

Ecole Polytechnique

1906 - 1907

1<sup>ère</sup> Division

# Cours de Physique

M<sup>r</sup> Lafay, Professeur.

## Electrostatique.

1<sup>ère</sup> Leçon

### Champ électrostatique.

1 — Généralités. — Lois de Coulomb. — Nous ne reprendrons pas dans ce cours l'étude des phénomènes fondamentaux relatifs à l'électrisation par frottement ou par influence, à l'attraction des corps légers, à la classification des substances en conductrices et isolantes etc. Toutes les expériences qui s'y rapportent sont suffisamment connues et peuvent s'expliquer d'une manière simple en admettant comme point de départ l'existence de deux éléments particuliers l'électricité positive et l'électricité négative auxquels nous attribuerons les propriétés suivantes :

1<sup>o</sup> Les particules d'électricité de même nom se repoussent mutuellement mais attirent les particules d'électricité de nom contraire.

2<sup>o</sup> Les particules qui peuvent se déplacer dans les corps bons conduc-

1<sup>ère</sup> Division - Physique 1906-1907

1<sup>ère</sup> feuille

teurs, sous l'action du plus faible effort, sont au contraire immobilisées à l'intérieur des isolants et, par suite des réactions qui s'exercent entre elles et la matière, ne peuvent franchir la surface de séparation d'un conducteur et de l'isolant qui est en contact avec lui.

3° Les corps à l'état naturel contiennent en quantité indéfinie les deux espèces d'électricité qui s'y trouvent réparties de manière à neutraliser leurs effets.

Les propriétés précédentes, qui donnent l'explication qualitative immédiate d'un grand nombre de phénomènes sont à très peu près celles attribuées par Symmer aux fluides électriques dont il introduisit la considération dans la science vers 1759. Nous préférons toutefois abandonner la terminologie de ce physicien qui pourrait laisser croire à tort qu'il existe des analogies étroites entre les fluides ordinaires et l'électricité.

Pour passer à l'étude quantitative des phénomènes, il était nécessaire de déterminer les lois des réactions mutuelles des particules d'électricité.

C'est ce que fit Coulomb en 1785.

Guidé par la loi de l'attraction Newtonienne et par les résultats des expériences que l'on connaît, il fut conduit à la relation :

$$(1) \quad f = \epsilon \frac{qq'}{r^2}$$

dans laquelle  $q$  et  $q'$  désignent l'expression algébrique des quantités d'électricité (positive ou négative) contenues dans deux petits éléments supposés placés à la distance  $r$  et  $\epsilon$  un coefficient de proportionnalité de nature inconnue qu'il convient d'affecter du signe  $+$ , si l'on considère comme positive une force de répulsion.

Il ne faut pas oublier que deux points fondamentaux ont été établis par les expériences de Coulomb :

Si après avoir défini l'unité de quantité d'électricité positive (vitree) par la condition qu'elle exerce une répulsion donnée sur une charge identique placée à une certaine distance, on définit l'unité de quantité d'électricité négative (résineuse) en laissant invariables les conditions précédentes ; on peut constater que l'unité de charge positive exerce sur l'unité de charge négative placée à la distance adoptée une attraction égale à la répulsion précédemment observée. C'est ce fait expérimental impossible à prévoir a priori qui a permis de grouper les lois des attractions et répulsions électriques dans une même formule (1).

Coulomb a également vérifié que si l'on touche une petite sphère métallique électrisée avec une sphère identique à l'état neutre, les charges égales, par raison de symétrie, qu'elles prennent chacune, sont précisément la moitié de la charge totale ; ces charges étant évaluées

conformément à la formule (1) c'est-à-dire d'après les répulsions qu'elles exercent sur une charge électrique invariable placée dans les mêmes conditions de distance.

Il y a également lieu de remarquer que dans les expériences exécutées avec sa balance de torsion, et dans les expériences analogues, Coulomb n'observa pas en réalité l'action mutuelle de deux masses électriques mais un phénomène beaucoup plus complexe résultant de la superposition de cette action à celles qui peuvent s'exercer entre les petites boules électrisées et l'isolant ou diélectrique au milieu duquel elles sont plongées.

En fait, lorsque par des opérations aussi identiques que possible on communique à ces boules des charges électriques toujours les mêmes et qu'on les immerge dans différents diélectriques on constate que l'effort mesurable  $F$  est donné par la relation :

$$(1') \quad F = \frac{1}{k} \frac{qq'}{r^2}$$

dans laquelle le coefficient  $k$  paraît être une constante caractéristique du diélectrique employé.

Surtout pour simplifier nous supposons que tous les phénomènes que nous allons d'abord étudier se produisent dans un diélectrique pour lequel  $\frac{1}{k}$  est extrêmement voisin de  $\epsilon$ .

Dans ces conditions nous pouvons choisir provisoirement l'unité de quantité d'électricité de manière que ces deux coefficients inconnus soient égaux à 1, et les formules (1) et (1') se réduisent à :

$$F = \frac{qq'}{r^2}$$

Il est évident que l'hypothèse simplificatrice que nous venons d'introduire doit nous conduire à des résultats que l'expérience ne vérifiera pas complètement puisque nous savons déjà en particulier que  $k$  varie suivant l'isolant employé. Cependant, par un choix convenable des unités\*, les formules que nous allons en déduire peuvent, comme nous le verrons, s'appliquer aux actions qui s'exercent entre des conducteurs électrisés placés dans un diélectrique homogène tel que l'air. Ce cas est précisément le plus intéressant puisque les parties constitutives essentielles de presque tous les appareils de mesure, qui mettent en jeu des actions électrostatiques, satisfont à cette condition.

2. Champ électrique. — On donne le nom de champ électrique à l'ensemble des points de l'espace où s'exercent des actions électriques dépendant de l'état d'électrisation d'un corps ou système de corps.

Il est facile de s'assurer que l'introduction d'un corps quelconque,

\* Voir 5<sup>e</sup> Leçon

électrisé ou non, dans un champ électrique modifie les actions mutuelles des divers éléments qui le constituaient. L'expérience nous apprend d'ailleurs que la perturbation apportée diminue avec les dimensions géométriques du corps introduit et avec sa charge  $q$ .

Imaginons un corps très petit et très peu chargé placé en un point du champ; le rapport  $\frac{\vec{F}}{q}$  de la force qu'il subit à sa charge est, comme la force  $\vec{F}$ , représentable par un vecteur  $\vec{H}$ , qui caractérisera le champ (direction et intensité) au point considéré.

On aura par définition :

$\vec{H} = \lim. \frac{\vec{F}}{q}$  (quand la charge  $q$  tend vers zéro en même temps que les dimensions du corps qui la supporte).

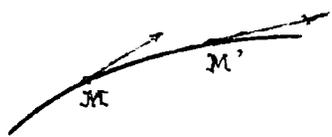
Le vecteur  $\vec{H}$  représente la force qui s'exercerait en chaque point sur une charge positive égale à l'unité, si celle-ci pouvait être placée en ce point sans introduire de perturbation dans l'état du champ. On lui donne quelquefois, pour abréger, le nom de force électrique au point considéré.

3. Représentation d'un champ; lignes, tubes et flux de force. - Pour représenter le champ électrique ou plus généralement le champ d'un vecteur quelconque on a été conduit à employer des procédés analogues à ceux dont on fait usage en topographie pour dresser la carte d'un terrain.

À la notion de ligne de plus grande pente correspond dans le champ celle de ligne de force.

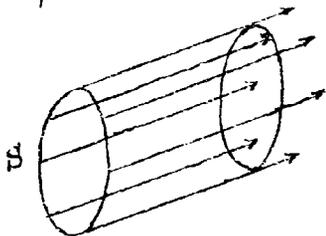
On appelle ainsi une ligne telle qu'en chacun de ses points elle admette pour tangente le vecteur qui caractérise le champ au point considéré.

Dans le cas actuel, supposons une très petite charge  $q$ , placée



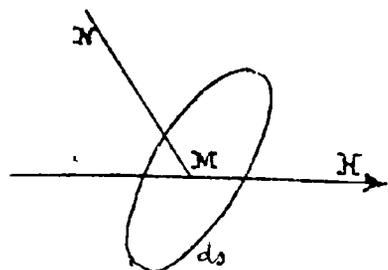
en un point  $M$  du champ; elle est sollicitée par la force  $\vec{F} = Hq$ . Déplaçons la d'une quantité infinitésimale dans la direction  $\vec{F}$ . Au point  $M'$  elle sera soumise à une force  $\vec{F}'$  de direction un peu différente et ainsi de suite; comme trajectoire nous obtiendrons une ligne

satisfaisant à la définition précédente.



Tube de force. - Par chacun des points d'un contour fermé  $S$  menons une ligne de force, nous obtiendrons une surface généralement en forme de canal ou de tube qui porte le nom de tube de force.

Flux de force. - Si  $ds$  désigne un élément



superficiel de centre  $M$  et  $H$  la valeur du vecteur  $\vec{H}$  en  $M$ ; on appelle flux de force élémentaire à travers  $ds$  la quantité

$$d\varphi = \vec{H} ds \cos(\vec{H}, \vec{N})$$

$\vec{N}$  désignant la normale à l'élément  $ds$ .

Considérons une surface fermée  $(\Sigma)$  tracée dans le champ nous dirons que le flux entre dans  $(\Sigma)$  quand le vecteur  $\vec{H}$  pénètre à l'intérieur de  $(\Sigma)$  (position 1); il sera dit sortant dans le cas contraire (position 2).

Si on affecte du signe  $+$  le flux sortant, un flux entrant équivaudra à un flux sortant négatif et il est aisé de voir que:

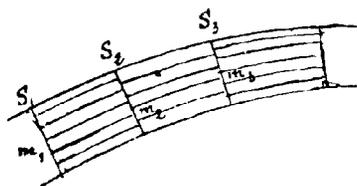
$$d\varphi = ds \vec{H} \cos(\vec{H}, \vec{N})$$

représente la valeur algébrique du flux sortant par chaque élément  $ds$  si l'on convient de prendre pour l'angle  $(\vec{H}, \vec{N})$  celui que forme  $\vec{H}$  avec la normale extérieure à  $(\Sigma)$ .

Le flux total sortant de  $(\Sigma)$  s'obtient par une intégration  $\int_{\Sigma} d\varphi$  étendue à cette surface.

#### 4 — Représentation schématique de l'intensité du champ

Subdivisons un tube de force de faible section en petits tronçons consécutifs par des sections normales  $S_1, S_2, S_3$ ; En-



tre  $S_1$  et  $S_2$  traçons des traits parallèles à la direction du tube ( $\vec{H}$ ) et en nombre égal à la valeur  $\Delta\varphi = \vec{H}, S_1$  du flux à travers  $S_1$ .

Puis opérons de même sur le tronçon suivant ( $S_2$  jouant le rôle de  $S_1$ ) et ainsi de suite.

Répétant la même opération sur tous les tubes que l'on peut tracer dans le champ, nous remplissons l'espace de petits traits de force dont le rôle est analogue à celui des hachures employées pour le figuré du terrain des cartes; on sait qu'un rapprochement de ces dernières correspond à une pente plus grande du sol, de même l'accroissement de  $\vec{H}$  est indiqué par le rapprochement des traits de force.

Pour trouver la valeur de  $\vec{H}$  en un point il nous suffira de compter le nombre des traits de force qui rencontrent l'unité de surface menée normalement à leur direction par le point considéré.

On peut donc de cette manière construire une sorte de modèle

6.

dont la seule inspection donne une idée complète du champ.

Ce mode représentatif s'applique à un champ quelconque et se simplifie lorsque le flux est constant tout le long de chaque tube de force; le nombre des traits de force tracés dans chaque cellule élémentaire est alors constant et on peut les placer bout à bout de manière à constituer des lignes de forces continues.

5 — Théorème de Gauss. — Certains champs sont caractérisés (comme c'est le cas pour l'électricité, le magnétisme, l'attraction Newtonienne, etc....) par la propriété suivante:

Le vecteur en un point quelconque M est la résultante de vecteurs algébriquement égaux à  $\frac{m_1}{r_1^2}$ ,  $\frac{m_2}{r_2^2}$  dirigés suivant les droites  $M, M_1, M_2, M$  etc.... qui joignent les centres d'action  $M_1, M_2$  etc à M.

Pour abréger le langage nous désignerons de tels champs sous le nom de champs Newtoniens.

On peut leur appliquer le théorème suivant dû à Gauss.

Théorème. — Dans un champ Newtonien le flux total qui sort d'une surface fermée est égal à la somme  $\Sigma m_i$  multipliée par  $4\pi$ . la somme  $\Sigma$  s'étendant à tous les centres d'action situés à l'intérieur de la surface.

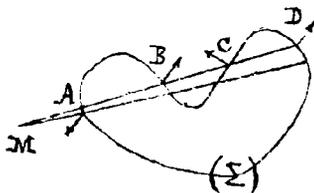
Remarquons d'abord que, si un champ est la somme de plusieurs autres, c'est à dire si le vecteur H en chacun de ses points est la résultante de vecteurs  $\bar{h}, \bar{h}'$  etc.... qui caractérisent en ces mêmes points les champs composants, le flux du champ (H) à travers une surface quelconque est la somme des flux des champs composants ( $\bar{h}$ ), ( $\bar{h}'$ ) etc. à travers la même surface; on a en effet

$$ds \bar{H} \cos(\bar{H}, N) = ds [\bar{h} \cos(\bar{h}, N) + \bar{h}' \cos(\bar{h}', N) + \dots]$$

puisque en projection sur la direction  $\bar{N}$  le polygone des vecteurs nous donne:

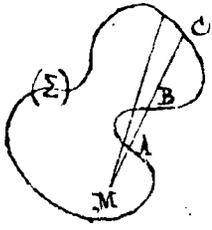
$$\bar{H} \cos(\bar{H}, N) = \bar{h} \cos(\bar{h}, N) + \bar{h}' \cos(\bar{h}', N) + \dots$$

Or un champ Newtonien peut être considéré comme la somme des champs créés par chacun de ses centres d'action pris isolément il nous suffira donc pour démontrer le théorème de montrer que le flux total d'un centre d'action isolé est nul ou égal à  $4\pi m$  suivant que ce centre est extérieur ou intérieur à la surface fermée.



1° Point extérieur. — Le tube de force élémentaire est un cône d'angle solide  $d\omega$  qui coupe la surface en un nombre pair de points et on voit que en A et B et C et D le flux a la même valeur absolue  $\frac{m}{r^2} ds \cos(r, N) = \frac{m}{r^2} dS = m d\omega$

mais prise chaque fois avec un signe contraire il est donc nul.



2° Point intérieur. - Les points A, B, C sont en nombre impair et la somme algébrique des flux en ces points est égale à  $m d\omega$ , puisqu'ils se détruisent tous deux à deux sauf le dernier qui est nécessairement sortant (+).  
donc :

$$\varphi = \int_{(\Sigma)} m d\omega = 4\pi m.$$

et par suite

$$\Phi = 4\pi \Sigma m. \quad \text{c.q.f.d.}$$

**6** — Continuité des traits de force dans un champ Newtonien.  
Du théorème précédent il résulte que, en dehors des centres d'action, un champ Newtonien peut être représenté par des tubes de force contenant des lignes de force continues et en nombre proportionnel au flux correspondant. Lorsque l'on rencontrera un centre d'action, le nombre des lignes de force augmentera ou diminuera suivant le signe de la quantité  $m$ .

Pour avoir la valeur de  $H$  en un point ou tout au moins une valeur proportionnelle à cette grandeur il suffit comme nous l'avons vu de compter le nombre de lignes qui rencontrent l'unité de surface placée normalement à leur direction.

**7** — Fonction potentielle. Surfaces équipotentielles. Potentiel.  
Pour tout champ Newtonien et en particulier pour le champ électrique les composantes de  $\vec{H}$ , suivant trois axes rectangulaires, sont les dérivées partielles d'une fonction des coordonnées  $x, y, z$  du point d'application  $M$ , de ce vecteur.

On a donné à cette fonction le nom de fonction de force ou fonction potentielle.

Soit  $q_{\alpha, \beta, \gamma}$  la quantité d'électricité contenue dans un élément géométrique (surface ou volume) situé en un point A de coordonnées  $(\alpha, \beta, \gamma)$ . D'après l'expression générale de la loi de Coulomb cet élément agira comme un centre d'action dont le coefficient  $m = q_{\alpha, \beta, \gamma}$  ; on aura donc en désignant par  $V$  la somme

$$V = \Sigma \frac{q_{\alpha, \beta, \gamma}}{r}$$

étendue à tout le champ :

$$H_x = \Sigma \frac{q_{\alpha, \beta, \gamma} \cos(\Gamma, x)}{r^2} = \Sigma \frac{q_{\alpha, \beta, \gamma} (x - \alpha)}{r^3} = -\frac{\partial V}{\partial x}$$

donc :

$$H_x = -\frac{\partial V}{\partial x}, \quad H_y = -\frac{\partial V}{\partial y}, \quad H_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

8.

L'étude du champ sera ramenée à la recherche empirique ou mathématique de la fonction  $V$ .

Supposons que nous ayons su construire cette fonction. Lorsque nous donnons à la constante  $A$  diverses valeurs l'équation :

$$V(x, y, z) = A$$

représentera une famille de surfaces dites surfaces équipotentielles qui jouissent des propriétés suivantes :

1° Le champ en un point quelconque  $(x, y, z)$  est normal à la surface équipotentielle passant par ce point.

En effet les cosinus directeurs de la normale en  $(x_0, y_0, z_0)$  à la surface

$$V(x, y, z) = V(x_0, y_0, z_0)$$

sont proportionnels à  $\frac{\partial V}{\partial x_0}, \frac{\partial V}{\partial y_0}, \frac{\partial V}{\partial z_0}$  c'est-à-dire aux composantes mêmes de  $H$

Donc une ligne de force est orthogonale aux surfaces équipotentielles qu'elle rencontre.

2° Lorsqu'on passe du point  $(x, y, z)$  au point voisin  $(x + dx, y + dy, z + dz)$  en suivant une ligne de force, dans le sens indiqué par le vecteur  $H$ , la valeur de  $V$  diminue.

En effet :

$$V(x + dx, y + dy, z + dz) - V(x, y, z) = \frac{\partial V}{\partial x} dx + \frac{\partial V}{\partial y} dy + \frac{\partial V}{\partial z} dz + \dots$$

et comme le déplacement  $ds$  est effectué dans le sens du champ on a :

$$dx = H_x \frac{ds}{H} = - \frac{\partial V}{\partial x} \frac{ds}{H} \text{ etc...}$$

donc :

$$V(x + dx, y + dy, z + dz) - V(x, y, z) = - \left[ \left( \frac{\partial V}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial V}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial V}{\partial z} \right)^2 \right] \frac{ds}{H}$$

est plus petit que zéro C. q. f. d.

Les points successifs d'une ligne de force correspondent donc à des valeurs décroissantes de la fonction  $V(x, y, z)$ .

3° Lorsqu'on déplace un petit corps d'épreuve électrisé en le maintenant sur une même surface équipotentielle, le travail accompli est nul.

En effet ce petit corps d'épreuve qui par hypothèse ne perturbe pas la distribution électrique est constamment sollicité par une force parallèle à  $H$  c'est-à-dire normale à son déplacement.

4° Lorsqu'on transporte par un chemin quelconque le même corps d'épreuve d'un point  $A(x_0, y_0, z_0)$  à un point  $B(x_1, y_1, z_1)$  le travail dépensé par l'opérateur est égal au produit de la charge  $q$  du corps par

la différence  $V(x_1, y_1, z_1) - V(x_0, y_0, z_0) = V_B - V_A$   
 On a en effet :

$$d\mathcal{E} = -q'(H_x dx + H_y dy + H_z dz) = q'dV$$

d'où

$$\mathcal{E}_A^B = q'(V_B - V_A)$$

Le quotient  $\frac{\mathcal{E}_A^B}{q'}$  représente le travail qu'il faut dépenser pour amener de A en B l'unité de quantité d'électricité, en supposant que ce déplacement n'entraîne pas de modification du champ.

C'est un élément important qui ne dépend que de la position des points A et B et non du trajet suivi, il mesure ce que nous convenons d'appeler, dans tous les cas\*, la différence de potentiel entre B et A; nous désignerons la valeur de cette différence par  $U_A^B$  ou  $V_B - V_A$

On a :

$$U_B - U_A = V_B - V_A$$

Il suffit de se reporter à ce qu'on a dit plus haut pour voir que cette différence est positive lorsqu'en décrivant une ligne de force on rencontre successivement les surfaces équipotentielles qui passent par les points B et A.

Si le point A est infiniment éloigné des corps qui produisent le champ,  $V_A$  est nul, car dans la somme  $\sum \frac{q}{r}$  correspondante tous les dénominateurs  $r$  sont infinis, le quotient  $\frac{\mathcal{E}}{q'}$  est alors donné par la relation :

$$\frac{\mathcal{E}}{q'} = V_B$$

et donnerait la valeur du potentiel absolu de B.

5° Potentiel dans un conducteur. - Dans l'intérieur d'un conducteur la force est nulle, car s'il n'en était pas ainsi l'élément où cette force s'exerce ne resterait pas à l'état neutre, par conséquent  $\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{\partial V}{\partial y} = \frac{\partial V}{\partial z} = 0$ , donc  $V = \text{const}^e$  et il en est de même de  $U$ . La surface du conducteur est donc une surface équipotentielle; en chaque point de cette surface  $H$  coïncide avec la direction de la normale: Les lignes de force rencontrent donc normalement la surface de tout conducteur.

Deux points de la surface d'un conducteur sont évidemment au même potentiel.

6° Une ligne de force part nécessairement d'un conducteur pour aboutir à l'infini ou à un autre conducteur.

Cela résulte évidemment de ce que sur un même conducteur  $V = \text{const}^e$  et que d'autre part  $V$  décroît (N° 2) quand on décrit une ligne de force dans le sens indiqué par  $H$

---

\* Il convient de distinguer avec soin la notion du Potentiel de celle de la fonction potentielle ou fonction de force

8. — **Détermination de la différence entre les potentiels de deux points donnés.** — Il est impossible d'arriver à connaître le potentiel absolu d'un point ; il faudrait en effet, pour cela, évaluer la fonction de force  $V$ , c'est-à-dire faire la somme  $\sum \frac{q}{r}$  en y faisant entrer toutes les quantités d'électricité qui existent dans l'univers.

D'autre part la mesure des forces ne nous donne que les dérivées de la fonction  $V$  et l'intégration introduit inévitablement une constante arbitraire.

On ne peut obtenir que la différence entre les potentiels de deux points.

On opérera par exemple de la façon suivante : Prenons une petite sphère en métal soutenue par une longue tige isolante et plaçons son centre en un point  $M$ . Mettons-la en communication avec le sol par un fil métallique très fin. Le potentiel de la sphère est alors le même que le potentiel inconnu du sol, puisque la sphère, le fil et le sol forment un même conducteur.

La valeur  $V_0$  que prend la fonction de force au point  $M$  centre de la sphère est alors égale à la somme  $\sum \frac{q}{r}$  étendue : 1° Aux corps électrisés auxquels est dû le champ ;

2° A la surface de la petite sphère d'épreuve elle-même. La première partie est précisément la valeur  $V$  qu'avait cette fonction au point  $M$  avant l'introduction de la sphère. La deuxième est égale à  $\frac{q}{r}$  ;  $q$  désignant la quantité d'électricité répartie sur la sphère et  $r$  son rayon.

Donc :

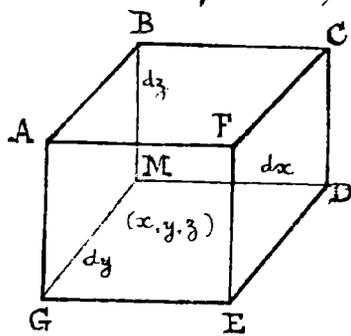
$$V_0 = V + \frac{q}{r}$$

Coupons la communication avec le sol en décrochant le fil avec une tige isolante et portons la boule d'épreuve dans la balance de Coulomb, nous pourrions déterminer  $q$ . Dès lors on connaîtra la différence

$$V - V_0 = -\frac{q}{r}$$

qui est égale à la différence du potentiel entre le sol et le point considéré.

9. — **Propriété des dérivées secondes de la fonction potentielle.** — On peut déduire rapidement du théo-



rème de Gauss les propriétés des dérivées secondes de la fonction potentielle.

Considérons en effet le flux sortant d'un parallélépipède infinitésimal de dimensions  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$

$$\text{soient } H_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \quad H_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \quad H_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

les composantes du champ au point  $M(x, y, z)$

Le flux entrant par la face MABG est égal à :

$$H \cdot dy \cdot dz \cdot \cos(H, \vec{ox}) = H_x \cdot dy \cdot dz$$

Le flux sortant par EFDC s'obtient en substituant  $x+dx$  à  $x$  dans l'expression précédente c'est-à-dire est égal à :

$$(H_x + \frac{\partial H_x}{\partial x} dx) \cdot dy \cdot dz$$

Le flux total sortant parallèlement à la direction  $ox$  est donc :

$$(H_x + \frac{\partial H_x}{\partial x} dx) \cdot dy \cdot dz - H_x \cdot dy \cdot dz = \frac{\partial H_x}{\partial x} dx \cdot dy \cdot dz$$

Le flux total sortant du parallélépipède infinitésimal est donc :

$$(\frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} + \frac{\partial H_z}{\partial z}) dx \cdot dy \cdot dz$$

et d'après le théorème de Gauss on doit avoir, en désignant par  $q$  la quantité d'électricité contenue dans le volume élémentaire

$$(\frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} + \frac{\partial H_z}{\partial z}) dx \cdot dy \cdot dz = 4 \pi q$$

Par définition le quotient  $\rho = \frac{q}{dx \cdot dy \cdot dz}$  s'appelle la densité électrique au point  $M(x, y, z)$

On a donc :

$$\frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} + \frac{\partial H_z}{\partial z} = 4 \pi \rho^*$$

En remplaçant  $H_x, H_y, H_z$  par  $-\frac{\partial V}{\partial x}$  etc..... on a :

$$\Delta V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = -4 \pi \rho$$

Si en  $M$  il n'y a pas d'électricité libre on a  $\rho = 0$

$$\Delta V = 0 \quad (\text{équation de Laplace})$$

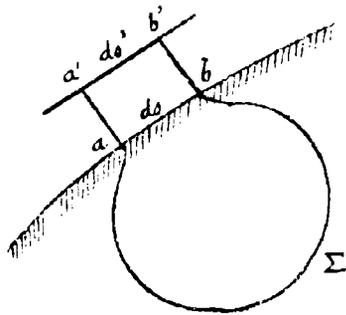
$$\text{Au lieu de} \quad \Delta V = -4 \pi \rho \quad (\text{équation de Poisson})$$

10 — Densité superficielle. — Théorèmes de Coulomb. — Pression électrostatique. — Considérons en un point  $M$  un élément  $\Delta s$  de la surface d'un conducteur et soit  $\Delta q$  la quantité d'électricité contenue sur cette portion de surface. On appelle densité électrique superficielle au point  $M$  la limite  $\sigma = \frac{\Delta q}{\Delta s}$  quand  $\Delta s$  tend vers zéro.

On doit à Coulomb le théorème suivant :

Théorème I. — L'intensité du champ en un point infiniment voisin d'un corps conducteur en équilibre, quelles que soient d'ailleurs les charges en présence est égale à la densité électrique superficielle  $\sigma$ , en ce point multipliée par le facteur  $4 \pi$ .

\* L'expression analytique  $\frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} + \frac{\partial H_z}{\partial z}$  est un élément qui joue un rôle important dans l'étude d'un champ quelconque ( $\vec{H}$ ) on lui a donné le nom de Divergence du champ aux points  $x, y, z$  et on a adopté la notation :  $\text{Div}(\vec{H}) = \frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} + \frac{\partial H_z}{\partial z}$ .



En effet considérons un tronçon de tube de force  $ab$   $a'b'$  ayant pour base  $ds'$ , et limité à la surface équipotentielle infiniment voisine. Fermons la surface  $\Sigma$  d'une manière quelconque à l'intérieur du conducteur.

Il est facile de voir que le flux sortant de cette surface fermée se réduit à  $H ds'$ .

Car à l'intérieur du corps  $H=0$  et sur la surface latérale du tube,  $H$  étant dirigé sui-

vant à  $a'$  ou  $b'$  on a  $\cos(H, N) = 0$ .

Donc d'après le théorème de Gauss

$$H ds' = 4\pi dq$$

$$H = 4\pi \frac{dq}{ds'}$$

et comme à la limite  $ds' = ds$

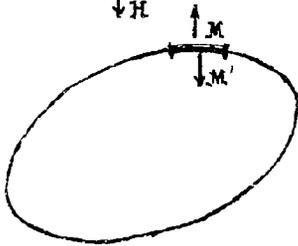
$$H = 4\pi \sigma$$

c. q. f. d.

**Champ dans le voisinage d'un plan indéfini, uniformément chargé.** — Soit  $\sigma$  la densité superficielle on a, en appliquant le théorème de Gauss à un tube de force qui traverse le plan et en remarquant que par raison de symétrie la valeur de  $H$  doit être la même de part et d'autre :

$$2H ds = 4\pi dq = 4\pi \sigma ds$$

$$H = 2\pi \sigma$$



**Pression électrostatique.** — Considérons un point extrêmement voisin de l'élément  $dS$ , le champ total résulte de la superposition des champs que créeraient en ce point d'une part l'électricité portée par l'élément  $dS$ , d'autre part l'électricité répandue sur le reste de la surface du conduc-

teur ; désignons les respectivement par  $h_1$  et  $h_2$

On a :

$$H = h_1 + h_2 = 4\pi \sigma$$

En un point  $M'$  symétrique de  $M$  la valeur du champ dû à l'élément  $dS$  change de signe et devient  $-h_1$ ,  $h_2$  reste au contraire invariable puisque les points  $M$  et  $M'$  sont infiniment voisins, on aura donc :

$$H' = -h_1 + h_2 = 0$$

comme à la limite l'élément  $ds$  joue par rapport aux points infiniment voisins  $M$  et  $M'$  le rôle du plan indéfini considéré plus haut,  $h_1$  a pour

valeur  $2\pi\sigma$  et d'après ce que nous venons de voir il en est de même de  $h_2$ .

Par conséquent la quantité d'électricité  $\sigma ds$  portée par l'élément  $ds$  est soumise à un effort normal, dirigé vers l'extérieur comme le vecteur  $H$  et ayant pour valeur  $f = h_2 \sigma ds = 2\pi\sigma^2 ds$ .

Cet effort est équilibré par la réaction de nature inconnue qui s'exerce à la surface du conducteur et ce dernier se comportera comme si chacun de ses éléments superficiels supportait une pression spécifique

$$P = \frac{f}{ds} = 2\pi\sigma^2 = \frac{1}{8\pi} H^2 = \frac{1}{2} H\sigma$$

à laquelle on a donné le nom de pression électrostatique.

De là ce second théorème également dû à Coulomb.

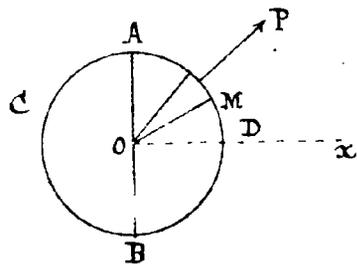
Théorème II. - Un élément de surface pris sur un conducteur électrisé supporte une pression électrostatique dirigée vers l'extérieur, égale au produit de la surface de l'élément par  $2\pi$  fois le carré de la densité superficielle  $\sigma$  qui lui correspond.

Lorsqu'au voisinage d'un conducteur placé dans l'air la valeur du champ devient trop grande le gaz cesse d'être isolant et le conducteur se décharge; il en résulte l'impossibilité de réaliser des valeurs de  $\sigma$  pour lesquelles la pression électrostatique pourrait acquies des valeurs notables. Pratiquement dans de l'air à  $15^\circ$  et sous la pression normale on ne peut pas dépasser la valeur de  $\frac{1}{3}$  de millimètre de mercure.

## 11. — Electromètre absolu de M<sup>r</sup> Sippmann. - L'existence de cette pression est utilisée dans la construction des électromètres absolus.

Farmi ces appareils le plus simple, au moins en principe, est celui de M<sup>r</sup> Sippmann.

Considérons une sphère électrisée isolée dans l'espace et formée par la juxtaposition de deux hémisphères ABC, ABD. Calculons l'effort qui tend à les séparer.



Sur l'élément  $ds$  situé en M s'exerce une pression  $P = 2\pi\sigma^2 ds$ .

dont la composante suivant  $ox$

$$P \cos. Pox = 2\pi\sigma^2 ds \cos Pox$$

est égale à  $2\pi\sigma^2 ds'$

$ds'$  désignant la projection de l'élément  $ds$

sur le plan du grand cercle AB.

Il est facile de voir que les composantes parallèles à AB se détruisent deux à deux. L'hémisphère ABD est donc soumise à une force résultante  $F$  dirigée suivant  $ox$  telle que :

$$F = 2\pi\sigma^2 \int_{AB} ds' = 2\pi\sigma^2 \cdot \pi R^2 = 2\pi^2 R^2 \sigma^2$$

14.

Soit  $Q$  la quantité totale d'électricité qui par raison de symétrie est uniformément répartie sur la sphère on a  $4\pi R^2\sigma = Q$

$$(1) \quad F = \frac{1}{8} \left( \frac{Q}{R} \right)^2$$

Si par un dispositif convenable on parvient à mesurer  $F$  l'appareil permettra d'évaluer la quantité  $Q$  d'électricité qu'il supporte.

Dans le cas d'une sphère isolée, les surfaces équipotentielles sont par raison de symétrie des sphères concentriques et les tubes de force des cônes de sommet  $O$ .

Le théorème de Gauss appliqué à l'un d'eux nous donne :

$$Hr^2 d\omega = 4\pi\sigma R^2 d\omega$$

$$H = \frac{4\pi\sigma R^2}{r^2} = -\frac{dV}{dr}$$

d'où

$$V = \frac{4\pi\sigma R^2}{r} + c = U$$

Et si on prend pour potentiel zéro le potentiel du sol et des murs du laboratoire supposés très éloignés de la sphère on a pour  $r$  très grand :

$$U_{\text{sol}} = c$$

et en désignant par  $U$  la différence de potentiel entre le point considéré et le sol

$$U = V - c = \frac{4\pi\sigma R^2}{r} = \frac{Q}{r}$$

et à la surface de la sphère

$$U = \frac{Q}{R}$$

et la formule (1) devient :

$$F = \frac{U^2}{8}$$

La mesure de  $F$  donnera donc la valeur de  $U$  par rapport au sol.

## 2<sup>e</sup> Leçon

### Equilibre électrique. - Condensateurs. - Capacité.

12 — Equilibre électrique. — Le problème de l'équilibre électrique est le suivant :

Etant donnés des conducteurs de formes et de positions déterminées ainsi que les charges de chacun d'eux, évaluer le potentiel en chaque point de l'espace lorsque l'équilibre est établi.

De la connaissance de ce potentiel on déduit d'ailleurs immédiatement la distribution superficielle des quantités d'électricité.

Ce problème présente des difficultés analytiques que nous n'avons pas à aborder ici ; On peut démontrer rigoureusement que :

- 1° Cet état d'équilibre est unique ;
- 2° La superposition de deux états d'équilibre sur un système donne de corps est un nouvel état d'équilibre.

Nous ne démontrerons pas la première proposition et nous l'accepterons comme un fait d'expérience.

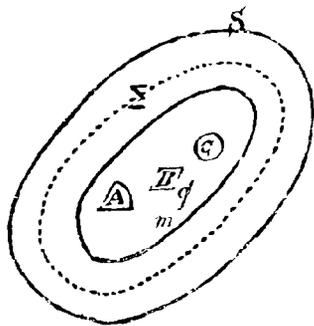
Quant à la seconde elle résulte de ce que le champ correspondant à la superposition de deux états d'équilibre est la somme géométrique des champs correspondant à chacun d'eux ; il jouit donc comme ces derniers des deux propriétés suivantes :

1° Il est nul à l'intérieur de chaque conducteur d'où il résulte que de nouvelles quantités d'électricité n'apparaissent pas lors de cette superposition.

2° Il est normal en chaque point aux surfaces de séparation des conducteurs et du diélectrique d'où immobilisation de la charge qu'on y suppose placée dans l'état de superposition.

De cette deuxième proposition il résulte que, si on change dans un rapport constant  $\lambda$  la densité électrique en chaque point d'un système de conducteurs en équilibre, on a encore un état d'équilibre et le potentiel en un point quelconque de l'espace est devenu  $\lambda$  fois plus grand.

13 ——— Théorème de Faraday. — Quand un système électrisé A, B, C est entouré complètement par un conducteur S il y a sur la face interne de ce conducteur une charge égale et de signe contraire à celle du système A, B, C.



Soit  $q$  la quantité d'électricité supportée par A, B, C ;  $m$  la quantité d'électricité distribuée sur la face interne de S. Comme le flux sortant d'une surface fermée quelconque  $E$  tracée à l'intérieur de S est nul (puisqu'il est  $H = 0$ ). Le théorème de Gauss exige que  $4\pi(q + m) = 0$  c'est-à-dire

$$q = -m$$

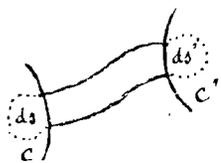
c. q. f. d.

Remarque. — Lorsque l'on fait des expériences électriques dans une salle les parois sont chargées d'une quantité d'électricité égale et de signe contraire à la somme algébrique de toutes les charges des appareils.

- 14 Éléments correspondants. - Considérons des conducteurs électrisés placés à l'intérieur d'une enceinte conductrice de dimensions arbitraires; un tube de force infiniment délié qui prend appui sur l'élément  $ds$  de la surface d'un de ces conducteurs aboutira nécessairement à un autre conducteur ou à l'enceinte.

En effet s'il se refermait sur le même conducteur le potentiel aurait la même valeur en deux points distincts des lignes de force contenues dans ce tube ce qui est contraire aux propriétés générales démontrées au §1<sup>er</sup>.

Soit  $ds'$  l'élément découpé par ce tube sur la surface à laquelle il aboutit; les éléments superficiels  $ds$  et  $ds'$  sont dits correspondants.



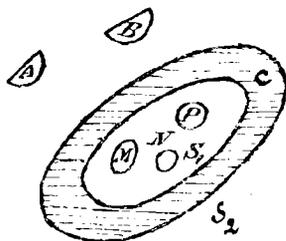
Soient  $dq$  et  $dq'$  les charges de ces éléments. Appliquant le théorème de Gauss à la surface fermée obtenue en complétant le tube par deux caillottes tracées respectivement à l'intérieur des conducteurs C et C' on arrive à la conclusion :

$$dq + dq' = 0$$

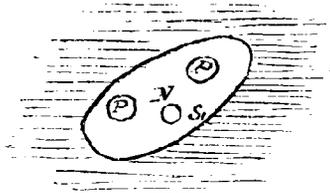
puisque le flux sortant est nul.

Il est donc possible de décomposer la surface des conducteurs et de l'enceinte en éléments correspondants deux à deux qui supportent des quantités d'électricité égales et de signes contraires.

- 15 Ecrans électriques. - Expérience de la cage de Faraday. - Si un conducteur creux C enveloppe un système M, N, P... de corps électrisés et s'il existe également à l'extérieur de C un second système A, B... de corps électrisés ou susceptibles de développer de l'électricité; les champs créés à l'intérieur et à l'extérieur de ce conducteur sont indépendants l'un de l'autre.



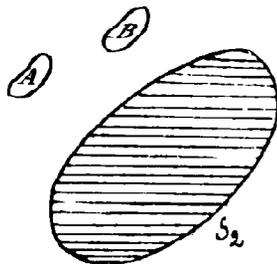
Considérons en effet le système M, N, P... supposé placé à l'intérieur d'un conducteur indéfini dont la surface intérieure est identique à  $S_1$  comme forme et position.



Les charges se répartiront sur M, N, P... et  $S_1$  de manière à constituer un état d'équilibre tel que le champ soit nul en tout point extérieur à  $S_1$ .

Soit de même un autre système constitué par A, B et un conducteur plein limité par une surface identique comme

forme et position à l'enveloppe  $S_2$  du conducteur  $C$ . Dans l'état d'équilibre correspondant le champ sera nul à l'intérieur de  $S_2$ .



Donc si nous supposons sur le conducteur creux  $C$  les charges répandues sur  $MNP$  et  $S_1$  d'une part et sur  $AB$ ... et  $S_2$  d'autre part comme elles l'étaient dans les deux cas d'équilibre que nous venons de considérer nous obtiendrons un nouvel état d'équilibre qui, devant être unique sera précisément celui que prend de lui-même le système complexe considéré.

Les deux champs sont donc bien indépendants l'un de l'autre puisque quel que soit l'un des deux, l'autre est identique à celui qui se produirait si la partie de l'espace que lui est extérieure était remplie de matière conductrice.

Si par des moyens quelconques on change lentement la nature de l'un des champs l'autre demeure invariable. Cela ne veut pas dire que le conducteur arrête les actions électriques; on peut en effet constater que si  $C$  est médiocrement conducteur une variation rapide de l'un des champs influe sur l'autre mais cette influence n'est que momentanée et quand tout est revenu au repos le champ influencé reprend son état d'équilibre antérieur.

On dit que le conducteur  $C$  joue le rôle d'écran électrique.

La démonstration expérimentale de cette propriété a été exécutée en grand par Faraday.

Ce physicien fit construire une chambre en forme de cube dans laquelle il pouvait entrer et après l'avoir recouverte de feuilles métalliques sur toute sa surface il la fit placer sur des supports isolants et y entra avec des appareils capables de déceler les actions électriques les plus faibles.

Pendant son séjour à l'intérieur du cube on chargeait ce dernier avec une puissante machine et de grandes étincelles jaillissaient à l'extérieur. À l'intérieur on ne constata aucune action électrique, ni aucune modification des phénomènes électriques que l'on y produisait.

16 — Cylindre de Faraday. — Conservation de l'électricité. — Lorsque le conducteur creux n'est pas absolument fermé il ne joue plus qu'imparfaitement le rôle d'écran mais il jouira très-approximativement des mêmes propriétés si les ouvertures ne sont pas très grandes.

18.

On peut faire l'expérience en employant un conducteur creux presque fermé tel qu'un vase cylindrique profond porté par un support isolant et relié à un électroscope.

Si dans ce cylindre on introduit un conducteur isolé et électrisé il se produit une divergence des feuilles de l'électroscope mis en communication avec lui. Cette divergence est indépendante de la position du conducteur dans le cylindre et reste la même si on amène cette dernière au contact avec la paroi intérieure.

Si on retire le conducteur il n'est plus chargé.

Ce fait est bien conforme au théorème de Faraday. En effet avant le contact on a une charge  $+q$  sur le conducteur introduit,  $-q$  à l'intérieur du cylindre et  $+q$  à l'extérieur distribuée sur le cylindre et sur l'électroscope.

D'après la propriété des écrans la distribution extérieure est indépendante de ce qui se passe à l'intérieur du cylindre; lorsque le contact se produit elle ne changera pas et puisque le conducteur retiré du cylindre n'est plus électrisé c'est que, conformément au théorème démontré plus haut, la charge intérieure du cylindre et celle du conducteur se sont neutralisées.

La propriété des écrans électriques et du cylindre de Faraday est capitale puisqu'elle permet de faire la somme algébrique des charges électriques supportées par des conducteurs quelconques; il n'y a en effet qu'à les introduire simultanément dans un cylindre de dimensions appropriées.

De plus des expériences très précises ont montré que cette propriété est indépendante de la nature du diélectrique intérieur au cylindre.

En enfermant dans une enceinte de Faraday des générateurs électriques quelconques convenablement isolés, que l'on fait fonctionner, on constate qu'il ne se produit aucune action extérieure, il en résulte que la somme algébrique des quantités d'électricité engendrées par ces générateurs (Mach à influence, à frottement etc.....) est nulle.

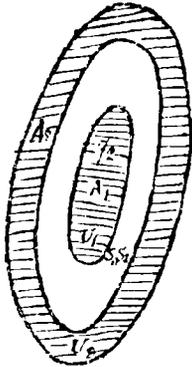
Ce fait dont nous venons d'indiquer la démonstration expérimentale est connu sous le nom de principe de la conservation de l'électricité.

17

Condensateur. - Capacité. - Considérons un conducteur  $A_1$ , chargé d'une quantité  $q$  d'électricité et enfermé dans une enveloppe conductrice  $A_2$ .

On donne à un tel système le nom de condensateur.

$A_1$  et  $A_2$  constituent respectivement les armatures interne et



externe de ce condensateur.

La connaissance de la charge  $q$  et des éléments géométriques qui caractérisent les surfaces  $S_1$  et  $S_2$  et leur position relative suffit pour déterminer complètement l'état du champ à l'intérieur.

On a donc en désignant par  $U_1 - U_2$  la différence de potentiel des armatures

$$q = f(U_1 - U_2)$$

D'autre part le théorème de la superposition des états d'équilibre montre que :

$$\lambda q = f[\lambda(U_1 - U_2)] \quad \text{quel que soit } \lambda$$

donc :

$$q = C(U_1 - U_2) \quad *$$

La constante  $C$  s'appelle la capacité du condensateur ; elle ne dépend que de ses éléments géométriques.

Supposons que l'enveloppe  $A_2$  se dilate infiniment et soit mise en communication avec le sol l'armature  $A_1$  constituera un conducteur isolé et la valeur limite de  $C$  sera la capacité de ce conducteur.

On aura

$$C = \frac{Q}{U}$$

$Q$  désignant la charge et  $U$  le potentiel (par rapport au sol) du conducteur considéré.

### 18. Cas particulier de deux conducteurs très éloignés.

Dans ce cas on peut considérer la distribution électrique sur chacun d'eux comme étant très sensiblement la même que si le conducteur était isolé.

Désignons par  $Q$  et  $Q'$ ,  $C$  et  $C'$  les charges et les capacités de ces conducteurs et par  $U$  et  $U'$  leurs potentiels par rapport au potentiel zéro de l'enceinte infinie qui les environne.

On a :

$$Q = CU \quad Q' = C'U'$$

Lors qu'on réunit ces conducteurs par un fil assez fin pour que sa charge soit négligeable le potentiel commun prend une valeur  $x$ ,

\* En effet si on a, quel que soit  $\lambda$  :  $y = f(x)$  et  $\lambda y = f(\lambda x)$ , on tire :  $y' = f'(x)$   $\lambda y' = \lambda f'(\lambda x)$  d'où  $f'(\lambda x) = f'(x) =$  constante et par suite  $f(x) = Cx$

20.

la charge du premier devient  $Cx$ , celle du second  $C'x$  et on a :

$$Cx + C'x = Q + Q' = cU + c'U'$$

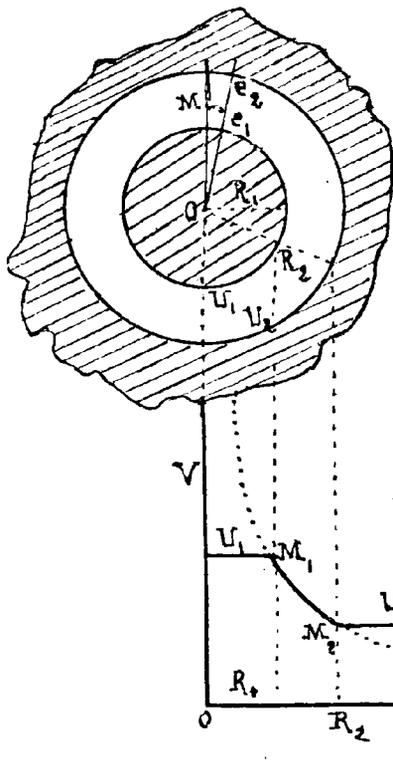
d'où

$$x = \frac{cU + c'U'}{c + c'}$$

Cette équation rappelle celle que fournit en calorimétrie la méthode des mélanges,  $Q$  désignant des quantités de chaleur,  $U$  et  $U'$  les températures  $C$  et  $C'$  les chaleurs spécifiques des corps mélangés.

## 19 — Distribution électrique dans quelques cas simples.

### 1<sup>o</sup> Cas de deux sphères conductrices concentriques :



Par raison de symétrie la direction du champ passe par le centre commun  $O$ . Ses tubes de force sont des cônes ayant leur sommet en ce point et les surfaces équipotentiels des sphères concentriques.

Le flux étant constant dans un tube d'ouverture  $d\omega$  on a en un point  $M$  distant de  $r$  du point  $O$ .

$$H r^2 d\omega = 4\pi R_1^2 d\omega \sigma_1$$

$\sigma_1$  désignant la densité superficielle sur la sphère (1).

La charge totale  $Q_1$  de cette sphère est d'ailleurs égale à  $4\pi R_1^2 \sigma_1$  donc :

$$H r^2 = Q_1$$

$$H = \frac{Q_1}{r^2} = -\frac{dV}{dr}$$

$$V = \frac{Q_1}{r} + C$$

$$(V - C) r = Q_1 = \text{constante}$$

La loi qui lie  $V$  et  $r$  est représentée par une hyperbole équilatère complètement déterminée par les conditions de passer par les deux points  $M_1 (U_1, R_1)$  et  $M_2 (U_2, R_2)$  et d'avoir ses asymptotes parallèles aux axes  $OV$  et  $Or$ .

La charge totale  $Q_1$  de la sphère intérieure est :

$$(1) \quad Q_1 = \frac{U_1 - U_2}{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}}$$

On l'obtient en éliminant  $C$  entre les deux équations  $(U_1 - C)R_1 = Q_1$ ,  
 $(U_2 - C)R_2 = Q_2$ .

Cette charge est égale et de signe contraire à la charge  $Q_2$  de la sphère enveloppante.

La capacité du condensateur ainsi formé est :

$$C = \frac{Q_1}{U_1 - U_2} = \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$

Si  $R_2 = \infty$  avec  $U_2 = 0$  on a :

$$C = R_1$$

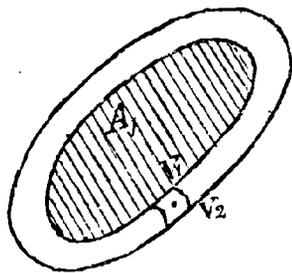
La capacité d'une sphère isolée est exprimée par le même nombre que son rayon.

Si le rayon  $R_2 = R_1 + e$   $e$  étant une épaisseur très faible de l'isolant on a :

$$C = \frac{R_1^2}{e}$$

et en désignant par  $S = 4\pi R_1^2$ , la surface de l'armature interne

$$(2) \quad C = \frac{S}{4\pi e}$$



2° Condensateur quelconque à diélectrique mince. - L'expression ap-

prochée ci-dessus s'applique à un condensateur quelconque pourvu que la couche isolante soit très mince et ait une épaisseur uniforme.

En effet dans ce cas les tubes de force sont très courts ; dans une petite région les surfaces équipotentiellles peuvent être remplacées par leurs plans tangents et ces plans sont parallèles comme étant perpendiculaires à la normale commune aux deux surfaces voisines.

Le champ a pour valeur :

$$\frac{U_1 - U_2}{e}$$

et est égal à  $4\pi\sigma$  d'après le théorème de Coulomb donc :

$$4\pi\sigma = \frac{V_1 - V_2}{e} = \frac{U_1 - U_2}{e}$$

$\sigma$  est donc constant sur toute la surface de  $A_1$ , et en multipliant par la surface  $S$  de ce noyau

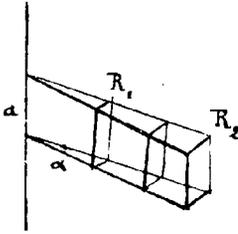
$$S\sigma = Q$$

d'où

$$C = \frac{Q}{V_1 - V_2} = \frac{S}{4\pi e}$$

c. q. f. d.

3°.- Cas de deux cylindres concentriques et indéfinis. - Dans l'espace annulaire compris entre les deux cylindres les lignes de force sont des rayons par raison de symétrie et les surfaces équipotentielles sont des cylindres concentriques.



Soit  $\sigma_1$  la densité électrique sur le cylindre intérieur de rayon  $R_1$ ; considérons un tube de force en forme de prisme ayant pour arête l'axe commun des cylindres pour hauteur  $a$  et pour angle dièdre  $\alpha$ . Ce tube découpe dans chacun des cylindres une aire  $S$  proportionnelle à son rayon;  $S = a \cdot r \cdot \alpha$ .

Le théorème de Gauss nous donne en désignant par  $H$  le champ à la distance  $r$  de l'axe:

$$4\pi\sigma_1 \cdot R_1 = H \cdot r = -\frac{dV}{dr} \cdot r$$

d'où en intégrant de  $R_1$  à  $R_2$ ;  $U_1$  et  $U_2$  désignant comme d'habitude les potentiels des cylindres

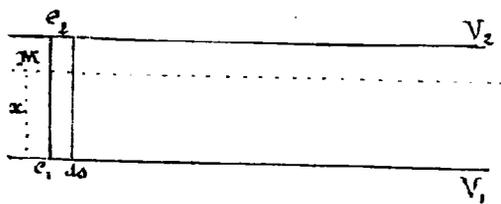
$$U_1 - U_2 = 4\pi\sigma_1 R_1 \int_{R_1}^{R_2} \frac{R_2}{R_1}$$

La considération des éléments correspondants découpés par un même tube de force fournit entre les densités électriques  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  sur les deux cylindres ( $R_1$ ) et ( $R_2$ ) la relation  $\sigma_1 R_1 + \sigma_2 R_2 = 0$ .

La charge par unité de longueur du cylindre intérieur est égale à  $2\pi\sigma_1 R_1$ , et la capacité correspondante  $C$  a pour valeur:

$$C = \frac{2\pi\sigma_1 R_1}{U_1 - U_2} = \frac{1}{2 \int \frac{R_2}{R_1}}$$

4° Cas de deux plans parallèles supposés indéfinis.



Les surfaces équipotentielles sont des plans parallèles aux plans donnés; les tubes de force des cylindres droits perpendiculaires à leur direction.

$$\text{En } M \text{ le flux } H ds = 4\pi ds \sigma_1 \\ H = 4\pi\sigma_1 = -\frac{dV}{dx}$$

d'où

$$V = -4\pi\sigma_1 x + c$$

et en appelant  $e$  la distance des deux plans et  $U_1$  et  $U_2$  leurs potentiels

$$U_1 = c \quad U_2 = -4\pi\sigma_1 e + c \quad ; \quad U_1 - U_2 = 4\pi\sigma_1 e$$

$$V - U_1 = \frac{U_2 - U_1}{e} x \quad ; \quad H = -\frac{dV}{dx} = \frac{U_1 - U_2}{e}$$

La considération des éléments correspondants  $e_1$  et  $e_2$  donne

$$\sigma_1 ds = -\sigma_2 ds \quad \text{c'est-à-dire } \sigma_1 = -\sigma_2$$

Les charges sur les deux plans sont par unité de surface égales et de signes contraires.

La capacité par unité de surface d'un condensateur plan (A. pinus) est égale à :

$$C = \frac{1}{4\pi e}$$

$$\text{car } C = \frac{\sigma_1}{U_1 - U_2} = \frac{\sigma_1}{\frac{\sigma_1}{4\pi e}} = \frac{1}{4\pi e}$$

**20 ———— Electromètre absolu de Lord Kelvin.** — Comme application de l'étude de la distribution électrique entre deux plans parallèles, nous allons décrire l'électromètre absolu de Lord Kelvin.

On voit facilement que la pression électrostatique sur l'unité de surface de l'un quelconque des deux plans a pour valeur :

$$P = 2\pi\sigma_1^2 = \frac{1}{8\pi} \frac{(U_1 - U_2)^2}{e^2}$$

Cette formule sert de base à la théorie de l'électromètre.

Cet appareil se compose essentiellement de deux plateaux parallèles A et B l'un fixe, l'autre mobile ; ce dernier, d'un rayon plus petit que le plateau fixe, est entouré d'une partie annulaire avec laquelle il est en communication et dont l'effet est de répartir uniformément la charge sur le disque mobile. Cet anneau se nomme anneau de garde.

Dans les premiers appareils construits, le disque mobile était situé à l'extrémité d'un fléau de balance et on l'équilibrait

par des poids placés à l'autre extrémité. Ce dispositif a été abandonné et remplacé par

une suspension à ressorts.

Le plateau mobile est rattaché à un plateau fixe

CD isolant, au moyen de trois

ressorts,  $r, r', r''$ , semblables à des

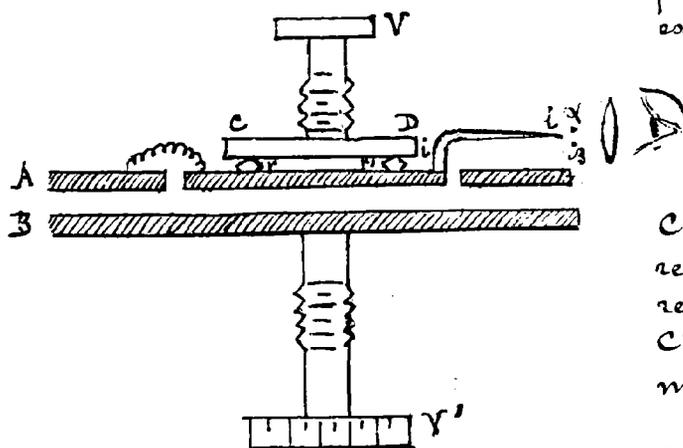
ressorts de voiture. Le support

CD est commandé par une vis

micrométrique V.

Le disque mobile porte un

index i qui se déplace entre



deux repères  $\alpha$ ,  $\beta$  et permet de l'amener dans le plan de l'anneau de garde.

1° (Méthode idiostatique). Supposons que cette opération ait été faite les deux plateaux étant à des potentiels  $U_1$  et  $U_2$ ..... Supprimons la différence de potentiel en les mettant en communication entre eux, la pression électrostatique

$$(1) \quad P = \frac{1}{8\pi} \frac{(U_1 - U_2)^2}{e^2} S \quad (S \text{ section du disque mobile})$$

disparaît et les ressorts se contractent.

En plaçant des poids égaux à  $P$  sur le disque on pourra le ramener dans le plan de l'anneau de garde et dans la formule (1) tout sera connu.

2° (Méthode hétérostatique). Lorsque la différence à mesurer  $U_1 - U_2$  est faible, on emploie une source auxiliaire qui permet de maintenir l'un des plateaux à un potentiel constant  $U_0$  tel que  $U_0 - U_1$  soit assez considérable.

Une première opération dans laquelle la distance des plateaux sera  $e$  nous donnera :

$$p = \frac{1}{8\pi} \frac{(U_0 - U_1)^2}{e^2} S$$

et nous pourrions évaluer  $p$  comme précédemment.

Portons maintenant au potentiel  $U_2$  le plateau qui était primitivement au potentiel  $U_1$ . Pour ramener les ressorts au même état de tension il nous suffira de déplacer légèrement le plateau inférieur à l'aide de la vis micrométrique  $V$ .

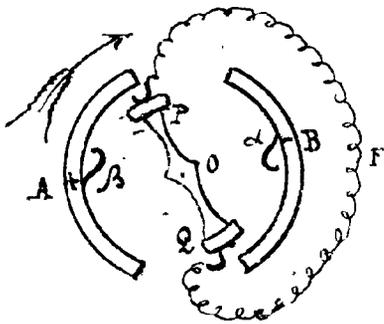
On aura

$$p = \frac{1}{8\pi} \frac{(U_0 - U_2)^2}{e'^2} S$$

de ces deux relations on tire :

$$U_1 - U_2 = (e' - e) \sqrt{\frac{8\pi p}{S}}$$

qui donne  $U_1 - U_2$  lorsqu'on connaît  $e' - e$ ,  $p$  et la section  $S$  du disque mobile.



Jauge et rechargneur. - Pour faire usage de cette méthode il est nécessaire que le potentiel auxiliaire  $U_0$  soit constant; pour compenser les déperditions qui tendent à faire varier  $U_0$  on se sert du replenisher ou rechargneur.

Cet appareil qui constitue une petite machine à influence se compose de quatre fractions de cylindre A, B, P, Q, en laiton.

A et B sont des inducteurs fixes chargés

l'un positivement l'autre négativement ; ils ont été amorcés par une charge préalable.

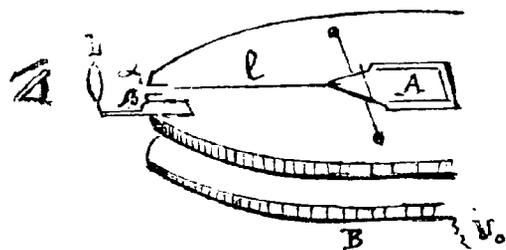
P et Q sont des pièces isolées qui tournent autour de l'axe O. Dans la position indiquée sur la figure, l'électricité positive de A attire l'électricité négative de P et repousse son électricité positive.

P se charge donc négativement et Q positivement puisqu'ils sont réunis par un fil F. En continuant la rotation dans le sens de la flèche les charges de P et de Q viennent respectivement se porter à la surface extérieure de B et de A lorsque la rencontre avec les touches  $\alpha$  et  $\beta$  se produit. La charge de A augmente donc en même temps que celle de B diminue. Il est facile de voir que c'est le contraire quand l'appareil tourne en sens inverse.

On peut donc avec cette petite machine restituer à un conducteur la charge qu'il a perdue ou diminuer au contraire cette charge s'il y a lieu.

Pour s'assurer de la constance de  $V_0$ , on se servait de la jauge.

Une feuille d'aluminium A, portée par un fil horizontal de torsion, se trouve en regard d'une autre feuille B mise en communication avec le plateau au potentiel  $V_0$ .



La feuille A est entourée d'un anneau de garde et le tout constitue une sorte de petit électromètre.

L'extrémité du levier se déplace entre deux repères  $\alpha$ ,  $\beta$  et on manœuvre le rechargeur de manière à maintenir cette extrémité dans

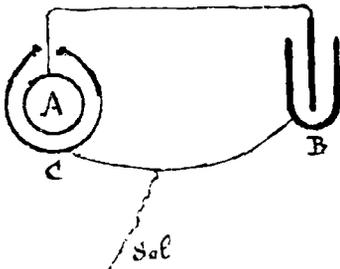
une position invariable.

M. J. J. Perot et Fabry ont réalisé un électromètre absolu basé sur les mêmes principes mais dans lequel les plateaux sont constitués par des lames de verre demi argentées ce qui permet d'utiliser un phénomène d'interférence pour mesurer avec une extrême précision les variations de  $\epsilon$ .

21 Mesure des capacités par l'électromètre. - Supposons connue la capacité  $C$  d'un condensateur déterminé A ; (celle d'un condensateur sphérique par exemple pour lequel le calcul est facile)

Soit à mesurer la capacité inconnue  $x$  d'un condensateur quelconque B ; chargeons ce second condensateur en portant son armature interne au potentiel  $V$  et en reliant son armature externe au sol.

Puis relierons deux à deux les armatures de même nom de A



et de B la charge  $xU$  va se répartir sur les deux armatures internes dont le potentiel commun prendra la valeur  $U'$  telle que :

$$xU = (x + C) U'$$

et  $x$  sera connu si on sait trouver le rapport des deux potentiels  $\frac{U}{U'}$ ,

Si pour mesurer  $U$  et  $U'$  nous établissons la communication avec un électromètre nous modifions la quantité à mesurer ; il est donc nécessaire de jauger l'électromètre c'est-à-dire de chercher sa capacité.

Pour cela on opérera avec l'électromètre comme on vient de l'indiquer pour B en le mettant en communication avec un condensateur sphérique.

Si  $c$  désigne la capacité de cet instrument on aura :

$$cU_1 = (c + C) U_2$$

et les valeurs  $U_1$  et  $U_2$  seront données par l'électromètre lui-même  $c$  étant connu on pourra se servir de l'appareil pour comparer la capacité  $C$  à la capacité inconnue  $x$  du condensateur que l'on veut étudier.

Il existe pour la mesure des capacités d'autres méthodes qui sont basées sur l'emploi des galvanomètres et seront étudiées plus loin.

### 3<sup>e</sup> Leçon

## Distribution électrique. - Energie électrostatique.

22 — Théorème de Poisson. — Comme nous l'avons indiqué dans la leçon précédente le problème de la distribution électrique de charges données sur des conducteurs donnés de forme et de position est en général fort difficile à résoudre et pour pouvoir procéder à des vérifications expérimentales il est parfois préférable de laisser arbitraire la forme du conducteur et de chercher quels sont ceux qui peuvent permettre de réaliser une distribution connue et facile à obtenir.

Pour cela nous partirons du théorème général suivant dû à Poisson.

Théorème. — L'action que des masses électriques données exercent à l'extérieur d'une surface fermée quelconque est la même que celle d'une couche de même masse répandue sur cette surface suivant une certaine loi.

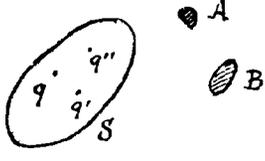
En effet, soient  $q, q', q''$  les masses intérieures que nous supposerons fixes comme si elles étaient portées par des particules matérielles isolées les unes des autres et soit  $S$  une surface idéale quelconque qui les renferme.

Si cette surface était conductrice elle se recouvrirait intérieurement d'une quantité d'électricité  $-Q = -\Sigma q$  qui réduirait à zéro le champ extérieur.

Une couche  $+Q$  distribuée sur la surface  $S$  suivant la même loi exercera donc sur tous les points extérieurs la même action que les masses  $\Sigma q$  et pourra leur être substituée. C. q. f. d.

Dans le cas général cette couche ne serait pas en équilibre d'elle-même sur la surface  $S$  supposée conductrice; cet équilibre aura lieu au contraire lorsque la surface  $S$  coïncidera avec l'une quelconque des surfaces équipotentielle qui dans un cas d'équilibre quelconque entoure complètement le système ( $q, q', q''$  etc....).

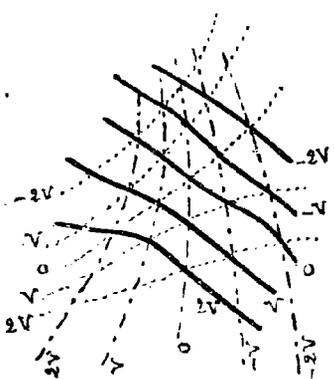
En effet soit  $A, B, \Sigma q$  un système en équilibre et  $S$  une surface équipotentielle qui enveloppe les masses  $q$ .



La distribution  $+Q$  effectuée sur  $S$  exerçant sur tout point extérieur le même effet que les masses  $q, q', q''$ , le champ en un point  $M$  voisin de  $S$  sera comme précédemment normal à  $S$  et la charge électrique déposée sur l'élément superficiel voisin de  $M$  sera maintenue en équilibre par suite de l'impossibilité où elle est de s'échapper du conducteur sur lequel elle n'a d'ailleurs aucune tendance à glisser.\*

Nous voyons en particulier que l'état d'équilibre devant être unique, si un conducteur se dilate en épousant successivement la forme des surfaces équipotentielle qui l'entourent et en conservant la même charge, l'état extérieur du champ n'est pas modifié.

### 23 — Diagrammes électrostatiques. — Supposons que nous



ayons dessiné les sections par un plan des surfaces équipotentielle  $-2V, -V, 0, V, 2V, \dots$  correspondant à deux cas d'équilibre distincts faciles à étudier (traits ponctués et traits mixtes sur la figure).

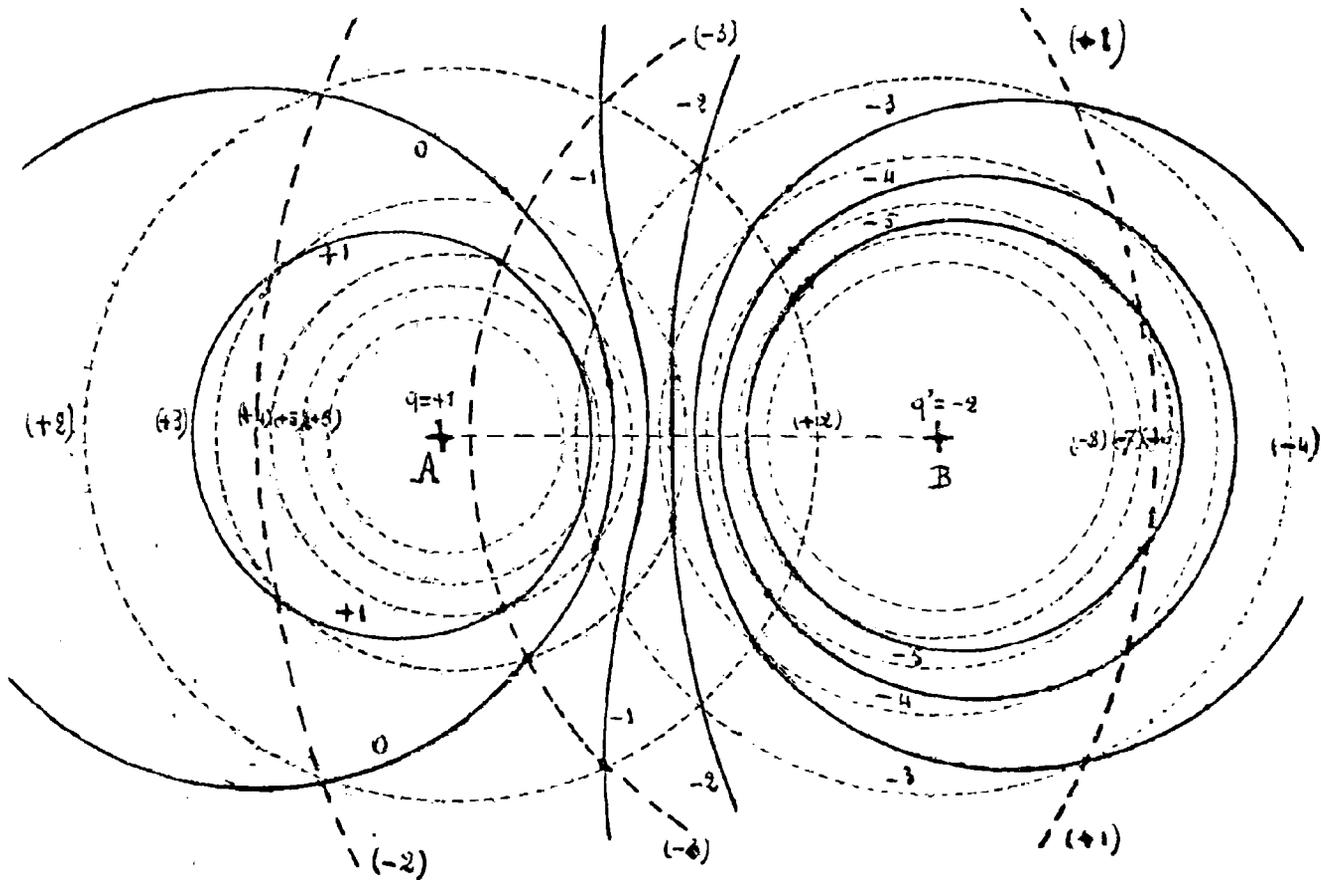
En traçant les diagonales (traits pleins) des quadrilatères curvilignes obtenus par la superposition des deux réseaux, on obtiendra les lignes équipotentielle de l'état d'équilibre résultant de la superposition

\* Dans ce cas, d'après le 1<sup>er</sup> théorème de Coulomb, la loi de distribution de l'électricité sera  $\sigma = -\frac{K}{4\pi} \frac{dV}{dn}$  en appelant  $\frac{dV}{dn}$  la dérivée du potentiel par rapport à la normale. On a donc ce théorème: dans le cas d'une couche en équilibre, la densité en un point est inversement proportionnelle à la distance du point à la surface équipotentielle extérieure à  $S$  et infiniment voisine.

des deux états d'équilibre primitifs.

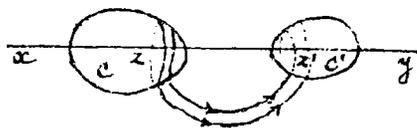
Exemple. - Construire le diagramme représentatif des surfaces équipotentielles du champ créé par deux points A et B électrisés dont les charges sont respectivement  $q=+1$   $q'=-2$ .

Considérons une section plane passant par A et B, le point A étant supposé chargé seul, donne des cercles équipotentiels cotés  $V = \frac{\lambda}{r}$  ( $\lambda$  désignant un facteur numérique choisi dans chaque cas de manière à rendre les constructions ou les calculs plus faciles).



De même le point B supposé seul donnera des cercles équipotentielles cotés  $V = \frac{-2\lambda}{r}$

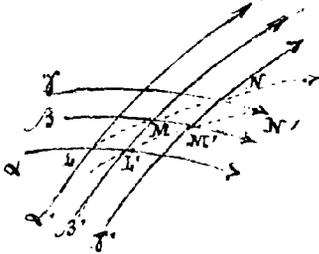
La superposition des deux systèmes de cercles donnera (figure ci-dessus) la solution graphique du problème.



Quand on a affaire à un système de conducteurs C, C' de révolution autour d'un même axe  $xy$ , on peut également obtenir par superposition des diagrammes des lignes de force correspondant à la somme

de deux états d'équilibre connus.

A cet effet on considère des tubes de force ayant pour bases des zones  $Z, Z'$  découpées sur la surface de ces conducteurs et choisies de telle manière que chacune d'elles corresponde à une charge constante arbitraire, qu'il convient d'ailleurs de choisir autant que possible parmi les parties aliquotes des charges totales portées par les conducteurs considérés.

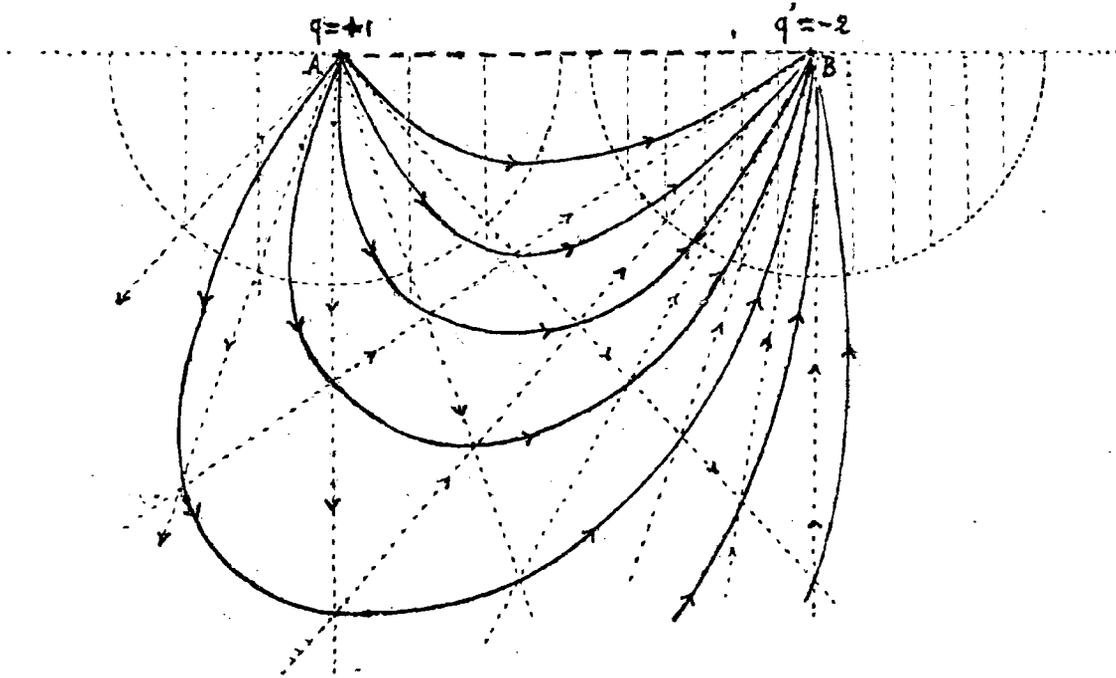


Dans ces conditions si  $\alpha, \beta, \gamma, \dots, \alpha', \beta', \gamma'$  sont les méridiennes des surfaces de révolution qui limitent ces tubes dans deux cas d'équilibre connus ; on obtiendra les méridiennes des tubes de force correspondant à la superposition de ces deux états en joignant les points tels que  $L, M, N, \dots, L', M', N', \dots$  etc...

En effet le flux à travers la surface engendrée par  $LM$  par exemple est bien nul comme étant la différence des flux égaux correspondant aux tubes  $\alpha, \beta$  et  $\alpha', \beta'$ ;  $LM$  est donc bien un élément de ligne de force du champ résultant.

On voit facilement que le flux entre deux surfaces consécutives  $L, M, N, \dots, L', M', N', \dots$  a précisément même valeur que celle adoptée pour l'exécution des diagrammes  $\alpha, \beta, \gamma, \dots, \alpha', \beta', \gamma', \dots$ .

La figure ci-dessous représente l'application de cette méthode au cas déjà considéré plus haut de deux points  $A$  et  $B$  dont les charges sont  $+1$  et  $-2$ .



Les lignes pointillées représentent les lignes de force lorsque l'on suppose chacun des points isolés; pour obtenir celles qui partent de A on a tracé sur une sphère de centre A six zones égales limitées par des plans normaux à AB. La charge de B étant double on a subdivisé la sphère de centre B en douze zones pour que chacune d'elles corresponde à la même charge de  $\frac{1}{6}$  adoptée pour la représentation du champ créé par A.

Tout peu que le problème d'équilibre soit un peu compliqué les tracés graphiques deviennent impraticables, toutefois l'étude du champ dans quelques cas simples permet d'exécuter des vérifications expérimentales nombreuses.

En effet si on remplace deux surfaces équipotentielles quelconques (+1 et -5 par exemple dans le cas de la figure page 28) par des conducteurs ayant même forme extérieure, placés dans la même position et supportant des charges égales à la somme des charges des points électrisés situés à leur intérieur, le champ extérieur n'est pas modifié (théorème de Poisson).

Ainsi, en employant cette marche inverse le champ est connu a priori et l'on peut vérifier l'accord de l'expérience avec les prévisions de la théorie.

On pourra par exemple déterminer la densité électrique en chaque point du conducteur et vérifier sa proportionnalité au flux correspondant.

24 ——— Etude expérimentale de la distribution. — Pour étudier les variations de la densité électrique ou, ce qui revient au même, les charges réparties sur des surfaces égales aux différents points du conducteur, Coulomb se servait d'un plan d'épreuve constitué par un disque métallique très mince placé au bout d'une tige isolante.

Lorsqu'on applique ce plan sur un conducteur, il prend toute la charge de la surface qu'il recouvre. En effet, bien qu'il ne touche la surface qu'en un point; il en reste partout assez près pour que l'espace compris entre lui et la surface puisse être considéré comme une partie intérieure du conducteur complexe formé par la surface et le plan.

La quantité d'électricité que prend le plan d'épreuve en un point du conducteur est donc proportionnelle à la densité en ce point et à la surface du plan.

La densité étant la même en tous les points d'une sphère on peut vérifier au préalable les propriétés du plan d'épreuve. On prend des sphères égales dont les charges sont dans un rapport connu: la densité superficielle sur ces sphères est dans ce même rapport. On les touche par le plan d'épreuve qui prend des charges qu'on évalue avec la ba-

lance de torsion. Le rapport de ces charges est celui des densités sur les deux sphères.

On vérifie aisément d'autre part que la quantité d'électricité prise par le plan d'épreuve est proportionnelle à son aire.

Pour comparer les densités électriques en deux points déterminés d'un même conducteur, on porte le plan d'épreuve dans la balance de torsion dont la balle mobile a été remplacée par un plan d'épreuve chargé d'une masse quelconque  $M$ . Supposons qu'en touchant un point du conducteur étudié, le plan d'épreuve prenne une charge  $m$ ; on le porte dans la balance, il y éprouve une répulsion égale à :

$$F = \frac{Mm}{r^2}$$

Dans une seconde expérience, la charge est  $m'$  et on tourne le micromètre de façon que la distance des deux plans soit encore  $r$ ; on a :

$$F' = \frac{Mm'}{r^2}$$

On déduit de là :

$$\frac{F}{F'} = \frac{m}{m'}$$

c'est-à-dire le rapport des densités électriques aux deux points du conducteur touchés par le plan d'épreuve.

Ces expériences ont montré que, conformément à la théorie, lorsqu'on a affaire à un seul conducteur électrisé, le rapport des densités électriques en deux points donnés est indépendant de la charge totale.

L'expérience telle que nous l'avons indiquée ne serait pas rigoureuse; il faut faire des observations croisées par contacts alternatifs afin d'éliminer l'erreur due à la déperdition continue d'électricité.

Soient  $A$  et  $A'$  les deux points du conducteur que l'on compare :

On touche  $A$ , le plan d'épreuve prend une charge  $m_1$ , on observe  $F_1$ ,

On touche  $A'$ , le plan d'épreuve prend une charge  $m_1'$ , on observe  $F_1'$ ,

On touche  $A$ , le plan d'épreuve prend une charge  $m_2$ , on observe  $F_2$

etc....

Les observations étant faites à des intervalles de temps à peu près égaux, on peut admettre, que la charge de  $A$  est  $\frac{m_1 + m_2}{2}$  quand celle de  $A'$  est  $m_1'$ .

Le rapport des densités en  $A$  et  $A'$  sera donc :

$$\frac{F_1 + F_2}{2F_1'} \quad \text{ou} \quad \frac{2F_2}{F_1' + F_2'}$$

Le mode expérimental que nous venons de décrire est celui qu'employait Coulomb; il est plus simple actuellement de maintenir

constante la charge du conducteur étudié en employant un réplénisseur et une jauge et de comparer d'autre part les charges prises par le plan d'épreuve en le portant dans un cylindre de Faraday relié à un électromètre.

**25** — Étude expérimentale de la distribution des lignes de force ; fantômes électrostatiques. — On peut acquérir rapidement des indications qualitatives sur la distribution des lignes de force en réalisant des fantômes électriques. A cet effet on utilise une lame de verre qui sert de support à des conducteurs électrisés de formes convenables et l'on projette sur elle certaines substances en poudre (diamidophénot, sucre, charbon de bois etc....) qui jouissent de la propriété de s'orienter suivant la direction des lignes de force comme le font les grains de limaille de fer dans l'expérience bien connue des fantômes magnétiques.

On peut aussi comme le faisait Faraday maintenir les conducteurs électrisés dans un bain d'essence de térébenthine où se trouvent en suspension des filaments de soie. Sous l'action du champ ces filaments se dressent et dessinent des lignes de force.

**26** — Rôle attribué aux tubes de force par Faraday. — Substitution d'une action de milieu à la loi d'action à distance. — Les lignes et les tubes de force dont nous ne nous sommes servis jusqu'ici que comme d'une notion mathématique commode jouaient un rôle considérable dans la manière dont Faraday concevait les actions électriques. C'est suivant ces lignes que s'exercent réellement d'après lui des efforts élastiques d'où résultent les effets mécaniques que subissent les conducteurs placés dans le champ électrique.

Si on écarte toute idée d'action à distance, comme l'ont fait Faraday et Maxwell, on peut chercher à expliquer les phénomènes électriques en faisant jouer le rôle principal à un milieu indéfini, doué d'une élasticité spéciale qui le rend capable de transmettre de proche en proche les perturbations auxquelles il est soumis.

Ce milieu ne saurait être confondu avec la matière des isolants puisque le vide physique le plus parfait est isolant et n'intercepte pas les actions mutuelles des corps électrisés ; nous pouvons le concevoir comme un élément analogue à l'éther considéré en optique ; d'ailleurs tous les résultats obtenus jusqu'à ce jour tendent à prouver qu'il n'y a pas simplement analogie mais identité absolue entre ces deux milieux hypothétiques.

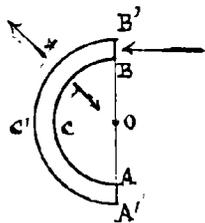
Quoiqu'il en soit proposons-nous d'évaluer l'action qui s'ex-

exce entre deux parties contiguës de ce milieu à travers un élément superficiel de situé en un point où le champ est  $H$ .

Considérons d'abord le cas d'un élément normal à la direction de  $H$ ; par raison de symétrie la pression qui s'exerce sur un tel élément doit être dirigée parallèlement au champ et il suffit de se reporter à l'étude de la distribution électrique entre deux plans parallèles (n° 19) pour voir que cette pression doit correspondre à un effort de traction et avoir pour valeur  $\frac{1}{8\pi} H^2$  par unité de surface.

La pression sur un élément parallèle au champ, doit être dirigée suivant la normale à l'élément car s'il existait une composante parallèle à  $H$  un élément de tube de force pris dans un champ uniforme ne serait pas en équilibre sous l'action des pressions qui s'exercent sur lui.

Pour trouver la valeur inconnue  $X$  de cette pression par unité



de surface considérons un champ sphérique de centre  $O$  et écrivons que la calotte hémisphérique  $ABCA'B'C'$  comprise entre les rayons  $r$  et  $r+dr$  est en équilibre sous l'action de la pression  $2\pi r \cdot dr \cdot X$ , exercée sur sa base annulaire  $AA'B'B'$  et des tractions  $\frac{1}{8\pi} H^2$  qui s'exercent normalement sur chaque unité de surface de ses parois courbes  $ACB$  et  $A'C'B'$ .

On voit facilement par un calcul analogue à celui du n° 11 qu'on a :

$$2\pi r \cdot dr \cdot X = \frac{1}{8\pi} H^2 \pi r^2 - \frac{1}{8\pi} \left( H + \frac{\partial H}{\partial r} dr \right)^2 \pi (r+dr)^2$$

Dans le cas actuel  $H = \frac{\lambda}{r^2}$  ( $\lambda$  étant une constante)

$$\text{et par suite } \frac{\partial H}{\partial r} = -\frac{2\lambda}{r^3} \cdot \frac{1}{r} = -\frac{2H}{r}$$

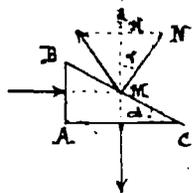
Il vient donc

$$2\pi r \cdot dr \cdot X = -\frac{1}{8\pi} H^2 \cdot 2\pi r dr + \frac{4H^2}{8\pi r} dr \cdot \pi r^2$$

d'où

$$X = \frac{H^2}{8\pi}$$

Pour trouver maintenant la pression spécifique  $\bar{F}$  sur un élément d'orientation quelconque dont la normale fait l'angle  $\alpha$  avec la direction du champ  $H$ ; il nous suffira d'écrire les équations d'équilibre d'un prisme rectangle infiniment petit dont la face hypoténuse  $(BC)$  est dirigée comme l'élément considéré et dont les faces  $(AC)$  et  $(AB)$  sont respectives-



ment normales et parallèles à  $H$ .

$A.B.C$  représentant la section droite d'un tel prisme on a en projetant suivant la normale  $MN$  à l'élément

$$F \cdot (\text{surf. } BC) \cdot \cos(\vec{F}, \vec{N}) + \frac{1}{8\pi} H^2 (\text{surf. } AB) \sin \alpha = \frac{H^2}{8\pi} (\text{surf. } AC) \cos \alpha.$$

et suivant  $\vec{M}\vec{B}$

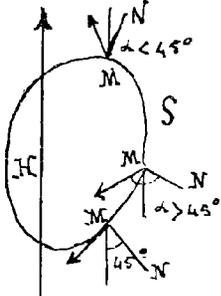
$$F \cdot (\text{surf. } BC) \sin(\vec{F}, \vec{N}) = \frac{1}{8\pi} H^2 (\text{surf. } AB) \cos \alpha + \frac{H^2}{8\pi} (\text{surf. } AC) \sin \alpha$$

Et' ailleurs comme  $(\text{surf. } AB) = (\text{surf. } BC) \sin \alpha$ ;  $(\text{surf. } AC) = (\text{surf. } BC) \cos \alpha$  il vient:

$$F \cos(\vec{F}, \vec{N}) = \frac{1}{8\pi} H^2 \cos 2\alpha \quad ; \quad F \sin(\vec{F}, \vec{N}) = \frac{1}{8\pi} H^2 \sin 2\alpha$$

Il est d'ailleurs évident que cette force n'a pas de composante normale au plan de figure; sa valeur est  $\frac{H^2}{8\pi}$  et sa direction s'obtient en prenant la demi-droite symétrique par rapport à  $H$ , de la normale extérieure menée à l'élément.

Donc dans l'hypothèse de Maxwell et Faraday nous devons envisager le milieu diélectrique intermédiaire comme soumis aux actions dont nous venons de trouver l'expression, et si nous ne voulons considérer que la portion de ce milieu comprise à l'intérieur d'une



surface  $S$  nous devons supposer appliquée sur chaque élément de cette surface une pression dont nous venons de déterminer la direction ainsi que la valeur par unité de surface.

Pour  $\alpha$  compris entre  $0$  et  $45^\circ$  on a un effort de tension qui se change en compression lorsque  $\alpha$  prend les valeurs comprises entre  $45^\circ$  et  $90^\circ$ . Pour  $\alpha = 45^\circ$  l'effet se réduit à un effort de glissement.

Ainsi se trouve précisée le rôle des tubes de force que Faraday assimilait à des fils élastiques tendus jouissant de la propriété de se repousser mutuellement et dont les extrémités seraient en quelque sorte fixées à la surface des conducteurs.

**27** — Expression de l'Énergie électrostatique. — Considérons un système en équilibre dont l'état électrique est caractérisé par les valeurs  $Q_1, U_1, Q_2, U_2, \dots$  etc des charges et des potentiels. La proposition relative à la superposition des états d'équilibre ( $\pi^\circ 12$ ) nous apprend que ce même système sera également en équilibre pour des charges et des potentiels respectivement égaux à  $\alpha Q_1, \alpha U_1, \alpha Q_2, \alpha U_2, \dots$  etc. quel que soit  $\alpha$ .

Supposons le dans l'état caractérisé par une certaine valeur

de  $x$  et réalisons le travail nécessaire pour amener de l'infini sur chacun des conducteurs des quantités d'électricité infinitésimales et respectivement égales à :

$$Q_1 dx, Q_2 dx \text{ etc } \dots$$

Nous aurons :

$$d\mathcal{E} = (xU_1) Q_1 dx + (xU_2) Q_2 dx \dots$$

En effet  $dx$  peut être supposé suffisamment petit pour que l'apport de l'une quelconque des masses élémentaires  $Q dx$  ne produise aucune perturbation dans la distribution électrique et nous savons que pour amener une petite charge  $q'$  sur un conducteur au potentiel  $U$  il faut par définition dépenser un travail égal à  $Uq'$  (voir n° 7).

