopique alors que celle de A_1 devra être celle d'un arbre gigantesque. L'observateur devra avoir l'impression que, dans cette allée, les arbres ont des dimensions qui croissent très rapidement à mesure que leur distance augmente. Il est même facile de voir quelle sera la loi de cet accroissement apparent de la dimension des arbres.

Si A_3 est quatre fois plus éloigné de l'observateur que A_1 , son image sur l'épreuve sera quatre fois plus petite que celle de A_1 , et comme la disposition pseudoscopique aura, en outre, pour effet de faire voir A_3 quatre fois plus près que A_1 , l'observateur jugera que A_3 est en réalité seize fois plus petit que A_1 . La grandeur attribuée aux arbres variera *proportionnellement au carré de leur distance*. Comme un résultat analogue se produira sur tous les autres détails du paysage, l'illusion pseudoscopique placera, pour ainsi dire, l'observateur dans un monde bâti d'une manière tellement différente de celle du monde dans lequel il vit et avec la forme duquel il est familiarisé qu'il sera déconcerté par un changement aussi radical. Comme l'observateur continue d'ailleurs à voir monoculairement, avec chacun de ses yeux envisagé séparément, chaque moitié de l'épreuve et que cette vision monoculaire lui fait interpréter à la manière habituelle qui se trouve en pleine contradiction avec l'interprétation pseudoscopique, on comprend qu'il puisse arriver que celle-ci ne se produise pas ou n'amène qu'un résultat finalement impossible à interpréter d'une manière satisfaisante.

A ce premier genre de contradiction, dû à la perspective géométrique, pourra, d'ailleurs, s'en superposer une autre due au recouvrement mutuel des objets les uns par les autres.

Supposons, par exemple, que dans le sujet observé se trouve un arbre placé devant une maison. Par l'effet pseudoscopique, il devra

paraître derrière et vu à travers cette maison. Celle-ci présentera donc dans toutes les parties cachées par l'arbre une solution de continuité. Elle devra apparaître creusée d'une sorte de tunnel ayant la forme du profil de l'arbre et au fond duquel celui-ci lui apparaîtra comme à travers une découpe.

Ces effets étranges combinés encore avec d'autres, tels que l'inversion dans la répartition des ombres et des lumières, etc., permettent de comprendre que souvent l'observateur n'aura pas l'illusion pseudoscopique ou ne l'aura que d'une manière très incomplète et localisée dans les régions où les causes complémentaires d'appréciation du relief ne joueront qu'un rôle secondaire.

Doit-on conclure de là qu'on n'aura jamais la sensation pseudoscopique complète sur l'ensemble d'une épreuve? Évidemment non, car avec des sujets convenablement choisis, il pourra arriver que les causes complémentaires d'appréciation du relief dont nous venons d'étudier l'influence contradictoire n'existent pas ou ne jouent qu'un rôle tout à fait secondaire et insuffisant pour annuler l'illusion pseudoscopique.

Parmi les sujets qui répondent à ces conditions se trouvent les figures géométriques simples que l'on se représente aussi aisément avec le relief inversé qu'avec le relief normal. Par exemple une pyramide construite avec des fils métalliques et photographiée la pointe en avant apparaîtra immédiatement avec sa pointe en arrière par voie pseudoscopique.

De même une médaille donnera sans difficulté, par voie pseudoscopique, la sensation du coin en creux qui a servi à la frapper, à la condition qu'elle ait été photographiée avec un éclairage de face. Avec un éclairage latéral donnant des ombres portées, ces ombres révéleront par la vision monoculaire une saillie là où la pseudoscopie doit, au contraire, faire voir un creux. L'impression de ce creux sera incompatible avec l'existence de l'ombre portée. Alors, l'illusion pseudoscopique, gênée par ces effets contradictoires, pourra ne pas avoir lieu.

On trouve également des impressions pseudoscopiques très complètes avec les vues comprenant surtout des rochers dont la forme est quelconque et qu'on imaginerait aussi bien avec la disposition inverse au point de vue de la répartition des creux et des parties saillantes. Ainsi les gorges et défilés rocheux, les crevasses et séracs des glaciers donneront avec le relief pseudoscopique des résultats

souvent très curieux et très intéressants. Il y a, dans les sujets de ce genre observés pseudoscopiquement, un tel bouleversement que, bien qu'avec les règles énoncées plus haut, l'observateur puisse, en principe, reconstituer par imagination la forme véritable du sujet réel, il éprouve ordinairement une vive surprise quand il fait succéder l'observation du relief normal à celle du relief pseudoscopique.

Il existe, d'ailleurs, des artifices permettant de favoriser l'illusion pseudoscopique sur des sujets complexes tels que des paysages ordinaires, groupes de personnages, etc., dans lesquels elle ne se produit pas immédiatement ou ne se manifeste qu'avec quelque difficulté. Par ces artifices on élimine, ou, du moins, on atténue l'influence des causes complémentaires contradictoires de production du relief.

Ainsi, l'observation du cliché négatif (au lieu de l'épreuve positive) suffit quelquefois, par le renversement de la répartition des ombres et des lumières, à donner l'illusion pseudoscopique qu'on n'obtient que difficilement sur l'épreuve positive.

De même l'observation de l'épreuve « à l'envers », c'est-à-dire le haut en bas et réciproquement, faisant voir le sujet dans des conditions où l'on n'a pas l'habitude de l'observer en nature, fait disparaître en grande partie l'effet de la perspective et facilite l'illusion pseudoscopique. Cet artifice est très efficace avec la plupart des sujets, en particulier avec les groupes de personnages dont ceux du dernier plan apparaissent alors au premier plan avec des dimensions microscopiques, tandis que ceux du premier plan passent au dernier sous forme de géants. Lorsque, par cet artifice, on s'est bien rendu compte du résultat que doit donner le relief pseudoscopique, on peut réussir, en remplaçant l'épreuve « à l'endroit » et en l'observant attentivement, à avoir l'illusion cherchée. Mais le résultat n'est ordinairement obtenu qu'avec beaucoup plus de difficulté qu'avec l'épreuve renversée.

Dans une radiographie stéréoscopique faite d'après la méthode bien connue du déplacement de l'ampoule, l'illusion pseudoscopique se produit ordinairement aussi avec une grande netteté, parce que les causes complémentaires d'appréciation du relief énoncées plus haut n'y jouent qu'un rôle tout à fait secondaire ou même nul.

Il peut sembler, au premier abord, qu'après avoir examiné une radiographie de ce genre avec le relief normal, il n'y ait aucun intérêt à l'observer pseudoscopiquement pour avoir des renseignements

nouveaux sur la répartition en profondeur dans l'espace des divers éléments qui la constituent. En effet, les résultats fournis par la radiographie étant ceux que fourniraient avec la lumière ordinaire, et sans troubles produits par la réfraction, une série d'objets transparents placés les uns derrière les autres et dont chacun permettrait de voir tous les détails de ceux qui sont placés derrière lui, il semble qu'avec l'observation pseudoscopique on obtiendra simplement la répartition inverse de tous ces objets, ceux qui apparaissent derrière dans le premier cas apparaissant en avant dans le second et inversement.

L'expérience montre qu'en réalité l'observation pseudoscopique, succédant à celle qui donne le relief normal, peut présenter un grand intérêt.

Si, par exemple, la partie intéressante du sujet radiographié se trouve au dernier plan dans l'examen avec le relief normal, on se trouvera gêné par les objets placés en avant, malgré leur transparence apparente, et l'attention de l'observateur sera troublée par leur présence dans les premiers plans. Au contraire, par l'observation pseudoscopique, cette partie intéressante sera ramenée en avant : les autres parties du sujet, quoique visibles, cesseront, par le seul fait qu'elles sont rejetées en arrière, de détourner l'attention de l'observateur qui appréciera alors d'une manière beaucoup plus nette la répartition des objets dans la région à laquelle il s'intéresse.

Supposons, par exemple, qu'il s'agisse de la radiographie du thorax d'un blessé ayant reçu un éclat d'obus logé derrière la colonne vertébrale, entre celle-ci et la peau du dos. Admettons que le blessé ait été couché sur le dos pendant l'opération radiographique. Dans l'examen de l'épreuve avec le relief normal, l'éclat d'obus sera vu au dernier plan à travers la colonne vertébrale et le système antérieur des côtes. Au contraire, dans l'examen pseudoscopique, l'effet produit sera le même que si le blessé avait été couché sur le ventre pendant l'opération radiographique. L'éclat d'obus apparaîtra au premier plan. On appréciera beaucoup mieux que dans le premier cas la distance qui le sépare de la colonne vertébrale et l'opération d'extraction s'en trouvera notablement facilitée. L'observateur éprouvera la même sensation que si le blessé avait été retourné au-dessus de la plaque radiographique lors de l'examen pseudoscopique.

Le stéréoscope à double jeu d'oculaires instantanément interchangeables dont il a été question au début de cet article est particuliè-

rement commode pour les observations de ce genre en permettant de passer immédiatement de l'examen du relief normal à celui du relief pseudoscopique et réciproquement.

Le modèle représenté par les *fig. 5 et 6* est destiné à l'observation des radiographies réduites au format « vérascope ». Il suffit de remplacer les lentilles convergentes qui forment ses oculaires par des prismes à petit angle et de supprimer le verre dépoli pour pouvoir observer, en se plaçant à une distance convenable, des clichés ou des épreuves sur papier de format quelconque, telles que les épreuves de dimensions 30×40 centimètres fournies par l'emploi du châssis stéréoscopique imaginé par le D^r Dimier.

Ce châssis est, comme on le sait, basé sur le même principe que les châssis alterneurs servant aux tirages des diapositifs stéréoscopiques ordinaires. Il a pour effet de donner sur la même plaque les deux épreuves du couple stéréoradiographique en protégeant successivement chaque moitié de la surface sensible par deux plaques de plomb incorporées dans ce châssis et sous lesquelles on fait glisser successivement les deux moitiés de la plaque sensible en passant d'une pose à l'autre.

Ce double mode d'observation des radiographies stéréoscopiques complète d'une manière très efficace les renseignements fournis par les procédés de localisation des projectiles en usage aujourd'hui et rend à la fois plus sûre et plus facile la tâche des chirurgiens dans les opérations d'extraction de ces projectiles.

ESSAI SUR LES PRINCIPES DE LOCALISATION DES PROJECTILES⁽¹⁾;

Par le Docteur FOVEAU DE COURMELLES.

La détermination de la position des corps étrangers dans l'organisme a fait l'objet de nombreux travaux; leurs principes directeurs sont constants; l'entre-croisement de deux droites connues, faciles à construire, à repérer, voire à reproduire; qu'il s'agisse de la projection sur l'écran ou d'obtenir des radiographies, on cherche tou-

(¹) Communication faite à la Société française de Physique: séance du 18 février 1915.

jours au moyen de points extérieurs des lignes dont le point de rencontre détermine la place du corps étranger.

En radiographie de guerre, on s'est surtout occupé des projectiles, balles de fusil, éclats d'obus ou de shrapnels. Mais on peut aussi recourir à ces procédés d'investigation par les rayons X pour déterminer la place d'autres corps étrangers, tels que les séquestres osseux, les esquilles qui entretiennent la suppuration, et ont autant besoin d'être extraits que les projectiles même. J'irai plus loin dans cette voie et estime que la localisation des lésions médicales : tuberculose commençante, déformations rhumatismales de début, sièges de fractures, points pleurétiques avec épanchements, tumeurs stomacales ou intestinales, vues avec mon *repas opaque* (1), tirerait probablement quelque profit de nos méthodes de détermination précise de leur situation.

J'irai plus loin et, au point de vue de l'identité individuelle, je vanterai la fiche radiographique, avec le siège exact des tares ou accidents osseux et dentaires : elle permettrait de reconnaître les personnes par ces signes visibles aux rayons X ou leurs cadavres méconnaissables : ne sont-ils pas tels souvent, en cette horrible guerre, tels qu'ils le furent lors de l'incendie du Bazar de la Charité, le 4 mai 1897, alors que de suite le professeur d'Arsonval présentait en mon nom cette application des rayons X à l'Académie des Sciences, et comme l'y rappelait le professeur Branly, en octobre 1911, après la catastrophe de la *Liberté*.

Si l'on établissait ces fiches individuelles radiologiques avec localisation et précision, que de maladies pourraient même être ainsi prévenues : par exemple la calcanéodynie avec ergot au talon signalée par MM. Reginald Morton et H.-S. Souttar (2), et dont j'ai retrouvé en janvier dernier un cas, avec, en plus, un os wormien, entre le calcanéum et le tarse ; l'opération a guéri le sujet. Les os wormiens pourraient être des signes distinctifs de reconnaissance, d'hérédité, peut-être ; j'en ai trouvé au même endroit du pouce chez deux sœurs.

Nombreux sont les procédés jusqu'ici spécialisés à situer les corps étrangers, venus du dehors ou existant au dedans et dont on se préoccupe moins. Le procédé de sir James Mackenzie Davidson, l'éminent président de la section de radiologie du dernier Congrès

(1) Académie de Médecine de Paris, 23 mai 1899.

(2) *Archives of the Roentgen Ray* ; juillet 1914.

des Sciences médicales (Londres 1913), jouit légitimement de la plus grande faveur en Angleterre, nous nous bornerons à le signaler. Mais que de méthodes, à croire même que leur abondance masque, comme en pharmacopée, leur insuffisance. Nous croyons, au contraire, que chacune répond à des indications, à des besoins déterminés et que toutes sont utiles.

En *radiographie* on cherche à obtenir les points de repère soit par des index métalliques fixés sur la peau (Morize, 1898), soit par des crêtes osseuses, soit par deux radiographies sur deux plaques

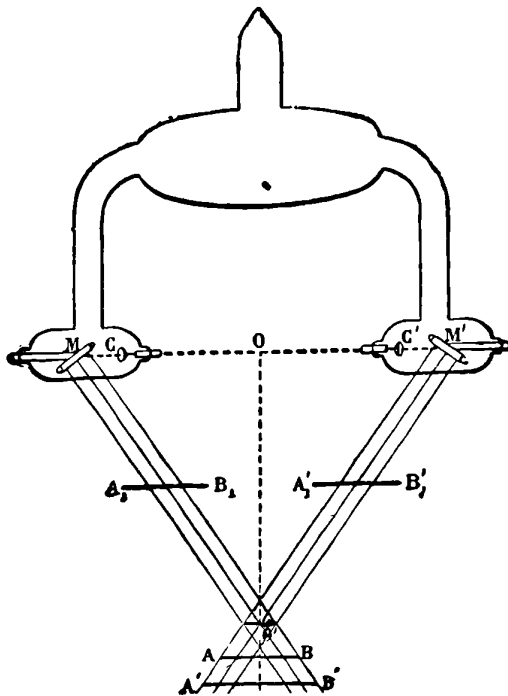


FIG. 1.

différentes ou sur la même plaque. Nous nous permettrons sur ce dernier point de rappeler la présentation à l'Académie des Sciences de Paris, le 12 avril 1897, par M. Lippmann, de notre ampoule double et décrite en mon cours de la Faculté de Médecine de Paris, à la même époque. Malheureusement, en ce temps reculé, si proche de la découverte des rayons X, les tubes de Crookes étaient petits, exigeaient des poses prolongées, se détérioraient facilement, chaque

opérateur s'en tenait à son procédé ; aussi les essais cependant si nombreux déjà restaient sans portée. On les retrouve aujourd'hui dans les diverses méthodes actuelles, modifiées ou non⁽¹⁾.

Mon ampoule double était, comme son nom l'indiquait, bianodique, bicathodique et bitubulaire (*fig. 1*). Elle concentrait sur une surface restreinte les rayons de deux anticathodes. Elle constituait, en quelque sorte, deux ampoules réunies en une seule, avec les avantages de deux ampoules distinctes, n'exigeant cependant qu'une seule bobine à longueur d'étincelle, et pour l'ampoule bitubulée, un degré de vide, encore difficile à régler ; une ou deux bobines à cette seule ampoule pour obtenir des effets multiples ; double image du même objet ou de deux objets, détermination par la triangulation de la situation du corps éclairé au maximum. Sa forme était, est encore — nous avons toujours notre exemplaire de cette époque — celle d'une ampoule ordinaire avec deux tubulures latérales et parallèles ; ces tubulures sont terminées chacune par un renflement contenant la cathode et l'anticathode anodique placée en face et inclinée à 45°. Sur une même ligne horizontale axiale sont les centres des deux anodes et les deux cathodes. Les deux cathodes C et C' envoient leurs rayons sur les anodes M et M' qui les réfléchissent dans des directions convergentes. Une modification de cette ampoule consiste à intervertir les positions des anodes et des cathodes de façon à avoir en quelque sorte une alternance des surfaces agissantes : cathode, anode, cathode, anode, au lieu des deux cathodes rapprochées (*fig. 2*).

Dans ce second cas, les rayons réfléchis par les anticathodes sont peu abondants et frisant la surface réfléchissante, nous y arrivons pour établir ou mieux appliquer le principe de l'entre-croisement des images d'un corps étranger pour sa situation. Il ne pouvait s'agir, en l'espèce, vu le peu de rayons dus à cette disposition, que d'un corps de faible épaisseur à traverser, alors que la *fig. 1* est générale, peut fournir les mêmes éléments de triangulation, et deux images égales sur la même plaque ou deux plaques différentes, éléments précieux de stéréoscopie. Nous n'en retiendrons donc que les principes, deux images différentes sur la même plaque, plus faciles à obtenir avec la forme de la *fig. 1*, une distance connue des anti-

(1) FOVEAU DE COURNELLES, *Traité de radiographie médicale et scientifique*, Cours libre à la Faculté de Médecine de Paris. Préface du professeur d'Arsonval, mai 1897.

cathodes, une autre distance connue, celle de leur milieu à la plaque, la distance du corps étranger à ce milieu va en découler et si l'on mesure la distance de ce même milieu à la surface extérieure du blesé en notre hypothèse, on aura la place du corps étranger.

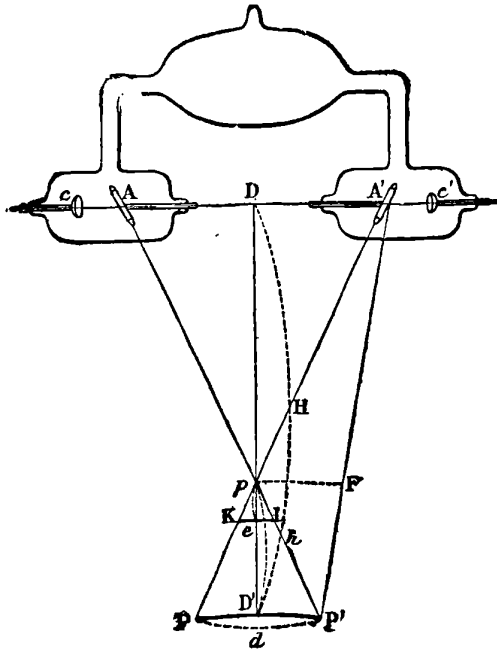


FIG. 2.

On construit sur le papier, avec les dimensions mesurées, les triangles semblables ApA' et PpP' (*fig. 2*) et l'on trouve :

$$\frac{pD'}{PP'} = \frac{pD}{AA'}$$

et si l'on ajoute numérateurs et dénominateurs :

$$\frac{pD'}{PP'} = \frac{DD'}{AA' + PP'}$$

ou :

$$pD' = PP' \times \frac{DD'}{AA' + PP'}$$

ou $h = \frac{d \cdot H}{D + d}$ formule retrouvée, et pour cause, dans toutes ces sortes de calculs, ou encore en fonction des angles connus formés par les anodes avec l'axe, on a :

$$\overline{pD} = \overline{AD} \text{ tang } A$$

par soustraction $H - h$, on a l'inconnue.

On nous pardonnera d'avoir rappelé ces données de 1897 en regrettant de n'avoir pas vu se vulgariser le principe de l'ampoule double plus facile à construire aujourd'hui et qui pourrait résoudre les problèmes de la localisation et du relief de rapide façon ; il y aurait évidemment à calculer les distances *optima* des anticathodes convergeant leurs rayons et de celles-ci au corps à radiographier.

Les *index métalliques repéreurs* employés plus ou moins dès le début sont maintenant la base de toutes les méthodes précises en radiographie ou en radioscopie. La réglette avec curseur de Mergier, les anneaux concentriques de Londe, ou son triangle en bois avec espaces métalliques de 1 centimètre, des cadres métalliques gradués et quadrillés..., le tout avec situation et déplacement de l'anticathode parallèlement à l'écran ou à la plaque symétriquement à la normale, distances connues, constituent les méthodes présentes ou passées ; les modifications ont varié avec les auteurs, mais ces principes directeurs sont constants. Le stéréoscope et la localisation en découlent.

Barème de calculs selon les dimensions des triangles semblables considérés, report sur des règles graduées avec, latéralement, projections sur l'écran ou la plaque et les déplacements symétriques au rayon normal de l'anticathode, donnent immédiatement la distance du projectile à la peau et le point d'incision.

Une mention spéciale doit être faite pour les *compas repéreurs*. Le médecin-major Hirtz a créé son modèle pendant qu'il était à l'hôpital du Dey, à Alger, et son usage, très précis, s'est rapidement vulgarisé, surtout depuis la guerre ; cependant il exige une épure de géométrie descriptive et la situation dans l'espace du corps étranger et de trois points de repère sur la peau choisis arbitrairement. Ces trois points, qui serviront de base au compas lors de l'opération, sont marqués sur la peau au thermo-cautère et portent d'abord trois index métalliques qui s'impriment en double sur les deux radiographies prises sur la même plaque. On détermine le centre du

rayon normal, assez proche du corps étranger qu'une opération radiologique préliminaire a presque déterminé ; on prend les deux images par déplacement symétrique de l'anticathode autour du rayon normal, les doubles images, au nombre de huit, du corps étranger et des trois points considérés et repérés métalliquement peuvent, projetées sur les plans horizontaux passant par la plaque d'une part, par le corps étranger de l'autre, donner une épure significative. L'établissement de celle-ci exige un certain apprentissage.

Le compas de Hirtz se fixe alors avec ses cinq réglettes mobiles et articulées autour d'un centre sur l'épure pour déterminer, par rapport aux trois points de la peau, la profondeur du projectile. Reportée sur la peau, cette profondeur connue et fixée sur un index, le chirurgien se laisse guider — et si les organes essentiels sur le trajet l'empêchent d'être directement accessible, un arc de cercle surajouté permet d'atteindre latéralement le corps étranger.

En général, on s'accorde à trouver en France ce procédé radiographique comme le plus précis, et son auteur l'a aussi appliqué récemment à la radioscopie.

En *radioscopie*, on a pu, projetant le corps étranger sur l'écran appliqué sur la peau et déplaçant l'ampoule d'un écart constant et horizontal et la plaçant à une distance connue de l'écran fluorescent, avoir des triangles semblables se reconstruisant automatiquement sur une règle verticale représentant la distance constante de l'ampoule à l'écran ; aux deux extrémités, et perpendiculairement, on porte le déplacement de l'ampoule d'un côté ou de l'autre de l'écart des deux ombres qui en ont résulté sur l'écran. Un fil tendu aux extrémités de ces deux perpendiculaires croise la règle verticale à l'endroit où se trouve le projectile.

Arrivons maintenant à des méthodes semblables purement radioscopiques et indépendantes de la distance de l'anticathode à l'écran, parfois difficile à déterminer. Si ces dernières ont l'avantage de la rapidité, elles ont, certes, l'inconvénient considérable d'exposer l'observateur aux rayons X et à leur action nocive. Si les examens sont fréquents, ce qui est le cas à l'heure présente, le danger devient grand. Cependant leur rapidité fera probablement passer sur le danger. Je résume d'abord la méthode de M. Francis Her-nanam Johnson prise dans une revue alliée⁽¹⁾ en raison même des

(1) *Archives of the Rontgen Ray*, décembre 1914 et janvier 1915.

modifications que nous lui avons fait subir, et qui m'ont permis de l'étendre (1).

En diaphragmant le corps étranger et l'encerclant d'un anneau métallique de 3 centimètres de diamètre fixé à une tige de bois, il marque le point correspondant sur la peau et il centre l'anneau au nitrate d'argent; plaçant ensuite l'anneau en arrière il détermine un autre point marqué de même; les trois points se trouvent sur la même verticale. Il opère ensuite à angle droit et marque sur la peau deux autres points d'une même verticale perpendiculaire à la première.

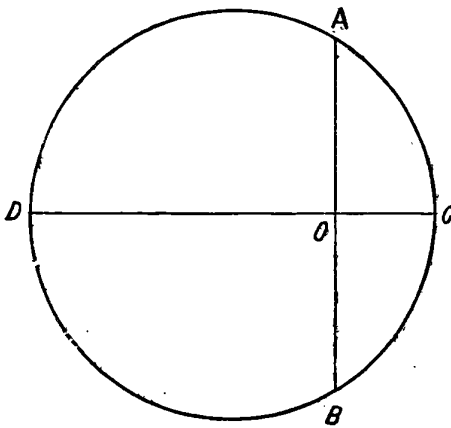


FIG. 3.

Il reporte les points obtenus sur le papier et obtient la figure ACBO, la mesure directe sur le membre ACB, donne sur le papier une flèche mesurable CO, indiquant en C le point d'incision; CO est la profondeur du projectile. Le point D sert à fixer le chirurgien, son incision faite en C, sur la perpendicularité à suivre.

J'ai opéré d'une façon très analogue, qui rend la méthode générale et plus rapide, tout en supprimant la nécessité de diaphragmer, opération souvent longue pour les corps de petit volume.

J'ai remplacé mon index primitif marquant sur la peau la place du corps étranger, en doublant l'appareil anglais, c'est-à-dire en prenant deux anneaux fixés sur deux planchettes évidées à cet effet ;

(1) Comptes rendus de l'Académie des Sciences; 19 janvier 1915.

le tout est recouvert d'étoffe afin d'éviter au patient la sensation du froid, et par suite ses mouvements intempestifs, pouvant obliger à diaphragmer de nouveau. L'anneau n'est ainsi visible qu'à l'écran. Je regarde le corps étranger avec mon cryptoscope de 1900, boîte d'où se sort, où se met l'écran et qu'un masque, appliqué hermétiquement sur le visage de l'observateur, place dans l'obscurité même en rase campagne. On peut ainsi opérer sous le contrôle d'un écran fluorescent.



FIG. 4.

Le corps étranger vu, je l'entoure, en avant et en arrière, en même temps, de chacun des anneaux, où un trou au centre laisse entrer, de préférence, un déclic avec tampon encreur à l'aniline, ou à défaut, le crayon de nitrate d'argent ou dermatographique, devant marquer les deux points nécessaires sur la peau. J'opère de même, à angle droit, ou non, mais toujours en me plaçant de façon à avoir deux faces parallèles du segment de membre considéré. J'obtiens alors la figure suivante, où le problème de triangulation assez semblable aux résultats précédents de tous les auteurs ou de mon ampoule double donne la distance du projectile à la peau.

On a :

$$\frac{EG \text{ (ou } x)}{GF} = \frac{AB}{CD}$$

ou encore :

$$\frac{EG + GF}{EG} = \frac{AB + CD}{AB}$$

$EG + GF$ est égal à e , l'épaisseur du corps, prise avec un compas d'épaisseur au milieu des distances AB et CD ; la plus courte de ces distances, soit AB , est la plus rapprochée du corps étranger; son milieu, ou E , sera le point d'incision, et F , son antipode, un point de repère pour l'opérateur.

On a donc enfin :

$$\frac{e}{x} = \frac{AB + CD}{AB} \quad \text{ou} \quad x = \frac{e \times AB}{AB + CD} = \frac{e \times d}{d + D}$$

e , AB, CD sont connues, x s'en déduit facilement. La formule établie, le radiologue mesure ses distances e , d , D et déduit x .

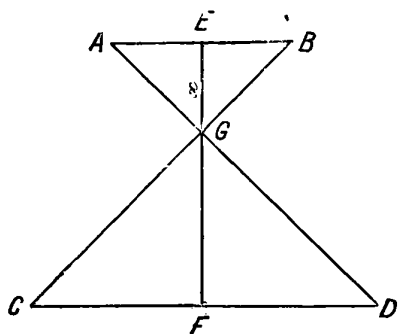


FIG. 5.

Pour le thorax, où, on le comprend, la prise de deux radioscopies perpendiculaires est impossible, vu l'épaisseur dans le sens transversal, à moins de projectiles gros ou de sujets maigres, la même méthode s'applique. On prend le sujet, la face ou le dos exposé à l'écran, mais bien parallèle à cet écran, bien éclairé et qu'on diaphragme ou non, mais l'anneau de devant étant bien concentrique à l'anneau de derrière (je l'ai expérimenté souvent et la vérification en est facile chaque fois), on a la perpendiculaire EF par les deux anneaux encerclant le corps étranger. On place alors de profil le malade, englobant deux segments parallèles, à l'avant et à l'arrière, et l'on a la ligne AD, par exemple, et notre formule de tout à l'heure devient :

$$EG \text{ ou } x = \frac{e \times AE}{AE + FD}$$

Le point d'incision est sur la plus petite droite joignant du même côté deux des quatre points déterminés et la distance x est connue.

En cas de segment du corps à faces non parallèles n , la perpendiculaire et l'oblique passant par le corps étranger déterminent le point de l'incision et sa direction.

Des constructions géométriques en carton, en plâtre, mises sur la peau, ont ainsi parfois permis, avec une aiguille indicatrice, d'aller trouver le projectile, mais le compas du médecin-major Hirtz, rapidement décrit plus haut, m'a inspiré l'idée, plus pratique que de

faire des calculs, de construire deux appareils semblables, deux compas s'appliquant à ces deux dernières méthodes. Pour celle de M. Hernaman Johnson, j'ai fait deux branches perpendiculaires qui portent chacune une autre branche perpendiculaire, cela permet de faire un rectangle à branches déplaçables : deux tiges viendront aux points A et C de la peau (*fig. 3*), les secondes tiges perpendiculaires à ces premières peuvent aller ensuite à leur rencontre réciproque par glissement dans les premières, extérieurement, la distance CO est reproduite ainsi automatiquement ; grâce à une troisième et quatrième tiges arbitraires, on peut prendre des points d'appui quelconques sur la peau, ce que réclament les chirurgiens, car le point d'incision fait, le repérage disparaît en quelque sorte ; il faut des points fixes autour ; la tige CO peut alors, avec la tige portant en A, servir de stylet au chirurgien qui ouvrira et enfoncera peu à peu la longueur CO repérée et fixée ; si des organes essentiels ne lui permettent pas d'aller en ligne droite, un arc de cercle analogue à celui du compas de Hirtz lui indiquera cependant toujours sa direction.

Pour la *fig. 5*, je la construis sur le papier, le compas d'épaisseur des sculpteurs m'a donné l'épaisseur de la région ou e , je porte les distances d et D parallèles séparées par une perpendiculaire égale à e et partant de leurs milieux. Un compas analogue au précédent, avec branches obliques angulaires, partant de A et de B, vont alors se rencontrer en G ; la pointe E poussée jusqu'en C mesure la distance EC, la repère et servira ensuite au chirurgien de stylet comme précédemment, avec les pointes redressées et portant sur les points cutanés A et B, avec une tige arbitraire supplémentaire pour mieux asseoir le compas sur le patient toujours par trois tiges fixes, et la quatrième centrale, servant de directrice.

Dans ces conditions, mes compas suppriment tout calcul qui en général répugne aux médecins et aux chirurgiens. Malheureusement, en raison de l'état de guerre, de la mobilisation des ouvriers, du surcroît d'occupation des rares constructeurs restant, mes compas ont été jusqu'ici des compas de fortune, dont je ne puis donner les figures. Je crois cependant que la description ci-dessus en est suffisante et que tout radiologue peut réaliser ces instruments. Les compas des boîtes à dessin pour enfants en fournissent facilement et sommairement les éléments essentiels.

Depuis le début de la guerre j'ai radiographié et radioscopé de

nombreux blessés des trois sections de la Croix-Rouge française, notamment de l'Union des Femmes de France dont je suis le directeur de la radiologie des hôpitaux, c'est dire que souvent les données précédentes ont été appliquées, et que l'on me permette d'ajouter, avec succès, succès confirmés aussi par maints confrères.

**BALANCE POUR LA DÉTERMINATION RAPIDE DES DENSITÉS
DE CORPS LIQUIDES ET SOLIDES ;**

Par M. C. CHÉNEVEAU.

1. — La densité est une constante physique qui joue un grand rôle dans les recherches scientifiques ou dans les opérations industrielles.

Pour ne parler tout d'abord que des dernières, il est certain que la détermination de la densité est un moyen simple de contrôler la marche d'une fabrication ou la pureté d'un corps. L'emploi des densimètres est fort commode ; mais, si l'on s'adresse à des liquides dont la densité ne varie que dans de faibles limites, il faut obtenir une grande précision dans la graduation de l'échelle du densimètre : et, si l'on désire déterminer des densités entre des limites très étendues, en gardant la même sensibilité, il faut alors posséder toute une série importante d'appareils.

Dans les laboratoires, où l'on ne dispose souvent que de petites quantités de liquides, il peut être également intéressant d'obtenir une densité avec une certaine précision sans employer les procédés bien connus qui sont, en général, assez longs.

On a déjà créé, il est vrai, des appareils intéressants parce qu'ils sont simples et donnent assez rapidement la densité ; mais ils exigent encore parfois une habileté d'expérimentateur qu'on n'a pas coutume de demander à un ouvrier d'usine. Il faut bien cependant se persuader que l'action de la température sur la densité est souvent considérable, et que, si l'on n'emploie pas de dispositifs spéciaux pour maintenir constante la température pendant la mesure, la précision que l'on demande à ces appareils est illusoire.

2. — Pour des études d'ordre essentiellement pratique, j'ai été

amené à créer un dispositif simple, qu'on peut mettre entre toutes les mains, et qui présente un certain nombre d'autres avantages, dont les deux principaux sont les suivants :

- 1° Obtention de la densité par lecture directe ;
- 2° Échelle très étendue de densités avec la même précision dans toutes les parties de l'échelle.

3. — La balance densimétrique que j'ai réalisée, avec la collaboration de M. Defvez, constructeur à Paris, pour satisfaire aux conditions ci-dessus énoncées, consiste, en principe, en un fléau coudé ABC oscillant autour d'un couteau B. Un flotteur F, plongeant dans le

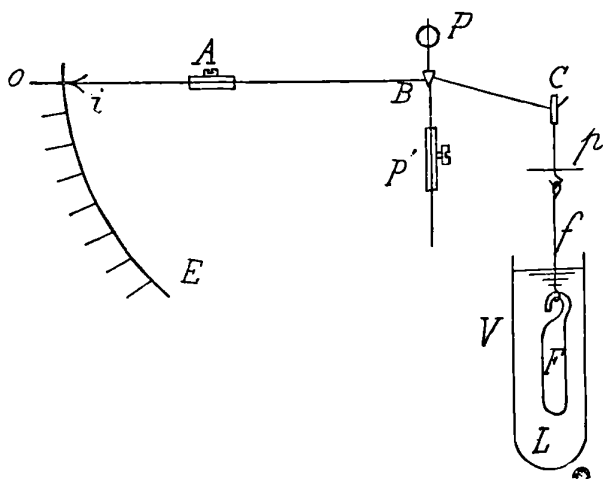


FIG. 1.

liquide L qui est contenu dans le vase V, est suspendu, par un fil fin de platine f , à un crochet solidaire d'un plateau p : ce plateau est tenu par un étrier dont le plan s'applique sur un couteau fixé au fléau en C (fig. 1).

L'effort d'un contrepois équilibreur A, qui se déplace circulairement, contre-balance les effets combinés du poids du flotteur et des accessoires (étrier, plateau, etc.) et de la poussée que subit le flotteur de la part du liquide.

La partie horizontale du fléau porte une aiguille dont l'extrémité i , en forme de lame de couteau, se déplace sur un cadran divisé E.

Ce cadran est gradué de façon à donner avec un flotteur en verre,

de densité 2,5, dont le volume est de 10 centimètres cubes, l'indication 0 pour l'équilibre du système dans l'air, et l'indication 1 pour l'équilibre de la balance, lorsque le flotteur plonge dans l'eau à 15°. Cet intervalle 0-1 est divisé en 100 parties égales; cette graduation est pratiquement la plus commode pour la réalisation d'appareils

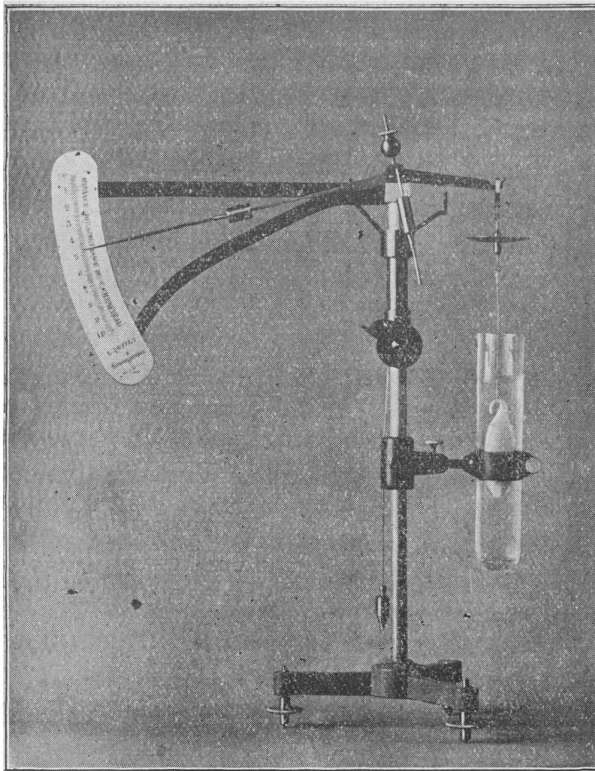


FIG. 2.

semblables (1). La lecture du chiffre des millièmes de la densité se fait par estimation. Si le cadran peut être considéré comme gradué directement en densités, la position de l'index donnera immédiate-

(1) On pourrait, en effet, tracer empiriquement les divisions de l'échelle correspondant à diverses positions de l'aiguille sur le cadran obtenues en faisant varier progressivement la masse dans le plateau, d'un décigramme, par exemple, à chaque opération.

ment la densité du liquide. Nous verrons plus loin comment cette condition se trouve réalisée.

Enfin des contrepoids P et P' permettent de régler la course et la sensibilité de la balance.

La fig. 2 donne une vue d'ensemble de l'appareil qui se présente avec une grande simplicité et une assez grande rapidité dans son emploi, puisque le frottement du flotteur sur le liquide crée un amortissement des oscillations de la balance.

4. — La théorie générale de la balance montre que, lorsque le flotteur plonge dans un liquide de densité D, le fléau s'incline d'un angle α , tel que :

$$D = \frac{A}{\frac{B}{\tan \alpha} + C}$$

A, B, C, étant des constantes de construction de l'appareil.

Il résulte de la formule précédente que le rapport $\frac{D}{\tan \alpha}$ décroît quand α augmente. D'après la description précédente, la mesure de la densité D est donnée par l'arc Ra, si R est la longueur totale de la partie horizontale du fléau à partir du couteau central. Or le rapport $\frac{D}{Ra}$ peut s'écrire :

$$\frac{D}{Ra} = \frac{1}{R} \cdot \frac{D}{\tan \alpha} \cdot \frac{\tan \alpha}{\alpha}$$

Si, comme nous venons de le dire, le rapport $\frac{D}{\tan \alpha}$ diminue quand α augmente, le rapport $\frac{\alpha}{\tan \alpha}$ croît au contraire avec α . On peut alors penser que, pour un déplacement angulaire total convenable du fléau, la variation de la densité D par rapport à l'arc Ra se rapprochera très sensiblement d'une loi de proportionnalité.

5. — La théorie et l'expérience indiquent que la compensation précédemment indiquée est suffisante dans toutes les parties de l'échelle, si l'on ne veut pas une approximation sur le résultat inférieure à 0,003. Dans ce cas, le cadran divisé qui permet de déterminer les densités de 0 à 1 sert aussi à obtenir les densités de 1 à 2 et de 2

à 2,5, en ajoutant, pour chaque nouvelle échelle, un poids de 10 grammes du côté du flotteur.

6. — La sensibilité de la balance étant de 1 centigramme, si l'on cherche à obtenir la précision du millième sur la densité, on remarque que la compensation précédente n'est rigoureuse que pour le début de l'échelle et pour la partie de l'échelle qui forme approximativement sa moitié inférieure. Ce résultat s'explique facilement par la considération de la courbe des erreurs, que l'on commet si l'on remplace les écarts angulaires réels, correspondant à une même variation de densité, par les divisions de l'échelle.

Le moyen le plus simple de faire concorder les indications de l'appareil avec l'échelle des densités est de faire, dans la région moyenne indiquée, une petite correction en augmentant l'indication, ou, ce qui revient au même, en diminuant la masse mise du côté du plateau d'une légère quantité. Cette correction peut être considérée comme constante. Pour la faire automatiquement, on pourra alors se servir, dans cette partie de l'échelle, d'une masse compensatrice qui donnera, soit seule, soit combinée à l'un des deux poids égaux précédemment indiqués au paragraphe 5, le chiffre des unités de la densité, tandis que l'aiguille fournira alors exactement la partie décimale.

Je pense qu'on pourra sans doute, sans grande erreur, prolonger un peu la graduation à l'extrémité inférieure de l'échelle pour qu'elle corresponde aux densités indiquées par l'extrême région supérieure.

7. — Si l'on tient compte pour chaque partie de l'échelle de 0 à 1, de 1 à 2, de 2 à 2,5, des causes d'erreurs qu'on a pu commettre sur la graduation, par exemple par suite de la différence de poussée de l'air sur le flotteur et le contrepoids équilibreur, ou par ce fait, que la densité de l'eau à 15° est 0,999 au lieu de 1, etc., si l'on ne néglige pas non plus les erreurs de détermination expérimentale des limites de l'échelle, on peut dire que les indications de l'appareil représentent les densités par rapport à celle de l'eau à 4°.

L'influence des phénomènes capillaires au contact du fil est inférieure à la limite de précision indiquée.

8. — En résumé, la balance densimétrique donne, à une température quelconque t , et par une simple lecture, toutes les densités absolues $D \frac{t}{4}$, comprises entre 0 et 2,5 (c'est-à-dire les densités de tous les liquides les plus courants qui varient de 0,6 à 2,4) avec une précision de ± 1 unité du troisième ordre décimal.

Bien qu'il n'y ait, en principe, aucune impossibilité à reculer la limite supérieure de l'échelle de la balance en prenant du verre plus dense, il est préférable, pour obtenir une utilisation plus générale de l'appareil, de construire le flotteur en verre léger aussi inattaquable que possible aux liquides les plus divers.

9. — La balance densimétrique se prête ainsi à toutes les déterminations courantes, industrielles ou de laboratoire, de densités de liquides très variés. Le volume minimum de liquide qu'elle réclame est de 25 centimètres cubes.

On peut l'appliquer très facilement aux mesures de densités de liquides très visqueux, tels que les glycérides, les huiles. On a pu déterminer, par exemple, la densité d'une huile de *Camelia Drupifera*, provenant de l'Indo-Chine ($D \frac{17}{4} = 0,933$). On pourrait l'employer, avec un dispositif de chauffage spécial, pour la densité des graisses, etc.

Dans le cas de liquides dégageant des vapeurs gênantes, le liquide peut être placé dans un flacon presque complètement couvert, et la lecture peut être faite à distance.

La balance densimétrique peut permettre également la mesure de la densité de gaz liquéfiés. Il suffit de plonger le flotteur dans un petit vase de Dewar qui contiendra le liquide.

10. — Pour obtenir une température très uniforme, il suffira d'entourer l'éprouvette de mesure d'une enveloppe et de produire entre les parois de cette enveloppe et de l'éprouvette un écoulement continu d'eau. On pourra également provoquer un échauffement ou un refroidissement par des moyens appropriés.

11. — Le tableau ci-joint donne quelques résultats montrant l'étendue et la précision de l'échelle :

Liquides ou solutions		Densités $\frac{D_t}{4}$	
		exactes	observées
Éther éthylique.....	12°,8	0,729	0,730
Solution eau et alcool éthylique...	13°,5	0,821	0,822
—	13°,2	0,940	0,941
Solution eau et acide sulfurique...	17°,5	1,002	1,002
—	18°	1,031	1,031
—	19°	1,096	1,097
—	19°	1,174	1,173
Glycérine.....	17°,5	1,260	1,260
Solution eau et acide sulfurique...	17°	1,308	1,306
—	20°	1,415	1,414
—	19°	1,452	1,451
—	19°,5	1,554	1,555
—	12°,5	1,650	1,650
—	17°,5	1,711	1,710
Acide sulfurique à 66° B.....	18°	1,839	1,840 (1)
Solution eau, iodure double de mercure et de potassium.....	15°,5	1,947	1,949
	14°,2	2,004	2,005
	16°	2,111	2,111
	15°	2,274	2,274
	15°,5	2,420	2,420

12. — Pour mesurer la densité d'un corps solide, on le placera dans le plateau, lorsque le flotteur plongera dans l'eau à 15°, et si l'on fait sur le cadran divisé une lecture l , le poids p sera :

$$p = (10 - l) \text{ grammes.}$$

Le flotteur étant toujours plongé dans l'eau, si l'on suspend également le corps dans l'eau, en l'attachant par un crin, sans poids appréciable, au même crochet que le fil de platine du flotteur, le poids p' d'eau déplacée par le volume du corps sera :

$$p' = (l - l') \text{ grammes,}$$

si l' est la nouvelle lecture faite.

Bien entendu, p et p' seront diminués de la légère correction indiquée précédemment, si les lectures l ou l' tombent dans la région de l'échelle où elle est nécessaire.

La densité du corps solide, donnée par la formule $D = \frac{p}{p'}$, sera

(1) Ce nombre donne bien à 15°: 1,842 (7).

connue avec une approximation telle que, pour une densité moyenne de minéral de 3, on aura une précision de ± 1 unité du deuxième chiffre décimal.

**RENDEMENT LUMINEUX ET LOI DE RAYONNEMENT INTÉGRAL
DES MÉTAUX INCANDESCENTS ¹⁾**;

Par M. THADÉE PECZALSKI.

Je me propose dans cet article de décrire les expériences sur le rendement lumineux des filaments métalliques incandescents et d'établir des relations entre le rendement lumineux et la loi de rayonnement intégral du métal.

1. Le rendement lumineux R_1 d'un corps incandescent est défini par le rapport des intégrales

$$(1) \quad R_1 = \frac{\int_{\lambda_0}^{\lambda_1} \epsilon' d\lambda}{\int_0^{\infty} \epsilon' d\lambda}$$

où ϵ' est le pouvoir émissif du corps en question et λ_0 et λ_1 les longueurs d'onde limites de sensibilité de l'œil. La valeur de ϵ' pour les rayons ultra-violet est très petite par rapport aux pouvoirs émissifs des autres couleurs, par conséquent on peut dans l'expression précédente remplacer λ_0 par zéro.

La définition de R_1 suggère la méthode de sa détermination : il suffit pour cela de tracer la courbe de distribution de l'énergie dans le spectre étudié et d'évaluer les aires proportionnelles aux intégrales de l'expression (1).

Cette méthode a été employée par Langley ⁽²⁾ et d'autres physiiciens : elle n'a pas donné des résultats intéressants, probablement parce que le bolomètre utilisé dans ces mesures n'est pas un récepteur parfait, il possède un pouvoir réflecteur variable avec la lon-

⁽¹⁾ Communication faite à la Société française de Physique, le 7 avril 1916.

⁽²⁾ *Phil. Mag.*, t. XXX, p. 290 ; 1890.

gueur d'onde; par conséquent les mesures de distribution de l'énergie dans le spectre ne sont pas exactes.

Une méthode semblable a été imaginée par Angström (1), elle peut présenter le même inconvénient que la précédente. Il est donc préférable de déterminer le rendement lumineux par des méthodes d'où l'usage du bolomètre est exclu. C'est ce que j'ai réalisé avec un appareil que j'appelle le *calorimètre conducteur*.

2. Le principe des mesures est le suivant : on mesure d'abord l'énergie w dépensée dans une lampe électrique quand elle rayonne sous forme de radiations visibles et infra-rouges, ensuite on détermine la quantité d'énergie w_1 qui y est dépensée dans le même temps quand elle n'émet que des radiations non sensibles à l'œil. La quantité d'énergie émise sous forme de lumière est alors $w - w_1$, par conséquent le rendement lumineux est

$$(2) \quad R_1 = \frac{w - w_1}{w}.$$

3. L'appareil qui m'a servi à mesurer R_1 (*fig. 1*) se compose d'un ballon de verre épais A, fermé par un bouchon en verre (b) rodé dans A.

Les deux trous du bouchon 1 et 2 laissent passer à l'intérieur du ballon deux fils métalliques qui soutiennent une lampe de tantale L. Les fils sont complètement mastiqués afin d'empêcher tout contact avec le liquide que contient le ballon ; on met un tube de verre (t) dans le mastic pour plus de rigidité. Le troisième trou du bouchon (3) (qui ne se trouve pas dans le plan de la figure) est surmonté d'un tube gradué U. Le bouchon (b) une fois mis en place, on remplit le ballon avec la solution de CuCl^2 dans l'eau (2 0/0) qui absorbe tous les rayons infra-rouges.

La solution monte à quelques centimètres dans le tube. On verse ensuite dans U un peu de pétrole afin que le ménisque du liquide dans U soit toujours le même. On empêche toute communication entre l'intérieur et l'extérieur du ballon en mastiquant toutes les lignes de jonction entre le ballon, le bouchon, le tube U et les fils.

(1) *Phys. Zs.*, t. III, p. 257 ; 1902.

4. On place l'appareil ainsi construit dans un vaste bain d'eau dont la température t est sensiblement constante et on allume la lampe.

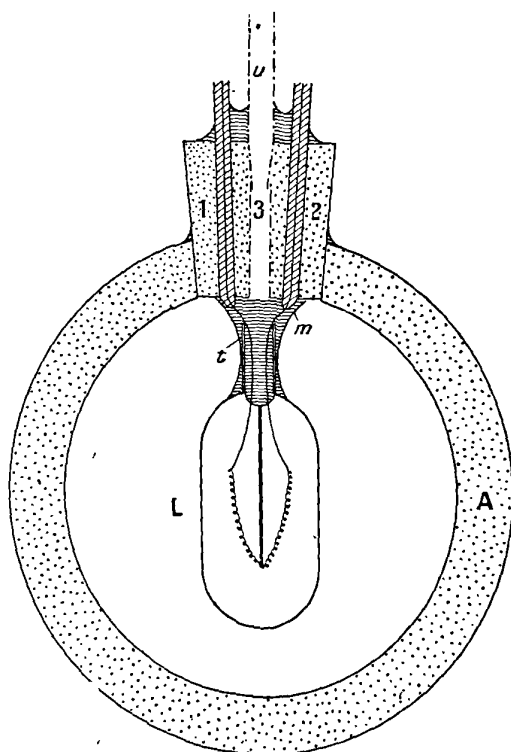


FIG. 1.

La plus grande partie des rayons émis est absorbée par la solution. Il en résulte une élévation de température de celle-ci, ce qui se traduit par l'ascension de la colonne liquide dans U. On mesure l'ascension $N_2 - N_1$ et la puissance de la lampe w . On a trouvé d'après quelques mesures :

w	$N_2 - N_1$
17,27	6,465.

Ceci fait, on retire la lampe du ballon et on la plonge dans un vernis noir qui en séchant forme une couche opaque sur les parois de la lampe. On place la lampe noircie dans le ballon et on répète l'expérience dans des conditions identiques aux précédentes.

Soit w' l'énergie consommée par seconde par la lampe noircie et produisant l'ascension de la colonne liquide de N_1 à N_2 , on a trouvé

$$\begin{array}{r} w' \\ 16,87 \end{array} \qquad \begin{array}{r} N_2 - N_1 \\ 6,463. \end{array}$$

Dans cette seconde expérience, l'énergie développée ne sert qu'à élever la température du liquide du ballon. Puisque l'élévation de température (mesurée par la dilatation $N_2 - N_1$) est la même que dans la première expérience où cette élévation de température résultait de l'absorption des rayons infra-rouges, l'énergie de ces rayons est égale à w' . Par suite l'énergie des rayons lumineux qui avaient traversé la solution est $w - w'$. Posons

$$R' = \frac{w - w'}{w} = 0,023.$$

5. La solution à 2 0/0 de CuCl_2 dans l'eau absorbe d'après Coblenz ⁽¹⁾ non seulement tous les rayons infra-rouges à partir de $\lambda = 0,67\mu$, mais aussi, en partie des rayons visibles. A cause de cette

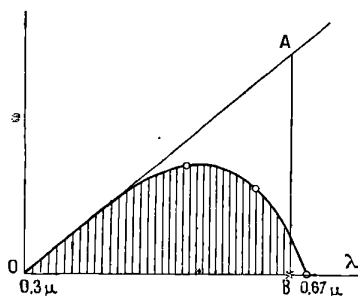


FIG. 2.

absorption des rayons visibles par la solution, $w - w'$ ne représente pas l'énergie E_v de tous les rayons lumineux. Pour la calculer je vais employer la méthode de Langley. Des expériences de Houston ⁽¹⁾, il résulte que la distribution de l'énergie dans le spectre visible du tantale est approximativement linéaire (ϵ' est proportionnel à λ). Soit OA (fig. 2) la droite représentative de ϵ en fonction de λ entre $\lambda = 0,3 \mu$ et $\lambda = 0,65 \mu$; la distribution de l'énergie dans le spectre

⁽¹⁾ Bull. Bur. Standard, t. VII, p. 619; 1912.

de rayonnement traversant la solution employée est représentée par la ligne courbe qui s'obtient en tenant compte des coefficients d'absorption de la solution.

L'aire OAB est proportionnelle à E_1 , l'aire hachurée à $w - w'$ d'où :

$$R_1 = \frac{E_1}{w} = \frac{(w - w') \times \text{aire ABC}}{w \cdot \text{aire hachurée}} = \frac{0,023 \times 46,7}{32,5} = 0,032.$$

L'erreur probable sur R_1 se calcule aisément d'après la formule (2), je trouve que R_1 n'est connu qu'à $\frac{2}{10}$ près de sa valeur.

6. L'intensité lumineuse de la lampe expérimentée mesurée avec le photomètre Lummer et Brodhum est

$$I = 9,96 \text{ bougies décimales}$$

(valeur moyenne des 8 mesures).

D'où l'équivalent mécanique de la lumière

$$v = \frac{R_1 w}{I} = 0,056 \frac{\text{watt seconde}}{\text{bougie décimale}}$$

et par lumen

$$L = 4,5 \text{ ergs par seconde.}$$

Ces deux valeurs sont déterminées en prenant comme limites de sensibilité de l'œil des longueurs d'onde 0 et 0,65 μ .

La plupart des expérimentateurs précédents ont pris pour limite du spectre visible du côté infra-rouge la valeur extrême, soit 0 μ ,76. Il y a donc une grande différence entre L antérieurement déterminé et la valeur que je propose. Angström (3), par exemple, trouve entre 0 et 0 μ ,76 pour la valeur du lumen 8,1 ergs par seconde.

7. Les mesures exécutées avec l'appareil décrit ci-dessus (*calorimètre conducteur*) comportent moins de causes d'erreurs expérimentales que celles qu'on fait avec le calorimètre ordinaire : on ne mesure que deux quantités avec le calorimètre conducteur (énergie et température); avec le calorimètre ordinaire on en mesure quatre (énergie, température, masse d'eau et temps); les mesures ne comportent pas de corrections; celles qu'on exécute avec le calorimètre ordinaire en comportent plusieurs, notamment la perte de chaleur

par conductibilité. Les lampes à incandescence ne s'allument pas à leur maximum d'intensité immédiatement après l'établissement du courant. Cette propriété n'est pas gênante dans l'expérience actuelle alors que dans les mesures faites à l'aide du calorimètre ordinaire⁽¹⁾, elle peut causer des erreurs.

8. La loi de rayonnement des solides à haute température écrite sous la forme

$$(3) \quad E' = \sigma' T^n = \int_0^{\infty} \epsilon' d\lambda$$

a été étudiée par quelques savants qui ont trouvé des valeurs d'un exposant n parfois très discordantes. MM. Fery et Cheneveau⁽²⁾ trouvent pour le platine $n = 4,6$ entre $T = 1293$ et $T = 1743$, alors que les auteurs précédents trouvent des valeurs de n variant de 5 et 5,4. La discordance est donc bien notable.

L'expérience réalisée avec le platine par MM. Fery et Cheneveau ne peut que très difficilement être répétée avec d'autres métaux en raison de leur oxydation à l'air à haute température.

Je vais déduire la loi de rayonnement intégral des métaux des expériences relatives à leur rendement lumineux ; à cet effet, j'admets que le rayonnement des corps noirs obéit à la loi de Wien.

$$(4) \quad \epsilon = B\lambda^{-5} e^{-\frac{a}{\lambda T}}$$

9. Considérons les fonctions

$$(5) \quad R_1 = \frac{\int_0^{\lambda_1} \epsilon d\lambda}{\int_0^{\infty} \epsilon d\lambda}$$

$$(6) \quad R_2 = \frac{\int_{\lambda_1}^{\infty} \epsilon d\lambda}{\int_0^{\infty} \epsilon d\lambda}$$

(1) Expérience faite par Russuer, *Phys. Zs.*, p. 120 ; 1907.

(2) *J. de Phys.*, t. IX, p. 397 ; 1910.

ϵ' est le pouvoir émissif du métal étudié et λ_1 une longueur d'onde donnée. La loi de Kirchoff donne

$$\epsilon' = A\epsilon$$

où A est le pouvoir absorbant du métal pour la longueur d'onde λ et ϵ le pouvoir émissif du corps noir. Appelons A_1 le pouvoir absorbant moyen entre 0 et λ_1 et A_2 le pouvoir absorbant moyen entre λ_1 et ∞ . Les expressions (5) et (6) s'écrivent en tenant compte de (3)

$$(5)' \quad R_1 = A_1 \frac{\int_0^{\lambda_1} \epsilon d\lambda}{E'}$$

$$(6)' \quad R_2 = A_2 \frac{\int_{\lambda_1}^{\infty} \epsilon d\lambda}{E'}$$

Nous allons établir une relation entre $\frac{A_1}{A_2}$ et l'exposant n de la formule (3). Pour cela prenons les dérivées de R_1 et R_2 par rapport à E' ; nous trouvons en considérant A_1 et A_2 comme indépendants de la température

$$(7) \quad \frac{dR_1}{dE'} = \frac{dR_1}{dT} \cdot \frac{dT}{dE'} = A_1 \frac{T \int_0^{\lambda_1} \frac{\partial \epsilon}{\partial T} d\lambda - n \int_0^{\lambda_1} \epsilon d\lambda}{nE'^2}$$

$$(8) \quad \frac{dR_2}{dE'} = A_2 \cdot \frac{T \int_{\lambda_1}^{\infty} \frac{\partial \epsilon}{\partial T} d\lambda - n \int_{\lambda_1}^{\infty} \epsilon d\lambda}{nE'^2}$$

D'après les équations (5) et (6), $R_1 + R_2 = 1$, par conséquent

$$\frac{dR_1}{dE'} = - \frac{dR_2}{dE'}$$

d'où, en divisant (7) par (8), on trouve

$$(9) \quad \frac{A_1}{A_2} = - \frac{T \int_0^{\lambda_1} \frac{\partial \epsilon}{\partial T} d\lambda - n \int_0^{\lambda_1} \epsilon d\lambda}{T \int_{\lambda_1}^{\infty} \frac{\partial \epsilon}{\partial T} d\lambda - n \int_{\lambda_1}^{\infty} \epsilon d\lambda}$$

Nous pouvons déterminer le rapport $\frac{A_1}{A_2}$ de la manière suivante :
écrivons (5) sous la forme :

$$(5)' \quad R_1 = \frac{\int_0^{\lambda_1} \varepsilon' d\lambda}{\int_0^{\lambda_1} \varepsilon' d\lambda + \int_{\lambda_1}^{\infty} \varepsilon' d\lambda}.$$

Nous avons d'autre part :

$$(10) \quad E' = \int_0^{\lambda_1} \varepsilon' d\lambda + \int_{\lambda_1}^{\infty} \varepsilon' d\lambda = A_1 \int_0^{\lambda_1} \varepsilon d\lambda + A_2 \int_{\lambda_1}^{\infty} \varepsilon d\lambda$$

de (5)'' et de (10) on tire

$$(11) \quad \frac{A_1}{A_2} = \frac{R_1}{1 - R_1} \cdot \frac{\int_{\lambda_1}^{\infty} \varepsilon d\lambda}{\int_0^{\lambda_1} \varepsilon d\lambda}.$$

Égalons (9) et (11), nous trouvons

$$(12) \quad \frac{T \int_{\lambda_1}^{\infty} \frac{\partial \varepsilon}{\partial T} d\lambda - n \int_{\lambda_1}^{\infty} \varepsilon d\lambda}{T \int_0^{\lambda_1} \frac{\partial \varepsilon}{\partial T} d\lambda - n \int_0^{\lambda_1} \varepsilon d\lambda} = \frac{R_1}{1 - R_1} \cdot \frac{\int_{\lambda_1}^{\infty} \varepsilon d\lambda}{\int_0^{\lambda_1} \varepsilon d\lambda}.$$

Pour le corps noir $n = 4$ et $R_1 = R$, par conséquent pour ce corps nous avons

$$(13) \quad \frac{T \int_{\lambda_1}^{\infty} \frac{\partial \varepsilon}{\partial T} d\lambda - 4 \int_{\lambda_1}^{\infty} \varepsilon d\lambda}{T \int_0^{\lambda_1} \frac{\partial \varepsilon}{\partial T} d\lambda - 4 \int_0^{\lambda_1} \varepsilon d\lambda} = \frac{R}{1 - R} \cdot \frac{\int_{\lambda_1}^{\infty} \varepsilon d\lambda}{\int_0^{\lambda_1} \varepsilon d\lambda}.$$

De (12) et (13), nous tirons

$$(14) \quad n - 4 = (R_1 - R) \left(\frac{T \int_0^{\lambda_1} \frac{\partial \varepsilon}{\partial T} d\lambda}{\int_0^{\lambda_1} \varepsilon d\lambda} - \frac{T \int_{\lambda_1}^{\infty} \frac{\partial \varepsilon}{\partial T} d\lambda}{\int_{\lambda_1}^{\infty} \varepsilon d\lambda} \right).$$

Posons

$$(15) \quad m = \frac{T \int_0^{\lambda_1} \frac{\partial \varepsilon}{\partial T} d\lambda}{\int_0^{\lambda_1} \varepsilon d\lambda}$$

et remarquons que

$$T \int_0^{\infty} \frac{\partial \varepsilon}{\partial T} d\lambda = 4 \int_0^{\infty} \varepsilon d\lambda.$$

Ces deux équations permettent d'écrire (14) sous une forme simple

$$(16) \quad n - 4 = (m - 4) \cdot \frac{R_1 - R}{1 - R}.$$

La signification de m se déduit de l'équation (9) où l'on voit que la valeur m de n rend $\frac{A_1}{A_2} = \infty$, c'est-à-dire $A_2 = 0$ puisque A_1 ne peut pas dépasser l'unité. Par conséquent m est un exposant de la loi de rayonnement d'un corps qui ne rayonne que des radiations comprises entre les longueurs d'onde 0 et λ_1 . Nous avons alors :

$$(17) \quad E_1 = \int_0^{\lambda_1} \varepsilon d\lambda = \varpi T^m$$

ϖ est une constante, m doit être aussi une constante, le calcul montre qu'il en est ainsi dans les limites de plusieurs centaines de degrés, ce qui est suffisant pour les applications auxquelles nous nous bornons.

10. Le rendement lumineux R_1 des lampes à charbon (graphite)

est déterminé en fonction de la température par Forsythe (1) qui prend comme limite du spectre visible la valeur $\lambda_1 = 0,76 \mu$. Pour cette valeur de λ_1 , on trouve $m = 9,98$. La formule (16) permet de calculer n d'après R_1 et R qui est connu à chaque température. L'expérience et le calcul donnent :

T	R_1	R	n
2035	0,020	0,019	4,006
2133	0,027	0,025	4,012
2268	0,036	0,036	4,00
2356	0,047	0,044	4,016

Eu égard au peu de précision des expériences qui donnent R_1 on peut considérer que $R_1 = R$, c'est-à-dire que $n = 4$. Par conséquent le rayonnement du graphite obéit à la loi de Stefan.

Je retrouve ainsi la loi que MM. Féry et Cheneveau (*loc. cit.*) avaient obtenue par des mesures directes. D'autre part, d'après (9), $A_1 = A_2$, ce qui veut dire que le pouvoir absorbant du graphite est le même quelle que soit la longueur d'onde, par conséquent *le pouvoir émissif du graphite est égal à un facteur constant près à celui du corps noir.*

11. Fixant la limite du spectre visible à $\lambda_1 = 0,65 \mu$, j'ai trouvé (§ 5) $R_1 = 0,032$ pour le filament de tantale. La température T du filament de la lampe se déduit du rendement économique de la lampe, rendement qui est dans le cas présent de 1,73 watt par bougie, donc $T = 2.173^\circ$ d'après Pirani et Meyer (2). A cette température le rendement lumineux du corps noir est $R = 0,01$. D'autre part, nous calculons :

$$m = 11,38 \quad (\lambda_1 = 0,65 \mu).$$

En mettant ces données dans la formule 16, on a :

$$n = 4,17.$$

12. Afin d'étendre la détermination, j'ai rempli le calorimètre conducteur avec de l'eau et j'ai mesuré le rendement R_1 à travers le filtre lumineux que forme ce liquide. Je trouve $R_1 = 0,168$. La tempéra-

(1) *Phys. Rev.*, XXXIV, p. 333-344; 1912.

(2) *Ber. Deutsch. Phys. Ges.*, t. XIV, p. 681.

ture du filament de la lampe est toujours $T = 2.173^\circ$. La longueur d'onde λ_1 à partir de laquelle l'eau absorbe complètement les radiations infra-rouges (j'appelle λ_1 *limite de transparence* du liquide), n'est pas rigoureusement définie.

D'après les expériences de Coblenz (*loc. cit.*), λ_1 peut être fixé entre $\lambda_1 = 1 \mu$ et $\lambda_1 = 1^{\mu},1$.

Pour ces deux valeurs limites de λ_1 , nous trouvons :

	m	R	n
$\lambda_1 = 1 \mu$	8,04	0,110	4,26
$\lambda_1 = 1,1 \mu$	7,49	0,157	4,05

La valeur exacte de l'exposant n de la loi de rayonnement du tantale est donc comprise entre 4,05 et 4,26. C'est une confirmation du résultat précédent.

13. Les liquides employés comme écran lumineux absorbent complètement les radiations à partir d'une longueur d'onde λ' et en partie des radiations de longueur d'onde plus petites que λ' . Le procédé dont la description suit permet d'employer ces liquides comme des écrans lumineux parfaits, c'est-à-dire complètement absorbants pour toutes les radiations des longueurs d'ondes comprises entre λ_1 et ∞ et tout à fait transparents pour les radiations comprises entre 0 et λ_1 . Considérons un corps noir qui, à la température T , rayonne l'énergie :

$$E = \int_0^{\infty} \epsilon d\lambda$$

faisons passer ces radiations à travers le liquide considéré, l'énergie des rayons transmis est E_2 . Ensuite, connaissant la température du corps, calculons :

$$E_1 = \int_0^{\lambda_1} \epsilon d\lambda$$

en donnant à λ_1 une valeur telle que E_1 soit égal à E_2 , ou bien, ce qui revient au même, que $R = E_1 : E$ soit égal à $R' = E_2 : E$. On reconnaît ainsi que le liquide considéré absorbe les radiations de la même manière qu'un filtre lumineux parfait, absorbant pour les radiations de longueurs d'onde supérieures ou égales à λ_1 . J'appelle λ_1 *limite apparente de transparence* du liquide considéré. A la place

du corps noir on peut se servir du graphite qui possède le même rendement lumineux qu'un corps noir comme je l'ai démontré au § 10.

Je détermine à l'aide du calorimètre conducteur la limite apparente de transparence du pétrole. Pour cela je mesure le rendement R' de la lampe à charbon à travers le filtre lumineux à la température T = 1850° C du filament. Je trouve R' = 0,223 et le calcul donne pour le corps noir à la même température :

$$R = \int_0^{1,265\mu} \varepsilon d\lambda = \int_0^\infty \varepsilon d\lambda = 0,226.$$

R' = R aux erreurs d'expériences près ; d'où il résulte que pour le pétrole $\lambda_1 = 1,265 \mu$.

Pour déterminer la loi du rayonnement intégral du tantale, je mesure à travers le même filtre lumineux le rendement R₁ de la lampe de ce métal. Je trouve à la température T = 1900° C de son filament, R₁ = 0,293 ($\lambda_1 = 1,265 \mu$). Pour ces valeurs de T et de λ_1 , on calcule m = 6,8 et R = 0,242 et avec ces données d'après (16) :

$$n = 4,10.$$

Je retrouve donc aux erreurs des expériences près la valeur de n antérieurement déterminée (4,17) avec $\lambda_1 = 0,65 \mu$ comme limite de transparence (§ 11). Cette concordance est un argument en faveur de l'exactitude de nos raisonnements.

14. L'exposant n de la loi de rayonnement est déterminé avec trois variables dont une R₁ est donnée par l'expérience, l'erreur commise probable sur cette variable se déduit facilement de l'expérience même. Les deux variables sont fonctions soit de λ_1 seul (m), soit de λ_1 et T (R). Le rendement lumineux du corps noir R peut être représenté d'après (17) par :

$$(18) \quad R = \frac{\int_0^{\lambda_1} \varepsilon d\lambda}{\int_0^\infty \varepsilon d\lambda} = \frac{\sigma}{\sigma} T^{m-4}$$

et m par la formule empirique :

$$(19) \quad m = 4 + \frac{\alpha}{\lambda} + \frac{\beta}{\lambda^2}$$

avec :

$$\alpha = 2,64 \quad \text{et} \quad \beta = 1,4 \quad (\lambda \text{ en } \mu).$$

L'erreur commise possible sur n se calcule d'après (16) :

$$(20) \quad \frac{\Delta(n-4)}{n-4} = \frac{\Delta m}{m-4} + \frac{\Delta R_1}{R_1 - R} + \frac{1 - R_1}{1 - R} \cdot \frac{\Delta R}{R_1 - R}$$

$\frac{\Delta m}{m-4}$ calculé d'après (19) est petit par rapport aux autres erreurs.

ΔR est donné d'après (18) par :

$$(21) \quad \Delta R = \frac{\partial R}{\partial T} \Delta T + \frac{\partial R}{\partial \lambda_1} \Delta \lambda_1 = \frac{(m-4)R}{T} \Delta T + \frac{\epsilon}{\sigma T^4} \Delta \lambda_1.$$

En prenant comme limites supérieures des erreurs sur T et λ_1 : $\Delta \lambda_1 < 0,004 \mu$ et $\Delta T < 20^\circ$, je trouve que n est déterminé à 0,012 près de sa valeur. Je trouve aussi que les différentes déterminations de l'exposant n sont faites avec la même précision. Il semble que les meilleures déterminations de n peuvent être celles où l'on prend comme limite de transparence λ_1 une valeur assez élevée (1 à 2μ) ; où par conséquent l'erreur expérimentale sur R_1 est relativement petite ; dans ce cas l'exactitude des mesures dépend surtout de la précision avec laquelle sont connues λ_1 et la température T du filament.

15. La connaissance exacte de l'exposant n est importante par le fait qu'une fois sa valeur déterminée, on peut calculer avec l'aide de la formule (16) le rendement lumineux du corps examiné à toutes les températures et pour toutes les valeurs de la limite de visibilité λ_1 . Ceci avec autant de précision qu'on en obtient par les mesures directes de ce rendement.

Il résulte de ce qui précède que pour le tantale $n = 4,18$ (en chiffre rond 4,2), avec cette valeur, je calcule le rendement lumineux du tantale à la température $T = 2173^\circ$ et en prenant pour λ_1 la valeur de $0,76 \mu$.

$$R_1 = 0,058.$$

En répétant le calcul du § 6, je trouve pour la valeur du lumen :

$$L = 8,0 \text{ ergs par seconde } \lambda_1 = 0,76\mu$$

alors que L , d'après Angström, est 8,1 ergs par seconde. Ces valeurs concordent très bien aux erreurs des expériences près.

Voici les rendements lumineux du tantale représentés par les courbes ci-après calculés par le procédé développé plus haut.

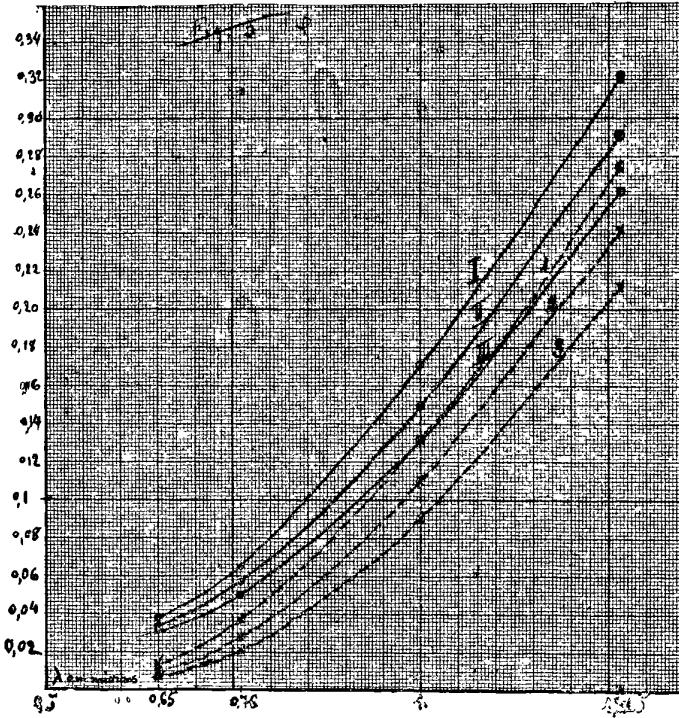


FIG. 3.

Les courbes I, II, III représentent le rendement lumineux du tantale, les courbes 1, 2, 3 celui du corps noir aux températures suivantes :

- I et 1 à 1800° C
- II et 2 à 1900° C
- III et 3 à 2000° C.

16. L'équivalent mécanique de la lumière V n'est pas une constante, en général c'est une fonction qui dépend de la nature du corps rayonnant et de sa température. D'après (17) nous avons (voir § 6) :

$$(22) \quad V = \frac{\varpi T^m}{I}.$$

L'intensité lumineuse I varie avec la puissance E de la lampe. I peut être représenté par la formule empirique :

$$(23) \quad I = A'E^a = AT^{na}.$$

($E = \sigma' T^n$). A est une constante. De (22) et (23), nous tirons :

$$(24) \quad V = \frac{\sigma}{A} T^{n-na} = KT^k,$$

équation qui fournit l'équivalent mécanique en fonction de la température. Un lumen est représenté par la même équation (24) mais avec une constante K différente. Nous calculons :

	λ_1	m	n	a	k
graphite	} 0,65 μ	11,38	4	2,5	1,38
(corps noir)	} 0,76 μ	9,98	4	2,5	0
tantale	} 0,65	11,38	4,2	2,0	3
	} 0,76	9,98	4,2	2,0	1,6.

Ce tableau montre que le lumen (et l'équivalent mécanique de la lumière du rayonnement du corps noir) (pratiquement du graphite) est indépendant de la température quand on prend comme limite du spectre visible $\lambda_1 = 0,76 \mu$. Donc, pour fixer une valeur du lumen qui soit une constante, il est nécessaire de préciser qu'il s'agit d'un rayonnement du corps noir avec $\lambda_1 = 0,76 \mu$ comme limite de visibilité.

SUR LES FORCES ÉLECTROMOTRICES DE POLARISATION ET LES CHALEURS DE FORMATION DE DIFFÉRENTS SELS (1);

Par M. F. OLLIVE

Force électromotrice de polarisation pour différents ions. — $\epsilon_A, \epsilon_C =$ force électromotrice de polarisation anodique ou cathodique; c'est la force électromotrice minimum nécessaire pour séparer les anions A à l'anode, et les cations C à la cathode.

$$\epsilon_A + \epsilon_C = \epsilon.$$

(ϵ étant la force électromotrice minimum nécessaire pour séparer l'électrolyte en ions A et C.)

(1) Travail transmis pour insertion par M. Violle.

Ces valeurs sont exprimées en volts ; elles se rapportent aux ions en concentration normale, c'est-à-dire un équivalent-gramme par litre.

EXEMPLE I. — Pour électrolyser en ses ions Cu et SO⁴ une solution normale de sulfate de cuivre SO⁴Cu, il faudra une force électromotrice minimum :

$$\varepsilon = 5,67 - 4,10 = 1,57.$$

EXEMPLE II. — De même pour AuCl³, on aura :

$$\varepsilon = 4,92 - 4,65 = 0,27.$$

Chaleur de formation électrolytique ou chaleur de formation d'un électrolyte en solution normale à partir des ions. — Cette chaleur q_i peut s'obtenir en calories-grammes par la formule :

$$q_i = 96\,490 An\varepsilon (\alpha).$$

$A = 0,24$; n est le nombre d'équivalents positifs ou négatifs entrant dans la molécule-gramme ; ε est la force électromotrice de polarisation ci-dessus.

On peut encore poser :

$$q_i = q_c + q_a (\beta).$$

Les valeurs de q_c pour le cation, et de q_a pour l'anion, correspondent à un atome-gramme compté avec sa valence en calories-grammes.

EXEMPLE I. — Pour une molécule-gramme de sulfate de cuivre SO⁴Cu, on aura :

$$(\alpha) \quad q_i = 96\,490 \times 0,24 \times 1,57 = 72,7 \times 10^3 \text{ cal. gr.}$$

ou

$$(\beta) \quad q_i = 262,6 \times 10^3 - 189,9 \times 10^3 = 72,7 \times 10^3 \text{ cal. gr.}$$

EXEMPLE II. — Pour une molécule-gramme de chlorure de potassium KCl, on aura :

$$\alpha) \quad q_i = 96\,490 \times 0,24 \times 4,55 = 105,3 \times 10^3 \text{ cal. gr.}$$

ou

$$(\beta) \quad q_i = 213,0 \times 10^3 - 107,7 \times 10^3 = 105,3 \times 10^3 \text{ cal. gr.}$$

EXEMPLE III. — Pour une molécule-gramme de sulfate d'aluminium $(\text{SO}_4)_3\text{Al}_2$, on aura :

$$(a) \quad q_i = 96\,490 \times 0,24 \times 6 \times 3,18 = 441,9 \times 10^3 \text{ cal. gr.}$$

ou

$$(\beta) \quad q_i = 505,8 \times 10^3 \times 2 - 189,9 \times 10^3 \times 3 = 441,9 \times 10^3 \text{ cal. gr.}$$

TABLEAU A.

Anions.	ϵ_a	q_a	Cations.	ϵ_c	q_c	Cations.	ϵ_c	q_c	Cations.	ϵ_c	q_c
$\overline{\text{Br}}$	-5,04	-116,7 $\times 10^3$	$\overset{+}{\text{Ag}}$	+5,23	+121,1 $\times 10^3$	$\overset{++}{\text{Cu}}$	+5,67	+262,7 $\times 10^3$	$\overset{++}{\text{Pb}}$	+6,20	+287,2
$\overline{\text{Cl}}$	-4,65	-107,7	$\overset{+++}{\text{Al}}$	+7,28	+505,8	$\overset{++}{\text{Fe}}$	+6,66	+308,5	$\overset{++}{\text{Pd}}$	+5,21	+241,1
$\overline{\text{I}}$	-5,48	-126,9	$\overset{+++}{\text{As}}$	+5,71	+396,7	$\overset{+}{\text{H}}$	+6,00	+138,9	$\overset{++}{\text{Pt}}$	+5,14	+238.
$\overline{\text{F}}$	-4,04	-93,5	$\overset{+++}{\text{Au}}$	+4,92	+341,8	$\overset{++}{\text{Hg}}$	+5,30	+245,5	$\overset{+++}{\text{Sb}}$	+5,53	+256.
$\overline{\text{O}}$	-4,90	-226,9	$\overset{++}{\text{Ba}}$	+8,75	+405,3	$\overset{+}{\text{K}}$	+9,20	+213,0	$\overset{++}{\text{Sn}}$	+6,19	+286.
$\overline{\text{OH}}$	-4,32	-100,0	$\overset{+++}{\text{Bi}}$	+5,65	+392,5	$\overset{++}{\text{Mg}}$	+7,51	+347,8	$\overset{++}{\text{Sr}}$	+8,54	+395.
$\overline{\text{SO}_4}$	-4,10	-189,9	$\overset{+}{\text{Ca}}$	+8,21	+380,2	$\overset{++}{\text{Mn}}$	+7,10	+328,8	$\overset{++}{\text{Zn}}$	+6,75	+312,6
			$\overset{++}{\text{Cd}}$	+6,38	+295,5	$\overset{+}{\text{Na}}$	+8,82	+204,2			
			$\overset{++}{\text{Co}}$	+6,45	+298,7	$\overset{++}{\text{Ni}}$	+6,60	+305,7			

REMARQUE. — Les valeurs ϵ_a et ϵ_c ont été déduites de celles inscrites dans le Recueil de constantes de la Société de Physique en prenant la moyenne des valeurs indiquées par différents observateurs. Elles ont été établies de manière que les forces électromotrices de polarisation anodiques soient toutes négatives et les cathodiques positives, ce qui est plus conforme à la théorie des ions. De même les chaleurs de formation électrolytiques, conformément à cette même théorie, sont, pour une valence-gramme, de 96.490 coulombs, négatifs pour les anions, positifs pour les cations.

Les signes — ou + indiquent la valence de l'anion ou du cation. Ainsi $\overline{\text{Br}}$, $\overline{\text{Ag}}$ sont monovalents ; $\overline{\text{O}}$, $\overline{\text{Ba}}$, divalents, etc.

Relation entre les chaleurs de formation, les forces électromotrices de polarisation et les coefficients de solubilité de différents sels. — Soit q_i la chaleur de formation électrolytique d'un sel, q_{diss} sa chaleur de formation en solution aqueuse, et q_t la chaleur totale initiale de ce même sel. Quel que soit le degré de concentration de la solution, on peut poser, en vertu du principe de la conservation de l'énergie :

$$q_i + q_{\text{diss}} = q_t.$$

Posons, d'autre part :

$$q_s + q_{\text{sol}} = q_i,$$

d'où

$$q_s = q_i - q_{\text{sol}},$$

q_{sol} étant la chaleur de formation du sel à l'état solide.

Soit M le poids du sel anhydre dissous dans 1.000 grammes d'eau, σ celui du même sel dissous dans la même quantité d'eau à saturation, on peut poser :

$$\Delta = \frac{\pm k \sqrt[3]{M}}{\sqrt[3]{\sigma}}, \quad k = 2,379;$$

puis :

$$q_\varepsilon = q_s \pm \Delta$$

et finalement :

$$\varepsilon = \frac{q_s \pm \Delta}{96490 An}.$$

REMARQUE. — Les valeurs de ε déduites du tableau A se rapportent aux ions en concentration normale, aussi avons-nous pris $M = 1$ équivalent. Il est évident que, dans la pratique, on devrait donner à M une valeur inférieure à σ .

TABLEAU B.

Sels.	$ab + b^2 = b^2$	q_{min}	$10^{10}b + 1^3b - 1^2b$	q_{act}	$10^{10}b - 1^2b = b^2$	$\frac{10^{10}ab + 1^2b^2}{K}$	σ	Δ	$\sqrt{1^2 + b^2} = b^2$	n	$\frac{100000000}{\sqrt{1^2 + b^2}}$	$\frac{1}{1 + b^2}$
BaF ²	218,3 × 10 ³	226,7 × 10 ³	443,0 × 10 ³	238,6 × 10 ³	216,4 × 10 ³	87,48	1,63	+8,96 × 10 ³	225,36 × 10 ³	2	4,87	4,71
NaF	110,7	110,8	221,5	111,4	110,1	42,00	44,00	+2,34	112,40	1	4,85	4,78
NaCl	96,5	97,2	193,7	98,5	95,2	58,46	358,20	+1,30	96,50	1	4,17	4,17
HgCl ²	30,1	50,5	80,6	53,3	27,3	135,76	57,00	+3,18	30,48	2	0,66	0,65
PbCl ²	71,8	77,9	149,7	83,9	65,8	135,61	9,09	+5,91	71,71	2	1,55	1,55
KCl	105,3	199,3	304,5	208,1	96,4	74,56	333,00	+1,44	97,84	1	4,22	4,55
AuCl ³	19,7	27,45	47,15	22,8	24,35	101,19	680,00	-1,26	23,09	3	0,33	0,27
KBr	96,3	184,8	281,1	188,0	93,1	119,02	621,00	+1,37	94,47	1	4,08	4,16
PbBr ²	53,8	56,3	110,1	66,3	43,8	183,47	7,31	+6,96	50,76	2	1,10	1,16
HgBr ²	12,1	37,2	49,3	40,6	8,7	180,22	6,10	+6,92	15,62	2	0,34	0,26
KI	86,1	80,1	166,2	78,4	86,8	166,02	457,00	-1,15	85,65	1	3,70	3,72
CdI ²	41,7	47,9	89,6	48,9	40,7	183,12	853,00	+1,42	42,12	2	0,91	0,90
ZnI ²	58,8	60,6	119,4	49,3	70,1	159,60	4320,00	-0,79	69,33	2	1,50	1,27
Ag ² SO ⁴	52,3	162,6	214,9	167,1	47,8	155,90	7,72	+6,48	54,28	2	1,17	1,13
K ² SO ⁴	236,0	334,3	570,4	340,9	229,5	87,13	111,10	+2,19	231,69	2	5,00	5,10
Na ² SO ⁴	218,5	329,8	548,3	329,4	218,9	71,03	58,00	-2,54	216,36	2	4,67	4,72

LA SURFACE D'ONDE CARACTÉRISTIQUE DU CRISTAL D'ISLANDE ;

Par M. A. GUILLET.

Je ne connais pas de manipulation plus belle *ni plus utile à répéter* que celle instituée par Huygens pour fixer avec précision la forme de l'onde caractéristique du cristal d'Islande et d'expliquer par elle les particularités de l'étrange réfraction découverte par Erasme Bartolin.

Voici les opérations qu'il convient d'effectuer, et que je décrirai en rapportant, autant qu'il se pourra, les termes mêmes de l'immortel auteur du *Traité de la Lumière*.

I. — EXAMEN GÉOMÉTRIQUE DU CRISTAL.

a) *Forme et clivage*. — Les morceaux de cristal d'Islande que l'on trouve dans la nature sont de la forme d'un parallélépipède oblique (*fig. 1*), clivables parallèlement à deux faces opposées, si bien que l'on peut amener les six faces du solide à être des losanges égaux,

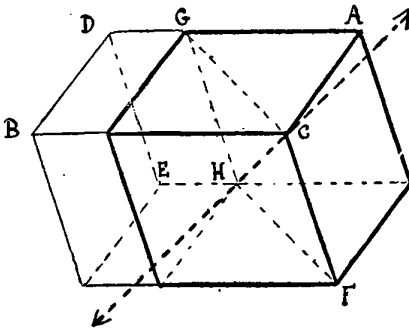


FIG. 1.

ce qui conduit au rhomboèdre marqué en traits forts dans la *fig. 1*. Autour des sommets opposés C et H sont répartis trois angles obtus égaux ; si l'on trace la bissectrice de l'une des faces C, soit CG, elle détermine avec CF un plan perpendiculaire à CAG qui est la *section principale du cristal pour la face C A G* ; les deux autres bissectrices combinées aux arêtes CB et CA détermineront deux autres

sections principales et les trois plans ainsi formés se couperont suivant une droite CH qui est l'axe du cristal.

Le clivage permet de répartir en un point quelconque du milieu tous les éléments définis pour le sommet C.

b) *Mesure d'angles.* — On s'efforcera de mesurer directement les angles des faces, et aussi le dièdre relatif à l'une des arêtes partant du sommet C en utilisant soit un goniomètre d'application, soit une méthode optique. Si α est la mesure du dièdre, on en déduira la mesure x d'une face en C par la considération du triangle sphérique équilatéral déterminé par le trièdre C sur une sphère de centre C. On calculera de même l'angle β que forme l'axe du cristal avec l'une des faces, ou encore l'une des arêtes du trièdre C.

Huygens a trouvé ainsi les valeurs suivantes :

$$\begin{aligned}\alpha &= 105^\circ \\ x &= 101^\circ 52' \\ \beta &= 45^\circ 20'\end{aligned}$$

II. — OBSERVATIONS OPTIQUES.

a) Si l'on couvre la face AB en y laissant seulement une petite ouverture au point K pris sur CG (fig. 2) et qu'on l'expose au soleil

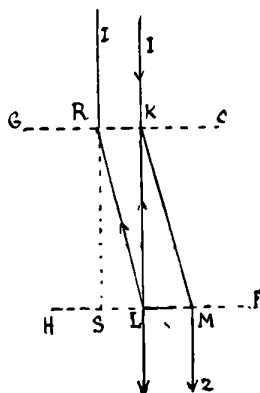


FIG. 2.

en sorte que ses rayons donnent dessus perpendiculairement, le rayon IK se divisera au point K en deux rayons ; l'un continuera d'aller droit par KL, et l'autre s'écartera par la droite KM qui est

dans le plan $CGHF$ et qui fait avec KL un angle d'environ $6^{\circ}40'$, à déterminer par sa tangente :

$$\text{tang LKM} = \frac{LM}{LK}$$

tendant du côté de l'angle solide C ; et en sortant de l'autre côté du cristal, il se remettra en MZ parallèle à IK . Comme par cette réfraction extraordinaire, le point M est vu par le rayon rompu MKI « que je suppose aller à l'œil I , il faut que le point L par cette même réfraction soit vu par le rayon rompu LRI , en sorte que LR soit comme parallèle à MK , si la distance de l'œil KI est supposée fort grande. Le point L paraît donc comme étant dans la droite IRS , mais le même point par réfraction ordinaire paraît aussi dans la droite IK , donc il est nécessairement jugé double. Et de même si L est un petit trou dans une feuille de papier ou d'autre matière qu'on aura appliquée contre le cristal, il paraîtra, en le tournant contre le jour, comme s'il y avait deux trous qui seront d'autant plus distants l'un de l'autre que le cristal aura plus d'épaisseur».

b) *Rayon ordinaire ; mesure de l'indice de réfraction correspondant.* — « La manière de faire exactement les observations est telle :

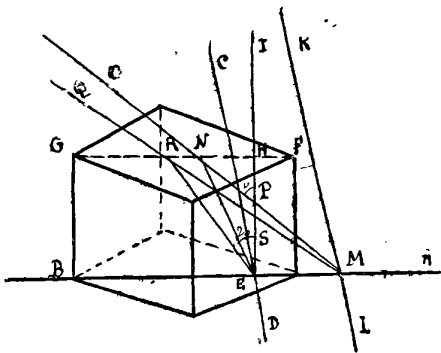


FIG. 3.

il faut tracer sur un papier, attaché sur une table bien unie, une ligne noire AB (fig. 3) et deux autres qui la coupent à angles droits CE , KML plus ou moins distantes l'une de l'autre, suivant que l'on veut examiner un rayon plus ou moins oblique, et poser le cristal sur l'intersection E , en sorte que la ligne AB soit bissectrice de la face

inférieure du solide ou parallèle à cette bissectrice ; alors, en plaçant l'œil directement au-dessus de la ligne AB, elle ne paraîtra que simple, et l'on verra que sa partie vue à travers le cristal avec les parties qui paraissent en dehors sont en ligne droite, mais la ligne CD paraîtra double, et l'on distinguera l'image qui vient de la réfraction régulière de ce qu'elle paraît plus élevée que l'autre, lorsqu'on regarde avec les deux yeux, ou bien de ce que, tournant le cristal sur le papier, elle demeure ferme, au lieu que l'autre image remue et tourne tout autour. L'on placera ensuite l'œil en I (demeurant toujours dans le plan perpendiculaire par AB), de sorte qu'il voie l'image de la ligne CD qui vient de la réfraction régulière faire une ligne droite avec le reste de cette ligne qui est dehors le cristal et marquant alors sur la surface du cristal le point H où paraît l'intersection E ce point sera directement au-dessus de E, puis on retirera l'œil vers O, toujours dans le plan perpendiculaire par AB, en sorte que l'image de la ligne CD, qui se fait par la réfraction ordinaire, paraisse en ligne droite avec la ligne KL, vue sans réfraction, et l'on marquera sur le cristal le point N où paraît le point d'intersection E.

On connaîtra donc la longueur et la position des lignes NH, EM, et aussi HE qui est l'épaisseur du cristal. Ces lignes étant tracées à part sur le plan et menant alors NE, puis NM qui coupe HE en P, on aura par le triangle NPE :

$$\frac{\sin i}{\sin r_0} = \frac{EN}{NP} = n_0,$$

on constatera que cette proportion est toujours la même dans toutes les inclinaisons des rayons incidents et assez voisine de $\frac{5}{3}$; n_0 est la valeur de l'indice relatif au rayon ordinaire.

c) Le rapport $\frac{\sin i}{\sin r_e}$ est variable : le même procédé permet d'examiner la réfraction extraordinaire ou irrégulière du cristal d'Islande car le point H étant trouvé et marqué comme il a été dit directement au-dessus du point E, on regardera l'image de la ligne CD qui se fait par réfraction extraordinaire et on placera l'œil en Q, en sorte que cette image forme une ligne droite avec la ligne KL vue sans réfraction. Les triangles REH, RES donnent alors

$$\frac{\sin i}{\sin r_e} = \frac{RE}{ES}$$

et l'on constate que ce rapport est variable avec l'inclinaison du rayon incident.

On s'assurera sans difficulté que le spath d'Islande se comporte dans tous les cas pour l'un des rayons comme une substance isotrope d'indice n_0 . *A une telle réfraction, il est donc naturel de faire correspondre une onde caractéristique de forme sphérique.*

III. — INTUITION D'HUYGENS.

Huygens a eu la pensée de rapporter la réfraction irrégulière à une onde ayant la forme d'un ellipsoïde et il chercha comment les phénomènes observés permettaient d'en déterminer la figure et la position.

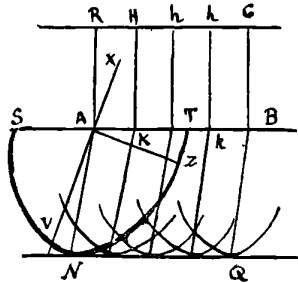


FIG. 4.

« Je considérai premièrement l'effet des ondes ainsi formées, à l'égard du rayon qui tombe perpendiculairement sur la surface plate d'un corps transparent dans lequel elles s'étendraient de cette manière. Je posai AB (fig. 4) pour l'endroit découvert de la surface. Et puisqu'un rayon perpendiculaire sur un plan, et venant d'une lumière fort distante, n'est autre chose, dans ma Théorie des ondes, que l'incidence d'une parcelle d'onde parallèle à ce plan, je supposai la droite RC, parallèle et égale à AB, être une portion d'onde de la lumière, dont les points infinis RH \hat{c} C viennent rencontrer la surface AB aux points A, K \hat{k} , B. Donc, au lieu des ondes particulières hémisphériques, qui dans un corps de réfraction ordinaire se devaient étendre de chacun de ces derniers points, ce devaient être ici des hémisphéroïdes, desquels je supposai que les axes ou bien les grands diamètres étaient obliques au plan AB, ainsi que l'est AV, $\frac{1}{2}$ axe

ou $\frac{1}{2}$ grand diamètre du sphéroïde SVT, qui représente l'onde particulière venant du point A, après que l'onde RC est venue en AB. Je dis un axe ou grand diamètre, parce que la même ellipse SVT peut être considérée comme section d'un sphéroïde dont l'axe est AZ, perpendiculaire à AV. Mais pour le présent, sans déterminer encore l'un ou l'autre, nous considérerons ces sphéroïdes seulement dans leurs sections qui sont des ellipses dans le plan de cette figure. Or, prenant un certain espace de temps pendant lequel, du point A, s'est étendue l'onde SVT, il fallait que de tous les autres points K, A, B, il se fit, dans le même temps, des ondes pareilles et semblablement posées que SVT. Et la commune tangente NQ de toutes ces demi-ellipses était la propagation de l'onde RC en tombant sur AB, et où ce mouvement se trouve en beaucoup plus grande quantité que partout ailleurs, comme étant faite des arcs infinis d'ellipses, dont les centres sont le long de la ligne AB.

« Or, il paraissait que cette tangente commune NQ était parallèle à AB, et de même longueur, *mais qu'elle ne lui était pas opposée directement*, puisqu'elle était comprise entre les lignes AN, BQ, qui sont les diamètres conjugués des ellipses qui ont A et B pour centres, à l'égard des diamètres qui sont dans la droite AB. *Et c'est ainsi que j'ai compris, ce qui m'avait paru fort difficile, comment un rayon perpendiculaire à une surface pouvait souffrir réfraction en entrant dans [le corps transparent ; voyant que l'onde RC, étant venue à l'ouverture AB, continuait de là en avant à s'étendre entre les parallèles AN, BQ demeurant pourtant elle-même toujours parallèle à AB, de sorte qu'ici la lumière ne s'étend pas par des lignes perpendiculaires à ses ondes, comme dans la réfraction ordinaire, mais ces lignes coupent les ondes obliquement.*

« Cherchant ensuite quelle pouvait être la situation et forme de ces sphéroïdes dans le cristal, je considérai que toutes les six faces produisaient précisément les mêmes réfractions. Reprenant donc le parallélépipède AFB, dont l'angle solide obtus, compris de trois angles plans égaux, est C, et y concevant les trois sections principales, dont l'une est perpendiculaire à la face DC, et passe par le côté CF, l'autre perpendiculaire à la face AF, passe par le côté BC; je savais que les réfractions des rayons incidents, appartenant à ces trois plans étaient toutes pareilles. Mais *il ne pouvait y avoir de position de sphéroïde qui eût un même rapport à ces trois*

sections sinon de celui dont l'axe fût aussi l'axe de l'angle solide C. Partant je vis que l'axe de cet angle, c'est-à-dire la droite qui du point C traversait le cristal avec inclinaison égale aux côtés CF, CA, CB, était la ligne qui déterminait la position des axes de révolution de toutes les ondes sphéroïdes qu'on s'imaginait naître de quelque point, pris au dedans ou à la surface du cristal, puisque tous ces sphéroïdes devaient être semblables, et avoir leurs axes parallèles entre eux. »

IV. — DÉTERMINATION DE LA MÉRIDIENNE DE L'ONDE.

a) *Ellipticité.* — Le plan de la figure coïncide avec une section principale du cristal dont CS est l'axe (fig. 5). Le rayon normal IC donne le rayon extraordinaire CM faisant l'angle connu α avec IC,

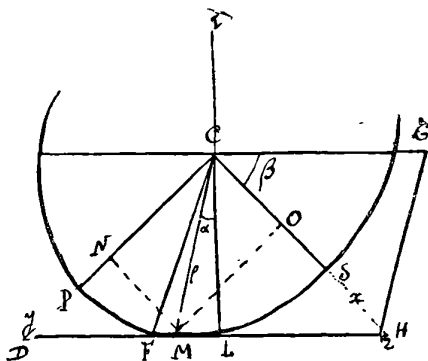


FIG. 5.

le second axe de l'ellipse est en Cy. Soient a , b les axes inconnus d'une ellipse dont $CM = \rho$ est un rayon vecteur. L'ellipse a pour équation

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

l'équation de la tangente DZ est :

$$\frac{Xx}{a^2} + \frac{Yy}{b^2} = 1,$$

en conséquence :

$$X = CZ = \frac{a^2}{x}$$

$$Y = CD = \frac{b^2}{y}.$$

or

$$CZ = x + OZ,$$

mais

$$\text{tang } \beta = \frac{OM}{OZ};$$

d'où

$$OZ = \frac{\rho \cos (\beta - \alpha)}{\text{tang } \beta},$$

d'ailleurs

$$x = \rho \sin (\beta - \alpha),$$

par suite

$$\frac{a^2}{\rho^2} = \sin^2 (\beta - \alpha) + \frac{\sin (\beta - \alpha) \cos (\beta - \alpha)}{\text{tang } \beta},$$

de même

$$\frac{b^2}{\rho^2} = \cos^2 (\beta - \alpha) + \frac{\cos (\beta - \alpha) \sin (\beta - \alpha)}{\text{tang } \beta}.$$

Puisque

$$\alpha = 6^\circ 40', \quad \beta = 45^\circ 20',$$

$$\frac{a^2}{\rho^2} = 0,872 \quad \text{et} \quad \frac{b^2}{\rho^2} = 1,092, \quad \text{soit} \quad \frac{b}{a} = 1,118$$

on connaît alors le rapport des axes, c'est-à-dire l'*ellipticité* 0,894 de la *méridienne*.

On arrive ainsi (par la mesure de l'inclinaison β de l'axe du cristal sur l'une de ses faces naturelles et de la déviation α du rayon extraordinaire provenant d'un rayon incident normal à cette même face) à déterminer la forme de la surface d'onde en supposant que cette surface est un ellipsoïde de révolution autour de l'axe du cristal, *cela par des observations purement visuelles, effectuées si l'on veut sans instrument, et ne comportant que des réfractions à travers les faces naturelles du cristal.*

Construction du rayon réfracté extraordinaire. — Une onde caractéristique n'est définie que par sa forme, sa grandeur actuelle dépend du temps qui s'écoule entre les passages de l'onde incidente par deux positions déterminées P_0 et P_1 d'ailleurs arbitrairement choisies.

Admettons d'abord que l'onde incidente P_0 (CO) soit en P_1 (KB), lorsque l'onde caractéristique a la dimension représentée (fig. 6) en gMG . D'après la théorie d'Huygens, l'onde réfractée s'obtiendra, puisqu'ici le plan d'incidence est une section principale du cristal, en menant par le point K une tangente à l'ellipse. Voici comment on déterminera le point de contact I, et par suite le rayon réfracté CI. Soient CG la trace de la face d'entrée, CM le diamètre conjugué de cordes parallèles à CG coïncidant avec le rayon réfracté extraordinaire CM provenant d'un rayon incident normal à CG. L'équation de l'ellipse rapportée aux deux droites CG, CM, formant un système de diamètres conjugués est :

$$\frac{x^2}{a'^2} + \frac{y^2}{b'^2} = 1,$$

d'où pour l'équation de la tangente au point I,

$$\frac{xx'}{a'^2} + \frac{yy'}{b'^2} = 1.$$

En exprimant que cette tangente passe par le point K de coordonnées $(\xi, 0)$, on aura :

$$\xi \cdot x = a'^2,$$

soit

$$(I) \quad CK \cdot x = \overline{CG}^2,$$

on obtiendra donc x , abscisse du point de contact I, par la construction immédiate d'un triangle rectangle, puisqu'on connaît CK et CG.

Loi de la proportion de réfraction. — Si l'on porte sur le rayon incident une longueur $CR = CG$, et que l'on projette le point R en V sur gG , on a d'une part d'après (I).

$$x \cdot \overline{CK} = \overline{CG}^2 \quad \text{ou} \quad \frac{x}{CG} = \frac{CG}{\overline{CK}}$$

et d'autre part

$$\frac{CV}{CG} = \frac{N}{\overline{CK}} = \sin i;$$

d'où

$$\frac{CV}{N} = \frac{x}{CG}$$

et par suite

$$\frac{CV}{x} = \frac{N}{CG} = C^{to},$$

relation analogue, en quelque manière, à la loi de Descartes et vérifiée par tout système de rayons RC, CI contenu dans le plan de la section principale.

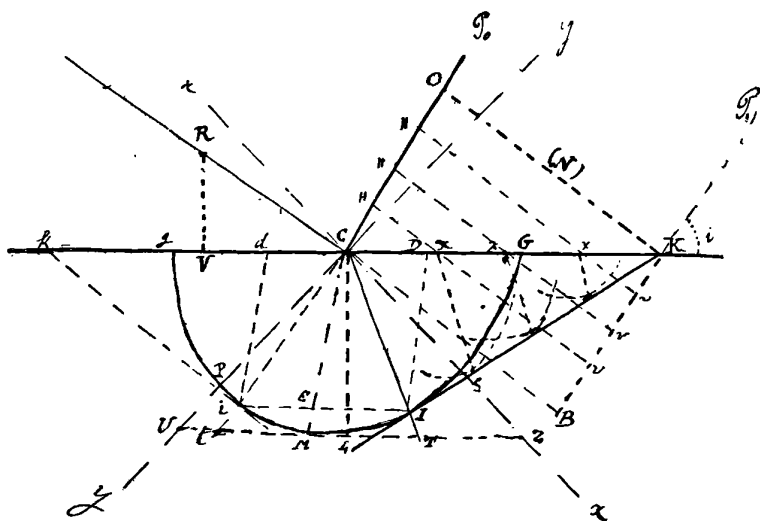


FIG. 6.

« La réfraction du rayon RC n'est autre chose que le progrès de l'endroit C de l'onde CO continuée dans le cristal. Or les endroits H de cette onde, pendant le temps que O est venu en K, seront arrivés à la surface CK par les droites Hx et auront de plus produit dans le cristal des ondes particulières hémisphéroïdes des centres x semblables et semblablement posées avec l'hémisphéroïde GSPg ; et dont les grands et les petits diamètres auront même raison aux lignes xv (continuation des Hx jusqu'à KB, parallèle à CO) que les diamètres du sphéroïde de GSP ont à la ligne CB ou N. Et il est bien aisé de voir que la commune tangente de tous ces sphéroïdes, qui sont ici représentés par des ellipses, sera la droite IK : qui pour cela sera la propagation de l'onde CO, et le point I celle du point C, conformément à ce que l'on démontre dans la réfraction ordinaire.

On continuera la manipulation en vérifiant que si deux rayons situés dans la section principale sont également inclinés sur la normale à la face d'entrée l'un à droite, l'autre à gauche, les deux rayons extra-

ordinaires correspondants rencontrent la face opposée du cristal en des points également distants du point où celle-ci est rencontrée par le rayon extraordinaire provenant d'un rayon incident normal à la face d'entrée.

Montrons qu'un tel fait est une conséquence immédiate de la forme elliptique de la méridienne de l'onde.

« En effet, si le rayon rC est également incliné avec RC , la ligne Cd sera nécessairement égale à CD , parce que Ck est égale à CK , et Cg à CG . Et que par conséquent li sera coupée en E en parties égales par la ligne CM , à laquelle DI , di sont parallèles. Et parce que CM est le diamètre conjugué à CG ; il s'ensuit que iI sera parallèle à gG . Partant, si on prolonge les réfractions CI , Ci jusqu'à ce qu'elles rencontrent la tangente ML en T et t , les distances MT , Mt seront aussi égales. Et ainsi s'explique parfaitement par notre hypothèse le phénomène ci-dessus rapporté. »

b) *Dimension de la méridienne de l'onde à associer aux ondes P_0 , P_1 .* — On vérifiera d'abord expérimentalement qu'un rayon incident contenu dans la section principale du rhomboèdre, incliné comme le cristal, formant avec la face d'entrée un angle $\varepsilon = 73^\circ 20'$, passe tout droit sans subir de réfraction extraordinaire dans le cristal ⁽¹⁾.

Soient N la distance donnée des ondes planes associées $P_0 P_1$, et

$i = \frac{\pi}{2} - \varepsilon$, l'angle de ces ondes avec la face d'entrée. On a

$$CK \cdot \cos \varepsilon = N,$$

d'où pour les coordonnées du point K

$$X = - \frac{N \cos \beta}{\cos \varepsilon}, \quad Y = - \frac{N \sin \beta}{\cos \varepsilon}.$$

D'autre part, le rayon incident a pour équation

$$y = x \operatorname{tang} (\varepsilon + \beta),$$

et il doit couper l'ellipse

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

en un point de coordonnées

$$x = \frac{-ab}{\sqrt{b^2 + a^2 \operatorname{tang}^2 (\beta + \varepsilon)}}; \quad y = \frac{-ab}{\sqrt{b^2 + a^2 \operatorname{tang}^2 (\beta + \varepsilon)}}$$

(1) Ce que l'on pourra reconnaître à ce qu'alors le point E vu par la réfraction extraordinaire paraît dans la ligne CD vue sans réfraction.

appartenant à la tangente à l'ellipse issue de K d'équation

$$\frac{Xx}{a^2} + \frac{Yy}{b^2} = 1.$$

En exprimant cette dernière condition, il vient

$$\frac{N}{a} = \frac{\sigma \cos \varepsilon \sqrt{\sigma^2 + \tan^2 \varepsilon (\varepsilon + \beta)}}{\sigma^2 \cos \beta + \sin \beta \tan(\varepsilon + \beta)},$$

σ désignant comme on l'a vu plus haut, le rapport connu $b : a$
D'autre part, $\beta = 45^\circ, 20'$ et $i = 73^\circ, 20'$.

En effectuant ce calcul on trouvera :

$$\frac{N}{a} = 1,63, \quad \text{puis} \quad \frac{N}{b} = 1,46.$$

Ainsi se trouve fixée la grandeur de l'ellipsoïde de révolution autour de l'axe du cristal, auquel il suffira de mener un plan tangent par la droite d'intersection de la face d'entrée avec un plan P_1 tangent à la sphère de rayon N pour obtenir la position du rayon réfracté extraordinaire conjugué d'un rayon incident quelconque répondant au plan P_1 .

Huygens s'assura, par la comparaison des nombres obtenus, que l'onde sphérique de rayon R relative au rayon ordinaire est tangente à l'ellipsoïde aux points où celui-ci est percé par son axe de révolution. Il a trouvé en effet :

$$\frac{N}{a} = \text{sensiblement } \frac{5}{3} \quad \text{et d'après (b) p. 131} \quad \frac{N}{R} = \frac{5}{3}.$$

donc on a bien $R = a$.

Vérifications expérimentales complémentaires. — L'ellipsoïde à associer à l'onde incidente P_1 étant maintenant complètement déterminé en position, en forme et en grandeur, on doit rechercher si tout phénomène déduit de la construction d'Huygens peut être observé.

On utilisera tout d'abord *une face naturelle* et des plans d'incidence s'écartant progressivement de la section principale jusqu'à lui devenir perpendiculaire. Puis on pratiquera des coupes *perpendiculaires au plan de la section principale* que l'on prendra comme faces d'entrées de la lumière. Parmi ces *faces artificielles*, on retiendra les suivantes :

- 1° Section perpendiculaire à la face naturelle (trace en NN);
- 2° Section passant par le grand axe de la méridienne (trace en PP);
- 3° Section passant par l'axe de révolution (trace en SS).

On remarquera que les réfractions doivent être les mêmes pour les faces naturelles et pour les faces artificielles inclinées de $43^{\circ}20'$ sur l'axe du cristal.

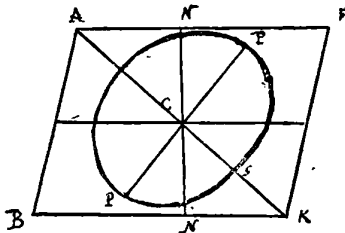


FIG. 7.

A une face naturelle ou artificielle donnée quelconque correspond encore une *infinité de positions du plan d'incidence*. En particulier, dans le cas (3), et lorsque le plan d'incidence est perpendiculaire à l'axe, les deux rayons se réfractent régulièrement avec les indices

$$n_0 = \frac{N}{a}, \quad n_e = \frac{N}{b};$$

d'où une méthode précise pour la détermination de n_e et par suite de $\frac{N}{b}$, ou encore de la méridienne

$$n_0^2 x^2 + n_e^2 y^2 = N^2.$$

Les trois surfaces à tracer pour la mise en place des rayons réfractés en un point donné, et ayant ce point pour centre commun, pourront recevoir les dimensions suivantes : rayon de la sphère dans le milieu isotrope extérieur $N = 1$; rayon de la sphère pour la réfraction régulière $\frac{1}{n_0}$; axes de l'ellipsoïde répondant à la réfraction irrégulière $\frac{1}{n_0}, \frac{1}{n_e}$.

Mais pour effectuer les vérifications expérimentales auxquelles conduit l'examen détaillé de toutes ces dispositions variées, il faut savoir réaliser les coupes dessinées à l'avance sur le cristal.

« La taille est aisée par les roues tranchantes des lapidaires, ou de la manière qu'on scie le marbre. Pour le polissage, il faut éviter

le métal et prendre une pièce de glace de miroir rendue matte et dépolie. Là-dessus, avec du sable fin et de l'eau, l'on adoucit peu à peu ce cristal, de même que les verres de lunette, et on le polit en continuant seulement le travail, et en diminuant toujours la matière.

« Lors même que la surface n'est que médiocrement adoucie, si on la frotte avec un peu d'huile ou de blanc d'œuf, elle devient fort transparente, en sorte que la réfraction s'y découvre fort distinctement. Et cette aide est surtout nécessaire lorsque l'on veut polir les surfaces naturelles, pour en éviter les inégalités, parce qu'on ne saurait les rendre luisantes à l'égal de celles des autres sections qui prennent d'autant mieux le poli qu'elles sont moins approchantes de ces plans naturels. »

Telle est la voie toute géométrique et expérimentale, — si distincte de celle suivie dans les traités classiques, — qui a conduit Huygens à la mise en place des rayons réfractés par le spath d'Islande. La solution complète de ce délicat problème (qui relève uniquement aujourd'hui de la géométrie analytique ou de la géométrie descriptive), porte la marque de profondeur et de simplicité que l'on retrouve dans toutes les productions de ce merveilleux esprit.

Voici enfin de quelle manière remarquable Huygens, en jugeant ses propres recherches sur la Lumière, caractérise les véritables théories physiques : « On y rencontre de ces sortes de démonstrations, qui ne produisent pas une certitude aussi grande que celles de géométrie, et qui même en diffèrent beaucoup, puisque, au lieu que les géomètres prouvent leurs propositions par des principes certains et incontestables, ici les Principes se vérifient par les conclusions qu'on en tire; *la nature de ces choses ne souffrant pas que cela se fasse autrement.* Il est possible toutefois d'y arriver à un degré de vraisemblance, qui bien souvent ne cède guère à une évidence entière : savoir, lorsque les choses qu'on a démontrées par ces principes supposés se rapportent parfaitement aux phénomènes que l'expérience a fait remarquer; surtout quand il y en a grand nombre, et encore principalement quand on se forme et prévoit des phénomènes nouveaux, qui doivent suivre des hypothèses qu'on emploie, et qu'on trouve qu'en cela l'effet répond à notre attente. Que si toutes ces preuves de la vraisemblance se rencontrent dans ce que je me suis proposé de traiter, comme il me semble qu'elles sont, *il se peut malaisément que les choses ne soient à peu près comme je les représente.* »

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT;

Tome XV; 1914.

W.-S. GRIPENBERG. — Sur la profondeur de l'action de la lumière à l'intérieur du sélénium. — P. 462.

Ces recherches ont été suggérées par le mémoire de G.-W. White⁽¹⁾. L'auteur opérait sur une plaque de sélénium de 0^{mm},05 d'épaisseur. Dans une première série d'expériences, il a mesuré la résistance entre deux électrodes appliquées contre la même face de la plaque, celle-ci étant successivement maintenue dans l'obscurité, puis vivement éclairée. La deuxième série d'essais, réalisés dans les mêmes conditions de variations d'éclairement, a consisté à mesurer la résistance entre électrodes appliquées contre les deux faces opposées de la plaque de sélénium. L'augmentation de la conductibilité par l'effet de la lumière fut trouvée 1,5 fois plus grande dans le second cas que dans le premier. On est donc conduit à penser que l'action de la lumière pénètre assez profondément dans le sélénium. Ce résultat est en contradiction avec les conclusions du travail de G.-W. White.

PAUL DE LA GORCE.

J. [ISHIWARA. — Fondements d'une théorie électromagnétique relativiste de la gravitation. — P. 294-298.

Dans les théories de Nordström, de Mie, etc., on ne cherche pas à approfondir la nature du potentiel de gravitation, tandis que, dans celles d'Einstein et d'Abraham, l'action de la gravitation est considérée comme due aux variations de la vitesse de la lumière dans le temps et dans l'espace. L'auteur désigne les théories fondées sur cette hypothèse sous le nom de théories électromagnétiques et cherche à en édifier une exempte d'objections.

Les bases de cette étude sont les suivantes :

I. *Principe de relativité* : l'élément d'univers $d\Sigma = icdvdt$ est invariant dans toute transformation de Lorentz; dv et dt sont les éléments de volume et de temps, le paramètre c est la vitesse de propagation des phénomènes électromagnétiques dans le vide.

(¹) G.-W. WHITE, *Philosophical Magazine*, t. XXVII, p. 370 (1914); A. M. TYN-DALL et G. W. WHITE, *Physikalische Zeitschrift*, t. XV, p. 154 (1914), et *J. de Phys.*, 5^e série, t. IV.

II. *Hypothèse sur la masse et le champ de gravitation* : c est une fonction du lieu et du temps et l'on se propose de déterminer sa valeur, à une constante additive près, d'après la répartition de la matière. Cela conduit à considérer le potentiel de gravitation comme devant être exprimé au moyen de c . On attribue à l'énergie de gravitation une masse de densité :

$$v' = \frac{1}{2ac} (\diamond c)^2$$

où $\diamond c$ est le gradient de c à quatre dimensions ; a désigne une constante universelle. Dans chaque particule matérielle est localisée une masse constante la *masse matérielle* de densité v . La densité de masse totale d'un système est :

$$\mu = v + v'.$$

III. *Principe de moindre action* : Les phénomènes physiques se déroulent de telle sorte que la première variation de l'intégrale :

$$W = \int h d\Sigma_e = - \int \mu c d\Sigma.$$

soit nulle ; h est la densité d'action.

L'auteur pose maintenant :

$$H = \int v$$

le principe d'Hamilton s'écrit alors :

$$(1) \quad \delta \int H c dt = 0.$$

Il s'agit d'en tirer les équations de Lagrange. On y parvient en laissant invariable la quatrième coordonnée d'univers et en appliquant aux coordonnées spatiales une variation virtuelle δr aux composantes δx , δy , δz . Soit v la vitesse ; H est fonction de v et de c ; on a donc :

$$\delta H = \left(\delta v, \frac{\partial H}{\partial v} \right) + \frac{\partial H}{\partial c} (\delta r, \nabla) c.$$

D'autre part :

$$\delta \left(\frac{v}{c} \right) = \frac{1}{c} \frac{d}{dt} (\delta r),$$

la valeur de δv tirée de cette dernière relation est portée dans la précédente ; la valeur ainsi obtenue de δH est portée à son tour dans (1). On en tire l'équation d'impulsion :

$$(2) \quad \frac{d}{dt} \left(c \frac{\partial H}{\partial v} \right) = c \left\{ \left(\frac{v}{c}, \frac{\partial H}{\partial v} \right) + \frac{\partial H}{\partial c} \right\} \nabla c.$$

L'équation d'énergie se tire de (2) et de la relation :

$$\frac{dH}{dt} = \left(\frac{dv}{dt}, \frac{\partial H}{\partial v} \right) + \frac{dc}{dt} \frac{\partial H}{\partial c},$$

ce qui donne :

$$(3) \quad \frac{d}{dt} \left(v \frac{\partial H}{\partial v} - H \right) = v \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial H}{\partial v} \right) - \frac{dc}{dt} \frac{\partial H}{\partial c} = - \left\{ \left(\frac{v}{c}, \frac{\partial H}{\partial v} \right) + \frac{\partial H}{\partial c} \right\} \frac{\partial c}{\partial t}.$$

Si l'on pose maintenant :

$$\begin{aligned} G &= c \frac{\partial H}{\partial v}, & U &= c \left(v \frac{\partial H}{\partial v} - H \right) = vG - cH, \\ K &= c \left\{ \left(\frac{v}{c}, \frac{\partial H}{\partial v} \right) + \frac{\partial H}{\partial c} \right\} \nabla c, & iK_t &= c \left\{ \left(\frac{v}{c}, \frac{\partial H}{\partial v} \right) + \frac{\partial H}{\partial c} \right\} \frac{\partial c}{\partial t}, \end{aligned}$$

les équations (2) et (3) se présentent sous la forme habituelle :

$$\frac{dG}{dt} = K, \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{U}{c} \right) = K_t.$$

Les K sont les composantes d'un quadruple vecteur : la force pondéromotrice de densité k et l'on a :

$$(4) \quad \int kd\Sigma = \int \left\{ \left(\frac{v}{c}, \frac{\partial H}{\partial v} \right) + \frac{\partial H}{\partial c} \right\} \cdot (\diamond c) \cdot icdt.$$

En désignant par g et u les densités spatiales de la quantité de mouvement G et de l'énergie U, on a :

$$(5) \quad \left\{ \begin{aligned} \int \frac{dG}{dt} icdt &= \int \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{gv_x}{c} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{gv_y}{c} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{gv_z}{c} \right) + \frac{1}{c} \frac{\partial g}{\partial t} \right\} d\Sigma, \\ \int \frac{d}{dt} \left(\frac{U}{c} \right) icdt &= \int \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{uv_x}{c^2} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{uv_y}{c^2} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{uv_z}{c^2} \right) + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{u}{c} \right) \right\} d\Sigma. \end{aligned} \right.$$

On en conclut qu'au vecteur k peut correspondre un tenseur d'uni-

vers L , que l'auteur désigne sous le nom de *tenseur dynamique d'univers*. On a :

$$\int k d\Sigma = \int (L, n) dS,$$

où dS est l'élément de la limite tridimensionnelle de $d\Sigma$, et n le quadruple vecteur unité dirigé suivant la normale extérieure. Comme, en général :

$$\int (L, n)_x dS = \int \text{div}_x L dS, \text{ etc.}$$

on obtient par comparaison avec (5) les composantes de L :

$$L = \left(\left(\begin{array}{cc} g \frac{v}{c} & ig \\ i \frac{uv}{c^2} & -\frac{u}{c} \end{array} \right) \right).$$

La somme des composantes de la diagonale est :

$$L_{xx} + L_{yy} + L_{zz} + L_{tt} = \frac{1}{c} (gv - u) = h.$$

Donc : le scalaire de Laue du tenseur dynamique d'univers est égal à la densité d'action.

Pour un point matériel, on a :

$$H = -m_0 c \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}, \quad g = \frac{\mu v}{1 - \frac{v^2}{c^2}}, \quad u = \frac{\mu c^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}};$$

en tenant compte des deux dernières relations, on voit que L est un tenseur *symétrique* i de la valeur de H et de (4) on tire :

$$k = \diamond h = -\mu \diamond c - c \diamond v^4;$$

donc : la densité de la quadruple force pondéromotrice est égale au gradient de la densité d'action.

La force pondéromotrice se compose de deux parties. La première, proportionnelle au gradient de c , est la force gravitante ; c joue ainsi le rôle de potentiel de gravitation. La masse-poids a pour densité μ .

Dans ce sens on peut dire qu'il y a égalité entre la masse-poids et

la masse d'inertie. La seconde partie de k exprime la pression du champ de gravitation sur le système physique, pression qui, dans le cas de l'état statique, est en équilibre avec la force gravitante.

Le champ de gravitation. — Une deuxième application du principe de moindre action va fournir l'équation différentielle du champ. On fait varier c . En se reportant à la définition de v^i , on écrit le principe de moindre action sous la forme :

$$-\delta W = \delta \int \left\{ \frac{1}{2a} (\diamond c)^2 + v c \right\} d\Sigma = 0,$$

et, comme $\delta (d\Sigma) = 0$, on obtient, en faisant varier c :

$$\int v \delta c d\Sigma + \int \frac{1}{a} (\diamond c) \delta (\diamond c) d\Sigma = 0$$

équation qui est satisfaite à condition que l'on ait :

$$\frac{1}{a} \diamond^2 c = v,$$

c'est l'équation cherchée. Elle exprime que : *la divergence du gradient du potentiel de gravitation est proportionnelle à la densité de masse matérielle.* Alors la densité de force pondéromotrice peut s'écrire :

$$k = -\frac{1}{a} (\diamond^2 c) \cdot \diamond e - \diamond \left(\frac{(\diamond c)^2}{2a} \right)$$

et le tenseur dynamique prend la forme simple :

$$L = -\frac{1}{a} [[\diamond c, \diamond c]].$$

Enfin l'auteur remarque que L est relié au tenseur de gravitation G d'Abraham par la relation :

$$\text{Div } G = \text{Div } L + \diamond (v^i e).$$

Comme $\text{Div. } L = \diamond (\mu c)$, on en tire :

$$\text{Div } G = -v \square c.$$

Donc : *La divergence du tenseur d'Abraham est égale à la force gravitante qui agit sur la masse matérielle seule.*

M.-T. HUBER et S. FUCHS. — Répartition des tensions élastiques dans deux cylindres reposant l'un sur l'autre. — P. 298-303.

Ce travail est la suite d'une étude des mêmes auteurs sur la répartition des tensions dans le cas de deux sphères élastiques.

Les deux cylindres se touchent tout le long d'une génératrice commune et suivant une très petite surface. Ils sont considérés comme parfaitement polis.

Les auteurs donnent les expressions des composantes des pressions dans lesquelles figurent les constantes élastiques de Young, de Poisson et de Hertz. Ils sont conduits, dans la recherche des trajectoires des tensions, à deux équations différentielles compliquées dont ils cherchent une solution approchée d'après la méthode de Heun.

Cas d'un cylindre de section circulaire reposant sur un plan.

E.-M. LÉMERAY.

WILHELM HILLERS. — Addition à une remarque sur la relation entre la formation du mirage triple de Vinci et la distribution de la température. — P. 303-304.

L'auteur montre que l'on peut obtenir le mirage triple de Vinci avec une loi de distribution de la température plus simple que celle qui a été donnée précédemment (*J. de Phys.*, 5^e série, t. III, p. 1011). Si l'on désigne par t_0 la différence des températures absolues des plans dont la distance au mur réfléchissant est respectivement 0 et ∞ , par t la valeur de cette différence pour les distances x et ∞ , par α l'inclinaison sur l'axe des x de la direction de visée, la distribution de la température peut être exprimée par :

$$t = t_0 \cdot e^{-\alpha x}.$$

On obtiendra un mirage triple bien marqué si t , est plus grand que la température absolue T_1 du plan situé à une distance du mur égale à ∞ .

WILHELM HILLERS. — Recherches expérimentales sur le mirage triple de Vinci.
P. 304-308.

L'auteur a pu reproduire expérimentalement les trois images du mirage de Vinci et vérifier la loi de distribution des températures qu'il avait admises.

M. WOLFKE. — Quelle formule de rayonnement résulte de l'hypothèse des atomes de lumière. — P¹ 308-310.

G. KRUTKOW. — Remarque sur la note de M. Wolfke. — P. 363-364.

M. WOLFKE. — Réponse à la remarque de M. Krutkow. — P. 363-364.

Debye⁽¹⁾ et M. Wolfke⁽²⁾ ont déduit la formule du rayonnement de Planck de la seule hypothèse que la distribution de l'énergie entre les vibrations des diverses fréquences peut se faire seulement par quanta $h\nu$. D'autre part, G. Krutkow⁽³⁾ a montré que l'hypothèse d'Einstein des quanta de lumière conduit à la formule du rayonnement de Wien.

M. Wolfke fait remarquer que, d'après Einstein lui-même, toute la différence entre les deux formules de rayonnement provient de la définition de l'indépendance des atomes de lumière introduite dans les considérations de probabilités d'où l'on déduit ces deux formules. Si l'on admet seulement que les atomes de lumière sont indépendants les uns des autres relativement à leur existence, c'est-à-dire que la probabilité de l'existence d'un atome de lumière d'une fréquence déterminée est indépendante du nombre d'atomes de lumière de même fréquence qui se trouvent en même temps dans le volume considéré, on aboutit à la formule de Planck. Si on suppose, en outre, que les atomes de lumière sont indépendants les uns des autres au point de vue de leur distribution, c'est-à-dire que la probabilité qu'un atome de lumière occupe une position déterminée est indépendante de la position qu'occupent simultanément d'autres atomes de lumière de même fréquence, on aboutit à la formule de Wien.

(1) DEBYE, *Ann. de Phys.*, 4^e série, XXXIII, 1427; 1910.

(2) M. WOLFKE, *Vesh. d. D. Phys. Gesch.*, XV, 1123, 1215; 1913.

(3) G. KRUTKOW, *Phys. Zeits.* XV, 133; 1914.

M. Krutkow fait remarquer à ce propos que les hypothèses suivantes : 1° un résonateur de fréquence ν peut seulement avoir les quantités d'énergie $0, h\nu, 2 h\nu, \dots$; 2° ces valeurs de l'énergie peuvent être obtenues dans un résonateur par superposition des quantités élémentaires $h\nu$ indépendantes les unes des autres, ne semblent pas exclues des déductions utilisées par Planck et Debye et que cependant elles ne conduisent pas à la formule de Planck, mais à celle de Wien.

M. Wolfke répond que la façon dont il a déduit la formule de Planck est indépendante des hypothèses signalées par Krutkow, car elle n'introduit pas la considération des résonateurs. Si l'on veut calculer la distribution de l'énergie entre les résonateurs, il faut d'abord se demander si la capture d'un nouveau quantum $h\nu$ par un résonateur est indépendante du nombre de quanta que le résonateur possède déjà. Si l'on admet cette indépendance, comme dans la deuxième hypothèse de Krutkow, cela revient à supposer que les atomes de lumière sont indépendants au point de vue de leur distribution dans l'espace. Or c'est précisément là l'hypothèse caractéristique d'Einstein, qui conduit à la loi de Wien.

A. GARBASSO. — Addition à mon mémoire : « Considérations théoriques sur l'analogie électrique du phénomène Zeeman. » — P. 310-311.

En admettant que l'écart des composantes extérieures des raies de l'hydrogène dans l'effet Stark est proportionnel au champ, l'auteur calcule quel est le champ au voisinage de la cathode dans un tube de Geissler. Il trouve que dans un tube de 1,5 de diamètre excité par un courant de 1 milliampère sous une tension de 8.000 volts et où la première couche s'étend sur une longueur de 2 millimètres, ce qui correspond à une chute cathodique de 40.000 volts par centimètre, le champ au voisinage immédiat de la cathode est de 80.000 centimètres.

Grâce à cette valeur élevée du champ, Lo Surdo et Paccianti ont pu trouver que le nombre des composantes intérieures croît à mesure qu'on avance suivant l'ordre des termes de la série de Balmer.

FÉLIX BISKE. — Recherche sur la forme à donner aux traits d'un réseau plan pour obtenir un spectre de diffraction intense. — P. 327-331.

L'auteur a cherché d'abord quelle forme il faudrait donner aux

traits d'un réseau plan pour concentrer dans un spectre donné le plus possible d'énergie. Il suppose que les traits ont une section triangulaire. Pour déterminer les éléments de ce triangle, il faut se donner trois conditions qui seront choisies de manière à satisfaire aux données du problème. Si, par exemple, on veut concentrer la lumière dans le premier ordre d'un côté, qu'on appellera positif : 1° il faudra que, pour une longueur d'onde donnée λ dans ce spectre, le maximum principal d'interférence coïncide avec un maximum de diffraction correspondant ; 2° il sera avantageux que le maximum principal du second ordre pour la même longueur d'onde coïncide avec un minimum nul de diffraction : 3° il faudra que dans le spectre du premier ordre compris entre λ et 2λ , les faisceaux élémentaires de diffraction émanant du côté principal de la section du trait ne soient pas sensiblement modifiés par ceux qui partent de l'autre côté. Ces trois conditions conduisent à trois équations qui permettent de déterminer les trois éléments de la section triangulaire du trait et par suite sa largeur en même temps que sa forme la plus convenable.

Pratiquement il reste encore à limiter le nombre des spectres en fixant à l'intervalle fondamental du réseau une limite supérieure : ceci revient à admettre que le maximum principal du second ordre de λ restera très faible, mais ne sera pas nul comme l'exigerait la réalisation rigoureuse de la seconde condition.

De cette façon l'auteur trouve que la largeur totale c d'un trait doit être égale à 3λ , que les inclinaisons par rapport à la surface du réseau doivent être de $9^\circ 44' 8''$ et de $48^\circ 11' 22''$ respectivement pour le côté principal et pour le petit côté de la section. Avec un tel réseau qui, si on prend pour λ la valeur $0^m,385$ compterait 857 traits au millimètre, on aurait la distribution suivante des intensités dans les différents ordres et pour les longueurs d'onde suivantes :

$\frac{\lambda}{\text{Ordres}}$	269,5	308,0	346,5	385,0	422,0	460,0	500,0	540,0	580,0	620,0
— III	0,0	0,0	0,4							
— II	0,1	1,4	3,6	4,9	7,5	10,1				
— I	0,1	0,0	0,2	0,6	1,0	1,4	0,8	0,5	0,2	
0	3,6	1,0	0,0	1,4	9,5	20,6	31,5	41,2	50,9	
+ I	41,7	61,8	74,0	79,7	71,6	59,6	48,7	39,8	32,9	
+ II	33,3	13,7	3,8	0,3						
$\frac{\lambda}{c}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{8}{30}$	$\frac{9}{30}$	$\frac{10}{30}$	$\frac{12}{30}$	$\frac{14}{30}$	$\frac{16}{30}$	$\frac{18}{30}$	$\frac{20}{30}$	

R. W. WOOD. — Remarque sur le rapport des intensités des raies du sodium. — P. 382-383.

Wood fait remarquer que dans les flammes très faiblement colorées la raie D_2 est de trois à quatre fois plus intense que la raie D_1 . Dans les flammes fortement colorées, l'intensité des deux raies est peu différente. L'auteur explique ces différences par l'absorption à l'intérieur de la flamme qui serait plus forte pour D_2 que pour D_1 .

NORTON-A. KENT. — Sur quelques doublets du lithium et leur décomposition dans le champ magnétique. — P. 383-385.

L'auteur a étudié au moyen d'un échelon quatre raies du lithium, qui sont en réalité des doublets dont les caractères sont donnés par le tableau suivant :

Série	λ	$\Delta\lambda$	$\Delta\nu$
Série principale.....	6.708,2	0,151	0,336
1 ^{re} série secondaire.....	6.103,77	0,114	0,306
2 ^e série secondaire.....	4.972,11	0,084	0,339
1 ^{re} série secondaire....	4.602,37	0,069	0,326

L'étude du doublet 6.708,2 dans des champs magnétiques croissants a donné les résultats suivants :

Dans les champs faibles, les raies Li_1 et Li_2 se comportent comme les raies D_1 et D_2 . Les composantes de vibrations parallèles au champ sont des doublets dont l'écart est l'écart théorique, $\frac{4a}{3}$ pour Li_1 et $\frac{2a}{3}$ pour Li_2 , a désignant le demi-écart normal. A mesure que le champ augmente, les centres de symétrie de ces doublets s'écartent l'un de l'autre. A partir de 5.000 gauss, les composantes extérieures s'affaiblissent, tandis que les composantes intérieures tendent à se rejoindre. A partir de 8.000 gauss, on n'a plus qu'une seule composante.

Les composantes de vibrations perpendiculaires au champ forment un doublet pour Li_1 et un quadruplet pour Li_2 , dont les positions sont les positions théoriques jusqu'à 6.000 gauss. A partir de cette valeur du champ, les intensités et les positions des composantes se modifient rapidement. Du côté rouge de la raie primitive, on obtient

un doublet qui, vers 10.000 gauss, est à peu près devenu une raie simple. Du côté violet, les composantes donnent aussi une raie unique à partir de 18.000 gauss.

On a alors un triplet normal, dont les composantes latérales sont plus larges que la composante centrale et qui deviennent de plus en plus fines à mesure qu'augmente le champ.

L'étude des autres raies a donné des résultats analogues. Toutes ces raies étaient obtenues soit dans des tubes de Geissler, soit dans des lampes à arc dans le vide.

F. CROZE.

F.-v. HAUER et J.-v. KOWALSKI. — Sur la photométrie des phénomènes de luminescence. — P. 322-327.

I. A différentes excitations de la fluorescence du cyanure de platine et de ruthénium correspondent différentes positions du maximum de la bande de fluorescence ;

II. Les propriétés des bandes durables de phosphorescence d'un phosphore ou samarium sont les suivantes :

1° Les maxima d'intensité des bandes se produisent à peu près à la même température ;

2° Chaque bande a cependant un coefficient de température qui lui est propre ;

3° La vitesse de décroissance croît en général avec la température.

L. BRUNINGHAUS.

SRWING LANGMUIR. — Emission d'électrons par les métaux incandescents dans un vide élevé (Influence de la charge de l'enceinte). — P. 348-353⁽¹⁾.

1° Résultats qualitatifs d'expériences faites avec des filaments de tungstène, qui infirment certaines objections faites à la théorie de Richardson. Dans un vide très poussé, en l'absence de vapeur d'eau et de carbure d'hydrogène, l'émission d'électrons, au lieu de diminuer indéfiniment s'accroît en tendant vers une limite. Il semble bien que l'on atteigne ainsi une propriété caractéristique du métal pur.

⁽¹⁾ Extrait d'un travail publié antérieurement dans la *Phys. Rev.*, 2^e série, II, 450; 1913.

2° Étude du courant qui passe entre deux électrodes cylindriques concentriques; dans un vide parfait, pour une différence de potentiel donnée, il y a un courant de saturation proportionnel à $\frac{V^{\frac{3}{2}}}{r}$ (r , rayon de l'électrode extérieure). Un calcul numérique montre que l'on ne peut recueillir avec les différences de potentiel usuelles tous les électrons qui pourraient être émis par les métaux aux très hautes températures. On n'observe alors que le courant de saturation correspondant à la différence de potentiel établie entre le filament incandescent et l'électrode circulaire qui l'entoure.

Des résultats expérimentaux obtenus par l'auteur vérifient bien la théorie précédente, pourvu que l'on opère dans un vide suffisamment avancé.

M. SOURY.

GEORGES JAFFÉ. — Sur la courbe de saturation relative à l'ionisation par les rayons α . — P. 353-360.

L'auteur a donné récemment ⁽¹⁾ une théorie complète de l'ionisation par rayons α , en partant du principe, posé par Langevin et Moulin, que cette ionisation a lieu « en colonnes », c'est-à-dire le long des trajectoires rectilignes des particules α . En admettant que la distribution des ions dans une telle colonne satisfasse à l'expression :

$$n = \frac{N}{\pi b^2} e^{-\frac{r^2}{b^2}},$$

où r est la distance comptée à partir de l'axe de la colonne N , le nombre total des ions dans la colonne, et b un paramètre caractéristique du gaz, l'auteur a montré qu'on pouvait exactement rendre compte des faits observés, et ceci pour n'importe quelle orientation des colonnes par rapport au champ électrique.

Le seul cas où la vérification n'ait pas été possible était celui d'un rayonnement dirigé exactement dans le sens du champ; on manquait d'expériences précises à ce sujet, car dans toutes celles qu'on avait faites, le faisceau des rayons était généralement plus ou moins diver-

(1) *J. de Phys.*, 5^e série, t. IV, p. 84; 1914.

gent. Pour vérifier la théorie sur ce point particulier, l'auteur a entrepris maintenant une série de mesures dans laquelle les rayons α (issus d'une forte préparation de polonium) étaient très efficacement canalisés à l'aide de diaphragmes épais de 1 centimètre, percés de nombreux canaux exactement parallèles. Les formules théoriques se sont trouvées pleinement confirmées, ainsi que le montrent les tableaux et le graphique fort instructif joints au mémoire; on y voit combien il est difficile d'approcher de la saturation dans le cas d'un rayonnement parallèle au champ. Ainsi, dans le cas le plus favorable qui ait été réalisé, à savoir lorsque la profondeur de la chambre d'ionisation (constituée par deux plateaux parallèles dont l'un à anneau de garde) n'est que de 2 millimètres, le « défaut de saturation » constitue encore près d'un centième du courant total, lorsque le champ atteint 5.000 volts par centimètre, c'est-à-dire lorsque la différence de potentiel appliquée est de 25.000 volts.

Dans la seconde partie du mémoire, l'auteur applique sa théorie aux expériences récentes de Ogden ⁽¹⁾, qui s'est efforcé également de rendre les rayons parallèles au champ: ces expériences ont porté sur des gaz différents, et, puisque les constantes qui entrent dans les formules théoriques peuvent être calculées *à priori*, en connaissant les valeurs des coefficients de recombinaison, de diffusion, etc., une nouvelle vérification de la théorie est obtenue à partir des nombres d'Ogden.

ALOIS-F. KOVÁRIK et LOUIS-W. Mc KEEHAN. — Mesure de l'absorption et de la réflexion des particules β par numération directe. — P. 434-440.

Jusqu'ici on ne possédait pas le moyen de compter les particules β individuelles, comme on le fait avec les particules α ; les recherches sur les rayons β se faisaient surtout par mesure de l'ionisation totale produite et quelquefois par la mesure de la charge totale transportée. Récemment, Geiger ⁽²⁾ a indiqué un dispositif simple qui permet la numération des particules β aussi bien que celle des particules α ; le dispositif consiste en un cylindre métallique, porté à un potentiel convenable et percé d'une petite ouverture au centre de l'une de ces bases; à l'intérieur du cylindre, on place

⁽¹⁾ *Phil. Mag.*, t. XXVI, p. 991; 1913.

⁽²⁾ *Le Radium*, t. X, p. 316; 1913.

axialement une aiguille isolée dont la pointe se trouve au voisinage de l'ouverture. Toute particule chargée pénétrant à travers l'ouverture amorce à son passage une décharge entre le cylindre et la pointe ; un électromètre à fil relié à l'aiguille enregistre ces décharges. C'est ce procédé que les auteurs ont utilisé pour reprendre les recherches faites par les autres méthodes et pour en vérifier les résultats.

On a étudié tout d'abord l'effet absorbant produit par l'interposition de feuilles d'aluminium ou de zinc dans le trajet des particules ; la source active était une préparation de RaE ou encore un dépôt actif de thorium ; les feuilles absorbantes étaient placées immédiatement au-dessous de la substance, laquelle se trouvait à une assez grande distance de l'orifice du cylindre. Les courbes d'absorption (nombre des particules observées par minute, en fonction de l'épaisseur de l'écran) montrent qu'une loi exponentielle n'est pas applicable, mais que les particules deviennent d'autant plus absorbables qu'elles ont traversé plus de matière ; les courbes exponentielles qu'on obtient, pour les rayonnements considérés, dans les expériences d'ionisation, correspondent donc à un effet complexe, déterminé en partie par la diminution de vitesse que les particules subissent dans leur trajet.

En second lieu, on a mesuré le nombre des particules β réfléchies par un écran métallique ; on a trouvé que le rapport de ce nombre à celui des particules incidentes était plus petit que ne l'indiquent les expériences d'ionisation ; ceci est naturel, car les particules réfléchies ont leur vitesse diminuée et, partant, un pouvoir d'ionisation plus grand.

On a comparé ensuite la réflexion sur des écrans de métaux différents ; la courbe qui représente le nombre relatif des particules réfléchies en fonction du poids atomique du métal s'accorde avec celle que fournissent les mesures d'ionisation, d'où l'on peut conclure que la perte de vitesse par réflexion est sensiblement indépendante de la matière de l'écran. Enfin on a pu vérifier que les particules réfléchies sont plus absorbables que les particules incidentes.

W. MARCKWALD. — Expériences sur la désintégration de l'émanation du radium dans une atmosphère d'hélium. — P. 440-441.

A propos de la note de Bruner et Bekier, mentionnée ici récem-

ment, l'auteur communique les résultats d'expériences qu'il a faites il y a quelque temps et qui prouvent également que la désintégration de l'émanation du radium mélangée à de l'hélium se fait suivant la loi ordinaire, exactement comme dans le cas où elle est mélangée à l'air.

THE SVEDBERG. — Sur les fluctuations du rayonnement α émises par une solution radioactive. — P. 512-516.

Le nombre des particules α émises par unité de temps par une très petite quantité de matière radioactive subit des oscillations continues autour d'une certaine moyenne, l'émission des particules se faisant suivant les lois du hasard; en comptant, à l'aide d'un écran phosphorescent, les particules qui prennent naissance pendant des intervalles égaux et consécutifs, on peut établir la « courbe de fréquence » qui caractérise ces fluctuations. Dans le cas d'une substance radioactive à l'état solide, la distribution de fréquence ainsi observée s'accorde très suffisamment avec celle qu'on obtient par de simples considérations de probabilité, en admettant que les atomes soient uniformément distribués dans l'espace. Mais ce n'est plus le cas pour une solution radioactive liquide ou gazeuse; les oscillations y sont beaucoup plus grandes que ne le ferait prévoir la théorie et suivent une loi plus compliquée. C'est du moins ce que l'auteur avait constaté dans ses expériences antérieures⁽¹⁾; dans la présente note, il communique de nouveaux résultats analogues, obtenus avec une solution de RaCl_2 exempte des produits de désintégration du radium et disposée, en couche très mince, sur la surface d'un diamant fluorescent. L'existence d'un effet particulier aux solutions semble donc hors de doute; quant à son explication, elle reste encore à trouver. L'auteur avait en effet essayé de l'interpréter par le fait que les fluctuations spontanées de la concentration déterminées par l'agitation thermique se superposent aux fluctuations que subit la désintégration des atomes; mais il est amené à conclure maintenant que ceci ne donne pas l'explication cherchée, à moins d'admettre que les deux espèces d'oscillations ne sont pas indépendantes, mais que l'une influence l'autre. On ne peut encore hasarder aucune hypothèse sur la nature de cette influence.

(1) *J. de Phys.*, 5^e série, t. III, p. 756; 1913.

H. FREUNDLICH, W. NEUMANN et H. KAEMPFER. — Effet de la présence de substances étrangères sur l'adsorption de l'uranium X_1 . — P. 537-542.

On sait que l'uranium X est séparé de l'uranium presque quantitativement, si l'on ajoute du charbon animal à la solution d'un sel d'uranium et qu'on secoue celle-ci pendant un temps assez long; en filtrant la solution, l'uranium X reste adsorbé sur le charbon. Cet effet est cependant fortement diminué par l'adjonction de faibles quantités d'un sel de thorium, ainsi que Ritzel l'a trouvé en 1909; ceci a été considéré récemment comme une confirmation de la théorie d'après laquelle les éléments radioactifs qui appartiennent à une même case du système périodique seraient identiques entre eux au point de vue chimique; dans le cas considéré, on a pensé que le pouvoir absorbant du charbon étant saturé par le thorium ne pouvait plus s'exercer vis-à-vis de l'uranium X qui se place à côté du thorium. Les expériences de l'auteur, tout en confirmant celles de Ritzel, montrent cependant que l'explication qu'on leur a donnée n'est pas bonne. Il est exact, en effet, qu'une petite quantité de nitrate de thorium ajoutée à une solution de nitrate d'uranyle fait qu'en secouant celle-ci avec du charbon de sang, la quantité d'uranium X retenue par le charbon est, notablement diminuée; on obtient déjà un effet net en ajoutant $0^{\text{mg}},0025$ de $\text{Th}(\text{NO}_3)_4$ à 12 centimètres cubes d'une solution 0,55-normale de $\text{UO}_2(\text{NO}_3)_2$; avec 25 milligrammes, l'adsorption tombe à zéro, tout l'uranium X restant en solution. Mais cet effet n'est nullement caractéristique du thorium, car il s'observe dans les mêmes conditions avec des sels de zirconium, de cérium et de bismuth, ainsi qu'avec l'acide benzoïque et le nitrate de strychnine. Bien plus, les mêmes phénomènes s'observent si, au lieu de l'uranium X, on étudie l'entraînement d'une substance non radioactive, telle que le cuivre. Si l'on prend une solution de NaNO_3 qui contient très peu de $\text{Cu}(\text{NO}_3)_2$ et qu'on la secoue avec du charbon, la plus grande partie de l'ion cuivre est adsorbée par celui-ci; mais si du nitrate de thorium avait été adjoint au préalable, l'adsorption est diminuée, comme dans le cas de l'uranium X. Les phénomènes considérés n'ont donc rien à voir avec la radioactivité des éléments ni avec leur propriété d'être isotopiques; ils dépendent simplement de ce que la présence d'un corps adsorbable affecte l'adsorption d'un autre, également absor-

nable, mais présent en concentration beaucoup plus faible. Ces expériences font penser, d'autre part, qu'il n'y a réellement pas de preuve d'une identité entre les éléments « isotopiques » au point de vue chimique ; le fait de suivre des réactions semblables ne suffit pas encore pour établir cette identité, car on connaît des cas où un élément chimique mis en présence d'un autre suit les réactions de celui-ci, bien qu'il ne soit pas enclin à ces réactions à l'état pur ; ces cas se présentent notamment dans le groupe des terres rares.

L. KOLOWRAT.

G. HOFFMANN. — Application du condensateur à anneau de garde de Thomson à la mesure absolue des capacités par la méthode d'influence (1). — P. 360-361.

Description d'un condensateur plan à anneau de garde, réglable avec précision. La capacité est de $0^{\text{cm}},338$, l'enveloppe métallique communiquant avec le sol.

THE SVEDBERG. — Arc ondulateur dans les liquides. — P. 361-362.

On peut remplacer par un liquide l'atmosphère gazeuse où brûle l'arc de Poulsen. L'alcool éthylique et l'acétone donnent les résultats les plus satisfaisants ; les métaux les plus conducteurs sont les plus avantageux. Le régime vibratoire de l'arc ne s'établit que pour une intensité primaire inférieure à une valeur critique qui dépend de la nature des électrodes.

M. Svedberg a mesuré la fréquence en employant un circuit de résonance à condensateur variable ; l'arc est stable entre des nombres d'oscillations variant de $5 \cdot 10^5$ à $15 \cdot 10^5$.

Les courants paraissent moins purs que ceux fournis par la lampe de Poulsen ; ils contiennent des harmoniques supérieurs.

L'avantage réside dans la diminution de dépense et la simplicité de l'appareil. Comme l'auteur l'avait indiqué précédemment, la pulvérisation des électrodes accompagne le régime oscillatoire (2).

A. GRUMBACH.

(1) HARMS, *Ph. Z.*, V, p. 47 (1904) ; G. HOFFMANN, *Ann. d. Ph.*, XLII, p. 4196 (1913).

(2) *Nova Acta reg. Soc. Upsaliensis* (4), II, 1, p. 53 ; 1907.

K. KLEINHANNS. — Relation entre la plasticité du sel gemme et le milieu ambiant (communication préliminaire). — P. 362-363.

On peut courber dans l'eau bouillante des baguettes de sel gemme de 30 millimètres de longueur et de 3 à 5 millimètres d'épaisseur; on n'y parvient pas dans l'huile à 100°. Ces premières recherches qualitatives semblent indiquer que la solubilité joue ici un rôle efficace.



LA SPECTROGRAPHIE DES PHÉNOMÈNES D'ABSORPTION DES RAYONS X (1);

Par M. DE BROGLIE.

1. A partir du moment où l'étude des rayons secondaires des rayons X a permis aux physiciens anglais, Barkla, Kaye, Sadler, Collier, Whiddington et d'autres, d'étudier par des mesures d'ionisation, l'absorption de rayons de qualité définie, il a été possible de parvenir aux résultats d'ensemble suivants :

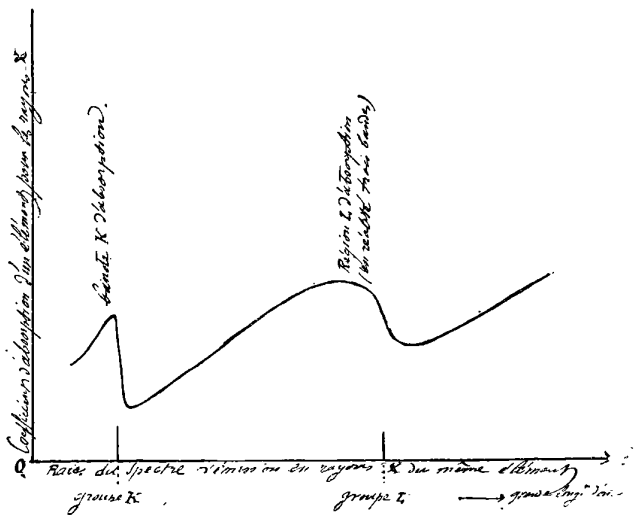


FIG. 1.

D'une manière générale, c'est-à-dire en dehors des bandes d'absorption, on peut parler de rayons pénétrants ou absorbables ; par exemple, si l'on prend les rayons secondaires émis par des corps de poids atomiques croissants (en langage actuel, des rayons de longueurs d'ondes décroissantes) leur pénétration à travers les divers écrans croît régulièrement avec le poids atomique du radiateur secondaire.

Il y a donc une absorption normale, qui se retrouve chez tous les

(1) Depuis la rédaction de ce travail, j'ai eu connaissance de recherches de M. WAGNER (*Annalen der Physik.*, 1915), sur le même sujet.

corps ; les rayons X sont d'autant plus pénétrants que leur longueur d'onde est plus courte.

Mais pour la plupart des écrans ⁽¹⁾ on trouve que la courbe d'absorption éprouve une perturbation plus ou moins brusque quand les rayons incidents sont voisins de ceux que pourrait émettre la substance de l'écran lui-même.

Comme on distinguait deux groupes de rayons secondaires émis par tous les éléments, les rayons K et les rayons L, on put retrouver, dans la courbe d'absorption deux régions singulières, correspondant à une absorption sélective ; par exemple ⁽²⁾ la variation du coefficient d'absorption avec la longueur d'onde λ , pour tous les éléments, la même allure, traduite par la courbe de la *fig. 1*.

2. La spectrographie des rayons X permet facilement l'étude des phénomènes d'absorption ; il se trouve même qu'une des premières constatations que la méthode du cristal tournant permet d'effectuer est due précisément à un phénomène d'absorption ⁽³⁾.

Quelle que soit l'anticathode : platine, tungstène, argent, cuivre, etc., on retrouve dans les photographies du spectre deux bandes intenses, continues et pénétrantes dont la position est bien déterminée, *et ne dépend pas de l'anticathode* ; par exemple, sur les faces cubiques du sel gemme, la tête de la première bande, nette du côté des grandes longueurs d'onde, est réfléchi sélectivement sous l'angle $\alpha = 4^{\circ}53'$, celle de la deuxième bande sous l'angle $\alpha = 9^{\circ}20'$ (*fig. 1*, pl. I).

Ces bandes sont dues à l'argent et au brome de l'émulsion photographique ; ces éléments possèdent, en effet, dans la région indiquée, chacun une bande d'absorption qui se traduirait par une bande claire (en raisonnant sur le négatif où les parties brillantes sont noires) si le brome ou l'argent étaient contenus dans un écran interposé entre l'ampoule et la plaque. Mais, comme, en fait, l'absorption a lieu au sein de l'émulsion (et qu'elle est accompagnée de l'émission de rayons cathodiques) l'énergie absorbée effectue un travail chimique, dont le résultat aboutit à une réduction de l'argent et à la présence sur le cliché de deux bandes foncées.

Les rayons, dont l'absorption est ainsi décelée, correspondent au

(1) Et le fait est probablement tout à fait général.

(2) BARKLA et COLLIER, *Phil. mag.*, 1912.

(3) M. DE BROGLIE, C. R., 17 novembre 1913, — 19 janvier 1914.

fond spectral continu émis par l'anticathode de l'ampoule ; sans insister actuellement sur l'origine de ce fond continu, qui pose une question délicate analogue à celle de la nature de la lumière blanche, on peut dire que l'existence de ce fond continu est ainsi mise en évidence.

3. L'expérience montre que si l'on interpose entre la plaque et le tube un écran contenant un élément chimique, la présence de cet élément ⁽¹⁾ se traduit, dans le spectre enregistré à travers son épaisseur, par la présence d'une bande d'absorption à bord net du côté des grandes longueurs d'onde, dont la position peut être facilement repérée.

En réalité il y a plusieurs bandes d'absorption, une très intense qui correspond aux rayons K; c'est celle dont nous avons parlé jusqu'ici, et un système de bandes plus faibles, correspondant aux rayons L, dont il sera question plus loin.

Voici, par exemple, une série de mesures, donnant les positions des têtes de bandes K d'un certain nombre d'éléments.

α = angle de réflexion sur le sel gemme ⁽²⁾,
longueur d'onde = $3,63 \times 10^{-8} \sin \alpha$ cm.

	α
Cuivre (métal).....	44° 13'
Sélénium (métalloïde).....	10 00'
Brome (bromure d'argent).....	9 20' 5
Rubidium (chlorure).....	8 16
Strontium (oxyde).....	7 48
Zirconium (oxyde).....	6 57
Niobium (acide niobique).....	6 33
Molybdène (acide molybdique).....	6 14
Palladium (métal).....	5 07 5
Argent (métal).....	4 53
Cadmium (chlorure).....	4 40
Étain (métal).....	4 16
Antimoine (métal).....	4 03 5

¹⁾ M. DE BROGLIE, C. R., p. 1493; 1914: — C. R., t. CLXXXIII, p. 87; juillet 1916.

²⁾ Les chiffres ci-dessous contiennent des fractions de minutes, je les ai maintenues parce que j'estime que les valeurs relatives des angles sont correctes; mais cela ne signifie pas que j'affirme les valeurs absolues à moins de une minute. Je pense que les valeurs absolues sont approchées à deux minutes, environ, et probablement par défaut.

	"
Iode (métalloïde	3 44
Tellure (métalloïde	3 54
Cæsium (nitrate).....	3 26 5
Baryum (oxyde).....	3 18 5
Lanthane (oxyde).....	3 09 5
Cérium (sulfate).....	3 02
Platine (métal	1 31 5
Or (métal).....	1 29 5
Mercure (oxyde).....	1 27 5
Thallium (azotate	1 25
Plomb métal).....	1 22 5
Bismuth (nitrate	1 20
Thorium (oxyde	vers 1°

Les écrans étaient employés, soit sous la forme de feuilles métalliques très minces ($\frac{1}{100}$ de millimètre), soit sous forme de feuilles de papier recouvertes d'une peinture contenant un composé de l'élément à étudier. On arrive rapidement à trouver l'épaisseur convenable pour avoir le meilleur effet de contraste.

Les reproductions des planches I et II montrent quelques-uns des spectres d'absorption ainsi enregistrés.

4. On peut faire diverses remarques sur les résultats obtenus.

1° Les bandes d'absorption du brome et de l'argent coïncident bien avec les bandes foncées communes à toutes les photographies de spectres et justifient ainsi l'origine attribuée à ces bandes; avec l'argent, par exemple, il se produit deux actions inverses, l'une due à l'argent de l'écran qui tend à produire une bande blanche, l'autre due à l'argent de l'émulsion qui s'accuse par une bande foncée; pour une épaisseur convenable les deux actions se balancent et la bande de l'argent disparaît; suivant que l'action de l'écran prédomine ou non, cette bande se détache en clair ou en noir sur les clichés;

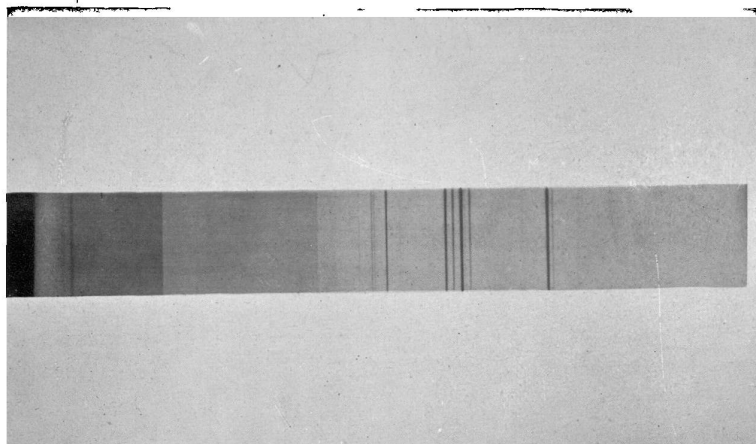
2° Les recherches ici exposées ne sont que l'application à un certain nombre de corps, de la méthode que j'ai indiquée autrefois⁽¹⁾, et qui, à titre d'exemple, m'avait alors fourni la valeur de la tête de bande du cuivre; c'est ce chiffre 14° 15' qui figure en tête de la liste, il peut avoir une précision un peu moindre que les suivants (il avait été calculé en adoptant 13° 27' pour la raie la plus intense du platine).

(1) *C. R.*, t. CLVIII, p. 1.493; 25 mai 1914

PLANCHE I

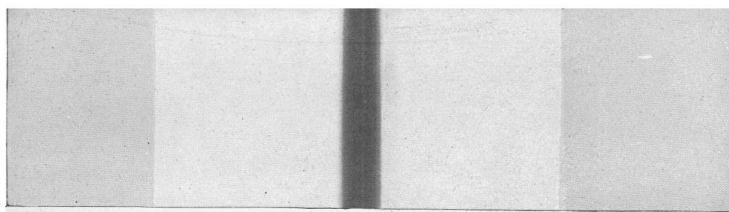
Rayons K

Rayons L



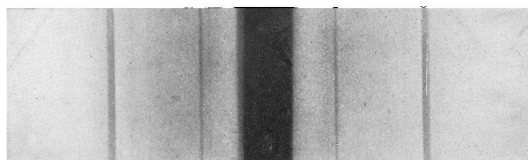
Spectre du tungstène
—
Remarquer les bandes du brome et de l'argent.

FIG. 1.



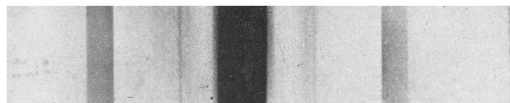
Écran de molybdène.

FIG. 2.



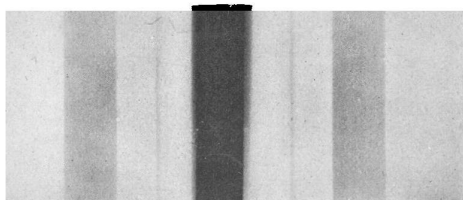
Écran de cadmium.

FIG. 3.



Écran d'antimoine.

FIG. 4.

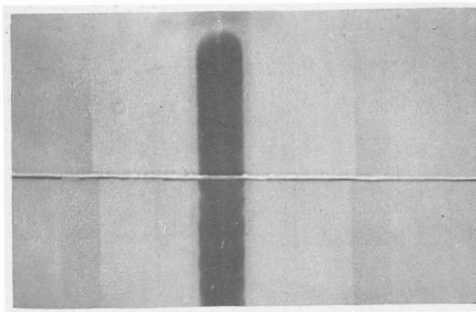


Écran de baryum.

FIG. 5.

Les figures 2, 3, 4 et 5 représentent des spectres enregistrés symétriquement de part et d'autre de la ligne axiale du spectrographe.

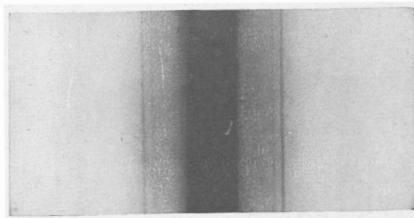
PLANCHE II



Écran de tellure.

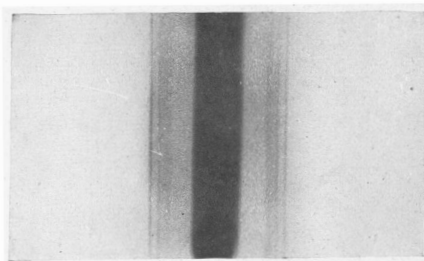
Écran d'iode.

FIG. 1.



*Région intérieure
aux raies K
du tungstène.*

FIG. 2.

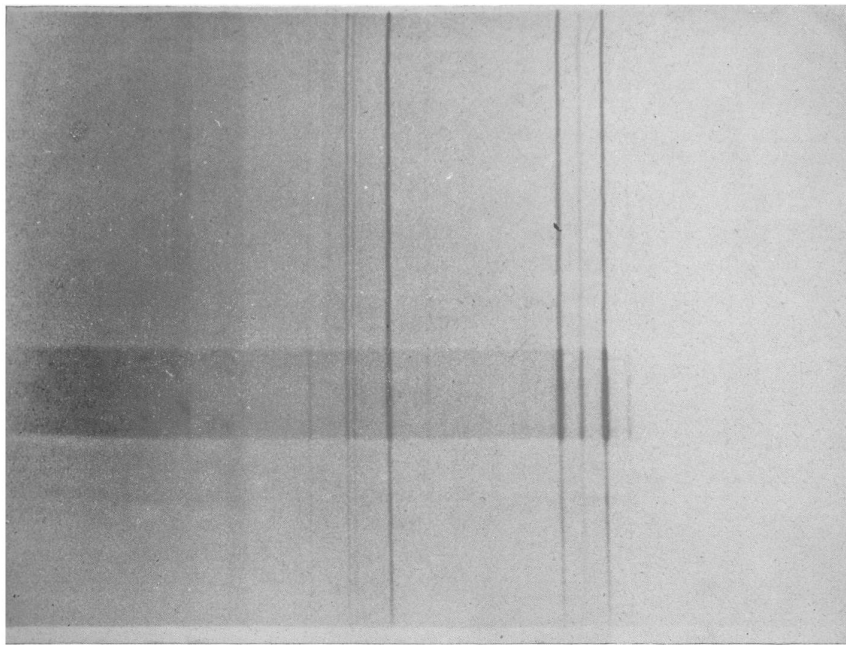


Écran de mercure.

FIG. 3.

Les spectres ont été enregistrés symétriquement par rapport à la ligne axiale du spectrographe.

PLANCHE III

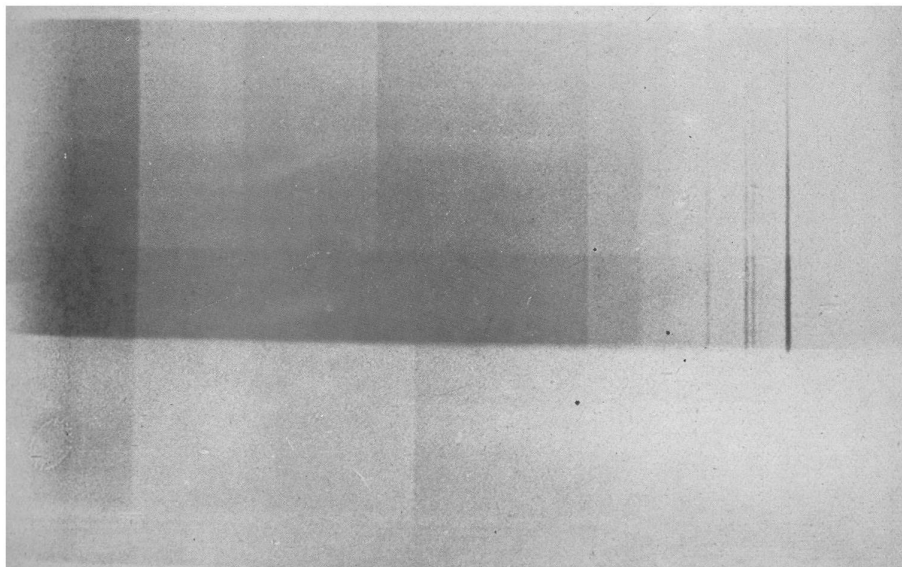


Or.

Pas d'absorbant.

Plomb.

FIG. 1.



Uranium.

Pas d'absorbant.

Thorium.

FIG. 2.

Bandes d'absorption L.

Le spectre incident est celui du tungstène; dans la partie centrale il n'y a pas d'absorbant, les bandes qui s'y trouvent sont dues au brome et à l'argent de l'émulsion photographique.

La bande du sélénium ($10^{\circ} 00'$), voisine du second ordre de la bande foncée due à l'argent de l'émulsion, donne lieu à une apparence de raie blanche, par un phénomène inverse de celui qui est expliqué plus loin pour le cadmium ;

3° Considérons les spectres d'absorption d'éléments tels que le cadmium, l'antimoine (*fig. 3 et 4*, pl. I) qui sont voisins de l'argent comme poids atomiques mais plus lourds, leur bande d'absorption commencera un peu en dedans de celle de l'argent, c'est-à-dire que, sur les clichés, on verra la bande noire de l'argent de l'émulsion, interrompue à peu de distance de sa tête par la bande claire de l'écran ; on aura donc découpé une sorte de région spectrale limitée et peu étendue qui, pour le cadmium, par exemple, est approximativement monochromatique ; en longueur d'onde l'intervalle transmis va de :

$$0,4571 \times 10^{-8} \text{ cm. à } 0,4785 \times 10^{-8} \text{ cm ;}$$

4° Les bandes de l'iode et du tellure placent ces éléments dans l'ordre inverse de leurs poids atomiques et sont par conséquent d'accord avec les considérations d'ordre chimique qui ont conduit à en inverser les rangs pour disposer les familles naturelles en rangées verticales dans la table de Mendéléeff (*fig. 1*, pl. II).

Les spectres d'émission de l'iode et du tellure avaient déjà donné lieu aux mêmes remarques⁽¹⁾ ;

5° Les éléments, tels que le tantale, le tungstène dont les bandes tomberaient au voisinage immédiat des raies K du tungstène sont difficiles à mettre en évidence en employant un tube à anticathode de tungstène ; ils ne figurent pas dans le tableau ;

6° Lorsque l'on a affaire à des corps de poids atomiques plus élevés que le tungstène, leurs bandes d'absorption tombent en dedans des raies K de l'anticathode.

La *fig. 2*, pl. II montre le spectre de la région intérieure à ces raies K⁽²⁾ ; on y remarque un fond spectral continu qui paraît présenter comme une bande d'émission vers les courtes longueurs d'ondes, en dedans du second doublet K ; c'est-à-dire dans la région où se trouverait la bande d'absorption du tungstène, s'il fonctionnait comme écran au lieu de servir d'anticathode ; c'est un fait qui peut être général et prêter à des considérations importantes.

(1) M. DE BROGLIE, *C. R.*, t. CLVIII, p. 1785 ; 15 juin 1914.

(2) Sans interposition d'écran absorbant.

La *fig. 3*, pl. II montre la bande d'absorption du mercure. On peut suivre ainsi les bandes d'absorption jusqu'au bismuth; pour le thorium, le phénomène est encore visible, mais devient moins net et, pour l'uranium, il n'y a plus qu'une indication assez floue ;

7° Revenons au fond continu de très courte longueur d'onde, mis en évidence par la *fig. 2*, pl. II, on peut se demander qu'elle est sa limite du côté des hautes fréquences.

Plusieurs physiciens ont pensé que l'émission d'une ampoule devait être limitée de ce côté par la tension sous laquelle passe la décharge; on peut, en effet, chercher à appliquer ici la loi de Planck sous la forme suivante :

Quand, dans les phénomènes atomiques, il y a production d'une vibration de fréquence ν par l'arrêt d'un électron dont l'énergie cinétique était w , ou inversement, conversion de l'énergie vibratoire de fréquence ν en énergie cinétique w , il existe entre ν et w la relation :

$$(1) \quad w = h\nu,$$

h étant la constante du rayonnement noir qui a pour valeur

$$h = 6,55 \cdot 10^{-27} \text{ ergs secondes.}$$

Le potentiel aux bornes du tube étant V , l'énergie des rayons cathodiques est eV , et la fréquence correspondante serait donnée par :

$$eV = h\nu.$$

Des recherches récentes de Sir Ernest Rutherford, MM. Duane, Hunt et Hull ont conduit, malgré quelques divergences dans les résultats à faire considérer comme très probable la validité de la relation précédente.

Les résultats expérimentaux qui viennent d'être exposés montrent d'une manière incontestable l'existence d'un fond continu, contenant des radiations allant au moins jusqu'aux rayons K du thorium, c'est-à-dire, en longueur d'onde jusqu'à :

$$\alpha = 0^{\circ} 57', \quad \lambda = 0,0933 \times 10^{-8},$$

qui cadre encore avec la valeur de w déduite de la tension employée

Cependant le fond continu se prolonge encore au-delà et apparaît encore à :

$$\alpha = 0^{\circ} 21', \quad \lambda = 0,034 \times 10^{-8}.$$

Ce qui correspondrait à une pointe de tension de 330.000 volts, peu vraisemblable dans les conditions de l'expérience.

7° Les bandes d'absorption obéissent à la loi que Moseley a découverte pour les raies d'émission et qui paraît s'étendre à tous les phénomènes spectraux des rayons X. Cette loi peut s'exprimer ainsi :

La relation :

$$(2) \quad \sqrt{\nu} = AN + B$$

relie, dans les spectres des divers éléments, la fréquence ν d'un repère spectral homologue au rang N de l'élément correspondant dans la table de Mendéléeff. En d'autres termes, si l'on porte en ordonnée la racine carrée de la fréquence des têtes de bande des différents éléments et en abscisse, le rang de ces éléments dans la série périodique, les points ainsi obtenus seront en ligne droite (1).

NOUVELLES BANDES D'ABSORPTION CORRESPONDANT AUX RAYONS X DE LA SÉRIE L

Les anciennes mesures d'absorption avaient indiqué l'existence (fig. 1), d'une perturbation dans la courbe d'absorption des rayons X au voisinage des rayons L; mais l'inflexion de la courbe paraissait beaucoup moins nette que pour les rayons K.

L'analyse spectrographique (2) montre qu'il existe en réalité dans la région des raies L, plusieurs bandes d'absorption à bord net du côté des grandes longueurs d'onde, on peut en compter au moins trois, dont voici les positions pour quelques éléments :

N	Élément	Bande	Angle sélectif sur le sel gemme α	Longueur d'onde $\lambda = 5.63 \sin \alpha \cdot 10^{-10}$ cm.
92.	Uranium	1.....	7° 20'	0,718 $\times 10^{-8}$
		2.....	6 00	0,588
		3.....	vers 5 45	0,564
90.	Thorium	1.....	7° 44'	0,757
		2.....	6 22	0,624
		3.....	vers 6 10	0,604
83.	Bismuth	1.....	9° 25'	0,921
		2.....	8 01 5	0,786

(1) Toutefois, pour les poids atomiques élevés, la fréquence est un peu plus grande que ne le voudrait la loi.

(2) M. DE BROGLIE, C. R., p. 352 ; 1916.

N	Éléments Bande	Angle sélectif sur le sel gemme α	Longueur d'onde $\lambda = 5.63 \sin \alpha \cdot 10^{-10} \text{ cm.}$
	3.....	vers 7 41	0,753
82. Plomb	1.....	9° 40'	0,945
	2.....	8 17	0,811
	3.....		
81. Thallium	1.....	9° 58'	0,974
	2.....	8 35	0,840
	3.....		
80. Mercure	1.....	10° 18'	1,006
79. Or	1.....	10° 37' 5	1,038
	2.....	9 11	0,898
	3.....	vers 8 46	0,858
78. Platine	1.....	10° 55' 5	1,067
74. Tungstène	1.....	12° 26'	1,212

Les bandes 3 sont moins visibles et leur détermination plus difficile ; les *fig.* 1 et 2 de la planche III montrent l'aspect de ces spectres d'absorption.

En comparant les positions de ces bandes aux lignes d'émission de la série L, on voit que les bandes commencent vers la fin de la région L du côté des hautes fréquences ; par exemple pour l'uranium le spectre L s'étend de 9°25' à 6°04', pour le thorium de 9°55' à 6°28', pour le plomb de 12°10' à 8°05', etc. Il est probable que la série L comprend en réalité trois groupes de lignes, auxquels correspondent les trois bandes.

La position des bandes de l'uranium et du thorium correspond aux rangs $N = 92$ et $N = 90$, indiquant comme pour les spectres d'émission qu'il existe un élément inconnu entre ces deux corps.

Enfin, en prenant les têtes de bandes homologues de chaque élément et en portant, en ordonnées, les racines carrées des fréquences et, en abscisses le rang N , on obtient des droites conformément à la loi générale des spectres de rayons X.

L'existence de ces phénomènes d'absorption permet de prévoir pour les plaques au bromure d'argent une région de sensibilité sélective correspondant à l'absorption de rayons L du brôme et de l'argent (rayons très absorbables). Dans cette région un spectre continu se traduira sur une émulsion au bromure d'argent par trois bandes foncées pour l'argent et autant pour le brôme.

DONNÉES PRATIQUES SUR L'AMPOULE COOLIDGE

Par MM. MARCEL BOLL et LUCIEN MALLET (1).

1. Généralités. — Le tube Coolidge est une nouvelle source de rayons X qui diffère essentiellement des ampoules habituelles par ce fait que les électrons n'y sont pas mis en liberté par la décharge disruptive et que l'ionisation par chocs n'y joue plus un rôle important. Il s'ensuit que le vide dans les tubes Coolidge est extrêmement poussé (de l'ordre de quelques centièmes de micron de mercure) et que la cathode comprend une spirale de tungstène (*fig. 1*), qu'on peut porter au rouge par un courant indépendant I et qui libère des électrons par effet Edison-Richardson.

On sait qu'à une température absolue T , un métal quelconque (qui contient n électrons par centimètre cube) émet par centimètre carré de surface et par seconde un nombre ν d'électrons donné par la loi de Richardson :

$$\nu = kn \sqrt{T} \exp\left(-\frac{\psi}{RT}\right),$$

où k est une constante; $R = 8,32 \times 10^7$ est la constante des gaz parfaits et ψ est le travail pour vaporiser un électron-gramme, soit 7×10^{23} électrons dans l'espace environnant le métal.

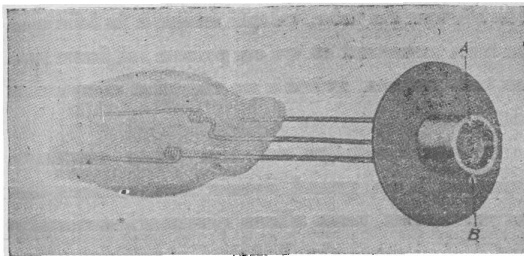


FIG. 1.

Le courant i qui traverse l'ampoule Coolidge serait de la forme :

$$i = ken \sqrt{T} \exp\left(-\frac{\psi}{RT}\right).$$

où e est la charge électrique de l'électron.

(1) Communication faite par M. Marcel Boll à la Société française de Physique. séance du 1^{er} décembre 1916.

Les électrons ainsi libérés seront entraînés par le champ électrique appliqué et ils produisent des rayons X en frappant l'anticathode (massive en tungstène) avec une vitesse v dont on peut se faire une idée en appliquant la formule :

$$\frac{1}{2} mv^2 = eU,$$

où m est la masse d'un électron et U la différence de potentiel aux bornes du tube.

On avait cru pouvoir déduire de ces deux dernières formules :

1° Que le courant i ne dépendait que de la température T du filament, c'est-à-dire du courant I qui le traverse ;

2° Que la vitesse v des électrons étant bien déterminée, le faisceau de rayons X devait être homogène et que le degré de pénétration ne dépendait pas du courant I .

Nous verrons que ces affirmations, qui jusqu'à présent ont été reproduites dans la littérature, sont grossièrement erronées. Le seul point qu'il y ait à retenir, c'est celui-ci : lorsqu'on se donne à la fois la différence de potentiel appliquée U et l'intensité I qui alimente le filament de tungstène⁽¹⁾, le régime du tube Coolidge sera parfaitement défini à la fois comme puissance émise sous forme de rayons X et comme composition spectrale du rayonnement ; il faut faire remarquer qu'une très faible variation de l'intensité I change énormément le régime du tube, ce qui exige à la fois que ce courant soit maintenu très constant et qu'on puisse lui faire subir à volonté des variations très petites, grâce à un rhéostat convenable intercalé dans le circuit.

Comme l'ampoule Coolidge est déjà assez employée et qu'elle nous paraît appelée à un grand avenir tant auprès des physiciens qu'auprès des praticiens, nous allons résumer les résultats que nous avons obtenus à l'Hôpital du Val-de-Grâce, dans le service du Dr A. Bécélère.

2. Régime électrique du tube. — Quand on s'impose à la fois U et I , le courant i qui traverse l'ampoule est déterminé : il est donné par une surface dans un espace à trois dimensions. On aura une idée

(1) La pression à l'intérieur du tube Coolidge restant constante, les régulateurs habituels (osmométre, régulateur à air, régulateur chimique à étincelle, etc.) deviennent sans objet.

de cette surface en la coupant par des plans parallèles soit au plan des i, I , soit au plan des i, U ; on obtiendra ainsi des réseaux de courbes à voltages U constants ou à intensités I constantes (à températures T constantes).

a) *Courbes à voltages constants.* — L'allure de la loi de Richardson fait prévoir que i doit croître très rapidement avec I , ce que l'on vérifie tant que I n'est pas trop grand. Sinon, les actions électrique et magnétique exercées par l'ensemble des électrons sur chacun d'entre eux ne sont plus négligeables et le courant i reste sensiblement constant pour des valeurs croissantes de I .

b) *Courbes à températures constantes.* — D'une manière générale, le courant i augmente en fonction de U . Il faut remarquer qu'à faibles voltages ($U < 2\ 000$ volts), le champ électrique appliqué à l'ampoule n'est pas suffisant pour entraîner tous les électrons émis et l'intensité i reste très petite.

3. Puissance globale émise sous forme de rayons X. — La seule méthode tout à fait générale, qui permette de mesurer la puissance totale d'un rayonnement (simple ou complexe), consiste à placer sur son trajet un corps qui l'absorbe complètement (sous forme d'énergie calorifique) et de mesurer l'énergie que ce corps absorbe par seconde. Malheureusement, cette mesure thermique n'est pas encore au point dans le cas des rayons X; et nous avons dû, pressés par le temps, nous contenter de mesures d'ionisation, extrêmement sensibles, mais qui ne permettent pas une interprétation irréprochable, car on ignore encore si, à absorption égale, des rayons X de longueurs d'ondes différentes produisent des courants d'ionisation très différents.

Nous avons reçu le faisceau complexe de rayons X à travers un électroscope à feuilles d'or en papier plombaginé et par convention nous avons pris comme mesure de la puissance rayonnée \mathcal{Q} l'inverse du temps mis par la feuille d'or pour tomber d'un certain angle à partir d'une position bien déterminée; cette puissance \mathcal{Q} était ensuite convertie en unités V par minute utilisées par les médecins⁽¹⁾.

(1) Rappelons qu'une ampoule a émis 1 V, lorsqu'une pastille de platino-cyanure de baryum, placée à 7,5 centimètres de l'anticathode, a viré de sa teinte primitive à une nouvelle teinte type (effet Villard); les mesures d'ionisation comportent d'ailleurs une précision bien supérieure à celle de l'appréciation d'un changement de teinte.

Comme précédemment, la puissance \mathcal{P} est représentée par une surface dans un espace à trois dimensions U, i, \mathcal{P} ; ce sont les courbes à voltages constants, qui sont les plus intéressantes, c'est-à-dire les courbes obtenues en coupant la surface par des plans parallèles au plan des i, \mathcal{P} . Le réseau de courbes est reproduit par la figure 2; les tubes habituels (à anticathode de platine, Chabaud, ou à anticathode de tungstène, Pilon), peuvent émettre de 0,2 à 0,5 V par minute, ce qui montre que la puissance émise par le tube Coolidge sous forme de rayons X peut être plus de vingt fois supérieure à celle des ampoules usuelles.

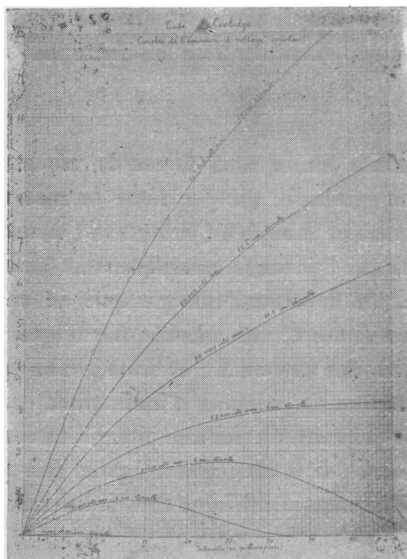


FIG. 2.

L'aspect de ces courbes montre qu'on a eu tort de prétendre *a priori* que la puissance \mathcal{P} devait croître avec l'intensité i qui traverse l'ampoule ⁽¹⁾, puisque \mathcal{P} commence par croître, passe par un maximum et décroît jusqu'à devenir très petite. Il faut attribuer cet effet à l'action exercée par l'ensemble des électrons sur chacun d'eux;

(1) De même, il est faux de soutenir qu'à température constante T du filament, \mathcal{P} est indépendant de U .

lorsque, pour un certain voltage, l'intensité i devient trop grande, la vitesse des électrons diminue et le tube se trouve en quelque sorte mis en court-circuit (1).

On peut aussi calculer le rendement pratique du tube qui est proportionnel à $\frac{P}{U_i}$ et qu'on peut exprimer en unités V par hectowattheure dépensé dans l'ampoule ; on constate alors que ce rendement est très supérieur à celui des tubes ordinaires pour les voltages moyens à faible intensité et pour les voltages élevés quelle que soit l'intensité i .

4. Composition du rayonnement X. — On ne peut se rendre compte d'une manière satisfaisante de la composition d'un faisceau de rayons X qu'en l'étalant en spectre et de Broglie a montré que le tube Coolidge émet, outre un spectre continu s'étendant sur plusieurs octaves, une douzaine de raies peu pénétrantes, dites raies L et deux raies très pénétrantes ou raies K ; nous ne pouvons que renvoyer à son intéressant article (2) pour le détail des résultats qu'il a obtenus.

Les spectrographies de de Broglie ne nous donnent qu'une idée imparfaite de la composition quantitative d'un rayonnement X complexe ; mais, dans l'état actuel de la science, on ne peut guère aller plus loin. Nous indiquerons néanmoins quelques-unes de nos expériences qui peuvent avoir des applications pratiques, car d'une part, elles montrent que le rayonnement du tube Coolidge est aussi hétérogène que celui des autres ampoules et, d'autre part, elles indiquent le degré radiochromométrique du faisceau dans les différents cas.

a) L'étude de l'absorption d'un faisceau de rayons X par des épaisseurs croissantes de métal donne une idée de son hétérogénéité. Si, en effet, le rayonnement était monochromatique, la courbe d'absorption serait une exponentielle de la forme :

$$\mathcal{P} = \mathcal{P}_0 \exp(-\alpha z),$$

où \mathcal{P}_0 est la puissance rayonnante incidente et \mathcal{P} la puissance après

(1) Si les courbes correspondant à des voltages élevés ($U > 50.000$ volts) ne présentent pas de maximum, c'est que le maximum n'a pu être atteint dans les conditions de l'expérience (puissance limitée du contact tournant, échauffement exagéré de l'anticathode).

(2) *Journal de Physique*, même fascicule.

une épaisseur z ; dans ce cas, le coefficient d'absorption α resterait constant. Au contraire, lorsque le rayonnement est complexe, on peut voir comment α varie avec z et comparer ces variations dans des conditions analogues. C'est ainsi que, pour des épaisseurs d'aluminium croissant de 0,1 à 2 millimètres, α varie :

Pour le tube Coolidge, dans le rapport de ...	1 à 0,43
— Pilon, — ...	1 à 0,36
— Chabaud, — ...	1 à 0,33

Ce qui montre à nouveau que le rayonnement du tube Coolidge n'est pas sensiblement plus homogène que celui des autres ampoules.

b) Dans une autre série d'expériences, nous avons mesuré, dans chaque cas, le degré de pénétration du faisceau de rayon X au radiochromomètre de Benoist; cet appareil, qui au point de vue théorique n'offre plus qu'un intérêt historique, conserve une certaine importance pratique, pour la radiographie et la radiothérapie.

D'une manière générale, le degré Benoist D décroît sensiblement lorsque, maintenant U constant, on fait croître i ; on a les valeurs approximatives suivantes :

$U = 15.000$ volts	2	$> D > 1$
$= 40.000$ —	5	$> D > 1$
$= 60.000$ —	6,5	$> D > 4$
$= 100.000$ —	7	$> D > 6$

Nous avons constaté avec un certain étonnement que même pour des voltages de l'ordre de 125.000 volts, c'est-à-dire pour des distances explosives de plus de 25 centimètres, D ne dépasse guère 7°B même pour des courants très petits : le tube Coolidge n'arrive pas à émettre des rayons très durs.

Naturellement, on peut *filtrer* le rayonnement par des épaisseurs d'aluminium variant entre 0,5 et 1 centimètre ; D peut alors atteindre 10° B, en même temps que \mathcal{A} peut être deux ou trois fois plus grand qu'avec les tubes ordinaires pour la même dureté des rayons.

5. Conclusions. — En résumé, ce qui caractérise au point de vue pratique le tube Coolidge, ce sont :

1° La *stabilité*. — Lorsque la différence de potentiel appliquée et le courant qui le traverse sont maintenus constants, le rayonne-

ment X conserve très longtemps la même puissance totale émise et le même degré de pénétration.

2° La *souplesse*. — On peut aussi facilement passer du régime « mou » au régime « dur » qu'effectuer le passage inverse ;

3° Sa grande *puissance*, qui atteint vingt fois celle des tubes ordinaires ;

4° Son *rendement* n'est nettement supérieur à celui des autres ampoules que pour des rayons pas trop mous ;

5° La *dureté* du rayonnement n'est jamais très considérable, puisque même pour des différences de potentiel considérables (125.000 volts), elle ne dépasse pas 7°B ; mais la puissance émise est telle qu'après filtration à travers un centimètre d'aluminium, on obtient des rayons aussi pénétrants et bien plus intenses que ceux qu'on produit difficilement avec les tubes habituels.

INFLUENCE DE LA RÉSISTANCE DE L'AIR SUR LA TRAJECTOIRE DE PROJECTILES LÉGERS EN ROTATION ;

Par M. Z. CARRIÈRE.

J'ai étudié les trajectoires aériennes de balles sphériques en *moelle de topinambour* mises en rotation et lancées au moyen de l'appareil suivant (*fig. 1*).

Quatre tambours O_1, O'_1, O_2, O'_2 parallèles entre eux sont montés sur un bâti rigide de façon que les bandes sans fin B_1 et B_2 qui les enveloppent deux à deux soient dans leurs portions NN' et MM' horizontales et parallèles. O'_2 peut recevoir une translation verticale de façon à régler l'écartement $N'M'$ des deux bandes. Le tendeur O_3 assure le parallélisme pour l'écartement imposé.

Soit une balle sphérique C de rayon R placée entre les deux bandes dont l'écartement est égal à $2R$. Soit V_1 et V_2 les vitesses des bandes entraînées par les tambours O_1 et O_2 . La balle roule sans glisser entre les deux bandes. Son centre se déplace avec une vitesse U parallèle à V_1 et à V_2 pendant que chacun de ses points tourne avec une vitesse ω autour du diamètre horizontal normal à U. Je considère comme positives les rotations du sens de la flèche f et les vitesses U ou V dirigées vers la droite. On doit toujours avoir $U > 0$. Cela veut dire que le lancement se fait toujours

vers la droite. J'ai mis de ce côté des tambours O'_1 et O'_2 de petit diamètre (2 centimètres) pour que la bande joue le plus parfaitement possible le rôle d'un plan horizontal limité, à l'extrémité duquel la balle échappe brusquement et tombe. Les conditions initiales de la chute sont la vitesse U du centre et la rotation ω reliées à V_1 et à V_2 par les équations :

$$\begin{aligned} V_2 &= U + \omega R, \\ V_1 &= U - \omega R; \end{aligned}$$

d'où :

$$\begin{aligned} 2U &= V_2 + V_1, \\ 2\omega R &= V_2 - V_1. \end{aligned}$$

La trajectoire est rapportée aux axes $Ox Oy$ représentés sur la figure. La hauteur de chute disponible est de 3 mètres.

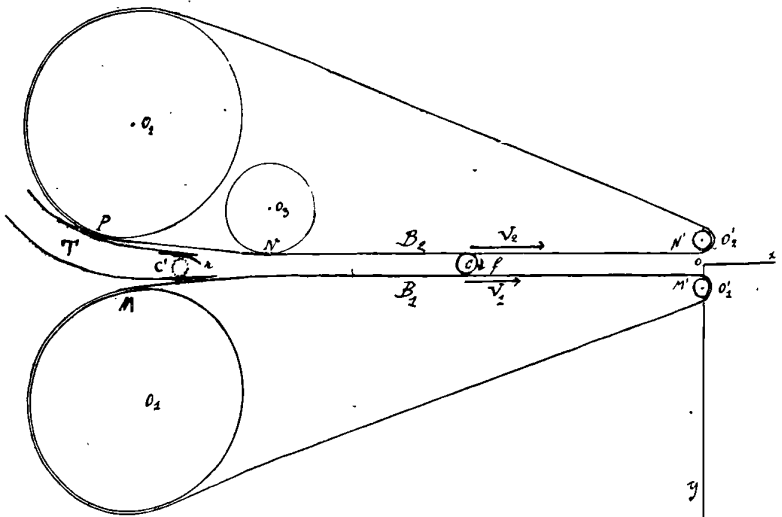


FIG. 1.

Devant une large fenêtre et à $4^m,30$ de celle-ci je dispose une grande tenture noire verticale (3 m. \times 3 mètres). J'installe l'appareil de la *fig. 1* de façon que le plan xOy soit à 30 centimètres de la tenture et à 4 mètres de la fenêtre. Me plaçant près de la fenêtre, le dos tourné à celle-ci, j'observe la chute de la balle qui se détache en blanc sur le fond noir et dont la vitesse toujours médiocre per-

met de repérer les points remarquables de la trajectoire. Dans un plan voisin et en arrière de xOy , au moyen d'index de papier blanc portés par des supports appropriés, je marque les positions repérées dans une première expérience. Je recommence autant de fois qu'il est nécessaire pour que, après corrections convenables, la trajectoire de la balle passe par tous les repères étudiés dont je mesure alors les coordonnées.

La balle C ne doit être introduite entre les bandes B_1 et B_2 qu'à l'instant où l'expérience commence, les vitesses V_1 et V_2 étant bien uniformes. Pendant les préliminaires indispensables, elle est logée en C' à l'extrémité du tube métallique T où elle est retenue par un ressort très léger r . Au moment voulu elle est projetée entre les bandes par insufflation d'air dans T au moyen d'un tube de caoutchouc de longueur convenable.

Les balles C utilisées ont 8 à 10 millimètres de diamètre et pèsent 2 à 3 centigrammes. On exagère les phénomènes décrits ci-après en diminuant ce diamètre, mais la visibilité devient vite insuffisante.

Rotations positives : $\omega > 0$. — Premier cas :

$$V_1 = 0; \quad V_2 = 2U = 2\omega R.$$

On ne peut faire varier U sans que ω varie dans le même rapport.

Ce cas, le plus simple de tous, est celui d'une sphère pesante qu'on ferait rouler sans glisser sur un plan horizontal. Il y a avantage à le réaliser au moyen de l'appareil décrit qui permet la mesure facile de V_2 et par conséquent de U.

Les trajectoires représentées *fig.* 2 numérotées 1, 2, 3 sont caractérisées par les paramètres suivants :

Número de la courbe.....	1	2	3
Vitesse V_2 (mètres par seconde).....	0,77	2,8	4,6
Vitesse U (mètres par seconde).....	0,39	1,4	2,3
$N = \frac{\omega}{2\pi}$ (nombre de tours par seconde)	15	56	92

Le diamètre de la balle est de 8 millimètres. L'échelle est donnée pour chacun des axes.

Ces courbes sont très différentes de la parabole à axe vertical. Les arcs OA seuls en rappellent l'allure. Aux points A (x_m, y_m), après quelques décimètres de chute la trajectoire est verticale. Elle ne garde qu'un instant cette direction. Continuant à s'incurver, elle se

rapproche de la verticale de départ qu'elle coupe sous un angle fini aux points B d'ordonnée y_0 , se prolongeant au-delà vers les x négatifs en un arc qui tend vers la forme rectiligne.

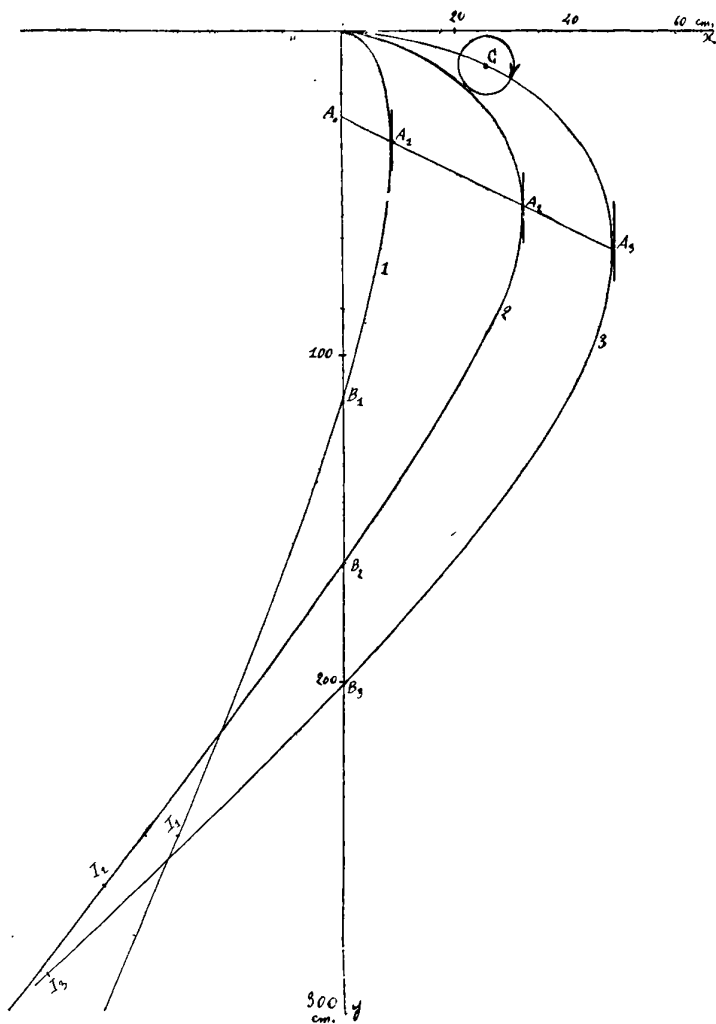


FIG. 2.

Il y a un maximum x_m pour x ; la composante horizontale de la vitesse U s'annule au point A, puis change de signe de sorte que le

mouvement qui avait commencé vers la droite se termine dans la direction opposée.

Admettons que ce retour soit dû à la résistance de l'air rendue dissymétrique par la rotation ω . Le travail de cette résistance tend à annuler ω et doit l'annuler en effet pour une chute assez prolongée. Il existe donc un moment à partir duquel la trajectoire se rapproche de la forme parabole à axe vertical et tend, à l'infini, vers la direction verticale. Il existe donc quelque part des points I d'inflexion au-delà desquels la courbure change de signe. Je n'ai pu constater ces inflexions dans mes expériences conditionnées par $U = \omega R$; la hauteur de chute dont je disposais était insuffisante.

Comparant les points remarquables A et B des courbes 1, 2, 3, on trouve que x_m , y_m et y_0 croissent à peu près proportionnellement à ω ou à U. Les points A_1 , A_2 , A_3 sont sensiblement sur une droite. A_0 serait la position limite du maximum évanouissant quand ω et U tendent simultanément vers zéro. Les aires limitées par les arcs OAB croissent plus vite que proportionnellement à U.

2° Deuxième cas : $V_1 \neq 0$.

Il est possible de supprimer la restriction posée au 1° : $U = \omega R$ et de faire croître ω en diminuant U ou inversement. Il suffit de prendre $V_1 \neq 0$. La condition posée en tête du paragraphe : $\omega > 0$ exige seulement $V_2 > V_1$; la condition $U > 0$ imposée pour le lancement exige à son tour $V_2 + V_1 > 0$. Les deux se résument en la double inégalité :

$$-V_2 < V_1 < V_2.$$

Les courbes de la *fig. 3* numérotées de 1 à 5 correspondent aux valeurs suivantes :

Numéro d'ordre de la courbe	1	2	3	4	5
Vitesse V_2 (mètres par seconde)	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30
— V_1 — —	1,28	1,16	0,90	-0,90	-1,16
— U — —	1,29	1,23	1,10	0,20	0,07
$N = \frac{\omega}{2\pi}$ (nombre de tours par seconde)	0,64	2,3	3,2	6,4	7,3

De 1 à 5, U décroît tandis que ω croît : cela explique la différence notable entre les trajectoires.

Sur la courbe 5, j'ai pu constater l'inflexion I. La courbe 2 est e

reste à peu près verticale après 1 mètre de chute. La tangente d'inflexion y est verticale et confondue avec la courbe pendant la presque

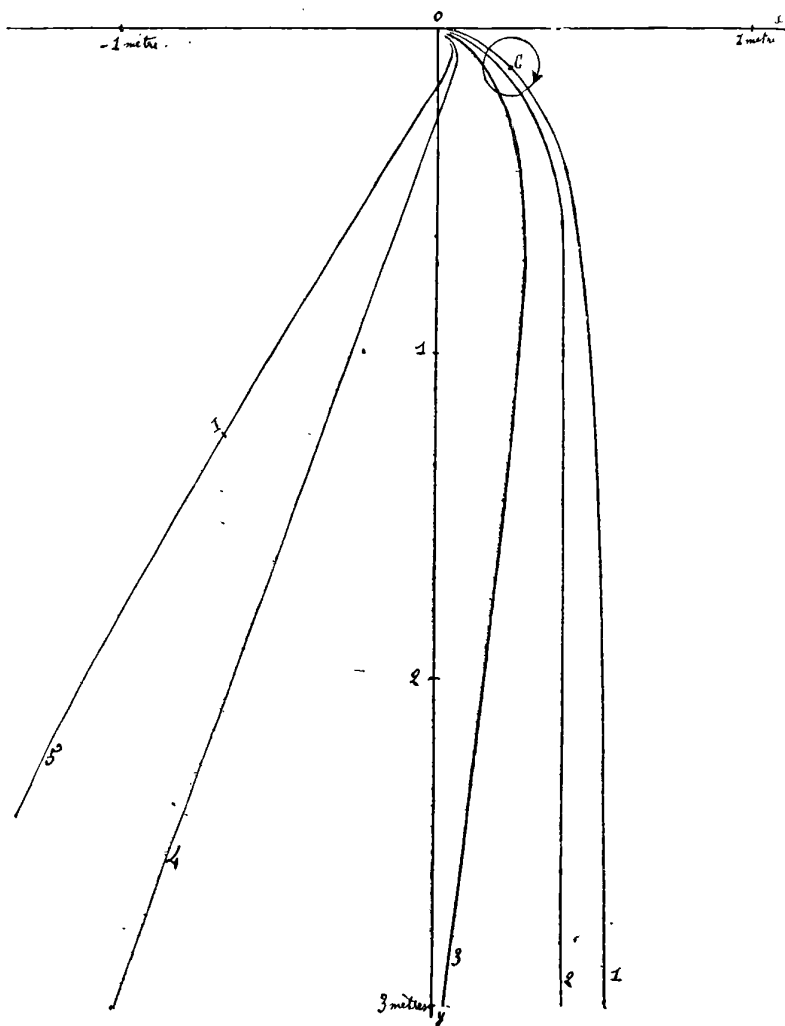


FIG. 3.

totalité du parcours. Il existe des conditions voisines des conditions 2 et 3 pour lesquelles la tangente d'inflexion faisant un angle petit avec la verticale, la trajectoire ne coupe pas Oy .

Rotations négatives : $\omega < 0$. — 1° Premier cas :

$$V_2 = 0; \quad V_1 = 2U = -2\omega R.$$

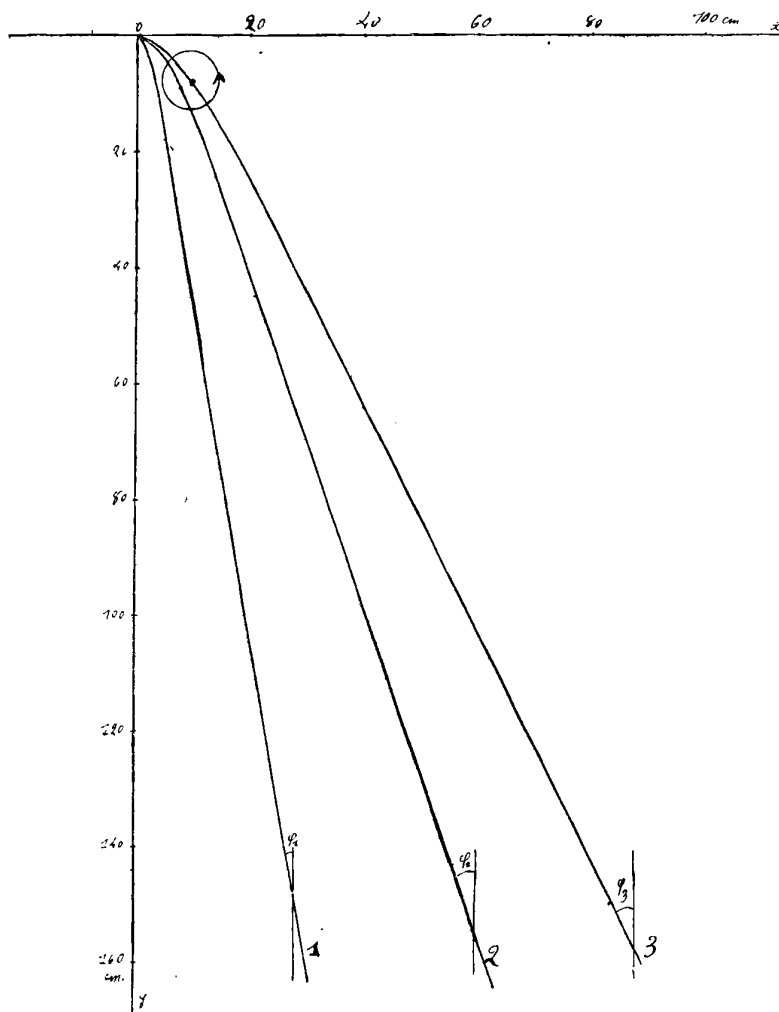


FIG. 4.

Comme au paragraphe précédent, premier cas, U et ω sont proportionnels.

La *fig. 4* représente, numérotées 1, 2, 3 trois trajectoires caractéristiques.

térisées par les valeurs ci-après :

Numéro de la courbe.....	1	2	3
Vitesse V_1 (mètres par seconde).....	0,61	1,36	1,55
Vitesse U (mètres par seconde).....	0,31	0,68	0,78
$N = -\frac{\omega}{2\pi}$ (nombre de tours par seconde)	12	27	31
φ (degrés).....	9,5	18,0	28,0

Elles se réduisent à une branche parabolique au voisinage de l'origine qui se transforme et se continue en une droite faisant un certain angle φ avec la verticale. Une règle convenablement orientée est longée par la balle sur plusieurs mètres. Les angles φ caractérisent les trajectoires. Comme première approximation φ est proportionnel à \dot{U} . L'échelle est la même pour Ox et pour Oy , les angles φ sont très exactement ceux de la figure.

Pour la raison indiquée au paragraphe précédent, la trajectoire prolongée assez bas doit s'incurver et tendre à devenir verticale. Dans la totalité de son développement, elle se compose donc de deux arcs paraboliques concaves vers Oy raccordés à une droite faisant l'angle φ avec la verticale. La courbure garde un signe constant et s'annule tout le long de la droite. Il n'y a pas un minimum nul, il y a une infinité de points où la courbure est minima et nulle. Cette solution est singulière. J'admettrai que la droite est en réalité une tangente commune à deux points d'inflexion plus ou moins rapprochés, comme va le montrer la suite.

2° Deuxième cas : $V_2 \neq 0$.

$$\begin{array}{lll} U > 0 & \text{exige} & V_2 + V_1 > 0, \\ \omega < 0 & \text{exige} & V_2 - V_1 < 0; \end{array}$$

d'où :

$$- V_1 < V_2 < V_1.$$

On peut faire croître ω en diminuant U et par là, exagérant l'influence de ω mettre en évidence les inflexions trop peu accusées dans le premier cas. La courbe 4 de la fig. 5 en présente deux. Ce n'est pas un cas isolé et fortuit. Je le reproduis chaque fois que j'impose une translation U petite et une rotation ω grande. Les courbes de la fig. 4, la courbe marquée 2 sur la fig. 5 peuvent être considérées comme ayant deux points d'inflexion dont les tangentes ont des directions très voisines et entre lesquels la courbure varie très peu.

Les courbes de la fig. 5 correspondent aux données suivantes :

Numéro de la courbe	1	2	3	4
Vitesse V_2 (mètres par seconde)	1,31	1,31	1,31	1,31
— V_1 — — —	1,29	-1,11	+1,11	-0,91
— U — — —	1,30	0,10	1,21	0,20
$N = -\frac{\omega}{2\pi}$ (nombre de tours par seconde) .	0,32	38,5	3,18	35,3
φ (degrés)		18		25

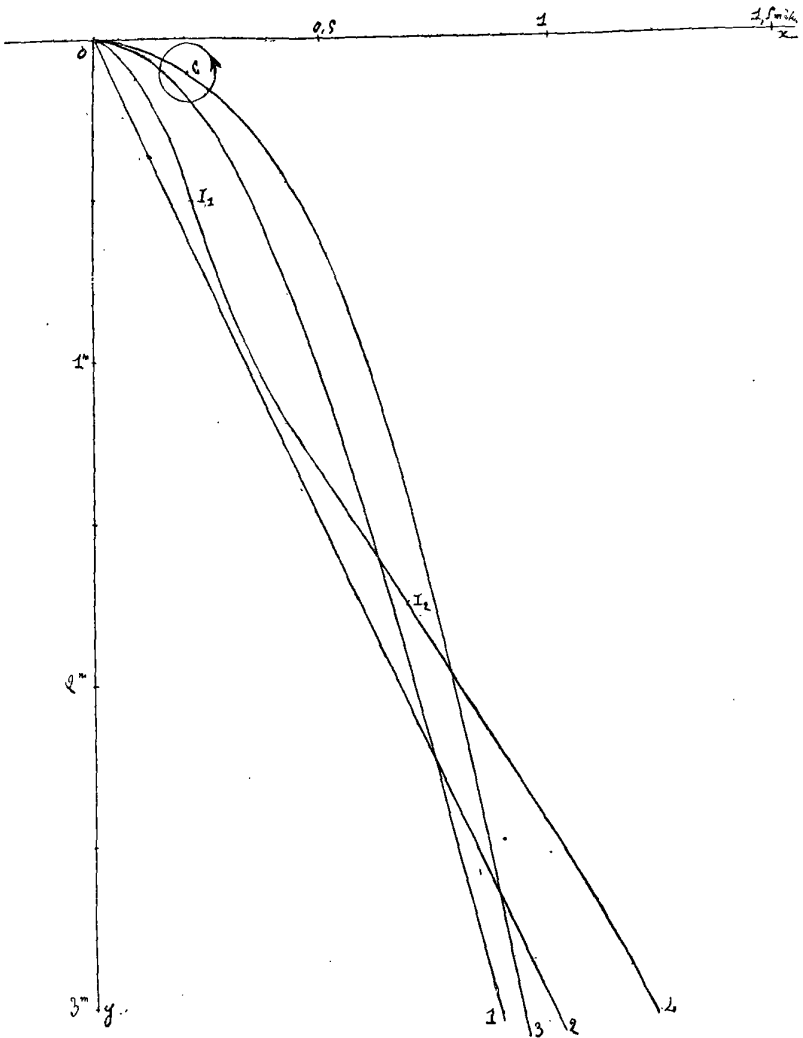


FIG. 5.

La courbe 1 correspond à une rotation ω assez petite. Elle peut être considérée comme voisine de la courbe $\omega = 0$. Elle est coupée

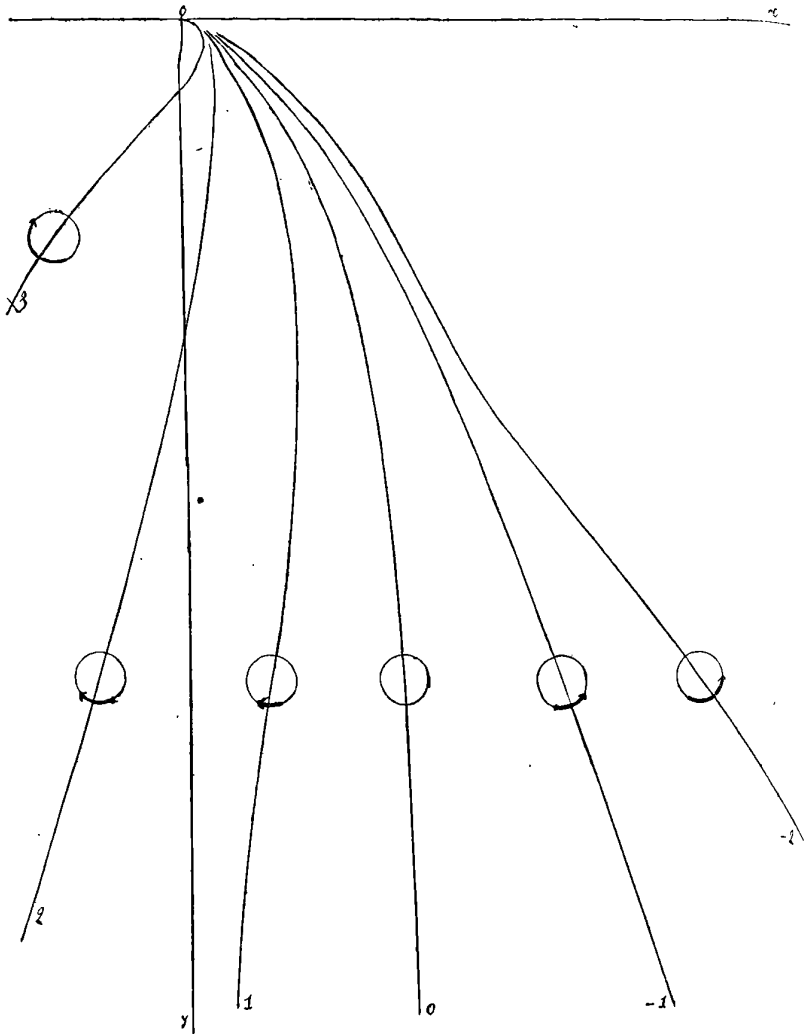


FIG. 6.

après une chute de la balle inférieure à trois mètres, par les courbes 2, 3 et 4 qui correspondent à des vitesses U plus petites. La rotation imprimée augmente donc notablement la portée de la

trajectoire. Ce résultat est connu depuis longtemps ; on a essayé de l'utiliser en balistique (1).

Considérons la courbe $\omega = 0$ qui, à l'infini, après une chute suffisante, est voisine de la courbe 4. Elle correspond à une vitesse U très supérieure à celles du tableau. Elle est encore, à l'origine, tangente à la courbe 4, puisque, pour toutes, le lancement est imposé horizontalement. Toute la courbe $\omega = 0$ est au-dessus de la courbe 4 qui se présente ainsi comme une corde plus ou moins ondulée soutenant l'arc parabolique. On peut donc, pour réaliser une portée définie, compenser un défaut de vitesse initiale par une rotation convenable. La trajectoire est modifiée dans sa forme et raccourcie quant à sa longueur.

Étude d'ensemble du phénomène. — 1° Premier cas : $U = \pm \omega R$.

Il suffit de superposer les *fig. 2* et 4. La verticale Oy qui est la trajectoire $U = \omega = 0$ est la courbe de passage d'une famille à l'autre.

2° Deuxième cas : $U \neq \omega R$.

Les courbes à superposer sont les courbes de la forme de celles des *fig. 3* et 5. Elles forment un système à deux paramètres indépendants U et ω . Il est avantageux de considérer une famille à un paramètre unique. La *fig. 6* donne quelques courbes à vitesse U_1 constante et à paramètre ω variable dont le signe et la grandeur sont figurés par des flèches. La courbe 0 ($\omega = 0$) est la trajectoire parabolique des balles sphériques légères non tournantes. Deux courbes de cette famille, les courbes + 2 et - 1, par exemple, correspondent à $\omega R = \pm U_1$. Entre les courbes 0 et - 1 se placent des courbes pour lesquelles $\omega R < - U_1$; entre - 1 et - 2 et au-dessus de - 2 des courbes pour lesquelles $\omega R > - U_1$. De même, entre 0 et 2 se placent des courbes pour lesquelles $\omega R < U_1$; entre 2 et 3 et au-dessus de 3, des courbes pour lesquelles $\omega R > U_1$.

Les courbes de la famille ne se coupent pas. On voit sur la figure, par quelles modifications des conditions initiales, la courbe 3 à inflexion unique peut devenir la courbe 0 sans inflexion ou la courbe - 2 à deux inflexions.

Rôle de la résistance de l'air. — Soit, *fig 7*, en C, la trace sur le plan du tableau de la balle sphérique dont U est la vitesse de translation et ω la vitesse de rotation d'axe normal au tableau. Par rap-

(1) SONNET, *Dict. des Mathématiques appliquées*, article Déviation.

port au milieu ambiant, le point M a une vitesse $U + \omega R$, le point N une vitesse $U - \omega R$. Les deux moitiés supérieure et inférieure de la circonférence représentée n'éprouvent donc pas, de la part du milieu, la même résistance. La moitié supérieure subit la résistance maximum. La résultante totale est oblique sur la translation U et a une composante normale à U dirigée dans le sens MN. Le mobile envisagé est donc sollicité vers le bas. Je dis qu'il dévie vers le bas. Le centre C quittant la droite Cx, la déviation sera la distance de la trajectoire Cx₁ qui se rapporte à $\omega \neq 0$ à la trajectoire Cx qui vaudrait pour $\omega = 0$.

Le sens de cette déviation peut se définir par une règle analogue à celle du bonhomme d'Ampère. Plaçons le bonhomme couché sur l'axe de rotation de façon que les points du mobile tournent de sa gauche vers sa droite et qu'il regarde dans la direction de la translation U; la déviation se fait vers sa droite.

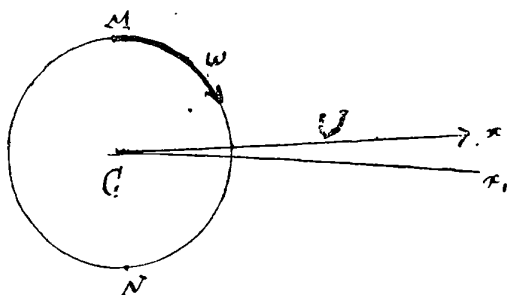


FIG. 7.

Les actions observées sur la balle sphérique en moelle de topinambour obéissent à cette règle, comme il est facile de s'en convaincre à l'inspection de la fig. 6 où sont représentées les balles C et leurs rotations.

Les balles de topinambour de faible diamètre subissent et manifestent la déviation grâce à leur faible densité. Malheureusement, à cause de leur faible masse, des perturbations accidentelles, survenant au cours des expériences, sont fréquentes. Il faut, pour déterminer les valeurs numériques des coordonnées d'une courbe, multiplier les vérifications. Mais, à chacune des vérifications, sans aucune exception, on retrouve la même forme de trajectoire, avec les mêmes particularités : retour, inflexions, parcours rectiligne, etc.

THÉORIE ET FONCTIONNEMENT PHYSIQUE DE L'ACCUMULATEUR AU PLOMB

PAR CH. FÉRY.

I

J'ai démontré dans un travail antérieur (1) que la matière positive active de l'accumulateur au plomb est un oxyde renfermant plus d'oxygène que PbO^2 . De mes expériences il résulte aussi que ce peroxyde est extrêmement instable, ce qui peut faire craindre que pendant la dessiccation qui précède son analyse, il ait déjà perdu spontanément une certaine quantité d'oxygène.

Je me suis donc proposé, dans la présente étude, d'essayer d'analyser sur place ce corps si instable.

Pour cela j'ai fait mouler des petites grilles qui avaient $42^{\text{mm}} \times 42$ millimètres et pour épaisseur 4 millimètres. Ces grilles étaient munies de 16 alvéoles pouvant contenir 22 grammes de matière active.

Ces grilles, montées en positives, étaient chargées à refus entre deux grosses négatives préalablement formées, et ayant une capacité environ trente fois supérieure, de façon à être sûr que la décharge était bien limitée par la positive en essai.

Sous un régime moyen de décharge de $0^{\text{a}},22$, soit à un débit de $0^{\text{a}},7$ par décimètre carré, j'ai obtenu $2^{\text{ah}},8$.

L'ampère-heure est donc obtenu dans ces conditions par $\frac{22}{2,8} = 7^{\text{sr}},86$ de matière active positive.

On peut facilement calculer le poids de matière active positive nécessaire pour fournir l'ampère-heure en donnant à l'oxyde PbO^x , supposé former cette matière, divers degrés d'oxydation.

On trouve ainsi :

(1) *Journal de Phys.*, t. VI, p. 21, janvier-février 1916.

Formule de l'oxyde	Poids moléculaire	Rapport $\frac{\text{Pb}}{\text{PbO}_x}$	Poids d'O Libérable pour passer à PbO ₂	Poids par A. H. pour passer à PbO ₂
PbO ²	239	0,866	0	∞
Pb ⁴ O ⁹	972	0,853	16 gr. (53 A. H.)	18 ^{sr} ,2
Pb ³ O ⁷	733	0,847	16	13 ^{sr} ,6
Pb ² O ⁵	494	0,841	16	9 ^{sr} ,3 (1)
Pb ² O ⁵ , H ² O ²	528		2 × 16 (103 A. H.)	5 ^{sr} ,0 (2)

On voit que l'oxyde électrolytique est encore plus oxygéné que Pb²O⁵, puisqu'il suffit de 7^{sr},86 de ce composé pour fournir 1 ampère-heure; 416 grammes de ce composé seraient suffisants pour libérer 16 d'oxygène, de sorte que si on pose :

$$\text{Pb}^n\text{O}^{2n+1} = n\text{PbO}^2 + 0 = 416.$$

on peut en tirer $n = 1,57$ ce qui conduirait à la formule Pb²O¹³, soit 4 0/0 d'oxygène en plus que dans Pb²O⁵. La présence des composés très oxydants formés normalement en fin de charge dans la positive : acide persulfurique, eau oxygénée et ozone est de nature à faire attribuer au peroxyde électrolytique une capacité d'oxydation plus grande que celle qu'il possède en réalité.

Il est donc bien probable qu'au début de la décharge tout au moins, la dépolarisation de la positive est bien due à Pb²O⁵, ainsi que Drzewiecki l'a avancé dès 1889.

Peut-être le peroxyde Pb³O⁷, de MM. Hollard et Tennen, que j'ai retrouvé par l'analyse dans la matière active desséchée, ne serait-il qu'une combinaison plus stable de Pb²O⁵ avec le bioxyde chimique (Pb²O⁵, PbO²)?

Quoiqu'il en soit, j'ai souvent observé dans des décharges d'accumulateurs, que le palier est formé d'une première droite presque rigoureusement horizontale, suivie d'une autre droite très légèrement descendante. On pourrait supposer que la première partie de la décharge est due au passage de Pb²O⁵ à Pb³O⁷, et la seconde à la réduction de ce dernier peroxyde en PbO².

Bien qu'aucun doute ne plane sur le fonctionnement de la négative qui est dû à la sulfatation pure et simple du métal très divisé qu'elle contient, il m'a semblé intéressant de décharger entre deux grosses

(1) La formule Pb²O⁵ a été attribuée autrefois par M. Drzewiecki à l'oxyde garnissant une positive chargée (*Bulletin de la Société internationale des Electriciens*, n° 63, 1889).

(2) Hypothèse due à Drzewiecki (formation d'acide perplombique Pb²O⁷H², dû à la combinaison de Pb²O⁵ et de l'eau oxygénée).

positives de capacité environ trente fois plus grande une petite grille négative.

Le poids de matière active initiale (litharge) était de 22 grammes. Après réduction complète, j'ai pu obtenir 2 ampères-heures dans les mêmes conditions de débit que précédemment. Ceci conduit à 9^{sr},9 comme poids de plomb métallique spongieux nécessaire pour fournir 1 ampère-heure.

Plusieurs auteurs avaient pensé que la négative renfermait un hydrure de plomb.

L'expérience précédente tend à prouver qu'il n'en est rien ; de l'hydrogène occlus ou combiné aurait en effet pour résultat de faire paraître trop petit le poids de plomb théoriquement nécessaire pour produire 1 ampère-heure. Or l'équivalent électrochimique du plomb est de 3^{sr},84 et nous trouvons 9^{sr},9.

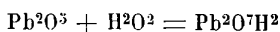
D'ailleurs la pesée de la plaque avant et après décharge montre que l'augmentation de poids est bien due à la formation de SO⁴Pb. Des traces d'hydrogène fausseraient considérablement ces résultats en conduisant à une fixation trop faible de SO⁴ par ampère-heure.

Le rôle de la négative pendant la décharge est donc tout à fait net ; il n'en est pas tout à fait de même en ce qui concerne la positive.

De mes essais il résulte incontestablement que le peroxyde électrolytique est très voisin de la constitution Pb²O³ ; ce peroxyde est-il anhydre ou hydraté, il est impossible de répondre à cette question, vu l'instabilité de ce corps qu'il est impossible de dessécher complètement sans le décomposer.

Dans les analyses que j'ai faites par réduction de Pb²O³ par l'hydrogène, j'ai remarqué que la réaction commence à froid ; ce n'est que lorsque la masse a pris la teinte puce caractéristique de PbO² qu'il est nécessaire de chauffer pour terminer la réduction. Pour réduire le PbO² chimique par l'hydrogène, il faut amorcer la réduction en chauffant.

Drzewiecki pense que la matière active positive est due à l'union de Pb²O³ à l'eau oxygénée qui prend naissance dans la charge normale de l'accumulateur :



on obtiendrait ainsi de l'acide perplombique.

Pour vérifier cette hypothèse, j'ai monté un élément Zn, platine,

PbO^2 dans un vase poreux ; l'électrode négative était une lame de zinc amalgamé et l'électrolyte de l'eau acidulée sulfurique.

Comme je l'ai dit dans ma précédente note, on obtient ainsi $0^v,7$.

L'addition d'eau oxygénée dans le vase poreux élève rapidement le voltage à $2^v,4$ qui est celui donné par l'accumulateur Reynier (positive ordinaire, zinc amalgamé). Cette expérience montre que l'eau oxygénée est capable de peroxyder l'oxyde puce de plomb, mais ne permet pas néanmoins de savoir si le peroxyde ainsi formé se combine avec l'excès d'eau oxygénée (1).

II

Le fonctionnement électrique de l'accumulateur se comprend très bien d'après ce qui précède :

Chargé, l'élément ne contient dans ses grilles que des matières possédant une haute conductibilité électrique : Pb métallique à la négative, Peroxyde à la positive.

Il est donc bien probable que pendant la décharge, la sulfatation de la négative se fait de l'extérieur vers le centre.

Il doit en être de même à la positive, en ce qui concerne la réduction du peroxyde qui donne aussi naissance à un corps moins conducteur, le bioxyde de plomb.

Il est facile d'ailleurs de constater que *dès le début* de la décharge, la teinte des plaques varie, ce qui met en évidence le jeu des couches superficielles.

Déchargé, au contraire, l'élément ne contient plus que des matières isolantes comme SO^4Pb à la négative, ou peu conductrices comme PbO^2 à la positive.

(1) L'un des principaux arguments invoqué en faveur de la théorie de la double sulfatation, est la concordance entre l'expérience avec le calcul de la force électromotrice en partant des données thermo-chimiques.

Ma conviction absolue est que la positive *ne se sulfate pas* dans une décharge normale ; c'est donc par une simple coïncidence que la valeur calculée correspond avec celle observée.

D'après Thomsen, la sulfatation de la négative dégage 73.800 calories. La réaction totale de l'accumulateur fournit 89.230 calories.

Il en résulte que la formation de Pb^2O^5 à la positive pendant la charge, absorbe 15.430 calories.

Ceci ne doit pas nous étonner, vu la grande instabilité de ce corps qui est sans doute un des oxydants les plus énergiques de la chimie.

On sait même que si la sulfatation de la négative était complète, il deviendrait pratiquement presque impossible de réduire ce sel isolant.

L'expérience que j'ai faite sur une petite négative montre qu'il faut 9^{sr},9 de plomb pour produire l'ampère-heure au lieu de 3^{sr},84 indiqués par la théorie.

Il n'y a donc qu'un tiers environ de la matière active négative qui entre en réaction dans la décharge normale; ce sont vraisemblablement les filaments les plus ténus de plomb qui se sulfatent; les plus gros, attaqués seulement à la surface, continuent à leur servir de support et à amener le courant à la charge suivante.

Pendant cette charge suivante, il est donc vraisemblable d'admettre que les choses se passent dans le sens inverse de ce qui s'est produit pendant la décharge :

Ce sera au contact de la grille même, amenant le courant, que la réduction commencera; elle se propagera ensuite régulièrement jusqu'à la périphérie.

Il en sera de même à la positive où le peroxyde prendra naissance d'abord contre la grille, l'oxydation se propageant ensuite vers les parties extérieures et jusqu'à la surface (1).

Ce n'est en effet que tout à fait en fin de charge que la positive prend sa teinte noire caractéristique de Pb^2O^3 .

La propagation de cette oxydation est aussi facilitée par le foisonnement de la masse positive qui amène et comprime la matière oxydée et conductrice contre la matière déchargée qui l'est moins.

Ces efforts dus au foisonnement peuvent être très considérables; ils amènent souvent le gauchissement des plaques positives et quelquefois même la rupture des alvéoles.

Tel est à mon avis le mécanisme du fonctionnement chimique et électrique de l'accumulateur au plomb.

(1) Quand on transforme en peroxyde, du minium tassé dans un vase poreux autour d'une lame de plomb, on voit très nettement la transformation de cet oxyde rouge en un corps d'un beau noir se faire autour de l'électrode et progresser en se ramifiant vers l'extérieur. C'est sur le corps noir formé, bon conducteur comme nous l'avons dit, qu'on voit se dégager l'oxygène.

L'expérience se termine invariablement par le bris du vase poreux par suite du foisonnement de la matière.

LE BUREAU NATIONAL DES ÉTALONS DE WASHINGTON ;

Par M. G. ROY

Le « Bureau of Standards » n'a pas son équivalent en France ; chargé plus particulièrement de la garde des étalons fondamentaux et des essais d'étalons secondaires légaux employés dans les mesures scientifiques, industrielles et commerciales, il représente pour les États-Unis une dépendance du Bureau international des Poids et Mesures. De plus, il effectue pour le Gouvernement, les États, les Instituts scientifiques, les Sociétés et les particuliers, des essais physiques et chimiques, des mesures de résistance des matériaux et des essais d'appareils ; en cela, il centralise les attributions du Conservatoire des Arts et Métiers, de l'École des Mines et du Laboratoire central d'électricité.

Fondée en 1901, par un acte de Congrès, après un voyage en Europe du D^r Stratton (encore directeur actuellement), cette institution d'État dépend du Ministère du Commerce et du Travail. Elle a pris depuis une extension considérable et occupait 400 personnes en 1915.

En dehors des travaux scientifiques qui s'y poursuivent, le Bureau of Standards joue un rôle dans l'étude de tous les règlements ou lois qui ont un caractère technique, et exerce une grande influence sur le développement de l'industrie. « Il travaille en étroite harmonie avec
« les grandes Sociétés techniques du pays et avec les ingénieurs
« praticiens qui dans tous les ressorts appliquent la science aux
« affaires. Il étudie tous les problèmes qui préoccupent les direc-
« teurs d'industrie. Son domaine reste cependant dans le travail
« scientifique, il n'entre pas dans son programme de s'occuper de
« ce qui peut effectivement être exécuté dans les laboratoires privés ;
« il est un stimulant pour les établissements scientifiques de
« recherches industrielles et aide nos industries à être plus scienti-
« fiques ⁽¹⁾. Il y a un réveil général de nos industries et de l'impor-
« tance des méthodes scientifiques militaires, non seulement par les
« recherches et les améliorations, mais surtout pour assurer une

(1) *Statement by Secretary Redfield of the Department of Commerce to Electrical World*, 18 décembre 1915.

« meilleure connaissance des propriétés des matériaux. En ce sens,
 « le Bureau of Standards y contribue plus qu'on ne le suppose géné-
 « ralement. Il est en contact permanent avec chaque branche de
 « l'industrie américaine, par correspondance, par la visite des
 « représentants industriels; par l'étude des procédés d'exper-
 « tise, etc. Dans ce but, qui est probablement le travail le plus
 « important du Bureau, il maintient une coopération cordiale et
 « sincère avec les Sociétés techniques, les industriels et les Labo-
 « ratoires scientifiques (1). »

* *

Le Bureau comprend actuellement les sections suivantes :

DIVISION I. — *Electricité*. — Résistance et force électromotrice, mesures absolues, mesures électriques et magnétiques, photométrie, haut potentiel, électrolyse.

DIVISION II. — *Poids et mesures*. — Longueur, masse, capacité et densité, pression, temps, barèmes de chemin de fer.

DIVISION III. — *Chaleur et thermométrie*. — Thermométrie, pyrométrie, calorimétrie, problèmes spéciaux tels que la résistance au feu.

DIVISION IV. — *Lumière et instruments d'optique*. — Spectrométrie, polarimétrie, radiométrie, interférométrie.

DIVISION V. — *Chimie*. — Recherches chimiques, dosages, minerais et métaux, analyse chimique, structure de la matière (excepté fers et aciers).

DIVISION VI. — *Instruments d'ingénieurs*.

DIVISION VII. — *Matériaux de construction*. — Métaux, ciments, mortiers, pierres, graviers et sables, poteries et verres, argiles, caoutchouc, papiers, textiles, etc.

DIVISION VIII. — *Métallurgie et métallographie*.

Les perfectionnements continuent et actuellement on projette de créer une division spéciale dite *Laboratoire national de physique* qui pourrait rivaliser avec les installations analogues d'Angleterre et d'Allemagne.

(1) Rapport à l'*Electrical World*, par le Dr Stratton, directeur du B. of S., 1915.

Le Bureau est subventionné par l'État, les sommes allouées en 1915 ont atteint 734 780 £ ; il est en retour chargé des essais des matériaux et appareils destinés à être employés par les divers Ministères, en particulier des épreuves de matériaux destinés au canal de Panama (105 992 en un an) ; il a effectué 1.861.439 essais de lampes à incandescence de fabrications diverses. On relève seulement 10.212 essais pour le public, se rapportant presque exclusivement aux étalons de mesure, le bureau évitant de faire concurrence aux Laboratoires industriels.

Le résultat des recherches scientifiques atteint directement le grand public sous forme de circulaires imprimées qui sont fournies aux intéressés à des prix très minimes. Le titre de quelques-unes d'entre elles suffira pour montrer leur caractère pratique et leur diversité : *Vérification des étalons de capacité ; Épreuve des thermomètres, des hydromètres ; Épreuve et propriétés des instruments d'optique ; Le carat métrique ; Colles, propriétés et usages ; Étalonnage des bombes calorimétriques ; L'unité internationale de lumière.*

La partie plus spécialement scientifique donne lieu à la publication d'un bulletin, contenant le détail très complet des travaux exécutés. Ce bulletin paraît en quatre fascicules par an et renferme, dans les neuf premiers volumes annuels de 600 pages environ, 203 articles scientifiques traitant de sujets les plus divers, où en même temps que les investigations de la plus haute précision se montre toujours le souci de la solution pratique, se traduisant finalement par la publication d'une circulaire. Dans ces circulaires, le praticien, sans avoir à se préoccuper des moyens, trouve le résultat exposé simplement, l'indication des formules ou des méthodes avec leurs meilleures conditions d'emploi ; il peut les employer de confiance sachant que sur dix ou vingt méthodes discutées théoriquement et étudiées expérimentalement, on a choisi les deux ou trois meilleures.

Poids et mesures. — Quatre articles seulement ; une comparaison des prototypes n° 27 et 21 destinés aux États-Unis ; une étude historique sur les unités de longueur et de masse employées aux États-Unis ; une autre sur les méthodes d'étalonnage des appareils volumétriques en verre et enfin des recherches très étendues sur la densité et la dilatation de l'alcool éthylique et de ses mélanges avec

l'eau, qui ont conduit à la publication de tables très complètes. Cet article se termine en particulier par un index bibliographique de tous les travaux concernant l'alcool éthylique et les eaux-de-vies. L'index commence en 1769 avec Lullus Raymond et se termine en 1913 avec le n° 1736, il comprend jusqu'à 60 articles par an dans les dernières années.

Électricité. — Les travaux se rapportant à l'électricité sont très nombreux, un certain nombre consiste en études historiques se rapportant aux étalons électriques fondamentaux. Une étude historique des unités employées aux États-Unis avec spécification des unités légales, suivie d'une comparaison avec les unités employées dans les autres pays. Plus tard, la discussion des propositions faites en 1908 à la Conférence électrique de Londres, conduisant à l'adoption d'un étalon concret de force électromotrice, la pile Weston et d'un étalon de quantité d'électricité réalisé par le coulomb mètre à argent.

Unités. — Un travail très complet sur le rapport des unités électromagnétiques et électrostatiques a été entrepris en 1907; les auteurs se proposaient de répondre au vœu exprimé par le Congrès de physique en 1900, sur la nécessité de reprendre la détermination de v . On a utilisé la méthode des capacités, discutant théoriquement les causes d'erreur dans l'emploi de condensateurs plans, cylindriques et sphériques, l'influence des fils de charge et des anneaux de garde dans la mesure des capacités électrostatiques; du commutateur, du galvanomètre et du chronographe dans les mesures électromagnétiques. On a été conduit à la valeur

$$v_0 = 2,9963 \cdot 10^{10} \frac{\text{centim. int. } \Omega}{\text{seconde}}$$

avec une précision ne dépassant pas un dix-millième. En admettant pour la constante diélectrique de l'air à 20° et sous la pression normale la valeur 1,00055 par rapport au vide, on obtient pour v_0 dans le vide $2,9971 \cdot 10^{10}$. La moyenne des résultats plus anciens indiqués par M. Abraham en 1900 était dans l'air $3,0001 \cdot 10^{10}$; la valeur la plus rapprochée du résultat de ces dernières déterminations est celle de Thomson et Searle : $2,9960 \cdot 10^{10}$ dans l'air.

La vitesse de la lumière, moyenne des mesures de Michelson Newcomb et Perrotin serait $v = 2,9986 \cdot 10^{10} \frac{\text{c. m.}}{\text{sec.}}$ avec une précision de 1 dix millième dans le vide. Cette valeur diffère de v_0 de $\frac{5}{10\ 000}$, avec une incertitude possible de $\frac{2}{10\ 000}$. Il faudra donc encore des expériences plus soignées pour déterminer si le complément de cette différence $\frac{3}{10\ 000}$ est dû à des incertitudes sur l'ohm international ou si véritablement, il y a une petite différence entre la vitesse de la lumière et le rapport des unités.

Force électromotrice. — Les savants américains étant partisans de prendre comme étalons fondamentaux la force électromotrice d'une pile et le voltamètre à argent, ces deux questions ont donné lieu à des études très complètes.

On a déterminé les constantes des étalons Weston et Clark au moyen de l'électrodynamomètre absolu de Gray, des essais nombreux ont porté sur la purification des matériaux employés à leur construction et la possibilité de les reproduire exactement ; on a atteint une constance de 2 à 3 cent millièmes sur la force électromotrice. Il serait possible de les reproduire avec cette précision en laissant aux laboratoires spéciaux, outillés pour cela, le soin de la préparation des matériaux. La pile Weston a été finalement proposée et adoptée par la London International Electrical Conférence avec la formule de température suivante :

$$E_t = E_0 - 0,00004075(t - 20) - 0,000000944(t - 20)^2 + 0,000000098(t - 20)^3.$$

Une étude théorique des piles de concentration, a conduit à des conclusions vérifiées expérimentalement. Les piles de concentration composées de zinc amalgamé avec une solution de sulfate de zinc ou de chlorure de zinc et d'amalgame de cadmium avec une solution de sulfate de cadmium montrent une relation linéaire entre leur force électromotrice et la température. Il est possible de trouver une pile au calomel à coefficient de température négatif numériquement égal au coefficient positif de la pile normale de sorte que les deux piles employées en série ont une force électromotrice pratiquement constante et indépendante de la température pour une variation de 25 à 30° C.

Voltamètres. — L'étude du voltamètre à argent a donné lieu à un travail considérable, toutes les formes de voltamètres ont été soumises à de nombreux essais. On a fait varier la concentration et le mode de purification du sel; on a employé ou non des diaphragmes poreux de porcelaine ou de papier à filtrer. Le papier à filtre exerce une action chimique évidente, il se décompose spontanément en oxycellulose qui par réduction donne un précipité d'argent colloïdal dans l'électrolyte, les striations du dépôt sont dues à la présence de cet argent colloïdal.

Résistance. — Les résistances des boîtes étalonnées présentent des variations qui dépendent du mode de construction; il a été reconnu que la résistance des bobines dont le fil est recouvert de gomme laque augmente avec l'humidité de l'atmosphère par suite du gonflement de cet isolant, cet effet peut devenir assez marqué dans le cas des bobines de fil fin. L'immersion dans l'huile ne suffit pas à éliminer cette action, car l'huile prend lentement un état d'équilibre dépendant de l'humidité. La paraffine, employée dans la construction française donne d'excellents résultats, mais il est alors plus difficile de déterminer exactement la température des bobines. On propose finalement que les bobines soient enfermées dans des boîtes de métal scellées hermétiquement après avoir été remplies d'huile de paraffine pure, les contacts se faisant au dehors dans des coupes de mercure.

Le cuivre, considéré comme conducteur, devait naturellement donner lieu à des recherches de précision. Un premier travail sur le coefficient de température conclut que ce coefficient est proportionnel à la conductibilité avec une grande exactitude quand les variations de celle-ci sont dues à des causes physiques et avec une bonne approximation, si elles proviennent de la composition chimique. Le coefficient de température vers 20° d'un échantillon de cuivre est donné en multipliant le nombre exprimant en pour cent la conductivité par 0,00394 (une conductivité de 100 0/0 est prise comme correspondant à la résistivité de 0,15302 ohm par mètre gramme à 20°). Il en résulte que les altérations dues au bobinage n'altèrent pas le coefficient de température et que la grandeur de ce coefficient pourrait conduire avantageusement, dans certains cas, à la valeur de la conductivité.

La résistivité d'un grand nombre d'échantillons de cuivre com-

mercial de provenances américaine et européenne a donné en moyenne en ohms par gramme mètre à 20° C. : 0,15202 pour le cuivre recuit avec une conductibilité pour 100 de 100,07 par rapport à l'étalon de cuivre admis actuellement qui présente une résistivité de 0,15502 à 20°. La conductivité des fils étirés est moindre de 2,700 en moyenne. Pour l'aluminium, on a trouvé : résistivité en ohms par gramme mètre à 20° : 0,0765; en microhms centimètres 2,826 avec une densité 2,7. L'auteur plaide en faveur de l'emploi de la résistivité par grammètre qui rend plus exact le calcul de la conductivité pour 100, surtout s'il s'agit de métaux autres que le cuivre et aussi : 1° parce que la mesure directe de la section est dans beaucoup de cas difficile et inexacte, 2° parce que le métal est vendu au poids et non au volume.

Condensateurs. — Des mesures de capacité par la méthode de Maxwell en fonction d'une résistance et d'un temps ont montré que les condensateurs en mica sont à peu près parfaits; ils sont cependant sensibles aux variations de température, 13 à 20 centmillièmes par degré; cette variation peut être abaissée à 5 centmillièmes en maintenant le condensateur dans le vide. Les condensateurs en papier paraffiné sont très inférieurs; ils ne peuvent assurer la constance requise pour des étalons et leur capacité varie avec la fréquence. Une discussion des théories de l'absorption dans les diélectriques conduit à admettre comme plus conforme aux résultats expérimentaux la théorie de Pellat modifiée par Schweidler.

On a essayé quatre méthodes de mesure de capacité et du facteur de puissance des condensateurs, toutes dérivant du pont de Wheatstone : méthode des résistances en série avec la capacité (Wien); des inductances en série dans les bras du pont opposés aux capacités, méthode des résistances en parallèle avec les capacités et méthode d'Anderson. Toutes donnent de bons résultats surtout en employant l'artifice de la substitution. Le facteur de puissance défini par l'angle du courant avec la perpendiculaire à la force électromotrice appliquée pour 100 périodes à 20° varie de 30 à 50 secondes pour de bons condensateurs en mica; pour les condensateurs en papier paraffiné, modèle des télégraphes, on n'a jamais obtenu de facteur plus petit que 45 secondes; il est parfois très élevé au point qu'ils s'échauffent sensiblement et que tout réglage devient impossible par suite de la variation de capacité qui en résulte.