En intégrant cette expression depuis  $x=0$  (charge nulle) jusqu'à  $x=1$  (état considéré) il vient :

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} \sum UQ$$

Inversement on peut ramener le système à l'état neutre en recueillant le travail dépensé dans la première opération.

L'expression  $\frac{1}{2} \sum QU$  représente la partie électrostatique de l'énergie du système considéré ou plus brièvement l'énergie électrique de ce système. Si l'on passe d'un état  $A(U, Q, \dots)$  à un état  $B(U', Q', \dots)$  qui ne diffèrent entre eux que par les valeurs prises par les paramètres relatifs à l'état électrique, la variation d'énergie sera :

$$\Delta W = (W)_A^B = \frac{1}{2} \sum Q'U' - \frac{1}{2} \sum QU$$

Dans cette expression il n'entre effectivement que les différences de potentiel des corps en présence et non la valeur absolue de ces potentiels ; en effet, la quantité totale d'électricité du système considéré est toujours la même  $\sum Q = \sum Q'$  et si  $U_0$  est une quantité arbitraire, on a :

$$\Delta W = \frac{1}{2} \sum Q'(U' - U_0) - \frac{1}{2} \sum Q(U - U_0)$$

Ces sommes  $\sum Q$  sont nulles si on opère dans un espace fermé ce qui est le cas dans la réalité et il est naturel de prendre, comme on le fait habituellement les potentiels par rapport à celui du sol ou des murs de la salle où on opère. On est ainsi dispensé de faire intervenir les quantités d'électricité développées par influence sur les parois de l'enceinte puisqu'elles sont multipliées par un facteur nul.

27<sup>63</sup> — Energie d'un condensateur. — Dans le cas d'un conden-

36.

On a des quantités  $Q$  et  $-Q$  d'électricité aux potentiels  $U_1$  et  $U_0$  des armatures internes et externes :

$$W = \frac{1}{2} Q (U_1 - U_0)$$

D'ailleurs

$$Q = C (U_1 - U_0)$$

d'où les formes équivalentes :

$$W = \frac{1}{2} C (U_1 - U_0)^2$$

$$W = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

On a vu que dans le cas d'un condensateur à diélectrique mince :

$$C = \frac{S}{4\pi e}$$

et il vient

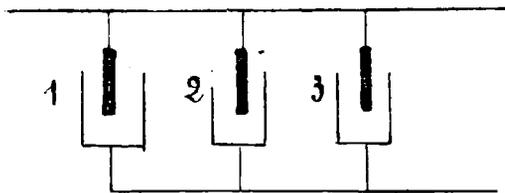
$$W = 2\pi e \frac{Q^2}{S}$$

L'énergie est proportionnelle au carré de la charge et en raison inverse de la surface du condensateur.

Ce résultat s'est trouvé confirmé par d'anciennes expériences que Ricco fit sur la chaleur dégagée dans un fil conducteur très fin traversé par la décharge d'une batterie.

Dans ces expériences, que nous supposons connues, le retour du système à l'état neutre ne correspondait à aucun travail mécanique et la variation d'énergie se retrouvait sous forme de chaleur. Ricco observa que la quantité de chaleur dégagée variait comme  $\frac{Q^2}{S}$ .

**28. — Groupement de condensateurs.** — Pour faire varier la capacité d'une batterie on peut grouper de diverses manières les condensateurs qui la composent.



Considérons des conducteurs 1, 2, 3 etc de capacités  $C_1, C_2, C_3$ .

1° Réunissons respectivement par un même fil les armatures externes et les armatures internes, dans ces conditions nous dirons que les condensateurs,

sont reliés en surface, Si  $U_1$  et  $U_0$  désignent les potentiels correspondants la quantité totale d'électricité répandue sur les armatures internes sera :

$$Q = (C_1 + C_2 + C_3) (U_1 - U_0)$$

Tandis que sur les armatures externes on aura la même quantité

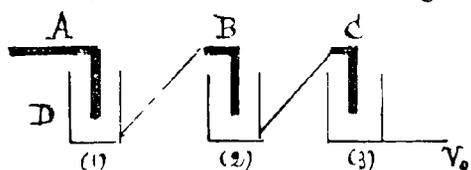
d'électricité de non contraire.

La capacité de ce système complexe est égale à :

$$\frac{Q}{U_1 - U_0} = C_1 + C_2 + C_3$$

C'est-à-dire que pour établir une différence de potentiel  $U$  entre ces armatures il sera nécessaire de disposer d'une quantité  $Q = (C_1 + C_2 + C_3 + \dots) U$  d'électricité

Donc : La capacité d'un système de condensateurs reliés en surface s'obtient en ajoutant les capacités de chacun d'entre eux.



2° Reunissons l'armature externe de (1) avec l'armature interne de (2) et ainsi de suite comme l'indique la figure ; nous caractériserons cette disposition en disant que les condensateurs

sont reliés en cascade.

Pour obtenir une différence de potentiel  $U_1 - U_0$  entre les armatures extrêmes il sera nécessaire de communiquer à l'armature A une certaine charge  $Q$  et si nous négligeons l'électricité distribuée sur les fils de jonction supposés très fins, nous aurons en désignant par  $U_B, U_C$  les potentiels des armatures intermédiaires B et C et par  $Q_B, Q_C$  leurs charges.

$$Q = C_1 (U_1 - U_B)$$

$$Q_B = C_2 (U_B - U_C)$$

$$Q_C = C_3 (U_C - U_0)$$

Mais si on considère le conducteur formé par l'armature externe D reliée à l'armature interne B on doit avoir  $\sum q = 0$ .

Or D porte une charge  $-Q$  donc  $-Q + Q_B = 0$  ;  $Q_B = Q$  puisqu'on suppose négligeable la quantité d'électricité supportée par le fil de jonction.

Pour la même raison :  $Q_B = Q_C = Q$  etc.... Donc

$$\frac{Q}{C_1} = U_1 - U_B$$

$$\frac{Q}{C_2} = U_B - U_C \text{ etc...}$$

et en ajoutant

$$Q \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots \right) = U_1 - U_0$$

L'inverse de la capacité d'un système de condensateurs reliés en cascade est égale à la somme des inverses de leurs capacités individuelles

20. — Energie d'un système de condensateurs identiques reliés en surface ou en cascade. — Nous allons appliquer à ces

condensateurs les formules plus générales du numéro précédent :

Considérons  $n$  condensateurs identiques de capacité  $C$  et de charge  $Q$ .  
Relions-les en surface, la charge devient  $nQ$  et la capacité  $nC$ .

$$W = \frac{1}{2} \frac{n^2 Q^2}{nC} = \frac{1}{2} n \frac{Q^2}{C}$$

elle est égale à  $n$  fois l'énergie de l'un d'eux.

Relions-les en cascade.

La charge reste égale à  $Q$  mais la capacité  $x$  est donnée par

$$\frac{1}{x} = n \cdot \frac{1}{C} \quad x = \frac{C}{n}$$

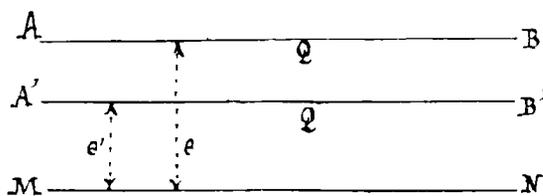
et on a :

$$W = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{x} = \frac{1}{2} n \frac{Q^2}{C}$$

et cette propriété peut se vérifier en employant la méthode expérimentale de Riess.

### 30 — Localisation de l'énergie dans le diélectrique. — Ess.

qu'avec Faraday et Maxwell on suppose les actions électriques dues aux actions d'un milieu intermédiaire, il est naturel de considérer les variations d'énergie comme correspondant aux changements que subit l'état de contrainte de ce milieu.



Considérons le cas simple d'un condensateur plan de charge invariable  $Q$ .

Quand la distance des armatures est  $e$  sa décharge correspond à une variation d'énergie.

$$W = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{4\pi e}{S} Q^2$$

Amenons  $AB$  en  $A'B'$  nous recueillons le travail de la pression électrostatique qui tend à rapprocher  $AB$  de  $MN$ .

La variation d'énergie est :

$$W = \frac{1}{2} \frac{4\pi(e-e')}{S} Q^2$$

Mais en même temps dans toute la région  $ABA'B'$  le milieu auquel nous attribuons les actions électriques s'est trouvé ramené à l'état neutre ; le champ qui y avait la valeur

$$H = 4\pi \frac{Q}{S}$$

est devenu nul.

Si on exprime  $W$  en fonction de  $H$  par l'élimination de  $Q$  il vient :

$$W = \frac{1}{8\pi} H^2 \cdot S \cdot (e-e')$$

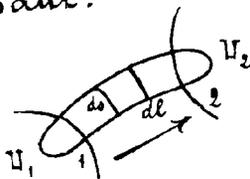
La diminution d'énergie est proportionnelle au volume  $S.(e-e')$  de l'espace balayé par AB.

En opérant de même avec un conducteur quelconque dont on réglera les dilatations successives de manière à faire coïncider sa surface avec les surfaces équipotentielles du ch. amp on constatera la même propriété pour toute déformation dont la petitesse permet de considérer  $H$  comme constant.

On est donc conduit à supposer que par suite de son état de contrainte, chaque volume élémentaire  $d\omega$  du milieu considéré contient emmagasinée, pour ainsi dire, une quantité d'énergie donnée par la relation :

$$dW = \frac{1}{8\pi} H^2 d\omega$$

On peut d'ailleurs vérifier que dans le cas général la somme  $\frac{1}{8\pi} \iiint H^2 d\omega$  étendue à tout le ch. amp donne la valeur de  $W$  trouvée plus haut.



Prenez pour éléments de volume des tronçons de tubes de force élémentaires, soient  $ds$  et  $dl$  la section et la longueur de l'un d'entre eux détaché sur le tube qui réunit les conducteurs 1 et 2.

Dans l'expression  $\frac{1}{8\pi} \iiint H^2 d\omega = \frac{1}{8\pi} \iiint H dl \cdot H ds$  le facteur constant  $H ds$  peut sortir du signe comme et en remarquant que  $\int H dl$  étendue à tout le tube est égale à  $U_1 - U_2$ , il en résulte que la valeur de l'intégrale correspondant à ce tube élémentaire a pour expression

$$\frac{1}{8\pi} H \cdot ds (U_1 - U_2)$$

Or le flux  $H ds$  est indifféremment égal à  $4\pi \delta q_1$ , ou à  $-4\pi \delta q_2$ ,  $\delta q_1$  et  $\delta q_2$  désignant la valeur algébrique des charges portées par les éléments correspondant découpés par ce tube sur les conducteurs 1 ou 2.

Donc

$$\frac{1}{8\pi} H ds (U_1 - U_2) = \frac{1}{2} \delta q_1 U_1 + \frac{1}{2} \delta q_2 U_2$$

et en étendant la sommation à tout le ch. amp

$$W = \sum \frac{1}{2} Q U$$

4<sup>e</sup> Leçon.

## Applications de l'expression trouvée pour l'énergie électrostatique. - Pouvoir inducteur spécifique.

31. Calcul des forces agissant sur un système en équilibre, déduit de l'expression de son énergie électrostatique  $W$ . - Quand on déforme un système électrisé en lui fournissant du travail, le travail dépensé est égal à l'augmentation d'énergie du système.

Supposons que la déformation ait uniquement pour effet de faire varier l'état électrique.

S'il y a déplacement infiniment lent le système sera à chaque instant en équilibre.

De l'équation  $d\bar{O} = dW$  on pourra déduire une relation entre les forces du système en équilibre et la fonction  $W$ .

Exemple. - Nous allons retrouver la formule qui donne la force  $F$  d'attraction entre deux conducteurs plans parallèles dont la différence de potentiel est  $V_1 - V_0 = V$  et la distance  $e$ .

Si nous augmentons de  $de$  la distance des deux plateaux le travail fourni est  $F de$  et doit être égal à  $dW$  en supposant bien entendu que le système soit mis dans l'impossibilité d'échanger de l'énergie avec l'extérieur.

Dans ces conditions la charge  $Q$  est constante et on a :

$$dW = d \cdot \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} Q dV$$

d'ailleurs  $dQ = C dV + V dC = 0$  puisque  $Q = CV = \text{constante}$

donc :  $dW = -\frac{1}{2} Q \frac{V dC}{C} = -\frac{1}{2} V^2 dC$

d'ailleurs  $C = \frac{S}{4\pi e}$  (formule du condensateur plan)

et l'on trouve la valeur connue (or. 19)

$$F = \frac{dW}{de} = -\frac{1}{2} V^2 \frac{dC}{de} = \frac{5V^2}{8\pi e^2}$$

Il faut se défier de l'erreur consistant à tirer  $dW$  de l'expression  $W = \frac{1}{2} CV^2$  dans laquelle on supposerait  $V$  constant ; on commettrait ainsi une faute de signe tout en faisant une hypothèse incompatible avec les conditions d'application du principe de l'énergie.

Pour que la différence de potentiel des plateaux reste constante

lorsqu'on les éloigne il est en effet nécessaire de modifier la charge  $Q$  qu'ils portent, en d'autres termes il faut supposer que ces plateaux sont mis en relation avec un générateur électrique approprié (répétition de pile etc.....) qui échange, sous forme électrique, de l'énergie avec le condensateur.

32 — Comparaison des variations de l'énergie d'un système électrique suivant qu'il subit une même déformation à charges constantes ou à potentiels constants. — Dans l'exemple précédent la variation de l'énergie qui correspond au déplacement  $d\epsilon$ , lorsqu'on suppose le potentiel maintenu constant, est égale et de signe contraire à celle qui entraîne ce même déplacement lorsque les conducteurs demeurant isolés les charges sont invariables. Ce fait est général en effet.

Considérons un système de conducteurs dont l'énergie est  $W = \frac{1}{2} \sum QV$  en lui fournissant un travail mécanique  $d\mathcal{E}$  nous pourrions le déformer en laissant les charges constantes; les potentiels varieront alors de  $dV$  et on aura:

$$d\mathcal{E} = \frac{1}{2} \sum Q \cdot dV$$

Maintenant ensuite le système invariable de forme nous pourrions apporter sur chacun de ses conducteurs une charge  $dQ$  telle, qu'après cette opération chaque conducteur ait repris son potentiel initial  $V$ .

Pour cela il nous faudra emprunter à une cause extérieure (machine électrique, pile etc..) une quantité d'énergie  $dW_e$  égale à la somme des quantités d'énergie correspondant à l'apport individuel des quantités d'électricité  $dQ$  sur chacun des conducteurs du système. Or sur l'un de ces conducteurs le potentiel passe de  $V + dV$  à  $V$  et est d'ailleurs à tout instant infiniment voisin de  $V$ , l'énergie qui correspond à l'apport de la charge  $dQ$  sur ce conducteur sera donc au second ordre près égale à  $V dQ$  et on aura:

$$dW_e = \sum V dQ$$

D'ailleurs l'énergie totale  $d\mathcal{E} + dW_e$  fournie au système à permis de le déformer en conservant à chaque conducteur le même potentiel on doit donc avoir:

$$d\mathcal{E} + dW_e = \frac{1}{2} \sum V dQ$$

On déduit des deux dernières équations les relations:

$$dW_e = -2d\mathcal{E}$$

$$d\mathcal{E} + dW_e = -d\mathcal{E}$$

qui peuvent s'énoncer:

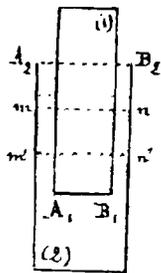
1<sup>o</sup> Dans une déformation au cours de laquelle les conducteurs sont maintenus à des potentiels constants l'énergie fournie par les agents extérieurs char-

48.

gés de maintenir cette constance est égale au double du travail mécanique produit par la déformation.

2°) La valeur de l'énergie totale ( $d\bar{E} + dW_e$ ) qu'il faut fournir au système électrisé pour le déformer, à potentiels constants, est égale et de signe contraire au travail mécanique qui permet de réaliser la même déformation, à charges constantes.

### 33. — Principe de l'électromètre absolu de M. J. Bichat et Blondlot.



Imaginons que deux conducteurs cylindriques (1) et (2) de rayons  $R_1$  et  $R_2$  soient disposés concentriquement comme l'indique la figure et portés respectivement aux potentiels  $U_1$  et  $U_2$ .

La distribution des tubes de force vers les extrémités  $A_2 B_2$  et  $A_1 B_1$  est inconnue et serait fort difficile à calculer, mais, pourvu que le cylindre (1) pénètre suffisamment à l'intérieur de (2) et que l'espace annulaire qui les sépare soit assez mince il existera entre deux plans tels que  $mn$  et  $m'n'$  une région où le champ sera le même que si les deux cylindres étaient infinis.

Si le cylindre (1) s'enfonce de  $dx$  dans l'autre la longueur de cette région de distribution régulière augmentera également de  $dx$ .

Par suite la capacité du système croîtra de

$$\frac{dx}{2 \int \frac{R_2}{R_1}}$$

Nous avons vu en effet (N° 19) que par unité de longueur la capacité d'un condensateur cylindrique indéfini est égale à  $\frac{1}{2 \int \frac{R_2}{R_1}}$ .

Il'ailleurs dans ce mouvement la distribution électrique au voisinage des extrémités  $A_1 B_1$  et  $A_2 B_2$  n'a pas changé et la variation d'énergie  $dW = -\frac{1}{2} d.C (U_1 - U_2)^2$  prend dans le cas actuel la forme

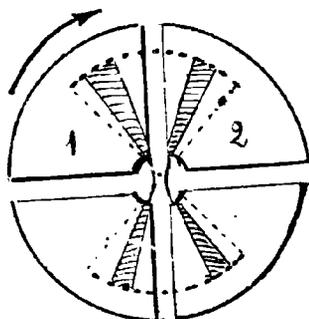
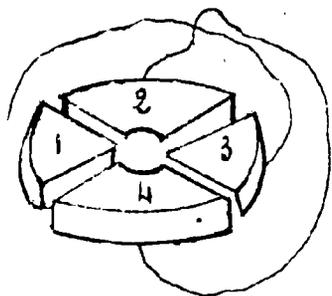
$$dW = -\frac{1}{4 \int \frac{R_2}{R_1}} (U_1 - U_2)^2 dx$$

La force électrique qui tend à faire pénétrer le cylindre (1) dans (2) a donc pour valeur

$$F = -\frac{dW}{dx} = \frac{(U_1 - U_2)^2}{4 \int \frac{R_2}{R_1}}$$

M. J. Bichat et Blondlot mesurent  $F$  en suspendant le cylindre (1) à une balance appropriée et évaluent  $R_1$  et  $R_2$  par les procédés métrologiques ordinaires, ils peuvent ainsi obtenir la différence de potentiel  $U_1 - U_2$  en unités absolues.

34 — **Electromètre à quadrants de Lord Kelvin.** — Nous allons appliquer les mêmes considérations à l'electromètre à quadrants de Lord Kelvin.



Cet appareil se compose essentiellement d'une boîte cylindrique plate divisée en quatre secteurs égaux, isolés les uns des autres. A l'intérieur de cette boîte peut se mouvoir, dans un plan parallèle à celui des faces, une aiguille très légère ayant la forme d'un double secteur circulaire.

Les secteurs opposés par le sommet communiquent métalliquement entre eux et sont isolés des deux autres.

L'aiguille est suspendue par un fil métallique dont la torsion équilibre les actions électriques et sert à établir la communication avec une source au potentiel  $V$ .

Désignons par  $V_1$  le potentiel des quadrants impairs par  $V_2$  celui des quadrants pairs.

L'aiguille forme avec chacun des quadrants un condensateur. Dans chacun d'eux on peut considérer deux portions:

1° Une portion moyenne pour laquelle la distribution est régulière (ombrée sur la figure)

2° Une portion irrégulière formée des régions voisines soit du bord de l'aiguille, soit du bord de la fente.

Lorsque l'aiguille tourne d'un petit angle  $d\omega$  dans le sens de la flèche par exemple (Pratiquement on ne dépasse jamais  $3^\circ$ ), chacune des portions de distribution irrégulière reste identique à ce qu'elle était avant la rotation. Seules les plages régulières des quadrants pairs augmentent de  $d\omega$  tandis que les plages des quadrants impairs diminuent de la même quantité.

La capacité du quadrant  $2$  croit de  $C d\omega$  ce qui à charges constantes correspond à une diminution d'énergie  $-\frac{1}{2} C d\omega (V_0 - V_2)^2$ .

Pour la même raison la capacité du condensateur (1) diminue de  $C d\omega$  et l'énergie augmente de  $\frac{1}{2} C d\omega (V_0 - V_1)^2$ .

En tenant compte des quatre quadrants on a donc:

$$-dW = C d\omega [(V_0 - V_2)^2 - (V_0 - V_1)^2]$$

Si  $K$  désigne le moment du couple qui peut faire équilibre aux forces électriques on a:

$$K = -\frac{dW}{d\omega} = C [(V_0 - V_2)^2 - (V_0 - V_1)^2]$$

44.

Ce couple est indépendant de la position de l'aiguille elle tournera donc jusqu'à ce que le couple développé par la résistance du fil tordu soit égal à  $K$ .

Si  $\tau$  désigne la constante de torsion de ce dernier et  $\alpha$  l'angle dont tourne l'aiguille on aura:

$$K = \tau \alpha = C [(U_0 - U_2)^2 - (U_0 - U_1)^2]$$

$$\alpha = \frac{2C}{\tau} (U_1 - U_2) \left( U_0 - \frac{U_1 + U_2}{2} \right)$$

### 35. — Modes d'emploi de l'électromètre à quadrants.

1<sup>o</sup> Avec Lord Kelvin mettons l'aiguille en communication avec une source (armature d'une bouteille de Leyde) dont le potentiel  $U_0$  est très élevé et maintenu constant (Jouge et Replenisher).

$\frac{U_1 + U_2}{2}$  devient négligeable par rapport à  $U_0$ .

on a:

$$U_1 - U_2 = \frac{\tau}{2CU_0} \alpha$$

La différence  $U_1 - U_2$  de potentiel à mesurer est proportionnelle à  $\alpha$  et pour faire des mesures absolues on n'aura qu'à déterminer l'angle  $\alpha$ , qui correspond à une différence de potentiel connue en unités absolues (celle d'un couple Daniell par exemple qui est égale à 0,00374).

2<sup>o</sup> Maintenant les quadrants à des potentiels  $U_1$  et  $U_2 = -U_1$ , élevés en valeur absolue.

(Ce résultat s'obtient pratiquement en chargeant les quadrants avec une pile formée d'un nombre pair de couples dont le milieu est relié au sol et nous en verrons plus loin la raison).

On a alors:

$$U_0 = \frac{\tau}{4CU_1} \alpha$$

On pourra mesurer par l'angle  $\alpha$  (positif ou négatif) la différence de potentiel  $U_0$  entre le sol et l'aiguille.

3<sup>o</sup> Enfin, comme l'a indiqué M. Joubert, relient l'aiguille avec l'une des paires de quadrants (1, 3), on aura:

$$U_1 = U_0$$

$$\alpha = \frac{C}{\tau} (U_0 - U_2)^2$$

la déviation de l'aiguille est toujours de même sens, quel que soit le signe de la différence de potentiel  $U_0 - U_2$  et cette disposition est particulièrement avantageuse, comme nous le verrons plus tard lorsqu'il s'agit de mesurer la différence de potentiel entre les pôles d'une machine à courants alternatifs.

## Pouvoir inducteur spécifique.

36. — Influence du diélectrique. — L'expérience démontre que les formules établies jusqu'ici s'appliquent, avec beaucoup d'exactitude au cas où l'isolant est l'air à condition de choisir l'unité de quantité d'électricité de manière que la formule  $f = \frac{qq'}{r^2}$  s'applique à deux petits corps placés dans ce milieu, dont les charges sont  $q$  et  $q'$ . Nous allons examiner ce qui se produit lorsqu'on change la nature du corps isolant ou diélectrique.

Prenez deux condensateurs plans identiques: l'un à lame d'air l'autre à lame solide ou liquide isolante, et mesurez leur capacité en employant par exemple la méthode de l'électromètre précédemment indiquée (N° 24). Nous constaterons que la capacité du second est toujours plus grande que celle du premier.

Nous pouvons mettre plus commodément ce fait en évidence en reliant une armature chargée du condensateur d'Erpinus à l'électroscope et l'autre à la terre, et en observant que nous obtenons une diminution dans la déviation des feuilles d'or soit en rapprochant les plateaux (augmentation de capacité) soit en laissant ceux-ci invariables et en interposant une lame diélectrique.

37. — Pénétration des charges. — L'interposition d'un diélectrique augmente donc la capacité d'un condensateur mais cet accroissement résulte de la superposition de deux effets qu'il est essentiel de distinguer.

Un condensateur à lame d'air ne peut être déchargé qu'une seule fois: une étincelle jaillit lorsqu'on réunit ses armatures et elles prennent immédiatement le même potentiel; il est ultérieurement impossible d'obtenir une nouvelle étincelle.

Il n'en est plus de même quand le diélectrique est un corps solide (du verre par exemple) comme le montre le phénomène de la décharge résiduelle d'une bouteille de Leyde.

Tout se passe comme si les charges des armatures pénétraient peu à peu à l'intérieur même de la lame isolante.

Cette pénétration des charges suffirait pour donner une explication qualitative de l'augmentation de capacité qui résulte de la substitution du diélectrique solide à l'air; les charges de nom contraire pénétrant à l'intérieur de la lame sont à une distance plus petite et tout se passe comme si les deux armatures étaient rapprochées, ce qui comme on sait correspond à une augmentation de capacité.

38. — Pouvoir inducteur spécifique. — L'explication précédente

est insuffisante, si elle était exacte en effet, le fait de la propagation lente de l'électricité à travers les isolants nous conduirait à penser que la capacité d'un condensateur à lame solide doit être la même que celle d'un condensateur à lame d'air lorsque le temps qui sépare la charge de la mesure de la capacité devient très petit. L'expérience montre qu'il n'en est rien.

La capacité d'un condensateur à lame solide commence par diminuer avec la durée de la charge, puis devient constante quand cette durée est inférieure à une très petite fraction de seconde.

La durée de la charge à partir de laquelle la capacité prend une valeur constante est variable avec les substances.

Pour le soufre et l'ébonite  $\frac{1}{10}$  de seconde suffit, pour le verre il faut descendre beaucoup plus bas.

Cette valeur constante est d'ailleurs différente de la capacité du condensateur à lame d'air correspondant et il faut admettre que le diélectrique a une influence spéciale en dehors du phénomène de pénétration.

Une lame diélectrique d'épaisseur  $e$  donne au condensateur une capacité égale à celle que l'on obtiendrait en remplaçant ce diélectrique par une lame d'air  $e' < e$ .

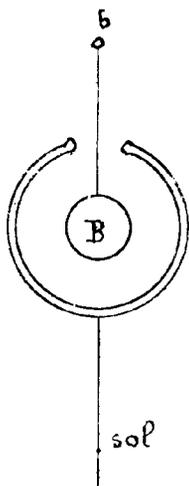
L'expérience a montré que le rapport

$$k = \frac{e}{e'}$$

est pour une même substance, indépendant de l'épaisseur de la lame, que cette lame soit ou non en contact avec les armatures.

On donne à  $k$  le nom de pouvoir inducteur spécifique (par rapport à l'air).

39. — Expériences destinées à mesurer  $k$ . — C'est en 1771 que Cavendish découvrit la propriété que possèdent les isolants d'augmenter la capacité d'un condensateur à air de forme déterminée.



Ignorant les travaux de Cavendish qui n'avaient pas été publiés\* Faraday découvrit de nouveau le même phénomène en 1837. Pour mesurer le pouvoir inducteur spécifique il prenait deux condensateurs sphériques identiques l'un à air l'autre à diélectrique variable.

Chargeant le premier au potentiel  $U$  il les mettait tous deux en communication par les boules  $b$ , la charge  $CU$  prise par le premier se répartissait suivant l'équation :

$$CU = Cu + C'u$$

\* Ils ne l'ont été qu'en 1879 par Maxwell

d'où

$$\frac{C'}{C} = \frac{U}{u} - 1$$

Pour avoir  $\frac{U}{u}$  il mesurait en un même point du condensateur à air les densités électriques  $\sigma$  et  $\sigma'$  par la méthode du plan d'épreuve de Coulomb avant et après la répartition des charges, on a :

$$\frac{U}{u} = \frac{\sigma}{\sigma'}$$

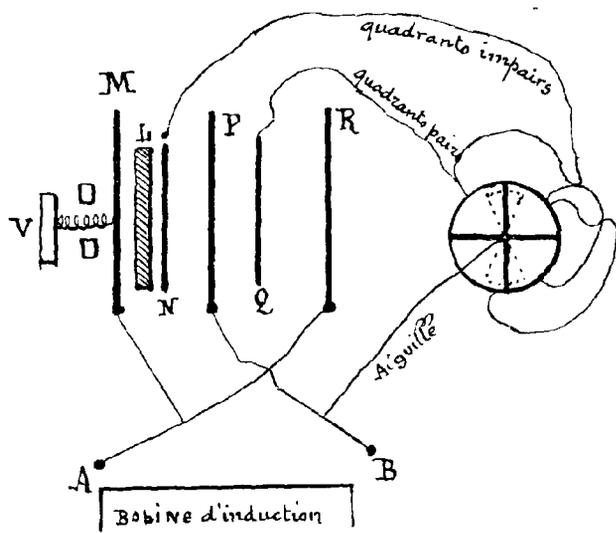
d'où

$$\frac{C'}{C} = \frac{\sigma}{\sigma'} - 1$$

Cette méthode comme toutes celles anciennement employées par les physiciens donne des valeurs de  $K$  erronées par suite de la superposition de l'effet parasite de la pénétration des charges ; les valeurs obtenues correspondent à ce qu'on appelle généralement le pouvoir inducteur apparent du diélectrique employé.

40 — Expériences de W. Gordon. — Comme exemple de méthode rigoureuse destinée à mesurer  $K$  nous indiquerons les expériences réalisées par Gordon sur les indications de Lord Kelvin et W. Ayrton.

Cinq plans métalliques équidistants MNPQR forment deux paires de condensateurs placés symétriquement par rapport au plan médian P.



Ils sont reliés à un électromètre à quadrants et aux deux bornes d'une bobine de Ruhmkorff comme l'indique la figure.

Quand il n'y a que de l'air interposé partout, par raison de symétrie, le potentiel est le même en N et Q et l'aiguille de l'électromètre est au zéro.

Si on introduit une lame diélectrique L, l'aiguille dévie et il faut déplacer le plan M d'une quantité  $l$  mesurée avec la vis micrométrique V.

Soit  $e$  l'épaisseur de la lame diélectrique  $L$ , elle équivaut à une épaisseur d'air égale à  $\frac{e}{K}$  son introduction a donc même effet que si l'épaisseur de l'air diminuait de la quantité  $e - \frac{e}{K}$  on doit donc avoir

$$l = e - \frac{e}{K}$$

d'où

$$k = \frac{c}{c - v}$$

Nous verrons plus tard que les 2 pôles d'une bobine de Ruhmkorff en activité sont alternativement portés à des potentiels + et - et cela autant de fois qu'il y a d'interruptions dans le circuit qui alimente l'appareil.

Dans le cas des expériences de Gordon le nombre des interruptions était de 1200 par seconde.

De plus comme le phénomène d'induction qui prend naissance dans la bobine au moment de la rupture du courant inducteur n'est pas identique à celui qui correspond à la fermeture, un commutateur renversait 30 fois par seconde le sens de ce courant.

Enfin il y a lieu de remarquer que le potentiel U de l'aiguille change de signe en même temps que les potentiels des quadrants de telle sorte que dans le cas où il n'y a pas d'équilibre tous les signes des potentiels changent simultanément dans la formule de l'électromètre et la force qui sollicite l'aiguille a toujours le même sens.

C'est ainsi qu'on a obtenu :

	k	$\sqrt{k}$	$n_D$
Terre .....	3.24	"	"
Paraffine .....	1.99	"	"
Soufre .....	2.58	"	"
Ebonite .....	2.28	"	"
Caoutchouc vulcanisé .....	2.80	"	"
Benzine pure .....	2.29	1,514	1,506
Toluène .....	2.242	1,495	1,491
Essence de térébenthine .....	2.262	1,504	1,473

Dans la dernière colonne du tableau précédent on a inscrit l'indice du diélectrique correspondant à la radiation D (sodium) ; la comparaison entre  $n$  et  $\sqrt{k}$  est intéressante parce que d'après la théorie électromagnétique de la lumière due à Maxwell on doit avoir

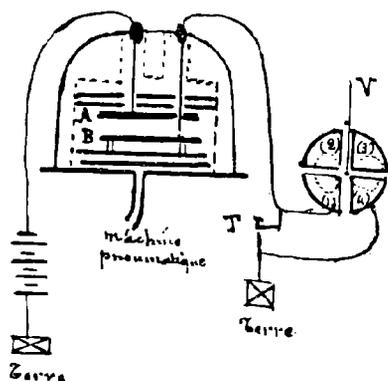
$$k = n^2$$

#### 41 ——— Pouvoir inducteur spécifique des gaz. — Expérience de H. Boltzmann.

Dans le cas des gaz il n'est pas nécessaire d'employer des champs alternatifs et H. Boltzmann a déterminé les pouvoirs inducteurs spécifiques de divers gaz par rapport au vide en employant une méthode qui consiste en principe à comparer les capacités d'un même condensateur placé successivement dans le gaz à étudier puis dans le vide.

Nous allons donner quelques détails sur ces expériences qui nous serviront en même temps d'exemple de l'emploi qu'on peut faire de l'électro-

mètre à quadrants pour comparer deux capacités dont les valeurs sont très voisines.



Le condensateur employé est constitué par deux plans métalliques A et B placés sous une cloche où l'on peut faire le vide, il est garanti des influences électriques extérieures par une cage métallique (tracé pointillé), de plus deux paires de plaques épaisses sont placées de part et d'autre de A et de B et ont pour but d'uniformiser la température du gaz.

L'un des plateaux A, est lié à l'un des pôles d'une batterie de 300 éléments Daniell dont l'autre pôle est à la terre.

Si  $u$  désigne la différence du potentiel pratiquement très constante qui existe entre les deux pôles d'une pile Daniell, ce dispositif a pour effet de porter le plateau A au potentiel  $300u$ .

Le plateau B est relié à une paire de quadrants d'un électromètre dont l'autre paire est à la terre et dont l'aiguille est portée à un potentiel élevé maintenu constant.

La cloche étant pleine de gaz on met en communication avec la terre le plateau B et la paire de quadrants correspondante; l'aiguille du galvanomètre se place au zéro et le plateau B prend une charge  $C \cdot 300u$ .

$C$  désignant la capacité actuelle du condensateur.

La communication avec le sol étant interrompue on introduit un Daniell de plus dans la batterie; le plateau A est porté au potentiel  $301u$  et B au potentiel  $u_1$  indiqué par la déviation même de l'électromètre.

La charge primitive ( $C \cdot 300u$ ) du plateau B se répartit entre ce plateau et les quadrants de l'électromètre; la charge prise par ces derniers est d'ailleurs pratiquement proportionnelle au potentiel  $u_1$  et on a l'équation:

$$C \cdot 300u = C(301u - u_1) + \lambda u_1$$

qui donne le coefficient de proportionnalité inconnu  $\lambda$  de l'électromètre:

$$\lambda = \frac{C \cdot (u_1 - u)}{u_1}$$

Dans une seconde opération, si au lieu d'ajouter un élément de pile on fait le vide sous la cloche la capacité prend une nouvelle valeur  $C'$  et le potentiel du plateau B passe de la valeur 0 à la valeur  $u_2$  indiquée par l'électromètre; on a l'équation suivante:

$$C \cdot 300u = C'(300u - u_2) + \lambda u_2$$

S'élimination de  $\lambda$  donne:

$$\frac{C}{C'} = k = \frac{300u - u_2}{300u - u_2 + \frac{u_1 u_2}{u_1}} = 1 - \frac{\frac{u_1 u_2}{u_1}}{300u - u_2 + \frac{u_1 u_2}{u_1}}$$

et comme dans les conditions de réalisation de l'expérience les potentiels  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u$  sont du même ordre de grandeur la différence  $\frac{u_1 u_2}{u_1} - u_2$  est négligeable devant  $300 u$  et il reste:

$$\frac{C}{C'} = 1 - \frac{1}{300} \frac{u_2}{u_1}$$

Le rapport  $\frac{u_2}{u_1}$  est égal au quotient  $\frac{\alpha_2}{\alpha_1}$  des déviations  $\alpha_2$  et  $\alpha_1$  observées dans les deux cas.

Ces deux angles sont d'ailleurs toujours de signes contraires et par suite les coefficients  $k$  supérieurs à 1.

116. Boltzmann a trouvé les nombres suivants qui se rapportent à divers gaz pris sous la pression atmosphérique normale:

	$k$	$\sqrt{k}$	$n$
Air . . . . .	1,000.590	1,000.295	1,000.294
Acide carbonique . . . . .	1,000.946	1,000.473	1,000.449
Hydrogène . . . . .	1,000.264	1,000.132	1,000.138
Oxyde de carbone . . . . .	1,000.690	1,000.345	1,000.340
Protoxyde d'Azote . . . . .	1,000.984	1,000.492	1,000.503
Bicarbonate d'Hydrogène . . . . .	1,001.312	1,000.656	1,000.678
Protocarbonate d'Hydrogène . . . . .	1,000.944	1,000.472	1,000.443

Comme précédemment nous avons ajouté dans ce tableau deux colonnes pour permettre de comparer les valeurs de  $\sqrt{k}$  et de l'indice  $n$ .

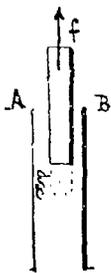
En opérant sous diverses pressions  $p$  116 Boltzmann a constaté que le pouvoir inducteur spécifique  $k$  varie proportionnellement à la pression et peut s'exprimer par la formule

$$k = 1 + \gamma p$$

dans laquelle  $\gamma$  désigne une constante spécifique.

#### 42. Application de la considération de l'Énergie à la prévision de divers effets mécaniques subis par les diélectriques.

La considération de l'énergie qui nous a permis de calculer les actions mécaniques supportées par les conducteurs permet également d'évaluer dans certains cas simples les efforts auxquels sont soumis les diélectriques placés dans le champ.



Soit, par exemple, une lame isolante partiellement introduite entre les faces planes d'un condensateur.

Si le pouvoir spécifique  $k$  par rapport à l'air, de la substance qui constitue la lame, est supérieur à l'unité l'introduction de cette dernière a pour effet d'augmenter la capacité du condensateur.

À un déplacement  $dx$  de la lame correspond l'accroissement de capacité  $dC$ .

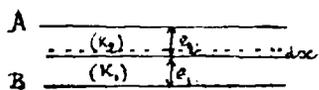
Comme nous l'avons vu plus haut:

$$dW = -\frac{1}{2} U^2 dC$$

Pour maintenir la lame diélectrique il faut donc exercer sur elle un effort  $f$  dirigé en sens inverse de  $dx$  et ayant pour valeur:

$$f = \frac{-dW}{dx} = \frac{1}{2} U^2 \frac{dC}{dx}$$

Examinons en second lieu le cas d'un condensateur plan dont l'isolant est constitué par deux couches de pouvoirs spécifiques,  $k_1$  et  $k_2$  et d'épaisseurs  $e_1$  et  $e_2$ .



La capacité  $C$  d'un tel condensateur est égale (N° 38) à celle d'un condensateur à air d'épaisseur.

$$\frac{e_1}{k_1} + \frac{e_2}{k_2}$$

$$C = \frac{S}{4\pi \left( \frac{e_1}{k_1} + \frac{e_2}{k_2} \right)}$$

Si  $e_1$  augmente de  $dx$   $e_2$  diminue de la même quantité, et on a:

$$dC = -\frac{S \left( \frac{1}{k_1} - \frac{1}{k_2} \right) dx}{4\pi \left( \frac{e_1}{k_1} + \frac{e_2}{k_2} \right)^2}$$

$$dW = -\frac{1}{2} dC U^2 = \frac{S}{8\pi} \frac{U^2 \left( \frac{1}{k_1} - \frac{1}{k_2} \right) dx}{\left( \frac{e_1}{k_1} + \frac{e_2}{k_2} \right)^2}$$

La pression spécifique qu'il faut exercer sur la surface de séparation de  $k_1$  et  $k_2$  a pour valeur

$$p = -\frac{dW}{S dx} = \frac{U^2}{8\pi \left( \frac{e_1}{k_1} + \frac{e_2}{k_2} \right)^2} \left( \frac{1}{k_1} - \frac{1}{k_2} \right) = 2\pi \left( \frac{C}{S} \right)^2 U^2 \left( \frac{1}{k_1} - \frac{1}{k_2} \right)$$

Et en remarquant que la densité superficielle de l'électricité sur les armatures du condensateur a pour valeur  $\sigma = \frac{Q}{S} = \frac{C U}{S}$

$$p = 2\pi \sigma^2 \left( \frac{1}{k_1} - \frac{1}{k_2} \right)$$

cette pression est dirigée comme  $dx$  (vers le haut de la figure) si  $k_2 > k_1$ ,

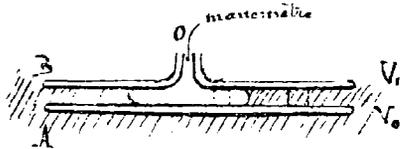
Donc dans les conditions ci-dessus indiquées le diélectrique dont le pouvoir spécifique est le plus grand tend à envahir le champ et exerce sur l'autre une pression  $-p$ .

M<sup>re</sup> Pellat a réalisé des expériences qui correspondent aux deux cas théoriques que nous venons d'examiner et qui lui ont permis de vérifier que les efforts observés ont des valeurs conformes aux prévisions du calcul.

Cependant, pour se mettre à l'abri du phénomène de la pénétration

des charges ainsi que d'autres phénomènes parasites, il convient d'exécuter ces expériences en employant des champs alternatifs de courte période.

43. — **Expériences de M<sup>r</sup> Quincke** — La même méthode s'applique à l'étude d'une expérience antérieure due à M<sup>r</sup> Quincke.



Ce physicien place dans un liquide diélectrique un condensateur formé de deux plateaux A et B; le plateau supérieur B est percé d'un orifice O par lequel on injecte une bulle d'air assez large qui est mise en communication avec un

manomètre très sensible. Lorsqu'on établit une différence de potentiel  $V$  entre les armatures du condensateur le liquide diélectrique est attiré et la pression de la bulle éprouve une augmentation  $p$  que nous allons évaluer.

Etant donné le rapprochement des armatures nous pouvons supposer qu'il existe, tant dans la région occupée par la bulle que dans celle où se trouve le diélectrique, une zone assez étendue où la distribution est régulière comme elle le serait à l'intérieur d'un condensateur plan illimité.

Pour une pénétration infinitésimale du liquide le volume de cette zone augmente de  $\delta\omega$  dans le diélectrique et diminue de la même quantité dans l'air; la surface correspondante varie de  $\delta S = \frac{\delta\omega}{\epsilon}$   $\epsilon$  désignant la distance des plateaux. Par suite en appliquant la formule du condensateur plan on voit que la capacité de la partie où se trouve le diélectrique augmente de  $k \frac{\delta S}{4\pi\epsilon}$  tandis que celle où se trouve l'air diminue de  $\frac{\delta S}{4\pi\epsilon}$  donc la variation d'énergie

$$dW = -\frac{1}{2} U^2 dC = -\frac{k-1}{8\pi\epsilon} U^2 \delta S = -\frac{k-1}{8\pi\epsilon^2} U^2 \delta\omega$$

Mais dans ce déplacement la partie de la pression du gaz, qui fait équilibre aux forces électriques, exécute un travail  $-p\delta\omega$  et l'on a:

$$-p\delta\omega = dW = -\frac{k-1}{8\pi\epsilon^2} U^2 \delta\omega$$

d'où

$$p = \frac{k-1}{8\pi\epsilon^2} U^2$$

Comme la déformation du système est très faible on peut admettre que la pression qui fait équilibre aux actions capillaire et hydrostatique est la même dans les deux cas et que par suite  $p$  représente bien l'accroissement de pression observé.

Par l'application de cette formule M<sup>r</sup> Quincke a pu déterminer la valeur de  $k$  pour différents liquides et a trouvé des nombres concordants avec ceux que fournissent les autres méthodes expérimentales.

5<sup>e</sup> Leçon

## Théorie de la polarisation des diélectriques.

44 — Polarisation des diélectriques. — D'après ce que nous avons vu dans la leçon précédente, la nature des substances isolantes exerce une influence notable sur la distribution électrique et pour rendre compte des effets observés on a été conduit à supposer que, dans le champ électrique, ces corps subissent une modification particulière, désignée sous le nom de polarisation diélectrique, dont nous allons sommairement exposer le mécanisme.

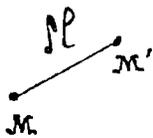
Dans cette étude il convient de rétablir la distinction déjà signalée (N<sup>o</sup> 1) entre la force  $F = \frac{1}{k} \frac{qq'}{r^2}$  mesurable à la balance de Coulomb qui s'exerce entre deux petits conducteurs de charges  $q$  et  $q'$  placés dans un diélectrique homogène et la réaction hypothétique  $f = \epsilon \frac{qq'}{r^2}$  qui exercent l'une sur l'autre les quantités  $q$  et  $q'$  d'électricité. À ces dernières actions, considérées isolément, on peut faire correspondre un champ ( $\vec{h}$ ) tel que le produit  $\vec{h}q'$  représente en grandeur et direction la force subie par une quantité  $q'$  d'électricité placée au point où le champ a pour valeur  $\vec{h}$  indépendamment de tout support matériel.

Les masses qu'il faut attribuer aux centres d'actions Newtoniens dont on peut faire dériver ce champ sont dans le cas actuel de la forme  $Eq_1, Eq_2, \dots$  etc et les composantes de  $\vec{h}$  sont les dérivées partielles d'une fonction potentielle  $V = \epsilon \sum \frac{q}{r}$ .

À l'intérieur d'un conducteur homogène  $\vec{h}$  est nul, car dans un tel corps l'électricité est supposée susceptible de se déplacer indéfiniment sous l'action du plus faible effort et l'équilibre ne pourrait exister si cette condition n'était pas remplie.

Il n'en est pas de même dans un diélectrique et il y a lieu de préciser par voie d'hypothèses la manière dont le fluide électrique y est mis hors d'état de se mouvoir.

Si, par exemple, une quantité  $q$  d'électricité, située en  $M$  lors que le diélectrique est à l'état neutre vient à subir un déplacement



$MM' = \delta l$ , nous pourrions considérer comme assez vraisemblable qu'elle éprouve de la part du diélectrique une action  $R$ , qui tend à la ramener dans sa situation initiale et qui est proportionnelle à sa valeur absolue  $|q|$  et à une certaine fonction  $\Psi(\delta l)$  de l'écart :

$$R = |q| \Psi(\delta l)$$

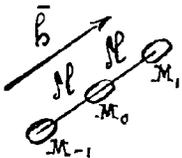
D'autre part il est naturel de supposer que les quantités d'électricité contenues dans un élément de volume  $d\omega$  d'un corps quelconque à l'état neutre sont égales et de signes contraires et sont de plus proportionnelles à ce volume.

Le coefficient de proportionnalité  $N$  aura pour chaque substance une valeur déterminée.

À l'état neutre le volume élémentaire  $d\omega = d\alpha d\beta d\gamma$  de coordonnées  $(\alpha, \beta, \gamma)$  contiendra une quantité  $q = N d\omega$  d'électricité positive et la même quantité d'électricité négative. Lorsqu'en ce point  $(\alpha, \beta, \gamma)$  la valeur du champ passe de zéro à  $h$ , ces masses  $+q$  et  $-q$  s'écartent de leur position initiale jusqu'à ce que l'effort  $hq$  soit équilibré par la résistance  $R$  que le diélectrique oppose à ce déplacement on a :

$$hq = R = q\psi(\Delta l)$$

$$(1) \quad h = \psi(\Delta l)$$



Par suite les masses  $q = N d\omega$  et  $-q = -N d\omega$  qui se trouvaient primitivement contenues dans  $M_0$  seront transportées parallèlement à  $h$ , de part et d'autre de  $M_0$  à une distance  $\Delta l$  l'une de l'autre.

Cette distance doit d'ailleurs être considérée comme extrêmement faible (de l'ordre des dimensions moléculaires - par exemple) et la fonction  $\psi(\Delta l)$  peut être remplacée par une simple loi de proportionnalité

$$(2) \quad h = \Psi \Delta l$$

$\Psi$  désignant une constante

Un effet analogue se produit sur tous les éléments du diélectrique et l'on exprime le nouvel état dans lequel il se trouve en disant qu'il est polarisé.

On voit qu'un système tel que  $M_{-1} M_1$  est assimilable à un petit aimant dont le moment serait  $\Delta l \cdot q = \Delta l N d\omega$  et l'on a donné à cette grandeur le nom de moment électrique de l'élément polarisé; le quotient  $I = \Delta l N$  de ce moment par le volume  $d\omega$  de l'élément joue un rôle important et caractérise l'intensité de la polarisation en  $(\alpha, \beta, \gamma)$ .

Enfin comme la polarisation implique une notion de direction on convient de la représenter par un vecteur  $\vec{I}$  de même sens que  $h$ .

La relation (1) résolue par rapport à  $\Delta l$  donne  $\Delta l = \psi_1(h)$  et il vient :  $I = \Delta l N = \psi_1(h) N$ .

Le coefficient  $N$ , la fonction  $\psi$  et par suite la fonction  $\psi_1$  ne

dépendent que de la nature du diélectrique on peut donc faire rentrer  $N$  sous le signe fonctionnel et écrire :

$$(1') \quad I = \chi(h)$$

$\chi$  désignant la fonction de polarisation qui caractérise le diélectrique. La formule (2) nous conduirait de même à une relation :

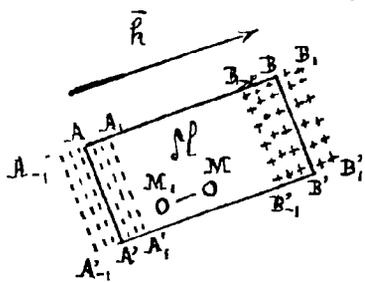
$$(2') \quad I = \chi \cdot h$$

dans laquelle  $\chi = \frac{\epsilon N}{\psi}$  est une constante ; d'ailleurs les conventions faites montrent que l'on a dans ce cas l'égalité géométrique

$$\bar{I} = \chi \cdot \bar{h}$$

le coefficient  $\chi$  porte le nom de coefficient de polarisation.

**45 — Flux d'induction.** — Considérons un tronçon de tube de force  $ABA'B'$  découpé dans une région d'un diélectrique homogène telle que le champ puisse y être considéré comme uniforme c'est-à-dire constant en grandeur et direction.



Sous l'action du champ  $\bar{h}$  l'électricité positive qui était contenue dans l'élément  $M$  a été rejetée vers la droite à la distance  $\delta l$  mais a été remplacée par l'électricité positive de l'élément identique  $M_1$  qui se trouve à gauche de  $M$ .

Le même raisonnement peut être fait pour la charge négative et n'est en défaut

que pour les éléments dont la distance aux bases  $AA'$  et  $BB'$  est inférieure à  $\delta l$ .

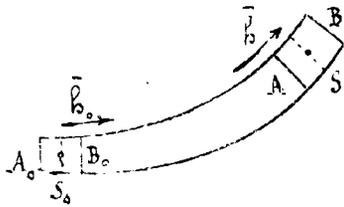
Les régions  $A_1, A_{-1}, A'_1, A'_{-1}$  et  $B_{-1}, B_1, B'_1, B'_{-1}$ , obtenues en menant des sections distantes de  $\pm \delta l$  des bases  $AA'$  et  $BB'$ , contiennent seules de l'électricité positive ou négative qui provient du tronçon considéré et qui n'est pas neutralisée par de l'électricité de nom contraire provenant du même tronçon.

En désignant par  $S$  la section du tube il est facile de voir que ces quantités ont pour expression :  $\pm q$

$$q = N \text{ vol } A_1, A_{-1}, A'_1, A'_{-1} = N \text{ vol } B_1, B_{-1}, B'_1, B'_{-1} = N \cdot \epsilon \delta l S = I S.$$

Nous avons été conduits à considérer  $\delta l$  comme une quantité extrêmement petite, qui est d'ailleurs d'autant plus petite que le champ est plus faible ; donc pour des champs dont l'intensité ne sera pas exagérée nous pouvons admettre qu'il est pos-

sible de se déplacer suivant une ligne de force de plusieurs fois  $\delta l$  sans que  $\vec{h}$  change sensiblement de grandeur et de direction.



tue dans un champ uniforme.

Dans ces conditions en appliquant le théorème de Gauss à la surface limitée par le tube et par deux sections  $S$  et  $S_0$  menées par le milieu des tronçons considérés il est facile de voir qu'on a en tenant compte du sens du champ indiqué sur la figure :

$$h S - h_0 S_0 = 4\pi \epsilon (-q) + 4\pi \epsilon q_0$$

$(-q)$  et  $+q_0$  désignant respectivement les quantités d'électricité négative et positive qui proviennent des tronçons et sont respectivement localisées dans le voisinage  $(\pm \delta l)$  et  $(\pm \delta l_0)$  des cloisons  $A$  et  $B_0$ .

D'ailleurs  $(-q) = -IS$  et  $q_0 = I_0 S_0$  donc :

$$(1) \quad (h + 4\pi \epsilon I) S = (h_0 + 4\pi \epsilon I_0) S_0$$

Cette relation subsiste, pour un tube de force qui traverse plusieurs diélectriques intermédiaires. En effet dans l'application du théorème de Gauss qui vient d'être faite il est simplement supposé que les quantités égales d'électricité de noms contraires qui à l'état neutre se trouvaient dans le tube entre  $B_0$  et  $A$ , sont contenues entre  $S_0$  et  $S$  lorsque le champ existe et cela exige uniquement que la longueur des tronçons soit supérieure à la valeur de la translation  $\delta l$  qui lui correspond.

De la relation (1) nous déduisons que, si en chaque point des milieux diélectriques nous considérons le vecteur

$$\vec{B} = \vec{h} + 4\pi \epsilon \vec{I}$$

obtenu en faisant la somme des deux vecteurs parallèles  $\vec{h}$  et  $4\pi \epsilon \vec{I}$  le champ correspondant admettra les mêmes lignes de force mais donnera un flux constant tout le long d'un même tube situé dans l'isolant.

On a donné à  $\vec{B}$  le nom de vecteur d'Induction, le flux correspondant s'appelle le flux d'induction.

Ce flux ne varie que lorsque le tube de force rencontre des

quantités d'électricité libre, comme c'est le cas à la surface des conducteurs.  
 Dans un diélectrique supposé impolarisable, c'est-à-dire dans lequel l'électricité ne peut absolument pas se déplacer on a  $\Delta\phi = 0$  d'où  $I = 0$  et:

$$\bar{B} = \bar{h}$$

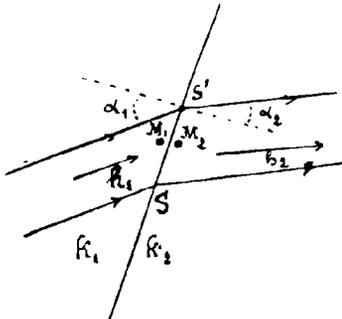
Lorsque la relation  $\bar{I} = \chi \bar{h}$  est applicable on peut écrire :

$$\bar{B} = (1 + 4\pi \epsilon \chi) \bar{h}$$

et pour simplifier, nous supposons qu'il en est toujours ainsi dans les questions dont nous allons nous occuper maintenant.

Nous désignerons par  $K = 1 + 4\pi \epsilon \chi$  le facteur qui figure dans la formule précédente et nous lui donnerons le nom de pouvoir inducteur absolu du diélectrique.

46 — Réfraction des tubes de force. — Considérons un élément superficiel  $SS'$  sur la surface de séparation de deux diélectriques homogènes dont les pouvoirs spécifiques absolus sont  $K_1$  et  $K_2$ .



Par le fait de la polarisation, de l'électricité, provenant du premier diélectrique ( $K_1$ ), se porte sur la face  $SS'$  en même temps que de l'électricité de non contraire due à la polarisation du diélectrique ( $K_2$ ).

On peut donc envisager la surface  $SS'$  comme le support d'une charge électrique de densité  $\sigma$  égale à la somme algébrique des charges qui tendent à y produire respectivement l'état de polarisation des deux milieux contigus.

Le champ  $h_x$  en un point quelconque est la somme géométrique des deux vecteurs obtenus : le premier  $h'_x$  en tenant compte uniquement des centres d'action ( $\epsilon \sigma$  par unité de surface) distribués sur  $SS'$ ; le second  $h''_x$  en composant les vecteurs dus à tous les autres centres d'action qui existent dans le système.

Appliquons cette remarque à deux points  $M_1$  et  $M_2$  pris de part et d'autre, et dans le voisinage immédiat, de  $SS'$  : nous aurons en désignant par  $h_1$  et  $h_2$  les champs correspondants :

$$h_1 = h'_1 + h''_1$$

$$h_2 = h'_2 + h''_2$$

Or lorsque les points  $M_1$  et  $M_2$  viennent se confondre en un même point de  $SS'$  les vecteurs  $h''_1$  et  $h''_2$  deviennent égaux.

Quant à  $h'_1$  et  $h'_2$ , ils tendent vers deux valeurs égales et de signes

contraires que l'on obtiendra en remarquant que pour un point infiniment rapproché de  $SS'$  cet élément se comporte comme un plan indéfini uniformément chargé.

Nous aurons donc en appliquant le théorème de Gauss comme au (N° 10) et en remarquant que sur ce plan, les centres d'action ont par unité de surface la valeur  $\epsilon\sigma$ :

$$\lim \bar{h}'_2 = -\lim \bar{h}'_1 = 2\pi\epsilon\sigma$$

Par conséquent la différence  $\bar{h}_2 - \bar{h}_1$  est à la limite égale à un vecteur de valeur  $2\pi\epsilon\sigma$  normal à l'élément  $SS'$ .

Donc les vecteurs  $\bar{h}_2, \bar{h}_1$ , et la normale à l'élément sont dans un même plan de réfraction et l'on a les relations:

$$(1) \quad \bar{h}_2 \cos \alpha_2 - \bar{h}_1 \cos \alpha_1 = 2\pi\epsilon\sigma$$

$$(2) \quad \bar{h}_2 \sin \alpha_2 - \bar{h}_1 \sin \alpha_1 = 0$$

D'autre part la propriété qu'a le flux d'induction d'être constant le long d'un même tube de force nous donne en désignant par  $\bar{B}_1$  et  $\bar{B}_2$  les vecteurs dans chaque diélectrique:

$$\bar{B}_1 \cdot (\text{surf } SS') \cos \alpha_1 = \bar{B}_2 \cdot (\text{surf } SS') \cos \alpha_2$$

et en remarquant que  $\bar{B}_1 = K_1 \bar{h}_1$ ,  $\bar{B}_2 = K_2 \bar{h}_2$

$$(3) \quad K_2 \bar{h}_2 \cos \alpha_2 - K_1 \bar{h}_1 \cos \alpha_1 = 0$$

de (2) et (3) résulte l'équation:

$$\frac{\text{tg } \alpha_1}{K_1} = \frac{\text{tg } \alpha_2}{K_2}$$

qui fait connaître la loi de réfraction des tubes de force ou d'induction à travers la surface de séparation des deux diélectriques.

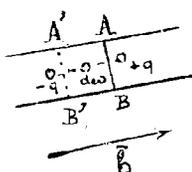
#### 47 — Pression électrostatique sur la surface de séparation de deux diélectriques ou d'un diélectrique et d'un conducteur...

L'hypothèse même qui sert de base à la théorie de la polarisation montre (N° 44) qu'un élément matériel  $d\omega$  est soumis à un effort d'extension  $R = hq = hN d\omega$  parallèle à  $h$ .

Évaluons l'effort correspondant  $F$  sur une surface égale à l'unité placée normalement à  $h$ ; à cet effet traçons une section droite  $AB$  d'aire  $SS$  dans un tube de force.

Tout élément  $d\omega$  placé à gauche de  $AB$  à une distance inférieure à  $h$  fournit une charge  $q$  située à droite de cette section et dont l'effet est égal à  $R$ .

La somme  $\Sigma R$  étendue à tous les éléments contenus



dans le tronçon  $ABA'B'$  de hauteur  $\delta l$  a pour valeur  $F \cdot \delta S$ .

$$F \delta S = \Sigma R = h N \Sigma d\omega = h N \delta S \cdot \delta l$$

et comme d'ailleurs  $I = 2N \delta l$

$$F = \frac{hI}{2}$$

or

$$I = \frac{B-h}{4\pi\epsilon} = \frac{K-1}{4\pi\epsilon} h$$

d'où finalement

$$F = \frac{K-1}{8\pi\epsilon} h^2$$

En suivant la même marche qu'au n° 26 on peut déduire de ce résultat particulier que la pression spécifique, exercée sur un élément de surface  $\delta S$  orienté d'une manière quelconque à l'intérieur du diélectrique, a pour valeur  $\delta S \cdot \frac{K-1}{8\pi\epsilon} h^2$  et pour direction la demi-droite symétrique de la normale extérieure à l'élément par rapport à  $h$ .

Ceci posé, considérons un élément de volume lamellaire  $A_1 B_1 A_2 B_2$  dont les faces sont parallèles à l'élément superficiel  $\delta S$  qui sépare deux diélectriques ( $K_1$ ) et ( $K_2$ ).

Les faces  $A_1 B_1$  et  $A_2 B_2$  sont respectivement soumises aux efforts  $\tau_1 = \delta S \frac{K_1-1}{8\pi\epsilon} h_1^2$  et  $\tau_2 = \delta S \frac{K_2-1}{8\pi\epsilon} h_2^2$  dirigés conformément à la règle précédente.

De plus en reprenant les notations et les résultats du n° précédent la couche électrique de densité  $\sigma$ , qui est reliée aux éléments matériels de la lamelle et qui se trouve répandue sur  $\delta S$ , subit un effort

$$\delta S \cdot \sigma \cdot \bar{h}''$$

$\bar{h}'' = \frac{1}{2} (\bar{h}_1 + \bar{h}_2)$  étant la limite commune des deux vecteurs  $\bar{h}_1$  et  $\bar{h}_2$   
d'ailleurs

$$\sigma = \frac{h_2 \cos \alpha_2 - h_1 \cos \alpha_1}{2\pi\epsilon}$$

et la force exercée sur la couche  $\sigma$  a pour expression:

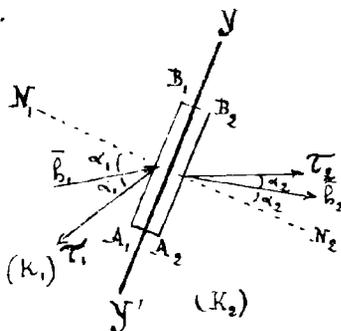
$$\frac{\delta S}{8\pi\epsilon} (h_2 \cos \alpha_2 - h_1 \cos \alpha_1) (\bar{h}_1 + \bar{h}_2)$$

Il vient en projetant sur la normale (sens positif  $N_1, N_2$ )

$$X = -\tau_1 \cos 2\alpha_1 + \tau_2 \cos 2\alpha_2 + \frac{\delta S}{8\pi\epsilon} (h_2 \cos \alpha_2 - h_1 \cos \alpha_1) (h_2 \cos \alpha_2 + h_1 \cos \alpha_1)$$

$$= \frac{\delta S}{8\pi\epsilon} [-(K_1-1) h_1^2 \cos 2\alpha_1 + (K_2-1) h_2^2 \cos 2\alpha_2 + h_2^2 \cos^2 \alpha_2 - h_1^2 \cos^2 \alpha_1]$$

$$= \frac{\delta S}{8\pi\epsilon} [K_2 h_2^2 \cos 2\alpha_2 - K_1 h_1^2 \cos 2\alpha_1 + h_1^2 \sin^2 \alpha_1 - h_2^2 \sin^2 \alpha_2]$$



et en remarquant que  $h_1 \sin \alpha_1 = h_2 \sin \alpha_2$

$$\frac{\mathcal{X}}{\delta S} = \frac{1}{8\pi\epsilon} (K_2 h_2^2 \cos 2\alpha_2 - K_1 h_1^2 \cos 2\alpha_1)$$

Projetant sur l'intersection  $\mathcal{Y}'\mathcal{Y}$  du plan de réfraction et du plan de l'élément on a :

$$\begin{aligned} \mathcal{Y} &= -\mathcal{T}_1 \sin 2\alpha_1 + \mathcal{T}_2 \sin 2\alpha_2 + \frac{\delta S}{8\pi\epsilon} (h_2 \cos \alpha_2 - h_1 \cos \alpha_1) (h_1 \sin \alpha_1 + h_2 \sin \alpha_2) \\ &= \frac{\delta S}{8\pi\epsilon} [(K_2 - 1) h_2^2 \sin 2\alpha_2 - (K_1 - 1) h_1^2 \sin 2\alpha_1 + (h_2 \cos \alpha_2 - h_1 \cos \alpha_1) (h_2 \sin \alpha_2 + h_1 \sin \alpha_1)] \end{aligned}$$

comme :  $h_2 \sin \alpha_2 = h_1 \sin \alpha_1$ , et  $K_2 h_2 \cos \alpha_2 = K_1 h_1 \cos \alpha_1$ , il en résulte en multipliant membre à membre que  $K_2 h_2^2 \sin 2\alpha_2 = K_1 h_1^2 \sin 2\alpha_1$ . L'expression entre crochets se réduit à :

$$\begin{aligned} &- h_2^2 \sin \alpha_2 \cos \alpha_2 + h_1^2 \sin \alpha_1 \cos \alpha_1 + h_2 h_1 \cos \alpha_2 \sin \alpha_1 - h_2 h_1 \cos \alpha_1 \sin \alpha_2 \\ &= -h_2 \cos \alpha_2 (h_2 \sin \alpha_2 - h_1 \sin \alpha_1) + h_1 \cos \alpha_1 (h_1 \sin \alpha_1 - h_2 \sin \alpha_2) = 0 \end{aligned}$$

Comme les efforts exercés sur la périphérie  $A, A_2, B, B_2$  de la lamelle sont à la limite négligeables, devant les forces exercées sur ses faces  $A, B$ , et  $A_2, B_2$  on voit que chaque élément de la surface de séparation de deux diélectriques est soumis à une pression électrostatique normale dont la valeur est :

$$(1) \quad P = \frac{1}{8\pi\epsilon} (K_2 h_2^2 \cos 2\alpha_2 - K_1 h_1^2 \cos 2\alpha_1)$$

Le sens positif étant celui de la normale extérieure au diélectrique ( $K_1$ ).  
On peut mettre  $P$  sous les formes suivantes :

$$P = \frac{1}{8\pi\epsilon} (B_2 h_2 \cos 2\alpha_2 - B_1 h_1 \cos 2\alpha_1) = \frac{1}{8\pi\epsilon} \left( B_2 \frac{\cos 2\alpha_2}{K_2} - B_1 \frac{\cos 2\alpha_1}{K_1} \right)$$

En remarquant qu'on a les relations déjà utilisées :

$$K_1 h_1^2 \cos^2 \alpha_1 = K_2 h_2^2 \cos^2 \alpha_2 = K_1 K_2 h_1 h_2 \cos \alpha_1 \cos \alpha_2$$

$$\text{et} \quad h_1^2 \sin^2 \alpha_1 = h_2^2 \sin^2 \alpha_2 = h_1 h_2 \sin \alpha_1 \sin \alpha_2$$

On peut remplacer (1) par :

$$(1') \quad P = \frac{K_1 - K_2}{8\pi\epsilon} h_1 h_2 \cos(\alpha_2 - \alpha_1)$$

Cette force est dirigée dans le sens où le pouvoir inducteur va en croissant.

Supposons qu'au lieu d'être un diélectrique le milieu affecté de l'indice (1) soit un corps conducteur, les raisonnements précédents peuvent être répétés et en remarquant que dans le cas actuel  $h_1 = 0$ ,  $\alpha_2 = \frac{\pi}{2}$  on aura en supprimant l'indice (2) devenu inutile :

$$P = \frac{1}{8\pi\epsilon} K h^2 = \frac{1}{8\pi\epsilon} B h = \frac{1}{8\pi\epsilon} \frac{B^2}{K}$$

qui donne la pression électrostatique sur un conducteur en contact avec le diélectrique ( $K$ )

D'ailleurs en désignant par  $\sigma$  la densité de l'électricité libre répandue sur la surface du conducteur on a :

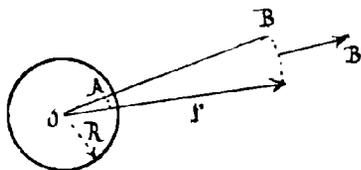
$$E = 4\pi\epsilon\sigma$$

et par suite

$$F = 2\pi\epsilon\frac{\sigma^2}{k}$$

48 — Étude de deux cas simples (sphère isolée et condensateur plan) en tenant compte de la polarisation diélectrique. —  
 A titre d'exemple nous allons étudier deux cas simples en tenant compte de la polarisation du diélectrique.

1<sup>o</sup> Considérons une sphère isolée au sein d'un diélectrique ; soit  $R$  son rayon et  $Q = 4\pi R^2\sigma$  sa charge totale.



Le théorème de Gauss, appliqué à un tube  $AB$  d'angle solide  $d\omega$  dont la base  $A$  est dans le conducteur, donne :

$$E r^2 d\omega = 4\pi\epsilon R^2 d\omega \sigma$$

$$E = \epsilon \frac{4\pi R^2 \sigma}{r^2} = \frac{\epsilon Q}{r^2}$$

Ce vecteur  $\vec{E}$  caractérise précisément le champ que cette sphère créerait autour d'elle si elle était placée dans un diélectrique impolarisable. Le champ réellement produit sera :

$$\vec{h} = \frac{1}{K} \vec{E} = \frac{\epsilon}{K} \cdot \frac{Q}{r^2}$$

Une petite masse électrique  $dq$  placée à la distance  $r$  subit une force

$$f = \frac{\epsilon}{K} \cdot \frac{Q}{r^2} dq$$

et le travail qui correspond à son éloignement jusqu'à l'infini est :

$$d\mathcal{E} = \frac{\epsilon}{K} dq \int_r^{\infty} \frac{Q}{r^2} dr = \frac{\epsilon Q}{Kr} dq$$

Le potentiel à la distance  $r$  est :

$$U = \frac{d\mathcal{E}}{dq} = \frac{\epsilon}{K} \cdot \frac{Q}{r}$$

et sur la sphère

$$U_0 = \frac{\epsilon}{K} \cdot \frac{Q}{R}$$

La capacité de cette dernière  $C = \frac{Q}{U} = \frac{K}{\epsilon} R$  est donc  $K$  fois plus grande que si le milieu était impolarisable.

Déchargeons cette sphère en transportant successivement des quantités infinitésimales de fluide  $dq$  depuis sa surface jusqu'à l'infini ; le travail total fourni par l'opérateur est négatif :

$$\mathcal{E} = \frac{\epsilon}{K} \cdot \frac{1}{R} \int_0^Q Q dQ = -\frac{\epsilon}{K} \frac{Q^2}{2R}$$

et représente la diminution d'énergie électrique qui correspond à cette opération; on a donc :

$$W = \frac{\epsilon}{K} \frac{Q^2}{2R} = \frac{1}{2} C \cdot U$$

D'autre part si la charge étant constante nous laissons la sphère se dilater de  $dR$  la pression électrostatique  $p$  qui s'exerce à sa surface effectuera un travail  $p \cdot 4\pi R^2 dR$  qui doit être égal à la diminution  $-dW$  de l'énergie :

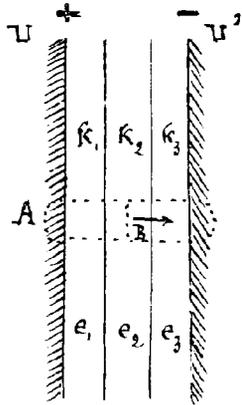
$$p \cdot 4\pi R^2 dR = -dW = \frac{\epsilon Q^2}{2K} \frac{1}{R^2} dR$$

d'où

$$p = \frac{\epsilon}{K} 2\pi \left( \frac{Q}{4\pi R^2} \right)^2 = \frac{\epsilon}{K} \cdot 2\pi \sigma^2$$

Nous retrouvons la formule établie au N° 47)

2) Considérons en second lieu un condensateur plan indéfini dont l'isolant est constitué par une série de lames diélectriques de pouvoirs inducteurs absolus  $K_1, K_2, K_3$  etc... et d'épaisseurs  $e_1, e_2, e_3$ .....



Soit  $\sigma$  la densité électrique sur l'armature positive le théorème de Gauss appliqué à un tube d'induction de section 1 donne :

$$B = 4\pi \epsilon \sigma$$

d'autre part,  $h_1, h_2, h_3$  désignant le champ dans ces diélectriques on a :

$$h_1 = \frac{1}{K_1} B, \quad h_2 = \frac{1}{K_2} B, \quad h_3 = \frac{1}{K_3} B \text{ etc...}$$

La différence de potentiel  $U - U'$  étant par définition le quotient par  $dq$  du travail  $d\mathcal{E}$  produit par le passage d'une masse infinitésimale  $dq$  d'une armature à l'autre nous aurons :

$$U - U' = \frac{d\mathcal{E}}{dq} = 4\pi \epsilon \sigma \left( \frac{e_1}{K_1} + \frac{e_2}{K_2} + \dots \right)$$

car :

$$d\mathcal{E} = (h_1 e_1 + h_2 e_2 + \dots) dq = \left( \frac{e_1}{K_1} + \frac{e_2}{K_2} + \dots \right) B$$

La capacité par unité de surface est donnée par :

$$\frac{U - U'}{\sigma} = \frac{1}{C} = 4\pi \epsilon \left( \frac{e_1}{K_1} + \frac{e_2}{K_2} + \dots \right)$$

On obtiendra donc un condensateur de même capacité si l'on substitue à l'épaisseur  $e_2$  du diélectrique (2) une épaisseur  $e'_1$  du diélectrique (1) tel que :

$$\frac{e_2}{e'_1} = \frac{K_2}{K_1}$$

Ce rapport est précisément celui que l'on peut déterminer par l'expérience, il caractérise de pouvoir inducteur spécifique de (2) par rapport à (1).

On voit sans peine que l'énergie  $W$  par unité de surface est donnée par :

$$W = -\mathcal{E} = \int_0^{\mathcal{E}} (U - U') dq = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q^2}{\epsilon} = \frac{1}{2} \frac{\sigma^2}{\epsilon}$$

Si laissant tout le reste invariable, nous déplaçons dans le sens du champ la surface de séparation de deux diélectriques voisins (2) et (3) par exemple,  $\epsilon_2$  augmente de la quantité  $dx$  tandis que  $\epsilon_3$  diminue de la même quantité.

La diminution d'énergie  $-dW = \frac{1}{2} \sigma^2 \frac{1}{\epsilon} \frac{d\epsilon}{dx} dx = \frac{4\pi\epsilon}{2} \sigma^2 \left( \frac{1}{K_3} - \frac{1}{K_2} \right) dx$  représente le travail  $p_{2,3} dx$  effectué par la pression  $p_{2,3}$  qui s'exerce sur l'unité de surface au contact des diélectriques (2) et (3); on a :

$$p_{2,3} = 2\pi\epsilon \left( \frac{1}{K_3} - \frac{1}{K_2} \right) \sigma^2 = \frac{1}{8\pi\epsilon} \left( \frac{1}{K_3} - \frac{1}{K_2} \right) B^2 = \frac{1}{8\pi\epsilon} (K_3 p_3^2 - K_2 p_2^2)$$

Le même calcul appliqué à la surface de contact de l'armature et du diélectrique (1) donne pour la pression électrostatique correspondante :

$$p = \frac{2\pi\epsilon}{K_1} \sigma^2$$

Nous retrouvons encore dans ce cas particulier les formules établies au N° 47.

49 — Choix des unités correspondant aux diverses grandeurs considérées en électrostatique. — Nous avons trouvé au N° 47 que la valeur de la pression électrostatique s'obtient en multipliant par  $\frac{\epsilon}{K}$  l'expression  $2\pi\sigma^2$  fournie par le théorème de Coulomb (N° 10); il en résulte que la force qui s'exerce entre deux petits conducteurs portant les charges  $q$  et  $q'$  et plongés dans le diélectrique ( $K$ ) doit être :

$$F = \frac{\epsilon}{K} \cdot \frac{qq'}{r^2}$$

puis qu'elle résulte de la composition de ces pressions élémentaires.

Au contraire la réaction mutuelle des mêmes quantités d'électricité supposées isolées et à la même distance a pour valeur :

$$f = \epsilon \frac{qq'}{r^2}$$

Dans l'étude des problèmes qui ont fait l'objet des précédentes leçons nous avons supposé que le milieu dans lequel on opérait était tel que :

$$\epsilon = \frac{\epsilon}{K}$$

et nous avons choisi l'unité de quantité d'électricité choisie de manière que ce coefficient puisse être considéré comme égal à un.

Cette condition exige que le milieu en question ait un pouvoir inducteur absolu  $K$  égal à 1 c'est-à-dire soit impolarisable.

Or il est certain qu'aucun milieu réel (même le vide physique le plus parfait) ne se comporte comme un diélectrique impolarisable;

toutes les expériences s'accordent au contraire pour montrer que les isolants jouent un rôle considérable dans les phénomènes électriques.

Si donc nous adoptons un milieu particulier pour définir l'unité de quantité par la formule :

$$\text{unité de force} = \left( \frac{\text{unité de quantité d'électricité}^2}{\text{unité de longueur}} \right)$$

cela revient à dire que nous supposons les unités choisies de telle manière que dans ce milieu la grandeur  $\epsilon$  soit exprimée par un nombre égal au coefficient numérique  $K = 1 + 4\pi\epsilon X$  qui représente le pouvoir inducteur absolu

Le milieu qu'on a choisi est l'air, et il est évident que toutes les mesures électrométriques absolues qui y seront effectuées conduiront à des résultats concordants puisque toutes dépendent de la valeur de la pression électrostatique qui contient le facteur  $\frac{\epsilon}{K}$  égal à 1 d'après le choix même de l'unité de quantité.

Si on opère dans un diélectrique (1) homogène mais différent on trouvera par exemple dans le cas des expériences de Coulomb une répulsion

$$F = \frac{1}{K_1} \frac{qq'}{r^2}$$

dont l'expression théorique est  $F = \frac{\epsilon}{K_1} \frac{qq'}{r^2}$ .

Or  $\epsilon$  étant exprimé par le même nombre que le pouvoir inducteur absolu  $K$  de l'air la valeur numérique de  $\frac{1}{K_1}$  est indifféremment égal à celle de  $\frac{\epsilon}{K_1}$  ou de  $\frac{K}{K_1}$ .  $K_1$  est le pouvoir inducteur spécifique du diélectrique considéré par rapport à l'air.

Toutes les formules analogues à celles qu'on a précédemment établies et dans lesquelles entrent des quotients de la forme  $\frac{\epsilon}{K_i}$  seront transformées en formules vérifiables par l'expérience si on y remplace  $\epsilon$  par 1 et  $K_i$  par le pouvoir inducteur spécifique mesurable  $k_i$ .

L'unité de champ  $h$  est le quotient de l'unité de force par l'unité de quantité d'électricité ; l'application de cette définition ne présente pas de difficulté. Au contraire, pour le vecteur d'induction  $B$  une convention est nécessaire, elle consiste à faire  $\vec{B} = h$  dans le milieu type c'est-à-dire à multiplier la valeur réelle inconnue de ce vecteur par un coefficient égal à la valeur numérique de  $\frac{1}{\epsilon}$  ou de  $\frac{1}{K}$  relative à ce milieu.

Les formules

$$B = 4\pi\epsilon\sigma$$

$$B = K h = K_1 h_1$$

deviennent alors :

$$B = 4\pi\sigma$$

$$B = h = k_1 h_1$$

Enfin il est facile de voir que d'après les conventions que nous venons

de faire les formules, qui expriment les différences de potentiel en fonction des efforts mesurés dans les électromètres, s'appliquent sans modification aux indications de ces instruments placés dans l'air.

C'est ainsi, par exemple, que l'attraction de deux plateaux d'un électromètre absolu a pour expression en fonction de leur différence de potentiel et de la distance qui les sépare :

$$P = \frac{1}{8\pi\epsilon} K b^2 = \frac{K}{\epsilon} \cdot \frac{1}{8\pi} \frac{(U-U')^2}{e^2} \quad (\text{car } b e = U - U')$$

qui,  $\frac{K}{\epsilon}$  étant égal à 1, se réduit à la relation

$$P = \frac{1}{8\pi} \frac{(U-U')^2}{e^2}$$

du N° 20.

## 50 Formules de dimensions des unités électrostatiques. —

En tenant compte des considérations précédentes on peut établir les formules de dimensions des principales grandeurs rencontrées en électrostatique ; nous allons rapidement les rappeler :

1° La quantité d'électricité : Définie par la loi et les expériences de Coulomb, la quantité d'électricité a pour dimensions, en vertu de la convention  $\frac{\epsilon}{K} = 1$  :

$$Q = L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$$

Nous savons ajouter des quantités d'électricité en employant l'artifice du cylindre de Faraday. Pour les déterminer en valeur absolue nous pouvons employer la balance de Coulomb ou l'électromètre.

2° Densités électrostatiques superficielle et cubique. — De la notion de quantité dérivent celles :

a) de densité de volume ou densité cubique  $\rho = \lim. \frac{\delta Q}{\delta x \delta y \delta z}$

$$\rho = Q \cdot L^{-3} = L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$$

b) de densité superficielle  $\sigma = \lim. \frac{\delta Q}{\delta s}$

$$\sigma = Q L^{-2} = L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$$

La densité superficielle peut se déterminer avec le plan d'épreuve (N° 24)

3° Champ électrique H. — C'est un vecteur dont la valeur numérique appelée intensité du champ est la limite du quotient d'une force par une quantité d'électricité (Charge infinitésimale du petit corps d'épreuve).

$$H = \frac{f}{Q} = \frac{M L T^{-2}}{Q} = L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$$

H a mêmes dimensions que  $\sigma$  (théorème de Coulomb  $H = 4\pi\sigma$ )

4° Le flux de force électrique

$$HL^2 = L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$$

A mêmes dimensions que la quantité  $Q$  (théorème de Gauss.)

5° Le vecteur d'induction  $B$  et le flux d'induction ont des formules de dimensions identiques à celles du champ  $H$  et de flux de force, puisque  $B = KH$  et que  $K$  est un nombre.

6° Le Potentiel électrostatique  $U$ . - S'est présenté à nous comme le travail du vecteur  $H$ .

$$U = H \cdot L = L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$$

Les différences de potentiel sont seules accessibles à l'expérience.

7° La capacité. - Quotient d'une quantité  $Q$  par une différence de potentiel

$$C = \frac{Q}{U} = L$$

Résultat qui peut s'écrire immédiatement en se souvenant que la capacité électrostatique d'une sphère isolée égale son rayon.

8° Le pouvoir inducteur, spécifique ou absolu, est une quantité numérique sans dimension.

9° L'énergie électrostatique  $W = \frac{1}{2} QU$  a même formule de dimensions qu'un travail

$$W = L^2 MT^{-2}$$

10° L'intensité de polarisation  $\bar{I}$  est le quotient d'un moment électrique ( $L \cdot Q$ ) par un volume ( $L^3$ ) et a mêmes dimensions que la densité superficielle  $\sigma$  et par suite que les vecteurs  $B$  et  $H$ ; on a

$$B = H + 4\pi I$$

51 Dilatation électrique. - Phénomène de Kerr. - Energie emmagasinée dans le diélectrique. - La manière dont nous avons représenté le mécanisme de la polarisation des diélectriques implique l'existence d'actions mécaniques (tension et compression) supportées par les éléments matériels qui les constituent.

Les expériences suivantes que nous ne ferons que signaler sans en donner une description détaillée montrent bien qu'il en est ainsi :

1° Une bouteille de Leyde augmente de volume quand on la charge; sa dilatation d'ailleurs très faible est proportionnelle au carré de la différence de potentiel des armatures et en raison inverse du carré de l'épaisseur du diélectrique (Phénomène indiqué par Gouy).

2° Un corps isotrope solide ou liquide placé dans un champ électrique

intense acquiert la biréfringence des cristaux à un axe ; l'axe étant parallèle à  $\vec{B}$  (Phénomène de Kerr).

Enfin cette théorie conduit, elle aussi, à considérer une partie de l'énergie comme emmagasinée dans chaque élément du diélectrique.

En effet quand la quantité  $q = N d\omega$  d'électricité positive contenue dans le volume  $d\omega$  est écartée de sa position initiale elle se trouve soumise à un effort  $q\psi x$  ; le travail correspondant à un écart  $\delta l$  est :

$$\int \delta_1 = q \int_0^{\delta l} \psi x dx = q\psi \frac{\delta l^2}{2}$$

et comme le même travail est dépensé sur la quantité  $-q$  d'électricité négative on a pour le travail total de polarisation de l'élément  $d\omega$  ;

$$d\delta = q\psi \delta l^2 = N\psi \delta l^2 d\omega$$

et en tenant compte des relations  $2N\delta l = \chi \psi$   $\chi = \frac{2N}{\psi}$   $K = 1 + 4\pi\epsilon\chi$

$$dW = d\delta = \frac{K-1}{8\pi\epsilon} \psi^2 d\omega$$

Il est intéressant de calculer l'expression

$$W = \iiint \frac{K-1}{8\pi\epsilon} \psi^2 d\omega = \frac{1}{8\pi\epsilon} \iiint K \psi^2 d\omega - \frac{1}{8\pi\epsilon} \iiint \psi^2 d\omega$$

de l'énergie contenue dans la totalité du diélectrique.

La première intégrale du second membre se calcule aisément comme au n° 30 en prenant pour éléments de volume des tronçons de tube de force ; en effet  $ds$  et  $dl$  désignant la section et la longueur d'un tel tronçon, le produit  $K\psi ds$  est constant tout le long du tube et l'on a en intégrant par rapport à  $l$ .

$$K\psi ds \int \psi dl = K\psi ds (U_2 - U_1)$$

$U_2$  et  $U_1$  désignant les potentiels des conducteurs sur lesquels se termine ce tube. D'ailleurs on a :

$$K\psi ds = K_1 \psi_1 ds_1 = K_2 \psi_2 ds_2 = 4\pi\epsilon \sigma_2 ds_2 = -4\pi\epsilon \sigma_1 ds_1$$

et en désignant par  $\delta q_1, \delta q_2$  les quantités d'électricité portées par les éléments correspondants que ce tube découpé sur les deux conducteurs :

$$K\psi ds \int \psi dl = 4\pi\epsilon (\delta q_2 U_2 + \delta q_1 U_1)$$

et en étendant l'intégration à tous les tubes que l'on peut tracer dans le champ

$$\frac{1}{8\pi\epsilon} \iiint K \psi ds \int \psi dl = \frac{1}{2} \sum Q U$$

Q et U désignant la charge et le potentiel de chacun des conducteurs du système.

(Non exigé)

Cette première intégrale nous représente donc l'énergie qu'il a fallu réellement dépenser pour amener le système de l'état neutre à l'état actuel; cette énergie pourrait être transformée en chaleur en réalisant des expériences analogues à celles de Hées.

Nous allons voir que la valeur absolue de la seconde intégrale représente l'énergie due aux actions à distance qu'exercent les unes sur les autres toutes les charges électriques répandues dans le champ; ces charges provenant tant de l'électricité qu'on a apportée sur les conducteurs que de celle que la polarisation a fait apparaître en différents points des diélectriques.

Transformons d'abord cette intégrale :

En désignant par  $V$  la fonction potentielle on a :

$h^e = \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)^2$  et par suite en étendant l'intégration à tout l'espace et en remarquant qu'à l'infini  $h$  et  $V$  sont nuls

$$\iiint h^e d\omega = \iiint \left[ \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)^2 \right] dx dy dz = - \iiint V \left( \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \right) dx dy dz \quad *$$

Or dans le cas actuel nos centres d'actions contiennent tous le facteur.  $\epsilon$  nous aurons donc en désignant par  $\rho$  la densité électrique au point  $x, y, z$  et en appliquant la formule du n° 9

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = - \left( \frac{\partial h_x}{\partial x} + \frac{\partial h_y}{\partial y} + \frac{\partial h_z}{\partial z} \right) = -4\pi\epsilon\rho$$

par conséquent  $\delta q = \rho \cdot dx dy dz$  étant la quantité d'électricité contenue dans l'élément  $dx dy dz$ .

$$\frac{1}{8\pi\epsilon} \iiint h^e d\omega = \frac{1}{2} \iiint V \delta q$$

Cherchons maintenant la signification du second nombre  $\frac{1}{2} \iiint V \delta q$ .

Deux charges électriques  $\delta q, \delta q'$  situées à la distance  $r$  exercent une force de répulsion  $f = \epsilon \frac{\delta q \delta q'}{r^2}$  et pour les amener de l'infini à la distance  $r$  il faut fournir un travail  $\delta W = \int_{\infty}^r f dr = \frac{\epsilon \delta q \delta q'}{r}$

Le travail dépensé pour amener de l'infini dans leur situation

\* En effet considérons par exemple le terme  $\iiint \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 dx dy dz = \iint dy dz \int \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 dx$

intégrant par parties on a :  $\int \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 dx = V \frac{\partial V}{\partial x} - \int V \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} dx$  or pour  $x = \pm\infty$   $V \frac{\partial V}{\partial x} = 0$

Il n'y a donc qu'à tenir compte des termes  $-\int V \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} dx$

actuelle un nombre quelconque de charges élémentaires est égal à la somme

$$\sum \frac{\epsilon \Delta q \Delta q'}{r}$$

étendue à toutes ces charges, car si cette expression est vraie pour  $n$ , charges on voit sans peine qu'elle l'est pour  $n+1$ .

Dans cette somme le facteur de  $\Delta q$  est  $\sum \frac{\epsilon \Delta q'}{r}$ , sa valeur est précisément celle que prend la fonction potentielle  $V$  au point occupé par lui.