Ce facteur de puissance peut être mesuré en déterminant directement l'énergie calorifique perdue par une mesure calorimétrique, ou au moyen d'un wattmètre. On a étudié jusqu'à sept méthodes d'emploi du wattmètre. Dans la plus simple, mais la moins exacte, le facteur de puissance est donné par une déviation de la bobine ; dans toutes les autres, on emploie une méthode de zéro. La compensation peut être obtenue en plaçant une inductance variable sur le circuit potentiel, le condensateur à étudier étant sur le courant principal ; ou par l'emploi d'une bobine auxiliaire en fil fin placée autour de la bobine fixe à gros fil de façon à produire un champ de sens inverse ; cette bobine auxiliaire peut recevoir un courant dérivé sur le courant principal ou sur le circuit potentiel, comprenant ou non le condensateur à étudier ; on peut aussi obtenir le courant compensateur au moyen d'un transformateur actionné par le courant principal. Toutes ces méthodes donnent de bons résultats et n'exigent pas de fortes corrections, les facteurs de puissance obtenus sont un peu supérieurs à ceux que donne la méthode calorimétrique ; il est vrai que ces mesures étaient faites avec des tensions plus élevées et que l'effet des harmoniques élevés pouvait se trouver augmenté sensiblement.

Inductance. — La mesure absolue des inductances a été entreprise par la méthode Gray un peu modifiée ; au lieu d'employer un électromètre branché aux extrémités de la bobine et une résistance fixe, on utilise une résistance variable modifiée jusqu'à ce que la différence de potentiel à ses extrémités soit égale à celle qui est appliquée aux extrémités de la bobine d'inductance ; on fait en somme une mesure d'impédance. Il faut alors étudier avec soin le facteur de correction dû à la forme de l'onde employée.

La méthode de mesure de l'inductance en fonction d'une capacité et d'une résistance qui a paru la plus pratique et la plus exacte est celle d'Anderson, employée avec un galvanomètre à résonance. Les corrections dues aux inductances et capacités des bras du pont sont étudiées et on a donné une solution graphique élégante du fonctionnement du pont dans le cas des résistances montées en série avec le condensateur et dans le cas où elles sont en parallèles.

La construction des étalons a fait l'objet de recherches étendues. On a abandonné comme support la serpentine qui est légèrement magnétique ; le marbre est bien supérieur et l'acajou saturé de paraffine est parfait. Le marbre semble cependant donner les meil-

leurs garanties de solidité et d'inaltérabilité, la susceptibilité magnétique varie de 0,940 à 0,603 10^{-6} . On a trouvé pour le marbre italien une perméabilité $\mu = 0,999988$, d'où une altération de un centmillième sur la self-induction calculée. Le coefficient de dilatation 0,000010, est moitié de celui du laiton. Les cylindres sont tournés, mesurés et le fil enroulé au moyen de machines spécialement construites dans ce but. Le calcul numérique de la self est indiqué dans tous ses détails, et on y trouverait les données numériques de nombreux problèmes pratiques.

Quatorze articles très étendus sont consacrés au calcul de la self-induction des bobines de toutes sortes et de leur induction mutuelle : bobines à une ou plusieurs couches, cercles, tores, etc. Dans le plus récent mémoire, de 1913 on a étudié successivement les formules de Maxwell (intégrales elliptiques), de Weinstein, Nagaoka, Maxwell (séries), Havelok et Mahy pour les cercles coaxiaux ou non appliquées à la self-induction ; pour les inductances mutuelles de deux bobines coaxiales, celles de Rowland, Rayleigh, Lyle, Rosa, Searle et Curey, Nagaoka, Roiti, Russell ; de Gray pour les solénoïdes coaxiaux de longueurs différentes ; pour l'inductance mutuelle d'un cercle et d'une bobine axiale à une couche ; celles de Lorenz, Jones, Rosa. La self-induction d'un anneau circulaire de section circulaire par les formules de Kirchoff, Maxwell, Rayleigh ; pour la self-induction d'un solénoïde à une couche les formules de Nivins, de Coffin, Lorenz, Hevelok, Stasser ; pour la self-induction d'une bobine de section rectangulaire, celles de Maxwell, Perry, Stefan ; enfin on a donné les formules s'appliquant à l'induction mutuelle de conducteurs linéaires, de fils parallèles, de barres rectangulaires, de carrés, de rectangles. Dans quelques cas, ces formules sont applicables à la haute fréquence. 83 exemples numériques de ces calculs sont développés avec les tables nécessaires. Les méthodes de calcul de la distance moyenne géométrique et arithmétique sont développées, car elles facilitent le calcul des corrections ; on a indiqué également des méthodes de calcul des fonctions de Bessel à arguments complexes au moyen des fonctions exponentielles.

L'inductance toujours faible des bobines de résistance dites non inductives doit être cependant connue pour les bobines qui sont utilisées en courant alternatif (montage des ponts ou circuit potentiel des wattmètres). Cette inductance se complique toujours d'une cer-

taine capacité et on appelle inductance effective la valeur expérimentale trouvée qui peut être positive ou négative. Dans les résistances au-dessous de 1.000 ohms, c'est l'inductance qui domine et on la mesure par la méthode d'Anderson, en opérant par substitution avec un étalon de forme telle que son inductance puisse être calculée. Dans les résistances supérieures à 1.000 ohms, l'effet de capacité arrive à dominer. Pour des résistances très élevées, la méthode de substitution n'est plus possible, par suite de la difficulté de construire des étalons de grandeur convenable; on peut alors employer des méthodes un peu moins précises (pont à bras inégaux avec un étalon en parallèle). A noter un moyen de faire varier les résistances sans changer la capacité ni l'inductance qui consiste à employer des fils de conductivité différente.

On a étudié la construction de bobines de résistance pouvant être employées en courant alternatif dans des mesures de précision. L'effet de surface est négligeable jusqu'à 3 000 périodes, mais l'effet de capacité et d'absorption dans le diélectrique n'est pas négligeable dans les bobines commerciales. Le mode habituel de construction bifilaire diminue bien la self-induction, mais donne une prépondérance marquée à la capacité. On a indiqué une construction assez difficile à réaliser, mais qui donne d'excellents résultats. Elle consiste à faire passer le fil, après un tour, dans une fente pratiquée dans le noyau (en porcelaine) et à faire le tour suivant en sens inverse du premier et ainsi de suite; on évite ainsi toute différence de potentiel sensible entre les spires voisines et la capacité est considérablement diminuée. Une bobine ainsi construite pour 10 000 ohms présente une inductance effective de + 100 millièmes à 1 200 périodes avec une variation plus petite que 0,001 ohm en passant du courant continu à ce dernier courant alternatif; tandis qu'une bobine de même résistance à enroulement bifilaire a donné comme inductance effective — 100 000 millièmes avec une variation de 1 ohm en passant du courant continu au courant à 1 200 périodes.

Les formules permettant de calculer l'influence de la fréquence sur la résistance et la self-induction d'un solénoïde ont été révisées et mises en accord avec les résultats expérimentaux.

Instruments de mesure. — On a construit un instrument spécial pour mesurer directement les couples agissant dans les appareils de

mesure (ampèremètres, voltmètres, wattmètres). Il consiste en une aiguille suspendue verticalement par un fil de soie de un mètre de long et portant horizontalement un petit cylindre creux sur lequel on peut fixer symétriquement des surcharges ; un autre fil passant à travers le cylindre vient s'attacher au système mobile de l'appareil à étudier. Il s'établit un équilibre statique entre l'attraction due à l'appareil étudié et le pendule. Les déplacements de celui-ci par rapport à sa position d'équilibre normale sont lus sur un disque concave sur lequel sont tracés 153 cercles dont les distances au centre varient comme les tangentes de l'angle de déviation du pendule. Ces cercles ont été tracés au moyen d'une machine construite exprès. Les couples des voltmètres ont varié de 0,159 à 2,06 grammes centimètres ; ceux des ampèremètres de 0,214 à 0,875 et des wattmètres de 3,06 à 7,74.

Les mesures en courant alternatif, par des montages en pont, sont rendues très précises en remplaçant le téléphone par le galvanomètre à vibration. C'est un galvanomètre bifilaire ajusté de façon qu'on puisse faire varier la période propre de vibration de la partie mobile et l'accorder à la fréquence de la source employée. L'étude complète des conditions de fonctionnement a beaucoup d'analogie avec celle des ondographes. L'accord est obtenu en ajustant la fréquence de la force pulsante de façon que l'angle de phase entre cette force et le déplacement produit soit de 90° ; on a trouvé préférable d'agir sur le galvanomètre par l'intermédiaire d'un transformateur.

Un travail qui correspond directement au rôle du Bureau consiste dans l'étude d'une série de voltmètres et d'ampèremètres fournis par les meilleurs constructeurs américains ; ce travail était demandé par le Ministère de la Marine.

Électrodynamomètres. — Très nombreuses sont les déterminations de l'intensité absolue au moyen des électrodynamomètres. Une discussion théorique des conditions de construction de l'électrodynamomètre de Gray a précédé la mise au point de l'appareil employé au Bureau. On a recherché l'importance des effets dus à l'irrégularité de l'enroulement, aux erreurs dans la mesure des diamètres et de la longueur, à la dilatation des matériaux sur lesquels sont enroulées les bobines, aux variations d'épaisseur de l'isolant. Cet appareil a été utilisé pour la mesure des forces électromotrices étalons par

rapport à l'ohm international et pour la détermination de la quantité d'électricité, par suite de l'équivalent électrochimique de l'argent et enfin employé comme ampèremètre absolu.

On a pu ainsi déterminer la grandeur de l'ampère dont la valeur est définie par le voltmètre à argent, mais qu'il est cependant utile de connaître en valeur absolue, surtout parce que l'on ne peut pas définir le volt absolu simplement. Aujourd'hui la précision de la mesure de l'ampère absolu dépasse le dix-millième, précision que n'atteint pas le voltmètre à argent même avec les spécifications les plus délicates; il faut en rester à l'emploi pratique d'un étalon concret de résistance et à la détermination de la force électromotrice des piles étalons. On s'est aussi servi avantageusement de la balance de Rayleigh, après étude des moindres causes d'erreur qui peuvent entrer en ligne, en particulier de la variation de g , qui peut produire une erreur de 5 à 6 millièmes sur la valeur de l'ampère. L'unité de résistance employée au Bureau of Standards est 7 millièmes fois plus grand que l'ohm international.

L'emploi de l'électrodynamomètre à la mesure de courants alternatifs a conduit à la construction d'un appareil à deux circuits compensés permettant sa graduation correcte en courant continu, même lorsque la fréquence employée varie dans de larges limites, on a ainsi obtenu un wattmètre de précision.

Dans un électrodynamomètre pour courants alternatifs intenses (3.000 ampères) le champ magnétique est créé entre deux tubes coaxiaux symétriques par rapport à l'axe, de sorte que le couple est indépendant de la distribution du courant dans les tubes. Le système mobile est constitué par deux bobines solidaires amorties dans une chambre à air. Le tube central est traversé par un courant d'eau froide.

Mesures. — Les appareils à lecture directe par déviation bien que susceptibles de nombreuses erreurs, suffisent souvent pour le travail industriel. Dans les laboratoires, il faut avoir recours aux méthodes de zéro plus délicates, mais plus exactes. On a cherché à utiliser les méthodes potentiométriques, permettant un travail rapide; en combinant les deux méthodes, on réalise un équilibre approximatif et la valeur exacte est donnée par une déviation. Pour éviter les multiples inconvénients du galvanomètre à suspension à lecture par réflexion, on a étudié les meilleures conditions d'un gal-

vanomètre à pivot et réalisé un potentiomètre à déviation pouvant être employé dans une station centrale.

L'étude des résistances faibles employées comme shunt dans les appareils de mesure a fait l'objet d'un travail étendu. On a défini la résistance d'un conducteur entre deux points quelconques comme le quotient d'une différence de potentiel par une intensité et étudié les conditions à remplir pour que cette résistance soit définie, d'où la façon de prendre les contacts pour assurer cette constance de la résistance même en courant alternatif. Les mesures de résistances faibles, nécessaires à cette étude, sont faites au double pont de Thomson en déterminant les conditions de réglage qui évitent les corrections et permettent d'employer la formule du pont simple. On obtient des résistances faibles réglables au moyen de tubes de caoutchouc durci remplis de mercure dans lesquels s'enfoncent plus ou moins une tige de cuivre amalgamé; quant aux résistances plus élevées qui servent à établir les équilibres dans les deux circuits du pont, il y a grand avantage à relier mécaniquement les curseurs de façon que le rapport des résistances modifiées dans les deux circuits à la fois reste le même.

Magnétisme. — Une étude sur les alliages magnétiques d'Heusler a confirmé la plupart des résultats déjà obtenus, en particulier la grande valeur de magnétisation possible dans les alliages contenant du manganèse et les effets contraires dus à la présence du plomb. Mais dès qu'on atteint 28 0/0 de manganèse, les alliages deviennent cassants et il est impossible de les travailler. Les mesures de magnétostriction ont donné des courbes semblables pour tous les alliages étudiés avec cette particularité que la magnétostriction est particulièrement faible pour les champs faibles. Pour un alliage contenant Si, 0,08; Pb, 0,07; Cu, 64,49; Mn, 20,39; Al, 13,25; Fe, 1,05 ou β atteint 5254 pour un champ magnétisant de 653,7; la dilatation n'est que la moitié de la valeur maximum trouvée pour le fer. Le pouvoir thermoélectrique est au contraire très faible, il semble que certaines propriétés caractéristiques des corps ferromagnétiques seraient absentes dans ces alliages.

L'influence de la forme de l'onde sur l'hystérésis magnétique est souvent négligeable au point de vue industriel, sauf dans le cas des courbes ridées; on peut séparer les pertes par courant de Foucault en employant des courants de fréquences différentes à condi-

tion d'expérimenter sur des tôles minces. Une étude des aciers destinés aux transformateurs a permis de construire des tables pour la plupart des aciers américains donnant séparément les pertes par hystérésis et par courant de Foucault en fonction de la fréquence et de l'induction.

Ces études sur la forme de l'onde et son influence sont facilitées au Bureau of Standards par l'installation d'un groupe d'alternateurs mus au moyen de moteurs actionnés par des accumulateurs et permettant d'obtenir des courants alternatifs de 60 à 900 périodes. Un premier moteur actionne trois générateurs triphasés de fréquence 60, 180 et 300; un autre groupe indépendant comprend un moteur et cinq générateurs triphasés de 420, 540, 660, 780 et 900 périodes; les deux groupes peuvent d'ailleurs être couplés rigidement, si on le désire. Les générateurs sont à inducteur fixe, mais la position des induits peut être modifiée d'un générateur à l'autre, pour introduire des différences de phase. Leur combinaison en série permet d'obtenir des forces électromotrices alternatives contenant des harmoniques impairs connus en grandeur et en phase; chacun des générateurs donnant des ondes à peu près sinusoïdales.

Cette installation a permis d'aborder un problème d'acoustique et de montrer que d'accord avec Helmholtz et Lord Kelvin la qualité des sons est indépendante des relations de phase et aussi que les téléphones introduisent des harmoniques pairs et impairs qui n'existent pas dans les courants reçus par l'appareil.

On a aussi étudié la forme des ondes de flux magnétique au moyen d'un commutateur rotatif, permettant de déterminer les harmoniques impairs avec précision par lecture directe d'un voltmètre. On a mis au point une méthode purement électrique, qui permet de mesurer l'amplitude du 2^e et du 5^e harmonique, mais ne donne pas la phase; on peut de la même façon déterminer aussi le 3^e et le 7^e harmonique d'un générateur triphasé monté en étoile, puisque le 3^e et le 9^e sont éliminés automatiquement. Enfin on a simplifié les méthodes de calcul des harmoniques d'après la formule de Fourier et construit les tables nécessaires pour faciliter ces calculs.

Le groupe de générateurs à courants alternatifs a encore été employé à la vérification des compteurs d'induction. Dans une première série, on n'a ajouté que le 3^e harmonique, en faisant varier son amplitude de 10,25 et 50 0/0 par rapport à l'amplitude de l'onde fondamentale et la phase de 0° à 90°, passant ainsi des ondes de forme

aiguë aux ondes aplaties. Les variations entre l'indication des compteurs mesurant un courant sinusoïdal et un courant compliqué par le troisième harmonique sont faibles, plus fortes cependant avec les ondes aiguës qu'avec les ondes plates. Elles ne dépassent pas en général les limites de précision demandées commercialement, lorsque l'amplitude atteint 50 0/0, la différence n'atteint pas 3 0/0.

On a pu également étudier l'effet de la forme de l'onde sur la perte par hystérésis dans les transformateurs statiques et modifier la formule de Steinmetz pour permettre de calculer ces pertes avec une onde non sinusoïdale de forme connue. Par exemple, avec l'harmonique $m = 3$, le rapport de l'amplitude de cet harmonique à l'amplitude fondamentale étant $h = 0,2$ et l'angle de phase $\theta = 0^\circ$ (onde aplatie) $\frac{W - W_0}{W} = 0,045$; W étant la perte observée et W_0 la perte normale avec ondes sinusoïdales; la perte est donc accrue de 4,5 0/0; pour $\theta = 180^\circ$ (onde aiguë), elle est diminuée de 8 0/0 et nulle aux environs de $\theta = 90^\circ$.

Les transformateurs de courant et de potentiel destinés aux instruments de mesure sont généralement bien connus au point de vue du rapport de transformation; mais, il a fallu en faire une étude plus complète lorsqu'ils sont appliqués aux wattmètres, car alors la différence de phase qu'ils introduisent pourrait fausser les indications de l'instrument.

L'étude des transformateurs industriels, entreprise au moyen d'un potentiomètre spécial, a permis de vérifier les déductions théoriques conduisant au calcul du rapport de transformation et de la différence de phase en fonction de la charge. Il faut tenir compte dans des calculs précis de la variation de l'exposant de la formule de Steinmetz et les courbes qui représentent le rapport de transformation et les différences de phase en fonction de la charge ne sont pas des droites.

Il existe à Cornell University un groupe générateur de courant continu à 12.000 volts. On a construit au Bureau un groupe de 3.000 volts, suffisant pour l'étude du passage des courants à travers les gaz raréfiés. Il se compose de 10 générateurs de 500 volts montés sur le même support et mus par un moteur unique qui actionne une transmission sur laquelle sont branchées les courroies de chaque générateur; les induits sont connectés en série et les inducteurs en parallèle sur une batterie différente de celle qui alimente le

FABRY. — TEMPÉRATURE D'ÉQUILIBRE D'UN CORPS 207
moteur. Le réglage de la vitesse permet de maintenir le voltage constant à 1 0/0 près entre 3.000 et 5.000 volts. L'intensité maximum est de 0,2 ampère ; pour les travaux de conduction des gaz, il a fallu employer une résistance de 5.000.000 d'ohms en graphite, on ne dépassait pas ainsi un milliampère.

(A suivre.)

REMARQUES SUR LA TEMPÉRATURE D'ÉQUILIBRE
D'UN CORPS EXPOSÉ A UN RAYONNEMENT (1)

Par M. Ch. FABRY.

I. — Lorsqu'un corps est exposé à un rayonnement il absorbe et transforme en chaleur une partie au moins des radiations qu'il reçoit, et sa température s'élève jusqu'à ce qu'il y ait équilibre entre l'énergie qu'il reçoit et celle qu'il perd pendant le même temps. Cette température dépend, toutes choses égales d'ailleurs, des propriétés plus ou moins absorbantes de la surface du corps. L'énergie absorbée est maxima lorsque la surface est *noire* ; on pourrait, par suite, penser que la surface noire est celle qui donne la température d'équilibre la plus élevée. Il est facile de voir qu'il n'en est rien. Dans des conditions faciles à imaginer, sinon à réaliser, on peut avoir des températures d'équilibre énormément plus élevées que celle du corps noir. Cela tient à ce que la surface noire, si elle absorbe plus que toute autre, est aussi celle qui rayonne le plus ; lorsque l'absorption est seulement partielle mais sélective, et si le rayonnement est la seule cause de perte d'énergie, on peut obtenir des températures d'équilibre beaucoup plus élevées que celle du corps noir.

II. — Avant d'écrire l'équation qui résout le problème dans le cas général, examinons un cas simple.

Considérons un corps isolé dans l'espace vide, de telle manière qu'il ne puisse perdre d'énergie que par son propre rayonnement ; aucun corps voisin n'est supposé pouvoir lui envoyer d'énergie. Supposons qu'il reçoive le rayonnement solaire, tel qu'il serait avant de pénétrer dans notre atmosphère. La courbe d'énergie de ce

(1) Communication faite à la Société française de Physique.

rayonnement en fonction de la longueur d'onde présente son maximum dans le spectre visible, vers $0,5\mu$, et presque toute l'énergie se trouve dans le spectre visible et le commencement de l'infra-rouge jusque vers la longueur d'onde 2μ . L'intensité totale est d'environ 2 calories par centimètre carré et par minute, ou plus simplement 0,14 watt par centimètre carré.

Si le corps récepteur est *noir*, il absorbe tout ce qu'il reçoit, mais son propre rayonnement est très intense et la température d'équilibre n'est pas très élevée. Soit S la surface du corps (supposée entièrement convexe), s la section droite du faisceau qu'il intercepte dans le rayonnement incident; supposons le corps assez petit pour que sa température s'uniformise par conductibilité. En appelant P l'intensité du faisceau solaire, σ la constante de la loi de Stefan, et T la température d'équilibre dans l'échelle absolue, la condition d'équilibre s'écrit :

$$(1) \quad sP = S\sigma T^4.$$

En posant

$$\frac{S}{s} = \eta,$$

facteur numérique qui dépend de la forme du corps récepteur, il vient :

$$(2) \quad T = \left(\frac{P}{\eta\sigma}\right)^{\frac{1}{4}}.$$

En faisant $P = 0,14$ watt : cm^2 , en admettant $\sigma = 5,7 \times 10^{-12}$ watt $\times \text{cm}^{-2} \times (\text{degré})^{-4}$, et en supposant le corps récepteur sphérique ($\eta = 4$) on trouve $T = 280^\circ$ absolu.

L'énergie perdue est alors rayonnée sous forme de radiations de grande longueur d'onde, aux environs de 10μ ; le domaine des radiations incidentes et celui des radiations émises sont complètement séparés.

Si la surface est *grise* (absorption partielle mais non sélective, rien n'est changé, car l'énergie absorbée et l'énergie rayonnée ont été multipliées par un même facteur.

Il en est autrement si le pouvoir absorbant est fonction de la longueur d'onde; la température d'équilibre peut être moins élevée ou plus élevée que celle du corps noir.

Le premier cas se présente pour les corps blancs qui, très peu absorbants pour le visible et le commencement de l'infra-rouge ont, pour la plupart, un pouvoir absorbant, et par suite émissif, voisin de 1 pour les grandes longueurs d'onde. Ces corps, à température peu élevée, rayonnent presque comme le corps noir, et comme ils absorbent très peu du rayonnement incident leur température d'équilibre sera très basse.

L'inverse aurait lieu pour un corps qui absorberait très peu les grandes longueurs d'onde et aurait un pouvoir absorbant assez élevé pour le visible et le commencement de l'infra-rouge. Le rayonnement aux températures peu élevées serait alors presque nul; bien que l'énergie absorbée soit plus faible que pour le corps noir, on obtiendrait une température d'équilibre plus élevée. C'est ce qui doit se produire pour la plupart des métaux, qui sont des réflecteurs presque parfaits pour les grandes longueurs d'onde et beaucoup moins bons pour les courtes longueurs d'onde. Une sphère métallique exposée au rayonnement solaire, dans le vide et loin de tout autre corps (par suite hors de la Terre et de son atmosphère) s'échaufferait beaucoup plus qu'une sphère noire.

Pour calculer la température d'équilibre, il faudrait faire intervenir la courbe d'énergie du rayonnement incident ainsi que la courbe d'absorption du corps récepteur en fonction de la longueur d'onde. La solution du problème est immédiate si l'on fait l'hypothèse suivante, très simple mais évidemment assez éloignée de la réalité: Le pouvoir absorbant du corps a une valeur constante, α_1 pour l'ensemble des radiations que contient le spectre solaire (faibles longueurs d'onde) et une autre valeur constante α_2 dans la région des grandes longueurs d'onde. L'équation d'équilibre devient alors:

$$(3) \quad \alpha_1 s P = \alpha_2 S \sigma T^4.$$

D'où

$$(4) \quad T = \left(\frac{P \alpha_1}{r \sigma \alpha_2} \right)^{\frac{1}{4}}.$$

Pour un corps noir ou gris, $\alpha_1 = \alpha_2$. Pour un corps blanc $\alpha_1 < \alpha_2$, ce qui abaisse la température d'équilibre; pour un métal, $\alpha_1 > \alpha_2$, ce qui l'élève. Dans ce dernier cas la valeur $\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = 10$ n'est pas invrai-

semblable, ce qui porterait la température d'équilibre à 500° absolu (227° centigrade).

III. — Les conditions seraient un peu différentes si l'on essayait de réaliser l'expérience à la surface de la Terre :

1° La présence de l'air introduit, par convection, une cause de perte d'énergie à peu près indépendante de la nature de la surface ; comme le métal absorbe moins d'énergie que le corps noir, la perte d'énergie par convection peut suffire à abaisser sa température au-dessous de celle du corps noir. Si l'on veut vérifier les conséquences de la théorie, il sera bon de placer dans le vide le corps récepteur.

2° Les objets environnants et l'atmosphère (ou les parois du vase de verre où l'on a fait le vide) se comportent à peu près comme une enceinte à température uniforme ⁽¹⁾ ; le corps reçoit non seulement le rayonnement solaire, mais encore les radiations de grande longueur d'onde que l'enceinte rayonne vers lui. De ce fait, la température d'équilibre du corps noir est sensiblement plus élevée que celle trouvée plus haut, mais les considérations sur l'influence du pouvoir absorbant de la surface ne sont pas changées. Dans l'équation (3) le terme en T^4 est simplement remplacé par $T^4 - t^4$, en désignant par t la température absolue du milieu ambiant. En faisant $t = 300^\circ$ (ou 27°C) et en prenant $P = 0, 10 \text{ watt} : \text{cm}^2$ pour tenir compte de l'absorption atmosphérique, on trouve pour la température d'équilibre d'un corps sphérique : surface noire,

$$T = 334^\circ \text{ absolu (ou } 61^\circ \text{ C).}$$

Surface métallique (en supposant $\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = 10$),

$$T = 477^\circ \text{ absolu (ou } 204^\circ \text{ C).}$$

(1) On a l'habitude de dire que notre atmosphère ou les verres d'une serre contribuent à élever la température en *empêchant* le rayonnement des corps qu'ils protègent. Cette manière de parler n'est point du tout correcte. Le rayonnement thermique d'un corps dépend de sa température et point du tout de ce qui l'entoure. Les verres d'une serre, s'ils agissent autrement qu'en empêchant les courants d'air, interviennent en rayonnant vers les objets intérieurs, et s'échauffent eux-mêmes en absorbant le rayonnement venu de ces objets. Les équations qui régissent ces échanges d'énergie sont faciles à écrire mais ne peuvent trouver place ici.

D'autres formes que la surface sphérique donneraient des températures plus élevées. Le cas le plus avantageux est celui d'un corps à surface plane recevant normalement le faisceau solaire, l'autre face étant protégée contre toute perte d'énergie par contact avec un isolant thermique. Le coefficient η est alors égal à 1. En conservant pour les autres données les mêmes valeurs que précédemment, on trouve dans ce cas :

Corps isolé dans l'espace.	{ surface noire	396° abs. ou 123° C.
	{ surface métallique .	707° abs. ou 434° C.
Corps à la surface de la Terre,	{ surface noire	400° abs. ou 127° C.
dans le vide.	{ surface métallique .	635° abs. ou 382° C.

On peut donc considérer comme certain que si l'on exposait au soleil des corps placés dans le vide, les corps à surface métallique s'échaufferaient plus que ceux à surface noircie. L'expérience pourrait être faite en suspendant les corps dans des ballons de verre où l'on ferait le vide et prenant leur température au moyen de couples thermo-électriques.

Même dans l'air, l'expérience vulgaire montre que les surfaces métalliques (par exemple les toitures en zinc) s'échauffent beaucoup au soleil.

IV. — Laisant de côté les expériences réalisables à la surface de la Terre, revenons au corps isolé dans l'espace vide et soumis à un rayonnement quelconque. Il est facile d'écrire, dans le cas général, l'équation qui régit sa température d'équilibre. Je vais indiquer ce calcul et en tirer ensuite quelques conséquences assez curieuses.

Le corps sera supposé assez petit pour que sa température T soit uniforme. Soit, comme précédemment, S sa surface, s la section droite du faisceau qu'il intercepte dans le rayonnement incident ; posons :

$$\frac{S}{s} = \eta.$$

Les propriétés absorbantes de sa surface sont définies par le pouvoir absorbant α fonction de la longueur d'onde λ :

$$\alpha = \varphi(\lambda).$$

Le rayonnement que reçoit le corps est supposé sous forme de faisceau sensiblement parallèle. Il est défini par sa courbe d'énergie en fonction de λ :

$$E = \psi(\lambda),$$

ce qui veut dire que $E d\lambda$ est la puissance que chaque centimètre carré reçoit sous forme de radiations comprises entre λ et $\lambda + d\lambda$.

Il faut enfin introduire la *fonction de rayonnement* du corps noir qui donne, pour chaque température, la courbe d'énergie du rayonnement de l'unité de surface :

$$R = F(\lambda, T).$$

Ces notations étant posées, l'énergie que le corps absorbe par seconde est :

$$s \int_0^{\infty} \alpha E d\lambda.$$

Celle qu'il rayonne est :

$$S \int_0^{\infty} \alpha R d\lambda.$$

En écrivant que ces deux quantités sont égales on aura l'équation d'équilibre :

$$r_1 \int_0^{\infty} \varphi(\lambda) F(\lambda, T) d\lambda = \int_0^{\infty} \varphi(\lambda) \psi(\lambda) d\lambda.$$

Équation qui ne contient d'autre inconnue que la température d'équilibre T , et qui donne toujours pour cette quantité une valeur et une seule. La résolution numérique est toujours facile si les diverses fonctions qui entrent dans l'équation sont données par des tables numériques. La fonction de rayonnement F est d'ailleurs connue par son expression algébrique.

Je vais particulariser le problème, et supposer que le rayonnement reçu vient lui-même d'un *corps noir* à température donnée Θ , vu sous un angle solide faible Ω . Le problème est alors celui de l'équilibre thermique entre deux corps isolés dans l'espace, dont l'un, le

corps émetteur, est à surface noire et maintenue à une température donnée, tandis que l'autre, le corps récepteur, a des propriétés absorbantes quelconques et prend une température qu'il s'agit de déterminer.

La courbe d'énergie du rayonnement reçu est alors celle d'émission du corps noir à la température Θ , et il est facile de voir que l'on a :

$$\psi(\lambda) = \frac{\Omega}{\pi} F(\lambda, \Theta).$$

Posant $\frac{\pi T^4}{\Omega} = M$, facteur numérique qui ne dépend que des conditions géométriques des deux corps en présence, l'équation d'équilibre devient :

$$(5) \quad M \int_0^{\infty} \varphi(\lambda) F(\lambda, T) d\lambda = \int_0^{\infty} \varphi(\lambda) F(\lambda, \Theta) d\lambda.$$

Il ne reste plus qu'à faire diverses hypothèses sur les propriétés absorbantes de la surface, c'est-à-dire sur la fonction $\varphi(\lambda)$.

1° *Corps noir ou gris.* — Alors $\varphi(\lambda)$ est une constante, qui disparaît de l'équation. L'intégrale de F prise par rapport à λ de zéro à l'infini est proportionnelle à T^4 , et l'on obtient pour T la valeur suivante, que l'on aurait pu écrire immédiatement en appliquant la loi de Stefan :

$$(6) \quad T = \Theta M^{\frac{1}{4}}.$$

2° *Corps récepteur ayant une seule bande d'absorption.* — Supposons que le corps n'ait qu'une seule bande d'absorption, de longueur d'onde λ_1 . La largeur de la bande reste arbitraire, pourvu qu'elle ne s'étende que sur un intervalle de longueurs d'onde faible par rapport à λ_1 . La loi d'absorption dans la bande n'intervient pas non plus, et il n'est pas du tout nécessaire que l'absorption soit totale pour aucune longueur d'onde.

Dans ces conditions, la fonction $\varphi(\lambda)$ est nulle pour toutes les valeurs de λ qui ne sont pas voisines de λ_1 , et $F(\lambda, T)$ conserve une valeur sensiblement constante pour toutes les valeurs de λ qui n'annulent pas φ . L'intégrale qui figure dans le premier membre de

l'équation 5 peut être remplacée par :

$$F(\lambda_1, T) = \int_0^{\infty} \varphi(\lambda) d\lambda.$$

L'intégrale du second membre subissant une transformation analogue, l'équation d'équilibre devient :

$$(7) \quad MF(\lambda_1, T) = F(\lambda_1, \Theta).$$

Il suffit d'expliciter la fonction F pour avoir l'équation qui donne T . Adoptant l'équation de Planck.

$$F(\lambda, T) = A\lambda^{-3} \left(e^{\frac{c}{\lambda T}} - 1 \right)^{-1},$$

l'équation (6) donne, en négligeant l'unité devant M qui est un nombre très grand ⁽¹⁾ :

$$(8) \quad \frac{1}{T} = \frac{\lambda_1}{c} \left[\log M + \log \left(e^{\frac{c}{\lambda_1 \Theta}} - 1 \right) \right].$$

Lorsque $\frac{c}{\lambda_1 \Theta}$ est grand on peut simplifier la formule et écrire, ce qui revient à appliquer la formule de Wien au lieu de celle de Planck :

$$(9) \quad \frac{1}{T} = \frac{1}{\Theta} + \frac{\lambda_1}{c} \log M.$$

Pour un corps rayonnant donné (M et Θ donnés), la température d'équilibre varie énormément avec la longueur d'onde de la bande d'absorption. Si λ_1 est grand, la température d'équilibre est très basse. Elle s'élève lorsqu'on considère des bandes d'absorption de plus en plus vers les petites longueurs d'onde; même lorsque le corps rayonnant est très loin (M très grand) on peut avoir une température d'équilibre qui ne soit pas très inférieure à celle du corps rayonnant. Si les lois de rayonnement restaient valables pour les plus petites longueurs d'onde, T tendrait vers Θ lorsque λ_1 tend vers zéro,

(1) Dans tout ce qui suit, le symbole \log désigne les logarithmes népériens.

quelle que soit la distance qui sépare les deux corps ; en d'autres termes, par l'intermédiaire des plus petites longueurs d'onde l'égalité de température entre le corps rayonnant et le corps récepteur s'établirait à toute distance.

Exemple numérique : rayonnement solaire. — J'assimilerai le rayonnement solaire, tel qu'il est avant de pénétrer dans notre atmosphère, à celui d'un corps noir à 6 000° absolu. Bien que cette assimilation ne soit qu'assez grossièrement exacte, elle sera suffisante pour fixer nettement l'ordre de grandeur des phénomènes.

Supposant le récepteur sphérique ($\eta = 4$) et admettant 32' pour le diamètre apparent du Soleil, on trouve :

$$\log M = 12,4,$$

admettant pour c la valeur 14 350 micron \times degré, et appliquant les formules (6), (8) et (9) on trouve les résultats suivants :

λ_1	T
0,4 micron	1 930° absolu
0,5	1 700°
1	1 000°
2	550°
5	250°
10	130°
Corps noir	280°

On voit qu'un corps sphérique n'ayant qu'une seule bande d'absorption vers l'extrémité violette du spectre atteindrait à peu près la température de fusion du platine, par simple exposition au faisceau solaire tel qu'il parvient à la Terre avant de pénétrer dans son atmosphère. Ce résultat, pour étrange qu'il puisse paraître, s'explique facilement si l'on remarque que le corps considéré ne peut échanger d'énergie que sous forme de radiations violettes ; or, ces radiations ne commencent à être émises d'une manière appréciable qu'à température très élevée ; jusque là, le corps absorbe de l'énergie sans en émettre, et sa température s'élève.

Influence de l'éloignement de la source rayonnante. — Supposons que le corps récepteur s'éloigne du Soleil, jusqu'à D fois la distance qui sépare cet astre de la Terre. Le coefficient M croît comme D^2 , et la température d'équilibre s'abaisse. Si la surface du corps récepteur

est noire, sa température varie en raison inverse de \sqrt{D} . Si l'absorption est sélective, la loi de décroissance est toute différente, et peut être beaucoup plus lente. En prenant la formule (9), applicable pour les faibles valeurs de λ_1 , et en appelant T_1 la température d'équilibre à la distance de la Terre ($D = 1$), la température T à la distance D sera donnée par :

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{T_1} + \frac{2\lambda_1}{c} \log D.$$

Prenant $\lambda_1 = 0,4$ on trouve les résultats suivants : à la distance $D = 30$ (distance de Neptune au Soleil), le corps à absorption sélective atteint 1450° absolu ; le corps noir n'atteint que 50° (ou -223° C.)

Passant aux distances interstellaires, éloignons-nous jusqu'à ce que le Soleil n'apparaisse plus que comme une étoile de première grandeur ($D = 360\,000$, ou 5 années de lumière). Le corps noir n'atteint plus que $0,4$ absolu ; le corps qui n'absorbe que la région $0,4$ atteint 830° absolu.

A une distance encore dix fois plus grande le Soleil devient une étoile de sixième grandeur ; son rayonnement maintient le corps sélectif à 750° absolu.

V. — Bien des raisons s'opposent à ce que l'on puisse vérifier ces différents résultats, qui n'ont qu'un intérêt spéculatif ; ils illustrent ce fait que les rayonnements de faible longueur d'onde sont une forme d'énergie supérieure, qui se dégrade fortement dans l'absorption par un corps noir éloigné, mais que le corps à absorption sélective utilise mieux.

A un autre point de vue, les résultats précédents paraissent de nature à modifier les idées que l'on peut se faire sur la *température de l'espace*. Cette notion ne peut être précisée qu'en supposant un *corps d'épreuve* introduit dans la région étudiée, et prenant la température de ce corps. Le résultat dépendra d'abord de la forme du corps ; on peut le prendre sphérique pour que toutes les directions interviennent de la même manière. Quant à la nature de la surface, l'idée la plus simple serait de la prendre complètement absorbante. La température ainsi obtenue serait un élément intéressant si elle était plus élevée que celle de tout autre corps de même forme placé

au même point. Je viens de montrer qu'il n'en est rien, et que la température d'un corps à absorption sélective peut être beaucoup plus basse ou beaucoup plus élevée que celle d'un corps noir ; cette dernière n'est en somme que l'une quelconque des températures que l'on peut obtenir, et ne mérite pas d'être appelée *température de l'espace* au point considéré. Dans des régions de l'espace excessivement éloignées de tout corps rayonnant, un corps à absorption sélective peut atteindre une température fort élevée.

Pour prendre un dernier exemple, examinons ce qui arriverait, dans la région de l'espace que nous habitons, si notre Soleil venait à s'éteindre. Il resterait le rayonnement de l'ensemble du monde stellaire. Avec les données, assez incertaines il est vrai, que l'on a sur ce rayonnement, on peut calculer qu'il maintiendrait la température d'une sphère noire aux environs de 2° à 3° absolus. Faut-il regarder cette température comme celle de l'espace interstellaire ? Cette manière de voir paraîtra bien arbitraire si l'on remarque qu'une sphère qui n'absorberait que la région 0^u,4, atteindrait près de 1000° absolu.

Peut-il exister des corps célestes doués d'une absorption sélective telle qu'ils puissent réaliser les températures très élevées prévues par la théorie ? Tout ce qu'il me paraît raisonnable de dire est que cela n'est pas impossible, sinon pour des corps solides du moins pour des masses gazeuses. Les gaz exercent sur la lumière une absorption essentiellement sélective. Si une masse de gaz a un pouvoir absorbant, même très faible, pour certaines radiations du spectre visible ou ultra-violet, si le pouvoir absorbant est nul dans l'infra-rouge, si enfin il n'existe aucune autre cause de perte d'énergie que le rayonnement thermique, ce gaz atteindra une température énormément plus élevée que celle du corps noir. Il s'échauffera jusqu'à ce qu'il émette les seules radiations qu'il puisse émettre, celles qu'il absorbe. Ce gaz est donc doué de la propriété d'émettre certaines radiations sous l'influence d'un rayonnement incident ; il possède une sorte de *fluorescence*, ou plutôt de *réémission* analogue à celle étudiée par Wood et par Dunoyer, mais qui ne serait qu'un rayonnement thermique.

La luminosité des queues de comètes, avec leur spectre propre qui dénote autre chose que de la lumière diffusée, mais qui est cependant liée à la présence du Soleil, reste un phénomène énigmatique. On sait bien reproduire au laboratoire les divers spectres de bandes

émis par les comètes ; mais dans une masse de gaz isolée dans l'espace, par quelle énergie ce rayonnement est-il excité ? On a cherché à le rattacher au rayonnement cathodique du Soleil, que l'on fait intervenir aussi pour l'explication des aurores polaires ; ce dernier phénomène conduirait à regarder le rayonnement cathodique comme très intermittent, ce qui cadre assez mal avec ce que nous observons sur les comètes. D'une manière également très hypothétique, on peut imaginer un pur rayonnement thermique dû à une température élevée, provoquée elle-même par une trace d'absorption sélective exercée sur les rayons solaires. Dans une question aussi embarrassante il ne faut négliger aucune possibilité d'explication.

EXPÉRIENCES SUR LE CHOC ÉLASTIQUE ;

d'après M. L. HARTMANN ¹⁾.

Dans le cas de deux masses m et m' , dont l'une à la vitesse v et dont l'autre est au repos, la théorie actuelle du choc élastique conduit, pour les vitesses φ et φ' après le choc, aux expressions :

$$\varphi = (1 - N) v \quad \text{et} \quad \varphi' = N \frac{m}{m'} v,$$

N étant égal à $\frac{2m'}{m + m'}$ et représentant, quel que soit v , la valeur commune des deux rapports égaux $\frac{v - \varphi}{v}$ et $\frac{m'\varphi'}{mv}$, et qui aboutit, par suite, à l'égalité :

$$mv^2 = m\varphi^2 + m'\varphi'^2;$$

c'est-à-dire à la conservation de la force vive.

M. L. Hartmann a soumis cette formule au contrôle de l'expérience.

Des cylindres en acier trempé, de 12 millimètres de diamètre

(1) Voir *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, août 1916.

terminés par des bouts sphériques ayant pour rayon la longueur des règles, et suspendus de la même manière que les blocs de l'expérience de Hirn, donne des résultats qui sont en désaccord avec les formules théoriques.

Les vitesses constatées après le choc étant ψ et ψ' , il y a bien égalité, comme l'admet la théorie, entre les rapports $\frac{v - \psi}{v}$ et $\frac{m'\psi'}{mv}$; mais ces rapports, au lieu d'être égaux à N , ont pour valeur un nombre n , différent de N .

Quand le cylindre-marteau et le cylindre-enclume ont respectivement 100 millimètres et 300 millimètres de longueur et quand le choc a lieu avec les vitesses en millimètres :

$$(1) \quad 25, 50, 100, 150, 200, 250, 300, 350,$$

on obtient pour n , au lieu du nombre constant $N = 1,5$ pour $m = 1, m' = 3$ les nombres moyens :

$$1,498, 1,487, 1,471, 1,456, 1,439, 1,415, 1,390, 1,379.$$

On voit ainsi que le nombre n est inférieur à N pour toutes les vitesses au choc, qu'il en est d'autant plus voisin que la vitesse est plus petite et qu'il décroît, d'une manière continue et régulière, à mesure que la vitesse augmente.

Ce nombre apparaît, pour chaque vitesse au choc, comme une constante physique, parfaitement définie par les autres conditions de l'expérience.

On est amené, dès lors, à représenter les vitesses effectives des cylindres après le choc par les expressions :

$$\psi = (1 - n)v \quad \text{et} \quad \psi' = n \frac{m}{m'} v;$$

d'où pour la somme des forces vives après le choc :

$$m\psi^2 + m'\psi'^2 = mv^2 \left[1 - \frac{2n}{N} (N - n) \right].$$

Le crochet, au lieu d'être constamment égal à 1, a pour valeurs

220 HARTMANN. — EXPÉRIENCES SUR LE CHOC ÉLASTIQUE
pour les vitesses (1) :

0,996, 0,974, 0,943, 0,915, 0,883, 0,840, 0,796, 0,778.

La force vive après le choc est donc systématiquement moindre que la force vive initiale avec décroissance continue et régulière de leur rapport $\frac{m\psi^2 + m'\psi'^2}{mv^2}$, et, rigoureusement, ces deux forces vives ne sont égales que pour $v = 0$.



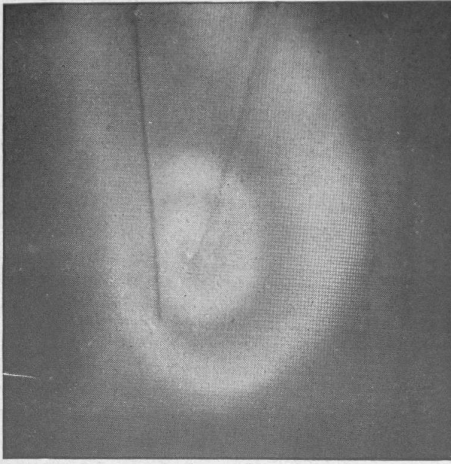


FIG. 1. — Ech. 3 : 4.

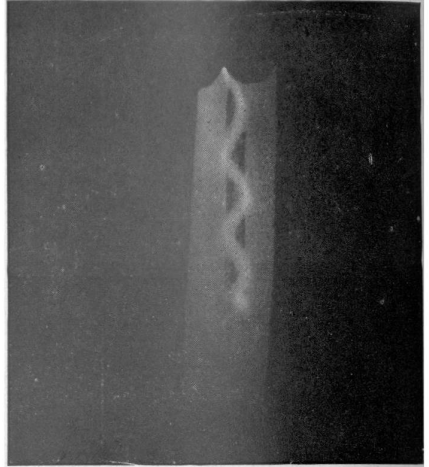


FIG. 2. — Ech. 2 : 3.

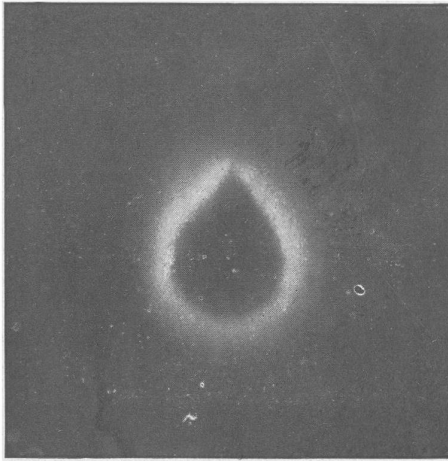


FIG. 3. — Ech. 1 : 1.

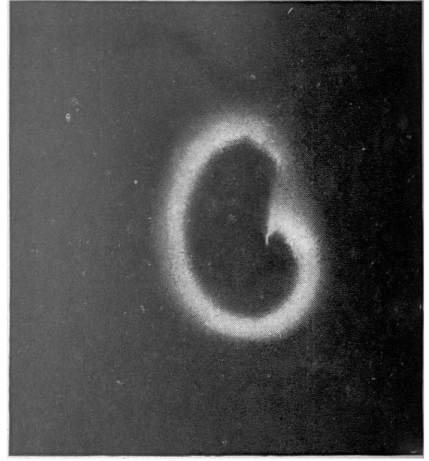
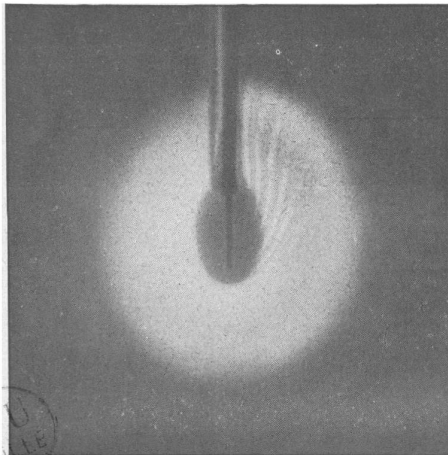


FIG. 4. — Ech. 1 : 1.



IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

FIG. 5. — Ech. 1 : 1.

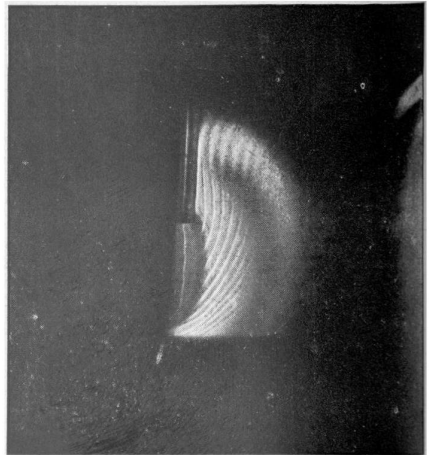


FIG. 6. — Ech. 1 : 1.

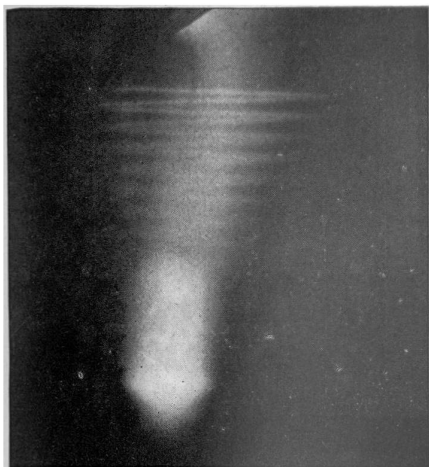


FIG. 7. — Ech. 9 : 5.

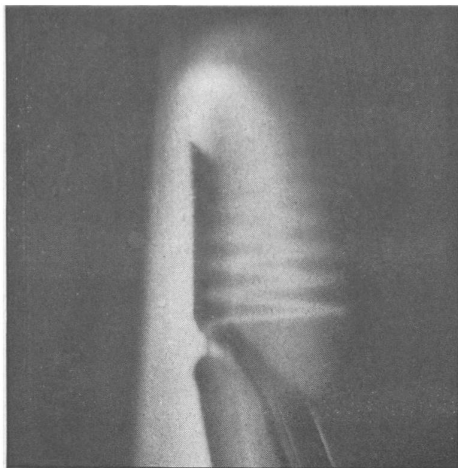


FIG. 8. — Ech. 3 : 2.

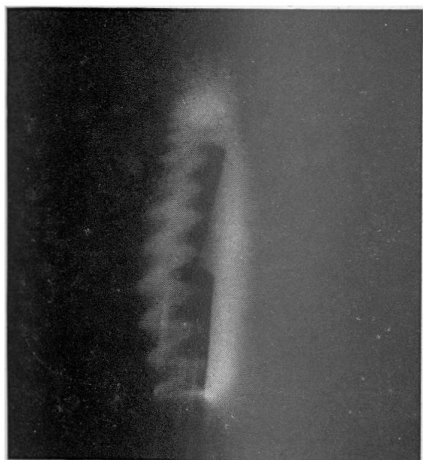


FIG. 9. — Ech. 3 : 2.

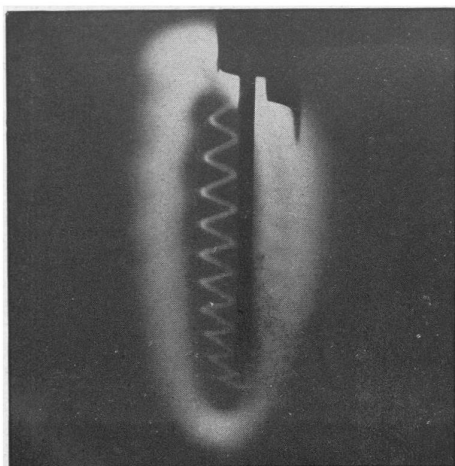
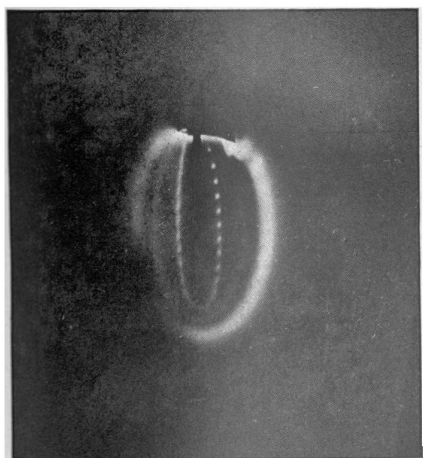


FIG. 10. — Ech. 5 : 4.



IRIS - LILLIAD - Université Lille 1
FIG. 11. — Ech. 4 : 5.

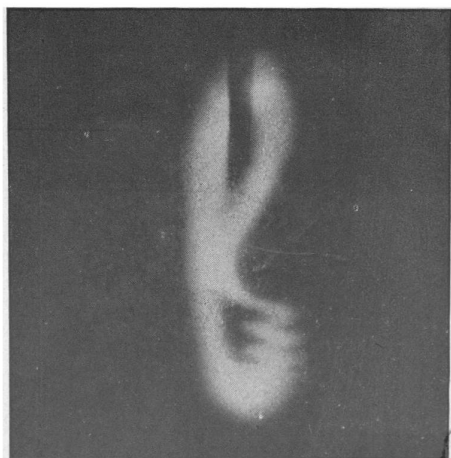


FIG. 12. — Ech. 1 : 1.

SUR LES PHÉNOMÈNES MAGNÉTO-ANODIQUES;

Par M. G. GOUY.

1. L'attention s'est portée depuis longtemps sur les phénomènes présentés par la cathode dans les gaz très raréfiés, en présence d'un champ magnétique. J'ai observé que, dans les mêmes conditions, l'anode est aussi le siège d'effets caractéristiques, dont je vais donner un aperçu (1).

Dans ces expériences, il est essentiel d'éviter la présence près de l'anode de rayons magnéto-cathodiques, issus, soit de la cathode elle-même, soit des cathodes secondaires produites sur la paroi de verre. Il est préférable, sinon indispensable, de garnir toute la paroi de l'ampoule d'une feuille de métal, reliée à la cathode, ou bien isolée, qui est percée de fenêtres pour l'observation (2).

2. *Régime spiral.* — Avec un champ modéré, on voit souvent une spirale partir de l'anode (*fig. 1*) (3), pour aller rejoindre la cathode (qui est ici une toile métallique). Le plan de la spirale est normal au champ; son sens, en partant de l'anode, est celui du courant magnétisant. Avec des champs plus faibles, la spirale s'élargit, et, si elle est obligée de suivre quelque temps la paroi de verre avant d'arriver à la cathode, elle se transforme sur toute sa longueur

(1) Les expériences sont faites au moyen d'un électro-aimant de Rhumkorff, ayant des noyaux de 8 centimètres et un entrefer de 9 centimètres en général. Le champ, vers son milieu, est assez uniforme pour qu'aucun des effets décrits plus loin ne puisse être attribué au défaut d'uniformité.

L'ampoule à vide est une cloche de 6 à 8 centimètres de diamètre, à parois minces et régulières. Elle est fermée par un couvercle de verre muni de tubulures rodées, où des pièces interchangeables permettent de réaliser rapidement des dispositions diverses.

L'observation se fait, soit directement, soit par l'intermédiaire d'un petit miroir, suivant que le rayon visuel est très incliné ou peu incliné par rapport au champ.

Le courant est d'environ 0,5 milliampère, fournis par une machine électrostatique. Le vide, maintenu par une pompe Gaëde à mercure, est d'ordinaire de 5μ à 10μ (mercure), en raison du dégagement gazeux assez abondant. Les effets, sauf l'intensité lumineuse, varient peu avec l'intensité du courant et le degré de vide, de 20μ à 2μ .

Les principaux résultats ont été publiés aux Comptes Rendus, 22 février et 9 août 1909.

(2) Aux *fig. 2, 6 et 11*, est visible la limitation du champ de vision ainsi produite.

(3) Environ 1.000 gauss; le rayon visuel est presque parallèle au champ.

(jusqu'à l'anode), en un cordon lumineux bien défini, ayant environ 2 millimètres de diamètre. Ce cordon, dans sa partie libre, obéit aux actions électro-statiques comme un corps électrisé négativement. S'il rencontre sur son chemin, un tube de verre ou tout autre obstacle isolant, il se dévie un peu et dessine ensuite, entre l'obstacle et l'anode, une sinusoïde (*fig. 2*) ⁽¹⁾, qui s'est montrée parfois compliquée du sixième harmonique.

3. *Régime coronal.* — A mesure que le champ augmente, l'ampoule manifeste, en général, un état oscillatoire intense, produisant des lueurs irrégulières et variables, des effets Tesla et des bruissements bien sensibles. A un moment donné, la tranquillité revient, et il se forme, autour de l'anode, une couronne brillante, qui contraste vivement avec le reste de l'ampoule subitement obscurcie ⁽²⁾. Ce régime est très stable, et les particularités les plus délicates peuvent être photographiées avec une pose d'environ une minute.

L'établissement du régime coronal se fait d'ordinaire entre 500 et 2.000 gauss, suivant les conditions ⁽³⁾. Certaines ampoules se montrent assez réfractaires, et exigent quelques tâtonnements dans leur orientation ou la position des pièces.

4. *Couronne.* — Considérons une anode formée d'une petite sphère métallique, portée par un fil isolé par un tube de verre et parallèle au champ. Elle se montre entourée d'une couronne très brillante, qui est dans le plan passant par le centre et normal au champ; la partie très lumineuse ne dépasse pas quelques millimètres, elle se continue ensuite jusqu'aux parois de l'ampoule, en s'affaiblissant et s'épaississant graduellement. Cette couronne est séparée de l'anode par un intervalle obscur, de 0^{mm},5 à 1 millimètre qui diminue, ainsi que les dimensions de la couronne, quand le champ augmente, tandis que l'éclat s'accroît.

Les choses se passent ainsi, quelle que soit la forme de l'anode ⁽⁴⁾, quand on peut tourner autour d'elle dans un plan normal au champ,

(1) Environ 300 gauss; le rayon visuel est perpendiculaire au champ.

(2) Les rayons magnéto-cathodiques sont insensibles quand la cathode forme une large ceinture, comme il est dit plus haut, et qu'il n'existe pas un état oscillatoire intense.

(3) Pour les figures ci-après, le champ est de l'ordre de 1.500 gauss.

(4) La couronne n'est pas toujours exactement dans le plan normal au champ, nous précisons ce point plus loin.

sans rencontrer d'obstacle. Si cet obstacle existe, la couronne s'élargit pour le surmonter et s'éloigne partout de l'anode, en laissant un intervalle obscur (*fig. 3*) (1).

Souvent, au bout de quelques instants, la couronne suit l'obstacle d'un certain côté (*fig. 4*) (2), et se déforme ainsi, tout en laissant l'intervalle obscur entre elle et l'anode.

5. Dans la disposition la plus ordinaire, l'anode est formée par un fil de cuivre, perpendiculaire au champ, protégé par un tube de verre jusqu'à quelque distance de son extrémité. Dans ces conditions, c'est le tube de verre qui joue le rôle d'obstacle; la couronne a une forme elliptique et commence à l'extrémité du tube de verre (*fig. 5, 10 et 11*).

Lorsque l'appareil a fonctionné une heure ou deux, le tube de verre, près de son extrémité, acquiert une petite conductibilité superficielle, à cause d'un dépôt charbonneux que produisent les traces d'hydrocarbures provenant des joints rodés (3). La couronne alors prend son origine à quelque distance de l'extrémité du tube de verre, et peut acquérir de grandes dimensions (6 centimètres sur 4 centimètres).

Il arrive aussi, dans ce cas, que la couronne prend une grande largeur dans le sens perpendiculaire au champ, et peut être regardée comme formée par la juxtaposition de plusieurs couronnes de dimensions différentes (*fig. 5 et 6*) (4).

6. *Zigzag magnéto-anodique.* — Quand la couronne rencontre un obstacle qui l'éloigne un peu de sa position normale, elle y revient en formant un zigzag plus ou moins développé, mais toujours visible. Dans la *fig. 9*, l'obstacle est le tube de verre qui protège le fil-anode. Dans les *fig. 7 et 8*, l'obstacle est une tige de verre un peu effilée, placée à cet effet. On peut produire plusieurs zigzags successifs sur

(1) L'anode est une sphère de 4 millimètres de diamètre; l'obstacle est une lamelle de mica découpée de manière à s'appliquer exactement sur la sphère.

(2) Même appareil que *fig. 3*. C'est le côté qu'on trouve le second en parcourant la couronne dans le sens du courant magnétisant.

(3) Cette conductibilité devient évidente quand on prend cette électrode pour cathode; le faisceau magnéto-cathodique part aussi bien de la partie terminale du tube de verre que du fil de cuivre.

(4) Dans les *fig. 1, 3, 4, 5, 6 et 11*, le rayon visuel est à peu près parallèle au champ; dans les *fig. 2, 7, 8, 9 et 12*, au contraire, il fait avec le champ un angle plus ou moins voisin de 90°; pour la *fig. 10*, cet angle est voisin de 45°.

une même couronne, en y plaçant plusieurs obstacles à quelque distance les uns des autres.

Dans tous les cas, *en suivant la couronne en sens inverse du courant magnétisant, on rencontre le zigzag après l'obstacle qui l'a fait naître.*

Avec de grandes couronnes, le zigzag peut prendre une amplitude de 1 à 2 centimètres (*fig. 7*); en général cette amplitude ne dépasse pas quelques millimètres. En s'éloignant de l'obstacle, elle diminue graduellement, comme une oscillation qui s'amortit. Cette diminution est d'autant plus rapide que le vide est moins élevé. Les éléments deviennent moins distincts, et finissent par se fondre dans une bande sans structure visible, qui forme le reste de la couronne.

Les stries que montrent les couronnes larges (*fig. 6*), doivent être regardées comme formées par les zigzags appartenant à chacune des couronnes élémentaires.

7. Le zigzag se montre encore dans des conditions un peu différentes. Le tube de verre qui protège le fil anode a un diamètre un peu supérieur à celui de ce fil; dans ce très petit intervalle, on voit naître un filet lumineux fin, qui sort et forme une couronne assez proche du fil, pourvue d'un zigzag qui se dessine souvent sur toute son étendue.

Dans ce cas, le zigzag forme un filet fin (moins de $1/2$ millimètre) et isolé, qui se prête bien à l'étude. En l'examinant sous divers points de vue, on constate que, si le rayon visuel est parallèle au champ, toute apparence de zigzag disparaît, et la couronne forme une ellipse régulière. Cette ellipse prend un aspect *perlé* quand l'œil se déplace un peu, de manière à se trouver sur le prolongement de certains éléments du zigzag (*fig. 11*).

De cette observation et d'autres analogues, résulte que *le zigzag est une ligne brisée, tracée sur la paroi d'un gros tube de force magnétique* ⁽¹⁾. La bissectrice de l'angle de deux éléments consécutifs est la direction du champ, autant qu'on peut en juger.

3. Quand on fait varier le champ, on voit le zigzag se resserrer ou s'élargir, son point de départ sur l'obstacle restant fixe. Le pas du zigzag semble inversement proportionnel au champ ⁽²⁾. On cons-

(1) Dans certains cas, le zigzag ressemble un peu à une sinusoïde, mais en général ses éléments sont plutôt rectilignes.

(2) Estimation, non mesure précise.

tate aussi que la couronne devient moins diffuse et mieux définie quand le champ augmente, et se rétrécit légèrement.

9. Un corps métallique relié à la cathode repousse la couronne sans y toucher (*fig. 12*). Si le tube de verre qui protège le fil anode est garni extérieurement d'un bout de tube métallique relié à la cathode, la couronne le contourne alors sans y toucher, et ainsi elle ne touche nulle part un corps solide.

10. Quand un rayon magnéto-cathodique intense rencontre la couronne ou l'intervalle obscur qui la sépare de l'anode, la couronne s'éteint totalement, et il ne reste qu'une petite tache lumineuse sur le rayon. Elle est donc très sensible aux rayons magnéto-cathodiques, qui en diminuent beaucoup l'éclat, s'ils sont trop faibles pour la faire disparaître.

Avec un très bon vide, les effets sont un peu différents. Un rayon magnéto-cathodique intense et bien délimité, s'il rencontre la couronne en un point A, fait disparaître la portion de la couronne comprise entre ce point A et le tube de verre (en marchant dans le sens du courant magnétisant); le reste de la couronne persiste. Si le point A se rapproche de l'anode, la couronne suit, et par conséquent diminue la largeur, ce qui précède restant vrai.

11. *Potentiel.* — On sait qu'en l'absence de champ magnétique, la chute de potentiel est considérable à la cathode, et faible dans le reste de l'ampoule. Ici, au contraire, la chute à l'anode devient importante, et d'autant plus que le vide est meilleur (3.000 volts et plus ont été constatés), et elle est plus faible à la cathode (¹), vu sa disposition et sa grande étendue. Cette chute anodique s'effectue surtout au voisinage immédiat de l'anode.

S'il y a deux anodes, il existe souvent une certaine instabilité, des changements minimes faisant passer le courant par l'une ou par l'autre. Il semble d'après cela que la chute de potentiel diminue à mesure que le courant augmente.

12. *Ionisation.* — On s'est servi d'une sonde, formée de deux fils de platine parallèles, distants de 1 millimètre, ayant 0^{mm},4 de dia-

(¹) 300 volts en moyenne.

mètre et 10 millimètres de longueur. Une pile de force électromotrice E est dans le circuit.

Voici une expérience de ce genre. La sonde est tangente à la couronne, le champ de 2.000 gauss, la pression de 8 μ .

E	0	4,5 volt	45 volts
Courant (microampères).....	16	30	64

L'ionisation diminue rapidement à mesure qu'on s'éloigne de la couronne, tout en restant toujours plus grande dans son plan.

13. *Théorie du zigzag.* — Il paraît naturel de supposer que la couronne est constituée par des rayons magnéto-cathodiques, qui ne sont autre chose, comme l'a montré l'expérience ⁽¹⁾, que des enroulements d'électrons. Considérons une ligne de force L du champ magnétique, dont la force est H. Soient P le point où L est tangente à une surface équipotentielle électrique, F la force du champ électrique en ce point, et r le rayon de courbure de la section faite dans cette surface équipotentielle par le plan des deux champs. Un électron de faible vitesse décrit une hélice de très petit diamètre; son accélération suivant L est la même que s'il était assujéti à ne pas quitter cette ligne. Il oscillerait ainsi suivant L de part et d'autre du point P avec la période oscillatoire $2\pi \sqrt{\frac{rm}{Fe}}$, s'il n'existait pas une dérive ⁽²⁾ perpendiculaire aux deux champs, qui l'entraîne avec la vitesse $\frac{F}{H}$. Il en résulte donc une ondulation sinusoïdale, dont le pas est $\frac{2\pi}{H} \sqrt{\frac{Frm}{e}}$, résultat d'accord pour le sens avec les faits et d'un ordre de grandeur acceptable ⁽³⁾.

14. Le milieu du zigzag est donc le lieu des points P, c'est-à-

(1) Sur la structure et les propriétés des rayons magnéto-cathodiques dans un champ uniforme (*Le Radium*, avril 1911).

(2) Cette dérive, découverte par M. Villard, a été calculée par M. Fortin (*Comptes Rendus*, 6 juin 1904 et 20 juin 1904).

(3) Soient, par exemple, H = 1.000 gauss, F = 400 $\frac{\text{volts}}{\text{cm}}$, r = 1 centimètre, $\frac{e}{m} = 1,8.10^7$. On trouve pour le pas 3^{mm}. La forme sinusoïdale, indiquée par la théorie pour une amplitude infiniment petite, est en général compliquée d'harmoniques supérieurs, et devient sensiblement rectiligne.

dire la ligne de contact de la surface équipotentielle électrique et d'un tube de force magnétique. Même quand le zigzag n'est plus visible, il est probable qu'il existe encore à l'état incoordonné, en sorte que la couronne dessine une telle ligne.

Cet énoncé rend assez bien compte en général de la forme de la couronne. Celle-ci est dans un plan normal au champ magnétique, dans le cas seulement où ce plan est un plan de symétrie pour la surface équipotentielle électrique. Il n'en est plus ainsi s'il y a une cathode voisine (répulsion apparente de la couronne), ou si l'anode ne satisfait pas à la condition de symétrie.

Beaucoup d'autres points resteraient à élucider pour rendre compte des phénomènes qui sont l'objet de ce travail, fait surtout au point de vue descriptif.

SPECTROGRAPHIE DES RAYONS DE RONTGEN PAR LA MÉTHODE DES RAYONS SECONDAIRES

PAR M. DE BROGLIE.

Les travaux de Sagnac, de Barkla, de Sadler, de Whiddington, de Kaye et d'autres physiciens ont depuis longtemps fait connaître qu'un faisceau de rayons X, tombant sur un corps, y excite des rayons secondaires.

Ces rayons secondaires se composent de deux parties très différentes ; 1° Des rayons primaires simplement diffusés, qui gardent par conséquent (au point de vue longueur d'onde, nous ne parlons pas ici de polarisation) les caractères du faisceau incident, et 2° des rayons de fluorescence, caractéristiques du corps illuminé.

A mesure que le poids atomique du radiateur secondaire augmente, cette deuxième partie tend à prédominer et se compose de rayons dont la longueur d'onde décroît régulièrement. Les rayons caractéristiques, ainsi émis par un corps, sont, du reste, les mêmes que ceux que présente un tube à rayons X dont l'anticathode serait composée du même élément ; on comprend facilement que le métal de l'anticathode se comporte comme un radiateur secondaire placé dans des conditions d'excitation particulièrement favorables ; du reste, l'analogie des deux modes d'excitation est peut-être plus étroite

encore, car c'est probablement par l'intermédiaire de rayons cathodiques secondaires, que les rayons X primaires provoquent la fluorescence des corps qu'ils rencontrent.

Spectre des rayons secondaires. — Dans les premiers mois de 1914 ⁽¹⁾, j'ai cherché à appliquer aux rayons secondaires émis par des substances placées au dehors d'une ampoule, et simplement éclairés par elle, la méthode d'analyse spectrale par cristal tournant qui a été décrite dans ce journal et sur le principe de laquelle je ne reviendrai pas ⁽²⁾.

L'avantage d'employer les rayons secondaires est évident ; on n'a plus besoin de prendre la matière à analyser pour en faire l'anticathode d'une ampoule à rayons X, de la placer dans le vide et de la porter à la température élevée qu'occasionne le bombardement cathodique ; de très petites quantités (quelques décigrammes) de substance suffisent et n'ont à subir aucune manipulation susceptible de les altérer, sauf, bien entendu, les effets chimiques des rayons X dont l'action photographique elle-même est un exemple.

Par ailleurs, l'énergie étant naturellement moindre que dans le cas de la radiation directe des anticathodes, il faut des temps de pose plus longs ; mais cependant moins longs qu'on ne le croirait, la radiation secondaire étant souvent encore très intense ; pour en donner une idée, on peut indiquer qu'avec des tubes ordinaires on obtient des spectres bien visibles avec des poses variant de 15 minutes à 1 heure. L'emploi de tubes tels que les Coolidge permettra de plus en plus de soutenir sans difficulté pendant longtemps des régimes très intenses.

L'émission secondaire présente le caractère d'une fluorescence, c'est-à-dire qu'il y a en même temps absorption d'une certaine partie du spectre incident et cette absorption se fait d'une façon très sélective. On pourrait donc se demander si le rayonnement d'un tube donné est bien propre à exciter indifféremment la radiation secondaire de différents éléments.

Au point de vue du rendement quantitatif ⁽³⁾ il y a certainement un domaine de recherches où les mesures manquent encore et qui apporterait des renseignements précieux ; mais pratiquement le rayonne-

⁽¹⁾ *C. R.*, 25 mai 1914, p. 1493.

⁽²⁾ *J. de Phy.*, février 1914.

⁽³⁾ Malgré les renseignements des expériences anciennes de Whiddington.

ment d'un tube ordinaire, de préférence muni d'une fenêtre transparente, se montre capable d'exciter suffisamment les radiations secondaires de corps tels que le lanthane, le baryum dont les rayons K ainsi obtenus ont déjà une très courte longueur d'onde, jusqu'aux rayons L du platine ou aux rayons K du chrome dont la longueur d'onde est si grande que leur absorption par l'air n'est plus négligeable.

On aura donc certainement avantage avec les tubes à régime réglable comme le tube Coolidge à employer un régime où les rayons les plus fortement excitateurs domineront dans le spectre incident ; mais en fait l'obtention des rayons secondaires et de leur spectre est parfaitement réalisable, dans la plupart des cas, avec une ampoule fonctionnant dans les conditions ordinaires de régime dur.

Dispositif expérimental. — Le dispositif expérimental employé comporte une caisse doublée de plomb (j'ai employé 2 centimètres de feuilles de plomb), de façon à ne présenter que les ouvertures strictement indispensables. On doit en effet considérer que cette boîte joue le rôle de la lanterne dans un appareil de projection et que pour éviter tout danger pour les opérateurs et pour les plaques il faut être aussi strict au point de vue des fuites de lumière que si l'on voulait employer une lanterne renfermant une lampe à arc dans une pièce où l'on désirerait garder une obscurité absolue. Il est même probable qu'il y a des rayons qui traversent encore deux centimètres de plomb.

La boîte renferme une ouverture oblique (*fig. 1*) dans laquelle vient s'engager la queue du spectrographe qui porte le radiateur secondaire R, une plaque de plomb P fixée au spectrographe vient obturer l'ouverture et ne laisse passer les rayons qu'à travers la fente F. L'ampoule est placée en A.

On peut se demander quelle est la meilleure position à donner au radiateur secondaire R au point de vue de l'incidence des rayons primaires et de l'émission des rayons secondaires vers la fente. La loi de Lambert ne s'appliquant probablement pas à l'émission secondaire, le mieux serait d'avoir un angle d'incidence presque normal et d'utiliser vers la fente des rayons tout à fait rasants.

En pratique les difficultés de réglage, de planéité du radiateur secondaire quand il s'agit de sels chimiques en poudre ou en petits cristaux conduisent à adopter pour l'angle entre le plan du radiateur

secondaire et la direction de la fente une valeur d'une dizaine de degrés.

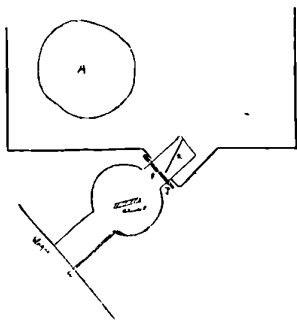


FIG. 1.

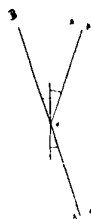


FIG. 2.

REMARQUES. — Le radiateur secondaire émet par toute sa surface illuminée et se trouve rapproché de la fente, il en résulte que sauf pour des fentes extrêmement fines et épaisses le faisceau a une certaine largeur ; il faut considérer de plus près ce qui se passe dans la formation des images par le procédé du cristal tournant ⁽¹⁾.

Soit un objet A émettant une lumière X de longueur d'onde telle que α soit son angle de réflexion sélective sur le cristal employé (angle avec le plan de la face réfléchissante), l'angle d'incidence est $90^\circ - \alpha$ (fig. 2).

Soit O l'axe de rotation du cristal, situé par hypothèse dans la face réfléchissante.

On sait que pendant la rotation du cristal il se forme une image A' du point A, les rayons constituant cette image venant se couper *successivement* au point A' après avoir touché le cristal sous l'angle α .

A' est obtenu en joignant AOB, en prenant $BOA' = 2\alpha$ et $OA' = OA$; de même A' est l'image de A.

L'image de AA' est en vraie grandeur quelle que soit la grandeur de OA ; $A'A'_1 = AA_1$.

Mais ce que nous venons de dire se rapporte à une image telle que l'image d'une fente dans une lentille cylindrique dont l'axe lui est parallèle ; la construction n'est rigoureuse que dans le plan perpendiculaire à l'axe de rotation du cristal et l'image d'un point est un

(1) En raisonnant sur les spectres du premier ordre seulement.

élément de droite parallèle à l'axe du cristal dans le voisinage de ce plan.

Le pouvoir séparateur de l'instrument ne dépend donc que de la longueur OA ; si e est la largeur d'une fente AA₁, les images monochromatiques de cette fente seront séparées pourvu que les longueurs d'ondes correspondantes admettent des angles de réflexion sélective α et $\alpha + \Delta\alpha$, tels que :

$$\Delta\alpha > \frac{e}{2 \cdot OA}$$

ou si l'on se sert de la relation

$$(1) \quad \lambda = 2d \sin \alpha,$$

reliant la longueur d'onde λ à la constante d du réseau cristallin

$$\begin{aligned} \Delta\lambda &= 2d \cos \alpha \Delta\alpha, \\ \Delta\lambda &> e \cdot \frac{d \cos \alpha}{OA}; \end{aligned}$$

si

$$OA = 25 \text{ centimètres}, \quad e = 0^{\text{cm}},01;$$

cela donne

$$\Delta\alpha > 40'', \quad \Delta\lambda > 10^{-11} \text{ centimètres}$$

en prenant $\cos \alpha = 1$.

Temps de pose des diverses parties du spectre. — Nous avons dit que l'image était formée de rayons venant successivement se couper en un point, au cours de la rotation, après avoir touché le cristal sous l'angle α . Il est facile de se rendre compte de la variation d'ouverture du faisceau convergent ainsi réalisé, avec l'ouverture du faisceau incident, la valeur de α et les dimensions de l'appareil.

Soit une source de rayons RR' (fig. 3), EOE' le cristal de largeur EE' = 2 l et DAD' = 2 ω le faisceau limité par la fente ; il s'agit de voir de combien l'angle \widehat{EOA} du cristal avec le rayon central peut s'écarter de α , en permettant à un rayon MA de donner un

rayon réfléchi, c'est-à-dire de rencontrer le cristal et de le rencontrer sous l'angle α .

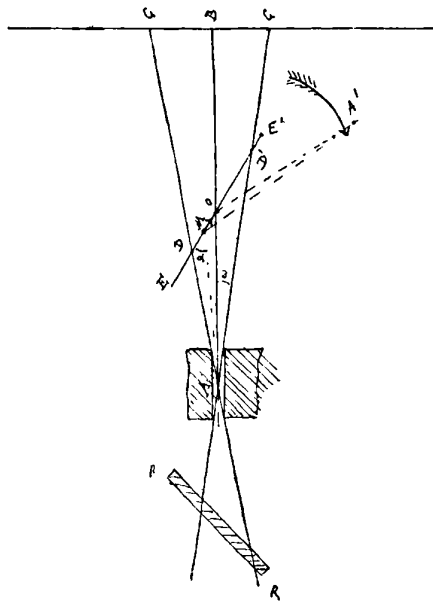


FIG. 3.

Supposons l'angle \widehat{EOA} partant de zéro et croissant. A un certain moment le rayon extrême AD fera l'angle α avec le plan du cristal et, dans la suite de la rotation, le point M relatif à la réflexion sous l'angle α se déplacera de D vers D' ; la condition sera donc réalisée pourvu que

$$\widehat{EOA} = \alpha \pm \omega.$$

Le temps de pose est alors le temps employé par le cristal à tourner de 2ω ; il est indépendant de α et les intensités sont enregistrées dans leur véritable rapport.

Il n'en serait plus de même cependant si, au moment où le rayon AD fait l'angle α avec le plan du cristal, il ne rencontrait que le prolongement de la surface réfléchissante, la pose ne commencerait réellement que quand l'angle \widehat{EOA} différerait de α de la quan-

tité $\Delta\alpha$ telle que

$$\frac{\sin \Delta\alpha}{\sin \alpha} = \frac{l}{OA},$$

et le temps de pose serait celui que le cristal met à tourner de $2 \Delta\alpha$ ou de $\frac{2l \cdot \alpha}{OA}$ si α est petit.

La pose dépendra alors de α , c'est-à-dire de la longueur d'onde ; pour de très petits angles les grandes longueurs d'onde posent plus que les petites. Prenons par exemple :

$$l = 3 \text{ centimètres ; } \quad OA = 12 \text{ centimètres ; } \quad \omega = \frac{1}{50},$$

on sera dans le dernier cas envisagé pour les valeurs de α inférieures à $4^{\circ}30'$.

Résultats expérimentaux. — Les premières mesures, faites sur les spectres de rayons secondaires ne se prêtaient pas à une grande exactitude, les fentes employées étant très larges (1 à 1^{mm},5). Elles fournirent cependant des renseignements importants sur des éléments que Moseley n'avait pu étudier, précisément parce qu'il était très difficile de les employer comme anticathodes.

En juin 1914 (1), la méthode des rayons secondaires me permit de dresser le tableau ci-dessous, donnant pour la première fois les photographies des spectres des éléments suivants :

Élément.	Etat chimique.	N	Angle de réflexion sur le sel gemme.	
Arsenic	Sulfure	32 ou 33	12° 6 forte	11° 6 faible
Sélénium	Métallique	34	11° 6 (peut être double)	
Brome	Bromure de sodium	35	10° 7 forte	9° 5 faible
Rubidium	Chlorure	37	9° 6 forte	8° 6 faible
Strontium	Chlorure	38	8° 9	8° 4
Cadmium	Métal	49	5° 4	
Iode	Iodure de zinc	54	4° 5	
Tellure	Métallique	53	4° 7	
Cæsium } Baryum }			vers 4°	
Mercure	Zinc amalgamé	80	12° 9	10° 7
Thallium	Métal	81	12° 3	10° 5
Plomb	Métal	82	12° 05	10° 0
Bismuth	Métal	83	11° 45	9° 4
Thorium	Oxyde		9° 7	8° 0
Uranium	Oxyde		9° 5	7° 7

1) C. R., 15 juin 1914.

Sur la plaque relative à l'iodure de zinc on pouvait voir à la fois les raies de l'iode et du zinc, et la comparaison soigneusement faite des spectres de l'iode et du tellure permettait d'affirmer que l'ordre de ces éléments n'était pas celui de leur poids atomique, mais bien l'ordre inverse, comme le veut la table de Mendeleeff qui a précisément donné un coup de pouce à l'ordre naturel des poids atomiques pour ranger l'iode et le tellure dans les familles naturelles auxquelles leurs propriétés chimiques les rattachent sans hésitation.

Depuis lors ce fait a été contesté par M. Malmer (1), mais reconnu ensuite exact à la suite de nouvelles mesures de M. Siegbahn.

En juillet 1914, à la liste précédente vinrent s'ajouter les données suivantes :

Élément.	Etat chimique.	N	Angle de réflexion sur le sel gemme.	
Étain	Métal	50	5° 03'	4° 27'
Antimoine	Métal	51	4° 55'	4° 15'
Gallium	Oxyde	31	13° 52'	
Germanium	Oxyde	32	12° 53'	

Ces deux dernières substances, dont M. Urbain avait bien voulu me prêter des échantillons, fournirent des raies bien visibles en employant seulement quatre ou cinq centigrammes de matière tassée dans une fente pratiquée dans une plaquette d'ébonite.

De nouvelles mesures (2), plus précises étaient en train à ce moment, et ne purent être publiées, à cause de la guerre.

Elles sont résumées dans le tableau suivant :

Élément.	N	Angle de réflexion sur le sel gemme.	
Arsenic	33	12° 06'	
Selenium	34	11° 18'	10° 06'
Rubidium	37	9° 28'	8° 26'
Strontium	38	8° 56'	7° 53'
Cadmium	49	5° 28'	4° 46'
Iode	54	4° 25'	
Tellure	53	4° 34'	
Césium	55	4° 01'	
Baryum	56	3° 52'	3° 24'
Étain	50	4° 56'	4° 22'
Antimoine	51	4° 46'	
Lanthane	57	3° 41'	

(1) MALMER, *Diss. Lund* 1915.

(2) Toujours en rayons secondaires.

Element.	N	Angle de réflexion sur le sel gemme.		
Argent	47	5° 41'	5° 01'	
Mercure	80	12° 42'	10° 43'	
Thallium	81	12° 18'	10° 19'	
Plomb	82	11° 57'	9° 58'	
Bismuth	83	11° 39'	9° 40'	
Thorium	90	9° 44'	8° 04'	7° 48'
Uranium	93	9° 17'	7° 41'	7° 21'

Ces dernières mesures, effectuées avec des fentes de 0^{mm},1 comportent une exactitude comparable à celles des spectres de rayons directs: avec cette largeur de fente on peut dédoubler la raie de l'argent (5°41') dont les composantes sont écartées de moins de 3'.

On peut comparer ces chiffres avec ceux qui ont été récemment obtenus par MM. Malmer et Siegbahn par la méthode du cristal tournant.

Le tableau suivant met en regard ces valeurs, les angles des physiciens suédois correspondent à l'angle moyen de réflexion sur le sel gemme de chaque doublet $\alpha_1\alpha_2$, $\beta_1\beta_2$ calculé d'après les longueurs d'ondes publiées.

	Siegbahn.	Malmer.	de Broglie.
Gallium	»	»	13° 52'
Germanium	12° 55'	»	12° 53'
Arsenic	»	»	»
Selenium	11° 20'	11° 35'	11° 18'
	10° 08'		10° 06'
Brome	10° 37'	10° 43'	
	9° 24'		
Rubidium	9° 26'		9° 28'
	8° 22'		8° 26'
Strontium	8° 56'		8° 56'
	7° 54'		7° 53'
Argent		5° 45'	5° 41'
		5° 03'	5° 01'
Cadmium		5° 30' 5	5° 27' 5
		4° 50'	4° 46'
Iode		4° 33' (α_1)	4° 25'
		4° 02' (β_1)	
Tellure		4° 21' (α_1)	4° 34'
		3° 50' (β_1)	
Étain		4° 59'	4° 56'
		4° 23'	4° 22'
Antimoine		4° 47' 5	4° 46'
		4° 09'	

	Siegbahn.	Malmer.	de Broglie.
Cæsium	4° 04'		4° 01'
	3° 35'		
Baryum		3° 59'	3° 52'
		3° 29'	3° 24'
Lanthane		3° 48' 5	3° 41'
Mercure	12° 44'		12° 42'
	10° 42' 5		10° 43'
Thallium	12° 22'		12° 18'
	10° 20'		10° 19'
Plomb	12° 03'		11° 57'
	10° 04'		9° 58'
Bismuth	11° 44'		11° 39'
	9° 44'		9° 40'
Thorium	9° 47'		9° 44'
	8° 07' 5		8° 04'
	7° 49'		7° 48'
Uranium	9° 19'		9° 17'
	7° 43'		7° 41'
	7° 20'		7° 21'

La comparaison des mesures du tableau précédent montre qu'en général il y a assez bon accord entre les résultats des rayons secondaires et ceux des rayons directs, surtout pour les résultats de M. Siegbahn; les raies émises par rayonnement secondaire sont bien les mêmes que celles émises par les anticathodes, de plus la méthode des rayons secondaires peut se prêter, au moins pour les raies assez fortes, à une précision du même ordre que celle des spectres directs. J'ai obtenu des raies secondaires n'ayant pas plus de 0^{mm},1 de largeur sur la plaque photographique.

Avec les tubes puissants et réguliers dont on dispose aujourd'hui, la spectrographie par rayons secondaires a certainement un grand avenir devant elle; on peut observer également que si l'on veut étudier des rayons secondaires très absorbables, on pourra se contenter de placer le radiateur secondaire et le spectrographe dans le vide ou dans l'hydrogène; le tube restant en dehors, les rayons excitateurs qui peuvent être beaucoup plus durs pénétrant jusqu'au radiateur secondaire à travers une fenêtre en aluminium ou en verre Lindemann.

**INFLUENCE DE LA RÉSISTANCE DE L'AIR SUR LA TRANSLATION
DES MOBILES ANIMÉS D'UN MOUVEMENT DE ROTATION ;**

Par M. Z. CARRIÈRE.

PENDULE CONIQUE TOURNANT.

1. *Description de l'appareil.* — J'appelle « pendule conique tournant » un pendule conique qui tourne autour de son fil de suspension.

Je prends comme corps pendulaire un cylindre circulaire métallique C (*fig. 8*) limité par deux sections droites distantes de 109 millimètres. Son diamètre est de 118 millimètres, et sa masse de 912 grammes. Il est suspendu de manière que ses génératrices soient verticales par un fil de fer *f* de 0^{mm},4 de diamètre et de 2645 millimètres de longueur. L'extrémité supérieure de ce fil est attachée à l'axe T vertical de la poulie horizontale P qu'un moteur fait tourner d'un mouvement uniforme. Une couronne de billes horizontale est interposée entre la poulie et son support. Un compte-tours M donne le nombre total *n* de tours effectués pendant un temps déterminé.

A quelques centimètres au-dessus de la poulie P est fixé, centré sur OO', un disque gradué horizontal D, muni d'une alidade A à fenêtre radiale R. Le disque, l'alidade et la fenêtre sont représentés en projection horizontale en D₁, A₁, R₁, à la partie supérieure de la figure. La graduation est indiquée de 15° en 15°, ces divisions seront seules utilisées.

La partie inférieure de la figure 8 et la figure 9 représentent, également en projection horizontale, une série de circonférences ayant pour centre commun le point O où la verticale OO' perce le sol. Ces circonférences sont tracées à la craie sur le plancher du laboratoire ; leurs diamètres vont en croissant de 10 en 10 centimètres. Des rayons faisant entre eux respectivement des angles de 15°, numérotés 0, 15, 30, ..., 345, définissent douze azimuts ou plans verticaux passant par la verticale OO' angulairement équidistants.

Les distances O'C et O'O mesurent respectivement 2^m,80 et 3 mètres. Les oscillations du pendule étudiées seront toujours petites. Dans ces conditions, la projection horizontale de la courbe décrite dans

l'espace par le centre C du cylindre tournant se confond sensiblement avec la perspective sur le sol de la même courbe vue du point O' . C'est une ellipse de centre O dont les axes tournent autour

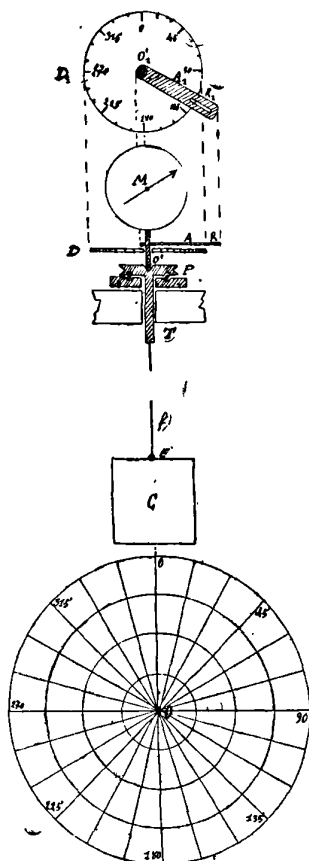


FIG. 8.

de OO' . Il s'agit de mesurer la vitesse de cette rotation Ω (fig. 9). Je détermine le temps Δt nécessaire pour que le grand axe de l'ellipse passe de l'un des azimuts définis ci-dessus au suivant. Je reconnais que le grand axe est dans un azimut donné, par exemple dans l'azimut défini par le diamètre 45-225 (fig. 9), quand le mobile observé traverse ce diamètre normalement, s'en approchant, puis s'en éloignant avec la même vitesse.

Le mobile s'attarde du côté de ce diamètre où se trouve le grand axe.

Ces propriétés du mouvement elliptique existent pour un observateur placé en un point quelconque du plan vertical passant par le grand axe. Pratiquement, je me place au-dessus du disque D (*fig. 1*), l'œil derrière la fenêtre R de l'alidade A convenablement orientée.

Le mobile observé est la tête E de la pince qui tient l'extrémité inférieure du fil. J'isole sa trajectoire des trajectoires des autres points du cylindre en prenant celui-ci creux, supprimant sa base inférieure et ajourant fortament sa base supérieure. Pendant la rotation, cette dernière se comporte comme un disque transparent en tous ses points, sauf au centre dont la trajectoire se détache ainsi nettement sur le tracé du plancher.

Le temps Δt n'est déterminé qu'à 3 ou 4 secondes près ; 3^s,3 est la durée moyenne des oscillations du pendule conique. Encore, cette approximation est-elle une limite supérieure valable seulement pour des ellipses dont le rapport $\frac{b}{a}$ est petit. Elle est moindre quand $\frac{b}{a}$ se rapproche de l'unité.

Les circonférences du plancher permettent de déterminer les dimensions a et b des axes de l'ellipse.

Je fais tourner la poulie P au moyen d'un moteur électrique de $\frac{1}{4}$ de cheval, branché sur le secteur d'éclairage à 120 volts.

Pour uniformiser sa marche, je n'ai pu utiliser un régulateur à boules seul. Chaque mise en court-circuit d'une résistance produit, en effet, pour la poulie P une brusque variation de vitesse équivalant pour le cylindre C à un lancement générateur d'oscillations de torsion. J'ai dû employer un régulateur d'absorption. J'en ai constitué un au moyen d'une latte de bois (1 m. \times 5 cm. \times 5 mm.) disposée comme lame vibrante. Elle est renforcée, au niveau de l'encastrement, par de fortes bandes en caoutchouc tendues dans le sens de la longueur, formant une épaisseur totale de 4 centimètres. L'amortissement est encore accru par un carton (30 cm. \times 40 cm.) fixé à l'extrémité libre de la latte, normalement au plan de flexion.

La marche du moteur est réglée et maintenue à la plus forte résonance avec la lame dont il entretient les oscillations. Le réglage automatique par régulateur à boules vaut pour de faibles variations de voltage. Avec les grandes variations que subissent les secteurs

d'éclairage, j'ai préféré employer le réglage à la main. Les oscillations de la lame étant lentes (3 oscillations à la seconde) et de grande amplitude (10 centimètres) j'étais vite prévenu par l'œil ou l'oreille d'une variation de vitesse.

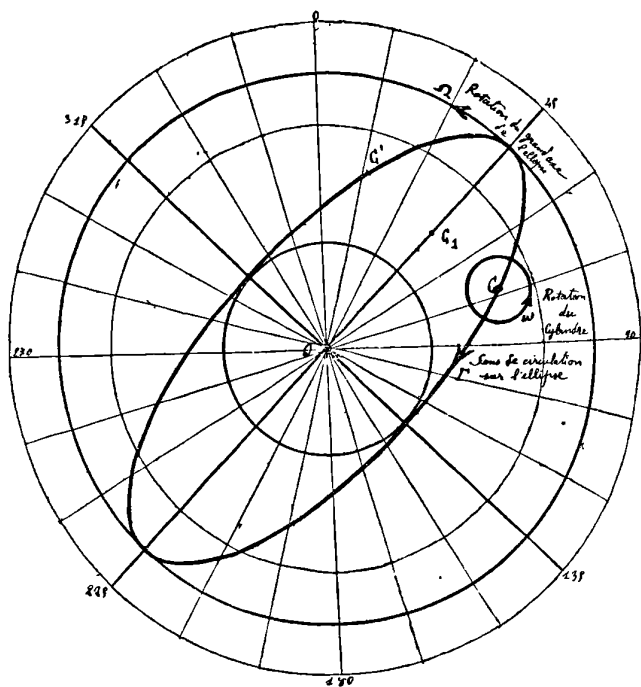


FIG. 9.

La rotation uniforme de la poulie P n'entraîne pas, dès le début, la rotation uniforme du cylindre C. Le système fil-cylindre se comporte comme un pendule de torsion dont les oscillations se superposent à la rotation de la tige T. La vitesse du cylindre C passe par des maxima et des minima. Les oscillations de torsion s'amortissent peu à peu. Après une dizaine de minutes, la différence entre les maxima et les minima est petite (environ 20/0) et on peut considérer le cylindre comme tournant uniformément. Il reste à le lancer comme pendule circulaire ou conique.

La rotation continue interdit le lancement par les procédés usuels. J'agis par impulsions légères, brèves et répétées sur le fil de sus-

pension et en son milieu. De tous les éléments du système tournant c'est le fil qui a la vitesse périphérique minima et c'est pour le milieu du fil que l'annulation momentanée pendant l'impulsion de cette vitesse périphérique produit la perturbation et la déformation minima.

Le tracé du plancher contient les repères d'après lesquels je dirige les impulsions pour réaliser une trajectoire elliptique quelconque donnée à l'avance.

2. *Sens de la rotation Ω et de la circulation Γ .* — La vitesse de rotation Ω du grand axe de l'ellipse dépend de la vitesse de rotation ω imposée au fil et, par suite, au cylindre C. Ces vitesses sont toujours de même signe (*fig. 9*); l'inversion de l'une entraîne l'inversion de l'autre.

Le sens de circulation Γ sur l'ellipse dépend de ω d'une façon moins stricte. Supposons le pendule lancé comme circulaire. L'oscillation plane d'abord ($\frac{b}{a} = 0$), devient peu à peu elliptique ($\frac{b}{a} > 0$) et tend finalement, à mesure qu'elles s'amortit, vers la forme circulaire ($\frac{b}{a} = 1$). En même temps, le grand axe tourne avec la vitesse Ω . De plus, à mesure que l'ellipse s'ouvre, on constate qu'elle est parcourue par le cylindre dans le sens Γ de la *fig. 9*. Ce sens persiste jusqu'à amortissement complet des oscillations qui se font alors suivant des circonférences évanouissantes parcourues avec une vitesse angulaire constante de signe contraire au signe de ω et de Ω .

Quand, gardant le même signe pour ω , on impose, au début, une oscillation elliptique avec circulation inverse de celle qui vient d'être définie, le signe de Ω n'est pas changé, mais, au lieu de croître à partir de la valeur initiale imposée, le rapport $\frac{b}{a}$ commence par décroître jusqu'à zéro, puis, croît à nouveau pour tendre définitivement vers l'unité. Quand $\frac{b}{a} = 0$, l'ellipse étant réduite à une droite, le sens de circulation change et devient, pour les ellipses ultérieures, conforme à la *fig. 9*. Le phénomène se décompose en deux phases; pendant la première, la circulation imposée que j'appellerai circulation forcée ou négative est annulée; pendant la deuxième, on retrouve le mouvement décrit à l'alinéa précédent dont j'appellerai

la circulation, circulation spontanée ou positive. Celle-ci seule dépend de ω ; elle est seule réalisée dans les paragraphes suivants, sauf au § 6.

3. *Description du phénomène.* — Le tableau suivant donne, pour les azimuts indiqués : 1° les époques t auxquelles le grand axe de l'ellipse est dans ces azimuts ; 2° les temps Δt nécessaires pour que le grand axe tourne de 30° ; 3° les vitesses de rotation Ω rapportées à la vitesse ω pendant le premier intervalle Δt ; 4° les indications n du compte-tours aux époques t ; 5° les quotients $\frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{\omega}{2\pi}$; 6° les grandeurs a et b des axes de l'ellipse et leur rapport $\frac{b}{a}$.

Azimuts	t	Δt	Ω	n	$\frac{\Delta n}{\Delta t}$	a cm	b cm	$\frac{b}{a}$
0°	0 ^m 00 ^s			985		35	2	0,06
		166 ^s	1,00		2,26			
30°	2 46			1.360		22	3	0,14
		178 ^s	0,94		2,36			
60°	5 44			1.781		15	4	0,27
		197 ^s	0,84		2,27			
90°	9 01			2.229		10	3	0,30
		211 ^s	0,79		2,32			
120°	12 32			2.721		7	3	0,43

L'ellipse de lancement est très aplatie, mais non réduite à une droite ; la circulation est dans le sens spontané. La colonne $\frac{\Delta n}{\Delta t}$ montre que la rotation imposée est uniforme à 4 0/0 près. La vitesse Ω n'est pas constante. Elle décroît à mesure que les oscillations s'amortissent ; la diminution atteint 20 0/0 en 12 minutes, la rotation totale du grand axe de l'ellipse étant de 120° . La grandeur b du petit axe de l'ellipse passe par un maximum ; mais le rapport $\frac{b}{a}$ croît constamment. On peut imposer au début une ellipse telle que b diminue en même temps que a ; mais toujours, a diminuant plus vite que b , le rapport $\frac{b}{a}$ va croissant.

4. *Relation entre ω et Ω .* — Ω variant dans le cours d'une expérience, il ne peut être question de comparer que les vitesses

moyennes réalisées avec des rotations ω différentes, entre deux azimuts donnés. Encore faut-il, pour la légitimité des comparaisons, que les ellipses de lancement soient à peu près les mêmes.

Le tableau suivant donne le résultat de trois expériences à vitesse $\frac{\omega}{2\pi}$, variable indiquée dans la première colonne. La colonne Δt indique le nombre de secondes nécessaire pour que le grand axe de l'ellipse tourne de 45° ; n est le nombre total de tours imposés pendant le temps Δt . On donne les dimensions des axes des ellipses initiale (a_0, b_0) et finale (a, b) .

$\frac{\omega}{2\pi}$	Δt	n	a_0	b_0	a	b
			cm	cm	cm	cm
2,49	255 ^s	635	34	2	18	4
5,09	123	627	30	2	16	4
6,72	92	618	32	2	15	5

Le nombre n est le même pour les trois expériences à $\frac{1}{40^e}$ près.

A la même approximation, on peut dire que Ω est proportionnel à ω . Remarquant que n diminue légèrement quand ω croît, on peut écrire $\Omega = K\omega^p$, $p < 1$. Les dernières colonnes montrent que les ellipses comparables au début par la volonté de l'expérimentateur étaient encore comparables après une diminution de leur grand axe atteignant 50 0/0 et une rotation du même axe de 45° .

5. Influence des dimensions, nature et poids du cylindre tournant.

— Je fais varier la hauteur h du cylindre tournant en prolongeant ses parois par un cylindre de papier. Je fais varier son diamètre D en le frettant, au niveau de ses bases, de deux couronnes de carton identiques servant de support à un cylindre de papier. Je maintiens son poids à la valeur unique de 1336 grammes en lestant convenablement de sable une rigole circulaire horizontale introduite à frottement dur dans le cylindre, en son milieu.

Dans les expériences ci-après, j'ai fait varier de 1 à 2 les dimensions D et h . Les valeurs de ces quantités représentées par l'unité au tableau sont celles du § 1 ($D = 118$ mm. $h = 109$ mm).

Le facteur $\frac{\omega}{2\pi}$ varie aussi à peu près du simple au double; ses valeurs sont portées dans la deuxième colonne. Je calcule et porte

dans les colonnes suivantes : 1° les aires S de la surface latérale du cylindre mesurées par les produits Dh ; 2° les vitesses linéaires V des éléments de cette surface, mesurées par les produits $D \frac{\omega}{2\pi}$; 3° les produits VS ; 4° les temps Δt nécessaires pour que le grand axe tourne de 60° ; 5° les vitesses moyennes Ω pendant ces temps, rapportées à la première d'entre elles prise pour unité.

Numéro d'ordre de l'expérience	$\frac{\omega}{2\pi}$	D	h	S	V	VS	Δt	Ω
1	2,16	1	1	1	2,16	2,16	669 ^s	1,00
2	2,22	2	1	2	4,44	8,88	396	1,69
3	2,09	1	2	2	2,09	4,18	272	2,46
4	4,58	1	2	2	4,58	9,16	160	4,18
5	4,84	1	1	1	4,84	4,84	353	1,89

Les ellipses de départ sont les mêmes, très aplaties et avec circulation positive.

Les expériences 1 et 5 où ω seul varie confirment les conclusions du paragraphe précédent

$$\Omega = K\omega^p; \quad p < 1.$$

Les groupes d'expérience 1-2, 1-3, 5-4 où S varie du simple au double donnent des rapports très variables pour les vitesses Ω . On doit comparer seulement les groupes 1-3 et 5-4 où S varie par variation de h . Quand h est doublé, Ω est plus que doublé. On peut écrire $\Omega = Kh^q$; $q > 1$. Le groupe 1-2 montre que l'augmentation de surface par augmentation de D fait croître Ω , mais moins vite que D . On peut écrire :

$$\Omega = KD^r; \quad r < 1.$$

On peut se demander si ces différentes relations se ramènent à une fonction unique du produit VS . Les groupes 2-4 et 3-5, où on a sensiblement $VS = C^*$ avec des vitesses Ω très variables montrent que cette simplification n'est pas acceptable.

Il faut écrire :

$$\Omega = K\omega^p h^q D^r \quad \text{où} \quad p < 1, \quad r < 1 \quad \text{et} \quad q > 1.$$

C'est donc la hauteur h qui a dans le phénomène l'influence prédominante. Cette conclusion a été vérifiée à part avec le même

cylindre et les valeurs successives 1, 2, 3 pour h . J'ai trouvé pour Ω les valeurs 1,0, 2,6, 4,6.

Je fais varier la nature des parois du cylindre tournant en les enduisant de colle liquide et les saupoudrant de râpures de liège. Même avec des grains de liège de 1 millimètre, on ne trouve pas de variation sensible pour la vitesse Ω .

Il va sans dire que Ω varie avec le poids du cylindre tournant. Une boîte cylindrique circulaire $D = 11$ centimètres, $h = 12$ centimètres pesant 140 grammes, pour $\frac{\omega}{2\pi} = 2,4$ donne une ellipse tournant de 90° en 2 minutes. Remplie de sable et pesant 1240 grammes, ω gardant la même valeur, elle ne donne la même rotation de l'ellipse qu'en 17 minutes. Un cylindre de papier de 32 centimètres de hauteur et 30 centimètres de diamètre pesant 50 grammes donne, au lieu d'une ellipse tournante, un polygone étoilé à trois branches indiquant, pour le plan d'oscillation, une rotation de 360° en quelques secondes.

6. *Lancement avec circulation forcée ou négative.* — D'après le § 2, le changement de signe de la circulation Γ n'entraîne pas de changement de signe pour Ω . Il reste à déterminer si et comment ce changement de signe influe sur la grandeur de Ω . Le tableau ci-dessous répond à la question. Δt est le temps nécessaire pour que l'ellipse tourne de 90° . Je donne les dimensions initiales (a_0, b_0), et finales (a, b) des ellipses. Les dimensions initiales sont seules comparables, puisque $\frac{b}{a}$ tend vers zéro pour $\Gamma < 0$, vers l'unité pour $\Gamma > 0$.

	Δt	n	$\frac{\omega}{2\pi}$	a_0	b_0	a	b
$\Gamma > 0$	609 ^s	1.513	2,48	32	5	8	3
$\Gamma < 0$	296	779	2,63	29	3	13	0

Le changement de signe de Γ a donc une grande influence sur la grandeur de Ω qui est à peu près doublé. Que Γ soit > 0 ou < 0 , Ω diminue à mesure que les oscillations s'amortissent. Mais avec $\Gamma < 0$ la valeur initiale Ω_0 est plus grande qu'avec $\Gamma > 0$.

Pour comparer l'amortissement réalisé avec les deux circulations, les nombres du tableau ci-dessus ne peuvent fournir aucun renseignement puisque les ellipses finales sont de formes très différentes.

La comparaison peut se faire pour deux ellipses très voisines de la forme circulaire. La circonférence parcourue dans le sens > 0 ne se déforme pas. Celle qui est parcourue dans le sens < 0 tend à se déformer. Je prends un oscillateur léger (boîte de fer-blanc du § 5 pesant 140 grammes), et je considère une dizaine d'oscillations seulement dans chaque cas. En 10 oscillations, soit 33 secondes, le rayon de la circonférence passe de 40 à 25 pour $\Gamma > 0$, de 40 à 16 pour $\Gamma < 0$. La circulation négative augmente l'amortissement.

7. *Discussion des causes du phénomène.* — J'assigne pour cause au phénomène qui vient d'être décrit la résistance de l'air au mouvement du pendule tournant.

Un pendule conique quelconque décrit généralement une ellipse dont les axes tournent autour de la verticale du point de suspension (1).

Appelons Ω' la vitesse de rotation de ces axes et Γ' la circulation sur cette ellipse : le signe de Γ' conditionne le signe de Ω' ; l'inversion du premier entraîne l'inversion du second. C'est là une première différence avec le phénomène qui nous occupe, où le signe de Ω dépend du signe de ω et pas du signe de Γ (§ 2).

La circulation positive seule $\Gamma > 0$ peut être considérée comme caractéristique de Ω . Or, si on considère deux pendules coniques, l'un tournant et l'autre non tournant, dont les ellipses sont parcourues dans le même sens, leurs rotations Ω et Ω' sont inverses.

Ω' est proportionnel à l'aire de l'ellipse et s'annule avec cette aire. Ω est indépendant de cette aire et a une valeur non nulle pour l'ellipse réduite à une droite. Bien plus, à partir de la valeur qu'il a pour l'ellipse d'aire nulle, Ω décroît constamment pendant que l'ellipse s'ouvre, limitant une aire de plus en plus grande.

Ω est à peu près proportionnel à ω . Ω' n'est défini que pour $\omega = 0$. Cette différence radicale empêche d'établir une comparaison numérique de quelque valeur entre Ω et Ω' . Assurément, il existe une valeur de ω , pour laquelle, à partir d'une ellipse donnée, les valeurs absolues de Ω et de Ω' seraient égales. C'est une vitesse de rotation très faible. Une ellipse d'axes $a = 41$ centimètres, $b = 2$ centimètres tourne de 30° en 2 minutes 53 secondes quand le cylindre fait 2,2

(1) Voir le *Traité de Mécanique rationnelle* de M. P. APPELL ou encore BOUSSE, *Cours de Mécanique rationnelle et expérimentale*, p. 475.

tours par seconde, en 11 minutes quand la rotation du cylindre est supprimée.

Ces différences suffisent pour séparer nettement le phénomène étudié des propriétés du pendule conique. Le fait que Ω croît avec ω , avec D et surtout h légitime l'hypothèse qu'il s'agit d'un phénomène dû à la résistance de l'air.

La faible dépendance de Ω et du poli plus ou moins parfait des parois du cylindre n'est pas un obstacle à cette conclusion si on admet que le frottement se produit entre les couches d'air respectives dont la plus voisine du cylindre lui reste adhérente.

Le pendule conique tournant se comporte comme les balles sphériques de topinambour dont il est question dans la première partie de ce travail (1).

Pendule et balles constituent un système tournant autour d'un axe principal d'inertie normal au plan osculateur à la trajectoire du centre de gravité.

La rotation étant définie de gauche à droite d'un bonhomme couché sur l'axe de rotation, la résistance de l'air produit une déviation de la trajectoire vers la droite du bonhomme qui regarde dans la direction de la vitesse du centre de gravité. La déviation s'entend par rapport à la trajectoire normale, c'est-à-dire en l'absence de rotation.

Dans la *fig. 9*, on doit considérer le diamètre 45-225 comme trajectoire $\omega = 0$. C'est ce diamètre, en effet, que décrit le pendule non tournant convenablement lancé, pourvu qu'on néglige l'influence de la rotation de la terre. Quand il tourne comme l'indique la figure 9, supposé en C_1 et allant vers O , il doit, d'après la règle du bonhomme, subir la déviation C_1C ; supposé en C_1 et allant à l'opposé de O , il doit subir la déviation $\overline{C_1C'}$. Les deux déviations concourent à ouvrir l'ellipse comme il a été constaté plus haut.

Supposons le pendule conique tournant comme il est indiqué *fig. 9* et lancé au début suivant une ellipse avec circulation négative inverse de celle représentée sur la figure. Les déviations changent de signe pour les points considérés. Au lieu de s'ouvrir, l'ellipse se ferme.

La règle s'applique en tous les points de la trajectoire et donc au voisinage du sommet de l'ellipse. *De ce chef*, le grand axe tend à croître comme le petit. Mais, la vitesse de translation est maxima

(1) Voir *J. de Phys.*, mai-juin 1916, p. 175.

au voisinage du petit axe et produit là la déviation et l'accroissement ou la diminution d'axe maxima ; $\frac{b}{a}$ tend vers l'unité si $\Gamma > 0$, vers zéro si $\Gamma < 0$.

CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DE L'ENVELOPPE DES ONDES SPHÉRIQUES ÉMISES
PAR UN MOBILE SE DÉPLAÇANT SUIVANT UNE LOI DONNÉE (1)

Par M. M. AUBERT

Considérons un point M dont les coordonnées a, b, c sont des fonctions du temps, et supposons que M, se déplaçant dans un milieu homogène et isotrope, soit à chaque instant le centre de production d'ondes sphériques Σ se propageant avec une vitesse constante V. Nous nous proposons d'étudier les propriétés à l'époque τ de l'enveloppe E des ondes émises par M dans son mouvement.

I. Soit Γ la courbe décrite par M, l'onde sphérique qui a pris naissance à l'instant t a pour équation :

$$(1) \quad \Sigma = (x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 - V^2 (\tau - t)^2 = 0.$$

E, enveloppe des ondes Σ est le lieu des cercles C intersection de Σ avec le plan P.

$$(2) \quad P = (x - a) a' + (y - b) b' + (z - c) c' - V^2 (\tau - t) = 0.$$

a', b', c' désignant les dérivées respectives de a, b, c par rapport à t .

P est perpendiculaire à la tangente MT en M à la courbe Γ .

(1) Cet article est extrait d'un long travail qui m'a été adressé du Bois Le Prêtre, où il a longtemps combattu (mai 1915 à juillet 1916), par le sergent M. AUBERT, docteur ès sciences, préparateur au Laboratoire de M. G. LIPPMANN.

Le soldat français conserve en toute occasion, avec une parfaite lucidité d'intelligence, toutes les ressources de ses facultés créatrices. Les mémoires que j'ai reçus de plusieurs de mes élèves l'établissent indubitablement ; le front d'ailleurs est un vaste laboratoire propice aux observations fécondes.

Ne suffit-il pas d'écouter le grondement du canon et de suivre les particularités acoustiques dues au sillage du projectile, en s'inspirant des vues d'Huygens, pour qu'aussitôt le problème de première approximation, résolu dans ces quelques pages, s'impose impérieusement à l'esprit.

A. G.

Si D est la distance MO de M au plan P et R , le rayon de Σ , le rayon ρ du cercle C a pour valeur :

$$(3) \quad \rho = (R^2 - D^2)^{\frac{1}{2}} = V(\tau - t) \left[1 - \frac{V^2}{v^2} \right]^{\frac{1}{2}}$$

v désignant la vitesse de M à l'époque t .

Puisque E est tangent à Σ le long de C , les normales à E le long de C sont sur un cône de révolution (γ) ayant pour axe MT et dont le demi-angle au sommet σ est tel que :

$$\sin \sigma = \frac{\rho}{R} = \left(1 - \frac{V^2}{v^2} \right)^{\frac{1}{2}}$$

σ est donc indépendant de τ et les cercles C constituent la première famille de lignes de courbure de E .

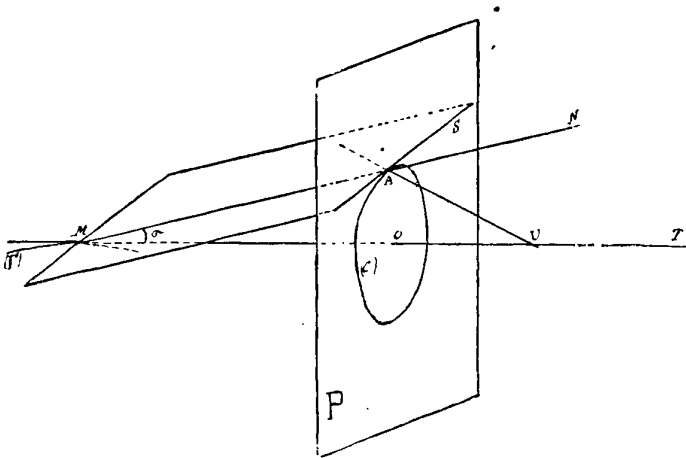


FIG. 1.

De plus, si A est un point de C (fig. 1),

$$MA = V(\tau - t)$$

et

$$\frac{d(MA)}{d\tau} = v_N = V,$$

le cône (γ) restant fixe dans l'espace lorsque τ varie et la vitesse normale de propagation v_N de E étant constante, les surfaces E qui

correspondent aux différentes valeurs de τ sont des surfaces parallèles.

REMARQUE. — Les plans tangents à E le long du cercle C enveloppent un cône de révolution (π) de sommet U et d'axe MT. Le cône (π) est supplémentaire du cône γ . Si AS est la tangente à C en A, le plan MAS est tangent à (γ) le long de MN, les cônes (γ) et (π) étant supplémentaires AU est perpendiculaire au plan MAS et par suite à AS', il en résulte que AU étant dans le plan tangent en A à E et étant normal à la tangente au cercle C qui est une ligne de courbure, AU est la tangente en A à la seconde ligne de courbure de E qui passe par ce point.

II. Calcul des coordonnées des points A et U. — Soient λ, μ, ν les cosinus directeurs de la droite MA, les coordonnées d'un point quelconque de cette droite sont de la forme :

$$x = a + \lambda\delta, \quad y = b + \mu\delta, \quad z = c + \nu\delta,$$

en écrivant que le point appartient à Σ et à P, on en déduit pour les coordonnées du point A.

$$x_a = a + \lambda V (\tau - t), \quad y_a = b + \mu V (\tau - t), \quad z_a = c + \nu V (\tau - t)$$

avec

$$\lambda^2 + \mu^2 + \nu^2 = 1,$$

et

$$(3') \quad a'\lambda + b'\mu + c'\nu = V.$$

Pour avoir les coordonnées x_u, y_u, z_u , de U prenons l'intersection du plan

$$\lambda(X - x_a) + \mu(Y - y_a) + \nu(Z - z_a) = 0,$$

perpendiculaire en A à MA avec la tangente MT,

$$\frac{X - a}{a'} = \frac{Y - b}{b'} = \frac{Z - c}{c'} = \delta_1,$$

on trouve ainsi :

$$x_u = a + a' (\tau - t), \quad y_u = b + b' (\tau - t), \quad z_u = c + c' (\tau - t).$$

On a alors pour les paramètres directeurs de AU les valeurs sui-

vantes :

$$\begin{aligned}\alpha_u &= a' - \lambda V, \\ \beta_u &= b' - \mu V, \\ \gamma_u &= c' - \nu V.\end{aligned}$$

III. Détermination de la seconde famille de lignes de courbures de E. — Soit sur E un point A' infiniment voisin de A et obtenu en faisant varier t de dt, les coordonnées de A' sont :

$$x_{A'} = a + da + (\lambda + d\lambda) V (\tau - t - dt),$$

avec deux expressions analogues pour y_{A'} et z_{A'} et par suite les paramètres directeurs de AA' sont :

$$\alpha_{AA'} = a + \lambda V (\tau - t) - \{ a + da + (\lambda + d\lambda) V (\tau - t - dt) \}$$

avec deux expressions analogues pour β_{AA'} et γ_{AA'}. AA' coïncidera avec la tangente AU à la ligne de courbure autre que C, si :

$$\frac{da - \lambda V dt + d\lambda V (\tau - t)}{a' - \lambda V} = \frac{db - \mu V dt + d\mu V (\tau - t)}{b' - \mu V} = \frac{dc - \nu V dt + d\nu V (\tau - t)}{c' - \nu V}$$

ou

$$\frac{a' - \lambda V + \frac{d\lambda}{dt} V (\tau - t)}{a' - \lambda V} = \frac{b' - \mu V + \frac{d\mu}{dt} V (\tau - t)}{b' - \mu V} = \frac{c' - \nu V + \frac{d\nu}{dt} V (\tau - t)}{c' - \nu V}$$

ce qui se réduit à :

$$\frac{\frac{d\lambda}{dt}}{a' - \lambda V} = \frac{\frac{d\mu}{dt}}{b' - \mu V} = \frac{\frac{d\nu}{dt}}{c' - \nu V} = K.$$

Multiplions les rapports respectivement par a', b' et c', on en déduit par addition :

$$K = \frac{a' \frac{d\lambda}{dt} + b' \frac{d\mu}{dt} + c' \frac{d\nu}{dt}}{v^2 - V^2},$$

mais de :

$$a'\lambda + b'\mu + c'\nu = V,$$

on tire par différenciation :

$$a' \frac{d\lambda}{dt} + b' \frac{d\mu}{dt} + c' \frac{d\nu}{dt} = -(a'\lambda + b'\mu + c'\nu)$$

où

$$a' = \frac{d^2a}{dt^2} \quad b' = \frac{d^2b}{dt^2} \quad c' = \frac{d^2c}{dt^2}$$

il en résulte pour la valeur commune K des rapports précédents :

$$K = -\frac{a'\lambda + b'\mu + c'\nu}{v^2 - V^2},$$

et les équations différentielles qui déterminent λ , μ , ν le long d'une ligne de courbure de E sont :

$$(4) \quad \frac{d\lambda}{dt} = -\frac{a' - \lambda V}{v^2 - V^2} (a'\lambda + b'\mu + c'\nu),$$

avec deux expressions analogues pour $\frac{d\mu}{dt}$ et $\frac{d\nu}{dt}$.

Comme nous avons de plus :

$$\lambda^2 + \mu^2 + \nu^2 = 1, \quad a'\lambda + b'\mu + c'\nu = V,$$

on peut exprimer μ et ν , par exemple, en fonction de λ et porter dans la première équation, les variables sont ainsi séparées.

IV. Sur la réduction à une équation de Riccati des équations différentielles relatives à la seconde famille des lignes de courbure. — Pour parvenir à ce résultat, nous utiliserons la méthode indiquée par M. Darboux (*Leçons sur la théorie générale des surfaces*, vol. I, page 30).

Puisque :

$$\lambda^2 + \mu^2 + \nu^2 = 1$$

il en résulte que si l'on regarde λ , μ , ν comme les coordonnées d'un point de l'espace, l'équation précédente représente une sphère de rayon 1 ayant pour centre l'origine. Considérons cette sphère comme une surface réglée et prenons pour variables deux quantités demeurant constantes respectivement sur les génératrices de chaque système. Ceci conduit à poser :

$$(5) \quad \lambda = \frac{1 - \alpha\beta}{\alpha - \beta} \quad \mu = i \frac{1 + \alpha\beta}{\alpha - \beta} \quad \nu = \frac{\alpha + \beta}{\alpha - \beta}$$

où

$$i = \sqrt{-1}.$$

On en déduit :

$$\frac{d\lambda}{dt} = \frac{\beta'(1 - \alpha^2) - \alpha'(1 - \beta^2)}{(\alpha - \beta)^2} \quad \frac{d\mu}{dt} = i \frac{\beta'(1 + \alpha^2) - \alpha'(1 + \beta^2)}{(\alpha - \beta)^2}$$

$$\frac{dv}{dt} = 2 \frac{\alpha\beta' - \beta\alpha'}{(\alpha - \beta)^2}$$

où

$$\beta' = \frac{d\beta}{dt} \quad \alpha' = \frac{d\alpha}{dt};$$

les équations différentielles (4) qui donnent la seconde famille de lignes de courbure deviennent :

$$(6) \quad \beta'(1 - \alpha^2) - \alpha'(1 - \beta^2) = A \{ V(1 - \alpha\beta) - a'(\alpha - \beta) \}$$

$$(7) \quad \beta'(1 + \alpha^2) - \alpha'(1 + \beta^2) = A \{ V(1 + \alpha\beta) + b'i(\alpha - \beta) \}$$

$$(8) \quad 2(\alpha\beta' - \beta\alpha') = A \{ V(\alpha + \beta) - c'(\alpha - \beta) \}$$

avec

$$A = \frac{(a' + b'i) - (a' - b'i)\alpha\beta + c'(\alpha + \beta)}{v^2 - V^2}.$$

Des relations (6) et (7), on tire par addition :

$$(9) \quad 2(\beta' - \alpha') = A \{ 2V - (a' - b'i)(\alpha - \beta) \}$$

tirant de là β' et portant dans (8), il vient après suppression du facteur commun $\alpha - \beta$,

$$(10) \quad 2\alpha' = A \{ (a' - b'i)\alpha - (V + c') \}.$$

Comme de plus :

$$a'\lambda + b'\mu + c'v = V,$$

on a :

$$(11) \quad \beta = \frac{(c' - V)\alpha + (a' + b'i)}{(a' - b'i)\alpha - (V + c')}.$$

Remplaçons β par sa valeur dans A et portons dans l'équation (10) qui devient une équation de Riccati :

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{1}{2(v^2 - V^2)} \{ \alpha^2 [(a'c' - c'a') - (b'c' - c'b') + V(a' - b'i)] - 2\alpha [c'V - (a'b' - b'a')i] + (a'c' - c'a') + (b'c' - c'b')i - V(a' + b'i) \}$$

Lorsque α est connu, on en déduit β , λ , μ , ν au moyen des relations (11) et (5).