La somme  $\Delta q V + \Delta q' V' + \dots$  etc =  $\iiint V \Delta q$  est égale au double de la somme précédente car chaque terme  $\frac{\Delta q \Delta q'}{r^2}$  y entre une première fois dans l'expression  $\Delta q V$  qui contient  $\Delta q$  en facteur et une seconde fois dans  $\Delta q' V'$ .

L'expression  $\frac{1}{2} \iiint V \Delta q$  étendue à tout le champ représente donc bien l'énergie due aux actions à distance de toutes les charges existantes dans ce champ.

C'est ce que nous nous proposons de démontrer et l'on voit que dans la théorie actuelle l'énergie totale du système est égale à la somme de l'énergie emmagasinée dans le diélectrique augmentée de l'énergie due aux actions à distance.

Dans les idées de Faraday les actions électriques sont uniquement dues au milieu interposé entre les conducteurs, en reprenant les raisonnements du N° 30 on voit qu'il convient de supposer dans le cas d'un diélectrique ( $K$ ) que l'énergie contenue dans un élément de volume a pour valeur  $dW = \frac{K}{8\pi\epsilon} E^2 d\omega = \frac{K}{8\pi} E^2 d\omega$

Les formules auxquelles conduisent ces deux théories seront identiques si l'on suppose que dans le système d'unité choisie la valeur de  $\epsilon$  est extrêmement grande.

## 6<sup>e</sup> Leçon

# Magnétisme. — Aimants et aimantation.

59. — Généralités. — Loi de Coulomb. — Les aimants, naturels ou artificiels attirent comme on le sait, la limaille de fer et cette propriété est particulièrement développée dans le voisinage de deux points appelés pôles. Un aimant suspendu par son centre de gravité et placé à une distance suffisante de tout autre corps s'oriente toujours de manière à ce que l'un de ses pôles soit dirigé vers le Nord et l'autre vers le sud. De là les noms de

pôle Nord et de pôle Sud données à ces points particuliers.

Quand deux aimants sont mis en présence l'expérience montre que les pôles de même nom se repoussent tandis que les pôles de noms contraires s'attirent.

On peut évaluer numériquement ces attractions ou répulsions en imaginant des masses magnétiques  $m, m'$  etc placées aux pôles de chaque aimant et en supposant que ces masses exercent mutuellement suivant la droite qui les joint un effort donné par la loi de Coulomb :

$$F = K_1 \frac{m m'}{r^2}$$

On convient de compter positivement les masses de magnétisme Nord et toutes les actions magnétiques peuvent s'expliquer en répartissant sur les corps mis en présence des masses magnétiques convenables.

On a donc été conduit à définir de la même manière qu'en électricité un champ magnétique, caractérisé en chaque point de l'espace par la relation

$$\vec{H} = \lim_{m \rightarrow 0} \frac{F}{m}$$

$F$  désignant la force qui s'exerce sur la masse  $m$  supposée placée au point considéré.

On a, par convention, adopté la lettre  $\vec{H}$  écrite en ronde pour désigner le vecteur qui caractérise le champ magnétique ; de plus on a choisi l'unité de masse magnétique de telle manière que le coefficient  $K_1$  de proportionnalité qui figure dans la formule de Coulomb soit égal à l'unité.

Il en résulte que les formules de dimensions de la masse magnétique ( $m$ ) et du champ ( $\vec{H}$ ) sont les mêmes que celles des grandeurs correspondantes en électrostatique.

La même remarque s'étend au flux  $\Phi = \int \vec{H} \cdot d\vec{S}$  et aux densités cubiques ( $\frac{dm}{dx dy dz} = \rho$ ) et superficielles ( $\frac{dm}{dS} = \sigma$ )

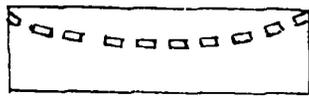
Les unités C.G.S de champ et de flux ont respectivement reçu les noms de Gauss et de Maxwell\*.

53. — Expérience de l'aimant brisé. — Formules relatives à l'aimant élémentaire. — La masse magnétique ( $m$ ) joue dans la théorie du magnétisme le même rôle que la quantité d'électricité mais il existe entre ces deux grandeurs une différence essentielle ; nous avons vu en électricité qu'il était possible d'isoler sur un conducteur une charge électrique de signe déterminé, il n'en est plus de même

\* Avant 1900 l'unité C.G.S de flux magnétique portait le nom de "Weber".

pour le magnétisme et l'expérience montre qu'un corps aimanté quelconque doit toujours être considéré comme le support d'une égale quantité de magnétisme Nord et Sud. L'étude du champ extérieur ne peut d'ailleurs rien nous apprendre sur la distribution des masses magnétiques à l'intérieur de l'aimant; nous savons en effet et après le théorème de Poisson (N° 32) qu'un champ Newtonien quelconque extérieur à une surface fermée peut toujours être attribué à des centres d'action de masses convenables que l'on suppose distribués sur cette surface.

L'expérience de l'aimant brisé a conduit Ampère à considérer un aimant quelconque comme résultant de la juxtaposition d'un nombre immense de petits aimants disposés en file et ayant leurs pôles

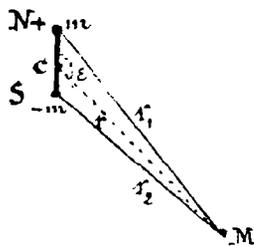


de noms contraires en regard les uns des autres; de cette manière, à l'extérieur, les propriétés magnétiques paraissent localisées aux extrémités du barreau aimanté.

Il résulte de cette conception suggérée par l'expérience que le phénomène élémentaire fondamental dans l'étude du magnétisme n'est pas celui qui se rapporte à une masse magnétique isolée mais à un aimant infinitésimal.

Le champ produit par un tel aimant en un point quelconque M placé à distance finie de la position qu'il occupe est identique à celui de deux masses magnétiques  $+ \delta m$  et  $- \delta m$  supposées confondues avec ses pôles.

Ce champ dérive d'une fonction potentielle  $\delta V$  qu'il est facile d'obtenir en utilisant les résultats acquis en électrostatique.



Soient en effet:  $\delta l$  la distance des masses  $+ \delta m$  et  $- \delta m$ ,  $r_1$ ,  $r_2$  et  $r$  les distances du point M aux pôles et au centre de l'aimant élémentaire; on a:

$$\delta V = \frac{\delta m}{r_1} - \frac{\delta m}{r_2} = \delta m \frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2}$$

et comme la distance  $\delta l$  est infiniment petite:  $r_1, r_2 = r^2$   
 $r_2 - r_1 = \delta l \cos \epsilon$

$$\delta V = \frac{\cos \epsilon}{r^2} \delta m \delta l$$

$\epsilon$  désignant l'angle que fait la direction  $\overline{SN}$  avec  $\overline{CM}$ .

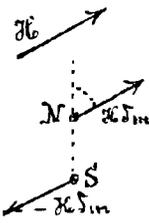
On a donné à  $\delta m \delta l$  le nom de moment magnétique de l'aimant et on convient de le représenter par un vecteur  $\delta \overline{M}$  dirigé suivant la droite  $\overline{SN}$  qui définit ce qu'on appelle la direction d'aimantation.

On a alors  
 (1)

$$\delta V = \frac{\delta \overline{M}}{r^2} \cos(\delta \overline{M}, r)$$

On voit que l'expression de ce potentiel et par suite celle du champ qui en dérive ne fait intervenir séparément ni les masses magnétiques  $\pm \delta m$  ni leur distance  $l$ ; les grandeurs qui jouent un rôle sont uniquement le moment magnétique et la direction d'aimantation. La même remarque s'étend aux deux formules que nous allons encore établir:

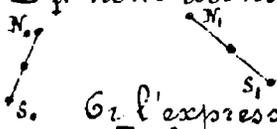
La première se rapporte à l'action que subit l'aimant élémentaire placé dans un champ uniforme  $\vec{H}$  et s'obtient immédiatement; en effet les forces  $\vec{H} \delta m$  et  $-\vec{H} \delta m$  appliquées à ces pôles produisent un couple dont le moment  $\delta C$  est:



$$(2) \quad \delta C = l \delta m H \sin(\overline{SN}, \vec{H}) = \delta M H \sin(\overline{SM}, \vec{H})$$

La deuxième est relative à l'expression du travail effectif par les forces magnétiques lorsqu'on déplace un aimant élémentaire dans un champ.

Ce champ est Newtonien et dérive par suite d'une fonction potentielle  $V = \sum \frac{m}{r}$  nous avons donc lorsque l'aimant passe de  $N_0 S_0$  en  $N_1 S_1$ ,



$$\delta W = -\delta m (V_{N_1} - V_{N_0}) + \delta m (V_{S_1} - V_{S_0}) = \delta m |V_{S_1} - V_{N_1}|$$

Or l'expression  $(V_{S_1} - V_{N_1})$  représente précisément le travail du vecteur  $\vec{H}$  lorsque son point d'application passe de  $S$  en  $N$ , on a donc:

$$V_S - V_N = H \cdot l \cos(\vec{H}, \overline{SN})$$

et par suite:

$$(3) \quad \delta W = |H \cdot \delta M \cos(\vec{H}, \overline{SM})|$$

Il s'agit de cette expression s'applique au cas où le moment  $\delta M$  n'aurait pas la même valeur en (0) et en (1) car dans le raisonnement précédent il n'y a pas besoin de supposer que la distance des masses fictives  $N$  et  $S$  est invariable.

#### 54 — Moment magnétique d'un aimant de dimensions finies; détermination de sa valeur par la méthode de Gauss.

Un aimant réel étant la somme d'une infinité d'aimants élémentaires se trouvera soumis, lorsqu'on le placera dans un champ uniforme  $\vec{H}$ , au couple résultant de la somme géométrique des couples individuellement appliqués à ses éléments.

$$C = \sum d \cdot \overline{M} \cdot H \sin(d \overline{M}, \vec{H}) = H \sum d \overline{M} \sin(d \overline{M}, \vec{H})$$

Le vecteur  $\overline{M} = \sum d \overline{M}$  obtenu en faisant la somme géométrique des moments élémentaires  $d \overline{M}$  est ce qu'on appelle le moment magnétique de l'aimant et, puisque le champ est uniforme on a évidemment en projetant le polygone des vecteurs sur un plan normal à  $\vec{H}$ :

$$\overline{M} \sin(\overline{M}, \vec{H}) = \sum d \overline{M} \sin(d \overline{M}, \vec{H})$$

d'où la généralisation de la formule (2)

$$(2') \quad C = H_0 M \sin(\overline{M}, \overline{H})$$

Le champ produit par un aimant dérive d'une fonction potentielle

$$V = \frac{\int M}{r^2} \cos(\int M, r) + \frac{\int M_1}{r_1^2} \cos(\int M_1, r_1) + \dots$$

obtenue en faisant la somme des fonctions potentielles qui correspondent à chacun de ses éléments.

Si l'on considère la valeur de cette fonction en un point situé à une distance  $\rho$  considérable par rapport aux dimensions de l'aimant les distances  $r, r_1, \dots$  pourront être confondues avec  $\rho$  et les angles  $(\int M, r)$  seront très sensiblement égaux à  $(\int M, \rho)$  dans ces conditions on pourra introduire, dans la formule précédente, le moment résultant  $M$  et elle deviendra :

$$(1') \quad V = \frac{M}{\rho^2} \cos(\overline{M}, \rho)$$

Lorsqu'on dispose d'un champ constant et uniforme, comme c'est le cas pour le champ terrestre\* il est possible comme on le sait de déterminer simultanément la valeur et la direction de ce champ en même temps que celle du moment magnétique d'un barreau aimanté.

Cette opération présente un grand intérêt pour les mesures électrodynamiques dont nous nous occuperons plus loin et nous allons rappeler rapidement la méthode indiquée par Gauss pour effectuer cette détermination

Nous ne reviendrons pas sur la détermination de la direction du champ terrestre c'est-à-dire sur l'emploi des boussoles d'inclinaison et de déclinaison et nous supposons la direction de la méridienne connue\*\*

Suspendons horizontalement le barreau de moment inconnu  $M$  à un fil dénué de réaction de torsion; il se mettra à osciller de part et d'au-

\* Il est à peine utile de rappeler que ce champ subit des variations continues, mais assez lentes pour qu'on puisse le considérer comme constant pendant la durée d'exécution de l'expérience dont il est ici question.

\*\* La boussole de déclinaison la plus simple et la plus précise se compose d'un barreau aimanté suspendu par des fils de soie sans torsion. Le barreau porte à ses extrémités un objectif de lunette astronomique, et un réticule formé de deux fils d'araignée. L'axe optique O.R. de ce système est parallèle à l'axe du barreau.

Au moyen d'un théodolite placé à quelque distance et dans le prolongement de O.R., on peut viser successivement l'étoile polaire et le réticule. S'an-

74.

tre de sa position d'équilibre et lorsque les angles d'écart seront suffisamment faibles son mouvement sera assimilable à un mouvement pendulaire, dont on observera la durée  $T$ .

$h$  désignant la composante horizontale du champ terrestre et  $K$  le moment d'inertie du barreau,  $T$  doit satisfaire à la relation

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{K}{2\pi h}}$$

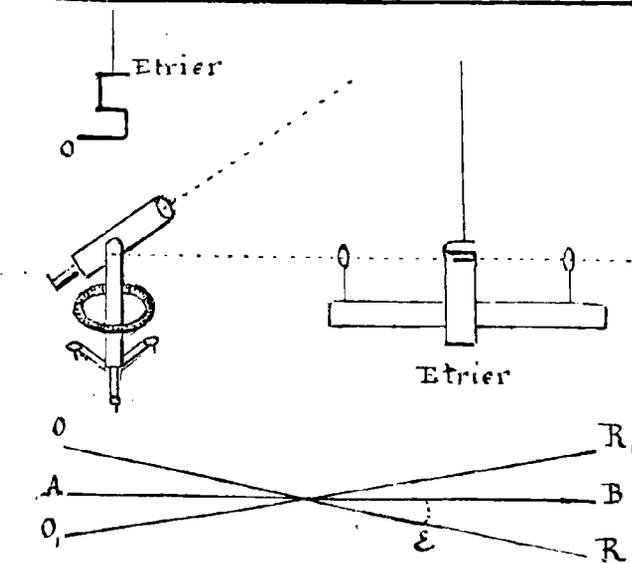
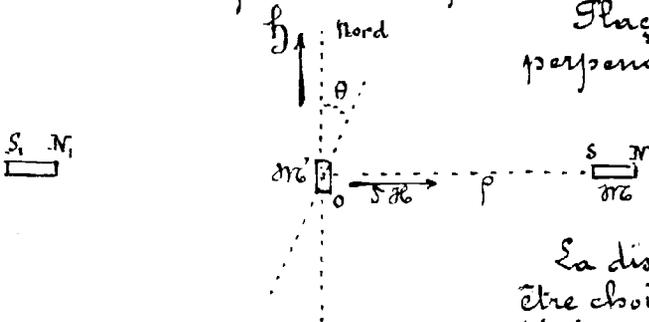
La valeur de  $K$  qu'il convient de porter dans cette formule est calculable directement si l'on a soin de prendre un barreau de forme géométrique bien définie; on peut également suspendre avec le barreau un corps de moment d'inertie connu  $K_0$  observer la nouvelle durée  $T' = 2\pi \sqrt{\frac{K+K_0}{2\pi h}}$  et éliminer  $K$ .

Cette première expérience nous donnera donc le produit  $2\pi h$ .

Plaçons ensuite le barreau ( $AB$ ) sur la perpendiculaire élevée dans le plan horizontal à la méridienne magnétique qui passe par le centre  $O$  d'un petit aimant auxiliaire ( $M'$ ) suspendu à un fil sans torsion.

La distance  $f$  des centres des aimants doit être choisie de manière à pouvoir être considérée comme très grande par rapport à leurs dimensions.

Le champ  $H$  produit par ( $M'$ ) dans la région où se meut le petit aimant ( $AB$ ) sera très sensiblement uniforme et, par raison de symétrie, dirigé suivant  $ON$  dans le même sens que le vecteur  $OM'$ . Sa



de dont il faut faire tourner le théodolite donne la déclinaison  $D$  connaissant l'angle que fait avec le méridien astronomique le plan d'étalonnage par l'axe du théodolite et l'étoile polaire.

L'axe de collimation du barreau n'est pas nécessairement parallèle à la ligne des pôles  $AB$ . On fait une seconde observation en retournant le barreau de façon que l'objectif et le réticule soient au dessous et l'on prend la moyenne des deux angles observés.

Rappelons également que dans l'emploi de la boussole d'inclinaison on doit

procéder non seulement à un retournement du barreau, mais encore à l'inversion de son magnétisme.

valeur est donnée par l'équation

$$\int \mathcal{H} = \frac{-dV}{d\rho} = \frac{e \mathcal{M}}{\rho^2}$$

Et par suite le barreau  $\mathcal{M}$  s'inclinera d'un angle  $\theta$  tel que

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\int \mathcal{H}}{h} = \frac{e \mathcal{M}}{h \rho^2}$$

La mesure de cet angle et de la distance  $\rho$  donnera le quotient  $\frac{e \mathcal{M}}{h}$ ; d'ailleurs on doublera la valeur de la déviation à mesurer en retournant  $S, N$  bout pour bout et l'on répètera la même expérience en plaçant cet aimant dans la position  $S, N$ , symétrique de  $S, N$  par rapport au méridien magnétique.

On déterminera ainsi simultanément les valeurs de  $\mathcal{M}$  et de  $h$  en unités C.G.S.

Rappelons que à Paris la valeur trouvée pour  $h$  est:

$$h = 0,1970 \quad (\text{environ } \frac{2}{10} \text{ de Gauss})$$

et l'inclinaison est de  $64^{\circ}57'$ , ce qui donne, en désignant par  $\gamma$  le vecteur représentatif du champ terrestre.

$$\gamma = \frac{0,197}{\cos 64^{\circ}57'} = 0,4653$$

**55 — Aimantation.** — Un corps aimanté étant assimilé à un agrégat de molécules aimantées le moment magnétique  $\int \mathcal{M}$  d'un élément de volume  $dV$  quelconque de ce corps sera la somme des moments magnétiques des molécules qu'il contient.

Le rapport

$$\frac{\int \mathcal{M}}{dV}$$

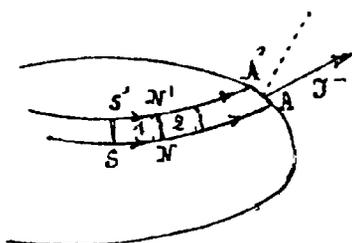
définira la valeur de l'Intensité d'aimantation au point où l'on considère l'élément  $dV$ . Nous représenterons cette intensité d'aimantation ou plus simplement l'aimantation par un vecteur  $\vec{J}$  parallèle à  $\int \mathcal{M}$  et égal au quotient  $\frac{\int \mathcal{M}}{dV}$

$$\vec{J} = \frac{\int \mathcal{M}}{dV}$$

Il est naturel\* de considérer le vecteur  $\vec{J}$  comme variant d'une manière continue à l'intérieur d'un aimant et dès lors on pourra représenter le champ de ce vecteur par les procédés généraux déjà indiqués. (1<sup>er</sup> Esqon)

\* La difficulté qui se présente à l'esprit en faisant cette hypothèse est la même que celle qu'on rencontre lorsqu'on veut définir la densité d'un corps considéré comme un agrégat de molécules pesantes séparées les unes des autres.

76.



Si, sur un tube de vecteur de section infinitésimale de nous découpons un tronçon  $SS'NN'$  de longueur  $dl$  nous pourrions y considérer  $\vec{J}$  comme constant et son action sur tout point situé à distance finie sera la même que celle de deux masses magnétiques de signes  $-$  et  $+$  supposées placées sur ses bases  $SS'$  et  $NN'$

et ayant une valeur  $\delta m$  telle que :

$$\delta m \cdot dl = \delta \sigma \delta = J ds dl$$

c'est-à-dire  $\delta m = J ds$  pour la base  $NN'$  par exemple

La substitution au tronçon suivant (2) de masses fictives exerçant une action équivalente, nous conduit à placer sur la base commune  $NN'$  une masse  $\delta m' = -J' ds'$  qui s'ajoute algébriquement à la précédente de telle sorte que le tube tout entier se trouvera remplacé par une série de masses :

$$dm = \delta m - \delta m' = J ds - J' ds'$$

dont la valeur est précisément égale à la diminution du flux du vecteur  $\vec{J}$  sur le trajet correspondant. ( $ds$  et  $ds'$  désignant bien entendu les sections moyennes des deux tronçons).

Cette distribution aura donc pour effet de placer à l'intérieur d'un volume quelconque découpé dans l'aimant une masse magnétique égale en grandeur et en signe au flux de  $\vec{J}$  qui pénètre à l'intérieur de ce volume.

En répétant un calcul déjà fait (N° 9) on verrait que le flux, pénétrant à l'intérieur d'un volume ( $dx dy dz$ ) est :

$$- \left( \frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} + \frac{\partial J_z}{\partial z} \right) dx dy dz$$

ce qui donne immédiatement la densité  $\rho$  au point  $x y z$

$$\rho = - \left( \frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} + \frac{\partial J_z}{\partial z} \right) = - \text{Div. } \vec{J}$$

Mais le raisonnement précédent ne s'applique pas à la base extrême du tronçon qui correspond à la surface  $AA'$  de l'aimant et il faut supposer que sur la surface  $dS$  correspondante se trouve répartie une masse magnétique  $J ds = J ds \cos(\vec{J}, \vec{N})$

L'expression  $\sigma = J \cos(\vec{J}, \vec{N})$  représentera en grandeur et en signe la valeur de la densité de la couche magnétique superficielle si l'on convient de prendre l'angle de  $\vec{J}$  avec la normale extérieure à la masse de l'aimant.

On voit donc que si le champ de  $\vec{J}$  est donné on peut en déduire

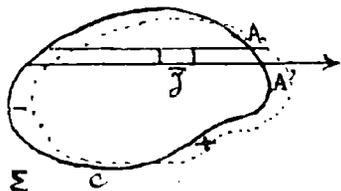
une distribution fictive

qui par l'application de la formule de Coulomb permet le calcul du champ magnétique  $\vec{H}$  en tout point de l'espace et en particulier à l'intérieur de l'aimant où le résultat de ce calcul servira précisément de définition au vecteur  $\vec{H}$  \*.

Ce champ est un champ Newtonien qui dérive d'une fonction potentielle  $V = \sum \frac{m}{r}$ , la somme  $\sum$  s'étendant aux masses dont nous avons indiqué ci-dessus la distribution.

Il est d'ailleurs bien évident que l'on a  $\sum m = 0$  puisque chaque tronçon élémentaire a été remplacé par deux masses magnétiques égales et contraires.

56 — Aimantation uniforme. — L'aimant le plus simple qu'il soit possible de considérer est celui qu'on obtient en supposant l'aimantation uniforme. Dans ce cas le vecteur  $\vec{J}$  ayant partout même direction et même valeur la distribution des masses magnétiques fictives se réduit à une distribution superficielle.



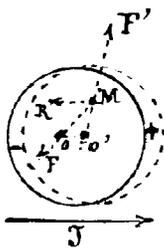
Deux tronçons consécutifs ont en effet sur leur base commune des masses magnétiques égales et contraires.

On peut d'ailleurs remarquer que la masse  $J dS \cos(\vec{J}, \vec{N})$  qu'il convient de placer sur l'extrémité  $AA' = dS$  d'un tube d'aimantation est égal au volume balayé par l'élément  $dS$  lorsqu'on lui fait subir une translation parallèle égale à  $\vec{J}$ . Comme dans le cas actuel ce vecteur est constant, on aura une représentation de cette distribution superficielle en déplaçant la surface  $\Sigma$  qui limite l'aimant d'une quantité très petite  $J dx$  parallèle à  $\vec{J}$  et en supposant placée dans l'espace balayé une charge uniforme de densité cubique  $\frac{J}{dx}$  ou  $-\frac{J}{dx}$  suivant que cette région est extérieure ou intérieure à la masse de l'aimant.

Considérons le cas simple d'un corps sphérique de rayon  $R$ , nous pourrions sans changer le résultat du calcul supposer du magnétisme  $+$  et  $-$  uniformément distribués avec la même densité absolue  $\frac{J}{dx} = \frac{J}{2R}$ , dans la partie commune aux sphères  $O$  et  $O'$ . Dès lors l'action sur l'unité de pôle placée en un point  $M$

\* Les difficultés que l'on rencontre dans l'évaluation de  $\vec{H}$  à l'intérieur de la masse magnétique fictive continue que nous substituons à l'aimant, sont les mêmes que celles qui sont étudiées dans le cours d'analyse à propos de l'évaluation des composantes de l'attraction newtonienne en un point situé à l'intérieur d'une masse hétérogène continue.

78.



se ramène à composer la force  $F'$  due à une masse sphérique homogène de densité  $+\frac{J}{dx}$  et de centre  $O'$  avec la force  $F$  d'une masse identique, de densité  $-\frac{J}{dx}$  et de centre  $O$ .

Si par exemple nous considérons le cas de la sphère  $O$  le problème à traiter est le même que celui de l'attraction Newtonienne d'une sphère homogène sur un point placé à son intérieur et nous savons que la force  $F$  est la même que si toute la masse attirante comprise à l'intérieur de la sphère de rayon  $OM$  se trouvait concentrée en  $O$ ; on aura donc dans le cas actuel une attraction dirigée suivant  $MO$  et égale à :

$$F = \frac{4}{3} \pi \frac{OM^3}{OM^2} \frac{J}{dx} = \frac{4}{3} \pi \frac{J}{dx} \cdot OM$$

De même la sphère  $O'$  donne une répulsion dirigée suivant  $O'M$  et égale à  $F' = \frac{4}{3} \pi \frac{J}{dx} O'M$

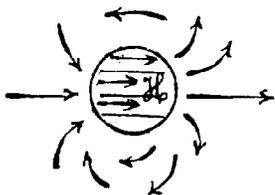
La résultante  $R$  de ces deux forces qui sont proportionnelles à  $OM$  et  $O'M$  sera nécessairement parallèle à  $O'O$  et comme d'autre part  $\frac{R}{F} = \frac{OO'}{OM} = \frac{dx}{OM}$  elle aura pour valeur  $\frac{4}{3} \pi J$ .

Le champ aura donc même valeur en tout point intérieur d'un aimant sphérique uniforme et sera lié à l'aimantation par l'équation

$$\vec{H} = -\frac{4}{3} \pi \vec{J}$$

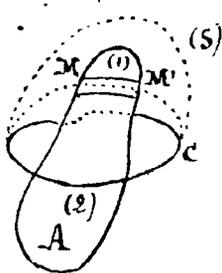
les vecteurs  $\vec{H}$  et  $\vec{J}$  ont en effet des directions contraires.

À l'extérieur il est le même que celui de deux masses  $(\pm \frac{4}{3} \pi R^3 \frac{J}{dx})$  placées en  $O$  et  $O'$ , c'est-à-dire le même que celui d'un aimant élémentaire placé en  $O$  et de moment  $\vec{H} = \frac{4}{3} \pi R^3 \vec{J}$ .



La figure ci-contre indique l'allure générale du champ  $\vec{H}$ .

57 — Flux d'induction. — Vecteur d'induction. — Les lois relatives à certains phénomènes que nous étudierons plus loin, font intervenir le flux de force magnétique à travers des surfaces limitées à des contours convenables.

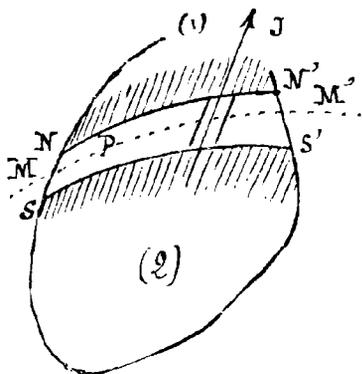


Soit par exemple  $C$  un tel contour que nous supposons placé de manière à entourer le corps d'un aimant  $A$ . Si la surface  $S$  qui prend appui sur  $C$  ne coupe pas l'aimant l'évaluation du flux ne présentera pas de difficulté; il n'en est plus de même lorsque cette surface coupe l'aimant suivant une section  $MM'$ , car nous ignorons ce qui est la force

magnétique à l'intérieur de l'aimant.

Supposons nous dans ce cas et imaginons que sans rien changer à la distribution de l'aimantation dans les parties restantes de l'aimant, nous puissions en enlever une lamelle très mince dont les faces seront prises à égale distance de part et d'autre de la surface  $MM'$ .

L'action exercée par l'ensemble des deux fragments (1) et (2) de l'aimant  $A$  sur un point situé à l'extérieur de ces fragments et à distance finie de la section  $MM'$  sera très voisine de celle qu'exercerait l'aimant  $A$  lui-même et l'égalité sera atteinte si nous supposons que l'épaisseur de la lamelle tende vers zéro.



Par conséquent si, comme cela aura lieu dans la suite l'évaluation du flux résulte de l'application de lois d'action à distance s'exerçant entre les masses magnétiques que nous substituons à l'aimant et des éléments situés à distance finie de  $MM'$  comme le sont les diverses parties du contour  $C$ , nous pourrions substituer à cet aimant les deux fragments (1) et (2)

Dès lors la force magnétique a un sens bien défini en tout point  $P$  de la surface  $MM'C$ .

Ce point étant extérieur aux fragments nous pourrions remplacer chacun d'eux par la distribution fictive correspondante et calculer la force exercée sur une unité de masse magnétique supposée placée en  $P$ .

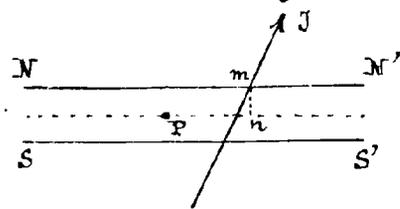
D'ailleurs comme l'évaluation du flux à travers  $MM'$  est le but que nous poursuivons il nous suffira d'évaluer la composante de cette force normale en  $P$  à la surface  $MM'$ ; nous la désignerons par  $B_n$  et nous chercherons sa valeur limite lorsque l'épaisseur de la coupure tend vers zéro.

Cette force est la résultante des actions exercées par les masses magnétiques distribuées.

- 1° à l'intérieur des fragments (1) et (2)
- 2° sur la portion de surface de ces fragments qui appartenait à l'aimant primitif.
- 3° sur les surfaces  $NN'$  et  $SS'$  produites par la coupure.

Les deux premières actions donneront à la limite la valeur  $\bar{H}$  du champ magnétique au point  $P$  cela résulte de ce que nous avons vu au n° 55. Il nous reste à évaluer la limite de la composante normale  $H'_n$  due aux faces de la coupure.

Or quand cette dernière est très mince les parties situées dans le voisinage de P exercent seules une action sensible car deux masses opposées  $\pm J dS \cos(\vec{J}, \vec{N})$  exercent une action de l'ordre de  $\frac{J dV}{r^3}$ ; on peut donc substituer à la coupure celle qu'on obtiendrait en menant deux plans parallèles au plan tangent en P et placés de part et d'autre de ce dernier à une distance extrêmement faible; de plus on peut considérer l'aimantation J comme constante dans toute la région utile.



Dans ces conditions on voit que NN' portera une couche de densité  $J \cos(\vec{J}, \vec{n})$ , c'est-à-dire égale à  $-J_n$  en désignant par  $J_n$  la composante de J normale à la surface. La densité sur SS' sera au contraire égale à  $J_n$ . Les actions de ces deux forces s'ajoutent et  $H'_n$  qui sera dirigée dans le même sens que  $J_n$  aura pour valeur:

$$4\pi J_n^*$$

On aura donc:

$$B_n = H_n + 4\pi J_n$$

C'est-à-dire que le flux à travers la surface considérée sera le même que celui d'un vecteur B que l'on peut déduire de la connaissance des vecteurs H et J par la relation fondamentale

$$\vec{B} = \vec{H} + 4\pi \vec{J}$$

Nous verrons que ce flux joue un rôle important dans l'étude des phénomènes d'induction, il a reçu en conséquence le nom de flux d'induction et le vecteur B ou vecteur d'induction caractérise ce qu'on appellera l'induction en un point du champ.

Partout où l'aimantation est nulle et en particulier à l'extérieur de l'aimant  $\vec{B} = \vec{H}$  et le flux d'induction est égal au flux du champ.

Un fragment d'aimant contenant toujours des quantités égales de magnétisme nord et sud, le flux d'induction à travers une surface fermée quelconque sera toujours nul.

Enfin il convient de remarquer que dans le raisonnement précédent nous avons supposé que l'aimant existait seul, si d'autres influences magnétiques s'exercent concurremment sur le point P elles au-

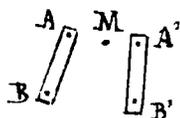
\* Il suffit pour le voir de se reporter au N°(10) ou de comparer avec ce qui a été établi pour le condensateur à plans parallèles N°(19).

sont évidemment pour limite la valeur totale du champ  $\vec{H}$  en ce point.

Le calcul de  $\vec{H}$  fait intervenir non seulement la distribution fictive qui peut être substituée à l'aimant mais encore les distributions fictives qui peuvent remplacer les autres actions magnétiques mises en jeu. La formule  $\vec{H} = \vec{H} + 4\pi \vec{J}$  conservera naturellement toute sa généralité.

### 58 — Aimants permanents; aimantation par influence.

L'expérience a montré que les propriétés de certains aimants, peuvent s'expliquer en les considérant comme doués d'une aimantation invariable, on leur a donné le nom d'aimants permanents.



Lorsque deux aimants de cette nature sont mis en présence le champ en un point M est la résultante des champs que chacun d'eux y créerait si l'autre n'existait pas et ils se comportent comme si leurs actions mutuelles ne produisaient aucun changement dans leur constitution.

En réalité certains aimants construits avec des aciers spéciaux fortement trempés réalisent à très peu près ces conditions pourvu qu'on ne les soumette pas à des actions magnétiques trop énergiques et cette sorte de rigidité magnétique qui est analogue à la rigidité matérielle n'est qu'une propriété relative et non absolue.

Certains métaux tels que le Fer doux, le Nickel, le Cobalt par exemple se comportent manifestement comme des aimants lorsqu'on les introduit dans un champ magnétique et cessent de jouir de cette propriété dès qu'on les en retire.

On dit qu'ils s'aimantent par influence et l'on peut répéter avec eux des expériences analogues à celles que l'on réalise à propos de l'électrisation par influence, mais ici il est impossible d'obtenir la séparation des masses magnétiques par fractionnement des corps influencés.

### 59 — Force magnétisante. — Susceptibilité et perméabilité magnétique. — Ses propriétés du fer doux et des corps similaires peuvent s'expliquer en imaginant que chaque élément de volume prend une aimantation $\vec{J}$ dont la direction est parallèle au champ magnétique total produit dans la région où se trouve l'élément et dont la valeur est une certaine fonction $K(\vec{H})$ dont la forme est caractéristique du métal employé

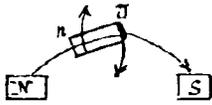
$$\vec{J} = K(\vec{H})$$

Il faut bien remarquer que dans l'évaluation de  $\vec{H}$  en un point du corps aimanté il faut faire intervenir non pas de la distribution fictive qui produisait le champ avant l'introduction de ce corps mais la distribution fictive actuelle en tenant compte des masses apparentes développées sur le corps influencé lui-même. On dit que la valeur de  $\vec{H}$  ainsi calculée caractérise la force magnétisante et le rapport de l'aimantation à la force magnétisante a reçu le nom de susceptibilité magnétique

$$\frac{J}{H} = K$$

Ce rapport est sensiblement constant pour de faibles valeurs de  $\vec{H}$ , nous verrons ultérieurement comment on peut le déterminer et étudier ses variations en fonction de  $\vec{H}$  lorsque la force magnétisante devient intense.

En opérant avec des champs magnétiques puissants on a reconnu que tous les corps s'aimantent par influence mais que pour certains d'entre eux tels que le bismuth l'aimantation était dirigée en sens inverse de  $\vec{H}$  ( $K < 0$ ).



Un barreau de bismuth placé dans un champ tendra donc à se mettre en croix avec les lignes de force du champ de là le nom de diamagnétique donné aux substances qui jouissent de cette propriété.

À l'intérieur d'un corps quelconque d'une rigidité magnétique l'induction  $\vec{B} = \vec{H} + 4\pi \vec{J}$  a même direction que les vecteurs  $\vec{H}$  et  $\vec{J}$  qui y sont parallèles et l'on a donné le nom de perméabilité magnétique au quotient  $\mu$  de  $\vec{B}$  par la force magnétisante  $\vec{H}$ .

$$\mu = \frac{B}{H} = 1 + 4\pi K$$

L'origine du mot susceptibilité est évidente elle caractérise l'aptitude qu'a la substance à s'aimanter dans des conditions déterminées. La perméabilité indique son aptitude à livrer en quelque sorte passage au flux d'induction.

On peut considérer l'état d'un corps placé dans un champ magnétique comme résultant d'une modification du milieu qui le constitue, analogue à celle qui existait dans l'air dont il est venu occuper la place et la différence qui existe entre la valeur de cette modification dans les deux cas se traduit par le fait que le flux d'induction est plus grand ou plus faible que celui du champ primitif.

Le flux étant constant tout le long d'un tube d'induction on peut imaginer que les schémas correspondants représentent la circulation d'un fluide incompressible à travers diverses substances qui oppo-

sont à la circulation de ce fluide des résistances variables il est évident que l'action qui tend à mettre en mouvement ce fluide restant la même les substances se laisseront traverser par des quantités d'autant plus grandes qu'elles seront plus perméables.

L'expression de perméabilité magnétique rappelle cette image.

Il est facile de se rendre compte que l'aimantation ( $J$ ), l'induction ( $B$ ), la susceptibilité ( $K$ ) et la perméabilité ( $\mu$ ) jouent dans les questions relatives au corps magnétique le même rôle que l'intensité de polarisation ( $I$ ), l'induction ( $B$ ), le coefficient de polarisation ( $X$ ) et le pouvoir inducteur spécifique ( $k$ ) que nous avons considérés dans l'étude des diélectriques.

**60 — Force démagnétisante ; Ecrans magnétiques.** — Examinons ce qui se passe lorsqu'une sphère faite avec une substance magnétique ( $K > 0$ ) est introduite dans un champ uniforme invariable  $\vec{H}_1$ , tel que celui qu'on obtiendrait avec un aimant permanent. L'aimantation uniforme  $\vec{J}$  qu'elle prend est liée à la force magnétisante  $\vec{H}$  par la relation :

$$\vec{J} = K \vec{H}$$

mais cette force magnétisante est la résultante du champ  $\vec{H}_1$  et du champ  $\vec{H}_2$  produit par le fait de l'aimantation  $\vec{J}$  nous avons vu précédemment (n° 56) qu'on a :

$$\vec{H}_2 = -\frac{4}{3}\pi \vec{J}$$

done

$$\vec{H} = \vec{H}_1 + \vec{H}_2 = \vec{H}_1 - \frac{4}{3}\pi \vec{J} = \vec{H}_1 - \frac{4}{3}\pi K \vec{H}$$

$$\vec{H} = \vec{H}_1 \frac{1}{1 + \frac{4}{3}\pi K}$$

On voit que la force magnétisante  $\vec{H}$  est inférieure à la valeur du champ préexistant par suite de la production du champ inverse  $-\frac{4}{3}\pi \vec{J}$ ; on donne à la valeur de ce dernier le nom de champ démagnétisant.

Cette force démagnétisante dépend de la forme du conducteur; lorsqu'on a affaire à un cas d'aimantation uniforme elle dépend uniquement de la distribution superficielle correspondante et l'on voit par exemple que dans le cas d'un cylindre, dont on développerait l'aimantation parallèlement aux génératrices, elle serait d'autant plus faible que le cylindre serait plus long et plus étroit.

D'une manière générale on peut dire que l'aimantation provoquée dans un corps magnétique ovide a pour effet de diminuer en tous ses points intérieurs la valeur du champ qui sert à provoquer cette aimantation. Si l'on considère le cas d'une sphère creuse le calcul mon-

tre que si l'épaisseur est suffisante ( $> \frac{R}{5}$ ) l'action exercée dans la cavité est une faible fraction ( $< \frac{1}{100}$ ) de l'action qui s'y exercerait en supposant la sphère pleine. Ces considérations ont conduit à la réalisation d'écrans magnétiques constitués par des séries d'enveloppes successives en fer doux qui permettent de soustraire divers appareils à l'action d'un champ inévitable tel que le champ terrestre et par suite aux variations que peut subir ce champ dans le voisinage de masses magnétiques considérables telles que les cuirasses des navires.

61. Formules de dimensions des grandeurs magnétiques. - Nous allons rappeler succinctement les définitions des unités choisies pour évaluer les diverses grandeurs utilisées dans l'étude du magnétisme ainsi que les formules de dimensions correspondantes :

La masse magnétique ( $m$ ). - Elle est définie par la loi de Coulomb

$$f = \frac{m m'}{r^2}$$

dans laquelle on fait conventionnellement le coefficient de proportionnalité égal à 1.

L'unité est la masse qui placée à l'unité de distance d'une masse identique produit sur elle une force égale à l'unité. -

$$\text{Dimensions : } L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$$

Le moment magnétique  $M$ . - C'est le produit d'une masse magnétique par une longueur.

$$M = m \cdot L$$

$$\text{Dimensions } L^{\frac{5}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$$

L'intensité du champ magnétique  $H$ ; l'aimantation  $J$ , le vecteur d'Induction  $B$  sont trois grandeurs qui ont mêmes dimensions; on a en effet :

$$(H) = \frac{F}{m} = \frac{m}{L^2} ; J = \frac{M}{L^3} = \frac{m}{L^2} \quad \text{et} \quad B = H + 4\pi J$$

$$\text{Dimensions } L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$$

L'unité C. G. S. correspondante à ces trois grandeurs est naturellement la même et a reçu le nom de Gauss

Le flux d'induction magnétique, qui comprend comme cas particulier le flux du champ  $H$ .

$$\Phi = BS$$

$$\text{Dimensions } L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$$

s'exprime en unités qui ont reçu dans le système C.G.S. le nom de Maxwell.

La susceptibilité et la perméabilité magnétique. -

$$K = \frac{J}{H}$$

$$\mu = 1 + 4\pi K = \frac{B}{H}$$

sont des coefficients purement numériques.

## 7<sup>e</sup> Leçon

# Pile. - Action électromagnétique du courant.

62 — Lois de Volta. - Vers 1791 Galvani, physiologiste de Bologne, découvrit que des décharges électriques produisaient à distance la contraction musculaire des membres de grenouilles dépouillées et coupées en morceaux.

En étudiant ce phénomène il eut l'occasion de remarquer que l'on obtenait des contractions identiques en touchant d'une part les nerfs lombaires de cet animal avec un fil de zinc et d'autre part les muscles de ses membres inférieurs avec un fil de cuivre relié au fil de zinc. Il observa que pour obtenir ce phénomène il était nécessaire d'employer un conducteur formé de deux métaux différents.

Volta entreprit sur cette question une série de recherches qui le conduisirent à formuler les lois suivantes :

1<sup>o</sup> Loi de la différence de potentiel au contact. - Le contact de deux métaux, suffit pour établir entre ces corps une différence de tension électrique\* (ou de potentiel) qui dépend uniquement de leur nature et de leur température. Cette différence est indépendante de leurs dimensions, de leur forme, de l'étendue des surfaces en contact et de la valeur absolue du potentiel sur chacun d'eux.

2<sup>o</sup> Loi des contacts successifs. - Dans une chaîne quelconque de métaux soudés à la suite les uns des autres et tous à la même température la différence de potentiel des métaux extrêmes est la même que si ces derniers étaient directement en contact.

Deux corps A et B étant au contact, nous représenterons par la notation  $A|B$  la variation de potentiel que l'on rencontre en allant de A vers B elle sera par convention positive lorsque le potentiel de B sera plus grand que celui de A.

On a évidemment :  $A|B = -B|A$

Si A, B, C, ..., K, L désignent les métaux successifs d'une chaîne la 2<sup>o</sup> loi pourra s'écrire

$$A|B + B|C + \dots + K|L = A|L$$

et comme  $A|L = -L|A$

$$A|B + B|C + \dots + K|L + L|A = 0$$

d'où cet autre énoncé :

Tous les points d'une chaîne métallique étant à la même température si les deux métaux qui la terminent sont identiques les deux

\* Dans le sens où l'employait Volta le mot tension est synonyme du mot plus moderne de potentiel que nous substituerons désormais, au premier, dans l'énoncé des lois.

extrémités sont au même potentiel.

De la loi des contacts successifs résulte la possibilité de classer les corps dans un ordre tel que le contact de l'un quelconque d'entre eux avec les autres donne lieu à une variation de potentiel positive ou négative suivant que le second occupe sur le tableau qu'on a dressé un rang plus élevé ou moins élevé que le premier.

Nous reproduisons ci-dessous un classement de ce genre. La colonne numérique qui l'accompagne est extraite d'un travail de M<sup>r</sup> Pellat et permet de se faire une idée de l'ordre de grandeur des différences de potentiel au contact.

Pour obtenir, en volts, cette différence dans le cas d'un corps quelconque il suffit de retrancher l'un de l'autre les nombres indiqués en regard des métaux constituants.

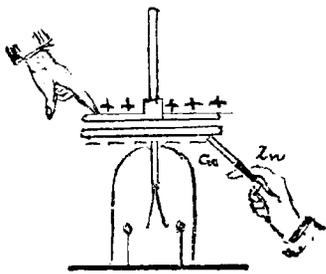
Exemple: Cuivre | zinc = (zinc) - (cuivre) = 0,85 - 0,17 = 0<sup>volt</sup>,68

Mais l'expérience donne des résultats extrêmement variables suivant que les métaux sont plus ou moins écorchés ou présentent les moindres traces d'impureté :

Argent . . . . .	0,06	Acier . . . . .	0,29
Or (ordinaire) . . . . .	0,04	Bismuth . . . . .	0,36
Platine . . . . .	0,03	Nickel . . . . .	0,38
Cuivre . . . . .	0,17	Antimoine . . . . .	0,44
Etain . . . . .	0,29	Stain . . . . .	0,60
Fer . . . . .	0,29	Plomb . . . . .	0,70
		Zinc . . . . .	0,85

Les deux lois précédentes donnent l'explication de toutes les expériences de Volta lorsqu'on les combine avec le fait expérimental suivant dont on lui doit également la découverte.

Deux métaux A et B mis en communication électrique par l'intermédiaire de certains liquides conducteurs (eau acidulée, dissolutions salines etc) prennent des potentiels dont la différence est extrêmement faible sinon nulle.



Examinons à titre d'exemple l'expérience classique que fit ce physicien avec l'électroscope condensateur qu'il inventa à l'occasion de ses recherches.

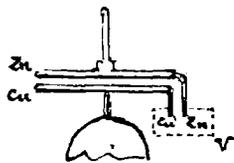
Volta tenant dans la main droite par le côté zinc une lame bimétallique zinc | cuivre touchait avec le cuivre le plateau inférieur d'un électromètre condensateur dont le plateau

supérieur était mis en contact avec sa main gauche. Dans ces conditions il constatait que l'électroscope manifestait une électrisation négative lorsqu'on écartait le plateau supérieur.

Pendant l'opération le plateau supérieur en cuivre est au même potentiel que le zinc puisque tous deux sont mis en communication avec l'opérateur grâce à l'humidité inévitable qui recouvre les mains de ce dernier et que conformément au fait expérimental que nous venons d'indiquer cette humidité joue le rôle d'égaliseur de potentiel.

Le plateau inférieur (également en cuivre) se trouve au même potentiel que le cuivre soudé au zinc. Le résultat obtenu indique donc que dans le couple cuivre | zinc le potentiel (l'état de tension électrique) du cuivre est inférieur au potentiel du zinc.

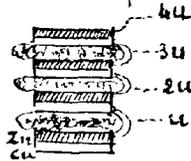
On peut varier l'expérience de Volta en prenant un électroscope dont un plateau est en zinc et l'autre en cuivre; lorsqu'on met ces plateaux en communication métallique l'électroscope se charge; il n'en est plus de même si on les réunit à l'aide d'une solution d'eau acidulée.



Pour réaliser cette seconde partie de l'expérience il est commode d'adapter à chacun des plateaux un appendice filiforme fait avec le même métal; on fait plonger ces deux fils dans un godet qui contient l'eau et que l'on retire avant de séparer les plateaux.

**63. — Principe des piles.** — Volta eut l'idée d'appliquer, le rôle d'égalisateur de potentiel joué par l'eau acidulée, à la réalisation d'un appareil permettant de faire la somme des faibles différences de potentiel produite par le contact cuivre | zinc.

Il fabriqua une série de disques bimétalliques, constitués chacun par un disque de cuivre soudé par une de ses faces à un disque de zinc, puis il les superposa en les séparant par des rondelles de drap imbibées d'eau acidulée.

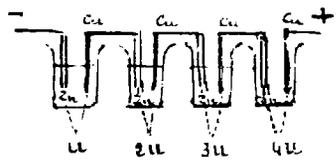


On voit facilement sur la figure que si  $n$  désigne la différence de potentiel cuivre | zinc le potentiel augmente de  $nU$  lorsqu'on passe du cuivre ou du zinc de la  $p^{\text{ième}}$  rondelle au même métal sur la  $(p+n)^{\text{ième}}$ .

La découverte de Volta fut rendue publique en 1794.

La pile à colonne se détériorait rapidement par suite de l'évaporation du liquide qui imbibait les rondelles de drap; on lui substitua

bientôt la pile à anse et la pile à tasse.



et remplis d'eau additionnée de glycérine\*.

La base des vases est noyée dans une couche de paraffine, qui sert en même temps à les assujettir et à les isoler.

Le pôle positif correspond au fil qui communique avec le dernier cuivre et le pôle négatif se trouve à l'autre extrémité. Si le nombre  $n$  des éléments est pair et si l'on met en communication avec la terre le fil de jonction du milieu l'une des extrémités est au potentiel  $+\frac{nU}{2}$  l'autre au potentiel  $-\frac{nU}{2}$ .

Cette différence de potentiel se maintient à très-peu près invariable lorsqu'on ne consomme pas l'électricité qui apparaît aux deux pôles, dans le cas contraire des actions électrochimiques que nous étudierons plus tard viennent altérer la nature des corps en contact et la différence de potentiel des bornes varie.

Pour que l'on puisse employer la pile comme un générateur d'électricité tout en conservant à ses pôles une différence de potentiel constante il est nécessaire que les réactions dont elle est le siège aient pour effet de laisser à très-peu près invariable la constitution de ses éléments constitutifs.

Nous donnons ci-dessous les valeurs en volts de la différence de potentiel aux bornes de quelques éléments caractérisés par diverses chaînes constitutives qui sont indiquées sur le tableau.

Noms des éléments		Constitution de la chaîne qui caractérise l'élément			Différence de potentiel aux bornes, Volts
1 liquide	Volta	Zinc	eau acidulée	Cuivre	1,10 environ
	Leclanché	Zinc amalgamé	solution de sel ammoniac	charbon et bioxyde de manganèse	1,47
	Poggendorff	Zinc amalgamé	sel de bromate de potasse	charbon	1,08
2 liquides	Daniel	Zinc amalgamé	1 acide sulfurique 4 eau	sulfate de cuivre, saturé   Cuivre	1,07
	Bunsen	Zinc amalgamé	1 acide sulfurique 12 eau	acide nitrique fumant   charbon	1,81
	Latimer Clark	Zinc	sulfate de zinc	sulfate de mercure   mercure	1,44

\* La glycérine a surtout pour effet d'éviter l'évaporation trop rapide du liquide.

On peut en prenant des éléments en nombre suffisant obtenir entre les pôles extrêmes des phénomènes de décharge disruptive (Étincelles, luciers dans les tubes à gaz raréfiés . . . .) ou conductive (Échauffement des conducteurs traversés, commotions physiologiques . . . etc).

64 — Courant électrique. — C'est surtout l'étude de la décharge conductive, c'est-à-dire du Courant électrique engendré par les piles qui devait conduire aux résultats les plus féconds.

Tout conducteur qui sert à réunir des corps à potentiels différents acquiert ainsi que les milieux diélectriques qui l'entourent des propriétés particulières que nous allons étudier; On caractérise l'état de ce conducteur en disant qu'il est le siège d'un courant. En déchargeant une bouteille de Leyde nous produisons un courant de courte durée.

Si nous mettons les pôles d'une pile en communication avec les armatures d'un condensateur, celles-ci prennent dans un temps généralement très court une différence de potentiel égale à celles des bornes de la pile; pendant la charge du conducteur on peut observer les phénomènes caractéristiques du courant.

Enfin en réunissant les pôles de la pile nous obtenons un courant dont la durée se prolonge tant que les réactions chimiques maintiennent une différence de potentiel entre ces deux pôles.

65 — Expérience d'Oerstedt. — Règle d'Ampère. — Aucun progrès notable dans l'étude des courants des piles n'a été réalisé tant qu'on n'a pas été en possession d'une méthode précise permettant de les comparer entre eux. Le principe de cette méthode et des appareils qu'elle met en œuvre devait résulter d'une découverte fortuite d'Oerstedt (1820).

Ce physicien remarqua qu'un fil traversé par un courant exerce une action directrice sur une aiguille aimantée.

Les lois de ce phénomène avaient au début une apparence assez complexe; elles ont été réunies par Ampère dans un seul énoncé extrêmement simple:

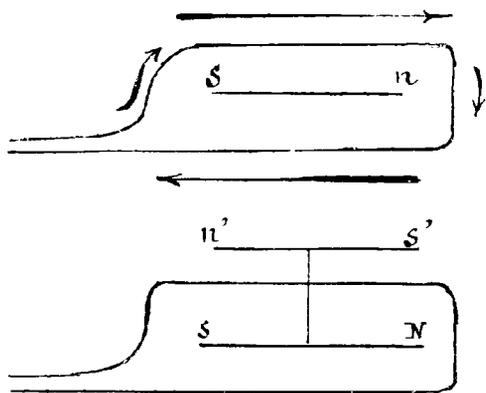
L'aiguille aimantée tend à se mettre en croix avec le courant, de telle sorte que son pôle Nord soit à gauche du courant.

On suppose conventionnellement que le courant va, dans le conducteur qui réunit les pôles du pôle positif de la pile au pôle négatif; la droite et la gauche du courant sont celles d'un observateur qui regarde l'aiguille aimantée et est couché le long du fil de manière que le courant entre par ses pieds et sorte par sa tête.

Cette propriété des courants permet de les reconnaître et de les comparer à l'aide d'instruments nommés galvanoscopes ou galvanomètres.

66. — Principe des galvanomètres. — Multiplicateur de Nobili. — Les galvanomètres se composent essentiellement d'une aiguille aimantée sur laquelle on fait agir le courant qui traverse un fil conducteur convenablement disposé.

Pour augmenter la déviation de l'aiguille, on enroule le fil convenablement isolé autour d'un cadre qui la contient; en appliquant la règle d'Ampère, on voit que sur N ou S les actions de toutes les parties du cadre sont concordantes. En outre on peut annuler l'action directrice de la Terre



par un aimant convenablement placé. On emploie aussi dans ce but un système d'aiguilles dites astatiques; ce sont deux aiguilles identiques montées sur le même axe en sens opposés. L'ensemble de ces aiguilles est indifférent à l'action de la Terre et en les disposant dans le galvanomètre comme l'indique la figure; l'aiguille supérieure bien qu'inversement

placée reçoit une action de même sens que l'aiguille intérieure. Ce sont en effet les parties du courant voisines de l'aiguille supérieure qui agissent principalement sur elle, et la règle d'Ampère montre que leur action concorde avec celle du cadre sur l'aiguille intérieure au cadre.

L'emploi de cet artifice permet d'obtenir un déplacement du système sous l'action du plus faible effort et, par suite, de révéler la présence de courants extrêmement faibles.

On peut avec ces appareils vérifier l'identité d'action du courant des piles avec celui des machines statiques qui peuvent également produire une déviation permanente de l'aiguille.

Nous pouvons également constater que dans une pile quelconque le pôle négatif se trouve du côté du métal attaqué. Il en est bien ainsi dans la pile de Volta où le zinc se dissout dans l'eau acidulée. La démonstration de ce fait résulte aussi des expériences suivantes:

Si l'on constitue une pile avec une électrode de plomb et une

électrode de cuivre plongeant dans de l'eau acidulée à l'acide azotique, le plomb étant le métal le plus attaqué est le pôle négatif. Remplace-t-on l'eau acidulée par un polysulfure alcalin, l'attaque se produit sur le cuivre qui devient le pôle négatif.

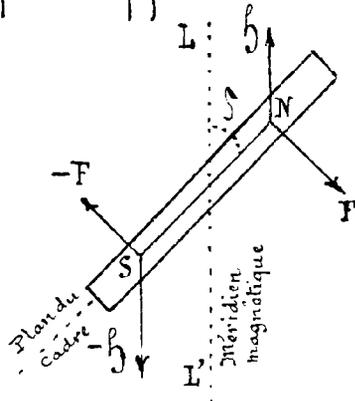
Disposons dans un vase en verre deux fils d'or identiques reliés au galvanomètre et immergés dans l'acide azotique; aucun courant ne passe.

Mais si nous versons une goutte d'acide chlorhydrique dans le voisinage de l'un de ces fils il s'y forme un peu d'eau régale qui l'attaque et ce fil devient le pôle négatif d'une pile dont le courant est immédiatement révélé par le galvanomètre.

On voit donc que les liquides ne se bornent pas comme le pensait Volta au rôle d'égaliseur de potentiels, mais peuvent au contraire exercer une influence capitale en déterminant le sens même de la différence de potentiel.

**67 — Intensité du courant. — Mesure électro-magnétique de l'intensité.** — L'aiguille d'un même galvanomètre subit des actions variables suivant la nature des courants qui le traversent. Ces actions sont une manifestation d'une qualité particulière du courant que nous appellerons son intensité.

On déduit l'évaluation de l'intensité d'un courant de la mesure de la force électro-magnétique exercée sur le pôle d'une aiguille aimantée toujours placée dans des conditions identiques par rapport aux conducteurs qui portent le courant. Il ailleurs



en disposant cette aiguille dans une position symétrique, ses pôles sont soumis à des forces égales et contraires et l'on a à mesurer un couple.

On peut effectuer cette détermination en opposant au couple considéré l'action du couple terrestre; c'est en particulier ce qui a lieu dans deux instruments ingénieux par Fouillet et connus sous les noms de boussole des sinus et boussole des tangentes.

1° La boussole des sinus. se compose essentiellement d'un cadre circulaire vertical autour duquel est enroulé un fil recouvert d'une couche isolante destiné à empêcher le passage direct de l'électricité d'une spire quelconque à celles qui sont en contact avec elle.

Une aiguille aimantée suspendue horizontalement occupe

le centre de ce cadre qui est lui-même mobile autour d'un diamètre vertical et porte une alidade qui indique sur un limbe horizontal l'angle dont on le fait tourner.

Le cadre étant dans le méridien magnétique, le passage d'un courant dévie l'aiguille; faisons alors tourner le cadre jusqu'à ce qu'il atteigne et recouvre l'aiguille: l'aiguille et le cadre sont ramenés ainsi à leur position relative initiale et font avec le méridien magnétique un angle  $\delta$  qu'on lit sur le limbe.

Soit  $h$  la composante horizontale du champ magnétique terrestre  $H_0$ , le moment magnétique de l'aiguille; le couple résultant de l'action de la Terre sur l'aiguille est:

$$C = h m \sin \delta$$

et fait équilibre au couple  $2lF$  dû aux forces  $+F$  et  $-F$  qui s'exercent normalement au plan du cadre sur les masses  $+m$  et  $-m$  placées aux pôles de l'aiguille aimantée.

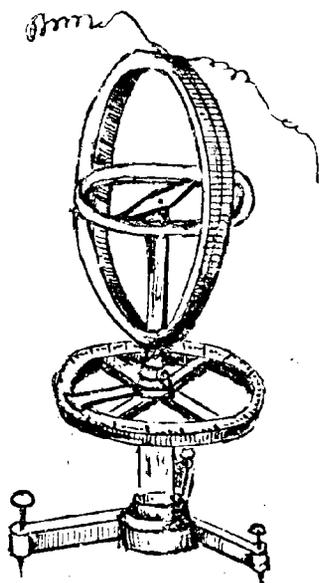
Par définition l'intensité  $I$  du courant sera considérée comme proportionnelle à la force exercée sur l'unité de masse magnétique. On aura donc:

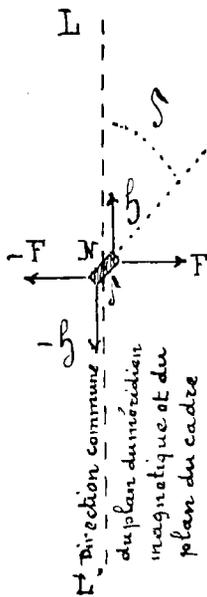
$$I = A \frac{F}{m} = A \frac{2lF}{2lm} = A \frac{C}{m} = Ah \sin \delta$$

$A$  est un coefficient qui dépend des conventions qui seront faites sur le choix de l'unité d'intensité, ainsi que des éléments qui caractérisent la boussole (Dimensions du cadre, nombre de tours du fil, etc....)

Il est difficile de placer le cadre rigoureusement dans le méridien magnétique avant chaque expérience car la ligne des pôles de l'aiguille ne coïncide pas exactement avec la ligne des repères  $L-L'$ ; de là une incertitude sur la déviation. On corrige cette erreur en renversant le sens du courant, ce qui produit une déviation  $\delta'$  en sens inverse de la précédente. Sa valeur exacte de la déviation est  $\frac{\delta + \delta'}{2}$ ; c'est elle qu'on introduit dans les calculs.

2° Boussole des tangentes. — Le cadre de cet appareil est le même que celui de la boussole des sinus; on le place verticalement dans le plan du méridien magnétique: l'aiguille est très petite et se trouve au centre du cadre.





Dans ces conditions on peut admettre que dans toutes les positions de cette aiguille l'action qui s'exerce sur l'un de ses pôles est identique à celle  $F_1$  qu'il subirait s'il était placé au centre de l'appareil.

Écrivons qu'il y a équilibre entre le couple terrestre et le couple produit par le passage du courant

$$F_1 \cdot 2l \cos \delta = h \cdot 2\pi R \sin \delta$$

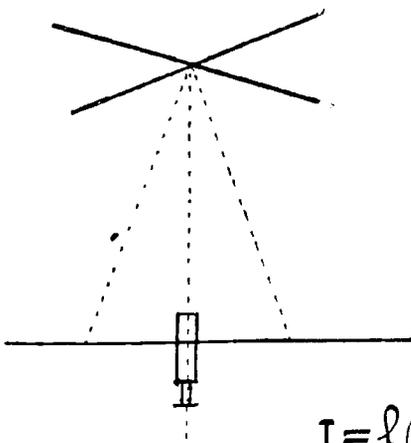
et comme d'ailleurs l'intensité est par définition proportionnelle à la force  $\frac{F_1}{m}$  qui s'exerce sur l'unité de masse magnétique :

$$I = A, \frac{F_1}{m} = A, \frac{2lF_1}{2\pi R} = A, h \operatorname{tg} \delta$$

L'aiguille très courte de la boussole des tangentes porte un index léger en paille ou en aluminium qui permet de lire les déviations sur la limbe horizontale de l'instrument.

Il est clair que tout galvanomètre satisfait aux mêmes conditions que la boussole des tangentes tant que les mouvements de l'aiguille sont extrêmement faibles.

C'est ce qui est réalisé par la Boussole à réflexion de Weber. Les déviations très faibles de l'aiguille sont mesurées par la méthode de Joggendorff.



Par réflexion sur un miroir fixé à l'aimant, on lit avec une lunette les divisions d'une échelle horizontale placée au dessous de la lunette dans les deux positions du miroir, on a ainsi le double de l'angle dont a tourné ce dernier.

L'intensité du courant est fonction de la déviation.

Soit  $(\delta - \delta_0)$  l'angle que fait le miroir avec sa position d'équilibre  $\delta_0$ , on a :

$$I = f(\delta) = f(\delta_0) + (\delta - \delta_0) f'(\delta_0) + \dots$$

On prend pour origine la position d'équilibre du barreau, lorsque le courant est nul, alors  $f(\delta_0) = 0$  et on dispose l'appareil de façon que la déviation  $\delta - \delta_0$  soit très petite. L'intensité du courant sera proportionnelle à cette déviation, dont on néglige les puissances.

On élimine le zéro de la graduation en renversant le courant et prenant la demi-différence des deux lectures comme dans les

boussoles de Fouillet.

Remarque. Pour que la quantité  $I$ , que nous venons de définir et d'apprendre à mesurer, puisse être considérée comme une qualité caractéristique du courant, il faut vérifier que l'intensité (électro-magnétique) du courant est la même en tous les points du circuit.

Pour cela on prendra un cadre avec un aimant suspendu à son centre, et on enroulera sur ce cadre  $n$  tours du fil dans lequel passe le courant, on observera la même déviation que ces  $n$  tours de fil soient pris près des pôles de la pile ou à une grande distance.

On peut également enrouler  $n$  tours dans un sens et  $n$  en sens inverse pris en une autre partie du circuit; il n'y a pas de déviation produite. Cela démontre en plus (ce que l'on a admis dans l'explication des appareils précédents), que l'action du courant sur l'aiguille change seulement de signe avec les sens du courant.

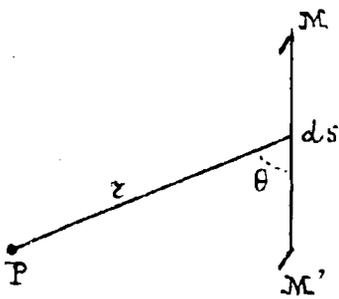
Enfin on peut constater que si l'on constitue une partie du trajet parcouru par le courant par un fil de longueur variable on peut à volonté diminuer l'intensité du courant en augmentant la longueur du fil. Nous reviendrons plus tard en détail sur l'étude de cette propriété que nous utiliserons constamment au cours des expériences faites sur les courants.

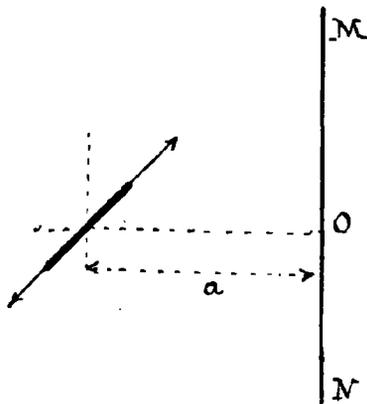
**68** — Loi élémentaire de l'électro-magnétisme. — Formule de Laplace. — Dès que l'expérience d'Ørstedt fut connue Laplace se proposa de rechercher la loi élémentaire de ce phénomène c'est-à-dire l'action d'un élément de courant  $ds$  d'intensité  $I$  sur un pôle d'aimant de masse magnétique  $m$ . Guidé par les lois de Newton et de Coulomb, il pensa que la force exercée par l'élément  $ds$  devait être proportionnelle à l'inverse du carré de la distance  $r$  du pôle à l'élément et proposa la formule:

$$dF = \frac{\lambda m I ds}{r^2} \sin \theta$$

$\theta$  étant l'angle de l'élément avec la droite joignant le milieu de l'élément au pôle.

S'énoncé d'Ampère ainsi que l'expérience montrent d'ailleurs que cette force est perpendiculaire au courant, par suite l'action élémentaire doit être normale au plan  $z.ds$ . Laplace engagea Biot et Savart à étudier expérimentalement l'action d'un courant rectiligne vertical  $MON$  sur un très petit aimant situé à





rement de sa position d'équilibre.

la distance  $a$  dans l'équateur magnétique de cet aimant.

Le courant étant d'abord interrompu, l'aimant se met dans la direction du méridien magnétique.

Si on fait passer le courant, l'aimant ne bouge pas. Cela prouve que la force résultant de l'action du courant sur un pôle d'aimant est perpendiculaire au plan passant par ce pôle et par  $MN$ . Il en sera donc de même lorsque l'aimant sera dévié légèrement de sa position d'équilibre.

69 — **Expériences de Biot et Savart.** — Pour mesurer cette force on fait osciller l'aimant successivement sous l'action de la Terre seule puis sous l'action de la Terre et du courant.

Soient  $\delta$  la déviation, supposée très petite, de l'aiguille  $MN = \delta \sin$  le moment magnétique de l'aimant,  $h$  la composante du couple terrestre et  $F$  l'action du courant sur une masse magnétique égale à l'unité.

Le moment du couple exercé sur l'aimant a pour valeur

$$(h + F) \delta \sin \delta \quad \text{ou} \quad h \delta \sin \delta$$

suivant que le courant agit ou n'agit pas.

Soit  $K$  le moment d'inertie de l'aiguille par rapport à son axe d'oscillation. On a pour les durées d'oscillation  $T$  et  $T_1$  dans les deux cas:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{K}{\delta \sin \delta h}} \quad ; \quad T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{K}{\delta \sin \delta (h + F)}}$$

et en désignant par  $N$  et  $N_1$  le nombre d'oscillations observées dans l'unité de temps: ( $\frac{1}{T} = N$ )

$$N_1^2 - N^2 = \frac{\delta \sin \delta}{4\pi^2 K} F$$

Opérons de même en plaçant le fil à la distance  $a'$ ; nous observons  $N_1'$  oscillations et l'élimination du facteur commun  $\frac{\delta \sin \delta}{4\pi^2 K}$  donne:

$$\frac{F}{F'} = \frac{N_1^2 - N^2}{N_1'^2 - N^2}$$

Répétant ces deux expériences en changeant le sens du courant, le sens des forces  $F$  et  $F'$  sera changé et on aura une nouvelle équation:

$$\frac{F}{F'} = \frac{N_2^2 - N^2}{N_2'^2 - N^2}$$

96.

dans laquelle  $N_2$  et  $N_2'$  désignent comme précédemment les nombres d'oscillations par seconde.

On constate que ces rapports sont égaux entre eux et ont pour valeur  $\frac{a'}{a}$ .

D'où la loi expérimentale

$$F \cdot a = \text{constante}$$

Ce résultat peut s'expliquer en admettant comme loi élémentaire la relation

$$dF = \frac{\lambda m I ds}{r^2} f(\theta)$$

$f$  désignant une fonction quelconque.

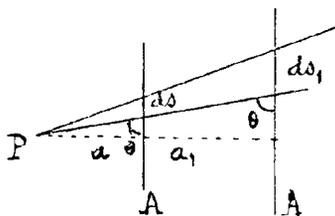
En effet si l'on calcule l'action sur le pôle P en considérant sur les deux positions du fil A et A<sub>1</sub> des éléments homothétiques  $ds$  et  $ds_1$  correspondant à un même angle  $\theta$ .

La fonction  $f(\theta)$  s'élimine et on a :

$$\frac{dF}{dF_1} = \frac{ds}{ds_1} \frac{r_1^2}{r_2^2} = \frac{a_1}{a}$$

et les forces F et F<sub>1</sub> sont nécessairement

dans le même rapport.



Pour vérifier que  $f(\theta)$  est bien égal à  $\sin \theta$  Biot et Savart ont étudié l'action d'un circuit plus complexe formé par un courant angulaire.

Calculons la force développée par un tel courant sur un pôle d'aimant situé sur la bissectrice de l'angle 2A du circuit à une distance a, du sommet : cette force est évidemment perpendiculaire au plan de la figure. La résultante de toutes les actions élémentaires est donc égale à leur somme.

Or on a :

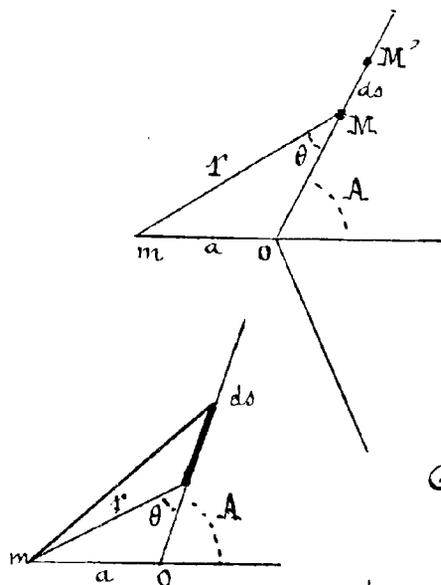
$$\frac{\sin \theta}{a} = \frac{\sin A}{r}$$

et

$$-r^2 d\theta = dS \sin \theta$$

d'où

$$\frac{dS \sin \theta}{r^2} = -\frac{rd\theta}{r^2} = -\frac{\sin \theta d\theta}{a \sin A}$$



D'ailleurs toutes les actions élémentaires sont dirigées perpendiculairement au plan du courant. Par suite :

$$F = 2 \lambda m I \int_A^0 \frac{-d\theta \sin \theta}{a \sin A}$$

$$F = \frac{2 \lambda m I}{a \sin A} [\cos \theta]_A^0 = \frac{2 \lambda m I}{a \sin A} (1 - \cos A)$$

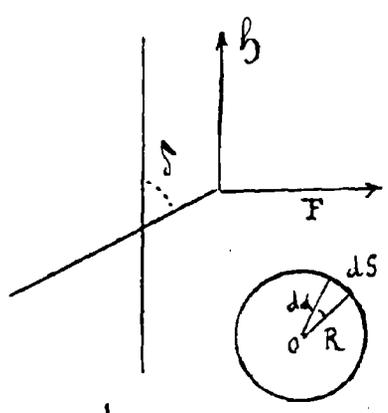
$$F = \frac{2 \lambda m I}{a} \operatorname{tg} \frac{A}{2}$$

Les premières expériences de Biot et Savart paraissaient indiquer la proportionnalité de  $F$  à l'angle  $A$ . J'ai des mesures plus précises les conduisent ensuite à des résultats concordants avec la formule que nous venons de déduire de la loi élémentaire de Laplace.

70 — Unité d'intensité électromagnétique. — Galvanomètre normal. — Les galvanomètres, décrits plus haut, traversés par un même courant donnent des indications proportionnelles à son intensité indépendamment de l'unité choisie pour évaluer cette grandeur.

On a défini cette unité comme étant l'intensité qui correspond dans la formule de Laplace à  $\lambda=1$   $m=1$   $dS=1$   $\sin \theta=1$  d'où  $dF=1$

Nous allons voir comment on peut évaluer l'intensité d'un courant en fonction de cette unité.



Considérons une boussole des tangentes dont le cadre circulaire de rayon  $R$  porte  $n$  tours de fil. L'action exercée par un pôle de masse  $m$  situé au centre de ce cadre est :

$$F_1 = \frac{\lambda m I}{R^2} n \int_0^{2\pi} dS \sin \theta$$

Or  $dS = R d\alpha$  et  $\sin \theta = 1$  car  $\theta = 90^\circ$

donc

$$F_1 = \frac{\lambda m I}{R} n \int_0^{2\pi} d\alpha = \lambda \times \frac{2\pi m I}{R} n$$

écrivons qu'il y a équilibre entre le couple  $2 F_1 l \cos \delta$  dû à l'action du courant et le couple terrestre  $2 h l m \sin \delta$

il vient :

$$2 F l \cos \delta = 2 h l m \sin \delta$$

$$\text{d'où} \quad I = \frac{1}{\lambda} \frac{hR}{2\pi n} \operatorname{tg} \delta$$

$\lambda$  est la constante de la formule de Laplace.

Or par la méthode de Gauss, on détermine  $h$  (composante horizontale) en unités absolues au point où se trouve placé le galvanomètre.

Il resterait à fixer la valeur  $\lambda$  pour déterminer l'unité d'intensité, mais on ignore la nature de ce coefficient  $\lambda$ , et on le prend arbitrairement égal à 1.

Si l'on adopte les unités C.G.S., tout est alors déterminé dans la formule ci-dessus qui devient :

$$I = \frac{hR}{2\pi n} \operatorname{tang} \delta$$

l'intensité  $I$  du courant qui produit la déviation  $\delta$  est exprimée en fonction de l'unité d'intensité C.G.S. Et le galvanomètre qui donne directement  $I$  en fonction de cette unité porte le nom de galvanomètre normal.

On voit que  $I$  a pour dimensions  $(h)$ ,  $L = (L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1})$   $L = L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$ .

Cette unité est définie à l'aide de la formule de Laplace qui suppose la considération d'éléments infinitésimaux.

On a coutume de donner cette définition sous une forme imagée qui ne correspond à aucune expérience réalisable et qui est la suivante :

L'unité d'intensité est l'intensité d'un élément de courant de longueur égale à un centimètre qui agissant à un centimètre de distance sur un pôle d'aimant ayant l'unité de masse magnétique exerce une action égale à une dyne.

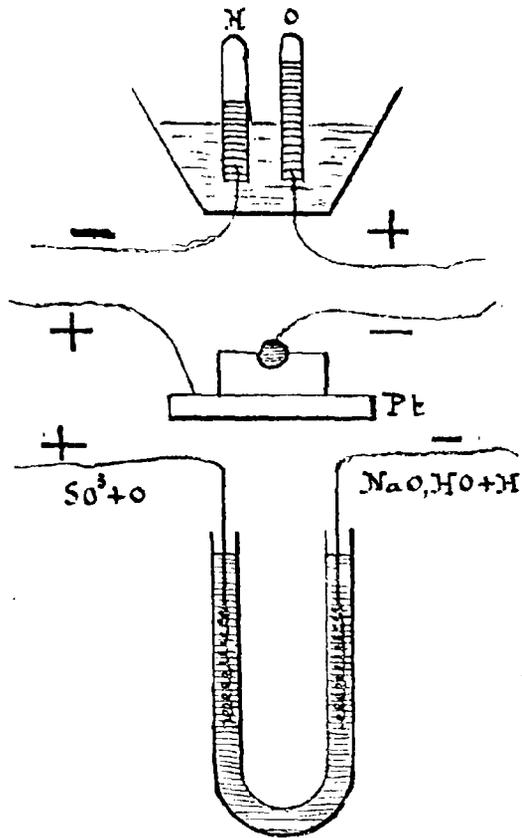
Par convention, on a adopté dans la pratique une unité dix fois moindre à laquelle on a donné le nom d'Ampère. L'ampère est l'unité pratique d'intensité ; il vaut le dixième de l'unité C.G.S. : il suffira donc de multiplier par 10 le résultat donné par la formule ci-dessus avec un galvanomètre normal pour exprimer l'intensité en ampères.

## 8<sup>e</sup> Leçon

### Actions chimiques du courant.

71. — Généralités. — Dès son apparition (1794) la pile imaginée par Volta a été appliquée à la décomposition de l'eau par Carlisle et Nicholson (1800). On chercha dès lors à décomposer avec elle les corps considérés jusque là comme indécomposables ; c'est

ainsi que Humphry Davy décomposa la potasse pour la première fois, et isola le potassium (1808).



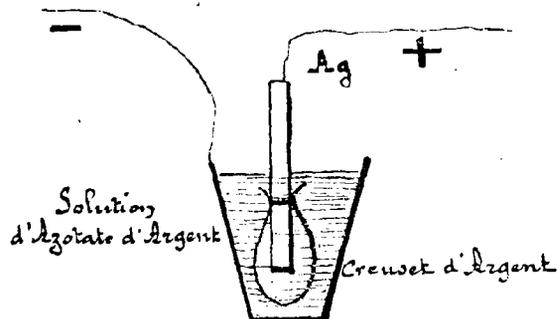
Lorsqu'un courant électrique traverse une dissolution d'un sel, il en provoque la décomposition. Si dans un tube en U on verse une solution de sulfate de soude colorée par des fleurs de violette ou de mauve, et si on fait passer un courant le sel est décomposé. L'acide se produit au pôle positif et rougit la teinture de violette; la base se produit au pôle négatif et verdit la liqueur.

Si on opère avec du sulfate de cuivre l'électrode négative se recouvre d'un dépôt de cuivre et non d'oxyde de cuivre. À l'électrode positive se produisent de l'acide sulfurique et de l'oxygène. Le sulfate  $\text{CuSO}_4$  est donc décomposé en  $\text{Cu}$  et  $\text{SO}_4$ . On peut admettre que le sulfate de soude se décompose de la même façon, et que le sodium mis en liberté décompose l'eau; cette réaction

secondaire explique la présence de la soude au pôle négatif.

Ces décompositions sont plus ou moins rapides, selon la pile qu'on emploie, et nous sommes conduits à comparer les courants au point de vue de l'intensité des actions électrochimiques qu'ils produisent.

L'intensité électrochimique d'un courant se mesurera par la quantité de substance décomposée par ce courant pendant l'unité de temps.



Le choix de la substance à décomposer (électrolyte) est d'ailleurs arbitraire, pourvu qu'on détermine l'unité au moyen de cette substance. On se sert de préférence d'un corps dont la décomposition met en liberté un élément facile à doser; l'eau dont les éléments sont gazeux, ou un sel de cuivre ou un sel d'argent; ce der-

nier corps donne des résultats plus précis que le cuivre car le dépôt obtenu ne s'oxyde pas.

Les appareils où on effectue ces décompositions portent le nom générique de voltamètres; les pôles sont nommés électrodes ou récepteurs: on donne au pôle + le nom d'anode et celui de cathode au pôle -.

Electrolyser, c'est décomposer une substance par le courant.

l'Electrolyte est la substance à décomposer

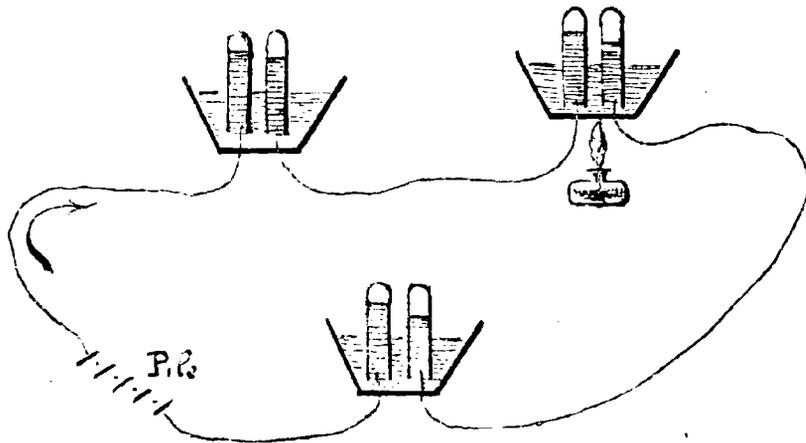
l'Electrolyse est l'opération de la décomposition

On appelle électropositifs les corps qui se portent sur le pôle négatif; ce sont en général les métaux, l'hydrogène, ou les radicaux métalliques. Les métalloïdes ou les radicaux qui en jouent le rôle, se déposent sur le pôle positif, et sont dits électronégatifs.

On donne le nom d'Ions aux éléments réels ou hypothétiques libérés par le courant, l'Anion va au pôle positif, le Cation au négatif.

72 — Lois expérimentales. — 1<sup>re</sup> Loi. — Toutes les parties d'un même circuit sont identiques au point de vue électrochimique (Faraday)

Si on introduit plusieurs voltamètres dans un circuit il y a dans chaque voltamètre autant de matière décomposée pendant un temps donné. En chaque point du courant l'action



chimique est donc la même.

Comme le galvanomètre le voltamètre donne une indication indépendante de la situation qu'il occupe sur le circuit.

2<sup>e</sup> Loi. — L'intensité électrochimique d'un courant est proportionnelle à son intensité électromagnétique.

En effet si on introduit dans un circuit un voltamètre et un galvanomètre, on constate que l'intensité électrochimique et l'intensité électromagnétique sont proportionnelles, quelque

variation qu'on fasse subir au courant.

Le rapport de proportionnalité entre ces modes de mesure a été obtenu en mesurant d'une part la quantité d'argent déposée dans un voltamètre à azotate d'argent et d'autre part avec un galvanomètre normal, l'intensité électromagnétique du courant en unité C. G. S. On a trouvé qu'un courant d'intensité égale à l'unité C. G. S. dépose 0<sup>gramme</sup> 01118 d'argent pendant une seconde. L'ampère qui en est la dixième partie correspond à 0<sup>gramme</sup> 001118 par seconde soit environ 4<sup>gramme</sup> 02 par heure.

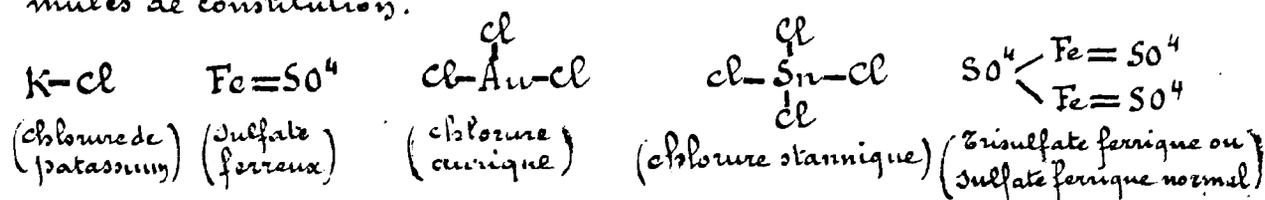
3<sup>e</sup> Loi (Loi de Faraday). Si l'on fait passer un même courant à travers une série d'électrolytes, les poids des éléments mis en liberté dans le même temps sont entre eux dans un même rapport de proportionnalité.

On peut le vérifier en faisant traverser par un même courant des voltamètres contenant des composés simples. Les poids de métaux et de métalloïdes ou de radicaux jouant le rôle de métalloïdes qui sont mis en liberté sont proportionnels.

Son expérience montre que les quantités décomposées obéissent à la loi suivante qui précise l'énoncé de Faraday :

Un même courant libère simultanément sur son parcours une valence de chaque électrolyte.

Il décompose par exemple des poids proportionnels aux nombres représentés par les formules  $KCl$ ;  $\frac{1}{2}FeSO_4$ ,  $\frac{1}{3}AuCl_3$ ,  $\frac{1}{4}SnCl_4$ ,  $\frac{1}{2}Fe_2(SO_4)_3$  etc. .... qui comme on le sait sont représentés par les formules de constitution.



On appelle équivalent électrochimique d'un corps simple la masse libérée à l'état d'ion pendant une seconde par un courant dont l'intensité supposée constante est égale à un ampère.

L'équivalent électrochimique de l'argent est comme nous l'avons vu égal à 0<sup>gramme</sup> 001118.

Le dépôt de ce poids d'argent correspond à la décomposition de 0<sup>gramme</sup> 00009315 d'eau c'est-à-dire à un dégagement de 0<sup>gramme</sup> 00001035 d'H dont le volume à 0° et à 760<sup>mm</sup> est de 0<sup>cc</sup> 1155.

La définition de l'équivalent électrochimique permet d'énoncer cette loi de Faraday en disant que les poids mis en liberté dans un même temps sont proportionnels aux équivalents électrochimiques des électrolytes.

4<sup>e</sup> Loi (Loi de Daniell). A chaque équivalent d'élément électrolysé dans l'un quelconque des voltamètres du circuit extérieur correspond dans chaque couple de pile (pile de Volta par exemple) un équivalent de zinc dissous au pôle négatif et un équivalent d'hydrogène mis en liberté au pôle positif.

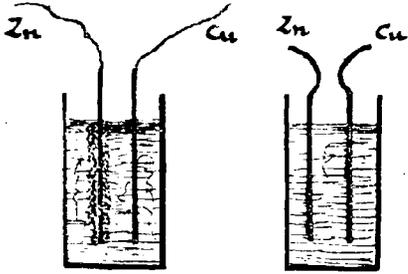
La vérification de cette loi est facile lorsqu'on emploie une pile (zinc-cuivre ou mieux zinc-platine) dont le pôle négatif est formé par du zinc pur.

Le zinc du commerce, impur, s'attaque au contraire même lorsque le circuit n'est pas fermé. Il y a un travail chimique étranger à la production du courant; les courants locaux qui se produisent entre le zinc et les impuretés qu'il contient déterminent un

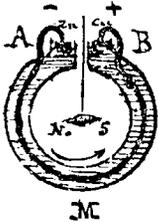
dégagement d'hydrogène sur ces impuretés et non au pôle positif de la pile.

de la Rive montra qu'en amalgamant le zinc on produit une surface homogène qui empêche l'attaque tant que le circuit n'est pas fermé.

Dans tous les cas l'hydrogène se dégage sur le pôle positif, cuivre ou platine, lorsqu'on ferme le circuit: le dégagement s'arrête lorsqu'on l'ouvre.



73 — Circuit fermé formé par le courant fourni par la pile. — Ce fait nous montre que l'intérieur de la pile est le siège des mêmes phénomènes qu'un électrolyte traversé par un courant. En donnant au vase qui contient le liquide des formes convenables on peut s'assurer que ce phénomène intérieur produit des actions magnétiques de même intensité que celles constatées dans le voisinage du fil métallique qui joint les pôles de la pile.



Prenons, par exemple, une pile en forme d'anneau et plaçons en son centre une aiguille aimantée; si l'on joint ses deux pôles par un conducteur très court AB on observe une déviation dont le sens indique un courant allant à travers le liquide du pôle zinc (-) au pôle cuivre (+)

Donnons au contraire au fil une forme telle que AMB qui épouse la forme du vase; l'aiguille demeure très sensiblement au zéro; l'action du courant extérieur est équilibrée par celle du courant qui traverse la pile.

On est ainsi conduit à considérer la pile et le fil conducteur comme formant un circuit fermé qui est le siège d'un courant électrique dont l'intensité est la même partout.

L'expérience que nous venons de décrire n'est pas susceptible d'une bien grande précision et l'on conçoit que, dans le cas général, il serait à peu près impossible de comparer les intensités électromagnétiques d'un même courant dans la pile et dans le fil conducteur; mais nous pouvons évaluer l'intensité électrochimique et les lois précédentes permettent d'en déduire avec précision l'intensité électromagnétique correspondante.

74 — Notion de quantité d'électricité dynamique. — L'action électromagnétique du courant nous a conduits à la notion d'intensité et nous avons vu qu'il y avait proportionnalité entre l'intensité ainsi définie et la notion d'intensité que l'on peut déduire des phénomènes électrochimiques.

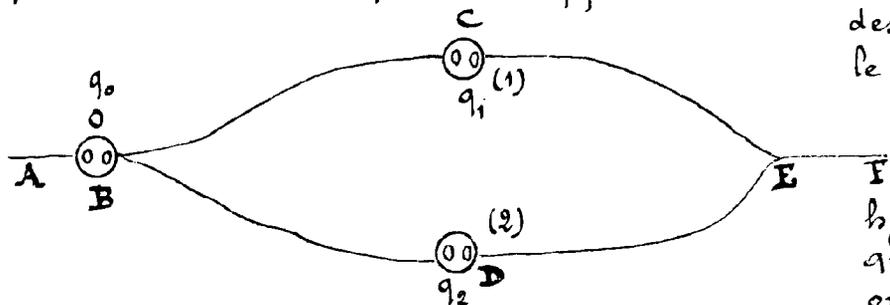
Mais dans le premier cas l'action du courant supposée toujours identique à lui-même se manifeste par une force constante indépendante du temps, tandis que la décomposition électrolytique est au contraire proportionnelle à la durée de l'électrolyse.

P désignant le poids de matière décomposée on a :

$$P = \lambda I t$$

$\lambda$  étant un coefficient proportionnel à l'équivalent électrochimique.

Il est assez naturel d'attribuer la production des phénomènes qui caractérisent ce que nous appelons "courant", à une circulation



des masses électriques le long des fils conducteurs; si de plus on se laisse guider par l'analogie hydraulique qui évoque le mot courant, on est conduit à consi-

dérer qu'un mouvement d'électricité arrivé à l'état de régime permanent, comme c'est le cas pour un courant constant, obéit à la loi suivante :

$q_0$ ,  $q_1$  et  $q_2$  désignant les quantités d'électricité qui circulent dans les branches AB, C et D du circuit bifurqué représenté sur la figure on doit avoir :

$$q_0 = q_1 + q_2$$

Car s'il n'en était pas ainsi il y aurait variation de la charge électrique au point de bifurcation, et contrairement à l'hypothèse le régime permanent ne serait pas établi.

Or Faraday a montré que si on place un même électrolyte en B et en D les poids correspondants  $p_0$ ,  $p_1$ ,  $p_2$  de matière décomposée obéissent également à la loi

$$p_0 = p_1 + p_2$$

il y a donc proportionnalité entre les quantités  $p$  et  $q$  et d'après ce que nous venons de voir entre  $q$  et  $It$ .

$$q = AIt$$

il est donc naturel de considérer un courant permanent comme correspondant au transport d'une quantité d'électricité égale à  $AIt$  par unité de temps.

75 — Unité de quantité d'électricité. — Unité pratique. — La formule précédente, dans laquelle on fait égal à 1 le coefficient  $A$ , devient :

$$q = It$$

et donne immédiatement la définition de l'unité de quantité d'électricité dynamique. Cette unité a pour dimensions  $Q = LT = L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}}$ .

C'est la quantité d'électricité qui dans une seconde traverse une section quelconque d'un circuit parcouru par un courant d'intensité 1. On a adopté comme unité pratique le  $\frac{1}{10}$  de l'unité CGS et on lui a donné le nom de Coulomb.

Un Coulomb est la quantité d'électricité débitée en une seconde par un courant d'un Ampère.

De ce que nous avons vu (n° 72) résulte la définition électrochimique suivante :

Le Coulomb est la quantité d'électricité qui met en liberté 0<sup>gr</sup> 001118 d'argent par seconde.

76 — Indications comparées du galvanomètre et du voltamètre. — Intercalons dans un circuit un galvanomètre et un voltamètre, le galvanomètre indiquera à chaque instant l'intensité du courant pourvu que cette dernière ne varie pas trop rapidement.

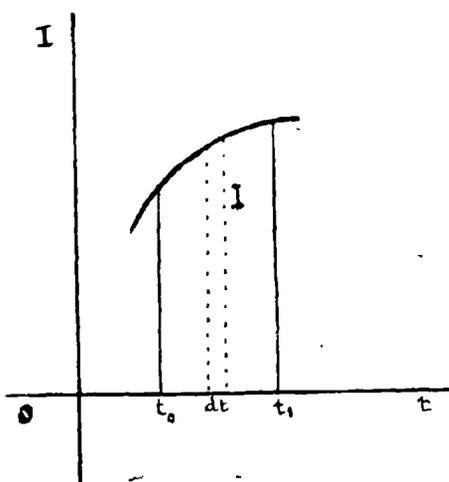
Supposons qu'il en soit ainsi et relevons les valeurs de  $I$  en fonction du temps ;  $I = f(t)$  nous constaterons que la quantité d'électricité  $q$  déduite de la quantité de matière décomposée dans le voltamètre entre les époques  $t_0$  et  $t_1$ , vérifie l'équation

$$q = \int_{t_0}^{t_1} f(t) dt = \int_{t_0}^{t_1} I dt$$

Donc quand on a affaire à un régime dont les variations ne sont pas trop soudaines on peut considérer, comme démontrée par l'expérience, la relation différentielle:

$$dq = Idt$$

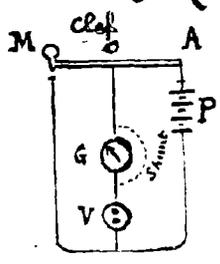
Dès qu'il n'en est plus ainsi non seulement nous ignorons le sens qu'il convient d'attribuer à la notion d'intensité électromagnétique mais de plus nous n'avons pas le droit d'écrire l'équation  $q_0 = q_1 + q_2$  qui nous a servi plus haut pour démontrer la proportionnalité  $q = \lambda It$ .



Cette relation n'est en effet rigoureuse que si le régime est permanent. Le voltamètre a l'avantage de fournir une mesure absolue des quantités d'électricité mais c'est un instrument relativement peu exact qui a cependant été utilisé dans l'industrie pour réaliser la mesure des quantités d'électricité débitées par des courants intenses\*.

On emploie le galvanomètre lorsqu'on veut mesurer avec précision des courants faibles. Il ne fournit que des mesures relatives, qu'on transforme en unités C.G.S. par comparaison avec un galvanomètre normal ou par comparaison avec les résultats d'électrolyse de l'azotate d'argent comme on l'a vu ci-dessus (N° 72).

77. Réversibilité des phénomènes électro-chimiques. — Pile à gaz de Grove. — Le passage d'un courant à travers un corps composé le dédouble; si on permet aux éléments libres de se recombinaer, il y a production d'un courant inverse du précédent.



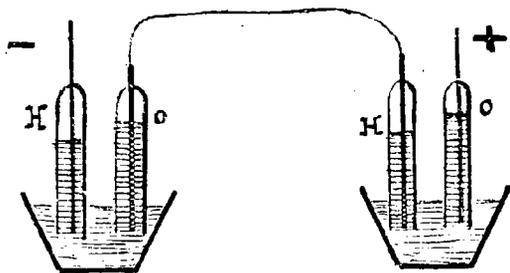
Ce phénomène est connu depuis longtemps sous le nom de Polarisation des électrodes.

On fait cette expérience avec un voltamètre V relié à une pile P et à un galvanomètre G par une clef MA mobile autour du point O et pouvant successivement fermer les circuits dessinés à droite et à gauche sur la figure.

\* On monte alors le Voltamètre en dérivation (voir plus loin la signification de ce mot) sur le courant principal, et la quantité de matière décomposée est proportionnelle au débit de ce courant; l'application de ce principe a permis la réalisation de véritables compteurs d'électricité.

Si l'on établit le contact en A le courant de la pile passe par le voltamètre et le galvanomètre qui indique un courant d'un certain sens.

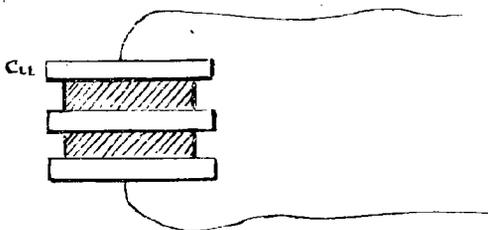
Si l'on appuie sur la manette M de manière à établir le contact de ce côté on voit le galvanomètre dévier en sens inverse.



Pile à gaz. — On peut répéter la même expérience avec un voltamètre à eau acidulée; l'eau est décomposée par un courant passant entre deux électrodes a et b; le dépôt d'hydrogène et d'oxygène sur les électrodes suffit pour produire un courant secondaire

Grove utilisa ces courants de ce composition pour construire une pile à gaz dont les éléments sont des voltamètres

78 — Piles secondaires. — Accumulateurs. — Ritter forma une pile à colonne composée de disques de cuivre séparés par des rondelles de drap imprégnées d'un sel métallique (solution de  $SO^4K^2$ ) et y fit passer un courant. Il constata que l'appareil pouvait ensuite fonctionner comme une pile de faible intensité et il le nomma pile secondaire.



Gaston Planté (1860) produisit des piles secondaires très énergiques en formant les électrodes de deux lames de plomb séparées par un linge et enroulées en spirale dans de l'eau acidulée.

Au moyen d'un commutateur on charge tous les éléments en surface par un courant dont la force électro-motrice peut être assez faible. L'hydrogène et l'oxygène se déposent sur les lames de plomb ce dernier gaz forme de l'oxyde puise de plomb.

Pour décharger la pile, on réunit les éléments en tension c'est-à-dire en reliant successivement les pôles de noms contraires. On obtient ainsi un courant très intense, capable de fondre un fil conducteur ou de produire l'arc voltaïque; mais il s'affaiblit très rapidement à mesure que les gaz déposés sur les lames s'épuisent.

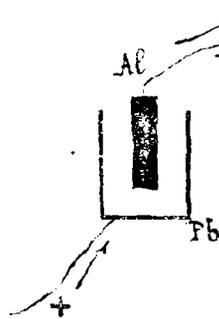
L'industrie utilise sous le nom d'accumulateurs des piles secondaires basées sur ce principe et formées de lames de Pb entrecroisées



qui dans l'opération de la "charge" jouent le rôle de cathode et d'anode.

Les accumulateurs se "forment" par l'usage c'est-à-dire deviennent d'autant plus aptes à enmagasiner de l'électricité, qu'ils ont été chargés et déchargés un plus grand nombre de fois. Cela résulte de ce que les oxydations et les réductions successives du Pb leur font acquies une structure spongieuse et qu'une masse de métal de plus en plus grande intervient dans la réaction.

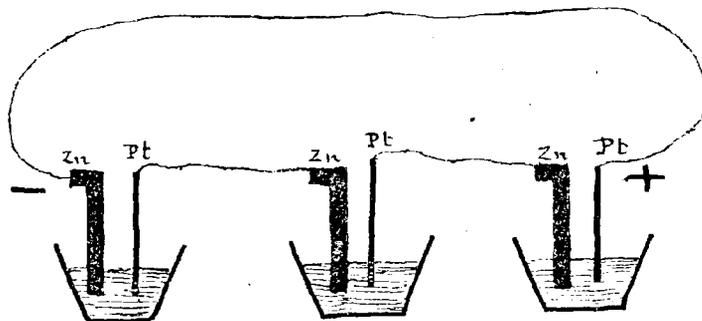
79. — Application des actions secondaires; clapet électrolytique. — Le courant des piles secondaires ou accumulateurs provient évidemment de la modification des électrodes due au dépôt des éléments décomposés et aux réactions chimiques qui en sont la conséquence. On donne le nom d'actions secondaires à ces phénomènes de nature diverse; l'une des plus simple est la production déjà signalée de  $\text{NaOH}$  dans l'électrolyse de  $\text{SO}_4^{\text{Na}^2} + \text{Aq}$  qui par analogie avec ce qui se passe pour le sulfate de cuivre devrait mettre  $\text{Na}$  en liberté.



On a tiré parti d'actions de même nature pour réaliser une sorte de "clapet" électrolytique par l'électrolyse d'un phosphate alcalin avec des électrodes respectivement en aluminium et en plomb. Dans ce cas le courant ne peut passer que dans le sens qui correspond à un apport d'hydrogène sur l'aluminium. Dans le sens contraire il y a oxydation et production d'une couche d'alumine qui par sa mauvaise conductibilité intercepte le courant. (Ap-

plication: obtention de courants de sens constant en utilisant une source à courants alternatifs).

80. — Effets fâcheux de la polarisation dans les piles à un liquide. — Piles à courant constant. — Dans le cir-



cuit intérieur le sens du courant est tel qu'il tend à former dans chaque couple des dépôts chimiques provoquant des courants de sens inverse à celui qui est établi.

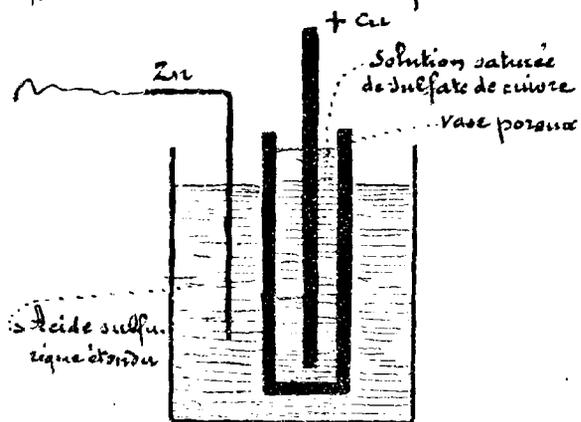
Prenons une pile dont les pôles sont Zn et Pt. Quand la dissolution du

zinc aura changé le liquide en sulfate de zinc, le courant de com-

posera ce sel et le zinc recouvrira le platine tandis que  $SO^4$  ira sur le zinc. Il y aura donc tendance au renversement du couple.

L'eau acidulée elle-même produit le même effet; elle se décompose et l'hydrogène se rend sur le platine.

Il en résulte que les piles s'affaiblissent. On dit alors qu'elles se polarisent. On peut empêcher le dépôt du métal attaqué ou de l'hydrogène sur le pôle positif à l'aide de divers artifices. Le plus efficace consiste à composer les piles avec deux liquides, l'un entourant le pôle attaqué (zinc) l'autre le pôle à protéger.



Le type de ces piles est la pile au sulfate de cuivre inventée à peu près à la même époque par Daniell en Angleterre et par E. Becquerel en France.

Elle se compose de deux vases; le vase extérieur contient de l'acide sulfurique étendu où plonge le zinc; le vase intérieur en porcelaine déglazée contient une dissolution de sulf-

fate de cuivre où plonge une tige de cuivre qui constitue le pôle positif.

Le zinc se dissout dans l'acide sulfurique; le sulfate de zinc en contact avec le sulfate de cuivre à travers les pores du vase intérieur déplace le cuivre qui se dépose sur le pôle positif. Ainsi la polarisation des électrodes est évitée.

Cette disposition a de plus l'avantage d'empêcher le pôle positif d'être recouvert d'une couche de bulles d'hydrogène qui augmentent la résistance du circuit.

Ce type de pile a été varié de toutes les manières, on a remplacé le zinc par le cadmium, le cuivre par le mercure, etc...

Grove pour éviter le dépôt du métal sur le pôle positif constitua ce dernier d'une lame de platine entourée d'acide azotique.

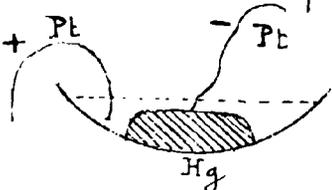
La dissolution du zinc dans l'acide sulfurique du vase extérieur produit un dégagement d'hydrogène et ce gaz se dissout dans l'acide azotique. Bunsen rendit cette pile plus économique en substituant au platine une tige de charbon de corne.

La décomposition de l'acide azotique produit un dégagement de vapeurs nitreuses; on peut éviter cet inconvénient en employant de l'acide chromique ou du bichromate de potasse; avec ce dernier sel, on supprime même le vase poreux.

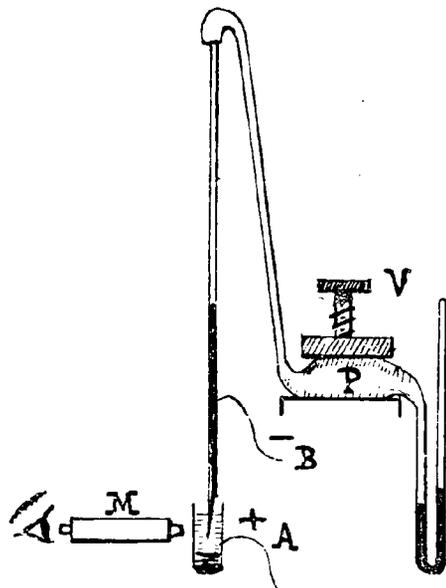
La pile au bichromate de potasse n'est pas constante; la pile

de Bunsen et surtout celle de Daniell sont au contraire constantes pendant plusieurs heures de fonctionnement.

81 — **Electromètre capillaire de M<sup>r</sup> Sippmann.** — Lorsqu'une électrode est formée par du mercure, la polarisation a pour effet de modifier ses propriétés et en particulier la valeur de la tension superficielle.



On met ce fait en évidence par les changements de forme qu'éprouve une goutte de mercure, placée dans l'eau acidulée, lorsqu'on la touche avec un fil de platine relié au pôle négatif d'une pile; l'autre pôle étant mis en communication avec l'eau acidulée.



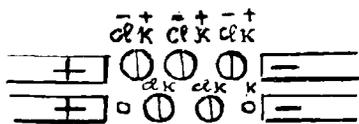
Si le mercure est placé dans un tube capillaire le ménisque se déplace sous l'effet de la polarisation: on peut observer cet effet avec un microscope M, et par un tarage de l'appareil on pourrait déduire la mesure du déplacement, la différence de potentiels des électrodes A et B.

Il est préférable comme le fait M<sup>r</sup> Sippmann, de ramener le mercure toujours à la même position et de mesurer la pression supplémentaire qu'il faut exercer pour

cela sur la colonne de mercure suspendue dans le tube.

On se sert à cet effet d'une poire en caoutchouc P qui contient de l'air qu'on comprime plus ou moins à l'aide de la vis V.

82 — **Hypothèse de Grotthuis sur le mécanisme interne de l'électrolyse.** — La décomposition d'un corps par le courant n'est pas apparente sur le parcours du courant mais seulement sur les électrodes. Pour expliquer ce phénomène Grotthuis, physicien Suédois, supposa que sur tout son passage, le courant décomposait les molécules du corps et les orientait, l'élément électropositif vers le pôle négatif, l'élément électronégatif vers le pôle positif. Chaque électrode attire les éléments de noms contraires mais les molécules intermédiaires se recombinaient et les molécules



intermédiaires se recombinaient et les molécules

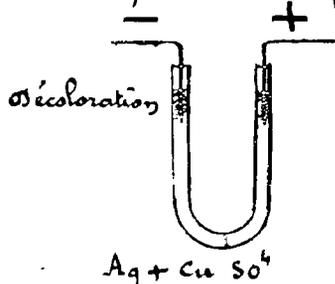
extrêmes peuvent se dégager : une nouvelle orientation a lieu et ainsi de suite.

Il suit de là que les quantités de chaque élément du corps qui sont mises en liberté à chaque pôle sont nécessairement proportionnelles à leurs équivalents.

Cette hypothèse très simple qui semblait rendre compte des faits ne suffit pas pour expliquer le phénomène suivant.

### 83 — Phénomène d'Hittoz ou du transport électrolytique. —

Hittoz a remarqué que la décomposition du sulfate de cuivre dans un tube en U au moyen de deux électrodes en platine est accompagnée d'un affaiblissement du titre de la solution beaucoup plus intense dans la branche qui contient la cathode.



Le liquide qui l'environne se décolore.

Si on sépare les deux branches par une paroi poreuse l'analyse des solutions montre que les  $\frac{2}{3}$  du cuivre déposé provient du compartiment de la cathode, l'autre tiers provenant de l'autre compartiment.

Il en résulte que  $\frac{1}{3}$  du cuivre seulement traverse la paroi poreuse dans le sens du courant tandis que les  $\frac{2}{3}$  du radical passent en sens opposé.

Les nombres  $\frac{1}{3} = 0,33$  et  $\frac{2}{3} = 0,66$  sont appelés les nombre de transport et sont variables d'un sel à l'autre. Lorsqu'ils sont égaux entre eux ( $KCl$ ,  $K_2SO_4$ ,  $KAzO_3$ ) les sels sont dits normaux ils sont anormaux dans le cas contraire ; tels sont par exemple ( $NaCl$ ,  $Na_2SO_4$ ,  $NaAzO_3$ ,  $CaCl_2$ ).

### 84 — Indications succinctes sur la théorie des ions. —

Pour expliquer ce phénomène ainsi que divers autres faits relatifs aux réactions des sels en solution on a été conduit à construire une théorie nouvelle la "théorie des Ions" qui a permis de grouper un grand nombre de faits d'expérience.

D'après cette théorie les électrolytes sont déjà décomposés, avant le passage du courant en éléments distincts ou ions

Une solution de  $NaCl$  par exemple contient un certain nombre d'ions  $Na$  et d'ions  $Cl$  provenant d'une sorte de dissociation d'une partie des molécules de  $NaCl$  dissous.

Les molécules étant préalablement séparées en leurs ions, le courant ne fait que transporter les ions aux électrodes : le cation qui se dirige vers le pôle négatif est considéré comme le support

d'une charge positive; c'est l'inverse pour l'anion qui se dirige vers le pôle positif du voltamètre.

Dans les sels et les acides l'anion est constitué par le radical acide et le cathion par le métal restant.

On suppose que les ions ont des charges qui ont même valeur absolue pour une valence, c'est ainsi que dans une solution de  $(ZnCl^2)$  l'ion  $Zn$  a une charge double de l'ion  $Cl$  et nous indiquerons ce fait par les notations  $Zn^{++}$ ;  $Cl^-$

Les ions constitutifs des corps  $K-Cl$   $Fe=SO^4$   $Au\equiv Cl^3$   $Sn\equiv Cl^4$  qui nous ont déjà servi d'exemples (N° 72) seront notés  $K^+$ ,  $Cl^-$ ,  $Fe^{++}$ ,  $SO_4^{--}$ ,  $Au^{+++}$ ,  $Cl^-$ ,  $Sn^{+++}$  etc... et la loi de Faraday résulte immédiatement de l'hypothèse précédente.

Nous avons vu (N° 75) qu'un Coulomb correspond à la mise en liberté de  $0^g 001118$  d'Ag; or Ag est monovalent et a pour poids atomique 107,3 l'ion  $Ag^+$  portera donc  $\frac{107,3}{0,001118}$  environ 96.600 Coulombs.

Un ion-gramme porte donc une charge égale au produit de 96.600 Coulombs par sa valence;  $Zn$  correspond à  $2 \times 96.600$  Coulombs et  $(SO_4^{--})$  à la même quantité prise en signe contraire.

Les ions jouissent de propriétés caractéristiques indépendantes de leur provenance mais fort différentes en général de celles des corps correspondants; dans une solution de  $CuCl^2$  qui contient les ions  $Cu^{++}$  et  $Cl^-$  rien ne rappelle les propriétés du Cu ni du Cl.

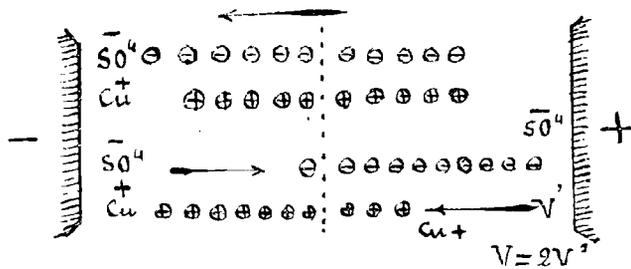
Une solution de  $SO_4^{--}K^2$  et d' $AzO_3^3K$  mélangés contient les ions  $SO_4^{--}$   $AzO_3^3$  et  $K^+$  mais le rôle de ce dernier est le même soit qu'il provienne de  $SO_4^{--}K^2$  ou de  $AzO_3^3K$ .

Le degré de dissociation en ions dépend de la dilution ainsi que de la nature des corps, les composés (acides ou bases) les plus actifs au point de vue chimique ( $SO_4^{--}H^+$ ,  $KOH$ ,  $AzO_3^3H$  etc) sont ceux pour lesquels cette dissociation est la plus complète, c'est le contraire pour les acides ou les bases faibles (acide acétique, eau etc) on verra dans le cours de chimie que cette manière de voir qui paraît a priori contraire à l'ancienne notion de l'affinité s'accorde bien avec les faits.

Les ions qui sont les seuls véhicules de l'électricité, devraient prendre sous l'action du champ électrique créé par les électrodes, un mouvement uniformément accéléré; on admet que leur frottement contre les molécules du dissolvant à travers lequel ils se déplacent rend ce mouvement uniforme.

Si l'anion et le cathion ont même vitesse le sel correspondant est normal; dans le cas d'un sel anormal ces vitesses sont différentes.

L'électrolyse de  $\text{SO}^4\text{Cu}$  peut, par exemple, se représenter par le schéma ci-contre,



qui montre bien l'appauvrissement ( $\frac{1}{3}$ ) du compartiment de gauche en  $\text{SO}^4\text{Cu}$ .

Le rapport  $\frac{V}{V'}$ , des vitesses des ions est précisément égal à celui des nombres de transport d'Hittoef.

Nernst qui a beaucoup contribué au développement de cette théorie admet qu'une lame de métal (Zn par exemple) plongée dans un liquide tend à émettre des ions par un mécanisme analogue à celui de l'évaporation de l'eau dans l'air.

En général la dissolution sous forme d'ions s'arrête parce que la charge positive des ions d'une part et la charge négative du Zn d'autre part créent un champ antagoniste.

Cependant si la solution contient déjà des ions d'un autre métal ceux-ci pourront se déposer sur la lame en neutralisant sa charge; cette lame ramenée à l'état neutre sera capable d'émettre de nouveaux ions et il y aura substitution d'un métal à l'autre valence par valence. (Précipitation de Cu en solution saline par le Zn; de Ag par Cu etc...)

Il en sera de même si on plonge dans la solution une lame de métal inaltérable réunie à la première par un fil conducteur. L'électricité négative passe par le fil du Zn à l'élément inaltérable et y neutralise la charge positive des ions métal de la solution.

On a donc un élément de pile avec transport d'électricité positive vers le métal attaqué à travers le fil de jonction et en sens inverse à l'intérieur de la pile.

## 9<sup>e</sup> Leçon

### Lois d'Ohm et de Joule. Relations de Kirchhoff

85 — Loi d'Ohm. — En 1827 Ohm a déduit de considérations théoriques une loi des plus importantes qui peut, dans le langage actuel, s'énoncer comme il suit:

La différence de potentiel entre deux points A et B d'un conducteur homogène est proportionnelle à l'intensité du courant dont ce conducteur est le siège.

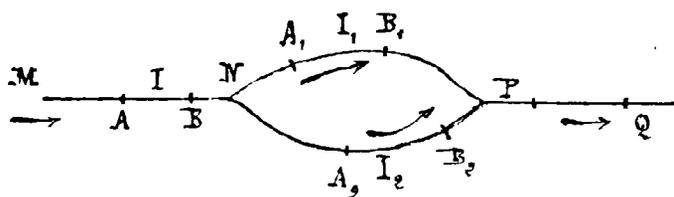
Le coefficient de proportionnalité  $R$  dépend uniquement des dimensions et de la nature du conducteur.

Dans le cas d'un fil cylindrique homogène il est donné par la formule

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

où  $S$  désigne la section du fil,  $l$  la longueur du segment compris entre les points  $A$  et  $B$  et  $\rho$  une constante spécifique qui dépend du choix des unités et de la substance qui constitue le conducteur.

La théorie d'Ohm présente la plus grande analogie avec celle de la conductibilité thermique sur laquelle elle est pour ainsi dire calquée. Nous reviendrons ultérieurement sur ce sujet : actuellement nous nous bornerons à indiquer la démonstration expérimentale des énoncés précédents.



Dans ce but réalisons avec un fil aussi homogène que possible un circuit bifurqué  $MN \begin{matrix} A_1 \\ A_2 \end{matrix} PQ$  constitué comme l'indique la figure et traversé par un courant constant.

Nous avons en désignant par  $I, I_1$  et  $I_2$  les intensités dans le fil unique  $MN$  ou  $PQ$  et dans les branches (1) et (2).

$$(1) \quad I = I_1 + I_2$$

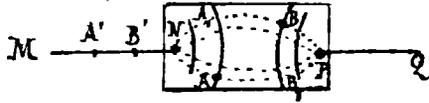
Cette relation résulte de ce que nous avons déjà vu à propos de l'électrolyse (N<sup>o</sup> 74 à 76) on pourrait aussi la démontrer directement en enroulant sur le cadre d'un galvanomètre 11 tours du fil  $MN$  et en sens inverse 11 tours des fils (1) et (2) réunis et en constatant que l'aiguille n'est plus déviée lors du passage du courant.

Si avec un électromètre à quadrants on mesure les différences de potentiel  $U_B^A, U_{B_1}^{A_1}, U_{B_2}^{A_2}$  qui correspondent aux segments identiques  $AB, A_1 B_1, A_2 B_2$  dans lesquels circulent les courants  $I, I_1$  et  $I_2$  on constate que dans tous les cas on a :

$$(2) \quad U_B^A = U_{B_1}^{A_1} + U_{B_2}^{A_2}$$

Les relations (1) et (2) existant toujours simultanément la proportionnalité de la différence de potentiel à l'intensité du courant en résulte nécessairement.

Au lieu des conducteurs filiformes employés précédemment considérons un conducteur de forme quelconque constitué par exemple par



un liquide à l'intérieur duquel circule un courant amené par des fils MN, PQ.

Nous pourrions constater avec l'électromètre :

1° qu'il existe dans ce liquide des surfaces AA', BB', etc dont tous les points ont même potentiel.

2° Que la forme de ces surfaces équipotentiellles est indépendante de l'intensité du courant.

3° Enfin que la différence de potentiel  $U_B^A$  entre deux points pris sur deux surfaces équipotentiellles déterminées est dans un rapport constant avec la différence  $U_B^{A'}$  entre deux points fixes pris sur le conducteur qui amène le courant.

D'où il résulte d'après ce que nous avons vu pour les conducteurs filiformes que  $U_B^A$  est proportionnelle à I.

On dit par définition que le rapport

$$\frac{U_B^A}{I}$$

représente la résistance R de la portion du conducteur comprise entre les surfaces équipotentiellles menées par les points A et B.

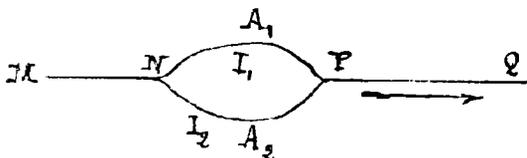
Naturellement dans un conducteur solide de forme quelconque la trace de ces surfaces équipotentiellles sur la surface extérieure du corps est seule accessible à l'expérience.

Pour vérifier que la résistance d'un fil cylindrique est donnée par la formule

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

il suffit de comparer les intensités  $I_1$  et  $I_2$  des courants passant dans les branches (1) et (2) d'un circuit bifurqué semblable à celui que nous avons employé.

La chute de potentiel entre les points N et P est en effet la même\* pour les deux fils et on doit avoir



$$U_{1,P}^N = R_1 I_1 = U_{2,P}^N = R_2 I_2$$

$$R_1 I_1 = R_2 I_2$$

En prenant par exemple des fils de même métal et de sections identiques on trouvera que les intensités  $I_1$  et  $I_2$

\* Il ne faut pas oublier que si les deux fils sont constitués par des métaux différents on a  $U_1 \neq U_2$  en N et en P mais la différence due à l'effet de contact est la même en ces deux points et la valeur de la chute  $U_P^N$  est par suite identique pour les deux fils

satisfont à la relation

$$l_1 I_1 = l_2 I_2$$

d'où

$$\frac{R_1}{l_1} = \frac{R_2}{l_2}$$

On peut d'ailleurs comme le faisait Pouillet comparer les intensités par une méthode de zéro en circulant sur le cadre du galvanomètre  $n_1$  tours du conducteur (1) et  $n_2$  tours de (2) en sens inverse de manière à annuler l'action exercée sur l'aiguille aimantée on a alors :

$$n_1 I_1 = n_2 I_2$$

et l'on constate dans le cas actuel que les nombres  $n_1$  et  $n_2$  doivent être dans le même rapport que les longueurs  $l_1$  et  $l_2$ .

Une marche analogue permet d'étudier l'influence de la section, en laissant identiques tous les autres éléments.

Enfin on pourra par le même procédé comparer les valeurs relatives des coefficients  $\rho$  correspondant à diverses substances.

**86. — Résistivité ; Mesure de la résistivité relative dans le cas d'un liquide.** — On a donné à ce coefficient le nom de résistivité, sa valeur dépend évidemment non seulement de la nature du conducteur mais encore du choix des unités, par conséquent jusqu'à ce que nous ayons indiqué les conventions relatives à ces unités nous n'aurons à considérer que des résistivités relatives. Nous étudierons d'ailleurs ultérieurement diverses méthodes qui permettent la mesure de ce coefficient ; l'une des plus directes consiste évidemment à placer dans un même circuit les deux conducteurs cylindriques que l'on veut étudier et à déterminer sur chacun d'eux des longueurs  $l$  et  $l'$  correspondant à une même chute de potentiel.

On a alors

$$\rho \frac{l}{s} = \rho' \frac{l'}{s'}$$

et tout est connu sauf le rapport  $\frac{\rho}{\rho'}$ .

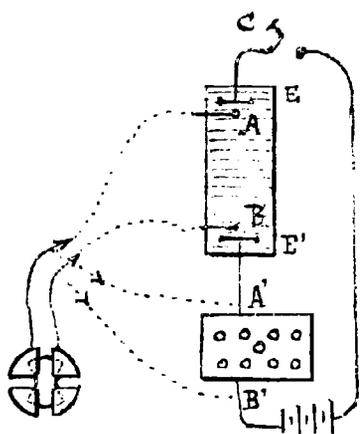
Cette méthode qui exige l'emploi de l'électromètre est une de celles qui donne les meilleurs résultats quand il s'agit d'évaluer la résistivité d'un liquide.

Dans ce cas les électrodes sont en effet le siège de phénomènes électrochimiques qu'il convient d'éliminer.

Pour cela M<sup>r</sup> Lippmann a indiqué le mode opératoire suivant :

Raçons le liquide dans un tube de verre où le courant est amené par deux larges électrodes E, E' occupant toute la section du

Tube. Deux trous capillaires permettent de mettre la section droite du tube en A et B en communication avec un électromètre.



Un commutateur permet également de mettre les bornes de l'électromètre en communication avec deux points A', B' d'une résistance intercalée dans le même circuit.

En faisant varier la résistance comprise entre ces deux derniers points on arrive à constater entre eux la même chute de potentiel qu'entre A et B; la résistance lue sur la boîte est alors égale à celle du liquide compris entre les sec-

tions A et B.

La boîte de résistance dont il est ici question sera décrite ultérieurement, elle joue le rôle de la longueur variable  $l$  du fil cylindrique bien calibré que nous avons considéré dans l'exposé théorique de cette méthode.

87 — Résistance totale d'un circuit constitué par diverses substances. — Considérons une suite de conducteurs différents reliés bout à bout et traversés par un même courant d'intensité  $I$ ; Soient  $r_1, r_2, \dots$  leurs résistances et  $\Delta_1 U, \Delta_2 U, \dots$  les chutes de potentiel constatées sur chacun d'eux entre les points d'entrée et de sortie du courant; on a :

$$I = \frac{\Delta_1 U}{r_1} = \frac{\Delta_2 U}{r_2} = \dots = \frac{\Sigma \Delta U}{\Sigma r}$$

La somme  $R = \Sigma r$  est par définition la résistance totale du circuit. Pour l'obtenir il pourrait a priori paraître nécessaire de déterminer d'une part l'intensité  $I$  et d'autre part chacun des termes  $\Delta U$  qui entrent sous le signe  $\Sigma$ ; on sait en effet que le potentiel varie brusquement lorsqu'on traverse la surface de contact de deux métaux différents.

M.	A	B.	P
----	---	----	---

avec un même métal ( $q$ ), lorsqu'on les met deux à deux en communication avec des points M et P pris par exemple sur deux conducteurs consécutifs on constitue une chaîne dont les extrémités sont identiques et on a :

$$q | A+A | B+B | q=0$$

Il en résulte que  $\Sigma \Delta U$  s'obtient immédiatement par une mesure électrométrique faite en reliant l'électromètre aux deux extrémités du circuit complexe dont on cherche la résistance totale.

88 — Résistance intérieure d'une pile. — Nous avons été conduits (N° 73) à considérer la pile et le fil conducteur extérieur comme formant un circuit fermé parcouru par un courant de même intensité  $I$ .

Si on donne différentes valeurs à la résistance  $R$  du circuit extérieur et si on mesure dans chaque cas l'intensité du courant et la différence de potentiel aux bornes ( $U_p - U_N$ ) on constate que :

- 1° Cette intensité diminue quand  $R$  augmente.
- 2° La différence  $U_p - U_N$  est une fonction linéaire de  $I$  qui augmente et tend vers une valeur limite  $E'$  quand  $I$  diminue jusqu'à zéro de telle sorte qu'on a :

$$U_p - U_N = E' - r'I$$

$E'$  est précisément égal à la différence de potentiel aux bornes quand le circuit n'est pas fermé.

Si on répète la même expérience avec un autre élément de chaîne constitutive identique à celle du premier, mais en faisant varier systématiquement la distance  $l$  et la section  $S$  des pôles immergés dans le liquide, on peut vérifier que le coefficient  $\tau$  est proportionnel à  $\frac{l}{S}$ .

Ce coefficient présente les caractères d'une résistance.

On lui donne le nom de résistance intérieure de l'élément considéré.

D'autre part on a : d'après la loi d'Ohm  $U_p - U_N = RI$ , donc :

$$E' = (R + \tau) I$$

Si, après avoir évalué (en unités arbitrairement choisies) les coefficients  $E'_1, \tau_1, E'_2, \tau_2$  etc. ... qui caractérisent des éléments, on en forme une pile pour produire un courant à travers une résistance extérieure  $R$ ; l'expérience montre que l'intensité  $I$  du courant obtenu vérifie la relation :

$$E'_1 + E'_2 + \dots = (R + \tau_1 + \tau_2 + \dots) I$$

$$\Sigma E' = (R + \Sigma \tau) I$$

En réalité l'expérience ne réussit qu'à condition d'employer des éléments construits avec un soin particulier et de ne produire que

des courants d'intensité relativement faible.

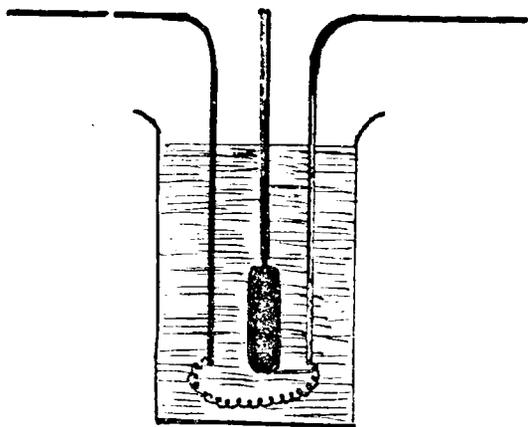
Lorsque le débit devient trop considérable la résistance intérieure de l'élément varie par suite des changements de composition produits par les actions chimiques.

89 — Loi de Joule. — Tous les fils conducteurs traversés par un courant s'échauffent : la quantité de chaleur dégagée dans un conducteur est d'autant plus grande que le courant est plus intense. L'étude expérimentale de cette production de chaleur a conduit Joule à la loi suivante :

La quantité de chaleur dégagée pendant l'unité de temps dans un conducteur est proportionnelle à la résistance de ce conducteur et au carré de l'intensité (électro-magnétique) du courant.

Cet énoncé se résume dans la formule

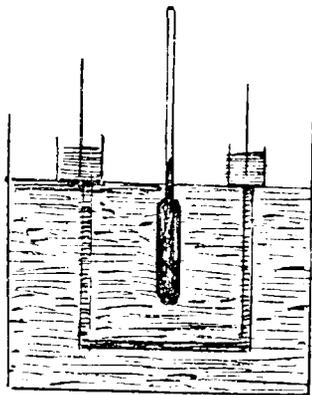
$$Q = \alpha r I^2 t$$



Joule a établi cette loi en faisant passer des courants d'intensité connue dans des fils de résistances diverses. Ces fils étaient plongés dans un calorimètre qui servait à mesurer la chaleur dégagée.

Les expériences de Lenz en Russie et d'Ed. Becquerel en France établirent que la quantité de chaleur dégagée ne dépend pas de la nature du conducteur mais seulement de sa résistance.

Pour étudier l'échauffement des fils métalliques, Lenz plongeait dans un calorimètre une spirale de résistance connue, réunie à deux gros conducteurs dont la résistance et l'échauffement étaient négligeables. L'intensité du courant était mesurée avec un voltamètre ou une boussole des tangentes.

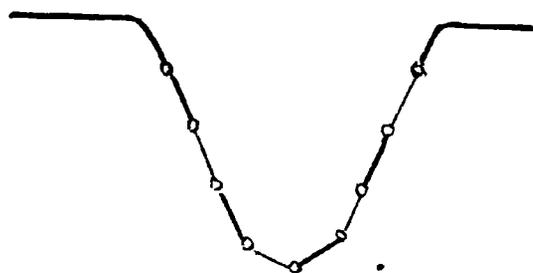


Les liquides beaucoup plus résistants que les métaux s'échauffent également sous l'action des courants assez intenses pour que la résistance de la colonne liquide ne les affaiblisse pas trop.

Ed. Becquerel mesura l'échauffement d'une colonne capillaire de liquide terminée par deux vases plus larges où plongeait

deux électrodes. Afin d'éviter l'influence des phénomènes calorifiques qui accompagnent la décomposition du liquide, au voisinage des électrodes, la colonne capillaire était seule immergée dans le calorimètre. La loi de Joule s'est vérifiée encore dans ce cas.

Enfin il est intéressant d'indiquer une expérience qualitative due au physicien anglais Childzen qui montre nettement l'influence de la résistance d'un fil sur son échauffement. On fait pas-



ser un courant dans une chaîne composée alternativement de fils de platine et de fils d'argent de même diamètre; le platine présente une résistance environ 8 fois plus grande que l'argent. L'échauffement des fils de platine sera donc de beaucoup supérieur à celui des fils d'argent,

et ils pourront être portés à l'incandescence tandis que ces derniers resteront sombres.

Si la chaîne était composée de fils de même métal, par exemple de platine, mais de sections différentes, les fils les plus fins qui sont les plus résistants, rougiraient seuls. Cette seconde forme de l'expérience est d'autant plus probante que les fils fins se refroidissent plus vite que les fils gros. L'augmentation de résistance due à la diminution de la section surmonte donc l'action antagoniste du refroidissement.

## 90 — Unités électromagnétiques C.G.S de résistance et de différence de potentiel. — La loi d'Ohm qui peut s'écrire :

$$U_A - U_B = RI$$

donnerait pour la résistance  $R$  un nombre bien défini si on évaluait par exemple  $U_A - U_B$ , en unités électrostatiques et  $I$  en unités électromagnétiques. Il serait possible en opérant de cette manière de dresser des tables de résistivités et d'évaluer le coefficient  $\alpha$  qu'il y aurait lieu d'introduire dans la formule de Joule.

En fait on a choisi les unités électromagnétiques de résistance et de différence de potentiel d'une manière absolument indépendante des unités électrostatiques et on a déterminé l'unité de résistance par la condition que  $\alpha$  soit égal à  $\frac{1}{J}$

On a alors :

$$JQ = r I^2 t$$

d'où l'énoncé:

S'unité de résistance est celle d'un conducteur qui dégage pendant l'unité de temps, par le passage d'un courant ayant l'unité d'intensité, une quantité de chaleur équivalant à l'unité de travail (Erg).

S'unité de résistance étant définie, on en a déduit l'unité électromagnétique de différence de potentiel par la condition de n'introduire aucun coefficient parasite dans la formule d'Ohm.

$$U_A - U_B = rI$$

S'unité de potentiel est égale à la différence de potentiel qui correspond à la circulation d'un courant d'intensité un dans un circuit dont la résistance est égale à l'unité.

Avec ce choix d'unité les lois d'Ohm et de Joule s'écrivent:

$$U_A - U_B = rI$$

$$W = JQ = rI^2 t = (U_A - U_B) q^*$$

L'énergie  $W$  cédée à l'extérieur sous forme de chaleur par le courant entre deux points  $A$  et  $B$  est égale au produit de la chute de potentiel  $U_B^A$  par la quantité d'électricité transportée par le courant. (La portion  $AB$  du courant étant bien entendu supposée maintenue à température constante).

C'est une relation de même forme que celle trouvée en électrostatique où nous avons vu que pour porter une charge  $Q$  du potentiel  $U_A$  au potentiel  $U_B$  il était nécessaire d'effectuer un travail.

$$Z = Q (U_A - U_B)$$

Il y a identité de nature entre les quantités d'électricité considérées en électrostatique et dans l'étude du courant, toute la différence provient de ce que cette grandeur est évaluée dans les deux cas avec des unités différentes.

91 — Notion de force électromotrice. — Puisque nous considérons le courant comme le résultat de la circulation de l'électricité, nous devons supposer qu'une masse électrique élémentaire  $Jq$ , qui traverse la pile, est soumise à tout instant à un effort

\* Les dimensions de l'unité électromagnétique d'intensité étant  $L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$  on voit que d'après ces formules l'unité de résistance aura pour dimensions  $L T^{-1}$  et l'unité de potentiel  $L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2}$ .

$\sum q \cdot f$  qui a pour effet de produire ou d'entretenir son mouvement. La force  $f$  pourrait recevoir à juste titre et au sens littéral du mot le nom de force électromotrice, mais elle est inaccessible à nos moyens d'observation et nous ignorons les valeurs qu'elle prend aux différents points de la trajectoire suivie par l'élément  $\sum q$ .

Désignons par  $ds$  un élément de cette trajectoire qui peut être la même ou différer pour les divers éléments  $\sum q$  qui traversent la pile dans un temps donné. Nous connaissons la somme des travaux  $W = \sum \sum q \int_N^P f ds$  accomplis par les forces  $f$  lorsque  $q = \sum \sum q$  unités d'électricité passent du pôle négatif  $N$  au pôle positif  $P$  de la pile. Ce travail total se retrouve en effet sous forme de chaleur de Joule dégagée dans la pile  $W_J = r I^2 t$ \* et sous forme d'énergie électrique  $W_E = q (U_P - U_N)$  correspondant au passage de la quantité d'électricité  $q$  de potentiel  $U_N$  du point  $N$  au potentiel  $U_P$  du point  $P$ .

La somme des travaux électromoteurs intérieurs à la pile a donc pour expression :

$$W = r I^2 t + q (U_P - U_N) = r I q + q (U_P - U_N) = q (U_P - U_N + r I)$$

$r$  désignant bien entendu la résistance interne de l'appareil.

Le quotient  $\frac{W}{q}$  de cette énergie électromotrice par la quantité d'électricité transportée pourrait être appelé l'action électromotrice de la pile; l'usage a fait prévaloir le mot force et il suffit d'être prévenu pour ne pas se laisser tromper par le sens mécanique habituel de ce dernier mot.

La définition  $E = \frac{W}{q}$  de la force électromotrice  $E$  s'étend évidemment à un système quelconque, intercalé dans le circuit, et susceptible de produire ou de consommer de l'énergie électrique; on donne à de tels systèmes le nom générique d'électromoteur et on a l'énoncé suivant:

La force électromotrice d'un électromoteur est le quotient de la quantité d'énergie qu'il fournit au courant par la quantité d'électricité qui a traversé ce dernier pendant le temps considéré.

Lorsque, comme c'est le cas pour un électrolyseur l'électromoteur consomme de l'énergie la valeur de  $E$  est négative.

La puissance de l'électromoteur est la quantité d'énergie qu'il fournit dans l'unité de temps

$$P = \frac{W}{t} = \frac{E q}{t} = E I$$

La formule générale

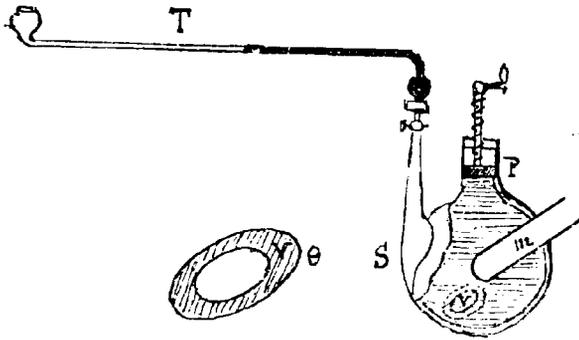
\* D'après le choix même de l'unité de résistance l'expression  $r I^2 t$  donne la valeur de l'énergie en unités de travail. En ergs si l'on emploie les unités C.G.S., en Joules si l'on exprime  $r$  et  $I$  en Ohms et en Amperes.

$$E = U_p - U_n + rI$$

appliquée au cas de la pile nous donne en tenant compte de ce que nous avons dit précédemment  $E = E'$ ; dans cet appareil la force électromotrice est égale à la différence de potentiel que prennent ses pôles lorsque le circuit est ouvert. Ce fait a été l'origine de la confusion qui a existé pendant un certain temps entre les notions de f. é. m. et de potentiel.

L'unité de force électromotrice est évidemment la même que celle qui sert à évaluer les différences de potentiels

99 — Expériences de Favre. — On doit à Favre des recherches expérimentales sur la répartition du dégagement de chaleur entre la pile et le circuit extérieur. Dans la pile la dissolution du zinc n'est



pas accompagnée d'un dégagement de chaleur aussi considérable que lorsque ce métal est isolé et attaqué par le liquide acide: la chaleur qui n'apparaît pas à l'intérieur de la pile est utilisée dans la production du courant et on doit la retrouver dans la chaleur dégagée le long du circuit.

Favre fit ces déterminations au moyen du calorimètre qu'il avait imaginé en collaboration avec Silbermann. Cet appareil se compose d'un gros réservoir sphérique en fonte S rempli de mercure. Des mouffles en tôle mince permettent de produire à l'intérieur de ce réservoir les dégagements de chaleur qu'on veut mesurer. Le réservoir porte un tube capillaire horizontal T dans lequel on mesure les déplacements du ménisque terminal du mercure qui correspondent aux dilatations que ce liquide éprouve dans le réservoir.

Un piston plongeur P permet d'amener la colonne à un point quelconque du tube au commencement de l'expérience.

Soient au sein du mercure deux surfaces isothermes comprenant entre elles un volume  $V$ . Pour une élévation de température  $\theta$  l'augmentation du volume est:

$$\Delta V = \alpha V \theta$$

et la quantité de chaleur qui correspond à cette dilatation est:

$$\int Q = A V \theta$$

La dilatation totale du mercure et la quantité de chaleur absorbée sont donc :

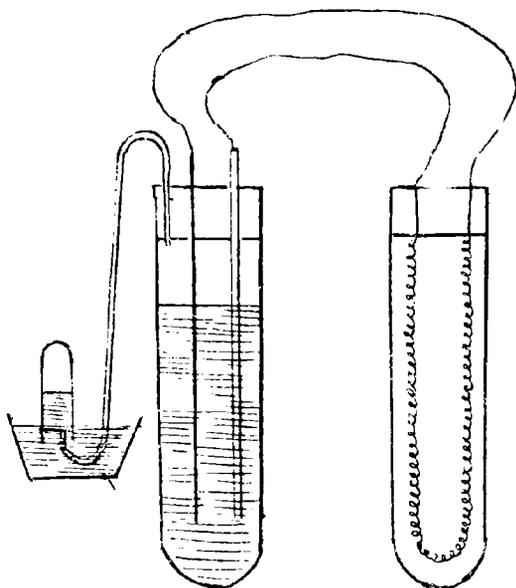
$$V = \alpha \Sigma v \theta$$

$$Q = A \Sigma v \theta$$

d'où

$$Q = MV$$

on mesure  $V$  directement, et on détermine expérimentalement le coefficient  $M$ , en versant dans le moufle un certain poids d'eau à une température donnée. On connaît dans ce cas la quantité de chaleur dégagée et la variation de volume, il est facile d'en déduire la constante instrumentale  $M$ .



Favre place dans son calorimètre une pile formée de zinc et de platine plongeant dans l'eau acidulée. Un tube conducteur permet de recueillir l'hydrogène qui se dégage, ce qui mesure la quantité d'électricité produite, comme un voltamètre le ferait.

Les pôles de la pile sont réunis par des conducteurs gros et courts, et le dégagement de chaleur correspondant est négligeable. Aux extrémités de ces conducteurs est fixée une spirale métallique placée à l'intérieur d'un autre calorimètre.

Ce dispositif permet de mesurer la production de chaleur, 1° dans la pile et 2° dans le circuit extérieur constitué essentiellement par la spirale, Favre fit passer la même quantité d'électricité dans des circuits de résistances différentes et mesura les chaleurs produites pendant le dégagement d'un gramme d'hydrogène dans la pile c'est-à-dire pendant la dissolution de 33<sup>gram.</sup> de zinc.

	chaleur dégagée		
	Pile	Circuit extérieur	Somme
Sans résistance	18, 137	0, 000	18, 137
1 <sup>e</sup> d°	11, 690	6, 557	18, 247
2 <sup>e</sup> d°	10, 439	7, 746	18, 185
3 <sup>e</sup> d°	8, 381	9, 685	18, 066

124.

On voit que la chaleur totale dégagée dans le circuit est égale à la chaleur dégagée par la dissolution de 33 gr. de zinc. Elle se partage entre le circuit extérieur et la pile proportionnellement aux résistances. On a en effet pour les deux parties du circuit :

$$Q = \frac{1}{J} r I^2 t \qquad Q' = \frac{1}{J} r' I^2 t$$

donc

$$\frac{Q}{Q'} = \frac{r}{r'}$$

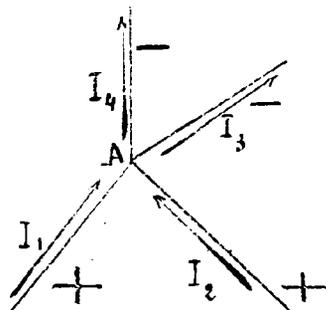
et l'expérience vérifia cette dernière formule.

Lorsqu'on introduit un électrolyte dans le circuit, on diminue la somme des forces électro-motrices et par suite la quantité de chaleur dégagée dans le circuit dont l'expression est  $Q = Jq \sum E$ .

Mais si on tient compte de la chaleur qu'il faut fournir à l'électrolyte dans sa décomposition, la somme ne change pas.

Faire tenta même de mesurer l'équivalent mécanique de la chaleur en plaçant dans un calorimètre une pile et dans un autre calorimètre une machine électro-dynamique. La différence des quantités de chaleur produites dans le circuit selon que la machine est arrêtée ou est en marche est l'équivalent du travail qu'elle accomplit quand elle est en mouvement.

### 93 — Formules de Kirchhoff. — La solution du problème



général de la distribution des courants dans un réseau quelconque de conducteurs a été donnée par Kirchhoff. Elle est basée sur les deux propositions suivantes :

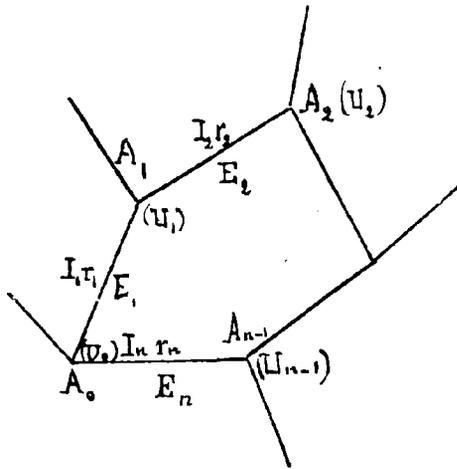
1° En chaque point de croisement de plusieurs conducteurs linéaires faisant partie d'un même réseau la somme algébrique des intensités des courants qui traversent ce point est nulle.

Le régime permanent étant supposé établi la quantité d'électricité qui arrive en A pendant l'unité de temps doit être égale à celle qui quitte ce point.

Or les quantités d'électricité qui arrivent pendant un même temps par chaque conducteur sont proportionnelles aux intensités des courants qui traversent ces conducteurs. En affectant du signe + les intensités des courants dirigés vers ce point de croisement et du signe - celles des courants dirigés en sens contraire on a :

$$\sum I = 0$$

Nous avons déjà vu (N<sup>o</sup> 74 et 85) comment on peut démontrer expérimentalement cette proposition dans le cas d'une simple bifurcation; il est évident que le même mode de démonstration pourrait être appliqué au cas plus complexe d'un plus grand nombre de conducteurs.



2<sup>o</sup> Dans une portion quelconque d'un réseau de conducteurs linéaires formant un contour fermé, la somme algébrique des produits de la résistance de chaque conducteur par l'intensité du courant qui le traverse est égale à la somme algébrique des forces électromotrices du contour.

Considérons dans un réseau un circuit fermé.

Les sommets de ce circuit sont des points de croisement des conducteurs qui le forment avec les autres conducteurs du réseau dont nous ne tiendrons pas compte.

Soient  $U_0, U_1, U_2, \dots, U_{n-1}$ , les potentiels électriques des sommets du conducteur.

$r_1, r_2, \dots, r_n$  la somme des résistances comprises entre deux sommets consécutifs

$(U_0 - U_1), (U_1 - U_2), \dots, (U_{n-1} - U_0)$  les différences de potentiel et  $E_1, E_2, \dots, E_n$

la somme des forces électromotrices entre les mêmes sommets.

Lorsque la quantité d'électricité  $q_p = I_p t$  parcourt la branche  $A_{p-1}, A_p$  l'énergie  $E_p q_p$  fournie par les électromoteurs qui s'y trouvent intercalés apparaît sous forme de chaleur  $r_p I_p^2 t$  et sous forme d'énergie électrique  $q_p (U_p - U_{p-1})$ ; donc:

$$E_p q_p = r_p I_p^2 t + q_p (U_p - U_{p-1}) = q_p (r_p I_p + U_p - U_{p-1})$$

d'où

$$E_p = r_p I_p + U_p - U_{p-1}$$

En faisant la somme membre à membre des  $n-1$  équations obtenues en faisant  $p = 1, 2, \dots, n$  et en remarquant que le contour étant fermé on a  $U_n = U_0$  il vient

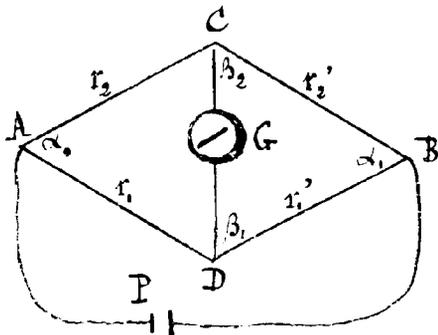
$$\sum E = \sum r I$$

Les deux théorèmes de Kirchhoff donnent le nombre d'équations nécessaire et suffisant pour résoudre le problème considéré. On peut le démontrer en ajoutant un conducteur à un réseau et en montrant qu'on introduit ainsi un nombre suffisant de nouvelles équations. Nous ne donnerons pas cette démonstration et nous allons appliquer les formules de Kirchhoff à l'étude de quelques problèmes simples qui se présentent fréquemment dans les applications.

## 10<sup>e</sup> Leçon.

### Application des relations de Kirchhoff. Mesure des résistances et des forces électromotrices.

94 — Balance ou pont de Wheatstone. — Si dans un réseau on joint par un conducteur additionnel deux points au même potentiel au-



cur un courant ne traversera ce conducteur et aucune altération ne sera produite dans les intensités du réseau.

En effet on a pour une portion unifilaire dont les potentiels sont  $U_1$  et  $U$  aux extrémités

$$I = \frac{U_1 - U + E}{\Sigma r}$$

si elle ne contient pas de f.é.m on a  $E=0$ .

Donc si  $I=0$  on aura  $U_1 - U = 0$  et réciproquement.

Prenez un circuit séparé en deux branches et réunissons par un conducteur qui contient un galvanomètre, deux points C et D aux potentiels  $\beta_2$  et  $\beta_1$ .

Il existe entre les résistances et les différences de potentiel aux extrémités des quatre segments  $r_1, r_1', r_2, r_2'$  les relations :

$$I_1 = \frac{\alpha_0 - \beta_1}{r_1} ; \quad I_1' = \frac{\beta_1 - \alpha_1}{r_1'}$$

$$I_2 = \frac{\alpha_0 - \beta_2}{r_2} ; \quad I_2' = \frac{\beta_2 - \alpha_1}{r_2'}$$

$I_2 = I_2'$  et Si les points C et D sont au même potentiel  $\beta_1 = \beta_2$  donc  $I_1 = I_1'$ ;

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{r_1'}{r_2'}$$

d'où  $r_1 r_2' = r_2 r_1'$

Donc le produit en croix des résistances est la même.

Cette relation est indépendante de la force électro-motrice  $E$  de la pile, de la résistance extérieure  $R$  et de la résistance du galvanomètre.

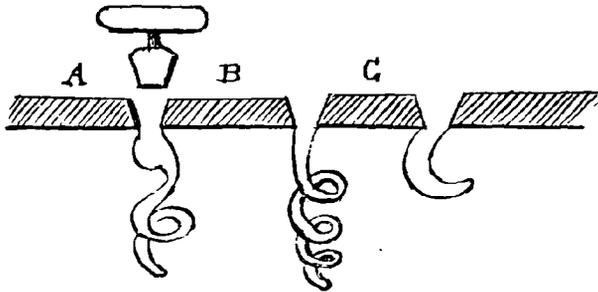
Le courant change de signe dans le conducteur additionnel si le point de communication varie de part et d'autre du point qui donne un courant nul.

Ce dispositif important imaginé par Wheatstone permet d'effectuer la comparaison, la copie, la multiplication ou la division des résistances : on l'appelle pont à cause de la branche  $CD$  jetée comme un pont entre les deux circuits dérivés  $ACB$   $ADB$ .

On a coutume de représenter le pont de Wheatstone par la figure schématique que nous venons d'employer qui permet de retrouver rapidement les propriétés de ce dispositif\*.

95 — Comparaison des résistances. — Dans la pratique les branches ou bras du pont sont constitués par de gros conducteurs reliant entre elles des résistances constituées par des fils isolés repliés sur eux-mêmes et roulés en bobine.\*\*

Ces bobines sont placées dans des boîtes et les gros conducteurs qui les relient entre elles sont travaillés de manière à pouvoir être réunis entre eux par des clefs métalliques en forme de bouchon.

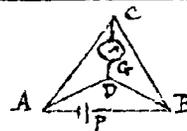


Lors qu'on place une clef entre  $A$  et  $B$  le courant ne rencontre plus qu'une résistance insignifiante et tout se passe comme si la résistance totale entre  $A$  et  $C$  avait diminué de la quantité  $R$ .

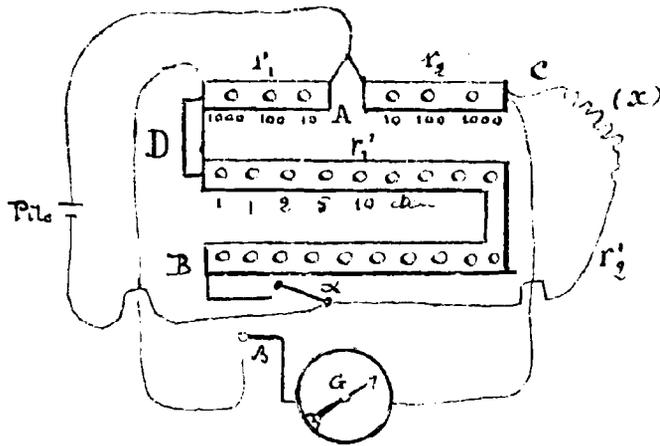
En regard de chaque trou se trouve inscrite la valeur de la résistance correspondante estimée en unités que nous allons bientôt définir.

Il suffit de faire la somme des nombres placés en regard des trous débouchés pour savoir quelle est la résistance interposée.

\* Les auteurs anglais préfèrent le schéma



\*\* Ce mode d'enroulement a pour but d'éviter des effets d'induction dont on comprendra l'importance et la signification plus tard.



Généralement les boîtes de résistances contiennent les éléments nécessaires à la réalisation du pont, disposés à peu près comme l'indique la figure ci-contre dans laquelle les mêmes lettres désignent les mêmes éléments que ceux du schéma ci-dessus.

Pour opérer la mesure de la résistance on se donne d'abord le rapport des résistances des bras AC ( $r_2$ ) et AD ( $r_1$ ),

on fait ensuite varier la résistance  $r'$  de manière à ne plus avoir de déviation au galvanomètre ; dans ces conditions

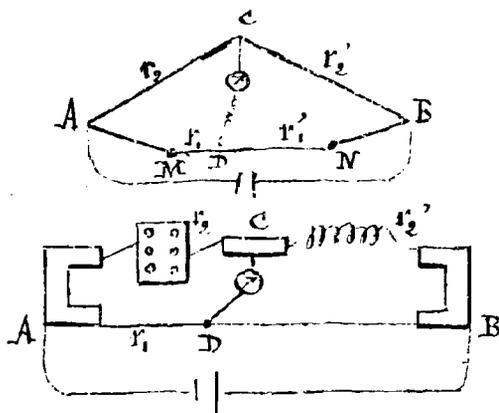
$$r_1 x = r_2 r'$$

Il importe d'éviter l'échauffement des résistances; à cet effet on ne ferme le courant de la pile à l'aide d'une clef  $\alpha$  que très peu de temps avant la fermeture de la clef  $\beta$  qui met le galvanomètre en circuit

Pour éviter des effets d'induction qui pourraient causer des erreurs on ne doit fermer  $\beta$  qu'après  $\alpha$ .

Ses constructeurs ont imaginé plusieurs dispositifs simples pour faire cette double opération dans l'ordre voulu.

96 — Pont à corde. — Au lieu d'obtenir l'équilibre du galvanomètre en faisant varier la résistance des bras du pont on peut déplacer le point de contact D le long d'un fil homogène tendu.



Le rapport des longueurs MD et DN qui correspondent à l'équilibre est égal à celui des deux résistances à comparer  $r_2$  et  $r_2'$ .

Cette méthode est surtout appliquée lorsque les résistances à comparer ont un rapport voisin de l'unité.

97 — Unités pratiques de résistance et de F.E.M ; Ohm et Volt. — On rapporte les résistances à des unités conventionnelles, avant

l'adoption des unités dites absolues on se servait de l'unité Siemens



proposée par Fouillet; cette unité est la résistance d'une colonne de mercure d'un mètre de long et d'un millimètre carré de section. Cette colonne de mercure est conte-

nue dans un tube bien calibré auquel sont soudés deux larges tubes remplis de mercure. La résistance des deux parties évasées est négligeable à cause de leur grande section. On reproduit cette unité avec un fil de cuivre ou de maillechort de longueur et de section convenable.

Le maillechort, alliage de cuivre, de nickel, d'étain et de zinc est préférable à un métal pur. En effet sa résistance varie peu avec sa température, tandis que celle des métaux croît beaucoup à mesure que la température s'élève. Le coefficient d'accroissement a une valeur voisine de celle du coefficient de dilatation des gaz; le coefficient relatif au maillechort est environ dix fois moindre.\*

Dans les mesures télégraphiques on a longtemps adopté pour unité la résistance de 1 kilomètre de fil télégraphique de 4 millimètres de section.

Actuellement on emploie des unités dérivées du système C. G. S. et l'unité pratique choisie porte le nom d'Ohm. 1 Ohm vaut  $10^9$  unités C. G. S. de résistance il représente la résistance d'une colonne de mercure de  $106^{\text{cm}}$  30 de long et d'un millimètre carré de section.

On réalise approximativement la résistance de un Ohm avec un fil de cuivre rouge recuit ayant 1 millimètre de diamètre et 50 mètres de longueur.

L'unité pratique de f. é. m. ou de différence de potentiel a été choisie de telle manière qu'aucun coefficient parasite ne s'introduise dans la formule d Ohm

$$E = RI$$

elle a reçu le nom de volt et vaut  $10^8$  unités C. G. S.

Un volt représente à peu près la f. é. m. d'un élément de Volta. On indiquera plus loin l'origine de ces définitions.

## 98 — Résistivité des différents corps. — La résistance spéci-

\* Plus récemment on a préparé des alliages tels que le Manganine et le Constantan qui sont encore bien supérieurs au Maillechort; les variations thermiques de leur résistance sont pratiquement nulles.

fiqne ou résistivité, donnée par la formule

$$R = \rho \frac{l}{S} \quad \text{d'où} \quad \rho = \frac{S}{l} R$$

est le produit d'une résistance par une longueur on l'estime généralement en microhms x centimètre pour les bons conducteurs comme les métaux.

Le microhm vaut  $\frac{1}{1.000.000}$  d'ohm

Nous indiquons ci-dessous la résistivité de quelques métaux à 0° centigrade en microhms x Cm

Platine...	10,95
Argent...	1,22
Cuivre...	1,56
Fer...	10,00
Nickel...	12,32
Plomb...	20,38

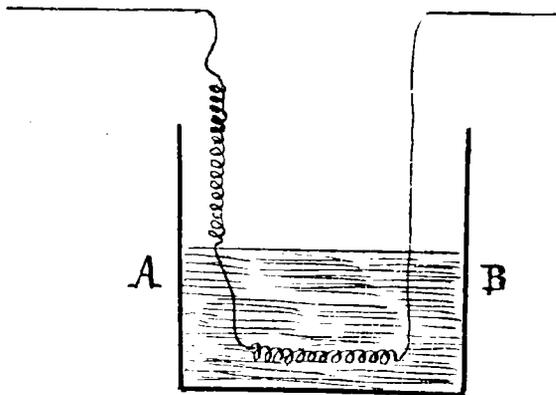
En raison de sa faible résistivité le cuivre peut être considéré comme le meilleur des conducteurs industriels.

On utilise au contraire la grande résistivité du plomb pour fabriquer avec ce métal allié à l'étain, des coupe-circuits facilement fusibles.

La résistivité des métaux varie en général dans le même sens que la température.

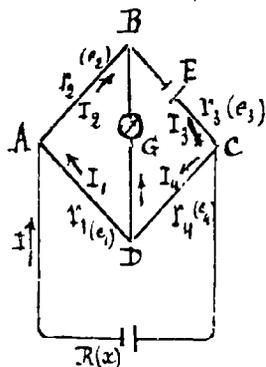
Dans le cas des métaux purs Hb. Debye prétend qu'elle tend vers zéro quand on approche de  $-273^{\circ}$  c'est là un résultat intéressant mais encore contestable.

Une expérience d'Ed. Becquerel montre que la résistance d'un fil croît avec la température à laquelle il est porté. On fait passer dans une spirale de platine un courant qui la porte au rouge sombre puis on plonge dans l'eau la partie inférieure de la spirale, ce qui refroidit une partie de ce fil. Au lieu de s'assombrir la spirale restée hors de l'eau passe au rouge vif. Ce curieux résultat en apparence s'explique facilement si on considère que le fil AB refroidi est devenu plus conducteur; l'intensité du courant et par suite la chaleur dégagée dans la spirale supérieure sont devenues plus grandes. Pour certains corps la résistivité diminue au contraire quand



la température s'élève. Les liquides, le charbon de cornues, les filaments de charbon des lampes à incandescence, les bâtonnets de magnésium des lampes Nernst\* etc.... sont dans ce cas.

99 — Mesure de la résistance intérieure d'une pile par la méthode du pont de Wheatstone. — Nous avons vu que quand le pont est équilibré (c'est-à-dire quand  $r_1 r_3 = r_2 r_4$ ) une force électromotrice placée dans une diagonale ne produit aucun courant dans l'autre.

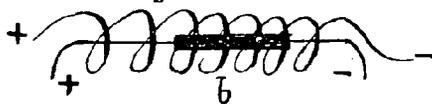


électromotrice placée dans une diagonale ne produit aucun courant dans l'autre.

Nous allons démontrer une 2<sup>e</sup> propriété du pont équilibré : si l'on place des forces électromotrices quelconques sur les branches AB, BC, CD, DA d'un pont équilibré le courant dans la diagonale BD est indépendant de la résistance de l'autre diagonale AC. Plaçons en effet une force électromotrice dans la branche AD un certain courant passe dans A x C : on peut l'annuler en plaçant une

force électromotrice convenable  $x$  dans AC. D'après la 1<sup>ère</sup> propriété du pont équilibré cette force ne modifie pas le courant dans l'autre diagonale. Maintenant qu'aucun courant ne passe dans A x C, on peut le couper sans changer la distribution des potentiels et des intensités, enfin une fois le fil coupé on peut supprimer la force électromotrice auxiliaire  $x$ . Donc on peut couper le fil A x C sans modifier le courant BD. De là une méthode de mesure de la résistance intérieure  $r_2$  d'une pile de f. é. m.  $e_1$  intercalée entre A et D. On modifie l'une des résistances  $r_1, r_3, r_4$  de façon que l'ouverture, et la fermeture du conducteur A x C ne modifie pas la déviation du galvanomètre. On a alors  $r_1 r_3 = r_2 r_4$ .

\* La lampe Nernst qui a été montrée au cours se compose essentiellement d'un bâtonnet de magnésium b recouvert d'oxyde de rhodium et placé entre deux fils de platine qui amènent le courant.



Le tout est entouré d'une spirale auxiliaire s : lorsqu'on donne accès au courant ce dernier passe d'abord dans la spirale s qui rougit

et échauffe par rayonnement le bâtonnet b.

Lorsque ce dernier est, par suite de l'échauffement, devenu assez conducteur le courant le traverse en portant à l'incandescence la magnésium rhodisé qui produit une vive lumière.

A ce moment un dispositif spécial placé dans le socle de la lampe coupe le courant qui au début circulait dans la spirale excitatrice s.

On peut remplacer le raisonnement précédent par le calcul un peu plus long développé ci-dessous

Soient  $ABCD$  le parallélogramme et les deux diagonales  $I_1, I_2, I_3, I_4, r_1, r_2, r_3, r_4$  et (ce qui ne complique pas sensiblement le calcul)  $e_1, e_2, e_3, e_4$  les intensités, résistances et forces électromotrices respectives des quatre branches du pont,  $IR$  les 3 éléments analogues pour la diagonale  $AC$ ,  $y$  l'intensité du courant dans la diagonale  $BD$  où se trouve le galvanomètre dont la résistance est  $G$ .

Il y a 6 inconnues  $I_1, I_2, I_3, I_4, I$  et  $y$  : il faut donc 6 équations distinctes. Les 4 points de croisement en fournissent 4 qui se réduisent à 3 seulement

$$(A) \quad I_1 - I_2 + I = 0$$

$$(C) \quad I_3 - I_4 - I = 0$$

$$(B) \quad I_2 - I_3 + y = 0$$

$$(D) \quad I_4 - I_1 - y = 0$$

car la somme donne zéro identiquement.

Les trois contours suivants donnent :

$$(ABD) \quad I_1 r_1 + I_2 r_2 - Gy = e_1 + e_2$$

$$(BCD) \quad I_3 r_3 + I_4 r_4 + Gy = e_3 + e_4$$

$$(ADC) \quad I_1 r_1 + I_4 r_4 - IR = e_1 + e_4 + x$$

De (A) (B) (C) (D) on tire les valeurs de  $I_1, I_2, I_3$  et on les substitue dans les 3 dernières équations ci-dessous : toutes réductions faites il vient :

$$-y(G+r_1+r_2) + I_4(r_1+r_2) + I r_2 = e_1 + e_2$$

$$+ I_4(r_3+r_4) + I r_3 = e_3 + e_4$$

$$-y r_1 + I_4(r_1+r_4) - IR = e_1 + e_4 + x$$

Il importe surtout de connaître l'intensité  $y$  dans la branche du galvanomètre ; multiplions les 3 équations respectivement par  $\alpha, \beta, \gamma$  et annulons les coefficients de  $I_4$  et de  $I$

$$(1) \quad \alpha(r_1+r_2) + \beta(r_3+r_4) + \gamma(r_1+r_4) = 0$$

$$(2) \quad \alpha r_2 + \beta r_3 - \gamma R = 0$$

d'où l'on déduit :

$$\alpha$$

$$\beta$$

$$\gamma$$

$$-\frac{[R(r_2+r_4) + r_3(r_1+r_4)]}{r_2(r_1+r_4) + R(r_1+r_2)} = \frac{r_3(r_1+r_2) - r_2(r_3+r_4)}{r_3(r_1+r_2) - r_2(r_3+r_4)}$$

si le pont est équilibré on a  $r_1 r_3 = r_2 r_4$  : alors le dénominateur de  $\gamma$  devient nul : donc  $\gamma = 0$  et cette valeur portée dans l'équation (2) donne :

$$\frac{\alpha}{-r_3} = \frac{\beta}{r_2}$$

$$\gamma = 0$$

substituant dans l'équation résultante, il reste :

$$y [G(r_2+r_3) + r_3(r_1+r_2)] = (e_3+e_4)r_2 - r_3(e_1+e_2)$$

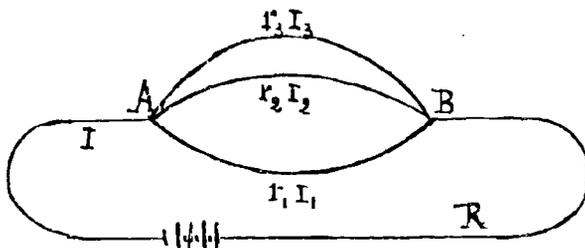
Il n'y a pas de

On voit que si le pont est équilibré, l'intensité  $y$  dans la diagonale  $BD$  est indépendante de la force électromotrice  $x$  et de la résistance  $R$  de l'autre diagonale, malgré la présence des forces électromotrices  $e_1, e_2, e_3, e_4$  des 4 branches. Si ces forces se réduisent à une seule  $e$ , il vient:

$$y = \frac{-r_3 e_1}{G(r_2 + r_3) + r_3(r_1 + r_2)} \quad \text{avec} \quad r_1 = \frac{r_2 r_4}{r_3}$$

la déviation du galvanomètre reste donc constante soit qu'on ouvre ou qu'on ferme l'autre diagonale, ainsi qu'il est expliqué ci-dessous.

100. — Circuits multiples. — Shunt. — Supposons un circuit subdivisé en plusieurs branches aux points A et B.



On aura:

$$I_1 r_1 = I_2 r_2 = I_3 r_3 \text{ etc...} = U_A - U_B$$

et (1)  $I = I_1 + I_2 + I_3$

Soit  $R_1$  la valeur d'une résistance unique qui placée entre A et B donnerait la même chute de potentiel on aura:

$$I R_1 = U_A - U_B$$

d'où

$$I_1 = \frac{U_A - U_B}{r_1} \text{ etc...} \quad I = \frac{U_A - U_B}{R_1}$$

done (1) devient:

$$\frac{1}{R_1} = \sum \frac{1}{r}$$

La résistance équivalente au réseau multiple placé entre A et B est donc donnée par la formule:

$$\frac{1}{R_1} = \sum \frac{1}{r}$$

On donne le nom de conductance à l'inverse de la résistance d'un conducteur

On a alors la règle:

La conductance totale d'un faisceau de conducteur est égale à la somme des conductances des conducteurs dont il se compose.

Remarque. — On donne également le nom de conductivité au coefficient spécifique,  $\gamma$  qui a pour valeur l'inverse  $\frac{1}{\rho}$  de la résistivité.

Si à l'extérieur du faisceau AB le courant circule dans un conducteur unique de résistance  $R$  contenant une force électromotrice  $E$ , on aura:

$$E = I(R + R_1) = I \left( R + \frac{1}{\sum \frac{1}{r}} \right)$$

134.

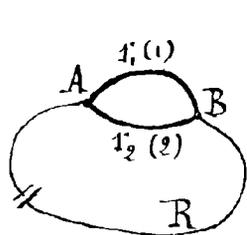
et par conséquent

$$I = E \frac{1}{R + \frac{1}{\Sigma \frac{1}{r_i}}}$$

$$I_1 = \frac{R_1}{r_1} I = \frac{1}{r_1 \Sigma \frac{1}{r_i}} I = \frac{E}{R r_1 \Sigma \frac{1}{r_i} + r_1}$$

etc....

Le cas le plus intéressant est celui d'une simple bifurcation ; le faisceau se réduit à deux conducteurs et on a :



$$I_1 = \frac{r_2}{r_1 + r_2} I \quad ; \quad I_2 = \frac{r_1}{r_1 + r_2} I$$

On voit qu'en prenant une valeur de  $r_2$  assez faible, il est possible de réduire dans une forte proportion l'intensité  $I_1$  du courant dans la branche (1) tandis que  $I_2$  devenant voisin de  $I$  presque tout le courant circule dans la branche (2).

Ce sont précisément ces conditions que l'on réalise pour évaluer à l'aide du galvanomètre l'intensité  $I$  d'un circuit. Il importe en effet de ne pas faire passer dans ces appareils des courants trop intenses ; dans ce but le galvanomètre constituant précisément la résistance  $r_1$  on réunit ses bornes A et B par une résistance beaucoup plus faible  $r_2$  à laquelle on a donné le nom de Shunt\* afin de dériver en quelque sorte le gros du courant.

La résistance  $r_1$  d'un galvanomètre étant une constante de l'appareil on prépare généralement une série de Shunts dont les résistances  $r_2$  sont telles que la fraction  $\frac{r_2}{r_1 + r_2}$  soit de la forme  $\frac{1}{n}$  (n étant en général un multiple de 10)

d'où :

$$\frac{r_1 + r_2}{r_2} = n \quad r_1 = (n-1) r_2 \quad r_2 = \frac{1}{n-1} r_1$$

On inscrit alors le nombre  $n$  sur le shunt correspondant de telle sorte que lors de son emploi, il suffit de multiplier par  $n$  l'indication du galvanomètre pour avoir immédiatement la valeur du courant  $I$  qui circule dans le circuit principal.

Lorsqu'on ignore la valeur approximative de l'intensité d'un courant il convient naturellement de tenter sa mesure en employant le shunt le plus fort dont on dispose ; si la déviation du galvanomètre est trop faible on passe à des Shunts plus résistants.

---

\* Le mot Shunt vient de l'anglais et signifie (voie de garage du verbe To Shun: éviter). On en a fait le mot français Shunter.

101. — Mesure des forces électromotrices. — Méthode directe. — Volt-mètre. — Étant donné deux piles (ou d'une manière plus générale deux électromoteurs) dont les forces électromotrices sont  $E$  et  $E'$  et les résistances intérieures  $x$  et  $x'$  employons les à produire des courants  $I$  et  $I'$  dans des résistances  $R$  et  $R'$ ; on aura :

$$I = \frac{E}{R+x}, \quad I' = \frac{E'}{R'+x'} \quad \text{donc} \quad \frac{E}{E'} = \frac{I}{I'} \frac{R+x}{R'+x'}$$

La résistance  $R$  étant arbitrairement choisie nous pourrions en donnant à  $R'$  une valeur convenable obtenir que  $I = I'$  le second élément provoquera une même déviation du galvanomètre et on aura :

$$\frac{E}{E'} = \frac{R+x}{R'+x'}$$

Répétant la même opération en partant d'une valeur initiale  $R_1$  différente de  $R$  on obtiendra encore des déviations égales entre elles mais différentes des précédentes et la seconde relation :

$$\frac{E}{E'} = \frac{R_1+x}{R'+x'}$$

d'où par différence

$$(1) \quad \frac{E}{E'} = \frac{R-R_1}{R'-R_1}$$

Les valeurs  $R$ ,  $R'$ ,  $R_1$  et  $R'_1$  des formules précédentes comprennent naturellement la résistance du galvanomètre qui est nécessairement intercalé dans le circuit et l'on voit que cette résistance n'a pas besoin d'être connue puisqu'elle s'élimine par différence dans l'expression (1). Les valeurs à porter dans cette formule seront donc celles que l'on lit directement sur la boîte de résistance.

Au lieu d'opérer comme il vient d'être dit il est encore plus simple de prendre des circuits ayant même résistance  $R = R'$  et de donner à  $R$  une valeur considérable; on a dans ce cas  $\frac{E}{E'} = \frac{I}{I'}$ . Et le rapport  $\frac{I}{I'}$  est égal à celui  $\frac{\delta}{\delta'}$  des déviations très petites observées sur un galvanomètre sensible.

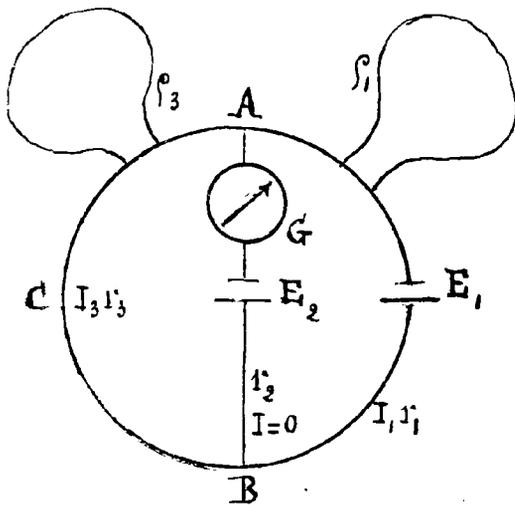
Le principe de cette méthode de mesure, sert de base à la construction des appareils industriels désignés sous le nom de Voltmètres. Ces instruments sont des galvanomètres dont la résistance intérieure est considérable et les déviations de leur aiguille sont par suite très sensiblement proportionnelles à la différence de potentiel de leurs bornes d'entrée et de sortie. On peut donc en les graduant convenablement leur faire indiquer directement cette différence de potentiel en volts.

102. — Mesure des f. é. m par la méthode de compensation

de Joggendorff. - Soit à comparer deux éléments dont les forces électro-motrices sont  $E_1$  et  $E_2$ ; supposons  $E_1 > E_2$ .

Dans un circuit fermé contenant le couple  $E_1$ , on peut toujours trouver deux points A et B tels que la différence de leurs potentiels  $U_A - U_B$  soit égale à  $E_2$ . Réunissons ces points par un conducteur nous aurons un courant dérivé; intercalons entre eux le couple  $E_2$ , de façon que le courant de  $E_2$  soit de sens contraire au courant dérivé; le conducteur AB ne sera plus traversé par aucun courant.

Soit  $r_1$  la résistance du conducteur AE, B,  $r_3$  celle de ACB; ces portions de circuit sont traversées par des courants d'égale intensité  $I$  puisque aucun courant ne passe entre A et B.



En appliquant la formule de Kirchhoff aux circuits fermés  $E_1$ BCA et  $E_2$ BCA, on a:

$$I_1 r_1 + I_3 r_3 = E_1 \text{ ou } I_1 (r_1 + r_3) = E_1$$

$$\text{car } I_3 = I_1$$

et

$$I_1 r_3 = E_2$$

On tire de ces équations

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{r_1 + r_3}{r_3}$$

Mais dans  $r_1$  intervient la résistance du premier couple, et elle est toujours difficile à calculer: on l'élimine en introduisant dans le circuit des résistances  $\rho_1$  et  $\rho_3$  telles que l'équilibre persiste entre A et B. On a alors:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{r_1 + \rho_1 + r_3 + \rho_3}{r_3 + \rho_3}$$

et en combinant cette équation avec la précédente:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\rho_1 + \rho_3}{\rho_3}$$

Cette méthode présente plusieurs avantages. Le couple le plus faible ne travaille pas; il ne se modifie donc pas pendant la durée de l'expérience. En outre les résultats sont indépendants des résistances de toutes les parties de l'appareil; les résistances  $\rho_1$  et  $\rho_3$  sont arbitraires et on peut les choisir de façon à rendre leur comparaison facile.

L'expérience se fait commodément au moyen des rhéocordes de Pouillet. Ce sont deux fils homogènes et identiques tendus le

long de règles divisées, parallèlement à un gros conducteur en cuivre auquel leurs extrémités sont fixées. Le long de ces fils glissent de petits tubes pleins de mercure qui permettent de les réunir à un circuit en un point quelconque de leur longueur.

Faisons en  $E_1$  un couple Bunsen, en  $E_2$  un couple de Daniell, de façon que le courant aille de A en B, en sens inverse du courant que tend à produire la pile  $E_1$ , et qui irait de B en A. Sur AB on place un galvanomètre et au moyen des rhéocordes on règle les résistances  $r_1$  et  $r_3$  de façon que le galvanomètre ne soit pas dévié.

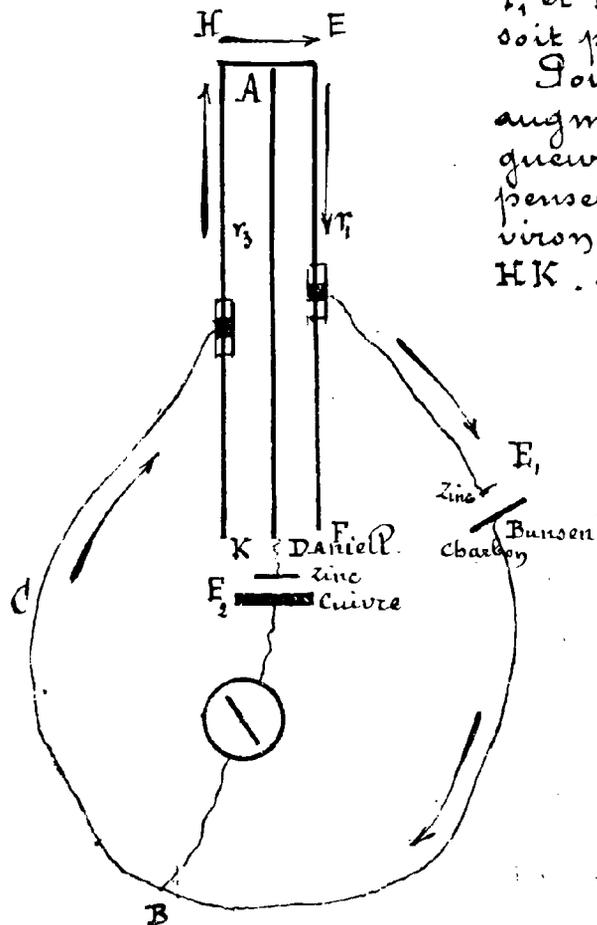
Pour introduire les résistances  $\rho_1$  et  $\rho_3$  augmentons de 10% par exemple la longueur utile du rhéocorde EF. Pour compenser cet effet, il faudra augmenter d'environ 13% la longueur utile du rhéocorde HK. Nous avons donc :

$$\rho_1 = 10 \quad \rho_3 = 13 \quad \frac{E_1}{E_2} = \frac{23}{13} = 1,77$$

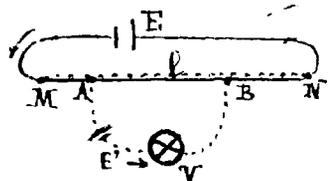
Des mesures précises faites par cette méthode ont donné en prenant pour unité la force électromotrice d'un couple Daniell

Daniell	1,00
Bunsen	1,75
Couple zinc, cuivre et canacidulé	0,95

L'emploi du rhéocorde ne saurait évidemment donner des résultats bien précis, aussi lorsqu'on a besoin d'une grande précision il convient de réaliser les résistances  $\rho_1$  et  $\rho_3$  avec des boîtes de résistances.