V. Représentation paramétrique des surfaces E. — Nous avons vu que les coordonnées d'un point A de E sont :

$$x = a + \lambda V (\tau - t), \quad y = b + \mu V (\tau - t), \quad -z = c + \nu V (\tau - t),$$

si l'on tient compte des relations (5) et (11), on en tire les expressions suivantes des coordonnées d'un point A de E en fonction des deux paramètres α et t .

$$\left\{ \begin{array}{l} x = a - \frac{(c' - V) \alpha^2 + 2b'ix + (V + c')}{(a' - b'i) \alpha^2 - 2c'\alpha - (a' + b'i)} V (\tau - t), \\ y = b + i \frac{(c' - V) \alpha^2 + 2a'\alpha + (V + c')}{(a' - b'i) \alpha^2 - 2c'\alpha - (a' + b'i)} V (\tau - t), \\ z = c + \frac{(a' - b'i) \alpha^2 - 2V\alpha + (a' + b'i)}{(a' - b'i) \alpha^2 - 2c'\alpha - (a' + b'i)} V (\tau - t). \end{array} \right.$$

VI. Cercles C de rayons maximum ou minimum. — D'après (3), le rayon ρ du cercle C qui correspond à un point M de Γ a pour valeur :

$$\rho = V (\tau - t) \left(1 - \frac{V^2}{v^2} \right)^{\frac{1}{2}}$$

et par suite :

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{V}{v^3 \left(1 - \frac{v^2}{V^2} \right)^{\frac{1}{2}}} \left[V^2 (\tau - t) \frac{dv}{dt} - v^3 + V^2 \cdot v \right]$$

ρ est donc maximum ou minimum pour les valeurs des racines de :

$$(12) \quad V^2 (\tau - t) \frac{dv}{dt} - v^3 + V^2 v = 0.$$

Cherchons à interpréter géométriquement cette relation.

a) Considérons la courbe Γ_0 , lieu des centres O des cercles C, les coordonnées d'un de ses points sont :

$$x_0 = a + \frac{a'}{v^2} V^2 (\tau - t) \quad y_0 = b + \frac{b'}{v^2} V^2 (\tau - t) \quad z_0 = c + \frac{c'}{v^2} V^2 (\tau - t)$$

un calcul simple conduit à :

$$v^3 \left\{ a' \frac{dx_0}{dt} + b' \frac{dy_0}{dt} + c' \frac{dz_0}{dt} \right\} = v^3 \left\{ -V^2 (\tau - t) \frac{dv}{dt} + v^3 - V^2 \cdot v \right\}$$

si donc l'équation (12) est satisfaite :

$$a' \frac{dx_0}{dt} + b' \frac{dy_0}{dt} + c' \frac{dz_0}{dt} = 0,$$

et le plan P du cercle C maximum ou minimum contient la tangente en O à la courbe Γ_0 ;

b) Soit Δ la position du point M à l'époque $t = 0$, par exemple, désignons par e la distance de Δ au plan P, distance comptée sur Γ de Δ jusqu'en M et sur MT de M en O.

$$\begin{aligned} (\Delta M)_r &= \int_0^t v dt \\ (MO)_{M\tau} &= \frac{V^2 (\tau - t)}{v}, \end{aligned}$$

donc :

$$e = \int_0^t v dt + \frac{V^2 (\tau - t)}{v}$$

et

$$\frac{de}{dt} = v + \frac{-vV^2 - V^2 (\tau - t) \frac{dv}{dt}}{v^2} = \frac{v^3 - V^2 \cdot v - V^2 (\tau - t) \frac{dv}{dt}}{v^2}$$

$\frac{de}{dt}$ s'annule donc en même temps que $\frac{dv}{dt}$.

Les cercles dont les rayons sont maximum ou minimum sont des cercles le long desquels, en général, deux nappes de la surface E se raccordent.

CAS D'UNE TRAJECTOIRE PLANE

VII. Détermination directe d'une ligne de courbure particulière. — Lorsque la trajectoire Γ est plane, la courbe intersection de la surface E par le plan de Γ est une ligne de courbure de E. Si nous prenons pour plan xoz , le plan de Γ , la ligne de courbure considérée est l'enveloppe des cercles :

$$(x - a)^2 + (z - c)^2 = V^2 (\tau - t)^2, \quad y = 0,$$

pour avoir les coordonnées d'un point de cette ligne de courbure particulière, adjoignons l'équation dérivée :

$$(x - a) a' + (z - c) c' = V^2 (\tau - t),$$

et résolvons, il vient :

$$(13) \quad \left\{ \begin{array}{l} x = a + V (\tau - t) \frac{a'V + \varepsilon c' (v^2 - V^2)^{\frac{1}{2}}}{v^2} \\ y = 0, \\ z = c + V (\tau - t) \frac{c'V + \varepsilon a' (v^2 - V^2)^{\frac{1}{2}}}{v^2} \end{array} \right.$$

ou $\varepsilon = \pm 1$.

Si nous rapprochons la valeur de x ainsi trouvée de l'expression générale de l'abscisse d'un point de E :

$$x = a + \lambda V (\tau - t),$$

nous voyons que dans le cas où Γ est une courbe plane, nous connaissons une solution particulière des équations différentielles (4) :

$$(14) \quad \lambda_0 = \frac{a'V + \varepsilon c' (v^2 - V^2)^{\frac{1}{2}}}{v^2}.$$

VIII. Sur l'intégration de l'équation en λ . — Si nous prenons pour plan xoz le plan de Γ ,

$$(15) \quad b \equiv 0, \quad b' \equiv 0, \quad b'' \equiv 0,$$

et la relation (3') se réduit alors à :

$$(16) \quad a'\lambda + c'v = V,$$

et par suite l'équation différentielle (4) relative aux lignes de courbure devient en y remplaçant v par sa valeur tirée de (16) et en tenant compte de (15).

$$(17) \quad \frac{d\lambda}{dt} = \lambda^2 \frac{V(a''c' - c'a'')}{c'(v^2 - V^2)} + \lambda \frac{c''V^2 - a'(a''c' - c'a'')}{c'(v^2 - V^2)} - \frac{a'c''V}{c'(v^2 - V^2)}.$$

équation de Riccati réductible à une équation linéaire dont nous

connaissions une intégrale λ_0 particulière (14), si nous posons :

$$\lambda = \lambda_0 + \frac{1}{\sigma},$$

on a :

$$\frac{d\sigma}{dt} + \sigma \left\{ 2 \frac{V(a'c' - c'a')}{c'(v^2 - V^2)} \cdot \frac{a'V + b'(v^2 - V^2)^{\frac{1}{2}}}{v^2} + \frac{c'V^2 - a'(a'c' - c'a')}{c'(v^2 - V^2)} \right\} + \frac{V(a'c' - c'a')}{c'(v^2 - V^2)} = 0.$$

Dans le cas d'une trajectoire plane, les lignes de courbure se déterminent donc par des quadratures.

APPLICATION DES FORMULES PRÉCÉDENTES

IX. La courbe Γ est une droite. — Prenons cette droite pour axe Ox , on a :

$$b = b' = b'' = c = c' = c'' = 0,$$

les équations différentielles (4) en μ et ν relatives aux lignes de courbure autres que les cercles C se réduisent à :

$$\begin{aligned} \frac{d\mu}{dt} &= \frac{\mu V}{v^2 - V^2} a''\lambda, \\ \frac{d\nu}{dt} &= \frac{\nu V}{v^2 - V^2} a''\lambda, \end{aligned}$$

on en déduit :

$$\frac{\mu}{\nu} = C^{te},$$

les lignes de courbure sont dans des plans passant par Ox ; résultat évident, la surface E étant de révolution autour de Ox .

La fig. 2 donne les méridiennes des surfaces E relatives au mouvement rectiligne :

$$x = \frac{1}{f} v_0 (1 - e^{-ft})$$

pour

$$\tau = 10 \qquad \text{et} \qquad \tau = 20.$$

Dans ce mouvement où v_0 est la vitesse à l'instant $t = 0$, la résistance est proportionnelle à la vitesse,

Ces méridiennes sont définies par les relations :

$$x = \frac{V^2 (\tau - t)}{v_0 e^{-ft}} + \frac{v_0}{f} (1 - e^{-ft})$$

$$y = \pm \frac{V (\tau - t)}{v_0 e^{-ft}} \left\{ v_0^2 e^{-2ft} - V^2 \right\}^{\frac{1}{2}}$$

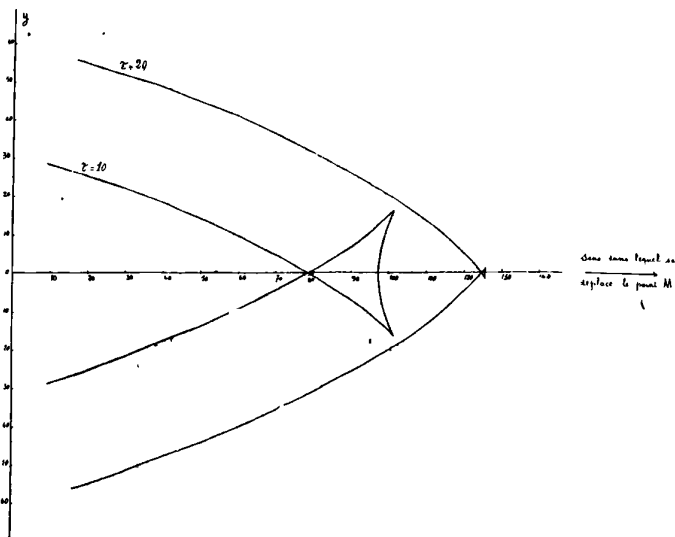


FIG. 2.

Les courbes ont été construites en prenant :

$$v_0 = 10, \quad V = 3, \quad f = \frac{1}{20}.$$

X. La courbe Γ est une parabole. — Prenons le plan de la parabole pour plan des xOz , Oz étant dirigé en sens inverse de l'accélération g de la pesanteur, si v_0 est la vitesse du mobile M à l'instant $t = 0$ et α l'angle de cette vitesse avec l'axe Ox , les coordonnées d'un point de la parabole sont :

$$a = v_0 t \cos \alpha, \quad c = v_0 t \sin \alpha - \frac{1}{2} g t^2,$$

on en déduit :

$$a' = v_0 \cos \alpha, \quad a'' = 0, \quad c' = v_0 \sin \alpha - g t, \quad c'' = -g,$$

$$v'^2 = a'^2 + c'^2 = g^2 t^2 - 2g v_0 \sin \alpha t + v_0^2,$$

et

$$v = \frac{V - \lambda v_0 \cos \alpha}{v_0 \sin \alpha - gt} \text{ en vertu de (16)}$$

et l'équation différentielle (4) relative aux lignes de courbure devient :

$$(18) \quad \frac{d\lambda}{dt} = g \frac{(v_0 \cos \alpha - \lambda V) (V - \lambda v_0 \cos \alpha)}{(g^2 t^2 - 2gv_0 t \sin \alpha + v_0^2 - V^2) (v_0 \sin \alpha - gt)},$$

ce qui peut s'écrire en séparant les variables :

$$\frac{(v_0 \cos \alpha - \lambda V) (V - \lambda v_0 \cos \alpha)}{d\lambda} = \frac{(g^2 t^2 - 2gv_0 t \sin \alpha + v_0^2 - V^2) (v_0 \sin \alpha - gt)}{g dt},$$

ou encore :

$$\frac{1}{v_0^2 \cos^2 \alpha - V^2} \left\{ \frac{V d\lambda}{\lambda V - v_0 \cos \alpha} - \frac{v_0 \cos \alpha d\lambda}{\lambda v_0 \cos \alpha - V} \right\} = \frac{1}{v_0^2 \cos^2 \alpha - V^2} \left\{ \frac{1}{2} \frac{(2g^2 t - 2gv_0 \sin \alpha) dt}{g^2 t^2 - 2gv_0 \sin \alpha + v_0^2 - V^2} - \frac{g dt}{gt - v_0 \sin \alpha} \right\}$$

l'intégration donne après suppression du facteur $v_0^2 \cos^2 \alpha - V^2$ supposé différent de zéro :

$$(19) \quad \lambda = \frac{v_0 \cos \alpha (gt - v_0 \sin \alpha) - KV (v^2 - V^2)^{\frac{1}{2}}}{V (gt - v_0 \sin \alpha) - K (v^2 - V^2)^{\frac{1}{2}} v_0 \cos \alpha}$$

où K est la constante d'intégration relative à une ligne de courbure.

Des relations

$$\lambda^2 + \mu^2 + v^2 = 1,$$

et

$$a'\lambda + c'v = V,$$

on tire en remplaçant λ par sa valeur :

$$(20) \quad \mu = \frac{(v_0^2 \cos^2 \alpha - V^2)^{\frac{1}{2}} (v^2 - V^2)^{\frac{1}{2}} (K^2 - 1)^{\frac{1}{2}}}{V (gt - v_0 \sin \alpha) - K (v^2 - V^2)^{\frac{1}{2}} v_0 \cos \alpha}$$

$$(21) \quad v = \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha - V^2}{V (gt - v_0 \sin \alpha) - K (v^2 - V^2)^{\frac{1}{2}} v_0 \cos \alpha}$$

Les coordonnées d'un point A de la surface E ont donc pour expres-

sions dans le cas où Γ est une parabole :

$$x = v_0 t \cos \alpha + V (\tau - t) \frac{v_0 \cos \alpha (gt - v_0 \sin \alpha) - KV (v^2 - V^2)^{\frac{1}{2}}}{V (gt - v_0 \sin \alpha) - K (v^2 - V^2)^{\frac{1}{2}} v_0 \cos \alpha},$$

$$y = V (\tau - t) \frac{(K^2 - 1)^{\frac{1}{2}} (v_0^2 \cos^2 \alpha - V^2)^{\frac{1}{2}} (v^2 - V^2)^{\frac{1}{2}}}{V (gt - v_0 \sin \alpha) - K (v^2 - V^2)^{\frac{1}{2}} v_0 \cos \alpha},$$

$$z = v_0 t \sin \alpha - \frac{1}{2} g t^2 + V (\tau - t) \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha - V^2}{V (gt - v_0 \sin \alpha) - K (v^2 - V^2) v_0 \cos \alpha},$$

lorsque t varie, K restant constant, A décrit une ligne de courbure de E .

Pour $K = \pm 1$, on obtient la ligne de courbure de E située dans le plan de la parabole.

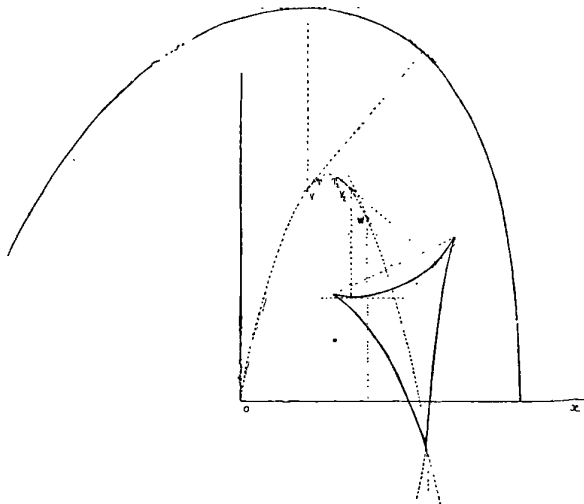


FIG. 3.

Cette ligne de courbure particulière a été construite (*fig. 3*) en supposant que :

$$v = 10^3, \quad V = 3.10^2, \quad g = 10, \quad \sin \alpha = 0,98 \quad \text{et} \quad \tau = 200$$

on a donc :

$$v \cos \alpha < V.$$

Les points V_1 ($t = 68$) et V_2 ($t = 128$) de la parabole sont ceux pour lesquels la composante de v parallèlement à Oz est égale à V , en T_1 ($t = 75,6$) et T_2 ($t = 120,4$) $v = V$ et au point W ($t = 138,2$) correspond le plan du cercle de rebroussement de la nappe intérieure.

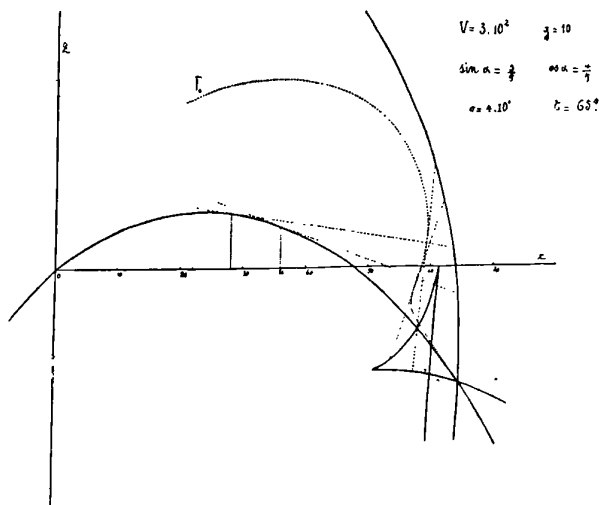


FIG. 4.

La *fig. 4* représente la même ligne de courbure lorsque

$$\begin{aligned} V &= 3 \cdot 10^2, & g &= 10, & \tau &= 65, \\ v &= 4 \cdot 10^2, & \cos \alpha &= \frac{4}{5}, \end{aligned}$$

ici

$$v \cos \alpha > V.$$

XI. Intégration de l'équation en λ lorsque $V = v_0 \cos \alpha$. — Lorsque $V = v_0 \cos \alpha$, l'équation (18) devient :

$$\frac{d\lambda}{dt} = v_0^2 \cos^2 \alpha \frac{g(\lambda - 1)^2}{(v_0 \sin \alpha - gt)^3},$$

ce qui peut s'écrire :

$$\frac{d\lambda}{(\lambda - 1)^2} = \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{2} \frac{2gd t}{(v_0 \sin \alpha - gt)^3},$$

d'où l'on déduit par intégration :

$$\lambda = \frac{(K-2)(v_0 \sin \alpha - gt)^2 + v_0^2 \cos^2 \alpha}{K(v_0 \sin \alpha - gt)^2 + v_0^2 \cos^2 \alpha},$$

qui joint aux relations :

donne : $\lambda^2 + \mu^2 + \nu^2 = 1,$ et $a'\lambda + c'\nu = V,$

et
$$\mu = \frac{2(K-1)^{\frac{1}{2}}(v_0 \sin \alpha - gt)}{K(v_0 \sin \alpha - gt)^2 + v_0^2 \cos^2 \alpha},$$

$$\nu = \frac{2v_0 \cos \alpha (v_0 \sin \alpha - gt)}{K(v_0 \sin \alpha - gt)^2 + v_0^2 \cos^2 \alpha}.$$

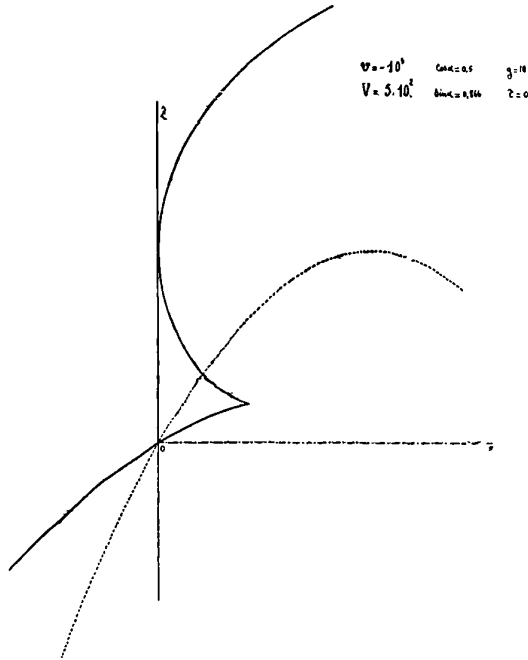


FIG. 5.

les coordonnées d'un point A de la surface E sont alors :

$$\left. \begin{aligned} x &= v_0 t \cos \alpha + V(\tau - t) \frac{(K-2)(v_0 \sin \alpha - gt)^2 + v_0^2 \cos^2 \alpha}{K(v_0 \sin \alpha - gt)^2 + v_0^2 \cos^2 \alpha}, \\ y &= V(\tau - t) \frac{2(K-1)^{\frac{1}{2}}(v_0 \sin \alpha - gt)}{K(v_0 \sin \alpha - gt)^2 + v_0^2 \cos^2 \alpha}, \\ z &= v_0 t \sin \alpha - \frac{1}{2}gt^2 + V(\tau - t) \frac{2v_0 \cos \alpha (v_0 \sin \alpha - gt)}{K(v_0 \sin \alpha - gt)^2 + v_0^2 \cos^2 \alpha}. \end{aligned} \right\}$$

Pour $K = 1$, on obtient la ligne de courbure située dans le plan de la trajectoire. La fig. 5 donne la forme de cette courbe lorsque :

$$v = 10^3, \quad V = 5 \cdot 10^2, \quad \cos \alpha = 0,5, \quad g = 10, \quad \tau = 0,$$

Puisque $a = v_0 t \cos \alpha$ et que le rayon R de Σ a pour valeur $v_0 \cos \alpha (\tau - t)$, toutes les sphères Σ sont tangentes à la droite

$$x = v_0 \tau \cos \alpha, \quad y = 0,$$

cette droite est l'axe des x dans l'exemple choisi, puisque $\tau = 0$.

XII. Lorsque la trajectoire est parabolique, les deux familles de lignes de courbure sont planes. — La première famille est formée des cercles C , montrons que la seconde famille est également constituée par des courbes planes lorsque la trajectoire est parabolique.

Les paramètres directeurs de la tangente AU en un point A d'une ligne de courbure de la seconde famille sont, comme nous l'avons vu :

$$\begin{aligned} \alpha_u &= v_0 \cos \alpha - \lambda V, \\ \beta_u &= -\mu V, \\ \gamma_u &= v_0 \sin \alpha - gt - vV, \end{aligned}$$

où l'on remplace λ, μ, v par leurs valeurs tirées des relations (19) (20) et (21).

A condition de prendre :

$$\frac{A_1}{B_1} = - \frac{V (K^2 - 1)^{\frac{1}{2}}}{K (v_0^2 \cos^2 \alpha - V^2)^{\frac{1}{2}}}$$

un calcul facile montre que :

$$A_1 (v_0 \cos \alpha - \lambda V) - B_1 \mu V \equiv 0,$$

la ligne de courbure qui correspond à la valeur K de la constante d'intégration est dans un plan ϖ parallèle au plan :

$$V (K^2 - 1)^{\frac{1}{2}} x - K (v_0^2 \cos^2 \alpha - V^2)^{\frac{1}{2}} y = 0.$$

D'après un théorème de Joachimstahl, on sait que si un plan ϖ coupe une surface suivant une de ses lignes de courbure, la surface et le plan font un angle constant tout le long de cette ligne, dans le

264 AUBERT. — ÉTUDE DE L'ENVELOPPE D'ONDES SPHÉRIQUES
 cas de la trajectoire parabolique le cos de cet angle a pour valeur le long de la ligne de courbure qui correspond à la valeur K de la constante d'intégration :

$$\cos (\varpi, E) = \frac{(K^2 - 1)^{\frac{1}{2}} v_0 \cos \alpha}{(K^2 v_0^2 \cos^2 \alpha - V^2)^{\frac{1}{2}}}$$

Le fait que les lignes de courbure sont planes s'explique facilement par la géométrie. Dans le cas de la trajectoire parabolique les coordonnées du sommet d'un cône circonscrit à E le long d'un cercle C sont :

$$\begin{aligned} x &= v_0 \tau \cos \alpha, \\ y &= 0, \\ z & \dots \dots \dots, \end{aligned}$$

le lieu des sommets des cônes circonscrits à E le long des cercles C est donc la droite δ dont les équations sont :

$$y = 0, \quad x = v_0 \tau \cos \alpha,$$

or, d'après un théorème de G. Kœnigs, les sections de E déterminées par tous les plans ϖ qui contiennent la droite δ admettent pour lignes conjuguées les courbes C de contact des cônes circonscrits avec E. Ces courbes C étant sphériques, les sections de E par les plans ϖ constituent la seconde famille de lignes de courbure de E.

D'une façon générale, toutes les surfaces E, qui correspondront à des trajectoires du point M où l'accélération est parallèle à une direction fixe, admettront deux familles de ligne de courbures planes.



SUR LES MÉLANGES DE LIQUIDES VOLATILS;

Par M. F. MICHAUD.

Un système constitué par un corps pur à l'état liquide, surmonté de sa vapeur et en équilibre avec cette vapeur, est un système monovariant. À une température déterminée, il existe une seule valeur pour la pression d'équilibre. Cette pression d'équilibre est la pression maxima de vapeur à la température considérée.

Au lieu d'un corps pur, considérons un mélange de deux liquides volatils, par exemple un mélange d'eau et d'alcool en équilibre avec la vapeur mixte; le nombre des constituants indépendants est devenu égal à deux; le système n'est plus monovariant, il est bivariant. Cela veut dire que, à une température déterminée, il y a maintenant non plus *une seule* pression d'équilibre, mais une *infinité* correspondant à toutes les concentrations possibles du mélange. On peut construire, pour une température déterminée, une courbe, en portant, en abscisse, la concentration du mélange liquide, et en ordonnée, la pression. Cette courbe est ce que nous appellerons la *courbe de pression totale* ou l'*isotherme de pression totale*. Les deux extrémités de cette courbe correspondent naturellement aux pressions maxima des deux liquides purs.

Détermination expérimentale des courbes de pression totale. — Il existe, pour déterminer la pression maxima d'une vapeur, deux méthodes que Regnault a montré être équivalentes. La première est la méthode statique qui consiste à mesurer directement la pression du système liquide-vapeur en l'introduisant, par exemple, dans la chambre d'un baromètre à mercure. La seconde, méthode dynamique, consiste à mesurer, à une pression donnée, la température d'ébullition du liquide, ou encore à mesurer, à une température déterminée, la pression au-dessous de laquelle le liquide commence à bouillir.

Les deux méthodes, statique et dynamique, sont applicables aux mélanges et permettent, par conséquent, de construire la courbe de pression totale, à une température donnée, d'un mélange de deux

liquides. La seconde a été surtout employée, mais il ne faut pas y voir d'autre raison que sa plus grande commodité. En fait, si, dans le cas des corps purs, les deux méthodes peuvent être considérées comme équivalentes, dans le cas des mélanges, la préférence doit être accordée, sans conteste, à la méthode statique.

Analysons, en effet, les phénomènes qui se produisent lorsqu'on opère par cette dernière méthode sur un mélange liquide : Au moment où l'on introduit le liquide dans la chambre barométrique, ce liquide s'évapore. La vapeur émise a généralement une composition différente de la composition du liquide. Il s'ensuit que la couche supérieure du liquide, celle qui, seule ou presque seule, a contribué à la formation de la vapeur, se trouve avoir une composition différente de la composition du liquide sous-jacent. Mais, si l'on attend quelques minutes, ce qui est d'ailleurs indispensable pour laisser les températures s'égaliser, les concentrations s'égalisent en même temps par diffusion. Il est bien certain qu'à la longue, la phase liquide devient homogène; la phase gazeuse prend alors nécessairement la composition et, par suite, la pression qui correspond exactement à l'équilibre. Ainsi, la méthode statique, pourvu qu'on attende suffisamment avant chaque mesure, est une méthode très sûre.

Avec la méthode dynamique, au contraire, on effectue les mesures lorsque le liquide est en train de bouillir, par conséquent, en dehors des conditions d'équilibre statique. Certes, si l'on agite le liquide (et l'ébullition contribue déjà beaucoup à cette agitation), les températures et les concentrations s'égalisent très vite, mais s'égalisent-elles assez vite pour que les mesures ainsi effectuées soient identiques à celles correspondant à l'équilibre statique ? Oui, peut-être, pour les températures, puisque les mesures de Regnault ont montré qu'on obtient des nombres pratiquement identiques par les méthodes statique et dynamique dans le cas où l'on opère avec des corps purs; mais pour les concentrations, l'incertitude subsiste, et c'est pourquoi, après de nombreux essais préliminaires, je me suis décidé à utiliser, pour mes mesures, la méthode statique.

L'appareil qui m'a servi est un tensimètre constitué par onze tubes de verre disposés verticalement les uns à côté des autres dans un thermostat dont deux faces opposées sont constituées par des glaces planes (*fig. 1*). Les onze tubes sont reliés à leurs extrémités inférieures par des tubes de caoutchouc à un réservoir à mercure R; les extrémités supérieures sont fermées par des bouchons en verre

rodés à l'émeri et noyés dans du mercure pour en assurer l'étanchéité.

Pour construire la courbe de pression totale d'un mélange binaire, par exemple la courbe éther-sulfure de carbone, on commence par préparer une série de onze flacons contenant : le premier de l'éther pur, le second un mélange de 9 molécules d'éther pour 1 molécule de CS_2 , le troisième un mélange de 8 molécules d'éther pour 2 molécules de CS_2 et ainsi de suite jusqu'au onzième qui contient du CS_2 pur.

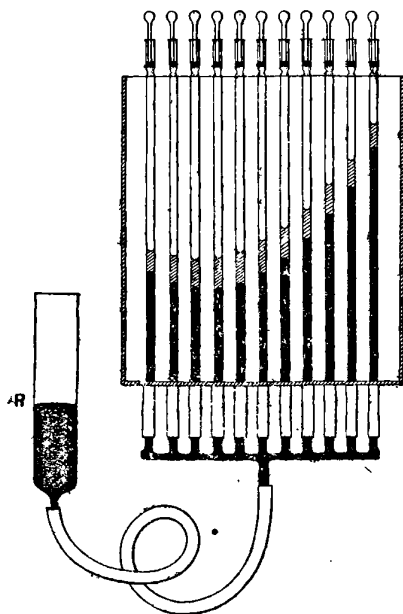


FIG. 1.

Les flacons une fois préparés, on verse dans le thermostat de l'eau à une température un peu inférieure à la température d'ébullition du liquide le plus volatil (environ 32° dans le cas actuel). On enlève les bouchons des tubes et l'on élève le réservoir à mercure R jusqu'à ce que tous les tubes soient presque complètement remplis de mercure. On verse alors dans le premier tube un peu du liquide du premier flacon, on met le bouchon et l'on rend étanche par une goutte de mercure. On continue ensuite en remplissant chaque tube avec le liquide du flacon de même numéro d'ordre. Cela fait, on

descend le réservoir R ; les niveaux s'abaissent dans les tubes et les liquides se mettent à bouillir. Au bout d'un instant, on remonte le réservoir R. Il se produit dans chaque tube une condensation, mais il reste une bulle d'air. On la chasse avec un peu du liquide avoisinant en soulevant un instant le bouchon. On répète plusieurs fois cette opération, et l'on peut ainsi chasser, bien plus énergiquement qu'à froid, l'air dissous dans les liquides. Bientôt, on observe le phénomène d'adhésion du liquide comme dans l'expérience bien connue des liquides tirés. Un léger choc sur le bouchon est nécessaire pour décoller le liquide. On peut alors laisser refroidir le thermostat. Lorsque la température devient constante, on la note, on repère au cathétomètre les niveaux du mercure dans les tubes et dans le réservoir R, et on lit la pression atmosphérique.

Il reste une correction à effectuer. Le mercure dans chaque tube est, en effet, surmonté d'une hauteur de 3 à 4 centimètres de liquide correspondant à une hauteur de quelques millimètres de mercure et, par conséquent, non négligeable. En outre, il faut tenir compte :

1° Des effets de la capillarité ;

2° De la non verticalité absolue de la glace à travers laquelle on vise ;

3° Des erreurs de réglage du cathétomètre.

Il suffit, pour effectuer d'un seul coup toutes ces corrections, de déboucher tous les tubes et de repérer tous les niveaux. La pression est alors partout la pression atmosphérique. La différence des niveaux du mercure dans un tube et dans le réservoir R donne donc immédiatement la correction correspondant à ce tube.

Les visées peuvent se faire aisément au dixième de millimètre près. On voit que, parce qu'il y a quatre lectures (à cause de la correction), l'erreur absolue totale fortuite n'atteint pas $0^{\text{mm}},5$.

Malgré toutes les précautions prises pour éliminer l'air dissous, il subsiste encore la possibilité d'une erreur systématique additive due à la présence d'un peu d'air et dont l'ordre de grandeur est difficile à estimer.

L'eau du thermostat était soigneusement agitée et sa température donnée par un thermomètre au dixième de degré permettant la mesure du cinquantième de degré. Ce thermomètre avait été comparé à un thermomètre étudié par le bureau international des Poids et Mesures.

Je donnerai plus loin quelques-uns des résultats obtenus. Je vais,

pour le moment, expliquer comment on peut mesurer les pressions partielles des deux vapeurs contenues dans la phase gazeuse.

Détermination expérimentale des courbes de pression partielle. — Les pressions partielles des deux vapeurs ne sont pas susceptibles d'une mesure directe. On mesure la composition de la vapeur mixte et on calcule les pressions partielles en assimilant le mélange à un mélange de gaz parfaits obéissant à la loi moléculaire des gaz et à la loi de Dalton.

Appelons P_1 et P_2 les deux pressions partielles à évaluer, P la pression totale mesurée au moyen de l'appareil précédemment décrit. La loi de Dalton donne l'équation :

$$(1) \quad P_1 + P_2 = P.$$

Désignons par μ_1 et μ_2 les masses moléculaires des deux vapeurs. Si la vapeur mixte contient m_1 grammes du composant 1 pour m_2 grammes du composant 2, il y a, dans un certain volume de la phase gazeuse, $\frac{m_1}{\mu_1}$ molécules du corps 1 et $\frac{m_2}{\mu_2}$ molécules du corps 2. D'après les lois d'Avogadro et de Mariotte, le rapport des nombres de molécules contenues dans un même volume est égal au rapport des pressions partielles. On est ainsi conduit à la relation :

$$(2) \quad \frac{\frac{m_1}{\mu_1}}{\frac{m_2}{\mu_2}} = \frac{P_1}{P_2}.$$

Les relations (1) et (2) permettent de calculer P_1 et P_2 . Il reste maintenant à indiquer comment on peut déterminer le rapport $\frac{m_1}{m_2}$.

J'ai essayé la méthode optique qui consiste à déduire la composition de la phase gazeuse de la mesure de son indice de réfraction. Cette méthode est très séduisante. C'est une méthode statique et, par conséquent, en un sens, très sûre, d'après ce que nous avons dit plus haut. Malheureusement, elle est très délicate et comporte, si l'on n'y prend garde, des causes d'erreurs systématiques. La vapeur sur laquelle on opère est, en effet, juste à son point de liquéfaction. La moindre différence de température peut entraîner une condensa-

tion qui change la composition de cette vapeur. Si cette condensation a lieu sur les galets de verre par lesquels passe le rayon lumineux, c'est encore beaucoup plus grave, car il se forme alors une couche liquide qui change l'indice apparent. A cause de ces difficultés, j'ai renoncé à cette méthode.

J'ai essayé aussi l'analyse chimique de la vapeur ; mais alors, les mesures sont trop imprécises. En définitive, je suis revenu à la méthode la plus simple qui consiste à condenser la vapeur. On obtient alors un distillat qui a la même composition que la vapeur mixte. On déduit la composition de ce distillat de la mesure de sa densité, comparativement avec des mélanges de composition connue.

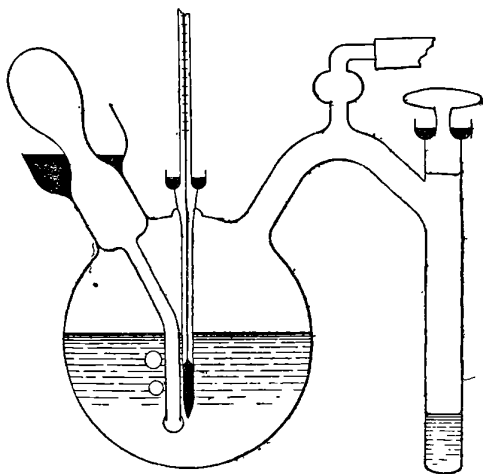


FIG. 2.

L'appareil que j'ai utilisé se compose d'une chaudière qui est un ballon sphérique en verre d'une capacité d'environ 1 litre (fig. 2). Ce ballon possède les deux orifices fermés par des bouchons rodés à l'émeri.

Le bouchon du premier orifice est solidaire d'un thermomètre. L'autre orifice, plus large, permet l'introduction du mélange liquide et le nettoyage de l'appareil. Un tube de verre jouant le rôle de cloche de Gernez sert à faciliter l'ébullition. La chaudière est reliée, par un tube de verre coudé, à un tube droit fermé par un bouchon rodé à l'émeri et noyé dans le mercure. Ce tube droit est le conden-

seur. Au tube de jonction est soudé un tube à boule relié à une trompe à eau.

Pour faire une mesure, on introduit environ un demi-litre du mélange à étudier dans la chaudière, on ferme et on chasse l'air au moyen de la trompe à eau.

La chaudière est placée dans un réservoir d'eau dont on règle la température de manière à ce que le thermomètre de la chaudière indique toujours une température voisine de celle à laquelle les mesures de pression totale correspondantes ont été faites. La composition de la vapeur émise par un mélange liquide donné change, en effet, avec la température. Pour qu'on puisse calculer les pressions partielles en combinant les deux séries de mesures, il importe donc qu'elles correspondent à une même température.

Le condenseur plonge dans un mélange réfrigérant. Pendant la distillation, on agite constamment l'appareil, de manière à maintenir l'homogénéité du liquide.

Les mesures ayant toutes été faites à la température ordinaire, il suffit d'opérer dans une salle un peu chaude pour que la température du tube de jonction soit supérieure à la température de la chaudière et, par suite, à celle de la vapeur. Toute condensation dans ce tube est donc évitée sans qu'il soit besoin de prendre des précautions particulières et la vapeur arrive dans le condenseur avec la composition qu'elle avait dans la chaudière.

Lorsqu'on a obtenu 4 ou 5 centimètres cubes de distillat, on laisse rentrer l'air dans l'appareil, on débouche le condenseur, et l'on recueille rapidement le liquide distillé avec une pipette. Ce liquide est conservé dans un petit flacon bouché à l'émeri.

Pour en déterminer la concentration, on mesure, en même temps que sa densité, les densités de trois mélanges A, B, C, de concentrations très voisines de celle que doit avoir le distillat, A un peu plus léger, C plus lourd, B de concentration juste égale à la concentration prévue par le calcul. On laisse reposer les quatre flacons (A, B, C et X, celui contenant le distillat) pendant une heure dans la cage de la balance, puis on mesure les densités en commençant par A, puis X, puis B, puis C. Ces mesures s'effectuent rapidement au moyen d'un pyknomètre. On en déduit immédiatement, par interpolation, la concentration inconnue.

Dans toutes mes expériences, les distillats étaient des mélanges de liquides de densités très différentes. Il en résulte que la con-

centration du mélange inconnu se déduisait des densités avec une grande certitude.

J'ai étudié quatorze mélanges binaires de liquides volatils purs ou saturés d'un corps solide non volatil.

Pour huit de ces mélanges j'ai déterminé, avec les appareils décrits plus haut, la courbe de pression de vapeur totale P ainsi que la composition des distillats, et calculé les pressions partielles P_1 et P_2 : mélanges d'éther et de sulfure de carbone purs ou saturés soit d'acide picrique, soit de naphthaline.

Mélanges de méthylal et de sulfure de carbone purs ou saturés soit d'acide picrique, soit de naphthaline.

Mélanges d'acétone et de sulfure de carbone purs ou saturés d'acide picrique, etc.

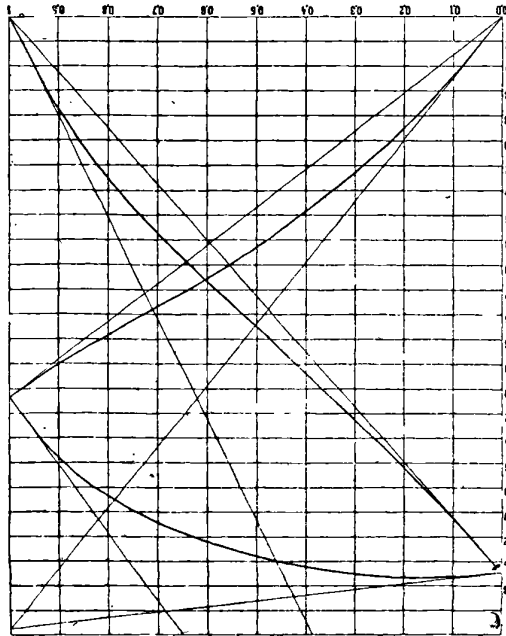


FIG. 3.

A titre d'exemple, j'ai représenté (*fig. 3*) les courbes de pression totale et de pressions partielles pour des mélanges d'éther et de sulfure de carbone ; l'abscisse exprime la fraction de molécule de

ROY. — BUREAU NATIONAL DES ÉTALONS DE WASHINGTON 273
sulfure de carbone contenu dans une molécule gramme du mélange
des deux liquides.

On trouvera tous les résultats de mes mesures et les graphiques
qui les résument, ainsi que leur interprétation thermodynamique,
dans les *Annales de Physique* pour 1916.

LES TRAVAUX DU BUREAU NATIONAL DES ÉTALONS DE WASHINGTON⁽¹⁾;

Par M. G. ROY.

Redresseurs et détecteurs de courants. — La question du redres-
sement des courants, qui touche de près à celle des détecteurs, a été
étudiée sur les appareils à gaz conducteurs; on a cherché les condi-
tions de forme, de dimension et de nature des électrodes et de densité
des gaz qui favorisent le passage du courant *dans un seul sens*. Ces
conditions peuvent être également réalisées avec des liquides con-
ducteurs, même sans employer des métaux différents : ainsi une
différence de dimension entre deux électrodes de cuivre dans une
solution de sulfate de cuivre suffit pour en faire un redresseur de cou-
rants faibles.

L'étude des *contacts redresseurs* (silice-acier, charbon-acier, tellure-
aluminium) pour de faibles courants alternatifs n'a pas conduit à
une explication parfaite du phénomène. On a reconnu cependant,
qu'en général, le sens du courant redressé est en opposition avec le
courant thermo-électrique produit par l'échauffement du contact.

On a déterminé la *sensibilité des détecteurs usuels* par deux
méthodes : 1° par variation du couplage entre l'excitateur et le
récepteur jusqu'à ce que le signal soit entendu dans un téléphone ;
2° par l'emploi d'un shunt sur le téléphone modifié jusqu'à ce qu'on
obtienne le silence. Ces détecteurs se rangent dans l'ordre suivant
d'après leur sensibilité décroissante : Audion, détecteur électroly-
tique, périkon (calchopyrite-zincite), détecteur magnétique à bande
de Marconi, périkon sans force électromotrice auxiliaire, détecteur à
vide de Fleming).

Télégraphie sans fil. — Pour obtenir des ondes constantes et faci-
lement amorties nécessaires aux mesures, on a monté sur une bobine

(1) Voir ce recueil, page 192.

transformatrice, un interrupteur vibrant sous l'influence d'un électro-aimant et plongeant dans le mercure.

On a pu mesurer l'énergie reçue au moyen d'un galvanomètre en série avec un détecteur à périkon, placé dans un circuit couplé sur l'antenne; on obtient ainsi une plus grande sensibilité que par l'emploi d'un couple thermo-électrique; mais ce galvanomètre doit être gradué au préalable avec un couple et on calcule l'intensité en admettant que les déviations sont proportionnelles au carré de celles-ci. On a reconnu ainsi que pour une station expéditrice de 10 kilowatts, employant des longueurs d'onde de 1.000 mètres à 300 milles de distance dont les deux tiers sur mer, l'énergie reçue atteignait $36,5 \cdot 10^{-8}$ watts, le rapport de l'énergie reçue à l'énergie envoyée, qui était $2,8 \cdot 10^3$ watts, était donc $1.30 \cdot 10^{-10}$.

Avec un parcours en entier sur terre, dans des conditions à peu près analogues, l'énergie reçue à 185 milles, n'était que $31.5 \cdot 10^{-8}$ watts. A 6 milles de distance, avec 2 kilowatts et une longueur d'onde de 900 mètres, au-dessus de la ville de Washington, le rapport de l'énergie reçue à l'énergie envoyée est relativement faible: $4,9 \cdot 10^{-8}$, ce qui s'expliquerait par le passage des ondes au-dessus de la ville.

Le courant dans une antenne réceptrice de 25 ohms pendant le jour serait représenté par la formule :

$$I_R = 4 \cdot 25 \frac{I_s h_1 h_2}{\lambda d} e^{-\frac{\alpha d}{\sqrt{\lambda}}}$$

ou I_R est le courant dans l'antenne réceptrice, I_s le courant expéditeur, h_1 et h_2 les hauteurs des antennes expéditrices et réceptrices en mètres, d la distance des deux stations en kilomètres α un coefficient d'absorption (0,0015) et λ la longueur d'onde en mètres.

Télégraphie et téléphonie. — L'étude mathématique des conditions de passage d'un courant variable d'un conducteur à un autre, dont les constantes électriques sont différentes, a permis de calculer les constantes des ondes réfléchies et transmises.

En particulier, si on passe d'une ligne de faible inductance et de forte capacité à une ligne (ou un récepteur) présentant des caractères inverses, le rapport $\frac{A_1}{A_3}$ de l'amplitude et par suite du potentiel de

l'onde transmise à celle de l'onde incidente est donné par la formule :

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{2 \sqrt{\frac{L_2}{C_2}}}{\sqrt{\frac{L_2}{C_2}} + \sqrt{\frac{L_1}{C_1}}}$$

il peut atteindre 4,9 c'est-à-dire que la différence de potentiel peut presque doubler (L_1 , C_1 , L_2 , C_2 se rapportent respectivement aux circuits en connexion).

Si A_2 est l'amplitude de l'onde réfléchie :

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{\sqrt{\frac{L_2}{C_2}} - \sqrt{\frac{L_1}{C_1}}}{\sqrt{\frac{L_2}{C_2}} + \sqrt{\frac{L_1}{C_1}}}$$

Arc chantant. — On a mis en évidence dans les courants à haute fréquence produits par un arc chantant trois fréquences correspondant aux trois premiers harmoniques, on obtient donc des ondes non sinusoïdales et même dissymétriques. La fréquence croît avec l'intensité du courant, lorsqu'on diminue la longueur de l'arc, la présence d'une résistance un peu importante en shunt supprime les oscillations. Un arc formé sous une pression de six atmosphères entre électrodes de mercure et de cuivre, avec une intensité de 0,2 ampères, sous 4.500 volts présente tout à fait les caractéristiques d'une très rapide étincelle de décharge et supporte facilement des shunts un peu élevés.

Décharge dans les tubes à vide. — L'étude des spectres de mélanges gazeux conduit à la loi suivante : dans le spectre d'un mélange de gaz, toutes choses égales d'autre part, le spectre du gaz, dont le poids atomique est le plus élevé, est le plus brillant. Il en résulte qu'il faut éviter la présence de métaux lourds pour obtenir des spectres purs.

La formation des spectres secondaires, en utilisant les capacités en parallèle avec les tubes de Plücker, sauf pour H et He est d'autant plus nette que les éléments donnent des acides plus forts. On a pu déterminer les conditions à remplir pour obtenir un spectre de

gaz sans lignes parasites provenant des électrodes ou inversement le spectre d'un métal, aussi dénué que possible des lignes du gaz qui l'environne. Les conditions qui favorisent la formation d'un spectre de gaz pur sont : *petite densité* de courant aux électrodes, électrodes d'Al, Cu ou Pt, disposées à une distance assez grande et emploi de la région médiane de la décharge.

Pour obtenir le spectre pur du métal des électrodes, il faut au contraire admettre une *forte densité de courant* et rapprocher les électrodes. L'oxygène serait alors le gaz le plus favorable à cause de la grande valeur de la chute cathodique et anodique de ce gaz.

L'intensité de la lumière émise par les tubes à vide et en particulier par les tubes à Helium, a été discutée dans ses relations avec le courant, le gradient du potentiel, la pression, le diamètre du tube, la fréquence, l'âge. Ce tube serait susceptible d'être employé comme étalon photométrique primaire, car dans des conditions qu'on peut reproduire à coup sûr, la relation entre l'intensité du courant et la lumière émise est déterminée.

La pureté des lignes spectrales a une grande importance en optique; en polarimétrie, il faut une grande intensité avec une pureté modérée, au contraire, une grande pureté et une intensité modérée sont les meilleures conditions à remplir en interférométrie.

On peut définir l'impureté dans une ligne spectrale d'après la largeur totale occupée par la raie et ses composantes, mais pour tenir compte des positions et des intensités relatives, on a cherché à définir la luminosité comme le carré moyen d'une erreur ou le rayon de giration en mécanique. Le centre de masse d'une raie est alors, E étant l'intensité d'une composante de longueur λ :

$$\lambda_c = \frac{\int \lambda dE}{\int dE}$$

L'impureté I devient alors :

$$I = \frac{\int (\lambda - \lambda_c)^2 dE}{\int dE}$$

et l'on considère plus spécialement l'impureté spécifique $I_s = \lambda_c$.

Par exemple, dans le système des deux raies du sodium :

$$I = (\lambda_1 - \lambda_2) \frac{\sqrt{E_1 E_2}}{E_1 + E_2} = (\lambda_1 - \lambda_2) \frac{K^{\frac{1}{2}}}{1 + K}$$

où

$$K = \frac{E_1}{E_2} = 1.6. \quad \lambda_1 - \lambda_2 = 6 \text{ U. A.}$$

$I = 2.9 \text{ U. A.}$ et l'impureté spécifique $2.9 : 5.892,5 = 0,00049$, soit environ $1 : 2.000$.

Pour une ligne simple limitée aux longueurs d'onde λ_1 et λ_2 et d'intensité uniforme, $I = \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{2\sqrt{3}} = 0,2887 \delta$ (δ étant la largeur en U. A.). La ligne verte 5.500 a une largeur 0,055 U. A., donne $I = 0,016$ et une impureté spécifique de un trois millionième. Pour une ligne ou bande dont la distribution est cosinusoidale, l'impureté est $0,217 \delta$. Les lignes normales du spectre possédant une énergie dont la distribution correspond grossièrement à la fonction $E = Ae^{-x(\lambda - \lambda_c)^2}$, $I_s = (2d)^{-\frac{1}{2}}$. Les impuretés comparées des trois types précédents à énergie égale sont dans le rapport $1 ; 0,759 ; 1,382$. Les lignes se rapprochant de la pureté idéale sont rares. Trois satellites de la ligne verte du mercure sont homogènes à $\frac{1}{5.000.000}$ près. Certaines lignes normales de l'arc, pour une intensité modérée, à la pression atmosphérique ont une impureté spécifique de $\frac{1}{500.000}$ avec une largeur de 0,05 U. A. A basse pression, les lignes normales de l'arc ont une largeur approximative de 0,006 U. A., avec une impureté spécifique de $\frac{1}{4.000.000}$. En troisième rang, se placent les lignes composées des tubes à vide, dont la largeur varie de 0,1 à 0,03 U. A. et plus. Parmi ces lignes, on en trouve pour le zinc et le cadmium dont l'impureté spécifique varie de $\frac{1}{1.000.000}$ à $\frac{1}{60.000}$.

Polarimétrie. — Dans les cas où la distribution de l'énergie spectrale de la source soi-disant monochromatique est connue, on a cherché à calculer l'erreur qui peut résulter de la distribution irrég-

gulière. Par exemple en employant la lumière du sodium, par suite de la différence d'intensité des deux raies D, la lecture doit être 0,054 fois trop grande si on admet pour la longueur d'onde éclairant les deux plages d'un polarimètre, la moyenne des deux longueurs d'onde D_1 et D_2 , cela pour le quartz ou des substances ayant une dispersion analogue. Les lignes du sodium varient d'ailleurs en intensité relative avec celle de la flamme. On a proposé comme étalon pour la spectroscopie de précision la raie verte du mercure 546.1 et mesuré la constante par laquelle il faudrait multiplier la rotation lue avec un polarimètre à lumière verte pour obtenir la valeur exacte que donnerait la lumière du sodium. Cette constante est égale à 0,850944.

Longueurs d'onde. — On a installé un appareil interférentiel à plaques argentées, et donnant la longueur d'onde relativement à celle de la ligne rouge du cadmium 6438,696 à $\frac{1}{4.000.000}$ près. On a pu ainsi déterminer la longueur d'onde de 20 raies du néon, qui semblent particulièrement convenables pour servir d'étalon en raison de leur homogénéité et de leur clarté, et de plus se trouvent dans une région où les lignes du fer ne sont pas satisfaisantes.

A cette occasion on a donné une formule permettant de calculer le changement de l'ordre d'interférence dû à la variation de la température et de la pression de l'air entre les plaques des appareils à lames argentées; cette formule est plus simple que celle de Pulfrisch, qui peut d'ailleurs s'y ramener.

$$K_1 = \left(\frac{b_1}{1 + \alpha t_1} + \frac{b_2}{1 + \alpha t_2} \right) l \left(\frac{\mu - 1}{380 \lambda} \right).$$

l est la distance entre les deux miroirs en millimètres, t_1 la température la plus basse et t_2 la température la plus élevée b_1 et b_2 la pression en millimètres de mercure aux températures t_1 et t_2 , α le coefficient de dilatation de l'air, μ son indice de réfraction à 0° à 760 millimètres et λ la longueur d'onde.

Interférences. — Un essai d'utilisation des anneaux d'interférence entre deux lames en lumière monochromatique a permis la construction de petits appareils intéressants. On a pu mettre en évidence et mesurer des phénomènes mécaniques (pressions), calorifiques, des variations de champ magnétique, l'une des lames étant

BUREAU NATIONAL DES ETALONS DE WASHINGTON 279
solidaire d'une lame de fer (téléphone), des variations d'épaisseur
du diélectrique d'un condensateur (voltmètre électrostatique).

Radiométrie. — On emploie dans les laboratoires quatre sortes d'appareils pour mesurer l'énergie radiante, tous ont été étudiés et ont subi des perfectionnements nombreux ; on ne peut indiquer celui qui est préférable, car cela dépend du genre de travail à exécuter. Il faut distinguer deux sortes de sensibilités, celle que l'on peut atteindre dans des circonstances tout à fait exceptionnelles pour une mesure particulière et la sensibilité vraie ou sensibilité de travail, qui importe le plus et que l'on peut atteindre avec des précautions usuelles dans un travail de longue haleine.

Le microradiomètre de Boys a été perfectionné en réduisant son poids et en augmentant la période d'oscillation, surtout en le plaçant dans le vide. Sa sensibilité qui n'atteint ordinairement que la moitié de celle des meilleurs bolomètres, devient comparable dans le vide à $0^{\text{mm}},1$ de pression. La pile thermoélectrique de Rubens a pu aussi être améliorée par l'emploi de fils très fins (0,06 à 0,08 millimètres de diamètre), dans le vide ; elle est à recommander pour l'étude des radiations faibles dans l'ultra-violet et l'infra-rouge, à condition d'utiliser des sources bien constantes, car elle se met en équilibre de température moins rapidement que le bolomètre. Le couple argent bismuth s'est montré trois fois plus sensible que le fer constantan. Le radiomètre de Nichols peut être rendu aussi sensible que le bolomètre, mais sa période est longue ; il a l'avantage d'être indépendant des actions magnétiques et peut être facilement protégé contre les variations de température. Enfin le bolomètre dans le vide se prête aux mesures de haute précision ; avec un galvanomètre spécial dont la sensibilité est de $2 \cdot 10^{-10}$ ampères (pour 1 millimètre sur une échelle à 1 mètre), il permet de déceler des différences de température de $4 \cdot 10^{-5}$ à $5 \cdot 10^{-6}$ degrés.

Pour effectuer les mesures sur toute l'étendue du spectre sans changer l'arrangement du spectromètre, ni la sensibilité du galvanomètre, on a eu recours avec succès à l'artifice du disque tournant sectionné.

Les spectromètres employés comprennent généralement comme appareil dispersif des prismes de fluorine dont la dispersion a été étudiée en détail pour permettre les corrections qui ramènent les observations au spectre normal.

Ces corrections sont obtenues, soit par le calcul en se basant sur des mesures d'indice, soit en étudiant directement un spectre connu tel que celui de l'hélium.

Étant en possession d'un outillage très perfectionné pour les mesures d'énergie radiante, on a étudié un grand nombre de substances, tant au point de vue de l'émission (courbe de distribution de l'énergie et courbes isochromatiques), qu'au point de vue de la réflexion et de l'absorption.

Les métaux donnent en général une courbe d'émission régulière non sélective. Les constantes des formules de radiation ont été déterminées pour un certain nombre de matières : platine, filaments de lampes à incandescence, porcelaine, etc. ; ces résultats pouvant fournir des bases pour la graduation des pyromètres optiques. Le filament Nernst et les oxydes qui le composent présentent cette particularité d'émettre des bandes aux températures peu élevées, qui disparaissent en se fondant dans un spectre continu lorsque la température s'élève. D'autres substances telles que le talc présentent toujours un spectre de bandes, il est alors difficile de parler d'un déplacement du maximum d'énergie radiante. La flamme de l'acétylène dès qu'elle atteint une épaisseur de 2 millimètres fournit un étalon de source radiante très justifié.

L'étude de l'absorption des substances cristallisées sur toute l'étendue du spectre y a fait découvrir des bandes caractéristiques de certains groupements chimiques ; on trouve ainsi une bande d'absorption à $4,6\mu$ dans tous les sulfates. En particulier, l'eau d'imbibition ou de cristallisation donne des bandes d'absorption à 1, 5 ; 2 ; 3 ; $4,75$ et 6μ . Ces deux dernières très fortes. Une couche d'eau renfermée entre deux plaques de fluorine séparées par des couches de tain, donne des bandes bien séparées sous une épaisseur de $0^{\text{mm}},00015$; une couche de $0^{\text{mm}},1$ produit une opacité complète au-dessus de 5μ , ; avec 1 millimètre l'opacité est complète au-dessus de 2μ . Une lame d'opale desséchée et placée devant la fente du spectroscopie dans une atmosphère humide montre graduellement les bandes caractéristiques de l'eau. Au contraire, les minéraux qui ne contiennent que de l'eau de constitution, tels que les micas ne présentent pas les bandes citées plus haut.

On s'est également préoccupé de rechercher à quel genre de spectre on pourrait s'adresser pour avoir un étalon radiométrique. Partant de la ligne jaune de l'hélium $\lambda = 0,5876\mu$, on a pu fixer très

exactement la place de la bande d'absorption dans l'infra-rouge de la sylvine à $3,8 \mu$ (à $1^{\circ}25'$ de la première avec un prisme de fluorine de 60°). La radiation du Bunsen ordinaire fournit une bande d'émission intense à $4,4 \mu$. On pourrait aussi choisir des bandes d'émission sélective fournies par certains oxydes sous forme de bâtonnets : l'oxyde de zirconium présente des maxima très aigus à $2,83$ et $4,3 \mu$. Les sels de différents métaux employés dans les charbons à âme donneraient de bonnes bandes d'émission près du spectre visible. L'arc au mercure donne de forts maxima à $1,014$ à $1,129 \mu$. Les spectres de transmission seraient peut-être plus maniables, ils fourniraient des étalons pour le calibrage des prismes de fluorine; le bichromate de potasse présente un maximum unique intense à $5,4 \mu$, le tétrachlorure de carbone donne une large bande d'absorption à 13μ .

Pyrométrie optique. — La discussion théorique du problème a montré qu'il fallait toujours revenir au calibrage avec le corps noir sauf à déterminer les facteurs de correction nécessaires lorsqu'on observe la surface de matériaux usuels. Toutes les lois du rayonnement ont été mises à contribution.

On a classé les différents types de pyromètres optiques et déterminé leur valeur dans chaque cas particulier ainsi que les meilleures conditions de leur emploi.

1° Estimation des couleurs à l'œil (Pouillet), les erreurs peuvent atteindre 50° ;

2° Méthodes photométriques, mesure de l'intensité photométrique d'une radiation donnée par rapport à un étalon (Becquerel), en modifiant la lumière envoyée par le corps chaud, soit au moyen d'un diaphragme iris (Le Chatelier), soit par un coin absorbant (Féry), soit par un système polarisant (Wanner); on peut aussi modifier la lumière émise par l'étalon dont on connaît la température en fonction de la puissance appliquée (Holborn-Kurlbaum, Morse);

3° Mesure du rapport des intensités de deux longueurs d'onde (Crova);

4° Détermination de la position de la limite supérieure du spectre (sans résultat précis);

5° Étude de la longueur d'onde présentant le maximum d'énergie et application de la loi de Wien ($\lambda_{\max} T = C^{te}$); ici, la loi est bien établie ainsi que les constantes d'un certain nombre de corps autres

que le radiateur complet ; mais la difficulté est de localiser λ_m par suite de la forme aplatie de la courbe de distribution de l'énergie. On n'a pas établi de pyromètre dans lesquels on mesure la grandeur l'énergie maxima en relation avec la température par la formule

$$T = C \sqrt[5]{J_{\max}} ;$$

6° Etude de la radiation totale. Cette méthode a l'avantage d'être applicable aux températures où les corps n'émettent pas encore de radiations visibles ; mais elle nécessite des mesures délicates qui sortiront difficilement des laboratoires (bolomètre de Langley, radiomètres, etc.). Le télescope thermo-électrique de Féry est basé sur ce principe ;

7° Méthodes interférentielles telle que celle de D. Berthelot basée sur la variation de l'indice de réfraction des gaz avec la température ; elle nécessite une installation compliquée, mais est en admirable concordance avec les thermomètres à gaz.

De la discussion des particularités des divers instruments il résulte, que la lunette Mesure et Noël ne donne pas une précision supérieure à 1 0/0 ; mais sa facilité d'emploi peut cependant la faire employer, à condition de considérer plutôt ses indications comme relatives. Pour les basses températures, vers 600°, les pyromètres Le Chatelier, Holborn-Kurlbaum, le télescope à miroir de Féry sont préférables ; le pyromètre de Wanner et le télescope de Féry ont leur limite supérieure à 900°. Pour beaucoup d'autres, la limite dépasse les températures obtenues industriellement et leur précision dépend de la rigueur avec laquelle les corps suivent la loi de radiation sur laquelle ils sont basés.

On n'a pas construit de pyromètre optique enregistreur, les appareils à lecture sur cadran tels que le pyromètre Féry, s'y prêteraient facilement.

Le problème le plus important de la pyrométrie optique est la connaissance des lois de radiation de corps noir et des écarts que présentent les autres corps, soit que l'on ait l'occasion de viser directement ces matières (porcelaine, filaments de lampes) ; soit que ces corps soient placés intentionnellement dans les fours (platine, oxyde de cuivre).

On a imaginé un micropyromètre permettant de déterminer la température de fusion de quantités de matière excessivement petites

0^m,001). La matière est placée sur une lame de platine chauffée électriquement, dans le vide ou dans une atmosphère d'hydrogène, on vise la substance au moyen d'un microscope et on détermine la température du platine en modifiant convenablement l'incandescence d'une lampe à filament de carbone; la puissance consommée au moment de la fusion permet de calculer la température.

On a mesuré la température de l'arc par des méthodes dépendant de l'extrapolation de la loi de Wien, et trouvé 3690° absolus au pyromètre Holborn-Kurlbaum, 3680° avec le Wanner et 3720 au pyromètre Le Chatelier. La variation de température avec l'intensité du courant semble sensible. On a eu :

I	T abs.
15 amp.	3.690° abs.
20 —	3.727 —
30 —	3.782 —

La détermination de la température de fusion d'un certain nombre de métaux dans l'hydrogène (méthode de radiation totale, loi de Stefan-Boltzmann) ou mesure d'une radiation monochromatique (loi de Wien) a donné :

Fer.....	1.505°C
Chrome.....	1.489
Calcium	1.464
Nickel.....	1.435
Manganèse.....	1.227

L'étude de la radiation du cuivre et de l'oxyde de cuivre par rapport à celle du corps noir a conduit à des formules permettant d'exprimer en température du corps noir les températures obtenues directement, on a :

$$\log e_x = \frac{14.300}{\lambda} \log \left(\frac{1}{T_x} - \frac{1}{T_0} \right),$$

pour une lumière monochromatique de longueur d'onde λ , e_x étant l'énergie émise par la substance x , T_x et T_0 la température indiquée pour le corps étudié et pour le corps noir. Pour la radiation totale, on aurait

$$E_x = 4 (\log T_x - \log T_0).$$

La détermination de la constante de radiation α dans la formule

$$\frac{E}{E_{\max}} = \left[\frac{\lambda_m}{\lambda} e^{\frac{\lambda - \lambda_m}{\lambda}} \right]^\alpha$$

a montré que, sauf pour le corps noir, α n'est pas absolument constant.

On a par exemple :

Corps noir ou radiateur complet.....	5
Charbon non traité.....	5,49
Charbon métallisé.....	5,6
Filament de carbone recouvert de silice....	7
Osmium.....	6,96
Tungstène.....	7,4 à 6,2

L'application de cette formule à la radiation solaire ne donne rien par suite de l'indécision sur λ_{\max} et de la variation considérable de α avec la longueur d'onde de (21,9 à 7,8 en passant de 0,4 à 1,2 μ).

Photométrie. — Le problème de l'équivalent lumineux de la radiation est abordé dans toute sa généralité, sans se dissimuler la difficulté d'établir des données suffisamment exactes sur les quantités qui se rapportent aux sensations physiologiques. Il convient évidemment de fixer les données pour l'œil humain moyen, des études préliminaires montrent qu'en éliminant les yeux franchement anormaux, on trouve des résultats concordants pour les autres avec une approximation suffisante.

On connaît assez bien les relations entre l'énergie radiante et la température; si on pouvait trouver une relation entre l'énergie radiante et la quantité de lumière émise, on arriverait à une expression de la quantité de lumière en fonction de la température. On a exprimé la relation entre la visibilité et les longueurs d'onde sous la forme $V = V_0 e^{-K(\lambda - \lambda_m)^2}$ pour un œil moyen, V_0 étant une constante dépendant des unités employées, λ_m la longueur d'onde pour laquelle la sensibilité de l'œil est maximum (0,511 à basse intensité (vision rouge) 0,565 à haute intensité, $K = 4,6$ aux basses intensités et 2 aux intensités élevées (vision par les cônes). Si l'intensité de l'éclairement est exprimée en mètre-candles et la radiation en watts par unité de longueur d'onde, V_0 est le nombre de candles par watt pour la longueur d'onde d'intensité maximum. En admettant pour

vraie une formule d'énergie radiante telle que $E = c_1 \lambda^{-n} e^{c_2/\lambda T}$ et multipliant par la visibilité on obtient la luminosité $L = EV$, qu'on peut essayer de calculer avec les données actuelles. Delà on peut déduire l'efficacité lumineuse ou la consommation spécifique en watts par candle, qui est le rapport entre la lumière totale émise et l'énergie radiante totale ; cette efficacité a un maxima pour une température donnée. On trouve que ce maxima $2,7 \pm 0,2 \frac{\text{candle}}{\text{watt}}$ aurait

lieu pour le corps noir à $6420 \pm 200^\circ$ abs. A cette température la lumière émise est comprise pour les 82 centièmes dans le jaune vert.

En se basant sur l'étude de la limite de variation de la longueur d'onde qui produit un changement de couleur perceptible on a établi une échelle de couleurs en longueurs d'onde.

Une étude détaillée des définitions en photométrie a conduit au système suivant ayant d'ailleurs beaucoup d'analogie avec celui qui a été proposé par M. Blondel.

Grandeurs photométriques	Syn. bo	Unité	Equations de définitions
1. Intensité lumineuse	I	Candle	$I = \frac{E}{\omega}$
2. Flux lumineux	F	Lumen	$F = I\omega = \frac{IS}{r^2} = ES = \pi Q$
3. Eclairement	E	$\frac{\text{Lumen}}{\text{cm}^2}$ ou $\frac{\text{milli-lumens}}{\text{cm}^2}$	$E = \frac{F_i}{T} = \frac{1}{r^2}$
4. Rayonnement	E'	Lux = candle-mètre	$E' = \frac{F_e}{S} = \pi b = mE$
5. Eclat ou brillance	b	$\frac{\text{candle}}{\text{m}^2}$	$b = \frac{I}{S \cos e}$
6. Quantité de lumière	Q	candles	$Q = bS$
7. Eclairage	L	lumen-heures	$L = FT$

I, b, Q, sont exprimés en candles (bougies), F_i = flux incident;
 F, E, E, — — lumens, F_e = flux émergent;
 m = coefficient de réflexion diffuse ou de transmission diffuse;
 1 — m = coefficient d'absorption.

Une collection de formules permet de résoudre facilement les problèmes usuels.

La comparaison des étalons photométriques employés dans les différents pays, laisse voir que malgré la minutie des spécifications il y a encore des différences. On propose, suivant la méthode qui a la préférence aux Etats-Unis, d'utiliser comme étalon des lampes à incandescence et d'en assurer la fixité dans tous les pays par un échange régulier de lampes entre les laboratoires.

Une discussion de la loi de Fechner, conduit à écrire, non $\frac{dS}{S} = \text{constante}$ (S étant la valeur de la sensation) mais $\frac{dS}{S} = a + be^{-T}$ a et b étant des constantes et T une fonction de S .

Une théorie géométrique des surfaces radiantes est discutée afin de déterminer l'erreur qui résulte de l'application des lois de l'inverse du carré des distances et du cosinus à des surface finies.

Enfin on a étudié dans tous leurs détails les méthodes photométriques ; en particulier les différents modes d'emploi des miroirs pour la mesure de l'intensité moyenne sphérique et hémisphérique, l'emploi des disques tournants à ouverture pour réduire l'intensité de la lumière dans des proportions connues et dans ce cas la validité de la loi de Talbot ; (elle est vérifiée pour des ouvertures allant de 288 à 40° avec une exactitude atteignant 3 0/0, moins bien pour les lumières colorées).

On s'est beaucoup préoccupé de construire des bancs photométriques permettant la mesure presque automatique des consommations spécifiques ; on emploie toujours la méthode de substitution et chaque position de l'écran par rapport à la lampe étalon est inscrite sur un papier quadrillé ; la répétition des mesures donne pour chaque lampe des points qui se groupent ensemble et permettent la fixation d'une moyenne.

La chambre photométrique totalement peinte en noir mat n'est pas aussi nécessaire qu'on pourrait le croire ; on a pu faire de bonnes mesures dans une salle à parois blanches, les lampes et le photomètre étant enfermés dans des caisses et couloirs tendus de velours noir. Il faut éviter cependant les fenêtres ouvertes à la lumière du jour, mais l'œil se trouvant dans des conditions d'éclaircement normal est très sensible et les lectures sont grandement facilitées.

Un grand nombre de résultats sont indiqués. On a cherché la cause de la diminution de la vie des lampes dépolies qui est probablement due à une température de fonctionnement plus élevée et un dépôt de charbon plus rapide.

La lampe au tungstène pourrait utilement être employée comme lampe de comparaison ; une telle lampe après des mois de travail à raison de quatre à sept heures par jour, n'a pas varié de 4 0/0.

Une étude de la lumière de l'arc au mercure au point de vue de sa coloration a montré que sa couleur portée sur un triangle de Maxwell, est à peu près complémentaire des autres sources usuelles.

Le manchon Welsbach et la lampe au tungstène sont très près de la couleur complémentaire idéale. Pour obtenir une bonne lumière blanche, il faudrait ajouter à un candle de lumière de l'arc au mercure, 0,75 candle de lumière du manchon Welsbach, 0,54 C. avec la lampe au tungstène et 0.50 C. d'une lampe à filament de carbone à 3.1 watt par bougie.

La comparaison spectro-photométrique de la lumière émise par le *Photinus pyralis*, avec une lampe à filament de carbone, dont la distribution de l'énergie spectrale est connue a donné une efficacité lumineuse de 96,5 0/0, celle de la lampe à filament de carbone étant 0,43 0/0. La lumière consiste en une bande asymétrique dans le jaune vert allant de 0,51 μ à 0,67 μ , avec un maximum à 0,57 μ .

Un colorimètre monochromatique, permet de déterminer pour une lumière quelconque, par exemple diffusée par un papier de couleur, la longueur d'onde de la teinte dominante, le pourcentage de blanc et le pouvoir réflecteur. L'analyse d'une couleur bien déterminée permet inversement de déceler un œil anormal au point de vue de la vision colorée.

Optique géométrique. — On a institué une méthode de mesure de la distance focale des lentilles convergentes basée sur l'emploi des franges circulaires des lames de Fabry et Pérot; elle consiste à mesurer le diamètre d'un anneau dont la finesse permet une grande précision. On a $F = R_r \cotg \frac{\alpha_r}{2}$ ou α_r est l'angle sous tendu au second plan principal par le diamètre de l'image du r^{me} anneau à partir du centre, en comptant zéro le point central.

En exprimant le pouvoir résolvant d'un objectif par la formule $y = a \frac{\lambda}{r}$, λ étant la longueur d'onde, r le rayon de la lentille et y l'angle de séparation ultime de deux images, on a cherché à déterminer la constante a et à établir un rapport entre a et les différents modes de définition du pouvoir résolvant.

Thermométrie. — La thermométrie théorique a fait l'objet de mémoires étendus. L'échelle des gaz ne pouvant servir d'étalon pratique pour les hautes températures, il faudrait établir d'une façon très précise les relations entre les échelles à gaz et l'échelle thermodynamique, et fixer les constantes de ces relations. On a cherché la

façon de relier l'échelle de L. Kelvin avec les échelles à volume ou pression constantes, et discuté les données actuelles sur les volumes spécifiques, la chaleur spécifique et le coefficient de dilatation des gaz. L'emploi de la loi des états correspondants permet de coordonner ces résultats. Des considérations du même ordre sont employées pour la définition du gaz idéal.

Entre 0 et 100°, on peut se servir d'un thermomètre à mercure comme étalon secondaire. Pour un verre dur, on a pu fixer la valeur du déplacement du zéro en écrivant :

$$z_0 - z_t = 0,00930t + 0,000001300t^2.$$

z_0 étant l'indication du thermomètre après un long séjour dans la glace, z_t l'indication dans la glace lorsqu'il a été porté à t° $z_0 - z_{t_{100}} = 0,106$, M. Guillaume avait trouvé $0^\circ,0997$. On a aussi étudié la vitesse de retour au zéro. D'autres études ont déterminé les meilleures conditions pour faire exactement la correction de la colonne émergente et pour tenir compte du retard des indications d'un thermomètre sur la température vraie du bain dans lequel il est plongé. Ce retard λ peut être défini de la façon suivante : si un thermomètre est immergé pendant longtemps dans un bain dont la température augmente avec une vitesse uniforme, le retard est le nombre de secondes entre l'époque où le bain atteint une température donnée et celle où le thermomètre indique cette température. La valeur de ce retard varie avec l'agitation et surtout avec le milieu dans lequel le thermomètre est plongé. Ce retard existe d'ailleurs dans les mesures faites avec des couples thermoélectriques ou des thermomètres à résistance, il est en partie dû aux galvanomètres.

L'étude des thermomètres cliniques a été l'objet de soins tout particuliers. Le bureau des étalons a joué un rôle important dans l'uniformisation des types et leur exactitude croissante en conseillant les constructeurs après l'étude des divers modèles et leur fournissant des étalons. On a ainsi réduit dans de grandes limites la proportion de thermomètres à éliminer lors des épreuves légales.

Les thermomètres à résistance de platine sont très régulièrement employés dans les laboratoires. On a vérifié l'exactitude de leurs indications entre 0 et 1100° en employant la formule de Callendar avec trois points de calibrage à $0^\circ,100^\circ$ et $444^\circ,7$ (point d'ébullition du soufre). L'influence des impuretés du platine est assez grande;

il devient alors utile de faire le calibrage avec un quatrième point (par exemple celui de la solidification de l'argent). Le thermomètre à palladium est d'accord avec celui du platine jusqu'à 600°, au-dessus il faut employer une formule du quatrième degré. Les couples thermo-électriques Pt; Pt90, Rh10 ou Pt; Pt90, Ir10 calibrés avec trois températures sont d'accord avec le thermomètre à résistance à 0°3 près.

、 Aux températures élevées le thermomètre à résistance varie graduellement et il faut le calibrer souvent; au-dessous de la température de fusion de l'argent, l'emploi des couples est moins laborieux, cette variation n'est que de quelques dixièmes de degrés pour le Pt pur; elle atteint plusieurs degrés pour le platine impur.

On a préconisé comme points fixes secondaires: la température de séparation de l'eutectique Ag Cu à 779°2 pour un mélange de 72 Ag 28 Cu, et le point Cu, oxyde de cuivre à 1063°2, le point d'ébullition du soufre est certes le mieux déterminé. On a déterminé d'autres points tels que la température de cristallisation de l'étain à 231°9 C., du cadmium 321°, du zinc 419.4, d'ébullition de la naphthaline à 218°, du benzophenone à 306°. La bibliographie de la question des pyromètres électriques comporte 138 articles (1858-1907).

Calorimétrie. — Le thermomètre à résistance a été appliqué à la calorimétrie de précision; on en a construit un modèle spécial étalonné pour les températures ordinaires, en employant comme point fixe la température de transition du sulfate de soude 32°384. On a construit deux sortes d'appareils. Dans l'un d'eux on produit un courant constant de liquide refroidi autour d'une bobine immergée dans l'enceinte, on s'arrange pour maintenir la température de ce liquide égale à celle du vase calorimétrique. L'énergie dépensée pour atteindre ce but aux différentes phases de l'opération permet de calculer la chaleur dégagée dans le calorimètre lui-même; toutes températures sont mesurées au moyen de thermomètres à résistance. La seconde méthode est la méthode habituelle à température de l'enceinte constante, cette enceinte étant constituée par un vase de Dewar.

On a mesuré ainsi la chaleur spécifique des solutions de chlorure de calcium entre -35° et $+20^{\circ}$, en fonction de la concentration, ce liquide devant être employé ultérieurement aux mesures par la première méthode.

L'emploi des couples thermoélectriques demande une correction d'après la température de la soudure froide; on s'élève contre la façon dont on la fait généralement dans l'industrie en ajoutant simplement cette température à celle qui est indiquée par l'appareil; mais on fait ainsi des erreurs assez considérables dues à ce que la force électromotrice n'est pas proportionnelle aux températures entre 0 et 100°. Il faut employer des tables à double entrée pour toutes les températures des soudures froides possibles. Cette correction peut atteindre 40°C.

Des tables de ce genre ont été dressées pour l'emploi des couples thermo-électriques à l'étude des courbes de refroidissement. On a proposé des méthodes rationnelles pour l'enregistrement autographique des températures et discuté les différentes formes des courbes obtenues en portant les temps en abscisses et en ordonnées, soit les températures elles-mêmes, soit les différences avec une température initiale, soit les vitesses de refroidissement ou l'inverse de ces quantités. Chaque cas particulier demande le choix de l'un ou l'autre de ces modes de représentation.

Enfin, signalons une série de travaux de chimie où le point de vue pratique domine. Influence de l'acétate de plomb basique sur la rotation optique du saccharose en solution aqueuse; la détermination colorimétrique du fer; l'hydrolyse de l'oxalate de soude et son influence sur les épreuves de neutralisation; la préparation de l'acide chloroplatinique par électrolyse du noir de platine; la détermination du vanadium dans les aciers; des déterminations du poids atomique de H, Cl et Br.

Enfin des études techniques telles que: la détermination du soufre dans le caoutchouc, l'influence de l'échauffement préliminaire sur la dessiccation des argiles; l'influence de la lumière du soleil sur les huiles lubrifiantes; le chauffage à l'air des huiles minérales et enfin une méthode pour déterminer la stabilité des poudres sans fumée.

**BALANCE POUR LA DÉTERMINATION RAPIDE ET SANS CALCULS DE LA DENSITÉ
DE CORPS SOLIDES ;**

Par M. JULES GASNAULT.

I

On a tiré depuis longtemps du principe d'Archimède un moyen d'évaluer rapidement la densité d'un liquide. Lorsqu'on immerge, en effet, dans des liquides de densités D_1, D_2, \dots un même corps solide, les poussées successives qu'il éprouve sont proportionnelle aux densités D_1, D_2, \dots . Tel est le point de départ de la construction d'appareils dont le type le plus courant est *la balance aréothermique de Mohr*.

Si d'ailleurs le corps solide est de densité inférieure à celle du liquide en expérience, c'est-à-dire s'il peut y flotter, le volume de la partie émergente ne dépend que de la densité du liquide et peut servir à l'évaluer ; d'où les appareils appelés *densimètres, aréomètres, alcoomètres*, etc.

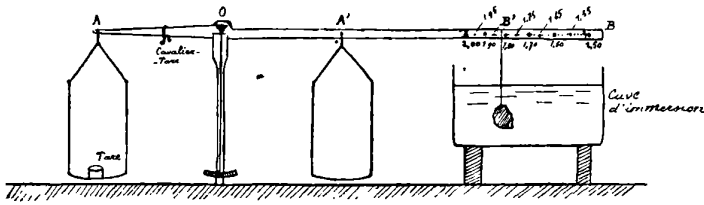
Ces instruments rendent dans l'industrie, dans le commerce et aussi dans les laboratoires, des services considérables grâce à la rapidité de leurs indications, rapidité qui n'exclut pas une exactitude suffisante dans bien des cas. Leur emploi est surtout avantageux quand il s'agit de déterminations portant sur des séries de liquides de densités voisines. Ils évitent à l'expérimentateur tout calcul numérique, toute lecture de poids marqués, opérations qui, malgré leur apparente simplicité, deviennent à la longue une cause de fatigue et par suite d'erreurs pouvant fausser gravement les résultats.

II

Il ne semble pas qu'une solution systématique du même genre ait été apportée aux mesures concernant les corps solides. Pour ceux-ci on se contente encore de suivre, dans les opérations de détermination de la densité, la définition même de celle-ci : quotient du nombre qui mesure la masse par le nombre qui mesure le volume. D'où recherche de ces deux nombres, puis calcul de leur quotient ;

toutes choses théoriquement simples, mais de durée assez longue et, comme je l'ai dit plus haut, sujettes à erreurs.

Le dispositif suivant supprime au contraire tout calcul, toute lecture de poids marqués et fournit facilement et rapidement, avec deux décimales exactes, la densité d'un solide par la simple lecture d'une graduation.



Balance à densités pour corps solides non poreux

FIG. 1.

Soit un levier AB (fig. 1) mobile autour d'un axe horizontal projeté en O . Cet axe le divise en deux bras inégaux OA et OB . Le levier a été d'ailleurs équilibré de manière que, sans porter d'autre charge que les accessoires nécessaires à son fonctionnement, il se maintienne horizontal. Le corps solide, de volume V et de densité D exerce son poids VD en un point A' du levier situé du même côté que B . On l'équilibre par une tare T s'exerçant en A . En appelant a et a' les distances OA et OA' , on a :

$$(1) \quad T \cdot a = V \cdot D \cdot a'$$

Sans toucher à la tare, immergeons maintenant le corps solide dans un liquide de densité d inférieure à celle D du solide. La force qu'exerce celui-ci sur le levier est $V \times D - V \times d$ et, pour faire équilibre à la tare, on doit suspendre le corps en un point B' , tel que, en appelant b' la distance OB' , on ait :

$$(2) \quad T \cdot a = V (D - d) \cdot b',$$

d'où en divisant les relations (2) et (1) membre à membre.

$$(D - d) b' = D \cdot a',$$

ou

$$(3) \quad b' = a' \times \frac{D}{D - d},$$

ce qui peut aussi s'écrire :

$$(4) \quad D = d \frac{b'}{b' - a'}$$

Autrement dit : à chaque distance OB' mesurée sur le levier correspond une densité D et une seule. On pourra donc, en se donnant la longueur a' et la densité d du liquide, calculer à l'avance : soit les densités D correspondant aux différentes positions du point B' , soit mieux les positions du point B' correspondant aux diverses densités. La graduation ne dépend pas du volume plus ou moins grand de l'échantillon sur lequel on expérimente.

Supposons par exemple une substance naturelle dont la densité soit susceptible de varier entre les valeurs 1,50 et 2,00 (suivant son degré de pureté, les circonstances ayant accompagné sa formation, etc.).

Si cette substance est insoluble dans l'eau, nous pourrions faire choix de ce liquide et faire $d = 1$. Fixons à 8 centimètres la valeur de a' , les positions extrêmes du point B' seront :

pour $D = 1,50$	$OB' = 24$ centimètres
$D = 2,00$	$OB' = 16$ —

Nous aurons donc à partager une longueur $24-16 = 8$ centimètres en 50 intervalles par 49 traits auxquels correspondront, en commençant par la droite, les densités 1,51 ; 1,52 ; 1,53 ; ... 1,99. Ces traits ne sont d'ailleurs pas équidistants, le trait correspondant à la densité 1,51 sera à la distance $OB' = 8 \times \frac{151}{51} = 23^{\text{cm}},69$ il sera donc séparé du trait 1,50 par un intervalle de $0^{\text{cm}},31$, tandis que le trait 1,99 sera à la distance $OB' = 8 \times \frac{199}{99} = 16^{\text{cm}},08$ et ne sera séparé du trait 2,00 que par une distance de $0^{\text{cm}},08$, soit moins d'un millimètre. La sensibilité de l'appareil est donc de moins en moins grande quand l'échantillon sur lequel on expérimente a une densité de plus en plus voisine du maximum possible. Mais pareil inconvénient existe, on le sait, pour les alcoomètres dont les divisions vont en se resserrant au fur et à mesure que la richesse du liquide en alcool se rapproche de 100 0/0. D'ailleurs des traits situés à 1 millimètre environ les uns des autres restent très suffisamment distincts pour qu'on puisse effectuer la lecture sans ambiguïté.

Il faut remarquer du reste que l'écart des densités extrêmes de l'exemple précédent (1,50 à 2,00) ne se rencontre guère dans les différents échantillons d'une même substance naturelle et que, pour un intervalle de moindre envergure (1,80 à 2,00 par exemple) on pourra toujours, sans exagérer la longueur du levier, obtenir une graduation à intervalles suffisamment longs. En appelant en effet ΔD un accroissement de la densité et $\Delta b'$ l'accroissement correspondant de la longueur OB' on a, d'après (3) :

$$\Delta b' = - \Delta D \times \frac{a' \cdot d}{(D - d)^2},$$

égalité qui montre que $\Delta b'$ qui est de signe contraire à ΔD est d'autant plus grand en valeur absolue que la densité d du liquide est plus forte. La longueur des intervalles de la graduation croîtra donc avec cette densité d , laquelle, bien entendu, ne devra jamais cependant atteindre la valeur minima de D , puisqu'alors OB' deviendrait infini, la poussée étant égale au poids du corps.

Enfin, sans changer le levier, ni le liquide il est facile de voir que l'on peut, en déplaçant le point A' en lequel on équilibre le corps dans l'air, étendre les limites des densités susceptibles d'être mesurées par le même appareil.

Un appareil d'essai, basé sur les considérations précédentes, a déjà permis de faire un grand nombre d'expériences et, quoique grossièrement construit, a donné, pour des séries d'échantillons solides dont la densité variait de 1,30 à 1,60, des résultats remarquablement concordants avec ceux que donne la méthode généralement usitée dite « méthode de la balance hydrostatique ».

C'est un petit trébuchet de laboratoire pouvant peser 100 grammes environ à un centigramme près. Le fléau a été prolongé, du côté droit, par une barre plate d'aluminium sur laquelle est inscrite la graduation. Une cuve rectangulaire remplie d'eau s'étend sous la partie graduée du levier, le bras gauche porte à son extrémité un plateau destiné à recevoir la tare et dont le poids contribue à l'équilibre, établi une fois pour toutes, de l'appareil vide.

Sur le bras droit du levier se déplace un système de suspension très léger destiné à soutenir dans l'air et dans l'eau l'échantillon en expérience. C'est un fil aussi fin et aussi léger que possible portant en haut une boucle qui embrasse le levier et peut glisser tout le long de la graduation. Au bas du fil est une aiguille fine et courte que l'on

peut piquer dans le solide quand il n'a pas une trop grande dureté, ce qui est un moyen commode de le suspendre. Sinon on le fixe par un nœud coulant.

L'échantillon étant suspendu en A' on le tare sur le plateau de gauche. On emploie pour cela avec avantage des poids marqués sans qu'il soit nécessaire du reste d'employer des poids plus petits que le gramme ; on achève en effet beaucoup plus rapidement l'équilibre au moyen d'un petit cavalier pesant environ 1 gramme et qu'on fait glisser sur le bras gauche du levier.

La tare ainsi établie, il ne reste qu'à faire glisser le fil le long du levier de manière à immerger le corps en rétablissant l'équilibre. La densité est inscrite au point ainsi trouvé.

La durée totale d'une expérience ne dépasse pas deux minutes.

La critique de principe la plus grave qu'on peut faire à cette méthode de détermination est la suivante : le système de suspension (fil et aiguille) est pesant et, comme il n'occupe pas une place fixe dans l'appareil, le moment de son poids par rapport à l'axe O est variable d'une expérience à l'autre.

Mais il faut songer que ce poids, qui est d'environ $0^{\text{re}},03$, est extrêmement faible vis-à-vis de celui de l'échantillon qui est de l'ordre de 20 grammes. Du reste la concordance très satisfaisante signalée plus haut entre les résultats donnés par l'appareil et ceux donnés par la méthode de la balance hydrostatique montre bien que la variation du moment de ce poids si faible peut être légitimement négligée.

Cette même critique a une portée singulièrement plus grande quand la nature physique de l'échantillon rend impossible l'emploi du système de suspension précédent et nécessite l'emploi d'un support dont le poids n'est plus négligeable. C'est par exemple le cas des substances poreuses. Certaines roches la craie par exemple, sont ainsi constituées. Or, si l'on vient à immerger dans l'eau un morceau de craie, on voit s'en échapper des bulles, qui, chassées par le liquide, montent à la surface. Si bien que la poussée du liquide devient de plus en plus faible jusqu'à ce que tout dégagement gazeux ayant cessé, elle se fixe à une valeur minima.

Autrement dit, sitôt le morceau de craie immergé, il marche de l'état A (solide + air inclus) vers l'état B plus dense (solide + liquide inclus). Rien ne prouve d'ailleurs que cet état B puisse être rigoureusement atteint. Car, s'il est vrai qu'en attendant suffisamment longtemps, le dégagement des bulles finit par cesser, il n'en subsiste

pas moins un doute sur la pénétration plus ou moins complète du liquide et l'absence absolue de gaz à l'intérieur de l'édifice. Mais admettons même qu'il en soit ainsi. La mesure de la poussée minima conduira à la détermination de la densité du squelette solide de la substance poreuse et non de celle de l'édifice primitif, qui est pratiquement la seule intéressante.

C'est en vue d'annuler l'effet de ce dégagement gazeux et de mesurer la poussée avec la même exactitude que s'il n'avait pas lieu que j'ai imaginé le dispositif suivant :

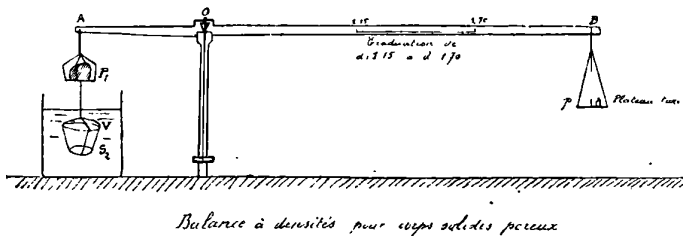


FIG. 2.

Un plateau circulaire S (*fig. 2*), taillé dans une lame mince d'aluminium et percé de trous de manière à ce qu'il soit le plus léger possible, est supporté par trois tiges fines du même métal. Ces trois tiges viennent se réunir au-dessus du centre de S en encastrant par trois replis le bord du verre de montre V concave vers le bas et un peu plus large que S.

Ce verre de montre forme ainsi toiture au-dessus du plateau. Si on immerge alors sur le plateau S un corps poreux, les bulles d'air qui s'en échappent sont arrêtées par le verre de montre et la diminution de poussée est, à tout instant, exactement compensée par l'effort qu'elles exercent, de bas en haut, contre le verre de montre.

En somme, grâce à ce dispositif, l'édifice primitif A (corps solide + air inclus) change de forme et non de volume. La poussée que lui imprime le liquide reste constamment la même.

L'emploi de la méthode classique de la balance hydrostatique devient dès lors possible pour les corps poreux.

Malheureusement on ne peut adapter à l'appareil décrit au § 2 le système de suspension précédent. Le plateau S et le verre de montre, même immergé ont un poids apparent qui est de l'ordre de celui de l'échantillon en expérience, et les variations du moment de ce poids

apparent ne sont plus négligeables comme dans le cas du fil et de l'aiguille.

III

La manière la plus élégante de tourner la difficulté serait évidemment de rendre nul le poids apparent de l'appareil de suspension. L'appareil décrit au § 2 resterait alors inutilisable pour les corps poreux. Mais on peut aussi utiliser le système suivant qui est, pour ainsi dire, la réciproque du premier en ce sens que le corps en expérience occupe une place fixe sur le levier, tandis que c'est la tare qui se déplace.

Un plateau aérien P est accroché à l'extrémité A du levier AOB.

Au-dessous de P est suspendu le plateau S immergé, ainsi que le verre de montre, dans le liquide. L'axe O du levier le partage, comme plus haut, en deux parties inégales OA et OB, OA étant plus petit que OB (*fig. 2*).

La construction est d'ailleurs faite de manière que le levier se maintienne horizontal quand il porte seulement, accroché en A, le système de suspension partiellement immergé.

On place le corps de masse VD sur le plateau P et on l'équilibre par une tare accrochée au point B. Cette tare est constituée par un petit plateau *p* très léger sur lequel on ajoute dans chaque expérience de petites masses supplémentaires (par exemple des subdivisions de gramme) nécessaires pour constituer avec *p* la tare T d'équilibre. On a ainsi en appelant *a* la distance AO et *b* la distance OB.

$$(1') \quad Tb = VD \cdot a.$$

On immerge alors le corps en le plaçant rapidement sur S. La force qu'il exerce au point A est $V(D-d)$, l'équilibre est rompu, on le rétablit en amenant *p* au point B' à distance *b'* du point O. On a alors :

$$(2') \quad T \times b' = V(D-d) \cdot a,$$

d'où en éliminant T et V

$$(3') \quad b' = b \cdot \frac{D-d}{D},$$

ce qui peut s'écrire :

$$(4') \quad D = d \cdot \frac{b}{b-b'}.$$

Les mêmes remarques s'imposent que dans le cas du premier appareil: b' ne dépend que de la densité d du liquide, du choix de $OB = b$ et de la densité D du solide en expérience, autrement dit, pour un appareil et un liquide donnés, on obtient pour chaque valeur de D une valeur de OB' et une seule.

En différentiant (3') on obtient :

$$\frac{\Delta b'}{\Delta D} = b \cdot \frac{d}{D^2}.$$

on voit que les divisions de la graduation iront en se resserrant quand la densité D augmentera, mais qu'on pourra les obtenir d'autant plus espacées que b sera plus grand.

Ce second appareil a été construit comme le premier et donne des résultats tout aussi satisfaisants.

IV

Le but que je me suis proposé n'est donc pas, comme on l'a pu voir, de déterminer la densité d'un corps solide quelconque avec toute la précision qu'on peut attendre des méthodes classiques, quand elles sont applicables. Les appareils décrits ne visent qu'à donner la valeur probable de la deuxième décimale, sur laquelle sont sans effet les causes d'erreur volontairement négligées et notamment les légères variations de la température.

Ils ne visent pas non plus à donner toute la série des densités de la matière solide; chacun est destiné à être utilisé entre certaines limites, de même qu'un densimètre ne peut servir pour tous les liquides, mais pour ceux-là seulement dont les densités sont comprises entre les nombres extrêmes de sa graduation.

Il appartiendra donc à tout expérimentateur de renseigner le constructeur sur la nature des solides qu'il se propose d'étudier et sur les densités extrêmes. Ceci de manière que l'appareil puisse être construit dans les meilleures conditions de sensibilité et donner rapidement et sans erreurs les résultats qu'on est en droit d'en attendre.

TABLE PAR NOMS D'AUTEURS

DES MATIÈRES CONTENUES DANS LE TOME VI

DE LA 5^e SÉRIE

Les titres des mémoires sont donnés en abrégé. Le premier nombre inscrit à la suite de chaque Mémoire indique le volume; le second désigne la page.

- A. E. F. — Commission des unités et notations, VI, 80.
- AUBERT (M.). — Contribution à l'étude de l'enveloppe des ondes sphériques émises par un mobile se déplaçant suivant une loi donnée, VI, 248.
- BEKIER (E.), voir BRUNER (L.).
- BISKE (Félix). — Recherche sur la forme à donner aux traits d'un réseau plan pour obtenir un spectre de diffraction intense, VI, 150.
- BOGULAWSKI (S.). — Contribution à la théorie des diélectriques, VI, 77.
- BOLL (Marcel) et MALLET (Lucien). — Données pratiques sur l'ampoule de Coolidge, VI, 169.
- BROGLIE (M. de). — La spectrographie des phénomènes d'absorption des rayons X, VI, 161; — Spectrographie des rayons de Röntgen par la méthode des rayons secondaires, VI, 227.
- BRUNER (L.) et BEKIER (E.). — Expériences sur l'effet des décharges électriques dans l'hélium sur l'émanation, VI, 72.
- BUCHWALD (Eberhard). — Recherches expérimentales sur la diffraction de la lumière par les réseaux dans l'espace, VI, 70.
- CARRIÈRE (Z.). — Influence de la résistance de l'air sur la trajectoire des projectiles légers en rotation VI, 175; — Influence de la résistance de l'air sur la translation des mobiles animés d'un mouvement de rotation, VI, 237.
- CHÉNEVEAU (C.). — Balance pour la détermination rapide des densités de corps liquides et solides VI, 103.
- COLARDEAU (E.) et RICHARD (J.). — Sur la stéréoscopie pseudoscopique, VI, 81.
- DEHLINGER (W.). — Dispersion infrarouge des cristaux diatomiques, VI, 69.
- EWALD. — Jauge en verre pour le vide extrême, VI, 76.
- FABRY (Ch.). — Remarques sur la température d'équilibre d'un corps exposé à un rayonnement, VI, 207.
- FÉRY (Ch.). — Théorie de l'accumulateur au plomb, VI, 21; — Théorie et fonctionnement physique de l'accumulateur au plomb, VI, 187.
- FORSTERLING (K.). — Propagation de la lumière dans les milieux hétérogènes, VI, 68.
- FOVEAU de COURMELLES (Docteur). — Essai sur les principes de localisation des projectiles, VI, 92.
- FREUNDLICH (H.), NEUMANN (W.) et KAEMPFER (H.). — Effet de la présence de substances étrangères sur l'absorption de l'uranium X, VI, 158.

- GARBASSO (A.). — Considérations théoriques sur l'analogie électrique du phénomène Zeeman, VI, 150.
- GASNAULT (Jules). — Balances pour la détermination rapide et sans calculs de la densité, VI, 290.
- GEHRCKE (E.). — Modèle pour l'explication de l'émission de la lumière, VI, 70.
- GOUY (G.). — Sur les phénomènes magnéto-anodiques, VI, 221.
- GRIPENBERG (W.-S.). — Sur la profondeur de l'action de la lumière à l'intérieur du sélénium, VI, 143.
- GUILLET (A.). — Sur une représentation cinématique de la fonction harmonique exponentiellement amortie ; application à la théorie des phénomènes comportant une telle loi, VI, 47 ; — La surface d'onde caractéristique du cristal d'Islande, VI, 129.
- HAHN (O.) et MEITNER (L.). — Sur l'Uranium Y, VI, 71.
- HARTMANN (L.). — Expérience sur le choc élastique, VI, 218.
- HAUER (F. v.) et KOWALSKI (J. v.). — Sur la photométrie des phénomènes de luminescence, VI, 153.
- HILLERS (Wilhelm). — Addition à une remarque sur la relation entre la formation du mirage triple de Vinci et la distribution de la température, VI, 148 ; — Recherches expérimentales sur le mirage triple de Vinci, VI, 149.
- HOFFMANN (G.). — Application du condensateur de Thomson à la mesure absolue des capacités par la méthode d'influence, VI, 159.
- HOLM (Ragnar). — Théorie de la décharge lumineuse, VI, 74.
- HUBER (M.-T.) et FUCHS (S.). — Répartition des tensions électriques dans deux cylindres reposant l'un sur l'autre, VI, 148.
- ISHIWARA (J.). — Fondements d'une théorie électromagnétique relativiste de la gravitation, VI, 143.
- JAFFE (Georges). — Sur la courbe de saturation relative à l'ionisation par les rayons α , VI, 154.
- KAEMPFFER (H.), voir FREUNDLICH (H.),
- KENT (Norton A.). — Sur quelques doublets du lithium, VI, 152.
- KERN (John). — Problème des figures d'interférence d'un réseau linéaire, VI, 70.
- KLEINHANN (K.). — Relation entre la plasticité du sel gemme et le milieu ambiant, VI, 160.
- KOVARIK (Alois f.) et Mc KEEHAN (Louis W.). — Mesure de l'absorption et de la réflexion des particules par numération directe, VI, 155.
- KOWALSKI (Joseph v.). — La décharge annulaire sans électrodes dans la vapeur de mercure, VI, 73.
- KOWALSKI (J. v.), voir HAUER (F. v.).
- KRUTKOW (G.). — Remarque sur la note de M. Wolfke, VI, 149.
- LANGMUIR (Srwing). — Émission d'électrons par les métaux incandescents dans un vide élevé, VI, 153.
- LAUB (J.). — Phénomènes caractéristiques obtenus en faisant tomber sur les bords d'une fente un faisceau de rayons de Röntgen, VI, 70.
- LEDOC (A.). — Sur le rapport γ des deux chaleurs spécifiques principales des gaz et des vapeurs, VI, 5.
- LINDEMANN (R.), voir SCHULZE (G.).
- MACHE (H.). — Un appareil simple pour la démonstration des expériences de Wilson, VI, 80.
- MALLET (Lucien), voir BOLL (Marcel).
- MARAGE (M.). — Contribution à l'étude du sens de l'ouïe. — Surdités vraies et simulées consécutives à des blessures de guerre, VI, 29.
- MARCKWALD (W.). — Expériences sur la désintégration de l'émanation du radium dans une atmosphère d'hélium, VI, 156.
- Mc KEEHAN (Louis-W.), voir KOVARIK (Alois f.).
- MECKLENBURG (Werner) et VALENTINER (Siegfried). — Sur la relation entre la fluorescence et la concentration, VI, 78.
- MEITNER (L.), voir HAHN (O.).
- MESLIN (Georges). — Sur la projection de l'expérience de Monge, VI, 44.
- MICHAUD (F.). — Sur les mélanges de liquides volatils, VI, 265.
- MIKOLA (S.). — Mouvements d'origine

- électrique dans les lames liquides, VI, 68.
- NEUMANN (W.), voir FREUNDLICH (H.).
- OLLIVE (F.). — Sur les forces électromotrices de polarisation, VI, 124.
- PECZALSKI (Thadée). — Rendement lumineux et loi de rayonnement intégral, VI, 110.
- RICHARD (J.), voir COLARDEAU (E.).
- ROY (G.). — Le Bureau National des Étalons de Washington, VI, 192 ; — Le Bureau National des Étalons de Washington (*suite et fin*), VI, 272.
- SCHMIDT (K.-G.-F.). — Le problème de la propagation des ondes électriques, VI, 67.
- SCHULZE (G.) et LINDEMANN (R.). — Sur l'influence de la capacité électrostatique, VI, 76.
- STARK (J.). — Vitesse intratomique et vitesse de vibration lumineuse des électrons de séries, VI, 69.
- STRUTT (R.-J.). — La luminosité résiduelle de la décharge électrique dans les mélanges d'azote et d'oxygène, VI, 79.
- THE SVEDBERG. — Sur les fluctuations du rayonnement α émis par une solution radioactive, VI, 157 ; — Arc ondulatoire dans les liquides, VI, 159.
- VALENTINER (Siegfried), voir MECKLENBURG (Werner).
- WOLFKE (M.). — Quelle formule de rayonnement résulte de l'hypothèse des atomes de lumière, VI, 149 ; — Réponse à la remarque de M. Krutkow, VI, 149.
- WOOD (R.-W.). — Remarque sur le rapport des intensités des raies du sodium, VI, 152.
- WULF (Th.). — Électromètre unifilaire, VI, 75.

FIN DE LA TABLE PAR NOMS D'AUTEURS

TABLE ANALYTIQUE DES MATIÈRES

DU TOME VI DE LA 5^e SÉRIE.

Généralités. — Métrologie. — Mécanique et pesanteur.

DENSITÉS. — *Chêneveau*. Balance pour la détermination rapide des densités de corps liquides et solides, VI, 103. — *Gasnault*. Balance pour la détermination rapide et sans calculs de la densité des corps solides, VI, 290.

MÉTROLOGIE. — *A. E. F.* Commission des unités et notations, VI, 80.

MÉCANIQUE VIBRATOIRE. — *Guillet*. Sur une représentation cinématique de la fonction harmonique exponentiellement amortie; application à la théorie des phénomènes comportant une telle loi, VI, 47.

GRAVITATION. — *Ishiwara*. Fondements d'une théorie électromagnétique relativiste de la gravitation, VI, 143.

AÉRODYNAMIQUE. — *Carrière*. Influence de la résistance de l'air sur la trajectoire des projectiles légers en rotation, VI, 175; Influence de la résistance de l'air sur la translation des mobiles animés d'un mouvement de rotation, VI, 237.

TECHNIQUE DE LABORATOIRE. — *Ewald*. Jauge en verre pour le vide extrême, VI, 76.

Physique moléculaire.

PROPRIÉTÉS DES SOLIDES. — — *Kleinhanns*. Relation entre la plasticité du sel gemme et le milieu ambiant, VI, 160.

ÉLASTICITÉ DES SOLIDES. — *Huber et Fuchs*. Répartition des tensions élastiques dans deux cylindres reposant l'un sur l'autre, VI, 148. — *Hartmann*. Expérience sur le choc élastique, VI, 218.

Chaleur et Thermodynamique.

THERMODYNAMIQUE. — *Leduc*. Sur le rapport des deux chaleurs spécifiques principales des gaz et des vapeurs, VI, 5.

Physico-Chimie.

THERMODYNAMIQUE DES MÉLANGES. — *Michaud*. Sur les mélanges de liquides volatils, VI, 265.

Acoustique.

MOUVEMENT VIBRATOIRE EN GÉNÉRAL. — *Aubert*. Contribution à l'étude de l'enveloppe des ondes sphériques émises par un mobile se déplaçant suivant une loi

donnée, VI, 248. — *Marage*. Contribution à l'étude du sens de l'ouïe. — Surdités vraies et simulées consécutives à des blessures de guerre, VI, 29.

Optique.

OPTIQUE PHYSIQUE. — *Biske*. Recherche sur la forme à donner aux traits d'un réseau plan pour obtenir un spectre de diffraction intense, VI, 150.

DIFFRACTION. — *Buchwald*. Recherches expérimentales sur la diffraction de la lumière par les réseaux dans l'espace, VI, 70. — *Kern*. Problème des figures d'interférence d'un réseau linéaire, VI, 70.

DOUBLE RÉFRACTION. — *Meslin*. Sur la projection de l'expérience de Monge, VI, 44. — *Guillet*. La surface d'onde caractéristique du cristal d'Islande, VI, 129.

VISION. — *Colardeau et Richard*. Sur la stéréoscopie pseudoscopique, VI, 81.

PHOTOMÉTRIE. *Hauer et Kowalski*. Sur la photométrie des phénomènes de luminescence, VI, 153.

PROPAGATION DE LA LUMIÈRE. — *Försterling*. Propagation de la lumière dans les milieux hétérogènes, VI, 68. — *Gehrcke*. Modèle pour l'explication de l'émission de la lumière, VI, 70. — *Hillers*. Addition à une remarque sur la relation entre la formation du mirage triple de Vinci et la distribution de la température, VI, 148; Recherches expérimentales sur le mirage triple de Vinci, VI, 149.

Etude des radiations.

RAYONNEMENT. — *Peczalski*. Rendement lumineux et loi de rayonnement intégral, VI, 110. — *Krutkow*. Remarque sur la note de M. Wolfke, VI, 149. — *Wolfke*. Quelle formule de rayonnement résulte de l'hypothèse des atomes de lumière, VI, 149; Réponse à la remarque de M. Krutkow, VI, 149. — *Fabry*. Remarques sur la température d'équilibre d'un corps exposé à un rayonnement, VI, 207.

DISPERSION. — *Dehlinger*. Dispersion infra-rouge des cristaux diatomiques, VI, 69.

FLUORESCENCE. — *Mecklenburg et Valentiner*. Sur la relation entre la fluorescence et la concentration, VI, 78.

SPECTROSCOPIE. — *Kent*. Sur quelques doublets du lithium, VI, 152. — *Wood*. Remarque sur le rapport des intensités des raies du sodium, VI, 152.

Electricité.

DIÉLECTRIQUES. — *Bogulawski*. Contribution à la théorie des diélectriques, VI, 77.

CONDUCTIBILITÉ. — *Gripenberg*. Sur la profondeur de l'action de la lumière à l'intérieur du sélénium, VI, 143.

POLARISATION. — *Mikola*. Mouvements d'origine électrique dans les lames liquides, VI, 68. — *Ollive*. Sur les forces électromotrices de polarisation, VI, 124. — *Féry*. Théorie de l'accumulateur au plomb, VI, 21; Théorie et fonctionnement physique de l'accumulateur au plomb, VI, 187.

Schulze et Lindemann. Sur l'influence de la capacité électrostatique, VI, 76.

Mesures.

MESURES ÉLECTRIQUES. — *Wulf*. Electromètre unifilaire, VI, 75. — *Hoffmann*. Application du condensateur de Thomson à la mesure absolue des capacités par la méthode d'influence, VI, 159. — *Roy*. Bureau national des étalons de Washington, VI, 192, 272.

Electro-optique.

THÉORIE EN OPTIQUE. ÉLECTRONS. — *Stark*. Vitesse intratomique et vitesse de vibration lumineuse des électrons de séries, VI, 69.

Décharges électriques.

OSCILLATIONS ÉLECTRIQUES. — *Schmidt*. Le problème de la propagation des ondes électriques, VI, 67.

DÉCHARGES DANS L'AIR. — *Holm*. Théorie de la décharge lumineuse, VI, 74.

DÉCHARGES DANS LES GAZ. — *Bruner et Békier*. Expériences sur l'effet des décharges électriques dans l'hélium sur l'émanation, VI, 72. — *Kowalski*. La décharge annulaire sans électrodes dans la vapeur de mercure, VI, 73. — *Strutt*. La luminosité résiduelle de la décharge électrique dans les mélanges d'azote et d'oxygène, VI, 79.

Gouy. Sur les phénomènes magnéto-anodiques, VI, 221.

DÉCHARGES DANS LES LIQUIDES. — *The Svedberg*. Arc ondulatoire dans les liquides, VI, 159.

RAYONS DE RÖNTGEN. — *Laub*. Phénomènes caractéristiques obtenus en faisant tomber sur les bords d'une fente un faisceau de rayon de Röntgen, VI, 70. — *Foveau de Courmelles*. Essai sur les principes de localisation des projectiles, VI, 92. — *Garbasso*. Considérations théoriques sur l'analogie électrique du phénomène Zeeman, VI, 150. — *de Broglie*. La spectrographie des phénomènes d'absorption des rayons X, VI, 161 ; Spectrographie des rayons de Röntgen par la méthode des rayons secondaires, VI, 228. — *Boll et Mallet*. Données pratiques sur l'ampoule Coolidge, VI, 169.

Radioactivité.

Hahn et Meitner. Sur l'uranium Y, VI, 71. — *Kovarik et Mc Keehan*. Mesure de l'absorption et de la réflexion des particules par numération directe, VI, 155. — *Marckwald*. Expériences sur la désintégration de l'émanation du radium dans une atmosphère d'hélium, VI, 156. — *The Svedberg*. Sur les fluctuations du rayonnement α émises par une solution radioactive, VI, 157. — *Freundlich*. *Neumann et Kaempfer*. Effet de la présence de substances étrangères sur l'absorption de l'uranium, X, VI, 158.

Ionisation.

Mache. Un appareil simple pour la démonstration des expériences de Wilson, VI, 80. — *Langmuir*. Emission d'électrons par les métaux incandescents dans un vide élevé, VI, 153. — *Jaffe*. Sur la courbe de saturation relative à l'ionisation par les rayons α , VI, 154.

JOURNAL
DE PHYSIQUE
THÉORIQUE ET APPLIQUÉE.

TOURS. — IMPRIMERIE DES LIS FRÈRES ET C^{ie}.

JOURNAL
DE PHYSIQUE

THÉORIQUE ET APPLIQUÉE,

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

CONTINUÉ PAR ED. BOUTY

PUBLIÉ PAR

LA SOCIÉTÉ FRANÇAISE DE PHYSIQUE

Directeur de la publication : AMÉDÉE GUILLET

CINQUIÈME SÉRIE.

TOME VII. — ANNÉE 1917.

PARIS,
AU BUREAU DU JOURNAL DE PHYSIQUE,
1, RUE PIERRE CURIE

JOURNAL DE PHYSIQUE THÉORIQUE ET APPLIQUÉE.

INFLUENCE DE LA RÉSISTANCE DE L'AIR SUR LES PROJECTILES EN ROTATION ;

Par M. P. APPELL.

I. — M. Z. Carrière a étudié expérimentalement les trajectoires aériennes de balles sphériques, homogènes, légères, tournant autour d'un axe perpendiculaire au plan de la trajectoire du centre ; il a trouvé des formes de trajectoires diverses suivant le sens et la grandeur de cette rotation ⁽¹⁾.

Lorsque la sphère ne tourne pas, l'hypothèse communément admise est que la résistance de l'air se traduit par une force R appliquée au centre, dirigée en sens contraire de la vitesse V du centre et fonction croissante de V ⁽²⁾. Dans ce cas, l'expérience de M. Carrière donne bien la forme classique de la trajectoire.

Mais quand la balle tourne autour d'un axe perpendiculaire au plan de la trajectoire, la forme de la trajectoire du centre peut changer de diverses façons. La raison de ces changements doit être cherchée surtout dans le frottement de l'air sur la surface de la balle ; ce frottement produit des actions élémentaires qui, transportées parallèlement à elles-mêmes au centre de gravité, ont une résultante dépendant du sens et de l'intensité de la rotation.

D'après les expériences de M. Zahm sur le frottement de l'air sur une surface plane rectangulaire de côtés a et l , la vitesse V de l'air par rapport à la surface étant parallèle à la dimension l du rectangle, la force totale du frottement sur une face est :

$$F = 0,000319. a \cdot l^{0,93} \cdot V^{1,85} \quad (m, k, s)^{(3)}.$$

⁽¹⁾ *J. de phys.*, t. V, p. 473.

⁽²⁾ Voir, par exemple, *Précis de mécanique*, par APPELL et DAUTHEVILLE n° 457.

⁽³⁾ A.-F. ZAHM, *Atmospheric friction with special reference to Aeronautic*, Université catholique d'Amérique 1904, voir *Résistance de l'air*, par G. EIFFEL, Dunod et Pinat, 1910, p. 205.

Mais les équations à tirer de cette loi, dans le problème actuel, même en supposant F proportionnel au produit al et au carré de V paraissent bien compliquées.

Je pense qu'on pourrait arriver à expliquer les formes trouvées par M. Carrière, en admettant, pour représenter l'effet global de la résistance et du frottement de l'air, l'hypothèse suivante :

Le mouvement du centre de gravité est le même que si ce point était sollicité par son poids mg et une force de résistance $R = mg\varphi(V)$, croissant avec la vitesse V du point, dirigée *non en sens contraire de la vitesse V* , mais faisant avec le vecteur opposé à V un angle aigu α , positif ou négatif suivant le sens de la rotation ω , nul avec ω , et variant avec ω . Cette hypothèse revient à dire que tout se passe comme si, la résistance R étant tangente à la trajectoire en sens contraire de V quand $\omega = 0$, la rotation ω faisait tourner R en sens contraire de ω , d'un angle aigu α fonction de ω , nul avec ω .

Sur une petite étendue de trajectoire, ω restant sensiblement constant, l'angle α le serait aussi.

II. — Écrivons les équations du mouvement dans cette hypothèse. Supposons un arc le long duquel ω et par suite α sont constants, appelons θ l'angle de V avec Ox , les axes étant ceux de M. Carrière.

Les équations du mouvement sont en prenant :

$$R = mg\varphi(V)$$

$$\frac{d(V \cos \theta)}{dt} = -g\varphi(V) \cos(\theta + \alpha)$$

$$\frac{d(V \sin \theta)}{dt} = -g\varphi(V) \sin(\theta + \alpha) + g,$$

d'où, entre V et θ , la relation (équation différentielle de l'hodographe) :

$$[\varphi(V) \sin(\theta + \alpha) - 1] d(V \cos \theta) - \varphi(V) \cos(\theta + \alpha) d(V \sin \theta) = 0,$$

$$[\varphi(V) \sin \alpha - \cos \theta] dV - V [\varphi(V) \cos \alpha - \sin \theta] d\theta = 0,$$

qui donne V en fonction de θ . Cette équation pour $\alpha = 0$ se réduit à l'équation classique. Il y aurait intérêt à chercher les cas d'intégrabilité généralisant ceux que Legendre, Siacci et d'autres auteurs, notamment M. Drach, ont donnés, et de la mettre sous une forme

normale analogue à celle que j'ai indiquée autrefois dans un article de l' *Archiv der mathematik und Physik*, 3^e série, t. V, p. 177.

Je ne m'occupe pas ici de ces questions qui ont un intérêt purement mathématique.

III. — Je voudrais d'abord montrer que l'hypothèse en question rend compte des formes rectilignes de l'arc de certaines trajectoires signalées par M. Carrière (*fig. 4* de son article).

Supposons en effet la trajectoire AB rectiligne et faisant un angle θ avec Ox. Soit M une position du mobile, V sa vitesse ; décomposons la résistance R en deux, une R_1 verticale, l'autre R_2 suivant AB.

On devra avoir :

$$R_1 = mg.$$

La vitesse V est alors telle que :

$$m \frac{dV}{dt} = - R_2.$$

D'autre part :

$$\frac{R_1}{\sin \alpha} = \frac{R_2}{\sin \left(\frac{\pi}{2} - \theta - \alpha \right)} = \frac{R_2}{\cos (\theta + \alpha)}.$$

Les angles α et θ étant constants, R_1 étant constant et égal à mg , R_2 est constant, R également, V aussi car R est fonction de V, donc $R_2 = 0$. Alors :

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - \theta, \quad R_1 = R.$$

Le mouvement est donc rectiligne et uniforme et la droite fait avec Ox l'angle θ égal à $\frac{\pi}{2} - \alpha$, α étant l'angle correspondant à la valeur donnée à ω .

IV. — Voici quelques indications sur le cas de R proportionnel à V, ce qui est sensiblement exact pour de faibles valeurs de V : on est alors en présence d'un cas d'intégrabilité.

Supposons :

$$R = mg \frac{V}{\lambda},$$

λ étant la valeur de V pour laquelle $R = mg$. Les équations du mouvement sont alors :

$$\begin{aligned}\frac{d^2x}{dt^2} &= -\frac{g}{\lambda} V \cos(\theta + \alpha) \\ \frac{d^2y}{dt^2} &= -\frac{g}{\lambda} V \sin(\theta + \alpha) + g,\end{aligned}$$

α étant une constante positive ou négative. On peut toujours choisir les unités de façon que $\lambda = g = 1$; on a donc en développant :

$$\begin{aligned}\frac{d^2x}{dt^2} &= -\frac{dx}{dt} \cos \alpha + \frac{dy}{dt} \sin \alpha, \\ \frac{d^2y}{dt^2} &= -\frac{dx}{dt} \sin \alpha - \frac{dy}{dt} \cos \alpha + 1.\end{aligned}$$

Une première intégration donne en supposant que pour $t = 0$:

$$\begin{aligned}x = 0, \quad y = 0, \quad \left(\frac{dx}{dt}\right) = u_0, \quad \left(\frac{dy}{dt}\right) = v_0 \\ (1) \quad \begin{cases} \frac{dx}{dt} = -x \cos \alpha + y \sin \alpha + u_0 \\ \frac{dy}{dt} = -x \sin \alpha - y \cos \alpha + t + v_0 \end{cases}\end{aligned}$$

Soit i l'unité complexe, on en déduit :

$$\begin{aligned}(2) \quad \frac{d(x + yi)}{dt} = -xe^{i\alpha} - iye^{i\alpha} + it + u_0 + iv_0 \\ \frac{d(x + yi)}{dt} + (x + yi)e^{i\alpha} = it + u_0 + iv_0,\end{aligned}$$

d'où, en intégrant :

$$x + yi = Ce^{-te^{i\alpha}} + (it + u_0 + iv_0)e^{-i\alpha} - ie^{-2i\alpha}.$$

La constante C se détermine en écrivant que pour $t = 0$, x et y sont nuls :

$$C = ie^{-2i\alpha} - (u_0 + iv_0)e^{-i\alpha},$$

d'où :

$$(3) \quad x + yi = e^{-i\alpha} (ie^{-i\alpha} - u_0 - iv_0)e^{-te^{i\alpha}} + (it + u_0 + iv_0)e^{-i\alpha} - ie^{-2i\alpha}.$$

En égalant les parties réelles et les parties imaginaires on obtient x et y . Comme α est aigu, $e^{-te^{i\alpha}}$ tend vers zéro quand t augmente in-

définiment et le mouvement tend à devenir rectiligne et uniforme : les valeurs asymptotiques de x et y sont :

$$\begin{aligned} x &= u_0 \cos \alpha + (t + v_0) \sin \alpha - \sin 2\alpha, \\ y &= -u_0 \sin \alpha + (t + v_0) \cos \alpha - \cos 2\alpha; \end{aligned}$$

le point tend donc à décrire avec la vitesse 1 une droite de coefficient angulaire $\cotang \alpha$.