103 — Partage d'une différence de potentiel dans un rapport donné. — Potentiomètre. — Si, à l'aide d'une force électromotrice convenable on produit un courant d'intensité constante I dans un fil homogène MN de longueur l, la différence de potentiel  $V_A - V_B$  entre deux points A et B pris sur ce fil et distants de x sera



Si, à l'aide d'une force électromotrice convenable on produit un courant d'intensité constante I dans un fil homogène MN de longueur l, la différence de potentiel  $V_A - V_B$  entre deux points A et B pris sur ce fil et distants de x sera

donnée en fonction de la différence de potentiel à ses extrémités par l'équation :

$$U_A - U_B = \frac{x}{l} (U_M - U_N)$$

On peut le vérifier avec l'électromètre ou ce qui revient au même avec un galvanomètre dont la résistance est considérable (voltmètre 101).

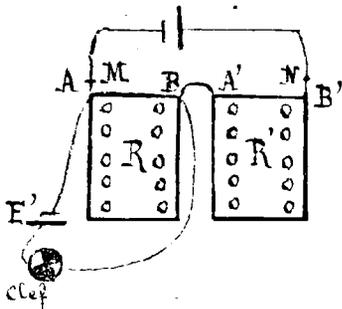
On donne à ce dispositif le nom de potentiomètre, et on l'emploie pour comparer des différences de potentiel ou des forces électromotrices.

En effet si nous branchons en A et B un circuit contenant une force électromotrice  $E'$  et un électromètre (ou volt mètre)  $V$ , on pourra en donnant une longueur convenable à  $x$  compenser exactement la différence de potentiel  $U_A - U_B$  par celle de l'élément  $E'$  et ramener l'électromètre au zéro.

En répétant la même opération sur un élément  $E''$  on aura en désignant par  $x'$  et  $x''$  les longueurs lues sur le potentiomètre dans les deux cas :

$$\frac{E'}{E''} = \frac{x'}{x''}$$

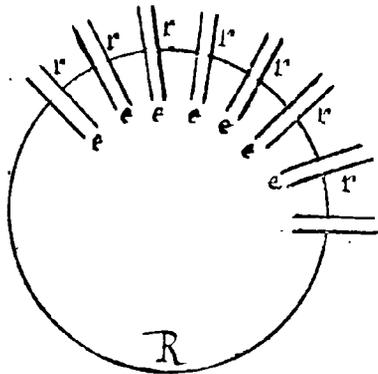
L'emploi du potentiomètre constitué par un simple fil, présente comme le rhéocorde de Fouillet l'inconvénient d'être peu précis. On peut comme l'a indiqué H. Bonty faire varier la différence de potentiel entre les points A et B à l'aide d'un dispositif beaucoup plus précis obtenu en juxtaposant deux boîtes de résistances identiques que l'on réunit en série dans le circuit d'un élément Daniell par exemple.



On enlève toutes les chevilles de l'une des boîtes et avec les chevilles qui restent on bouche les trous des deux boîtes en prenant soin que tous les trous libres de l'une correspondent toujours à des trous chevillés de l'autre.

Dans ces conditions la résistance traversée par le courant est constante puisqu'elle est égale à la résistance totale d'une boîte (10.000 ohms par exemple). Lorsqu'on enlève une cheville de la boîte R pour la porter dans la même position sur R' la résistance et par suite la chute de potentiel entre A et B augmente. On peut par ce moyen faire varier par dix millièmes cette différence de potentiel depuis zéro jusqu'à la force électromotrice de l'élément Daniell.

104 — Calcul de l'effet maximum d'une pile\* — Lorsqu'on



dispose une pile de plusieurs éléments, on peut les accoupler en tension, en réunissant les pôles de noms contraires successifs, ou en surface, en réunissant entre eux tous les pôles de même nom. En général on cherche à obtenir dans le circuit extérieur la plus grande intensité possible.

Accouplement en tension. — Soit un circuit contenant  $n$  couples réunis en tension:

Soit  $e$  et  $r$  la force électro-motrice et la résistance de chaque couple,  $R$  la résistance du circuit extérieur.

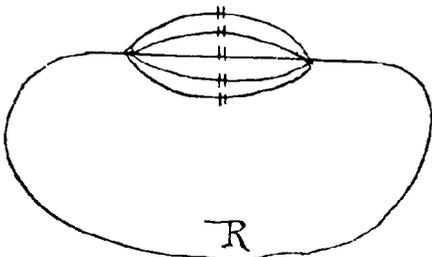
D'après la loi de Kirchhoff, on a:

$$I(R + nr) = ne, \quad I = \frac{ne}{R + nr}$$

Si la résistance extérieure est négligeable par rapport à celles des piles, on a:  $I = \frac{e}{r}$ ; un seul élément produirait le même effet que toute la batterie chargée en tension. On doit alors chercher à diminuer  $r$ , c'est-à-dire à augmenter la surface des éléments et à diminuer l'épaisseur du liquide.

Lorsque la résistance intérieure des couples est négligeable devant la résistance du circuit, on a  $I = \frac{ne}{R}$ . L'intensité croît avec le nombre des éléments. C'est par exemple le cas des lignes télégraphiques; elles sont très longues et très résistantes aussi on emploie de petits éléments chargés en tension et par un grand nombre.

Accouplement en surface. — Supposons  $n$  couples chargés en surface; soit  $I'$  l'intensité du courant dans le circuit extérieur. Au point de réunion des fils des piles, ce courant se partage en  $n$  courants d'intensité  $I$  et on a:



$$I' = nI$$

En appliquant le second théorème de Kirchhoff au circuit formé par le conducteur extérieur et une seule des piles, on a:

$$I'R + I'r = E$$

$$I' = \frac{nE}{nR + r} = \frac{E}{R + \frac{r}{n}}$$

\* Ce paragraphe et le suivant n'ont pas été développés au cours, les questions qui s'y trouvent traitées peuvent être proposées aux élèves à titre d'exercices.

On voit que si  $R$  est négligeable, l'intensité est très grande.  
Si au contraire  $r$  est petit par rapport à  $R$ , l'intensité du courant est celle que donnerait un couple unique.

Accouplement mixte. — Réunissons en surface  $n$  groupes de  $m$  couples réunis en tension. On a :

$$I' = n I,$$

d'où

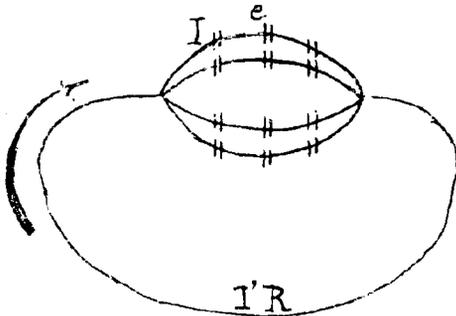
$$I = \frac{I'}{n}$$

et

$$I'R + m r I = m E$$

donc

$$I' = \frac{m E}{R + \frac{m r}{n}} = \frac{E m n}{n R + m r} = \frac{E}{R r} \cdot \frac{n R m r}{n R + m r}$$



$$I' = \frac{E}{R r} \cdot \frac{x y}{x + y}, \text{ en posant } x = n R \text{ et } y = m r$$

Or le produit  $x y$  est constant, donc la somme  $x + y$  est minimum pour  $x = y$ , donc :

$$R n = m r$$

$$R = \frac{m r}{n}$$

Et le maximum d'intensité est obtenu quand la résistance intérieure est égale à la résistance extérieure

**105** — Construction d'un galvanomètre de sensibilité convenable. — On se donne  $N$  le nombre de tours et la résistance  $r$  d'un tour de fil du galvanomètre. Soit  $e$  la force électro-motrice et  $R$  la résistance du circuit extérieur

On a :

$$I = \frac{e}{R + N r}$$

La déviation est supposée proportionnelle à l'intensité du courant et aux nombres de tours

$$D = N I = \frac{N e}{R + N r}$$

Supposons  $R$  très petit, on a à la limite :  $D = \frac{N e}{N r} = \frac{e}{r}$

Pour que la déviation soit appréciable il faut  $\frac{e}{r}$  très petit et par suite employer un gros fil.

Supposons  $R$  très grand on a à la limite  $D = \frac{N e}{R}$  il faut un grand nombre de tours et par suite un fil fin.

Si le volume total du fil était déterminé :  $V = N l s$  on trouverait le diamètre du fil donnant le maximum de sensibilité

On a

$$r = \frac{l \rho}{s}$$

$$\text{et } V = N l s$$

$l$  longueur d'une spire  
 $s$  section du fil  
 $\rho$  résistance de l'unité de longueur.

done:

$$I = e \frac{N}{R + N r} = e \frac{\frac{N}{r}}{\frac{R}{r} + N} = e \frac{\frac{NR}{r}}{R(\frac{R}{r} + N)}$$

Or  $\frac{NR}{r}$  est constant donc le minimum de  $\frac{R}{r} + N$  et par suite le maximum de  $I$  a lieu pour  $N = \frac{R}{r}$ : la résistance du galvanomètre est alors égale à la résistance extérieure.

Remarque. - Cette condition d'égalité de la résistance du galvanomètre à celle du circuit extérieur est quelquefois donnée comme absolue pour obtenir le maximum de sensibilité: Elle suppose essentiellement qu'on est limité par le volume du fil galvanométrique. Si l'on ne s'impose aucune limite de ce côté, la condition ci dessus n'a plus de raison d'être.

## 11<sup>e</sup> Leçon

### Notions sur la conductibilité thermique.

106 — Généralités. - Nous avons dit précédemment qu'on a établi les lois de propagation de l'électricité dans les conducteurs en suivant une voie identique à celle que Fourier avait précédemment tracée en créant la théorie mathématique de la propagation de la chaleur.

L'analogie qui existe entre les formules qui traduisent en langage mathématique les lois qui régissent ces deux ordres de phénomènes rend évidemment leur comparaison intéressante, mais il y a plus et au point de vue physique les deux sortes de conductibilité présentent encore des rapprochements remarquables. On a en effet constaté que les corps bons conducteurs de la chaleur le sont également pour l'électricité et se classent entre eux dans le même ordre suivant qu'on les compare au point de vue de leurs conductibilités thermique ou électrique.

Dans ces conditions il y a lieu d'étudier ici sommairement la conductibilité thermique; et cette digression au cours d'électricité fera l'objet de la présente leçon.

On donne le nom de conductibilité thermique à la propriété que possède la matière de transmettre la chaleur de proche en proche et de telle manière que toutes les parties d'un même corps ou de plusieurs corps mis en contact tendent à se mettre en équilibre de température.

Il y a lieu de distinguer les effets dus à la conductibilité de la propagation de la chaleur par convection qui se produit à l'intérieur des liquides et des gaz. Ses parties constitutives des fluides

peuvent en effet se mouvoir avec facilité les unes par rapport aux autres et comme toute variation de température entraîne une variation de densité, il faut prendre des précautions spéciales pour que sous l'action d'une source de chaleur la masse entière du corps ne soit pas le siège de courants matériels. On observe facilement ces courants de convection en mettant de légères particules solides



en suspension dans un liquide chauffé par le bas comme l'indique la figure ci-contre. Ces courants ont pour effet de mélanger les différentes parties du fluide et d'accélérer l'obtention d'une température uniforme dans toute la masse; leur mécanisme est tout différent de celui de la conductibilité.

À l'intérieur d'un corps solide homogène et isotrope c'est-à-dire identique à lui-même dans toutes les directions, la propagation de la chaleur ne dépend que d'un seul coefficient qu'on appelle le coefficient de conductibilité du corps.

Dans l'étude de la propagation de la chaleur à l'intérieur d'un corps il y a lieu de distinguer : le régime permanent ou stationnaire et le régime variable.

Le régime stationnaire est caractérisé par le fait que chaque point du corps conserve la même température et transmet autant de chaleur qu'il en reçoit.

Dans le régime variable au contraire la température de chaque point varie avec le temps.

Nous allons étudier quelques problèmes très simples relatifs au régime stationnaire.

**107. — Hypothèses de Fourier.** — Fourier a le premier établi une théorie mathématique de la conductibilité qui conduit à des résultats très sensiblement vérifiés par l'expérience. Cette théorie repose sur les hypothèses générales suivantes :

1° Les corps sont considérés comme composés de particules ou points matériels rayonnant de la chaleur.

2° La quantité de chaleur envoyée d'une particule plus chaude sur une particule plus froide est proportionnelle à la différence de température et à une certaine fonction de la distance qui décroît très rapidement à partir d'une certaine limite.

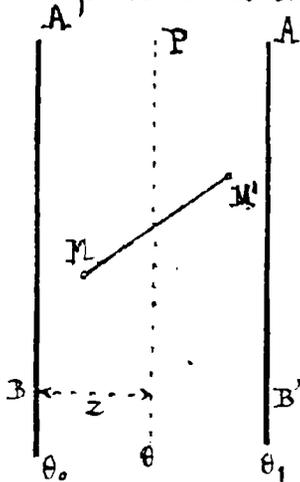
3° Cette quantité de chaleur rayonnée ne dépend pas de la température absolue de la partie rayonnante.

4° Pour simplifier on néglige la dilatation.

108. — Problème du mur homogène indéfini. — Soit un mur homogène limité par deux plans parallèles et prolongés indéfiniment, de sorte qu'on puisse faire abstraction de la perte de chaleur par les côtés du mur. Une des faces est maintenue à la température  $\theta_0$ , l'autre à la température  $\theta_1$  ( $\theta_0 > \theta_1$ ). On se propose de déterminer, en supposant le régime permanent établi :

- 1° La loi de répartition des températures dans la masse  $\theta = f(z)$ .
- 2° La loi de transmission des quantités de chaleur de tranche en tranche.

Par raison de symétrie les surfaces isothermes doivent être des plans parallèles aux faces du mur.



Soit  $P$  un de ces plans dont la température est  $\theta$  et dont la distance à la face antérieure du mur est égale à  $z$ . Le plan  $P$  est traversé par la chaleur résultant du rayonnement des molécules antérieures  $M$  sur les molécules postérieures  $M'$ .

Soient  $M$  et  $M'$ , deux de ces molécules  $z - \delta z$  et  $z + \delta z$  leurs distances à la face  $AB$ ;  $\theta + \delta\theta$  et  $\theta - \delta\theta$  leurs températures.

La température d'une molécule est évidemment fonction de sa distance à  $AB$ . Soit  $\theta = f(z)$  cette fonction à déterminer :

Pour la molécule  $M$  on a :

$$\theta + \delta\theta = f(z - \delta z) = f(z) - f'(z) \delta z$$

Pour  $M'$  on a :

$$\theta - \delta\theta = f(z + \delta z) = f(z) + f'(z) \delta z$$

d'où l'on déduit la différence de température entre  $M$  et  $M'$

$$\Delta\theta = \delta\theta + \delta'\theta = -f'(z) (\delta z + \delta'z)$$

La quantité  $\delta q$  de chaleur rayonnée par unité de temps entre les deux molécules est proportionnelle à leur différence de température et à une fonction de leur distance, conformément aux hypothèses précitées; on a :

$$\delta q = +(\delta\theta + \delta'\theta) f(z) = -(\delta z + \delta'z) f'(z) f(z)$$

Faisant la somme de la quantité de chaleur rayonnée à travers une surface égale à l'unité par la molécule  $M$  sur toutes les molécules  $M'$  situées de l'autre côté du plan isotherme, on a :

$$\Sigma \delta q = -f'(z) \Sigma (\delta z + \delta'z) f(z)$$

En étendant cette somme à toutes les molécules situées du même côté que  $M$  du plan isotherme on obtient la chaleur totale qui traverse une unité de surface découpée sur le plan  $P$ .

$$q = \sum \sum \delta q = -\varphi'(z) \sum \sum (\delta z + \delta' z) f(z) = -K \frac{d\theta}{dz}$$

en posant  $K = \sum \sum (\delta z + \delta' z) f(z)$  somme positive qui ne dépend que de la fonction  $f(z)$  et de la disposition des molécules. C'est une constante spécifique du corps; on la nomme coefficient de conductibilité intérieure.

Donc : La quantité de chaleur qui traverse pendant l'unité de temps l'unité d'aire d'un plan isotherme est proportionnelle à la dérivée de la fonction qui lie la température à la distance de ces plans à une origine fixe.

On peut alors déterminer la fonction  $\theta = \varphi(z)$ .

En effet les surfaces isothermes étant des plans parallèles et le régime étant stationnaire, la quantité de chaleur  $q$  qui traverse l'unité de surface sur chacune d'elles est constante; l'équation

$$q = -K \frac{d\theta}{dz}$$

donne alors:

$$\theta = -\frac{q}{K} z + \text{constante}$$

l désignant l'épaisseur du mur les conditions limites  $\theta = \theta_0$  pour  $z = 0$   $\theta = \theta_1$  pour  $z = l$  donnent :

$$q = \frac{K}{l} (\theta_0 - \theta_1) ; \quad \theta = \theta_0 - \frac{\theta_0 - \theta_1}{l} z$$

Ces deux formules résolvent le problème posé.

La température étant une fonction linéaire de la distance, la représentation graphique de la loi de décroissance des températures donnera une droite  $AB$ .

La quantité de chaleur  $Q$  qui passe pendant le temps  $t$  à travers une section  $S$  du mur est donnée par:

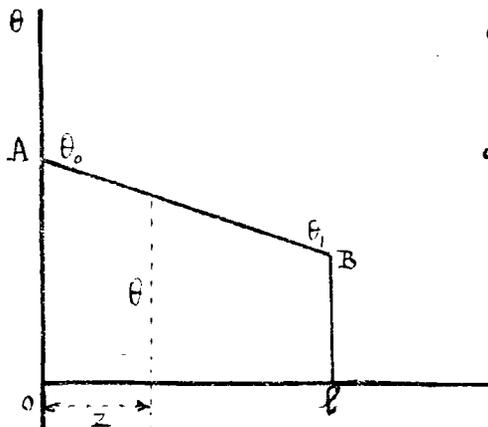
$$Q = Stq = K \frac{St}{l} (\theta_0 - \theta_1)$$

on en tire :

$$(1) \quad K = \left( \frac{Q}{\theta_0 - \theta_1} \right) \frac{l}{St}$$

Dans cette expression la valeur du premier facteur dépend essentiellement des conventions faites sur l'unité de quantité de chaleur et le degré thermométrique.

On prend ordinairement pour unité la quantité de chaleur qui

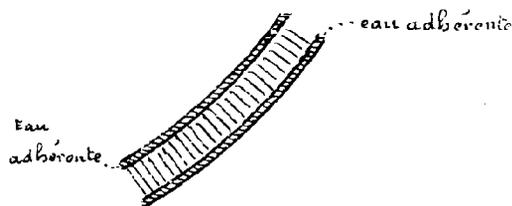
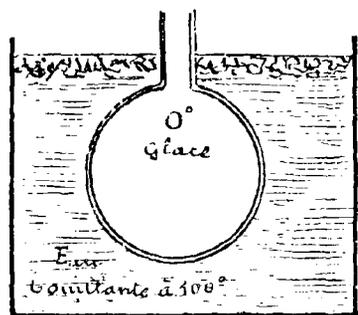


permet d'élever d'un degré la température de l'unité de masse d'un corps déterminé (eau à 15° par exemple).

Dans ces conditions ce premier facteur a même dimension que la masse  $[M]$  et la formule de dimensions de  $K$  devient

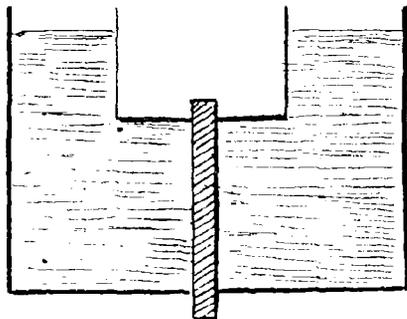
$$[K] = L^{-1} T^{-1} M$$

109. — Détermination expérimentale de  $K$ . — Essais de Dulong et de Tchélet. — Dulong chercha à déterminer directement le coefficient de conductibilité des corps en répétant sous une forme particulière l'expérience du mur. En effet la démonstration relative au mur



ne suppose pas essentiellement que les surfaces isothermes soient planes: il suffit que le flux moyen de chaleur soit normal aux surfaces isothermes. En particulier un corps limité par deux surfaces sphériques concentriques de grand rayon par rapport aux distances moléculaires a pour surfaces isothermes des sphères concentriques. Dulong choisit donc une sphère creuse de cuivre à paroi mince. La sphère contient de la glace fondante et est entourée d'eau bouillante. Le régime permanent s'établit et la fusion de la glace permet de calculer la quantité de chaleur qui traverse la paroi pendant un temps donné.

En faisant l'expérience avec des sphères d'épaisseurs diverses Dulong trouva que la quantité de chaleur transmise restait sensiblement constante. Cette anomalie provient de l'adhérence de l'eau sur le métal. Il se forme à la surface une couche d'eau de plusieurs dixièmes de millimètre qui ne se renouvelle pas. La chaleur se transmet donc à travers une épaisseur de métal doublée des deux couches liquides, très peu conductrices.



Par suite ce procédé ne permet pas de déterminer la conductibilité du métal.

Tchélet fit l'expérience avec une plaque métallique sur les deux faces de laquelle sont appliqués deux cylindres rodés contenant des liquides aux températures  $\theta_1$  et  $\theta_2$ .

Les deux faces de la plaque étaient conti-

soigneusement brossées afin d'éviter l'adhérence du liquide.

Il déduisit de ses expériences qu'une section de 1 mètre carré d'un mur en plomb de 1 millimètre d'épaisseur laisse passer par seconde 3,82 grandes calories lorsque  $\theta_0 - \theta_1 = 1^\circ$  etc.

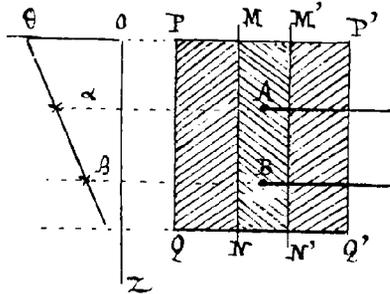
Donc en unités C.G.S. (Calorie, gramme et thermomètre normal)

$$K = \frac{3820}{1} \times \frac{0.1}{10000 \times 1} = 0,0382$$

On sait aujourd'hui que la conductibilité du plomb est au moins deux fois plus forte  $K = 0,081$ .

110. — Expériences de M<sup>r</sup> A. Berget. — L'inexactitude des résultats de Peclet provient de ce que, malgré les précautions prises la température des faces extrêmes du métal n'était pas égale à celle des bains correspondants; de plus il était assez délicat de tenir compte des pertes latérales de chaleur.

Dans des expériences plus récentes (1888-90), M<sup>r</sup> Berget s'est mis à l'abri de cette cause d'erreur tout en se rapprochant autant que possible des conditions théoriques qui caractérisent le problème du mur.



Dans ce but, il a mesuré la différence des températures  $\alpha$  et  $\beta$  en deux points A et B, pris à l'intérieur du corps conducteur. La distribution des températures étant linéaire, la connaissance de la différence  $\alpha - \beta$ , permet d'évaluer  $K$  si l'on connaît avec précision la distance de ces points et la quantité

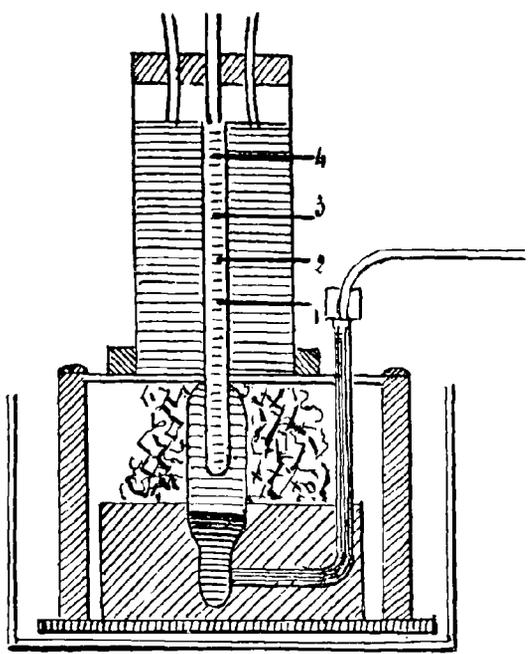
de chaleur transmise à travers une section déterminée  $S$  pendant un temps  $t$ .

Cette quantité de chaleur était mesurée directement par la méthode de la fusion de la glace, prise sous deux formes différentes. Dans la première, la glace fondue était évaluée par le calorimètre de Dunsen; dans la seconde par des pesées.

Ses expériences ont d'abord porté sur le mercure. Une colonne de ce liquide de longueur  $l$  est contenue dans un tube  $MNM'N'$  de section  $S$ ; mais ce tube est placé concentriquement à un manchon  $PQP'Q'$  rempli également de mercure et protégé contre le rayonnement extérieur par une enveloppe d'ouate.

Dans ces conditions, s'il y a une faible déperdition, sur les bords il n'y en a pas au centre et la colonne peut être considérée comme faisant partie d'un mur indéfini.

La figure ci-après représente la disposition des expériences



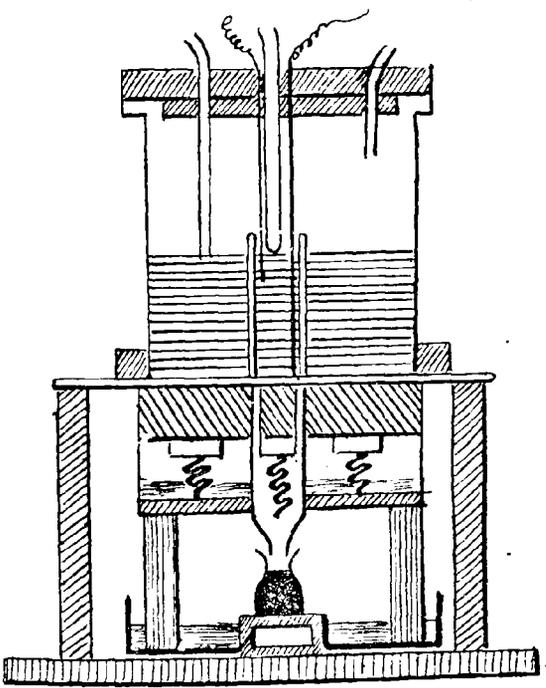
avec un calorimètre de Bunsey. La partie supérieure du mercure était chauffée par un courant de vapeur. La partie inférieure était refroidie à 0° par une plaque de fer en contact direct avec de la glace. Le tube central se prolongeait à l'intérieur du calorimètre de Bunsey, et était ainsi maintenu à 0°, réalisant la conception de Fourier. Quatre trous espacés de quatre centimètres percés dans les parois des deux manchons laissaient passer les appareils thermométriques destinés à mesurer la température en divers points de la colonne conductrice.

Ces appareils étaient de simples fils de fer, isolés à la gutta, et dont l'extrémité seule était mise à nu. Deux fils consécutifs formaient avec le mercure un couple thermo-électrique dont la force électromotrice permettait de connaître la différence de température des deux extrémités à 0° 01 près. Cette disposition a permis de constater que le long de la colonne la distribution de la température suivait très sensiblement une loi linéaire, et de mesurer le coefficient angulaire

de la droite représentative  $\alpha/\beta$ . La mesure de la quantité de chaleur était donnée par le calorimètre. Quatre séries d'expériences très concordantes ont donné

$$K=0,02015 \text{ (C.G.S)}$$

M. Berget a également, comme nous l'avons dit plus haut, mesuré directement le poids de glace fondue par la chaleur qui a traversé la colonne cylindrique. La disposition employée est figurée ci-contre; un cylindre de glace comprimée au moule, était maintenu par un ressort au-dessous de la colonne cylindrique centrale, et entouré d'un cylindre annulaire



de glace ; ces deux cylindres étaient séparés par un cylindre de verre se prolongeant par un entonnoir de façon à recueillir l'eau de fusion du cylindre central. La partie supérieure était échauffée par de la vapeur d'eau, et les températures de la masse centrale étaient données par deux fils de fer isolés comme plus haut plongeant verticalement à des profondeurs inégales.

Cinq séries d'expériences également très concordantes entre elles ont donné pour le mercure

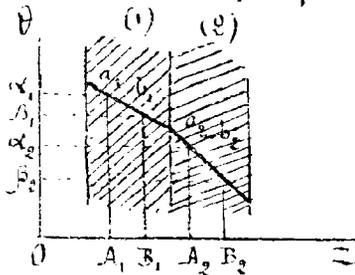
$$K = 0,0201$$

En faisant varier la température de la vapeur échauffant la partie supérieure et en déterminant la variation du coefficient  $\frac{d\theta}{dz}$  le long de la colonne centrale, variation qui s'accuse pour des températures élevées, JTB<sup>2</sup> Berget a reconnu que le coefficient  $K$  du mercure diminuait quand la température augmente et que l'on avait sensiblement

$$K = K_0 (1 - 0,00045\theta)$$

$\theta$  désignant la température centigrade.

III — Détermination des conductibilités relatives par la méthode du mur. — Lorsqu'on connaît la conductibilité absolue d'un corps, il suffit de déterminer la conductibilité relative des autres corps par rapport à lui.



La méthode du mur mise en œuvre sous la forme que lui a donnée JTB<sup>2</sup> Berget se prête à cette détermination. Considérons deux murs de nature différente superposés caractérisés par les indices (1) et (2). Supposons le régime permanent atteint dans chacun d'eux : la quantité  $q$  de chaleur traversant l'unité de surface est alors la même pour tous les plans isothermes et on a :

$$q = -K_1 \frac{d\theta_1}{dz_1} = -K_2 \frac{d\theta_2}{dz_2}$$

Le rapport  $\frac{K_1}{K_2}$  se déduira donc de la mesure des coefficients angulaires des droites  $a_1 b_1$ ,  $a_2 b_2$  et pour cela il suffit de mesurer les écarts de température  $\alpha_1 - \beta_1$ ,  $\alpha_2 - \beta_2$  entre des points  $A_1 B_1$  et  $A_2 B_2$  dont les distances sont connues.

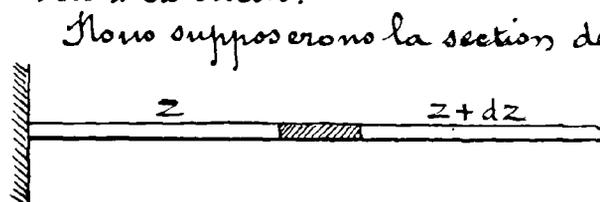
En constituant l'un des murs avec du mercure on a pu obtenir pour les principaux métaux les coefficients suivants :

	K (C.G.S.)		K (C.G.S.)
Cuivre . . . . .	1,0405	Etain . . . . .	0,151
Zinc . . . . .	0,303	Plomb . . . . .	0,081
Laiton . . . . .	0,2625	Antimoine . . . . .	0,042
Fer . . . . .	0,1587	Bismuth . . . . .	0,0201

112 — Problème de la barre. — Soit une barre indéfinie dont l'extrémité est maintenue à une température constante et qui est placée dans un milieu non conducteur. La chaleur s'écoule le long de la barre, en même temps qu'elle se perd en partie par la surface.

On se propose d'étudier la distribution des températures en ses différents points quand le régime permanent est établi.

Lorsqu'il en est ainsi la température de chaque point dépend de sa distance  $z$  à l'origine, et chaque tranche de la barre reçoit autant de chaleur qu'elle en perd par conductibilité intérieure et par rayonnement vers l'extérieur.



Nous supposons la section de la barre assez faible pour que l'on puisse, sans erreur sensible, regarder comme égales les températures des différents points d'une même section. La quantité de chaleur qui tra-

verse un plan isotherme est alors donnée par les formules établies dans le problème précédent.

Appelons  $S$  la section de la barre,  $p$  le périmètre d'une section droite,  $K$  le coefficient de conductibilité intérieure.

Soient deux plans isothermes à des distances  $z$  et  $z + dz$  de l'origine. Les quantités de chaleur qui les traversent pendant l'unité de temps sont :

$$Q = -KS \frac{d\theta}{dz}$$

$$Q + dQ = -KS \frac{d}{dz} (\theta + d\theta) = -KS \left( \frac{d\theta}{dz} + \frac{d^2\theta}{dz^2} dz \right)$$

en appelant  $\theta$  et  $\theta + d\theta$  les températures des deux plans

Ces quantités de chaleur ne sont pas égales. Leur différence est la quantité de chaleur perdue par la surface de la tranche, limitée par les deux plans. Cette quantité de chaleur perdue est une certaine fonction de la différence entre la température  $\theta$  et celle de l'enceinte.

Elle s'annule évidemment et change de signe avec cette différence on peut par suite la supprimer proportionnelle à cette dernière lorsque les valeurs que l'on considère sont faibles.

Pour simplifier nous conviendrons aussi de prendre pour zéro de l'échelle thermométrique la température du milieu ambiant; on aura donc:

$$-dQ = h\theta \cdot p \, dz$$

$h$  désignant un coefficient constant dit coefficient de conductibilité extérieure qui dépend de la nature de la surface et du milieu ambiant

En égalant les deux valeurs de  $dQ$ , on aura:

$$KS \frac{d^2\theta}{dz^2} \, dz = h\theta p \, dz$$

Posons  $\frac{ph}{KS} = m^2$ , l'équation précédente devient:

$$(1) \quad \frac{d^2\theta}{dz^2} = m^2\theta$$

dont l'intégrale générale est:

$$\theta = Ae^{mz} + Be^{-mz}$$

Les constantes  $A$  et  $B$  seront déterminées par les conditions du problème. A l'origine  $z=0$  la température  $\theta = \theta_0$  donc:

$$\theta_0 = A + B$$

Si la barre a une longueur infinie, sa température décroît à mesure qu'on s'éloigne de l'origine et finit par être égale à celle du milieu ambiant. On a donc  $\theta = 0$  pour  $z = \infty$ , d'où  $A = 0$ . La formule se réduit à:

$$\theta = \theta_0 e^{-mz}$$

Au contraire, lorsque la barre a une longueur finie  $l$  et que son extrémité est maintenue à une température  $\theta_1$ , on a:

$$\theta_1 = Ae^{ml} + Be^{-ml}$$

et les constantes  $A$  et  $B$  sont déterminées par deux équations linéaires.

Il suffit donc de connaître la température de la barre à une distance donnée de l'origine pour calculer  $m$  et par suite  $\frac{K}{h}$ .

Mais on peut atteindre le même but sans déterminer les constantes  $A$  et  $B$ .

Soient en effet  $\theta_{-i}$ ,  $\theta_0$ ,  $\theta_i$  les températures correspondant à des distances  $z-i$ ,  $z$  et  $z+i$ .

On a:

$$\theta_{-i} = Ae^{m(z-i)} + Be^{-m(z-i)}$$

$$\theta_0 = Ae^{mz} + Be^{-mz}$$

$$\theta_i = Ae^{m(z+i)} + Be^{-m(z+i)}$$

d'où

$$\theta_i + \theta_{-i} = (Ae^{mz} + Be^{-mz}) (e^{mi} + e^{-mi}) = \theta_0 (e^{mi} + e^{-mi})$$

$$\frac{\theta_i + \theta_{-i}}{\theta_0} = e^{mi} + e^{-mi}$$

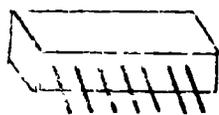
Donc étant donnés trois points dont les abscisses sont en progression arithmétique, le quotient de la somme des températures des points extrêmes par la température du point moyen est constant.

Ce quotient est indépendant de la longueur de la barre de la position et de la température du foyer de chaleur.

La mesure de  $i$ , et l'observation de  $\theta_{-i}$ ,  $\theta_0$  et  $\theta_{+i}$  donne tous les éléments du calcul de  $m$ .

### 113 — Détermination expérimentale des conductibilités relatives 1<sup>o</sup> Expérience d'Ingen-houze

La première expérience faite sur la conductibilité est celle d'Ingen-houze. Des tiges cylindriques de différents corps égales en section et en longueur, sont implantées



dans la paroi d'un vase. On commence par les recouvrir d'une couche de cire fondue. Puis on remplit le vase d'eau chaude. Les tiges s'échauffent et la cire fond sur une longueur qui dépend de la conductibilité des tiges. Le point où la tige

est à la température de fusion de la cire est indiqué par un bouchonnet au delà duquel la cire ne fond pas.

La distance  $z$  de ce bouchonnet au vase est proportionnelle à la racine carrée du coefficient de conductibilité. Soit en effet  $\theta$  la température de fusion de la cire, on a en supposant la tige assez longue.

$$\theta = \theta_0 e^{-mz}$$

$\frac{\theta}{\theta_0}$  a la même valeur pour toutes les tiges qui, étant d'ailleurs recouvertes de cire fondue ont sensiblement la même conductibilité extérieure.

On a donc  
d'où

$$mz = \text{const}$$

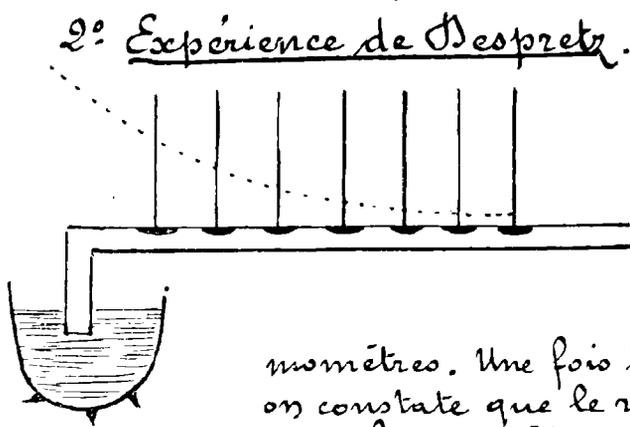
$$mz = m'z'$$

ou

$$\frac{z}{z'} = \sqrt{\frac{k}{k'}}$$

la longueur  $z$  sur laquelle la cire est fondue est donc proportionnelle à  $\sqrt{k}$

L'expérience d'Ingen-houze permet donc d'obtenir très rapidement et avec assez d'exactitude les coefficients relatifs de conductibilité.



2° Expérience de Despretz. Despretz fit ses expériences sur des barres métalliques dont une extrémité plongeait dans un bain à température constante. La barre porte à des distances égales des trous remplis de mercure où plongent des thermomètres. Une fois le régime permanent établi, on constate que le rapport calculé au moyen de trois thermomètres consécutifs quelconques est bien

constant.

Soit  $2U$  la valeur de ce rapport, on a :

$$e^{mi} + e^{-mi} = 2U, \quad e^{2mi} - 2Ue^{mi} + 1 = 0$$

donc :

$$e^{mi} = u + \sqrt{u^2 - 1} \quad e^{-mi} = u - \sqrt{u^2 - 1}$$

On a donc finalement la valeur de  $e^{mi}$ . On en tire  $m$ .

$$mi = \log(u + \sqrt{u^2 - 1})$$

d'où

$$\frac{KS}{\rho b} = \frac{1}{m^2} = \frac{i^2}{\log^2(u + \sqrt{u^2 - 1})}$$

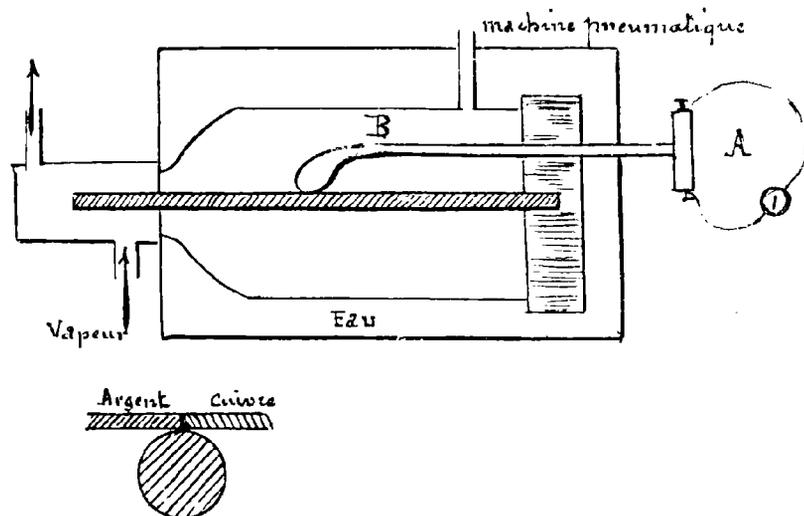
Cette équation donne  $K$  en fonction de  $\rho$ , qui est mal connu. Mais on peut facilement en déduire le rapport des coefficients de conductibilité de deux corps. On opère avec des barres de même section, de même longueur et de surface identique. On obtient des surfaces identiques soit en couvrant les barres d'un vernis qui résiste à la chaleur, soit en les argentant ou en les dorant.

Le coefficient  $\rho$  reste alors le même d'une expérience à l'autre et disparaît dans le quotient des coefficients de conductibilité absolue. Ce quotient est précisément le coefficient de conductibilité relative.

### 3° Expériences de Wiedemann et Franz.

On peut objecter aux expériences de Despretz que les barres n'étaient pas homogènes à cause des trous des thermomètres III. III. Wiedemann et Franz ont tenté de réaliser plus correctement les conditions théoriques.

1° en mesurant la température de la barre au moyen d'une pince thermo-électrique qui par ses deux soudures fournit la différence  $\theta$ .



2° en opérant dans le vide pour éviter l'influence des effets de convection qui se produisent dans l'air ambiant.

3° en employant des barres de même diamètre, de même longueur, polies et dorées. A cet effet la barre chauffée à une extrémité par un courant de vapeur d'eau est

placée dans une cloche où on fait le vide. Pour que le gaz raréfié qui entoure la tige soit à une température constante, la cloche est plongée dans un récipient contenant de l'eau.

Sur la tige est appuyée la soudure d'un fil d'argent et d'un fil de cuivre.

L'autre soudure est à une certaine distance de la barre, et par suite se trouve à la température de la cloche que nous avons prise pour zéro.

Au moyen d'une poignée A et d'une tige AB on peut placer la soudure à une distance connue sur la barre; la température du point touché est donnée par la déviation du galvanomètre.

L'expérience est conduite comme celle de Despretz. Elle n'est pas beaucoup plus exacte, car on n'est pas sûr que la soudure appliquée à la surface extérieure de la tige mesure exactement la température du centre de cette tige.

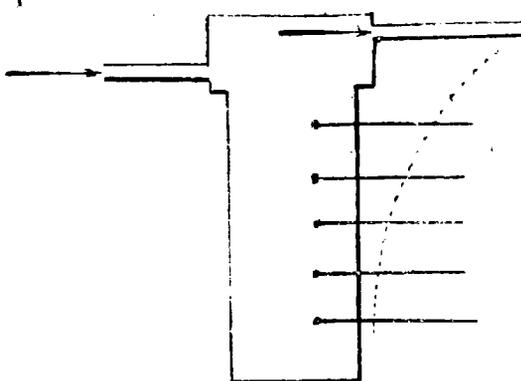
Ces expériences ont donné pour les principaux métaux les coefficients suivants, celui de l'argent étant arbitrairement pris comme égal à 100.

Argent	100	Etain	14,5
Cuivre	43,6	Fer	11,9
Or	53,2	Plomb	8,5
Saiton	23,6	Platine	8,4
Zinc	19,	Bismuth	1,8

### Conductibilité des liquides et des gaz

La conductibilité des liquides a été étudiée par Despretz dans des conditions analogues à celles du problème de la barre. Le liquide

est contenu dans un récipient cylindrique muni de thermomètres placés à des distances égales; il est chauffé par la partie supérieure afin d'éviter les courants locaux\*.



Cette expérience a établi l'exactitude de la loi de décroissance des températures comme dans le cas des solides.

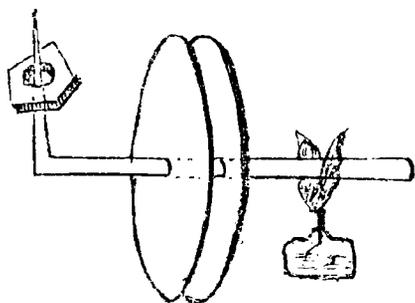
Les expériences sur les gaz (Stearns) sont très difficiles. Les gaz sauf l'hydrogène, sont en général mauvais conducteurs.

114

### Conductibilité des cristaux.

La chaleur ne se propage pas également dans toutes les directions à l'intérieur d'un corps cristallisé. C'est ce qu'ont démontré les expériences de de Sénarmont.

On taille dans un cristal une plaque mince, on la perce d'un trou central et on la pose sur une brochette d'argent ou de cuivre fortement chauffée à son extrémité.



La plaque s'échauffe par conductibilité et si on l'a recouverte d'une couche de cire, la cire fond autour du centre et forme bourrelet.

En général ce bourrelet a la forme d'une ellipse dont les axes sont proportionnels aux racines carrées des coefficients de conductibilité du cristal dans leurs directions.

Dans les plaques taillées dans des cristaux du système régulier (cube) les lignes isothermes sont des cercles, quelle que soit la direction suivant laquelle la plaque a été taillée.

Les corps cristallisés dans les systèmes prismatiques à base carrée, hexagonale ou rhomboédrique donnent des cercles quand la plaque est taillée perpendiculairement à l'axe du cristal et des ellipses dans les autres directions.

Le système du prisme, rhomboïdal droit ou oblique donne des ellipses dans toutes les directions.

\* Nous avons vu plus haut que JTB. Berget a pris la même précaution pour chauffer le mercure.

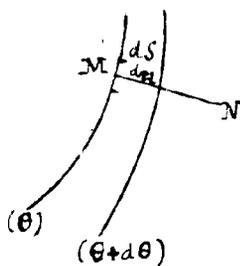
Ces courbes sont des sections planes des surfaces isothermes dans le cristal. Ces surfaces sont donc des sphères pour le système régulier, des ellipsoïdes de révolution pour les trois systèmes suivants, des ellipsoïdes à trois axes inégaux pour les deux derniers.

En résumé la symétrie de l'ellipsoïde de conductibilité est la même que celle du système cristallin.

## 12<sup>e</sup> Leçon.

### Propagation du courant dans le cas général où les conducteurs ne peuvent pas être considérés comme filiformes.

115 — Relation générale entre l'intensité spécifique du courant suivant une direction donnée et la chute correspondante du potentiel.



Considérons un conducteur homogène, et indéfini où la propagation de la chaleur a atteint l'état de régime permanent; un élément  $dS$  pris en  $M$  sur la surface isotherme  $(\theta)$  est traversé normalement par une quantité de chaleur dont la valeur dans l'unité de temps a pour expression

$$-K \frac{d\theta}{dn} dS$$

$dn$  désignant l'épaisseur au point  $M$  de la lamelle comprise entre les surfaces isothermes infiniment voisines  $(\theta)$  et  $(\theta+d\theta)$ .

On établit sans peine cette formule en développant des considérations identiques à celles que nous avons employées dans la leçon précédente à propos du problème du mur homogène indéfini (n. 108).

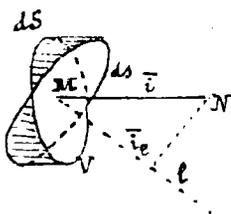
Partant d'hypothèses analogues à celles de Fourier, Ohm est arrivé à la relation

$$dI = -\gamma \frac{dV}{dn} dS$$

pour exprimer la quantité d'électricité  $dI$  qui traverse dans l'unité de temps une aire  $dS$  située en  $M$  sur la surface équipotentielle  $V(x, y, z) = V$ .

Dans cette formule  $\gamma$  est un coefficient spécifique qui caractérise la conductivité de la substance. Le quotient  $\frac{dI}{dS} = i$  définira ce qu'on peut appeler la densité ou l'intensité spécifique du courant à travers l'élément  $dS$ . Nous représenterons cette grandeur par un vecteur  $\vec{i}$  normal à  $dS$ . (Les dimensions de  $i$  sont évidemment  $i = (I) L^{-2} = L^{-1} M^{-1} T^{-1}$ )

La projection de  $\vec{i}$  sur une direction  $ML$  quelconque représente



l'intensité du courant à travers un élément  $ds$  mené par  $M$  normalement à  $Ml$ .

En effet si nous projetons  $ds$  sur la surface équipotentielle qui passe par  $M$  nous obtenons une aire  $dS$  à travers laquelle passe évidemment la même quantité d'électricité qui a travers  $ds$  puis, que le trajet des masses électriques élémentaires est

normal à la surface  $V$ .

On a donc en appelant  $i_p$  l'intensité à travers l'élément  $ds$  dont la normale est  $Ml$ ;

$$dI = i_p ds = i_p ds$$

$$\text{Or } dS = ds \cos(\overline{MN}, \overline{Ml}) \text{ donc}$$

$$i_p = i \cos(\overline{MN}, \overline{Ml})$$

$i_p$  sera figuré par un vecteur dirigé suivant  $Ml$

Si d'ailleurs si  $dn$  et  $dl$  désignent respectivement les segments interceptés sur  $\overline{MN}$  et sur  $\overline{Ml}$  par les surfaces infiniment voisines  $V=U$  et  $V=U+dU$ , on a:

$$dn = dl \cos(\overline{Ml}, \overline{MN})$$

$$\text{Donc } i_x = i \frac{dn}{dl} = \frac{dI}{ds} \frac{dn}{dl} = -\gamma \frac{dU}{dl}$$

Supposons que le potentiel en un point soit exprimé en fonction des coordonnées de ce point et que l'une d'elles  $x$  soit précisément parallèlement à la direction  $Ml$ , comme elle joue dans ce cas le rôle de variable indépendante, le quotient  $\frac{dU}{dl}$  se réduira à la dérivée partielle  $\frac{\partial U}{\partial x}$  et on aura

$$i_x = -\gamma \frac{\partial U}{\partial x}$$

En adoptant le système de coordonnées rectangulaires habituel on aura de même suivant les axes  $oy$ ,  $oz$

$$i_y = -\gamma \frac{\partial U}{\partial y} \quad i_z = -\gamma \frac{\partial U}{\partial z}$$

116. — Equation de continuité; extension de la première relation de Kirchhoff. — D'après les définitions posées au paragraphe précédent on voit que la quantité d'électricité  $dI$  qui traverse dans l'unité de temps un élément  $ds$  orienté d'une manière quelconque, n'est autre chose que le flux du vecteur  $\vec{i}$  à travers cet élément. Comme dans l'état de régime permanent la quantité d'électricité

contenue dans un volume quelconque demeure invariable, le flux de ce vecteur à travers une surface fermée  $S$  doit être nul  $\int i \cos(\vec{i}, \vec{n}) ds = 0$ . Cette propriété n'est pas autre chose que celle que nous avons exprimée en écrivant la première relation de Kirchhoff;

$$\sum I = 0$$

relative à la somme algébrique des intensités totales des courants filiformes qui aboutissent en un même point d'un réseau de conducteurs.

En écrivant que le flux de  $\vec{i}$ , à travers la surface d'un parallélépipède élémentaire est nul, on trouve par un calcul identique à celui du N° 9 que

$$\frac{\partial i_x}{\partial x} + \frac{\partial i_y}{\partial y} + \frac{\partial i_z}{\partial z} = 0$$

$$\text{Div. } \vec{i} = 0$$

et pour le potentiel  $U$

$$\Delta U = 0$$

### 117 — Distribution du courant dans un conducteur. — Consi-

dérons d'abord un conducteur homogène et illimité et imaginons que le courant  $y$  soit introduit à l'aide de deux électrodes  $A$  et  $B$  parfaitement conductrices; les surfaces de ces électrodes seront des surfaces équipotentiellles car s'il n'en était pas ainsi l'électricité s'écoulerait à travers chacune d'elles dans le sens des potentiels décroissants et l'intensité du courant correspondant serait infinie puisque la résistivité de la substance qui les constitue est supposée nulle.

Le vecteur  $\vec{i}$  sera donc normal en tous les points de la surface des électrodes. La somme  $\int \vec{i} ds$  étendue à la surface totale de l'électrode positive  $A$  représente la quantité d'électricité qu'elle déverse par unité de temps dans le milieu conducteur, c'est-à-dire l'intensité totale  $I$  du courant.

Le régime permanent excluant l'accumulation de l'électricité, la somme  $\int \vec{i} ds$  étendue à la surface de  $B$  donnera la valeur  $-I$ .

Nous voyons donc que le vecteur  $i$  satisfait aux mêmes conditions que le vecteur représentatif du champ électrique qu'on obtiendrait en plaçant dans l'air les deux électrodes considérées et en les chargeant de quantités d'électricité respectivement égales à  $\frac{I}{4\pi}$  et  $-\frac{I}{4\pi}$ .

Dans ces conditions la différence de potentiel électrostatique entre  $A$  et  $B$  est égale d'une part au quotient de la charge  $\frac{I}{4\pi}$  par la capacité  $C$  du système et d'autre part à l'intégrale  $\int_A^B \vec{i} \cdot d\vec{l}$  qui représente le travail du champ ( $i$ ) le long d'une ligne quelconque allant de  $A$  à  $B$ .

$$\text{Mais on a : } \vec{i} \cdot d\vec{l} = i \cos(\vec{i}, d\vec{l}) dl = i_{\parallel} dl = -\gamma dU$$

$$\text{d'où } \int_A^B \vec{i} \cdot d\vec{l} = \gamma(U_A - U_B)$$

et il vient : 
$$\gamma(U_A - U_B) = \frac{I}{4\pi C}$$

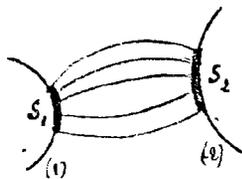
La résistance totale du circuit entre les électrodes A et B est par définition (n° 85)

$$R = \frac{U_A - U_B}{I} = \frac{1}{4\pi C \gamma}$$

Il ne faut pas oublier que dans ces formules C représente l'expression de la capacité évaluée comme nous l'avons vu en électrostatique, c'est-à-dire une quantité qui dépend uniquement des paramètres géométriques qui caractérisent la forme et la disposition des électrodes; elle est homogène à une longueur et sa valeur numérique ne dépend que du choix de l'unité correspondante.

On pourrait développer des considérations analogues en supposant le courant amené dans la substance considérée par un plus grand nombre d'électrodes parfaites.

Il s'agit de la solution de tout problème d'électrostatique cor-

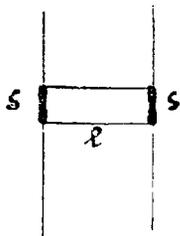


respond celle d'un problème de conduction; supposons par exemple que nous connaissions le champ électrostatique dans un tube de dimensions quelconque ayant pour bases des sections correspondantes  $S_1$  et  $S_2$  découpées sur les surfaces équipotentielles (1) et (2).

Nous obtiendrons une distribution identique de lignes de courant si nous donnons à la substance conductrice la forme du tube considéré et si nous amenons le courant dans le conducteur ainsi constitué par deux électrodes parfaites  $S_1$  et  $S_2$ . Ses vecteurs  $\vec{i}$  et  $\vec{h}$  satisfont en effet aux mêmes conditions.

Si nous désignons par C la capacité électrostatique de ces deux éléments correspondants c'est-à-dire le quotient de la charge Q portée par l'un quelconque d'entre eux par l'excès de son potentiel sur l'autre on arrivera comme plus haut à la relation

$$R = \frac{1}{4\pi C \gamma}$$



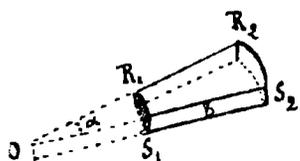
Considérons par exemple la distribution du champ électrostatique entre deux plans parallèles situés à la distance  $l$ , la capacité correspondant à un tube de force de section S est  $C = \frac{S}{4\pi l}$  et nous en déduisons la valeur:

$$R = \frac{l}{\gamma S}$$

de la résistance d'un fil rectiligne de longueur  $l$  et de section S dont les bases seraient des surfaces équipotentielles.

Cette formule s'étend évidemment à un fil long et fin de section uniforme et elle nous permet la détermination expérimentale du coefficient  $\gamma$  ou de son inverse  $\beta = \frac{1}{\gamma}$  qui correspond à la substance employée.

Nous pouvons également déduire la résistance de lames métalliques d'épaisseur uniforme du problème électrostatique auquel on est conduit en posant des conducteurs cylindriques infinis parallèles entre eux.



Nous avons trouvé (n° 19) que pour un anneau de hauteur  $b$  découpé dans un conducteur formé par deux cylindres concentriques de rayons  $R_1$  et  $R_2$  on a :

$$C = b \cdot \frac{1}{2 \ln \frac{R_2}{R_1}}$$

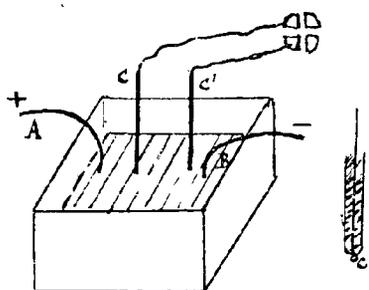
pour un secteur d'angle  $\alpha$  découpé dans cet anneau on aura :

$$C = \frac{\alpha}{2\pi} \cdot \frac{b}{2 \ln \frac{R_2}{R_1}}$$

et pour la résistance du conducteur de même forme

$$R = \frac{\rho \cdot \frac{R_2}{R_1}}{\alpha b}$$

### 118 — Vérifications expérimentales. — En amenant le courant à l'intérieur d'un liquide à l'aide d'électrodes métalliques on se



trouve à peu près placé dans les conditions d'un milieu où le courant serait introduit par des électrodes de conductivité parfaite.

Cela résulte de la grande différence qui existe entre la résistance des liquides conducteurs (le mercure excepté) et des métaux.

Pour étudier la forme et la distribution des surfaces équipotentielles on se sert de deux électrodes auxiliaires consti-

tuées chacune par un fil très fin protégé par une couche isolante qui ne laisse dépasser qu'une très petite partie du métal de manière à réaliser un contact d'étendue négligeable.

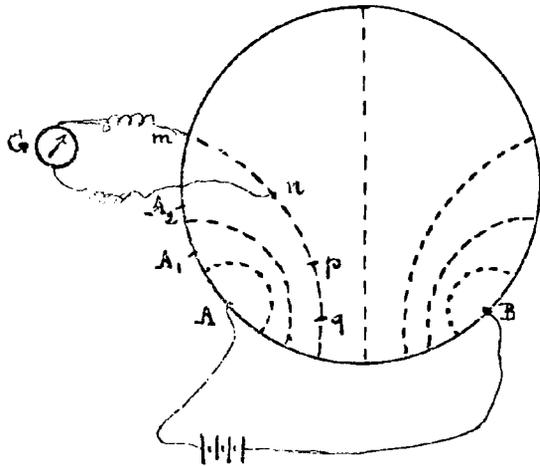
Ces deux électrodes sont respectivement reliées aux deux paires de cadrans d'un électromètre ; on peut dès lors guidé par les indications de cet instrument laisser un des contacts immobile et déplacer l'autre en le maintenant sur la surface équipotentielle correspondante.

M<sup>r</sup> Adams a en particulier réalisé des expériences de cette nature et a trouvé des résultats concordants avec les prévisions de la théorie. Il employait comme liquide du sulfate de zinc et comme électrodes du zinc amalgamé.

Des expériences du même genre ont été exécutées par Kirchhoff, M<sup>r</sup> Quincke, M<sup>r</sup> Adams et divers autres physiciens avec des lames minces d'épaisseur uniforme ; d'après ce que nous avons dit au paragraphe précédent on voit que le problème théorique est beaucoup plus facile à résoudre dans ce cas car il se ramène à celui de la distribution du champ à l'intérieur de conducteurs cylindriques parallèles entre eux et infinis.

La composante du champ parallèle à la direction commune des génératrices de ces cylindres disparaît par raison de symétrie et la fonction potentielle ne dépend plus que de deux variables.

Kirchhoff, employait des plaques métalliques minces en forme de disque ; il appliquait



en deux points A et B du contour de ce disque, des électrodes qui servaient à y faire passer le courant d'une pile. En reliant les deux bornes d'un galvanomètre l'une à un point fixe m du disque. l'autre à une série de points n, p, q tels que l'aiguille du galvanomètre ne fut pas déviée, il déterminait la forme d'une ligne équipotentielle m, n, p, q.

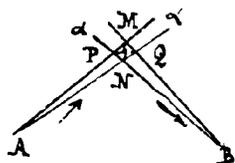
Afin d'évaluer la différence de potentiel entre ces diverses

lignes Kirchhoff intercalait sur la branche du galvanomètre une pile thermoélectrique de différence de potentiel constante  $V$  de manière à établir cette différence entre les électrodes de cet instrument.

Si une de ces électrodes étant placée en A il cherchait une position  $A_1$  de la seconde telle que l'aiguille du galvanomètre ne fut pas déviée. Partant ensuite du point  $A_1$  il obtenait un point  $A_2$  satisfaisant à la même condition et subdivisait ainsi le contour du disque en segments correspondant à une suite de potentiel constante. On avait dès lors par une interpolation immédiate le potentiel d'une ligne quelconque m n p q par exemple.

Les expériences de Kirchhoff correspondent au problème théorique de deux fils parallèles portant des charges égales et de signes contraires. Les tubes de force émis par chacun d'eux sont alors constitués par des dièdres égaux entre eux et ayant respectivement

ces fils pour arêtes.



Considérons les sections droites de deux de ces dièdres elles se coupent suivant un quadrilatère  $MNPQ$ . La diagonale  $PQ$  correspondant au flux résultant nul (ligne de force) est telle que des points  $P$  et  $Q$  l'on voit le segment  $AB$  sous un angle constant. ; les triangles  $APN$ ,  $BNQ$  ont en effet leurs angles en  $N$  et leurs angles  $A$  et  $B$  égaux deux à deux ; par conséquent les lignes de force sont des cercles passant par  $A$  et  $B$  et les lignes équipotentielles d'autres cercles orthogonaux aux précédents.

119 — Chaleur de Joule dégagée dans un élément de volume. — Aux tubes de force que nous avons considérés dans le champ électrique correspondent dans le champ des  $i$  des tubes de courant. Soit, dans un de ces tubes un tronçon de longueur  $dl$  assez court pour que nous puissions l'assimiler à un cylindre de section droite constante  $dS$ . La quantité d'électricité qui, dans l'unité de temps traverse l'une et l'autre base du tronçon est  $dI = idS$  et d'autre part la résistance  $R$  de ce tronçon, a pour valeur :

$$R = \frac{1}{\sigma} \frac{dl}{dS} = \rho \frac{dl}{dS}$$

La chaleur dégagée dans l'unité de temps sera d'après les expériences de Joule :

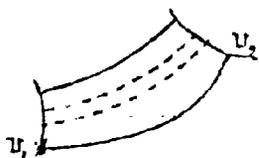
$$dW_J = R(dI)^2 = \rho i^2 dS \cdot dl = \rho i^2 d\omega$$

$d\omega$  désignant le volume du tronçon considéré.

D'ailleurs la formule

$$(1) \quad dW_J = \frac{1}{\sigma} i^2 d\omega$$

s'applique à un volume élémentaire de forme quelconque pourvu qu'il soit assez petit pour qu'on y puisse supposer  $i$  constant. En effet décomposons cet élément de forme quelconque en tubes de courant encore plus petits auxquels la formule sera applicable ; dans la somme des quantités de chaleur correspondant à chacun d'eux le facteur constant  $i^2$  sera multiplié par la somme de leurs volumes, c'est-à-dire par le volume total  $d\omega$  de l'élément considéré.



Enfin il est à peine utile de rappeler qu'en vertu du choix des unités la formule (1) exprime directement l'énergie calorifique en Ergs ou en Joules suivant qu'on fait usage du système C.G.S. ou du système pratique.

Il est facile de calculer l'intégrale

$$W_J = \iiint \frac{1}{\rho} i^2 d\omega$$

étendue à un segment de conducteur compris entre deux sections équipotentielles  $U_1$  et  $U_2$ ; en effet le long d'un tube de courant on a  $i ds = dI = \text{constante}$  et d'autre part  $\int_{(1)}^{(2)} i dl = U_1 - U_2$   
d'où :

$$W_J = \Sigma dI (U_1 - U_2) = I (U_1 - U_2) = RI^2$$

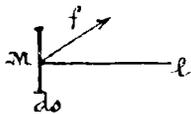
120 — Extension de la formule d'Ohm; deuxième relation de Kizeloboff. — Comme nous l'avons indiqué plus haut Ohm est parvenu à l'équation

$$i_e = -\gamma \frac{dU}{dl}$$

en appliquant à l'électricité des hypothèses analogues à celles qui servent de base à la théorie de la chaleur de Fourier.

Nous allons voir que cette formule n'est que l'expression de l'hypothèse la plus simple qu'il soit possible de faire a priori sur la relation qui existe entre la circulation de l'électricité en un point d'un conducteur et la force qui s'exerce en ce même point sur une particule électrisée.

Soit, en un point  $M$ ,  $f$  la valeur de cette force rapportée à l'unité de charge et  $dI = i_e ds$  la quantité d'électricité qui traverse dans l'unité de temps et dans le sens  $Ml$  un élément superficiel  $ds$  normal à  $Ml$ .



Il est évidemment assez naturel de supposer que  $dI$  est proportionnelle à  $ds$  et à la projection de  $f$  sur  $Ml$  et que le coefficient de proportionnalité  $\gamma$  ne dépend que de l'état de la substance conductrice en  $M$ .  
On arrive ainsi à la loi élémentaire

$$i_e = \gamma f \cos(\bar{f}, \overline{Ml})$$

Or en l'absence d'autres causes étrangères la force  $f$  résulte des actions électrostatiques exercées par les charges électriques invariables qui, lorsque le régime permanent est atteint, se trouvent distribués en différents points de l'espace;  $f$  est égal à la valeur  $\bar{f}$  du champ électrostatique au point considéré; par suite :

$$f \cos(\bar{f}, \overline{Ml}) = \bar{f}_e = -\frac{dU}{dl}$$

et nous retompons sur la relation :

$$i_e = -\gamma \frac{dU}{dl}$$

Mais, dans le cas général la force électrique  $\vec{f}$  se compose non-seulement de l'action  $\vec{h}$  du champ électrostatique actuel, mais encore d'actions électromotrices diverses; on a.

$$\vec{f} = \vec{h} + \vec{e}$$

et en désignant par  $e_e$  la composante de  $\vec{e}$  suivant la direction  $ML$  nous sommes conduits à substituer à l'équation d'Osborn la relation plus générale:

$$i_e = \gamma \left( e_e - \frac{dU}{dt} \right)$$

d'où:

$$dU = \left( e_e - \frac{1}{\gamma} i_e \right) dl = (e_e - \rho i_e) dl$$

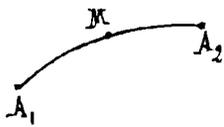
Donc si l'on décrit, à l'intérieur du conducteur, une ligne quelconque allant du point où le potentiel est  $U_1$  au point où le potentiel est  $U_2$  on aura en désignant par  $dl$  un élément de ce parcours.

$$(1) \quad U_2 - U_1 = \int_{(1)}^{(2)} (e_e - \rho i_e) dl = \int_{(1)}^{(2)} (\vec{e} - \rho \vec{i}) dl$$

Si l'on revient au point de départ  $U_2 = U_1$ , et l'intégrale prise le long d'un contour fermé est nulle

$$(2) \quad \int_c (\vec{e} - \rho \vec{i}) dl = 0$$

Cette deuxième équation correspond à la deuxième relation de Kirchhoff  $\sum (E - RI) = 0$  il est d'ailleurs inutile de s'imposer la condition restrictive de suivre un trajet compris entièrement à l'intérieur des conducteurs les formules (1) et (2) sont en effet valables à l'intérieur des diélectriques.



Considérons un arc de courbe  $A_1 M A_2$  tracé dans un tel milieu, la particule électrique qui se trouve en  $M$  est immobilisée donc  $i = 0$  et la force résultante  $\vec{f}$  est également nulle.

Par suite  $\vec{h} = -\vec{e}$ ; cela veut dire que la particule considérée subit de la part de la substance du diélectrique une action précisément égale et opposée à celle  $\vec{h}$  du champ électrostatique actuel.

On a donc bien:

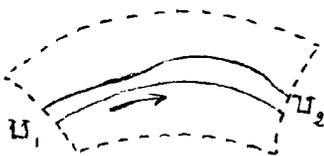
$$\int_{A_1}^{A_2} (\vec{e} - \rho \vec{i}) dl = \int_{A_1}^{A_2} \vec{e} dl = - \int_{A_1}^{A_2} \vec{h} dl = -(U_1 - U_2) = U_2 - U_1$$

On se rappelle en effet que la différence de potentiel  $U_1 - U_2$  entre deux points  $A_1$  et  $A_2$  est égale au travail du vecteur  $\vec{h}$  le long du

trajet  $A_1, A_2$ .

Les relations précédentes sont donc tout à fait générales. Remarquons qu'il y a simplement analogie et non identité entre la formule (2) et l'équation  $\Sigma(E - rI) = 0$  qui nous a servi à étudier la distribution du courant dans un réseau de conducteurs filiformes.

Dans l'une, entrent les densités de courant  $i$ , tandis que dans l'autre figurent les intensités totales  $I$ .



Considérons un tube de courant très étroit terminé par des bases qui sont respectivement aux potentiels  $U_1$  et  $U_2$ . Le courant total  $\delta I$  qui le traverse est relié à la densité du courant  $i$  par l'équation

$$\delta I = i \delta S$$

dans laquelle  $\delta S$  représente la section droite du tube.

La formule (1) devient :

$$U_2 - U_1 = \int_{(1)}^{(2)} e dl - \delta I \int_{\delta S} \frac{r}{S} \cdot dS$$

La deuxième intégrale est la somme des valeurs individuelles des résistances de petits tronçons cylindriques de longueur  $dl$  et de section  $\delta S$  elle représente la résistance  $r$  de la portion du tube considéré.

La première intégrale donne la valeur de l'énergie communiquée à l'unité d'électricité lorsqu'elle passe suivant l'axe du tube de (1) à (2) c'est la force électromotrice  $E$  correspondant à cette partie du circuit

$$(3) \quad U_2 - U_1 = E - r \delta I$$

Mais il serait illusoire de chercher à étendre cette formule au volume total du conducteur compris entre les sections équipotentiels  $U_1$  et  $U_2$ .

En décomposant ce volume en un très grand nombre  $N$  de tubes élémentaires et en faisant la somme des équations (3) relatives à chacun d'eux on aurait

$$N(U_2 - U_1) = \Sigma E - \Sigma r \cdot \delta I$$

Supposons les choisis de telle manière que l'intégrale  $r = \int_{(1)}^{(2)} \frac{r}{S} dl$  ait la même valeur pour tous il vient en appelant  $I = \Sigma \delta I$  le courant total :

$$U_2 - U_1 = \frac{\Sigma E}{N} - \frac{r}{N} \cdot I.$$

Mais la résistance  $R = \frac{r}{N}$  dépend essentiellement de la distribution du vecteur  $\vec{i}$  à l'intérieur du volume considéré et le champ ( $\vec{i}$ ) est évidemment lié au champ ( $\vec{E}$ ), de telle sorte que la valeur de  $R$  n'est plus

un élément caractéristique dépendant uniquement de la nature du segment de conducteur.

Lorsqu'il n'existe pas de force électromotrice à l'intérieur de ce segment on peut démontrer que la distribution du vecteur  $\vec{i}$  est unique lorsqu'on se donne la forme des surfaces équipotentielles ainsi que la surface latérale de contact avec le diélectrique; le rapport  $\frac{U_2 - U_1}{I}$  est alors une constante qui ne dépend que du conducteur et qui définit sa résistance.

Cependant il ne faut pas oublier que, même dans ce cas, l'état du courant dans cette portion du conducteur dépend des valeurs de  $\vec{E}$  dans les autres parties du circuit toute modification du champ ( $\vec{E}$ ) pouvant entraîner des changements de forme et de position des surfaces équipotentielles ( $U_1$ ) et ( $U_2$ ) de telle sorte que la Résistance totale n'est qu'une chose de bien défini que dans le cas où les conditions du problème permettent de considérer les surfaces ( $U_1$ ) et ( $U_2$ ) comme indépendantes de ( $\vec{E}$ ). Tel est le cas des conducteurs filiformes où l'on peut assimiler ces surfaces à des sections droites.

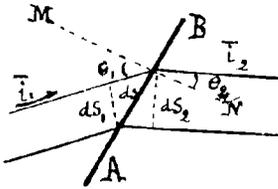
L'élément essentiel n'est donc pas la résistance, mais la résistivité.

Si nous considérons un tube de courant élémentaire, ce tube se reforme nécessairement sur lui-même\* et par suite la formule (3) étendue à tout ce tube nous donne

$$E - r \int I = 0$$

$\int I$  s'annule avec  $I$  il ne saurait donc y avoir de courant permanent si le champ ( $\vec{E}$ ) n'existait pas; de plus tous les tubes de courant traversent nécessairement la région de l'espace occupée par ce champ électromoteur.

121 — Réfraction des tubes de courant à la surface de séparation de deux conducteurs. — Soit ds une aire élémentaire d'équino sur la surface de séparation de deux milieux dont les résistivités sont  $\rho_1$  et  $\rho_2$ .



Désignons par  $\theta_1$  et  $\theta_2$  les angles que font avec la normale  $MN$  les vecteurs  $\vec{i}_1$  et  $\vec{i}_2$  qui caractérisent la densité de courant de part et d'autre de  $ds$ .

En appliquant l'équation de continuité on a :

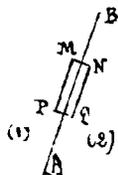
$$i_1 ds_1 = i_2 ds_2$$

\* En effet si ce tube se terminait en pointe l'intensité y aurait une valeur infinie ce qui est physiquement impossible; d'autre part si nous supposions que ces deux extrémités sont à l'infini la valeur correspondante du potentiel  $V$  serait nulle et nous arriverions encore à l'équation  $E - r \int I = 0$ .

et comme  $dS_1 = dS \cos \theta_1$  ;  $dS_2 = dS \cos \theta_2$

$$i_1 \cos \theta_1 = i_2 \cos \theta_2$$

Intégrons l'expression  $(\bar{e} - \rho \bar{i}) dl$  le long d'un contour rectangulaire  $MNPQM$  dont les deux cotés  $MN$  et  $PQ$  traversent normalement la surface de séparation et sont infiniment courts par rapport aux deux autres il viendra :



$$\rho_1 i_1 \sin \theta_1 = \rho_2 i_2 \sin \theta_2$$

pourvu que l'intégrale  $\int_{MNPQ} \bar{e} dl$  soit nulle

Or il en est, à priori ; vraisemblablement ainsi car la force  $\bar{e}$  peut provenir d'une part d'actions éloignées qui donneront la même composante de part et d'autre de  $AB$ , d'autre part d'actions dues au voisinage des deux substances conductrices ; ces dernières donneront par raison de symétrie une composante de  $\bar{e}$  normale à  $AB$  et le travail de cette composante suivant  $MN$  sera détruit par celui qu'elle effectue suivant  $PQ$ .

Des relations précédentes on tire l'équation :

$$\rho_1 \operatorname{tg} \theta_1 = \rho_2 \operatorname{tg} \theta_2$$

qui est complètement analogue à celle que nous avons précédemment trouvée (N° 116) pour la réfraction des tubes de force à la surface de séparation de deux diélectriques.

Quincke a pu observer la réfraction des lignes de courant en appliquant la méthode indiquée plus haut (N° 118).

La figure ci-contre donne une idée du résultat qu'il a obtenu avec un disque dont une moitié est en plomb et l'autre en cuivre lorsqu'on y fait passer un courant du point  $A$  au point  $B$ .

Les lignes de courant se rapprochent de la normale quand on passe d'un milieu bon conducteur dans un milieu qui l'est moins et c'est en particulier ce qui se produit quand on amène le courant dans un liquide avec des électrodes métalliques.

Dans ce cas le rapport des résistivités est considérable et l'on peut considérer les lignes de courant comme pratiquement normales à la surface métallique.

**129. — Relation entre la conductibilité thermique et la conductivité.** — On avait remarqué depuis longtemps que les propriétés conductrices de la matière pour la chaleur et l'électricité varient dans le même

seus quand on passe d'une substance à une autre. Ses premières comparaisons précises sont dues à Wiedemann et Franz qui déterminèrent à cette occasion le coefficient de conductibilité thermique  $K$  par la méthode indiquée précédemment (N° 113).

Ils constatèrent qu'il existait une proportionnalité approchée entre  $K$  et  $\gamma$ ; on peut s'en rendre compte en consultant le tableau suivant où ces deux quantités sont exprimées en unités arbitraires telles que pour l'argent on ait  $K = 100$  et  $\gamma = 100$ .

	$\gamma$	$K$		$\gamma$	$K$
Argent	100,0	100,0	Ter	13,0	11,9
Cuivre	73,0	73,6	Plomb	10,7	9,5
Or	59,0	53,2	Platine	10,3	8,4
Souton	21,5	23,6	Palladium	5,9	6,3
Étain	22,6	14,5	Bismuth	1,9	1,8

En comparant les deux conductibilités à diverses températures Wiedemann et Franz ont été conduits à penser que le rapport de ces deux grandeurs variait proportionnellement à la température absolue et qu'on avait :

$$(1) \quad \frac{K}{\gamma} = A \cdot \theta$$

A étant une constante identique pour tous les corps.

La propriété exprimée par la formule (1) porte le nom de loi de Wiedemann et Franz elle n'est vérifiée que d'une manière approchée et paraît être d'autant plus exacte que les corps sont meilleurs conducteurs.

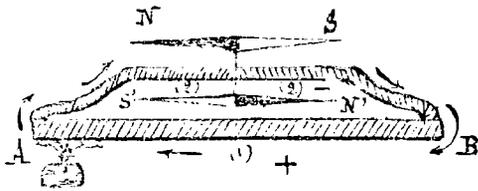
D'un mémoire relativement récent (1899) de M. M. Jaeger et Os-selbrosk nous extrayons les nombres suivants qui expriment le quotient  $(\frac{K}{\gamma})_{100} : (\frac{K}{\gamma})_{18}$  des rapports  $\frac{K}{\gamma}$  déterminés aux températures de 100 et 18° centigrades.

	$(\frac{K}{\gamma})_{100} : (\frac{K}{\gamma})_{18}$		$(\frac{K}{\gamma})_{100} : (\frac{K}{\gamma})_{18}$
Aluminium	1,32	Plomb	1,31
Cuivre	1,30	Étain	1,26
Argent	1,28	Platine	1,35
Or	1,27	Palladium	1,35
Nickel	1,30	Ter	1,32
Zinc	1,29	Bismuth	1,12
Cadmium	1,28	Constantan	1,18

On devrait avoir si la loi était rigoureusement exacte  $(\frac{K}{\gamma})_{100} : (\frac{K}{\gamma})_{18} = \frac{373}{291} = 1,290$  et par conséquent la concordance est, comme on le voit, relativement satisfaisante.

## 13<sup>e</sup> Leçon. Phénomènes thermo-électriques.

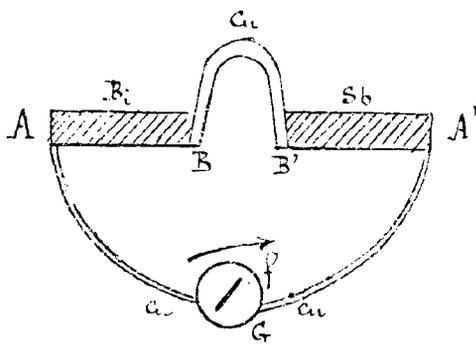
123. — Généralités ; Expérience de Seebeck. — Nous avons vu (11<sup>e</sup> 62) que d'après la loi de Volta une chaîne métallique fermée constituée par divers métaux à la même température n'est le siège d'aucun courant ; il n'en est plus de même lorsque les diverses parties du circuit ainsi constitué sont à des températures différentes et l'on donne le nom de courants thermoélectriques aux courants qui prennent naissance dans ce cas.



Pour mettre ce phénomène en évidence on peut comme le faisait Seebeck (mars 1823) disposer une aiguille astatique dans un cadre métallique formé par deux métaux différents soudés en A et B.

Lorsqu'on chauffe la soudure A ou qu'on refroidit B on obtient une certaine déviation ; lorsque l'on chauffe B ou que l'on refroidit A, on a une déviation inverse ; le courant change donc de sens.

L'ensemble de deux métaux susceptibles de transformer directement la chaleur en courant électrique porte le nom de pile thermo-électrique. Le sens du courant s'obtient par application de la règle d'Ampère et lorsqu'à travers la soudure chaude le sens du courant est par exemple celui qu'indique la flèche de la figure ci-contre on dit que le métal (1) est positif par rapport à (2). Le sens du courant dépend des métaux



en présence et on a dressé une liste telle que chaque métal est positif avec ceux qui le suivent, et négatif avec ceux qui le précèdent.

+ Bismuth	Manganèse	Or
Nickel	Argent	Zinc
Paladium	Etain	Fer
Platine	Plomb	Arsenic
Cobalt	Cuivre	- Antimoine -

On vérifie facilement le sens du courant en intercalant dans le circuit un galvanomètre. Soit par exemple une pile thermo-électrique composée d'un élément à bismuth et à cuivre et d'un élément à antimoine et cuivre.

Si on chauffe les soudures A ou A' le sens du courant est  $\overrightarrow{AGA'BB'}$  si on chauffe B ou B', le sens est inverse.

Si la chaîne métallique dont certaines soudures sont chauffées n'est pas fermée mais est terminée par des métaux identiques on peut constater à ses extrémités la production d'une différence de potentiel que peut révéler un électromètre.

Mais, en général, les indications de cet instrument ne sont pas assez précises pour évaluer les faibles forces électromotrices développées et l'on préfère les déduire de la mesure galvanométrique du courant qu'elles produisent dans un circuit fermé.

124 — Phénomène de l'inversion. — Dans un circuit formé de deux métaux, maintenons une soudure à la température  $\theta_1$ , et élevons graduellement la température  $\theta_2$  de l'autre.

Pour certains couples exceptionnels (Fe, Pt) le courant va toujours en augmentant dans l'intervalle des températures que l'on peut pratiquement réaliser.

En général l'intensité du courant, croît, passe par un maximum, puis décroît, jusqu'à s'annuler; ensuite le courant change de sens et son intensité croît de nouveau indéfiniment. On donne à ce phénomène le nom d'inversion on l'observe vers  $300^\circ$  pour le couple (Cu, Fe).

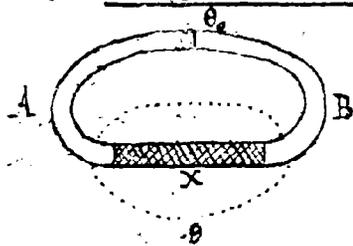
Le fait de l'inversion nous montre que l'ordre dans lequel sont rangés les différents corps indiqués au paragraphe précédent varie en général avec la température. Le tableau que nous avons donné se rapporte à des températures relativement voisines de la température ordinaire.

125 — Lois du phénomène (Edmond Becquerel). — 1° Loi des températures successives. — Pour 1 couple donné: la force électromotrice obtenue en portant les soudures aux températures  $\theta_1$  et  $\theta_2$  est la somme des f. é. m. qu'on obtient, en portant les soudures aux températures  $\theta_1$  et  $\theta$  puis  $\theta$  et  $\theta_2$  ( $\theta_1 < \theta < \theta_2$ ).

Nous désignerons par  $E_{\theta_1}^{\theta_2}$  (A, B) la f. é. m. d'un couple de deux métaux A et B dont l'une des soudures est à  $\theta_1$  et l'autre à  $\theta_2$ . La loi s'écrit

$$E_{\theta_1}^{\theta} + E_{\theta}^{\theta_2} = E_{\theta_1}^{\theta_2}$$

2° Loi des métaux intermédiaires. — Si deux métaux A et B sont séparés dans un circuit par un ou plusieurs métaux intermédiaires maintenus à la même température  $\theta$  la f. é. m. est la même que si les 2 métaux étaient mis directe-



ment en contact et la soudure portée à la température  $\theta$ .

Cette loi est très importante. Elle montre qu'en intercalant un galvanomètre dans un circuit comme nous l'avons fait précédemment on n'introduit pas de force électromotrice.

De plus quand on veut constituer un couple, il n'est pas toujours possible de souder directement deux métaux; ou bien si on le peut on n'obtient pas le contact parfait sur toute la surface de raccord, ce qui augmente la résistance. La loi montre qu'on pourra sans inconvénient les souder avec un métal intermédiaire convenablement choisi.

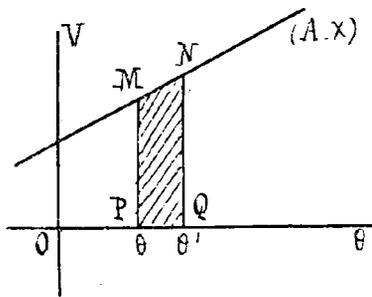
3° Loi des métaux successifs. — Si l'on forme trois éléments en associant deux à deux trois métaux différents A, B et C on a:

$$E_{\theta}^{\theta}(AB) + E_{\theta}^{\theta}(BC) = E_{\theta}^{\theta}(AC)$$

Cette loi nous montre qu'il suffit d'étudier tous les éléments formés par un métal fixe avec tous les autres métaux pour pouvoir évaluer la f.é.m. produite par un élément constitué par deux métaux quelconques.

On a choisi comme métal fixe le plomb qui ne s'érode pas et dont les propriétés ne dépendent pas des variations de température subies au cours des manipulations.

126 — Mode représentatif de Gait. — Gait représente les propriétés du couple (A.X) au moyen de courbes construites en portant en abscisses les températures et telles que l'aire MNPQ comprise entre deux ordonnées  $\theta$  et  $\theta'$  représente la force électromotrice du couple quand ses soudures sont aux températures  $\theta$  et  $\theta'$



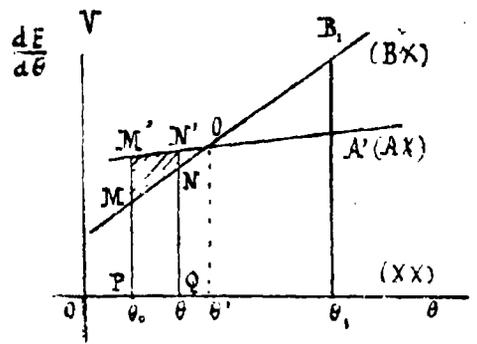
$$\text{aire MNPQ} = E_{\theta}^{\theta'}(AX)$$

La possibilité de ce mode représentatif résulte de l'existence de la première loi qui appliquée à des différences de température infinitésimales permet d'écrire:

$$E_{\theta}^{\theta'} = \int_{\theta}^{\theta'} \frac{E_{\theta}^{\theta+d\theta}}{d\theta} \cdot d\theta$$

Le quotient  $\frac{dE}{d\theta}$  de la force électromotrice élémentaire  $E_{\theta}^{\theta+d\theta} = dE$  par la différence  $d\theta$  a reçu le nom de pouvoir thermo-électrique.

L'expérience montre que ces courbes se confondent pratiquement avec des droites; le pouvoir thermo-électrique qui n'est autre



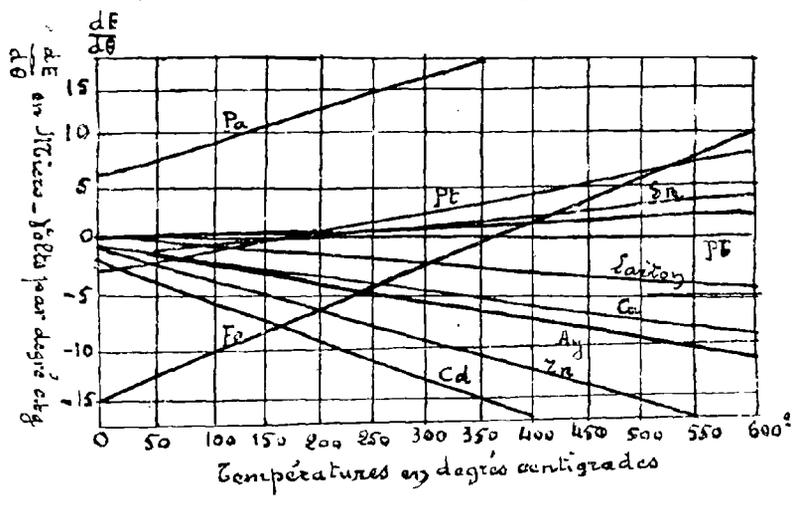
chose que l'ordonnée des courbes de  $\frac{dE}{d\theta}$  est donc fonction linéaire de  $\theta$ .  
 Supposons qu'on ait construit les courbes relatives à deux couples (AX) et (BX). On a évidemment

$$E_{\theta_0}^{\theta}(XB) = -E_{\theta_0}^{\theta}(BX)$$

La 3<sup>e</sup> loi nous donne :

$$E_{\theta_0}^{\theta}(AB) = E_{\theta_0}^{\theta}(AX) - E_{\theta_0}^{\theta}(BX) \\ = \text{aire } M'N'PQ - \text{aire } MNPQ = \text{aire } M'N'MN$$

et nous voyons que le tracé sur un même diagramme des courbes (AX) et (BX) permet d'obtenir immédiatement la f.e.m du couple (AB).  
 Ce qui précède fournit l'explication du phénomène de l'inversion. Maintenons la soudure froide du couple (AB) à  $\theta_0$  et élevons la température  $\theta$ . L'aire algébrique  $M'N'MN$  augmente jusqu'à  $\theta_1$ , puis diminue. Elle s'annule pour une température  $\theta$ , telle que  $OMM' = OA'B_1$ , c'est à dire telle que  $\theta_1 - \theta_0 = \theta' - \theta_0$ . Ensuite, elle devient négative et croît en valeur absolue.



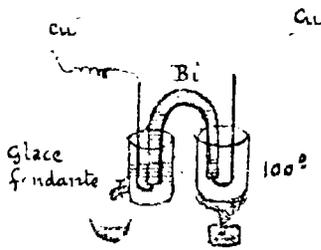
La force électromotrice  $E_{\theta_0}^{\theta}(AB)$  s'évalue facilement sur le diagramme c'est  $(\theta - \theta_0) \frac{MM' + NN'}{2}$ ; les valeurs de  $MM'$  et de  $NN'$  sont lues sur l'axe N.

Le pouvoir thermo-électrique  $(\frac{dE}{d\theta})_{AB}$  du couple AB à une température quelconque  $\theta$  est donné par la différence  $NN'$  des ordonnées correspondantes; la température  $\theta_{AB}$  qui correspond à un pouvoir thermo-électrique nul s'appelle le point neutre du couple (AB).

Le diagramme ci-dessus indique les résultats obtenus par  $\frac{dE}{d\theta}$  en prenant le plomb comme métal de comparaison.

127 — Applications des piles thermoélectriques. — Recherches de Fouillet. — Les couples thermoélectriques présentent le grand avantage d'avoir une résistance intérieure négligeable.

geable tandis que celle des couples az liquide est très grande.

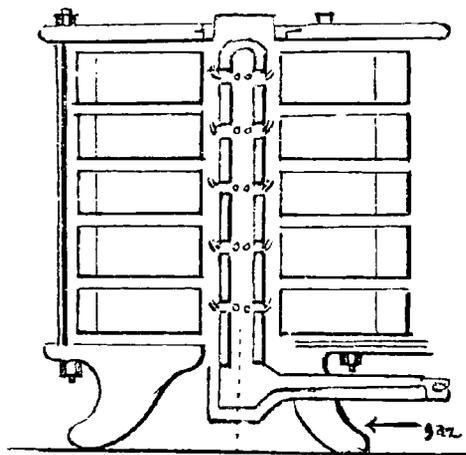
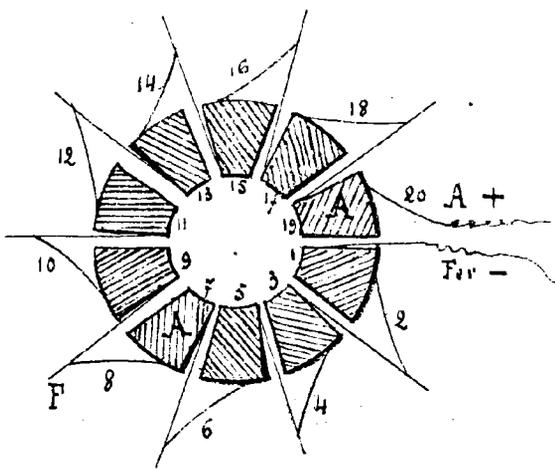


C'est en utilisant les propriétés de ces piles et les boussoles qu'il avait imaginées que Jouillet établit expérimentalement les lois des courants. Ses couples thermo-électriques dont il se servait étaient composés de bismuth et de cuivre; une des soudures était maintenue à 0° et l'autre à 100°. Le courant ainsi produit est constant; la résistance négligeable de la pile permet à Jouillet qui ignorait les travaux d'Ohm

de découvrir immédiatement la loi qui lie l'intensité à la résistance et à la force électromotrice.

Ses recherches de Jouillet constituent la première démonstration expérimentale précise des résultats théoriques obtenus par Ohm.

Giles Clamond. — La pile thermo-électrique de Clamond est composée de fer et d'un alliage de zinc et d'antimoine A. Ses sou-



dures im-  
paires sont  
disposées au-  
tour d'un  
conduct cen-  
tral et chauff  
ées par un  
brûleur Burn-  
sen. Ses sou-  
dures paires,  
placées à la  
surface de  
l'appareil, se  
refroidissent

par rayonnement.

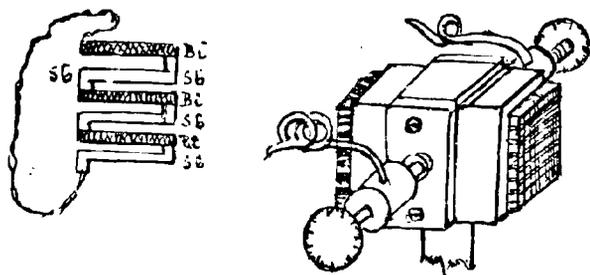
La force électro-motrice de 30 couples Clamond associés en tension est égale à celle d'un couple Bunsen.

Cet appareil qui transforme directement la chaleur en électricité est surtout commode à cause de sa constance et de sa durée.

On l'a utilisé pour obtenir des dépôts galvanoplastiques.

Mesure des températures. — Pour de faibles différences de température on peut considérer la f. é. m et par suite l'intensité du courant produit comme proportionnelles à cette différence.

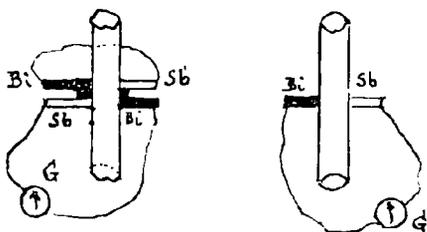
Pile de Melloni. — La pile employée par Melloni pour l'étude de la chaleur rayonnante est basée sur ce principe; elle se compose d'éléments thermo-électriques, bismuth-antimoi-



\* réunis en tension. Ses soudures paires sont placées toutes d'un même côté de la pile, les soudures impaires de l'autre. Le courant mesurera donc la différence de température entre les deux faces de la pile.

On peut augmenter la sensibilité des couples thermoélectriques employés pour étudier l'intensité calorifique des radiations en les plaçant dans le vide extrême; l'amélioration commence à se faire sentir vers des pressions de  $0^{\text{mm}}/5$  et atteint son maximum vers  $0^{\text{mm}}/0001$ , dans ce dernier cas on obtient des effets 6 à 7 fois supérieurs à ceux que donne le même couple dans l'air à la pression normale. Ce résultat est évidemment dû à la diminution de la vitesse de refroidissement qui résulte de la raréfaction de l'air.

Pince thermo-électrique. - Pour évaluer la température d'un objet de petites dimensions on emploie la pince thermo-électrique. Elle se compose de deux éléments réunis en tension, de telle sorte que les deux soudures paires s'appliquent sur l'objet étudié; leurs effets s'ajoutent ainsi comme dans la pile de Nobili.



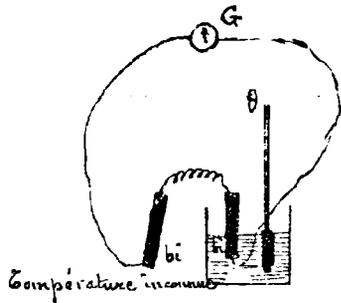
La 2<sup>e</sup> loi précédemment énoncée montre que si au lieu de souder directement deux métaux, on les réunit par l'intermédiaire d'un autre métal, les deux contacts étant maintenus à la température de ce métal, la différence de potentiel entre les deux premiers métaux reste la même.

Couple Seebatelier. - On emploie couramment de nos jours en métallurgie un couple formé par deux fils en platine pur et platine rhodié ou iridié qui conviennent très bien pour l'évaluation des températures jusque vers  $1200^{\circ}$ .

On peut également employer ces couples pour la mesure des

\* Une pile du même genre avait été antérieurement réalisée par Nobili (1830); de nos jours on les construit en remplaçant l'antimoine par un alliage de cadmium et d'antimoine qui donne avec le bismuth une f. é. m. encore plus considérable.

C'est d'ailleurs en mars 1823 que, dans des expériences qu'ils exécutaient ensemble, Ohsted et Fourier eurent l'idée d'augmenter l'effet observé par Seebeck en multipliant les soudures alternativement chaudes et froides et construisirent la première pile thermoélectrique.



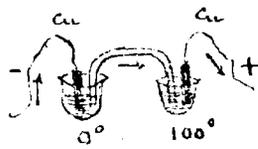
températures très basses ( $-200^\circ$ ). Le point neutre du (platine, platine rhodié) est très éloigné et les indications de cet appareil sont très sensiblement proportionnelles aux températures.

Méthode d'opposition. — Pour les températures ordinaires on peut mettre en opposition (E. Becquerel) deux couples et employer une méthode de zéro.

L'un des couples est placé à l'endroit dont on veut la température, l'autre est placé dans un bain dont on peut mesurer la température commodément avec un thermomètre  $\theta$ . On règle la température de ce dernier de manière à maintenir l'aiguille du galvanomètre  $G$  au zéro.

## 128. — Phénomènes thermoélectriques au contact des liquides.

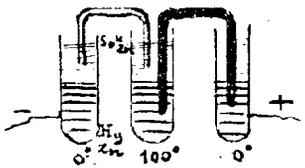
Des effets thermoélectriques intenses peuvent être obtenus au contact des liquides; soit par exemple deux vases contenant la même dissolution, de sulfate de cuivre et communiquant par un siphon également rempli de la même dissolution. Si on plonge dans chacun d'eux une lame de cuivre pur, on n'observe aucun courant tant que la température est uniforme.



S'il n'en est pas ainsi on constate l'existence d'un courant qui va du vase chaud au vase froid par le circuit extérieur. Entre  $0$  et  $100^\circ$  la force électromotrice entre le cuivre et le sulfate de cuivre est  $0,06^{volts}$ , c'est-à-dire six fois plus grande que la force

électromotrice thermoélectrique du couple bismuth-antimoine.

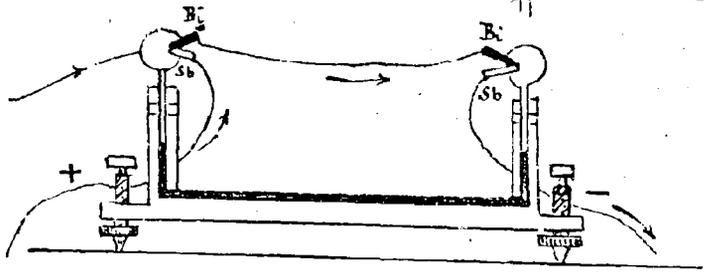
On réalise également un couple énergique, qui peut être employé comme étalon de force électromotrice; par le contact



d'un amalgame de zinc au  $\frac{1}{2000}$  et d'une dissolution saturée de sulfate de zinc. Les connexions sont réalisées à l'aide de siphons comme l'indique la figure et la f. é. m. correspondant à ( $0^\circ-100^\circ$ ) est de  $0,1167$ .

129. — Effet Peltier. — Peltier découvrit en 1834 que lorsqu'un courant traverse un conducteur formé d'une lame de cuivre et d'une lame de bismuth, soudées bout à bout, l'échauffement du conducteur est irrégulier et il se produit à la soudure même, soit un échauffement plus considérable, soit un abaissement de température suivant le sens du courant.

Peltier évaluait les différences de température avec une pince thermo. électrique, mais on peut mettre en évidence l'effet qu'il a découvert en enfermant simplement dans les boules d'un thermo-



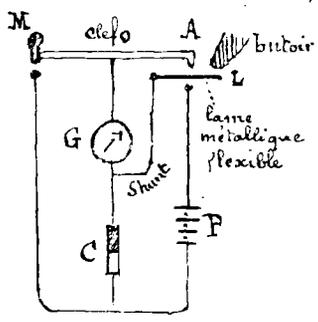
mètre différentiel de Scolie, deux petits couples bis muths antimoine, opposés l'un à

l'autre, dans lesquels on fait passer un même courant. Si les deux couples s'échauffaient régulièrement en suivant la loi de Joule, l'index du thermo- mètre devrait rester fixe. On constate au contraire en faisant passer le cou- rant que l'une des soudures s'échauffe plus que l'autre. Le phénomène observé est la superposition de deux autres; l'un est l'échauffement régulier, d'après la loi de Joule, l'autre un phénomène particulier d'échauf- fement ou de refroidissement qui constitue l'effet Peltier.

Ed. Becquerel a reconnu que le sens du courant qui détermine un abaissement de température à la soudure de deux métaux, est précisé- ment celui du courant produit en échauffant cette même soudure, de sorte que, dans un circuit thermo-électrique, le courant produit tend constamment à refroidir la soudure chaude et à réchauffer la soudure froide. Pour entretenir le courant, il est donc nécessaire de fournir, d'une part, de la chaleur à la soudure chaude et d'autre part d'enlever de la chaleur à la soudure froide.

Ce qui précède donne l'explication de l'expérience suivante, ana- logue à celle de la polarisation des électrodes (N. 77); On fait passer un courant à travers un couple thermoélectrique placé dans le circuit d'un galvanomètre (Shunté) puis on supprime la pile du circuit tout en y laissant le galvanomètre (désbunté) on observe alors une dévia- tion contraire de celle que produisait le courant de la pile.

En effet supposons par exemple que le courant passe dans une soudure du métal positif au métal négatif. Cette soudure se refroidira et lorsqu'on supprimera la pile du circuit, le refroidissement de cette soudure tendra à pro- duire un courant allant du métal négatif au métal positif, c'est à dire en sens inverse.



L'expérience se fait aisément en employant le dispositif dont la figure ci-contre donne le schéma.

En abaissant la clef au côté A le courant de la pile traverse le galvanomètre G et le couple C.

De plus la lame métallique flexible L permet d'intercaler un shunt de protection sur le circuit du galvanomètre.

En relevant la clef ces communications sont rompues et lorsque le contact M est établi on n'a dans le circuit que le galvanomètre et le couple étudié.

On peut employer pour cette opération une foule de dispositifs, l'essentiel est que dans la manœuvre le galvanomètre ne puisse jamais être dans le circuit de la pile sans son shunt.

M<sup>r</sup> Seroux a étudié quantitativement l'effet Peltier (1866) en effectuant des mesures calorimétriques. Les métaux employés formaient une sorte de fer à cheval, aux extrémités duquel étaient soudées deux lames de cuivre. Chaque soudure plongeait dans un calorimètre. La résistance de ce conducteur devait être très faible, et les résistances R et R' des deux parties plongées devaient être aussi identiques que possible. On faisait alors passer dans le conducteur un courant d'intensité connue I. Soient t la durée de l'expérience et Q la quantité de chaleur dégagée ou absorbée à chaque soudure, l'un des calorimètres (1) mesurera la quantité de chaleur

$$Q_1 = RI^2t + Q$$

et l'autre (2)

$$Q_2 = R'I^2t - Q$$

Changeons le sens du courant on aura dans chaque calorimètre

$$Q'_1 = RI^2t - Q \quad \text{et} \quad Q'_2 = R'I^2t + Q$$

d'où

$$2Q = Q_1 - Q'_1 = Q'_2 - Q_2$$

M<sup>r</sup> Seroux a trouvé que la quantité de chaleur Q est :

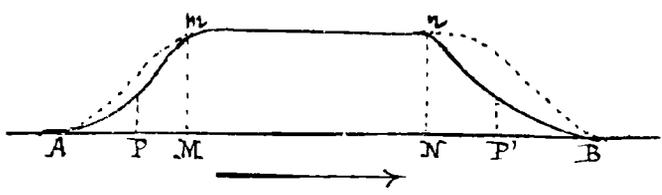
1° Indépendante de l'étendue de la soudure.

2° Proportionnelle à la quantité  $q = It$  d'électricité qui l'a traversée

$$Q = \pi It$$

Le coefficient  $\pi$  de l'effet Peltier dépendant d'ailleurs de la nature des métaux qui constituent le couple ainsi que de la température. Ce coefficient change de signe pour la température qui correspond au point neutre des deux métaux constituant.

130. — Effet Thomson. — Vers 1856, Lord Kelvin (à cette époque W. Thomson), guidé par des considérations théoriques, découvrit que le passage d'un courant dans un conducteur homogène dont toutes les parties ne sont pas à la même température donne lieu à un dégagement calorifique particulier que l'on désigne actuellement sous le nom d'effet Thomson.

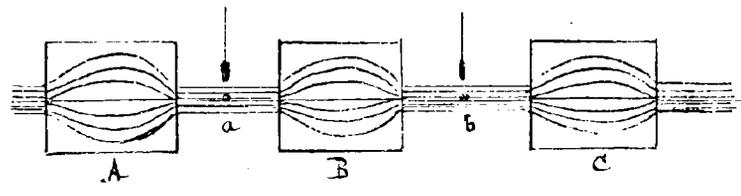


Soit un conducteur métallique AB chauffé en son milieu sur une certaine longueur MN, et refroidi à partir des points A et B. La distribution des températures stationnaires sera figurée par une courbe symétrique telle que Am nB.

Le passage d'un courant dans le conducteur, semblerait a priori devoir l'échauffer d'une manière symétrique indépendante du sens du courant; l'expérience prouve que, au contraire, la distribution des températures cesse d'être symétrique.

Lord Kelvin a réalisé cette expérience sous la forme suivante:

Un paquet de fils de fer isolés serrés par des nœuds en a et b s'épandait dans trois cuves A, B, C, les deux extrêmes renfermant de l'eau chaude et la cuve intermédiaire de l'eau froide; des thermomètres placés en a et b indiquent la température des fils et par raison de symétrie leurs indications sont voisines lorsque le régime stationnaire est atteint.



Si l'on fait passer un courant dans le sens AC il est dirigé en a de la partie chaude vers la partie froide et en b de la partie

froide vers la partie chaude. On observe dans ces conditions des différences de températures entre a et b qui changent de sens avec le sens du courant.

On peut considérer deux tranches voisines d'un même métal dont les températures sont  $\Theta$  et  $\Theta + d\Theta$ , comme deux corps très peu différents et en contact qui, lors du passage du courant I, sont le siège d'un effet Peltier infinitésimal. Le dégagement calorifique sera par suite proportionnel à la quantité d'électricité  $It$  qui traverse la tranche et à un coefficient de Peltier  $d\Pi$ :

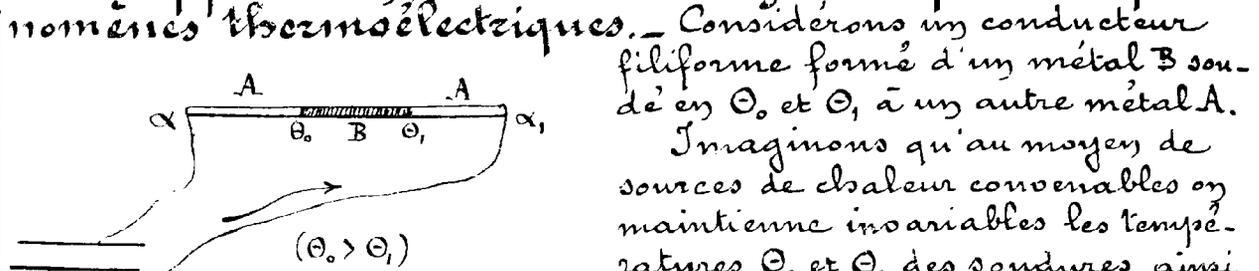
$$d\Pi = H d\Theta$$

La grandeur  $H$  qui caractérise l'effet Thomson élémentaire est une certaine fonction de la température qui varie avec la matière constitutive du conducteur.

La chaleur mise en jeu par cet effet entre deux sections aux températures  $\Theta_0$  et  $\Theta_1$  sera :

$$Q = It \int_{\Theta_0}^{\Theta_1} H d\Theta$$

### 131 — Application de la thermodynamique aux phénomènes thermoélectriques.



Considérons un conducteur filiforme formé d'un métal B soudé en  $\Theta_0$  et  $\Theta_1$  à un autre métal A. Imaginons qu'au moyen de sources de chaleur convenables on maintienne invariables les températures  $\Theta_0$  et  $\Theta_1$  des soudures, ainsi que la température  $\Theta$  en chaque point du conducteur, malgré l'effet de la conductibilité thermique qui tend continuellement à égaliser les températures des différentes parties de AB.

Nous supposons que les températures  $\Theta_0$  et  $\Theta_1$  aux extrémités  $\alpha$  et  $\alpha_1$  sont les mêmes et nous pourrions considérer ce conducteur et l'ensemble des sources qui maintiennent sa distribution thermique constante comme formant un premier système  $S_1$ .

Joignons les extrémités de la pile thermoélectrique A|B|A ainsi constituée aux armatures d'un condensateur plan, elles prendront une différence de potentiel  $E = E_{\Theta_0}^{\Theta_1}(AB)$ .

Si l'on rapproche les armatures de ce condensateur, sa charge s'accroît de  $dq$ ; mais la circulation de cette quantité  $dq$  d'électricité à travers le conducteur A|B|A tend à refroidir la soudure chaude ( $\Theta_0$ ) et à réchauffer la soudure froide  $\Theta_1$ . Pour les maintenir à l'état stationnaire il faudra céder

$$\pi_{AB}^{\Theta_0} dq \text{ à la première et } - \pi_{AB}^{\Theta_1} dq \text{ à la seconde}$$

De même, pour contrebalancer l'effet Thomson il faudra céder  $H d\Theta \cdot dq$  calories à chaque élément du conducteur compris entre les isothermes  $\Theta$  et  $\Theta + d\Theta$

$$\text{c'est-à-dire en tout : } dq \left[ \int_{\Theta_0}^{\Theta_1} H_A d\Theta + \int_{\Theta_0}^{\Theta_1} H_B d\Theta + \int_{\Theta_1}^{\Theta_0} H_A d\Theta \right] = dq \int_{\Theta_0}^{\Theta_1} (H_A - H_B) d\Theta$$

(Les notations  $H_A, H_B$  servant à spécifier qu'on a affaire au coefficient d'effet Thomson des corps A ou B).

Le passage d'un courant à travers le conducteur produit un dégagement calorifique proportionnel au carré de l'intensité  $I = \frac{dq}{dt}$  mais on peut remarquer que si les mouvements imprimés au condensateur sont extrêmement lents,  $I$  peut être rendu aussi faible que l'on voudra et que par suite le dégagement calorifique de Joule sera négligeable devant les autres et disparaîtra à la limite.

Désignons par  $S_2$  un système de sources convenablement agencées capable de compenser exactement aux points mêmes où ils se produisent les dégagements calorifiques (positifs ou négatifs) dus aux effets Peltier et Thomson; lorsque le rapprochement infinitésimal des armatures du condensateur fait croître de  $dq$  la charge électrique de ce dernier, le système  $S_2$  devra céder  $dQ$  calories données par la relation :

$$JdQ = \left[ \pi_{AB}^{\ominus} - \pi_{AB}^{\oplus} + \int_{\Theta_1}^{\Theta_2} (H_A - H_B) d\Theta \right] dq *$$

Àu rapprochement des armatures du condensateur correspond :

- 1° un accroissement  $\frac{1}{2} Edq$  de son énergie électrostatique.
- 2° une production de travail mécanique due à l'action des pressions électrostatiques; ce travail est recueilli par l'opérateur étranger au système; il doit être pris avec le signe -; il est facile de voir que sa valeur  $-d\mathcal{E}$  est numériquement égale à  $-\frac{1}{2} Edq$  \*\*

On peut donc écrire qu'en fournissant au système  $S_2$  formé par l'adjonction du condensateur au système  $S_1$ .

- 1°  $JdQ$  calories convenablement distribuées par  $S_2$ ; 2° Le travail  $-d\mathcal{E}$ , rien n'est changé si ce n'est l'état électrique du condensateur dont l'énergie électrostatique s'accroît de  $\frac{1}{2} Edq$ ; donc :

$$JdQ - d\mathcal{E} = \frac{1}{2} Edq$$

$$\text{d'où puisque } d\mathcal{E} = \frac{1}{2} Edq \quad JdQ = Edq$$

\* Le facteur  $J$  s'introduit ici parce que nous supposons  $\pi$  et  $\int H d\Theta$  évalués en unités électromagnétiques C.G.S de force électromotrice, et  $Q$  en calories. (voir les conventions faites au n° 90).

\*\* On a en effet en désignant par  $S$  la section et  $e$  l'épaisseur du condensateur

$$-d\mathcal{E} = \rho dc$$

$$\text{or } q = CE = \frac{S}{4\pi e} E$$

$$\text{d'où } de = -\frac{ES}{4\pi q^2} dq.$$

et d'autre part  $\rho = 2\pi\sigma^2 S = 2\pi\left(\frac{q}{S}\right)^2 S = \frac{2\pi q^2}{S}$ , donc  $-d\mathcal{E} = -\frac{1}{2} Edq$

et par suite :

$$(1) \quad E = \pi_{AB}^{\ominus_0} \pi_{AB}^{\ominus_1} + \int_{\ominus_1}^{\ominus_2} (H_A - H_B) d\Theta$$

cette formule nous donne l'expression de la f. c. m. du couple.

D'ailleurs le système  $S_3$  est évidemment réversible d'après les propriétés mêmes des effets Peltier et Thomson : nous aurons donc en écrivant que  $\int \frac{d\Phi}{\Theta} = 0$  :

$$\frac{\pi_{AB}^{\ominus_0}}{\Theta_0} - \frac{\pi_{AB}^{\ominus_1}}{\Theta_1} + \int_{\Theta_1}^{\Theta_2} \frac{(H_A - H_B)}{\Theta} d\Theta = 0$$

et en différentiant par rapport à  $\Theta_0$ ,

$$(2) \quad d\left(\frac{\pi_{AB}^{\ominus_0}}{\Theta_0}\right) + \frac{H_A - H_B}{\Theta_0} = 0$$

d'où

$$\frac{\pi_{AB}^{\ominus_0}}{\Theta_0^2} = \frac{1}{\Theta_0} \left[ \frac{d\pi_{AB}^{\ominus_0}}{d\Theta_0} + H_A - H_B \right]$$

en passant à  $\frac{1}{\Theta_0}$  et remarquant que le crochet est d'après (1) précisément égal à  $\frac{dE}{d\Theta_0}$  on obtient en supprimant l'indice 0 devenu inutile

$$(3) \quad \pi_{AB}^{\ominus} = \Theta \frac{dE}{d\Theta}$$

et en portant cette valeur dans (2)

$$(4) \quad H_A - H_B = -\Theta \frac{d^2E}{d\Theta^2}$$

Ces deux dernières relations nous montrent que la connaissance du pouvoir thermoélectrique  $\frac{dE}{d\Theta}$  permet de calculer les coefficients  $\pi$  et  $H_A - H_B$  des effets Peltier et Thomson.

La formule (3) a été vérifiée expérimentalement par M. M. Bellati et Douly.

Le premier a obtenu avec un couple Fe | Zn à  $13^{\circ}8$  ctg ( $\Theta = 286,8$ )

$$\pi_{Fe,Zn}^{286,8} = 0,00253 \quad \text{et} \quad \Theta \frac{dE}{d\Theta} = 0,00255$$

Le second avec un couple Cu | Solut.  $SO_4 Cu$  à  $19^{\circ}8$  ( $\Theta = 295,3$ )

$$\pi = 0,212 \quad \Theta \frac{dE}{d\Theta} = 0,218$$

D'après cette formule on voit que l'effet Peltier s'annule et change de signe avec  $\frac{dE}{d\Theta}$  c'est-à-dire au point neutre du couple : ce fait a été comme nous l'avons dit (n° 199) vérifié par M. Seroux. Les expériences de ce physicien ont également établi que l'effet Thomson est nul pour le plomb si donc on désigne par  $\Theta_{A|Pb}$  le point neutre du couple A | Pb for-

mé par un métal quelconque A et le plomb les diagrammes linéaires de Zait nous donnent:

$$\left(\frac{dE}{d\Theta}\right)_{A|Pb} = \alpha \left(\Theta_{A|Pb} - \Theta\right)$$

$\alpha$  désignant le coefficient angulaire de la droite correspondante par suite

$$\pi = \alpha \Theta \left(\Theta_{A|Pb} - \Theta\right)$$

$$H_A = H_{Pb} - \Theta \frac{d^2E}{d\Theta^2} = -\Theta \frac{d^2E}{d\Theta^2} = \alpha \Theta \quad (\text{car } H_{Pb} = 0)$$

L'effet Thomson d'un tel couple est donc proportionnel à la température absolue.

Si il s'agit de deux métaux quelconques A et B on aura:

N. E.

$$(5) \begin{cases} \left(\frac{dE}{d\Theta}\right)_{A|B} = (\alpha - \beta) \left(\Theta_{A|B} - \Theta\right) \\ \pi_{A|B} = (\alpha - \beta) \Theta \left(\Theta_{A|B} - \Theta\right) \\ H_A - H_B = (\alpha - \beta) \Theta \end{cases}$$

D'après (1) on a:

$$\frac{dE}{d\Theta} = \frac{d\pi_{A|B}}{d\Theta} + H_A - H_B$$

Le pouvoir thermo-électrique se compose donc de deux parties provenant respectivement des effets Peltier et Thomson et le quotient  $(H_A - H_B) : \frac{dE}{d\Theta}$  donne une idée de l'importance relative de ce dernier.

Les formules (5) conduisent à l'expression simple suivante:

$$(H_A - H_B) : \frac{dE}{d\Theta} = \frac{\Theta}{\Theta_{A|B} - \Theta}$$

## 14<sup>e</sup> Leçon

### Champ magnétique créé par les courants

#### 132 — Fantômes magnétiques au voisinage des courants.

Les courants électriques mettent en jeu simultanément des actions électro-statiques et des actions électromagnétiques. L'observation d'un potentiel électro-statique le long des circuits démontre le premier effet; l'expérience d'Arstedt démontre le second. Si le courant agit sur l'aiguille aimantée c'est qu'il existe autour de lui

un véritable champ magnétique analogue à celui qu'on observe au voisinage des aimants et nous allons reprendre, plus particulièrement dans cette leçon l'étude de ce champ.

La loi de Laplace déduite des expériences de Biot et Savart constitue la loi élémentaire de cette action. Avant de l'utiliser pour le calcul des éléments du champ magnétique il est intéressant de répéter avec les courants l'expérience des fantômes magnétiques, dont les filaments indiquent immédiatement la direction des lignes de force.

### 1° Conducteur rectiligne indéfini.

Un gros fil de cuivre rectiligne et vertical traverse un carton horizontal saupoudré de limaille de fer : dès qu'un courant intense y est lancé (de 15 à 20 ampères) on voit la limaille s'agglomérer en filaments circulaires concentriques au fil. Cette disposition est conforme à la loi de Laplace, car la résultante de toutes les actions en un point quelconque du champ est normale au plan passant par le point donné et par le courant et a pour valeur :

$$F = 2\lambda \frac{mI}{a} \quad (\text{formule de Biot et Savart})$$

$a$  étant la distance de ce point au fil.

Les lignes de force d'un courant recti-

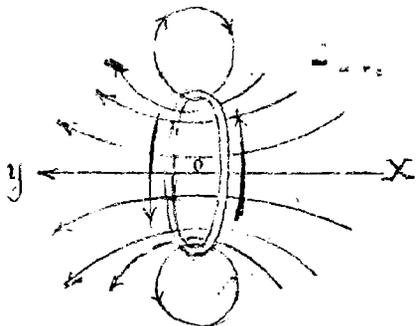
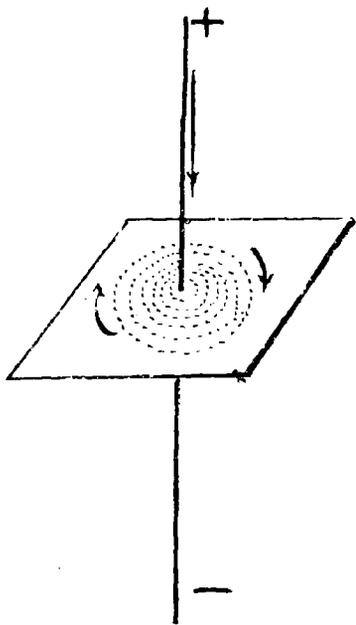
ligne indéfini sont donc des cercles concentriques à l'axe du courant

Les lignes de force magnétiques étant circulaires, les surfaces équipotentiellles (dont les lignes de force sont les trajectoires orthogonales) seront des plans passant par l'axe du courant.

### 2° Courant circulaire.

Pour accroître l'action électromagnétique on prend un cadre circulaire sur lequel on enroule un fil couvert d'un isolant (soie, coton, gutta-percha) l'effet est évidemment multiplié par le nombre de tours.

Un carton diamétral saupoudré de limaille de fer, normal au plan du cadre qui est représenté ici par un simple anneau montre les lignes de force du courant. Ces lignes ressemblent à des cercles, d'abord presque concentriques à l'axe du faisceau de fils au voisinage du cadre, puis de plus en plus excentriques. A mesure que



Leurs rayons grandissent ces lignes finissent par se transformer en une ligne droite suivant l'axe X'oy. On reconnaît au centre du cadre en o que les lignes de force sont sensiblement rectilignes et parallèles : le champ est donc dans cette région sensiblement uniforme.

133 — Détermination par la loi de Laplace des éléments du champ électromagnétique. — Ainsi l'expérience nous montre qu'au voisinage des courants il existe un champ magnétique défini par des lignes de force comme le champ magnétique des aimants.

S'action exercée sur une masse magnétique + m de coordonnées x, y, z s'obtiendra en faisant la somme géométrique des actions dH dues à chaque élément ds du circuit d'intensité I.

Soient  $\alpha, \beta, \gamma$  les coordonnées de l'élément considéré pris sur la courbe C dont les équations seront supposées mises sous la forme

$$\alpha = f_1(u) \quad \beta = f_2(u) \quad \gamma = f_3(u)$$

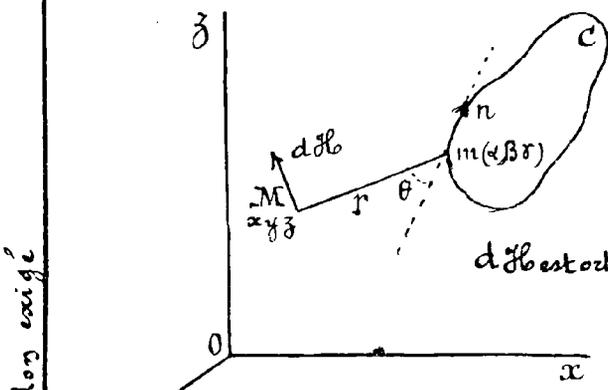
u désignant une variable auxiliaire

La formule de Laplace donne :

$$dF = m dH = \frac{\lambda m I ds \sin \theta}{r^2} \quad (1)$$

Si  $H_x, H_y, H_z$  sont les composantes de H suivant les 3 axes, on a :

$$dH_x^2 + dH_y^2 + dH_z^2 = dH^2 \quad (2)$$



dH est orthogonal à ds donc  $dH_x d\alpha + dH_y d\beta + dH_z d\gamma = 0 \quad (3)$

z° à r donc  $dH_x(x-\alpha) + dH_y(y-\beta) + dH_z(z-\gamma) = 0 \quad (4)$

De ces deux dernières équations on tire :

$$(5) \quad \begin{vmatrix} d\beta & d\gamma \\ y-\beta & z-\gamma \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} d\gamma & d\alpha \\ z-\gamma & x-\alpha \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} d\alpha & d\beta \\ x-\alpha & y-\beta \end{vmatrix} = \pm \sqrt{\begin{vmatrix} d\beta & d\gamma \\ y-\beta & z-\gamma \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} d\gamma & d\alpha \\ z-\gamma & x-\alpha \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} d\alpha & d\beta \\ x-\alpha & y-\beta \end{vmatrix}^2}$$

Le signe ± du radical correspond aux deux sens que peut affecter le courant. La règle d'Ampère : « le pôle Nord est repoussé vers la gauche du courant » définira le choix de ce signe.

La quantité sous le radical peut s'écrire, comme on sait :

$$[(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 + (z-\gamma)^2] (d\alpha^2 + d\beta^2 + d\gamma^2) - [(x-\alpha)d\alpha + (y-\beta)d\beta + (z-\gamma)d\gamma]^2$$

c'est à dire puisque  $r^2 = (x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 + (z-\gamma)^2$

$$r^2 ds^2 - r^2 dr^2 = r^2 d\sigma^2 \left[ 1 - \left( \frac{dr}{ds} \right)^2 \right]$$

et comme  $dr = ds \cos \theta$ , le radical s'écrit  $r ds \sqrt{1 - \cos^2 \theta} = r ds \sin \theta$

En portant dans l'équation (5), où l'on remplace  $d\mathcal{H}$  par sa valeur donnée par la formule (1) de Laplace il vient :

$$d\mathcal{H}_x = \frac{\lambda I}{z^3} \left| \begin{array}{cc} d\beta & d\gamma \\ y-\beta & z-\gamma \end{array} \right|$$

d'où

$$\mathcal{H}_x = \lambda I \int_c \frac{z-\gamma}{z^3} d\beta - \frac{y-\beta}{z^3} d\gamma$$

de même

$$\mathcal{H}_y = \lambda I \int_c \frac{x-\alpha}{z^3} d\gamma - \frac{z-\gamma}{z^3} d\alpha$$

$$\mathcal{H}_z = \lambda I \int_c \frac{y-\beta}{z^3} d\alpha - \frac{x-\alpha}{z^3} d\beta$$

avec

$$r^2 = (x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 + (z-\gamma)^2$$

M. E

Nous avons ainsi la valeur du champ en un point quelconque\*

Il est aisé de démontrer que ces composantes sont les dérivées en  $x, y, z$  d'une même fonction  $\Omega$ ; c'est-à-dire qu'il existe une fonction potentielle électromagnétique.

Il suffit en effet de vérifier que :

$$\frac{\partial \mathcal{H}_x}{\partial y} = \frac{\partial \mathcal{H}_y}{\partial x} \quad \frac{\partial \mathcal{H}_y}{\partial z} = \frac{\partial \mathcal{H}_z}{\partial y} \quad \frac{\partial \mathcal{H}_z}{\partial x} = \frac{\partial \mathcal{H}_x}{\partial z}$$

car on sera alors certain que  $\mathcal{H}_x dx + \mathcal{H}_y dy + \mathcal{H}_z dz = d\Omega$

Or on a :

$$-\frac{1}{\lambda I} \frac{\partial \mathcal{H}_x}{\partial y} = -\int_c \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{z^3} \right) [(z-\gamma)d\beta - (y-\beta)d\gamma] = \int_c \frac{d\gamma}{z^3} + \int_c \frac{3}{z^5} [(z-\gamma)(y-\beta)d\beta - (y-\beta)^2 d\gamma]$$

$$-\frac{1}{\lambda I} \frac{\partial \mathcal{H}_y}{\partial x} = -\int_c \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{z^3} \right) [(x-\alpha)d\gamma - (z-\gamma)d\alpha] = \int_c \frac{d\gamma}{z^3} + \int_c \frac{3}{z^5} [(x-\alpha)^2 d\gamma - (z-\gamma)(x-\alpha)d\alpha]$$

$$-\frac{1}{\lambda I} \left( \frac{\partial \mathcal{H}_x}{\partial y} - \frac{\partial \mathcal{H}_y}{\partial x} \right) = 2 \int_c \frac{d\gamma}{z^3} + 3 \int_c \frac{1}{z^5} [(z-\gamma)(y-\beta)d\beta + (z-\gamma)(x-\alpha)d\alpha - (y-\beta)^2 d\gamma - (x-\alpha)^2 d\gamma]$$

La parenthèse peut s'écrire puisque  $(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 = z^2 - (z-\gamma)^2$

$$(z-\gamma) [(x-\alpha)d\alpha + (y-\beta)d\beta + (z-\gamma)d\gamma] - r^2 d\gamma$$

\*

On pouvait écrire immédiatement ces formules en remarquant que

$$dF = \frac{\lambda_m I}{r^3} r ds \sin \theta = m d\mathcal{H} \quad \text{d'où en...}$$

ou

$$(z-\delta) r dr - z^2 dz$$

En remplaçant, il reste

$$-\frac{1}{4\pi} \left( \frac{\partial H_x}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial x} \right) = -\int_C \left[ \frac{dz}{z^3} - \frac{3(z-\delta)}{z^4} dz \right] = 0$$

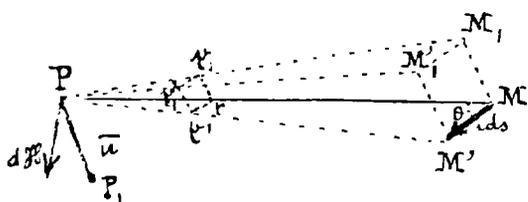
M.K.

car sous le signe  $\int$  se trouve la différentielle d'une fonction qui reprend la même valeur lorsqu'on revient au point de départ après avoir décrit le contour C.

Les composantes du champ électromagnétique dérivent donc d'une fonction potentielle.

### 134 — Expression de la fonction potentielle électromagnétique.

— Nous allons démontrer plus simplement l'existence d'une fonction potentielle électromagnétique en la déduisant de l'expression du travail élémentaire de la force exercée par un élément de courant  $MM' = ds$  sur le pôle P, lorsque ce dernier se déplace de  $d\vec{u} = \vec{PP}'$ ,



Sur le point M, menons un segment  $MM_1$ , parallèle, égal et de sens contraire au déplacement  $PP_1$ .

La force appliquée en P est perpendiculaire au plan  $PMM'$ , la projection du déplacement  $PP_1$  sur cette force est par suite égale à la distance

du point  $P_1$  au plan  $PMM'$ .

D'ailleurs cette force  $dF = m dH = \lambda m I \frac{ds \sin \theta}{r^2} = \lambda m I \frac{r ds \sin \theta}{r^3}$  peut se mettre sous la forme :

$$dF = \frac{\lambda m I}{r^3} \cdot 2 \cdot \text{tri. } PMM'$$

par suite le travail élémentaire  $d^2 \mathcal{E}$  qui est égal à l'expression précédente multipliée par la distance de  $M_1$  au plan  $PMM'$  est donné par la formule :

$$d^2 \mathcal{E} = \frac{\lambda m I}{r^3} \cdot 6 \cdot \text{vol. } (M_1, PMM')$$

désignons par  $d\Omega$  l'angle solide sous lequel on voit du point P le parallélogramme  $MM_1M'M'$ , construit sur  $MM_1$  et  $MM'$

$$\text{vol. } (M_1, PMM') = \text{vol. } (P, MM_1M') = \frac{1}{3} r \cdot \frac{r^2 d\Omega}{2} = \frac{1}{6} r^3 d\Omega$$

Donc :

$$d^2 \mathcal{E} = \lambda m I d\Omega$$

Et si l'on considère la perspective  $p'p''p'''p''''$  du même parallélogramme infinitésimal sur la sphère de rayon 1 ayant son centre en P, on

d'où en grandeur direction et sens  $dH = \frac{\lambda I}{r^3} \times$  moment du vecteur  $ds$  par rapport au point M

Les projections de ce moment sur les axes ont été calculées dans le cours de Mécanique et donnent immédiatement les valeurs  $dH_x, dH_y, dH_z$ .

1<sup>ère</sup> Division - Physique 1906-1907

H<sup>7</sup><sup>e</sup> feuille

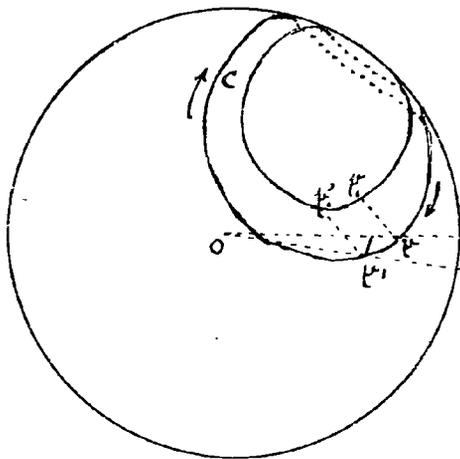
aura :

$$d^2\mathcal{E} = \lambda m I \overline{p' p' p' p'}$$

Le travail élémentaire est donc égal au produit de  $\lambda m I$  par l'aire balayée sur la sphère par la perspective de l'élément  $ds$ , lorsqu'on communique à cet élément le déplacement  $-d\bar{u}$ .

Il est positif lorsque le déplacement  $PP_1$  est du même côté que  $d\bar{u}$  par rapport au plan  $PM M'$ .

Dans ce cas un observateur ayant les pieds en  $P$  et la tête en  $P_1$  dans le sens du déplacement voit le courant  $MM'$  marcher de droite à gauche en sens inverse des aiguilles d'une montre.



Considérons maintenant le circuit fermé dont l'élément  $MM'$  fait partie ; d'un point quelconque  $O$  comme

(M) me centre traçons une  
(M') sphère de rayon 1 soit  
 $p p'$  les deux points où

les droites menées du centre parallèlement aux directions  $PM$   $PM'$  de la figure précédente coupent la sphère ; soient  $p_1 p'_1$  les points où les rayons parallèles à  $PM_1$   $PM'_1$  coupent la même sphère ;

en faisant la même construction pour tous les éléments on obtiendra deux courbes dont l'une est la représentation sphérique du circuit vu du pôle  $P$ , l'autre la représentation sphérique du circuit vu du point  $P_1$ . Le travail  $d^2\mathcal{E} = \lambda m I, (p p' p' p')$  est positif quand  $p' p_1$  est à droite de la représentation sphérique du courant par rapport au centre  $O$ , c'est-à-dire à la droite du personnage d'Ampère couché sur le courant et regardant le pôle  $P$ .

La courbe sphérique  $C$  divise la sphère en deux régions l'une à droite l'autre à gauche du courant ; ces deux régions dont la somme est  $4\pi$  peuvent être toutes deux prises pour mesurer l'angle sous lequel le circuit est vu du pôle.

On convient de prendre pour mesure de cet angle la partie située à droite du courant, on compte positivement les aires  $p p_1 p' p'_1$  quand elles sont à droite du courant et négativement quand elles sont à gauche ; le travail correspondant au déplacement du pôle aura pour mesure la somme algébrique des aires élémentaires telles que  $p p_1 p' p'_1$  c'est-à-dire la diminution de la partie de la surface sphérique située à droite de l'observateur d'Ampère.

Le travail de la force électromagnétique appliqué au pôle P a donc pour mesure le produit par  $\lambda m I$  de la diminution de l'angle solide sous lequel on voit du pôle le courant dont l'élément  $MM'$  fait partie.

Ces considérations s'étendent évidemment à un déplacement fini.

Soit donc  $\Omega_0$  l'angle solide sous lequel on voit le circuit d'un pôle de position donnée; pour amener ce pôle dans une deuxième position d'où le circuit est vu sous l'angle  $\Omega$  le travail de la force électromagnétique est donné par

$$W = \lambda m I (\Omega_0 - \Omega)$$

Il en résulte que les composantes  $H_x, H_y, H_z$  du champ  $\vec{H}$  en un point quelconque  $x, y, z$  sont les dérivées correspondantes changées de signe de la fonction.

$$V = \lambda I \Omega$$

et si conformément à la convention adoptée pour les choix des unités nous faisons  $\lambda = 1$  il viendra

$$V = I \Omega$$

qui est précisément la fonction potentielle électromagnétique.

La fonction potentielle électromagnétique d'un courant fermé  $a$ , en un point  $M$ , a une valeur égale au produit de l'intensité du courant par l'angle solide sous lequel on voit du point  $M$  le circuit parcouru par le courant.

Cette fonction potentielle admet au même point une infinité de valeurs car l'angle solide  $\Omega$  n'est évidemment défini qu'à un multiple de  $4\pi$  près. Elle n'est pas uniforme, et se distingue sous ce rapport de la fonction potentielle qui caractérise le champ produit par des masses magnétiques agissant suivant la loi de Coulomb.

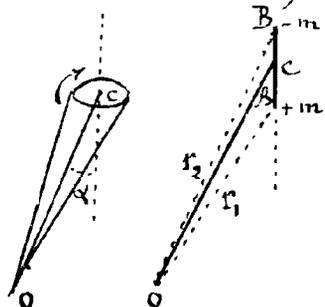
135. — **Théorèmes d'Ampère.** — Appliquons ce théorème à un courant plan très-petit  $\sigma$ ; la normale au plan faisant l'angle  $\alpha$  avec la direction du pôle. L'angle solide est égal à :

$$\frac{\sigma \cos \alpha}{r^2}$$

donc

$$V = \left( \frac{\sigma \cos \alpha}{r^2} + 4K\pi \right) I$$

Comparons cette fonction potentielle à celle



188.

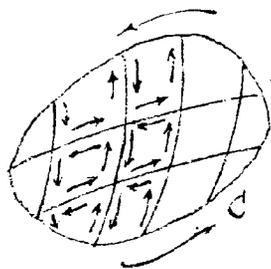
d'un petit aimant AB de moment  $M\sigma = 2l\mu$

On a, (n° 53) :

$$V_1 = \frac{\mu}{r_1} - \frac{\mu}{r_2} = \frac{M\sigma \cos(\overline{AB}, r_1)}{r_1^2} = \frac{M\sigma \cos \alpha}{r^2}$$

Le champ créé par le courant élémentaire d'intensité  $I$  sera donc le même que celui d'un petit aimant infiniment court de moment  $M\sigma = I\sigma$ , puisque dans cette hypothèse les fonctions  $V$  et  $V_1$  ayant une différence constante admettent mêmes dérivées.

Considérons maintenant un circuit fermé  $C$ .



Si nous faisons passer par  $C$  une surface quelconque à laquelle cette courbe servira de limite, en décomposant la surface ainsi définie en éléments infiniment petits par des courbes arbitrairement choisies, le courant parcourant  $C$  dans le sens de la flèche peut être remplacé par des courants partiels fer-

més parcourant les contours des surfaces élémentaires dont la réunion forme la surface  $C$ .

En effet tous les courants qui ne suivent pas le contour  $C$  se détruisent deux à deux, chaque côté étant parcouru dans deux directions opposées par deux courants dont les effets sont exactement contraires.

Nous pouvons remplacer chaque circuit élémentaire par un petit aimant c'est-à-dire le circuit tout entier par un feuillet magnétique.

On donne en effet le nom de feuillet magnétique à l'ensemble de deux surfaces infiniment voisines limitées par un même contour et supposées chargées de fluides magnétiques contraires de manière que la charge  $\mu$  d'un élément superficiel  $\sigma$  soit en raison inverse de la distance  $2l$  des surfaces :

$$\frac{2l\mu}{\sigma} = \text{const.} = \frac{M\sigma}{\sigma}$$

Le rapport  $\frac{M\sigma}{\sigma}$  s'appelle la puissance du feuillet

Un courant fermé d'intensité  $I$  peut donc être remplacé par un feuillet magnétique de puissance  $I$ .

Et l'on a l'énoncé suivant dû à Ampère :

L'action d'un courant fermé quelconque sur une masse magnétique est la même que celle d'un feuillet magnétique de forme arbitraire ayant même contour que le circuit et dont la puissance est égale à l'intensité électromagnétique du circuit.

136 — Remarque relative à la représentation du champ

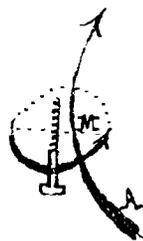
**électromagnétique. - Règle du tire-bouchon. - Faces positive et négative d'un courant.** - Les théorèmes précédents nous montrent que le champ électromagnétique peut être considéré comme dû à des masses magnétiques convenablement distribuées exerçant des actions régies par la loi de Coulomb; c'est-à-dire des actions Newtoniennes.

Nous pouvons donc représenter ce champ par les procédés déjà indiqués (N° 6) et nous voyons que comme pour les champs Newtoniens les traits de force se juxtaposent bout à bout de manière à constituer des lignes de force dont le nombre sera constant tout le long d'un même tube de force.\*

Dans le cas du courant ces tubes de force se referment sur eux-mêmes, tandis que dans le cas des aimants et de l'électricité statique on les considère comme se terminant aux surfaces des aimants ou des conducteurs.

La règle d'Ampère permet, étant donné un courant de déterminer le sens du champ en un point et réciproquement.

Il est quelquefois commode de se servir d'une autre règle mnémonique connue sous le nom de règle du tire-bouchon

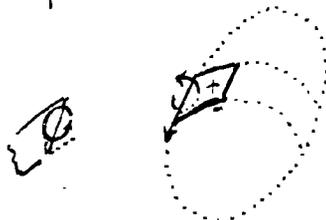


Plaçons le tire-bouchon tangentielllement au courant en M; pour le faire avancer dans le sens du courant il faut le tourner dans le sens des lignes de force du champ créé par le courant.

La règle est d'ailleurs réciproque.

On pourra la vérifier sur les figures précédemment données (Fantômes électromagnétiques N° 132).

L'assimilation d'un courant fermé à un feuillet magnétique a conduit à introduire les notions de faces positive et négative du courant qui sont surtout destinées à faciliter le langage; on entend par là les faces positive (chargée de magnétisme Nord) ou négative d'un feuillet magnétique idéal ayant même contour et même action que le courant considéré.



On voit que les lignes de force du champ créé par le courant traversent ce dernier en allant de la face négative à la face positive.

Si l'on considère un élément de courant appartenant à un circuit quelconque sur lequel

\* Il serait inexact de croire qu'un champ quelconque est représentable par des lignes de forces continues dont le nombre ou la densité indiquerait en chaque point l'intensité du champ.

190.

s'appuie une surface également quelconque, on peut toujours dans le voisinage de cet élément déterminer la face positive de l'élément superficiel correspondant.

En effet dans le voisinage immédiat de cet élément les lignes de force tendent vers la forme circulaire qui caractérise le champ d'un fil rectiligne et les règles précédentes s'appliquent sans difficulté.

On voit que la face positive est à gauche de l'observateur d'Ampère couché sur le courant et regardant par la tranche la surface à laquelle appartient l'élément. Cet observateur est orienté de manière à avoir la partie avant de son corps symétriquement coupée par l'élément de surface.

**137. — Expression du travail électromagnétique en fonction du flux.** — La définition de ce qu'on doit entendre par face positive ou négative d'un courant va nous permettre de définir le flux à travers une surface quelconque limitée au contour d'un courant.

Si  $dS$  représente un élément découpé sur une telle surface,  $\vec{N}$  la normale à cet élément comptée positivement du côté de la face positive et  $\vec{H}$  un vecteur.

L'expression :

$$\vec{H} dS \cos(\vec{H}, \vec{N})$$

sera en grandeur et en signe le flux de ce vecteur à travers l'élément considéré et l'intégrale  $\int \vec{H} dS \cos(\vec{H}, \vec{N})$  étendue à la surface entière du circuit représentera le flux dû au champ ( $\vec{H}$ ) à travers le circuit.

Cette convention rapprochée de celle déjà faite sur le choix de l'angle  $\Omega$  nous montre qu'un pôle  $+m$  d'où le circuit est vu sous l'angle  $\Omega$  émet à travers ce circuit un flux égal à :

$$m \cdot (4\pi - \Omega) = -m \Omega^*$$

On peut le vérifier sur la figure ci-contre où un circuit ABC représenté sur la sphère de rayon 1 est vu du point P sous l'angle conventionnel  $\Omega = \angle ABC$ . N (droite de l'observateur d'Ampère).

Le flux qui émane de P et traverse le circuit est au contraire égal au produit de  $m$  par la surface ABC.M

\* L'angle  $\Omega$  est défini qu'à un multiple de  $4\pi$  près.

... dont la face positive est à l'extérieur.

Il en résulte que :

Lorsqu'une masse magnétique se déplace dans le champ le travail de la force électromagnétique est égal au produit par I de l'augmentation du flux émis par cette masse à travers le circuit.

Cette propriété subsiste évidemment pour un nombre quelconque de masses magnétiques.

Si  $\phi_0$  et  $\phi$  désignent les valeurs du flux qui correspondent à l'état initial et à l'état final on aura, en supposant l'intensité I du courant maintenue constante pendant le déplacement du système magnétique :

$$\mathcal{E} = I(\phi - \phi_0)$$

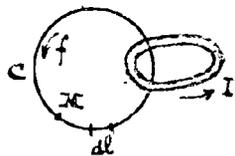
S'il n'en est pas ainsi et si l'on suppose que les changements éprouvés par le système sont tels qu'on y puisse considérer le courant comme constamment dans le même état que si le régime permanent était établi, la loi élémentaire de Laplace et ses conséquences sont applicables à tous les états intermédiaires et on peut écrire :

$$\mathcal{E} = \int_{\phi_0}^{\phi} I d\phi$$

il est clair que dans cette dernière expression nous pouvons supposer que I prend successivement des valeurs dont la loi de variation est arbitraire, par suite la quantité  $I d\phi$  placée sous le signe  $\int$  n'est pas en général une différentielle exacte.

Il convient également de ne pas perdre de vue que, la fonction potentielle n'étant pas uniforme, il y a lieu de suivre pas à pas les variations de l'angle  $\Omega$  ou du flux au cours de l'intégration.

Considérons d'abord le cas d'un circuit unique et faisons décrire au pôle unitaire un chemin fermé C qui enlace le circuit ; si le trajet a lieu dans le sens de la flèche  $f$  le travail  $\int H \cos(\theta, dl) dl$  ne sera pas nul mais égal à  $4\pi I$  ; en effet si l'on transporte une sphère unitaire ayant pour centre le point décrivant M, on voit que la perspective du courant balaye une fois la surface de cette sphère.



Si le parcours C n'enlace pas le circuit l'intégrale précédente est au contraire nulle et ceci nous montre que nous pouvons sans changer la valeur de cette expression déformer d'une manière quelconque la courbe C pourvu qu'au cours de ces transformations elle ne vienne pas couper le circuit.

Si maintenant nous considérons le champ résultant de l'existence simultanée de plusieurs circuits l'intégrale  $\int \mathcal{H} \cos(\mathcal{H}, d\vec{l}) dl$  est la somme des intégrales partielles suivant le même contour des expressions se rapportant aux champs créés isolément par chacun des circuits et on aura :

$$\int_C \mathcal{H} \cos(\mathcal{H}, d\vec{l}) dl = 4\pi \Sigma I$$

l'intensité d'un même courant devant d'ailleurs figurer sous le signe  $\Sigma$  autant de fois que le circuit correspondant est enlacé par le chemin d'intégration.

Dans cette expression il y a lieu de considérer les intensités comme des quantités algébriques positives lorsque le courant traverse de la face - vers la face + une surface qui prend appui sur le contour C.

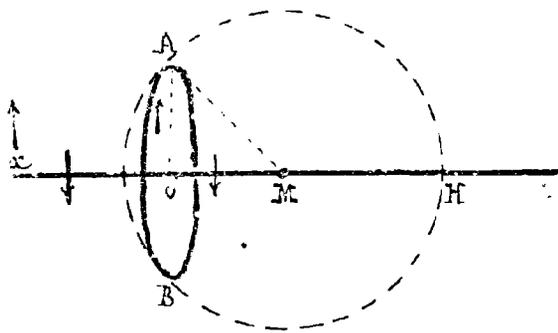
Enfin si au lieu des intensités totales I l'étendue des conducteurs nous conduit à considérer les intensités spécifiques  $\vec{i}$  il est évident que  $\Sigma I$  étendue à tous les tubes de courant représente précisément le flux du champ ( $\vec{H}$ ) à travers une surface S d'ailleurs quelconque limitée au contour C ; on a :

$$\int_C \mathcal{H} \cos(\mathcal{H}, d\vec{l}) dl = 4\pi \int_S \cos(\vec{i}, \vec{N}) dS$$

ou, avec la notation vectorielle ; :

$$\int_C \mathcal{H} \cdot d\vec{l} = 4\pi \int_S \vec{i} \cdot d\vec{S}$$

### 138 — Expression de la fonction potentielle le long de l'axe d'un courant circulaire. — Soient AB le courant ; M un point de



l'axe Ox perpendiculaire au plan du cercle AB de centre O.

L'aire de la calotte sphérique

$AHB = 2\pi MA \cdot OH$ . L'angle solide  $\Omega$

à pour mesure cette aire rapportée à la sphère de rayon unité.

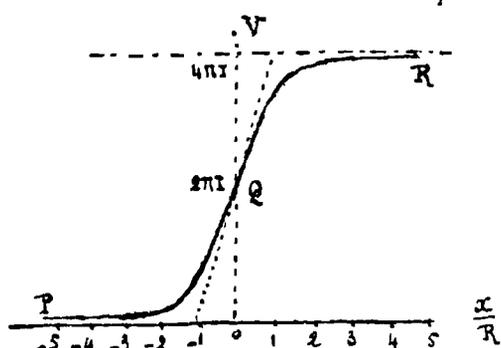
$$\Omega = \frac{2\pi MA \cdot OH}{MA^2} = 2\pi \frac{OH}{MA} = 2\pi \frac{OM + MH}{MA}$$

$$= 2\pi \left(1 + \frac{OM}{MA}\right) = 2\pi \left(1 + \frac{x}{\sqrt{R^2 + x^2}}\right)$$

R désignant le rayon du cercle AB et x la distance OM du point M.

La discussion de l'expression de  $V = I \Omega$

$$V = 2\pi I \left(1 + \frac{x}{\sqrt{R^2 + x^2}}\right)$$



Donne la courbe PQR ci. contre.\*

$x$	$V$	$\frac{dV}{dx} = \frac{2\pi I R^2 (R^2 + x^2)^{-3/2}}$
$-\infty$	0	0
0	$2\pi I$	$\frac{2\pi I}{R}$ Max. (Point d'inflexion)
$+\infty$	$4\pi I$	0

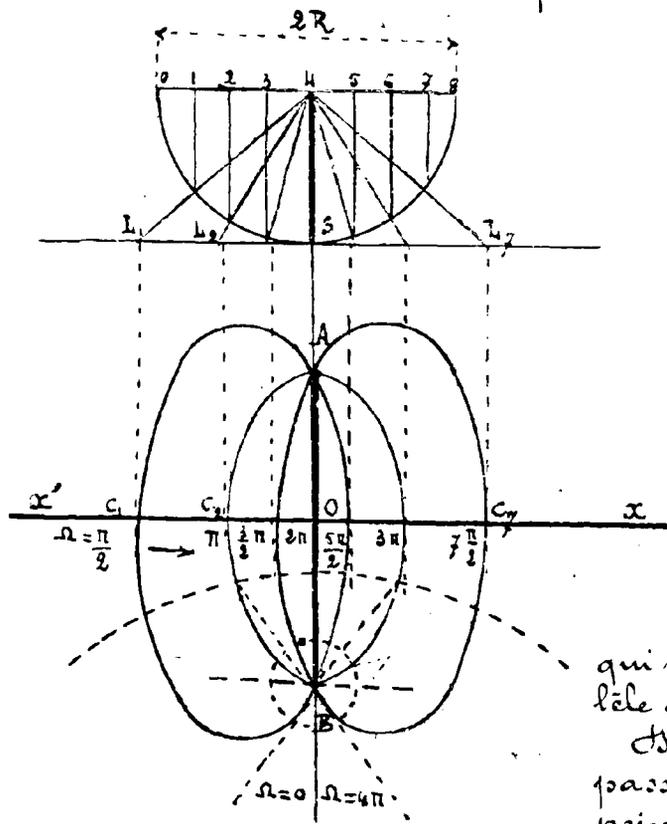
Remarque. — La valeur du champ au point O

$$H_0 = -\frac{dV}{dx} = -\frac{2\pi I}{R}$$

sera multipliée par  $n$  si on superpose l'effet de  $n$  spires AB et nous retrouvons l'expression  $\frac{2n\pi I}{R}$  déjà rencontrée dans l'étude du galvanomètre normal.

### 139. — Surfaces équipotentielles d'un courant circulaire. —

On peut avoir une idée de la forme de ces surfaces qui sont évidemment de révolution autour de l'axe du courant  $\alpha \alpha'$  en les traçant approximativement comme il suit (figure ci. contre).



On détermine d'abord les points d'intersection avec  $\alpha \alpha'$  des surfaces correspondant aux valeurs  $\Omega = \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}, \dots, \frac{7\pi}{2}$  en subdivisant une sphère de diamètre  $2R$  en 8 zones de surfaces égales, comme l'indique la partie supérieure de la figure.

Les longueurs  $S_i$  reportées en  $OC$  donneront les points en question. La tangente à la courbe qui passe par chacun d'eux est parallèle à AB. D'ailleurs toutes ces courbes doivent passer par A et B et autour de ces points leurs tangentes doivent faire

qui passe par chacun d'eux est parallèle à AB.

D'ailleurs toutes ces courbes doivent passer par A et B et autour de ces points leurs tangentes doivent faire

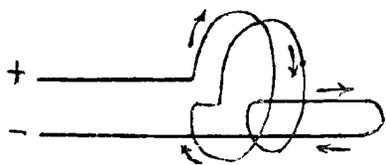
\* Posant  $\frac{x}{R} = \operatorname{tg} \theta$  on trouve  $V = 2\pi I (1 + \sin \theta)$  et il est aisé d'en déduire une construction, par points, de la courbe considérée.

194.

entre elles des angles égaux. Dans le voisinage immédiat du circuit le courant peut être en effet assimilé à un courant rectiligne.

Ces conditions suffisent pour exécuter un tracé approximatif de ces méridiennes dont la détermination rigoureuse exigerait l'emploi des fonctions elliptiques.

140 — Cylindre électro-dynamique d'Ampère ou solénoïde circulaire. — Il est formé d'une série très nombreuse de courants

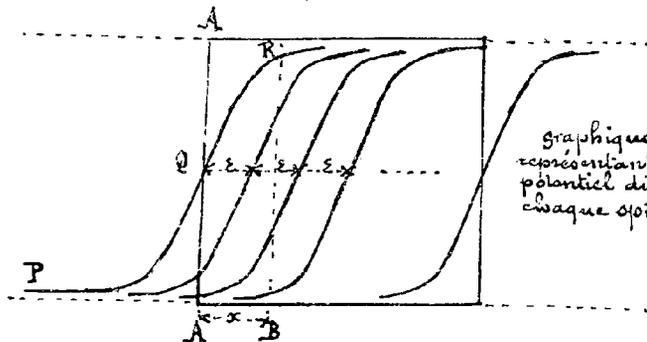


circulaires identiques dont les plans sont parallèles entre eux et les centres alignés à des distances égales et très petites sur une droite normale à leurs plans. Pratiquement on réalise ce cylindre par une hélice dont chaque spire équivaut à un cer-

cle plus une partie rectiligne parallèle à l'axe; on compose l'action de cette partie rectiligne réelle ou fictive par retour du fil parallèlement à l'axe. La propriété capitale au point de vue des applications du solénoïde est celle-ci.

Dans l'intérieur d'une hélice suffisamment longue et enroulée uniformément, le champ magnétique est uniforme et parallèle à l'axe.

On constate en réalisant un fantôme magnétique que les lignes de force sont des parallèles à l'axe et sont uniformément réparties



graphique représentant le potentiel dû à chaque spire.

dans la plus grande partie de l'espace cylindrique intérieur.

L'expression donnée ci-dessus montre que sur l'axe à une distance très grande vers la gauche, le potentiel  $V$  est sensiblement nul; ce potentiel grandit jusqu'à la première spire en  $A$ : si

cette spire était seule, le potentiel serait représenté en chaque point  $B$  de l'axe, à la distance  $x$  de cette spire, par l'ordonnée de la courbe  $PQR$  figurée plus haut. Mais chaque spire donne en ce point une courbe identique, distante de la précédente de l'intervalle constant  $\epsilon$  qui sépare les spires successives; c'est donc la somme des ordonnées de toutes ces courbes au point  $B$  qui donne le potentiel total.

À une certaine distance, lorsque les spires sont nombreuses, toutes ces courbes atteignent leur ordonnée maximum égale à  $4\pi I$  de

sorte qu'en avançant de  $n$  spires dans le sens positif, l'accroissement de la somme est  $4\pi nI$ .

$4\pi nI$  représente en valeur absolue le travail du vecteur  $\mathcal{H}$  quand on transporte son point d'application, de  $n\varepsilon$   
donc

$$\mathcal{H} n \varepsilon = 4\pi nI$$

$$\mathcal{H} = 4\pi I \frac{1}{\varepsilon}$$

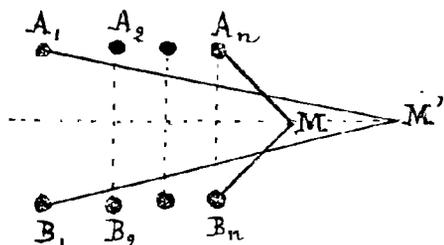
Donc dans l'intérieur de l'hélice : l'intensité du champ magnétique est égale à  $4\pi I$  multiplié par le nombre  $N = \frac{l}{\varepsilon}$  des spires dans l'unité de longueur.

Cet énoncé se rapporte au cas où tout est évalué en unités C.G.S. Si on évalue l'intensité en ampère qui vaut  $\frac{1}{10}$  d'unité C.G.S. les nombres obtenus pour  $I$  sont 10 fois plus grands et il est nécessaire de diviser par 10 le résultat du calcul pour avoir  $\mathcal{H}$  en C.G.S.

Le produit  $nI$  du nombre de spires par l'intensité exprimée en ampères se nomme en électrotechnique le nombre d'Ampère-tours d'où l'énoncé pratique :

L'intensité du champ magnétique à l'intérieur d'un solénoïde est égale à  $\frac{4\pi}{10}$  fois le nombre d'Ampères-tours par centimètre.

141 — Soit de variation de l'intensité du champ magnétique suivant l'axe du solénoïde. — Soit  $M$  un point de l'axe du solénoïde  $A_1 B_1, \dots, A_n B_n$ ; la valeur du champ  $\mathcal{H}$  ne variera pas sensiblement quand nous passerons de  $M$  en  $M'$  en décrivant le trajet  $M M'$  égal à la distance  $\varepsilon$  de deux spires consécutives qui par hypothèse est très-petite.



$$\mathcal{H} \varepsilon = V_{M'} - V_M$$

Or  $V_M$  et  $V_{M'}$  se composent d'une somme d'angles solides  $\Omega$  Égaux deux à deux

$$\widehat{A_1 M B_1} = \widehat{A_2 M' B_2}$$

$$\widehat{A_i M B_i} = \widehat{A_{i+1} M' B_{i+1}} \text{ etc. } \dots$$

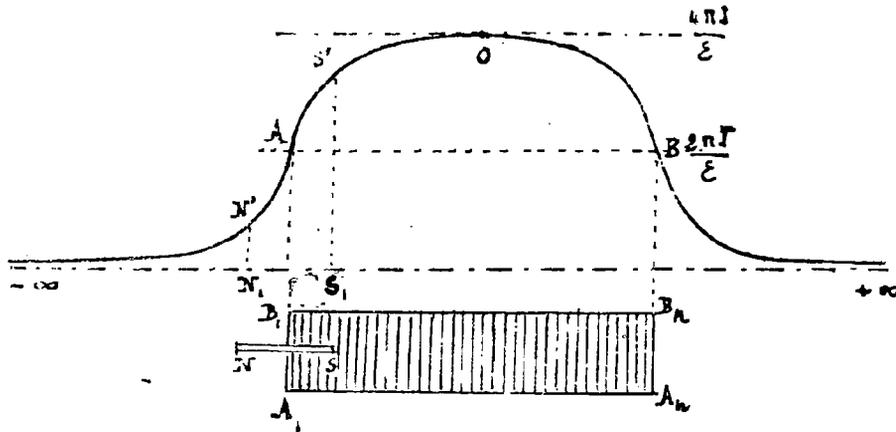
qui disparaîtront dans la différence.

Seuls les angles solides extrêmes resteront.

Or ailleurs l'angle  $\widehat{A_1 M' B_1}$  diffère infiniment peu de  $\widehat{A_1 M B_1}$ , donc en désignant par  $\Omega_1$  et  $\Omega_n$  les angles solides ayant pour sommet  $M$  et pour bases les spires extrêmes, il vient :

$$\mathcal{H} = \frac{1}{\varepsilon} (\Omega_n - \Omega_1)$$

La discussion géométrique de cette expression montre que si le rayon des spires du solénoïde est assez petit par rapport à sa longueur pour qu'on puisse négliger le petit angle solide sous ten-



du par les spires extrêmes vues du milieu du solénoïde, l'intensité du champ est représentée par la courbe...  $N'A S'O B...$ ; l'ordonnée nulle à  $\pm \infty$  est sensiblement

égale à  $\frac{2\pi I}{\epsilon}$  aux deux extrémités du solénoïde, et à  $\frac{4\pi I}{\epsilon}$  sur une grande région de la partie moyenne.

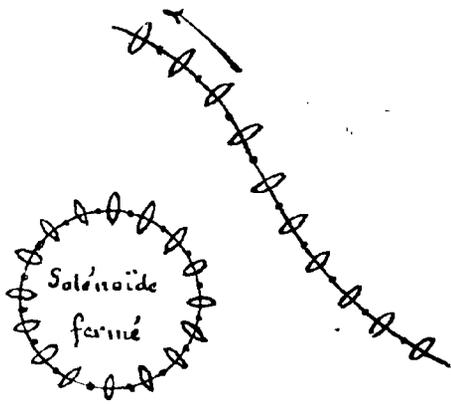
L'ordonnée de cette courbe donne donc la valeur absolue de l'action exercée par le solénoïde sur un pôle magnétique unité.

Un aimant dont les pôles de noms contraires  $NS$  occupent sur l'axe du solénoïde les positions relatives indiquées sur la figure sera soumis à une résultante qui sera évidemment proportionnelle à la différence des ordonnées  $N, N'$  et  $S, S'$ . D'où il résulte qu'il sera attiré ou repoussé et qu'il sera en équilibre stable ou instable au milieu du solénoïde suivant que les pôles de l'aimant et celui du solénoïde (qu'on définira plus loin) seront de noms contraire ou de même nom.

#### 142. — Identification des solénoïdes et des aimants. — Le solénoïde possède toutes les propriétés magnétiques d'un barreau aimanté.

On voit en effet qu'en remplaçant chaque circuit par le feuillet magnétique plan équivalent, les surfaces contigües intérieures contenant des masses magnétiques égales et de noms contraires s'annulent mutuellement : il ne reste que les deux surfaces extrêmes qu'on peut supposer planes et recouvertes d'une couche uniforme de fluide magnétique, boréal d'un côté et austral de l'autre. La face australe est à la gauche du courant dans les circuits.

Si les circuits égaux sont très petits et normaux à une courbe quelconque on constitue le solénoïde élémentaire équivalent



au fillet magnétique qui possède de à chaque extrémité un pôle dont on peut calculer la masse magnétique  $m$ , connaissant l'intensité  $I$  et l'aire  $S$  de chaque courant car on a (n° 135)

$$SI = \mathcal{H}S \quad \text{avec} \quad \mathcal{H}S = 2pmm$$

$2p$  étant la distance des pôles de l'aimant équivalent et  $m$  leur masse magnétique. Si l'on choisit pour  $2p$  la valeur  $\mathcal{E}$  de la distance

constante des circuits pour compenser les magnétismes contigus de noms contraires, on a alors :

$$Em = SI \quad \text{d'où} \quad m = \frac{SI}{\mathcal{E}}$$

Si l'on introduit dans cette formule l'expression du champ  $\mathcal{H} = \frac{4\pi I}{\mathcal{E}}$  elle donne :

$$\frac{m}{S} = \frac{I}{4\pi}$$

C'est à dire qu'au point de vue des effets extérieurs le solénoïde se comporte comme deux couches magnétiques de densité  $\sigma = \frac{m}{S} = \frac{I}{4\pi}$  supposées distribuées sur ses faces extrêmes.

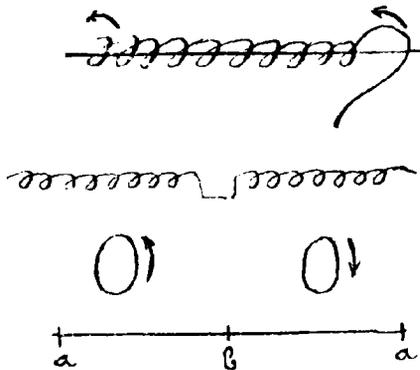
Les solénoïdes à circuit très petit réalisent la masse magnétique isolée, en supposant qu'on étende à l'infini d'un seul côté la courbe directrice des petits courants.

Si la courbe directrice est fermée, les deux pôles coïncident et l'on obtient un solénoïde fermé dont l'action magnétique extérieure est nulle quoique le champ magnétique intérieur continue à exister et soit uniforme.

## 15<sup>e</sup> Leçon

# Aimantation par les courants. - Propriétés magnétiques des corps.

143 — Aimantation par les courants. — Le champ magnétique créé par un courant produit des phénomènes d'aimantation identiques à ceux qu'on obtient avec les aimants. Disposons un courant en forme d'hélice autour d'un barreau d'acier; dès que



le courant passe l'aimantation se produit et le pôle Nord apparaît sur la gauche du courant.

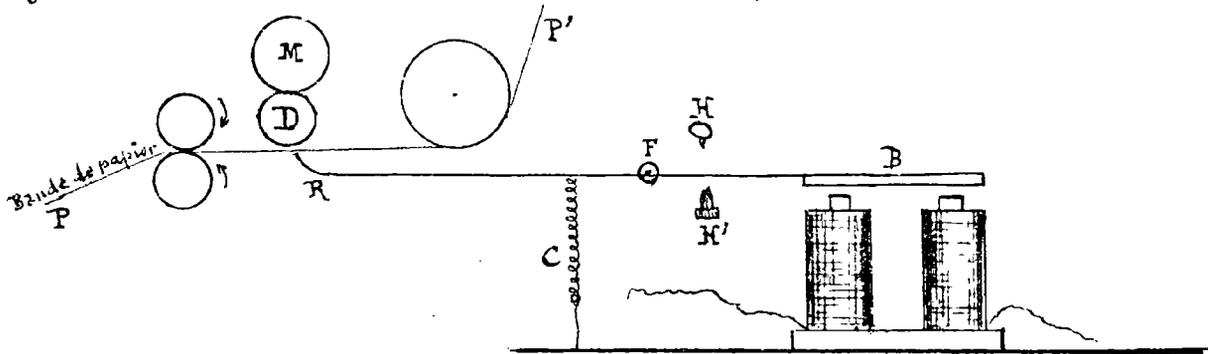
Dans le champ uniforme d'un solénoïde, on obtient une aimantation uniforme.

On peut également réaliser des points conséquents en changeant le sens de l'enroulement dans la région où l'on veut faire apparaître cette particularité.\*

Aimantation temporaire du fer doux. - Lorsque le barreau soumis à l'aimantation est en fer doux, l'aimantation cesse en même temps que le courant. On obtient un électro-aimant dont la force attractive naît et disparaît à volonté.

144. — Application au télégraphe électrique. - Sa découverte de l'aimantation par les courants est due à Arago et Ampère (Septembre 1820); elle a conduit à la construction de l'électro-aimant et a servi de point de départ à la réalisation de la télégraphie électrique.

Lorsque le courant passe, l'électro-aimant attire son armature ou palette de fer doux B; lorsque le courant cesse, un ressort antagoniste C ramène cette armature à sa position première. Les mou-



vements de la palette correspondent donc aux interruptions du courant et peuvent servir ainsi à la transmission de signaux conventionnels.

Le télégraphe Morse le premier et le plus simple des télégraphes imprimants est constitué par un électro-aimant dont la pa-

\* Il est à peine utile de rappeler qu'un point conséquent est un pôle de nom contraire à celui des deux extrémités, qui apparaît dans la région du barreau d'acier correspondant au changement dans le sens d'enroulement.

Si on casse cet aimant en ce point on obtient deux aimants ordinaires.

Lette est munie d'un levier BR mobile autour d'un axe F. L'excursion du levier est réglée par deux buttoirs HH'. On fait passer dans ce circuit des courants de durées inégales. Lorsque la palette B est attirée elle pivote autour de F et l'extrémité du levier R presse une feuille de papier PP' contre un disque D enduit d'encre par une molette M; un ressort antagoniste C écarte la palette quand l'attraction a cessé. La durée de l'attraction règle donc la longueur du trait tracé sur le papier, qui sous l'action d'un mécanisme d'horlogerie se déroule avec une vitesse uniforme. On obtient ainsi des points et des traits, d'une longueur égale environ à celle de trois points. Des combinaisons de points et de traits représentent les lettres ou les signaux conventionnels\*.

Un seul fil suffit au fonctionnement de la ligne. Dans les premiers essais de télégraphie on employait un circuit formé du fil de ligne et d'un fil de retour. Ce circuit contenait la pile et le manipulateur d'une station, et le récepteur de l'autre station. On a supprimé le fil de retour par l'artifice suivant découvert dès 1838 par Steinheil qui avait d'abord réussi à remplacer le fil de retour par les rails d'une voie ferrée. A cet effet un des pôles de la pile est en communication avec la terre et se trouve ainsi au potentiel 0. L'autre pôle est au potentiel  $\alpha$ . La ligne, qui y est reliée par l'intermédiaire du manipulateur, traverse le récepteur, puis va au sol. Les deux extrémités de la ligne sont donc l'une au potentiel  $\alpha$ , l'autre au potentiel 0, et le courant la traverse comme si le circuit était fermé.

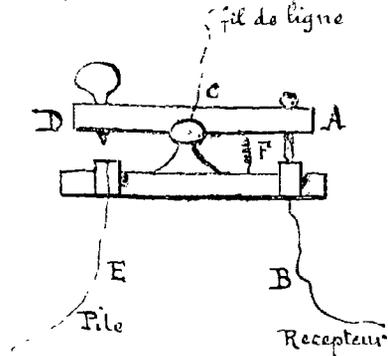
\* Ces signaux qui constituent l'alphabet Morse, sont les suivants:

N. F.	a	· —	i	· ·	j	· · ·	1	· — — —
	ä	· — · —	l	· — — —	t	—	2	· · — — —
	å	· — — · —	m	· — · —	u	· · —	3	· · · — —
	b	— · · ·	n	· — · ·	ü	· · — —	4	· · · · —
	c	— · — ·	o	— —	v	· · · —	5	· · · · ·
	ch	— — — —	p	— ·	w	· — —	6	— · · · ·
	d	— · ·	q	— · — —	x	· — · —	7	— — · · ·
	e	·	r	— — — —	y	· — — —	8	— — — · ·
	é	· · — · ·	s	— — · —	z	— — · ·	9	— — — — ·
	è	· · — ·	t	· — · —			0	— — — — —
	ê	— — ·	u	— — · —				
	ë	· · · ·	v	· — — —				
	ï	— · — —	w	· — —				
			x	· — · —				
			y	· — — —				
			z	— — · ·				

Signes conventionnels  
Appel — · — — Erreur · · · · ·  
Attente · · · · · Compris · · · —  
Frais de transmission · · — —  
Demande de répétition · · — — · ·

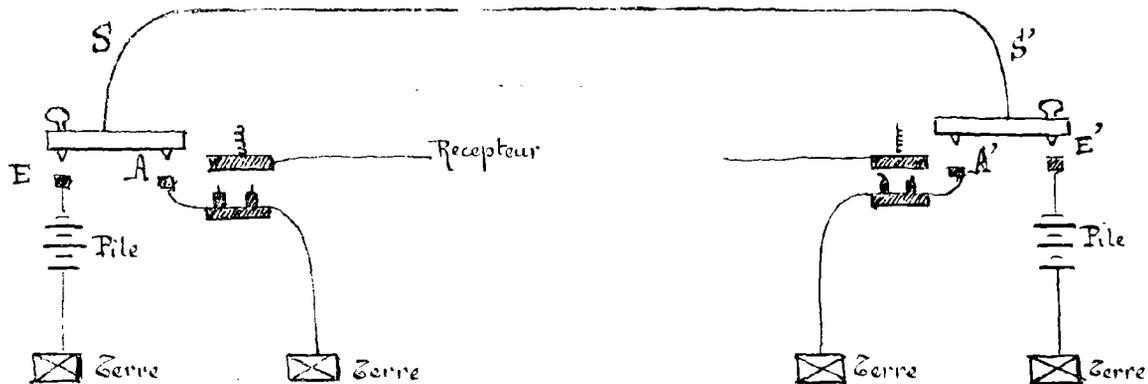
200.

On peut au moyen du manipulateur Morse employer le même fil pour transmettre des dépêches dans les deux sens. Cet appareil se compose d'un levier AD en laiton mobile autour d'un axe C, où aboutit le fil de ligne. En B et E sont deux bornes métalliques reliées l'une à la pile l'autre au récepteur. Un ressort F appuie constamment sur A de sorte qu'un courant traversant la ligne se rendrait dans le récepteur.



En appuyant sur le bouton D, le contact cesse en A et s'établit en E; le courant de la pile passe alors dans la ligne et actionne le récepteur de l'autre station. On appuie plus ou moins longtemps sur D selon que l'on veut transmettre un trait ou un point.

Les deux stations sont disposées comme l'indique le schéma ci-dessous et peuvent communiquer alternativement. Dès



qu'une transmission dans un sens est achevée, une transmission en sens inverse peut se faire.

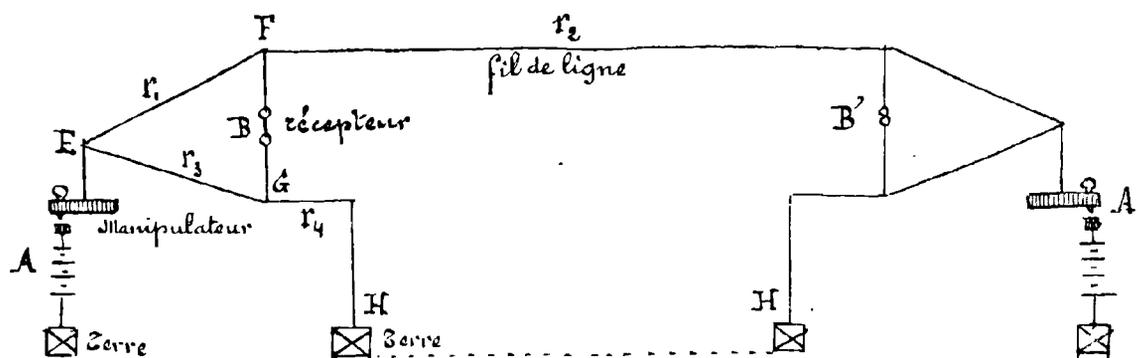
**145 Duplex.** — La disposition en Duplex permet la transmission simultanée de deux dépêches dans le même fil: Il en existe un très grand nombre, en voici une très simple qui repose sur le principe du pont de Wheatstone. On dispose dans chaque station des résistances  $R_1, R_3, R_4$ , telles que  $R_2$  étant la résistance de la ligne on ait  $R_1 R_4 = R_2 R_3$ .

Si le manipulateur A envoie un courant, son récepteur, étant sur la diagonale d'un pont de Wheatstone équilibré EFGH, n'est traversé par aucun courant. Le courant issu de A agit donc uniquement sur le récepteur B'. Ce dernier est, il est vrai, placé en déri-

vation mais on peut toujours employer un courant assez intense\* pour le faire fonctionner.

Inversement un courant partant de A' n'agit que sur le récepteur B.

On peut donc envoyer en même temps un courant de chaque station; chaque courant actionne le récepteur de la station opposée



sans troubler les mouvements du récepteur de la station de départ. Ainsi deux stations peuvent simultanément envoyer et recevoir chacune une dépêche.

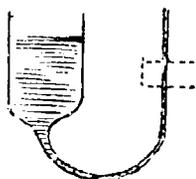
146 — **Propriétés magnétiques des corps; magnétisme et diamagnétisme.** — En dehors de l'application qui en a été faite à la télégraphie, l'électro-aimant a permis l'étude méthodique des propriétés magnétiques des corps. En réalisant en effet des appareils de grandes dimensions on a pu obtenir des champs magnétiques extrêmement intenses et produire des effets d'aimantation mesurables avec presque tous les corps.

Le fer, le nickel et le cobalt ne sont pas en effet, comme nous l'avons déjà dit (N<sup>o</sup> 59) les seuls corps capables de modifier le champ magnétique; toutes les substances, solides, liquides et même gazeuses subissent l'action du magnétisme, les unes tendent à se porter vers les régions du champ où le flux est le plus dense, les autres tendent à s'en écarter. Les premières sont

\* Ce n'est pas en général le courant directement envoyé par la ligne qui actionne les récepteurs, mais le courant d'une pile auxiliaire placée à la station réceptrice (pile locale). Le courant de la ligne actionne un électro-aimant (relai) dont l'armature ferme le courant de la pile locale. Ces relais sont disposés de manière à avoir une très grande sensibilité.

dites magnétiques et les secondes diamagnétiques.\*

On peut avec facilité mettre en évidence le mouvement des corps solides dans le champ; pour les liquides il est commode d'employer le dispositif dont a fait usage J. G. Quincke.



On place le liquide dans un tube en U dont une branche est capillaire et l'on introduit cette dernière entre les armatures d'un électro-aimant; si le liquide est magnétique il est attiré dans la branche capillaire et le niveau monte dans cette dernière, l'inverse se produit avec un liquide diamagnétique;

dans les deux cas pour ramener le niveau à sa position initiale il faut exercer une pression spécifique proportionnelle au carré de l'intensité du champ.

On peut construire des appareils, basés sur ce principe, qui permettent une évaluation approchée mais rapide d'un champ; il convient dans ce cas pour augmenter la précision de prendre un liquide qui soit aussi magnétique que possible, telles sont par exemple les solutions des sels ferriques.

L'action du champ sur les corps gazeux peut se montrer en produisant la déformation et même la rupture d'une bulle de savon gonflée avec de l'oxygène; une expérience facile à réaliser\*\* consiste dans la répulsion qu'éprouve la flamme d'une bougie lorsqu'on l'approche d'un champ intense.

Ed. Becquerel a montré qu'un cylindre de charbon devient magnétique après avoir absorbé de l'oxygène.

147 — Principe de la détermination de la susceptibilité magnétique dans le cas des corps peu magnétiques ou diamagnétiques. — Considérons un petit corps de volume  $\delta v$  placé dans un champ  $H$ ,  $k$  désignant la susceptibilité magnétique, l'aimantation sensiblement uniforme qu'il prendra aura pour valeur  $\bar{J} = k H$ . Ce corps se comportera donc à très peu près comme un petit aimant élémentaire de moment

$$\int \vec{M} = \bar{J} \delta v = k H \delta v$$

Nous supposons que la substance considérée est assez peu sus-

\* C'est en novembre 1845 que Faraday fit connaître la propriété qu'ont certains corps d'être repoussés par l'aimant et de se diriger perpendiculairement à la ligne polaire lorsqu'ils ont une forme oblongue.

\*\* Expérience attribuée au physicien italien Bancalari.

cesteble ou occupe un volume assez faible pour que l'on puisse admettre que ses déplacements n'apportent pas de perturbation notable dans le champ produit par l'électro-aimant; dans ces conditions en chaque point l'aimantation sera variable mais parallèle à  $\vec{H}_0$  et il en sera de même du moment  $\delta \vec{H}_0$ .

L'expression générale

$$\mathcal{E} = \left| \vec{H}_0 \delta \vec{H}_0 \cos(\vec{H}_0, \delta \vec{H}_0) \right|'$$

établie précédemment (N° 53) sera applicable et donnera le travail qui correspond au passage de ce petit corps de la position (0) à la position (1).