Les composantes de la vitesse sont obtenues en différentiant (3).

On a ainsi :

$$\frac{dx}{dt} + i \frac{dy}{dt} = (u_0 + iv_0 - ie^{-i\alpha}) e^{-te^{i\alpha}} + ie^{-i\alpha}.$$

Quant t augmente indéfiniment, $\frac{dx}{dt}$ tend vers $\sin \alpha$ et $\frac{dy}{dt}$ vers $\cos \alpha$.

Écrivant séparément les valeurs de $\frac{dx}{dt}$ et $\frac{dy}{dt}$ on a :

$$\frac{dx}{dt} = e^{-t \cos \alpha} [(u_0 - \sin \alpha) \cos (t \sin \alpha) + (v_0 - \cos \alpha) \sin (t \sin \alpha)] + \sin \alpha,$$

$$\frac{dy}{dt} = e^{-t \cos \alpha} [(v_0 - \cos \alpha) \cos (t \sin \alpha) - (u_0 - \sin \alpha) \sin (t \sin \alpha)] + \cos \alpha,$$

L'une ou l'autre ne peuvent s'annuler qu'un nombre fini de fois.

Par exemple, pour représenter graphiquement les valeurs de t qui annulent $u = \frac{dx}{dt}$, on construira la courbe :

$$s = e^{-t \cos \alpha} [(u_0 - \sin \alpha) \cos (t \sin \alpha) + (v_0 - \cos \alpha) \sin (t \sin \alpha)],$$

qui est une sinusoïde amortie dont les ondulations ont pour base

$t = \frac{2\pi}{\sin \alpha}$ et on la coupera par la sécante :

$$s = -\sin \alpha,$$

qui, à cause de l'amortissement, coupera en zéro, un, deux, ..., en général, un nombre fini de points.

Si u_0 et v_0 sont égaux à $\sin \alpha$ et $\cos \alpha$, le mouvement est rectiligne et uniforme.

V. *Points d'inflexion.* — Reprenons le cas général où $R = mg\varphi(V)$. Écrivons qu'en un point M, la somme des projections

des forces mg et R , sur la normale MN , est $\frac{mV^2}{\rho}$. Nous avons, en appelant comme plus haut, θ l'angle de la tangente V avec Ox , α l'angle du vecteur opposé à R avec V :

$$mg \cos \theta - R \sin \alpha = \frac{mV^2}{\rho}$$

$$\cos \theta - \varphi (V \sin \alpha = \frac{V^2}{g\rho}.$$

S'il y a inflexion $\rho = \infty$, et :

$$\cos \theta - \varphi (V \sin \alpha = 0.$$

Quand θ est aigu, comme dans la *fig. 5* du mémoire de M. Carrière, ceci ne peut arriver que pour $\alpha > 0$. Dans le cas où R est proportionnel à V , $R = mg \frac{V}{\lambda}$, on a :

$$\cos \theta - \frac{V}{\lambda} \sin \alpha = 0,$$

ou en multipliant par V et remarquant que $V \cos \theta = \frac{dx}{dt}$,

$$\lambda \frac{dx}{dt} - \left[\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 \right] \sin \alpha = 0,$$

équation qui, d'après les valeurs ci-dessus de $\frac{dx}{dt}$ et $\frac{dy}{dt}$, donne les valeurs de t correspondant aux inflexions.

ROLE DE LA LUMIÈRE ULTRA-VIOLETTE DANS LES RÉACTIONS CHIMIQUES (1) ;

Par M. DANIEL BERTHELOT.

La chaleur, l'électricité, la lumière sont sans doute les trois agents physiques qui jouent le plus grand rôle dans le monde inanimé comme dans le monde vivant. Le rôle de la chaleur a été le premier approfondi scientifiquement, et utilisé industriellement. L'étude de

(1) Communication faite à la Société française de Physique : séance du 1^{er} mars 1912.

l'électricité est plus récente, et ses grands progrès datent du XIX^e siècle.

Maintenant, c'est le tour de la lumière. Le XVIII^e siècle avait vu naître les machines à feu ; le XIX^e siècle, les machines électriques ; le XX^e siècle est en train de voir naître les machines à lumière.

La lumière ordinaire ou lumière visible n'exerce dans la plupart des réactions physico-chimiques qu'une action lente et difficile à mesurer ; bien que l'une d'entre elles, la réduction des sels métalliques en présence de matières organiques, ait donné lieu à une application grandiose, la photographie. Mais depuis longtemps physiologistes et chimistes ont remarqué que les effets chimiques de la lumière, presque nuls avec les rayons rouges, qui représentent des vibrations lentes de l'éther, sont plus accentués avec les rayons bleus et violets qui représentent des vibrations plus rapides. La progression continue quand on s'adresse à des vibrations encore plus rapides, les vibrations ultra-violettes qui, bien qu'invisibles pour nous, constituent la forme la plus active de la lumière.

L'emploi de la lampe à vapeur de mercure à enveloppe de quartz a mis depuis quelques années entre les mains des physiciens un instrument des plus commodes pour la production de ces radiations.

La raison profonde de l'importance prépondérante prise par les rayons ultra-violettes dans ce domaine, c'est que, bien qu'invisibles à nos yeux ils n'en représentent pas moins, pour les physiciens, la qualité énergétique la plus élevée de la lumière.

C'est qu'en effet, comme je l'ai indiqué, *la fréquence vibratoire joue, pour l'énergie rayonnante, le rôle de potentiel (ou facteur d'intensité), que la température joue pour l'énergie calorifique.*

Or, il résulte du principe de Carnot, que le rendement mécanique ou valeur utilisable de l'énergie, ne dépend pas seulement de sa quantité, mais de sa qualité. Une calorie à 1.000° représente exactement la même quantité d'énergie qu'une calorie à 100°, mais sa valeur utilisable est tout autre. C'est pour cela que la *chimie des hautes températures, la chimie du four électrique*, a donné des résultats nouveaux et insoupçonnés. L'emploi des radiations ultra-violettes m'a permis, dans une série systématique d'expériences poursuivies en collaboration avec M. Gaudechon, d'inaugurer une *photochimie des hautes fréquences vibratoires qui présente un parallélisme frappant avec la chimie des hautes températures, et dans laquelle la lampe en quartz à vapeur de mercure joue le rôle du four électrique.*

L'excellent rendement des hautes températures annoncé par le principe de Carnot se traduit en chimie par la production des systèmes endothermiques ou explosifs, qui représentent des réservoirs d'énergie. C'est ce que montre le tableau suivant sur l'état comparé de divers systèmes chimiques à basse et haute températures.

TEMPÉRATURE ORDINAIRE	HAUTE TEMPÉRATURE
Eau liquide (H^2O : corps inerte.	Gaz tonnant ($H^2 + O$), le plus puissant explosif connu sous un poids donné.
Anhydride carbonique gazeux CO^2 : gaz inerte.	Mélange tonnant carbonique ($CO + O$).
Gaz chlorhydrique (HCl) : gaz non explosif.	Mélange tonnant chlorhydrique ($H + Cl$).
Oxygène : gaz non explosif.	Ozone : corps explosif.

Or, ces réactions de haute température s'obtiennent dès la température ordinaire, quand on irradie les corps au moyen des rayons ultraviolets : ils décomposent l'eau en gaz tonnant, l'anhydride carbonique en mélange tonnant carbonique, polymérisent l'oxygène en ozone, etc. En un mot, ils relèvent le *potentiel énergétique des systèmes chimiques*.

Distinction de deux types de réactions photochimiques. — La photochimie théorique est dominée par une distinction capitale, établie en 1865 par Marcelin Berthelot et sur laquelle il est souvent revenu, entre deux catégories de réactions produites par la lumière.

1° Transformations spontanées, exothermiques, irréversibles, accompagnées d'un abaissement de l'énergie potentielle des systèmes. La lumière fournit seulement le *travail préliminaire* nécessaire pour rompre certains liens qui empêchent les réactions de s'effectuer suivant la pente naturelle des affinités.

On peut dire encore que la lumière a un *rôle catalytique*, qu'elle atténue les résistances chimiques passives, analogues aux frottements.

2° Transformations provoquées, endothermiques, accompagnées d'une élévation de l'énergie potentielle des systèmes. Cet accroissement d'énergie est emprunté entièrement à l'énergie lumineuse incidente.

On a affaire ici à des réactions d'équilibre, réversibles, analogues

à celles découvertes par Sainte-Claire Deville pour les composés minéraux dans la dissociation à haute température.

Les réactions accomplies par la lumière visible appartiennent presque toutes au premier type. L'emploi de sources riches en rayons ultra-violet permet de réaliser les expériences du second type, et notamment les réactions classiques de dissociation du tube chaud et froid sur les composés minéraux les plus simples : gaz carbonique et vapeur d'eau.

Pour dissocier un composé par voie photochimique, la condition nécessaire est la fréquence vibratoire, de même que pour le dissocier par voie électrolytique, la condition nécessaire est la différence de potentiel.

Ce point de vue permet de comprendre très simplement certains faits expérimentaux qui ont paru parfois énigmatiques. « Dans les conceptions théoriques ordinaires, écrivait M. Einstein (Rapports de la réunion de Bruxelles, 1912, p. 430), on devrait penser qu'une certaine densité minima de l'énergie électromagnétique est nécessaire pour provoquer la rupture d'une molécule par voie photochimique, et que l'ébranlement électromagnétique produit par un rayonnement de faible densité devrait être insuffisant pour provoquer cette dissociation. »

Les conceptions auxquelles M. Einstein fait allusion sont celles de M. Wien qui a proposé de caractériser chaque radiation monochromatique par une température fictive, dite *température de radiation* (température du corps noir dans le spectre duquel cette radiation correspondrait à la même puissance rayonnée). Si une certaine radiation rouge correspond, par exemple, à une température de 800°, des radiations rouges plus intenses correspondraient à des températures de 1.200°, de 1.500°, etc. L'intensité de la radiation jouerait le rôle de facteur d'intensité (potentiel) de l'énergie radiante. S'il en était ainsi, une radiation rouge peu intense serait incapable de dissocier l'eau ou l'acide carbonique, mais une radiation rouge plus intense en serait capable. L'expérience prouve qu'il n'en est rien ; mais elle indique, comme je l'ai montré par de nombreux exemples, qu'on peut produire les effets chimiques des hautes températures à condition d'employer des vibrations suffisamment rapides.

Le raisonnement indiqué par M. Einstein est analogue à celui qu'on ferait en supposant que pour rompre une molécule par voie électrochimique, il faille une certaine densité d'énergie électrique.

Les choses ne se passent pas ainsi. Pour rompre un composé dans l'électrolyse, peu importe l'ampérage ou la densité de courant, seul le voltage joue un rôle. De même, pour rompre un composé dans la photolyse, seule la fréquence importe. C'est ce que j'ai indiqué en ces termes (*Revue générale des Sciences*, 30 avril 1911) : « La fréquence du mouvement vibratoire joue le rôle de potentiel dans un système radiant de même que la température dans un système thermique, le potentiel électrique dans un système électrisé. La notion de potentiel photochimique paraît s'appliquer aussi simplement à la décomposition par la lumière ou *photolyse* que la notion de potentiel électrique à la décomposition par l'électricité ou *électrolyse* ; avec les rayons ultra-violet, on obtient en quelques heures une multitude de réactions que l'arc électrique ou le soleil si prolongée que soit leur action, ne peuvent pas donner. Chaque décomposition *photolytique* exige un *potentiel photochimique minimum*, de même que chaque décomposition *électrolytique* exige un *potentiel électrochimique minimum*. Les deux cas sont comparables. Pour décomposer l'eau, il faut disposer d'une différence de potentiel d'environ 1^v,5 ; un élément Daniell, prolongeât-on son action durant des mois, ne donne rien, tandis qu'avec deux éléments la décomposition commence de suite ».

Dans le même ordre d'idées, j'ai remarqué que la décomposition du gaz iodhydrique insensible dans le rouge, est déjà notable dans le bleu ; que celle du gaz bromhydrique, insensible à la lumière solaire, ne commence que dans l'ultra-violet moyen ($\lambda < 0^{\mu},3$) ; et enfin que celle du gaz chlorhydrique exige l'ultra-violet extrême ($\lambda < 0^{\mu},2$). Et j'ai noté que cet ordre de stabilité est le même vis-à-vis de la chaleur : l'acide iodhydrique, en effet, est sensiblement dissocié au-dessous de la température du rouge naissant ; l'acide bromhydrique vers 700° ; et l'acide chlorhydrique seulement au-dessus de 1.500°. La même gradation se retrouve vis-à-vis de l'électricité : l'électrolyse de l'acide iodhydrique exige 0^v,5 ; celle de l'acide bromhydrique 1^v,0 ; celle de l'acide chlorhydrique 1^v,4.

Il résulte de ce qui précède que la *temperature de radiation* est une notion illusoire et sans intérêt pour la photochimie.

J'en dirai autant de la théorie ébauchée par quelques physiciens, selon laquelle les équilibres photochimiques pourraient s'expliquer par le prétendu antagonisme de *radiations productrices* et de *radiations destructrices*. L'expérience montre que les radiations bleues détruisent l'eau oxygénée ; la décomposition est plus rapide dans le

violet et l'ultra-violet initial; mais quand on arrive à l'ultra-violet extrême, on constate qu'il se produit au contraire de l'eau oxygénée aux dépens de l'eau ordinaire. De même les vibrations visibles combinent le chlore et l'hydrogène; mais l'ultra-violet extrême dissocie partiellement l'acide chlorhydrique en chlore et hydrogène. De là est née l'idée que les radiations ultra-violettes extrêmes ont souvent un effet chimique de sens opposé à celui des radiations visibles. On en conclut que dans un rayonnement complexe, tel que celui d'un arc électrique, d'une lampe à mercure, doit se produire un équilibre chimique qui dépendrait de la proportion relative des radiations productrices et destructrices dans la source.

Cette idée suppose la méconnaissance de la distinction établie par M. Berthelot entre les deux catégories de réactions chimiques, les réactions de dégradation et les réactions de restauration d'énergie. A la température ordinaire, l'eau oxygénée, le mélange de chlore et d'hydrogène sont des systèmes hors d'équilibre thermodynamique qui tendent à disparaître spontanément et ne subsistent que grâce au frottement chimique (résistances passives). L'élévation de température atténue ces résistances. Ainsi l'eau oxygénée qui se conserve assez bien à la température ordinaire, se décompose déjà à 80°, et encore plus vite à 100°. Par contre, les combustions à haute température, l'étincelle électrique, etc., produisent de l'eau oxygénée. Dira-t-on pour cela que les températures de 80° et 100° sont *destructrices*, et les températures de 2.000° et 3.000° *productrices* d'eau oxygénée? Dira-t-on que dans le tube chaud et froid dont les diverses régions sont à des températures inégales, se produisent des équilibres résultant de la coexistence des températures productrices et destructrices?

L'élévation de fréquence (tout comme l'élévation de température) agit de deux manières distinctes sur les phénomènes chimiques: en premier lieu, elle diminue les résistances passives; en second lieu, elle déplace l'équilibre. De là résultent les apparences de sens contraires signalées plus haut. En éclairant par des radiations de fréquence de plus en plus grande un mélange de chlore et d'hydrogène, on provoque sa combinaison lente dans le rouge, c'est-à-dire, pour la fréquence, 450 trillions, et instantanée dans le violet et l'ultra-violet. C'est que cette combinaison avait tendance à se faire d'elle-même; la lumière n'a fait que supprimer les résistances passives; celles-ci ont à peu près disparu à partir de la fréquence 700 trillions

(bleu-violacé); dès lors on pénètre dans la zone des équilibres chimiques vrais, et on se trouve en présence de réactions du second type (réactions réversibles). Si on élève encore la fréquence, de manière à atteindre l'ultra-violet extrême (fréquence 1.500 trillions), on déplace l'équilibre chimique, et l'acide chlorhydrique se dissocie partiellement en chlore et hydrogène: il semble donc qu'on revienne finalement à l'état d'où on était parti.

Cette analyse montre le défaut du raisonnement qui cherche l'origine d'un équilibre chimique dans l'opposition de radiations productrices et destructrices; cela revient à supposer que l'équilibre peut être produit par l'antagonisme d'une réaction réversible et d'une réaction irréversible, alors qu'il ne peut résulter que de l'antagonisme de deux réactions réversibles.

Division du spectre ultra-violet en trois régions. Coefficient de température et coefficient de fréquence des réactions photochimiques.

— Le spectre ultra-violet ou chimique actuellement connu s'étend environ sur deux octaves. Il commence à la longueur d'onde $\lambda = 0^{\mu},4$ (750 trillions de vibrations par seconde), qui correspond aux dernières radiations violettes visibles, et se termine vers $0^{\mu},1$ (3.000 trillions de vibrations par seconde). Toutefois les rayons de la dernière demi-octave de $\lambda = 0^{\mu},15$ à $\lambda = 0^{\mu},10$ sont à peu près inutilisables pour les recherches chimiques, car ils sont absorbés par presque tous les corps connus, et même par des couches d'air de quelques millimètres.

Aussi ai-je proposé de diviser le spectre ultra-violet utilisable en trois régions, qui se distinguent assez nettement par leurs propriétés.

Première demi-octave $0^{\mu},4$ à $0^{\mu},3$. — *Ultra-violet solaire ou initial.* — Radiations émises par le Soleil, traversant l'atmosphère et arrivant à la surface de la terre. Mêmes actions chimiques et physiologiques que les rayons bleus ou violets; effet tonifiant, mais non nocif sur les êtres vivants, qui sont acclimatés pour ces radiations. La limite du spectre solaire, voisine de $0^{\mu},3$, recule très peu quand on s'élève dans l'atmosphère. L'ultra-violet solaire traverse sans difficulté des épaisseurs de 1 à 2 millimètres de verre ordinaire.

Deuxième demi-octave $0^{\mu},3$ à $0^{\mu},2$. — *Ultra-violet moyen.* — Radiations abiotiques et stérilisantes, traversent l'eau, produisent des réactions chimiques nombreuses, presque toutes irréversibles,

accompagnées d'abaissement du potentiel chimique. Ces rayons ont un rôle catalytique. Ce sont des agents de dégradation de l'énergie, analogues aux ferments.

Troisième demi-octave 0^u,20 à 0^u,15. — *Ultra-violet extrême étudié.*

— Rayons abiotiques, comme les précédents, ne traversent pas l'eau, traversent encore le quartz; déterminent des réactions chimiques d'équilibre: dissociation des composés exothermiques comme le gaz carbonique et la vapeur d'eau et formation des composés endothermiques comme l'ozone et l'eau oxygénée. Ces rayons sont des restaurateurs d'énergie chimique.

Les réactions du premier type (endothermiques ou catalytiques) sont accélérées par l'élévation de fréquence qui agit comme l'élévation de température pour atténuer les résistances passives. La combinaison classique du chlore et de l'hydrogène, lente dans le rouge, rapide dans le jaune, devient explosive dans le violet. Le mélange tonnant d'hydrogène et d'oxygène, $H^2 + O$, a pu être gardé par M. Berthelot pendant trente ans à la lumière diffuse, sans que l'analyse y décelât même un commencement de combinaison. J'ai constaté, par contre, que ce mélange se combine totalement en quelques heures d'exposition aux rayons ultra-violet.

Entre les réactions chimiques ordinaires et les réactions photochimiques existe une différence caractéristique.

La vitesse des réactions chimiques proprement dites augmente en général avec la température suivant une loi exponentielle. Au voisinage de la température ordinaire, on a observé dans des cas variés qu'une élévation de température de 10° rend la constante de vitesse de double à triple. En d'autres termes, le coefficient $\frac{K_{t+10}}{K_t}$ auquel on donne le nom de *coefficient de température* est compris entre 2 et 3.

Au contraire, M. G. Lemoine a constaté dans ses expériences sur la réduction à la lumière du perchlorure de fer par l'acide oxalique, que le coefficient de température était égal à 1,01, c'est-à-dire très voisin de l'unité. J'ai retrouvé un résultat analogue pour d'autres réactions photochimiques, telles que la décomposition du lévulose.

Ce contraste s'explique assez bien par les considérations cinétiques qui montrent que, sous l'influence de la lumière, les électrons prennent des vitesses très élevées (1.070 kilomètres par seconde sous l'action de la lumière violette 0^u,4; 1.510 kilomètres par seconde sous l'action de la lumière ultra-violette 0^u,2), tandis que, à

la température de 0°, la vitesse des molécules d'hydrogène est seulement de 4.850 mètres par seconde, celles des molécules d'oxygène de 460 mètres par seconde. On s'explique par là que l'élévation de température, qui modifie si fortement la vitesse des réactions chimiques ordinaires, n'ait que peu d'influence sur celle des réactions photochimiques. On conçoit également qu'elle influence davantage celles qui ont lieu dans le rouge ou dans le jaune que celles qui n'ont lieu que dans le violet ou l'ultra-violet.

Par contre la vitesse de ces réactions photochimiques augmente avec la fréquence d'une manière rapide, suivant une loi exponentielle analogue à celle qui régit l'action de la chaleur sur les réactions chimiques. Il y a donc lieu de considérer pour les premières un *coefficient de fréquence* qui joue un rôle analogue à celui que joue le *coefficient de température* pour les secondes. Ainsi se précise l'analogie que j'ai énoncée entre le facteur *fréquence vibratoire* en photochimie et le facteur *température* en chimie thermique.

L'accélération de la vitesse de réaction par élévation de température permet de réaliser en quelques heures ou quelques jours des réactions qui, à la température ordinaire, demanderaient pour se produire des mois ou des années.

Telle est la base des essais de stabilité de certaines matières spontanément altérables, et notamment des explosifs organiques colloïdaux.

Les considérations précédentes montrent qu'on peut, grâce aux rayons ultra-violet, instituer des épreuves analogues de stabilité pour les produits altérables par la lumière (poudres colloïdales, étoffes teintes, caoutchouc, composés pharmaceutiques, etc.).

Les réactions du second type (réactions endothermiques) où la lumière fournit l'énergie nécessaire pour relever le potentiel chimique ne se produisent qu'avec les rayons de courte longueur d'onde : la plupart n'ont lieu que pour $\lambda < 0\mu,2$. Nous avons vérifié que des expositions de plusieurs mois et même d'une année à la lumière solaire donnent des résultats entièrement négatifs pour les réactions suivantes : dissociation de la vapeur d'eau en hydrogène et oxygène ; dissociation de l'anhydride carbonique en oxyde de carbone et oxygène ; formation de l'ozone aux dépens de l'oxygène ; formation de l'eau oxygénée aux dépens de l'eau. Or toutes ces réactions se produisent en quelques heures avec des rayons de longueur d'onde inférieure à $0\mu,2$.

L'intérêt essentiel des expériences de Sainte-Claire Deville avec le tube chaud et froid a été d'amener les chimistes dans la zone des hautes températures, où les résistances passives ont pratiquement disparu, ce qui a permis d'observer pour les systèmes minéraux fondamentaux (vapeur d'eau, gaz carbonique, gaz chlorhydrique, etc.) des états d'équilibre analogues à ceux constatés par M. Berthelot sur les systèmes organiques dans l'éthérification.

J'ai fait ressortir à maintes reprises au cours de mes études sur les rayons ultra-violetts qu'ils présentaient un intérêt du même ordre, et que la lampe à vapeur de mercure nous a permis, pour la première fois, d'observer les équilibres photochimiques vrais des composés minéraux les plus simples, que ni l'arc électrique, ni la radiation solaire n'avaient permis d'atteindre.

Actinomètre nouveau pour les rayons ultra-violetts. Altérations lentes des lampes en quartz à vapeur de mercure. — Au cours de ces études s'est fait sentir le besoin d'un nouvel actinomètre, mieux adapté à la mesure de l'activité chimique des rayons ultra-violetts, que les anciens actinomètres ou photomètres qui s'appliquent surtout au spectre visible.

Il convenait de réunir les conditions suivantes : réaction facile à mesurer, peu sensible à la lumière visible et à l'ultra-violet initial, très sensible à l'ultra-violet moyen et extrême, restant semblable à elle-même et ne se compliquant qu'à un faible degré de réactions secondaires quand la longueur d'onde diminue.

La décomposition des *cétoses* avec dégagement de gaz oxyde de carbone remplit toutes ces conditions. La *dioxyacétone* est le plus sensible de ces corps ; mais, en raison de sa rareté, on emploiera plutôt le *lévulose*, qui est facile à obtenir en grandes quantités.

J'ai obtenu ainsi un *photomètre chimique*, qui permet de comparer avec précision l'efficacité des diverses sources ultra-violettes, les altérations lentes ou brusques des lampes à mercure, etc. Ce photomètre a été employé depuis avec succès par M. de Kowalski dans des expériences où il a montré que le transformateur à résonance de MM. Hemsalech et Tissot fournissait une source économique de rayons ultra-violetts pour la stérilisation de l'eau.

Je l'ai employé notamment à suivre le vieillissement progressif des lampes à mercure. Les expériences photochimiques prouvent que leur efficacité diminue peu à peu. J'ai constaté en photogra-

phiant leur spectre que la partie la plus réfrangible disparaît la première : le spectre perd sa queue. Il devient impossible avec ces vieilles lampes de réaliser les synthèses photochimiques, telles que l'union de l'oxyde de carbone et de l'hydrogène, qui exigent les radiations extrêmes.

Ce vieillissement des lampes est dû à un léger voile qui se forme à l'intérieur, et qui, comme l'analyse chimique me l'a montré, est un dépôt de carbone très divisé, provenant probablement des électrodes en acier invar et prenant souvent un aspect miroitant. Certains chimistes ayant annoncé que le carbone cristalliserait sous forme de diamant sous l'influence des rayons ultra-violet, j'ai examiné avec un grand soin, au point de vue chimique et cristallographique, ces dépôts : j'ai trouvé qu'ils étaient formés non pas même de graphite, mais uniquement de carbone amorphe.

A travers ces lampes enfumées, la dernière raie qui passe est la raie $0\mu,2378$. C'est exactement le résultat que j'ai observé en photographiant un spectre ultra-violet à travers un gros morceau de quartz enfumé : la bande d'absorption commence donc en cette région.

Les radiations ultra-violettes produisant des effets chimiques qui varient avec la longueur d'onde, il était intéressant d'établir une technique permettant d'éliminer successivement les rayons les plus réfringibles. Une grande cuve en quartz à faces parallèles contenant une couche d'eau distillée de 1 centimètre d'épaisseur supprime l'ultra-violet extrême. En mettant au lieu d'eau distillée des solutions salines de chlorures à divers titres, on supprime successivement les diverses parties de l'ultra-violet moyen. Des écrans de verre ordinaire très mince ($0^{\text{mm}},14$ d'épaisseur), de mica ou de verre spécial, dit *verre uviol*, permettent d'obtenir des séparations analogues. Un écran de verre de 2 millimètres d'épaisseur ne laisse passer que l'ultra-violet initial. Celui-ci s'obtient de la manière la plus simple en exposant les réactifs à la lumière solaire.

Les tubes à essais en verre mince ordinaire laissant passer les radiations jusque vers $0\mu,3$, ce qui est à peu près la limite du spectre solaire, il en résulte que, contrairement à une assertion plusieurs fois émise, les résultats des anciens photochimistes à la lumière solaire conservent leur valeur et ne sont pas sensiblement modifiés par l'emploi de tubes de quartz.

Emploi de la lumière ultra-violette pour la reproduction du mécanisme de l'assimilation chlorophyllienne. Fabrication artificielle d'aliments aux dépens des gaz de l'air. — Les réactions endothermiques précédentes avaient été effectuées par la chaleur avant de l'être par la lumière. Il y a une autre réaction endothermique d'une importance capitale pour l'économie du globe et l'équilibre des trois règnes de la nature, qui n'a jamais pu être effectuée par la chaleur : c'est celle de la synthèse végétale.

L'application la plus frappante que j'ai faite dans mes expériences avec M. Gaudechon de la haute qualité énergétique des rayons ultra-violetts a consisté à reproduire au moyen de ces rayons le mécanisme fondamental de restauration de l'énergie chimique qui fonctionne dans le monde : le mécanisme de l'assimilation chlorophyllienne.

Les mouvements et l'activité des animaux sont entretenus par la combustion des aliments; la machine animale, tout comme une machine à vapeur, brûle son combustible, c'est-à-dire ses hydrates de carbone, son sucre, etc., et transforme son carbone en anhydride carbonique et son hydrogène en vapeur d'eau. L'anhydride carbonique, la vapeur d'eau sont des corps dégradés, des systèmes chimiques à bas potentiel, comparables à des pierres qui ont roulé au bas d'une pente.

La restauration de l'énergie chimique dans le monde se fait au moyen des plantes vertes pourvues de chlorophylle, qui, sous l'action du soleil, réalisent une véritable anticombustion, c'est-à-dire régénèrent les sucres et hydrates de carbone des tissus végétaux aux dépens de l'anhydride carbonique et de la vapeur d'eau de l'air. Ensuite, l'animal herbivore mange la plante, le carnivore mange l'herbivore, et le cycle recommence.

La principale source de l'énergie que nous utilisons dans l'industrie est la combustion de la houille. Or, les diverses variétés de houille ne sont pas autre chose que des végétaux passés à l'état fossile. Le carbone que nous brûlons dans les foyers de nos chaudières, c'est celui que les prêles, les fougères, les sigillaires des forêts carbonifères, ont emprunté, il y a plusieurs centaines de siècles, à l'acide carbonique de l'air sous l'influence du soleil.

Il y a donc là un mécanisme de restauration d'énergie, qui, théoriquement, en vertu du principe de Carnot, devrait pouvoir être reproduit dans nos laboratoires au moyen de l'emploi des hautes températures; mais, pratiquement, la chose est impossible, parce

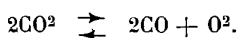
qu'à de telles températures tous les corps organiques qui sont des édifices fragiles et délicats seraient détruits.

Nous avons réussi à lever cette antinomie par l'emploi de la lumière ultra-violette, qui a les mêmes vertus énergétiques que les hautes températures, sans en avoir les effets destructeurs.

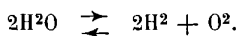
En exposant aux rayons ultra-violetés un mélange d'eau et d'acide carbonique, le premier effet est une double décomposition : l'acide carbonique se dédouble en oxyde de carbone et oxygène ; la vapeur d'eau se dédouble en hydrogène et oxygène. Le potentiel du système est donc immédiatement relevé. Or l'oxyde de carbone est un composé incomplet qui tend toujours à se saturer : il se combine sous l'influence de la lumière ultra-violette à l'hydrogène, qui se trouve, comme lui, à l'état naissant, et de cette réunion résulte le plus simple des hydrates de carbone : l'aldéhyde formique, qui se condense et se polymérise ensuite pour donner les sucres végétaux. On voit avec quelle simplicité le sucre, qui est le type des aliments énergétiques, se produit aux dépens de l'acide carbonique et de la vapeur d'eau de l'air.

Le processus général consiste donc dans les réactions suivantes, que nous avons réalisées successivement :

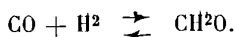
1° Décomposition réversible de l'anhydride carbonique en oxyde de carbone et oxygène



2° Décomposition réversible de la vapeur d'eau en hydrogène et oxygène



3° Combinaison réversible de l'oxyde de carbone et de l'hydrogène pour donner l'aldéhyde formique



4° Polymérisation de l'aldéhyde formique pour donner les hydrates de carbone



La lumière ultra-violette permet donc de réaliser, en dehors de la matière vivante, *in vitro*, les mêmes synthèses que les plantes, et il

n'est pas impossible que l'avenir voie s'élever de vastes usines où des lampes à mercure rempliraient les fonctions des plantes et fabriqueraient nos aliments aux dépens des gaz de l'air.

Les expériences précédentes jettent un jour nouveau sur le mécanisme de l'énergie lumineuse dans la chimie biologique des êtres vivants.

Un point, toutefois, mérite d'être éclairci : les réactions de synthèse, décrites précédemment, n'ont pas lieu sous l'influence de la lumière visible ; elles se produisent seulement dans l'ultra-violet.

Comment se fait-il que dans le monde organique, c'est-à-dire *in vivo*, la lumière ordinaire puisse produire des synthèses que seule la lumière ultra-violettes peut produire sur les corps bruts, *in vitro*?

C'est que les animaux, comme les plantes, disposent de réactifs d'une efficacité merveilleuse : les ferments solubles ou diastases sécrétés par la cellule vivante. Leur rôle est de faciliter l'accomplissement de réactions chimiques qui ont tendance à se produire, mais sont arrêtées par les résistances passives. L'abaissement d'énergie ainsi réalisé dans un système chimique rend possible le relèvement d'énergie d'un système chimique voisin.

Ces considérations montrent pourquoi il est légitime de chercher à éclairer la chimie biologique des êtres vivants au soleil au moyen des réactions observées dans le laboratoire sur les substances inanimées exposées à la lumière ultra-violettes. En raisonnant ainsi, nous ne faisons qu'imiter Lavoisier quand il assimilait la respiration qui se produit à une température voisine de 40° à la combustion chimique ordinaire qui exige une température de plusieurs centaines de degrés. Dans le langage de l'énergétique moderne, on peut dire que la matière vivante abaisse le potentiel ou facteur d'intensité de l'énergie. Or, dans une réaction thermique, telle que la combustion, ce facteur est la température. Dans une réaction photochimique, telle que la synthèse chlorophyllienne, c'est la fréquence vibratoire.

Ces réactions comportent une application physiologique importante : un animal placé dans un espace clos, dans une chambre, où l'air ne se renouvelle pas (tel est, par exemple, le cas pour l'équipage d'un sous-marin) transforme peu à peu l'oxygène, gaz de la vie, en acide carbonique, gaz irrespirable, et meurt asphyxié ; mais si, comme l'a montré Priestley, on place aux côtés d'un animal enfermé dans une cloche de verre, une plante verte, et qu'on expose le tout au soleil, l'animal continue à vivre : la plante, en effet, purifie l'air

vicié par l'animal; elle décompose l'acide carbonique et restitue à l'atmosphère l'oxygène, le gaz vital. Or, j'ai constaté qu'ici encore la lampe à mercure joue le même rôle purificateur que la plante verte au soleil. Il suffit de faire circuler autour d'une telle lampe de l'air humide, vicié par la respiration et devenu irrespirable par défaut d'oxygène, pour le voir peu à peu s'enrichir en oxygène et devenir respirable.

Au point de vue théorique, les expériences précédentes entraînent des conséquences intéressantes. Comme la restauration d'énergie qui a lieu dans les plantes se fait à température constante, elle a paru parfois difficile à concilier avec le principe de Carnot. De plus les tentatives faites pour reproduire le processus de la synthèse chlorophyllienne en dehors de végétaux avaient échoué. Ces constatations ont beaucoup préoccupé les fondateurs de l'énergétique moderne et les ont amenés à penser que le principe de Carnot pouvait être mis en défaut par les êtres vivants. Cette opinion a successivement été émise par Joule, par lord Kelvin, par Helmholtz et par leurs successeurs. Ils ont imaginé qu'on pouvait appliquer aux êtres vivants une thermodynamique spéciale où le principe de la conservation de l'énergie serait conservé, mais où le principe de Carnot ne le serait pas.

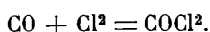
Les résultats obtenus plus haut montrent qu'il n'y a pas lieu de faire de telles restrictions. Les êtres vivants, pas plus que les systèmes inanimés, ne peuvent remonter d'eux-mêmes la pente énergétique; ils peuvent ralentir la dégradation de l'énergie, mais non renverser le sens du courant.

Photosynthèses diverses effectuées avec les rayons ultra-violet. — Les recherches précédentes réalisent la *photosynthèse des composés ternaires* (carbone, oxygène, hydrogène), en commençant par le plus simple d'entre eux, *l'aldéhyde formique*, aux dépens de deux gaz minéraux simples existant dans l'atmosphère, l'acide carbonique et la vapeur d'eau. Faisant un pas de plus, nous avons obtenu la *photosynthèse des composés quaternaires* (carbone, oxygène, hydrogène, azote), en partant également des deux gaz minéraux les plus simples et les plus répandus, qui contiennent les quatre éléments constitutifs, à savoir l'acide carbonique et le gaz ammoniac. Sous l'influence des rayons ultra-violet, le mélange des gaz carbonique et ammoniac donne naissance au plus simple des composés quaternaires, *l'amide*

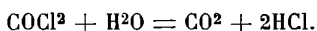
formique, qui représente le point de départ des substances albuminoïdes ou protéiques, base de la matière vivante, tout comme l'aldéhyde formique représente le point de départ des sucres, des polysaccharides, des amidons et des celluloses.

Dans ces diverses synthèses, l'acide carbonique n'entre pas immédiatement en combinaison, mais est d'abord ramené par les rayons ultra-violetts à l'état d'oxyde de carbone, composé non saturé, très apte à donner des produits d'addition.

C'est ainsi que Davy, en exposant aux rayons solaires un mélange de chlore et d'oxyde de carbone, obtint le gaz oxychlorure de carbone ou gaz *phosgène* (engendré par la lumière)

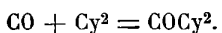


Sa propriété essentielle est de se dédoubler par hydrolyse en anhydride carbonique et acide chlorhydrique

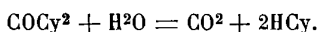


Cette réaction se produit notamment dans les poumons, qui représentent un milieu chaud et humide où le gaz est au surplus en présence de diastases, et contribue pour une part à la grande toxicité du gaz *phosgène*.

L'analogie du radical cyanogène Cy avec le chlore Cl nous a permis de combiner par les rayons ultra-violetts le mélange d'oxyde de carbone et de cyanogène. Il se produit un composé de structure simple mais qui n'avait point été préparé par les voies chimiques ordinaires, l'*oxycyanure de carbone*



Ce corps se forme à l'état gazeux un peu au-dessous de 100° : mais bientôt, sous l'action des rayons ultra-violetts, il se condense à l'état solide. Il se dédouble par hydrolyse en anhydride carbonique et acide cyanhydrique



C'est un toxique redoutable. C'est là *le premier exemple d'un corps nouveau préparé par voie de photosynthèse*.

Les synthèses des grandes classes des matières organiques ont lieu, on le remarquera, dans des conditions d'extrême simplicité ; il suffit

de mettre en présence les gaz minéraux les plus communs : vapeur d'eau, anhydride carbonique, gaz ammoniac, et de les irradier par la lumière ultra-violette ; il n'est besoin ni de réactifs étrangers, ni de hautes températures, ni de courants électriques.

Nous nous rapprochons ainsi plus qu'on ne l'avait fait jusqu'ici des procédés employés dans le grand laboratoire de la nature. Là non plus on ne voit ni cornues, ni fourneaux, ni piles électriques. Pour former les corps merveilleusement variés de ses tissus, la plante s'épanouit au grand air sous le rayonnement du soleil.

Actions de polymérisation. — Les rayons ultra-violetts jouissent d'un grand pouvoir de polymérisation ; le degré de condensation atteint est tout de suite très élevé, comme on le voit dans leur action sur l'acétylène, qui ne donne pas de benzène, mais un polymère solide : *ces traits se retrouvent également dans les synthèses effectuées par les végétaux.*

Les facultés polymérisantes des rayons se manifestent sur les carbures organiques non saturés contenant des liaisons doubles (éthyléniques) ou triples (acétyléniques).

L'éthylène est polymérisé sous forme d'un liquide cireux qui bout un peu au-dessus de 100° et rappelle le caprylène. C'est la première fois que l'on a réussi à polymériser ce gaz.

L'acétylène se précipite au bout de quelques secondes sous forme d'un solide jaune fauve. Son homologue supérieur, l'allylène, se précipite sous forme d'un solide blanchâtre.

Le méthane, type des carbures saturés, n'a pas de tendance à la polymérisation : il n'est pas modifié par les rayons ultra-violetts ; mais leur aptitude condensante se retrouve quand le méthane est en présence d'oxygène : il perd de l'hydrogène, et forme des homologues très condensés du groupe des paraffines, inattaquables par les acides sulfurique ou azotique bouillants. En même temps il se produit de l'eau et un peu d'anhydride carbonique. Des réactions de ce genre peuvent avoir joué un rôle aux époques géologiques, dans la formation des pétroles, et contribué à enlever de l'atmosphère une partie du gaz méthane dégagé par les volcans ou les sources, ou formé dans la décomposition des matières végétales.

Enfin les rayons ultra-violetts condensent le cyanogène gazeux en paracyanogène solide : l'action est presque immédiate. Rappelons

également qu'ils polymérisent l'oxygène en ozone, mais en faible proportion.

Réactions d'oxydation. — En raison de leur importance, les phénomènes d'oxydation méritent d'être étudiés à part.

On a remarqué depuis longtemps que l'activité de l'oxygène de l'air s'exalte sous l'influence de la lumière : ce phénomène se traduit par l'oxydation des huiles, des résines, des cires, des vernis ; il est utilisé dans le blanchiment des toiles et tissus.

Les rayons ultra-violet possèdent cette faculté oxydante à un degré extrême ; elle tient en partie à la formation d'ozone, mais dépasse celle de l'ozone dans les mêmes conditions.

On réalise ainsi la *combustion à froid* d'un grand nombre de corps : les corps organiques contenant du carbone et de l'hydrogène sont souvent amenés du premier coup aux termes ultimes de la combustion : anhydride carbonique et vapeur d'eau.

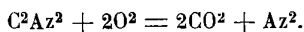
Les faits sont très nets sur les corps gazeux.

L'hydrogène est brûlé totalement par l'oxygène avec formation de vapeur d'eau. La réaction est particulièrement facile avec l'hydrogène naissant dégagé par décomposition photolytique du gaz ammoniac.

Le gaz ammoniac est brûlé avec formation d'azote et d'eau :



Le cyanogène est brûlé avec production d'anhydride carbonique et d'azote :



Au moment où l'on s'occupait, en mai 1910, des effets toxiques qui pourraient être produits par l'introduction dans l'atmosphère terrestre du cyanogène de la comète de Halley, nous fîmes remarquer que ce gaz serait brûlé par l'oxygène dans les couches supérieures de l'atmosphère, où le rayonnement ultra-violet du soleil est très actif.

Parfois l'oxydation des corps organiques ne va pas jusqu'à la combustion totale et s'arrête au stade acide : c'est ce qui arrive avec les mélanges d'acétylène et d'oxygène, ou encore d'éthylène et d'oxygène : on réalise ainsi très simplement la synthèse du premier terme des acides organiques : l'acide formique.

Ces actions oxydantes se manifestent aussi dans la peroxydation

des composés oxygénés de l'azote et du soufre. Dans le rayonnement ultra-violet, l'oxygène n'oxyde pas l'azote libre ; mais, par contre, les gaz protoxyde d'azote Az^2O ou bioxyde d'azote AzO sont décomposés partiellement en azote et oxygène, et l'oxygène libre se porte sur le gaz non décomposé pour donner des oxydes supérieurs de l'azote, qui attaquent le mercure avec formation de nitrites et nitrates.

Une application remarquable de ces facultés oxydantes est celle qui a trait à la nitrification des composés ammoniacaux ou azotés.

On sait, depuis les travaux classiques de MM. Schlœsing et Müntz, que la nitrification naturelle des composés organiques ou ammoniacaux se produit sous l'influence des ferments ; elle a lieu en deux stades : un premier ferment (ferment nitreux) amenant l'azote ammoniacal au stade nitreux, et un second ferment peroxydant l'azote nitreux jusqu'au stade nitrique.

Or nous avons trouvé que *les rayons ultra-violets, en présence d'oxygène ou simplement d'air, réalisent la nitrification à froid (35° à 50°), mais jusqu'au stade nitreux seulement*, des solutions aqueuses d'ammoniaque, des sels ammoniacaux forts ou faibles (sulfate, chlorhydrate, bicarbonate), de corps azotés variés (urée, méthylamine, guanidine, etc.).

La photolyse. — L'emploi systématique de la lumière ultra-violette m'a permis de constater que, bien loin d'être un phénomène exceptionnel, comme on le croyait jusqu'ici, la *photolyse* ou décomposition par la lumière, se présente à certains égards comme un phénomène plus général que l'*électrolyse* ou décomposition par l'électricité.

L'électrolyse ne s'exerce que sur certaines catégories spéciales de corps (acides, bases, sels). Encore faut-il qu'ils soient fondus ou dissous dans l'eau. La plupart des corps purs ou des composés organiques ne sont pas des électrolytes.

Il en va autrement de la photolyse, qui décompose la plupart des corps organiques isolants : alcools, aldéhydes, acides, cétones, sucres, etc.

En outre, fait très remarquable, *la décomposition photolytique d'un corps donne les mêmes produits, quel que soit son état physique : solide, liquide, gazeux ou dissous*. C'est ce que nous avons vérifié sur l'eau liquide et la vapeur d'eau ; sur le gaz ammoniac et la dis-

solution ammoniacale ; sur le lactate de chaux solide ou en solution aqueuse ; sur l'urée solide ou en solution aqueuse ; sur l'acide tartrique solide ou en solution aqueuse ; sur l'acétone pure ou en solution aqueuse, etc.

La décomposition photolytique des corps organiques solides avec dégagement abondant de gaz est un résultat imprévu. On se serait attendu à une action superficielle des radiations, s'arrêtant rapidement et n'aboutissant qu'à des changements de coloration ou à des altérations de surface, et non pas à une altération profonde.

Les dégagements gazeux de la photolyse rappellent à certains égards ceux de la fermentation ; ce n'est d'ailleurs là *qu'une des multiples analogies d'action des rayons ultra-violet et des ferments*. Très remarquable est la similitude de leur rôle en tant que catalyseurs accélérant la vitesse des réactions et abaissant leur température.

L'identité des produits de photolyse obtenus avec un corps, quel que soit son état physique, donne à penser que le premier effet des rayons ultra-violet est d'amener les diverses formes (solide, liquide, gazeuse) de ce corps à un état commun : celui qui résulte de la dissociation des radicaux réagissants à l'état d'ions. On sait d'ailleurs que les rayons ultra-violet exercent une action énergique aussi bien sur les solides ou les liquides qu'ils pulvérisent, que sur les gaz et vapeurs, dans lesquels ils déterminent la formation de noyaux électrisés et de centres de condensation.

Donnons ici à titre d'exemple quelques analyses de gaz dégagés par les principales fonctions chimiques sous l'influence de l'irradiation globale d'une lampe en quartz à vapeur de mercure, sans écran interposé. Voici les deux premiers termes des trois grandes fonctions oxygénées primaires de la série grasse.

*Produits de décomposition d'alcools, d'aldéhydes et d'acides
par les rayons ultra-violet.*

Produits	Anhydride car- bonique	Oxyde de carbone	Hydro- gène	Carbures		
				méthane	éthane	butane
Alcool éthylique.....	0	22	63	0	15	0
Alcool propylique....	0	16	69	0	0	15
Aldéhyde éthylique..	5	39	33	0	23	0
Aldéhyde propylique.	6	37	37	0	0	20
Acide acétique.....	41	14	13	13	19	0
Acide propionique ...	41	15	15	15	0	14

Chacune des grandes fonctions organiques est caractérisée par un mode de décomposition spécial.

Dans le cas des alcools, l'anhydride carbonique est absent : l'hydrogène domine et forme environ les deux tiers du volume total. Cette proportion se retrouve dans les termes les plus élevés : ainsi, avec les alcools butylique et heptylique, la proportion d'hydrogène est de 70 0/0.

Quand on passe du groupement alcool CH^2OH au groupement aldéhyde CO^2H , qui est plus oxydé, l'anhydride carbonique apparaît à petite dose ; la proportion d'hydrogène diminue, et le gaz oxyde de carbone devient prédominant. Sa proportion devient encore plus forte dans les termes élevés de la série.

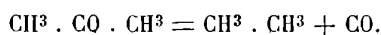
Quand on passe du groupement aldéhyde COH au groupement acide CO^2H , qui est le plus oxydé de tous, l'anhydride carbonique devient prédominant, en même temps que la proportion d'hydrogène et d'oxyde de carbone diminue.

Dans les composés précédents à structure linéaire, de type RX , il convient de considérer, outre le groupement fonctionnel X , le radical carboné R qui lui est joint (CH^2 ou C^2H^3 dans les exemples ci-dessus) ; les radicaux des deux molécules voisines se soudent pour donner les carbures R^2 ; à savoir l'éthane CH^3CH^3 dans le cas des composés éthyliques, le butane $\text{C}^2\text{H}^3\text{C}^2\text{H}^3$ dans le cas des composés propyliques ; les carbures R^2 sont à l'état liquide ou solide dans les termes plus élevés.

La photolyse — contrairement à l'électrolyse — ne tend pas à couper les longues chaînes droites.

Par contre, lorsque les corps ont une structure ramifiée, et portent des groupes CH^3 , la photolyse détache ces chaînes pour donner du gaz méthane : le fait s'observe aussi bien pour les isomères ramifiés des alcools primaires (alcool isobutylique, par exemple) que pour les alcools secondaires, les aldéhydes, les cétones ou les acides.

Les aldéhydes secondaires ou cétones se décomposent avec une facilité exceptionnelle par les rayons ultra-violet ; avec l'acétone, on obtient en quelques minutes des volumes égaux d'oxyde de carbone et d'éthane :



La décomposition des cétones ne donne pas de gaz hydrogène, ce

qui la distingue de celle des aldéhydes, et répond bien à la différence des groupements fonctionnels aldéhyde COH et cétone CO .

D'une manière générale l'activité de la photolyse se ralentit quand on avance dans une même série linéaire; les termes élevés des alcools, comme l'éthyl, qui est solide, donnent dix à vingt fois moins de gaz que les premiers termes.

Si les corps à *structure linéaire* (série grasse) sont décomposés facilement, les corps à *structure cyclique* sont très stables vis-à-vis de la lumière, comme ils le sont d'ailleurs vis-à-vis de la chaleur ou des principaux agents chimiques. Ainsi les corps aromatiques étudiés (benzène, acide benzoïque, phénol, alcool benzylique, aldéhyde benzoïque, etc.) n'ont montré ni dégagement gazeux, ni transformation apparente du produit.

Cette *stabilité des noyaux cycliques, qui contraste avec l'instabilité des chaînes droites ou ramifiées*, se constate non seulement dans le noyau aromatique, mais dans les autres noyaux fermés, tels que le noyau pentagonal azoté du pyrrol, le noyau pentagonal oxygéné du furfurole, le noyau hexagonal azoté de la pyridine, etc.

Elle ne se retrouve pas dans les *composés d'addition hydrogénés* dérivés des précédents, dans lesquels les doubles liaisons du noyau ont disparu : la lumière tend à leur enlever leur hydrogène pour les ramener à la forme stable qui est celle à liaisons alternativement simples et doubles. Ainsi la pipéridine (pyridine hexahydrogénée) donne un dégagement d'hydrogène pur; il en est de même des hydrures de naphthalène.

Simplicité des rapports gazeux caractéristiques du début de la photolyse. — Lorsqu'un corps subit la décomposition par la lumière ou photolyse, on observe, en faisant agir des rayons de longueur d'onde de plus en plus courte, qu'il se produit en général une réaction primitive simple, puisque des réactions secondaires de plus en plus complexes s'y superposent.

Ainsi la solution aqueuse de glucose commence à se décomposer sous l'action des radiations comprises entre $0^{\circ},30$ et $0^{\circ},25$. Elle donne alors seulement deux gaz en rapports simples (2 volumes d'oxyde de carbone pour 1 volume d'hydrogène). Mais, si l'on fait agir des radiations au-dessous de $0^{\circ},25$, on voit apparaître des doses croissantes de gaz accessoires (anhydride carbonique et méthane). En même temps la proportion d'hydrogène augmente de plus en plus.

De là l'utilité de procéder méthodiquement avec des radiations de fréquences croissantes et de déterminer pour chaque réaction les premières radiations efficaces, c'est-à-dire le potentiel photochimique minimum nécessaire à la photolyse.

Ainsi les trois grandes catégories de sucres, les sucres cétoniques, dont le prototype est le lévulose, les sucres aldéhydiques, dont le prototype est le glucose, et les sucres purement alcooliques ou polyols, dont le prototype est la mannite, sont inégalement sensibles à la lumière.

Les sucres cétoniques commencent à se décomposer dans l'ultra-violet initial ($\lambda > 0^{\mu},3$), c'est-à-dire à la lumière solaire. On constate avec la dioxyacétone, l'érythrose, le lévulose, le sorbose, que le gaz dégagé est de l'oxyde de carbone pur. Bien que le lévulose ou le sorbose contiennent cinq fonctions alcooliques contre une fonction cétonique CO, cette dernière seule est d'abord attaquée.

Par contre, les sucres aldéhydiques ne commencent à se décomposer que dans l'ultra-violet moyen ; sous l'influence des radiations de longueur d'onde comprise entre $0^{\mu},30$ et $0^{\mu},25$, la fonction aldéhydique est seule gazéifiée avec production de gaz oxyde de carbone et hydrogène dans les rapports suivants :

	Oxyde de carbone vol.	Hydrogène vol.
Glucose	2	1
Galactose.....	2	1
Mannose.....	2	1
Maltose.....	2	1
Lactose	2	1

Enfin les sucres purement alcooliques, ou polyols, sont encore plus résistants : ils ne sont pas attaqués par les radiations de la première moitié de l'ultra-violet moyen ($0^{\mu},30$ à $0^{\mu},25$) ; mais il faut arriver aux radiations voisines de $0^{\mu},20$ (seconde moitié de l'ultra-violet moyen) pour voir la photolyse se produire. Elle donne les gaz oxyde de carbone et hydrogène à volumes égaux :

	Oxyde de carbone vol.	Hydrogène vol.
Érythrite.....	1	1
Mannite.....	1	1

Ces nombres sont très remarquables et montrent que *le début de la photolyse est caractérisé par des rapports volumétriques gazeux aussi simples que ceux de l'électrolyse.*

Ces rapports gazeux simples ne se rencontrent que dans les lois fondamentales de la chimie (loi des équivalents en volume de Gay-Lussac; loi des équivalents électrochimiques de Faraday). L'action chimique de la lumière se rapproche donc par cette simplicité de l'action chimique de la chaleur ou de l'action chimique de l'électricité.

Reproduction des principaux types de fermentations, au moyen des rayons ultra-violet. Interprétation dynamique du rôle des diastases. — Les tissus des êtres vivants sont le théâtre d'actions chimiques incessantes, qui ne diffèrent pas en principe de celles qui ont lieu dans les corps bruts, et qui se rattachent aux mêmes types généraux : dédoublement, oxydation, hydratation, etc.

Mais, tandis que les réactions dont use le chimiste dans son laboratoire sont le plus souvent brutales et violentes, celles de la nature sont presque toujours graduées et ménagées.

Pour oxyder les corps, le chimiste a recours à l'acide nitrique, au permanganate ou au chlorate de potasse, etc.; pour les déshydrater, à l'acide sulfurique, à l'acide phosphorique, au chlorure de zinc, etc.; tous réactifs qui détruiraient en peu d'instants les tissus vivants.

Les milieux organiques sont toujours voisins de l'équilibre, c'est-à-dire, en chimie, de la neutralité : les liquides sont ou bien neutres, ou faiblement acides, ou légèrement alcalins.

Pour réaliser dans ces milieux presque indifférents des processus chimiques pareils à ceux qui se produisent dans nos cornues sous l'action d'acides corrosifs ou de bases caustiques, la nature fait usage de substances qui n'ont pas leurs analogues dans la boîte à réactifs du chimiste : ce sont les ferments solubles ou diastases.

Leur rôle est paradoxal : car bien qu'agissant à dose minime, ils mettent en branle des quantités énormes de matières et d'énergie ; en outre, contrairement aux réactifs chimiques ordinaires, ils ne se consomment pas en travaillant.

Le mode d'action d'une diastase, au point de vue énergétique, consiste seulement à déclencher un processus qui avait tendance à se produire de lui-même, mais était arrêté par des résistances passives; il est analogue à celui de la pierre, qui, en glissant sur une

pente couverte de neige, fait naître l'avalanche qui va engloutir le village situé au fond de la vallée.

Pour expliquer leur efficacité, on a d'abord cherché, comme il était naturel, dans la voie qui a mené en Chimie organique à tant de brillants succès : on a demandé la clef de leur rôle à leur formule de constitution. Ces essais sont restés stériles ; la Chimie analytique n'a même pas pu arriver à fixer la formule brute des diastases les plus communes ; à plus forte raison, on ignore leur formule développée.

Là où les considérations d'ordre *statique* se sont montrées impuissantes, il m'a paru que les considérations *dynamiques* méritaient d'être mises à l'épreuve.

Une substance n'est pas caractérisée d'une manière moins précise par son mode de mouvement que par sa formule chimique ; on sait combien sont caractéristiques les spectres d'émission ou les spectres d'absorption des corps, qui sont la traduction, sous une forme visible à nos yeux, des mouvements des atomes.

De là l'intérêt qu'il y a à reproduire les principaux types de réactions diastatiques, sans addition de corps étrangers, au moyen d'énergies vibratoires venues du dehors.

De fait j'ai réussi, en plaçant dans un ballon en cristal de roche, irradié par les rayons ultra-violets, des substances organiques variées, à réaliser successivement les réactions des ferments oxydants, hydrolysants, nitrifiants, etc.

La fécondité de ce point de vue se manifeste d'une façon particulièrement saisissante, si nous examinons ce qui concerne la nutrition animale.

La plupart des aliments de l'homme (sucres, graisses, albuminoïdes) ne sont pas directement assimilables par l'organisme ; ce sont des édifices chimiques trop compliqués. Pour qu'ils deviennent digestibles, il est nécessaire que leurs grosses molécules soient dédoublées et disloquées par l'action des ferments.

Considérons par exemple le sucre de canne et les autres polysaccharides, qui sont les représentants-types des aliments énergétiques. Ces corps ne sont directement ni fermentescibles, ni assimilables par les animaux. Pour qu'ils le deviennent, il faut qu'ils soient préalablement scindés en sucres simples.

Ainsi, le premier stade de la fermentation du sucre de canne est son dédoublement par l'invertine ou sucrase, comme l'a indiqué

M. Berthelot, qui découvrit cette diastase ; c'est seulement quand ce dédoublement a eu lieu que se produit le second stade de la fermentation caractérisé par le dégagement abondant d'acide carbonique.

Or la marche du phénomène est analogue avec les rayons ultra-violetts. Soit dans des expériences lentes, à la lumière solaire, prolongées pendant près d'une année sur le sommet d'une tour à Meudon, soit dans des expériences plus rapides d'exposition devant la lampe à mercure en quartz du laboratoire, j'ai toujours constaté une première phase, consistant dans le dédoublement du saccharose en glucose et lévulose sans dégagement gazeux, puis une seconde phase, caractérisée par le dégagement gazeux.

Il en va de même pour les autres disaccharides, tel que le maltose, le lactose, le gentiobiose, ainsi que pour les trisaccharides tels que le raffinose ou le mélézitose. Dans le cas de ces derniers, on sait, par les belles recherches de M. Bourquelot, que la dislocation se fait en plusieurs temps : une première diastase dédouble la molécule de triose en une molécule de biose et une molécule de monose ; une seconde diastase différente de la première parachève ce travail chimique et dédouble la molécule de biose en deux molécules de monoses. Les rayons ultra-violetts accomplissent ces mêmes dédoublements, mais ils les effectuent simultanément, c'est-à-dire qu'ils paraissent aptes à remplacer les diverses diastases d'hydratation.

La scission des sucres, des graisses, des corps protéiques, a lieu dans notre tube digestif sous l'action des ferments spéciaux contenus dans le suc salivaire, le suc gastrique, le suc intestinal : tels sont l'invertine, la ptyaline, la pepsine, la trypsine, la lipase, etc.

Les physiologistes ont bien mis en lumière le rôle des ferments en réalisant des *digestions artificielles* en dehors de l'organisme. Il leur a suffi de placer les aliments dans les marmites chauffées à l'étuve à une température physiologique, c'est-à-dire voisine de 40°, et de les additionner de diastases, pour voir se succéder les divers stades de la digestion.

Eh bien ! on reproduit de même les phénomènes de digestion artificielle des diverses classes d'aliments (sucrés, gras, protéiques) dans les conditions d'asepsie rigoureuse assurée par le contact du mercure, en l'absence de diastases, par simple irradiation des aliments placés dans un ballon de cristal de roche au moyen de rayons ultra-violetts. Il s'agit ici d'une *digestion artificielle par la lumière et en l'absence de diastases*.

Les rayons ultra-violetes mettent donc à notre disposition un agent nouveau, à la fois puissant et nuancé, qui a déjà permis de reproduire par de simples mécanismes physico-chimiques certains phénomènes tels que l'assimilation chlorophyllienne, qui n'avaient encore pu être réalisés en dehors des êtres vivants.

Depuis une vingtaine d'années l'étude de l'énergie radiante a donné lieu à des découvertes merveilleuses : la télégraphie sans fil, les rayons X, la radioactivité. Le rôle qu'elle est appelée à jouer dans le domaine chimique ne paraît pas devoir être moins important.

ÉTALON D'INDUCTION MUTUELLE ;

Par M. A. GUILLET ⁽¹⁾

Bien des recherches importantes, ayant pour objet la mesure absolue des grandeurs électriques, sont facilitées par l'emploi d'un étalon d'induction mutuelle. Les formes que peut recevoir un tel transformateur des qualités d'une énergie électrique donnée sont les formes pour lesquelles le calcul de l'intégrale

$$(1) \quad \int_{c_1, c_2} \frac{\cos \varepsilon}{r} ds_1 ds_2$$

est possible en toute rigueur ou avec une approximation connue suffisante.

On sait que l'intégrale (1) permet d'exprimer soit le *flux embrasse* par l'un des circuits dans le champ dû à l'autre circuit, soit la *circulation*, pour l'un des circuits, du champ *potentiel vecteur* concernant l'autre circuit, soit enfin le *travail des forces électrodynamiques* au cours de déplacements quelconques amenant les deux circuits de l'infini dans leurs situations relatives actuelles.

Le dernier étalon de potentiel réciproque que j'ai eu l'occasion de construire et d'employer comprend une bobine, un cerceau central et six cerceaux latéraux.

Bobine. — A défaut de marbre blanc, d'un prix trop élevé, le corps

(1) Communication faite à la Société française de Physique le 14 mars 1911.

de la bobine a été constitué par un tube de stuc, bien exempt de matières magnétiques ou conductrices, ayant environ 40 centimètres de diamètre extérieur et 2 mètres de longueur. Ce tube a été complètement tourné à l'extérieur, et sur 5 centimètres de longueur environ, aux deux bouts à l'intérieur, pour permettre de placer des croisillons de visée concentriquement avec l'extérieur. La surface qui devait porter le bobinage a été filetée en vue d'obtenir une répartition parfaitement régulière des spires ; ce filetage d'une profondeur de $0^{\text{mm}},3$ est à double filet, avec pas de $2^{\text{mm}},4$, ce qui donne une distance de $1^{\text{mm}},2$ d'axe en axe de chaque spire.

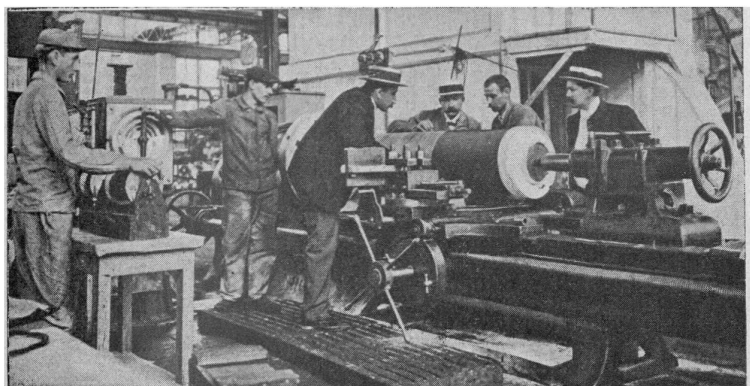


FIG. 1.

Après avoir soigneusement gomme-laqué le stuc, les deux enroulements parallèles composant le bobinage ont été faits, sous tension constante (*fig. 1*), avec du fil de cuivre rouge de haute conductibilité, ayant 1 millimètre de diamètre, recouvert par une couche de soie ; le diamètre extérieur moyen du fil étant de $1^{\text{mm}},08$, les spires ne se touchent pas, elles sont écartées l'une de l'autre de $0^{\text{mm}},12$ environ.

Les entrées et les sorties des deux circuits sont reliées à des bornes à serrage plat, fixées sur chacune des joues. Ces circuits ont pour résistances respectives 22,32 et 21,41 ohms à la température de $+ 18^{\circ}$.

Chaque joue porte intérieurement un croisillon qu'on peut enlever et replacer à volonté. Ces croisillons sont munis à leur centre de lumières démontables ayant un trou de visée de $0^{\text{mm}},3$ de diamètre.

La bobine repose par ses joues sur des supports en bois, réglables en hauteur par des coins, déplaçables au moyen de vis et de volants qu'il suffit de tourner dans un sens ou dans l'autre pour élever ou abaisser la bobine.

Cerceau central. — Ce cerceau est en bois formé de plusieurs épaisseurs superposées à fibres croisées et porte deux enroulements distincts constitués par un fil de même diamètre que celui de la bobine. Un de ces enroulements se compose de 3 couches de 31 spires et l'autre de 7 couches de 31 spires ; les couches sont isolées entre elles par un carton glacé de 0^{mm},3 d'épaisseur. Les entrées et sorties de chacun des deux enroulements sont reliées à des bornes, à serrage plat, fixées sur les joues des cerceaux. Les bornes repérées E₁ et S₁ correspondent à l'entrée et à la sortie de l'enroulement de 3 couches qui a été fait le premier ; celles repérées E et S correspondent à l'enroulement de 7 couches qui vient ensuite.

Ces deux enroulements ont pour résistances respectives 2,984 et 7,134 ohms à la température de + 18°.

Le cerceau (*fig. 2*) est monté sur un chariot supporté par quatre galets ; deux de ces galets placés du même côté ont un profil en forme de Λ , les deux autres ont un profil légèrement bombé ; ils peuvent permettre le déplacement du cerceau sur deux rails, l'un en forme de Λ et l'autre plat, fixés sur un châssis en bois réglable en hauteur au moyen de trois vis calantes.

Cerceaux latéraux. — Quatre cerceaux latéraux sont semblables au cerceau central, en ce qui concerne les enroulements et les châssis, mais ils portent chacun un croisillon avec, au centre, une lumière démontable dont le trou de visée a 0^{mm},3 de diamètre. Ces cerceaux sont repérés par des chiffres 1, 2, 3 et 4 gravés en blanc sur une des joues ; les croisillons de chaque cerceau portent le même chiffre que les cerceaux auxquels ils s'adaptent ; ils peuvent être mis en place ou enlevés à volonté et portent, sur leurs pourtours extérieurs, un trait qu'on doit faire correspondre avec celui existant au-dessus du chiffre de repéragé de chaque cerceau.

Ces circuits ont pour résistances, à la température de + 17° :

Cerceaux.		Ohms.	Cerceaux.		Ohms.
N ^o 1	{ 1 ^{er} enroulement...	2,992	N ^o 3	{ 1 ^{er} enroulement...	2,912
	{ 2 ^e " ...	7,193		{ 2 ^e " ...	6,852
N ^o 2	{ 1 ^{er} " ...	2,910	N ^o 4	{ 1 ^{er} " ...	2,916
	{ 2 ^e " ...	6,968		{ 2 ^e " ...	6,987

En cours d'expériences j'ai ajouté un troisième cerceau de chaque côté du cerceau central ; mais, comme ces cerceaux ne représentent qu'une très petite fraction de l'effet total, leur construction n'a pas besoin d'être très soignée et il est inutile de les munir d'organes de réglage.

Pour abriter l'étalon et le soustraire à l'influence perturbatrice des poutres de fer qui traversent en divers sens les planchers du Laboratoire des Recherches, un grand hangar clos, formé de planches hermétiquement assemblées et de pièces chevillées au bois a été construit dans une cour. Des tréteaux très robustes, dont les pieds sont scellés dans des massifs de ciment remplissant de larges cavités creusées au préalable dans le sol, supportent la grande bobine et les cerceaux. La stabilité de l'installation est parfaite.

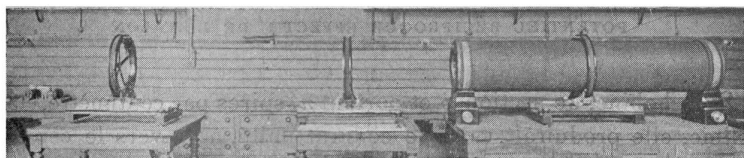


FIG. 2.

Des lignes partant des deux circuits inducteur et induit aboutissent à un distributeur placé dans la salle où s'effectuent les mesures, au moyen duquel on réalise rapidement les divers groupements dont on a besoin. Un second distributeur, placé sous l'abri auquel aboutissent les extrémités des deux circuits de la bobine et des deux circuits de chacun des cerceaux, rend commode la réalisation de tous les groupements qu'on peut former avec la totalité ou une partie seulement de ces circuits.

En particulier, si C_1 et C_2 désignent les deux circuits de la bobine et c_1 , c_2 les circuits de trois couches et de sept couches des cerceaux, on aura :

Groupements	Potentiels φ_m
$C_1 + C_2 ; \Sigma c_1 + \Sigma c_2 \dots\dots\dots$	m
$C_1 + C_2 ; \Sigma c_2 \dots\dots\dots$	$\frac{7}{10} m$
$C_1 \text{ ou } C_2 ; \Sigma c_1 + \Sigma c_2 \dots\dots\dots$	$\frac{m}{2}$

Groupements	Potentiels $\frac{m}{\varepsilon m}$
C_1 ou C_2 ; Σc_2	$\frac{7}{10} \frac{m}{2}$
$C_1 + C_2$; Σc_1	$\frac{3}{10} m$
C_1 ou C_2 ; Σc_1	$\frac{3}{10} \frac{m}{2}$

Avec $C_1 + C_2$ ou C_1 on peut aussi associer $\Sigma c_2 - \Sigma c_1$.

D'où huit valeurs connues permettant de déterminer directement le potentiel réciproque d'un système comportant au moins une bobine mobile pour huit positions de celle-ci.

Toutes les lignes ont été posées avec le souci d'annuler ou de compenser les inductions parasites.

POTENTIEL RÉCIPROQUE EFFECTIF DE L'ÉTALON

Si la bobine, de section S et portant n_1 spires par centimètre, était infinie, elle produirait, pour le courant unité, à travers le cerceau portant N spires qui l'entoure, un flux de force \mathcal{N} égal, sous certaines conditions, à $4\pi n_1 NS$.

Comme la bobine est limitée, ainsi que le nombre des cerceaux, le potentiel réciproque effectif a pour valeur

$$m = \mathcal{N} - \mu,$$

μ étant une correction à déterminer.

Calcul du champ produit par un circuit en forme d'hélice en un point de son axe. — Le calcul du champ en un point de l'axe d'une bobine, sous sa forme classique, semble convenir seulement au cas où le circuit se réduit à un système de circonférences parallèles et *jointives* ou mieux à une lame cylindrique mince siège d'un courant de *densité constante* tangente en chaque point au parallèle passant par ce point.

Nous supposons ici que le circuit est constitué par une hélice de pas quelconque h et de rayon R .

Les coordonnées d'un point de l'hélice sont

$$x = R \cos \omega, \quad y = R \sin \omega, \quad z = \frac{h}{2\pi} \omega,$$

et l'élément d'arc ds a pour expression

$$ds^2 = \left(R^2 + \frac{h^2}{4\pi^2} \right) d\omega^2.$$

Il peut être considéré comme la somme géométrique de l'élément d'arc circulaire $d\sigma = R d\omega$ et de l'élément d'arc parallèle aux génératrices $d\sigma' = \frac{h}{2\pi} d\omega$. Calculons d'abord le champ suivant l'axe du cylindre provenant des éléments d'arcs $d\sigma$ parcourus par le courant unité. L'élément de courant $d\sigma$ produit en M l'action $\frac{d\sigma}{r^2}$ perpendiculaire au plan MTT' déterminé par le point M et la tangente TT' à l'élément. La composante de cette action suivant l'axe de la bobine a donc pour expression :

$$dZ = \frac{d\sigma}{r^2} \cdot \sin \beta = \frac{R^2 d\omega}{r^3}.$$

r mesurant la distance PM, et β l'angle PMC. En désignant par d la distance du point M au plan moyen de la spire on a :

$$r^2 = R^2 + \left(d + \frac{h}{2} - z \right)^2,$$

donc :

$$dZ = R^2 \frac{d\omega}{\left[R^2 + \left(d + \frac{h}{2} - \frac{h}{2\pi} \omega \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}.$$

En posant $v = d + \frac{h}{2} - \frac{h}{2\pi} \omega$ et intégrant, il vient :

$$(1) \quad Z = -\frac{2\pi}{h} \left[\frac{v}{\left(R^2 + v^2 \right)^{\frac{1}{2}}} \right]_{v_0}^{v_1}.$$

d'où, pour une spire :

$$(2) \quad Z = -\frac{2\pi}{h} \left[\frac{d - \frac{h}{2}}{\sqrt{R^2 + \left(d - \frac{h}{2} \right)^2}} - \frac{d + \frac{h}{2}}{\sqrt{R^2 + \left(d + \frac{h}{2} \right)^2}} \right].$$

Joignons le point M aux points P₀ et P₁ extrémités de la spire et soient V₀ et V₁ les angles en M ainsi formés, on a :

$$\cos V_0 = \frac{d + \frac{h}{2}}{\sqrt{\left(d + \frac{h}{2}\right)^2 + R^2}} ; \quad \cos V_1 = \frac{d - \frac{h}{2}}{\sqrt{\left(d - \frac{h}{2}\right)^2 + R^2}} .$$

par suite, pour la première spire

$$Z_1 = -\frac{2\pi}{h} [\cos V_1 - \cos V_0] .$$

Les spires suivantes fournissent de même les champs :

$$Z_2 = -\frac{2\pi}{h} [\cos V_2 - \cos V_1] ,$$

$$Z_3 = -\frac{2\pi}{h} \cos V_3 - \cos V_2 ,$$

.....

$$Z_p = -\frac{2\pi}{h} [\cos V_p - \cos V_{n-1}] ,$$

par suite :

$$Z = -\frac{2\pi}{h} (\cos V_p - \cos V_0) .$$

Or l'inverse du pas $\frac{1}{h}$ est le nombre de spires n_1 distribuées sur l'unité de longueur, donc

$$(3) \quad Z = -2\pi n_1 (\cos V_n - \cos V_0) .$$

Dans le cas des bobines unicouches ordinaires, il faut, dans la formule (3) prendre h égal au diamètre du fil enroulé.

Pour $h = 0$ la formule (2) donne l'action exercée par un circuit circulaire en un point de son axe :

$$(4) \quad Z_c = \frac{2\pi R^2}{\sqrt{(R^2 + d^2)^3}}$$

D'ailleurs, pour h petit, Z peut se mettre sous la forme

$$Z = \frac{2\pi R^2}{\sqrt{(R^2 + d^2)^3}} \left[1 + \frac{h^2}{8} \frac{4d^2 - R^2}{R^2 (R^2 + d^2)} \dots \right]$$

obtenue soit par le développement de l'intégrale (1) soit par l'intégration du développement de dZ .

Un élément de circuit parallèle aux génératrices détermine avec le pôle unité placé sur l'axe un plan qui contient l'axe, par suite, le champ électro-magnétique U dû à de tels éléments est normal à l'axe. Le champ total, résultante de Z et de U , est donc incliné sur l'axe.

L'action due à l'élément $d\sigma'$ a pour valeur

$$df = \frac{Rd\sigma'}{r^3} = \frac{h}{2\pi R} dZ.$$

En composant les forces df par la règle du polygone on obtient une courbe dont la longueur d'arc est

$$s = f = \frac{h}{2\pi R} Z,$$

et la corde correspondante $c = U$. Donc le champ total a pour mesure l'hypoténuse d'un triangle rectangle ayant pour côtés de l'angle droit $s \frac{2\pi R}{h}$ et la corde de l'arc s .

Les composantes de U suivant ox et oy sont, pour une spire :

$$X = \frac{Rh}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\sin \omega d\omega}{\left[R^2 + \left(d + \frac{h}{2} - \frac{h}{2\pi} \omega \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}$$

et

$$Y = - \frac{Rh}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\cos \omega d\omega}{\left[R^2 + \left(d + \frac{h}{2} - \frac{h}{2\pi} \omega \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}$$

Tous ces résultats peuvent être manifestés et mesurés. Une spire circulaire de surface ΔS , disposée en un point de l'axe cc' perpendiculairement à cet axe embrasse un flux $iZ\Delta S$, et par suite l'établissement ou la suppression du courant dans la bobine hélicoïdale donne naissance à la quantité d'électricité $q' = \frac{iZ\Delta S}{R'}$ dans un circuit de résistance R' comprenant la spire; disposée parallèlement à cc' , la spire recevra, dans les mêmes conditions, la quantité d'électricité

$q' = \frac{iU\Delta S}{R'}$ lorsque l'axe de la spire aura été amené à coïncider avec

U (maximum).

Alors :

$$\frac{q'}{q} = \frac{U}{Z} = \text{tang } \theta$$

θ étant l'angle que forme le champ réel avec l'axe de l'hélice.

On peut d'ailleurs amener l'axe de la spire exploratrice à coïncider avec le champ réel et obtenir ainsi une seconde valeur de θ . Si la spire est le siège d'un courant, elle sera soumise à un couple à moins qu'elle ne soit perpendiculaire au champ réel. Une étude analogue peut être répétée en tout point du champ dû à l'enroulement.

Je n'insisterai pas sur les dangers d'une assimilation souvent inconsciente de la bobine réelle avec la bobine théorique, tant en ce qui concerne l'influence du pas de l'enroulement que l'influence des dimensions et de la forme du fil enroulé.

Ordre de grandeur de la correction des bouts. — Calculons d'abord les effets relatifs au cerceau central et à chacun des cerceaux latéraux.

Le champ, suivant l'axe, en un point P de l'axe d'une hélice de pas *quelconque* h , parcourue par le courant unité, a pour intensité

$$(1) \quad \varphi_P = \frac{2\pi}{h} (\cos V_0 - \cos V_P),$$

V_0 et V_P désignant les angles que font, avec l'axe de l'hélice, les droites qui vont du point P aux deux extrémités de la portion de l'hélice considérée.

Pour le centre C de la bobine

$$V_P = \pi - V_0,$$

donc :

$$\varphi_C = 4\pi n_1 \cos V_0,$$

Si la bobine a pour rayon r et pour longueur $2l$:

$$\cos V_0 = \left[1 + \left(\frac{r}{l} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}},$$

d'où

$$\varphi_C = 4\pi n_1 \left[1 + \left(\frac{r}{l} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}}.$$

En ce qui concerne le champ au centre de la bobine, la correction des bouts a donc rigoureusement pour valeur

$$\epsilon_c = 4\pi n_1 \left[1 - \left(1 + \frac{r^2}{l^2} \right)^{-\frac{1}{2}} \right].$$

D'après la formule (1) le champ en un point P de l'axe, situé à la distance D du centre et à l'extérieur de la bobine, a pour intensité

$$(2) \quad \varphi_P = 2\pi n_1 \left\{ \frac{1}{\left[1 + \frac{r^2}{(D+l)^2} \right]^{\frac{1}{2}}} - \frac{1}{\left[1 + \frac{r^2}{(D-l)^2} \right]^{\frac{1}{2}}} \right\}.$$

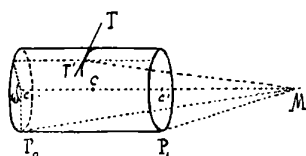
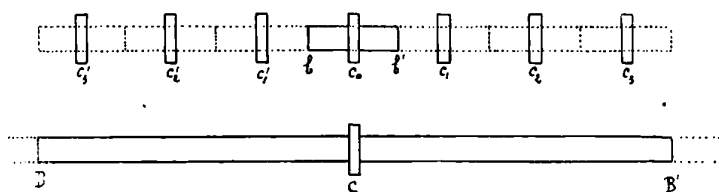


FIG. 3.

Pour des points P répartis le long de l'axe comme les centres des cerceaux, c'est-à-dire suivant la loi

$$D = K \cdot 2l,$$

K étant un nombre entier, il vient

$$\varphi_P = 2\pi n_1 \left[\frac{2K-1}{\sqrt{(2K-1)^2 + \frac{r^2}{l^2}}} - \frac{2K+1}{\sqrt{(2K+1)^2 + \frac{r^2}{l^2}}} \right].$$

En bornant les radicaux aux deux premiers termes de leur développement, ce qui revient à supposer que la bobine, de section S, agit extérieurement comme deux pôles de magnétisme \$n_1 S\$ placés au centre

des faces terminales, on a l'expression approchée

$$\varphi_p = 4\pi n_1 \frac{r^2}{l^2} \frac{2K}{(4K^2 - 1)^2}.$$

En adjoignant au cerceau central $2q$ cerceaux identiques disposés en série, répartis symétriquement par rapport au cerceau central (fig. 2 et 3) et suivant la loi

$$D = K \cdot 2l,$$

tout se passe au point de vue de l'induction comme si une bobine de longueur $(2q + 1) 2l$ agissait sur le cerceau central seulement. La bobine réelle agit, en effet, sur le j^{e} cerceau, comme la j^{e} bobine fictive de longueur $2l$ agirait sur le cerceau central réel.

Par l'emploi des $2q$ cerceaux, la correction des bouts se réduit donc à l'action de deux bobines infinies commençant à la distance $D = (2q + 1) l$ du centre C.

D'après (1), on a, pour la correction totale en C relative au champ pour ces deux bobines.

$$\varepsilon = 4\pi n_1 (1 - \cos V_q)$$

avec

$$\cos V_q = \left[1 + \frac{\alpha^2}{(2q + 1)^2} \right]^{-\frac{1}{2}},$$

α désignant le rapport $\frac{r}{l}$, demi-ouverture de la bobine longue. Au lieu d'employer la formule

$$(2) \quad \varepsilon = 4\pi n_1 \left\{ \left[1 + \frac{\alpha^2}{(2q + 1)^2} \right]^{-\frac{1}{2}} - 1 \right\},$$

on pourra souvent se contenter de l'expression approchée

$$(3) \quad \varepsilon = 2\pi n_1 \alpha^2 \frac{1}{(2q + 1)^2}.$$

Le produit $\varepsilon S'$, S' étant l'aire du cerceau, donne une valeur très suffisamment approchée du potentiel réciproque μ du cerceau central et des deux demi-bobines infinies lorsque la distance D est suffisante.

Pour $n_1 = 8,341$, $r = 19^{\text{cm}}, 732$, $l = 90^{\text{cm}}, 155$ et $\varphi_0 = 4\pi n_1$, on a,

pour l'ordre de grandeur des champs des cerceaux successifs au centre c du système :

K	1,	$\varphi_1 = \varphi_0 \times 0,00975,$
K	2,	$\varphi_2 = \varphi_0 \quad 0,00078,$
K	3,	$\varphi_3 = \varphi_0 \quad 0,00022,$
K	4,	$\varphi_4 = \varphi_0 \quad 0,000088.$

Pour un système de trois cerceaux latéraux, la correction a pour valeur

$$\varepsilon = 0,000488 \cdot \varphi_0.$$

Cette correction peut être calculée avec toute la précision désirable.

Si l'on considère que le nombre des cerceaux devrait être infini et que le champ des cerceaux successifs en c , diminue fort peu pour les cerceaux éloignés, on se rend compte *a priori* de la valeur élevée de cette correction ε .

On remarquera qu'alors même que la quatrième bobine fictive ne représente que $\frac{1}{10\,000^e}$ environ du potentiel réciproque de la bobine théorique et du cerceau central, l'ensemble des bobines fictives, en nombre infini, qui conditionnent la correction, représente $\frac{1}{2\,000^e}$ de ce potentiel.

Il résulte de là que la si ingénieuse *méthode expérimentale de correction des bouts, par translations successives de la bobine inductrice et addition des effets* est à rejeter lorsqu'on a en vue une mesure très précise. Si l'appareil de mesure, d'une sensibilité finie, n'accusait pas le $\frac{1}{10\,000^e}$ de l'action totale on serait alors conduit à négliger le $\frac{1}{2\,000^e}$ de cette action. Dans cet ordre d'idées le calcul de la correction est indispensable.

Calcul direct de la correction μ . — Pour une distance x de D , trop petite pour permettre l'emploi des formules approchées établies plus haut, on doit calculer la correction en partant de l'expression de la composante X produite, parallèlement à l'axe du système, par une couche magnétique de densité 1 recouvrant la face active des bobines demi-infinies en un point du plan du cerceau central situé à la distance y de son centre.

SUR LE MOUVEMENT D'UNE BALLE SPHÉRIQUE LÉGÈRE DANS L'AIR;

Par M. PAUL APPELL.

I. Dans le premier numéro de ce *Journal*, pour l'année 1917, j'ai proposé une hypothèse simplificatrice qui permet d'expliquer les résultats des expériences de M. Z. Carrière.

Dans ces expériences, la balle tourne autour d'un axe normal au plan de la trajectoire. Il y aurait lieu d'expérimenter aussi le cas où l'axe instantané aurait une direction connue quelconque : la trajectoire du centre serait alors, en général, une courbe gauche. Il semble que la même hypothèse pourra être faite sur l'effet global de la résistance de milieu dans ce genre de mouvements. La résistance $R = mg \varphi(V)$ au lieu d'être opposée à la vitesse du centre G , s'obtient en faisant tourner le vecteur $mg \varphi(V)$, opposé à la vitesse de G , d'un angle aigu α autour de l'axe $G\omega$ de la rotation instantanée de la balle, en sens contraire de cette rotation; cet angle α est une fonction croissante de la grandeur ω de la rotation instantanée, nulle avec ω . De cette façon, si l'axe instantané de rotation est tangent à la trajectoire, ou si la rotation est nulle, la résistance est opposée à la vitesse.

II. Depuis que le premier article est à l'impression, j'ai reçu un tirage à part d'une note de Lord Rayleigh. *On the irregular flight of a tennis-ball*, extrait du *Messenger of mathematics* (New series n° 73, 1877). Dans cette note, Lord Rayleigh analyse le phénomène de la résistance et en donne l'explication physique, en étudiant le mouvement de l'air par rapport à la balle, considérée comme système de comparaison immobile. Il applique ensuite l'analyse mathématique au cas simple d'un cylindre circulaire, immobile dans un courant fluide irrotationnel, les vitesses des particules étant dans des plans normaux aux génératrices du cylindre; le mouvement du fluide est alors un mouvement plan. En prenant comme origine d'un système de coordonnées polaires r et θ , le centre de la section droite et appelant a le rayon du cylindre, Lord Rayleigh trouve pour fonction de courant :

$$\psi = \alpha \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) r \sin \theta + \beta \log. r,$$

où α et β sont des constantes ; il calcule ensuite l'effet résultant de l'action de l'air sur le cylindre. C'est là une façon de pénétrer profondément dans la question de la loi de résistance, en considérant à la fois le mouvement du fluide et celui du solide. Le mouvement du centre du cylindre, par rapport à l'air supposé immobile, a ensuite été étudié par M. Greenhill (*Messenger of mathematics*, vol. IX, p. 413, 1880) : l'auteur montre que, si l'on néglige la pesanteur, la trajectoire est un cercle, et que, si l'on en tient compte, la trajectoire est une trochoïde. Dans une lettre qu'il m'a adressée le 11 décembre 1917, M. Greenhill s'exprime ainsi : « *The experiment can be made with a light celluloid ball, about 25 m. m. in diameter, projected by an elastic band, wrapped round it so as to give a rotation with translation. The ball can be projected across a room, and the upward swerve is very remarkable. The effect is well known in the game of Golf* ».

Je me bornerai ici à compléter mon premier article, en cherchant les équations du mouvement de la balle, dans l'hypothèse simplificatrice que je viens de rappeler.

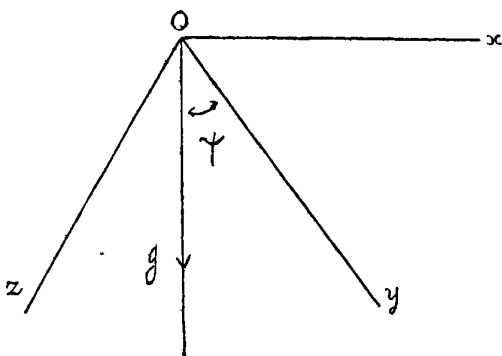


FIG. 1.

III. Considérons la balle pendant un temps au cours duquel la rotation instantanée ω reste la même en grandeur, direction et sens. Prenons (fig. 1) la parallèle à cette rotation pour axe Oz estimé positivement vers le bas, l'horizontale perpendiculaire à Oz pour axe Ox et une perpendiculaire aux deux précédentes pour axe Oy compté positivement vers le bas. Le sens positif des rotations autour de Oz est le sens qui amène Ox sur Oy par une rotation d'un angle

droit. La verticale descendante donnant la direction de la pesanteur g est dans l'angle yOz et fait avec Oy un angle aigu ψ . Le mobile est supposé partir de l'origine : nous cherchons le mouvement de son centre de gravité G , de coordonnées x, y, z .

Les projections du vecteur $R' = mg \mp V$ tangent à la trajectoire, en sens contraire du mouvement, sont :

$$- R' \frac{dx}{ds}, \quad R' \frac{dy}{ds}, \quad - R' \frac{dz}{ds},$$

s désignant l'arc de trajectoire compté positivement dans le sens du mouvement. Faisons tourner ce vecteur d'un angle α (positif ou négatif), autour d'une parallèle à Oz menée par G ; nous aurons un nouveau vecteur R ayant pour projections :

$$(1) \quad \begin{cases} R_x = - R' \frac{dx}{ds} \cos \alpha + R' \frac{dy}{ds} \sin \alpha, \\ R_y = - R' \frac{dx}{ds} \sin \alpha - R' \frac{dy}{ds} \cos \alpha, \\ R_z = - R' \frac{dz}{ds}. \end{cases}$$

Les équations du mouvement sont donc en remplaçant R' par sa valeur $mg \mp V$:

$$(2) \quad \begin{cases} \frac{d^2x}{dt^2} = - g \mp V \left(\frac{dx}{ds} \cos \alpha - \frac{dy}{ds} \sin \alpha \right), \\ \frac{d^2y}{dt^2} = - g \mp V \left(\frac{dx}{ds} \sin \alpha + \frac{dy}{ds} \cos \alpha \right) + g \cos \psi, \\ \frac{d^2z}{dt^2} = - g \mp V \frac{dz}{ds} + g \sin \psi. \end{cases}$$

Comme $V = \frac{ds}{dt}$, ces équations se réduisent à celles du premier article quand $\psi = 0$ et $z = 0$. Dans ces équations, α est une constante positive ou négative, comprise entre $-\frac{\pi}{2}$ et $+\frac{\pi}{2}$.

La possibilité des mouvements rectilignes et uniformes s'établit comme dans le premier article. Il paraît probable que quand t augmente indéfiniment, V tend vers la valeur λ pour laquelle, $\mp(\lambda)$ devenant égal à l'unité, l'intensité de la résistance R est égale au poids mg et que le mouvement devient rectiligne suivant une droite telle que R soit opposé au poids. C'est ce que l'on peut démontrer

52 APPELL. — MOUVEMENT D'UNE BALLE SPHERIQUE
 en supposant la résistance proportionnelle à la vitesse :

$$\varphi(V) = \frac{V}{\lambda}.$$

IV. Dans cette dernière hypothèse, les équations générales du mouvement deviennent, en désignant par des accents les dérivées par rapport au temps :

$$(3) \quad \begin{cases} x'' + \frac{g}{\lambda} (x' \cos \alpha - y' \sin \alpha) = 0, \\ y'' + \frac{g}{\lambda} (x' \sin \alpha + y' \cos \alpha) - g \cos \psi = 0, \\ z'' + \frac{g}{\lambda} z' - g \sin \psi = 0. \end{cases}$$

Les deux premières s'intègrent comme dans le premier article sauf le changement de g en $g \cos \psi$ dans le terme constant de la deuxième. La troisième donne :

$$z' - \lambda \sin \psi = (w_0 - \lambda \sin \psi) e^{-\frac{g}{\lambda} t}$$

w_0 désignant la projection de la vitesse initiale sur Oz . On a ensuite z par une quadrature immédiate.

Lorsque t augmente indéfiniment, on voit sur les intégrales que x'' , y'' , z'' tendent vers zéro à cause du facteur exponentiel. Le mouvement devient donc rectiligne et uniforme. Les équations (3) montrent alors que les projections x' , y' , z' de la vitesse prennent les valeurs constantes données par les équations :

$$\begin{aligned} x' \cos \alpha - y' \sin \alpha &= 0, \\ x' \sin \alpha + y' \cos \alpha &= \lambda \cos \psi, \\ z' &= \lambda \sin \psi. \end{aligned}$$

d'où, comme valeurs limites :

$$(4) \quad \begin{cases} x' = \lambda \sin \alpha \cos \psi, \\ y' = \lambda \cos \alpha \cos \psi, \\ z' = \lambda \sin \psi. \end{cases}$$

On obtient ainsi un mouvement limite, rectiligne, uniforme, de vitesse λ , dirigé suivant une droite (asymptote à la véritable trajectoire) dont la direction s'obtient en faisant tourner la verticale Og de l'angle $-\alpha$ autour de l'axe Oz .

CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DE LA RELATION ENTRE LES PROPRIÉTÉS RÉFRACTIVES
DES CORPS GRAS ET LEUR CONSTITUTION CHIMIQUE ;

Par M. C. CHÉNEVEAU.

I. — Sur la relation entre l'indice de réfraction d'un corps gras
et son indice d'iode.

a) *Considérations sur la représentation graphique des indices de réfraction des huiles en fonction des indices d'iode.* — L'idée du présent travail m'est venue en essayant de représenter graphiquement la variation de l'indice de réfraction de diverses huiles en fonction de leur indice d'iode. Il s'agit simplement des huiles les plus courantes, et les indices de réfraction moyens ont été extraits des *Mémoires* ou *Tables* d'Abbe, Chéneveau et Hébert, Féry, Grassot et Lebrasseur, Jean, Sidersky, Thærner, Tixier, Wollny, Zune, et d'autres auteurs cités pour la plupart dans le *Traité des Huiles, Graisses et Cires* de J. Lewkovitsch, aujourd'hui classique, d'où a été également tirée la valeur moyenne des indices d'iode, et auquel nous avons fait de nombreux emprunts.

A première vue, le graphique, dont chaque point représente une huile — les indices de réfraction étant portés en ordonnées et les indices d'iode en abscisses — se présente sous un aspect complexe d'où l'on ne peut déduire que cette conclusion assez approchée, analogue à celle qu'Hébert et moi-même avons mise en évidence dans une *Etude des constantes refractométriques et industrielles des huiles et graisses des colonies françaises* (*Bull. de l'office Colonial*, juin-juillet 1916, p. 266) : l'indice de réfraction paraît croître avec l'indice d'iode.

Cependant, si l'on a soin de grouper les huiles de façon convenable, comme nous l'indiquerons en détail plus loin, on s'aperçoit qu'on peut dire : l'indice de réfraction N d'une huile varie proportionnellement à son indice d'iode I . La loi linéaire de variation est donc de la forme :

$$N - 1 = a + bI,$$

les coefficients a et b étant différents suivant que l'huile est siccativante ou demi-siccativante, ou simplement non-siccativante.

Avant de chercher à expliquer ce groupement assez curieux, j'ai

donc été amené à étudier la relation précédente pour décider si elle était empirique ou si elle était, au contraire, la conséquence de théories ou de faits bien établis.

b) *Assimilation du corps gras à une solution ; application de la loi des solutions.* — Chimiquement, les corps gras (huiles ou graisses) sont des glycérides ou éthers neutres glycériques d'acide gras ; plus particulièrement, certains glycérides — d'acides saturés — sont solides à la température ordinaire, tandis que les autres — d'acides non saturés — sont liquides à cette même température.

J'ai donc pensé qu'on peut considérer *physiquement* un corps gras comme la *solution* d'un ou plusieurs glycérides gras saturés dans un ou plusieurs glycérides gras non-saturés.

Pour prendre un exemple simple, imaginons qu'un corps gras soit composé de p 0/0 en poids d'un glycéride non-saturé dans lequel est dissous $(100 - p)$ 0/0 d'un glycéride saturé.

Appelons n, n', N les indices de réfraction, d, d', D , les densités des glycérides saturé, non saturé et du corps gras, considéré, pour plus de simplicité, à une température où il sera liquide : si nous appliquons la *loi des solutions*, nous aurons immédiatement :

$$(1) \quad (100 - p) \frac{n - 1}{d} + p \frac{n' - 1}{d'} = 100 \frac{N - 1}{D},$$

en se tenant à l'expression plus simple, sinon plus exacte, fournie pour le pouvoir réfringent spécifique par la loi de Gladstone ($\frac{n - 1}{d} = C^e$), au lieu d'employer la loi de Lorentz

$$\left[\frac{n^2 - 1}{(n^2 + 2)d} = C^e \right].$$

Si, ce qui arrive en général pratiquement, $\frac{n' - 1}{d'}$ est plus grand que $\frac{n - 1}{d}$, la formule précédente peut s'écrire :

$$100 \frac{n - 1}{d} + p \left(\frac{n' - 1}{d'} - \frac{n - 1}{d} \right) = 100 \frac{N - 1}{D}$$

ou :

$$(2) \quad N - 1 = \frac{n - 1}{d} D + \frac{pD}{100} \left(\frac{n' - 1}{d'} - \frac{n - 1}{d} \right).$$

c) *Transformation de la formule précédente en s'appuyant sur la définition de l'indice d'iode.* — Relation entre l'indice de réfraction et l'indice d'iode. — La constante industrielle la plus caractéristique d'un corps gras est son indice d'iode.

L'indice d'iode d'un corps gras indique le pourcentage de chlorure d'iode absorbé par ce corps gras, exprimé en iode; cet indice constitue en somme la mesure de la proportion d'acides non-saturés, ces acides, tant à l'état libre que combinés à la glycérine, ayant la propriété de fixer les halogènes en formant des produits d'addition. On peut donc encore dire que l'indice d'iode donne la teneur en glycérides non-saturés liquides et, d'après cette définition, cette teneur p 0/0 sera proportionnelle à l'indice d'iode I .

Alors, si l'on peut poser :

$$p = kI$$

l'équation (2) précédente devient :

$$(3) \quad N - 1 = \frac{n - 1}{d} D + \frac{kDI}{100} \left(\frac{n' - 1}{d'} - \frac{n - 1}{d} \right),$$

c'est-à-dire pour un corps gras déterminé :

$$(4) \quad N - 1 = a + bI.$$

Ainsi, pour le corps gras lui-même, l'indice de réfraction est fonction linéaire de l'indice d'iode et ce résultat est la conséquence de l'assimilation du corps gras liquide à une solution, et de l'application simultanée de la loi des solutions, et de la définition de l'indice d'iode.

d) *Vérifications numériques des résultats précédents, faites sur les graisses.* — Pour vérifier les équations (3) ou (4) ou bien les équations (1) et (2) dont elles sont la conséquence, je me suis tout d'abord adressé à des graisses bien connues qu'on peut obtenir assez pures et dont la constitution est plus simple et mieux établie que celle des huiles. Ces graisses seront considérées à la température de 40°, c'est-à-dire à l'état liquide.

1° Il est bien entendu, tout d'abord, que lorsqu'il y aura plusieurs glycérides saturés dissous dans plusieurs glycérides non saturés, l'application de la loi des solutions pourra s'étendre, comme je l'ai

montré antérieurement (1), et qu'il sera possible de connaître ainsi la valeur moyenne des pouvoirs réfringents spécifiques des glycérides solides dissous et des glycérides liquides agissant comme solvants, connaissant la composition du corps gras en chacun d'eux.

On aura :

$$\Sigma p \frac{n-1}{d} = P \frac{N-1}{D},$$

avec :

$$\Sigma p = P,$$

P, pouvant avoir, en particulier, la valeur commode $P = 100$;

2° Mais il faut, pour cela, connaître la valeur des pouvoirs réfringents spécifiques des glycérides purs à l'état liquide ou à l'état dissous :

Voici quelques résultats tirés du *Traité de Lewkovitsch* :

Glycérides saturés	$\left\{ \begin{array}{l} \text{Palmitine (tri)} \dots\dots\dots \\ \text{Stéarine (tri)} \dots\dots\dots \\ \text{Myristine (tri)} \dots\dots\dots \end{array} \right.$	$\theta = 80^\circ \text{ C.}$	$\frac{n^{(v)} - 1}{d} = 0,506$
		$= 80^\circ$	$= 0,510$
		$= 60^\circ$	$= 0,500$
Glycéride non saturé	$\left\{ \begin{array}{l} \text{Oléine (tri)} \dots\dots\dots \end{array} \right.$	$\theta = 45^\circ$	$\frac{n^{(v)} - 1}{d'} = 0,516 \text{ (2).}$

3° Il y a d'autres glycérides non saturés entrant dans la constitution des huiles ou graisses ; tels sont les glycérides des acides linoléique, linoléique, etc., que nous appellerons linoléine, linoléine, etc. Comme la détermination directe des indices de réfraction de ces glycérides n'a pas encore été faite, pas plus d'ailleurs que celle des indices de réfraction des acides correspondants, on peut essayer d'obtenir les pouvoirs réfringents spécifiques inconnus par le calcul des réfractions moléculaires considérées comme la somme des réfractions des atomes constitutifs et des doubles liaisons éthyléniques.

On obtient, par exemple, les résultats suivants :

(Tri) Glycéride de l'acide	Formule chimique	Nombre de doubles liaisons	R_m (raie C)	$\frac{n^{(v)} - 1}{d'}$
Oléique.....	$C^{57}H^{104}O_6$	3	446,0	0,505
Linoléique.....	$C^{57}H^{98}O_6$	6	445,4	0,507
Linoléique....	$C^{57}H^{92}O_6$	9	444,8	0,510

(1) *Les propriétés optiques des solutions*, 1 vol. in-8°, Gauthier-Villars, Paris, 1913 p. 19.

(2) Par suite d'une valeur trop faible de la densité de l'oléine, le nombre 0,528 que j'avais d'abord adopté (Voir *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, t. CLXV, p. 1060, 1917 et *Petit Bulletin de la Société de Physique*, 18 janvier 1918) est trop fort.

On peut admettre que la réfraction spécifique de liquides, tels que ceux que nous étudions ici, varie peu avec la température ⁽¹⁾; puisqu'on connaît la réfraction spécifique de l'oleine pour les raies C et D, il sera facile de déduire, par analogie, les pouvoirs réfringents spécifiques des autres glycérides liquides pour la raie D, à une température quelconque, des valeurs obtenues précédemment pour la raie C.

On aura alors les nombres ci-dessous indiqués :

$$\begin{aligned} \text{Linoléine.....} & \frac{n'_{D} - 1}{d'} = 0,518 \\ \text{Linoléine.....} & = 0,521. \end{aligned}$$

4° D'après des expériences que j'ai faites antérieurement sur la variation du pouvoir réfringent spécifique d'un corps organique dissous avec la température ⁽²⁾, cette grandeur optique peut, par exemple, croître, dans le même sens que la température, d'environ 1 0/0 pour un écart de température de 35 à 40°. Les glycérides saturés, solides à la température ordinaire, rentrent dans le cas des corps dissous quand le corps gras est fluide.

On peut donc, finalement, dresser le tableau approximatif suivant des constantes optiques des glycérides gras qui pourra, sous cette forme, nous servir pour l'étude ultérieure des huiles.

Glycérides	$\frac{n_D - 1}{d}$				
	0 = 15°	25°	40°	60°	80°
I. — Saturés (dissous).					
Myristine.....	0,495	0,497	0,498	0,500	0,503
Palmitine.....	0,498	0,500	0,504	0,503	0,506
Stéarine	0,502	0,504	0,505	0,507	0,510
II. — Non saturés (solvants).					
Oléine	←-----		0,516	-----→	
Linoléine	←-----		0,518	-----→	
Linoléine.....	←-----		0,521	-----→	

5° Essayons maintenant de vérifier la relation entre l'indice de réfraction d'une graisse fondue et son indice d'iode, ce qui vérifiera également la loi des solutions.

⁽¹⁾ Par exemple, pour l'acide oléique, le pouvoir réfringent spécifique varie de 0,5144 à 15° à 0,5139 à 60°.

⁽²⁾ *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, t. CXLV, p. 1332; 1907.

Nous allons prendre deux exemples empruntés au traité de Lewkovitsch : le *saindoux* et le *suiif de bœuf*.

D'après la composition probable de ces graisses, nous formons un corps gras synthétique dont nous pouvons déterminer, par une loi de mélanges, l'indice d'iode en fonction de celui des constituants et calculer l'indice de réfraction à l'aide de la formule (3). Nous pourrons alors comparer le nombre obtenu avec celui déterminé directement sur la graisse fondue⁽¹⁾.

<i>Saindoux</i> (à 40° C)	$\frac{n_D - 1}{d}$ moyen								
Glycérides solides.....	41 0/0 0,500								
<table style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td style="padding-right: 10px;">stéarine</td> <td style="padding-right: 10px;">4</td> <td rowspan="3" style="font-size: 2em; vertical-align: middle;">}</td> <td rowspan="3" style="padding-left: 10px;">37</td> </tr> <tr> <td>myristine</td> <td></td> </tr> <tr> <td>palmitine, etc...</td> <td></td> </tr> </table>	stéarine	4	}	37	myristine		palmitine, etc...		
stéarine	4	}			37				
myristine									
palmitine, etc...									
Glycérides liquides.....	59 0/0 0,516								
<table style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td style="padding-right: 10px;">oléine.....</td> <td style="padding-right: 10px;">49</td> <td rowspan="2" style="font-size: 2em; vertical-align: middle;">}</td> <td rowspan="2" style="padding-left: 10px;">40</td> </tr> <tr> <td>linoléine</td> <td></td> </tr> </table>	oléine.....	49	}	40	linoléine				
oléine.....	49	}			40				
linoléine									
$D_4^0 = 0,900$; $I = 62$ (nombre moyen 60); $k = \frac{p}{I} = \frac{59}{62} = 0,95$.									

On a donc :

$$N_D - 1 = 0,500 \times 0,90 + \frac{0,95 \times 0,90}{100} (0,516 - 0,500) I$$

$$N_D - 1 = 0,4500 + 0,000137 I.$$

Pour $I = 62$, à 40°, on a alors :

$N_D - 1$	}	calculé.....	0,4585	Différence — 0,0007.
		observé.....	0,4592	

Suiif de bœuf (à 40° C)

<i>Suiif de bœuf</i> (à 40° C)	$\frac{n_D - 1}{d}$ moyen						
Glycérides solides...	51,7 0/0 0,503						
<table style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td style="padding-right: 10px;">stéarine.....</td> <td style="padding-right: 10px;">25,85</td> <td rowspan="2" style="font-size: 2em; vertical-align: middle;">}</td> <td rowspan="2" style="padding-left: 10px;">25,85</td> </tr> <tr> <td>palmitine.....</td> <td></td> </tr> </table>	stéarine.....	25,85	}	25,85	palmitine.....		
stéarine.....	25,85	}			25,85		
palmitine.....							
Glycérider liquide....	48,3 0/0 0,516						
oléine.....							
$D_4^0 = 0,900$; $I = 44$ (nombre moyen 42): $k = \frac{p}{I} = \frac{48,3}{44} = 1,1$.							

On a donc :

$$N_D - 1 = 0,503 \times 0,90 + \frac{1,1 \times 0,90}{100} (0,516 - 0,503) I$$

$$N_D - 1 = 0,4527 + 0,000129 I.$$

Pour $I = 44$, à 40°, on a alors :

$N_D - 1$	}	calculé.....	0,4584	Différence — 0,0002
		observé.....	0,4586	

(1) On remarquera combien les coefficients, obtenus par cette vérification de la loi des solutions, sont voisins de ceux des droites, données plus loin, qui classent ces corps gras.

e) *Conclusions.* — L'identité des résultats obtenus précédemment avec les graisses, par le calcul ou par l'observation, nous autorise à dire :

1° Que l'indice de réfraction d'une graisse fondue est bien fonction linéaire de son indice d'iode ;

2° Qu'on peut déduire facilement la composition centésimale de la graisse en glycérides solides et liquides, si l'on a pu déterminer la nature de ces divers glycérides ;

3° Qu'on peut calculer l'indice de réfraction d'une graisse fondue, connaissant sa teneur en glycérides saturés et non saturés.

Ces conclusions n'ont pas la prétention d'être autrement qu'approchées. Pour qu'elles se généralisent et deviennent tout à fait sûres, il faudrait connaître exactement les réfractions spécifiques des glycérides non saturés et faire au besoin des solutions de glycérides se rapprochant de la formule de constitution de certaines graisses. Ces recherches expérimentales, si elles sont délicates, ne sont pas impossibles à réaliser.

En tout cas, le fait que, dans l'état actuel de la question, on arrive à de bons résultats, même avec certaines approximations, est non-seulement encourageant, mais incite à démontrer, expérimentalement et définitivement, dans des cas simples, la relation entre l'indice de réfraction d'un corps gras et sa constitution chimique — conséquemment son indice d'iode.

II. — Sur une classification des huiles végétales les plus usuelles, basée sur la relation entre leurs propriétés réfractives et leur constitution chimique.

a) *Groupement des huiles usuelles.* — Nous nous sommes placés précédemment, pour vérifier la relation entre les propriétés réfractives des corps gras et leur constitution chimique, dans le cas plus simple des graisses.

Le problème apparaît plus complexe avec les huiles, parce que leur constitution est loin d'être bien établie et que, d'autre part, il y a toujours une petite quantité d'acides gras liquides libres dans une huile qui est fluide à toute température. Comme il est facile de l'établir, et comme on le verra plus loin, il y a encore néanmoins, pour une huile déterminée, une relation linéaire entre son indice de réfraction et son indice d'iode. Outre que cette relation, pour les huiles

comme pour les graisses, donne deux coefficients a et b qui caractérisent pratiquement le corps gras, elle peut, comme nous allons le montrer, mener à d'autres résultats intéressants.

Si, comme nous l'avons déjà indiqué, on trace un graphique en portant en abscisses les valeurs moyennes des indices d'iode et en ordonnées les valeurs moyennes des indices de réfraction, à une température déterminée, d'un certain nombre d'huiles courantes, on obtient un groupement d'apparence complexe qui peut immédiatement se simplifier en considérant, d'une part les huiles siccatives et demi-siccatives, et, d'autre part, les huiles non-siccatives. Si l'on fait cette séparation, on remarque que toutes les huiles de la première catégorie ne s'écartent pas beaucoup d'une ligne droite, toutes celles de la seconde catégorie d'une autre ligne droite plus inclinée sur l'axe des abscisses, lorsque la température est assez basse; mais, au fur et à mesure que la température s'accroît, les deux droites tendent à devenir identiques, ainsi que l'indique la *fig. 1* ou le tableau suivant :

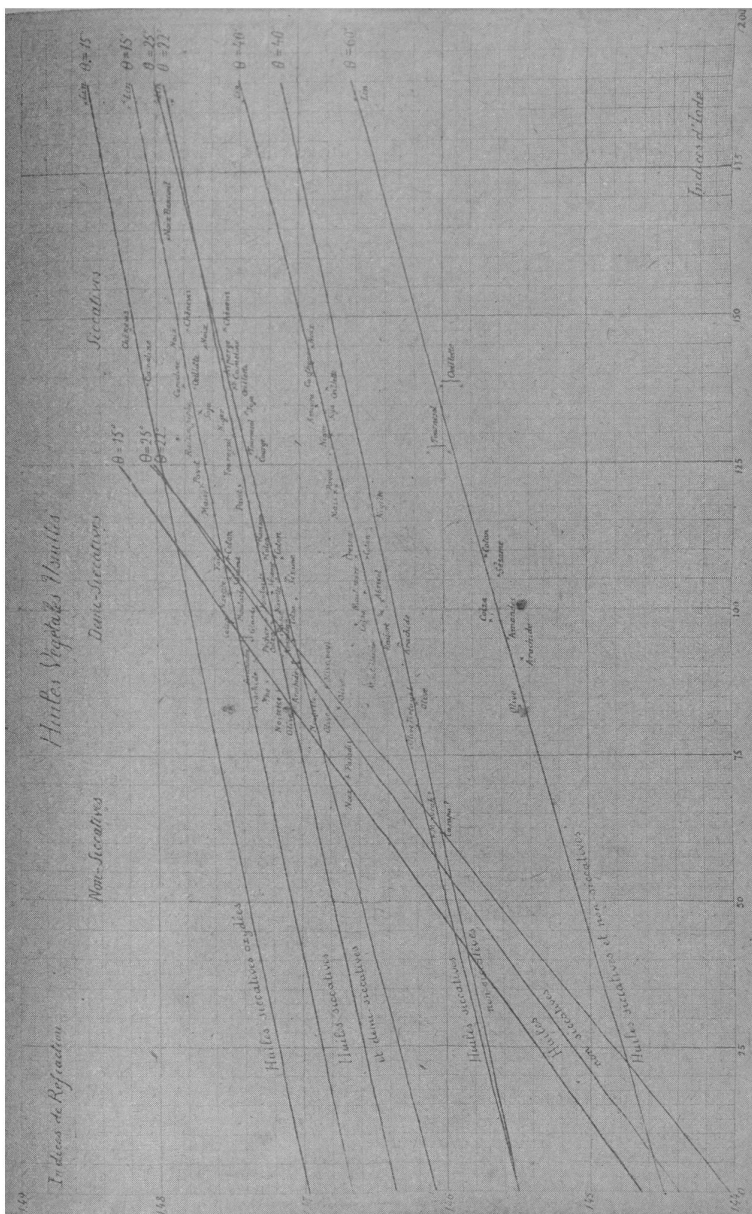
°	Huiles siccatives ou demi-siccatives		Huiles non siccatives	
	$N - 1$		$N - 1$	
15°	$= 0,4667 + 0,000079I$		$= 0,4466 + 0,000289I$	
22°	$= 0,4638$	82	$= 0,4440$	289
25°	$= 0,4609$	101	$= 0,4404$	320
40°	$= 0,4551$	98	$= 0,4551$	84
60°	$= 0,4450$	113	$= 0,4450$	113

Voici les diverses huiles qui obéissent d'une façon suffisante à ce groupement et qui vérifient la loi linéaire avec une approximation qui atteint, dans la majorité des cas, quelques unités du quatrième chiffre décimal de l'indice de réfraction, et, bien rarement, le troisième.

Huiles siccatives et demi-siccatives : raifort, moutarde blanche, cresson, colza, moutarde noire, navette, sésame, faines, coton, ravisson, maïs, pavot, courge, tournesol, niger, soja, amora, raisin (pépins), asperge, œillette, cameliné, carthame, noix, chènevis, lin.

Huiles non siccatives : noix de paradis, olive, noyaux d'olive, noisette, thé, arachide, amandes, raisin, pêcher, glands, coing, abricot, nigelle.

La pureté de l'huile influe beaucoup sur les indices de réfraction et d'iode, ce qui peut expliquer certains écarts. Certaines huiles s'oxydent aussi très facilement, telle l'huile de lin, mais dans ce cas



particulier l'influence de l'oxydation paraît se traduire par l'obtention d'une droite parallèle à la droite réelle et plus élevée qu'elle (voir *fig. 1*).

Ainsi, non seulement il peut y avoir pour chaque huile une relation linéaire entre l'indice de la réfraction et l'indice d'iode, mais pour un certain nombre d'huiles, cette relation est la même et ne dépend que de la température et de leur plus ou moins grande siccativité. Nous allons démontrer ces deux points en partant de l'assimilation d'une huile à une solution.

b) *Explication de l'influence de la température et des variations, qu'elle fait subir aux coefficients de la relation linéaire* $N - 1 = a + bl$. — La constitution chimique des huiles est une donnée encore bien incertaine, même lorsqu'elle paraît à peu près connue.

Imaginons cependant deux huiles synthétiques se rapprochant, l'une de l'*huile de lin*, l'autre de l'*huile d'olive* : en admettant la composition indiquée ci-dessous, qu'il y a pour la première 1, 5 0/0 d'acides gras libres évalués en acide oléique, pour la seconde 1 0/0 d'acides liquides libres, et en ramenant la valeur de l'ordonnée à l'origine à la même valeur que celle indiquée, pour chaque température, dans le tableau précédent, nous obtiendrons (1) :

<i>Huile de lin.</i>									
Glycérides solides	<table style="border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding-right: 10px;">Palmitine</td> <td style="padding-right: 10px;">5</td> <td rowspan="2" style="font-size: 2em; vertical-align: middle;">}</td> <td rowspan="2" style="padding-left: 10px;">40 0/0</td> </tr> <tr> <td>Myristine</td> <td>5</td> </tr> </table>	Palmitine	5	}	40 0/0	Myristine	5		
Palmitine	5	}	40 0/0						
Myristine	5								
Glycérides liquides	<table style="border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding-right: 10px;">Oléine</td> <td style="padding-right: 10px;">20</td> <td rowspan="3" style="font-size: 2em; vertical-align: middle;">}</td> <td rowspan="3" style="padding-left: 10px;">90 0/0</td> </tr> <tr> <td>Linoléine</td> <td>30</td> </tr> <tr> <td>Linoléine (et iso)</td> <td>40</td> </tr> </table>	Oléine	20	}	90 0/0	Linoléine	30	Linoléine (et iso)	40
Oléine	20	}	90 0/0						
Linoléine	30								
Linoléine (et iso)	40								

$$I = 180 \frac{p}{l} = k = 0,50$$

	$t = 15^\circ$	25°	40°	60°
D	0,933	0,927	0,917	0,901
$\frac{n-1}{d}$	0,497	0,499	0,500	0,502
$\frac{n'-1}{d'}$	←----- 0,518 -----→			

D'où :

à 15°	$N - 1 = 0,4667 + 0,000084l$
25°	$= 0,4609 \quad 97$
40°	$= 0,4551 \quad 101$
60°	$= 0,4450 \quad 113$

(1) L'influence optique des acides libres est éliminée auparavant, en admettant pour pouvoir réfringent spécifique de l'acide oléique à toutes températures 0,514. Cette correction est d'ailleurs extrêmement faible.

		<i>Huile d'olive.</i>				
Glycérider solide.....	Palmitine.....				10 0 0	
Glycérider liquides....	} Oléine.....	}		83	}	90 0 0
			Linoléine.....	7		
	I	88 $\frac{p}{l}$	k	1,02		
	t = 15°	25°	40°	60°		
D.....	0,916	0,910	0,900	0,885		
$\frac{n-1}{d}$	0,498	0,500	0,501	0,503		
$\frac{n'-1}{d'}$	←	---	---0,516---	-----	→	

D'où :

à 15°.....	N - 1	0,4466	+	0,0002871	
25°.....		-	0,4404	313	
40°.....		-	0,4551	89	
60°.....		=	0,4450	117	

En somme, on obtient ainsi l'indice de l'huile pure uniquement constituée par des glycerides. On voit l'étroite analogie des coefficients des relations linéaires calculés par la loi des solutions, avec ceux des droites expérimentales, ce qui peut être une indication que les huiles pures contiennent très peu d'acides gras libres.

On peut aussi conclure :

1° Que la relation $N - 1 = a + bl$ s'applique à chaque huile en particulier ;

2° Que l'assimilation de l'huile à une solution explique bien également la variation des coefficients de la relation précédente avec la température ;

3° Que les lois et les variations des coefficients sont nettement différentes pour les huiles siccatives et non-siccatives et tout à fait du même ordre que celles données par l'expérience.

c) *Explication du groupement des huiles.* — Le groupement des huiles usuelles, d'après deux relations linéaires seulement, peut aussi se comprendre facilement d'après l'assimilation de l'huile à une solution et d'après un raisonnement analogue au précédent. Les droites qui vérifient dans chaque cas, la loi des solutions et mènent à l'indice de réfraction exact des huiles peuvent être remplacées par une droite unique d'ordonnée à l'origine convenablement choisie, ainsi qu'on va s'en rendre compte. Les tableaux suivants résument les calculs qu'on peut faire sur diverses huiles synthétiques se rapprochant des huiles véritables.

CHÉNEVEAU

Huiles	0/0 acides libres	Glycérides		I	k	D	$\frac{n-1}{d}$	$\frac{n'-1}{d'}$	N-1
		solides	liquides						
Siccatives et demi-siccatives	1,3	10	90	180	0,50	0,901	0,502	0,518	0,4450 +
	1,5	7	93	147	0,63	0,894	0,503	0,518	0,0001131
	1	27	73	109	0,67	0,893	0,503	0,516	416
Non siccatives	1	10	90	86	1,04	0,885	0,503	0,516	0,0001201
	1	10	90	88	1,02	0,885	0,503	0,516	417
$\theta = 60^\circ$									
Siccatives et demi-siccatives	1	10	90	88	1,02	0,885	0,503	0,516	417
	1	10	90	88	1,02	0,885	0,503	0,516	417
	1	10	90	88	1,02	0,885	0,503	0,516	417
$\theta = 15^\circ$									
Siccatives et demi-siccatives	1	10	90	88	1,02	0,885	0,503	0,516	417
	1	10	90	88	1,02	0,885	0,503	0,516	417
	1	10	90	88	1,02	0,885	0,503	0,516	417
Non siccatives	1	10	90	88	1,02	0,885	0,503	0,516	417
	1	10	90	88	1,02	0,885	0,503	0,516	417
	1	10	90	88	1,02	0,885	0,503	0,516	417

Valeurs moyennes trouvées pour le coefficient b en admettant l'identité des coefficients a de la formule $N - 1 = a + bI$.