D'ailleurs, d'après ce que nous venons de dire, il convient de faire dans cette formule  $\cos(\vec{H}_0, \delta \vec{H}_0) = 1$  et  $\delta \vec{H}_0 = K \vec{H}_0 dV$  donc :

$$(1) \quad \mathcal{E} = \left| K \vec{H}_0^2 \delta V \right|'$$

Cette relation nous donne l'explication du résultat annoncé plus haut à propos des expériences de M<sup>r</sup> Quincke; en effet quand on exerce par exemple une pression spécifique  $\bar{\omega}$  à l'intérieur d'un tube capillaire de section  $S$  on abaisse le niveau de  $dx$  le travail  $\bar{\omega} S dx$  accompli sert à transporter un volume de liquide  $S dx$  de la petite branche où le champ est  $\vec{H}_0$  dans la grande où le champ  $\vec{H}_1$  est assez faible pour que son carré soit négligeable devant  $\vec{H}_0^2$ ; on a donc: en divisant par le volume qui est facteur commun:

$$\bar{\omega} = K(\vec{H}_0^2 - \vec{H}_1^2) \text{ ou sensiblement } \bar{\omega} = K \vec{H}_0^2$$

La formule (1) nous montre également que deux corps de forme identique, placés dans un même champ et dans la même position seront soumis à des forces proportionnelles à leur susceptibilité  $K$ ; de là le principe d'une méthode employée depuis par Es. Becquerel et Faraday pour comparer les susceptibilités magnétiques des divers corps.

Pour en faire l'application il convient de placer les corps à étudier dans la région d'un champ non uniforme où les variations de  $H^2$  sont aussi rapides que possible:

Lorsque le corps éprouve un déplacement chacun de ses éléments se trouve remplacé par le fluide (air dans le cas général) au sein duquel s'exécute l'expérience et il y a lieu de retrancher de l'expression du travail correspondant au corps celui qui provient du déplacement inverse du fluide ambiant. Il en résulte que la force qui tend à le déplacer est proportionnelle à l'excès de  $K$  sur la susceptibilité  $K'$  du fluide considéré.

Deux expériences consécutives faites sur deux solides (1) et (2)

suspendus dans l'air dans des conditions identiques donneront le rapport:

$$\frac{K_1 - K'}{K_2 - K'}$$

$K_1, K_2$  et  $K'$  désignant respectivement les susceptibilités de ces deux solides et de l'air.

Au contraire en immergeant un même solide ( $K$ ) dans une cuve contenant successivement divers liquides ( $K_1, K_2$ ) les mesures correspondantes feront connaître les rapports  $\frac{K_1 - K}{K_2 - K}$ , etc....

On voit que toutes choses égales d'ailleurs l'action exercée sur un corps peut changer de signe suivant la nature du fluide qui l'entoure.

On peut montrer cette influence du milieu ambiant en répétant une expérience faite par Faraday. Ce physicien avait observé qu'un tube de verre rempli d'une dissolution de sulfate de fer qui est magnétique se place dans la direction de la ligne des pôles d'un électro-aimant lorsqu'il est placé dans l'air ou dans l'eau, mais prend au contraire une direction normale à cette ligne lorsqu'on l'immerge dans une solution plus concentrée du même sel.

Pour déterminer la susceptibilité magnétique de l'oxygène on peut comme le faisait Faraday introduire une bulle de ce gaz dans un tube contenant une solution d'un sel de fer dont on fait varier le titre jusqu'à ce que sous l'action d'un champ magnétique puissant la bulle n'éprouve aucune déformation appréciable.



Si le liquide est plus magnétique que la bulle gazeuse le champ détermine une contraction et inversement.

On trouve ainsi que l'oxygène a même susceptibilité qu'une solution de chlorure ferrique contenant à peu près 3 milligr. de fer à l'état de combinaison par  $\text{cm}^3$ .

Les corps diamagnétiques comme le bismuth éprouvent une répulsion même lorsqu'ils sont placés dans le vide et l'on peut expliquer leurs propriétés en supposant avec E. Becquerel que l'éther agit comme une substance douée de magnétisme. Sa perméabilité  $\mu = 1 + 4\pi K$  de l'éther serait supérieure à celle des substances diamagnétiques.

Dans le cas des corps cristallisés les phénomènes sont, naturellement, plus complexes que ceux examinés jusqu'ici et la susceptibilité varie avec la direction de la force magnétisante par rapport aux axes du cristal; c'est ainsi par exemple qu'une petite sphère taillée dans un cristal de pyrothotine s'aimante d'une manière très sensible ou presque pas suivant que le champ a une direction parallèle ou normale à l'un de ses axes.

148 — Cas des corps fortement magnétiques; mesure de  $I$  par la méthode du magnétomètre. — La susceptibilité n'est un coefficient sensiblement constant que dans le cas des corps diamagnétiques ou peu magnétiques (dits aussi corps paramagnétiques). Dans le cas du fer et des corps similaires il n'en est plus ainsi et il est nécessaire de déterminer la valeur de l'aimantation  $I$  correspondant à diverses valeurs de la force magnétisante  $H$ .

Considérons un cylindre de fer  $ba$  placé à l'intérieur d'un long solénoïde à enroulement bien régulier, l'aimantation de ce cylindre sera très-sensiblement uniforme et pour trouver la valeur du champ  $H$  en l'un quelconque de ses points il nous faudra défalquer de l'action sensiblement constante du courant égale à :

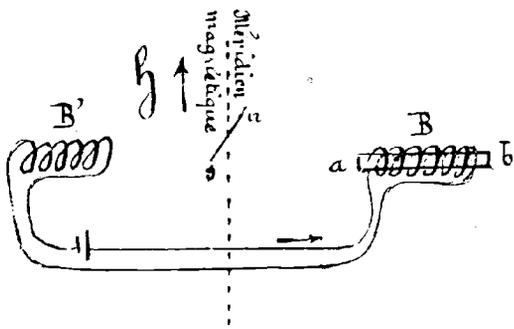
$$\frac{4\pi}{10} NI = \frac{4\pi}{10} \times (\text{Nombre d'ampères tours par centimètre})$$

l'effet contraire dû au magnétisme libre qui apparaît vers les extrémités  $a$  et  $b$ .

Toutefois en prenant la tige  $ab$  d'une longueur suffisante par rapport à son diamètre (500 fois par exemple), on peut négliger cette action démagnétisante et considérer la force magnétisante  $H$  comme égale au champ du solénoïde :

$$H = \frac{4\pi}{10} NI$$

dans ces conditions si nous faisons agir ce cylindre sur une petite aiguille aimantée placée assez loin et soustraite à l'action du champ créé par le solénoïde nous aurons un moyen de déterminer la valeur de  $I$  correspondant à une force magnétisante déterminée  $H$ .



En effet le moment total du barreau  $ab$  est égal à la somme des moments  $I dv$  de ses éléments constitutifs c'est-à-dire si  $V$  désigne son volume total  $NI\bar{V} = I\bar{V}$ .

Pour annuler l'action de la bobine magnétisante  $B$  on emploie une bobine  $B'$  semblable parcourue par le même courant et disposée de manière à contrebalancer exactement l'action de  $B$  sur  $\bar{V}$ . Quand on introduit le barreau  $ab$ , l'aiguille du magnétomètre dévie jusqu'à ce que l'action du champ terrestre ou d'un fil

de torsion s'oppose à son mouvement.

L'évaluation du moment du barreau se fait par les mêmes procédés que ceux indiqués (n° 54) à propos de la mesure du coefficient terrestre.

Pour opérer avec plus de rigueur on pourrait au lieu de la tige  $\bar{a}\bar{b}$  introduire dans la bobine  $B$  une sphère de rayon connu  $R$ :

Dans ce cas à l'aimantation  $J$  correspond un champ démagétisant  $-\frac{4}{3}\pi J$  (voir n° 60) on aurait donc pour la force magnétisante :

$$H_0 = \frac{4\pi}{10} NI - \frac{4}{3}\pi J$$

et d'autre part la sphère aimantée produit à l'extérieur le même champ qu'un aimant élémentaire de moment  $M_0 = \frac{4}{3}\pi R^3 J$  (voir n° 56)

La détermination de ce moment fera connaître  $J$  et d'autre part l'équation précédente donnera  $H_0$ .

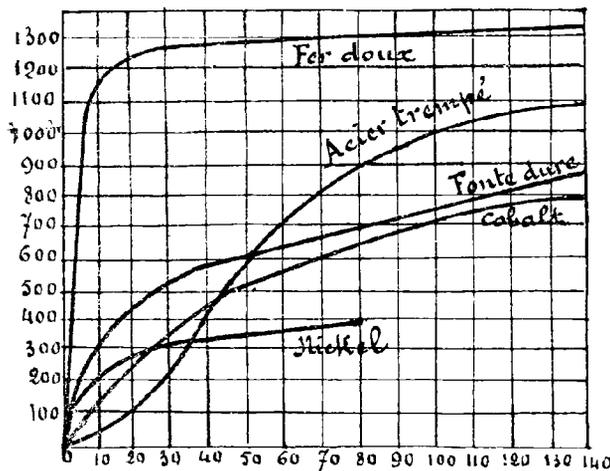
Ce procédé présente l'inconvénient de diminuer la force magnétisante  $H_0$ , dans le rapport  $\frac{1}{1 + \frac{4}{3}\pi K}$

$J$  et  $H_0$  étant connus on peut calculer  $B$  par la relation

$$B = H_0 + 4\pi J$$

et déduire des courbes ( $J, H_0$ ) des courbes donnant  $B$  en fonction de  $H_0$ .

## 149 — Courbes d'aimantation.



$J$  et  $H_0$  sont exprimés en Gauss.

Les courbes ci-contre indiquent les résultats moyens obtenus, par cette méthode, avec le fer, l'acier, la fonte, le nickel et le cobalt.

Ces courbes ont toutes même allure générale et on peut y distinguer trois régions; la première correspond à des valeurs de  $H_0$  faibles; l'aimantation  $y$  croît assez lentement.

Dans la seconde région les courbes montent rapidement et présentent un point d'inflexion; enfin quand  $H_0$  prend des valeurs très élevées  $J$  croît

lentement et paraît tendre vers un maximum.

La susceptibilité  $K$  est le coefficient angulaire de la droite qui joint l'origine à un point variable sur chacune des courbes.

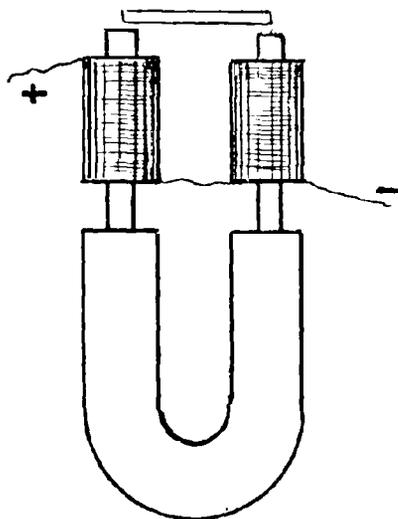
On voit que ce coefficient et la perméabilité  $\mu$  qu'on peut en

déduire par la formule  $\mu = 1 + k\pi K$  sont loin d'être constants.

Pour des champs très puissants  $K$  tend vers zéro et  $\mu$  vers l'unité alors on dit que le métal est saturé; son aimantation ne peut plus croître d'une façon sensible et ce fait s'explique assez naturellement dans l'hypothèse qui attribue l'aimantation à l'orientation des molécules magnétiques des corps. Ces dernières étant nécessairement en nombre limité, l'aimantation ne saurait dépasser le maximum obtenu en les supposant toutes orientées parallèlement au champ  $H$ .

Il y a lieu de remarquer que si  $I$  ne peut être indéfiniment, il n'en est pas de même de  $B = H + k\pi I$ , la valeur de  $H$  n'étant limitée que par l'impossibilité pratique de faire circuler des courants trop intenses dans les conducteurs.

### 150 — Electro-aimants polarisés. —



Ses courbes précédentes montrent qu'un courant faible ne peut produire qu'une aimantation relativement peu intense, au contraire dans le voisinage du point d'inflexion la moindre variation de  $H$  entraîne un changement considérable dans la valeur de  $I$ .

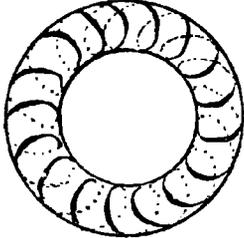
On a utilisé cette propriété dans la construction d'electro-aimants dits polarisés: dans ces appareils un aimant permanent amène le fer de l'électro à l'état d'aimantation qui correspond au point d'inflexion et le moindre courant lancé dans les bobines produit des variations considérables dans l'action magnétique de l'appareil (application aux appareils télégraphiques rapides, à la téléphonie etc....).

### 151 — Principe de la mesure de $B$ . — Aimants annulaires. —

Pour évaluer  $I$  on peut placer dans un champ magnétisant des corps de forme géométrique appropriée pour lesquels on a établi par des considérations théoriques une formule reliant  $I$  et  $H$ .

Il est en général plus commode d'évaluer  $B$  et d'éliminer l'action démagnétisante des extrémités du corps en le taillant en forme d'anneau autour duquel on enroule régulièrement le fil qui porte le courant.

Les tubes d'induction ont alors également la forme d'an-



neance et l'induction  $B$  a très sensiblement la même valeur dans chacun d'eux pourvu que le rayon de l'anneau soit assez considérable par rapport à la section génératrice  $S$   
On a :

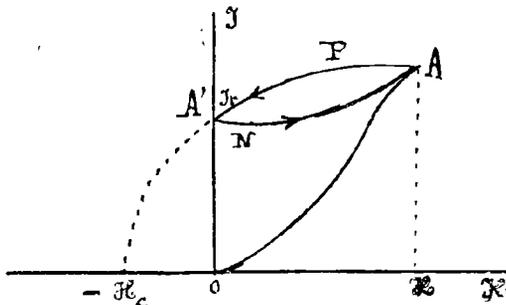
$$B = \mu H_0 = \mu \frac{4\pi}{10} NI$$

et de la connaissance du flux total

$$\Phi = BS \quad \text{on déduit } B$$

Nous verrons ultérieurement que des phénomènes d'induction permettent la mesure de  $\Phi$  et nous supposons dans ce qui va suivre que nous sommes en possession de méthodes permettant d'évaluer directement  $B$ .

**152 — Cycle d'aimantation. — Magnétisme rémanent. — Champ coercitif. — Hystérésis. — Etat neutre.** — Soumettons un barreau à un champ magnétisant croissant de zéro à  $H_0$  puis décroissant de  $H_0$  à zéro.



La courbe d'aimantation obtenue a la forme OAPA' le barreau conserve une aimantation  $OA' = I_r$  qui caractérise son magnétisme rémanent.

Pour faire disparaître cette aimantation rémanente il serait nécessaire de soumettre le barreau à une force  $-H_c$  de sens

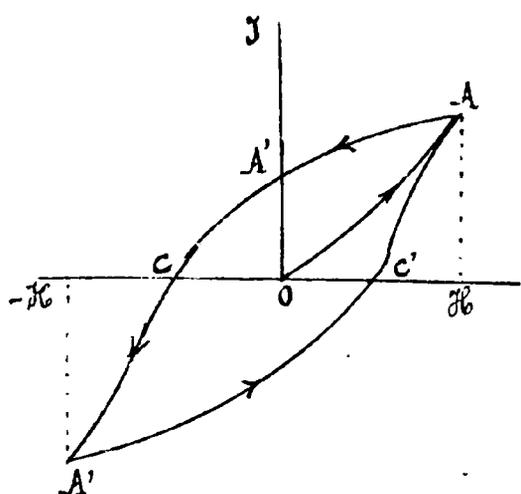
contraire à la précédente et dont la valeur mesure en quelque sorte l'action coercitive du corps soumis à l'expérience.

On donne à  $H_c$  le nom de champ coercitif.

Si au lieu de changer le signe de  $H_0$  nous nous arrêtons en  $A'$  pour faire croître de nouveau le champ jusqu'en  $H_0$  l'expérience montre que le point représentatif ( $I, H$ ) décrit la courbe A'NA et ce point continuera à décrire très sensiblement la même courbe APA'NA si nous faisons successivement prendre au champ les valeurs  $H, 0, H, 0, H$  etc....

Si au lieu de faire varier le champ de 0 à  $H_0$  nous prenions comme limites  $-H_0$  et  $+H_0$  nous obtiendrions un cycle tel que celui de la figure page suivante.

Nous voyons qu'à une même valeur du champ magné-



risant correspondent des aimantations qui dépendent des états magnétiques antérieurs.

L'intensité  $J$  est plus grande quand  $Hb$  varie en décroissant que lorsque  $Hb$  augmente.

L'aimantation est pour ainsi dire en retard sur l'action magnétisante de là le nom d'hystérésis donné à ce phénomène (h = retard)

Les deux courbes sont d'autant plus écartées que la force coercitive  $OC$  est plus grande.

La surface du cycle, considérable dans le cas de l'acier est au contraire très faible avec un fer doux de bonne qualité.

L'expérience a montré qu'un barreau qui a été aimanté ne revient pas à l'état initial lorsque en modifiant la marche du cycle on arrive à annuler son aimantation en même temps que  $Hb$  revient à zéro.

Il prend en effet plus facilement une aimantation contraire à celle qu'il vient d'avoir qu'une aimantation de même signe.

Pour le ramener à un état véritablement neutre il faut lui faire décrire une série de cycles analogues à celui de la dernière figure ( $-Hb + Hb$ ) en diminuant l'amplitude de ces dernières jusqu'à zéro.

Pour les corps peu coercitifs on arrive au même résultat par des chocs répétés.

Enfin la chaleur (Rouge pour le fer) ramène aussi le métal à l'état neutre mais en modifiant généralement ses caractères magnétiques et métallurgiques.

La considération des cycles d'hystérésis présente un grand intérêt parce que la surface du cycle est proportionnelle à la quantité d'énergie qui se trouve perdue sous forme calorifique lorsque le métal est soumis à des champs alternativement positifs et négatifs comme cela a lieu dans les moteurs et les transformateurs industriels.

153 — Incertitude résultant du fait de l'hystérésis dans la détermination de la susceptibilité ou de la perméabilité magnétique. — Nous venons de voir que l'aimantation

$\chi$  est non seulement fonction de la valeur actuelle du champ mais aussi des valeurs antérieures il en sera donc de même de  $\kappa = \frac{\chi}{H}$  et de  $\mu = 1 + 4\pi\kappa$

L'hystérésis introduit donc une cause d'incertitude dans la détermination de ces coefficients ; on se borne en général à les déterminer d'après la courbe d'aimantation obtenue lorsqu'après avoir désaimanté le noyau on le soumet à un champ magnétique croissant d'une manière continue à partir de 0 ; mais même dans ce cas la courbe peut varier suivant le procédé de désaimantation employé et suivant la manière dont on fait croître le champ.

Les valeurs déterminées par cette méthode conduisent cependant à des résultats suffisamment approchés pour les applications industrielles.

## 16<sup>e</sup> Leçon

### Propriétés magnétiques des corps Action du magnétisme sur les phénomènes lumineux.

154 — **Circuit magnétique.** — Les champs magnétiques que l'on obtient par l'action des courants sur le fer doux jouent dans les applications industrielles de l'électricité un rôle considérable et il y a lieu d'appeler l'attention sur une analogie remarquable qui existe entre la distribution du flux d'induction dans un tel champ et la repartition du courant voltaïque dans des conducteurs de formes quelconques qui au lieu d'être linéaires seraient étendus dans tous les sens.

En un point quelconque la valeur de  $H$  est la résultante :

1<sup>o</sup> du vecteur  $H_1$ , qui peut être déterminé par l'application de la formule de Laplace aux divers éléments des courants mis en jeu

2<sup>o</sup> du vecteur  $H_2$ , obtenu en appliquant la loi de Coulomb aux masses fictives que fait apparaître l'aimantation des corps magnétiques placés dans le champ.

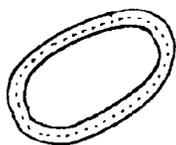
Si nous considérons l'intégrale

$$\int_C H \cos(\bar{H}, d\bar{l}) dl = \int_C H_1 \cos(\bar{H}_1, d\bar{l}) dl + \int_C H_2 \cos(\bar{H}_2, d\bar{l}) dl$$

prise le long d'un contour fermé quelconque elle se réduira évidemment à  $\int_C H_1 \cos(\bar{H}_1, d\bar{l}) dl = 4\pi \Sigma I$  (51° 137) car  $H_2$ , dérive seul d'un potentiel non uniforme. Nous avons vu que  $\Sigma I$  représente la somme algébrique des intensités des courants qui traversent une surface quel-

conque appuyée sur le contour  $C$ ; ou le flux de l'intensité spécifique  $i$  à travers cette surface.

Choisissons comme contour la ligne axiale d'un tube d'induction; les vecteurs  $\vec{B}$  et  $\vec{H}$  sont liés par la relation:



$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

et d'autre part si l'on désigne par  $d\Phi = \vec{B} \cdot d\vec{S}$  le flux d'induction dans ce tube dont  $dS$  est la section, on aura en remarquant que dans le cas actuel  $\cos(\vec{H}, d\vec{l}) = 1$

$$4\pi \Sigma I = \int_C \vec{H} \cos(\vec{H}, d\vec{l}) dl = \int_C \frac{1}{\mu} \vec{B} dl = \int_C \frac{d\Phi}{\mu dS} dl$$

mais  $d\Phi$  est constant et on a:

$$(1) \quad \Sigma 4\pi I = d\Phi \int_C \frac{dl}{\mu dS}$$

Cette formule présente une analogie complète avec celle qui donne l'intensité  $dI'$  du courant que produirait une force électromotrice  $E$  dans un conducteur filiforme de conductivité  $\gamma$  et de section  $dS$  variables.

En effet chaque tronçon de longueur  $dl$  ayant une résistance  $\frac{dl}{\gamma dS}$  on aurait la relation

$$(1') \quad E = dI' \int_C \frac{dl}{\gamma dS}$$

Cette analogie a permis à Royland d'édifier la théorie du circuit magnétique; elle consiste à assimiler la répartition du flux à la circulation d'un courant. On a donné le nom de force magnétomotrice à l'expression  $\Sigma 4\pi I$  qui joue dans la circulation du flux le même rôle que la force électromotrice dans le cas du courant; on la désigne ordinairement par  $\mathcal{F}$  et il ne faut pas oublier que si l'intensité est évaluée en Ampères il convient d'introduire le facteur  $\frac{1}{10}$ .

$$\mathcal{F} = \frac{4\pi}{10} \Sigma I = 1,256 \Sigma I$$

La quantité  $\frac{dl}{\mu dS}$  a reçu le nom de Réductance élémentaire  $dR$  et, si nous considérons un tube d'induction de dimensions finies soumis à la même force magnétomotrice, la relation

$$\mathcal{F} = d\Phi \int dR$$

Nous conduira par voie d'intégration à:

$$\mathcal{F} = \Phi R$$

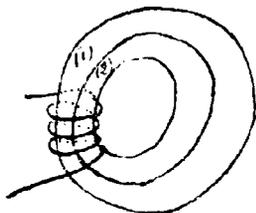
$R$  désignant la réductance totale du circuit.

Si ce tube d'induction peut être décomposé en plusieurs tronçons consécutifs traversés par le même flux on aura évidemment:  $R = R' + R'' + \dots$

212.

$R$   $R''$  etc. désignant leurs réluctances respectives c'est-à-dire les diverses valeurs de l'intégrale  $\int \frac{dl}{\mu}$  étendue à chacun d'eux.

Au contraire si ce tube est décomposable en un certain nombre d'autres (1) (2) (3) etc... enlacés par les mêmes courants et par suite soumis à la même force magnétomotrice on aura pour chacun d'eux



$$F = \Phi_1 R_1 = \Phi_2 R_2 = \dots$$

et par suite la réluctance  $R$  de l'ensemble sera donnée par l'équation

$$\frac{1}{R} = \frac{\Phi}{F} = \frac{\Phi_1 + \Phi_2 + \dots}{F} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots$$

On voit que pour une même force magnétomotrice le flux est d'autant plus considérable que la perméabilité  $\mu$  est plus grande et ce fait nous montre bien l'idée qui a fait choisir ce mot, le coefficient  $\mu$  indiquant l'aptitude plus ou moins grande d'un corps à livrer passage aux lignes de flux.

Si au lieu de mettre en parallèle les intensités totales  $I$  et les flux  $\Phi$  nous comparons les vecteurs  $\vec{B}$  et  $\vec{H}$ , aux vecteurs  $\vec{i}$  et  $\vec{e}$  que nous avons considérés (1<sup>re</sup> leçon) à propos de la conduction électrique, nous trouvons les analogies suivantes :

1<sup>o</sup> On a en exprimant le flux à travers une surface fermée quelconque

$$\int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \quad \text{de même que} \quad \int_S \vec{i} \cdot d\vec{S} = 0$$

2<sup>o</sup> En écrivant en notation vectorielle la formule du début de ce paragraphe il vient :

$$\int_C \vec{H}_2 \cdot d\vec{l} = \int_C (\vec{H} - \vec{H}_1) \cdot d\vec{l} = 0$$

et comme  $\vec{B} = \mu \vec{H}$  on a la relation

$$\int_C \left( \frac{1}{\mu} \vec{B} - \vec{H}_1 \right) \cdot d\vec{l} = 0$$

complètement analogue à  $\int_C \left( \frac{1}{\gamma} \vec{i} - \vec{e} \right) \cdot d\vec{l} = 0$

À la conductivité  $\gamma$  correspond donc la perméabilité  $\mu$  et au champ électromoteur ( $\vec{e}$ ) le champ ( $\vec{H}_1$ ) que l'on peut déduire de la loi élémentaire de Laplace et qu'on pourrait appeler le champ magnétomoteur.

Il faut remarquer toutefois que ce parallélisme de formules cesse d'exister si pour certaines substances placées dans le champ les vecteurs  $\vec{B}$ ,  $\vec{H}$  et  $\vec{i}$  ont des directions différentes car c'est grâce à cette restriction que l'on peut écrire  $\vec{B} = \mu \vec{H}$ .

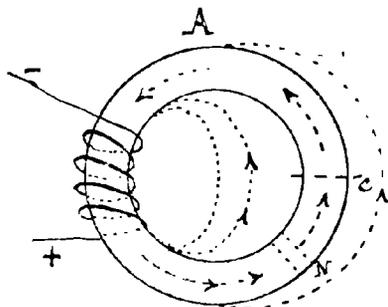
Enfin tandis que la conductivité  $\gamma$  est une constante spécifique

indépendante de  $i$ ;  $\mu$  est au contraire fonction de  $\vec{H}$  pour les corps facilement perméables au flux magnétique.

**155. — Pertes de flux.** — Le problème de la répartition du flux est analogue à celui de la distribution du courant voltaïque dans un conducteur à trois dimensions, mais, tandis que dans la pratique les conducteurs du courant sont limités par des surfaces en contact avec l'air et à travers lesquelles l'électricité ne pourrait passer; dans le cas du flux magnétique, l'analogue du corps isolant n'existe pas et les substances les moins perméables (bismuths) ont encore une perméabilité très voisine de celle de l'air c'est-à-dire à peu près égale à l'unité.

Le fait que l'air est perméable au flux magnétique, permet d'obtenir des champs intenses en pratiquant des coupures ou entre-fers dans les métaux magnétiques qui servent de support au flux produit par la force magnétomotrice comme cela a lieu dans les électro-aimants.

En revanche cette perméabilité permet également au flux de suivre des circuits dérivés à travers l'air analogues à ceux qu'on obtiendrait en immergeant le conducteur d'un courant voltaïque dans une masse fluide (solution électrolysable par exemple) de conductivité beaucoup plus faible mais non négligeable.



Considérons un anneau de fer A de section  $S$  et de périmètre moyen  $l$  que nous supposons d'abord continu et entouré sur une de ses parties par un enroulement de  $N$  tours d'un courant  $I$ .

Si tout le système pouvait être porté dans un milieu imperméable au magnétisme le flux se produirait uniquement dans l'anneau et aurait pour valeur:

$$\Phi = \frac{F}{R} = \frac{4\pi NI}{10R} = \frac{4\pi NI}{10} \cdot \frac{\mu S}{l} *$$

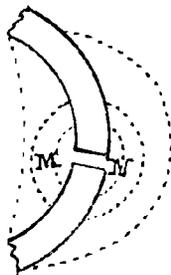
Mais il n'en est pas ainsi et un certain nombre de tubes d'induction abandonnent l'anneau pour se refermer à travers l'air comme l'indique le tracé pointillé.

Si nous considérons une section en un point C du circuit métallique, le flux total  $\Phi'$  est inférieur à l'expression précédemment calculée et est le même que celui qu'on obtiendrait en sup-

\* On suppose ici pour simplifier que  $\mu$  a même valeur en tous les points de l'anneau.

posant qu'il n'y ait pas de déperdition dans le circuit, mais que la section de ce dernier ne soit qu'une fraction  $\frac{1}{\mu}$  de sa section réelle.

Le coefficient  $\mu$  est désigné sous le nom de coefficient d'Hopkinson et peut atteindre la valeur 2, malgré la grande différence de perméabilité qui existe entre le fer et l'air. D'ailleurs ce nombre varie avec la position de la section considérée dans le circuit et avec la constitution de ce dernier; industriellement on le détermine par comparaison.

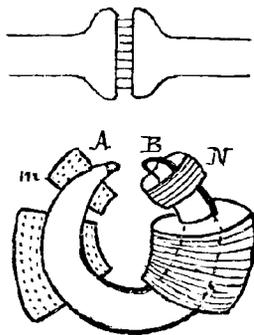


Si l'on pratique une coupure MN dans l'anneau sa réluctance  $R$  se trouve augmentée de celle  $R'$  qui correspond à la lame d'air MN et en même temps l'effet nuisible des dérives par l'air devient plus intense, des lignes de force apparaissent dans le voisinage des parties en regard comme l'indique la figure ci-contre.

Ce phénomène est facile à mettre en évidence dans le voisinage des pièces polaires des électro-aimants.

La perturbation produite par une coupure ou entrefer résulte ainsi non seulement de ce que dans l'espace correspondant la perméabilité est considérablement réduite mais encore de ce que les pertes par dérivation deviennent, par ce fait même, plus considérables.

Il convient donc de soigner les surfaces de contact et de réduire autant que possible l'espace qui existe entre les pièces de fer dont l'assemblage doit constituer le circuit; dans ce but on les boulonne de manière à les appliquer très-fortement les unes contre les autres.



Lorsqu'il est indispensable de laisser un passage à travers les masses métalliques on améliore le circuit en épanouissant les faces en regard de manière à diminuer la réluctance.

Au contraire lorsque le but à atteindre est l'obtention d'un champ magnétique intense dans l'air comme c'est le cas pour les électro-aimants employés dans les laboratoires on constitue un circuit magnétique aussi peu résistant que possible terminé par des pièces po-

laires coniques destinées à concentrer les lignes de force dans l'intervalle très faible laissé entre elles.

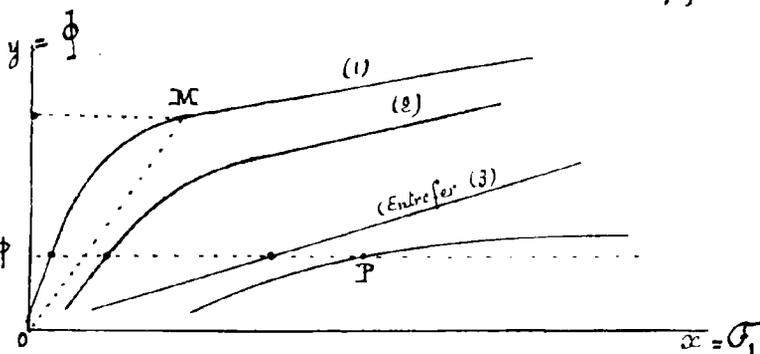
On produit la force magnétomotrice en disposant de fortes

bobines sur cette armature en fer et en les rapprochant le plus possible des pôles A et B; c'est en effet, dans cette région où le métal est saturé, que les dérivations ont le plus de tendance à se produire.

### 156. — Influence des variations de $\mu$ en fonction du champ.

Les questions relatives au circuit magnétique sont encore compliquées par le fait que  $\mu$  n'est pas une constante et décroît jusqu'à tendre vers l'unité quand la valeur de  $H$  augmente. Il est matériellement impossible d'indiquer avec exactitude comment varie la réluctance d'un circuit en fonction de la force magnétomotrice. Pour atteindre à peu près ce but on fait usage du graphique d' $H$  et  $\phi$  dont nous allons indiquer sommairement le principe.

Généralement les circuits industriels sont assez simples pour qu'on puisse les considérer comme composés de tronçons de longueur connue dans lesquels circule un flux uniforme. On peut également évaluer d'une manière approchée le rapport de réduction  $\frac{1}{\mu}$  par lequel il convient de multiplier leur section  $S$ .



On peut également évaluer d'une manière approchée le rapport de réduction  $\frac{1}{\mu}$  par lequel il convient de multiplier leur section  $S$ .

D'autre part, des expériences faites avec des échantillons des diverses substances qui entrent dans la confection des circuits ont fourni pour cha-

Non exigé

cune d'elles des courbes exprimant la loi qui lie  $B$  et  $H$ .

On en déduira des courbes transformées obtenues en multipliant les ordonnées par la section réduite  $\frac{S}{l}$  et les abscisses  $H$  par la longueur du tronçon correspondant.

Dans ces conditions l'ordonnée d'un point tel que M représente le flux  $\Phi = B \frac{S}{l}$  tandis que l'abscisse  $x = H \cdot l = \frac{B}{\mu} l = \frac{\Phi \mu}{\mu^2} l = \Phi \mu R' = R \Phi$  représente la force magnétomotrice capable de maintenir le flux  $\Phi$  dans un circuit de réluctance  $R$ , égale à la réluctance apparente du tronçon considéré.

Il suffit d'ajouter les abscisses qui correspondent aux intersections des diverses courbes par une parallèle à  $ox$  pour avoir des points tels que P dont les coordonnées sont :

$$y = \Phi \quad x = F_1 + F_2 + \dots = F$$

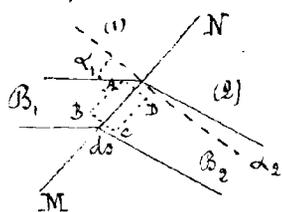
Il est clair que le lieu des points  $P$  résout pratiquement le problème posé puisqu'il nous donne la force magnétomotrice capable de maintenir dans le circuit la circulation d'un flux  $\Phi$  donné et par suite la réluctance totale  $R = \frac{F}{\Phi}$  de ce circuit.

On a d'ailleurs :  $F = \text{tg } \rho \, \delta y$ .

En se reportant aux courbes d'aimantation données plus haut pour les métaux magnétiques on verra facilement que les courbes du graphique d'Hopkinson doivent présenter en partant de l'origine des parties rapidement ascendantes aboutissant à un coude brusque suivi d'un arc rectiligne beaucoup moins incliné.

Un entrefer se traduira par une droite généralement très-inclinée sur l'axe des  $x$ , de telle sorte que pour les flux faibles la plus grande partie de la réluctance provient de l'entrefer comme on devait s'y attendre a priori. Il n'en est plus de même lorsque le flux augmentant les tronçons magnétiques approchent de la saturation.

157 — Réfraction des tubes d'induction à la surface de séparation de deux milieux. — Il est souvent nécessaire de pouvoir tracer a priori et d'une manière approchée la marche du flux d'induction ; or les lignes d'induction se brisent en passant d'un milieu dans un autre et nous allons voir que la loi suivant laquelle s'effectue cette réfraction est complètement analogue à celles que nous avons trouvées pour les tubes de force électrique et les tubes de courant.

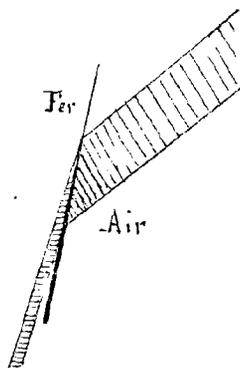


Le flux d'induction étant constant on doit avoir, en désignant par  $dS$  la section d'un tube élémentaire par la surface de séparation  $MN$  des milieux (1) et (2):

$$B_1 \cos \alpha_1 = B_2 \cos \alpha_2$$

équation dans laquelle  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  représentent les angles du vecteur  $\vec{B}$  avec la normale à l'élément.

Considérons maintenant le travail du vecteur  $\vec{H}$  le long d'un contour  $ABCD$  constitué par deux segments parallèles  $AB$  et  $CD$  pris dans chacun des milieux et assez rapproché pour que  $BC$  et  $AD$  soient négligeables devant les grands côtés du rectangle. Ce travail devant être nul puisque le  $\oint \vec{H} \cdot d\vec{l}$  à



travers le contour ABCD tend vers zéro, il en résulte que les projections de  $\mathcal{H}_1$  et  $\mathcal{H}_2$  sur la surface de séparation doivent être égales

$$\mathcal{H}_1 \sin \alpha_1 = \mathcal{H}_2 \sin \alpha_2$$

et ces deux relations jointes à la formule  $\vec{B} = \mu \vec{H}$  nous donnent puisque  $B$  et  $H$  ont ici même direction

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\mu_1} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_2}{\mu_2}$$

Si le milieu (2) est l'air on a  $\operatorname{tg} \alpha_1 = \mu \operatorname{tg} \alpha_2$ ; on voit donc que pour des corps très-perméables comme le fer les lignes d'induction subiront une réfraction considérable.

158 — **Formules de dimensions de la réluctance  $R$  et de la force magnétomotrice  $\mathcal{F}$ .** — La réluctance  $R = \int \frac{dl}{\mu ds}$  a évidemment pour dimensions  $L^{-1}$  puisque la perméabilité est un coefficient numérique.

Quant à la force magnétomotrice  $\mathcal{F} = R\Phi$  elle a pour unité C.G.S un (Maxwell : centimètre) et pour dimensions  $\Phi L^{-1} = L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$ . C'est-à-dire la même formule que pour l'intensité  $I$ ; résultat facile à prévoir d'après la relation  $\mathcal{F} = 4\pi \Sigma I$ .

On l'exprime industriellement par le nombre d'ampères-tour distribués sur le circuit magnétique

$$\Sigma I = NI + N'I' + \dots$$

et l'on introduit dans les formules le facteur  $\frac{4\pi}{10} = 1,256$

Les unités C.G.S. de réluctance et de force magnétomotrice on reçu respectivement les noms d'Oerstedt et de Gilbert; il est facile de voir qu'un Gilbert vaut  $\frac{10}{4\pi} = 0,8$  d'ampère-tour

## Action du magnétisme sur les propriétés optiques des corps.

159 — **Pouvoir rotatoire magnétique.** — Les champs intenses que l'on peut réaliser avec un puissant électro-aimant, ont permis à Faraday de découvrir la polarisation rotatoire magnétique.

Tous les corps transparents, solides, liquides ou gazeux placés dans le champ magnétique y acquièrent la propriété de faire tourner le plan de polarisation d'un rayon lumineux qui les traverse.

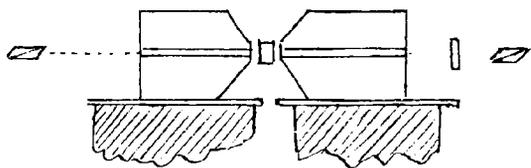
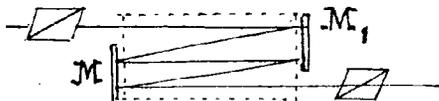
Cet effet, qui disparaît dès que le champ cesse d'exister, est maximum lorsque la direction du rayon lumineux est parallèle aux lignes du champ; il est nul quand ces directions sont rectangulaires.

Faraday a constaté que le sens de la rotation est indépendant du sens de propagation du rayon lumineux et est le même que celui d'un courant solénoïdal capable de produire le champ.

Cependant la partie de cette règle, relative au sens de rotation, se trouve en défaut pour certains corps doués de propriétés magnétiques. Verdet puis Mo. Becquerel ont en effet constaté que certaines solutions de sels magnétiques produisaient une rotation négative inverse de la rotation positive indiquée par la règle de Faraday.

Le fait de l'indépendance du sens de la rotation et du sens de propagation de l'onde lumineuse permet d'amplifier cette rotation qui est généralement très faible. Pour cela il suffit de faire traverser un grand nombre de fois, la substance que l'on étudie, par le rayon lu-

mineux convenablement réfléchi sur des miroirs  $M$  et  $M_1$ .



Il est d'ailleurs tout indiqué d'employer un champ aussi intense que possible. Dans ce but on place le corps à étudier entre les armatures d'un gros électro-aimant (en fer à cheval); ces armatures sont d'ailleurs percées de trous convenables destinés au passage du rayon lumineux.

Ses observations se font en lumière monochromatique à l'aide du polariseur à pénombre.

Toutes choses égales d'ailleurs, la rotation du plan de polarisation varie à peu près comme l'inverse du carré de la longueur d'onde de la lumière employée, mais ce n'est là qu'une loi générale assez grossièrement approchée.

**160. — Loi de Verdet.** — Faraday avait déjà vérifié que dans un champ uniforme la rotation est proportionnelle à l'épaisseur de substance traversée. Neumann et Verdet ont établi que cette rotation variait aussi proportionnellement à l'intensité du champ. Enfin Verdet en étudiant l'influence de l'angle que font entre elles la direction du champ et celle du rayon lumineux a constaté que la rotation diminuait comme le cosinus de cet angle et a résumé tous les faits acquis jusqu'à lui dans une loi élémentaire, qui est la suivante:

La rotation des du plan de polarisation d'un rayon monochromatique qui effectue un parcours de  $a$  travers une substance placée dans

un champ  $H$  est donnée par la relation.

$$d\omega_\lambda = \rho_\lambda H \cdot ds \cos(H \cdot ds)$$

La constante  $\rho_\lambda$  qui exprime la rotation pour une épaisseur égale à l'unité dans un champ magnétique uniforme égal à l'unité et parallèle au rayon lumineux a reçu le nom de constante de Verdet. Elle dépend de  $\lambda$  et varie d'une substance à l'autre. Pour un même corps sa valeur change également avec la température.

### Évaluation de la constante de Verdet en unités absolues.

Application à la mesure des champs magnétiques. - Pour évaluer  $\rho$  en valeur absolue on peut comme l'a fait M. Becquerel opérer de la façon suivante: en choisissant par exemple comme substance le sulfure de carbone et comme lumière une source au sodium.

On dispose un long tube fermé par des glaces travaillées et



plein de sulfure de carbone, dans l'axe d'une bobine, dont le nombre de tours de fil,  $N$ , est très exactement connu, et l'on mesure d'une part la rotation magnétique  $\omega_D$  pour les rayons jaunes  $D$  et d'autre part l'intensité absolue  $I$  du courant.

Tout l'appareil est plongé dans la glace fondante. On a alors:

$$\omega_D = \rho_D \int H ds$$

or si le tube est suffisamment long et que le rayon de la bobine ne soit pas trop grand, l'intégrale précédente diffère d'une quantité négligeable de  $4\pi NI$ , de sorte que l'on a

$$\omega_D = \rho_D \cdot 4\pi NI$$

on en déduit pour le sulfure de carbone à  $0^\circ$ :  $\rho_D = 0,0434$ .

M. Bichat qui a étudié la loi de la variation de  $\rho_D$  avec la température a donné la formule suivante:

$$\rho_D = 0,0434 (1 - 0,00104 t - 0,000014 t^2)$$

Cette constante une fois connue, on peut utiliser la rotation au travers d'une colonne de longueur connue de sulfure de carbone pour mesurer l'intensité absolue d'un champ magnétique, ou l'intensité absolue d'un courant traversant une bobine dont le nombre  $N$  de tours est connu.

### 161 — Pouvoirs rotatoires magnétiques de quelques corps.

On rapporte habituellement les pouvoirs rotatoires magnétiques des divers corps à celui du sulfure de carbone pris comme unité.

Le tableau suivant contient les résultats obtenus pour quelques corps choisis parmi ceux qui présentent les pouvoirs rotatoires les plus divers.

On a indiqué en outre pour chacun d'eux la valeur de l'indice  $n$  et du quotient  $\frac{\omega}{n^2(n^2-1)}$ . M. H. Becquerel a en effet remarqué que ce rapport varie généralement peu. En particulier il a la même valeur pour les corps diamagnétiques qui présentent entre eux une analogie chimique.

M. H. Becquerel a constaté qu'il était le même pour le sulfure de carbone à l'état liquide ou à l'état de vapeur et M. E. Bichat a fait la même observation pour l'anhydride sulfureux.

Designation des diverses substances	Pouvoir rotatoire magnétique $\omega$	Indice de réfraction $n$	$\frac{\omega}{n^2(n^2-1)}$
<i>Lumière jaune D</i>			
Azote	0, 000.161	1, 000.2977	0, 274
Eau	0, 308	1, 334	0, 222
Sulfure de carbone	1, 000	1, 625	0, 231
Flint	1, 530	1, 760	0, 234
Phosphore	3, 120	2, 074	0, 220
Blende ( $ZnS$ )	5, 295	2, 369	0, 204
<i>Lumière rouge</i>			
Sulfure de carbone	1, 000	1, 612	0, 240
Sélénium	10, 950	2, 655	0, 255
Oxyde de cuivre cristallisé	14, 060	2, 849	0, 241

Dans le cas des gaz les pouvoirs rotatoires magnétiques sont extrêmement faibles et ont été observés pour la première fois par M. H. Becquerel, qui les mesurait en faisant traverser plusieurs fois par le rayon lumineux un long tube rempli du gaz étudié et placé dans l'axe d'un puissant solénoïde.

162 — **Dispersion rotatoire magnétique.** — Le pouvoir rotatoire magnétique varie avec la longueur d'onde et pour étudier ce phénomène on emploie des sources de différentes couleurs ou ce qui est préférable on utilise la méthode des spectres cannelés de Fizeau et Foucault.

Les recherches faites sur cette question ont montré que l'expression  $\omega_\lambda = \frac{K}{\lambda^2}$  à laquelle on s'était d'abord arrêté n'est pas suffisante pour représenter correctement le phénomène ; les rotations croissent plus vite que l'inverse du carré de la longueur d'onde.

M. H. Becquerel a récemment proposé l'expression

$$\omega_\lambda = K \lambda \frac{dn}{d\lambda}$$

qui paraît satisfaire aux observations dans le cas du pouvoir rotatoire positif.

Cette dernière formule concorde en particulier avec les résultats d'expériences de M. M. Tacaluso et Corbino.

Ces physiciens font passer à travers un champ très-intense et parallèlement aux lignes de force un faisceau de lumière blanche qu'on analyse avec un nicol suivi d'un spectroscopie très dispersif (réseau). Entre les armatures de l'électro-aimant qui produit le champ on dispose un brûleur avec une parcelle de chlorure de sodium. On observe alors dans le spectre les deux bandes d'absorption  $D_1$  et  $D_2$  qu'il convient d'obtenir larges. Dans ces conditions, si l'on ferme le courant de l'électro-aimant, on voit apparaître de part et d'autre de chacune des raies, des bandes alternativement obscures et brillantes qui se déplacent lorsqu'on fait tourner l'analyseur. Ce phénomène est dû à la polarisation rotatoire magnétique au travers de la vapeur de sodium ; les bandes constituent un spectre cannelé dont les plans de polarisation ont tourné de  $90^\circ$ ,  $270^\circ$  etc. Cette expérience montre donc que dans le voisinage des raies  $D$  la rotation est considérable et ce fait s'accorde bien avec la dispersion anormale, observée par M. H. Becquerel (cours de 1<sup>ère</sup> année N° 347). Cette dispersion montre en effet que le rapport  $\frac{dn}{d\lambda}$  prend des valeurs très élevées dans le voisinage des raies en question et la formule proposée plus haut indique qu'il en est de même pour la rotation  $\omega_\lambda$ .

163 — **Surface de l'onde électromagnétique.** — On peut étendre à la polarisation rotatoire magnétique l'explication cinématique de Fresnel et la considérer comme le résultat d'une différence entre les vitesses de propagation des ondes circulaires

dextrorsum et sinistrorsum.

Soit pour une radiation de période  $T$ ,  $v'$  et  $v''$  ces vitesses pour une direction de propagation faisant l'angle  $\alpha$  avec le champ  $H$ .



La rotation correspondante  $\omega$  est (1<sup>re</sup> année II<sup>e</sup> 329 page 397) égale à  $\pi$  fois la différence de phase c'est-à-dire

$$\omega = \frac{\varphi}{2} = \pi \cdot \frac{c}{T} \left( \frac{1}{v'} - \frac{1}{v''} \right)$$

d'autre part  $c$  désignant le parcours effectué dans la substance soumise au champ la loi de Verdet donne:

$$\omega = \int_{\lambda} c H \cos \alpha$$

donc:

$$\frac{1}{v'} - \frac{1}{v''} = \frac{\rho_{\lambda} T}{\pi} H \cos \alpha$$

D'autre part  $v'$  et  $v''$  diffèrent fort peu de la vitesse  $v$  qui aurait la lumière dans le même milieu soustrait à l'influence magnétique et Cornu a établi expérimentalement qu'on a  $\frac{v' + v''}{2} = v$

Dans ces conditions on peut remplacer  $v' v''$  par  $v^2$  et la formule précédente devient:

$$\frac{1}{v'} - \frac{1}{v''} = \frac{v'' - v'}{v' v''} = \frac{v'' - v'}{v^2} = \frac{\rho_{\lambda} T}{\pi} H \cos \alpha$$

et en posant

$$2K = \frac{v^2 \rho_{\lambda} T}{\pi}$$

il vient :

$$v'' = v + K H \cos \alpha$$

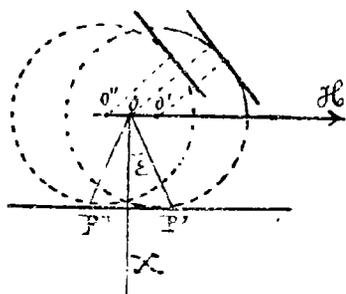
$$v' = v - K H \cos \alpha$$

La surface d'onde correspondante s'obtient immédiatement en cherchant l'enveloppe des plans menés à des distances du centre d'ébranlement  $O$  égales à  $v \pm K H \cos \alpha$ .

On obtient ainsi deux sphères de rayons  $v$  et dont les centres  $O'$  et  $O''$  s'obtiennent en transportant le point  $O$  de  $\pm K H$  dans la direction du champ.

Cornu à qui sont dues les considérations précédentes, a fait remarquer que le champ magnétique doit doubler un rayon lumineux qui se propage normalement à sa direction.

En effet les deux systèmes d'ondes planes qui se propagent dans une telle direction,  $Ox$  par exemple, ont même vitesse mais touchent la surface d'onde en deux points différents  $P'$  et  $P''$  qui donnent les directions des rayons efficaces  $OP'$  et  $OP''$



Malheureusement l'angle de dédoublement  $2\varepsilon = \widehat{P'OP''}$  est extrêmement faible et il n'est pas possible de soumettre cette remarque au contrôle de l'expérience.

On a en désignant par  $V$  la vitesse dans le vide par  $n$  l'indice par  $\lambda$  la longueur d'onde de la radiation considérée :

$$\operatorname{tg} 2\varepsilon = \frac{2k \mathcal{H} \lambda}{V} = \frac{\rho_1 \sqrt{T}}{\pi} \mathcal{H} \lambda = \frac{\rho_1 \lambda}{\pi} \frac{V}{V} \mathcal{H} \lambda = \frac{\rho_1 \lambda}{\pi n} \cdot \mathcal{H} \lambda$$

et le numérateur contient deux facteurs  $\lambda$  et  $\rho_1$  qui sont très petits.

164 — **Rotation du plan de polarisation par réflexion sur les aimants et par transmission à travers une couche mince d'un métal magnétique.** — J. C. Keer a découvert qu'un rayon lumineux réfléchi par la surface polie d'un morceau de fer soumis à l'aimantation éprouve une modification dans l'orientation de son plan de polarisation. Si par exemple, le rayon est polarisé perpendiculairement ou parallèlement au plan de réflexion, il demeure polarisé dans le même azimut quand le fer n'est pas aimanté et on peut l'éteindre avec un analyseur, dès que la production d'un champ magnétique aimante le fer, la lumière reparait.

D'autre part J. C. Kundt a remarqué que le fer, le cobalt, le nickel déposés sur le verre en couches extrêmement minces et par suite transparentes possèdent à un haut degré le pouvoir rotatoire magnétique. Pour le fer le coefficient de Verdet que l'on peut déduire de l'épaisseur de la couche et des rotations observées serait 12000 à 14000 fois plus grand que pour le sulfure de carbone. D'ailleurs dans ce cas ce coefficient n'a qu'une signification approchée car la rotation qui croît d'abord à peu près proportionnellement au champ tend comme l'aimantation vers un maximum qu'elle atteint pour des champs d'environ 20.000 unités (C. G. S.).

Le phénomène observé par J. C. Kundt donne l'explication de la rotation par réflexion observée par J. C. Keer, si l'on admet que la lumière pénètre à une certaine profondeur dans le métal avant d'être réfléchi. En fait le dépôt d'une couche très mince d'argent sur un métal magnétique supprime le phénomène.

Enfin, tandis que les solutions de sels magnétiques donnent en général une rotation negative, les pellicules métalliques, magnétiques donnent une rotation positive c'est-à-dire de même sens que celle produite par les corps transparents diamagnétiques.

Ils présentent également une dispersion rotatoire anormale et agissent plus fortement sur les rayons rouges que sur les violets.

**165. — Phénomène de Zeeman.** — Le Docteur Zeeman d'Amsterdam a récemment découvert une nouvelle action du champ magnétique sur les phénomènes lumineux. Il a observé que la période (et non plus la vitesse de propagation) d'une lumière monochromatique est modifiée par l'action du magnétisme. Voici comment on peut résumer le point le plus intéressant de cette découverte.

L'action d'un champ magnétique sur l'émission d'une radiation tend à décomposer les composantes vibratoires rectilignes suivant des vibrations circulaires parallèles au courant du solénoïde correspondant.

Les vibrations qui tournent dans le sens du courant sont accélérées, celles qui tournent en sens inverse sont retardées.

L'expérience se fait avec un fort électro-aimant : entre les pôles duquel on place la flamme monochromatique (ou l'étincelle, source de raies brillantes) et l'on observe dans le sens des lignes de force magnétique (à travers les noyaux de fer doux) le spectre de la flamme.

Les raies, uniques lorsque le champ magnétique est nul, se dédoublent symétriquement : on constate que l'écartement des deux raies ainsi formées est proportionnel à l'intensité du champ et que ces raies sont polarisées circulairement en sens inverse.

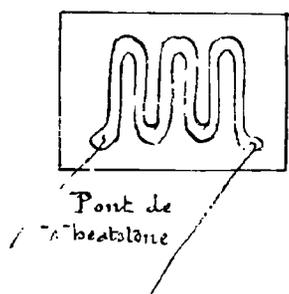
Celle dont la longueur d'onde est la plus faible est polarisée dans le sens du courant.

Dans le phénomène de Faraday le magnétisme agit sur la vitesse des ondes circulaires en accroissant l'une et diminuant l'autre : dans celui de Zeeman c'est sur la vibration à l'état naissant en quelque sorte que l'action s'exerce : le champ magnétique dédouble les composantes rectilignes et altère leurs périodes vibratoires, en accélérant l'une et en retardant l'autre.

Si au lieu d'observer dans le sens du champ on examine la lumière émise dans une direction normale aux lignes de force on constate qu'une raie unique est remplacée par trois raies (triplet) dont la médiane occupe la position de la raie primitive. Toutes trois sont polarisées rectilignement et le sens de la vibration de Fresnel est parallèle aux lignes de force pour la raie médiane et perpendiculaire à ces lignes pour les deux autres. On reconnaît d'ailleurs que ces dernières ont respectivement même période que les deux vibrations circulaires observées dans le sens du champ; elles correspondent en quelque sorte à ces vibrations vues par la tranche.

Le cas du triplet que nous venons de décrire est le plus simple qu'il soit possible d'observer; le plus souvent une même raie se compose en un plus grand nombre de composantes et le phénomène devient très compliqué.

166 — **Modification de la conductibilité électrique du bismuth dans le champ magnétique.** — Nous indiquerons également ici une propriété du magnétisme toute différente de celles que nous venons d'examiner mais qui est intéressant de connaître parce qu'elle a été appliquée à l'évaluation des champs magnétiques. Elle consiste dans ce fait découvert par M. Righi que la résistivité du bismuth augmente dans un champ magnétique.



Pour mettre en évidence ce phénomène on emploie une lame de bismuth découpée comme l'indique la figure et qui peut être obtenue par usure ou par voie électrolytique. Elle est placée sur un support isolant convenable qui permet de la porter dans le champ à étudier.

Les variations de résistance  $Z$  sont d'après M. Seduc liées à la valeur du champ par une relation du second degré de la forme

$$Z^2 + \beta Z = \alpha H^2$$

Mais la connaissance des coefficients  $\alpha$  et  $\beta$  présente peu d'intérêt au point de vue des applications; les appareils de cette nature sont en effet gradués empiriquement dans un champ variable dont on connaît la valeur. On dresse ainsi une table qui permet de les employer ensuite à l'évaluation d'un champ quelconque; leur disposition lamellaire est très avantageuse car elle permet de les glisser dans des espaces très étroits tels que ceux qui existent dans les machines dynamo-électriques.

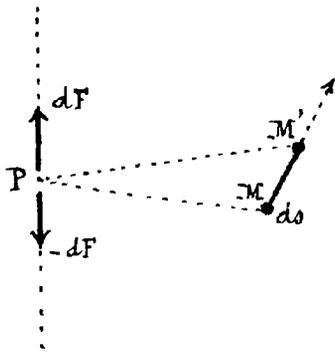
Malheureusement ces appareils sont très fragiles et le moindre choc peut mettre, en la rompant, la spirale de Bismuth hors d'usage.

## 17<sup>e</sup> Leçon.

### Action du champ magnétique sur les courants.

167 — **Réaction d'un pôle d'aimant sur un courant.** —

Nous avons admis jusqu'à présent qu'un élément de courant  $Id\mathbf{s}$  exerce



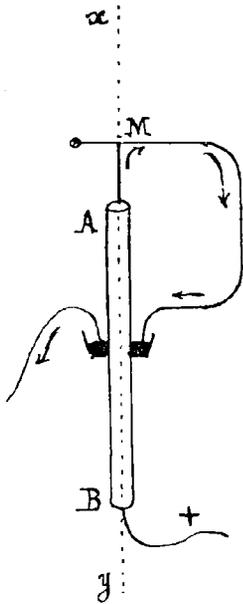
sur un pôle P une force  $dF$  normale au plan  $PMM'$  dirigée comme l'indique la règle d'ampère et ayant pour valeur :

$$dF = \frac{\lambda m I ds \sin \theta}{r^2}$$

s'il en était ainsi la réaction du pôle P sur l'élément devrait être une force égale et contraire  $-dF$  dont la direction passerait par P.

L'expérience suivante d'ampère montre que cela n'est pas.

Un équipage mobile susceptible de tourner autour de l'axe  $xy$  d'un aimant AB est disposé de manière à permettre la circulation d'un courant dont la marche est suffisamment indiquée par les flèches (fig. ci-contre).



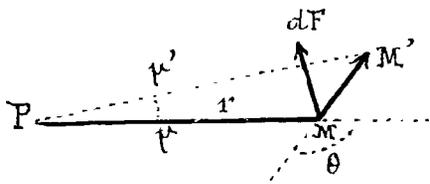
Si la réaction des pôles sur chaque élément était une force passant par ce pôle, la rigidité de l'axe annulerait l'effet qu'elle tend à produire et le système demeurerait immobile.

Or on observe une rotation continue.

On est donc conduit à considérer l'action d'un pôle P sur un élément de courant comme passant par cet élément.

Dans cette seconde hypothèse l'action de l'élément de courant sur P devrait être une force dont la direction rencontrerait l'élément et non le pôle P comme nous l'avons supposé jusqu'à présent.

Nous allons voir que s'il en est ainsi l'action d'un circuit fermé sur un pôle doit être encore la même. Sa valeur géométrique de la résultante de ces forces élémentaires est évidemment la même dans les deux cas ; il suffit donc de montrer qu'elle passe encore par le pôle dans la seconde hypothèse c'est-à-dire que les moments par rapport à P des forces  $dF$  supposées appliquées aux éléments de courant ont une somme nulle.



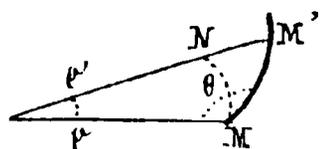
Le moment de  $dF$  par rapport à P est un vecteur normal au plan  $PMM'$   $\vec{F}$  par conséquent parallèle à l'arc élémentaire  $pp'$  suivant lequel la sphère de rayon unité coupe le plan  $PMM'$ .

Les plans  $PMM'$  et  $P.M. dF$  sont en effet perpendiculaires.

D'autre part la valeur de ce moment est :

$$r dF = \lambda m I \frac{ds \sin \theta}{r}$$

et il est facile de voir que :  $\overline{MM'} \sin \theta = \overline{MN} = r \overline{pp'}$ , donc



$$r dF = \lambda m I \overline{pp'}$$

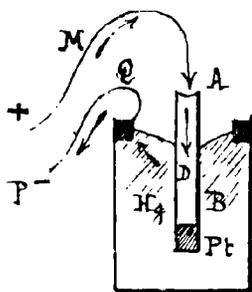
On fera donc la somme géométrique de ces moments élémentaires en ajoutant bout à bout les segments  $pp'$  obtenus par perspective

sphérique des éléments correspondants.

Si le courant est fermé comme c'était le cas dans tous les problèmes précédemment traités ce moment sera nul.

On arrivera donc exactement aux mêmes résultats.

Il était intéressant de chercher à isoler l'action d'une portion du circuit sur le pôle.



Ampère pensait que l'expérience suivante due à Faraday réalisait ce desiderata.

Un aimant lesté par du platine nage verticalement dans un bain de mercure et fait partie du circuit dont le sens est indiqué par des flèches (fig. ci. contre).

Dans ces conditions les réactions mutuelles des masses magnétiques et du courant portées par le même corps rigide qui constitue l'aimant se

détruisent. On n'observe que l'effet dû à la portion AMPQD du circuit, qui produit une rotation continue de AB.

Il paraît donc assez naturel d'admettre que l'action d'un pôle magnétique sur un élément de courant est appliquée à l'élément de courant ; et qu'inversement conformément au principe de l'action de la réaction :

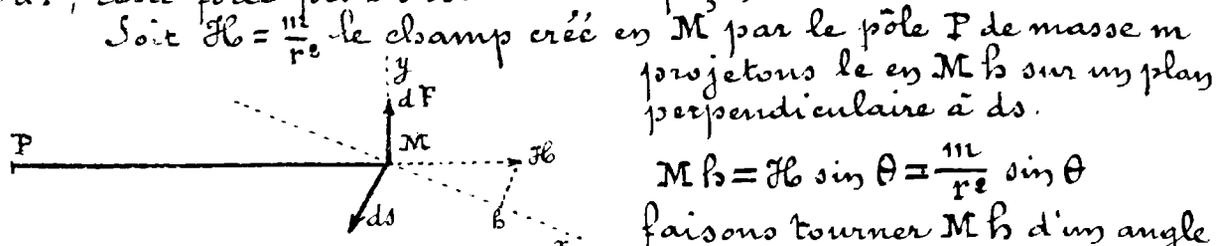
L'action d'un élément de courant sur un pôle magnétique est appliquée non au pôle magnétique mais au point où se trouve l'élément de courant. Cela veut dire que cette action se réduit à un système de forces appliquées au pôle d'aimant mais dont la résultante passe par l'élément de courant agissant.

Il n'y a rien de paradoxal dans cette manière de concevoir l'action mutuelle d'un pôle et d'un élément de courant.

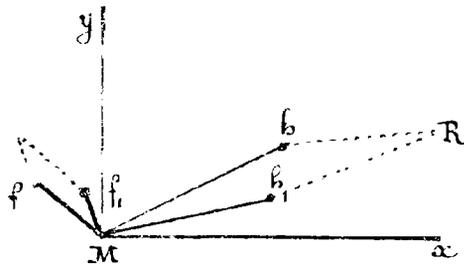
Un pôle magnétique ne saurait être assimilé à un point matériel et il n'y a pas lieu de s'étonner que le système des forces qui agit sur lui ait une résultante qui ne le rencontre pas.

## 168 — Extension de la formule de l'action sur un élément

de courant au cas d'un champ quelconque. — Considérons le pôle  $P$  qui exerce sur l'élément de courant de l'action élémentaire  $dF$ ; cette force peut s'obtenir de la façon suivante :



faisons tourner  $Mb$  d'un angle droit dans ce plan; le segment obtenu prendra la direction de  $dF$  et nous n'aurons qu'à le multiplier par  $I ds$  pour avoir  $dF$  en grandeur et situation.



Si nous considérons un deuxième pôle son action  $Mf_1$ , se construira de même en passant par l'intermédiaire de la projection  $Mb_1$ , dans le plan  $Mxy$ .

Or il est aisé de voir que la résultante de  $Mf$  et  $Mf_1$ , s'obtiendrait en faisant tourner de  $90^\circ$  et en multipliant par  $I ds$  la résultante de  $Mb$  et  $Mb_1$ .

Cette dernière est d'ailleurs donnée en grandeur et position par la projection de la résultante  $H + H_1$ , des champs dus respectivement aux pôles  $P$  et  $P_1$ , c'est-à-dire au champ créé par leur ensemble.

On pourrait en ce qui concerne l'action sur l'élément considéré les supposer remplacés par un seul pôle produisant en  $M$  le champ  $H + H_1$ , et par suite la règle s'étend évidemment à un nombre quelconque de pôles c'est-à-dire à un champ magnétique quelconque.

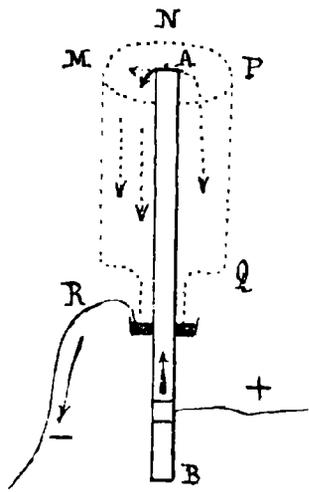
L'action d'un tel champ sur  $I ds$  peut donc être considérée comme due à un pôle unique auquel on appliquera la loi de Laplace on arrive ainsi à l'énoncé :

Un élément de courant placé en un point où le champ magnétique est  $H$  subit une action égale au produit de l'intensité du courant par l'aire du parallélogramme construit sur l'élément  $ds$  et sur l'intensité  $H$  du champ ( $ds H \sin \theta$ ).

Cette force est normale au plan de ce parallélogramme et dirigée vers la gauche de l'observateur d'Ampère placé sur l'élément de courant et regardant suivant la direction du champ.\*

\* on peut également se servir de la règle mnémonique suivante qui permet de retrouver les positions relatives des trois éléments sens du courant sens

169 — L'action électromagnétique s'exerce sur le conducteur du courant. — Disque de Faraday. — Si dans l'expérience d'Ampère (décrite au N° 167) on remplace le conducteur filiforme par une sorte de cloche métallique très légère, dessinée ci-contre en pointillé, il est aisé de constater que l'action électromagnétique provoque encore la rotation de cet appareil.

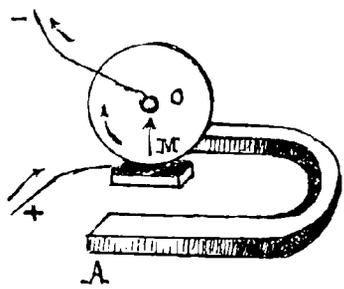


On en conclut que cette action s'exerce sur le conducteur même qui porte le courant et non sur les quantités d'électricité dont le mouvement suppose l'existence du courant.

Ces actions sont donc d'une nature différente de celles qui s'exercent entre les masses électriques considérées en électrostatique.

Ces dernières se déplacent sur les conducteurs que lorsqu'elles se trouvent à la surface de séparation d'un conducteur et d'un diélectrique.

et ne sont arrêtées



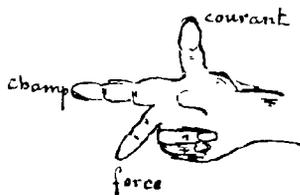
Le même fait est mis en évidence par l'expérience suivante:

Une roue dentée ou un simple disque effleure le mercure placé en M. auquel aboutit un des fils de la pile. L'autre fil touche la roue; le courant parcourt donc le rayon vertical MO.

Cette roue est placée entre les deux pôles d'un aimant en forme de fer à cheval. Or l'action du courant sur l'aimant tend à porter le pôle A sur la gauche de l'observateur d'Ampère le mouvement de la roue s'effectuera donc en sens inverse c'est-à-dire sur la droite de cet observateur comme l'indique la flèche; le pôle sud donne d'ailleurs une action concordante.

170 — Galvanomètre à mercure de M. Sijmann. —

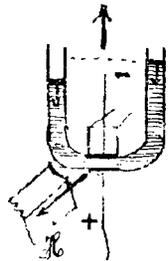
L'action électromagnétique qui s'exerce sur la substance conductrice qui livre passage au courant peut encore être montrée à



du champ et direction de l'action électromagnétique. La main droite étant tenue fermée, le pouce vertical, l'index en avant et le médium plié à angle droit vers la paume; le pouce représentera le courant, l'index le champ et le médium l'action électromagnétique.

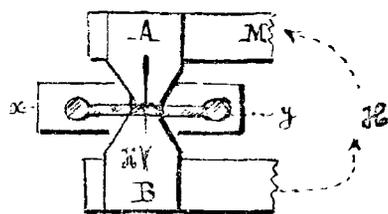
l'aide du dispositif suivant qui a été imaginé par M. Sippmann et lui a permis de réaliser un véritable galvanomètre.

Un tube en U placé entre les pôles d'un fort aimant en fer à cheval est rempli de mercure et l'on fait passer dans ce liquide un courant vertical qui traverse la branche horizontale du tube normalement aux lignes de force du champ. Dans ces conditions

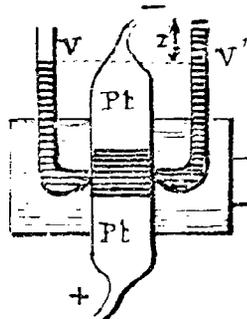


l'action électromagnétique qui est à la fois normale au champ et à la direction du courant entraîne le mercure situé dans la branche horizontale et une dénivellation s'établit entre les colonnes liquides contenues dans les deux branches du tube.

Pour transformer cet appareil en galvanomètre M. Sippmann a constitué la branche horizontale du tube en U par une cavité lamellaire en forme de rectangle dont les deux grandes faces sont appuyées sur les pôles A et B de l'aimant.



Coupe suivant xy



Les petites faces supérieure et inférieure sont formées par deux lames de platine

qui servent au passage du courant vertical qui traverse le mercure

Enfin les petites faces latérales sont fermées et mises par de petits orifices O et O'

en communication avec les branches verticales V et V' du tube.

Soient  $a$  la hauteur de la chambre à mercure,  $e$  son épaisseur,  $I$  l'intensité du courant  $H$  l'intensité du champ,  $\delta$  la densité du mercure et  $z$  la dénivellation.

On a en écrivant que la force électromagnétique  $Hbai$  est équilibrée par la pression totale due à la dénivellation  $I$ , et agissant sur la section  $ae$ :

$$Hbai = ae \cdot g \delta z$$

d'où

$$z = \frac{Hb}{g\delta e} I$$

On voit que pour augmenter la sensibilité il convient de diminuer  $e$  et de prendre  $Hb$  aussi grand que possible.

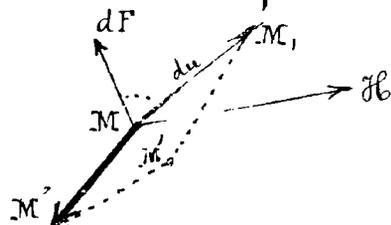
On peut par exemple prendre une épaisseur  $e$  de  $\frac{1}{10}$  de millimètre. L'appareil se gradue par comparaison avec un autre galva-

nométrique et cette graduation doit d'ailleurs être renouvelée de temps en temps car le champ  $\mathcal{H}$  d'un aimant permanent peut changer de valeur avec le temps.

Ce galvanomètre est aperiodique c'est-à-dire donne l'indication de l'intensité  $I$  sans oscillation préalable ; le frottement du mercure empêche en effet ce liquide de prendre une vitesse sensible et par suite de dépasser, en vertu de son inertie, la position qui correspond à l'intensité du courant qui le traverse.

Enfin comme le disque de Faraday est un appareil qui prouve que l'action électromagnétique s'exerce bien sur la matière qui sert de support au courant.

### 171 — Expression en fonction du flux du travail correspondant au déplacement d'un courant de forme invariable.



Si nous communiquons à l'élément de courant  $ds$  un déplacement  $du = MM_1$ , le travail de la force  $dF$  est égal à

$$d^2 \mathcal{E} = dF du \cos(\overline{dF}, \overline{du})$$

c'est-à-dire à  $dF$  multiplié par la distance du point  $M_1$  au plan  $M'MH$ . Or  $dF$  est égal au produit par  $I$  de l'aire du parallélogramme construit sur  $MH$  et  $MM'$  ; donc  $d^2 \mathcal{E}$  est égal au produit par  $I$  du volume du parallélépipède dont  $MH$ ,  $MM'$  et  $MM_1$  sont les trois arêtes aboutissant au même sommet  $M$ .

Le volume de ce parallélépipède est d'ailleurs égal à l'aire du parallélogramme  $MM'M_1M'$ , multiplié par la projection de  $M'H$  sur une normale au plan  $M'MM_1$ , c'est-à-dire précisément au flux du vecteur  $\mathcal{H} = MH$  à travers la surface  $MM'M_1M'$ .

$d^2 \mathcal{E}$  est donc égal au produit de  $I$  par le flux que l'élément  $MM'$  coupe dans son déplacement. Ce travail est positif quand  $\cos(\overline{dF}, \overline{du})$  est inférieur à  $\frac{\pi}{2}$  c'est-à-dire quand le déplacement se fait vers la gauche de l'observateur d'Ampère placé sur le courant et regardant la direction du champ.

Chaque élément est sollicité par la force électromagnétique dans un sens tel que le flux à travers le circuit tende à augmenter.

On en conclut conformément aux conventions faites précédemment que si  $\Phi_0$  et  $\Phi$  désignent respectivement les flux qui traversent le circuit dans une position initiale (0) et dans une position finale ; le travail des forces électromagnétiques est

232.

encore donné par l'expression

$$\mathcal{E} = I (\Phi - \Phi_0)$$

si  $I$  est maintenu constant

$$\mathcal{E} = \int_{\Phi_0}^{\Phi} I d\Phi$$

lorsque  $I$  varie, (mais de telle ma-  
nière que l'on puisse considérer à tout instant le  
régime permanent comme établi).

Ce résultat était d'ailleurs à prévoir, le travail électrodynamique ne devant dépendre que des déplacements relatifs du circuit et du système magnétique. — Il y a d'ailleurs lieu de faire sur  $I d\Phi$  la même remarque qu'au n.º 137.

Si au début le courant est à l'infini  $\Phi_0 = 0$  et le travail  $\mathcal{E}_\infty$  effectué par les forces électrodynamiques lorsque le courant passe de l'infini à sa position actuelle sera :

$$\mathcal{E}_\infty = I\Phi$$

à condition bien entendu qu'une cause étrangère maintienne à tout instant son intensité constante.

172 — Détermination des forces exercées sur un courant par un champ magnétique. — On démontre en mécanique que toutes les forces qui agissent sur un corps solide se ramènent toujours à une force ( $X, Y, Z$ ) appliquée au centre de gravité et à un couple ( $L, M, N$ ).

Considérons un circuit pour lequel l'expression de  $\Phi$  est connue; donnons lui une translation infinitésimale  $da$  parallèlement à l'axe des  $x$ , le flux de force  $\Phi$  variera de  $\frac{\partial \Phi}{\partial a} da$ : cette variation multipliée par l'intensité  $I$  mesure le travail correspondant des forces électromagnétiques correspondant au déplacement  $da$ ; soit donc:

$$X da = I \frac{\partial \Phi}{\partial a} da \quad \text{d'où} \quad X = I \frac{\partial \Phi}{\partial a}$$

et de même pour les translations  $db$ ,  $dc$  parallèles à  $oy$  et  $oz$ .

Les composantes de la force de translation du circuit sont les trois dérivées partielles du flux de force traversant le circuit par rapport aux trois axes multipliées par l'intensité du circuit :

$$X = I \frac{\partial \Phi}{\partial a} \quad Y = I \frac{\partial \Phi}{\partial b} \quad Z = I \frac{\partial \Phi}{\partial c}$$

On obtiendra, de la même manière, le moment du couple qui agit sur le circuit en exprimant le travail des forces électromagnétiques correspondant à des rotations  $d\alpha$ ;  $d\beta$  et  $d\gamma$  autour des

axes des  $x$  des  $y$  et des  $z$ :

$$L = I \frac{\partial \Phi}{\partial \alpha}$$

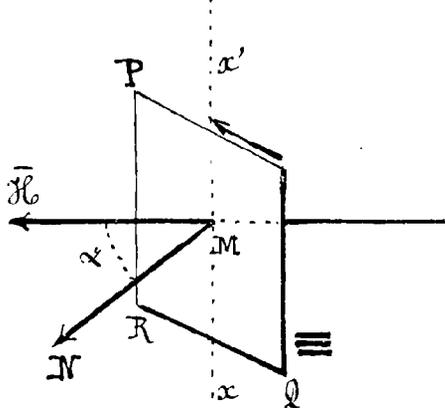
$$M = I \frac{\partial \Phi}{\partial \beta}$$

$$N = I \frac{\partial \Phi}{\partial \gamma}$$

Les trois composantes du moment du couple de rotation du circuit sont les trois dérivées partielles du flux de force par rapport aux trois angles de rotations autour des trois axes multipliées par l'intensité du courant.

Application. - Le calcul des réactions d'un champ magnétique sur un courant est très compliqué dans le cas général d'un champ et d'un circuit quelconques parce que le flux de force est difficile à exprimer analytiquement.

Considérons le cas simple d'un circuit plan PQR de forme quelconque placé dans un champ uniforme  $\vec{H}$ .



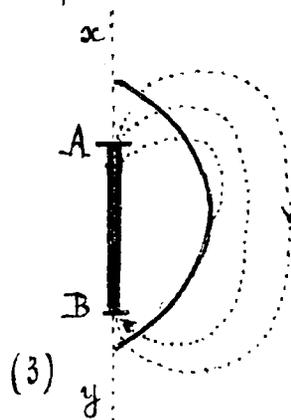
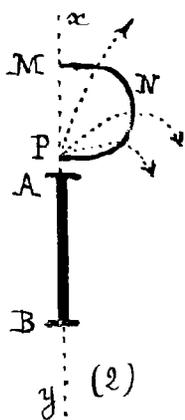
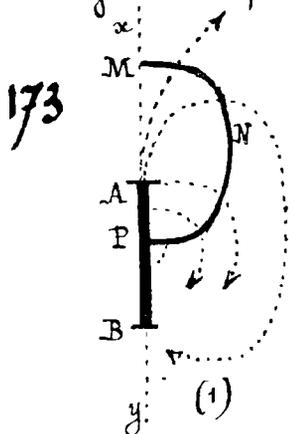
Soit  $\alpha$  l'angle que fait la normale MN à la face positive du plan limité par le courant. Le flux de force est  $\Phi = HS \cos \alpha$ ,  $S$  étant la surface totale du circuit.

Cette expression est indépendante des paramètres  $a, b, c$  qui par leur variation donneraient au circuit un mouvement de translation: donc  $X = I \frac{\partial \Phi}{\partial a} = 0$ ,  $Y = 0$ ,  $Z = 0$  et ce courant n'est soumis à aucune force de translation.

Mais il est soumis à des forces qui tendent à le faire tourner: calculons le moment  $L$  du couple de rotation par rapport à l'axe  $xx'$  normal à  $\vec{H}$  et à  $MN$ .

$$L = I \frac{\partial \Phi}{\partial \alpha} = -IHS \sin \alpha$$

Ce couple est maximum pour  $\sin \alpha = \pm 1$ , il est nul pour  $\sin \alpha = 0$ : dans ce dernier cas la normale MN est dirigée parallèlement aux lignes de force et le courant est en équilibre stable ou instable suivant que  $\alpha = 0$  ou  $180^\circ$ .



Examen de quelques cas simples. - L'expression des actions électromagnétiques en fonction du flux donne l'explication

234.

immédiate du mouvement que prennent les équipages mobiles d'ampère.  
 Dans la position 1 une rotation élémentaire correspond au maximum de flux coupé.

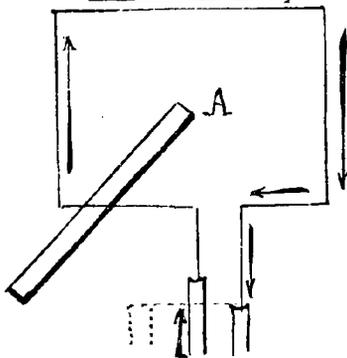
Le couple de rotation autour de  $xy$  aura la plus grande valeur possible et le système tournera tant qu'une action étrangère entre tiendra l'intensité du courant.

Dans les cas (2) et (3) le flux coupé est nul il n'y aura pas de mouvement.

2° Orientation d'un courant mobile par un aimant.

Cette expérience due à Ampère est l'inverse de l'expérience d'Ørsted.

L'équipage mobile parcouru par le courant se place de manière à embrasser le flux maximum, le pôle Nord est alors à gauche du courant.

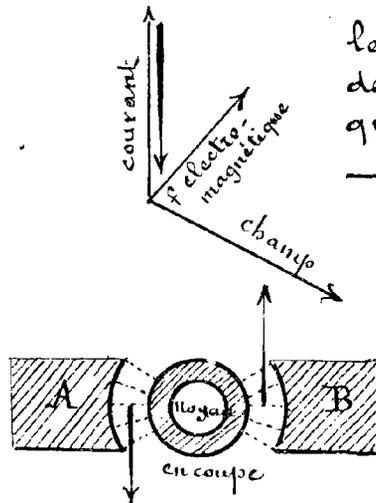
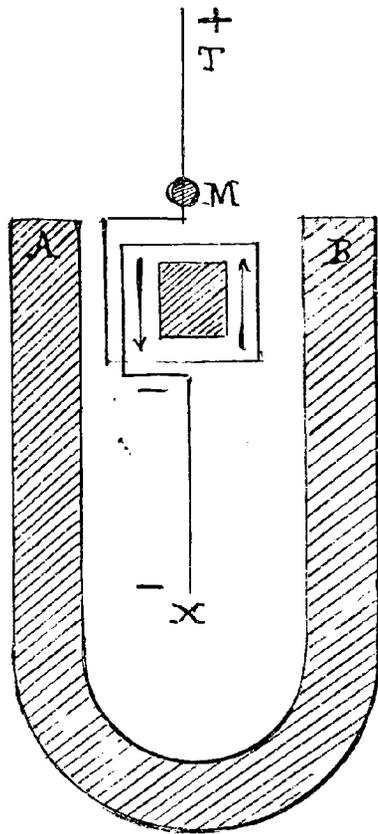


3° Orientation d'un courant par l'action terrestre. — La règle est encore la même et la position d'équilibre s'obtient en considérant le flux du champ terrestre; le ploy du cadre s'oriente normalement au méridien magnétique et on obtient ainsi une véritable boussole électrodynamique.

174 — Galvanomètre Deprez - d'Arsonval.\* — La partie essentielle de cet appareil est constituée par un cadre mobile dans un champ uniforme, ce cadre est soutenu par un fil T dont la torsion développe un couple antagoniste.

Le champ magnétique est réalisé au moyen d'un gros aimant en fer à cheval qui entoure le cadre et d'un cylindre creux ou noyau de fer doux situé au milieu de ce cadre.

Le fer à cheval est également creusé en forme de cylindre de telle sorte que le champ a ses li-



\* Ce galvanomètre sur lequel d'ailleurs on reviendra plus loin sera montré en détail aux Manipulations de Physique.

gnos de force qui convergent sensiblement vers l'axe de l'appareil.

La distribution est pratiquement uniforme dans la région utilisée.

La torsion est nulle lorsque le cadre est parallèle à la ligne des pôles. Le courant y pénètre par le fil de torsion T et en sort par un autre fil métallique X dont le couple de torsion s'ajoute à celui du fil supérieur.

Tant que l'angle du cadre avec sa position d'équilibre est faible, le travail des forces électrodynamiques est égal au flux coupé multiplié par I c'est-à-dire très sensiblement proportionnel au déplacement angulaire  $d\alpha$ ; il a pour valeur:

$$2I H n l a. d\alpha$$

en désignant par  $n$  le nombre des spires du cadre, par  $l$  sa hauteur par  $2a$  sa largeur et par  $H$  la valeur du champ dans la région où se déplacent les côtés verticaux.

Si  $C$  est la constante de torsion des fils de suspension, on aura:

$$2n l a H I d\alpha = C \alpha d\alpha$$

et en désignant par  $S = 2a.l$  la surface du cadre mobile:

$$\alpha = \frac{H n S}{C} I$$

L'intensité du courant qui passe dans le cadre est donc proportionnelle à la déviation qu'on mesure à l'aide d'un miroir fixé au cadre et réfléchissant un faisceau de lumière sur une échelle divisée.

La sensibilité de ce galvanomètre est, comme on le voit, proportionnelle à la quantité  $K = \frac{H n S}{C}$  qui est désigné sous le nom de constante permanente du galvanomètre.

C'est la déviation en radiant provoquée par le passage d'un courant permanent égal à l'unité.

Dans ce galvanomètre le couple directeur n'est plus le couple terrestre qui est négligeable devant celui du champ: c'est le couple de torsion du fil de suspension du cadre. Cette forme de galvanomètre est très commode parce que les oscillations du cadre s'éteignent presque immédiatement lorsqu'on met l'appareil en court circuit. La cause de ce phénomène réside dans les courants d'induction que les oscillations du cadre déterminent lorsque le circuit est fermé.

L'action du champ magnétique sur le courant produit un travail immédiatement converti en chaleur (comme on le verra plus loin), la force vive de rotation du cadre est donc ainsi peu à peu consommée. De là l'amortissement des oscillations d'autant plus rapide que la résistance du circuit est plus petite: On constate en effet qu'à circuit ouvert l'amortissement est à peu près nul.

18<sup>e</sup> Leçon

## Action des courants sur les courants.

175 — Identité des champs créés par les aimants ou les courants en ce qui concerne l'action exercée sur les courants. — Le champ électromagnétique créé par un courant et le champ magnétique créé par des aimants jouissent de deux propriétés communes.

1<sup>o</sup> Tous deux agissent sur un aimant.

2<sup>o</sup> Tous deux produisent des phénomènes d'aimantation par influence.

On ne pouvait cependant pas en conclure, comme conséquence nécessaire que la propriété qu'a le champ magnétique d'agir sur un courant appartienne nécessairement au champ électromagnétique.

Le fait pouvait paraître probable a priori, mais l'expérience seule était capable de trancher la question.

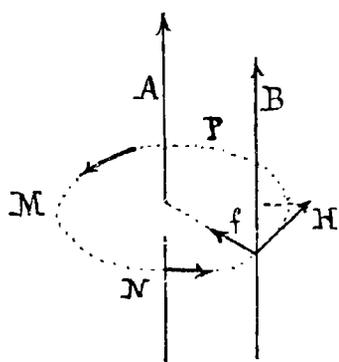
L'identification des deux champs en ce qui concerne leur action sur les courants est due aux travaux d'Ampère qui découvrit les actions mutuelles des courants, dites électrodynamiques, peu de temps après qu'Ørsted eut fait connaître l'action du courant sur l'aiguille aimantée.

On peut vérifier cette identité qualitativement en répétant les expériences déjà décrites et en y remplaçant les aimants par des solénoïdes.

Dans tous les cas on pourra prévoir les actions produites en identifiant le champ électromagnétique créé par l'un des courants à un champ magnétique dont on cherchera l'action sur l'autre courant.

Exemples simples.

1<sup>o</sup> Courants parallèles : Le champ électromagnétique créé par A

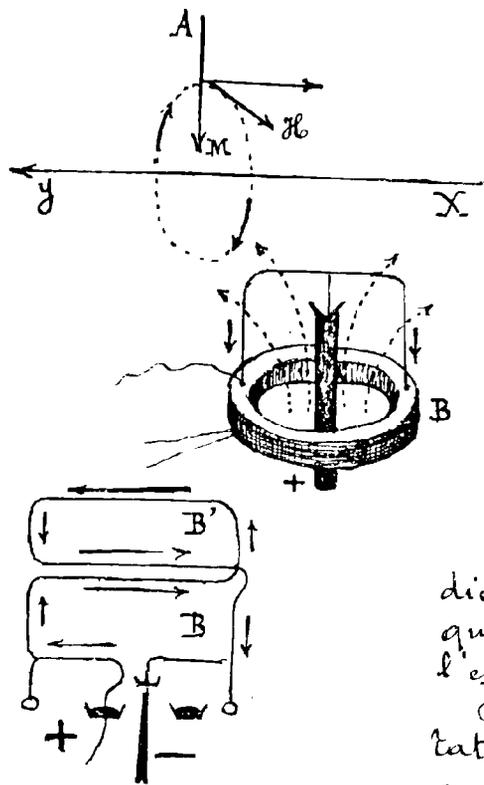


est représenté par un ensemble de lignes de force circulaires MNP. Si le courant B était placé dans un champ magnétique représenté par de telles lignes nous savons que chacun de ses éléments serait sollicité par une force  $f$  dirigée vers la gauche de l'observateur d'Ampère couché sur le courant et regardant la direction du champ.

On en conclut facilement que :

Deux courants parallèles et de même sens s'attirent.

2<sup>o</sup> Courants perpendiculaires : De même raisonnement



appliqué à un courant  $AM$  dont la direction est orthogonale sur  $Xy$  donnera (figure ci-contre) le sens de l'action.

3° Mouvement de rotation d'un équipage mobile. On obtient avec la plus grande facilité le sens dans lequel s'effectuera la rotation en considérant le champ créé par la bobine  $B$ .

L'expérience peut même être réalisée avec l'arc électrique produit dans le vide (Exp. de de Larive)

Equipages astatiques. - Pour étu-

dier l'action mutuelle des courants il est quelquefois utile de se mettre à l'abri de l'effet dû au champ terrestre.