Huiles		par le calcul	par l'expérience
Siccatives	} 15°	0,000078	0,000079
et demi-siccatives		0,000115	0,000113
non siccatives	} 15°	0,000287	0,000289
		0,000119	0,000113

La loi reliant l'indice de la réfraction à l'indice d'iode est donc sensiblement la même pour un certain nombre d'huiles qui se disposeront ainsi naturellement sur une même ligne droite, les coefficients de la droite changeant avec la siccativité.

d) *Extension possible à la classification des corps gras.* — Il y a nécessairement un certain nombre d'huiles qui ne participent pas à ce groupement; parmi les huiles usuelles, par exemple, on peut citer l'huile de ricin qui contient en grande quantité la ricinoléine dont la réfraction spécifique est d'environ 0,508 : son indice de réfraction est très grand (1,4770 à 25°) étant donné la petitesse de son indice d'iode (84,5).

On peut cependant faire d'autres groupements non seulement pour les huiles végétales, mais aussi pour les graisses végétales et même les huiles et graisses animales.

En voici quelques-uns :

Huiles végétales à 25°.

Huiles siccatives :

Raphanistre, blé, bois..... $N - 1 = 0,4484 + 0,000231I$

Huiles non siccatives :

Sureau, noix de Californie $N - 1 = 0,4340 + 0,000450I$

Ricin, café, froment..... $N - 1 = 0,4370 + 0,000472I$

Huiles animales à 25°.

Jaunes d'œuf, requin, phoque, mentaden.. $N - 1 = 0,4662 + 0,000069I$

Suif, pieds de bœuf, pieds de mouton, pieds
de cheval, lard, baleine, morue..... $N - 1 = 0,4619 + 0,000064I$

Huiles et Graisses végétales à 40°.

Dans ces groupes, rentrent la plupart des huiles ou graisses des

colonies françaises :

Kokum, cacao, palme.....	$N - 1 = 0,4410 + 0,000088I$
Fulware, illipé, margosa.....	$N - 1 = 0,4430 + 0,000088I$
Pentabutyreaea, aouara (péricarpe), sorindea oleosa, suif végétal.....	$N - 1 = 0,4512 + 0,000088I$
Aouara (amandes), Dumoria Heckeli, Moabi, Capock, Symphonia lœvis, Symphonia louveli, pignon d'Inde, Hevea Brasiliensis, muscade.....	$N - 1 = 0,4538 + 0,000092I$
Carapa microcarpa, karité, owala, pongam	$N - 1 = 0,4570 + 0,000094I$
Stillingia, croton.....	$N - 1 = 0,4602 + 0,000088I$

Graisses animales à 40°.

Cerf, suif de bœuf.....	$N - 1 = 0,4532 + 0,000148I$
Suif de mouton, saindoux, homme, cheval.	$N - 1 = 0,4515 + 0,000125I$
Beurre de vache, lapin.....	$N - 1 = 0,4490 + 0,000152I$
Lard, lièvre.....	$N - 1 = 0,4417 + 0,000163I$

L'intérêt de tels groupements ne réside pas seulement dans ce fait que des huiles d'un même groupe peuvent avoir des constitutions voisines, quant à la proportion de glycérides solides et liquides — sinon quant à la nature de ces glycérides, — mais plutôt dans un autre critérium de caractérisation pratique.

e) *Conclusion.* — On peut donc conclure des résultats précédents :

1° Que pour une huile, comme pour une graisse, l'indice de réfraction est fonction linéaire de l'indice d'iode, de sorte que cette relation est générale pour les corps gras fondus ou liquides : elle est bien la conséquence de l'assimilation du corps gras à une solution de glycérides saturés dans des glycérides non saturés. Elle explique le peu de variation de l'indice de réfraction des corps gras par le peu de différence qui existe entre les réfractions des divers glycérides ;

2° Pour les huiles les plus usuelles, cette liaison entre les indices de réfraction et d'iode peut permettre de les grouper en huiles siccatives ou demi-siccatives et en huiles non siccatives, les coefficients de la fonction linéaire $N - 1 = a + bI$ variant avec chaque groupement ;

3° Les coefficients tendent à devenir identiques lorsque la température s'élève, ce qui est une conséquence immédiate de la loi des solutions et de la variation légère de la réfraction spécifique du corps dissous avec la température ;

4° D'autres groupements peuvent être faits qui ne sont pas nécessairement fonction de la constitution chimique détaillée des huiles groupées, mais qui peuvent dépendre au moins de leur teneur globale en glycérides solides et liquides

Il est certain que les résultats pratiques les plus importants qui découlent de cette étude sont :

- 1° La caractérisation d'un corps gras par deux coefficients ;
- 2° La caractérisation d'une huile usuelle par son groupement avec d'autres, également courantes.

Nous allons donner un exemple de l'importance de ce dernier cas,

f) *Application à la recherche d'une falsification d'huile courante.*

— La méthode consisterait en ceci :

Soit une huile considérée comme pure et qui ne renfermerait en réalité que x 0/0 d'huile pure et $(100 - x)$ 0/0 d'une autre huile ajoutée.

Appelons n , n' , N , les indices de réfraction de l'huile pure, de l'huile falsificatrice et du mélange vendu.

La loi des solutions, appliquée à ce cas qui est celui d'un mélange, nous donnera immédiatement les relations suivantes pour les indices de réfraction et les indices d'iode :

$$\begin{aligned} x(n - 1) + (100 - x)(n' - 1) &= 100(N - 1) \quad (1) \\ xi + (100 - x)i' &= 100 I. \end{aligned}$$

On connaît n et i de l'huile pure. On peut déterminer expérimentalement N et I . Restent donc comme inconnues :

$$n' - 1 = y \quad \text{et} \quad i' = z.$$

Or, nous avons trouvé, pour les huiles courantes, la relation suivante entre l'indice de réfraction et l'indice d'iode :

$$n' - 1 = a + bi',$$

les coefficients a et b variant suivant que l'huile est ou n'est pas siccativité. Si donc on peut, par la détermination directe de la siccativité du mélange — ou de son indice d'iode — soupçonner à quelle classe appartient l'huile falsificatrice ou bien si une réaction parti-

(1) La densité n'intervient pas, parce que le fraudeur s'arrangera pour qu'elle soit la même pour l'huile falsifiée que pour l'huile pure, et, par conséquent, pour l'huile falsificatrice. Cette formule provient donc de la loi des solutions qui est ainsi simplifiée.

culière (coton, réaction d'Halphen; arachide, réaction de l'acide arachidique, etc.) peut déceler sa nature et sa classe probables, les trois équations suivantes :

$$\begin{aligned}x(n-1) + (100-x)y - 100(N-1) \\ xi + (100-x)z = 100I \\ y = a + bz,\end{aligned}$$

(a et b ayant les valeurs numériques convenables), permettent d'avoir immédiatement x , c'est-à-dire la quantité d'huile pure 0/0, donc la quantité $(100-x)$ 0/0 d'huile falsificatrice et les indices de réfraction $y+1$ et d'iode z qui donnent le moyen d'affirmer la nature supposée de l'huile ajoutée à l'huile pure.

Cette méthode, sans être très sensible, pourrait, dans certains cas, présenter un réel intérêt.

Il est certain qu'il serait désirable, pour donner aux conclusions précédentes toute leur généralité et toute certitude, de reprendre les déterminations au moins sur un certain nombre d'huile types tout à fait pures. Le but du présent travail ne pouvait être de poser des principes définitifs dans une question aussi complexe, mais d'ébaucher une théorie physique de la constitution des huiles qui, convenablement développée et appuyée par des données numériques certaines, pourrait peut-être apporter au praticien une nouvelle méthode de recherche dans un domaine où il y a encore tant à défricher et où il est parfois si difficile de se guider par les seules considérations chimiques.

LA LIMITE DE SENSIBILITÉ DE L'ŒIL ET LE MINIMUM DE PUISSANCE PERCEPTIBLE VISUELLEMENT;

Par H. BUISSON.

La détermination de la limite de sensibilité de l'œil, du seuil de la vision, évaluée soit en unités photométriques, soit en unités mécaniques, a été tentée à diverses reprises. Les résultats en ont été assez discordants. Depuis peu de temps seulement, l'ordre de grandeur en a été assez bien fixé. Il est d'ailleurs évident qu'une mesure de la limite d'une sensation n'est pas susceptible d'une grande précision.

Sans vouloir faire un exposé historique, je rappelle d'abord les mesures de Langley (1). Il a le premier évalué le seuil en unités énergétiques et fait cette évaluation pour diverses radiations. Il est certain que l'œil n'est pas également sensible pour toutes les couleurs, et qu'il faut préciser la radiation que l'on considère, ou bien se rapporter à celle qui possède le maximum d'action physiologique.

Langley utilisait un spectre dans lequel l'énergie en chaque point était connue ; ce spectre était projeté sur un écran percé d'une petite ouverture pour permettre à la lumière d'une couleur voulue de pénétrer dans l'œil. On affaiblissait l'intensité dans une proportion connue jusqu'au minimum de perception. Dans cette façon de faire, les unités photométriques n'interviennent pas. On ne peut pas exprimer le résultat en calculant la distance limite à laquelle une bougie est visible.

Langley trouve que pour la radiation 5500, qui est celle du maximum de sensibilité, il faut :

$$28 \cdot 10^{-10} \text{ erg.-sec.}$$

pour produire une sensation lumineuse perceptible. Il admet une surface de 70 millimètres carrés, pour l'ouverture de la pupille, soit un diamètre de 9^{mm},4 (2).

Dans son traité d'optique, Drude a donné une autre évaluation, basée sur des mesures de rayonnement de Tumlriz et d'Angström. Il admet sans discussion les points de départ suivants : la limite de sensibilité est l'étoile de sixième grandeur, elle équivaut à une bougie Hefner à 41 kilomètres. L'ouverture adoptée pour la pupille, 3 millimètres de diamètre, valeur bien faible, donne alors le flux lumineux perçu. On le transforme en énergie en le multipliant par un coefficient appelé *équivalent mécanique de la lumière*. C'est ici qu'une très grosse erreur est faite. Drude prend pour valeur de cet équivalent le rapport de l'énergie rayonnée par une source lumineuse entre les radiations extrêmes perçues par l'œil, à l'intensité lumineuse de cette source. Il est clair que cela n'a aucun sens. Les radiations extrêmes ne sont pas fixées et varient énormément avec

(1) LANGLEY, *Philosophical Magazine*, 1889.

(2) Cette surface est prise dans : DU BOIS-REYMOND, *Nature*, p. 15 ; mai 1888 ; — TUMLRIZ, *Annalen der Physik*, t. XXXVIII, p. 640 ; 1889.

l'intensité. D'un spectre à un autre, la répartition d'énergie n'est pas la même ; on a autant de valeurs qu'on prend de sources différentes. Il faut, pour avoir une mesure correcte de cet équivalent, ou bien faire intervenir la sensibilité de l'œil variable dans le spectre, ou bien n'opérer que sur la radiation du maximum d'intensité. Cet équivalent mécanique de la lumière est la puissance qu'il faut dépenser pour obtenir une bougie ou un lumen de la lumière qui agit le plus sur l'œil, soit $\lambda = 5500$. En 1911, Fabry et moi ⁽¹⁾ avons donné la valeur 0,018 watt par bougie soit 0,00143 watt par lumen. Depuis, de meilleures mesures faites au Bureau of Standards par Ives, Coblentz et Kingsbury ⁽²⁾, puis reprises par Coblentz et Emerson ⁽³⁾ ont donné la valeur voisine 0,00162 watt par lumen, soit 1,62 erg. sec. par centimètre carré et par lux, valeur qui peut être considérée comme bien connue.

Le résultat du calcul de Drude était :

$$60 \cdot 10^{-10} \text{ erg.-sec.}$$

pour le minimum de puissance perceptible, mais s'il avait admis pour le diamètre de la pupille une valeur plus exacte que 3 millimètres soit 8 millimètres il aurait trouvé :

$$420 \cdot 10^{-10} \text{ erg.-sec.}$$

Ce calcul de Drude a été repris récemment par Ives ⁽⁴⁾. Le point de départ, l'étoile de sixième grandeur, prise comme limite, est encore le même, mais une meilleure évaluation photométrique de l'étoile, un équivalent mécanique de la lumière correct, une ouverture de pupille plus vraisemblable (6 millimètres) le conduisent à évaluer le minimum d'énergie perçue par l'œil à :

$$38 \cdot 10^{-10} \text{ erg.-sec.}$$

La question a alors été reprise d'une manière beaucoup plus directe par Russell ⁽⁵⁾ qui a utilisé une détermination expérimentale

(1) FABRY et BUISSON, *Comptes rendus*, t. CLIII, p. 254 ; 1911.

(2) IVES, COBLENTZ et KINGSBURY, *Physical Reviews*, t. V, p. 269, 1915 et t. VI, p. 319.

(3) COBLENTZ et EMERSON, *Scientific Papers of the Bureau of Standards*, 1917.

(4) IVES, *Astrophysical Journal*, t. XLIV, p. 124 ; 1916.

(5) RUSSELL, *Astrophysical Journal*, t. XLV, p. 60 ; 1917.

MINIMUM DE PUISSANCE PERCEPTIBLE VISUELLEMENT 71

tale de la limite de sensibilité, faite par H. D. Curtis (1) sur la grandeur maximum visible des étoiles. En se mettant soigneusement à l'abri des étoiles brillantes et de la lumière diffusée par le ciel. Curtis a pu observer des étoiles de grandeur 8,2 et même 8,5. Cela recule sensiblement la limite jusqu'ici admise, de la sixième grandeur. Partant de ce nombre, de l'équivalent mécanique de la lumière, de l'évaluation actuellement bien connue d'une grandeur d'étoile en unités photométriques (une bougie à un kilomètre est de grandeur 0,82), et d'une valeur de la surface de la pupille, 57 millimètres carrés, obtenue par Stavenson (2) en photographiant au magnésium l'œil maintenu dans l'obscurité, Russell obtient :

$$7,7 \cdot 10^{-10} \text{ erg.sec.}$$

Il a confirmé cette valeur par des mesures faites par lui d'éclairément d'écrans par des étoiles, mesures qui conduisent à des nombres très voisins.

Russell exprimait le désir que des mesures directes fussent entreprises au laboratoire. J'avais à cette même époque fait de telles mesures, mais avant de les exposer, je donnerai d'abord les résultats de Reeves (3), qui, à la suggestion de Russel, avait aussi fait des mesures directes.

Sa méthode consiste à éclairer une ouverture fermée par un verre opale, formant source secondaire d'intensité mesurable, et d'interposer sur le faisceau éclairant un coin absorbant jusqu'à obtenir la limite de la sensation. Connaissant, pour une distance donnée de l'œil, l'épaisseur du coin absorbant correspondant à la limite, on en déduit la valeur de l'énergie reçue. Reeves a fait d'autre part des mesures directes de la surface de la pupille, dont les résultats sont voisins du nombre adopté par Russell. La valeur qu'il donne est

$$19,5 \cdot 10^{-10} \text{ erg.sec.}$$

comme moyenne de trois observateurs et :

$$17,1 \cdot 10^{-10} \text{ erg.sec.}$$

comme sa limite personnelle.

(1) H.-D. CURTIS, *Lick Observatory bulletin*, t. II, p. 67; 1901.

(2) STAVENSON, *Journal of the british astronomical association*, t. XXVI, p. 303; 1916.

(3) Prentice REEVES, *Astrophysical Journal*, t. XLVI, p. 467; 1917.

C'est par une méthode assez différente que j'ai obtenu une autre valeur de la limite de sensibilité de la vision.

J'avais entrepris des mesures photométriques sur des écrans phosphorescents, de très petites dimensions, analogues à ceux qui sont employés pour rendre visibles dans l'obscurité certains objets tels que des cadrans de montre. Ces écrans sont recouverts de sulfure de zinc rendu luminescent par addition d'un sel de radium. Leur éclat est très faible, ils constituent des sources très peu intenses, et comme leur couleur correspond à peu près au maximum de sensibilité de l'œil dans le spectre, ils se prêtent facilement à la détermination de la limite de la vision.

Ces mesures photométriques avaient été entreprises pour des comparaisons relatives d'éclat. Le photomètre employé présente des analogies avec le microphotomètre Fabry et Buisson (1). Une image de la surface phosphorescente est projetée sur la pupille par une lentille, après réflexion sur la face argentée d'un cube photométrique de façon que l'œil voie une plage uniforme, d'éclat égal à celui de la source. Par transmission à travers la face du cube, à l'aide d'une seconde lentille identique à la première, l'image d'une ouverture diffusante éclairée par une source auxiliaire, est aussi projetée dans l'œil, qui voit une seconde plage contigüe à la première. On obtient l'égalité d'éclat des deux plages en faisant varier d'une manière connue l'éclairement de l'ouverture, soit par éloignement de la source auxiliaire, soit par emploi de polariseurs. Un filtre vert, lame de gélatine teintée, est interposée sur le faisceau de comparaison pour obtenir l'égalité de couleur entre les deux faisceaux.

Pour obtenir des mesures en valeur absolue, on étalonne le photomètre en remplaçant la surface phosphorescente par un écran diffusant par transmission qui reçoit un éclairement connu. On ajoute alors aussi de ce côté un filtre identique à celui qui est sur le faisceau variable. On a préalablement mesuré la transmission de l'écran diffusant et celle du filtre vert.

On trouve ainsi que l'éclat des surfaces phosphorescentes sur lesquelles j'ai opéré varie de 2 à 4. 10^{-6} bougies par centimètre carré, soit de

6 à 12 microlamberts.

Ces petits écrans, qui ont la forme de disques de 2,5 et 5 milli-

(1) BUISSON et FABRY, *Comptes rendus*, t. CLVI, p. 389 ; 1913.

MINIMUM DE PUISSANCE PERCEPTIBLE VISUELLEMENT 73

mètres de diamètre, sont alors examinés dans l'obscurité, à des distances croissantes et l'on mesure la distance maxima à laquelle on les voit. On a pris les précautions nécessaires pour éviter les erreurs d'imagination : un aide déplace l'écran et l'observateur annonce le mouvement exécuté, s'il l'a perçu; ou bien deux disques sont placés sur une même feuille de carton et l'observateur annonce la direction de la ligne qui les joint.

Les observations n'ont été faites qu'en nombre très limité, par une seule personne ayant une vue moyenne et après un séjour dans l'obscurité d'environ 15 minutes. Le tableau suivant en donne les résultats.

Diamètre du disque	Eclat en bougies par cm ²	Intensité en bougies	Distance maxima de visibilité	Distance de visibilité d'une bougie
2,5 mm.	1,7 10 ⁶	8,4 10 ⁻⁸	7,7 m.	26,5 km.
5,06 mm.	4,15 10 ⁶	83,0 10 ⁻⁸	26,0 m.	28,5 km.
5,12 mm.	2,77 10 ⁶	57,2 10 ⁻⁸	20,0 m.	26,4 km.

Une façon simple d'exprimer ces résultats est de calculer la distance maxima à laquelle est visible une bougie. C'est ce que donne la dernière colonne du tableau. Les diverses valeurs sont en assez bon accord; leur moyenne est 27 kilomètres.

Cette distance est beaucoup plus grande que celle qui était admise jusqu'ici, 11 kilomètres environ. Il faut d'ailleurs dire qu'une bougie réelle ne serait pas visible à cette distance de 27 kilomètres tant à cause de l'absorption atmosphérique, que par suite du phénomène de Purkinje, assez notable avec la couleur rouge de la bougie.

On peut aussi traduire facilement ces mêmes résultats en grandeur d'étoile. La grandeur stellaire d'une bougie à un kilomètre est actuellement bien déterminée, égale à 0,82. Une bougie à 27 kilomètres est donc 27² fois moins brillante, c'est-à-dire que sa grandeur stellaire est supérieure de 7,15 (1), elle sera donc de :

$$7,15 + 0,82 = 7,97,$$

soit sensiblement de huitième grandeur, valeur bien voisine de celle

(1) L'échelle des grandeurs d'étoiles est choisie de telle sorte que d'une grandeur à la suivante, le rapport des éclats a pour logarithme 0,4. Ici, le rapport des éclats de la bougie à 1 et à 27 kilomètres est 27². Le rapport des grandeurs sera donc :

$$\frac{2 \log 27}{0,4} = 7,15.$$

74 BUISSON. MINIMUM DE PUISSANCE PERCEPTIBLE VISUELLEMENT
qui est donnée par Russell et obtenue par une voie toute différente.

La sixième grandeur n'est donc pas la limite de visibilité, comme il a été longtemps admis; il n'est pas douteux que c'est l'éclat du ciel qui empêche de voir les étoiles plus faibles.

Il faut remarquer que les mesures que je rapporte ont été faites dans des conditions qui justifient la comparaison des résultats avec ceux qu'on peut avoir sur les étoiles: les surfaces lumineuses étaient en effet, à la limite de sensibilité, vues sous des angles très petits, de l'ordre de la minute, c'est-à-dire sous les mêmes dimensions angulaires que les étoiles.

Pour transformer en puissance la quantité de lumière reçue par l'œil à la limite de visibilité, il convient d'adopter les mêmes facteurs qu'ont employés Russell et Reeves, soit: 1,62 ergs par seconde et par centimètre carré pour un éclairage de un lux (0,00162 watt par lumen) et 0,57 centimètres carrés (8^{mm},5 de diamètre) pour l'ouverture de la pupille largement dilatée dans l'obscurité. On trouve alors:

$$12,6 \cdot 10^{-10} \text{ erg.-sec.}$$

valeur intermédiaire entre celles de Russell et de Reeves.

On a ainsi un groupe de trois déterminations faites dans des conditions expérimentales différentes, mais qui sont comparables, puisque toutes trois ont été faites par des procédés purement photométriques, et que la transformation en unités d'énergie a utilisé pour les trois mesures les mêmes valeurs numériques des coefficients de transformation.

Il est alors facile de calculer que la faible quantité d'énergie représentée par l'erg, travail d'un milligramme sur un centimètre, si elle était entièrement transformée en énergie rayonnante de longueur d'onde 5.500, pourrait être perçue par l'œil pendant vingt-cinq années. C'est pendant plus d'un milliard d'années qu'une petite calorie pourrait alimenter une émission visible.

L'œil apparaît donc comme un organe d'une sensibilité extrême probablement plus de mille fois plus sensible que l'oreille, et bien supérieur à nos récepteurs artificiels les plus délicats.

ÉTALON D'INDUCTION MUTUELLE;

PAR M. A. GUILLET.

Constantes de l'étalon (1). — On voit d'après la formule (5) que le calcul de m exige la détermination précise : 1° du pas h de la bobine ou de son inverse n_1 ; 2° du diamètre δ de la bobine, et la détermination approchée de la longueur l de la bobine et du diamètre d des cerceaux.

Mesure du pas. — Pour mesurer le pas, je me suis servi d'une règle à biseau en laiton étudiée au Bureau international des Poids et Mesures et mise très obligeamment à ma disposition par M. Ch.-Ed. Guillaume.

La longueur constituée par cent divisions de cette règle a pour mesure, à t degrés, en centimètres internationaux :

$$L_t = (1m - 195\mu) (1 + 17,5 \times 10^{-6}t.)$$

La règle, supportée par un banc long et étroit en forme de pupitre, était appliquée par son bord divisé le long d'une génératrice de la bobine, et un microscope adapté au chariot d'une machine à diviser installée sur un plateau très stable permettait de viser à la fois les spires de la bobine et les traits de la règle. Il était facile dans ces conditions d'estimer la longueur occupée par un nombre connu de pas.

Pour plus de précision, les pointés étaient répétés dix fois et portaient sur plusieurs spires consécutives, choisies en même nombre aux deux extrémités de la région examinée.

A diverses époques les mesures ont été faites sur les trois tronçons, comprenant chacun environ 420 spires, dans lesquels la bobine était au préalable partagée.

Les extrémités des tronçons étaient déplacées à chaque détermination nouvelle.

Un cylindre de laiton ayant été fileté avec le même outil et dans les mêmes conditions que la bobine de stuc, j'ai pu aussi relever le pas directement sur ce filetage auxiliaire.

(1) Communication faite à la Société française de Physique, le 14 mars 1911 ; voir ce recueil, p. 48.

Valeurs de n_1 .

Premier tronçon.	Deuxième tronçon.	Troisième tronçon
8,3381	8,34102	8,3441
8,3369	8,34095	8,3449
8,3381	8,34096	8,3449
8,3368	8,34041	8,3445
8,3381	8,34047	8,3446
.....
Moyenne.....	$n_1 = 8^{\text{cm}},34099$	$h = 0^{\text{cm}},11989$

Les 1 504 spires de la bobine sont donc régulièrement distribuées sur une longueur $2l = 180^{\text{cm}},315$.

Mesure du diamètre δ . — Le diamètre a été mesuré, à diverses reprises, au comparateur vertical, en 36 régions différentes et pour deux azimuts rectangulaires. Chaque détermination comportait vingt pointés ; la moyenne des nombres obtenus, tous compris entre $394^{\text{mm}},731$ et $394^{\text{mm}},524$, valeurs extrêmes et très rares, a donné pour la valeur δ du diamètre estimé sur l'axe du fil, et à 17°

$$\delta = 393^{\text{mm}},658,$$

valeur que j'ai rapportée à une copie du Mètre international (copie β).

Je me suis également servi d'un ruban mince d'acier extrêmement souple entourant circulairement le corps de la bobine sous une tension constante fournie par des poids. Un microscope micrométrique installé sur la bobine permettait de relever la distance de deux traits tracés sur les extrémités en regard du ruban, et qu'il fallait ajouter à la distance des traits relevée sur le ruban déroulé et sous la même tension pour avoir la circonférence d'enroulement de la bobine.

Enfin le diamètre moyen des cerceaux a pour mesure

$$d = 46^{\text{cm}},9.$$

Valeur de m . — Ces nombres portés dans l'expression de m donnent pour le potentiel effectif de l'étalon à 17°

$$m = 3,95204 \times 10^7.$$

Le potentiel de l'étalon théorique correspondant aurait pour valeur

$$M = 3,95475 \times 10^7.$$

RÉGLAGE ET VÉRIFICATION.

Tout d'abord on amène les axes des cerceaux à coïncider avec celui de la bobine. Pour cela, on fait passer à travers les lumières de la bobine et des cerceaux un fil très fin qu'on tend par des poids après l'avoir engagé dans la gorge de deux petites poulies fixées aux extrémités de l'alignement. Le fil étant parfaitement libre, on déplace les poulies latéralement et en hauteur, de manière à l'amener à occuper le centre des lumières qui définissent l'axe de la bobine. Enfin, en agissant méthodiquement sur les chariots et sur les trois vis calantes dont ils sont munis, on s'arrange pour que les centres des cerceaux restent sur le fil lorsqu'on les fait rouler d'un bout à l'autre des chariots. L'emploi du rayon lumineux ne donne pas un résultat plus parfait. L'alignement obtenu, le cerceau central est fixé au milieu de la bobine et les cerceaux latéraux sont répartis de façon qu'un tube de laiton, ayant de bout en bout une longueur égale à celle de la bobine, s'engage exactement entre les faces de même nom de deux cerceaux consécutifs. Comme chaque cerceau est muni d'un mince fil à plomb passant très près des divisions millimétriques d'une règle parallèle à la bobine, il est aisé d'en repérer la position. Le circuit des cerceaux étant traversé par un courant, on s'assure, avec une aiguille aimantée, que leurs actions sont concordantes.

Après ces réglages, j'ai constaté que le galvanomètre restait au zéro, le commutateur tournant rapidement, lorsque les deux groupes de cerceaux correcteurs sont en opposition : la bobine produit donc, sur ces deux groupes, ainsi que cela doit être, des inductions égales.

Il n'est pas nécessaire de s'astreindre à amener rigoureusement le cerceau central au milieu de la bobine. En effet, une translation δ du système des cerceaux équivaut, au point de vue de la correction, à une translation δ des bobines infinies qui donnent lieu à la correction des bouts ; la variation de potentiel réciproque due à cette translation est donc négligeable, puisqu'elle n'est qu'une très faible fraction de la correction des bouts.

La formule (4) montre, d'autre part, que l'erreur qu'on a pu commettre en réglant la distance des cerceaux n'entraîne qu'une erreur négligeable sur la valeur du potentiel effectif de l'étalon ; elle fournit aussi la fraction de potentiel réciproque due à chacun des cerceaux.

Il me semble inutile de développer ici ces calculs, dont tous les résultats, d'ailleurs, ont été vérifiés par l'expérience.

CONTRÔLE MAGNÉTIQUE DES BOBINES.

Il faut avant toute chose vérifier que l'expression *calculée* du potentiel réciproque d'un étalon d'induction répond bien à la réalité. Et pour cela le mieux est de comparer par voie *magnétique* ou par voie *électrique* diverses bobines ou cerceaux construits dans des conditions se prêtant au calcul de leurs divers effets.

Un mauvais choix des matériaux employés ou des imperfections de construction se trouveront alors révélés par un désaccord entre les effets calculés et les effets observés.

Il est bon, pour faciliter les comparaisons au magnétomètre, d'exprimer le champ produit par une bobine ou par un cerceau en un point de leur axe sous une forme spéciale se prêtant aux calculs par approximation.

1° *Gas de la bobine.* — Après avoir posé

$$\Delta = \left(1 + \frac{l}{D}\right)^2; \quad \Delta' = \left(1 - \frac{l}{D}\right)^2;$$

la formule (2) donne

$$\varphi_e = 2\pi n_1 \left\{ \left[1 + \frac{r^2}{D^2} \Delta\right]^{-\frac{1}{2}} - \left[1 + \frac{r^2}{D^2} \Delta'\right]^{-\frac{1}{2}} \right\}.$$

Dans les conditions généralement réalisées où les termes $\frac{r^2}{D^2} \Delta$, $\frac{r^2}{D^2} \Delta'$ sont inférieurs à l'unité, on peut écrire :

$$\begin{aligned} \left[1 + \frac{r^2}{D^2} \Delta\right]^{-\frac{1}{2}} &= 1 - \frac{1}{2} \frac{r^2}{D^2} \Delta + \frac{3}{8} \frac{r^4}{D^4} \Delta^2 - \frac{5}{16} \frac{r^6}{D^6} \Delta^3 \\ &+ \frac{35}{128} \frac{r^8}{D^8} \Delta^4 - \frac{63}{256} \frac{r^{10}}{D^{10}} \Delta^5 + \frac{231}{1.024} \frac{r^{12}}{D^{12}} \Delta^6 - \frac{429}{2.048} \frac{r^{14}}{D^{14}} \Delta^7 + \Theta. \end{aligned}$$

Le développement du second crochet est de la même forme. En conséquence :

$$\varphi_e = 2\pi n_1 \frac{r^2}{D^2} (\Delta' - \Delta) \left[1 - \frac{3}{2} \frac{r^2}{D^2} \left(\frac{\Delta'^2 - \Delta^2}{\Delta' - \Delta} \right) + \frac{5}{8} \frac{r^4}{D^4} \frac{\Delta'^3 - \Delta^3}{\Delta' - \Delta} - \frac{35}{64} \frac{r^6}{D^6} \frac{\Delta'^4 - \Delta^4}{\Delta' - \Delta} + \Theta \right].$$

Comme $\Delta' - \Delta = \frac{4l}{D} \left(1 - \frac{l^2}{D^2}\right)^2$ et $\pi r^2 = S$ surface de la section droite de la bobine, il vient, en remarquant que $2ln_1 = n$:

$$H_b = \frac{2nS}{D^3} \left(1 - \frac{l^2}{D^2}\right)^2 \left[1 - \frac{3r^2}{2D^2} \frac{\Delta' - \Delta}{\Delta} + \frac{5r^4}{8D^4} \frac{\Delta'^3 - \Delta^3}{\Delta - \Delta} - \frac{35r^6}{64D^6} \frac{\Delta'^4 - \Delta^4}{\Delta' - \Delta} + \ominus \right].$$

Le produit des deux premiers facteurs représente le champ que produirait en un point M de l'axe le magnétisme des faces s'il était condensé en leur centre, et le crochet tient compte de la distribution uniforme sur les faces.

2° Cas du cerceau. — Il faut développer le facteur relatif à la distribution des spires le long de la génératrice du cerceau en mettant en évidence les puissances du rapport $\frac{l}{D}$ qui est très petit. Le calcul est particulièrement simple en le conduisant de la manière suivante : Si le cerceau porte N_1 spires par centimètre de génératrice la tranche dx en comprend $N_1 dx$. Cette tranche produit à la distance $D - x$ un champ ayant pour intensité d'après la formule (4) :

$$\frac{2SN_1 dx}{[(D - x)^2 + R^2]^{\frac{3}{2}}}$$

En désignant par $2l$ la distance des deux plans limites du cerceau, le champ magnétique produit en M par la totalité des spires sera H_c :

$$H_c = 2SN_1 \int_{-l}^{+l} \frac{dx}{[(D - x)^2 + R^2]^{\frac{3}{2}}}$$

On peut encore écrire, en posant $\rho^2 = D^2 + R^2$:

$$(1) \quad H_c = \frac{2SN_1}{\rho^3} \int_{-l}^{+l} \left[1 + \frac{x(x-2D)}{\rho^2} \right]^{-\frac{3}{2}} dx.$$

Posons $y = \frac{x(x-2D)}{\rho^2}$ et considérons l'expression $(1 + y)^{-\frac{3}{2}}$. Comme la quantité y est inférieure à l'unité, la formule de Newton

généralisée donne :

$$(1 + y)^{-\frac{3}{2}} = 1 - \frac{3}{2}y + \frac{15}{8}y^2 - \frac{35}{16}y^3 + \frac{315}{128}y^4 + \Theta.$$

Les termes de la partie Θ du développement sont d'un degré supérieur à 4.

Pour effectuer l'intégration (1) on peut substituer au crochet son développement et l'on est ainsi conduit à l'expression :

$$H_c = \frac{2SN \cdot 2l}{\rho^3} \left[1 - \frac{l^2}{2\rho^2} + \frac{3l^4}{8\rho^4} + \frac{5l^2 D^2}{2\rho^2 \rho^2} - \frac{5l^6}{16\rho^6} - \frac{21 D^2 l^4}{4\rho^2 \rho^4} \dots \right] = \frac{2SN}{\rho^3} \cdot \alpha.$$

α désignant la valeur du crochet à calculer dans chaque cas.

Cette formule montre que *le cerceau agit comme une spire, supposée placée dans le plan central, qui serait parcourue par un courant dont l'intensité est mesurée par le même nombre que les spires du cerceau multiplié par un facteur de correction qui tient compte de la distribution des spires.*

REMARQUE. — En plaçant le centre du cerceau à une distance de l'aiguille aimantée égale à la moitié du rayon du cerceau, la parenthèse commencerait seulement au terme en $\frac{l^4}{\rho^4}$, et par suite se réduirait à l'unité dans les conditions où ce rapport peut être négligé.

Pour $l = 1$ centimètre et $R = 30$ centimètres, la plus grande valeur de $\frac{l}{\rho}$ est $\frac{1}{30}$ et par suite la plus grande valeur de $\left(\frac{l}{\rho}\right)^4 = \frac{1}{810\,000}$.

Lorsque l'aiguille est au centre du cerceau $D = 0$ et l'on a :

$$\epsilon = -\frac{l^2}{2\rho^2}.$$

La correction due à la largeur du cerceau doit bien alors être négative, car si toutes les spires sont d'abord concentrées dans le plan central qui renferme l'aiguille, leur effet diminue lorsqu'on les écarte de ce plan dans un sens ou dans l'autre.

Voyons encore, en considérant α comme une fonction de D , limitée aux termes en $\frac{l^2}{\rho^2}$, quelle valeur de D annule la dérivée $\frac{d\alpha}{dD}$. On trouve :

$$D = R \sqrt{\frac{3}{2}}.$$

Ainsi la *partie principale* de la correction est négative pour $D = 0$, elle s'annule pour $D = \frac{R}{2}$, puis elle devient positive et augmente; elle prend sa valeur maximum pour $D = R \sqrt{\frac{3}{2}}$; elle diminue ensuite pour atteindre la valeur zéro lorsque D est infini.

Calculons la valeur maxima de la correction α' :

$$\alpha' = \frac{l^2}{2\rho^2} \left(\frac{5D^2}{\rho^2} - 1 \right),$$

$$D^2 = \frac{3}{2} R^2; \quad \rho^2 = \frac{5}{2} R^2,$$

$$\alpha'_{\max} = \frac{2}{5} \frac{l^2}{R^2}.$$

Dans le cas du cerceau considéré plus haut :

$$\alpha'_{\max} < \frac{2}{5} \frac{1}{30^2} < \frac{1}{2.250}.$$

Le facteur correctif α' est donc, dans les conditions supposées, notablement inférieur à $\frac{1}{2.250}$.

A titre d'exemple, j'indiquerai seulement comment j'ai effectué la *comparaison des sections S et s d'un cerceau et d'une bobine* à l'aide d'un magnétomètre de haute sensibilité. On opérerait de la même manière pour deux bobines.

1° *Méthode des résistances.* — Disposons la bobine et le cerceau de façon à faire coïncider leurs axes. Groupons les deux circuits en dérivation sur les bornes de l'électromoteur de façon à opposer leurs champs et intercalons dans celle qui fait le plus d'effet sur le magnétomètre une résistance continue. En introduisant une fraction convenable de cette résistance dans le circuit, on obtiendra l'équilibre. Dans ces conditions on a :

$$iH_b = i'H_c,$$

or

$$i = \frac{V}{R_b}; \quad i' = \frac{V}{R_c + r},$$

donc

$$\frac{i'}{i} = \frac{R_b}{R_c + r}.$$

Comme $H_b = \frac{i'}{i} H_c$ on a finalement :

$$(III) \quad H_b = \frac{R_b}{R_c + r} H_c.$$

Le rapport des résistances est ensuite estimé au potentiomètre.

Cette méthode de comparaison des surfaces présente un inconvénient car les courants interviennent ici par leur intensité; or si les résistances s'échauffent inégalement, le rapport $\frac{R_b}{R_c + r}$ varie, le spot ne reste pas fixe, aussi est-il préférable d'opérer comme il suit :

2° *Emploi d'une bobine compensatrice.* — Supposons que l'on fasse coïncider les centres et les axes du cerceau et de la bobine, puis que l'on installe le système sur la règle du magnétomètre de façon que l'axe commun aille passer par le milieu de la petite aiguille mobile. Une seconde bobine compensatrice est placée de la même façon sur une seconde règle opposée à la première. Les trois bobines étant parcourues par le même courant, on cherche la distance D du centre du système bobine-cerceau à l'aiguille pour que le champ additif du système soit compensé par celui de la bobine auxiliaire. On a alors

$$(4) \quad H_b + H_c = h_a.$$

Comme les divers champs sont proportionnels aux courants d'excitation des bobines et que le même courant alimente celles-ci, il est évident que l'équilibre a lieu pour la même valeur de D quelle que soit l'intensité du courant utilisé.

Pour simplifier choisissons le courant 1. En pratique on emploie le courant le plus intense que puisse supporter les bobines sans inconvénients, dans le but de déterminer D avec la précision nécessaire, la sensibilité de l'appareil magnétométrique étant donnée. La différence des deux champs antagonistes est en effet proportionnelle à i en sorte qu'un petit déplacement à partir de la position d'équilibre se traduit par un déplacement du spot sur la règle proportionnel à i .

On change ensuite le sens du courant dans le cerceau seul, de

façon à produire sur le magnétomètre le champ

$$H'_b - H'_c.$$

On rapproche le système bobine-cerceau sans toucher à la bobine compensatrice qui reste fixe. Soit d la distance qui correspond à D pour laquelle la compensation a lieu, on a pour tous les courants et par suite pour le courant unité :

$$(2) \quad H'_b - H'_c = h_a.$$

Des égalités (1) et (2) on tire :

$$(H_b + H_c)_D = (H'_b - H'_c)_d,$$

ou

$$(1) \quad H_{\text{bob } D} - H'_{\text{bob } d} + H_{\text{cerc } D} + H'_{\text{cerc } d} = 0.$$

En posant :

$$B = \frac{2}{D^3} \frac{1}{\left(1 - \frac{\rho^2}{D^2}\right)^2} \left[1 - \frac{3r^2}{4D^2} \frac{\Delta'^2 - \Delta^2}{\Delta' - \Delta} + \frac{5r^4}{8D^4} \frac{\Delta'^3 - \Delta^3}{\Delta' - \Delta} - \frac{35}{64} \frac{r^6}{D^6} \frac{\Delta'^4 - \Delta^4}{\Delta' - \Delta} \right]$$

et $b =$ la même expression dans laquelle D est remplacé par d , puis :

$$C = \frac{2}{\rho^3} \left[1 + \frac{l^2}{2\rho^2} \left(\frac{5D^2}{\rho^2} - 1 \right) \right]$$

$$c = \frac{2}{\rho'^3} \left[1 + \frac{l'^2}{2\rho'^2} \left(\frac{5d^2}{\rho'^2} - 1 \right) \right]$$

et enfin

$$\sigma = ns \text{ surface totale de la bobine,}$$

$$\Sigma = NS \text{ surface totale du cerceau,}$$

l'équation (1) devient

$$(1) \quad (B - b) \sigma + (C + c) \Sigma = 0.$$

$$\frac{\sigma}{\Sigma} = - \frac{C + c}{B - b} \quad \text{ou} \quad \frac{C + c}{b - B}.$$

REMARQUE. — Au lieu d'employer un champ auxiliaire h , on peut équilibrer directement l'effet magnétique de la bobine par l'effet magnétique du cerceau en les disposant de part et d'autre du magnétomètre (fig. 1) à des distances convenables l et l' . Un même courant traverse les deux bobines et dans un sens tel, qu'elles regardent le magnétomètre par une face de même signe. Dans le cas contraire, le champ serait additif au lieu d'être différentiel. Lorsque l'on a

réglé l et l' de manière que le spot reste fixe, que le courant circule ou soit interrompu, on a :

$$H_b = H_c.$$

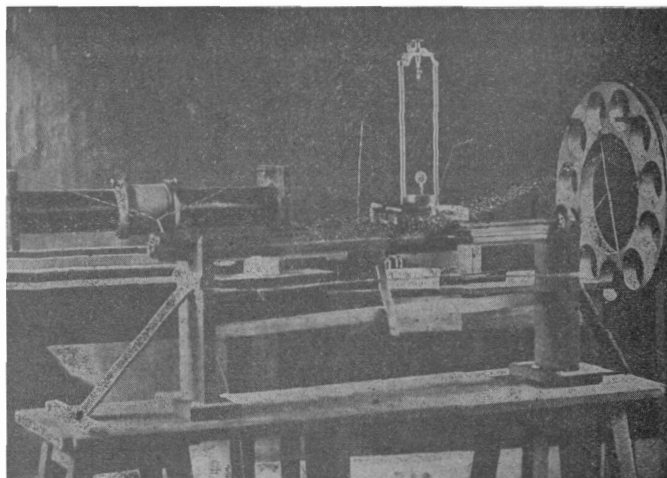


FIG. 1.

Comme le champ antagoniste est le champ terrestre proprement dit, on dispose la double règle dans la direction Est-Ouest. Si le magnétomètre est muni d'une règle unique portant des divisions, on installe sur cette règle la bobine que l'on veut déplacer et on dispose l'autre à poste fixe de manière à n'avoir à évaluer qu'une seule distance. On répète les mesures :

- 1° Après avoir changé le sens du courant ;
- 2° Après retournement face pour face des bobines ;
- 3° Après une rotation de 180° autour de l'axe du magnétomètre.

Pour simplifier le calcul il est bon d'utiliser la plus grande distance en sensibilisant s'il le faut l'aiguille du magnétomètre. On rend ainsi négligeable l'influence de la longueur de l'aiguille du magnétomètre ainsi que les termes de degrés supérieurs qui figurent dans l'expression de H_b et de H_c .

Il ne faut pas sensibiliser au delà de l'approximation que l'on s'impose car on est alors inutilement gêné par les variations extérieures du champ magnétique.

Préparation du calcul. — On a trouvé pour le champ produit par

le cerceau :

$$H_c = \frac{2SN}{\rho^3} \left[1 + \frac{l^2}{2\rho^2} \left(\frac{5D^2}{2\rho^2} - 1 \right) \right]$$

et pour le champ de la bobine :

$$H_b = \frac{2ns}{D^3} \left(1 - \frac{l^2}{D^2} \right)^{-2} \left[1 - \frac{3}{4} \frac{r^2}{D^2} \frac{(\Delta'^2 - \Delta^2)}{\Delta' - \Delta} + \frac{5}{8} \frac{r^4}{D^4} \frac{\Delta'^3 - \Delta^3}{\Delta' - \Delta} - \frac{35}{64} \frac{r^6}{D^6} \frac{\Delta'^4 - \Delta^4}{\Delta' - \Delta} \right]$$

ou

$$H_c = \frac{2SN}{\rho^3} [1 + \alpha] \quad \text{et} \quad H_b = \frac{2ns}{D^3} \left(1 - \frac{l^2}{D^2} \right)^{-2} [1 + \beta].$$

En conséquence,

$$(II) \quad \begin{aligned} \frac{ns}{NS} &= \frac{D^3}{\rho^3} \cdot \frac{1 + \alpha}{1 + \beta} \cdot \left(1 - \frac{l^2}{D^2} \right)^2, \\ \frac{\sigma}{\Sigma} &= \frac{D^3}{\rho^3} \cdot \frac{1 + \alpha}{1 + \beta} \left(1 - \frac{l^2}{D^2} \right). \end{aligned}$$

Ce rapport, sauf erreurs imprévues dues à des causes ne figurant pas dans nos calculs, ne doit pas différer de celui donné par des mesures purement géométriques.

On comparerait de même deux bobines.

3° *Contrôle par les phénomènes d'induction.* — Ayant construit deux étalons d'induction et un même courant inducteur I étant établi ou supprimé dans l'un des circuits de chacun des deux étalons, on déterminera les quantités d'électricité induites dans l'autre circuit respectivement mesurées par :

$$\frac{M_1 I}{R_1} \quad \text{et} \quad \frac{M_2 I}{R_2}$$

En opposant ces deux décharges d'induction, uniques ou répétées, sur un galvanomètre et réglant les résistances de façon à équilibrer les actions, on aura :

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{R_1}{R_2}.$$

Le calcul donne $\frac{M_1}{M_2}$ et une comparaison de résistances donne $\frac{R_1}{R_2}$; Ces deux valeurs doivent être égales.

On devra vérifier aussi dans quelle mesure un cerceau, dont le plan de symétrie équatoriale passe par l'axe de la bobine, jouant le rôle d'inducteur, est insensible aux effets d'induction.

Dans le cas d'appareils aisément maniables, les méthodes de comparaison par retournement dans le champ magnétique terrestre peuvent être d'un bon emploi.

Pour certaines applications, on évitera d'enrouler les circuits sur des tubes métalliques pouvant former *écran électromagnétique*. J'ai étudié à ce point de vue la bobine longue enroulée sur tube de bronze, employée par M. Wuillaumier dans la détermination de l'ohm par la méthode de M. G. Lippmann, et que nous désignerons par B. Une bobine *b*, montée sur couteau au milieu de B, est commandée de l'extérieur par un long bras rigide s'appuyant aussi par l'intermédiaire d'un couteau sur le chariot d'un cathétomètre. Par déplacement du chariot, la bobine *b* est amenée dans la position d'induction nulle, pour laquelle un galvanomètre en série avec *b* n'accuse aucun courant lorsque le courant qui excite B est établi ou supprimé au moyen d'un commutateur redresseur tournant.

Un système auxiliaire B', *b'*, formé de deux bobines en regard, enroulées sur bois, sont alors introduites la première dans le circuit de B, la seconde dans celui de *b*, de façon qu'il y ait opposition entre les forces électromotrices induites dans les bobines *b* et *b'*.

L'expérience consiste à déplacer le chariot du cathétomètre, c'est-à-dire à incliner progressivement *b* jusqu'à ce que le galvanomètre soit ramené au zéro pour diverses fréquences données, le système auxiliaire B', *b'* restant invariable.

Dans le cas considéré, lorsque la fréquence des interruptions varie de 18 à 92, c'est-à-dire dans le rapport de 1 à 5,1, il faut incliner de plus en plus la bobine *b* et faire croître ainsi l'induction mutuelle du système B, *b* à peu près du tiers de la valeur qui correspond à la fréquence initiale 18 (4,5 tours du commutateur par seconde). Évidemment, dans le cas d'une méthode statique comme celle imaginée par M. Lippmann, le métal du tube n'a pas à intervenir.

Après de telles épreuves, on pourra en toute sécurité faire servir l'étalon d'induction à des mesures absolues ou à la graduation d'*étalons secondaires*.

REMARQUE. — Dans le cas d'un circuit ayant la forme d'une hélice de rayon R et de pas *h* (voir page 43), la composante *dN* du champ, normale à l'axe, provient d'une part de l'élément circulaire et d'autre part de l'élément de génératrice de l'arc d'hélice défini en position par l'angle ω .

Les composantes de ces deux actions, projetées sur le plan *xoy*, sont respectivement, pour l'origine O :

$$dU_1 = \frac{k}{R} \frac{\omega d\omega}{(1 + k^2\omega^2)^{\frac{3}{2}}}; \quad dU_2 = \frac{k}{R} \frac{d\omega}{(1 + k^2\omega^2)^{\frac{3}{2}}} \quad \text{où} \quad k = \frac{h}{2\pi R}$$

La composition de ces actions élémentaires, d'ailleurs perpendiculaires entre elles, conduit à la construction de deux courbes, d'arcs :

$$U_1 = -\frac{1}{kR} (1 + k^2\omega^2)^{-\frac{1}{2}}; \quad U_2 = \frac{k}{R} \omega (1 + k^2\omega^2)^{-\frac{1}{2}}.$$

Par projection de dU_1 et de dU_2 sur les axes ox , oy , on obtient :

$$dX_1 = \frac{k}{R} \frac{\omega \cos \omega d\omega}{(1 + k^2\omega^2)^{\frac{3}{2}}}, \quad dY_1 = \frac{k}{R} \frac{\omega \cdot \sin \omega d\omega}{(1 + k^2\omega^2)^{\frac{3}{2}}}$$

et :

$$dX_2 = -\frac{k}{R} \frac{\cos \omega d\omega}{(1 + k^2\omega^2)^{\frac{3}{2}}}, \quad dY_2 = +\frac{k}{R} \frac{\sin \omega d\omega}{(1 + k^2\omega^2)^{\frac{3}{2}}},$$

en sorte que le calcul de N revient au calcul des intégrales

$$\frac{k}{R} \int_{\omega_1}^{\omega_2} \frac{(\omega - 1) \cos \omega d\omega}{(1 + k^2\omega^2)^{\frac{3}{2}}}, \quad \frac{k}{R} \int_{\omega_1}^{\omega_2} \frac{(\omega - 1) \sin \omega d\omega}{(1 + k^2\omega^2)^{\frac{3}{2}}},$$

ou encore de l'intégrale

$$\frac{k}{R} \int_{\omega_1}^{\omega_2} \frac{\omega e^{i\omega} - e^{-i\omega}}{(1 + k^2\omega^2)^{\frac{3}{2}}} \cdot d\omega,$$

dont l'étude est intéressante en raison de la nature pseudo-périodique très particulière du phénomène dont elle est l'expression.

DÉTERMINATION CALORIMÉTRIQUE DU POINT DE CURIE ;

Dans un long et très intéressant mémoire ⁽¹⁾ inséré aux Archives de Genève pour 1917, MM. P. Weiss, A. Piccard et A. Carrard ont décrit les appareils dont ils se sont servis, et discuté minutieusement les méthodes qu'ils ont appliquées en vue d'une nouvelle mesure systématique de la chaleur spécifique moyenne c_m des substances ferro-magnétiques entre 16° et une température t pouvant atteindre 900°. Ce travail a été conduit avec le constant souci d'obtenir c_m avec toute la précision que peut comporter la technique calorimétrique actuelle.

Le bloc de substance, de masse M — nickel, magnétite, fer pur —

⁽¹⁾ *Calorimétrie des substances ferro-magnétiques.*

88 DÉTERMINATION CALORIMÉTRIQUE DU POINT DE CURIE
 est chauffé dans un four électrique à axe vertical, et sa température suivie au couple thermo-électrique constantan-argent ou platine, platine rhodié; il est reçu, par chute, dans un calorimètre dont la température est suivie à l'aide d'un thermomètre à résistance de platine. Toutes corrections effectuées, on tire c_m de l'équation calorimétrique habituelle :

$$(1) \quad Q = Mc_m(t - 16) \quad \text{ou encore} \quad Q : M = q = c_m(t - 16).$$

En représentant chaque détermination par un point P (c_m, t), on obtient une courbe manifestant toujours un point anguleux P' nettement déterminé, et cela, pour les températures θ suivantes :

Nickel.... 363°; Magnétite.... 593°,5 Fer.... 784°.

Par définition, la chaleur spécifique vraie c d'une substance a pour expression $c = \frac{dq}{dt}$ donc d'après l'équation (1) :

$$c = c_m + \frac{dc_m}{dt}(t - 16) = c_m + (t - 16) \text{ tang } \alpha,$$

α désignant l'angle que forme la tangente PA en P à la courbe (t, c_m) avec l'axe des températures. Le point P' comportant deux tangentes, et par suite deux angles α_1, α_2 la chaleur spécifique vraie passera brusquement de la valeur c_1 à la valeur c_2 lorsque t passera par la valeur θ .

Il est facile de construire le point V de la courbe (t, c) : si on mène, en effet, par le point (16,0) une parallèle à PA, elle définira avec l'axe des t sur l'ordonnée de P une longueur égale à $(t - 16) \text{ tang } \alpha$, qui, ajoutée à l'ordonnée de P, fournira le point V.

Voici pour les échantillons étudiés, les valeurs de c au point θ .

Nickel.....	$c = 0,1541$ et $0,1256$, discontinuité: $0,0285$;
Magnétite naturelle...	$c = 0,299$ et $0,296$, $0,073$;
Magnétite artificielle...	$c = 0,300$ et $0,221$, $0,079$;
Fer pur.....	$c = 0,305$ et $0,185$, $0,120$;
Ou encore.....	$c = 0,309$ et $0,185$, $0,124$.

Il est fort vraisemblable que la température θ , ainsi déterminée par voie calorimétrique, coïncide avec le point de Curie, bien que cette dernière température tirée de mesures magnétiques soit, pour le fer par exemple, inférieure d'environ 15° à la précédente.

REMARQUES SUR LA DIFFUSION DE LA LUMIÈRE PAR LES GAZ (1);

Par M. Ch. FABRY.

1. Le phénomène de la diffusion de la lumière par les gaz, dont la théorie a été faite par Lord Rayleigh (2), a conduit à l'explication de la lumière bleue du ciel. Je me propose de montrer que la même cause peut être invoquée pour expliquer un certain nombre de phénomènes naturels, et cela en faisant intervenir seulement des gaz dans un état d'extrême raréfaction.

Lorsqu'un corps céleste de faible densité donne un spectre continu plus ou moins analogue au spectre solaire, on peut supposer que ce corps brille en diffusant la lumière qu'il reçoit du soleil. On peut alors faire deux hypothèses : ou bien la lumière est diffusée par des particules solides formant un ensemble plus ou moins analogue à un nuage de poussière, ou bien elle est diffusée par un gaz selon les lois découvertes par Lord Rayleigh. Certains caractères de la lumière diffusée peuvent permettre de choisir entre ces deux hypothèses (3).

1° La lumière diffusée par un gaz est polarisée; celle que renvoient des particules de dimension notable ne l'est pas;

2° Comparons le spectre de la lumière diffusée avec celui de la lumière incidente. Nous devons y trouver les mêmes radiations simples (à part une particularité, due à l'effet Doppler-Fizeau, sur laquelle je reviendrai); mais la proportion des diverses radiations ne sera pas la même dans les deux spectres. Si la lumière est diffusée par un gaz, le coefficient de diffusion varie comme λ^{-4} , et il y aura une forte prédominance des radiations de faible longueur d'onde. Il n'y a aucune raison pour qu'il en soit de même si la lumière est diffusée par des poussières de dimension notable, la composition de

(1) Communication faite à la Société française de Physique.

(2) Lord RAYLEIGH, *Œuvres*, t. IV, p. 397; — et *Phil. Mag.*, t. XLVII, p. 375; 1899.

La preuve expérimentale de l'existence de la diffusion par les gaz a été donnée par Cabannes *Comptes Rendus*, t. CLX, p. 62; (1915), puis par R. J. Strutt (*Proceedings of the Royal Society*, 1918).

(3) A moins, toutefois, que l'on imagine un nuage formé de particules ultramicroscopiques, qui diffusent à peu près suivant les mêmes lois qu'un ensemble de molécules libres constituant un gaz.

la lumière dépendant alors essentiellement des propriétés du corps diffusant. On peut même considérer comme probable que, dans ce cas, les radiations violettes seraient plus absorbées et par suite moins diffusées que les rouges. Des mesures spectrophotométriques pourraient donc fournir d'utiles indications sur la nature du corps diffusant. Malheureusement, de telles mesures font presque complètement défaut;

3° Avant d'attribuer un phénomène céleste à de la lumière diffusée par un gaz il y aura lieu, si l'on a les données photométriques suffisantes, de calculer la densité de gaz nécessaire pour produire le phénomène observé.

C'est surtout ce dernier problème que je vais essayer de résoudre. On verra qu'il suffit de densités de gaz extraordinairement faibles pour expliquer certains phénomènes astronomiques.

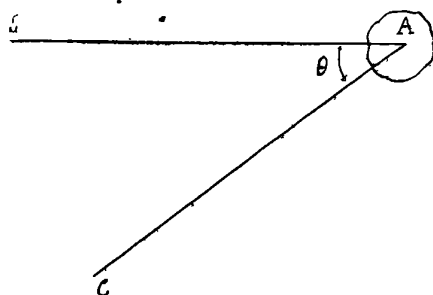


FIG. 1.

2. Il faut d'abord rappeler et mettre sous la forme convenable la formule qui régit la diffusion par les gaz.

Soit (fig. 1) : A une masse de gaz, V son volume, μ son indice de réfraction, N le nombre des molécules de ce gaz par unité de volume. Le gaz reçoit, dans la direction SA, un faisceau lumineux qui, sur un écran placé en A normalement au faisceau, produirait un éclairement E. La masse de gaz diffuse et se comporte comme une source de lumière ; elle est examinée dans la direction AC faisant avec SA un angle θ . Elle se comporte alors comme une source de lumière dont l'intensité I est donnée par l'équation :

$$I = E \cdot \frac{\pi^2}{2} (\mu^2 - 1)^2 \frac{V}{\lambda^4 N} (1 + \cos^2 \theta).$$

Il est commode d'introduire les propriétés du gaz pris dans les conditions normales 0° et 76 centimètres ; soit, dans ces conditions $\mu_0 = 1 + \epsilon$ l'indice du gaz et N_0 le nombre de molécules par unité de volume. Soit δ la densité du gaz diffusant par rapport au même gaz pris dans les conditions normales ; δ est un simple nombre.

On a, en tenant compte de ce que δ est très petit :

$$(\mu^2 - 1)^2 = 4\epsilon^2\delta^2.$$

Posant :

$$(1) \quad K = \frac{\lambda^4 N_0}{2\pi^2 \epsilon^2},$$

il vient :

$$(2) \quad I = E \frac{V}{K} \delta (1 + \cos^2 \theta).$$

L'observateur placé en C, qui regarde cette masse de gaz, la verra comme une tache lumineuse, dont l'éclat intrinsèque sera indépendant de sa distance à l'observateur. On va calculer cet éclat intrinsèque, qui est la quantité directement accessible aux mesures. Soit h l'épaisseur de la masse gazeuse comptée suivant le rayon visuel CA, x la distance de l'observateur à la masse de gaz. Dans l'angle solide infiniment petit ω l'observateur voit le volume de gaz $V = \omega x^2 h$, qui se comporte comme une source dont l'intensité lumineuse I est donnée par la formule (2). L'éclat intrinsèque B, égal à l'éclairement produit par l'unité d'angle solide, sera :

$$B = \frac{I}{\omega x^2}.$$

Remplaçant I par sa valeur, il vient :

$$(3) \quad B = E \frac{h}{K} \delta (1 + \cos^2 \theta),$$

K est une longueur ; B et E sont des quantités de même espèce. On prendra le mètre comme unité de longueur, et l'on pourra exprimer I en bougies, E en lux, et B en bougies par mètre carré.

Fixons la valeur de la longueur K , donnée par l'équation (1). Elle contient N_0 , qui est le même pour tous les gaz :

Dans le cas des observations visuelles on prendra $\lambda = 0^{\mu},55$ et dans le cas des mesures photographiques $\lambda = 0^{\mu},45$. Enfin, on fera des calculs pour l'air ($\varepsilon = 2,93 \times 10^{-4}$) et pour l'hydrogène ($\varepsilon = 1,39 \times 10^{-4}$). On a alors le tableau suivant des valeurs de K, exprimées en mètres.

	Air	Hydrogène
Observations visuelles ($\lambda = 0^{\mu},55$).....	$1,6 \times 10^6$	7×10^6
Observations photographiques ($\lambda = 0^{\mu},45$)..	$0,7 \times 10^6$	$3,2 \times 10^6$

Pour la plupart des applications astronomiques, il n'est pas commode de rapporter les mesures aux unités photométriques des physiciens. Les astronomes expriment l'éclairement que produit un astre (1) en un lieu donné par la *grandeur stellaire* de l'astre vu de ce lieu. Cette quantité est définie par les conditions suivantes : si l'on considère des astres dont les *grandeurs* ξ croissent en progression arithmétique, les éclairements qu'ils produisent décroissent en progression géométrique. Une différence de cinq grandeurs correspond exactement à un rapport d'éclairements égal à $\frac{1}{100}$. Il en résulte que si E est l'éclairement produit par un astre de grandeur m , on a

$$(4) \quad \log E = -\frac{2}{5}(m + c),$$

— c est la grandeur stellaire qui donne un éclairement égal à l'unité. Expriment les éclairements en lux, — c est la *grandeur stellaire du lux*, et l'on a (2) :

$$c = 14,2.$$

Un éclat intrinsèque s'exprimera en grandeur stellaire par unité d'angle solide (par exemple, par stéradian). Dans la formule (3), les quantités E et B seront remplacées par la considération des grandeurs stellaires correspondantes. Soit m la *grandeur* de l'astre

(1) La grandeur stellaire caractérise un *éclairement* ; sa définition s'étend à toute source vue à une distance donnée ou, ce qui revient au même, à tout éclairement.

(2) Ch. FABRY, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, t. CXXXVII; 1903; — et Association Française pour l'avancement des Sciences, 1903.

Sur les questions de photométrie et les données numériques dont je me servirai dans ce travail, voir aussi : H. N. RUSSEL, *Astrophysical Journal*, t. XLIII, p. 103 et 173; 1916.

éclairant vu de la masse de gaz, m' la grandeur par stéradian de la masse de gaz vue par l'observateur. Les quantités m et m' sont respectivement liées à E et B par des équations analogues à l'équation (4). En prenant les logarithmes, l'équation (3) devient :

$$(5) \quad m' - m = -\frac{5}{2} \log \left[\frac{h}{K} \delta (1 + \cos^2 \theta) \right].$$

3. Comme première application numérique, considérons dans notre atmosphère un mètre cube d'air dans les conditions normales, recevant l'éclairement que donne le soleil par une belle journée d'été (1) ($E = 100.000$ lux). Cet air devient une source de lumière; quelle est l'intensité lumineuse de cette source? La formule (2) résout immédiatement le problème. Dans la direction normale aux rayons incidents (celle où l'intensité est minima), on trouve 0,062 bougie. Un volume d'air de 16 mètres cubes (une sphère de 3 mètres de diamètre) donnerait une bougie. L'intensité moyenne sphérique est d'environ 0,08 bougie par mètre cube. L'air d'une salle de 1.000 mètres cubes, s'il pouvait conserver la luminosité qu'il a en plein soleil, donnerait une intensité de 80 bougies, suffisante pour donner dans la salle un éclairage raisonnable.

4. *Queues de comètes.* — Comme premier exemple de phénomène astronomique attribuable à de la diffusion par un gaz, considérons les queues de comètes.

Les comètes donnent un double spectre : un spectre de lignes brillantes et un spectre continu attribuable à de la lumière solaire diffusée. Si l'on suppose que la substance diffusante soit un gaz, une densité extraordinairement faible suffit à expliquer les phénomènes observés.

Considérons dans l'espace une mince tranche de gaz limitée par deux plans parallèles, et éclairée par le soleil. Supposons-la vue par un observateur éloigné, pour qui elle se projette sur le ciel. Cet observateur la voit sous forme d'une tache lumineuse, dont l'éclat intrinsèque peut être calculé au moyen des formules données plus haut. Voici un exemple numérique.

Supposons la masse gazeuse placée à la même distance du soleil

(1) Voir Ch. FABRY, *loc. cit.*; H. N. RUSSEL, *loc. cit.*

nbé la terre; elle voit alors le soleil comme un astre de grandeur $m = -26,7$. Supposons que le gaz soit de l'air dans les conditions normales ($\delta = 1$) et supposons que la tranche gazeuse ait une épaisseur de 1 millimètre seulement, prise suivant le rayon visuel de l'observateur ($h = 0,001$). Prenons $\theta = 90^\circ$ (cas où la diffusion est la plus faible). La formule (5) donne alors, pour définir l'éclat intrinsèque, une grandeur stellaire de $-3,7$ par stéradian. Cela équivaut à une étoile de cinquième grandeur par degré carré.

C'est à peu près l'éclat intrinsèque de la voie lactée (en tenant compte de l'éclat du fond du ciel). Une telle tranche d'air, ayant seulement 1 millimètre d'épaisseur, produira donc une queue de comète assez brillante. Une épaisseur de 1 centimètre correspondrait à un astre exceptionnellement brillant.

L'éclat restera le même, quelle que soit l'épaisseur h , si la densité varie de telle manière que la masse de gaz reste la même, ou que le produit $h\delta$ reste constant. Si l'on suppose une queue de comète ayant une épaisseur égale à dix fois le diamètre de la terre (ce qui est fort peu), la couche de 1 millimètre prend une densité égale à 10^{-14} , voisine de celle que possède l'air dans les meilleurs *vides* actuellement obtenus par les physiciens. Ce résultat donne une idée de ce que peut être une queue de comète si elle est purement gazeuse.

5. *Lumière du ciel nocturne.* — D'après mes mesures, faites par photographie, l'éclat intrinsèque du ciel nocturne, en dehors de la voie lactée, équivaut à peu près à une étoile de cinquième grandeur par degré carré ⁽¹⁾, ce qui correspond à $m' = -3,8$ par stéradian.

Cet éclat paraît trop fort pour être dû à la seule lumière des étoiles. S'il en est ainsi, l'hypothèse la plus simple consiste à admettre que le surplus de lumière est de la lumière solaire diffusée soit par des poussières cosmiques, soit par un gaz. L'hypothèse de la lumière diffusée par des corpuscules solides a été examinée par

(1) Voir Ch. FABRY, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, t. CL; 1910; — et *Astrophysical Journal*, t. XXXI; 1910.

En unités photométriques ordinaires, cet éclat intrinsèque correspond à 7×10^{-5} bougie par mètre carré.

Les parties les plus brillantes de la voie lactée ont un éclat à peu près double. L'ensemble de la lumière du ciel nocturne donne sur le sol horizontal un éclairement d'environ $\frac{1}{3.000}$ de lux.

M. Salet (1). Je vais examiner ici ce que peut produire la diffusion par un gaz très rarefié, répandu uniformément dans tout l'espace.

Soit δ la densité de ce gaz par rapport au même gaz pris dans les conditions normales. Soit *fig. 2* S le soleil, T la terre, ST = D la distance qui sépare ces deux astres. Cherchons l'éclat intrinsèque que donnera le gaz, rendu lumineux par diffusion, dans une direction TM faisant un angle α avec la direction ST prolongée.

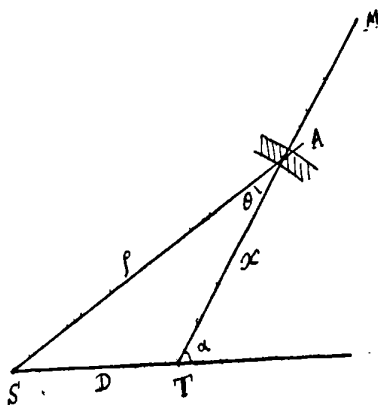


FIG. 2.

Prenons, en A, une couche d'air limitée par deux sphères de centre T et de rayons x et $x + dx$. Soit SA = ρ , $\widehat{SAT} = \theta$. Soit E_0 l'éclairement que le soleil donne sur la terre. Le gaz placé en A reçoit du soleil l'éclairement

$$E = E_0 \frac{D^2}{\rho^2}.$$

La couche d'air d'épaisseur dx donne, d'après la formule (3), un éclat intrinsèque

$$dB = E_0 \frac{\delta}{K} D^2 \frac{1 + \cos^2 \theta}{\rho^2} dx.$$

Pour avoir l'éclat intrinsèque dans la direction considérée, il faut intégrer cette expression, dans laquelle ρ et θ sont fonctions de x , entre les limites $x = 0$ et $x = \infty$. Cette intégration est immédiate

(1) SALET, *Bulletin de la Société astronomique de France*, p. 329; septembre 1915.

en prenant θ comme variable indépendante. Une transformation facile permet de mettre l'éclat intrinsèque dans la direction considérée sous la forme :

$$B = E_0 \frac{\delta D}{K \sin \alpha} \int_0^\alpha (1 + \cos^2 \theta) d\theta,$$

ce qui donne :

$$B = E_0 \delta \frac{D}{2K} \left(\frac{3}{\sin \alpha} + \cos \alpha \right).$$

Il est facile de passer aux grandeurs stellaires. Soit m la grandeur stellaire du soleil vu de la terre, m' la grandeur stellaire du ciel par stéradian dans la direction définie par l'angle α . On aura :

$$(6) \quad m' - m = -2,5 \log \left[\delta \frac{D}{2K} \left(\frac{3\alpha}{\sin \alpha} + \cos \alpha \right) \right].$$

Comme il s'agit d'observations photographiques, on prendra pour m la *grandeur photographique* du soleil, qui peut être admise égale à $-26,0$. On raisonnera comme si toute la lumière du ciel provenait de la diffusion, c'est-à-dire que l'on négligera la lumière des étoiles. Alors $m' = -3,8$.

Prenons la région du ciel opposée au soleil ($\alpha = 0$) et supposons, pour fixer les idées, que le gaz diffusant soit de l'hydrogène ($K = 3,2 \times 10^6$). On a enfin $D = 1,5 \times 10^{14}$ mètres. L'équation (6) permet alors de calculer δ ; on trouve :

$$\delta = 1,4 \times 10^{-14}.$$

Si l'on tient compte de ce qu'une partie de la lumière observée provient des étoiles, on voit qu'une densité d'hydrogène voisine de 10^{-14} expliquera les phénomènes observés.

Cela correspond à un gaz extraordinairement raréfié; une masse égale à un gramme occuperait le volume d'un cube de 10 kilomètres de côté, et le libre parcours moyen des molécules serait de 1.600 kilomètres. Un millimètre cube contiendrait seulement 300 molécules.

Si l'on s'écarte de la direction $\alpha = 0$, opposée à celle du soleil, la théorie qui précède fait prévoir que l'éclat intrinsèque ira en croissant, d'abord si lentement qu'il sera presque constant dans tout l'hémisphère opposé au soleil ($\alpha < 90^\circ$), puis de plus en plus vite. Le tableau suivant donne quelques valeurs relatives, calculées par les

formules précédentes, de l'éclat intrinsèque dans diverses directions ; les données d'observation font malheureusement défaut pour comparer ces résultats avec la réalité.

α	Eclat		α	Eclat
0°	1,00		110.....	1,44
45.....	1,01		130.....	2,07
60.....	1,03		160.....	5,76
90.....	1,18		180.....	∞

La théorie qui précède reste fort incertaine, faute de toute confirmation par l'observation. Sur des éclats aussi faibles que celui du ciel nocturne, l'œil ne peut fournir que des indications très imprécises. La méthode photographique, que j'ai employé pour la mesure des éclats intrinsèques, permet au contraire d'obtenir sans difficulté des résultats intéressants. Il y aurait lieu d'étudier les points suivants : la lumière du ciel nocturne est-elle polarisée ? Quelle est sa composition spectrale ⁽¹⁾ ? L'éclat en un point donné du ciel varie-t-il avec la position du soleil ?

Certaines observations d'astronomie sidérale ont conduit à soupçonner que la lumière subirait une légère extinction après de très longs parcours à travers l'espace. M. Vessot King a cherché à expliquer cet affaiblissement par la présence d'un gaz qui remplirait tout l'espace ⁽²⁾. Il est conduit à supposer une densité de gaz tout à fait du même ordre que celle qui explique la lumière du ciel. Toutefois cette concordance se produit entre deux nombres dont l'un est très incertain ⁽³⁾ ; d'ailleurs la même concordance aurait lieu si l'on attribuait les deux phénomènes à une diffusion par des particules solides ou à toute autre cause qui fasse intervenir de la diffusion sans absorption.

6. *Lumière zodiacale.* — La diffusion de la lumière par les gaz peut expliquer aussi la lumière zodiacale. Même si la densité du gaz est uniforme, on aura un accroissement d'éclat intrinsèque

⁽¹⁾ De véritables mesures spectrophotométriques seraient très difficiles, à cause du faible éclat intrinsèque du ciel nocturne. Une mesure de *color index*, facile à obtenir, conduirait à une indication intéressante (voir plus loin, § 3).

⁽²⁾ *The Nature*, p. 701 ; 26 août 1915.

⁽³⁾ Certaines observations récentes de M. Adams conduisent à une valeur presque insensible de cette absorption. S'il en est ainsi, le gaz qui expliquerait la lumière du ciel nocturne devrait être confiné à la région qu'occupe le système solaire.

dans les régions du ciel voisines du soleil (voir ci-dessus); mais cela ne suffit pas à expliquer les faits observés, car le phénomène serait symétrique par rapport au plan vertical passant par le soleil, tandis que la lumière zodiacale paraît à peu près couchée suivant le plan de l'écliptique. Une légère condensation du gaz au voisinage de ce plan permet d'expliquer les phénomènes observés. Dans ce cas encore l'insuffisance des observations, généralement visuelles et purement descriptives, ne permet pas d'asseoir la théorie sur des bases sûres. Le peu que l'on sait sur la polarisation de la lumière zodiacale est en faveur de l'hypothèse de la diffusion moléculaire.

7. *Couronne solaire.* — La lumière de la couronne solaire donne, comme celles des queues de comètes, un spectre de lignes brillantes superposé à un spectre continu. Ce dernier peut être attribué à de la lumière diffusée. La présence de particules solides à aussi faible distance du soleil paraissant fort peu vraisemblable, on est conduit à penser que le corps diffusant est un gaz. La polarisation de la lumière de la couronne confirme cette conclusion. Il y a lieu de chercher quelle doit être la densité du gaz nécessaire pour expliquer les phénomènes observés.

Le problème est beaucoup plus compliqué que les précédents, pour les deux raisons suivantes :

1° Chaque élément de volume du gaz diffusant reçoit de la lumière venant, non d'une direction unique, mais de toute la surface du soleil, qui lui envoie des rayons contenus dans un cône d'angle sensible.

On raisonnera comme si toute l'énergie venait du centre du soleil, hypothèse assez éloignée de la vérité pour les points voisins de la surface.

2° La densité du gaz n'est pas constante, mais décroît à mesure que l'on s'éloigne du soleil; la loi de décroissance détermine la loi de répartition de la lumière dans la couronne.

Plusieurs formules empiriques ont été proposées pour exprimer cette loi de répartition de la lumière. Turner trouve ⁽¹⁾ que l'éclat intrinsèque varie en raison inverse de la sixième puissance de la distance angulaire au centre du soleil. J'admettrai cette loi simple,

(1) Voir ABBOT, *the Sun*.

qui conduit à une variation de la densité en raison inverse de la cinquième puissance de la distance au centre.

Soit alors r le rayon du soleil, δ_0 la densité du gaz au voisinage immédiat de la surface solaire; en un point situé à la distance, ρ , la densité sera :

$$\delta = \delta_0 \left(\frac{r}{\rho}\right)^5.$$

Soit (fig. 3) S le centre du soleil, T la terre. Cherchons l'éclat intrinsèque dans la direction TM faisant l'angle β avec la direction qui va au centre du soleil. Les autres lettres conserveront la même signification que précédemment (voir fig. 2) : en particulier, on a :

$$\alpha = \pi - \beta.$$

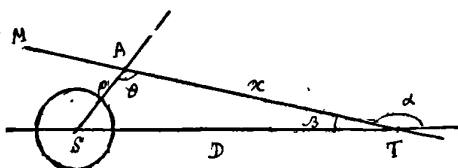


FIG. 3.

En refaisant les raisonnements du § 5, on trouve, pour l'éclat intrinsèque dans la direction considérée :

$$B = \frac{E_0}{K} \int_0^\infty \delta (1 + \cos^2 \theta) \frac{D^2}{\rho^2} dx.$$

L'intégration est facile à faire en prenant encore θ comme variable indépendante. Tenant compte de ce que le problème n'a d'intérêt que pour les petites valeurs de β (car la couronne ne s'étend qu'à une faible distance autour du soleil), il vient :

$$B = \frac{E_0}{K} \delta_0 \left(\frac{r}{D}\right)^5 \cdot \frac{D}{\beta^6} \int_0^\pi (1 + \cos^2 \theta) \sin^3 \theta d\theta.$$

L'intégrale qui figure au second membre a pour valeur 1,22.

Admettant que le gaz ait les propriétés optiques de l'hydrogène, et qu'il s'agisse d'observations visuelles, on prendra $K = 7 \times 10^6$. D'autre part $E_0 = 10^5$ lux. Introduisant le demi-diamètre apparent

du soleil, $\omega = \frac{r}{D}$, et la valeur $D = 1,5 \times 10^{11}$ mètres, il vient :

$$B = 5,5 \times 10^{11} \left(\frac{\omega}{\beta}\right)^6 \delta_0.$$

Dans cette formule, l'éclat intrinsèque est exprimé en bougies par mètre carré. Si l'on connaît la valeur de l'éclat en un point de la couronne, on pourra calculer la densité du gaz diffusant.

Pendant l'éclipse de 1905 j'ai trouvé ⁽¹⁾ un éclat de 700 bougies par mètre carré en un point situé à 5 minutes du bord ($\beta = 21'$). En utilisant cette donnée, l'équation précédente donne :

$$\delta_0 = 6,5 \times 10^{-9}.$$

Telle serait, par rapport à l'hydrogène dans les conditions normales, la densité au voisinage immédiat de la surface. Cette densité déjà très faible irait en décroissant extrêmement vite en s'éloignant du disque solaire, et ne serait plus que de 10^{-10} à une distance de la surface égale au rayon solaire. Il n'est pas surprenant que des comètes aient pu traverser cette légère atmosphère sans subir de perturbation appréciable.

8. *Couleur de la lumière diffusée.* — Le pouvoir diffusif d'un gaz varie, avec la longueur d'onde de la lumière, comme λ^{-4} ; les radiations de faible longueur d'onde seront donc en plus forte proportion dans la lumière diffusée que dans la lumière incidente. Cette particularité sera un des caractères permettant de conclure, sinon sûrement, du moins avec quelque probabilité, à de la diffusion moléculaire. Il y aurait donc grand intérêt à étudier, dans les divers cas examinés plus haut, la composition spectrale quantitative de la lumière, et à la comparer avec celle de la lumière solaire ⁽²⁾. Des mesures spectrophotométriques, faites par photographie, seraient faciles dans le cas de la couronne solaire, dont l'éclat intrinsèque n'est pas très faible; la présence du spectre de lignes ne gênerait pas les mesures.

⁽¹⁾ *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, t. CXXI; 1905.

⁽²⁾ On ne peut se fier, pour cette comparaison, à la simple impression de couleur. L'œil ne juge des couleurs qu'à par contraste, et son jugement perd toute valeur pour des éclats intrinsèques très faibles. Dans les cas où un spectre de lignes brillantes se superpose au spectre continu la lumière correspondant à ce spectre complique le phénomène et contribue à modifier l'impression visuelle.

Dans le cas des éclats très faibles, comme celui du ciel nocturne, toute étude spectroscopique serait fort difficile ; on pourrait se contenter de mesurer ce que les astronomes appellent le *color-index*. Ce nombre résulte de la comparaison entre la valeur photométrique que donne la plaque photographique et celle qui résulte de l'observation visuelle⁽¹⁾. Soient deux astres A et B. On mesure visuellement le rapport de leurs intensités, d'où résulte une différence de *grandeur* ; soit m la différence entre la *grandeur* de l'astre B et celle de l'astre A. Faisant la même mesure au moyen de la plaque photographique, on trouvera une différence de *grandeur* m' . Si les lumières des deux astres ont même composition spectrale, $m' = m$. Sinon, m et m' sont différents ; m' est supérieur à m si B est plus *rouge* que A. La différence $C = m' - m$ est le *color-index* de B par rapport à A.

Cette définition est fort arbitraire, car elle fait intervenir les propriétés particulières de la plaque photographique et de l'œil. L'expérience montre que le *color-index* est cependant assez bien défini ; il présente cet intérêt de donner une indication sur la différence de teinte de deux astres, au moyen d'un coefficient dont la mesure est facile, même sur des astres très faibles.

Il y a lieu de chercher quel est le *color-index* de la lumière que diffuse une masse gazeuse, comparé à celui de la lumière incidente. Le calcul peut être fait en partant des courbes de sensibilité de l'œil et de la plaque photographique et de la courbe d'énergie de la lumière incidente, qui est supposée être la lumière solaire. On trouve que le *color-index* de la lumière diffusée est — 1, celui de la lumière solaire étant pris comme zéro.

Une pareille valeur du *color-index* serait facile à mettre en évidence même dans le cas de lumières très faibles, et serait un fort argument en faveur de l'explication par la diffusion moléculaire.

9. *Influence de l'effet Doppler-Fizeau*. — La lumière diffusée par un gaz est, en réalité, envoyée par les molécules de ce gaz, qui sont dans un état de continuelle agitation. Par suite de l'effet Doppler-Fizeau, toute radiation monochromatique incidente doit, dans la

(¹) La notion de *color-index* s'applique à toutes les sources de lumière.

La mesure visuelle, difficile pour des sources faibles, est souvent remplacée par une mesure photographique faite au moyen de plaques orthochromatiques avec interposition d'un écran absorbant convenable, de manière à obtenir une courbe de sensibilité pratiquement identique à celle de l'œil.

lumière diffusée, être remplacée par un petit morceau de spectre continu. Lorsque la lumière incidente est de la lumière solaire, cet effet ne peut modifier d'une manière appréciable le spectre continu de la lumière diffusée, mais il peut se faire sentir sur les raies noires du spectre. Chacune des radiations monochromatiques voisines d'une raie noire étant, dans la lumière diffusée, étalée en une petite bande continue, la raie pourra être plus ou moins envahie par ces radiations, et pourra disparaître complètement. L'effet sera d'autant plus marqué que la température du gaz sera plus élevée et son poids moléculaire plus faible.

Cet effet me paraît de nature à expliquer une particularité fort curieuse du spectre de la couronne solaire, restée jusqu'ici sans explication satisfaisante : le spectre continu de la couronne ne contient pas les raies noires du spectre solaire. A première vue, le fait paraît inconciliable avec toute explication qui attribuerait le spectre continu de la couronne à de la lumière solaire diffusée, car on est habitué à considérer la lumière diffusée comme identique à la lumière incidente. L'effet Doppler-Fizeau explique l'absence des raies noires, pourvu que l'on suppose un gaz diffusant à température élevée et de poids moléculaire faible.

Enfin, dans notre propre atmosphère, l'étude de la lumière diffusée par l'air (bleu du ciel) pourrait encore fournir des données intéressantes. D'après certaines théories, les hautes couches de notre atmosphère seraient formées d'hydrogène ou même d'un gaz plus léger ; ce sont ces gaz qui nous enverraient la lumière correspondant à la fin du crépuscule. L'effet Doppler-Fizeau doit alors produire une modification du spectre de la lumière diffusée, ayant pour effet de faire disparaître, dans la lumière envoyée par le ciel à la fin du crépuscule, les plus fines raies noires du spectre solaire. L'étude de la très haute atmosphère ne serait donc pas absolument inaccessible à l'analyse spectrale.

LE PHÉNOMÈNE MAGNÉTOCALORIQUE;

PAR MM. PIERRE WEISS et AUGUSTE PICCARD.

I. Au cours d'expériences ayant pour objet le relevé exact d'un réseau d'isothermes de l'aimantation du nickel en fonction du champ, dans le voisinage du point de Curie, nous avons observé des variations très sensibles de la température, accompagnant l'établissement ou la suppression du champ.

L'appareil comprend un four électrique contenant la substance et dont la température est indiquée à un centième de degré près par un couple constantan-argent. La substance est aimantée par un électroaimant dont le champ est connu en fonction du courant d'excitation. L'aimantation se mesure par la méthode balistique en faisant glisser la substance, avec le four qui la contient, du centre d'une bobine induite au centre d'une autre bobine identique dont l'enroulement est de sens contraire (1).

Quand la température est voisine du point de Curie et que l'on établit un champ de 15.000 gauss on observe un échauffement pouvant atteindre 0°,7. Si l'on supprime le champ, l'échauffement disparaît. Si, l'effet de l'établissement du champ s'étant produit, on attend que la substance ait repris la température du four, la suppression du champ produit l'effet inverse. Le couple accuse un refroidissement.

La réversibilité de cet effet suffit à marquer la différence avec le phénomène bien connu de la chaleur d'hystérèse. L'ordre de grandeur aussi est différent. La chaleur d'hystérèse ne produit, même pour un acier très dur, qu'une élévation de température de $\frac{1}{200}$ de degré par cycle. Pour le nickel elle est encore beaucoup plus faible.

On pouvait supposer une action du champ magnétique sur la force électromotrice du couple. Nous nous sommes assurés par des expériences indépendantes que cette action n'existe pas ou du moins qu'on peut lui assigner une limite supérieure de $\frac{1}{200}$ de degré. Il serait d'ailleurs bien invraisemblable que le couple fut sensible au

(1) A. PICCARD, *Arch. de Sc. phys. et nat.*, t. XLIV, p. 467; 1917.

champ magnétique seulement dans le voisinage du point de Curie du nickel.

II. Ce phénomène est, comme la discontinuité de la chaleur spécifique au point de Curie⁽¹⁾, une conséquence du champ moléculaire. La chaleur élémentaire communiquée à l'unité de masse est, pour un gaz paramagnétique :

$$dQ = C_{\sigma} dt - H d\sigma$$

où :

C_{σ} est la chaleur spécifique à aimantation constante,
 σ l'aimantation spécifique et
 H le champ magnétique.

Cette quantité devient pour une substance où les actions mutuelles d'orientation s'expriment par un champ moléculaire H_m .

$$dQ = C_{\sigma} dt - (H + H_m) d\sigma$$

et l'on a, pour un phénomène adiabatique :

$$dt = \frac{H + H_m}{C_{\sigma}} d\sigma.$$

Mais les mesures magnétiques qui étaient le but premier de notre travail ont montré que, conformément à l'hypothèse primitive du champ moléculaire, celui-ci est proportionnel à l'aimantation,

$$H_m = n \cdot \sigma.$$

En négligeant le champ extérieur par rapport au champ moléculaire, approximation souvent permise, on a par conséquent :

$$dt = \frac{n}{2C_{\sigma}} d\sigma^2.$$

L'élévation de température est proportionnelle à l'accroissement du carré de l'aimantation.

On peut se dispenser de faire cette approximation. Tant que l'aimantation n'est pas trop grande pour être considérée comme proportionnelle au champ total $H + H_m$, c'est-à-dire pratiquement jusqu'à la moitié de la saturation absolue au moins, on a :

$$\frac{\sigma}{H + H_m} T = C$$

(1) Voir ce recueil, page 87.

où C est la constante de Curie. En adjoignant à cette formule la relation donnée par la théorie du champ moléculaire

$$C \times n = \theta$$

où θ est le point de Curie; on trouve :

$$dt = \frac{T}{\theta} \frac{n}{2C\sigma} d\sigma^2$$

qui ne diffère de la formule approchée que par le facteur $\frac{T}{\theta}$ peu différent de l'unité dans la région où le phénomène a une certaine importance.

Dans l'application de cette formule il convient de faire une distinction entre les variations apparentes et réelles de l'aimantation.

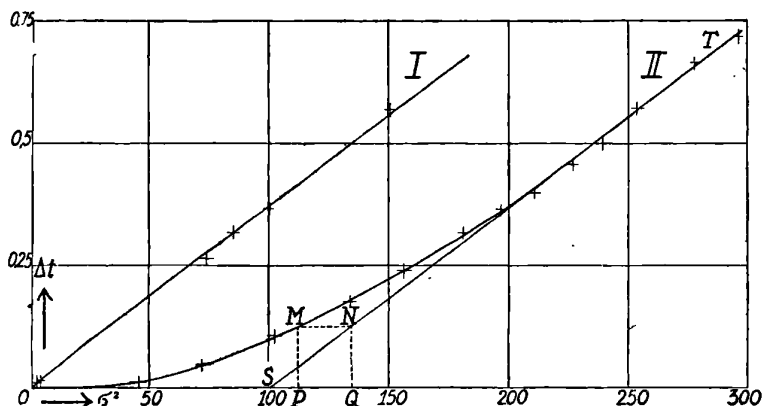


FIG. 1.

D'après la théorie du champ moléculaire il se produit, dans des éléments de volume de grandeur suffisante pour que le champ moléculaire puisse s'y développer, une aimantation spontanée de grandeur et de direction déterminée. La direction dépend, dans chacun de ces éléments de volume, des propriétés magnéto-cristallines et des accidents de la structure microscopique. Elle est donc livrée au hasard. La substance bien que fortement aimantée paraît non magnétique par compensation. Le champ extérieur fait dévier l'aimantation de la direction qu'elle a prise spontanément et la rapproche de sa propre direction. L'aimantation primitivement cachée devient ainsi

sensible à l'observation. À la température ordinaire, dans les métaux ferro-magnétiques usuels, cet effet constitue à lui seul presque toute l'aimantation donnée par les méthodes de mesures classiques et l'aimantation à saturation n'est autre que l'aimantation spontanée complètement orientée.

Au-dessus du point de Curie l'aimantation spontanée n'existe pas et toute variation d'aimantation produite par le champ est réelle.

A faible distance au-dessous du point de Curie, en même temps qu'il se produit une aimantation apparente par orientation de l'aimantation spontanée le champ a pour effet de changer d'une manière appréciable la grandeur réelle de l'aimantation. A chaque accroissement du champ correspondent donc des accroissements réel et apparent superposés.

Pour observer le phénomène dans sa pureté il faut donc opérer au-dessus du point de Curie. Pour le nickel étudié ce point est à 629°,6 abs. A 634°9 nous avons trouvé, en faisant varier le champ de zéro aux valeurs de la première colonne, et inversement de ces valeurs à zéro :

H	Δt°	σ^2	$\frac{\Delta t}{\sigma^2}$
990	0,011	2,18	(0,00505)
1.320	0,014	4,04	(0,00347)
7.820	0,264	74,5	0,00355
8.780	0,317	85,5	0,00371
10.050	0,370	100,8	0,00367
14.960	0,569	151,0	0,00377

On se rend compte, par la représentation graphique, en I dans la figure, et aussi par les nombres de la dernière colonne du tableau que la variation de température est bien proportionnelle au carré de l'aimantation. Les deux premiers points, correspondant à des effets très faibles et difficilement mesurables avec une certaine précision relative, ont été pris pour s'assurer que Δt et σ^2 tendent vers zéro dans un rapport fini.

Le tableau suivant contient une série de mesures faites au-dessous du point de Curie, à 627°2 abs.

H	Δt°	σ^2
320	0,011	45,8
660	0,048	72,5
1.320	0,106	102,5
2.330	0,176	134,3
3.340	0,240	156,2
4.670	0,319	181,2
5.640	0,367	197
6.600	0,399	211
7,820	0,458	227
8.780	0,500	239,5
10.050	0,572	254
12.320	0,665	278
14.230	0,718	296,5

Ces mesures sont représentées par la courbe II. Elle part tangentiellement à l'axe des σ^2 . D'abord des accroissements notables de l'aimantation, dus pour la plus grande partie à l'orientation de l'aimantation spontanée ne donnent lieu qu'à de très faibles phénomènes thermiques. Puis, l'aimantation réelle se développant de plus en plus, la courbe se relève et lorsqu'à partir de $\sigma^2 = 200$ environ l'orientation est parachevée et tout accroissement d'aimantation est réel, la courbe II devient sensiblement parallèle à la droite I. Il doit en effet en être ainsi d'après la théorie développée ci-dessus, avec l'approximation consistant à remplacer $\frac{T}{\theta}$ par l'unité.

•III. On peut interpréter les courbes I et II en disant que les abscisses représentent les valeurs apparentes du carré de l'aimantation, et les ordonnées les valeurs vraies à une autre échelle. Quand il y a une aimantation spontanée ces dernières sont comptées à partir du carré de cette quantité. Si l'aimantation était dès le début orientée dans la direction du champ, la courbe II serait remplacée par la ligne OST où OS est le carré de l'aimantation spontanée. Comme TS est donné par l'expérience il en résulte que les mesures calorimétriques combinées avec les mesures d'aimantation donnent sans ambiguïté l'aimantation spontanée.

Mais ce n'est pas tout. Soit OP une valeur observée du carré de l'aimantation apparente. PM représentera l'excès du carré de l'aimantation vraie sur celui de l'aimantation apparente à l'échelle des ordonnées. On revient à l'échelle des abscisses en traçant MNQ. OQ est le carré de l'aimantation vraie correspondant à OP. Le

phénomène magnéto-calorique donne donc la grandeur de l'aimantation vraie, abstraction faite de sa direction dans la substance.

IV. Les observations du phénomène magnéto-calorique ont toutes été faites 25 secondes après la fermeture ou la rupture du courant d'excitation de l'aimant. Ce retard était imposé par la lenteur de l'établissement et de la disparition du champ. Pendant ce temps la différence de température entre le corps et le milieu, c'est-à-dire le four électrique, diminue dans un rapport constant. Le phénomène est donc en réalité plus grand que les valeurs observées. Une pièce d'argent, servant à fixer la sphère de nickel dans le four, augmente sa capacité d'environ 15 0/0 et agit dans le même sens. Néanmoins il est intéressant de calculer la valeur absolue du phénomène d'après la formule :

$$dt = \frac{n}{2C_s} d\sigma^2$$

en empruntant à des mesures d'aimantation inédites $n = 70.000$ et à l'étude calorimétrique ⁽¹⁾ la chaleur spécifique vraie du nickel immédiatement au-dessus du point de Curie $C_s = 0,1256 \times 4,19.10^7$ ergs par degré. On trouve :

$$dt = 0,00665 d\sigma^2$$

valeur 1,8 fois plus grande que la valeur observée 0,0037, ce qui est parfaitement plausible.

V. La démonstration expérimentale du phénomène magnéto-calorique serait facile s'il ne fallait, pour l'observer avec une certaine ampleur, porter la substance à une température voisine du point de Curie, maintenir cette température constante et mesurer exactement ses variations. Elle serait beaucoup plus simple pour une substance dont le point de Curie serait à la température ordinaire. Tel est le cas de certains ferro-nickels irréversibles, de titre en nickel voisin de 25 ou 30 0/0, quand par une élévation de température préalable on les a amenés à l'état non magnétique à la température ordinaire. Nous avons examiné à cet effet une petite collection de ferro-nickels que nous devons à M. Ch. Ed. Guillaume et nous avons trouvé que le métal contenant 27 0/0 de nickel et 2 0/0 de carbone

(1) WEISS, PICCARD et CARRARD, *Archives des Sc. phys. et nat.*, t. XLIII, p. 117, 1917.

donne, dans un champ de 21.000 gauss, un effet de $0^{\circ},34$ environ qui varie peu dans l'intervalle de 8° à 37° . On est donc dans le voisinage de son maximum. Avec cette substance la démonstration du phénomène magnéto-calorique devient une expérience de cours des plus faciles.

VI. En résumé, ce nouveau phénomène apporte une confirmation frappante de la théorie du champ moléculaire qui rend compte de toutes ses particularités et aurait pu le faire prévoir.

Il est intéressant aussi comme moyen d'investigation, en permettant de déduire de l'aimantation apparente observée l'aimantation vraie, débarrassée de l'effet de raccourci produit par son inclinaison sur la direction du champ. Dans l'établissement d'un réseau précis d'isothermes de l'aimantation, étude actuellement en voie d'exécution, on pourra tracer, à côté des isothermes de l'aimantation apparente, les isothermes de la grandeur vraie, particulièrement précieuses pour le contrôle de la théorie.

Enfin dès à présent le phénomène magnéto-calorique a donné la valeur de l'aimantation spontanée à quelques températures. Ces déterminations sont d'accord avec celles que l'on peut déduire de mesures purement magnétiques.

SUR LA MESURE DE LA VISCOSITÉ DES HUILES ;

Par C. CHÉNEVEAU.

Une communication récente de M. Dubrisay (*Soc. Phys.*, 16 novembre 1917) m'incite à présenter quelques remarques, d'une portée générale, sur la mesure de la viscosité des huiles.

Sans méconnaître, industriellement parlant, l'intérêt d'appareils permettant de comparer les huiles au point de vue de leur frottement interne, je me propose de montrer qu'un dispositif très simple peut donner directement le coefficient de viscosité absolue d'une huile en unités C. G. S.

Cet appareil, basé sur l'application de la loi de Poiseuille (écoulement par un capillaire), comprend une pipette P à l'extrémité inférieure de laquelle est soudé le tube capillaire t ; deux traits de repère a, a' , sont gravés sur les tubes de verre de la pipette.

Un entonnoir E peut être fermé par un bouchon en caoutchouc traversé par un petit tube de verre portant lui-même un tube de caoutchouc serré par une pince à vis ⁽¹⁾ (fig. 1). On opère le plus commodément le remplissage pas aspiration.

L'expérience consiste à mesurer le temps T secondes que le niveau du liquide met à passer de a en a' , ce qui correspond à l'écoulement d'un volume V centimètres cubes de liquide; alors $\frac{V}{T}$ est le volume en centimètres cubes écoulé par seconde, et, si d est le diamètre du tube capillaire en centimètre, l , sa longueur en centimètre, p , la différence des pressions, en baries, au commencement et à la fin de l'expérience, η , le coefficient de viscosité, la loi de Poiseuille donne immédiatement :

$$\frac{V}{T} = \frac{1}{\eta} \frac{\pi p d^4}{128 l}$$

Si l'on appelle ρ la densité du liquide, il est facile de voir que la pression p a pour valeur :

$$p = h \rho g,$$

h centimètres étant la hauteur de la colonne liquide entre les deux repères, $g = 981$ centimètres (sec)².

On a alors :

$$\frac{V}{T} = \frac{1}{\eta} \frac{\pi d^4}{128 l} h \rho g$$

d'où :

$$\eta \text{ (C. G. S.)} = \frac{\pi d^4 h g}{128 V l} T \rho.$$

La fraction de la formule précédente peut être connue par construction ou par étalonnage. Par exemple, dans un modèle réalisé par M. Berlemont : $l = 4$ centimètres, $d = 0,15$ centimètre, $h = 10$ centimètres, $V = 40$ centimètres cubes.

$$\eta = 0,003 T \rho$$

et la constante peut être connue à bien moins qu'à 1 0/0 près.

(1) C'est, avec quelques modifications, le modèle dont je me suis servi pour l'étude de la viscosité des solutions *C. R. Acad. Sciences*, t. CLV, p. 154; 1912; — *C. R. Ass. Avanc. Sciences*, Congrès de Nîmes, 1912, p. 129).

On voit que la densité intervient réellement dans la formule et n'est pas, au sens vrai du mot, un facteur de correction, comme on le dit souvent. La mesure de la densité de l'huile peut se faire commodément, même si elle est très visqueuse, à l'aide de la balance à lecture directe que j'ai récemment décrite (¹), de sorte que la détermi-

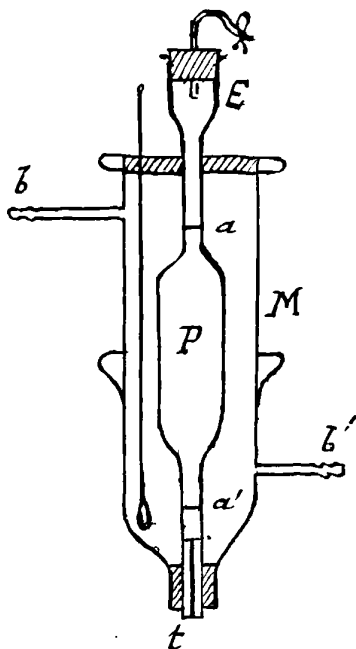


FIG. 1.

nation de la viscosité absolue n'est pas plus difficile que celle d'une donnée relative, plus ou moins proportionnelle à la grandeur cherchée. On n'est pas, non plus, obligé d'admettre, comme on le fait quelquefois, que les densités sont à peu près les mêmes, ce qui peut, dans certains cas, changer l'ordre de classement d'huiles voisines fait uniquement d'après la durée d'écoulement.

Il est bien entendu que le dispositif précédent se prête à la mesure de la viscosité à diverses températures ; on peut les maintenir constantes longtemps à l'aide d'une circulation d'eau de la canalisation de la ville, chauffée au besoin sur son parcours, dans un manchon M (fig. 1) entourant la pipette et portant un tube b' d'arrivée de l'eau

(¹) C. R., t. CLXII, p. 912, 1916 — *Journ. Phys.*, t. VI, 5^e série, p. 103, 1916.

et un tube δ de départ. Au bout de peu de temps l'huile prend la température mesurée à l'aide d'un thermomètre. Toute la précision de la mesure vient principalement de la constance de la température.

Le petit appareil décrit a donné de bons résultats pour la mesure de la viscosité d'huiles des colonies françaises et de liquides spéciaux pour la guerre. Par exemple, j'ai obtenu, pour l'huile d'olive pure à 15°, $\eta = 0,99$, chiffre identique à celui de Brodmann, déterminé par la chute d'une bille sphérique et donné par M. Brillouin dans les Tables de Constantes de la Société de Physique.

La variation de la viscosité avec la température était :

$$\begin{aligned} \frac{d\eta}{dt} &= 0,057 & \text{de} & 12^\circ \text{ à } 17^\circ \\ &= 0,052 & \text{de} & 46^\circ \text{ à } 60^\circ. \end{aligned}$$

La loi de Poiseuille s'applique en réalité dans le cas d'écoulements lents, c'est-à-dire lorsque la longueur du tube est grande par rapport à son diamètre, toujours assez faible. Évidemment le rapport est ici assez petit afin d'éviter une durée d'écoulement par trop longue. Il est facile cependant de montrer qu'on est encore dans le régime d'écoulement où le coefficient de viscosité reste constant, ce qui se voit d'ailleurs à l'aspect de la goutte.

On sait que, d'après les expériences de Reynolds et de Couette, la vitesse minima, correspondant au changement de régime où le coefficient de viscosité n'est plus constant, est indépendant de la longueur du tube et en raison inverse du diamètre; de plus, elle est proportionnelle au coefficient de viscosité du liquide et en raison inverse de la densité.

En se basant sur les valeurs numériques indiquées pour l'eau par Couette, on peut donc se rendre compte qu'à 15°, avec l'appareil précédent, ce débit limite est toujours bien supérieur au débit réel. Par exemple :

pour l'huile de lin vitesse limite calculée.	55	cm ³ /sec.
— — vitesse réelle observée.	0,04	—
pour l'huile d'olive vitesse limite calculée.	116	—
— — vitesse réelle observée.	0,025	—
pour l'huile de ricin vitesse limite calculée.	1.500	—
— — vitesse réelle observée.	0,002	—

Il n'y a donc aucune ambiguïté sur la validité de l'application de la

loi de Poiseuille dans cet appareil et l'on voit même que dans un modèle spécial aux huiles très visqueuses, l'on pourrait se permettre l'emploi d'un diamètre de tube capillaire plus grand.

Par contre, l'appareil décrit ne peut s'appliquer à des liquides peu visqueux comme l'eau, le débit limite étant de $1,2 \text{ cm}^3/\text{sec}$ et le débit observé ($1,5 \text{ cm}^3/\text{sec}$) lui étant supérieur. Pour adapter l'appareil à ce cas, il suffit de changer les dimensions du tube capillaire.

L'écoulement peut se faire dans l'air ou dans l'huile sans qu'on trouve une différence de durées sensible ; par exemple, pour l'huile d'olive pure on a trouvé à $10^\circ 8$ une durée d'écoulement de 447 secondes dans l'air et de 448 secondes dans l'huile.

L'influence de la capillarité est donc assez faible pour pouvoir être négligée pratiquement.

Enfin, pour répondre à l'objection qu'un liquide très visqueux peut rester dans la paroi, j'ai fait une expérience qui m'a montré, pour l'huile de ricin à $13^\circ 5$, que le volume écoulé était en réalité de 9 cm^3 , 99 au lieu de 10 centimètres cubes ; dans un modèle d'appareil pour huiles très visqueuses, on peut donc gagner sur le temps d'écoulement en diminuant le volume sans qu'il en résulte pratiquement d'erreur très sensible (1).

Il résulte donc des considérations précédentes que pratiquement, on peut déterminer facilement le coefficient de viscosité absolue d'une huile à 1 0/0 près au moins.

Et on peut alors dire, en résumé, que l'Industrie a tout intérêt à se servir, comme la Science, de la grandeur physique même, du moment qu'elle est facilement mesurable ; la donnée scientifique doit, chaque fois que cela est possible, remplacer la valeur empirique. Il est, par exemple, difficile de comparer les résultats obtenus pour les viscosités des huiles par des méthodes ou des appareils différents ; la comparaison serait, au contraire, facile par un étalonnage préalable du dispositif viscosimétrique employé.

Il me paraît absolument nécessaire que disparaissent les degrés Baumé, les temps d'écoulement ou les volumes écoulés, les degrés

(1) Pour l'étude de toutes les huiles, deux modèles suffiraient pour obtenir des temps d'écoulement assez faibles ; un pour les huiles visqueuses (lin, olive) et l'autre pour les huiles très visqueuses (de ricin, de graissage).

Je pense d'ailleurs qu'avec quatre pipettes à tubes capillaires différents et convenablement choisis, on pourrait faire toutes les mesures de viscosité des liquides, cet ensemble serait néanmoins peu coûteux.

oléo-réfractométriques ou butyro-réfractométriques et qu'on ne se serve plus que des valeurs plus exactes, et aussi commodes à employer pratiquement, de la densité, du coefficient de viscosité et de l'indice de réfraction.

C'est en embrouillant ainsi les résultats numériques, alors qu'il n'y a plus lieu de le faire, qu'on n'aperçoit pas plus facilement certaines relations qui apparaîtraient clairement si tous les auteurs, savants ou ingénieurs, se servaient, lorsque cela est possible, de la seule valeur correcte de la grandeur physique considérée.

REMARQUE. — Je ferai remarquer que la méthode de la chute d'une bille sphérique, si elle est exacte dans le cas considéré, rentre bien dans l'ordre d'idées que j'ai développées, puisque qu'elle donne directement le coefficient de viscosité et tient compte, en toute rigueur, de la densité (1).

Elle nécessite néanmoins un volume de liquide plus grand que la méthode du tube capillaire et se prête peut-être moins bien au réglage de la température.

**CONSTRUCTION D'UN ÉLECTRODYNAMOMÈTRE ABSOLU
DE GRANDE SENSIBILITÉ.**

DÉTERMINATION DE SA CONSTANCE PAR LA MÉTHODE DE M. G. LIPPMANN;

Par A. GUILLET.

Les électrodynamomètres absolus, construits avec la préoccupation de la mesure précise des dimensions qui interviennent dans le calcul de leur constante, manquent de sensibilité.

Dans le modèle le plus récent de M. Pellat (2), le courant d'un ampère est équilibré par une masse d'environ 9 grammes; elle est de 8 grammes dans l'appareil employé par MM. Ayrton, Mathon et Smith (3); dans le modèle de MM. Janet et Jouaust (4), ce même

(1) Si d est le diamètre de la bille, très petit par rapport aux dimensions transversales du vase contenant le liquide, δ la densité du corps qui la forme, ρ la densité du liquide, T le temps qu'il faut à la bille pour parcourir une hauteur l lorsque le mouvement est devenu uniforme, on a évidemment :

$$\eta = Td^2 (\delta - \rho) g \text{ 18 l.}$$

(2) *Bulletin de la Société internationale des Électriciens*; 1908.

(3) *Philosophical transactions of the royal Society of London*; 1908.

(4) *Travaux du laboratoire central d'Électricité*; 1908.

courant est équilibré par une masse de 19 grammes. En 1908, j'ai construit un électrodynamomètre dans lequel l'action d'un ampère est compensée par une masse de 170 grammes. Mais il faut déterminer la constante d'un tel appareil par voie expérimentale, à l'aide d'un étalon d'induction mutuelle auxiliaire se prêtant à la mesure directe et précise des paramètres qui fixent la valeur de son potentiel. On le peut par application d'une méthode simple et expéditive due à M. G. Lippmann.

Électrodynamomètre. — L'électrodynamomètre (*fig. 1*) se compose de deux paires de bobines fixes A, A₁; B, B₁ disposées horizontalement, entre lesquelles peuvent se déplacer parallèlement à elles-mêmes deux bobines plates et horizontales α , β , suspendues aux extrémités du fléau EF d'une balance sensible.

L'appareil est disposé de façon à permettre, soit la pesée d'une action électrodynamique, soit la lecture du déplacement à imprimer au fléau pour que le potentiel réciproque du système des bobines A, A₁; B, B₁; α , β prennent une valeur déterminée.

Bobines fixes et bobines mobiles. — Chacune des bobines fixes porte 960 spires, réparties en 30 couches d'un fil de cuivre de 1 mm de diamètre recouvert de soie.

L'enroulement a été effectué sur une sorte de moule en chêne, constitué par deux joues très épaisses vissées sur un noyau circulaire formé de plusieurs pièces, présentant une gorge ayant les dimensions à donner aux bobines. Après avoir fixé au fond de cette gorge une ceinture de soie munie sur ses deux bords de rubans retenus sur la face externe des joues au moyen de punaises, on procédait à l'enroulement en ayant soin de séparer une couche de la suivante au moyen d'une mince bande de papier préalablement paraffiné. Il n'y avait plus ensuite qu'à rabattre les rubans et à les nouer fortement pour maintenir les couches dans une position invariable.

Pour retirer la bobine du moule, il suffisait de dévisser l'une des joues ainsi que deux des pièces constituant le noyau; l'emploi d'un noyau ainsi fragmenté permet de retirer la bobine sans exercer sur elle le moindre effort.

Les couches extérieures sont rigoureusement immobilisées par application de plusieurs couches de gomme laque à l'alcool absolu.

Les bobines ainsi préparées sont introduites dans des rigoles circulaires pratiquées, à la fraiseuse, dans des disques très épais de

marbre blanc, puis fixées à la gomme laque. Ces disques étant munis de trois oreilles *o* percées d'un trou peuvent être par là engagés et déplacés le long de tiges filetées verticales *t* au moyen

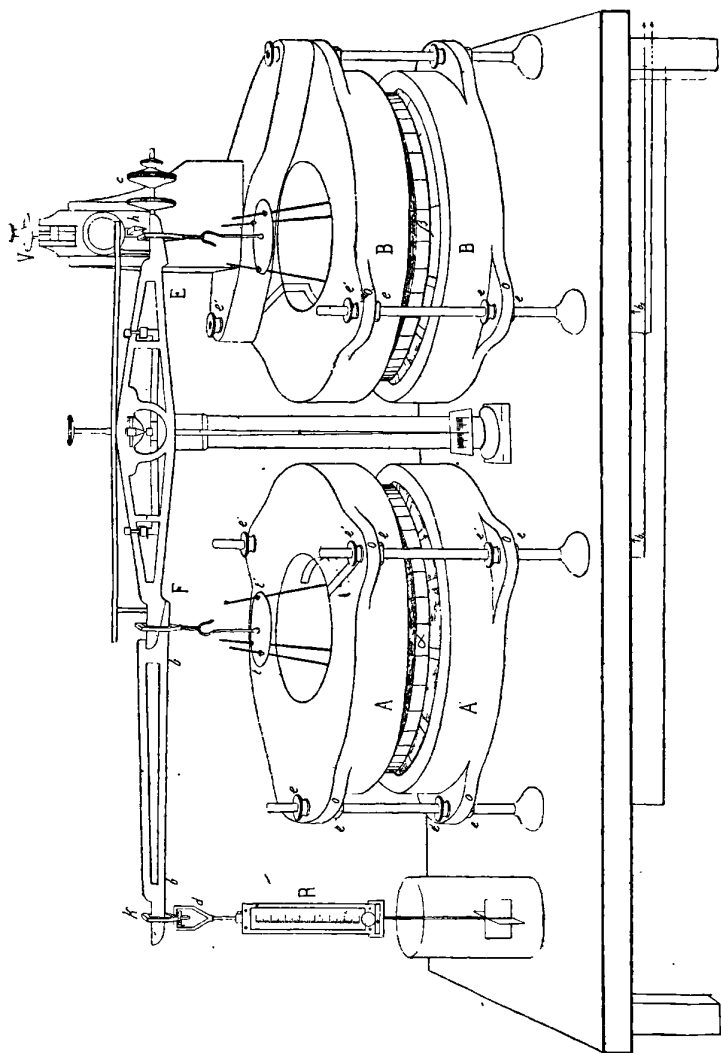


FIG. 1.

des écrous *e* sur lesquels les oreilles prennent leur appui. Des contre-écrous *e'* arrêtent les disques dans la position qu'ils doivent occuper.

Les tiges de laiton, filetées au pas de 1 millimètre, s'appliquent par une large embase et par l'intermédiaire d'un disque d'ébonite sur un plateau rectangulaire en marbre blanc, et se prolongent à travers un trou pratiqué dans l'épaisseur du marbre et d'un plateau de chêne jusqu'à l'écrou de serrage.

C'est par l'intermédiaire de ces tiges que les quatre bobines sont groupées de manière à ajouter leurs actions sur les bobines mobiles. Enfin des bornes *b*, fixées aux extrémités inférieures des tiges, permettent d'utiliser les bobines en tout ou partie et d'effectuer tous les groupements possibles exigés par les essais et les vérifications.

Les deux bobines mobiles sont constituées par une couronne en bois de 21^{cm},5 de diamètre et de 1^{cm},4 d'épaisseur, formée de dix couches associées à fibres contrariées, portant 452 spires d'un fil de cuivre recouvert de soie ayant 0^{cm},5 de diamètre. Le long de trois tiges filetées, reliant la couronne à un anneau d'ivoire occupant son centre, on peut déplacer des écrous sur la gorge desquels passent des boucles servant à suspendre les bobines aux étriers de la balance. Pour cela on engage dans les boucles les crochets qui terminent trois fines tiges *t* supportées par un disque suspendu à chacun des étriers. Ces tiges ne forment pas corps avec le disque, mais le traversent librement et sont retenues par des écrous s'appuyant sur la face supérieure des disques. Cette disposition rend rapide le réglage des bobines mobiles en horizontalité et en hauteur.

Résistance électrique des bobines.

Marbre de gauche : bas.....	13,63 ohms
— : haut.....	14,49 —
Marbre de droite : bas.....	13,49 —
— : haut.....	13,49 —
Bobine mobile de gauche.....	27,55 —
— droite.....	27,12 —

Les circuits fixe et mobile ont sensiblement la même résistance, à savoir 54 ohms.

Balance. — La balance, faute de ressources, n'a pas été construite spécialement pour l'appareil. C'est une balance sensible au demi-milligramme pour une charge de 500 grammes par plateau, à fléau de 31 centimètres de longueur que l'habile constructeur, M. Collot, a rapidement adaptée à l'électrodynamomètre. Pour cela,

toutes les pièces magnétiques ont été remplacées par de l'agate ou du cuivre. De plus, un bras en aluminium bb , ayant 31 centimètres de longueur et muni d'un couteau K , a été fixé à l'une des extrémités du fléau ; à l'autre extrémité un contrepoids, mobile le long d'une tige filetée, équilibre ce bras et l'étrier d du plateau.

On incline le fléau d'aussi peu qu'on veut en agissant sur une vis micrométrique V dont le pas est de un quart de millimètre, munie d'un tambour divisé en 50 parties égales. Un vernier permet d'autre part d'apprécier aisément la dixième partie de la division. Le chariot mobile commandé par la vis porte un doigt h contre lequel s'appuie le fléau par son bord supérieur. On libère la balance en remontant la vis V .

Translation verticale du couteau. — J'avais d'abord l'intention d'estimer le déplacement x du couteau au moyen des franges d'interférence, afin d'obtenir avec précision, par une seule mesure et un déplacement relativement très petit, la constante cherchée en fonction du mètre international. Mais, en raison du manque de stabilité du laboratoire et au temps qu'aurait nécessité la construction des pièces optiques indispensables et les essais, j'ai remis à plus tard cette détermination optique. Et, je me suis borné à mesurer x au moyen d'une réglette de verre portant, sur argenture, une division en millimètres et en cinquièmes de millimètre. Cette réglette R est suspendue par un double étrier au couteau d'agate du bras d'aluminium, et, pendant le déplacement du fléau, l'image de ses divisions défile sur les divisions du micromètre oculaire d'un microscope M au point sur le plan vertical qui contient la face divisée de la réglette. Les divisions sont éclairées par derrière avec de la lumière parfaitement diffusée. Il est ainsi facile de compter le nombre entier de divisions dont la règle monte ou descend et d'apprécier la fraction de division complémentaire. La réglette est solidaire d'un amortisseur sans lequel il est impossible de lire avec quelque précision la position des images des divisions sur le micromètre oculaire du microscope.

Cette réglette, construite par M. Gautier, membre du Bureau des Longitudes, a été examinée au Bureau international des Poids et Mesures, par M. Ch.-Ed. Guillaume. Voici les valeurs des intervalles centimétriques à partir du zéro (côté de l'étrier) et à 19° :

0.....	0,0 μ
1.....	1 cm. + 0,5
2.....	2 + 1,6
3.....	3 + 2,9
4.....	4 + 3,6
5.....	5 + 5,3
6.....	6 + 6,3
7.....	7 + 6,8

Réglage de l'électrodynamomètre. — L'électrodynamomètre doit être réglé de façon que le fléau, partant de sa position horizontale, des potentiels réciproques égaux et contraires correspondent à des déplacements égaux et opposés.

Pour cela on amène le fléau dans sa position d'équilibre, on relie l'une des bobines mobiles à un galvanomètre très sensible, on fait passer un courant inducteur dans les bobines fixes, puis on éloigne de la bobine mobile celle des bobines fixes dont l'action domine jusqu'à ce que le galvanomètre reste au zéro. Il faut s'aider des écrous à six pans qui supportent la bobine à déplacer, opérer méthodiquement et avec des sensibilités progressivement croissantes. Ce résultat obtenu, on relie la seconde bobine mobile au galvanomètre sans toucher au fléau, et l'on opère comme précédemment.

Comme vérification, les deux bobines mobiles étant groupées en série, le galvanomètre doit rester au zéro. Le potentiel réciproque y des bobines fixes sur les bobines mobiles est alors une fonction impaire du déplacement x estimé à partir de la position origine ainsi choisie.

En conséquence,

$$(1) \quad y = ax + bx^3 + cx^5 + \dots$$

Signification du coefficient a . — Le coefficient a mesure le poids p_1 qu'il faudrait déposer dans un plateau dont l'étrier reposerait sur l'arête du couteau solidaire du bras d'aluminium pour maintenir ce fléau dans sa position d'équilibre, le courant unité traversant les bobines de l'électrodynamomètre.

Si, en effet, l_1, l_2, L sont les bras de levier par lesquels agissent les forces électrodynamiques f_1, f_2 et le poids p_1 , au déplacement dx du point d'application de la force p_1 correspondent les déplace-

ments $\frac{l_1}{L} dx$, $\frac{l_2}{L} dx$ des points d'application des forces f_1 et f_2 , et l'on a, puisque l'équilibre existe :

$$(2) \quad p_1 dx = \left(f_1 \frac{l_1}{L} + f_2 \frac{l_2}{L} \right) dx.$$

D'autre part, le travail des forces électrodynamiques exprimé par le second membre de l'équation (2) a aussi pour mesure la variation dy du potentiel réciproque correspondant au déplacement dx ; donc

$$p_1 = \frac{dy}{dx} = a.$$

Ainsi, à la condition de mesurer le déplacement x sur l'arête du couteau qui recevra ultérieurement l'étrier du plateau du poids, il n'y a aucune mesure auxiliaire de bras de levier à effectuer.

Par le déplacement du contrepoids c , on fait en sorte que la balance soit en équilibre sous la seule action de la pesanteur, dans la position pour laquelle $y = 0$.

S'il arrivait que, pour passer du zéro de la balance au zéro électrique, il faille déplacer l'arête du couteau d de x centimètres, le poids à déposer sur le plateau pour équilibrer l'action du courant unité serait, la formule (1) restant applicable :

$$(8) \quad \frac{dy}{dx} = a + 3bx^2 + 5cx^4 + \dots$$

Avec la disposition adoptée, la réglette, lors des pesées, est remplacée par le plateau; on ne peut donc déterminer x qu'indirectement. Pour cela, un miroir sphérique de grand rayon est fixé au fléau, et l'on relève la position z du spot qu'il produit sur une échelle transparente verticale. Comme à chaque valeur de x correspond une valeur de z telle que $x = \gamma z$, la force équilibrée par les poids s'obtient en substituant γz à x dans la relation (8) :

$$\frac{dy}{dx} = a + 3b\gamma^2 z^2 + 5c\gamma^4 z^4 + \dots$$

L'observation du spot permet d'amener facilement les bobines mobiles dans la position du zéro d'induction où le moment électrodynamique passe par un minimum et pour laquelle $y = 0$, et il y a

intérêt, pour diverses raisons évidentes, à faire la pesée du courant dans cette position. Le déplacement x dû à une masse de 1 milligramme déposée dans le plateau était de 10 millimètres, le courant étant coupé.

Influence du groupement des bobines de l'électrodynamomètre. — Que les courants soient de sens opposés ou de même sens dans les bobines mobiles, on peut toujours grouper les bobines fixes de façon à appliquer au fléau des forces électrodynamiques s'opposant à l'action des poids, mais il importe de remarquer que les coefficients a, b, c, \dots , définis plus haut, ne sont pas les mêmes pour les deux groupements. Et l'existence de ces deux constantes résulte des actions exercées par les bobines fixes sur les bobines mobiles qu'elles ne comprennent pas, et qui se retranchent ou s'ajoutent aux actions principales selon que le courant circule en sens opposés (groupement I) ou dans le même sens (groupement II) dans les bobines mobiles.

Valeur de la constante de l'appareil. — Je rappellerai d'abord comment on peut obtenir cette constante par la méthode de M. G. Lippmann⁽¹⁾: « On a toujours déterminé la constante d'un électrodynamomètre absolu par le calcul. Ce calcul est très long. En outre, la précision du calcul implique l'emploi de bobines solides, de grandes dimensions et à une seule couche de fil; la sensibilité de l'appareil exige l'emploi de bobines mobiles légères et à plusieurs couches de fil; il y a donc incompatibilité entre ces conditions diverses, et c'est là ce qui rend difficile la construction d'un bon électrodynamomètre absolu.

Méthode. — Supposons qu'il s'agisse d'un électrodynamomètre-balance, composé d'un système de bobines mobiles en présence de bobines fixes. On veut connaître la constante de l'appareil, c'est-à-dire la force due au passage d'un courant égal à l'unité. On sait que cette constante est égale à $\frac{dP}{dx}$, P étant le potentiel du système fixe sur le système mobile et x étant le déplacement de ce dernier.

Pour déterminer la constante, il suffit de connaître la valeur de P pour une valeur quelconque de x . A cet effet, supposons qu'on ait construit un appareil à induction voltaïque dont la constante L

(1) Comptes-rendus de l'Académie des Sciences, 1906.

soit bien connue: L est le potentiel réciproque des deux bobines de l'appareil à induction. On mesure exactement le rapport de P à L , et par conséquent l'on connaît P . On détermine ainsi la valeur P_0 que prend P quand l'électrodynamomètre est au zéro; puis la valeur P_h correspondante qui a lieu quand le système mobile a été déplacé de h centimètres.

Le quotient $\frac{P_0 - P_h}{h}$ est égal à $\frac{\partial P}{\partial x}$, c'est-à-dire à la constante de l'électrodynamomètre-balance.

Au lieu d'un électrodynamomètre-balance où l'équilibre est établi par une force, on peut vouloir graduer un électromètre à bobine inclinante, où l'équilibre est établi par le moment d'une force. Il faut alors mesurer la valeur P_0 que prend P quand l'appareil est au zéro, puis la valeur P_α qui a lieu quand la bobine mobile est maintenue déviée d'un angle α . Le quotient $\frac{P_0 - P_\alpha}{\alpha}$ est égal à $\frac{\partial P}{\partial \alpha}$, c'est-à-dire à la constante de l'électrodynamomètre.

Il reste à indiquer comment on peut mesurer le rapport $\frac{P}{L}$ et, d'autre part, comment on peut connaître exactement la valeur de L .

Mesure du rapport $\frac{P}{L}$. — La mesure de ce rapport peut se faire avec une très grande précision par une méthode de zéro qui est la suivante :

Un courant de pile est envoyé dans la bobine inductrice de l'appareil à induction et interrompu n fois par seconde. Si l'on fait passer les courants induits de rupture à travers un circuit de résistance R , la quantité totale d'électricité induite par seconde est $\frac{nLI}{R}$, I étant l'intensité maxima du courant inducteur. Faisons passer en même temps le courant inducteur à travers les bobines fixes de l'électrodynamomètre, et fermons la bobine mobile, qui fonctionne comme bobine induite, sur une résistance R' ; la quantité d'électricité induite est $\frac{nPI}{R'}$.

Les deux circuits comprennent les deux bobines d'un galvanomètre différentiel: on dispose de R et de R' de manière que le galvanomètre reste au zéro.

La condition d'équilibre est :

$$\frac{nLI}{R} = \frac{nPI}{R'}$$

Les valeurs de n et de I sont les mêmes de part et d'autre ; ces grandeurs disparaissent donc de l'équation ; on n'a pas à s'en occuper et l'équation d'équilibre se réduit à :

$$P = L \frac{R'}{R}.$$

Le rapport des résistances $\frac{R'}{R}$ est donc seul à mesurer ; il est donné avec une grande approximation par un pont de Wheatstone,

Détermination de la constante L. — La constante L est le potentiel réciproque de deux bobines fixes, inductrice et induite.

Ces appareils étant fixes, on peut leur donner de grandes dimensions, qui se prêtent à une détermination exacte de L . C'est là précisément l'avantage de la présente méthode. On peut de plus leur donner une forme qui rende le calcul de L singulièrement simple.

Tel est le dispositif imaginé par M. A. Guillet.

Cas d'un électrodynamomètre symétrique. — La méthode indiquée plus haut est applicable à un électrodynamomètre quelconque. Lorsqu'on a le soin, comme on le fait d'ordinaire, de donner à l'instrument une forme symétrique, l'application de la méthode est simplifiée. En raison de la symétrie, P_0 est nul. Il suffit donc de mesurer P_h et de diviser par h , pour obtenir la constante cherchée.

P croissant avec h à partir de zéro, on peut profiter de cette circonstance pour opérer comme il suit : faire croître graduellement P_h , en augmentant h , jusqu'à ce que $P_h = L$; pour constater cette égalité, mettre les deux induits à comparer dans le circuit d'un galvanomètre ordinaire et disposer de h pour que le galvanomètre reste au zéro.

L'électrodynamomètre à bobine inclinante est symétrique. On a encore $P_0 = 0$. Il suffit donc d'incliner graduellement la bobine, jusqu'à ce que le galvanomètre reste au zéro, et de mesurer l'angle α .

En résumé, pour déterminer la constante d'un électrodynamomètre symétrique, l'expérience de mesure consiste à constater l'équilibre d'un galvanomètre, puis à mesurer soit un angle, soit une longueur ».

Voici comment j'ai appliqué cette méthode.

L'étalon d'induction mutuelle (1) et l'électrodynamomètre étant réglés, on procède aux mesures.

Les opérations à faire sont les suivantes :

1° Grouper les circuits de l'étalon, au moyen d'un premier distributeur, de façon à lui donner l'une des six valeurs φm qu'il peut prendre;

2° Grouper les circuits induits de l'étalon et de l'électrodynamomètre, au moyen d'un second distributeur, de façon qu'ils soient en opposition pour le déplacement prévu des bobines mobiles α , β de l'électrodynamomètre ;

3° Amener les bobines mobiles V, au moyen de la vis micrométrique, dans le voisinage immédiat des positions qu'elles doivent occuper pour que le potentiel réciproque correspondant de l'électrodynamomètre soit φm . Ces positions ont été très approximativement déterminées par des essais préliminaires.

4° Mettre en rotation le commutateur chargé d'établir ou de supprimer le courant inducteur et de conduire au galvanomètre, dans le même sens, les courants induits. Fermer le circuit inducteur total (étalon et électrodynamomètre) au moyen du pont d'un inverseur auxiliaire ;

5° Ramener le spot au zéro en tournant un peu et très graduellement la tête de la vis micrométrique, puis relever sur le réticule micrométrique du microscope la position des divisions de la règlette.

6° Couper le courant inducteur. Échanger les extrémités du circuit induit de l'étalon. Tourner la vis micrométrique V en sens inverse du sens de la précédente rotation et amener le système des bobines mobiles dans la position pour laquelle le potentiel réciproque est $-\varphi m$. Pendant qu'un aide tourne la vis micrométrique, compter le nombre de divisions qui défilent sur le réticule, et relever enfin la position des divisions lumineuses à l'équilibre final. On déduit de toutes ces lectures la mesure du déplacement en divisions et fractions de division de la règlette.

J'ai vérifié que l'équilibre persiste :

1° Soit qu'on change le sens du courant en abattant d'un côté ou de l'autre le pont de l'inverseur ;

2° Soit qu'on permute les circuits inducteur et induit ;

3° Soit enfin qu'on substitue l'un à l'autre les deux enroulements de la grande bobine.

(1) Voir ce recueil page 77.

Dans chaque série, et pour un même groupement des bobines fixes de l'électrodynamomètre, les mêmes manipulations sont répétées dix fois pour une même valeur de φ .

Chacun des six déplacements à mesurer est donc défini par 20, 40 ou 60 pointés, selon qu'on relève à chaque équilibre la position sur le micromètre de 1, 2 ou 3 divisions consécutives de la règlette.

Les positions d'équilibre sont bien définies, car, dans les conditions de l'expérience et avec un courant inducteur d'environ 0,3 ampère, le spot se déplaçait sur l'échelle de plus de 60 millimètres pour une rotation du tambour de la vis micrométrique égale à 1 division. Or cette rotation déplace les bobines de $\frac{1}{200}$ de millimètre seulement. Pour tirer profit de la sensibilité de la méthode, il faudrait donc estimer les déplacements de l'arête du couteau O au moyen des franges d'interférence. Le microscope employé ne permet guère d'estimer plus d'un cinquième de division du micromètre et un cinquième de millimètre ne comprend que 30 divisions du micromètre.

Comme les pointés relatifs à une même station ne diffèrent entre eux que de $\frac{1}{10}$ à $\frac{2}{10}$ de division du micromètre oculaire, il est sans intérêt d'en reproduire ici le fastidieux tableau. Je me bornerai à indiquer les résultats tirés de ce tableau.

Potent. réciproque $\varphi \times m$	Déplacement total en divisions			Valeur de x en centimètres	Pente moyenne totale
	Règlette	Micromètre			
$\varphi = \frac{3}{20} \dots$	35	9,8	35,662	0,35666	1,66212.107
$\varphi = \frac{3}{10} \dots$	71	3,30	71,223	0,71230	1,66448
$\varphi = \frac{7}{20} \dots$	83	0,997	83,067	0,83076	1,664999
$\varphi = \frac{1}{2} \dots$	118	6,54	118,442	1,18454	1,668176
$\varphi = \frac{7}{10} \dots$	165	2,75	165,186	1,65202	1,674574
$\varphi = 1 \dots$	234	2,15	234,209	2,34232	1,687237

En exprimant que les données des trois premiers équilibres satisfont à la loi de répartition du potentiel réciproque des bobines fixes

$$y = ax + bx^3 + cx^5,$$

il vient

$$\begin{aligned} a &= 0,420266m = 1,69091 \cdot 10^7, \\ b &= 0,002543m = 0,010005 \cdot 10^7, \\ c &= -0,00155m = -0,006127 \cdot 10^7. \end{aligned}$$

En résumé, de $x = 0$ (zéro d'induction) à $x = 8$ millimètres, le potentiel réciproque y et la constante p_1 , sont donnés en unités C. G. S. par les formules :

$$10^{-7}y = 1,66091x + 0,01x^3 - 0,006127x^5$$

et

$$10^{-7}p_1 = 1,66091 + 0,03x^2 - 0,03064x^4.$$

Pour maintenir la balance dans la position du zéro d'induction lorsque l'électrodynamomètre est traversé par un courant de 1 ampère, il faut donc déposer sur le plateau, en un lieu où l'accélération est g , une masse

$$m_1 = 1,66091 \times 10^5 \times \frac{1}{g} = 169,315 \text{ grammes,}$$

en prenant

$$g = 980,96.$$

Enfin, si, pour maintenir la balance dans la position du zéro d'induction, il faut déposer p grammes sur le plateau, l'électrodynamomètre est traversé par le courant

$$(1) \quad i = 0,0768515 \sqrt{p} \text{ ampères;}$$

0,0768515 est la valeur de la constante de l'électrodynamomètre qui correspond au groupement (I).

Avec le groupement (II) et les trois déplacements

$$x_1 = 0,35103, \quad x_2 = 0,70095, \quad x_3 = 0,81789,$$

qui correspondent aux valeurs

$$\varphi_1 = \frac{3}{20}, \quad \varphi_2 = \frac{3}{10} \quad \text{et} \quad \varphi_3 = \frac{7}{20},$$

$$(2) \quad i = 0,076258 \sqrt{p}.$$

Si l'on voulait employer l'électrodynamomètre comme étalon secondaire d'induction réciproque, on déterminerait les coefficients a, b, c, d, \dots , au moyen de tous les déplacements x .

L'intégration expérimentale ainsi réalisée, que l'on peut d'ailleurs perfectionner, est beaucoup plus sûre que celle qui résulte de calculs appliqués aux mesures concernant les couches successives des enroulements des bobines. Elle tient compte en effet, de toutes les irrégularités du fil, de toutes les connexions et même des propriétés magnétiques des matériaux de construction et du milieu ambiant.

CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DES DÉTECTEURS A CONTACTS SOLIDES ;

Par M. René AUDUBERT.

On emploie actuellement pour la réception des radiotélégrammes :

1° Les cohéreurs de Branly dont le caractère essentiel est de subir, sous l'action de l'onde électrique, une diminution notable de résistance.

Les phénomènes de cohération ont été minutieusement étudiés par Blanc (1), surtout en ce qui concerne l'influence de la pression entre les pôles de contact et le passage du courant à travers le contact ;

2° Les détecteurs magnétiques ;

3° Les détecteurs à cristaux, les détecteurs électrolytiques (2) et les valves fonctionnant comme *redresseurs de courants* ;

4° Le détecteur à gaz inventé par Fleming (3) en 1900 utilisant le phénomène d'Edison.

Les détecteurs dits à cristaux ont été longuement étudiés par Tissot (4), Pierce, Brandes (5), Pickard, Brenot. Il résulte de toutes ces recherches, qu'un contact constitué par un cristal et une pointe métallique laisse passer plus facilement un courant dans un sens

(1) BLANC, communication faite à la Société de Physique, 4 mai 1905; BLANC, *J. de Phys.*, 4^e série, t. IV, p. 743.

(2) J. FERRIÉ, H. ABRAHAM, Congrès d'Électricité, 1900. — CR, CXLVI, p. 397.

(3) FLEMING, *Philos. magazine*, TXI, — 1906.

(4) TISSOT, Communication à la Société française de physique, 18 mars 1910, *J. de phys.*, 4^e série, t. IX; novembre 1910.

(5) BRANDES, *Ann. de phys.*, t. LI, p. 349; 1907.

que dans l'autre. Le premier phénomène de cette nature a été signalé par le général Dunwoody⁽¹⁾, des États-Unis.

La cause de cette dissymétrie est encore mal déterminée; voyons quels sont, parmi les phénomènes physiques connus, ceux qui peuvent intervenir, et par quel mécanisme.

I. *Polarisation électrolytique.* — Le capitaine Brenot, qui a étudié les contacts imparfaits d'un très grand nombre de substances, considère de tels systèmes comme de véritables piles sèches. Quelques-uns d'entre eux donnent en effet un courant appréciable lorsqu'on les réunit aux bornes d'un galvanomètre très sensible. Ce serait alors la polarisation du contact qui transformerait celui-ci en soupape, par un phénomène analogue à celui dont le détecteur électrolytique est le siège.

Ces considérations peuvent être précisées si l'on se reporte aux travaux déjà anciens de Faraday⁽²⁾ et de Hittofr⁽³⁾ sur l'électrolyse de certains corps à l'état solide. Leurs observations, vérifiées depuis, établissent que par le passage d'un courant le sulfure de cuivre et le sulfure d'argent sont électrolysés : des coupes faites dans les sulfures permettent en effet d'apercevoir des végétations capillaires du métal s'avancant vers le pôle négatif. Une telle électrolyse donnerait dans un détecteur à sulfure, du soufre à l'anode et du métal à la cathode. Supposons que l'anode soit formée par la pointe de métal et la cathode par l'échantillon de sulfure, alors le soufre se portera sur la pointe du métal, et comme la surface de contact est extrêmement petite, il suffira à intercepter le courant; dans le cas inverse, où l'anode serait constituée par le sulfure, la quantité de soufre électrolysée serait répartie dans toute la masse de sulfure et par suite ne modifierait pas sensiblement la résistance du contact. Une telle polarisation peut intervenir dans certains cas, mais elle ne saurait être générale : en effet si, dans le sulfure de plomb et le sulfure d'argent, la dissymétrie a bien le sens prévu par l'hypothèse, comme je l'ai observé; dans beaucoup d'autres cas il est de sens inverse (pyrites). Enfin des corps non électrolysables comme le carborundum, le tellure, le silicium donnent lieu à une semblable dissymétrie.

(à suivre.)

(1) DUNWOODY, T. S. F. t. I, 1908, p. 92.

(2) FARADAY, *Philos. transact.*; 1833.

(3) HITTOFR, *Pogg. Ann.*, t. LXXXIV; 1851.

FERROMAGNÉTISME ET ÉQUATION CARACTÉRISTIQUE DES FLUIDES:

PAR PIERRE WEISS.

L'interprétation des données expérimentales du ferromagnétisme est relativement simple aux très basses et aux très hautes températures. Aux très basses températures, l'aimantation à saturation donne directement le moment atomique, aux températures élevées la variation linéaire de l'inverse du coefficient d'aimantation permet de calculer en s'appuyant sur la théorie cinétique et la notion de champ moléculaire. Mais les moments ainsi trouvés sont différents. L'atome

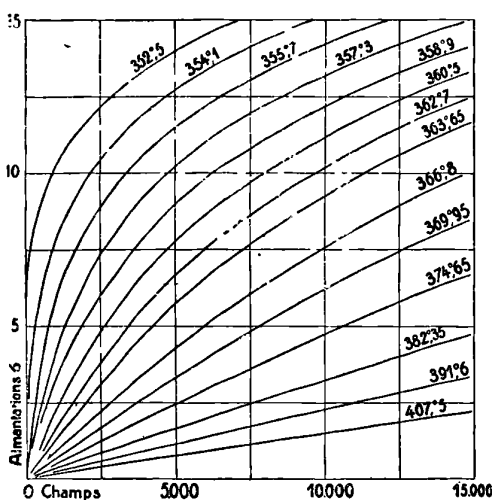


FIG. 1.

de nickel a trois magnétons au zéro absolu et dans l'intervalle de 440° à 870° , de l'échelle ordinaire, il en a huit. Cette constatation suffit pour poser le problème du ou des changements d'état qui se produisent entre les deux régions. Ce problème se précise par le fait que le point de Curie déterminé par la disparition de l'aimantation spontanée est à une quinzaine de degrés au-dessous de celui qui résulte de la droite des inverses des coefficients d'aimantation aux températures élevées. Le voisinage du point de Curie est donc plus particulièrement le siège de phénomènes inconnus.

La fig. 1 donne un réseau d'isothermes magnétiques du nickel

dans la région voisine du point de Curie⁽¹⁾. L'interprétation de ces courbes qui ne paraissait guère abordable à première vue, s'est simplifiée de beaucoup par l'emploi de la représentation graphique de la *fig. 2* où ont été portés les champs en fonction des températures pour des valeurs déterminées de l'aimantation spécifique σ . Cette représentation a révélé la relation linéaire existant entre la température et le champ pour une valeur constante de σ . Mais les droites sont souvent coudées et le lieu des coudes partage le plan en régions dont chacune, il semble plausible de l'admettre, correspond à un état particulier de la matière.

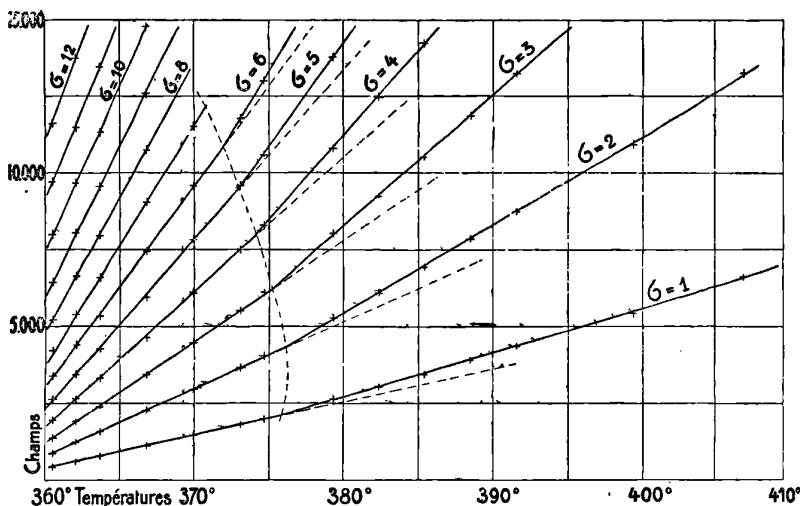


FIG. 2.

La relation linéaire entre la température et le champ, pour une aimantation donnée, entraîne des conséquences thermodynamiques intéressantes. Je rappellerai d'abord la définition que j'ai donnée précédemment du champ moléculaire. C'est un champ magnétique qui, s'ajoutant au champ extérieur, exprime l'action de l'ensemble des aimants moléculaires environnants sur l'aimant moléculaire considéré.

J'ai fait d'abord l'hypothèse simple :

$$(1) \quad H_m = n \cdot \sigma, \quad n = C^t,$$

(1) Mesures faites en collaboration avec A. Piccard, travail en voie d'exécution.

c'est-à-dire le champ moléculaire est proportionnel à l'intensité d'aimantation et dirigée comme elle. Cette hypothèse a permis de rendre compte d'un assez grand nombre de faits du ferromagnétisme jusqu'alors inexpliqués ⁽¹⁾. J'ai montré plus tard ⁽²⁾ que s'il est commode et intuitif de se représenter le champ moléculaire comme un véritable champ magnétique, cette hypothèse est inutilement spécialisée et qu'il y a même des difficultés très sérieuses à admettre que les actions mutuelles d'aimantation soient de nature magnétique ou électrostatique. Je définirai dorénavant le champ moléculaire par :

$$(2) \quad H_m = - \frac{\partial U}{\partial \sigma},$$

U étant l'énergie de l'unité de masse de la substance et la température T et l'aimantation spécifique σ les deux variables.

On se rend compte facilement que cette définition comprend comme cas particulier la définition (1); elle a l'avantage d'être indépendante de toute hypothèse sur la nature des forces. On a alors :

$$(3) \quad dU = c_\sigma dT - H_m d\sigma,$$

ou c_σ est la chaleur spécifique à aimantation constante. Le principe de la conservation de l'énergie donne :

$$(4) \quad \frac{\partial c_\sigma}{\partial \sigma} = - \frac{\partial H_m}{\partial T}.$$

Le champ extérieur H fournit au corps un travail $H d\sigma$. La chaleur élémentaire s'écrit par conséquent :

$$(5) \quad dQ = c_\sigma dT - (H + H_m) d\sigma$$

et, par application du principe de Carnot :

$$(6) \quad \frac{1}{T} \frac{\partial c_\sigma}{\partial \sigma} = - \frac{\partial \frac{H + H_m}{T}}{\partial T},$$

De (4) et (6) on déduit :

$$(7) \quad \frac{\partial H}{\partial T} = \frac{H + H_m}{T}$$

(1) *J. de Phys.*, 4^e série, t. VI, p. 661 ; 1907.

(2) *Annales de Physique*, 9^e série, t. I, p. 434 ; 1914.

et :

$$(8) \quad \frac{1}{T} \frac{\partial c_{\sigma}}{\partial \sigma} = - \frac{\partial^2 H}{\partial T^2}.$$

L'équation (8) exprime que dans toute région où les lignes d'égale aimantation sont des droites, où par conséquent $\frac{\partial^2 H}{\partial T^2} = 0$, on a $\frac{\partial c_{\sigma}}{\partial \sigma} = 0$ et que, à cause de (4 et (6), $\frac{H + H_m}{T}$ et H_m sont des fonctions de la seule variable σ :

$$(9) \quad \frac{H + H_m}{T} = \varphi_1(\sigma) \quad \text{et inversement :} \quad \sigma = f_1\left(\frac{H + H_m}{T}\right),$$

$$(10) \quad H_m = \varphi_2(\sigma),$$

(9) est la loi générale de l'aimantation en fonction du champ total $H + H_m$ et de la température T . Elle comprend comme cas particulier, en faisant $H_m = 0$, la loi donnée par Langevin pour les paramagnétiques. (10) exprime la dépendance du champ moléculaire de la variable σ , elle comprend comme cas particulier l'équation (1).

L'équation (7) exprime que le coefficient angulaire de l'une des droites de la *fig. 2* est égal à la valeur de $\frac{H + H_m}{T}$ correspondant à la valeur de σ et que l'ordonnée à l'origine de la droite T donne le champ moléculaire changé de signe. La connaissance d'une famille de droites résout donc par points le problème de la détermination expérimentale des deux fonctions (9) et (10) dont dépend l'aimantation de la substance.

L'étude de la partie gauche de la *fig. 2* a montré que le champ moléculaire est proportionnel à σ , avec une bonne approximation, jusqu'à la limite des expériences ($\sigma = 16$). Dans la partie de droite, cette proportionnalité existe aussi avec un facteur différent. Les deux états du nickel sont en outre caractérisés par leurs nombres de magnétons et des phénomènes magnétocaloriques différents. Ces propriétés feront l'objet de publications ultérieures.

La méthode de discussion imaginée pour l'étude du réseau des isothermes magnétiques s'applique presque sans changement au réseau des isothermes de compression des fluides. Les lignes d'égale aimantation sont remplacées par les *isochores* ou lignes d'égal volume. La controverse au sujet du caractère curviligne ou rectiligne

rigoureux ou approché de ces dernières est déjà ancienne ⁽¹⁾. Elle paraissait close par la règle empirique donnée indépendamment par Sidney Young et Keesom : les isochores sont concaves ou convexes du côté de l'axe des températures, suivant que le volume est plus grand ou plus petit que le volume critique.

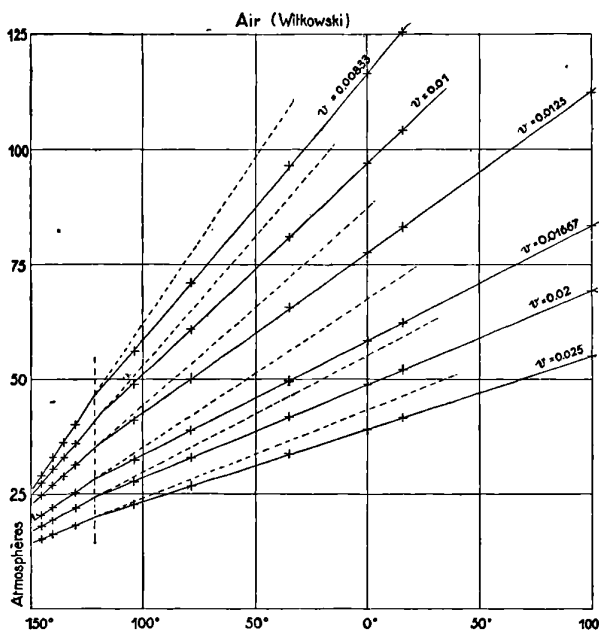


FIG. 3.

Une révision suggérée par le phénomène magnétique m'a permis de reconnaître qu'ici encore les faits sont représentés d'une manière frappante par des droites coudées. Je vais donner quelques exemples caractéristiques.

La fig. 3 représente, d'après les expériences de Witkowski, les isochores de l'air, remarquables par l'angle notable que font entre eux les deux segments. Dans cette figure et dans les suivantes, les volumes ont été exprimés en fractions du volume normal à l'état de gaz parfait et les pressions en atmosphères.

La fig. 4 donne les isochores de l'éthylène déduites des isothermes d'Amagat. Les angles sont un peu moins grands, mais les deux seg-

(¹) Voir KEESOM, *Comm. Leiden*, vol. XI, suppl. 23, p. 754.

ments sont bien déterminés. Sont particulièrement caractéristiques les isochores des volumes voisins de $\frac{1}{90}$. Les points à 40° de la *fig. 4* comme aussi ceux à $-103^\circ,5$ de la *fig. 3* indiquent un léger arrondi au coude. Qu'il soit réel ou le résultat des interpolations, ce qui importe c'est moins la brusquerie plus ou moins grande du passage que l'existence, de part et d'autre, d'états bien définis.

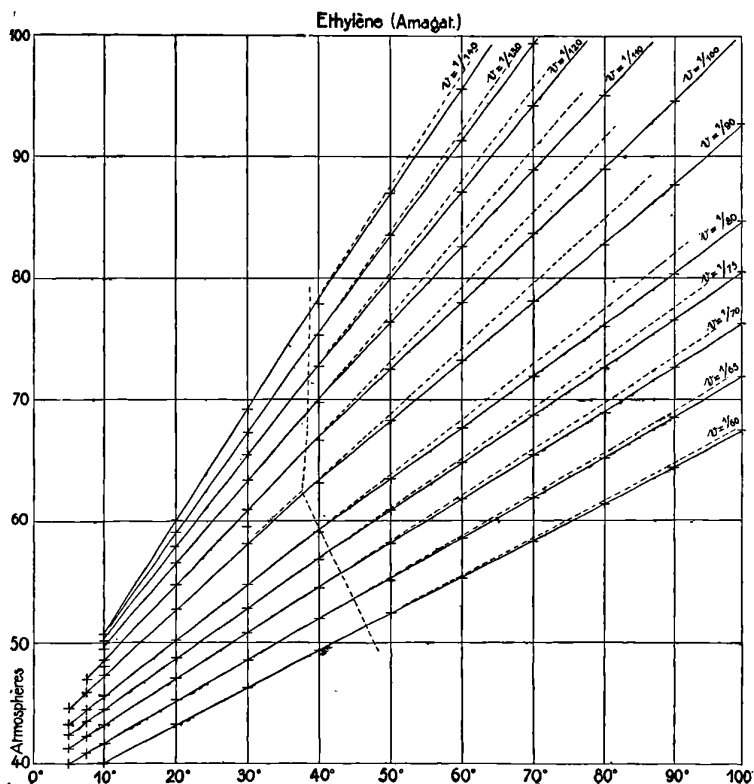


FIG. 4.

La *fig. 5* est la représentation des isochores de l'éther à l'état liquide, déduites par Amagat lui-même de ses observations aux très fortes pressions.

Enfin la *fig. 6* donne une partie des expériences si précises de Sidney Young sur l'isopentane. Dans ce cas les droites coudées, et par suite les changements d'état dont ils sont le signe, se ren-

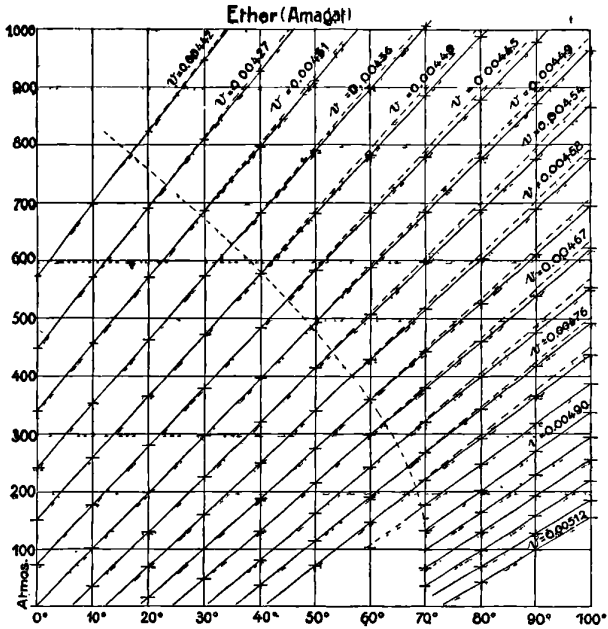


FIG. 5.

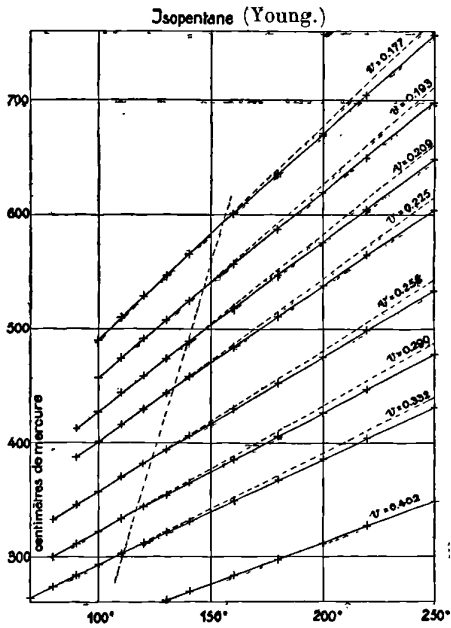


FIG. 6.

contrent dans une région de volumes peu éloignés du volume normal. Cela est assez remarquable puisque, aux grands volumes, on attribue volontiers à la substance des propriétés voisines de celles des gaz parfaits. En fait cette parenté est beaucoup plus grande pour la région de droite de la figure, aux températures élevées, que pour celle de gauche aux températures plus basses.

Le caractère énigmatique du changement d'état révélé par les courbes des isochores est une réelle difficulté. Néanmoins l'interprétation que je viens de donner paraît s'imposer comme reposant sur une large base expérimentale. Elle est appuyée en outre par le phénomène magnétique correspondant, et par la netteté des conclusions que nous pourrons en tirer au sujet de l'équation caractéristique des fluides. On peut remarquer dès à présent qu'elle donne une explication plausible du médiocre succès de toutes les tentatives qui ont été faites pour perfectionner l'équation primitive de van der Waals. Le caractère non analytique des lois de compressibilité et de dilatation considérées dans leur ensemble rend le problème insoluble avec les moyens mis en œuvre.

Pour pousser plus loin la discussion, je vais faire appel aux principes de la thermodynamique et serai amené à écrire des formules bien connues. Mais elles prennent un intérêt particulier par l'application aux régions d'isochores rectilignes. Le parallélisme complet avec les lois thermodynamiques du ferromagnétisme développées ci-dessus mérite aussi d'être souligné.

La pression interne, qui joue un rôle analogue à celui du champ moléculaire, a été définie tantôt comme terme correctif de la pression dans l'équation caractéristique, tantôt comme dérivée partielle de l'énergie U par rapport au volume v . Il est aisé de voir que ces deux définitions ne sont équivalentes que si le terme correctif de la pression est indépendant de la température. J'adopte la seconde définition :

$$(11) \quad \Pi = \frac{\partial U}{\partial v}.$$

Elle a l'avantage de donner à la pression interne une signification physique qui en fait un sujet de recherches intéressant, indépendamment du rôle qu'elle est appelée à jouer dans la construction d'une équation caractéristique. Soient c_v la chaleur spécifique à

volume constant et T la température absolue, on a

$$(12) \quad dU = c_v dT + \Pi dv,$$

et la chaleur élémentaire s'écrit :

$$(13) \quad d\varphi = c_v dT + (p + \Pi) dv,$$

où p est la pression extérieure.

Le principe de la conservation de l'énergie donne :

$$(14) \quad \frac{\partial c_v}{\partial v} = \frac{\partial \Pi}{\partial T}$$

et celui de Carnot :

$$(15) \quad \frac{1}{T} \frac{\partial c_v}{\partial v} = \frac{\partial \frac{p + \Pi}{T}}{\partial T},$$

d'où par combinaison des deux principes :

$$(16) \quad \frac{\partial p}{\partial T} = \frac{p + \Pi}{T}$$

et :

$$(17) \quad \frac{1}{T} \frac{\partial c_v}{\partial v} = \frac{\partial^2 p}{\partial T^2}.$$

Il résulte de (17), (14) et (15) que dans toute région où les isochores sont rectilignes :

$$(18) \quad \frac{\partial \frac{p + \Pi}{T}}{\partial T} = 0$$

et :

$$(19) \quad \frac{\partial \Pi}{\partial T} = 0,$$

ou :

$$(20) \quad \frac{p + \Pi}{T} = f_1(v)$$

et :

$$(21) \quad \Pi = f_2(v).$$

La détermination expérimentale des deux fonctions $f_1(v)$ et $f_2(v)$ du volume seul donne l'équation caractéristique par élimination de Π .

La relation (21) est la « Loi de la pression interne ».

Quant à (20), on peut l'envisager comme l'expression de la dépendance de v de la variable $\frac{T}{p + \Pi}$, c'est-à-dire de la température ramenée par division à la pression totale 1. J'appellerai donc (20) la « Loi de dilatation ».

L'équation (16) montre que le coefficient angulaire d'une isochore donne $\frac{p + \Pi}{T}$ et que l'ordonnée à l'origine changée de signe donne Π .

La connaissance d'une famille d'isochores rectilignes équivaut donc à celle des deux fonctions $f_1(v)$ et $f_2(v)$.

J'examine d'abord la *loi de dilatation*. Les isochores de l'hydrogène, déduites des expériences de Kamerling Onnes et Braak sont rectilignes avec une grande précision dans l'intervalle de température étendu, aussi bien absolument que relativement, de $T = 68^{\circ},3$ à $T = 169^{\circ},4$, avec des écarts systématiques au-dessous et au-dessus de cet intervalle. Elles donnent pour la loi de dilatation :

$$(22) \quad v = b + R \frac{T}{p + \Pi}$$

où R est, avec toute la précision du dessin (un petit nombre de millièmes), la constante des gaz parfaits $\frac{1}{273,1}$ (unités : volume normal, atmosphère). Ceci est très remarquable, la pression interne atteignant 16,2 atmosphères, plus du quart de la plus grande pression extérieure et le covolume b étant égal au cinquième du plus petit volume observé.

On peut contrôler l'exactitude de cette loi en admettant $R = \frac{1}{273,1}$ et en calculant par chacune des isochores la valeur de b :

v obs.	$\frac{T}{p + \Pi}$ obs.	b calc.
0.0052	1.132	0.001055
58	1.298	105
65	1.492	104
0.0100	2.445	105
125	3.122	107
150	3.808	106
200	5.155	112

Le covolume calculé a une constance remarquable. La dernière
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

valeur seule est un peu divergente, mais l'écart est encore faible comparé au volume observé 0,0200.

Ces résultats relatifs à l'hydrogène sont confirmés par les expériences plus anciennes de Witkowski, qui donnent par le même procédé de discussion appliqué à la même région :

$$b = 0,00113$$

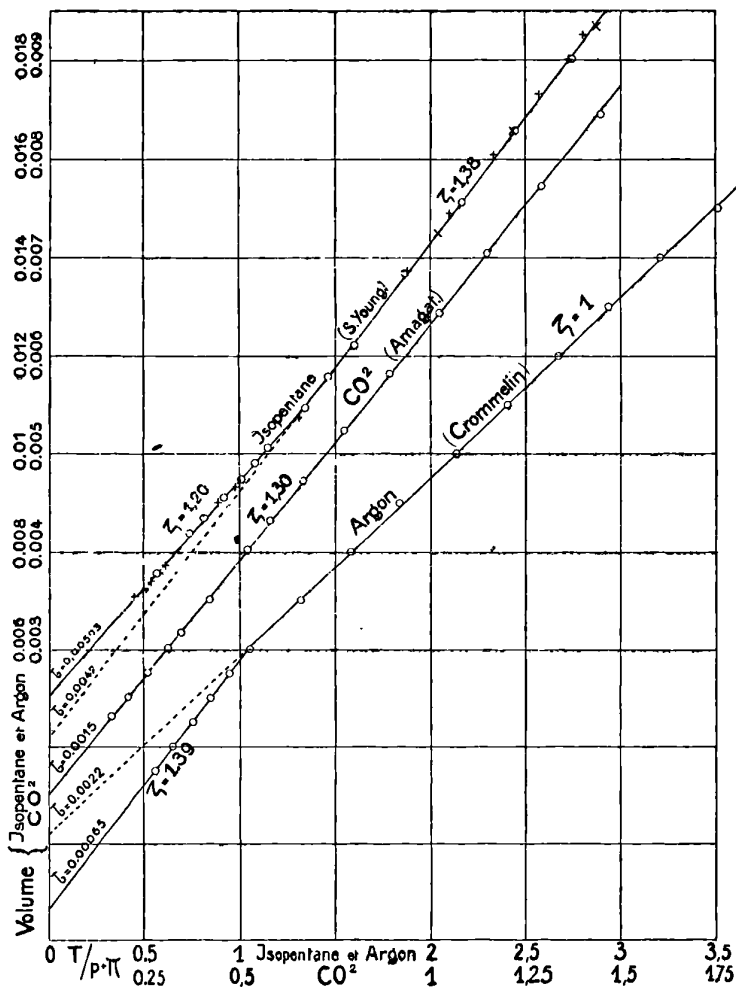


FIG. 7.

avec une constante comparable, pour un intervalle des volumes encore plus grand allant de 0,0057 à 0,0667.

J'ai examiné de même tous les matériaux à ma disposition. Pour toutes les familles d'isochores rectilignes de toutes les substances, j'ai trouvé, au degré de précision des expériences, une relation de la forme (22), mais en général avec un coefficient $R' = \zeta R$ où le facteur ζ a une valeur supérieure à l'unité. Dans la *fig. 7* a été représentée, d'après les expériences d'Amagat, la loi de dilatation de l'anhydride carbonique dans une région comprise entre 60° et 100° de l'échelle ordinaire. Cette représentation est très exactement une droite s'étendant depuis la valeur très faible du volume réductible $v - b$, égale seulement à la moitié du covolume b jusqu'à une valeur environ huit fois plus grande. L'inclinaison de cette droite donne $\zeta = 1,30$.

Les deux autres lois de dilatation représentées dans la même figure sont relatives à des familles d'isochores rectilignes de l'argon et de l'isopentane. Elles manifestent une nouvelle espèce de changement d'état par le fait que la représentation est composée, pour chacune de ces substances, de deux segments rectilignes formant une droite coudée. Il y a donc, pour chacune d'elles, deux covolumes différents et deux valeurs de ζ , qui sont pour l'isopentane $\zeta = 1,20$ et $1,38$ et pour l'argon $\zeta = 1,39$ et 1 .

Quand une substance, comme l'isopentane dans les expériences de Sidney Young, est étudiée dans un domaine très étendu de volumes et de pressions (les volumes varient de $0,005$ à $12,8$, les pressions dépassent 70 atmosphères), elle présente un assez grand nombre d'états différents caractérisés par les valeurs de ζ et de b .

Les coefficients ζ prennent, semble-t-il, un nombre limité de valeurs empruntées indépendamment de la nature de la substance à une même série de nombres...

1 ; 1,05 ; 1,10 ; 1,20 ; 1,29 ; 1,39 ; ... ; 1,78 ; ... ; 2,65

et d'autres valeurs plus élevées. En effet :

1 paraît se rencontrer pour tous les corps à des volumes suffisamment grands et des températures suffisamment élevées ;

1,05 a été trouvé pour une famille d'isochores de l'hydrogène (Amagat), de l'argon (Crommelin), de l'isopentane (Sidney Young), etc. ;

1,10 a été trouvé pour l'azote (Amagat), le chlorure de méthyle (Kuenen), l'isopentane (S. Young), l'anhydride carbonique (Amagat), etc. ;

1,20 pour l'isopentane (S. Young), l'éthylène (Amagat), l'anhydride carbonique (Kamerlingh Onnes et Keesom);

1,29 pour l'oxygène (Amagat), l'alcool méthylique (Seitz et Lechner), l'anhydride carbonique (Amagat);

1,39 pour l'isopentane (S. Young), l'argon (Crommelin);

1,78 pour l'isopentane (S. Young) et, d'une manière concordante, par Amagat pour l'alcool éthylique au-dessus de 0° et par Seitz et Lechner pour la même substance entre 0° et - 100°.

Les valeurs élevées de ζ correspondent en général aux grandes densités. Ainsi l'étude de l'éther par Amagat a donné pour deux états de la substance :

$$\zeta = 1,98 \quad \text{et} \quad 2,66.$$

Le sulfure de carbone (Seitz et Lechner) donne aussi, avec une précision moindre, 2,65.

Dans la région moyenne on trouve aussi quelques valeurs isolées, peu nombreuses d'ailleurs, ainsi :

1,43	Éthylène (Amagat),
1,52	Isopentane (S. Young),
1,60	Anhydride carbonique (Amagat),

mais il semble difficile d'être très affirmatif quant à une valeur numérique rencontrée une seule fois.

Toutes ces valeurs supérieures à l'unité indiqueraient non une association des molécules qui a été souvent invoquée pour l'explication des anomalies des phénomènes de compressibilité et de dilatation, mais au contraire une dissociation. Mais le cas de l'argon montre tout au moins que cette dernière hypothèse ne saurait avoir une portée générale.

En général les plus grands covolumes b correspondent à des régions de grand volume v . Le cas de l'argon (*fig.* 7) en est un exemple, celui de l'isopentane est un exemple du cas exceptionnel où le plus petit covolume correspond à une région de volumes v plus grands.

On rencontre quelquefois des valeurs remarquablement grandes des volumes limites b . Ainsi l'isopentane existe dans deux états dont les volumes limites sont 4 et 8,5 fois le volume spécifique du liquide à zéro et sous la pression atmosphérique. Pour l'anhydride carbonique et l'éthylène, on trouve des états dont le volume limite est

près du double du plus petit volume atteint effectivement par la substance dans un état différent sous les pressions extrêmes.

La « *Loi de la pression interne* » donne lieu à une discussion analogue à celle de la loi de dilatation. Van der Waals a donné pour la pression interne :

$$(23) \quad \Pi = \frac{a}{v^2},$$

où a est une constante. Amagat et Leduc ont montré que cette loi est exactement vérifiée par l'expérience pour les gaz suffisamment dilués. En procédant par régions d'isochores rectilignes on retrouve fréquemment ce résultat et l'on marque aisément les limites de sa validité. Ainsi, pour une famille de l'isopentane, empruntée à la série VI de Sidney Young, entre 180° et 280°, on a :

v (vol. norm.)	Π at.	$a = \Pi v^2$
0.1044	5.9	0.0642
1126	5.1	648
1206	4.3	626
1288	4.0	664
1367	3.3	618
1449	3.15	661
1529	2.85	667
1610	2.6	674

cette vérification est bonne, eu égard notamment à ce que Π résulte de la différence de deux termes plusieurs fois plus grands.

Il est remarquable que l'on rencontre quelquefois cette même loi pour des densités relatives notables. Ainsi les expériences déjà citées de Kamerlingh Onnes et Braak sur l'hydrogène donnent :

v (vol. norm.)	Π at.	$a = \Pi v^2$
0.0052	16.2	0.000437
0.0058	12.9	433
0.0065	10.1	425
0.0100	4.23	423
0.0125	2.73	426
0.0150	1.89	425
0.0200	1.07	428

Les expériences plus anciennes de Witkowski donnent avec une constante comparable le nombre voisin $a = 0,00046$.

Mais le cas de l'hydrogène paraît exceptionnel. Dès que les densités deviennent un peu fortes, la pression interne obéit, en général, à

des lois différentes de celle de van der Waals, qui sont représentées d'une manière remarquable par la formule :

$$(24) \quad \pi = \frac{a}{v^\eta}$$

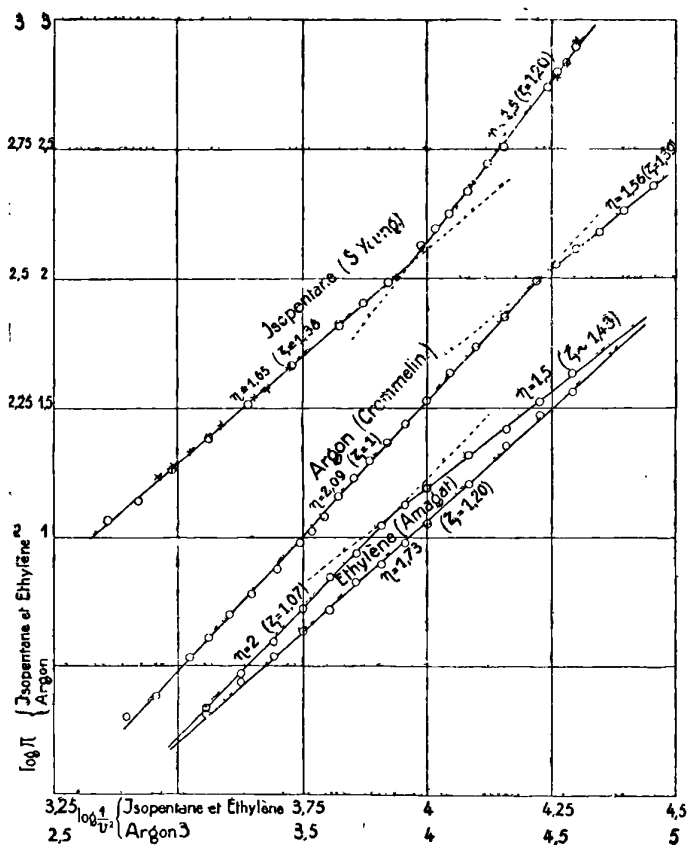


FIG. 8.

où a est une constante. L'exposant η prend des valeurs très diverses dont la *fig. 8* donne quelques exemples. Les abscisses sont les logarithmes de v^{-3} et les ordonnées ceux de π , de telle sorte que toutes les lois du type (24) sont représentées par des droites et celle de van der Waals par des droites à 45°.

Les lois données dans cette figure pour l'isopentane et pour l'argon se rapportent aux mêmes familles d'isochores que les lois de

dilatation de la *fig. 7*. Les changements d'état qui s'étaient manifestés dans la *fig. 7* par une ligne brisée se retrouvent ici. Chacune des lois de la pression interne est aussi représentée par deux segments de droite d'inclinaison différente.

Le triangle allongé au bas de la *fig. 8* est la représentation logarithmique de la pression interne de l'éthylène, déduite des isochores qui ont été représentés dans la *fig. 4* à titre d'exemple de droites coudées. Les deux segments d'isochores donnent pour le même volume deux pressions internes différentes. La représentation graphique se compose donc de deux lignes : la ligne supérieure provenant de la région des isochores inférieure à 40°, qui est brisée et correspond à deux états caractérisés par $\eta = 2$ et $\eta = 1,5$, et la ligne inférieure, droite unique avec $\eta = 1,73$, provenant des isochores au-dessus de 40°.

Il n'a pas été possible de reconnaître parmi les nombreuses valeurs de η qui ont été déterminées une régularité analogue à celle qui a été indiquée pour les ζ . Il ne semble pas non plus qu'il y ait une relation entre les ζ et les η . Tout au plus peut-on remarquer que certaines valeurs, par exemple $\eta = 1,8$, $\eta = 2,5$ ont une tendance à se reproduire pour des substances différentes.

Lorsque, grâce à l'emploi de très fortes pressions, on réduit considérablement le volume des fluides, la pression interne finit par décroître et même par devenir négative (Amagat). A partir du moment où la décroissance de Π indique l'intervention de forces répulsives, la loi (24) cesse d'être applicable. Mais le critérium des états définis par les isochores rectilignes conserve son utilité pour l'étude de la pression interne.

La juxtaposition de la loi de dilatation (22) et de celle de la pression interne (24) donne l'équation caractéristique des fluides :

$$\left(p + \frac{a}{v^\gamma}\right) (v - b) = \zeta R T$$

à quatre constantes a , b , γ , ζ , valables pour un état de la substance caractérisé par les isochores rectilignes et des lois de dilatation de la pression interne déterminées. En général, les changements d'état atteignent simultanément les quatre constantes, mais il arrive aussi que certaines d'entre elles aient des valeurs communes à deux états différents.

SUR LES PRISMES A DÉVIATION CONSTANTE;

Par M. EUGÈNE BLOCH.

1. MM. Pellin et Broca (1) ont signalé les premiers les intéressantes propriétés d'un prisme à déviation constante, dans lequel les deux réfractons à l'entrée et à la sortie sont séparées par une réflexion totale intérieure. L'angle A du prisme (fig. 1) est de 90° ,

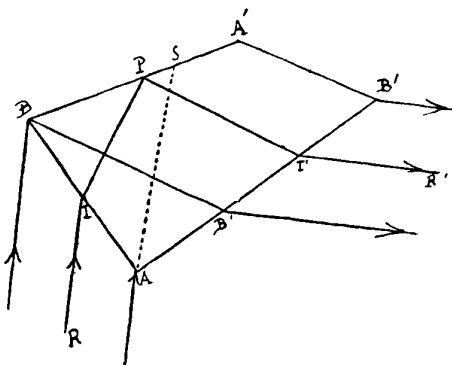


FIG. 1.

l'angle B de 75° ; les angles A' et B' sont respectivement de 135° et de 60° . Dans ces conditions, si l'angle d'incidence égale l'angle d'émergence, le rayon émergent I'R' est perpendiculaire au rayon incident RI. On voit aisément que le prisme équivaut à un prisme ordinaire de 60° utilisé au minimum de déviation. Un spectroscopie muni de ce prisme aura une lunette et un collimateur fixés perpendiculairement l'un à l'autre, et, pour pointer les diverses raies d'un spectre, il suffira de faire tourner le prisme autour d'un axe convenable, sans toucher ni au collimateur, ni à la lunette. Les maisons Pellin et Hilger construisent des spectroscopes de ce type, dans lesquels le mouvement du prisme est commandé par un tambour gradué directement en longueurs d'onde.

L'étude des prismes du type Pellin-Broca soulève certains problèmes intéressant l'optique géométrique. On peut se demander en particulier quelle est la position la plus favorable à donner à l'axe

(1) Ph. PELLIN et A. BROCA, *J. de Phys.*, t. VIII, p. 314; 1899.

de rotation du prisme. Cette question a été étudiée d'abord par S. Uhler ⁽¹⁾. W. E. Forsythe ⁽²⁾ lui a fait faire récemment un progrès notable en signalant une propriété géométrique remarquable du prisme Pellin-Broca. A la suite de ce travail, S. Uhler ⁽³⁾ est revenu sur la question, et a réussi à généraliser le théorème établi par Forsythe. La méthode analytique de Uhler, quoique très élémentaire, est assez longue. Elle peut être remplacée par une méthode géométrique d'une telle simplicité, qu'il me paraît utile de la signaler. La propriété fondamentale du prisme à déviation constante devient ainsi intuitive et d'une application immédiate.

2. On voit de suite que la face A'B' du prisme Pellin-Broca ne joue aucun rôle effectif; elle n'a été pratiquée que pour économiser la matière transparente. Elle doit être placée de telle sorte que les faces BA' et AB' aient une largeur suffisante pour ne pas diaphragmer le faisceau incident, qui est supposé recouvrir toute la face d'entrée AB. On peut donc faire la théorie du prisme Pellin-Broca en prolongeant les faces BA' et AB' jusqu'à leur intersection C, et en le ramenant ainsi à un prisme triangulaire ABC. Nous allons de plus, au lieu de donner aux angles A et B les valeurs 90° et 75°, leur attribuer des valeurs *quelconques*, moyennant cependant quelques restrictions qui seront énumérées plus loin. On est ainsi conduit à l'étude d'un prisme dont la section droite ABC est un triangle quelconque.

Nous ferons, sur le rayon qui traverse le prisme avec réflexion intermédiaire sur la face BC, les hypothèses suivantes : les angles d'incidence et d'émergence (*fig. 2*) $RIN = i$ et $RTN' = i'$ sont égaux (cas dit de la déviation minimum) et placés par rapport aux normales IN et IN' comme l'indique la figure. Ces hypothèses reviennent à admettre, comme le montrent les relations qui vont être établies, que l'angle $B + \frac{A}{2}$ est obtus, et par suite l'angle $C + \frac{A}{2}$ aigu ⁽⁴⁾.

⁽¹⁾ S. UHLER, *Physical Review*, t. XXIX, p. 37; 1909.

⁽²⁾ W.-E. FORSYTHE, *Astrophysical Journal*, t. XLV, p. 278; 1917.

⁽³⁾ S. UHLER, *Astrophysical Journal*, t. XLV, p. 65; 1918.

⁽⁴⁾ Dans le cas contraire, l'angle r' de la figure pourrait devenir négatif, c'est-à-dire que le rayon émergent IR pourrait être placé de l'autre côté de la normale IN'. Le prisme ne serait plus à déviation constante. Il resterait cependant susceptible d'applications. Exemple : l'astrolabe à prisme de MM. Claude et Driencourt.

Montrons d'abord que, moyennant les hypothèses faites, la déviation totale δ du rayon lumineux est constante et égale à A . On passe en effet de la direction incidente RI à la direction NI , normale à la face d'entrée, par une rotation i dans le sens des aiguilles d'une

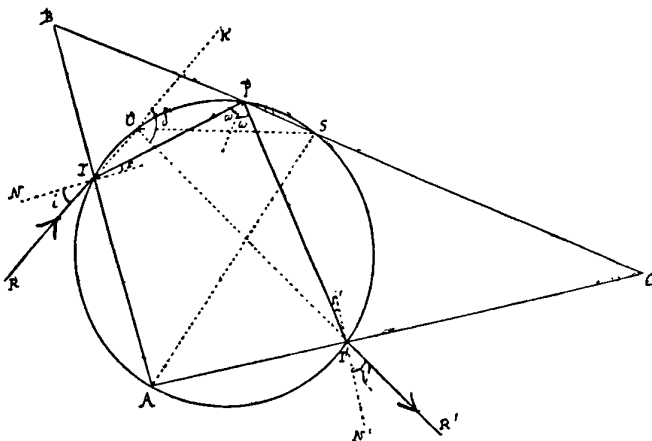


FIG. 2.

montre. On passe ensuite de la direction NI à la direction $I'N'$, normale à la face de sortie, par une rotation A dans le même sens, enfin de la direction $I'N'$ à la direction d'émergence $I'R'$ par une rotation i' en sens inverse. De là la relation générale

$$\delta = A + i - i'$$

et, si les angles d'incidence et d'émergence sont égaux,

$$\delta = A.$$

En second lieu, si ω désigne la valeur commune des angles d'incidence et de réflexion sur la face BC , valeur qui, d'après les hypothèses faites, est comprise entre B et C , on a évidemment :

$$r = B - \omega,$$

$$r' = \omega - C = A + B + \omega - \pi,$$

et par suite

$$r + r' = B - C = A + 2B - \pi.$$

Dans le cas particulier envisagé, ces relations se réduisent à

$$(1) \quad r = r' = \frac{B - C}{2} = \frac{A}{2} + B - \frac{\pi}{2},$$

et entraînent la suivante :

$$(2) \quad \omega = \frac{\pi}{2} - \frac{A}{2}.$$

Ainsi les angles r et ω sont donnés géométriquement indépendamment de l'indice du prisme. L'angle i , au contraire, dépend de l'indice.

Le prisme actuel est équivalent (à la réflexion intérieure près) à un prisme ordinaire d'angle α qui serait traversé au minimum de déviation. Pour un pareil prisme, on aurait :

$$r = r' = \frac{\alpha}{2},$$

de sorte que l'équivalence se traduit par l'équation de condition :

$$B - C = \alpha,$$

ou :

$$(3) \quad A + 2B = \pi + \alpha.$$

Comme l'a montré Uhler, l'équivalence se poursuit dans d'autres domaines : elle a lieu aussi pour le pouvoir séparateur.

Uhler fait, au sujet des relations générales qui précèdent, quelques remarques intéressantes.

D'abord il y aura une infinité de prismes à déviation constante équivalents à un seul prisme d'angle α : l'équation (3) les fait connaître tous. Bien entendu le choix des variables A et B pourra être limité par d'autres considérations que les précédentes. Si par exemple on désire que la réflexion en P soit *totale*, l'angle A , et par suite, la déviation constante δ , ne devront pas dépasser une certaine limite, que l'on calcule à partir de la relation (2) : si n désigne le plus petit des indices que l'on désire utiliser, on devra avoir :

$$A < 2 \arccos \frac{1}{n}.$$

Un exemple simple est celui des prismes à déviation constante équivalents à des prismes ordinaires d'angle nul, c'est-à-dire sans dispersion. La condition $\alpha = 0$ donne d'abord $B = C$, puis $i = i' = r = r' = 0$. Le prisme est isocèle et les rayons incident et émergent sont normaux aux faces d'entrée et de sortie. La *fig. 3* illustre

les cas suivants : $A = 120^\circ$, $A = 90^\circ$, $A = 60^\circ$. Pour un verre ordinaire, le premier de ces prismes ne comporte pas de réflexion totale en P ; les deux autres sont des prismes à réflexion totale.

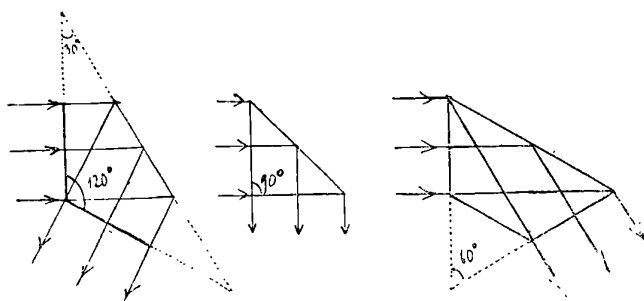


FIG. 3.

Une seconde remarque est la suivante. Pour utiliser totalement la matière, du prisme triangulaire, il suffit évidemment que le premier rayon réfracté IP (*fig. 2*) soit parallèle à la face de sortie AC. La relation qui exprime cette condition est :

$$(4) \quad A = \frac{\pi}{2} - r = \frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2},$$

et elle entraîne les suivantes :

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{\pi}{2} - \frac{A}{2} = \frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{4}, \\ B &= \frac{\pi + \alpha - A}{2} = \frac{\pi}{4} + \frac{3\alpha}{4}. \end{aligned}$$

Dans ce cas, la réflexion en P est toujours totale pour les verres d'optique et les prismes pratiquement utilisables. Si l'égalité (4) n'est pas vérifiée, une portion du prisme reste inutilisée : suivant que A sera inférieur ou supérieur à $\frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2}$ le faisceau lumineux utile sera délimité par la face de réflexion totale ou par la face d'incidence.

Le second cas est celui du prisme Pellin-Broca : la face A'B' de ce prisme (*fig. 1*) est placée de manière à supprimer la matière inutile. Le cas de transition, correspondant à l'égalité (4), donne une forme de prisme qui paraît assez rationnelle. Si l'on veut, comme dans la combinaison Pellin-Broca, réaliser l'équivalent d'un prisme ordinaire

de 60° ($\alpha = 60^\circ$), on aura

$$A = 60^\circ, \quad B = 90^\circ.$$

La déviation constante sera de 60° et la section droite du prisme sera un triangle rectangle dont un des côtés de l'angle droit est double de l'autre.

3. Proposons-nous maintenant de chercher autour de quel axe il faut faire tourner le prisme pour maintenir immobiles simultanément (si cela est possible) les rayons incident et émergent. Ces deux rayons sont supposés réaliser toujours la condition $i = i'$ dite « du minimum de déviation ». Nous allons utiliser quelques remarques géométriques.

Traçons la circonférence passant par les points A, I, I' (fig. 2); la relation (2) montre qu'elle passe par le point P. La déviation $\delta = \widehat{I'OK}$ étant égale à l'angle A du prisme, la circonférence passe aussi par le point O. Désignons par S le second point de rencontre de la circonférence avec la face réfléchissante BC. L'égalité des angles \widehat{BPI} et $\widehat{CPI'}$ entraîne celle des arcs SI et SI' : il en résulte que les droites AS et OS sont respectivement les bissectrices des angles $\widehat{BAC} = A$ et $\widehat{KOI'} = \delta$.

On en conclut d'abord que le point S est un point invariable du côté BC. Si l'on modifie la radiation étudiée et par suite l'angle i , le point S reste le même. Il en résulte immédiatement que, si l'on fait tourner le prisme autour de l'axe S, le rayon incident restant fixe, le rayon émergent restera également fixe. En effet, se donner le rayon incident IK et le point S, revient à se donner aussi le point O, puisque $\widehat{SOK} = A$, et par suite le rayon émergent OI', puisque $\widehat{SOI'} = \frac{A}{2}$. A chaque circonférence passant par O et S correspondra une position possible du prisme.

Il n'y a d'ailleurs aucun autre axe de rotation qui possède la même propriété. Une rotation autour d'un axe quelconque peut en effet se remplacer par une rotation autour de S, qui laisse fixe le rayon émergent, suivie d'une translation, qui entraînerait évidemment une translation correspondante du rayon émergent.

Pour montrer l'intérêt du théorème précédent, appliquons-le à un prisme du type Pellin-Broca (*fig. 1*) destiné au montage d'un spectroscopie à déviation constante de 90° . Le faisceau parallèle issu du collimateur est supposé recouvrir entièrement la face d'entrée AB, et le faisceau émergent la portion B'B'' de la face de sortie AB'. L'axe de rotation S défini par le théorème précédent se trouve sur la bissectrice de l'angle A. Sa distance au sommet B est donc, en désignant par a la largeur de la face d'entrée AB.

$$BS = a \frac{\sin \frac{A}{2}}{\sin \left(B + \frac{A}{2} \right)}.$$

Dans le cas actuel; $A = 90^\circ$ et $B = 75^\circ$. Donc :

$$BS = 0,816a.$$

Dans un prisme de ce type dont la matière est de la fluorine, et qui convient à l'étude de l'ultraviolet extrême, les dimensions réalisées sont : $AB = a = 23$ millimètres; $BA' = 28$ millimètres. L'axe de rotation S doit être placé à la distance $BS = 18^{\text{mm}},8$ de l'arête B. Dans ces conditions, l'objectif de la lunette reste éclairé symétriquement si son axe coïncide avec l'axe d'émergence, fixe l'R' du faisceau lumineux.

Pour ce même prisme l'égalité (1) donne, pour l'angle de réfraction r la valeur 30° . Dans le domaine des rayons de Schumann, entre les longueurs d'onde $0^{\mu},185$ et $0^{\mu},130$, l'indice de la fluorine croît de 1,50 à 1,70 environ. Les valeurs extrêmes de l'angle d'incidence i , calculées par la formule de Descartes, sont donc $48^\circ 30'$ et $58^\circ 12'$ environ. Les largeurs utiles du faisceau lumineux incident varient de $15^{\text{mm}},3$ à $12^{\text{mm}},2$ et celles du faisceau émergent de $9^{\text{mm}},8$ à $7^{\text{mm}},8$. Le faisceau est donc notablement plus diaphragmé en largeur qu'en hauteur (celle-ci est de 25 millimètres). Il est par suite indispensable, pour faire une mise au point correcte des raies sur la plaque photographique, de régler aussi exactement que possible la position de l'axe de rotation et de n'utiliser que le centre de l'image pour éviter les erreurs dues à l'astigmatisme.

ÉTUDE SPECTROPHOTOMÉTRIQUE DE LA RÉDUCTION DU PERMANGANATE DE POTASSIUM PAR L'ACIDE OXALIQUE ;

Par M. A. BOUTARIC.

1. Quand on ajoute à une dissolution de permanganate de potassium une solution d'acide oxalique contenant de l'acide sulfurique, on voit la coloration rouge disparaître rapidement, mais non instantanément. Harcourt et Esson (1) ont étudié par une méthode

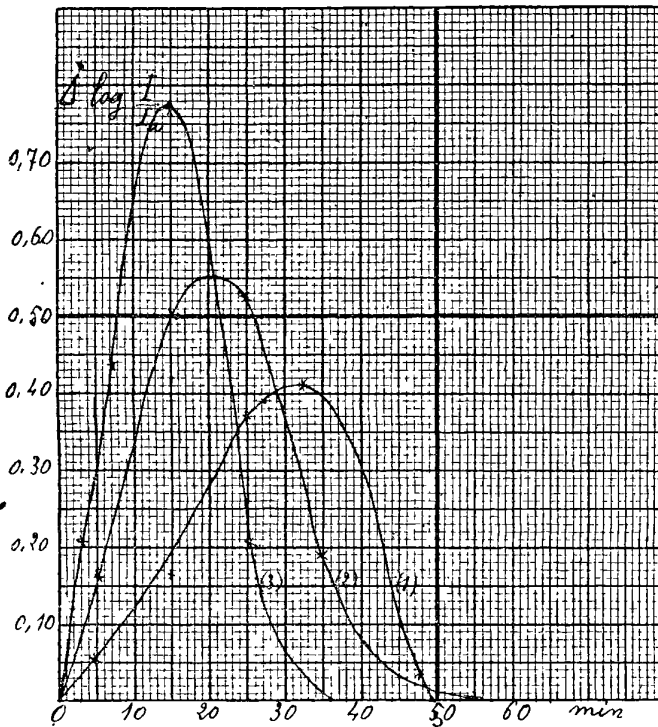


FIG. 1.

chimique la vitesse de la réaction : ils l'arrêtaient brusquement par l'addition d'une solution titrée d'iodure de potassium, et détermi-

(1) HARCOURT et ESSON, *Philos. Trans. of the Royal Society of London*, t. CLVI, p. 493 ; 1866.

naient volumétriquement la quantité d'iode mise en liberté, ce qui faisait connaître le permanganate résiduel.

Cette méthode étant longue et pénible, nous nous sommes proposé de reprendre l'étude de la vitesse de la réaction par la mesure spectro-photométrique de l'intensité transmise pour une radiation comprise dans une région $\lambda = 558 \mu\mu$, où l'absorption du permanganate commence à se faire sentir.

2. Quand un faisceau lumineux traverse une substance absorbante, on sait que l'intensité transmise est une fonction exponentielle décroissante de la quantité de substance qui se trouve sur le faisceau.

Soit I_0 l'intensité transmise pour une quantité de permanganate nulle, I_a l'intensité initiale pour une quantité a , I l'intensité à l'instant t pour une quantité x . On a :

$$\begin{aligned} I &= I_0 e^{-hx}; \\ I_a &= I_0 e^{-ha}; \end{aligned}$$

la constante h dépend de la radiation utilisée et de l'épaisseur de la cuve. Des relations précédentes on tire :

$$\frac{I}{I_a} = e^{-h(x-a)} = e^{h(a-x)},$$

et, par suite,

$$(1) \quad a - x = \frac{1}{h} \log_n \frac{I}{I_a}.$$

Si, comme cela a lieu pour un certain nombre de réactions lentes et comme on l'indique dans certains traités ⁽¹⁾ pour la réduction du permanganate, la vitesse de la réaction est proportionnelle à la quantité de substance (ici MnO^4K) non transformée, l'équation de la réaction sera :

$$\frac{dx}{dt} = -kx;$$

d'où l'on tire successivement :

$$\begin{aligned} \frac{x}{a} &= e^{-kt}, \\ \frac{a-x}{a} &= 1 - e^{-kt}, \end{aligned}$$

(1) NERNST, *Traité de chimie générale*, traduction Corvisy, t. II, p. 134; 1912.
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

et, en tenant compte de (1) :

$$(2) \quad \log_n \frac{I}{I_a} = kha (1 - e^{-kt}).$$

La variation de $\log_n \frac{I}{I_a}$ en fonction du temps doit être régie par une loi exponentielle.

On obtient une forme plus facile à comparer avec l'expérience en transformant l'équation (2) de la manière suivante :

$$(3) \quad \begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\log_n \frac{I}{I_a} \right) &= kha e^{-kt}, \\ \log_n \left[\frac{d}{dt} \left(\log_n \frac{I}{I_a} \right) \right] &= -kt + \log_n kha. \end{aligned}$$

3. Dans l'hypothèse faite, l'expression $\log_n \left[\frac{d}{dt} \left(\log_n \frac{I}{I_a} \right) \right]$ doit varier linéairement en fonction du temps.

En considérant des intervalles de temps finis et introduisant les logarithmes vulgaires, on voit que l'expression $\log \left[\Delta \left(\log \frac{I}{I_a} \right) \right]$ devra suivre également une loi linéaire.

On a mélangé :

- 100 centimètres cubes d'une dissolution de permanganate contenant 0^{gr},1 par litre ;
- 50 centimètres cubes d'une dissolution d'acide oxalique à 50 grammes par litre ;
- 50 centimètres cubes d'une dissolution d'acide sulfurique obtenue en diluant jusqu'à 1.000 centimètres cubes une quantité d'acide égale à 5 centimètres cubes.

La température était 13°,5 C.

Les résultats obtenus ont été portés dans le tableau I. En ajoutant 2 à tous les nombres de la dernière colonne du tableau I, on obtient les valeurs moyennes de l'expression $\log \left[\Delta \left(\log \frac{I}{I_a} \right) \right]$ aux différents instants indiqués dans le tableau II.

TABLEAU I.

t min.	$\log \frac{I}{I_a}$	$\Delta \left(\log \frac{I}{I_a} \right)$ pour 10 min.	$\log \left[\Delta \left(\log \frac{I}{I_a} \right) \right]$
0	0,00000		
10	0,05634	0,05634	$\bar{2},75082$
20	0,22282	0,16648	$\bar{1},22151$
30	0,59450	0,37168	$\bar{1},57019$
35	0,80050	0,41200	$\bar{1},61490$
40	0,98098	9,36096	$\bar{1},55751$
45	1,08854	0,21512	$\bar{1},33264$
50	1,10608	0,03508	$\bar{2},54506$

TABLEAU II.

t min.	$\log \left[\Delta \left(\log \frac{I}{I_a} \right) \right]$
5 »	0,75
15 »	1,22
25 »	1,57
32,5	1,61
37,5	1,55
42,5	1,33
47,5	0,54

L'hypothèse faite que la vitesse de la réaction est proportionnelle à la quantité de permanganate présente dans la solution est donc inexacte.

La relation (4) permet d'ailleurs de calculer la vitesse de la réaction.

$$-\frac{dx}{dt} = \frac{1}{h} \frac{d}{dt} \left(\log_n \frac{I}{I_a} \right).$$

La variation de $\log_n \frac{I}{I_a}$ dans un intervalle de temps considéré, ou, tout aussi bien, du logarithme vulgaire $\log \frac{I}{I_a}$, est proportionnelle à la vitesse moyenne de la réaction dans cet intervalle de temps.

Quelles que soient les proportions relatives des réactifs, la marche de la réaction est toujours la même ; la vitesse croît plus ou moins lentement, atteint un maximum et décroît ensuite.

C'est ce qu'on voit déjà par les nombres du Tableau I, et c'est ce que confirment les expériences suivantes (1) :

(1) Dans tous les tableaux $\Delta \log \frac{I}{I_a}$ a été rapporté à une variation $\Delta t = 10$ minutes. — La dernière valeur donnée de $\log \frac{I}{I_a}$ correspond à la décoloration totale ; elle fournit donc $\log \frac{I_0}{I_a}$. Cette valeur n'est pas la même dans toutes les expériences, qui ont cependant porté, dans chaque série, sur des quantités égales de permanganate, parce que nous ne nous sommes pas astreints à faire les mesures d'intensité lumineuse *exactement* pour la même région du spectre et qu'une variation, même très faible, de la longueur d'onde moyenne de la région où l'on opère, entraîne une variation notable de l'absorption.

PREMIÈRE SÉRIE D'EXPÉRIENCES

Expérience 1 (TABLEAU III)

Solution de permanganate à 0 ^{sr} ,1 par litre.....	100 cc.
— d'acide oxalique à 50 grammes par litre.....	50
— d'acide sulfurique contenant 5 centim. cubes par litre.	50
Température = 13° 5.	

Expérience 2 (TABLEAU IV)

Solution de permanganate à 0 ^{sr} ,1 par litre.....	100 cc.
— d'acide oxalique à 50 grammes par litre.....	50
— d'acide sulfurique contenant 20 centim. cubes par litre.	50
Température = 14°.	

TABLEAU III.

t min.	$\log \frac{I}{I_a}$	$\Delta \log \frac{I}{I_a}$
0	0,000	
10	0,056	0,056
20	0,223	0,166
30	0,594	0,372
35	0,800	0,412
40	0,980	0,361
45	1,088	0,215
50	1,106	0,035

TABLEAU IV.

t min.	$\log \frac{I}{I_a}$	$\Delta \log \frac{I}{I_a}$
0	0,000	
10	0,166	0,166
20	0,671	0,504
30	1,194	0,524
40	1,390	0,196
70	1,420	0,010

Expérience 3 (TABLEAU V)

Solution de permanganate à 0 ^{sr} ,1 par litre.....	100 cc.
— d'acide oxalique à 50 grammes par litre.....	50
— d'acide sulfurique contenant 50 grammes par litre....	50
Température = 12°.	

TABLEAU V

t min.	$\log \frac{I}{I_a}$	$\Delta \log \frac{I}{I_a}$
0	0,000	
5	0,104	0,208
10	0,318	0,438
20	1,094	0,776
30	1,296	0,202
60	1,296	0,000

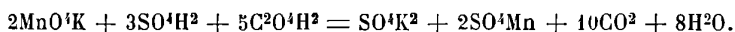
Les résultats obtenus ont été représentés graphiquement sur les courbes de la *fig. 1*, qui mettent en évidence la variation de la

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

vitesse en fonction du temps ainsi que l'influence accélératrice d'un excès d'acide sulfurique.

DEUXIÈME SÉRIE D'EXPÉRIENCES

La réduction du permanganate par l'acide oxalique en présence d'acide sulfurique s'effectue suivant l'équation :



316^{gr},4 de permanganate cristallisé réagissent sur 630 grammes d'acide oxalique cristallisé et 294^{gr},3 d'acide sulfurique.

Nous avons alors préparé des solutions :

de permanganate à.....	3 ^{gr} ,16	par litre
d'acide sulfurique à.....	2 ^{gr} ,943	—
d'acide oxalique à.....	6 ^{gr} ,300	—

Expérience 1 (TABLEAU VI)

Solution d'acide sulfurique.....	10 cc.	} compléter à 200 cc.
— — oxalique.....	5	
— de permanganate.....	5	
Température = 8° C.		

Expérience 2 (TABLEAU VII)

Solution d'acide sulfurique.....	10 cc.	} compléter à 200 cc.
— — oxalique.....	50	
— de permanganate.....	5	
Température = 8° C.		

Expérience 3 (TABLEAU VIII)

Solution d'acide sulfurique.....	10 cc.	} compléter à 200 cc.
— — oxalique.....	100	
— de permanganate.....	5	
Température = 8° C.		

TABLEAU VI.

TABLEAU VII.

TABLEAU VIII.

h. min.	$\log \frac{I}{I_a}$	$\Delta \log \frac{I}{I_a}$	t	h. min.	$\log \frac{I}{I_a}$	$\Delta \log \frac{I}{I_a}$	t	h. min.	$\log \frac{I}{I_a}$	$\Delta \log \frac{I}{I_a}$
0,00	0,000		0,00	0,000		0,00	0,00	0,000		
9,00	0,964	0,017	2,00	0,286	0,024	1,30	0,476	0,019		
9,30	1,168	0,068	3,30	0,540	0,028	2,20	0,362	0,037		
10,00	1,666	0,166	7,10	1,308	0,035	3,00	0,550	0,047		
10,30	1,974	0,119	7,25	1,442	0,089	3,30	0,746	0,065		
			7,50	1,656	0,085	7,00	1,666	0,045		

Expérience 4 (TABLEAU IX)

Solution d'acide sulfurique.....	195 cc.	
— — oxalique.....	5	
— de permanganate.....	5	; compléter à 50 cc.
Température = 6° 5.		

TABLEAU IX.

t h. min.	$\log \frac{I}{I_a}$	$\Delta \log \frac{I}{I_a}$
0,00	0,000	
0,50	0,292	0,058
1,30	0,506	0,053
1,45	1,650	0,762
1,47	1,798	0,740
1,48	2,068	2,700
1,49	2,104	0,360

Expérience 5 (TABLEAU X)

Solution d'acide sulfurique.....	100 cc.	} compléter à 200 cc.
— — oxalique.....	50	
— de permanganate.....	5	
Température = 9°.		

TABLEAU X.

t h. min.	$\log \frac{I}{I_a}$	$\Delta \log \frac{I}{I_a}$
0,00	0,000	
1,30	0,190	0,021
2,00	0,364	0,058
2,30	0,586	0,074
3,55	1,464	0,103

Les résultats résumés dans les tableaux VI à X mettent en évidence l'influence accélératrice d'un excès d'acide sulfurique ou d'acide oxalique.

5. Conclusions. — Les expériences précédentes ne sont pas en contradiction avec celles d'Esson et Harcourt. Ces auteurs opéraient toujours en présence d'un grand excès d'acide oxalique ($500 \text{ C}^2\text{O}^4\text{H}^2$) et d'acide sulfurique ($300 \text{ à } 3.000 \text{ SO}^4\text{H}^2$) et ajoutaient, dès le début, dans le mélange, une notable proportion de sulfate de manganèse

(30SO¹Mn) : encore la loi logarithmique n'est-elle pas toujours suivie (1).

Le principe sur lequel se base la théorie des vitesses de réaction et que nous avons invoqué au § 2 ne s'applique pas à la réduction du permanganate de potasse par l'acide oxalique ou ne s'applique que très exceptionnellement.

Dans la plupart des cas, la vitesse de la réaction n'est pas proportionnelle à la quantité de permanganate qui subsiste en solution : elle croît, passe par un maximum et décroît ensuite jusqu'à zéro.

Il est curieux de constater qu'Esson et Harcourt aient pu pressentir l'existence de la loi qui sert de base à la théorie des vitesses de réaction dans un cas où elle s'applique aussi mal. Aussi bien, Esson et Harcourt ont-ils reconnu la nécessité, pour vérifier cette loi, « de chercher un exemple plus simple de réaction chimique ». Dans la réaction du permanganate de potassium par l'acide oxalique, il se forme, pensent-ils, un oxyde de manganèse, dont ils ne précisent point la nature, en sorte que la réaction se produit en deux phases au moins et ne rentre plus dans le cadre d'application de la loi logarithmique.

Un certain nombre de Traités (2) citent cependant la réduction du permanganate de potassium par l'acide oxalique comme un exemple de réactions dont la vitesse est conforme à la loi logarithmique. C'est ce qui nous a paru légitimer la publication des expériences que nous avons faites avec le spectrophotomètre et qui sont très faciles à répéter.

DILATOMÈTRE DIFFÉRENTIEL ENREGISTREUR.

M. P. Chévenard, en vue de l'analyse thermique des aciers et de l'étude de la dilatabilité des alliages spéciaux, a utilisé un dilatomètre traçant automatiquement une courbe dont l'ordonnée repré-

(1) Nous n'avons pu étudier au spectrophotomètre les solutions envisagées par Esson et Harcourt, qui se troublent aussitôt que commence la réaction et prennent des teintes très différentes de la teinte initiale.

(2) « D'après les expériences faites en 1865 par Harcourt et Esson, le permanganate de potassium, en présence d'un grand excès d'acide oxalique, disparaît par suite de son action oxydante avec une vitesse conforme à la loi logarithmique » (NERNST, *Traité de chimie générale*, traduction Corvisy, t. II, p. 134; 1912 .

sente la différence des dilatations de l'étalon et de l'échantillon, et l'abscisse leur température commune.

Les éprouvettes ont la forme de cylindres terminés d'un côté par une face plane, de l'autre par unê pointe arrondie; elles sont contenues dans deux tubes de silice juxtaposés, fermés à un bout, placés dans le moufle métallique d'un four électrique à résistance.

Deux tiges de silice, intérieures aux tubes, pressés par des ressorts de rappel sur les faces terminales planes des éprouvettes, reportent au dehors du four les dilatations de ces éprouvettes, et les transmettent à un levier optique. Ce levier, muni d'un miroir, est pivoté sur trois points disposées aux sommets d'un triangle rectangle. La pointe de l'angle droit et une autre pointe se déplacent perpendiculairement au miroir respectivement de la dilatation de l'étalon et de la dilatation de l'échantillon étudié. La troisième pointe conserve par rapport aux tubes de silice un niveau invariable; elle repose dans une rainure qui empêche toute rotation du levier optique dans son plan. La longueur des échantillons est habituellement de 50 millimètres, et l'amplification dans le sens de l'ordonnée, 300. Le tarage thermométrique de l'abscisse est effectué à l'aide d'un couple thermoélectrique Le Chatelier.

Aux vitesses usuelles de chauffe et de refroidissement (200 à 300° par heure), et en dehors des phénomènes thermiques de transformation l'écart de température des deux éprouvettes n'excède jamais deux degrés. Il ne faut pas oublier que la transformation allotropique d'un acier crée un écart de sens connu d'environ 5°.

L'étalon employé pour les études des aciers est un alliage de nickel et de chrome (10 0/0 de Cr) appelé *baros*. Le *baros*, très peu oxydable, doué d'une résistance mécanique élevée à chaud, a une capacité calorifique moyenne à peu près égale à celle des aciers. Il est magnétique, et par suite dépourvu d'anomalie thermique; sa loi de dilatation, presque exactement réversible, peut se représenter de 0° à 900° par une formule parabolique :

$$\alpha = 12,80 \times 10^{-6}; \quad \beta = 4,33 \times 10^{-9}.$$

L'appareil permet de déceler les plus faibles singularités dilatométriques.

FONCTIONNEMENT CHIMIQUE DE LA NÉGATIVE DANS L'ACCUMULATEUR AU PLOMB,

Par M. CH. FÉRY.

I

Dans deux notes précédentes⁽¹⁾ j'ai étudié comment se comporte à la charge et à la décharge la positive de l'accumulateur au plomb. De cette étude expérimentale, il résulte ainsi que Drewisky l'avait avancé, que la positive chargée contient un peroxyde de formule Pb^2O^5 .

— Après décharge, ce peroxyde noir se réduit à la forme plus stable de bioxyde brun PbO^2 .

Les présentes recherches ont eu pour but d'étudier, également par voie expérimentale, la négative ; de l'ensemble de ces études peuvent en effet résulter des données permettant d'améliorer l'accumulateur dont l'emploi en électricité est si général malgré ses nombreux défauts.

Des études de M. Jumeau⁽²⁾, il résulte qu'en un mois la positive n'a perdu que 5 0/0 tandis que la négative a perdu 33 0/0. La connaissance des causes de cette action locale considérable permettrait sans doute d'y remédier.

II

ÉTUDE DE LA NÉGATIVE

Les diverses théories émises en vue d'expliquer le mécanisme du fonctionnement de l'accumulateur sont à peu près d'accord pour admettre que le plomb réduit, constituant la matière active négative après charge, se transforme après décharge en sulfate normal de plomb $PbSO^4$.

Ici encore, comme pour la positive, les faits semblent être en contradiction avec cette supposition.

Une première remarque, faite déjà par Planté lui-même, s'accorde mal avec la formation d'un sel blanc : « Si on décharge, dit-il, un

(1) *J. de phys.*, t. VI, p. 21 (jan.-fév. 1916); et (mai-juin 1916).

(2) *Les Accumulateurs électriques* (Dunod et Pinat, éditeurs), courbe, 136,

p. 347 IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

J. de Phys., 5^e série, t. VII. (Septembre-Octobre 1917).

« de ces couples (1) en faisant par exemple rougir un fil de platine, « la lame négative conserve d'abord dans sa partie extérieure visible « la teinte gris clair du plomb métallique pendant presque tout le « temps que dure l'incandescence ; mais dès que le fil cesse de rou- « gir, on voit apparaître un voile sombre qui recouvre la surface « extérieure de la lame et lui donne une teinte d'un gris plus foncé. »

Planté attribuait ce *voile d'oxyde* comme il le nomme plus loin dans son ouvrage, à une oxydation pure et simple de la négative, car il n'avait pas entrevu que le radical acide pût entrer en jeu dans le fonctionnement de son élément.

J'ai voulu savoir si ce changement de teinte très net était superficiel ou intéressait au contraire toute la masse.

Pour cela, la pâte de litharge et d'acide étendu employée pour garnir les alvéoles des grilles négatives, a été tassée au fond d'un tube de verre portant un fil de plomb le traversant en guise d'électrode. Après durcissement de cette pâte, le tube a été rempli d'eau acidulée et on a formé comme d'habitude cette négative, en employant une positive verticale plongeant dans le liquide.

Après formation, si on fait débiter ce petit élément, on voit une zone d'un gris très foncé presque noir, commencer par la surface de la matière négative et gagner graduellement toute la masse.

Si on recharge cet élément, la réduction a lieu *par la surface* en ramenant la teinte au gris clair, ce qui montre que la matière épuisée par la décharge garde une certaine conductibilité.

Enfin, si on détache la pastille négative déchargée et si on la met à l'air, elle *blanchit* rapidement, en se transformant en sulfate de plomb ordinaire, grâce à l'acide sulfurique qui l'imprègne.

Une autre remarque tend également à prouver que ce n'est pas le sulfate plombique blanc qui prend naissance pendant la décharge. On sait que la variation de poids de la négative est rigoureusement proportionnelle aux ampère-heures débités (2), mais d'autre part ces ampère-heures sont loin de correspondre au poids de plomb réduit contenu dans la plaque.

Il faudrait théoriquement 3^{gr},86 de plomb pour produire l'ampère-heure ; mes expériences effectuées sur une petite grille négative,

(1) *Recherches sur l'électricité*, p. 63, § 68.

(2) En ce qui concerne la positive la variation de poids est insensible ; certains auteurs l'ont même trouvée négative, la plaque étant plus légère après décharge.

travaillant entre deux grosses positives de 40 ampères-heures de capacité, m'ont montré qu'il faut de 11 à 12 grammes de plomb réduit pour fournir 1AH.

Le poids de matière active négative n'était que de 23 grammes et on peut penser que dans ces conditions de décharge, cette matière a dû donner tout ce qu'elle pouvait.

La grande différence du chiffre observé (d'ailleurs indiqué déjà par les praticiens) avec la valeur théorique est très difficilement explicable si on admet la formation de sulfate plombique. En effet une pastille négative épuisée par décharge, lavée à l'eau distillée puis brisée, ne montre dans sa cassure, examinée au microscope, aucune partie métallique. Ce n'est que par écrasement sous la lame d'un canif qu'on aperçoit de petites paillettes de plomb laminé par l'acier.

J'ai conclu de ces diverses remarques, que la matière négative déchargée est un sous-sulfate de plomb, ou sulfate plumbeux ⁽¹⁾ qui aurait sans doute la formule SO^4Pb^2 et correspondrait à l'oxyde plumbeux connu Pb^2O , de couleur noire.

Cet oxyde inférieur s'obtient en chauffant à 300° de l'oxalate de plomb dans l'acide carbonique.

Si on admet la production de ce corps, il faudrait d'après les lois de l'électrolyse $2 \times 3,86$ soit 7^{gr},72 de plomb pour produire l'ampère-heure.

Cette valeur est encore très éloignée de celle indiquée par l'expérience, mais il faut considérer en outre que pendant la décharge même, il y a une action locale de l'acide sur le plomb qui ne produit pas de courant.

J'ai démontré ce fait de la manière suivante :

Après décharge, la petite plaque sur laquelle je faisais mes mesures a été longuement lavée à l'eau distillée, puis rechargée dans de l'eau distillée entre deux lames de platine ⁽²⁾. Le volume d'eau distillée étant de 200 centimètres cubes, on pouvait négliger ce qui restait dans la plaque 3^{cm}3,4 (ce qui donne à ce plomb spongieux une densité apparente de 6,2).

(1) La présence constatée de parcelles métalliques non attaquées s'explique plus facilement au milieu d'un sel plumbeux que plombique.

(2) Cette charge se faisait à 110 volts, avec interposition d'une résistance de 1.000 ohms. Dans ces conditions un très faible courant passe au début et libère l'acide fixé ce qui rend l'eau conductrice et permet une charge normale à 0^{amp},1 au bout de quelques minutes,

Le dosage acidimétrique de la liqueur sulfurique obtenue a fourni, tant par le dosage au tournesol que par celui au chlorure de baryum, une fixation d'acide de 10 0/0 supérieure à celle calculée par les ampère-heures fournies.

J'ai recommencé cet essai en laissant séjourner pendant vingt heures (durée de la décharge précédente) la plaque dans l'acide *mais sans faire débiter l'élément*. Le dosage de l'acide fixé dans ces nouvelles conditions mesure l'usure locale; ce dosage a fourni les 10 0/0 trouvés en trop dans la première décharge.

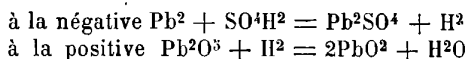
Ainsi donc en vingt heures il a été fixé 10 0/0 en trop d'acide et par conséquent 10 0/0 de plomb ont été attaqués inutilement, ce qui porte à $7,72 + 0,77 = 8^{\text{sr}},49$ de plomb par ampère-heure le poids de ce métal attaqué.

Il ne reste donc que $11 - 8,49$ grammes = $2^{\text{sr}},51$ de plomb inactif, visible par écrasement de la pastille déchargée.

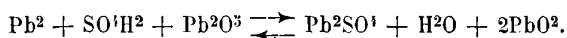
III

CONCLUSIONS

En résumé la réaction de décharge de l'accumulateur au plomb est la suivante :

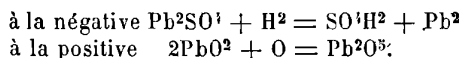


Soit la réaction globale :



L'accumulateur se comporte donc comme toutes les piles, celle de Leclanché par exemple, le radical acide comme nous l'apprennent les lois de l'électrolyse se porte sur la négative pour donner un sel du métal attaqué, tandis que l'hydrogène se porte sur la positive où il ramène le dépolarisant à un degré d'oxydation inférieur.

A la charge les réactions inverses ont lieu :

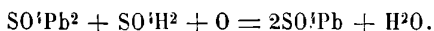


La production d'un sous-sel de plomb à la négative ne doit pas

nous étonner, car la décharge normale d'un accumulateur est due en grande partie à l'acide occlus dans les pores des pastilles et qui se trouve; vu sa faible quantité, en présence d'un excès de métal.

Liébenow a pu, dit-il (1) tripler la capacité d'un élément en forçant l'acide à filtrer au travers de la négative pendant la décharge.

Le sous-sel de plomb ainsi formé est très oxydable il passe facilement à l'état de sulfate normal blanc quand on le met à l'air d'après la réaction :



Aussi les constructeurs recommandent-ils instamment de ne pas laisser à l'abandon une batterie déchargée sous peine de voir les négatives *se sulfater* et on sait que, contrairement au sulfate plombé, le sulfate plombique n'est pas conducteur.

Je me suis appliqué dans cette étude à éviter toute hypothèse qui ne soit sanctionnée par une vérification expérimentale.

Les deux composés nouveaux que j'ai rencontrés dans ces recherches sur l'accumulateur, l'un Pb^2O^3 formé à la positive pendant la charge, l'autre Pb^2SO^4 qui prend naissance à la négative pendant la décharge, n'ont pas été étudiés en thermochimie.

On peut cependant avoir une idée sur l'ordre de grandeur des chaleurs qu'ils dégagent en se formant :

La force électromotrice de l'accumulateur au plomb, 2 volts, correspond à 89,23 calories, somme des réactions effectuées à la négative et à la positive.

Si on remplace dans cet élément, le plomb de la négative par du cuivre, on obtient, d'après la mesure du voltage, 65,67 calories.

Or, d'après Thomson, la sulfatation du cuivre ne donnerait que 55,96 calories.

La différence $65,67 - 55,96 = 9,71$ calories correspondrait donc à la décomposition de Pb^2O^3 ; elle est *positive* ce qui montre que ce composé est endothermique.

Ceci permet de calculer les calories dégagées par la formation du sulfate plombé à la négative dans l'accumulateur au plomb.

On a en effet :

$$\begin{aligned} x + 9,71 &= 89,23 \\ \text{d'où} \quad x &= 79,52 \text{ calories} \end{aligned}$$

(1) JUMEAU, *Les Accumulateurs électriques* (Dunod et Pinat, éditeurs), p. 273.

D'autre part, la chaleur de formation du sulfate plombique normal est connue, elle est de 73,8 calories.

Le sulfate plombeux dégagerait donc en se formant 5,72 calories de plus que le sulfate normal.

Ce fait ne doit pas nous étonner; c'est une règle presque absolue en thermochimie que les premières molécules de radical acide ou d'oxygène qui se fixent sur un métal dégagent plus de chaleur que les dernières.

Ainsi s'explique la force électromotrice élevée de l'accumulateur au plomb, par production à la négative d'un sel de plomb dégageant plus de chaleur en se formant que le sulfate normal, et la présence à la positive d'un peroxyde endothermique concourant encore par sa décomposition à la production d'une force électromotrice de 0^v,22 correspondant à sa chaleur positive de décomposition 9,71 calories.

**CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DES PROPORTIONS DE CHLORE ET D'HYDROGÈNE
LIMITANT L'EXPLOSION DES MÉLANGES DE CES GAZ;**

Par PAUL MATHIEU.

Les mélanges gazeux ne sont inflammables qu'entre deux limites déterminées de composition. Beaucoup de mélanges combustibles ont été étudiés à ce point de vue et voici à titre d'indication quelques résultats (1).

Nature des mélanges	Limites
Gaz d'éclairage + air	8 à 25 0/0
Hydrogène + oxygène.....	10 à 70 0/0
Oxyde de carbone + oxygène.....	16 à 75 0/0
Méthane + oxygène.....	6 à 16 0/0
Acétylène + oxygène	2,8 à 65 0/0

La seconde colonne est relative à la proportion du gaz combustible dans le mélange.

Pour de tels mélanges, on provoque l'inflammation en un point au moyen d'une action extérieure : flamme d'allumette, flamme d'un brûleur à gaz, étincelle électrique. Cette inflammation

(1) Voir le traité de M. LE CHATELIER, *Introduction à l'étude de la métallurgie*, p. 112.

se propage alors de proche en proche avec une certaine vitesse dans toute la masse : la flamme chauffe la tranche froide voisine et la porte à la température d'inflammation, il faut évidemment que la température développée par la combustion soit supérieure à celle d'inflammation, ce qui exige un mélange en proportions comprises entre certaines limites. A son tour cette tranche voisine s'allume, chauffe la tranche suivante, et ainsi de suite.

On se propose dans ce travail de trouver les limites d'explosion pour les mélanges de chlore et d'hydrogène.

Historique. — *Gay-Lussac* et *Thénard*⁽¹⁾ ont constaté que la combinaison est nulle dans l'obscurité. On la provoque soit par la flamme d'une bougie soit au moyen d'une brique chauffée vers 125°.

La combinaison est lente, mais régulière à la lumière diffuse, elle est d'autant plus rapide que la lumière est plus vive.

A la lumière solaire elle est instantanée.

Bunsen et *Roscoé*⁽²⁾ ont étudié l'action des diverses radiations du spectre solaire sur les mélanges à volumes égaux obtenus par l'électrolyse de l'acide chlorhydrique. Ils ont constaté un maximum d'activité pour les radiations violettes, donc de faibles longueurs d'onde. Le spectre solaire avait une activité différente suivant l'heure de la journée. Ayant utilisé le spectre de midi et d'un soir nébuleux (l'humidité absorbe les rayons ultra-violet), le maximum d'activité était beaucoup plus élevé dans le premier cas que dans le second.

Les mélanges donnés par l'électrolyse sont très sensibles. Ils explosent sous l'influence d'une lumière très faible, par exemple celle d'un crépuscule, longtemps après le coucher du soleil.

M. Le Chatelier⁽³⁾ a montré que d'autres facteurs que ceux déjà indiqués (proportion des gaz mélangés, température) jouent un rôle important, en particulier le diamètre du tube contenant le mélange.

Pour un diamètre trop faible, la vitesse de combustion est nulle ; quand le diamètre augmente, la vitesse tend vers une limite constante, celle qui serait obtenue dans un milieu indéfini. La vitesse observée est celle du filet central, l'inflammation se transmet latéralement à partir de ce filet vers les parois du tube.

(1) *Recherches physico-chimiques*, t. II, p. 148, 186.

(2) *Phil. Trans.*, 1859; *Annales de Physique et Chimie*, 3^e série, t. LV, p. 352.

(3) *Introduction à l'étude de la métallurgie*, p. 131.

EXEMPLE. — Mélange de méthane et d'air à 10,4 0/0 de méthane .

Diamètre.....	3 ^{mm} ,2	5 ^{mm} ,5	8 ^{mm} ,	9 ^{mm} ,5	12 ^{mm} ,2
Vitesse.....	0 ^m ,0	0 ^m ,22	0 ^m ,39	0 ^m ,41	0 ^m ,47

Appareils employés. — 1° *Eudiomètre*. — Le tube a un diamètre supérieur à 1 centimètre. Il est gradué en parties d'égal volume (cm).

Les gaz sont manipulés sur l'acide sulfurique concentré qui dissout très peu l'hydrogène et le chlore.

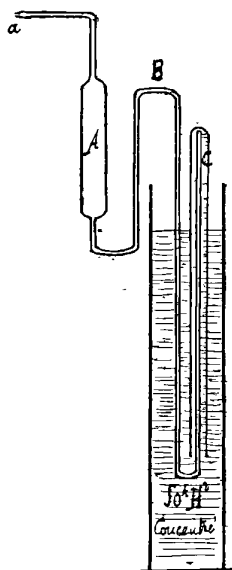


FIG. 1.

Pour remplir l'eudiomètre d'acide sulfurique sur la cuve à acide sulfurique, on emploie un tube de verre plusieurs fois recourbé (*fig. 1*) le tube ABC est muni d'une ampoule en A. On engage l'extrémité C dans l'eudiomètre partiellement immergé dans l'acide sulfurique, on aspire ensuite l'air par l'extrémité *a*, soit à la bouche, soit mieux à la trompe à eau. L'air est aspiré avec un peu d'acide sulfurique qui se rend dans l'ampoule A.

Pour obtenir des mélanges intimes, on introduit d'abord le chlore qui est le plus dense, puis l'hydrogène. Ce mélange se fait dans une cave éclairée par de la lumière rouge.

On obtient le chlore gazeux à partir du chlore liquide que l'on laisse se vaporiser, ce chlore provenant de bouteilles du MCG est pur, il a été étudié préalablement au point de vue des gaz qu'il peut renfermer en dissolution.

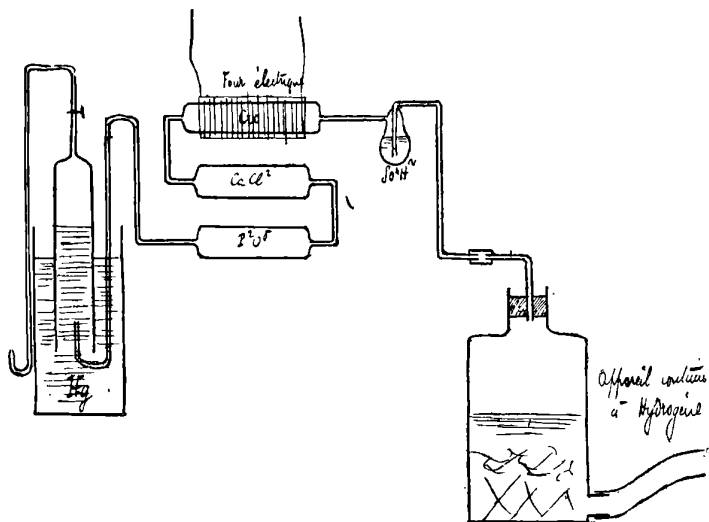


FIG. 2.

On prépare l'hydrogène par le zinc et l'acide sulfurique, on le purifie en le faisant passer d'abord dans un laveur à acide sulfurique, puis dans une colonne de fils de cuivre, chauffée au four électrique. Vient ensuite deux colonnes desséchantes, l'une contenant du chlorure de calcium, l'autre de l'anhydride phosphorique (*fig. 2*). On recueille l'hydrogène dans une cuve à mercure sous une éprouvette formant gazomètre. Cette éprouvette porte à sa partie supérieure un tube à robinet R, par lequel l'hydrogène du gazomètre sera recueilli sur la cuve à acide sulfurique contenant l'eudiomètre. (Cette cuve est en réalité une éprouvette à pied de grande dimension.)

L'ensemble du purificateur de l'hydrogène est complètement en verre.

Première série d'expériences. — L'explosion est provoquée par l'étincelle d'une bobine d'induction.

CHLORE EN EXCÈS PAR RAPPORT A L'HYDROGÈNE POUR LE MÉLANGE FORMANT
L'ACIDE CHLORHYDRIQUE.

Chlore cm ³	Hydrogène cm ³	Proportion de chlore en 0/0 dans le mélange	Proportion d'hydrogène en 0/0 dans le mélange	Résultats
46,5	4	92,1	7,9	Explosion
46,5	3,75	92,5	7,5	Rien
46	4	91,8	8,2	Explosion
46,8	3,4	93,5	6,5	Rien
46	4,5	91,1	8,9	Explosion
46	4	92	8	Rien

REMARQUES. — Les explosions obtenues sont suivies d'une faible dilatation.

CONCLUSION. — Les limites sont : 91,9 0/0 de chlore, pour 8,1 0/0 d'hydrogène.

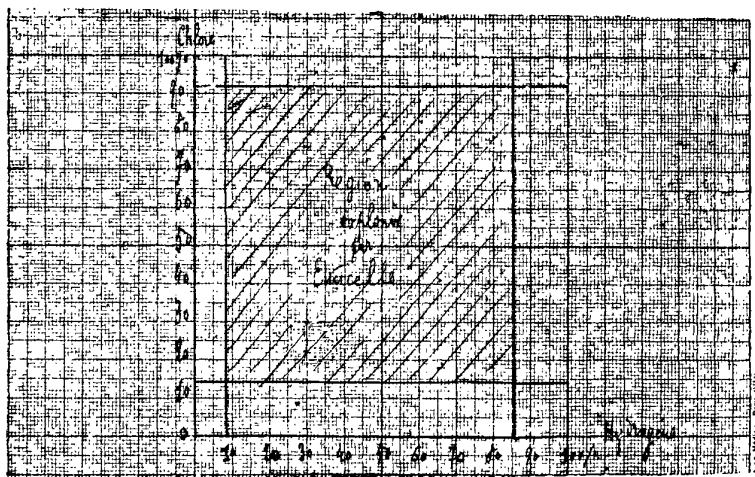


FIG. 3.

CHLORE EN DÉFAUT PAR RAPPORT A L'HYDROGÈNE POUR LE MÉLANGE FORMANT
L'ACIDE CHLORHYDRIQUE.

Chlore en cm ³	Hydrogène en cm ³	Chlore en 0 0 dans le mélange	Hydrogène en 0 0 dans le mélange	Résultats
5,75	44,25	11,5	88	Rien
9	40	18,5	81,5	Expl. violente
6,75	41	14,2	85,8	Rien
8	42	16	84	Expl. violente
7,5	43	14,85	85,15	Expl. violente
7,25	42,75	14,5	88,5	Expl. moins viol.
7	42,8	14,05	85,95	Rien

EXPLOSION DES MÉLANGES DE CHLORE ET D'HYDROGÈNE 171

REMARQUES. — Les explosions constatées dans cette série sont toujours violentes.

CONCLUSION. — Les limites sont : 14,3 0/0 de chlore, pour 85,7 0/0 d'hydrogène.

Deuxième série d'expériences. — L'explosion est provoquée par les radiations de la flamme de magnésium.

CHLORE EN EXCÈS PAR RAPPORT A L'HYDROGÈNE POUR LE MÉLANGE FORMANT L'ACIDE CHLORHYDRIQUE.

Chlore en cm ³	Hydrogène en cm ³	Chlore en 0/0 dans le mélange	Hydrogène en 0/0 dans le mélange	Résultats
45,3	4,7	90,6	9,4	Rien
45	5	90	10	Explosion
46	5	90,2	9,8	Limite d'explosion

CONCLUSION. — Les limites sont 90,2 0/0 de chlore, pour 9,8 0/0 d'hydrogène.

REMARQUE. — Dans une usine où l'on fabriquait le chlore par électrolyse, on a eu une explosion pour un mélange contenant environ 10 0/0 d'H dans le mélange.

CHLORE EN DÉFAUT PAR RAPPORT A L'HYDROGÈNE POUR LE MÉLANGE FORMANT L'ACIDE CHLORHYDRIQUE

Chlore en cm ³	Hydrogène en cm ³	Chlore en 0/0 dans le mélange	Hydrogène en 0/0 dans le mélange	Résultats
8	42,2	84,1	15,9	Rien
9	41	82	18	Rien
10	42,5	80	19	Rien
6	25	88,6	19,4	Rien
6	19,1	76	24	Rien
6	14	70	30	Rien
6	9	60	40	Rien
5	6	54,4	45,5	Rien
5	6,2	55	45	Rien
4,75	5,25	52,5	47,5	Explosion avec charge suffisante de magnésium
4	7	63,7	36,3	Rien
4,8	5,2	55	45	Rien
4,7	5,3	53	47	Rien

CONCLUSION. — Les limites sont : 47,5 0/0 de chlore, pour 52,5 0/0 d'hydrogène.

De cette seconde série d'expériences, on déduit qu'un mélange d'hydrogène avec du chlore n'est pas dangereux à la lumière solaire, si on n'est pas trop près du mélange théorique formant l'acide chlorhydrique.

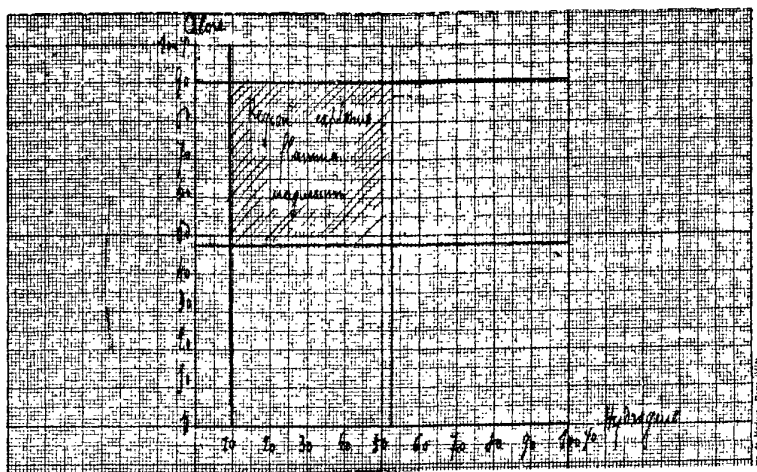


FIG. 4.

Les résultats sont représentés sur les graphiques *fig. 3* et *fig. 4*.

On peut vraisemblablement expliquer les limites différentes de l'explosion par ce fait que l'hydrogène est bon conducteur de la chaleur. S'il y a excès d'hydrogène la chaleur se répartit plus vite dans le mélange, ce qui entraîne une élévation de température moins élevée, ce qui rend l'explosion plus difficile à produire.

CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DES DÉTECTEURS A CONTACTS SOLIDES ;

Par M. RENÉ AUDUBERT (1)

II. — Les détecteurs à cristaux intercalés dans un circuit ne suivent pas la loi d'Ohm. Ce phénomène est susceptible de l'explication suivante. Tous les corps manifestant ce phénomène de conductibilité unilatérale sont de mauvais conducteurs ; leur conductibilité varie d'ailleurs très rapidement avec la température :

(1) Voir ce vol. p. 127.

pour les uns, comme le sulfure de plomb, la résistance croît rapidement avec la température; pour d'autres, elle décroît. On peut représenter dans de faibles intervalles de température la résistance par l'expression

$$R = R_0 (1 + \alpha t).$$

Différents expérimentateurs ont trouvé les valeurs suivantes pour α .

PbS.....	$\alpha_{0}^{100} = + 0,0050$	(Guinchant) (1)
FeS ²	$\alpha_{20}^{60} = - 0,0057$	(Van Aubel) (2)
Molybdénite...	$\alpha^{27} = - 0,0140$	(Boedecker) (3)

Si un courant continu arrive sur un tel corps par un contact à grande résistance, l'échauffement sera sensible au point de contact. L'élévation de température peut être considérée comme proportionnelle à la quantité de chaleur Q, elle-même proportionnelle à i^2 .

$$t = aQ = bi^2.$$

En portant cette valeur dans l'expression de la résistance, il vient :

$$R = R_0 (1 + \alpha bi^2),$$

or :

$$e = iR,$$

donc :

$$e = R_0 i (1 + \alpha bi^2).$$

Ainsi e est une fonction du troisième degré du courant i .

Si α est positif, la courbe représentative est formée de deux branches symétriques, par rapport à l'origine.

Ce résultat est bien celui que l'on obtient et que j'ai moi-même observé avec le sulfure de plomb.

Si α est < 0 , l'équation $e = R_0 i (1 + \alpha bi^2)$ a trois racines et la courbe représentative passe par un maximum et un minimum : en réalité cette nouvelle forme de la courbe n'a qu'une importance rela-

(1) GUINCHANT, *C. R.*, t. CXXXIV, p. 1224; 1902.

(2) VAN AUBEL, *C. R.*, p. 456; septembre 1902.

(3) BOEDECKER, *Ann. de physique*, 1^{re} série, t. XXII, p. 349; 1907.

tive, car, par suite de l'extrême petitesse de α les valeurs de e correspondant à ce minimum et à ce maximum sont très grandes.

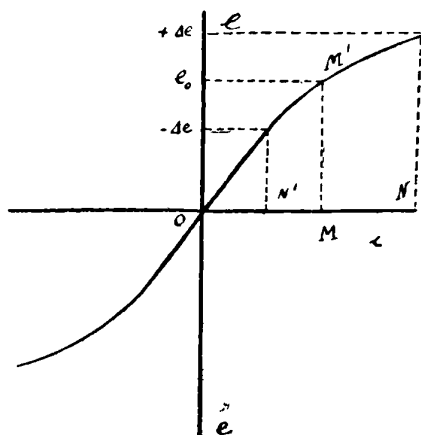


FIG. 1.

Enfin, dans tous les cas, la courbe cesse d'être symétrique si l'on adopte comme conductibilité des corps médiocrement conducteurs les relations suivantes données par Boedecker ⁽¹⁾ et Kœnigsberger ⁽²⁾.

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha t \pm \beta t^2) e^{-q \frac{t}{(t+273)273}} \quad (\text{Kœnigsberger}),$$

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha t) e^{\frac{q}{T}} \quad (\text{Boedecker}),$$

ou encore sensiblement :

$$\rho = \rho_0 \alpha T e^{\frac{q}{T}}.$$

Quoiqu'il en soit un système ayant une *caractéristique* $e = f(i)$ analogue à celle de la figure 1 peut fonctionner comme bon détecteur : si on lui applique une force électromotrice auxiliaire constante e_0 , des variations de potentiel entre $+\Delta e$ et $-\Delta e$ peuvent donner lieu à des variations très différentes de l'intensité.

Par suite de l'inclinaison de la courbe le courant moyen n'est pas nul, comme l'on peut s'en rendre compte (*fig. 1*), où l'on voit que

(1) BOEDECKER, *Ann. de physique*, 4^e série, t. XXII, p. 749.

(2) KOENIGSBERGER, *Phys. Zeits.*, 8, p. 833; 1907.

N'M est plus petit que MN. La différence MN — MN' est d'autant plus grande que le point M' est plus voisin du sommet de la courbe. En réalité la force électromotrice auxiliaire nécessaire pour donner naissance à une dissymétrie dépendra de la forme de la courbe et pourra être très petite. Dans le détecteur le passage seul du courant produisant un échauffement, et donnant naissance à une force électromotrice thermo-électrique, suffira pour déterminer la dissymétrie. Une semblable explication a déjà été abordée par Fessenden (1) pour le détecteur électrolytique.

III. Une troisième explication a été suggérée par les phénomènes thermo-électriques. Sous l'action du courant, le contact s'échaufferait d'autant plus facilement que la surface de contact, et par suite le diamètre du fil, serait plus petit. Cet échauffement donnerait naissance à une force électromotrice thermo-électrique qui jouerait le rôle de la force électromotrice de polarisation et donnerait par conséquent naissance aux phénomènes de dissymétrie signalés plus haut; l'influence de cette force électromotrice thermo-électrique ne semble pas négligeable, les pouvoirs thermo-électriques des corps employés comme détecteurs étant en général très élevés.

Par exemple :

Molybdénite.....	+ 130	$\times 10^{-6}$	volt
CuS.....	+ 270	—	—
Zincite.....	— 65	—	—
Chalcopyrite.....	— 380	—	—
Chalcosine.....	+ 250	—	—

Ces données sont relatives à l'étain, mais j'ai changé le métal de la pointe sans observer de grandes variations dans la dissymétrie. Ce résultat n'est pas surprenant, car la force électromotrice est sensiblement la même, quel que soit le métal employé : en effet changer le métal revient à faire varier la force électromotrice de celle des deux métaux substitués l'un à l'autre, qui est très petite.

Ainsi à 20°, on a :

Pour le couple chalcopyrite. — Cuivre....	— 374,98	$\times 10^{-6}$	volt
— — — Or.....	— 370,6	—	—
— — — Étain.....	— 380,0	—	—

L'explication thermo-électrique semble incompatible avec ce fait

(1) FESSENDEN, *Elect. Zeitsch.*, p. 386; 1015; 1903.

que, pour des échantillons naturels, le sens du courant dans lequel l'intensité atteint ses valeurs maximum change non seulement d'un échantillon à un autre, mais souvent même d'un point à l'autre.

J. Curie a étudié ces phénomènes pour la pyrite et la cobaltine. En intercalant l'un de ces cristaux dans un circuit comprenant un galvanomètre et établissant l'un des contacts avec un fil métallique chaud, on remarque dans le galvanomètre une déviation qui change avec les faces touchées. On pourrait donc expliquer le changement de sens du courant maximum en supposant que le contact se fait sur des faces physiquement différentes.

Cependant M. Guinchant a constaté directement avec des échantillons de pyrite en dodécaèdres pentagonaux que deux faces qui donnent des courants thermo-électriques de sens différents ont la conductibilité la plus grande pour la même direction de courant.

Enfin une objection à l'explication thermo-électrique est la suivante. Il semble que toute théorie thermique des détecteurs à contacts solides est incompatible avec ce fait qu'ils reproduisent fidèlement la période des étincelles oscillatoires. Le son perçu en recevant la dépêche musicale du bureau Central Météorologique est exactement de même hauteur que celui produit par le crépitement même des étincelles au poste d'émission de la Tour Eiffel. Le nombre de ces étincelles est d'environ 1.000 par seconde, la variation thermique devrait donc se produire dans un temps inférieur à $\frac{1}{1.000}$ de seconde. Supposons pour fixer les idées qu'elle se produise en $\frac{1}{10.000}$ de seconde.

D'après des mesures exécutées au bolomètre, le courant oscillatoire est de l'ordre de 10^{-6} ampère. Supposons que toute la résistance ohmique de la pastille soit condensée dans un milligramme d'une matière de chaleur spécifique 0,5, la quantité de chaleur dégagée par seconde étant donnée par la loi de Joule

$$Q = \frac{1}{4,17} Ri^2t$$

serait dans le cas présent de 46×10^{-16} calories et élèverait la température du corps d'une quantité Δt telle que :

$$46 \times 10^{-16} = 10^{-3} \times 0,5 \cdot \Delta t \quad \text{d'où} \quad \Delta t = 92 \times 10^{-13}.$$

Or, le téléphone est sensible à des courants de l'ordre de 10^{-8} ampère; pour produire un tel courant dans un circuit de $10^4 \omega$ de résistance totale, il faudrait lui appliquer une f. e. m.

$$\Delta e = 10^{-4} \text{ volt,}$$

Pour répondre à cette condition, le pouvoir thermo-électrique Δe du contact devrait avoir pour mesure :

$$\frac{10^{-4}}{92 \times 10^{-13}} = \frac{1}{92} \times 10^9, \quad \text{soit approximativement } 10^7 \text{ volt.}$$

Une telle valeur du pouvoir thermo-électrique ne se rencontre jamais. Les corps dont le pouvoir est le plus élevé sont les suivants :

Chalcopyrite.....	— 380 microvolts (par rapport à l'étain à 20°)
Bioxyde de Mn.....	— 260
Zincite.....	— 65
Oxyde de zinc fondu.	— 50
Molybdénite.....	+ 130
—	+ 85
Chalcosine.....	+ 250
CuS.....	+ 270

En résumé, aucune des explications proposées ne s'impose; le phénomène est très complexe et les effets invoqués jouent seulement un rôle plus ou moins important selon la nature du contact. Le commandant Tissot ⁽¹⁾ a remarqué sur un grand nombre de détecteurs que le sens du courant qui prend naissance sous l'action de l'onde dépend du signe du pouvoir thermo-électrique du contact et aussi que la sensibilité est liée à la valeur de ce pouvoir ainsi qu'à la forme du contact. Dans cette catégorie de détecteurs à laquelle appartiennent les contacts métal-sulfure de cuivre; métal-tellure; métal-bioxyde de manganèse, la force-électromotrice thermo-électrique jouerait donc un rôle important. Quoi qu'il en soit, on ne peut donner aucune explication simple et certaine de la dissymétrie produite par l'inversion du passage du courant. La complexité des phénomènes de contact se manifeste d'ailleurs dans l'expérience suivante due à M. Austin ⁽²⁾. M. Austin a fait passer un courant alternatif de faible

(1) *Annuaire T. S. F.*, t. II. p. 444; 1908.

(2) L.-W. AUSTIN, *Phys. Zeitseh.*, t. VIII, p. 600; 1907; t. IX, p. 253; 1908.

voltage à travers un contact tellure, aluminium. Comme on peut s'en rendre compte sur la *fig. 2*, le courant rectifié passe par deux maximum décroît, puis change de sens. Ce phénomène ne peut s'expliquer que par la superposition de deux effets dont l'un (force électromotrice thermo-électrique) l'emporte au début sur l'autre. Jusqu'à $0^{\circ},65$, le sens du courant redressé est le même que celui prévu par l'existence de la force électromotrice thermo-électrique due à l'échauffement du contact ; à partir de cette valeur un effet secondaire vient se superposer à la force électromotrice thermo-électrique et l'emporter sur elle.

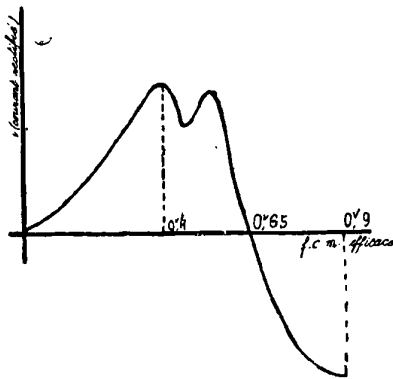


FIG. 2.

On sait qu'on améliore beaucoup le fonctionnement d'un détecteur thermique en le plaçant dans le vide, par suite de la réduction du rayonnement ; si l'on faisait de même pour un détecteur à contacts où la force électromotrice thermo-électrique intervient, on devrait vraisemblablement en accroître la sensibilité par suite de l'augmentation de l'élevation de température. Aucune expérience n'a encore été faite dans cette voie.

Nous retiendrons seulement le fait suivant : *lorsqu'on soumet un détecteur à cristaux à un courant alternatif, il agit comme redresseur partiel et transforme le courant alternatif en courant de sens continu.* Si l'on établit entre la pointe et le cristal une force électromotrice, l'inversion de cette force électromotrice donne lieu à des courants très inégaux et de sens opposés. En portant en abscisses les valeurs de la différence de potentiel appliquées au contact et en ordonnées les valeurs correspondantes de l'intensité, on

obtient la caractéristique du détecteur dont l'allure est sensiblement la même pour différents contacts ; elle passe par l'origine, se compose de deux branches plus ou moins dissymétriques à courbures opposées, présentant d'une part deux sommets et d'autre part un point d'inflexion au voisinage de l'origine.

En développant en série l'équation $i = f(e)$ de la caractéristique on a

$$i = \alpha e + \beta e^2 + \gamma e^3 + \dots$$

Supposons que nous soumettions le contact à une force électromotrice oscillatoire $e = E_0 \sin \omega t$; pendant la durée d'une période, l'intensité moyenne I_m a pour valeur :

$$I_m = \frac{1}{T} \int idt = \frac{1}{T} \int_0^T \alpha E_0 \sin \omega t dt + \frac{1}{T} \int_0^T \beta E_0^2 \sin^2 \omega t dt + \frac{1}{T} \int_0^T \gamma E_0^3 \sin^3 \omega t dt + \dots$$

par suite :

$$I_m = \frac{1}{2} \beta E_0^2 + \frac{3}{8} \delta E_0^4,$$

on voit que I_m est différent de zéro quand β, δ, \dots sont différents de zéro, c'est-à-dire quand la courbe n'est pas symétrique par rapport à l'origine.

Ce calcul conduit à une expression intéressante de l'intensité du courant redressé provenant d'une force électromotrice oscillatoire donnée.

Si la caractéristique est symétrique, c'est-à-dire si $\beta = \delta = \dots = 0$ le contact ne permettra de percevoir aucun son sans force électromotrice auxiliaire, dans le récepteur téléphonique, puisque l'intensité moyenne sera nulle.

Le détecteur sera d'autant plus sensible que I_m sera plus grand pour des valeurs très petites de l'amplitude E_0 . Comme I_m est fonction du carré E_0^2 de l'amplitude de la force électromotrice harmonique, il est logique de considérer la sensibilité du détecteur comme proportionnelle au rapport $\frac{\Delta I_m}{\Delta E_0^2}$ quand E_0^2 tend vers 0.

$$\sigma = K \lim \left(\frac{\Delta I_m}{\Delta E_0^2} \right) \quad \text{pour} \quad E_0^2 \rightarrow 0 = K \frac{dI_m}{dE_0^2}$$

Pour des raisons que l'on verra plus loin, il est commode de

prendre $K = 4$, alors

$$\sigma = 4 \frac{dI_m}{dE_0^2}.$$

Quand E_0 est très petit, on peut borner le développement de I_m au premier terme et écrire :

$$I_m = \frac{\beta}{2} E_0^2,$$

par suite

$$\sigma = 2\beta.$$

Si maintenant nous considérons la fonction.

$$i = \alpha e + \beta e^2 + \gamma e^3 + \delta e^4 + \dots,$$

$$\frac{di}{de} = \alpha + 2\beta e + 3\gamma e^2 + \dots,$$

et ses dérivées

$$\frac{d^2i}{de^2} = 2\beta + 6\gamma e + \dots,$$

on aura

$$\left(\frac{d^2i}{de^2}\right)_{e=0} = 2\beta = \sigma.$$

En traçant la courbe $\frac{d^2i}{de^2} = \varphi(e)$ on obtiendrait une représentation de la sensibilité du détecteur : c'est l'ordonnée du point de cette courbe ayant pour abscisse zéro.

Si l'on suppose, comme Brandes ⁽¹⁾ l'a fait, que la fonction $i = f(e)$ est une fonction du troisième degré, la courbe représentative de $\frac{d^2i}{de^2}$ est une droite ; si cette droite passe par l'origine, c'est-à-dire si $i = f(e)$ est symétrique $\beta = 0$ et par suite $\sigma = 0$.

La définition que je propose pour la sensibilité explique une relation signalée par Tissot ⁽²⁾ entre la sensibilité et la position du sommet de la caractéristique. Le détecteur est, d'après cet auteur, d'autant plus sensible que le sommet de la caractéristique est plus rapproché de l'origine.

Considérons la courbe

$$i = \alpha e + \beta e^2 + \gamma e^3 + \dots,$$

(1) BRANDES, *Ann. der Ph.*, t. LI, p. 349 ; 1907.

(2) TISSOT, *Journal de phys.*, 4^e série, t. IX ; novembre 1910.

au voisinage de l'origine nous pouvons limiter le développement à deux termes et écrire :

$$i = \alpha e + \beta e^2.$$

Cette équation représente une parabole dont le sommet de coordonnées

$$e = -\frac{\alpha}{2\beta}, \quad i = -\frac{\alpha^2}{4\beta},$$

est le point où la courbe $i = f(e)$ a un rayon de courbure minimum.

On voit aisément que le sommet de la parabole sera d'autant plus rapproché de l'origine que β sera plus grand; ce qui signifie qu'à mesure que le sommet de la courbe $i = f(e)$ se rapprochera de l'origine la sensibilité du détecteur augmentera.

Enfin, si le point d'inflexion de la courbe est à l'origine, au voisinage de ce point l'effet rectifiant doit être nul.

Jusqu'alors pour

$$e = 0, \quad \left(\frac{d^2i}{de^2}\right) = 0,$$

donc $\beta = 0$ et par suite $\sigma = 0$.

Si le point d'inflexion est voisin de l'origine pour $e = 0$, $\left(\frac{d^2i}{de^2}\right)$ doit être très petit, alors β , et par suite σ , est très petit.

Nous avons vu que lorsque la caractéristique a deux branches symétriques, l'addition d'une force électromotrice auxiliaire pouvait créer une dissymétrie. Ce fait est aisément explicable : si l'on introduit un élément auxiliaire, il y a alors une tension constante aux bornes du détecteur. Un renforcement de la tension par le fait d'une oscillation entraîne alors un certain renforcement du courant. Dans le détecteur un affaiblissement de la même valeur de la tension par le fait des oscillations ne provoque pas un affaiblissement de même valeur absolue que le renforcement, par suite de la courbure de la caractéristique.

Même lorsque la caractéristique a des branches dissymétriques, l'addition d'une force électromotrice auxiliaire peut augmenter la dissymétrie, c'est-à-dire la sensibilité du détecteur.

Il est facile de s'en rendre compte en considérant l'expression de la sensibilité dans le cas où le détecteur est soumis à une force électromotrice auxiliaire constante. Soit v cette forme électromotrice,

auxiliaire

$$i = f(e), \quad e = v + E_0 \sin \omega t.$$

Un calcul, en tout semblable à celui développé (page 179), donne alors pour l'intensité moyenne du courant :

$$I_m = \frac{1}{T} \int_0^T i dt = f(v) + \frac{E_0^2}{2} (\beta + 3\gamma v + 6\delta v^2 \dots) \\ + \frac{3}{2} E_0^4 (\delta + \dots) \\ + \dots$$

ou :

$$f(v) = \alpha + \beta v^2 + \gamma v^3 + \dots$$

Nous voyons que l'intensité moyenne dépend encore du carré de l'amplitude E_0 de la force électromotrice.

Prenons encore pour sensibilité la définition proposée plus haut.

$$\sigma = 4 \frac{dI_m}{dE_0^2}.$$

Lorsque E_0^2 tend vers zéro, nous pouvons limiter le développement de I_m et écrire :

$$I_m = f(v) + E_0^2 (\beta + 3\gamma v + 6\delta v^2),$$

alors :

$$\sigma = 4 \frac{dI_m}{dE_0^2} = 2\beta + 6\gamma v + 12\delta v^2.$$

Si les coefficients β , γ , δ , sont positifs, la sensibilité augmente avec v .

Supposons que nous puissions représenter la caractéristique par une équation du troisième degré alors $\delta = \epsilon = \dots = 0$ et

$$\sigma = 2\beta + 6\gamma v.$$

La sensibilité est fonction linéaire de la force électromotrice appliquée.

Si la courbe est du troisième degré, mais symétrique on a $\beta = 0$ et par suite :

$$\sigma = 6\gamma v,$$

la sensibilité est proportionnelle à v et par suite $\sigma = 0$ pour $v = 0$.

C'est bien le résultat trouvé plus haut, dans le cas d'un détecteur à caractéristique symétrique et fonctionnant sans force électromotrice auxiliaire; il est d'ailleurs conforme à l'expérience.

Dans le cas le plus général, la sensibilité a pour expression :

$$\sigma = 2\beta + 6\gamma v + 12\delta v^2 + \dots$$

S'il y a dans ce développement des termes négatifs, la sensibilité pourra passer par des maximum ou des minimum pour les valeurs de v annulant sa dérivée, c'est-à-dire

$$6\gamma + 24\delta v + \dots = 0.$$

Étant données les faibles valeurs de la force électromotrice alternative mise en jeu dans la réception des radiotélégrammes, on peut en général limiter le développement de i au troisième terme et écrire

$$i = \alpha e + \beta e^2 + \gamma e^3.$$

Dans tous les cas étudiés les valeurs trouvées pour α , β , γ sont positives.

On peut donc affirmer que dans les conditions où l'on se place la sensibilité du détecteur augmente avec la force électromotrice appliquée.

Naturellement ces résultats ne sont justifiés que dans les conditions où les formules ont été établies; c'est-à-dire sans intervention de phénomène autre que la rectification. Ces résultats ne seraient plus vrais dans le cas où des phénomènes secondaires joueraient un rôle prépondérant. Ils correspondent malgré tout à une réalité pratique, car on se place toujours dans les conditions où ces phénomènes perturbateurs n'interviennent pas.

(A suivre.)

**COORDINATION GÉOMÉTRIQUE DES VECTEURS INTERVENANT
DANS LA STRUCTURE ET LA PROPAGATION DE L'ONDE LUMINEUSE ¹⁾;**

Par M. A. GUILLET.

I. Comment convient-il d'aborder l'étude d'une théorie? — Si la *Physique* mérite le beau nom de *Philosophie naturelle*, ce n'est point parce qu'elle enregistre les faits si nombreux et si variés, dont nous sommes spontanément les témoins ou qui nous sont révélés par une observation attentive; ce n'est pas davantage parce qu'elle distribue en catégories distinctes les phénomènes que rapprochent quelques caractères essentiels communs et qu'elle institue les *techniques* permettant de répéter indéfiniment une suite déterminée d'opérations. C'est surtout, et peut-être uniquement, parce qu'elle s'efforce de rattacher au plus petit nombre possible de *principes* l'infinie variété des manifestations de la nature, substituant ainsi à l'enchaînement expérimental et sensoriel un enchaînement logique n'exigeant plus pour être reconstitué à chaque instant, et même étendu, que la conception claire des principes et les ressources du raisonnement.

Et le même domaine peut faire l'objet de *théories* diverses procédant de principes plus ou moins compréhensifs, analogues ou profondément distincts.

Ces théories sont d'ailleurs équivalentes aussi longtemps que les conséquences divergentes qu'elles imposent échappent au contrôle expérimental en raison de leur nature ou de leur ordre de grandeur. Et si même l'expérience vient à décider entre elles sur quelque point en litige, la théorie infirmée n'en est pas moins à cultiver comme un système logique que des découvertes ultérieures pourront faire revivre.

Il n'y a pas à parler, en effet, de théories *vraies* ou *fausses*: une telle vue est dénuée de tout sens et de toute nécessité.

Après avoir reçu les impressions de l'activité du monde extérieur, l'esprit en conçoit une représentation ultime interne qu'il formule dans des principes sur lesquels il élève ensuite un édifice purement logique où viennent se ranger, d'eux-mêmes, les faits de l'ordre considéré.

(¹) Extrait des « Conférences préparatoires au certificat de Physique générale » (Paris).

Et c'est là tout ce que nous pouvons exiger d'une théorie.

Si, par un hasard bien improbable, une théorie qui est tout à la fois dans la dépendance des faits et de notre intelligence, venait à coïncider avec le mécanisme réel de la nature, rien, semble-t-il, ne permettrait de le reconnaître, sinon, peut-être, la conformité permanente de l'expérience et du raisonnement au cas où celui-ci pourrait pleinement s'exercer.

* * *

Les théories, à l'aide desquelles nous tentons de coordonner les faits, empruntent leurs *images* tout d'abord à la mécanique, telle qu'elle est sortie de l'observation des phénomènes de gravitation de la matière (chute des corps et mouvement des astres) avec extension aux milieux matériels continus; puis à la thermodynamique et enfin à l'électricité.

Chacun de ces domaines offre, en effet, des formes spéciales et en apparence irréductibles d'activité, répondant à un degré croissant d'abstraction, qui servent de bases à nos spéculations sur la nature.

Renversant l'ordre des événements, il serait curieux de rechercher quelle serait la physionomie de notre *mécanisme universel* si nous avions été initiés aux phénomènes de mouvement, non point par la gravitation, mais par l'électricité.

Pour la présente étude, nous retiendrons seulement l'*image pendulaire* qui domine l'optique, et dont vous connaissez la merveilleuse souplesse, l'intelligibilité et la fécondité : elle a permis non seulement de suivre la formation et la propagation d'ondes élastiques dans les milieux matériels, mais encore par une extension admirable, fondée d'abord sur l'hypothèse de l'éther, *l'onde lumineuse*. Et les propriétés de cette onde, considérée en elle-même ou dans ses relations avec les milieux matériels, ont pu être déduites soit d'*analogies mécaniques* : d'où la *théorie élastique* de la lumière, soit d'*analogies électriques*, d'où la *théorie électromagnétique* de la lumière. Bien entendu les considérations d'ordre purement géométriques *laissant indéterminées la structure de l'onde*, telles sont les vues d'Huygens, s'ajustent à toutes les théories.

Les voies élastique et électromagnétique, si distinctes dans leurs fondements et par la nature des grandeurs physiques immédiates

qu'elles mettent en jeu, aboutissent cependant à des systèmes d'équations, étroitement parallèles, qu'il est profitable d'interpréter simultanément (¹).

En suivant attentivement, en effet, les transpositions si fréquentes des vues de *Fresnel*, de la première théorie à la seconde, on saisit sans peine l'impressionnante universalité des idées si profondément originales du véritable créateur de l'optique physique.

Ce qu'il y a de géométrique dans les phénomènes survit à toute variation des points de vue aussi, insisterai-je, dans ce premier article, sur un ensemble de propriétés de l'ellipsoïde que l'on peut faire intervenir dans toutes les théories de la lumière, et je prendrai comme élément primordial le *rayon vecteur de l'ellipsoïde*, car tout l'*édifice vectoriel* que nous aurons à représenter forme, à partir de ce rayon, un système à liaison complète commode. Ce choix conduit souvent, ainsi qu'on le verra dans la suite, à des démonstrations très simples et plus intuitives que les démonstrations classiques.

II. Ellipsoïdes de Fresnel E_1 et de Plücker E_2 . — *Cherchons à couper un ellipsoïde par un plan central de façon que l'ellipse ainsi déterminée admette comme axe un rayon vecteur donné de l'ellipsoïde, et à trouver l'orientation ainsi que la longueur des axes de l'ellipse obtenue.*

Soit (*fig. 1*) un ellipsoïde E_1 , d'équation :

$$e_1x^2 + e_2y^2 + e_3z^2 = 1,$$

O son centre, OT_1 un rayon vecteur quelconque. Construisons le plan P_1 tangent en T_1 à E_1 , et de O abaissons une perpendiculaire OM_1 sur ce plan, désignons par J le plan OM_1T_1 ainsi formé ; un second plan Q_1 , mené par OT_1 perpendiculairement à J , coupera E_1 suivant une ellipse ϵ_1 , admettant OT_1 comme axe. En effet, les plans Q_1 , perpendiculaire à J par construction, et P_1 , perpendiculaire à J puisque J est perpendiculaire à P_1 comme passant par OM_1 , se coupent suivant une droite τ perpendiculaire à J et par suite à OT_1 . Cette droite τ se trouve d'autre part tangente à ϵ_1 , comme située dans le plan Q_1 de l'ellipse ϵ_1 , et dans le plan tangent en T_1 à l'ellipsoïde. Puisque τ est une tangente à ϵ_1 en T_1 et que

(¹) Voir par ex. A. GUILLET, *Propriétés cinématiques fondamentales des vibrations*, p. 354, Gauthier-Villars (Paris).

cette tangente est perpendiculaire au rayon vecteur OT_1 de E_1 aboutissant en T_1 , OT_1 est bien un axe de l'ellipse ϵ_1 .

Voyons comment sont liées les directions de l'axe OT_1 de l'ellipse et de l'axe ON_1 du plan Q_1 .

Désignons la longueur du segment OT_1 par ρ_1 et ses cosinus directeurs par α', β', γ' ; soit d'autre part α, β, γ , les cosinus directeurs de ON_1 .

Sur la droite OT_1 marquons le point M_2 tel que :

$$OM_2 \cdot OT_1 = 1.$$

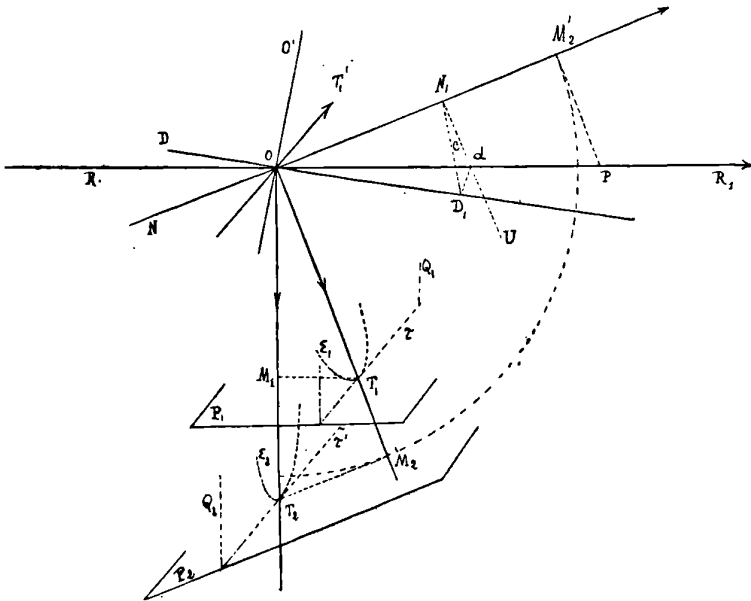


FIG. 1.

OM_2 aura pour mesure l'inverse de l'axe OT_1 . De même sur la droite OM_1 , marquons le point T_2 tel que :

$$OM_1 \cdot OT_2 = 1.$$

Puisque $\frac{OM_1}{OT_1} = \frac{OM_2}{OT_2}$ les triangles OM_1T_1 , OM_2T_2 sont semblables et l'angle en M_2 est droit.

Si x_1, y_1, z_1 sont les coordonnées de T_1 , il est facile de s'assurer que e_1x_1, e_2y_1, e_3z_1 sont les coordonnées x_2, y_2, z_2 de T_2 . En effet, comme l'équation du plan P_1 tangent en T_1 est :

$$e_1x_1X + e_2y_1Y + e_3z_1Z = 1,$$

l'axe OM_1 de ce plan a pour équations :

$$(1) \quad \frac{X}{e_1x_1} = \frac{Y}{e_2y_1} = \frac{Z}{e_3z_1}.$$

Si X, Y, Z sont les coordonnées de T_2 , ces rapports sont égaux à :

$$\frac{OT_2}{\sqrt{e_1^2x_1^2 + e_2^2y_1^2 + e_3^2z_1^2}},$$

et comme le coefficient de OT_2 mesure la distance OM_1 , son inverse mesure OT_2 , donc les coordonnées de M_1 sont bien e_1x_1, e_2y_1, e_3z_1 .

Les coordonnées de T_1 et de M_2 peuvent encore s'écrire :

$$(T_1) \quad x_1 = \alpha' \rho_1, \quad y_1 = \beta' \rho_1, \quad z_1 = \gamma' \rho_1,$$

$$(M_2) \quad x'_1 = \frac{\alpha'}{\rho_1}, \quad y'_1 = \frac{\beta'}{\rho_1}, \quad z'_1 = \frac{\gamma'}{\rho_1},$$

donc :

$$x_2 = e_1\alpha' \rho_1, \quad y_2 = e_2\beta' \rho_1, \quad z_2 = e_3\gamma' \rho_1,$$

et les projections de T_2M_2 sur les axes sont :

$$x'_1 - x_2 = \alpha' \left(\frac{1}{\rho_1} - e_1\rho_1 \right) = \alpha' \rho_1 \left(\frac{1}{\rho_1^2} - e_1 \right).$$

De même :

$$y'_1 - y_2 = \beta' \rho_1 \left(\frac{1}{\rho_1^2} - e_2 \right) \quad \text{et} \quad z'_1 - z_2 = \gamma' \rho_1 \left(\frac{1}{\rho_1^2} - e_3 \right),$$

mais la droite T_2M_2 , située dans le plan J , étant perpendiculaire à OT_1 , intersection des plans Q_1 et J , est parallèle à l'axe du plan de l'ellipse ϵ_1 , donc :

$$x'_1 - x_2 = T_2M_2 \cdot \alpha.$$

En conséquence :

$$\alpha \cdot T_2M_2 = \alpha' \rho_1 \left(\frac{1}{\rho_1^2} - e_1 \right),$$

d'où :

$$\alpha' = \frac{T_2 M_2}{\rho_1} \frac{\alpha}{\frac{1}{\rho_1^2} - e_1}.$$

De même :

$$\beta' = \frac{T_2 M_2}{\rho_1} \cdot \frac{\beta}{\frac{1}{\rho_1^2} - e_2}, \quad \gamma' = \frac{T_2 M_2}{\rho_1} \cdot \frac{\gamma}{\frac{1}{\rho_1^2} - e_3}.$$

Voilà pour les directions correspondantes ON_1 et OT_1 .

Comme OT_1 est perpendiculaire à ON_1 , on a :

$$\alpha\alpha' + \beta\beta' + \gamma\gamma' = 0,$$

soit :

$$\frac{T_2 M_2^2}{\rho_1^2} \left(\frac{\alpha^2}{\frac{1}{\rho_1^2} - e_1} + \frac{\beta^2}{\frac{1}{\rho_1^2} - e_2} + \frac{\gamma^2}{\frac{1}{\rho_1^2} - e_3} \right) = 0,$$

telle est l'équation aux longueurs des axes de l'ellipse ε_1 intersection de E_1 et du plan $\alpha x + \beta y + \gamma z = 0$.

On remarquera que cette méthode de calcul de la direction et de la longueur des axes d'une ellipse déterminée dans un ellipsoïde donné par un plan donné est plus simple et plus rapide que les méthodes classiques comportant la recherche d'un maximum ou d'un minimum, ou l'intervention d'une sphère et d'un cône.

Lorsque OT_1 prend toutes les positions possibles, l'extrémité T_2 de OT_2 décrit l'ellipsoïde E_2 dont on obtient l'équation, à savoir :

$$\frac{x^2}{e_1} + \frac{y^2}{e_2} + \frac{z^2}{e_3} = 1,$$

en portant dans l'équation de E_1 les coordonnées x_1, y_1, z_1 exprimées en fonction des coordonnées x_2, y_2, z_2 du point T_2 .

Le plan tangent P_2 à E_2 en T_2 ayant pour équation :

$$\frac{Xx_2}{e_1} + \frac{Yy_2}{e_2} + \frac{Zz_2}{e_3} = 1,$$

ou :

$$Xx_1 + Yy_1 + Zz_1 = 1,$$

est perpendiculaire à la droite $OT_1 M_2$, qui admet comme paramètres directeurs les coordonnées x_1, y_1, z_1 du point T_1 .

Au plan Q_1 correspond un plan Q_2 passant par OM_1 , perpendiculaire comme lui au plan J , déterminant dans E_2 une ellipse ε_2 dont OT_2 est un axe, puisque l'intersection τ' de P_2 et de Q_2 est perpendiculaire au plan J et par suite à OT_2 et que la droite τ' ne peut avoir qu'un point commun avec ε_2 puisqu'elle appartient au plan P_2 tangent à E_2 en T_2 .

Il importe d'examiner attentivement la *fig. 1* et de retenir pour la suite qu'au rayon vecteur OT_1 de E_1 se trouvent liés :

1° Le plan Q_1 de l'ellipse ε_1 tracée sur E_1 qui admet OT_1 comme axe ; le plan tangent P_1 à E_1 en T_1 ;

2° La perpendiculaire OT_2 abaissée de O sur le plan tangent P_1 , et le plan Q_2 de l'ellipse ε_2 tracée sur E_2 admettant OT_2 comme axe ; le plan P_2 tangent à E_2 en T_2 ;

3° La normale NON_1 au plan Q_1 , parallèle à la projection M_2T_2 de OT_2 sur P_2 ;

4° La normale ROR_1 au plan Q_2 , parallèle à la projection M_1T_1 de OT_1 sur P_1 ;

5° Le plan T_1OM_1 ou J perpendiculaire à Q_1 et à Q_2 :

6° L'intersection OT'_1 des plans Q_1 et Q_2 , parallèle aux tangentes τ et τ' en T_1 et T_2 à ε_1 et ε_2 , suivant laquelle se trouvent dirigés les seconds axes des ellipses ε_1 et ε_2 : ..., etc.

III. A une même normale ON_1 correspondent deux rayons ; à un même rayon OR_1 correspondent deux normales. — On peut convenir de choisir sur NON_1 et sur ROR_1 (*fig. 1*) les sens ON_1 et OR_1 , par exemple, répondant à la même région de l'espace par rapport au plan Q_1 , et sur l'intersection des plans Q_1 et Q_2 le demi-axe OT'_1 qui se trouve à la gauche d'un observateur empalé des pieds à la tête suivant ON_1 et regardant dans la direction OT_1 .

Nous dirons alors que OR_1 est le rayon conjugué de OT_1 dans le système (E_1, OT_1) .

On remarquera que OT_1, OT_2, ON_1, OR_1 sont dans le même plan J perpendiculaire à OT'_1 intersection des plans Q_1 et Q_2 , en sorte que OT_1 , par exemple, est la projection de OT_2 ou encore du rayon OR_1 sur le plan Q_1 .

Si l'on désire faire jouer à OT'_1 le rôle précédemment tenu par OT_1 , le rayon conjugué correspondant se trouvera dans le plan $N_1OT'_1$, et OT'_1 sera remplacé dans son rôle antérieur par le rayon vecteur opposé à OT_1 .

Ainsi à un même plan Q_1 , se trouvent liés deux rayons situés dans des plans rectangulaires se coupant suivant ON_1 et passant respectivement par OT_1 et par OT'_1 , axes de ϵ_1 .

Cherchons aussi quels sont les plans Q_1 qui répondent à un même rayon OR_1 . D'après ce qui précède, on voit que les normales ON_1 , ON'_1 à de tels plans sont respectivement situées dans les plans rectangulaires menés par OR_1 , et chacun des deux axes de l'ellipse ϵ_2 . De plus, elles forment dans ces plans un angle droit avec les perpendiculaires abaissées de O sur les plans tangents à E_2 en T_2 et T'_2 , autrement dit elles sont parallèles aux droites T_2M_2 , $T'_2M'_2$.

A un même rayon OR_1 , sont donc liés deux plans Q_1 , Q'_1 déterminés à l'aide de ϵ_2 comme les rayons liés à ON_1 , ont été déterminés à l'aide de ϵ_1 .

Il est très suggestif de construire des modèles représentant les générations des rayons liés à un même plan Q_1 (fig. 2), et des plans liés à un même rayon (fig. 3), ainsi que les vecteurs relatifs à ces rayons et à ces plans.

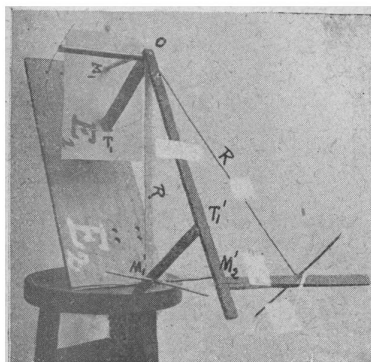


FIG. 2.

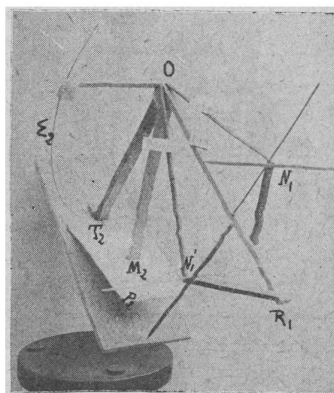


FIG. 3.

REMARQUE. — Posant $M_2T_2 = u$, puis $\frac{1}{\rho_1^2} = S$ et écrivant que les cosinus directeurs de OT_1 sont tels que :

$$\alpha'^2 + \beta'^2 + \gamma'^2 = 1,$$

on a :

$$\frac{u^2}{\rho_1^2} \left[\frac{\alpha^2}{(S - e_1)^2} + \frac{\beta^2}{(S - e_2)^2} + \frac{\gamma^2}{(S - e_3)^2} \right] = 1,$$

ou encore, en désignant par $\frac{1}{\psi_2}$ l'expression entre crochets :

$$\frac{Su^2}{\psi^2} = 1,$$

en conséquence :

$$u = \frac{\psi}{\sqrt{S}} \quad \text{et} \quad \text{tang } M_2OT_2 = \frac{u}{\sqrt{S}} = \frac{\psi}{S}.$$

L'équation aux longueurs des axes de ε_1 devient, avec ces notations :

$$\frac{\alpha^2}{e_1 - S} + \frac{\beta^2}{e_2 - S} + \frac{\gamma^2}{e_3 - S} = 0,$$

ou encore :

$$S = e_1\alpha'^2 + e_2\beta'^2 + e_3\gamma'^2.$$

IV. L'ellipsoïde admet deux familles de sections cycliques réelles et deux seulement. — L'ellipse ε_1 peut-elle devenir une circonférence? Il faudrait pour cela que le plan Q_1 (*fig. 1*) fût fixe quelle que soit la position de OT_1 dans ce plan, ce qui aura évidemment lieu si le plan T_1OM_1 tourne seulement autour de ON_1 lorsque OT_1 décrit le plan Q_1 .

Exprimons donc que le plan T_1OM_1 , à savoir :

$$mx + ny + pz = 0,$$

passé par OT_1 (α', β', γ'), par OM_1 de paramètres directeurs $e_1\alpha'$, $e_2\beta'$, $e_3\gamma'$ et par ON_1 (α, β, γ).

On obtient ainsi la condition :

$$\begin{vmatrix} \alpha & \beta & \gamma \\ \alpha' & \beta' & \gamma' \\ e_1\alpha' & e_2\beta' & e_3\gamma' \end{vmatrix} = 0.$$

Les paramètres α, β, γ ; α', β', γ' doivent donc satisfaire aux deux équations :

$$(1) \quad \alpha\alpha' + \beta\beta' + \gamma\gamma' = 0,$$

$$(2) \quad \frac{\alpha}{\alpha'}(e_3 - e_2) + \frac{\beta}{\beta'}(e_1 - e_3) + \frac{\gamma}{\gamma'}(e_2 - e_1) = 0.$$

Au point de vue géométrique, la droite OT_1 doit appartenir tout

à la fois au plan :

$$(1)' \quad \alpha x + \beta y + \gamma z = 0,$$

et au cône :

$$(2)' \quad \alpha (e_3 - e_2) yz + \beta (e_1 - e_3) zx + \gamma (e_2 - e_1) xy = 0.$$

Ces deux conditions sont compatibles quelle que soit la position de OT_1 dans le plan Q_1 si le cône (2)' se réduit à deux plans parmi lesquels figure le plan (1)'.

En identifiant l'équation (2) avec la suivante :

$$(\alpha x + \beta y + \gamma z)(ax + by + cz) = 0,$$

il vient :

$$(3) \quad \alpha a = 0, \quad b\beta = 0, \quad c\gamma = 0,$$

$$(4) \quad \alpha b + \beta a = \gamma (e_2 - e_1); \quad \beta c + \gamma b = \alpha (e_3 - e_2); \quad \gamma a + \alpha c = \beta (e_1 - e_3).$$

Si nous prenons :

$$\beta = 0, \quad \alpha = 0, \quad c = 0,$$

α , γ et β devront vérifier les équations :

$$\alpha b = \gamma (e_2 - e_1); \quad \gamma b = \alpha (e_3 - e_2),$$

d'où la condition :

$$\left(\frac{\alpha}{\gamma}\right)^2 = \frac{e_2 - e_1}{e_3 - e_2} \quad \text{soit} \quad \alpha^2 = \frac{e_2 - e_1}{e_3 - e_1}; \quad \gamma^2 = \frac{e_3 - e_2}{e_3 - e_1}.$$

Comme $\frac{\alpha}{\gamma}$ est la tangente de l'angle θ que forme l'axe du plan $\alpha x + \gamma z = 0$ avec OZ , on a :

$$\text{tang } \theta = \pm \sqrt{\frac{e_2 - e_1}{e_3 - e_2}},$$

valeur réelle, si e_2 est compris entre e_1 et e_3 .

Il y a donc deux plans passant par l'axe moyen OY et symétriques par rapport au plan, YOZ , qui coupent E , suivant des circonférences.

Il n'y a pas d'autre plan passant par O possédant cette propriété, car les autres solutions du système (3) (4) conduisent à une valeur imaginaire pour le radical.

Relation entre les sections cycliques d'un ellipsoïde et les axes d'une ellipse centrale ϵ . — Les sections cycliques γ_1 , de E_1 coupent l'ellipse ϵ_1 suivant deux rayons vecteurs égaux, et également inclinés sur les axes de l'ellipse. Ces intersections sont d'autre part perpendiculaires à ON_1 , puisqu'elles appartiennent au plan Q_1 , et respectivement perpendiculaires aux axes des sections cycliques comme respectivement situées dans ces sections, donc elles sont perpendiculaires aux projections des axes des sections cycliques sur le plan Q_1 . En conséquence, les axes de l'ellipse ϵ_1 sont les bissectrices des angles formés par les traces sur Q_1 des plans définis par ON_1 et chacun des axes des sections cycliques γ_1 . On peut dire aussi que les plans menés par ON_1 et par chacun des axes de ϵ_1 sont bissecteurs des dièdres formés par les plans menés par ON_1 et par chacun des axes des sections cycliques de E_1 . On formulera sans difficulté, comme exercice, le théorème correspondant relatif à (E_2, Q_2) .

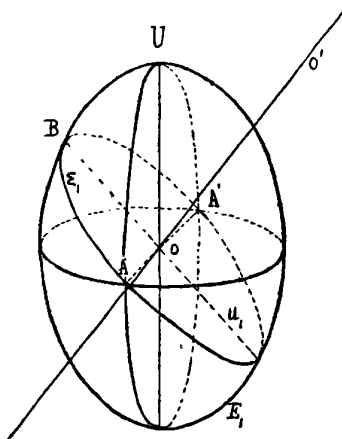


FIG. 4.

Dans le cas où l'ellipsoïde E_1 est de révolution, le plan Q_1 coupe le plan de l'équateur suivant une droite $A'O\hat{A}$ qui est un axe de l'ellipse ϵ_1 . En effet le plan tangent en A renfermant la tangente à l'équateur et la tangente à la méridienne qui passe par A , droites perpendiculaires à OA , est lui aussi perpendiculaire à OA et par suite OA est perpendiculaire à la tangente en A à l'ellipse ϵ_1 . Si l'on mène par O le plan perpendiculaire à OA , il renfermera toutes les perpendiculaires à la droite OA passant par le point O et en parti-

culier l'axe de révolution OU de l'ellipsoïde et le second axe OB de ϵ_1 , donc ce second axe est la projection de l'axe de révolution sur le plan Q_1 .

V. Propriétés des diamètres conjugués des plans Q_1 et Q_2 dans E_1 et E_2 . — Le rayon OR_1 (fig. 1) étant normal au plan Q_2 est normal à la droite OM_1 de ce plan, il est par suite parallèle au plan tangent P_1 en T_1 . Mais, d'autre part, le plan tangent P_1 est parallèle au diamètre conjugué OD_1 du plan Q_1 dans l'ellipsoïde E_1 , donc ce diamètre conjugué est lui aussi normal à OM_1 , en sorte que le rayon OR_1 apparaît comme la projection du diamètre conjugué du plan Q_1 dans E_1 sur le plan passant par ON_1 et l'axe OT_1 de ϵ_1 (1). Il en est de même pour OR_2 , OT' , remplaçant OT_1 . Cette propriété du rayon, dont aucun des auteurs, physiciens ou géomètres, que j'ai pu consulter, ne fait mention, simplifie singulièrement les solutions des problèmes de l'optique des milieux anisotropes.

Si E_1 est de révolution, les axes de l'ellipse ϵ_1 sont les intersections du plan Q_1 avec le plan de l'équateur d'une part et avec le plan projetant l'axe de révolution de E_1 sur Q_1 d'autre part; comme ce dernier plan est de symétrie pour E_1 , le diamètre conjugué de Q_1 est dans ce plan, qui renferme d'ailleurs ON_1 .

Par suite, lorsque E_1 est de révolution, les deux rayons répondant à un plan donné Q_1 sont la normale ON_1 à ce plan et le diamètre conjugué OD_1 de ce même plan dans E_1 .

Cônes d'Hamilton. — a) Comme exemple des clartés apportées par la considération du diamètre conjugué, cherchons le lieu du rayon OR_1 dans le cas où ϵ_1 est une circonférence. Alors le plan N_1OT_1 peut prendre toutes les positions autour de ON_1 , et en particulier la position définie par l'axe ON_1 et par le diamètre conjugué OD_1 de la section cyclique.

Un plan quelconque C perpendiculaire à ON_1 (c'est-à-dire parallèle à la section cyclique), mené par N_1 , coupe le plan N_1OD_1 suivant la droite N_1D_1 et tout autre plan passant par ON_1 suivant la droite N_1U ; pour construire le rayon lié au plan variable, il faut

(1) En projetant le diamètre conjugué OD_1 de Q_1 sur les plans passant par ON_1 , on obtient un cône d'équation :

$$(\gamma y - \beta z) \left(\frac{\gamma y}{e_3} - \frac{\beta z}{e_2} \right) + (\alpha z - \gamma x) \left(\frac{\alpha z}{e_1} - \frac{\gamma x}{e_3} \right) + (\beta x - \alpha y) \left(\frac{\beta x}{e_2} - \frac{\alpha y}{e_1} \right) = 0.$$

Le rayon OR_1 et le diamètre conjugué OD_1 sont deux génératrices de ce cône.

projeter sur ce plan le diamètre conjugué OD_1 , ou seulement le point D_1 . Soit d cette projection, l'angle D_1dN_1 , toujours contenu dans le plan fixe C, est droit. En conséquence, lorsque le plan variable tourne autour de ON_1 , le point d se déplace sur la circonférence de diamètre D_1N_1 , et le rayon OR_1 coïncide successivement avec toutes les génératrices du cône Γ_1 déterminé par le point O et la circonférence de diamètre D_1N_1 tracée dans le plan C.

b) En appliquant ces mêmes considérations à E_2 , on s'assurera qu'à un rayon OR_1 , normal à une section cyclique γ_2 de E_2 , correspond une infinité de plans Q_1 , dont les normales sont les génératrices d'un second cône Γ_2 obtenues en projetant le diamètre conjugué OD_2 de γ_2 dans E_2 sur les plans passant par OR_1 .

Il est à remarquer et à retenir que le plan de symétrie XOZ pour le système E_1E_2 , perpendiculaire à l'axe moyen OY, renferme, outre les axes de longueur $e_1^{-\frac{1}{2}}, e_3^{-\frac{1}{2}}; e_1^{+\frac{1}{2}}, e_3^{+\frac{1}{2}}$ des ellipsoïdes E_1, E_2 , les couples d'axes γ_1, γ_2 des sections cycliques et les couples de diamètres conjugués de ces sections.

En remplaçant α, β, γ par leurs valeurs relatives à une section cyclique de E_1 dans l'équation de la note (1), p. 195, on obtient l'équation du cône Γ_1 .

Les mêmes opérations répétées sur E_2 donne l'équation du cône Γ_2 .

Il est parfois utile de définir la position de la normale ON_1 au plan Q_1 par les angles qu'elle forme avec les axes des sections cycliques γ_1 de E_1 et aussi la position de OR_1 , normale au plan Q_2 , par les angles que cette droite forme avec les axes des sections cycliques γ_2 de E_2 .

On peut également rapporter ON_1 et OR_1 aux diamètres conjugués des sections cycliques γ_1 et γ_2 .

Comme exercice, on exprimera les longueurs des axes des ellipses $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ dans ces divers cas.

VII. Surface de Huygens-Fresnel, enveloppe des plans $\alpha x + \beta y + \gamma z = \sqrt{s}$.

Par une rotation de $\frac{\pi}{2}$ autour de OT'_4 (fig. 1) le triangle OM_2T_2 prend la position OM'_2P , le plan P_1 restant perpendiculaire à J dans toute ses positions.

On obtient une expression intéressante des coordonnées x, y, z du point P en projetant le chemin OM'_2P sur les axes $Oxyz$.

Pour αx , on a :

$$(OP)_x = (OM'_2)_x + (M'_2P)_x,$$

soit :

$$x = \alpha \cdot OM'_2 + \alpha' M'_2P = \alpha \sqrt{S} + \frac{u}{e_1} \frac{\alpha}{S - e_1} \cdot u = \alpha \sqrt{S} + \frac{\alpha}{S - e_1} \frac{\psi^2}{\sqrt{S}},$$

Ainsi :

$$(1) \quad x = \alpha \sqrt{S} - \frac{\alpha}{e_1 - S} \frac{\psi^2}{\sqrt{S}}; \quad y = \beta \sqrt{S} - \frac{\beta}{e_2 - S} \frac{\psi^2}{\sqrt{S}}; \quad z = \gamma \sqrt{S} - \frac{\gamma}{e_3 - S} \frac{\psi^2}{\sqrt{S}} \quad (1).$$

Démontrons que le point P engendre la surface enveloppe Σ_2 de la famille des plans.

$$(2) \quad \alpha x + \beta y + \gamma z = \sqrt{S},$$

d'axes α, β, γ menés à la distance $OM'_2 = \frac{1}{OT_1} = \sqrt{S}$ de l'origine, lorsque ON_1 prend toutes les positions possibles autour de O. Tout d'abord le point x, y, z (1) est, par sa définition même, dans le plan (2), on obtient d'ailleurs l'équation de ce plan en additionnant membre à membre les égalités (1), après les avoir multipliées respectivement par α, β, γ . Un point x, y, z de l'enveloppe cherchée devant appartenir à deux plans infiniment voisins quelconques de la famille (2), il faut que :

$$(3) \quad x d\alpha + y d\beta + z d\gamma = \frac{dS}{2\sqrt{S}},$$

les variations $d\alpha, d\beta, d\gamma$ et dS satisfaisant d'ailleurs à la condition obtenue en différenciant la relation :

$$\frac{\alpha^2}{e_1 - S} + \frac{\beta^2}{e_2 - S} + \frac{\gamma^2}{e_3 - S} = 0,$$

qui définit les valeurs de S liées à un axe donné ON_1 , soit :

$$(4) \quad 2 \left[\frac{\alpha dx}{e_1 - S} + \frac{\beta d\beta}{e_2 - S} + \frac{\gamma d\gamma}{e_3 - S} \right] + \frac{dS}{\sqrt{S}} = 0,$$

or, si l'on ajoute membre à membre les égalités (4) après les avoir multipliées respectivement par $dx, d\beta, d\gamma$, il vient :

$$x d\alpha + y d\beta + z d\gamma = - \left(\frac{\alpha dS}{e_1 - S} + \frac{\beta dS}{e_2 - S} + \frac{\gamma dS}{e_3 - S} \right) \frac{\psi^2}{\sqrt{S}},$$

(1) En opérant de la sorte, les combinaisons d'équations qui constituent le principal des difficultés présentées par la méthode d'Archibald Smith se trouvent supprimées.

puisque :

$$\alpha d\alpha + \beta d\beta + \gamma d\gamma = 0,$$

ou encore, en tenant compte de (4) :

$$x d\alpha + y d\beta + z d\gamma = \frac{dS}{2\sqrt{S}},$$

c'est-à-dire précisément la condition (3).

La recherche de la surface enveloppe Σ de la famille des plans (1) revient donc à la recherche du lieu du point P, et le rayon de Q_1 se présente comme droite joignant le centre de O de Σ_2 au point de contact d'un plan tangent à Σ_2 parallèle à Q_1 .

L'équation de ce lieu Σ_2 est fournie directement par les relations (1) ; mais on peut aussi remarquer que l'on obtient le point P en portant sur les normales aux plans Q_2 des longueurs égales aux axes $\rho_2 = OT_2$ de ε_2 . Si λ, μ, ν sont les cosinus directeurs de OP, l'équation aux longueurs ρ des axes de ε_2 est :

$$\frac{\lambda^2}{\frac{1}{e_1} - \frac{1}{\rho^2}} + \frac{\mu^2}{\frac{1}{e_2} - \frac{1}{\rho^2}} + \frac{\nu^2}{\frac{1}{e_3} + \frac{1}{\rho^2}} = 0,$$

d'où, en faisant intervenir les coordonnées $x = \lambda\rho, y = \mu\rho, z = \nu\rho$ de P :

$$\frac{e_1 x^2}{\rho^2 - e_1} + \frac{e_2 y^2}{\rho^2 - e_2} + \frac{e_3 z^2}{\rho^2 - e_3} = 0,$$

avec :

$$\rho^2 = x^2 + y^2 + z^2.$$

Le calcul de l'angle $N_1 OD_1$ est immédiat, on cherchera le cosinus ou la tangente de l'angle formé par la normale ON_1 (α, β, γ) et par le diamètre conjugué OD_1 :

$$\left(\frac{\alpha}{e_1} \sqrt{\frac{1}{e_1^2} + \frac{\beta^2}{e_2^2} + \frac{\gamma^2}{e_3^2}}, \quad \frac{\beta}{e_2} \frac{1}{\sqrt{\quad}}, \quad \frac{\gamma}{e_3} \frac{1}{\sqrt{\quad}} \right) \text{ de } Q_1.$$

La valeur de l'angle $M_2' OP$ offre un intérêt particulier dans le cas des sections cycliques, pour lesquelles :

$$S = e_2; \quad \frac{u}{OM_2'} = \frac{u}{\sqrt{S}} = \frac{\psi}{S}, \quad \frac{1}{\psi^2} = \frac{1}{(e_1 - e_2)(e_2 - e_3)},$$

alors :

$$\text{tang } M'_2OP = \frac{1}{e_2} \sqrt{(e_1 - e_2)(e_2 - e_3)}.$$

L'extension de ces résultats aux sections cycliques γ_2 est immédiate.

REMARQUE. — En faisant intervenir quelques notions de géométrie, on atteint plus rapidement au but et par une voie plus synthétique.

Puisque OT_2 (*fig. 1*) est un axe de l'ellipse ε_2 et que le segment OP , normal au plan Q_2 , de l'ellipse, est égal à OT_2 , le lieu Σ_2 du point P est la *surface apsidale* de E_2 . Une sphère S de centre O et de rayon OT_2 coupe en effet E_2 suivant une courbe C_2 , telle que tout plan tangent au cône OC_2 détermine dans E_2 une ellipse admettant comme axe la génératrice de contact OT_2 . Il résulte de la construction même du point P que le cône OC_3 , supplémentaire de OC_2 , est coupé par la sphère S suivant une courbe C_3 appartenant à la surface Σ_2 . Comme les plans tangents aux points correspondants T_2 et P de deux surfaces apsidales sont perpendiculaires l'un à l'autre et perpendiculaires au plan OT_2P , le plan tangent en P à la surface Σ_2 est parallèle à OT'_1 et à OT_1 , axes respectifs de ces plans et, par suite, au plan Q_1 . Le plan tangent en P à Σ_2 est donc la position que prend le plan Q_1 reporté parallèlement à lui-même à la distance $OM'_2 = \frac{1}{OT_1}$ de sa position centrale.

La surface Σ_2 est par suite l'enveloppe de cette famille de plans, et son équation est immédiate puisque l'on connaît l'équation aux longueurs des axes OT_2 de ε_2 .

La surface apsidale Σ_1 de E_1 jouit des mêmes propriétés par rapport à E_2 ; les surfaces Σ_1 et Σ_2 sont d'ailleurs comme E_1 et E_2 , polaires réciproques par rapport à la sphère S_1 de rayon un.

a) *Sections de la surface de Fresnel-Huygens par ses plans de symétrie.* — Tout plan Q_2 passant par l'un des axes, ox par exemple, coupe E_2 suivant une ellipse dont l'un des axes est dirigé suivant Ox et a pour longueur, $e_1 + \frac{1}{2}$; l'autre axe, dirigé suivant la trace de Q_2 sur le plan yOz , a pour longueur le rayon vecteur de l'ellipse (E_2 , yOz) dirigé suivant cette trace. Donc, d'après le précédent mode de génération de la surface enveloppe, le lieu des points P , relatifs au faisceau des plans Q_2 considérés, se compose dans le plan zOy d'une circonférence de centre O et de rayon $e_1 + \frac{1}{2}$ et d'une ellipse obtenue, en faisant tourner autour de O et d'un angle droit, dans le

plan zOy , l'ellipse (E_2, zOy) . Le même raisonnement s'applique à chacun des autres axes. Comme l'axe moyen est dirigé suivant Oy , la circonférence et l'ellipse répondant au plan xoz se coupent en des points tels que L . Et les droites OL sont les axes des sections cycliques de E_2 , puisque c'est seulement lorsque Q_2 coïncide avec le plan d'une section cyclique que les deux axes de l'ellipse (E_2, Q_2) deviennent égaux.

b) *Propriétés des plans tangents parallèles aux sections cycliques.* — Dans le cas d'une section cyclique γ_1 , le segment OM'_2 , (fig. 4) inverse de OT_1 , conserve une longueur constante et une position invariable, lorsque le point T_1 décrit la circonférence γ_1 ; le plan correspondant P'_2 , parallèle à γ_1 , reste donc fixe. Comme les points P appartiennent tout à la fois au plan P'_2 et au cône Γ_1 , ils sont sur la circonférence (P'_2, Γ_1) . En conséquence, les plans tangents P'_2 , parallèles aux sections cycliques de E_1 , touchent la surface enveloppe Σ_2 suivant une circonférence.

Toutes ces considérations s'appliquent évidemment à l'ellipsoïde E_1 à la surface enveloppe Σ_1 des plans P'_1 ; en particulier Σ_1 se déduit de E_1 comme Σ_2 l'a été de E_2 et les plans P'_1 , parallèles aux sections cycliques de E_1 et tangents à Σ_1 , touchent cette surface suivant une circonférence.

REMARQUES. — A une ellipse ϵ , déterminée sur E_1 par le plan :

$$(1) \quad \alpha x + \beta y + \gamma z = 0,$$

correspond sur E_2 d'après la loi de transformation :

$$x_2 = e_1 x_1; \quad y_2 = e_2 y_1; \quad z_2 = e_3 z_1,$$

une ellipse ϵ' contenue dans le plan :

$$(2) \quad \frac{\alpha}{e_1} x + \frac{\beta}{e_2} y + \frac{\gamma}{e_3} z = 0,$$

perpendiculaire au diamètre conjugué OD_1 de (1) dans E_1 ; le diamètre conjugué OD_2 de (2) dans E_2 est de même perpendiculaire à (1).

Le cylindre C circonscrit à E_1 suivant l'ellipse ϵ , a ses génératrices parallèles à OD_1 et par suite perpendiculaires à (2).

De même, le cylindre C' circonscrit à ϵ' dans E_2 , a ses génératrices parallèles à OD_2 et par suite perpendiculaires à (1).

Si l'on particularise un rayon vecteur OT_1 de E_1 et, par suite, un plan tangent P_1 à E_1 en T_1 , le faisceau des plans passant par OT_1 ,

déterminera dans E_1 un faisceau d'ellipses ε dont les diamètres conjugués seront tous contenus dans un plan mené par O parallèlement à P_1 . Les plans des ellipses ε' correspondantes passeront seulement par une même droite OT' axe du plan P_1 .

Il est à remarquer que les ellipses ε' (2) et ε'_2 qui passent par OT_2 sont distinctes, à moins que OT_1 n'appartienne à l'un des plans de symétrie de E_1 . Et si E_1 est de révolution, cette condition sera toujours satisfaite, car alors tout plan passant par OT_1 et par l'axe de révolution est un plan de symétrie pour E_1 .

VIII. Quelques autres surfaces. — Les plans tangents à l'ellipsoïde E_1 , parallèles à une droite donnée OO' (fig. 1), sont tangents à un cylindre circonscrit à E_1 dont les génératrices sont parallèles à OO' et les points de contact de ces plans avec E_1 sont à l'intersection de E_1 et du plan diamétral conjugué de OO' dans E_1 . Les normales à ces plans tangents menées par le centre O de E_1 sont dans le plan passant par O et perpendiculaire à OO' .

a) *Le faisceau des plans passant par OO' détermine dans E_1 un faisceau d'ellipses ε_1 dont les axes sont les génératrices d'un cône du troisième degré dont nous allons former l'équation.*

Si α, β, γ sont les cosinus directeurs de la normale à l'un des plans considérés, ce plan a pour équation $\alpha x + \beta y + \gamma z = 0$, et comme il doit passer par la droite OO' de paramètres a, b, c , on a $\alpha a + \beta b + \gamma c = 0$ ou encore, en exprimant α, β, γ en fonction des cosinus directeurs α', β', γ' de l'un des axes de l'ellipse ε_1 déterminée dans E_1 par ce plan :

$$\alpha x' (e_1 - S) + \beta \beta' (e_2 - S) + \gamma \gamma' (e_3 - S) = 0,$$

ou :

$$\alpha x' e_1 + \beta \beta' e_2 + \gamma \gamma' e_3 - S(\alpha x' + \beta \beta' + \gamma \gamma') = 0.$$

L'équation qui définit la valeur de S donne de même :

$$S = e_1 \alpha'^2 + e_2 \beta'^2 + e_3 \gamma'^2.$$

En conséquence, les cosinus directeurs α', β', γ' de l'un des axes vérifient la condition :

$$\alpha \alpha' e_1 + \beta \beta' e_2 + \gamma \gamma' e_3 - (e_1 \alpha'^2 + e_2 \beta'^2 + e_3 \gamma'^2) (\alpha x' + \beta \beta' + \gamma \gamma') = 0,$$

et ces axes appartiennent par suite au cône d'équation :

$$(ae_1 x + be_2 y + ce_3 z) (x^2 + y^2 + z^2) - (e_1 x^2 + e_2 y^2 + e_3 z^2) (ax + by + cz) = 0.$$

C'est un cône du troisième degré dont les génératrices, limitées à E_1 , ont même longueur que les rayons vecteurs de la section faite dans Σ_1 par un plan perpendiculaire à la droite OO' .

Pour $e_1 = e_2$, c'est-à-dire lorsque E_1 est de révolution autour de Oz , ce lieu se réduit au plan de l'équateur $x = 0$ et au cône du second degré :

$$(ax + by z - c(x^2 + y^2) = 0,$$

qui ne dépend que de la droite donnée. Les sections de ce cône par des plans parallèles à xOy , ou perpendiculaires à OO' , sont des circonférences dont les projections sur le plan de l'équateur passent par O ; les centres de ces circonférences appartiennent à la projection de OO' sur xOy . L'axe de révolution Oz et la droite OO' sont parmi les génératrices du cône.

Ces derniers résultats sont évidents géométriquement, puisque le lieu cherché est constitué par les projections de l'axe de révolution de E_1 sur les plans passant par la droite fixe OO' .

Bien d'autres surfaces sont liées à l'édifice que nous étudions. Mentionnons quelques-unes d'entre elles.

b) Tout d'abord, on peut déduire de E_1 les deux surfaces lieux des points obtenus en portant sur les normales ON_1 aux plans Q_1 soit des longueurs égales à $S_1^{\frac{1}{2}}$, ce qui conduit à l'équation :

$$\frac{x^2}{e_1 - \rho^2} + \frac{y^2}{e_2 - \rho^2} + \frac{z^2}{e_3 - \rho^2} = 0,$$

avec $\rho^2 = x^2 + y^2 + z^2$; soit des longueurs égales à $S_1^{-\frac{1}{2}}$, ce qui conduit à l'équation de Σ_1 :

$$\frac{x^2}{e_1\rho^2 - 1} + \frac{y^2}{e_2\rho^2 - 1} + \frac{z^2}{e_3\rho^2 - 1} = 0.$$

c) Les diamètres conjugués (1) $\frac{e_1x}{\alpha} = \frac{e_2y}{\beta} = \frac{e_3z}{\gamma}$ des sections Q_1 de E_1 rencontrent les plans :

$$\alpha x + \beta y + \gamma z = \sqrt{S},$$

en des points qui engendrent une surface dont il est facile d'expliquer l'équation. Des relations (1) on tire en effet :

$$\alpha = \frac{e_1x}{\psi}, \quad \beta = \frac{e_2y}{\psi}, \quad \gamma = \frac{e_3z}{\psi},$$

avec :

$$\psi^2 = e_1^2x^2 + e_2^2y^2 + e_3^2z^2,$$

en sorte que :

$$e_1x^2 + e_2y^2 + e_3z^2 = \psi \sqrt{S}.$$

Faisant état de la relation :

$$\frac{\alpha^2}{e_1 - S} + \frac{\beta^2}{e_2 - S} + \frac{\gamma^2}{e_3 - S} = 0.$$

il vient enfin, après simplification,

$$(e_1x^2 + e_2y^2 + e_3z^2)^3 - (e_1x^2 + e_2y^2 + e_3z^2)[e_1^2(e_2 + e_3)x^2 + e_2^2 e_3 + e_1 y^2 + e_3^2(e_1 + e_2)z^2 + e_1e_2e_3 (e_1^2x^2 + e_2^2y^2 + e_3^2z^2)] = 0.$$

d) Imaginons que deux mobiles partant de O au même instant soient astreints à parcourir le rayon OR (λ, μ, ν) avec des vitesses respectivement mesurées par les rayons vecteurs U_1, U_2 de Σ_2 qui ont même direction que OR. Où faudra-t-il marquer un point K sur OR pour que le temps qui s'écoule entre les passages des deux mobiles en K ait une valeur donnée τ ?

D'une part :

$$(1) \quad \tau = OK \quad \text{ou} \quad r \left(\frac{1}{U_1} - \frac{1}{U_2} \right).$$

Comme U_1^2 et U_2^2 sont les racines de l'équation :

$$(2) \quad \frac{\lambda^2 e_1}{\sigma - e_1} + \frac{\mu_2 e_2}{\sigma - e_2} + \frac{\nu^2 e_3}{\sigma - e_3} = 0,$$

le lieu du point K de coordonnées $x = \lambda r, y = \mu r, z = \nu r$ a pour équation (*surface de Bertin*) :

$$\left\{ \tau^2 l_1 l_2 l_3 - [e_1 x^2 (e_3 + e_2) + e_2 y^2 (e_1 + e_3) + e_3 z^2 (e_1 + e_2)]^2 \right. \\ \left. = 4 l_1 l_2 l_3 (x^2 + y^2 + z^2) (e_1 x^2 + e_2 y^2 + e_3 z^2) \right.$$

On peut répéter ces calculs sur E_2 , ou encore faire intervenir des combinaisons entre les éléments de E_1 et de E_2 par exemple les diamètres conjugués de Q_1 dans E_2 ou de Q_2 dans E_1 , etc.

Mais ces notions suffisent aux besoins géométriques essentiels des théories concernant la structure et la propagation de l'onde lumineuse.

LA VITESSE DE PROPAGATION DE LA LUMIÈRE RÉFLÉCHIE PAR UN MIROIR AU REPOS OU EN MOUVEMENT EST-ELLE LA MÊME ?

Lorsqu'un miroir plan se déplace parallèlement à lui-même avec la vitesse v' , l'image d'un objet ou d'une source fixe, donnée par ce miroir, se déplace avec la vitesse $v = 2v'$.

Alors, par suite de l'effet Doppler, la fréquence de la lumière réfléchie est :

$$n' = n \left(1 + \frac{v}{c} \right),$$

n étant la fréquence de la lumière incidente et c la vitesse de propagation supposée de la lumière réfléchie.

La longueur d'onde correspondante :

$$\lambda' = cT = \frac{c}{n'} = cT \left(1 - \frac{v}{c} \right) = \lambda \left(1 - \frac{v}{c} \right),$$

λ étant la longueur d'onde dans le vide.

Si, comme l'ont supposé Stewart, Thomson, et d'autres, la vitesse de la lumière réfléchie était $c + v$, la longueur d'onde de la lumière réfléchie serait :

$$\lambda' = (c + v) T' = (c + v) \frac{1}{n \left(1 + \frac{v}{c} \right)} = cT = \lambda,$$

c'est-à-dire la même que si le miroir était immobile.

Pour décider entre ces divers points de vue *Q. Majorana* éclaire un interféromètre Michelson avec la lumière verte de l'arc au mercure, $\lambda = 546\mu\mu$, réfléchi par le miroir et observe à la lunette les franges circulaires à l'infini que donne l'interféromètre. La différence de marche δ relative à un certain point du champ d'observation peut être estimée en fonction soit de λ soit de λ' , alors :

$$\frac{\delta}{\lambda'} = \frac{\delta}{\lambda} \left(1 + \frac{v}{c} \right) = \frac{\delta}{\lambda} + \frac{\delta v}{\lambda c};$$

si une certaine frange passe en M lorsque le miroir est au repos, elle y restera lorsque le miroir est en mouvement dans le cas où la vitesse passerait de la valeur c à la valeur $c + v$, mais dans le cas contraire la frange glissera de :

$$(1) \quad \frac{\delta v}{\lambda c}$$

Pour $\delta = 130$ millimètres *Q. Majorana* a observé un déplacement très nettement observable, compris entre 0,7 et 0,8 frange, quand la roue qui porte les miroirs passe de la vitesse de 60 tours par seconde à une vitesse égale de sens contraire et pour quatre réflexions successives. Le déplacement correspondant calculé par (1) fait prévoir un déplacement de 0,71 qui est en bon accord avec l'expérience. En conséquence après réflexion la vitesse de la lumière n'est pas modifiée.

ÉMISSION ÉLECTRIQUE DE LA VAPEUR DE BROME. — EFFET ZEEMAN;

Par G. RIBAUD.

Émission du brome dans un champ magnétique. — Les premiers auteurs qui ont étudié l'émission d'un tube de Geissler à vapeur de brome placé dans un champ magnétique ont signalé un changement de coloration très net de la colonne lumineuse lorsqu'on excite le champ. J'ai montré ⁽¹⁾ que l'apparition de raies nouvelles qui accompagne ce changement de coloration était due à une modification dans le régime de la décharge. L'effet est le même que celui obtenu par addition d'une capacité en dérivation sur le tube.

Complexité du spectre d'émission du brome. — Si l'on réalise l'émission dans un tube de Geissler à étranglement assez large en utilisant la décharge continue donnée par une batterie d'accumulateurs on obtient un spectre formé d'un grand nombre de raies. Les intensités relatives de ces raies dépendent du régime de décharge. Si l'on accroît l'intensité, certaines de ces raies sont renforcées, d'autres disparaissent. L'addition d'une capacité en dérivation sur le tube achève de faire disparaître un certain nombre de raies. Ce qui précède fera comprendre pourquoi les coefficients d'intensités donnés par différents auteurs présentent entre eux des divergences très grandes.

Goldstein ⁽²⁾ admet que l'on a affaire à des assemblages atomiques plus ou moins complexes; l'addition d'une capacité croissante ayant pour effet de dissocier progressivement ces assemblages. Pour une capacité suffisante on obtient un spectre final que Goldstein considère comme le spectre caractéristique de la vapeur de brome.

Étude de l'effet Zeeman. — Pour cette étude il est impossible d'utiliser un tube de Geissler placé perpendiculairement aux lignes de force du champ magnétique. Pour de grandes valeurs du champ, la résistance apparente du tube devient énorme. La décharge nécessiterait alors un potentiel très élevé et présenterait tous les carac-

(1) G. RIBAUD, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, t. CLIV, p. 4151; 1912.

(2) GOLDSTEIN, *Astroph. Journal*, XXVII, p. 25; 1908.

tères d'une décharge avec forte capacité. En particulier, les raies obtenues, très élargies, se prêteraient mal aux mesures. On est ainsi amené à utiliser ⁽¹⁾ un tube disposé dans l'axe de l'électro-aimant, parallèlement aux lignes de force (*fig. 1*).

Champ magnétique. — L'électro-aimant qui nous a servi était un électro-aimant P. Weiss, grand modèle, à enroulement ordinaire avec refroidissement. Pour obtenir un champ magnétique de grande valeur il y a intérêt à réduire le plus possible l'ouverture des pièces polaires. Cette ouverture était de 7 millimètres dans nos expériences. Une étude faite au fluxmètre montre en outre quelle est la distance des pièces polaires qui fournit le plus grand champ dans la partie centrale de l'entrefer. Cette distance était de 8 millimètres environ. La valeur du champ magnétique a été obtenue par la mesure de l'effet Zeeman sur la raie 4.680 du zinc, et en outre par comparaison avec un champ étalon connu. Les deux mesures, très concordantes, ont fourni pour valeur du champ 21.800 gauss. (Intensité du courant dans l'électro : 40 ampères.)

Tube à décharge. — Il y a intérêt à réduire le plus possible la résistance du tube au passage du courant; comme la partie gauche *Ee* de ce tube, doit avoir un diamètre inférieur à l'ouverture des pièces polaires, il est nécessaire de la faire aussi courte que possible (5 centimètres); l'autre partie *E'e* sera large (2 centimètres), sauf dans la partie qui doit s'engager dans les pièces polaires. Les électrodes de platine *EE'*, lentement attaquées par la vapeur de brome pendant le fonctionnement du tube doivent être prises assez grosses, si l'on veut que le tube puisse servir à un grand nombre de mesures. Le moyen de beaucoup le plus commode pour obtenir une pression de vapeur réglable dans le tube consiste à souder latéralement un petit ballon *B* contenant du brome liquide que l'on plonge dans un réfrigérant à température convenable.

Dispositif optique. — Par interposition d'une lame demi-ronde convenablement orientée on s'arrange pour avoir côte à côte sur la plaque photographique deux plages correspondant, l'une aux vibrations parallèles au champ magnétique, l'autre aux vibrations perpen-

(1) Voir en particulier A. DUFOUR, Thèse, Paris, 1906.

diculaires (partie supérieure de la *fig. 2*). Le spectre de l'arc au fer,

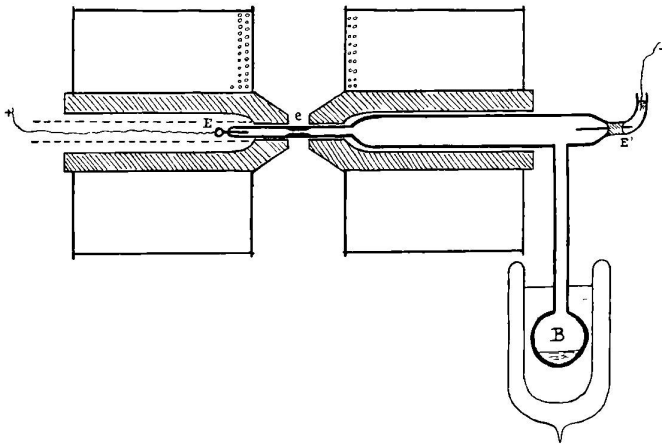


FIG. 1.

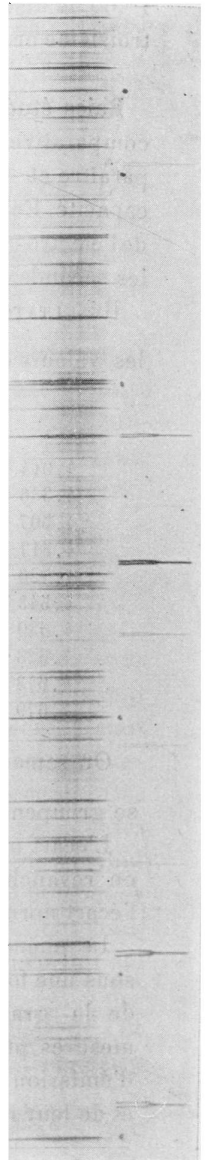


FIG. 2.

photographié sur la même plaque, permet la mesure des longueurs d'onde.

L'appareil spectral utilisé était un réseau concave de Rowland, de 1^m,60 de distance focale, fonctionnant en diffraction normale, dans le troisième ordre (pouvoir de résolution 130.000) (1).

Raies étudiées. — Il eût été intéressant de pouvoir faire l'étude comparative de l'effet Zeeman sur les raies qu'une capacité fait disparaître et en outre sur les raies qui subsistent par addition d'une capacité. En réalité, avec le dispositif employé, la masse métallique de l'électro-aimant joue le rôle d'une capacité assez notable et seules les secondes raies ont pu être étudiées.

RÉSULTATS. — Le tableau ci-dessous donne pour ces diverses raies

les valeurs de $10^4 \cdot \frac{\Delta\lambda}{H\lambda^2}$.

λ	$10^4 \cdot \frac{\Delta\lambda}{H\lambda^2}$	λ	$10^4 \cdot \frac{\Delta\lambda}{H\lambda^2}$	λ	$10^4 \cdot \frac{\Delta\lambda}{H\lambda^2}$
4.014	1,57	4.693,5	1,05	4.930	1,09
4.366	1,17	4.705	1,36	4.930,3 (2)	1,24
4.507	0,84	4.720	1,11		0,40
4.517	1,05	4.743	1,20	5.182	1,23
4.520	0,60	4.766	1,85	5.184	1,20
4.543	1,03	4.767	1,17	5.238 (2)	1,70
4.580	1,15	4.776	1,25		0,42
4.623	1,23	4.785 (2)	1,87	5.304	1,30
4.673	0,62			0,10	5.332
4.679	1,10	4.816	1,87		

On remarquera que, pour la plupart des raies, les valeurs de $\frac{\Delta\lambda}{H\lambda^2}$ se groupent entre $1,05 \times 10^{-4}$ et $1,23 \times 10^{-4}$.

L'écart normal $0,95 \times 10^{-4}$ ne s'observe pour aucune des raies; en revanche trois d'entre elles ont un écart voisin du double de l'écart normal.

Le phénomène de Zeeman ne se présente pas, comme on le voit, sous une forme simple; cela ne surprendra pas si l'on tient compte de la grande complexité de l'atome de brome. Néanmoins les mesures précédentes pourront faciliter la classification des raies d'émission du brome quand l'étude théorique des séries spectrales et de leur relation avec l'effet Zeeman aura fait de nouveaux progrès.

(1) Caractéristiques : 570 traits au millimètre, largeur 8^{cm},6.

(2) Cette raie, sous l'influence du champ, donne un quadruplet symétrique: la première valeur de $\frac{\Delta\lambda}{H\lambda^2}$ correspond à la composante perpendiculaire au champ.

CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DES CONTACTS SOLIDES ⁽¹⁾. — SULFURE DE PLOMB ET SULFURE D'ARGENT;

Par M. RENÉ AUDUBERT.

Je me suis proposé d'étudier les phénomènes de rectification pour des mélanges de corps qui présentent à l'état pur des caractères bien différents : le sulfure d'argent, et le sulfure de plomb. Ce dernier corps se rapproche des métaux, sa résistance est grande et augmente avec la température ⁽²⁾.

Le sulfure d'argent a une résistance beaucoup plus grande encore et un coefficient négatif. Sa résistance décroît lorsque la température croît. L'étude de pareils mélanges devait présenter un intérêt pratique, car les détecteurs les plus employés actuellement en télégraphie sans fil et les plus sensibles sont des galènes plus ou moins argentifères.

Friedrich ⁽³⁾ a étudié les températures de fusion de tels mélanges et n'a trouvé qu'un seul eutectique pour une concentration de 76 0/0 de sulfure d'argent environ.

J'ai employé comme matières premières du sulfure de plomb et du sulfure d'argent purs précipités; ces deux corps ont été fondus soit purs, soit mélangés en proportions déterminées; le précipité était toujours additionné d'un peu de soufre pour produire une atmosphère sulfurante et éviter tant l'oxydation que la dissociation. Dès que la fusion était complète, ce qui ne prenait que quelques minutes dans le four Perrot, le liquide était versé dans un moule en fer froid pour obtenir une solidification rapide et une masse aussi homogène que possible. Après avoir exécuté des mesures avec les échantillons obtenus, ceux pour lesquels les résultats ont été le plus nets ont été analysés.

Le tracé des courbes $i = f(e)$ comporte la connaissance de i et de e ; j'ai effectué les mesures d'intensité et de force électromotrice au moyen du dispositif suivant.

Le détecteur est traversé par un courant dérivé provenant d'une

(1) Voir *Journal de Physique*, Mai-Juin 1917.

(2) GUINCHANT, *C. R.*, t. CXXXIV, p. 1224; 1902.

(3) FRIEDRICH, *Métallurgie Bande*, 4 Heft, 14; 1907.

batterie d'accumulateurs ; un potentiomètre permet de régler la tension qui lui est appliquée ; une résistance auxiliaire est placée dans le circuit des accumulateurs pour servir lorsque la résistance de contact est faible. Sur le circuit dérivé est intercalé un galvanomètre shunté et un inverseur qui permet de changer le sens du courant qui traverse le détecteur.

La mesure des intensités a été faite au moyen d'un micro-ampère-mètre Chauvin et Arnoux G, d'une résistance de $92^{\omega},6$ et dont la graduation allait de 0 à $100 \cdot 10^{-6}$ ampères. J'ai employé deux shunts : l'un de 10ω l'autre de 1ω qui m'ont permis de mesurer des courants allant de 10×10^{-6} ampères à 9.000×10^{-6} ampères.

La mesure des différences de potentiel a été faite par la méthode électrométrique ; toute autre méthode comportant un voltmètre aurait nécessité des corrections qui ne pouvaient être négligées.

Une planchette paraffinée munie de godets à mercure permettait, soit d'avoir la déviation θ' de l'électromètre produite par un élément Weston de force électromotrice e ⁽¹⁾, soit la déviation θ due à la différence de potentiel x appliquée au contact. De ces lectures on tirait x par la relation :

$$\frac{x}{e} = \frac{\theta}{\theta'}$$

La déviation θ' était de $32^{\text{mm}},5$, ce qui donnait $0^{\text{mm}},32$ pour une différence de potentiel de $\frac{1}{100}$, d'où une précision atteignant le $\frac{5}{1000}$ de volt.

Afin d'étudier l'influence de la force pressante sur l'allure de la caractéristique, j'ai employé un dispositif qui permettait d'exercer sur la pointe métallique du détecteur des forces pressantes variables.

Au fléau d'une balance est fixée à angle droit avec le fléau une tige verticale à l'extrémité de laquelle se trouve la pointe métallique du détecteur ; la pression exercée par la pointe est proportionnelle au poids déposé dans le plateau placé du même côté que la tige.

Le sulfure de plomb pur étudié dans ces conditions a donné une caractéristique sensiblement symétrique dans le premier et le troi-

(1) La force électromotrice d'un élément Weston est donnée par :

$$e = 1.0183 [1 - 0,0000406 (t - 26) + 0,00000095 (t - 20)^2].$$

sième quadrant. D'après ce qui a été dit antérieurement, le cristal employé sans force électromotrice auxiliaire ne peut constituer qu'un très mauvais détecteur. Le sulfure d'argent dans les mêmes conditions a fourni au contraire une caractéristique dont la dissymétrie est notable et de même allure que celle obtenue avec un cristal bon détecteur. Cependant, utilisé comme détecteur, le sulfure d'argent a donné de très mauvais résultats; il faut attribuer cette apparente anomalie à des phénomènes de *cohération* qui se produisent dans le sulfure d'argent pur avec une grande intensité.

J'ai étudié ensuite les caractéristiques de mélanges de sulfure d'argent et de sulfure de plomb dont la concentration était variable; le résultat de ces recherches est contenu dans les caractéristiques du tableau (*fig. 1*). On peut les résumer ainsi :

1° En partant de mélanges dont la teneur en sulfure d'argent est très faible, l'inclinaison de la tangente à l'origine sur l'axe des abscisses diminue jusqu'à la caractéristique n° 7 qui est celle obtenue pour la concentration de 76,07, c'est-à-dire très voisine de la concentration eutectique (*fig. 2*), puis croît pour des concentrations supérieures, ainsi que l'indique l'allure des courbes n°s 7, 8, 9, 10;

2° Le rayon de courbure au voisinage du sommet croît jusqu'à un maximum pour une concentration qui est voisine du point eutectique;

3° Le sommet, point où le rayon de courbure est minimum, se rapproche d'abord de l'axe des abscisses puis s'en éloigne;

4° Le sommet s'éloigne de l'origine jusqu'à la caractéristique du point eutectique. On observe, en outre, une marche très nette des phénomènes parasites de cohération mentionnés plus haut et dont le détail sera donné plus loin.

Il faut cependant signaler une anomalie : la caractéristique obtenue avec du sulfure de plomb pur, devrait logiquement se trouver au-dessus de la caractéristique n° 1 (*fig. 1*), obtenue avec un mélange de 20, 19 0/0 d'argent, ce qui n'a pas lieu.

*
**

Voyons maintenant comment du tracé des courbes $i = f(e)$ on peut tirer le coefficient de sensibilité du cohéreur :

$$\sigma = 2\beta.$$

On a :

$$(1) \quad i = \alpha e + \beta e^2 + \gamma e^3 + \dots$$

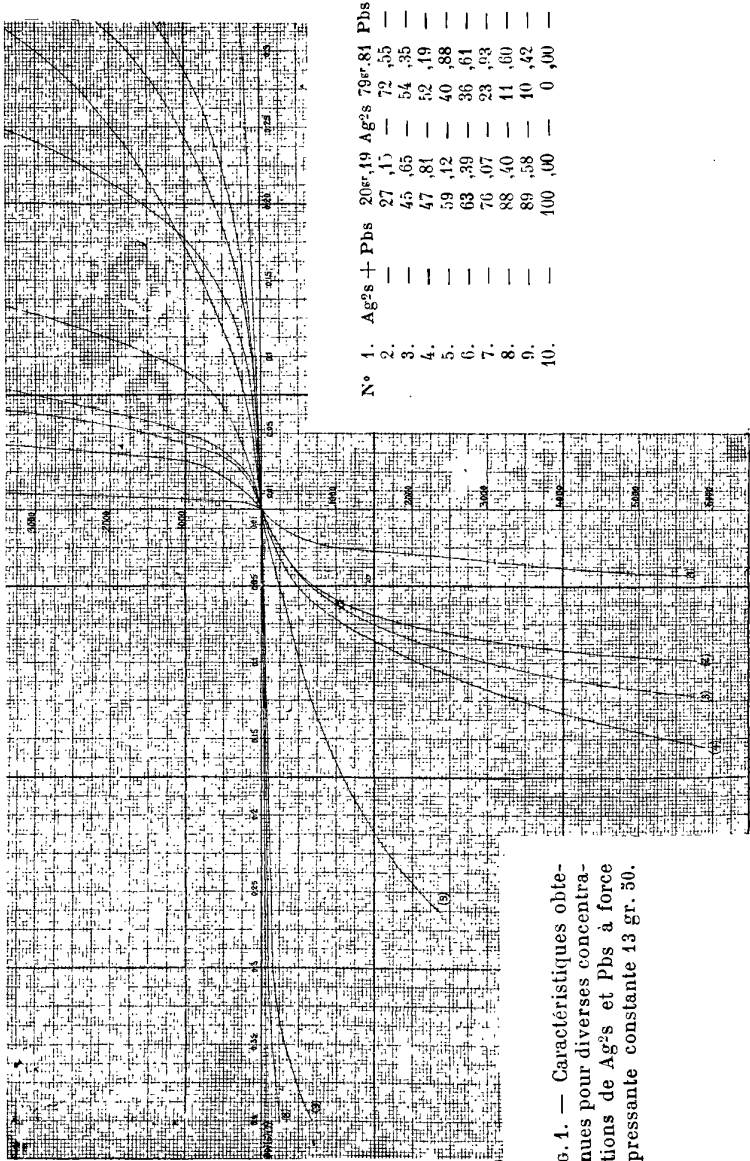


FIG. 1. — Caractéristiques obtenues pour diverses concentrations de Ag₂S et Pbs à force pressante constante 13 gr. 50.

A la force électromotrice — e , correspond donc le courant :

$$(2) \quad i' = -\alpha e + \beta e^2 - \gamma e^3 + \dots$$

d'où par addition de (1) et (2) :

$$i + i' = 2\beta e^2 + 2\delta e^4.$$

Divisant les deux membres de cette égalité par e^2 il vient :

$$\frac{i + i'}{e^2} = 2\beta + 2\delta e^2.$$

Si donc l'on construit la courbe :

$$(3) \quad z = \frac{i + i'}{e^2} = 2\beta + 2\delta e^2,$$

pour :

$$e = 0, \quad \text{on aura,} \quad z = 2\beta = \sigma.$$

La sensibilité du détecteur est donc représentée par l'ordonnée à l'origine de la courbe (3).

A titre d'exemple, et pour mettre en évidence leur ordre de grandeur, je me bornerai à reproduire ici l'un des tableaux de mesures qui m'ont servi pour la construction des courbes caractéristiques.

FORGE PRESSANTE : 13^{sr},50.

	e	i_1	i_2	$\frac{i_1 - i_2}{e^2}$	
Ag ² S + PbS	0,013	100			
	0,02	160	150	$2,5 \times 10^4$	
	0,03	300	220	$8,9 \times 10^4$	
	0,05	1000	500	$20,0 \times 10^4$	
	47 ^{sr} ,81 0/0 Ag ² S Courbe n° 4	0,06	1750		
		0,07	2600	950	$33,7 \times 10^4$
		0,08	3500		
0,10		5500	2100	$34,0 \times 10^4$	
0,15		5500			
Ag ² S + PbS	0,02	100			
	0,05	300	250	$2,0 \times 10^4$	
	0,07	550			
	0,10	1350	520	$7,3 \times 10^4$	
	59 ^{sr} ,12 0/0 Ag ² S Courbe n° 5	0,11	1900		
		0,12	2500		
		0,15	5000	850	$18,0 \times 10^4$
0,20			1350		
0,27		2500			

FORCE PRESSANTE : 13^{sr},50

	e	i_1	i_2	$\frac{i_1 - i_2}{e^2}$
Ag ² S + PbS	0,10	200	30	$1,7 \times 10^4$
	0,15	600		
	0,17	850		
63 ^{sr} ,39 0/0 Ag ² S	0,20	1550	50	$3,5 \times 10^4$
	0,22	2200		
Courbe n° 6	0,25	3500		
	0,27	5300		
	0,40		100	
Ag ² S + PbS	0,005	400	250	$6,0 \times 10^6$
	0,008	1050		
	0,01	2600	200 ?	
20 ^{sr} ,19 0 0 Ag ² S	0,012	5000		$24,0 \times 10^6$
	0,015	6300	350	
Courbe n° 1	0,02		560	$26,5 \times 10^6$
	0,03		1750	
	0,04		3500	
	0,043		5000	
Ag ² S + PbS	0,01	200	85	1×10^6
	0,02	425	200	
	0,025	575		
27 ^{sr} ,15 0/0 Ag ² S	0,03	800	300	$0,55 \times 10^6$
	0,0325	1400		
Courbe n° 2	0,04	2800		$1,9 \times 10^6$
	0,05	5500		
	0,055		800	
	0,06		1050	
	0,085		2500	
	0,09		3800	
	0,098		6000	
Ag ² S + PbS	0,017	100		$3,5 \times 10^4$
	0,01		100	
	0,02	200	185	
45 ^{sr} ,65 0/0 Ag ² S	0,03	320		$18,4 \times 10^4$
	0,04	750	450	
Courbe n° 3	0,05	1500	625	$35,0 \times 10^4$
	0,06	2700		
	0,07		1200	
	0,072	6000		
	0,10		3000	
	0,302		5500	

Si on se reporte aux tableaux, on peut approximativement obtenir par voie graphique la sensibilité de chaque détecteur.

Les résultats obtenus sont les suivants :

Pour l'échantillon qui contient 20^{er},19 0/0 d'Ag²S, il faut supposer que la sensibilité est supérieure à $1,6 \times 10^6$.

En effet, pour toutes les autres variations de $\frac{i_1 - i_2}{e^2}$ en fonction de e j'ai obtenu des courbes, dont l'allure était la même, le rapport $\frac{i_1 - i_2}{e^2}$ passe par un minimum pour une valeur de e voisine du sommet de la courbe.

TABLEAU N° 1.

Courbe 2 pour l'échantillon qui contient		27 ^{er} ,45 0/0 Ag ² S	$\sigma = 1,6 \times 10^6$
— 3	—	45 ,65 0/0	$\sigma = 1,25 \times 10^4$
— 4	—	47 ,81 0/0	$\sigma = 0,9 \times 10^4$
— 5	—	59 ,12 0/0	$\sigma = 0,6 \times 10^4$
— 6	—	63 ,39 0/0	$\sigma = 0,5 \times 10^4$
— 7	—	76 ,07 0/0	$\sigma = \text{très petit}$
— 8	—	88 ,40 0/0	$\sigma = 1,6 \times 10^4$
— 9	—	100 ,00 0/0	$\sigma = 5,7 \times 10^4$

On voit par ce tableau que la sensibilité passe par un minimum pour une concentration voisine de celle du point eutectique.

Etant donné l'allure de la caractéristique pour des concentrations voisines de celles du point eutectique, et la grande dissymétrie que présentent de tels échantillons, il faut admettre qu'employés avec une force électromotrice auxiliaire ils constitueront d'excellents détecteurs. On a vu plus haut que la sensibilité d'un détecteur augmentait à mesure que le sommet de la caractéristique se rapprochait de l'origine, la valeur de la force électromotrice auxiliaire devra donc se rapprocher de la valeur de l'abscisse correspondant au sommet de la caractéristique, puisque l'introduction d'une force électromotrice auxiliaire est équivalente à un transport des axes au point de la caractéristique qui a pour abscisse une différence de potentiel correspondant à la force électromotrice auxiliaire.

Comme on peut s'en rendre compte, la sensibilité croît avec la force pressante. Il est probable qu'elle doit passer par un maximum, puisque la caractéristique tend à devenir une droite pour des valeurs élevées de la force pressante.

Echantillon	Force pressante π	sensibilité
60 0/0 Ag ² s	41 ^{sr} ,75	= 1,1 $\times 10^4$
60 0/0	26 ,75	= 13,75
70 0/0	41 ,75	= 0,75
70 0/0	26 ,75	= 2,55
100 0/0	44 ,25	= 4,7
100 0/0	36 ,75	= 20

Si on se reporte aux caractéristiques étudiées par M. Tissot (1) pour les contacts suivants : carborundum, laiton ; pointe de cuivre sur plan de molybdénite, zincite, chalcopryrite, on remarque que la sensibilité de ces détecteurs est de beaucoup inférieure à celle des détecteurs à sulfure que j'ai étudiés. Or ces derniers constituent des détecteurs d'une sensibilité peu supérieure au son à celle des contacts étudiés par le capitaine Tissot et cités plus haut ; ce résultat n'a rien de surprenant, en effet, la sensibilité des détecteurs à sulfure d'argent et de plomb est diminuée par l'existence de phénomènes parasites, en particulier la cohération, dont la durée, surtout pour le sulfure d'argent, est grande. D'ailleurs la définition adoptée pour la sensibilité n'est exacte que si l'on considère uniquement le phénomène de redressement du courant alternatif en courant continu, car elle ne tient pas compte des autres effets parasites, en particulier de la cohération.

Influence de la force pressante. — Toutes les modifications produites sur le contact se traduisent par une transformation de la caractéristique. Les résultats de mes expériences et les effets de la force pressante, en accord avec ceux déjà obtenus par Tissot (2), sont résumés dans les courbes (fig. 2 et 3).

Toute augmentation de la force pressante se traduit sur la caractéristique :

1° Par une augmentation de l'inclinaison de la tangente à l'origine sur l'axe des abscisses ;

2° Par une augmentation du rayon de courbure au sommet ;

3° Par une diminution de la dissymétrie ;

4° Par un rapprochement du sommet de l'origine.

Pour des valeurs suffisamment grandes de la force pressante, la caractéristique tend à devenir une droite.

Si nous convenons d'appeler résistance au contact le rapport $\frac{e}{i}$,

1) *J. de Phys.* 4^e série, t. V, p. 887.

(2) Tissot, *J. de Phys.*, 4^e série, t. V ; novembre 1910.

l'augmentation de pression se traduit par une diminution de la résistance, ce résultat a déjà été trouvé par M. Blanc ⁽¹⁾, dans les études qu'il a faites sur les contacts imparfaits.

L'augmentation de la force pressante se traduit par une diminution de la résistance; toute diminution de la force pressante se traduit au contraire par une augmentation de résistance. Si on diminue la force pressante, après l'avoir fait croître, la résistance ne repasse pas par les mêmes valeurs. Les valeurs nouvelles sont inférieures à celles que l'on avait obtenues pour des forces pressantes croissantes.

Avec un même échantillon de $\text{Ag}^2\text{S PbS}$ j'ai obtenu les caractéristiques 1, 2, 3 (*fig. 3*).

J'ai d'abord soumis le contact à une force pressante π de $13^{\text{sr}},50$, j'ai obtenu la courbe 1; puis, pour une force pressante de $46^{\text{sr}},73$, j'ai obtenu la courbe 2; enfin, pour une force pressante de $13^{\text{sr}},05$, j'ai obtenu la courbe 3.

La courbe 3, comme on peut s'en rendre compte, ne coïncide pas avec la courbe 1 pour les mêmes valeurs de π , les points de la courbe 3 ont des abscisses inférieures aux points de la courbe 1 pour des ordonnées égales.

Il y a donc, ainsi que M. Blanc l'avait déjà dit, une partie du phénomène qui est irréversible.

Ces résultats semblent donc bien confirmer la théorie de Schaw ⁽²⁾ qui suppose que la force pressante augmente notablement l'adhérence.

On a donc tout lieu de croire que la modification apportée réside dans les couches de passage et de « supposer qu'elle consiste en une « soudure de ces couches par diffusion, de telle sorte que, dans « leur épaisseur, les propriétés du métal tendent à devenir les « mêmes que dans les couches profondes ».

M. Blanc, qui a mesuré directement la valeur du rapport $\frac{e}{i}$ et sa variation en fonction de la force pressante, a trouvé que la résistance était inversement proportionnelle à la force pressante exercée. L'étude graphique des courbes (*fig. 2*) m'a permis de conclure que ce résultat était confirmé pour des points voisins du sommet de la caractéristique.

(1) BLANC, *J. de Phys.*, 4^e série, t. IV, p. 743.

(2) SCHAW, *Philosophical Magazine*, t. I, p. 265; 1901.

Influence du passage du courant. — Quand on soumet un détecteur à contact solide au passage d'un courant d'un certain sens, on constate que l'intensité croît d'abord rapidement puis plus lentement pour tendre enfin vers une certaine limite à laquelle elle semble se fixer définitivement.

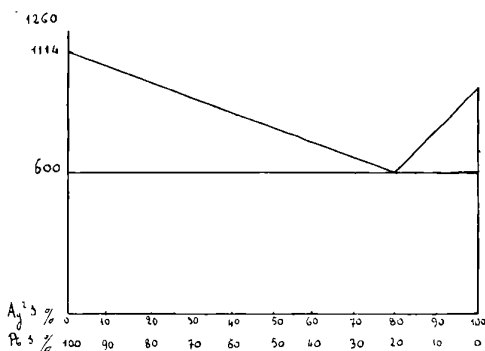


FIG. 2.

Si l'on inverse le sens du courant on observe le même phénomène. Mais la limite vers laquelle tend l'intensité prend une valeur différente de celle obtenue dans le premier cas, plus grande ou plus petite suivant que la pointe métallique est reliée au pôle négatif ou au pôle positif.

Si on soumet le contact à des différences de potentiel croissantes, l'intensité tend toujours vers des *limites* qui croissent avec les différences de potentiel. En repassant par valeurs décroissantes par ces mêmes différences de potentiels on obtient les mêmes valeurs correspondantes de l'intensité. Le phénomène est donc réversible.

Appelons *cohération* la diminution du rapport $\frac{e}{i}$. Le passage du courant à travers le contact produit donc une cohération.

Dans bien des cas cependant j'ai observé que si l'on établit à travers le contact un courant d'intensité donnée, la cohération se produisait d'abord normalement, puis brusquement le rapport $\frac{e}{i}$ atteignait une valeur extrêmement petite; dans d'autres cas où la cohération était normale, une augmentation extrêmement petite de la différence de potentiel produisait cette brusque cohération.

Ce fait semble s'expliquer de la façon suivante :

Une couche de résistance imparfaite est soumise à une tension

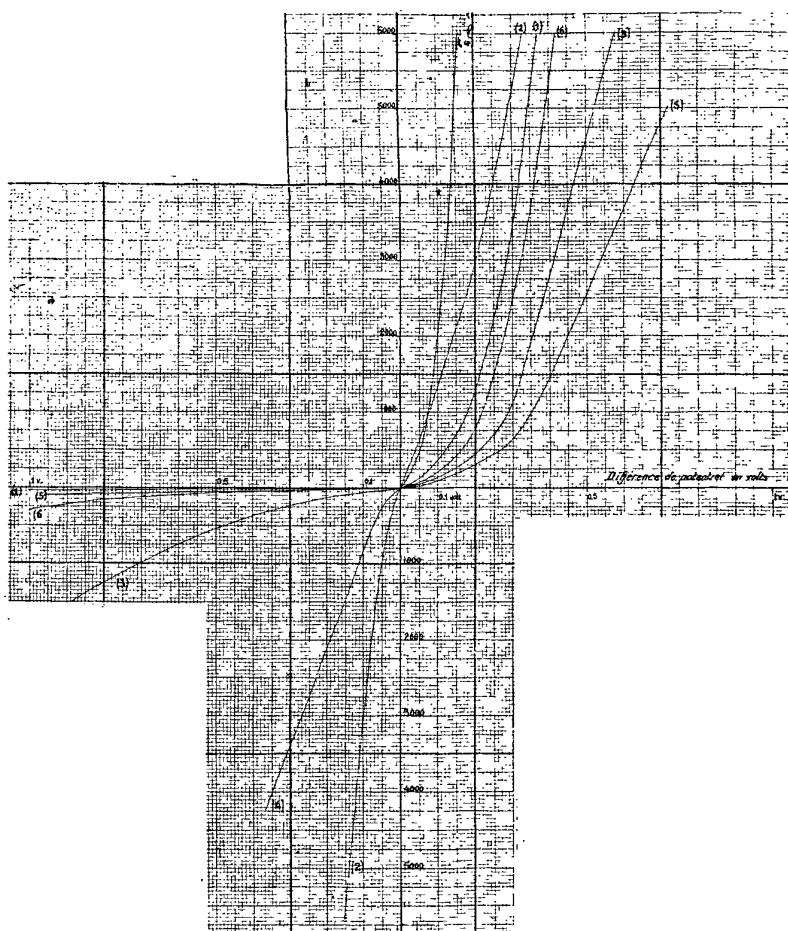


FIG. 3. — Variation de la caractéristique avec la force pressante.

(1)	Ag ² S par pression	$\pi = 17,25$	} 6000 Ag ² S } bon détecteur.
(2)	— — — — —	$\pi = 39,25$	
(3)	Ag ² S + PbS (parfait ...	$\pi = 11,75$	
(4)	— — — — —	$\pi = 26,75$	
(5)	— — — — — 7000 Ag ² S.	$\pi = 11,75$	
(6)	— — — — —	$\pi = 26,75$	

donnée, si cette tension augmente elle est dans bien des cas suffisante pour rendre conductrice la couche de diélectrique et le courant

n'éprouve plus aucune difficulté à passer. Cette tension qu'on peut appeler *Tension limite de cohération* varie avec la concentration des échantillons.

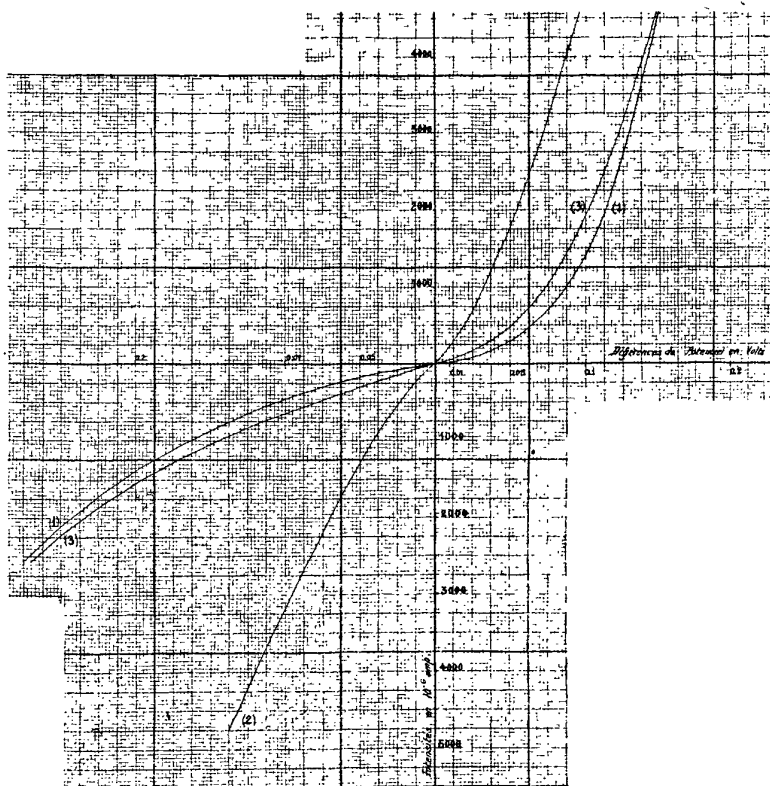


Fig. 4. — Influence de la force pressante sur la déformation de la caractéristique.

Mesures effectives avec un échantillon..	PbS + Ag ₂ S	59 ^r ,12	Ag ₂ S	40,88	PbS
Caractéristiques N° 1. Force pressante..		$\pi = 13^r,50$			
— N° 2. — ..		$\pi = 46,75$			
— N° 3. — ..		$\pi = 13,50$			

N.-B. — Il semble que le phénomène irréversible de l'influence de la force pressante sur la valeur du rapport $\frac{\sigma}{\epsilon}$ semble disparaître pour des courants intenses. A partir du point M la courbe n° 3 se confond avec la courbe n° 1.

Pour une concentration de faible teneur en sulfure d'argent, elle est plus faible que pour le sulfure d'argent pur; si on étudie sa valeur pour des mélanges de sulfure de plomb et de sulfure d'argent à concentrations variables, on constate que la tension limite de cohé-

ration passe par un maximum pour des concentrations voisines de la concentration correspondant au point eutectique.

Il faut en outre signaler une cohérence très faible et très lente qui semble provenir de l'élévation de température du contact sous l'influence du courant. Cette cohérence lente a été observée par Tissot qui, en soumettant le contact à différentes températures, a remarqué qu'une élévation de température produit le même effet qu'une augmentation de la force pressante. La caractéristique se déforme et tend à devenir une droite.

En définitive, la force pressante, la température et le courant produisent les mêmes effets, c'est-à-dire une cohérence.

On est frappé de l'étroite analogie que ces phénomènes présentent avec ceux que M. Blanc⁽¹⁾ a remarqués en étudiant l'influence du passage du courant à travers les contacts imparfaits et qu'on peut résumer ainsi :

« Quand on établit brusquement à travers le contact un courant
« d'intensité déterminée, la résistance tombe à une valeur beaucoup
« plus faible et continue à diminuer peu à peu, d'abord rapidement
« puis plus lentement en paraissant tendre vers une limite...

« Quand la résistance est devenue à peu près fixe, après un temps
« suffisant si l'on revient à une intensité plus faible le contact impar-
« fait prend une résistance différente mais parfaitement fixe. Le temps
« n'a plus aucune influence et de plus la nouvelle résistance est
« beaucoup plus stable que la première.

« Si on augmente au contraire l'intensité une fois que la résistance
« est devenue constante, une nouvelle diminution progressive se pro-
« duit faisant tendre la résistance vers une nouvelle limite inférieure
« à la première.

« Si on modifie l'intensité avant que la résistance ait fini de dimi-
« nuer, sa vitesse de chute augmente si l'intensité augmente, et
« diminue si l'intensité diminue. »

Un phénomène cependant présenté par les contacts pointe métallique-cristaux fait exception aux règles concernant les contacts imparfaits formulées par Blanc.

Ce phénomène, analogue à une polarisation, très net avec les cristaux riches en sulfure d'argent et surtout avec le sulfure d'argent pur, est le suivant :

(1) BLANC, *J. de Phys.*, 4^e série, t. VIII, p. 745.

On établit le courant dans le sens des intensités les plus grandes, et on attend que le rapport $\frac{\rho}{i}$ ait atteint sa valeur limite, puis brusquement on change le sens du courant, l'intensité conserve pendant un certain temps la valeur qu'elle avait dans le premier sens, diminue rapidement, reste constante pendant un instant très court, puis diminue plus lentement pour s'arrêter définitivement à sa valeur limite.

L'allure de cette polarisation est indiquée (fig. 5).

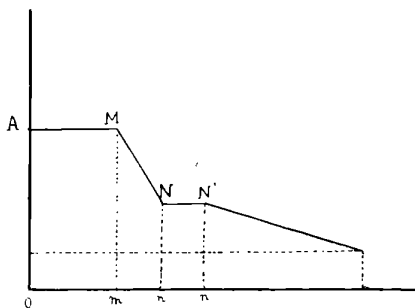


FIG. 5.

Cette courbe indique la variation de l'intensité en fonction du temps quand, après avoir fait passer le courant dans le sens où l'intensité atteint ses valeurs les plus grandes, on l'inverse brusquement. Le temps Om dépend du temps pendant lequel le courant a passé dans le premier sens. Le temps $m'n'$ pendant lequel l'intensité reste constante est de l'ordre de quelques secondes. Cette polarisation est à prévoir si l'on admet que l'électrolyse du cristal joue un rôle important et dans ce cas cette hypothèse semble très vraisemblable puisque ce sont les cristaux riches en sulfure d'argent qui présentent nettement ce phénomène de polarisation.

Les considérations précédentes permettent d'expliquer l'allure de ce phénomène. En effet, le passage du courant dans le premier sens a pour effet de produire une cohération, c'est-à-dire que pour une différence de potentiel constante l'intensité augmente. Si on inverse brusquement le sens du courant, le nouveau passage du courant tend à détruire cette cohération et à ramener le contact dans les conditions où il se trouvait avant tout passage de courant, c'est-à-dire que pour une différence de potentiel constante l'intensité décroît. Si on

suppose alors que la dissymétrie est une propriété indépendante de l'action du passage du courant et que l'effet de dissymétrie varie peu avec les différences d'intensité que l'on observe (ce que l'expérience vérifie du reste) pendant cette première phase la diminution de l'intensité est due à deux actions qui s'ajoutent, l'effet de dissymétrie d'une part et la décohération ou la dépolarisation d'autre part. Le contact est alors replacé dans les conditions dans lesquelles il se trouvait avant tout passage du courant. Mais nous savons d'après ce qui précède qu'une deuxième cohération va se produire d'abord intense puis plus lente. Cette nouvelle cohération va contrarier l'effet produit par la dissymétrie, les deux effets s'équilibrent, on conçoit alors que l'intensité puisse rester constante; c'est ce que traduit la portion NN' de la courbe de la *fig. 5*. Puis la cohération devenant plus faible l'action provenant de l'effet de dissymétrie l'emportera et l'intensité diminuera mais naturellement plus lentement que pendant la première phase.

Cette sorte de polarisation très nette avec le sulfure d'argent et les cristaux qui en contiennent en assez grande proportion n'a pu être observée avec le sulfure de plomb, ce qui permet de supposer que la dissociation électrolytique du sulfure est la cause prépondérante de ce phénomène, qui s'explique alors aisément si l'on remarque que dans le premier sens du courant, celui qui assigne à l'intensité ses valeurs les plus grandes, le cristal au voisinage de la pointe métallique présente des végétations capillaires d'argent métallique qui favorisent le passage du courant, l'inversion de ce dernier tend à faire alors disparaître cette polarisation qui est indépendante du phénomène de cohération proprement dit, lequel se localiserait dans la couche de séparation du cristal et de la pointe.

ÉLECTROMÈTRE ABSOLU BISPHÉRIQUE ;

Par MM. A. GUILLET et M. AUBERT.

Par substitution d'une boule conductrice à l'armature plane de l'électromètre plan - sphère ⁽¹⁾, on réalise aisément un électromètre bisphérique. Mais, si la construction d'un tel appareil est rapide, par contre, le calcul de l'action mutuelle f qui s'exerce entre les

(1) *Journal de Physique*, décembre 1912.

armatures est laborieux. Il en est de même, à un moindre degré, des autres caractéristiques du système : capacités propres et coefficient d'induction réciproque des armatures.

Pour faciliter l'emploi de l'électromètre bisphérique, il convient donc de donner, une fois pour toutes, les valeurs numériques, soit de la force f qui tend à rapprocher ou à écarter l'une de l'autre les deux armatures de l'appareil, soit des charges M et M' des armatures.

On sait que l'état du système est déterminé dans le vide par les rayons a , b des armatures, la distance x de leurs centres et les potentiels respectifs V , v des charges.

Alors (1) :

$$(1) \quad f = -\frac{V^2}{2} \sum_1^{\infty} a^{n+1} b^n \frac{d}{dx} \frac{1}{P_{2n}} + Vv a^{n+1} b^{n+1} \frac{d}{dx} \frac{1}{P_{2n+1}} - \frac{v^2}{2} \sum_1^{\infty} a^n b^{n+1} \frac{d}{dx} \frac{1}{Q_{2n}}$$

$$(2) \quad M = V \sum \frac{a^{n+1} b^n}{P_{2n}} - v \sum \frac{a^{n+1} b^{n+1}}{P_{2n+1}},$$

$$(3) \quad M' = v \sum \frac{b^{n+1} a^n}{Q_{2n}} - V \sum \frac{a^{n+1} b^{n+1}}{P_{2n+1}},$$

les fonctions P étant les polynômes en x , coefficients des puissances de x dans le développement de l'expression :

$$(4) \quad (1 + zx + a^2 z^2) [1 - (x^2 - a^2 - b^2) z^2 + a^2 b^2 z^4]^{-1}.$$

Quant aux fonctions Q , elles se déduisent des polynômes P , en y changeant a en b et b en a .

Pour $a = b$, ce qui est le cas ordinaire de la balance de Coulomb, on a :

$$P_n = Q_n = a^n U_n,$$

les polynômes U étant les coefficients des puissances de x dans le développement de :

$$(5) \quad (1 - 2uz + z^2)^{-1} \quad \text{ou} \quad u = \frac{x}{2a}.$$

Dans ce cas particulier important :

$$(6) \quad f = -\frac{V^2 + v^2}{4} \cdot \sum_0^{\infty} \frac{U'_{2n}}{U_{2n}^2} + \frac{Vv}{2} \sum_0^{\infty} \frac{U'_{2n+1}}{U_{2n+1}^2},$$

(1) *Journal de Physique*, septembre 1913.

$$(7) \quad M = a \left(v \sum_0^{\infty} \frac{1}{U_{2n}} - v \sum_0^{\infty} \frac{1}{U_{2n+1}} \right),$$

$$(8) \quad M' = a \left(v \sum_0^{\infty} \frac{1}{U_{2n}} - v \sum_0^{\infty} \frac{1}{U_{2n+1}} \right).$$

Tout revient donc au calcul des séries :

$$\alpha = \sum_0^{\infty} \frac{1}{U_{2n}} \quad \beta = \sum_0^{\infty} \frac{1}{U_{2n+1}} \quad p = \sum_0^{\infty} \frac{U'_{2n}}{U_{2n}^2} \quad q = \sum_0^{\infty} \frac{U'_{2n+1}}{U_{2n+1}^2},$$

les polynômes U étant tirés au préalable, ainsi qu'il a été indiqué, du développement de l'expression (5). Le calcul, portant parfois, et pour chaque valeur de u , sur plus de cinquante termes des séries en cause, a fourni les résultats suivants :

$u = \frac{x}{2a}$	α	β	p	q
1,1	1,43128	0,72384	2,11412	2,25408
1,5	1,14628	0,38908	0,26366	0,37196
1,8	1,09207	0,30568	0,12329	0,21018
2	1,07182	0,26923	0,08301	0,15832
2,5	1,04356	0,20909	0,03803	0,09190
3	1,02943	0,17172	0,02081	0,06091
3,5	1,02128	0,14596	0,01269	0,04359
4	1,01613	0,12704	0,00835	0,03283
4,5	1,01266	0,11253	0,00577	0,02566
5	1,01020	0,10204	0,00416	0,02063

Voici comment il convient de faire usage de ce tableau. Si les boules chargées sont écartées l'une de l'autre de façon que les pôles en regard soient séparés par un intervalle égal, par exemple, à un dixième du diamètre commun des boules, on aura $u = 1,1$ et, par suite :

$$f_d = - p_{1,1} \frac{V^2 + v^2}{4} + q_{1,1} \frac{Vv}{2},$$

Soit pour $v = -V$

$$f_d = - 2,18410 V_{ues}^2$$

et pour

$$v = +V, \quad f = 0,06998 \cdot V_{ues}^2.$$

Enfin, dans le cas où $v = 0$, $f = - 0,5285 V^2$.

Pour $v = -V$ et une même valeur de u , l'attraction f est la même

avec l'électromètre bisphérique et l'électromètre plan-sphère; toutefois, si l'on emploie des boules identiques, la distance des armatures est deux fois plus grande dans le premier appareil que dans le second.

En posant $\rho = \frac{V}{v}$ et $F = -(p\rho^2 - 2q\rho + p)$, l'action mutuelle f peut s'écrire :

$$f = \frac{v^2}{4} F.$$

La force f s'annule donc pour les valeurs ρ_1, ρ_2 racines du trinôme F .

Voici ces valeurs :

$u =$	5	4,5	4	3,5	3	2,5	2	1,8	1,5	1,1	1,02
$\rho_1 =$	9,816	8,780	7,734	6,721	5,677	4,615	3,530	3,085	2,4057	1,436	1,0983
$\rho_2 =$	0,102	0,114	0,130	0,149	0,177	0,213	0,284	0,325	0,4157	0,694	0,9105

Si donc deux sphères conductrices égales sont portées à des potentiels de signes contraires, elles s'attirent toujours; mais, si elles sont portées à des potentiels de même signe, la force qui les sollicite sera répulsive, nulle ou attractive, selon que ρ sera compris entre ρ_1 et ρ_2 , égal soit à ρ_1 , soit à ρ_2 ou extérieur à l'intervalle des racines.

Dans le cas de la balance de Coulomb, lorsque les deux boules égales portent des charges M égales et sont, par suite, à des potentiels variables avec la distance, mais identiques entre eux, le rapport $\rho = 1$ est toujours compris entre les racines ρ_1, ρ_2 et l'on ne peut que constater une répulsion f .

D'après (6) et (7), la charge correspondante M a pour expression :

$$M = a \sqrt{2} \frac{\alpha - \beta}{\sqrt{q - p}} \cdot \sqrt{f}.$$

Pour qu'il soit possible d'opérer d'une manière continue, c'est-à-dire sans avoir à choisir de distance particulière entre les armatures, il est bon de disposer d'une formule empirique très approchée dans un intervalle donné. Dans le cas d'un électromètre à armatures égales, et pour un écartement des pôles en regard des armatures, allant du sixième de leur diamètre à plus de quatre fois ce diamètre, on pourra utiliser l'expression (6) dans laquelle on fera :

$$p = \frac{0,396093u^2 - 4,640526u + 69,274744}{(u - 1)(100u^2 + 174,11531u - 6,728507)},$$

$$q = \frac{-0,008459u^2 + 0,593409u - 0,60415}{(u - 1)(u^2 + 0,562662u - 1,658727)}.$$

L'intervalle ϵ qui sépare les armatures a pour expression :

$$\epsilon = x - 2a = 2a(u - 1).$$

Pour une valeur donnée de u , l'action mutuelle f reste la même, quel que soit le diamètre $2a$ des armatures, mais la distance ϵ varie proportionnellement à ce diamètre, d'où la possibilité de rendre toujours ϵ plus grand que la distance explosive relative aux potentiels V , v sans rien perdre de la force attractive.

Pour $u = 1,1$, s'il faut que $\epsilon = 1$ centimètre, distance explosive pour 30.000 volts (¹), soit 100 u. e. s., on prendra :

$$2a = \frac{1}{0,1} = 10 \text{ centimètres};$$

Alors, pour :

$$v = -V, \quad f = 21.841 \text{ dynes.}$$

Pour $u = 1,5$ et $\epsilon = 1$ centimètre, on prendra $a = 1$ centimètre, alors :

$$v = -V = 100, \quad f = 3.178,1 \text{ dynes,}$$

et avec :

$$v = V = 100, \quad f = 541,5 \text{ dynes.}$$

La capacité propre des armatures et leur coefficient d'induction réciproques ont respectivement pour mesures $a \cdot \alpha$ et $a \cdot \beta$.

Si $v = +V$, chacune des sphères se charge comme un conducteur qui aurait pour capacité $a(\alpha - \beta)$. Si $v = -V$, cette capacité devient $a(\alpha + \beta)$.

La manipulation de l'appareil est analogue à celle qui a été indiquée à propos de l'électromètre plan-sphère.

Dans le cas de rayons inégaux, on est conduit, par la même voie numérique, à des conclusions analogues. Avec $a = 1$, $b = 2$, le calcul direct, à partir de l'expression (1), donne, comme valeurs des trois séries qui figurent dans (1).

Pour :

$x = 4$	0,086023	0,254592	0,11617
$= 4,5$	0,04598	0,15974	0,06717
$= 5$	0,02823	0,11369	0,04389
$= 6$	0,01334	0,06891	0,02260
$= 8$	0,00476	0,03481	0,00863
$= 10$	0,00226	0,02133	0,00426

(¹) Voir VILLARD et ABRAHAM, *C. R. Ac. Sc.* 1911; A. GUILLET et AUBERT, *C. R. Ac. Sc.* 1912.

La force f s'annule donc pour les valeurs suivantes du rapport ρ des potentiels de charge

$$\begin{array}{lll} x = 4, & 2,37 & \text{et } 0,582; \\ x = 6, & 4,81 & \text{et } 0,351; \end{array} \quad \begin{array}{lll} x = 5, & 3,59 & \text{et } 0,434; \\ x = 8, & 6,910 & \text{et } 0,252, \text{ etc.} \end{array}$$

La formule empirique serait, dans le cas présent :

$$\begin{aligned} f &= JV^2 + KVv + Lv^2, \\ \text{avec} \quad J &= -\frac{-0,007186x^2 + 0,23138x - 1,00118}{x^3 - 10,4508x^2 + 34,4243x - 36,7002}, \\ K &= \frac{0,04353x^2 + 0,52362x + 23,011}{x^3 + 1,7962x^2 + 56,429x - 216,979}, \\ L &= -\frac{0,01637x^2 - 0,42673x + 7,8059}{x^3 + 2,9x^2 - 3,2981x - 42,4533}. \end{aligned}$$

Ces dispositifs se prêtent à une illustration expérimentale des théorèmes généraux de l'électrostatique.

Il n'est peut-être pas inutile de calculer les corrections qu'il faut faire subir aux mesures (charges ou potentiels) exécutées à l'aide de la balance de Coulomb, en confondant les boules avec leur centre. Si x est la distance des centres, a le rayon des boules et m la charge portée par chacune d'elles, on tire m de la formule approchée.

$$m = x \sqrt{f} = 2a \cdot u \sqrt{f}.$$

D'autre part, la formule rigoureuse donne, dans les mêmes conditions :

$$m' = a \sqrt{2} \frac{\alpha - \beta}{\sqrt{q - p}} \sqrt{f},$$

par suite :

$$\begin{aligned} m' &= m \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\alpha - \beta}{\sqrt{q - p}} \frac{1}{u}, \\ &= m(1 + \eta). \end{aligned}$$

η ayant les valeurs suivantes :

u	1,1	1,5	1,8	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
η	0,215	0,084	0,047	0,033	0,016	0,009	0,005	0,004	0,003	0,001

on voit que la distance des pôles en regard, variant de un dixième du diamètre des boules à quatre fois ce diamètre, la correction varie de 0,215 à 0,001 de la charge calculée à l'aide de la formule directe de Coulomb.

TABLE PAR NOMS D'AUTEURS

DES MATIÈRES CONTENUES DANS LE TOME VII

DE LA 5^e SÉRIE

Les titres des mémoires sont donnés en abrégé. Le premier nombre inscrit à la suite de chaque Mémoire indique le volume; le second désigne la page.

- APPELL (P.). — Influence de la résistance de l'air sur les projectiles légers en rotation, VII, 5. — Sur le mouvement d'une balle sphérique légère dans l'air, VII, 49.
- AUDUBERT (René). — Contribution à l'étude des détecteurs à contacts solides, VII, 127, 172. — Contribution à l'étude des contacts solides; sulfure de plomb et sulfure d'argent, VII, 209.
- BERTHELOT (Daniel). — Rôle de la lumière ultra-violette dans les réactions chimiques, VII, 10.
- BLOCH (Eugène). — Sur les prismes à déviation constante, VII, 145.
- BOUTARIC (A.). — Etude spectro-photométrique de la réduction du permanganate de potassium par l'acide oxalique, VII, 152.
- BUISSON (H.). — La limite de sensibilité de l'œil et le minimum de puissance perceptible visuellement, VII, 68.
- CARRARD (A.). — Voir WEISS (P.), PICCARD (A.) et CARRARD (A.).
- CHENEVEAU (C.). — Contribution à l'étude de la relation entre les propriétés réfractives des corps gras et leur constitution chimique, VII, 53. — Sur la mesure de la viscosité des huiles, VII, 109.
- CEEVENARD (P.). — Dilatomètre différentiel enregistreur, VII, 159.
- FABRY (Ch.). — Remarques sur la diffusion de la lumière par les gaz, VII, 89.
- FERY (Ch.). — Fonctionnement chimique de la négative dans l'accumulateur au plomb, VII, 161.
- GUILLET (A.). — Etalon d'induction mutuelle, VII, 36, 75. — Construction d'un électro-dynamomètre absolu de grande sensibilité. — Détermination expérimentale de sa constante par la méthode de M. G. Lippmann, VII, 114. — Coordination géométrique des vecteurs intervenant dans la structure et la propagation de l'onde lumineuse, VII, 182.
- GUILLET (A.) et AUBERT (M.). — Electromètre absolu bisphérique, VII, 223.
- MAJORANA (Q.). — La vitesse de propagation de la lumière réfléchie par un miroir au repos ou en mouvement est-elle la même? VII, 203.
- MATHIEU (Paul). — Contribution à l'étude de proportions limitant l'explosion des mélanges de chlore et d'hydrogène, VII, 166.
- PICCARD (A.). — Voir WEISS (P.) et PICCARD (A.).
- PICCARD (A.). — Voir WEISS (P.), PICCARD et CARRARD (A.).

- | | |
|--|--|
| RIBAUD (G.). — Émission électrique de la vapeur de brome. — Effet Zeeman, VII, 205. | WEISS (P.) et PICCARD (A.). — Le phénomène magnéto-calorique, VII, 103. |
| WEISS (Pierre). — Ferromagnétisme et équation caractéristique des fluides, VII, 129. | WEISS (P.), PICCARD (A.) et CARRARD (A.). — Détermination calorimétrique du point de Curie, VII, 87. |
-

TABLE ANALYTIQUE DES MATIÈRES

DU TOME VII DE LA 5^e SÉRIE.

Généralités. — Métrologie. — Mécanique et pesanteur.

MÉCANIQUE PHYSIQUE. — *Appell*. Influence de la résistance de l'air sur les projectiles légers en rotation, VII, 5 ; Sur le mouvement d'une balle sphérique légère dans l'air, VII, 49.

Physique moléculaire.

VISCOSITÉ. — *Chéneveau*. Sur la mesure de la viscosité des huiles, VII, 109.

Chaleur.

DILATATION. — *Chévenard*. Dilatomètre différentiel enregistreur, VII, 159.

Physico-Chimie.

CHIMIE GÉNÉRALE. — *Chéneveau*. Contribution à l'étude de la relation entre les propriétés réfractives des corps gras et leur constitution chimique, VII, 53.

ÉQUILIBRE CHIMIQUE. — *Boutaric*. Étude spectro-photométrique de la réduction du permanganate de potassium par l'acide oxalique, VII, 152.

THERMODYNAMIQUE DES MÉLANGES. — *Mathieu*. Contribution à l'étude des proportions limitant l'explosion des mélanges de chlore et d'hydrogène, VII, 166.

PHOTOCHEMIE. — *Berthelot*. Rôle de la lumière ultra-violette dans les réactions chimiques, VII, 10.

Optique.

OPTIQUE PHYSIQUE. — *Bloch*. Sur les prismes à déviation constante, VII, 145. — *Majorana*. La vitesse de propagation de la lumière réfléchie par un miroir au repos ou en mouvement est-elle la même ? VII, 203. — *Ribaud*. Emission électrique de la vapeur de brome. — Effet Zeeman, VII, 205.

OPTIQUE PHYSIOLOGIQUE. — *Buisson*. La limite de sensibilité de l'œil et le minimum de puissance perceptible visuellement, VII, 68.

DIFFUSION. — *Fabry*. Remarques sur la diffusion de la lumière par les gaz, VII, 89.

DOUBLE RÉFRACTION. — *Guillet*. Coordination géométrique des vecteurs intervenant dans la structure et la propagation de l'onde lumineuse, VII, 182.

Électricité.

POLARISATION. — *Féry*. Fonctionnement chimique de la négative dans l'accumulateur au plomb, VII, 161.

TÉLÉGRAPHIE SANS FIL. — *Audubert*. Contribution à l'étude des détecteurs à contacts solides, VII, 127, 172; Contribution à l'étude des contacts solides sulfure de plomb et sulfure d'argent, VII, 209.

Magnétisme.

FERROMAGNÉTISME. — *Weiss*. Ferromagnétisme et équation caractéristique des fluides, VII, 129; *Weiss* et *Piccard*. Le phénomène magnéto-calorique, VII, 103; *Weiss*, *Piccard* et *Carrard*. Détermination calorimétrique du point de Curie, VII, 87.

Mesures.

MESURES ÉLECTRIQUES. — *Guillet*. Étalon d'induction mutuelle, VII, 36; Étalon d'induction mutuelle (suite), VII, 75; Construction d'un électro-dynamomètre absolu de grande sensibilité. — Détermination expérimentale de sa constante par la méthode de M. G. Lippmann, VII, 114. — *Guillet* et *Aubert*. Électromètre absolu bisphérique, VII, 223.