Dans ce but on réalise des équipages astatiques constitués comme l'indique la figure. Les bobines  $B$  et  $B'$  ont des surfaces égales et dans une position quelconque.

Le flux du champ terrestre

est égal et de signe contraire au flux qui traverse l'autre.

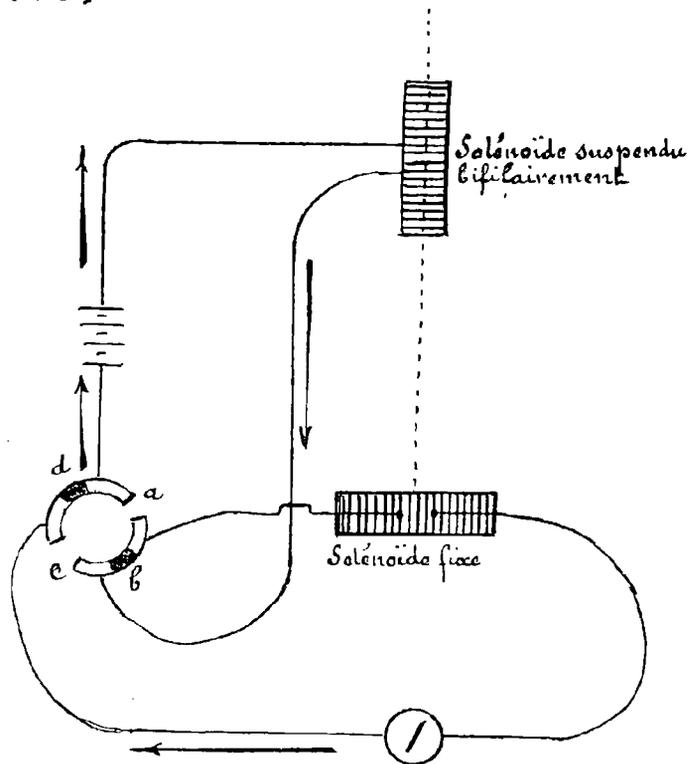
176 — Expériences de Weber. - L'identification des deux champs

a fait l'objet de vérifications quantitatives extrêmement délicates dues à Weber.

Ce physicien a construit un électrodynamomètre composé d'un solénoïde très petit ( $15^{mm}$  de long par exemple sur  $8^{mm}$  de diamètre) soutenu par une suspension bifilaire et portant un miroir pour indiquer les déviations. Les deux fils équidistants et très fins qui soutiennent ce solénoïde servent à y amener le courant.

Lorsque le solénoïde est dévié il se trouve légèrement soulevé et le couple de torsion auquel son poids donne naissance est proportionnel à l'angle d'écart. On constate cette propriété de la suspension bifilaire

par l'isochronisme des oscillations.



Heber étudia l'action sur ce solénoïde, d'un solénoïde beaucoup plus gros qu'on peut placer dans toutes les positions possibles par rapport au premier. Un commutateur permet de changer à volonté le sens du courant dans le solénoïde fixe. Si les chevilles sont placées en b et d, le courant passe dans le sens des flèches si on les met en a et c, le sens du courant change dans le solénoïde du galvanomètre.

Le mode d'observation est calqué sur l'expérience de Gauss pour les lois du magnétisme.

Avec cet instrument on constate que l'action réciproque de deux bobines est proportion-

nelle au produit des intensités des deux courants et qu'elle varie avec la distance et la direction relative des bobines suivant les mêmes lois que si l'on remplaçait ces bobines par deux aimants uniformes dont les axes magnétiques seraient parallèles à ceux des bobines.

177 — Coefficient d'induction mutuelle. — Nous avons vu (N° 171) que lorsqu'un circuit C invariable parcouru par un courant constant I, se déplace dans un champ magnétique le travail des forces magnétiques est donné par la formule :

$$\mathcal{E} = I(\Phi - \Phi_0)$$

Puisque l'expérience démontre l'identité d'action du champ créé par le courant et du champ magnétique produit par les aimants, cette formule s'étendra au cas où le courant C se déplace dans le champ d'un courant fixe C' d'intensité I'.

Soit  $H'_n$  la composante de ce champ dans la direction normale à l'élément  $dS$  d'une surface qui s'appuie sur le contour C, on aura pour le flux  $\Phi'$  à travers C

$$\Phi' = \int_C H'_n dS$$

Or  $H'_n$  est proportionnelle à l'intensité I' du courant C' et

l'on peut poser  $\Phi = I'M'$ ,  $M'$  étant un facteur qui ne dépendra que des formes et des positions relatives des deux circuits.

On voit que  $M'$  est la valeur du flux émis à travers  $C$  par un circuit  $C'$  dont l'intensité serait égale à l'unité.

Dans un déplacement relatif des circuits,  $\Phi$  passe de la valeur initiale  $\Phi_0 = I'M_0$  à la valeur finale  $\Phi = I'M'$  et puisque les intensités des courants en présence sont maintenues constantes on aura pour le travail :

$$\mathcal{E} = I(\Phi - \Phi_0) = II'(M' - M_0)$$

Ceci suppose également que les déplacements sont effectués dans des conditions telles qu'on puisse à tout instant considérer le régime permanent comme établi.

Si à l'état initial le circuit  $C$  se trouve à l'infini on a :  $\Phi_0 = I'M_0 = 0$  et le produit

$$\mathcal{E}_\infty = I\Phi = II'M'$$

peut donc être regardé comme représentant le travail des forces électromagnétiques lorsque les circuits se rapprochent depuis l'infini jusqu'à leur position actuelle.

On doit naturellement trouver la même expression pour ce travail si dans le raisonnement précédent on intervertit les rôles des deux circuits.

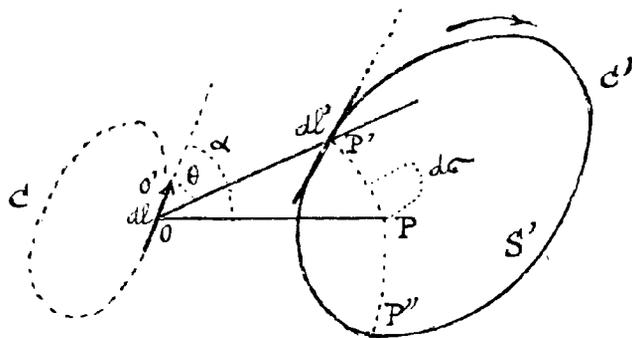
Le flux  $M'$  "émis" par le circuit unité  $C'$  dans le contour géométrique  $C$  doit donc être égal au flux  $M$  émis par le circuit unité  $C$  dans le contour  $C'$ .

Ce coefficient  $M$  ne dépend que des éléments géométriques qui définissent les positions relatives et la forme des courbes  $C$  et  $C'$ . On lui a donné le nom de coefficient d'induction mutuelle des deux circuits.

Ses dimensions sont celles d'une longueur comme il est facile de s'en assurer en remarquant que  $II'M$  représente un travail et que  $II'$  a les dimensions d'une force.

On a vu qu'un élément tend toujours à se déplacer dans un sens tel que le flux embrassé par le circuit aille en augmentant, l'action de deux circuits tendra donc toujours à augmenter  $M$  dont le maximum correspondra à l'équilibre stable, le minimum correspondant à une position d'équilibre instable.

178 | Formule de Neumann. — Nous venons de voir que les coefficients  $M$  et  $M'$  d'induction mutuelle de deux circuits  $C$  et  $C'$



sont égaux; on arrive également à cette propriété par le calcul direct.

Considérons un élément  $dl$  du circuit  $C$  parcouru par l'unité de courant.

Soit  $S'$  une surface passant par  $C'$  et dont la face négative est en avant du tableau.

Le champ en un point  $P$

de cette surface s'obtiendra en composant les actions de Laplace dues à chacun des éléments  $dl$  de  $C$ .

Puisque nous avons affaire à un courant fermé  $C$  nous pouvons sans inconvénient supposer ces actions appliquées en  $P$ .

Le vecteur  $H$  au point  $P$  peut donc être considéré comme la somme géométrique des vecteurs également appliqués à ce point ayant pour valeur à  $dH = \frac{dl \sin \alpha}{r^2}$ , perpendiculaires au plan  $POO'$  et dirigés dans le cas de la figure vers l'arrière du tableau.

Le flux du vecteur  $H$  à travers un élément superficiel situé en  $P$  est égal à la somme des flux élémentaires dus à chacune de ses composantes.

Le flux de  $dH$  à travers l'élément  $d\sigma$  est égal au produit de  $|dH|$  par la projection de l'élément  $d\sigma$  sur le plan passant par  $dl$ ; on peut prendre, pour cette projection, l'élément  $r dr d\alpha$  limité par l'angle  $d\alpha$  et les rayons vecteurs  $r$  et  $r + dr$ . Le flux de force élémentaire est donc:

$$dH r dr d\alpha = dl \frac{dr}{r} \sin \alpha d\alpha$$

La somme  $dM$  de ces flux élémentaires étendus à toute la surface a pour expression:

$$dM = dl \iint_S \frac{dr}{r} \sin \alpha d\alpha = dl \int \frac{dr}{r} \int \sin \alpha d\alpha$$

Pour une valeur constante de  $r$ ,  $\int \sin \alpha d\alpha = \cos \alpha' - \cos \alpha''$ ;  $\alpha'$  et  $\alpha''$  désignant les valeurs de  $\alpha$  relatives aux points  $P'$  et  $P''$  où la sphère de rayon  $r$  rencontre le contour  $C'$ .

Le second terme ayant le signe - correspond à une valeur négative de  $dr$  quand on suit le contour  $C'$  dans le sens de la flèche.

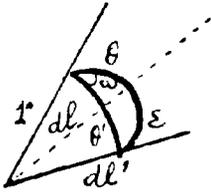
On peut donc écrire, en désignant par  $\theta$  la valeur de l'angle  $\alpha'$  relative à un point quelconque du contour.

$$dM = dl \int_{C'} \frac{\cos \theta}{r} dr$$

Appelant  $\theta'$  l'angle que fait la tangente au point  $P'$  avec le rayon vecteur  $OP' = r$  et  $dl'$  l'élément de contour compris entre les sphères de rayons  $r$  et  $r + dr$ , on a:  $dr = dl' \cos \theta'$

Donc

$$dM = dl \int_{C'} \frac{\cos \theta \cos \theta'}{r} dl'$$



Si on désigne par  $\epsilon$  l'angle des éléments  $dl$  et  $dl'$  et par  $\omega$  l'angle des plans  $r \cdot dl$  et  $r \cdot dl'$

$$\cos \epsilon = \cos \theta \cos \theta' + \sin \theta \sin \theta' \cos \omega$$

$$d'où \quad dM = dl \int_{C'} \frac{dl' \cos \epsilon}{r} - dl \int_{C'} \frac{dl' \sin \theta \sin \theta' \cos \omega}{r}$$

Or la dernière intégrale est nulle; en effet  $dl' \sin \theta' \cos \omega$  représente la projection de l'élément  $dl'$  sur la normale au rayon vecteur  $r$  dans le plan méridien ( $r \cdot dl'$ ) c'est-à-dire  $-r d\theta'$ , ce qui donne:

$$\int_{C'} \frac{dl' \sin \theta \sin \theta' \cos \omega}{r} = - \int_{C'} \sin \theta d\theta = 0$$

puisque l'angle  $\theta$  prend la même valeur quand on revient au point de départ après avoir décrit  $C'$  il reste:

$$dM = dl \int_{C'} \frac{dl' \cos \epsilon}{r}$$

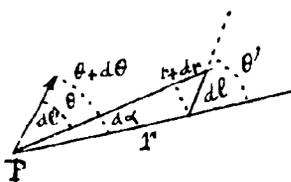
On en déduit immédiatement pour le flux total émis dans  $C'$  par le circuit  $C$

$$M = \int_C dl \int_{C'} \frac{dl' \cos \epsilon}{r} = \int_C \int_{C'} \frac{dl \, dl' \cos \epsilon}{r}$$

Cette formule établie par Neumann est absolument symétrique et nous montre bien que  $M = M'$  et que de plus le coefficient d'induction mutuelle a mêmes dimensions qu'une longueur. Elle ne peut naturellement s'appliquer qu'à des problèmes où les conducteurs peuvent être sans inconvénient assimilés à des fils de dimensions transversales négligeables.

Lorsqu'il n'en est pas ainsi on décompose les conducteurs considérés en tubes de courants élémentaires; soient  $dI$  et  $dI'$  les intensités totales dans deux d'entre eux, on a:

\* En effet  $d\alpha$  désignant l'angle infinitésimal des rayons  $r$  et  $r + dr$ . On a:  $r' d\alpha = dl' \sin \theta'$  et dans le tétraèdre de sommet  $P$  formé par ces



deux rayons et l'élément  $dl'$ :

$$\cos(\theta + d\theta) = \cos \theta \cos d\alpha + \sin \theta \sin d\alpha \cos \omega$$

$$\text{c'est à dire} \quad -\sin \theta d\theta = \sin \theta \cdot d\alpha \cos \omega$$

$$d'où \quad r' d\alpha \cos \omega = dl' \sin \theta' \cos \omega = -r d\theta$$

$$d\mathcal{E}_\infty = dI \cdot dI' \cdot M$$

$$= dI \cdot dI' \int_c \int_{c'} \frac{dl \cdot dl' \cos \varepsilon}{r}$$

Or  $dI = i \, dS$  en tous les points du tube et de même  $dI' = i' \, dS'$   
 $i$  et  $i'$  désignant les densités de courant

$$d\mathcal{E}_\infty = \int_c \int_{c'} \frac{i i' \, dS \cdot dl \cdot dS' \cdot dl'}{r} \cos \varepsilon$$

et en étendant l'intégration à tous les tubes de courant

$$\mathcal{E}_\infty = \iint \frac{i i'}{r} \cos \varepsilon \cdot d\omega \cdot d\omega'$$

$d\omega, d\omega'$  désignant les éléments de volume dans chacun des conducteurs.

179 — Action d'un circuit sur ses propres éléments. — Dans les expériences qui servent à établir l'action d'un circuit fermé sur un autre circuit mobile en tout ou en partie il importe peu que les deux circuits soient ou non parcourus par un même courant.

Un circuit agit sur ses propres éléments et on trouvera le sens de cette action en considérant le champ créé par le courant dont il est le siège.

Soient par exemple deux spires consécutives d'un solénoïde elles agiront l'une sur l'autre comme deux courants parallèles et s'attireront.

Cette attraction peut également se prévoir en considérant que l'une quelconque d'entre elles doit se déplacer de manière à embrasser le plus possible du flux émis par l'autre.

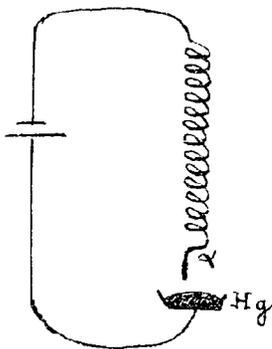
On réalise l'expérience en utilisant la contraction d'un solénoïde élastique pour interrompre le passage du courant qui en est la cause de manière à produire un mouvement de va et vient continu.

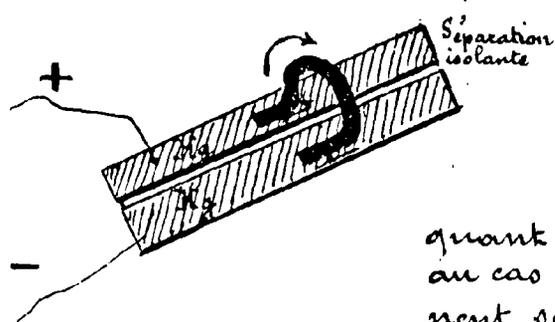
(Le solénoïde en se raccourcissant coupe la communication en  $\Delta$  fig. ci-contre)

C'est à la même cause qu'il faut attribuer le résultat d'une expérience d'Ampère, consistant dans la translation d'un pont métallique

léger supporté par deux bains de mercure entre lesquels il établit la communication.

On désigne par  $I$  le coefficient par lequel il faut multiplier l'intensité  $i$  d'un courant pour avoir le flux qu'il émet





à travers son propre circuit.

Ce coefficient porte le nom de coefficient d'induction propre ou de self-induction.

On peut le calculer en appliquant la formule générale de Neumann au cas limite où les deux circuits  $C$  et  $C'$  viennent se confondre en un seul.

Le calcul de l'intégrale  $\iint dl dl' \frac{\cos \epsilon}{r}$  se simplifie d'ailleurs lorsque le circuit peut être considéré comme composé de deux parties rigides qui se déplacent l'une par rapport à l'autre.

En effet les termes de cette intégrale qui correspondent à une même fraction rigide du circuit demeurent invariables et il suffit de l'effectuer en prenant respectivement les éléments  $dl$  et  $dl'$  sur chacune des deux parties mobiles; on se trouve alors placé dans les mêmes conditions que pour le calcul d'un coefficient d'induction mutuelle.

180 — Unité pratique de coefficient d'induction. — Les coefficients  $M$  et  $L$  ont naturellement même formule de dimension et sont homogènes à une longueur.

En unités C.G.S., ils seront évalués en centimètres.

Si au contraire on emploie les unités pratiques précédemment définies.

Amphère =  $\frac{1}{10}$  C.G.S. et Joule =  $10^7$  C.G.S.

il est alors nécessaire, pour ne pas introduire de coefficients dans les formules d'évaluer  $M$  ou  $L$  à l'aide d'une unité de longueur égale à  $10^9$  centimètres.

Cette longueur représente le quart du méridien terrestre de là le nom de quadrant précédemment donné à l'unité pratique d'induction mutuelle ou de self induction.

Depuis pour honorer la mémoire du physicien américain Henry on a substitué son nom au mot quadrant et les coefficients  $M, L$  s'expriment en Henrys.

181 — Expression générale du travail correspondant au déplacement et à la déformation de plusieurs circuits.

Supposons d'abord qu'un circuit  $C$  se déplace en se déformant dans le champ d'un circuit  $C'$ ; le travail élémentaire de la force électrodynamique qui s'exerce sur chaque élément est égal au produit de  $I$  par le flux coupé par ce dernier dans

244.

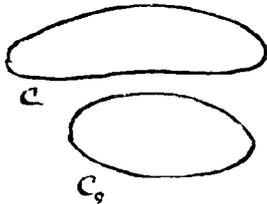
la transformation. Or le champ en un point quelconque de l'espace est la résultante des champs respectivement produits par le courant  $C'$  et par le courant  $C$ .

Le travail des forces électrodynamique est la somme des travaux qui se rapportent à ces deux champs. Et ce qui concerne le travail correspondant au champ créé par  $C'$ , il est égal à :

$$II' (M - M_0)$$

en effet,  $M$  et  $M_0$  désignant les coefficients d'induction mutuelle dans les positions initiale et finale,  $I'M - I'M_0$  représente la variation de la valeur du flux émis par  $C'$  à travers  $C$ .

Il nous reste à évaluer le travail dû à l'action de son propre champ sur le courant  $C$  qui se déforme.



Soient  $C_0$  et  $C$  les deux positions extrêmes du circuit, les deux contours  $C$  et  $C_0$  ont un certain coefficient d'induction mutuelle  $m$  et des coefficients de self-induction  $L_0$  et  $L_1$ .

Lorsqu'un courant d'intensité constante  $I$  passe de  $C_0$  en  $C$  en suivant une certaine voie de transformation le travail correspondant est une certaine fonction de  $I$ ,  $F(I)$  qui dépend également des éléments qui permettent de caractériser cette transformation.

Or pour effectuer le transport du courant nous pouvons le supposer dédoublé en deux d'intensités  $I_1$  et  $I_2$  confondus au début avec le contour  $C_0$ ; laissant d'abord ( $I_2$ ) fixe nous transporterons  $I_1$  par la voie choisie jusqu'en  $C$ , puis laissant  $I_1$  fixe dans cette nouvelle position nous transporterons à son tour  $I_2$  de  $C_0$  en  $C$  de manière à reconstituer sur  $C$  le courant  $I = I_1 + I_2$ .

Si, conformément à l'hypothèse implicitement admise le travail électrodynamique dérive d'un potentiel, la somme des travaux correspondant à ces deux transformations doit être égale au travail produit dans la même transformation effectuée directement sur le courant total  $I$ .

Or, le travail correspondant au transport de  $I_1$  se compose de la partie  $I_1 I_2 (m - L_0)$  due à la variation du flux qu'émet à travers lui le courant fixe  $I_2$  augmentée du travail  $F(I_1)$  inconnu dû à son action propre.

De même le travail relatif à  $I_2$  sera :  $F(I_2) + I_2 I_1 (L_1 - m)$  et pour que la relation ;

$$F(I) = F(I_1) + F(I_2) + I_1 I_2 (m - L_0) + I_2 I_1 (L_1 - m) = F(I_1) + F(I_2) + I_1 I_2 (L_1 - L_0)$$

soit vraie pour toutes valeurs de  $I, I_2$  satisfaisant à  $I_1 + I_2 = I$ , il est facile de voir que  $F(I)$  doit être nécessairement de la forme :

$$F(I) = \frac{1}{2} I^2 (L_1 - L_0) + AI + B^*$$

Or, si un circuit isolé et indéformable se déplace, aucun travail n'est mis en jeu et  $L_1 = L_0$  d'où  $AI + B = 0$  quel que soit  $I$ , on a :  $A = B = 0$ .

L'expression complète du travail accompli lorsque le courant  $C$  se déplace en se déformant en présence du courant invariable  $C'$  sera donc :

$$\mathcal{Z}' = II' (M - M_0) + \frac{1}{2} I'^2 (L_1' - L_0')$$

Si à son tour le courant  $C'$  se déplace et se déforme devant  $C$  laissant invariable, le coefficient d'induction mutuelle passera de sa valeur actuelle  $M$  à une certaine valeur  $M_1$ , et le travail accompli sera en désignant par  $L'$  la self induction de  $C'$  :

$$II' (M_1 - M) + \frac{1}{2} I'^2 (L_1' - L_0')$$

On aura donc pour le travail total dû à une transformation quelconque de deux circuits filiformes dont les intensités sont supposées maintenues invariables :

$$(1) \quad \mathcal{Z} = \frac{1}{2} I^2 (L_1 - L_0) + II' (M_1 - M_0) + \frac{1}{2} I'^2 (L_1' - L_0')$$

Si les intensités varient, cette expression n'est applicable qu'à une transformation infinitésimale au cours de laquelle ces variations sont négligeables et on a :

$$d\mathcal{Z} = \frac{1}{2} I^2 dL + II' dM + \frac{1}{2} I'^2 dL'$$

L'expression (1) s'étend sans peine à un nombre quelconque de circuits, elle peut s'écrire en distinguant ces divers circuits par  $\alpha, \beta, \gamma$  et leurs coefficients d'induction mutuelle par  $M_{\alpha\beta}, M_{\beta\alpha}$  etc....

$$\mathcal{Z} = \left[ \frac{1}{2} I_\alpha (I_\alpha L_\alpha + I_\beta M_{\alpha\beta} + I_\gamma M_{\alpha\gamma} + \dots) + \frac{1}{2} I_\beta (I_\alpha M_{\beta\alpha} + I_\beta L_\beta + I_\gamma M_{\beta\gamma} + \dots) + \dots \right]'$$

\* L'équation fonctionnelle

$$F(x+y) = F(x) + F(y) + xy(L_1 - L_0)$$

dérivée par rapport à  $x$  puis à  $y$  donne :

$$F'(x+y) = F'(x) + y(L_1 - L_0) = F'(y) + x(L_1 - L_0)$$

donc :

$$F'(x) - x(L_1 - L_0) = F'(y) - y(L_1 - L_0) = \text{const} = A$$

d'où :

$$F(x) = \frac{x^2}{2} (L_1 - L_0) + Ax + B$$

246.

Or chacune des parenthèses contenues dans le crochet représente le flux total qui traverse le courant dont l'intensité est mise en facteur on a donc en désignant par  $\Phi$  le flux à travers le courant d'intensité  $I$

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} \sum I (\Phi - \Phi_0)$$

ou dans le cas général :

$$d\mathcal{E} = \frac{1}{2} \sum_k I_k (d\Phi_k)_I$$

la notation  $(d\Phi_k)_I$  désignant la différentielle de l'expression :

$$\Phi_k = I_k L_k + I_1 M_{k,1} + I_2 M_{k,2} \dots \text{etc}$$

lorsqu'on y suppose les  $I$  constants.

Ici encore comme dans le cas précédents on peut remarquer que le travail  $d\mathcal{E}$  n'est pas une différentielle exacte.

182. — Transformation de l'expression  $\sum I \Phi$ . — Démonstration des inégalités  $L \geq 0$ ;  $M^2 \leq L I$ . — L'expression  $\sum I \Phi$  qui figure dans les formules précédentes peut être mise sous une autre forme.

Considérons, en effet, l'intégrale  $\iiint \mathcal{H}^2 d\omega$  étendue à tout le champ, nous pourrions pour l'évaluer prendre comme éléments de volume, des tronçons infiniment courts découpés sur les tubes de force infinitésimale qui remplissent l'espace occupé par le champ.

Soient  $dS$  et  $dl$  la section et la longueur d'un de ces tronçons pris sur un tube quelconque  $T$  nous pourrions écrire en remarquant que  $\mathcal{H} dS$  est le flux constant  $d\Phi$  qui parcourt ce tube :

$$\iiint \mathcal{H}^2 d\omega = \iiint \mathcal{H} dS \cdot \mathcal{H} dl = \iint d\Phi \int_T \mathcal{H} dl$$

Or nous avons vu (N° 132) que l'intégrale  $\int_T \mathcal{H} dl = 4\pi \sum I$ ;  $\sum I$  désignant la somme algébrique des intensités des courants enlacés par la ligne de force ( $T$ ). Donc :

$$\iiint \mathcal{H}^2 d\omega = 4\pi \iint \sum I \cdot d\Phi$$

et dans cette équation le coefficient de  $I$  sera la somme  $\iint d\Phi$  étendue à une surface quelconque prenant appui sur le contour du courant d'intensité  $I$  c'est-à-dire précisément le flux  $\Phi$  correspondant, d'où enfin :

$$\iiint \mathcal{H}^2 d\omega = 4\pi \sum I \Phi$$

de cette équation, il résulte que la somme  $\Sigma I\Phi$  est toujours positive.

$$(1) \quad \Sigma I\Phi \geq 0$$

Si le champ ne contient qu'un seul courant, on a :

$$\Sigma I\Phi = I^2 L$$

et par suite un coefficient de self induction est un nombre essentiellement positif.

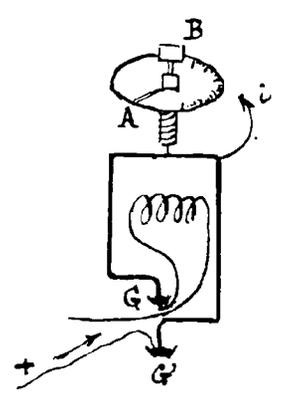
Si le champ contient deux courants :

$$\Sigma I\Phi = I^2 L + 2II'M + I'^2 L' \geq 0$$

ce qui, I et I' pouvant être quelconques, exige que  $M^2 \leq LL'$

Et nous voyons que l'on ne saurait donner à deux circuits un coefficient d'induction mutuelle considérable si l'un d'eux au moins n'a pas une self-induction élevée.

183 — Electrodynamomètre industriel de Siemens. — On a utilisé l'action des courants sur les courants pour mesurer leur intensité et les appareils qui servent à cette mesure sont désignés sous le nom générique d'électrodynamomètres; l'un des plus anciennement employés est celui de Siemens.



Il se compose d'un cadre mobile formé d'un seul fil dont les extrémités plongent dans deux godets G et G' pleins de mercure qui servent de joints pour le passage du courant.

Ce cadre est supporté par un ressort à boudin et contient à son intérieur une bobine horizontale formée par quelques spires de fil et dans laquelle circule le même courant.

Sous l'action des forces électrodynamiques le cadre se déplace et on le ramène à sa position initiale en agissant sur le bouton B jusqu'à ce que l'index i revienne au zéro de la graduation.

Une aiguille A permet d'évaluer l'angle de torsion  $\alpha$  qui correspond à ce retour et qui est proportionnel au couple exercé sur le cadre.

Ce couple variant d'ailleurs comme le carré de l'intensité I du courant, on aura :

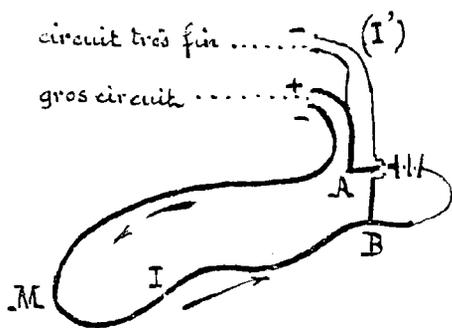
$$\alpha = AI^2$$

et il suffira de déterminer la constante A par comparaison avec

un autre appareil.

L'électrodynamomètre présente l'avantage de donner la valeur de  $I$  indépendamment du sens du courant.

184 — Wattmètres. — Tout électrodynamomètre comprend un circuit fixe et un circuit mobile, si les déplacements de ce dernier sont faibles le coefficient d'induction mutuelle des deux parties varie peu et l'effet développé est proportionnel au produit  $II'$  des intensités des courants qui circulent respectivement dans les deux circuits, il en est de même des petits déplacements que l'on rend appréciables en les amplifiant par une aiguille ou tout autre moyen.



Imaginons que l'un des circuits constitué par un gros fil soit intercalé dans une canalisation électrique  $AMB$  traversée par un courant d'intensité  $I$ ; tandis que l'autre circuit construit avec un fil très fin et résistant sera au contraire branché sur deux points  $A$  et  $B$  de la même canalisation et sera par suite traversé par un courant d'intensité  $I'$  proportionnelle à la différence  $U_A - U_B$

des potentiels en  $A$  et  $B$ .

Dans ces conditions l'électrodynamomètre indiquera à chaque instant à un facteur constant près la valeur du produit  $(U_A - U_B)I$ , c'est-à-dire de l'énergie dépensée sur la canalisation  $M$  entre les points  $A$  et  $B$ .

En relevant les indications de l'appareil à différentes époques et en construisant la courbe correspondante en fonction du temps, l'aire de cette courbe

$$S = K \int_{t_0}^{t_1} (U_A - U_B) I dt$$

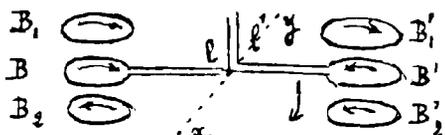
représentera la puissance dépensée sur la ligne  $AMB$  entre les deux époques  $t_0$  et  $t_1$ , multipliée par un facteur  $K$  dont la valeur dépend de la disposition de l'appareil et que l'on détermine une fois pour toutes en le faisant fonctionner avec un courant constant dont on mesure l'intensité  $I$  au galvanomètre tandis que la différence de potentiel  $U_A - U_B$  est évaluée à l'électromètre ou au volt-mètre.

Les électrodynamomètres disposés pour l'évaluation de la puissance électrique portent le nom de Wattmètres.

On voit qu'il est nécessaire de donner aux deux circuits des résistances respectivement très faibles et très grandes pour que l'interpo-

sition de l'appareil ne modifie pas sensiblement le régime de la canalisation que l'on a à étudier.

185 — Balance électrodynamique de Lord Kelvin. — Lors-  
qu'il est nécessaire d'effectuer des mesures délicates, il convient d'éliminer l'effet perturbateur qu'exerce toujours le champ magnétique terrestre sur le circuit mobile de l'appareil c'est ce qui est réalisé automatiquement, par exemple, dans la balance électrodynamique de Lord Kelvin.



Cet instrument se compose de 6 bobines parcourues par un même courant dans des sens tels que ceux indiqués sur le schéma ci-contre.

Les bobines extérieures  $B_1, B_2, B'_1, B'_2$  sont fixes tandis que les bobines intermédiaires sont liées à un fléau de balance dont le couteau est remplacé par deux faisceaux  $l$  et  $l'$  très flexibles, composés d'un grand nombre de fils fins en cuivre qui servent en même temps à amener le courant dans  $B$  et  $B'$ .

On voit que le sens du courant dans ces dernières est choisi de manière à ce que l'effet du champ magnétique terrestre soit automatiquement compensé. En effet, pour toute position du fléau les flux respectivement émis par ce champ à travers  $B$  et  $B'$  sont égaux et de signes contraires.

Lorsque le courant passe le fléau s'incline (sur la droite dans le cas de la figure) et on le ramène à l'horizontalité par le déplacement de poids convenables.

Le couple agissant est proportionnel au carré de l'intensité et la balance est munie d'une graduation empirique. Il a été construit une série d'appareils de ce genre qui permettent de faire des mesures d'intensité depuis  $\frac{1}{1000}$  jusqu'à 1000 ampères.

186 — Electrodynamomètre absolu. — Les dimensions et la position relative des deux circuits d'un électrodynamomètre étant supposées connues on peut en principe calculer leur coefficient d'induction mutuelle et en déduire une relation entre l'intensité du courant et l'effort qu'il faut développer pour maintenir la partie mobile. De la mesure de cet effort et des éléments géométriques de l'électrodynamomètre on pourrait donc déduire la valeur de l'intensité en unités absolues.

Ce calcul serait en général extrêmement compliqué et impraticable, mais nous avons vu (N<sup>o</sup> 172) qu'un circuit plan placé dans

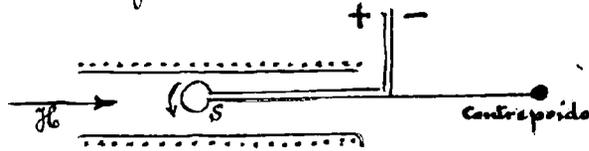
un champ uniforme  $H_0$ , parallèlement aux lignes de force, est sollicité par un couple dont le moment est normal à ces lignes, dirigé dans le plan du circuit et égal à  $H_0 SI$ .



D'autre part nous savons (N° 140) qu'une bobine très allongée produit dans son intérieur un champ uniforme dont la valeur est donnée par :

$$H_0 = 4\pi NI$$

$N$  désignant le nombre de tours de filo enroulés par centimètre



Partant des résultats que nous venons de rappeler,  $M^{\circ}$  Sippmann a proposé de réaliser un électrodynamomètre absolu en suspendant une ou plusieurs spires bien régulières  $S$  de surface connue au milieu d'une longue bobine  $B$ .

On se servait de la suspension bilifaire pour mesurer le couple et pour amener le courant comme dans l'électrodynamomètre de Heber.

Soient  $n$  le nombre de spires et  $r$  leur rayon on a :  $S = \pi r^2 n$  et pour la valeur du couple :

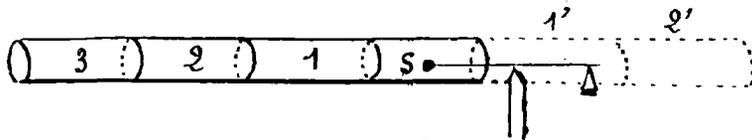
$$C = H_0 SI = 4\pi N \cdot \pi r^2 n I^2 \quad \text{d'où} \quad I^2 = \frac{C}{4\pi^2 r^2 N n}$$

Au lieu d'employer une suspension bilifaire on peut placer les spires  $S$  horizontalement à l'extrémité d'un fléau de balance.

C'est à ce dernier dispositif que s'est arrêté  $M^{\circ}$  Pellat qui a construit avec le plus grand soin un électrodynamomètre absolu.

Naturellement comme on ne peut réaliser une bobine  $B$  infinie il y a lieu d'introduire une correction que l'on peut d'ailleurs évaluer expérimentalement en transportant  $B$  de quantités respectivement égales à 1 fois 2 fois etc... sa longueur et en évaluant dans chacune de ces positions le couple exercé sur  $S$  jusqu'à ce que l'action devienne négligeable.

Le double de la somme des valeurs ainsi trouvées représente



la correction car il convient de tenir compte des positions 1' 2' qu'il faudrait égale-

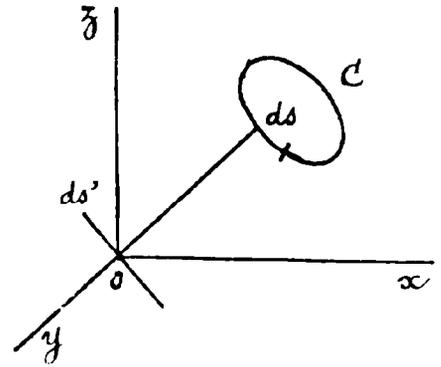
ment donner à la bobine et qui sont irréalisables.

Enfin pour éliminer l'erreur introduite par le champ terrestre on fait passer successivement le courant dans les deux sens à travers les spires mobiles  $S$ .

187 — Expression analytique de l'action d'un courant fermé sur un élément de courant. — L'expérience nous conduit à identifier à tous les points de vue le champ produit par un courant au champ produit par un aimant.

Le champ produit par un courant fermé peut être calculé comme on l'a vu (N. 133), en considérant les composantes dues à chaque élément de courant.

Soient :  $\mathcal{H}_x = I \int_C \frac{\delta d\beta - \beta d\delta}{r^3}$      $\mathcal{H}_y = I \int_C \frac{\alpha d\delta - \delta d\alpha}{r^3}$      $\mathcal{H}_z = I \int_C \frac{\beta d\delta - \alpha d\beta}{r^3}$



les composantes du champ magnétique produit par un courant fermé en un point O pris pour origine des coordonnées; cherchons la force qui en résulte sur un élément ds' de circuit parcouru par un courant I' et placé en O.

Soient X Y Z les composantes de la force exercée sur l'élément ds'. Cette force est perpendiculaire à H donc :

$$X \mathcal{H}_x + Y \mathcal{H}_y + Z \mathcal{H}_z = 0$$

elle est perpendiculaire à ds' donc dx' dy' dz' désignant les composantes de ds'

$$X dx' + Y dy' + Z dz' = 0$$

elle a pour valeur I' H ds' sin α.

$$X^2 + Y^2 + Z^2 = I'^2 H^2 ds'^2 \sin^2 \alpha$$

α désignant l'angle de H et ds'.

Cette dernière équation donne :

$$\frac{1}{I'^2} (X^2 + Y^2 + Z^2) = H^2 ds'^2 (1 - \cos^2 \alpha) = H^2 ds'^2 - (H ds' \cos \alpha)^2$$

H ds' cos α est le produit de ds' par la projection de H sur ds' c'est-à-dire H<sub>x</sub> dx' + H<sub>y</sub> dy' + H<sub>z</sub> dz'.

Donc

$$\frac{1}{I'^2} (X^2 + Y^2 + Z^2) = (H_x^2 + H_y^2 + H_z^2) (dx'^2 + dy'^2 + dz'^2) - (H_x dx' + H_y dy' + H_z dz')^2$$

$$\frac{1}{I'^2} (X^2 + Y^2 + Z^2) = \begin{vmatrix} H_z & H_y \\ dz' & dy' \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} H_x & H_z \\ dx' & dz' \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} H_y & H_x \\ dy' & dx' \end{vmatrix}^2$$

Mon Exige

Or les deux premières équations donnent :

$$X = Y = Z = \frac{\sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}}{\sqrt{||^2 + ||^2 + ||^2}} = \lambda I'$$

$$\begin{vmatrix} H_z & H_y \\ dz' & dy' \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} H_x & H_z \\ dx' & dz' \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} H_y & H_x \\ dy' & dx' \end{vmatrix}$$

$\lambda = \pm 1$  doit être choisi d'après la règle d'Ampère.

Supposons ds dirigé suivant OZ et le courant dans le sens des z positifs ; supposons de plus que H se réduise à sa composante H<sub>y</sub>.

La composante X doit être alors dirigée sur la gauche de l'observateur d'Ampère c'est-à-dire positive.

On a  $X = -\lambda I' H_y dz'$ .

Il faut donc faire  $\lambda = -1$  d'où :

$$X = I' \begin{vmatrix} H_y & H_z \\ dy' & dz' \end{vmatrix} \quad Y = I' \begin{vmatrix} H_z & H_x \\ dz' & dx' \end{vmatrix} \quad Z = I' \begin{vmatrix} H_x & H_y \\ dx' & dy' \end{vmatrix}$$

188 — Action mutuelle de deux éléments. — Formule d'Ampère.

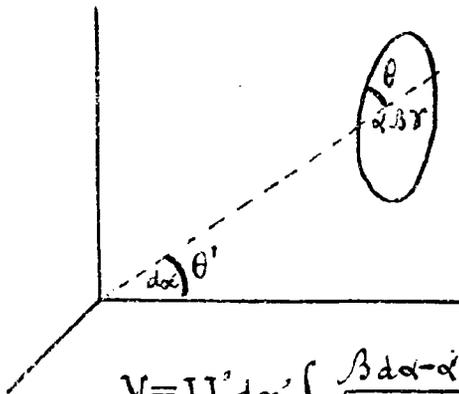
Ampère s'était proposé de rendre compte des actions d'un circuit fermé sur un élément de courant, en supposant qu'entre deux éléments de courants, ds et ds' il existe une action attractive ou répulsive dirigée suivant la droite qui joint les milieux de ces éléments et fonction des angles que font ces éléments entre eux et avec la droite qui les joint.

Soit  $II' ds ds' f_1$  cette force. Supposons l'élément ds' dirigé suivant l'axe des x, on a :

$$dy' = 0 \quad dz' = 0$$

$$X = 0 \quad Y = I' H_z dx' \quad Z = I' H_y dx'$$

d'où l'on déduit les relations :



$$\left. \begin{aligned} X &= II' dx' \int_C \frac{\alpha}{r} f_1 ds = 0 \\ Y &= II' dx' \int_C \frac{\beta d\alpha - \alpha d\beta}{r^3} = II' dx' \int_C \frac{\beta}{r} f_1 ds \\ Z &= II' dx' \int_C \frac{\gamma d\beta - \beta d\gamma}{r^3} = II' dx' \int_C \frac{\gamma}{r} f_1 ds \end{aligned} \right\} r^2 = \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$$

Les intégrales relatives au circuit fermé s'intègrent par parties ; on a :

$$\int_C \frac{\beta d\alpha - \alpha d\beta}{r^3} = \int_C \frac{\beta d\alpha - \alpha d\beta}{\alpha^2} \frac{\alpha^2}{r^3} = \int_C \frac{\alpha^2}{r^3} d\left(\frac{\beta}{\alpha}\right) = \left(\frac{\alpha^2}{r^3} \frac{\beta}{\alpha}\right) + \int_C \frac{\beta}{\alpha} d\left(\frac{\alpha^2}{r^3}\right)$$

La parenthèse s'annule pour un circuit fermé; on a donc:

$$\int_{c'} \frac{\beta d\alpha - \alpha d\beta}{r^3} = \int_{c'} \frac{\beta}{\alpha} d\left(\frac{\alpha^2}{r^3}\right)$$

de même 
$$\int_{c'} \frac{\gamma d\alpha - \alpha d\gamma}{r^3} = \int_{c'} \frac{\gamma}{\alpha} d\left(\frac{\alpha^2}{r^3}\right)$$

on doit donc satisfaire aux relations

$$\int_{c'} \frac{\alpha}{r} f_1 dS = 0 \quad \int_{c'} \frac{\beta}{\alpha} d\left(\frac{\alpha^2}{r^3}\right) - \frac{\beta}{r} f_1 dS = 0 \quad \int_{c'} \left(\frac{\gamma}{\alpha} d\left(\frac{\alpha^2}{r^3}\right) - \frac{\gamma}{r} f_1 dS\right) = 0$$

dont la solution est:

$$f_1 = \frac{r}{\alpha} \frac{d}{dS} \left(\frac{\alpha^2}{r^3}\right)$$

ou

$$f_1 = \frac{r}{\alpha} \left( \frac{2\alpha}{r^3} \frac{d\alpha}{dS} - \frac{3\alpha^2}{r^4} \frac{dr}{dS} \right) = \frac{1}{r^2} \left( 2 \frac{d\alpha}{dS} - 3 \frac{\alpha}{r} \frac{dr}{dS} \right)$$

Si l'élément  $dS$  attirait l'élément  $dS'$  avec une force égale à la force  $II' dS dS' f_1$ , l'action du circuit fermé serait conforme à l'expérience. Désignons par  $\varepsilon$  l'angle de  $dS$  et de  $dS'$  par  $\theta'$  l'angle de  $dS'$  avec la droite qui joint les milieux des éléments et par  $\theta$  l'angle de  $dS$  avec le prolongement de cette droite, on a:

$$\frac{d\alpha}{dS} = \cos \varepsilon \quad \frac{\alpha}{r} = \cos \theta' \quad \frac{dr}{dS} = \cos \theta$$

et l'expression de la force élémentaire devient:

$$f = \frac{II' dS dS'}{r^2} (2 \cos \varepsilon - 3 \cos \theta \cos \theta')$$

formule symétrique, de sorte que l'action de  $dS$  sur  $dS'$  serait égale et directement opposée à l'action de  $dS'$  sur  $dS$ .

Cette formule a été donnée par Ampère (1822)

Ampère l'avait établie directement en se fondant sur une série d'expériences faites avec des courants mobiles, et il en avait déduit les expressions des composantes de l'action exercée par un courant l'assimilation d'un courant fermé à un feuillet magnétique, et la formule de Laplace (1820 à 1822). La marche que nous avons suivie permet de voir que l'on peut imaginer une infinité de formules représentant une force élémentaire s'exerçant entre deux éléments, et satisfaisant aux expériences. Un élément de courant isolé est une fiction, et l'on ne réalise pratiquement que des courants fermés; or on peut ajouter à l'expression de chaque composante de la force élémentaire, des différentielles de fonctions arbitraires de  $(\alpha, \beta, \gamma)$  l'intégration étendue à un contour fermé fera disparaître ces fonctions, et la résultante de ces forces aura toujours la même valeur satisfaisant aux expériences.

19<sup>e</sup> LeçonCourants de Courte durée. Galvanomètre  
balistique.

189. — Galvanomètre balistique. — Lorsqu'on fait passer la décharge d'un condensateur dans un galvanomètre on constate en général que l'aiguille se trouve brusquement déviée de sa position d'équilibre; le même effet se produit d'ailleurs sur une aiguille aimantée quelconque placée dans le voisinage de conducteurs où circule cette décharge. On doit en conclure que pendant un court instant l'espace environnant est le siège d'un champ magnétique.

Pour étudier cette action nous allons employer une aiguille réglée de telle manière que les déviations observées  $\delta$  soient toujours assez faibles pour qu'on puisse considérer le couple qui tend à la ramener dans sa position d'équilibre comme proportionnel à  $\delta$ .

De plus, par l'addition de masses convenables nous lui donnerons un moment d'inertie  $K$  assez considérable pour que ses déplacements soient lents et puissent être négligés pendant un intervalle de temps certainement supérieur à la durée de la décharge.

Une telle aiguille placée à l'intérieur d'un cadre multiplicateur constitue ce qu'on appelle un galvanomètre balistique; lorsque après l'avoir écartée de sa position d'équilibre on l'abandonne à elle-même ses oscillations sont pendulaires puisque l'on a en désignant par  $C$  le coefficient de proportionnalité du couple à l'angle d'écart  $\delta$ .

$$K \frac{d^2\delta}{dt^2} = -C\delta$$

La période  $T$  de ce mouvement est un élément caractéristique important de l'appareil

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{K}{C}}$$

Supposons l'aiguille au repos et faisons passer la décharge; entre les époques très rapprochées  $t=0$  et  $t=t_1$  l'aiguille n'éprouve pas de déplacement sensible. Ceci qu'elle soit soumise à un couple  $M_0 \cdot \delta$ , égal au produit de son moment magnétique  $M_0$  par la composante  $\delta$  du champ normal au plan

déterminé par sa direction et son axe de rotation\*.

En intégrant de 0 à  $t_1$ , l'équation différentielle du mouvement, on a:

$$K \int_0^{t_1} \frac{d^2\delta}{dt^2} dt = N\mathcal{C}_0 \int_0^{t_1} \mathcal{H} dt - c \int_0^{t_1} \delta dt$$

remarquant que, pour  $t=0$ ,  $\frac{d\delta}{dt}=0$  et que de  $t=0$  à  $t=t_1$ ,  $\delta$  est nul ou négligeable il vient:

$$K \left( \frac{d\delta}{dt} \right)_{t_1} = N\mathcal{C}_0 \int_0^{t_1} \mathcal{H} dt.$$

À l'époque  $t_1$ , l'aiguille qui est dans une position extrêmement voisine de sa position d'équilibre se trouve donc animée d'une vitesse  $\left( \frac{d\delta}{dt} \right)_{t_1}$ , proportionnelle à l'impulsion  $N\mathcal{C}_0 \int_0^{t_1} \mathcal{H} dt$  du couple électro-magnétique, et l'on obtiendra la valeur  $\delta_0$  de l'angle qu'elle va décrire pour atteindre son écart maximum en écrivant que le travail  $c \int_0^{\delta_0} \delta d\delta$  du couple antagoniste  $c\delta$  est égal à la force vive  $\frac{1}{2} K \left( \frac{d\delta}{dt} \right)_{t_1}^2$ .

$$c \delta_0^2 = K \left( \frac{d\delta}{dt} \right)_{t_1}^2$$

$$\delta_0 = \sqrt{\frac{K}{c}} \left( \frac{d\delta}{dt} \right)_{t_1} = \frac{N\mathcal{C}_0}{\sqrt{Kc}} \int_0^{t_1} \mathcal{H} dt$$

Faisons circuler dans le même galvanomètre un courant constant  $I_0$  capable de produire la même déviation  $\delta_0$ ; le champ électro-magnétique produit au point où se trouve l'aiguille peut en principe être calculé en appliquant la formule de Biot-Savart au circuit parcouru par le courant et a évidemment une expression de la forme  $G I_0$ , dans laquelle  $G$  est un coefficient qui dépend uniquement de la disposition de l'instrument. ( $G = \frac{2\pi n}{R}$  dans le cas du galvanomètre normal).

L'équation d'équilibre

$$c \delta_0 = N\mathcal{C}_0 G I_0$$

combinée avec les résultats précédents permet d'écrire:

$$\int_0^{t_1} \mathcal{H} dt = \frac{\sqrt{Kc}}{N\mathcal{C}_0} \delta_0 = \sqrt{\frac{K}{c}} G I_0 = \frac{T}{2\pi} \cdot G I_0$$

Cette formule très simple permet de déduire la valeur de l'impulsion magnétique de l'observation de  $T$  et de  $I_0$  et du calcul ou de la

\* Nous supposons bien entendu les dimensions de l'aiguille assez restreintes pour que l'on puisse supposer qu'à un instant quelconque pendant la décharge la valeur de  $\mathcal{H}$  qui change suivant une loi inconnue est la même à ses deux pôles.

détermination expérimentale de  $G$ .

L'expérience seule peut nous apprendre les lois qui lient la valeur de  $\int^t H dt$  aux éléments caractéristiques de la décharge.

On peut constater :

1° que pour un même galvanomètre et plus généralement pour un même circuit  $\int^t H dt$  dépend uniquement de la charge  $q$  du condensateur.

2° que le quotient  $\frac{I_0 T}{q}$  du produit  $I_0 T$  par la charge  $q$  du condensateur est une constante  $g$  indépendante de l'appareil employé.

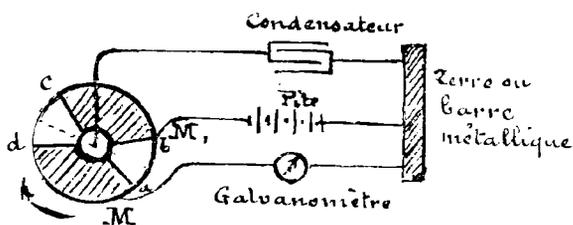
Les résultats précédents subsistent lorsqu'au lieu de faire agir sur l'aiguille aimantée le courant la décharge à travers un cadre galvanométrique ordinaire on produit le champ permanent ou momentané à l'aide d'un circuit de forme arbitraire.

Il est plus commode pour comparer commodément ces phénomènes essentiellement variables à ceux que nous avons observés dans l'étude du courant permanent il est préférable de réaliser des expériences dans lesquelles on maintiendra l'aiguille galvanométrique en équilibre.

190 — Comparaison de l'effet galvanométrique produit par une série régulière de décharges identiques avec l'effet d'un courant continu. — Au lieu d'employer la méthode balistique pour évaluer l'impulsion magnétique correspondant à une décharge déterminée on peut en répétant des décharges identiques avec une fréquence suffisante, réaliser une détermination statique de l'impulsion qui correspond à chacune d'elles.

La rapidité de la charge d'un condensateur avec une pile permet en effet de recharger en un temps très court l'appareil dont on vient de consommer l'électricité sous forme de courant dans le galvanomètre et de répéter des décharges identiques à des époques suffisamment voisines pour que dans l'intervalle de temps qui les sépare le déplacement de l'aiguille du galvanomètre soit insignifiant.

On pourra par exemple disposer sur un disque tournant uniformément un système de touches qui mettront le condensateur alternativement en communication avec les pôles de la pile puis avec les bornes



du galvanomètre : (voir le schéma ci-contre, les arcs  $ab$  et  $cd$  qui établissent la communication du condensateur avec la pile ou le galvanomètre sont inférieurs à la distance des touches  $M$  et  $M_1$ , cette dernière est inférieure aux arcs isolants  $cb$  et  $ad$ ).

Désignons par  $t$  l'intervalle de temps constant qui s'écoule entre le début de deux décharges consécutives ; pour maintenir l'aiguille immobile dans sa position d'équilibre il faudra lui appliquer un couple antagoniste  $X$  qui produise une impulsion  $\int_0^t X dt = tX$  égale à l'impulsion de la décharge correspondante.

$$tX = N\mathcal{G} \int_0^t \mathcal{H} dt = N\mathcal{G} \int_0^t \mathcal{H} dt \quad \text{puisque de } t, \text{ à } t \quad \mathcal{H} = 0$$

Pour réaliser ce couple il sera commode d'enrouler sur le même cadre galvanométrique un second fil dans lequel on fera circuler un courant de sens et d'intensité convenables  $I'$ .

En désignant par  $\mathcal{G}'$  le coefficient galvanométrique de ce second circuit par rapport à l'aiguille on aura  $X = N\mathcal{G}'I'$  d'où

$$N\mathcal{G}'I't = N\mathcal{G} \int_0^t \mathcal{H} dt$$

et

$$\int_0^t \mathcal{H} dt = \mathcal{G}'I't$$

Considérons un grand nombre  $N$  de décharges, la quantité  $Nq$  d'électricité consommée est en moyenne par unité de temps égale à  $\frac{Nq}{Nt} = \frac{q}{t}$  d'autre part la valeur moyenne du champ correspondant a pour expression :

$$\frac{1}{Nt} \int_0^{Nt} \mathcal{H} dt = \frac{1}{t} \int_0^t \mathcal{H} dt = \mathcal{G}'I'$$

Or l'expérience permet de constater que :

1° Si l'on fait varier  $q$  et  $t$  de manière à donner au débit des valeurs  $\frac{q}{t}, \frac{q'}{t'}, \frac{q''}{t''}$  etc.. égales entre elles la valeur de  $I'$  qui maintient l'aiguille au zéro est toujours la même.

2° Si l'on substitue aux décharges un courant continu susceptible d'équilibrer l'action de  $I'$  l'intensité  $I$  qu'il faut employer est proportionnelle au débit ( $\frac{q}{t}$ ) et le coefficient de proportionnalité est indépendant du galvanomètre et plus généralement de la forme du circuit.

Désignons par  $\frac{1}{A}$  ce coefficient : l'intensité  $I$  est liée à  $I'$  par la relation  $GI = \mathcal{G}'I'$  ( $G$  désignant le coefficient relatif au circuit par rapport à la décharge)

On a :

$$\frac{1}{t} \int_0^t \mathcal{H} dt = \mathcal{G}'I' = GI = \frac{G}{A} \cdot \frac{q}{t}$$

l'impulsion magnétique est donc égale à  $\frac{G}{A}q$  et ce résultat concorde avec ceux obtenus par la méthode balistique.

191 ——— Unité électromagnétique de quantité d'électricité à l'état statique. — La relation expérimentale  $AI = \frac{q}{t}$  exprime que

258.

l'on obtient la même valeur moyenne du champ en un point de position donnée par rapport à un circuit, soit que l'on y fasse passer d'une manière discontinue une certaine quantité d'électricité à raison de  $(\frac{q}{t})$  unités par seconde, soit qu'on y produise un courant permanent d'intensité  $A$ .

En évaluant par exemple  $I$  en ampères,  $t$  en secondes et  $q$  en unités électrostatiques nous obtiendrions pour  $A$  une valeur bien déterminée.

Mais n'est-il pas possible d'évaluer  $q$  en unités électromagnétiques?

En réalité la charge statique  $q$  du condensateur qui a servi à exécuter les expériences précédentes n'est pas définie au point de vue électrodynamique.

La quantité d'électricité électromagnétique est une grandeur que nous avons définie (n° 74) par la relation

$$q = It$$

et cette formule n'a été rigoureusement établie que dans l'hypothèse de l'existence du courant à l'état de régime permanent.

Mais en répétant un grand nombre de fois comme nous l'avons indiqué au paragraphe précédent, la décharge de ce condensateur et en intercalant dans le circuit un voltamètre nous pourrions constater, comme dans le cas d'une électrolyse exécutée avec un courant permanent, que la quantité de matière décomposée est proportionnelle à la décharge totale et nous pourrions adopter pour mesurer la quantité d'électricité qui caractérise la charge statique d'un condensateur une unité telle que le coefficient de proportionnalité qui caractérise son effet électrolytique soit le même que celui qui correspond à l'effet de l'unité de quantité dynamique précédemment définie.

Dans le cas du système pratique nous dirons par exemple qu'un condensateur porte une charge de 1 Coulomb lorsque la décharge de cet appareil répétée  $N$  fois à travers un électrolyseur entraîne la décomposition de  $N \times 0,001118$  d'argent (voir n° 75).

L'unité étant ainsi fixée on constate que le coefficient  $A$  des expériences précédentes se réduit à l'unité.

Il en résulte que l'expression de l'impulsion magnétique est égale à  $Gq$ .

$$\int_0^t H dt = Gq$$

On peut également vérifier que l'énergie  $qV$  d'un condensateur évaluée avec ces unités se retrouve bien, exprimée en unité de travail, sous forme de chaleur en joules dans le conducteur qui conduit la décharge.

À cet effet on répéterait de très nombreuses décharges à travers un fil très fin plongé dans un calorimètre, ou pourrait également exécuter des expériences analogues à celles de Riess.

192 — **Évaluation des quantités d'électricité à l'aide du galvanomètre balistique. Comparaison des capacités.** — Les faits précédents étant supposés bien établis par des expériences systématiques nous pouvons dans la formule du galvanomètre employé balistiquement remplacer l'impulsion magnétique par sa valeur  $Gq$  et il viendra :

$$\int_0^{t_1} H dt = Gq = \frac{T}{2\pi} GI_0$$

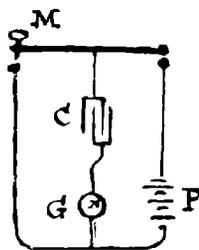
d'où

$$q = \frac{T}{2\pi} I_0$$

Celle est la formule pratique ordinaire du galvanomètre balistique ; elle permet de déduire de la mesure de  $T$  et  $I_0$  la valeur en unités électromagnétique de la charge  $q$  d'un condensateur.

À cet effet on observe l'élongation initiale  $\delta_0$  de l'aiguille au moment de la décharge et il suffit d'avoir comparé une fois pour toutes le galvanomètre à un galvanomètre normal pour connaître la valeur  $I_0$  qui correspond à  $\delta_0$ .

Cette élongation est d'ailleurs proportionnelle à  $q$  et lorsqu'on veut simplement comparer des quantités d'électricité il est inutile de connaître  $T$  et  $I_0$ .



On peut, par exemple, réaliser l'expérience suivante : une clef  $M$  permet d'établir soit un premier circuit comprenant un condensateur  $C$  et un galvanomètre  $G$  (contact de gauche) ; soit, un second circuit comprenant  $C$ ,  $G$  et une pile  $P$ , (contact de droite).

Supposons le conducteur de capacité  $C$  chargé au potentiel  $u$  à l'aide de cette pile ; abaissons la manette  $M$ , une quantité  $q = Cu$  traverse le galvano-

mètre balistique et nous observons une élongation  $\delta$ .

Relevons la clef de manière à établir l'autre contact la pile recharge le condensateur en un temps très court et le galvanomètre intercalé sur le circuit traversé en sens inverse par une charge totale égale à la précédente à son aiguille déviée de  $-\delta$ .

En remplaçant le condensateur  $C$  par un autre  $C'$  on pourra du rapport  $\frac{\delta}{\delta'}$  des déviations observées déduire celui  $\frac{C}{C'}$  de leurs capacités.

193 — **Formule du galvanomètre balistique déduite de l'application de la loi de Laplace.** — La marche que nous venons de suivre pour arriver à la formule pratique du galvanomètre balistique ne l'a pas été dans la réalité et pour faire la théorie de cet instrument on admet ordinairement :

1° Qu'à tout instant de la décharge le circuit galvanométrique est le siège d'un courant d'intensité  $I$  variable avec le temps mais, qui à une époque donnée, est la même en tous les points du circuit.

2° On applique à ce courant variable la formule de Laplace qui n'a été expérimentalement établie que dans le cas du régime permanent.

Ces deux hypothèses donnent pour l'expression de la force magnétique à l'époque  $t$ , la quantité  $G I$ , et on a :

$$\int H dt = \int G I dt = G \int I dt$$

3° Il ne reste plus qu'à admettre que la relation  $q = It$  rigoureusement établie dans l'état de régime permanent est également applicable à toute époque de l'état variable ( $dq = I dt$ ) et l'on peut intégrer :

$$\int H dt = G \int I dt = G q$$

Comme toutes les expériences où intervient l'emploi du galvanomètre balistique donnent des résultats concordants, on est en droit d'en conclure a posteriori la légitimité de la formule relative à cet instrument, mais les hypothèses faites pour y parvenir sont certainement erronées au moins en partie.

D'ailleurs, on peut présenter la théorie précédente sous une forme moins inacceptable.

**194 — Définition de l'intensité en un point et à un instant donné dans le cas du régime variable.** — A cet effet il convient de définir ce que nous devons entendre par intensité lorsque nous avons affaire à un courant variable; en supposant bien entendu toujours que les phénomènes caractéristiques du courant sont dus à la recombinaison des électricités positive et négative déposées dans le conducteur métallique par les pôles de la pile ou les armatures du condensateur.

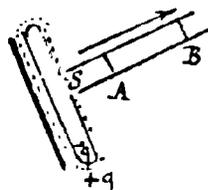


inverse.

Considérons une section  $S$  occupant une situation déterminée sur ce conducteur entre les époques  $t$  et  $t + dt$  elle est traversée par une quantité  $dq$  d'électricité positive dans le sens conventionnel du courant et par une quantité  $dq'$  d'électricité négative en sens inverse.

Le quotient  $I = \frac{dq + dq'}{dt}$  définira à l'époque  $t$  l'intensité totale  $I$  à travers la section  $S$ .

Cette définition est équivalente à celle que nous avons précédemment adoptée dans le cas d'un courant permanent; elle nous montre que dans la décharge d'un condensateur dont les armatures portent des charges  $+q$  et  $-q$  chaque section du fil de jonction sera traversée entre le début et la fin de l'opération par la même quantité  $q$  d'électricité.



En effet si la section A a été traversée par une quantité d'électricité positive  $q_A$  supérieure à celle  $q_B$  qui a traversé la section B c'est que dans le tronçon AB la quantité  $q_A - q_B$  a été neutralisée par une quantité équivalente d'électricité négative; on a donc en désignant par  $q'_B$  et  $q'_A$  les quantités de cette dernière électricité qui ont traversé les sections B et A.

$$q_A - q_B = q'_B - q'_A$$

donc

$$q_A + q'_A = q_B + q'_B = \text{const}^e$$

Et si l'on considère la section S découpée dans le fil conducteur par une surface qui enveloppe l'armature positive des condensateurs cette section est évidemment traversée du début à la fin de la décharge par une charge  $+q$ , donc:

$$q_A + q'_A = \text{etc} \dots = +q$$

Mais ceci n'est vrai qu'autant qu'il s'agit de la décharge complète ou plus exactement du passage d'un système d'un état d'équilibre électrostatique à un autre; il serait inexact de supposer (1<sup>re</sup> hypothèse du paragraphe précédent) qu'il en est de même à tout instant.

Cette remarque faite, admettons que l'énoncé de la loi élémentaire de Laplace puisse se modifier comme il suit: L'existence à l'époque  $t$  d'un courant d'intensité  $I$  dans un élément filiforme  $ds$  entraîne dans un délai extrêmement court l'existence d'une composante du champ électromagnétique donnée par la formule connue:

$$d\mathcal{H} = \frac{I ds \sin \theta}{r^2}$$

L'impulsion magnétique due à ce seul élément sera au cours de la décharge totale:

$$\int_0^t d\mathcal{H} \cdot dt = \frac{ds \sin \theta}{r^2} \int I dt = \frac{q ds \cdot \sin \theta}{r^2}$$

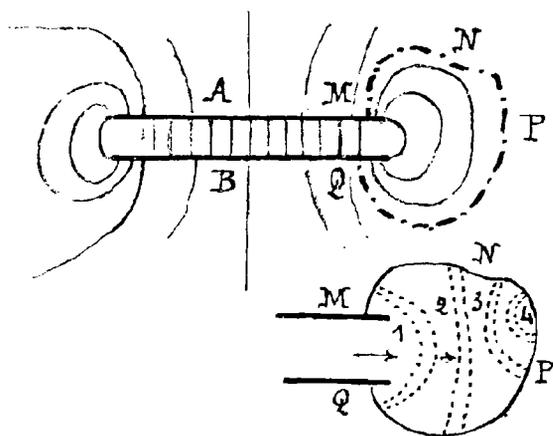
et pour avoir l'impulsion totale due au circuit entier nous n'aurons

plus qu'à intégrer par rapport à  $ds$  ce qui nous conduit évidemment à la valeur précédemment trouvée

$$q \int \frac{ds \sin \theta}{r^2} = Gq$$

La concordance des résultats obtenus par les calculs basés sur l'emploi de la formule de Laplace avec ceux fournis par l'expérience permet uniquement de dire que cette formule reste applicable à un courant de très courte durée à condition d'y substituer au champ d'él. l'impulsion magnétique et à l'intensité  $I$  la quantité d'électricité  $q$  qui a traversé l'élément  $ds$  du conducteur. Elle ne peut plus nous permettre le calcul du champ  $H$  à un instant donné non seulement parce que nous ignorons si elle est valable dans le cas d'un courant variable mais encore parce que nous ne connaissons pas la loi suivant laquelle se distribuent à l'instant considéré les valeurs de l'intensité  $I$  aux différents points du circuit parcouru par ce courant.

195. — Mécanisme de la décharge d'un condensateur d'après Faraday. — L'expérience ne nous permet pas de pénétrer les détails des phénomènes dont la durée est aussi brève que celle de la décharge électrique et c'est par intuition que les physiciens ont été amenés à découvrir les lois hypothétiques auxquelles ils obéissent. Dans cette voie on doit considérer comme extrêmement suggestive la manière dont Faraday représente les phénomènes électriques en assimilant les tubes de force à des filaments élastiques jouissant des propriétés que nous avons déjà eu l'occasion d'indiquer (n° 26)



Avec Faraday nous supposons que l'on prend une unité de quantité d'électricité suffisamment petite et nous distribuons les tubes d'induction qui caractérisent le champ de telle manière que les éléments correspondants, que chacun d'eux d'écoule sur les surfaces conductrices, possèdent une charge égale à l'unité; dans ces conditions le nombre de lignes de force qui rencontrent un élément de sur-

face représente la valeur du flux.

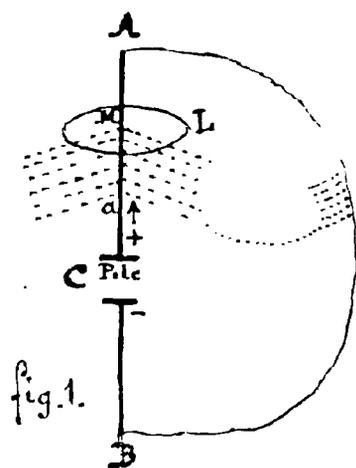
Un condensateur chargé et en équilibre peut être représenté par le schéma page 262 ; lorsque nous mettrons ses deux armatures A et B en communication par un fil métallique MN PQ les tubes de Faraday qui se repoussent mutuellement et tendent à se raccourcir le plus possible se déplaceront vers ce conducteur.

Si un d'entre eux après avoir glissé entre les armatures du condensateur jusqu'au fil conjonctif MN PQ viendra par exemple occuper des positions telles que (1) (2) (3) (4) etc. ... pour s'évanouir en se refermant sur lui-même ; tous les autres tubes passent par des transformations analogues et la décharge complète du condensateur correspond à leur disparition.

Considérons le mouvement de ces tubes comme la cause du champ électromagnétique produit et pour établir plus facilement le lien qui peut exister entre ces deux ordres de faits,

supposons nous placés dans le cas simple de l'écoulement permanent de l'électricité le long d'un fil indéfini.

On réaliserait pratiquement un tel circuit en employant un dispositif symétrique et de révolution tel que ACB dont les extrémités A et B seraient réunies par un fil conducteur très éloigné ; les armatures du condensateur C étant maintenues à un potentiel invariable à l'aide d'une pile les régions voisines du segment CA pourraient être considérées comme satisfaisant aux conditions théoriques imposées. Les extrémités positives des tubes de Fa-



raday glissent d'un mouvement uniforme suivant CA et nous pouvons considérer ces tubes comme répartis en couches successives d'égale épaisseur à raison de  $n$  par couche régulièrement distribués au tour de la section droite correspondante du fil (fig. 2)

Soit  $N$  le nombre de couches qui ont passé par le point M dans le temps  $t$  on a en désignant par  $q$  la quantité d'électricité correspondante

$$q = Nn \quad \text{d'où} \quad \frac{Nn}{t} = I$$

Traçons un cercle dont CA sera l'axe, pendant le même

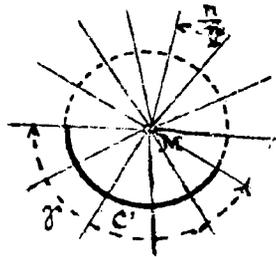


fig. 9

temps  $t$  ce cercle sera coupé par un nombre de tubes de Faraday égal à  $Nn$  et indépendant de son rayon  $R$ .

Or nous savons que:

$$\int \mathcal{H} dl = 4\pi I = \mathcal{H} C$$

$C$  désignant la périmètre de la circonférence  
Donc:

$$\mathcal{H} C = 4\pi \frac{N \cdot n}{t}$$

et si au lieu de la circonférence totale nous ne considérons qu'un arc  $C'$  qui soit au passage de chaque couche coupé par  $p$  tubes seulement on aura  $C' = C \cdot \frac{p}{n}$  et par suite

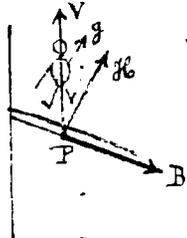
$$\mathcal{H} C' = 4\pi \frac{Np}{t}$$

Cette formule est indépendante des hypothèses faites sur  $N$ ,  $p$  et  $t$ , elle exprime que le produit du champ  $\mathcal{H}$  par l'arc  $C'$  est égal à  $4\pi$  fois le nombre des tubes de Faraday qui coupent cet arc dans l'unité de temps.

Et ce résultat qui se généralise sans difficulté nous conduit à la loi élémentaire suivante:

Le produit  $\mathcal{H} dl$  est égal au flux d'induction électrique coupé dans une seconde par l'élément  $dl$ .

En vertu du théorème de Gauss chaque tube de Faraday représente en effet un flux d'induction égal à  $\frac{1}{4\pi}$  puisqu'il correspond à une charge unité.



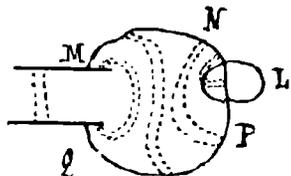
En ce qui concerne la direction de  $\mathcal{H}$  nous l'obtiendrons en appliquant la règle habituelle au cas simple qui nous a servi de point de départ. Le vecteur ainsi obtenu est perpendiculaire au plan déterminé par l'induction  $\vec{B}$  et la vitesse  $\vec{V}$  de translation du tube; Il est dirigé vers la gauche d'un observateur d'Ampère qui supposé couché dans le sens de  $\vec{V}$ , regarderait dans la direction positive de  $\vec{B}$ .

Remarquons que dans l'interprétation actuelle du phénomène nous considérons le mouvement figuré par le vecteur  $\vec{V}$  comme l'action dont l'application au tube d'induction figuré par  $\vec{B}$  a pour effet l'existence du champ magnétique  $\mathcal{H}$ .

Nous concluons donc l'observateur d'Ampère sur le vecteur qui caractérise l'action et ses regards étant dirigés dans le sens du vecteur représentatif de l'objet qui subit cette action, sa gauche

nous indique le sens du vecteur qui figure l'effet résultant  
 Sous cette forme générale cette règle est applicable à divers phénomènes que nous étudierons ultérieurement et il convient de se familiariser avec son emploi.

Revenons sur la décharge du condensateur envisagée au point de vue de Faraday et considérons une courbe fermée  $I_1$  qui enlace une fois le fil conjonctif MNPQ.



Le produit de l'intégrale  $\int \mathcal{H} dl$  par  $dt$  représente le produit par  $4\pi$  du nombre des tubes de Faraday qui traversent le contour  $I_1$  dans le temps  $dt$ .

Si nous faisons la somme  $\int_0^{t_1} dt \int \mathcal{H} dl$  étendue à toute la durée  $t_1$  de la décharge cette intégrale représentera précisément le travail de l'impulsion magnétique totale  $\int_0^{t_1} \mathcal{H} dt$  le long du contour  $I_1$ , car on a :

$$\int_0^{t_1} dt \int_{I_1} \mathcal{H} dl = \int_{I_1} dl \int_0^{t_1} \mathcal{H} dt$$

Le premier membre est égal à  $4\pi$  fois le nombre total de tubes de Faraday qui ont coupé le contour  $I_1$ . Or dans le cas actuel ce nombre représente précisément la charge initiale  $q$  du condensateur, puisque tous les tubes primitivement compris entre les armatures sont venus s'évanouir en se refermant sur eux-mêmes en un point d'ailleurs quelconque du circuit métallique MNPQ et ont dans ce mouvement nécessairement coupé la courbe  $I_1$ .

L'expérience nous apprend d'ailleurs que le second membre est bien égal à  $4\pi q$  puisque comme nous l'avons observé plus haut les résultats qu'elle fournit concordent tous avec ceux qu'on obtient en appliquant la formule élémentaire de Laplace en y substituant à la considération de l'intensité  $I$  et du champ  $\mathcal{H}$  celle de la charge totale  $q$  et de l'impulsion magnétique  $\int_0^{t_1} \mathcal{H} dt$ .

À l'équation

$$\int_{I_1} \mathcal{H} dl = 4\pi I$$

correspond donc bien

$$\int_{I_1} dl \int_0^{t_1} \mathcal{H} dt = 4\pi q$$

196 — Généralisation de la définition du courant; courant dans le diélectrique. — Nous avons vu (N° 137) que dans le cas des

courants permanents à travers des conducteurs de forme quelconque on avait en désignant par  $\bar{i}$  l'intensité spécifique en un point quelconque :

$$\int_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = 4\pi \int_S \bar{i} \cdot d\vec{S}$$

La première intégrale étant étendue au contour  $C$  sur lequel s'appuie la surface  $S$  traversée par le flux  $\int_S \bar{i} \cdot d\vec{S}$  du champ ( $\bar{i}$ ).

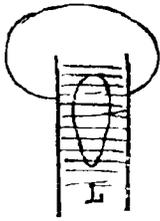
Lorsque le contour  $C$  se rétrécit de manière que la surface  $S$  se réduise à l'élément  $dS$  on a :

$$\dots \quad i \, ds = \lim \frac{1}{4\pi} \int_C \vec{H} \cdot d\vec{l}$$

et cette équation permet le calcul de  $\bar{i}$  au point où se trouve l'élément  $dS$

Maxwell a été conduit à la considérer comme définissant l'intensité spécifique  $\bar{i}$  en un point quelconque de l'espace et à une époque arbitraire de l'état variable d'un système électrisé.

Cette généralisation entraîne comme conséquence le fait que, tant qu'un état de régime permanent ou d'équilibre n'est pas établi certaines parties du diélectrique, sinon sa totalité, doivent être considérées comme parcourues par des courants.



Soit par exemple un élément  $dS$  pris dans la région qui sépare les armatures d'un condensateur pendant la décharge la différence entre le nombre  $n$  de tubes de Faraday qui sortent du contour de cet élément et le nombre  $n'$  de ceux qui y pénètrent représente le quotient, par  $4\pi$ , de la variation du flux d'induction à travers ce contour; elle n'est pas nulle et d'après ce que nous avons vu précédemment,

on aura :

$$\lim : \frac{n-n'}{dt} = \frac{1}{4\pi} \frac{d\vec{B}}{dt} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{4\pi} \int_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \bar{i} \cdot dS$$

donc :

$$\bar{i} = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{d\vec{B}}{dt}$$

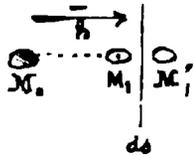
Si ailleurs  $H$  et  $K$  désignant respectivement la force électrique et le pouvoir inducteur spécifique relatif à l'élément on a :  $\vec{B} = K\vec{H}$

$$\bar{i} = \frac{K}{4\pi} \cdot \frac{d\vec{H}}{dt}$$

Nous allons parvenir à la même conclusion en partant de la définition générale de l'intensité donnée précédemment (n° 194) et en nous basant sur le mécanisme hypothétique qui nous a servi à expliquer les propriétés des diélectriques.

Reprenons les notations de la 5<sup>e</sup> leçon et calculons la quantité

d'électricité qui traverse une surface  $ds$  normale au champ électrique  $H$  en supposant pour simplifier que dans la région considérée la force électrique passe de la valeur  $H$  à la valeur  $H + dH$  sans changer de direction.



Dans ces conditions la quantité d'électricité positive  $N d\omega$  qui provient de l'élément  $d\omega$  situé en  $M_0$  et qui se trouvait en  $M_1$  à la distance  $dL$  donnée par la relation

$$\bar{H} = \psi dL$$

vient en un point  $M_1'$  tel qu'on ait  $M_0 M_1' = d \cdot dL = \frac{1}{\psi} dH$  et traverse  $ds$  pourvu que la distance de l'élément  $M_0$  à cette surface  $ds$  soit comprise entre  $dL$  et  $dL + d \cdot dL$ . En faisant la somme des quantités d'électricité provenant des éléments qui satisfont à cette condition on obtient:

$$dq = N \cdot ds \cdot dL = \frac{N}{\psi} dH ds$$

La quantité d'électricité négative qui traverse la surface en sens opposé lui est égale et on a:

$$dq + dq' = \frac{2N}{\psi} dH ds$$

Non. Exigé.  
Pour éviter toute confusion désignons ici par  $j$  la polarisation électrique, on a:

$$\frac{2N}{\psi} H = j$$

et il vient:  $\frac{dq + dq'}{dt} = dI = ds \cdot \frac{dj}{dt}$  et  $\bar{i} = \frac{dI}{ds} = \frac{dj}{dt}$

Les relations  $j = \chi H$   $K = 1 + 4\pi \epsilon \chi$  donnent en éliminant  $j$ :

$$\bar{i} = \frac{K-1}{4\pi \epsilon} \frac{dH}{dt}$$

$K$  désignant le pouvoir spécifique absolu et  $\epsilon$  le coefficient inconnu qui doit entrer dans la formule de Coulomb.

Or nous avons vu (N° 51) que, si avec Maxwell et Faraday on considère l'énergie comme entièrement contenue dans le diélectrique il suffit de supposer que dans le système d'unités électrostatiques la valeur de  $\epsilon$  est très grande; dès lors en vertu des conventions faites (N° 49)

$$\bar{i} = \frac{K}{4\pi} \frac{dH}{dt}$$

On verrait sans grande difficulté que cette égalité géométrique subsiste lors même que l'accroissement  $dH$  n'est pas parallèle à  $H$ .

197 — Équations de Maxwell. — Supposons qu'au point occupé par l'élément  $dS$  la matière participe à la fois des propriétés des diélectriques et des corps conducteurs.

La force électrique étant  $\bar{H}$  une quantité  $dq = \gamma \bar{H} dS dt$  traversera en outre l'élément  $dS$  où la conductivité est  $\gamma$  de sorte que l'intensité spécifique totale sera :

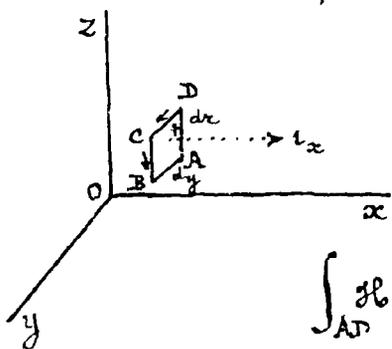
$$\bar{i} = \frac{K}{4\pi} \cdot \frac{d\bar{H}}{dt} + \gamma \bar{H}$$

En exprimant que le travail du vecteur  $\bar{H}_0$  le long d'un contour quelconque  $L$  est égal à  $4\pi$  fois le flux de  $\bar{i}$  à travers ce contour nous avons l'équation :

$$\int_L \bar{H}_0 dl = 4\pi \int_S \left( \frac{K}{4\pi} \cdot \frac{d\bar{H}}{dt} + \gamma \bar{H} \right) dS$$

C'est une relation fondamentale due à Maxwell, qui établit un premier lien entre le champ magnétique  $\bar{H}_0$  et la force électrique  $\bar{H}$  en un point quelconque du champ électromagnétique.

Prends des axes de coordonnées rectangulaires et appliquons cette équation à un contour infinitésimal formé par un rectangle dont les côtés sont parallèles aux axes  $oy$  et  $oz$  et ont pour valeurs  $dy$  et  $dz$ .



Le second membre de l'équation de Maxwell se réduit à  $4\pi i_x dy dz$ . Quant au premier il nous donne en désignant par  $H_x, H_y, H_z$  les composantes de  $\bar{H}$  au point A de coordonnées  $(x, y, z)$

$$\int_{AD} \bar{H} dl = H_z dz ; \quad \int_{BA} \bar{H} dl = -H_y dy$$

$$\int_{CB} \bar{H} dl = \left( H_z + \frac{\partial H_z}{\partial y} dy \right) dz \quad \int_{DC} \bar{H} dl = \left( H_y + \frac{\partial H_y}{\partial z} dz \right) dy$$

donc

$$\int_{ADCB} \bar{H} dl = \left( \frac{\partial H_y}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial y} \right) dy dz$$

et par conséquent

$$\frac{\partial H_y}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial y} = 4\pi i_x = K \frac{dH_x}{dt} + 4\pi \gamma H_x$$

on aurait de même

$$\frac{\partial H_z}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial z} = K \frac{dH_y}{dt} + 4\pi \gamma H_y$$

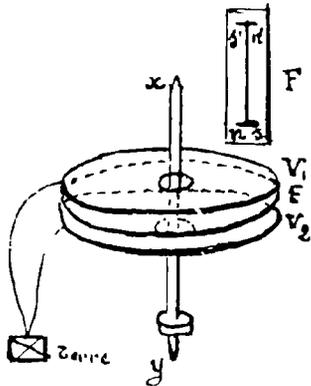
$$\frac{\partial H_x}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial x} = K \frac{dH_z}{dt} + 4\pi \gamma H_z$$

À l'intérieur des corps bons conducteurs le produit  $K \frac{d\vec{H}}{dt}$  peut être considéré comme pratiquement nul ; au contraire, au sein d'un diélectrique parfait  $\gamma = 0$  et le premier terme subsiste seul.

On voit que pour pouvoir résoudre les problèmes relatifs à l'état variable il est nécessaire d'établir une deuxième relation entre les vecteurs  $\vec{H}$  et  $\vec{H}$  ; nous ne tarderons pas à montrer comment on y est parvenu, mais avant d'abandonner les considérations actuelles nous allons indiquer une de leurs conséquences, qui a fait l'objet d'une vérification expérimentale importante.

198 — Expériences de Royland. — Lorsque des corps chargés d'électricité se déplacent avec leurs charges à travers un diélectrique le champ d'induction électrique se trouve modifié et si les considérations précédentes sont fondées il doit en résulter des actions magnétiques identiques à celles produites par la circulation d'un courant électrique ordinaire.

Ce fait prévu par Maxwell a été vérifié pour la première fois par des expériences directes exécutées par Royland.

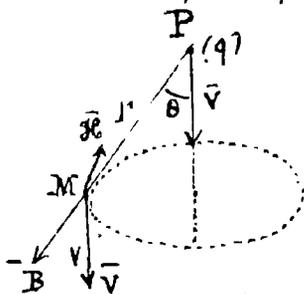


Le dispositif employé par ce physicien était en principe le suivant.

Un disque d'ébonite  $E$  doré annulairement sur ses deux faces tournait rapidement autour d'un axe vertical  $xy$  ; et était placé entre deux disques de verre également dorés,  $V_1$  et  $V_2$ .

La dorure de ces deux derniers disques était mise en communication métallique avec la terre et, grâce au double condensateur ainsi formé on pouvait faire porter à l'armature constituée par la dorure du disque d'ébonite

une charge assez considérable pour que son mouvement fût capable de produire un effet magnétique sensible sur un système asthétique  $NSN'$  placé dans le voisinage et mis à l'abri des actions électrostatiques par l'emploi d'un écran métallique de Faraday  $F$ .



L'effet constaté par Royland a été identique à celui qu'aurait produit le transport de la même quantité d'électricité par un courant voltaïque.

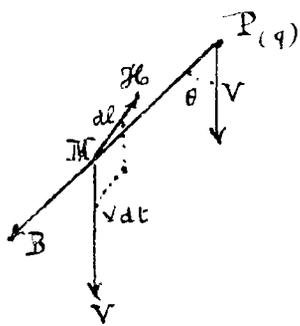
Évaluons le champ  $H$  produit en un point  $M$  par le déplacement d'une particule matérielle  $P$  qui transporte par convection une

charge  $q$  et est animée d'une vitesse  $V$ .

Nous admettrons que ce corps entraîne avec lui sans qu'ils soient déformés les tubes de Faraday qui caractérisent l'état du champ électrostatique qui l'environnerait s'il était au repos.

Dans ces conditions la composante  $\mathcal{H}_b$  du champ due au mouvement de ce corps doit être normale au plan  $B$ .  $\bar{V}$  déterminé par la direction  $\mathcal{B}$  du tube de Faraday et par sa vitesse  $V$  de déplacement.

Nous obtiendrons sa valeur en écrivant conformément à ce que nous avons vu précédemment (N° 195) que le produit  $\mathcal{H}_b dl dt$  est égal au flux coupé par l'élément  $dl$  dans le temps  $dt$ .



Prenez  $dl$  dans le sens de  $\mathcal{H}_b$  et soit  $\theta$  l'angle que fait la vitesse  $\bar{V}$  avec le segment  $PM = r$ ; le flux coupé par l'élément  $dl$  dans le temps  $dt$  est égal au produit de la surface du parallélogramme construit sur les éléments  $dl$  et  $V dt$  par la projection de  $\mathcal{B}$  sur la normale à cet élément donc :

$$\mathcal{B} \cdot dl \cdot V dt \cdot \sin \theta = \mathcal{H}_b dl dt$$

d'où

$$\mathcal{H}_b = \mathcal{B} V \sin \theta$$

et en appliquant le théorème de Gauss au flux d'induction à travers la sphère de rayon  $r$  tracée autour du point  $P$ :

$$4\pi r^2 \mathcal{B} = 4\pi q ; \quad \mathcal{B} = \frac{q}{r^2}$$

et par suite :

$$\mathcal{H}_b = \frac{qV \cdot \sin \theta}{r^2}$$

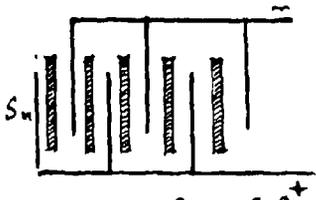
Cette valeur est celle qu'indique la formule de Laplace pour un élément de courant de longueur  $V dt$  et d'intensité  $I = \frac{q}{dt}$

## 20<sup>e</sup> Leçon

### Application du galvanomètre balistique. Comparaison des unités électromagnétiques et électrostatiques.

199. — Application du galvanomètre balistique. — Au cours de la leçon précédente nous avons vu comment le galvanomètre balistique peut être employé pour comparer entre elles les capacités.

Dans l'industrie on réalise des condensateurs de grande capacité avec des feuilles d'étain séparées par des feuilles de mica ou de papier paraffiné. Ses feuilles d'étain, d'ordre pair communiquent entre elles et leur ensemble forme l'une des armatures; celles d'ordre impair également en communication entre elles et isolées des autres forment l'autre armature.



Les trois opérations que l'on a à exécuter le plus fréquemment avec le galvanomètre balistique sont les suivants:

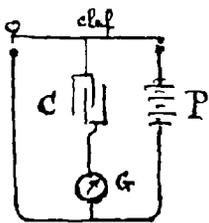
1° Mesure d'une capacité. — On charge le condensateur sous une différence de potentiel donnée  $e$  (en unité électro-magnétique).

On le décharge à travers un galvanomètre et l'observation de l'arc d'impulsion donne la mesure de  $q$ .

$$q = ec \quad \text{d'où} \quad c = \frac{q}{e}$$

2° Mesure d'une différence de potentiel. — Lorsque la capacité d'un condensateur est déterminée, on peut inversement s'en servir pour déterminer la différence de potentiel d'une source quelconque, en chargeant le condensateur avec cette source et mesurant la quantité d'électricité recueillie par la décharge à travers le galvanomètre.

3° Étalage d'un galvanomètre balistique. — Inversement lorsqu'on dispose d'un condensateur de capacité connue et d'une différence de potentiel également connue on peut tarer le galvanomètre balistique quel qu'il soit c'est-à-dire déterminer le facteur par lequel on doit multiplier l'arc d'impulsion pour obtenir la quantité d'électricité.



Le dispositif est encore le même que celui dont le schéma a déjà été indiqué dans la précédente leçon et est reproduit ci-contre; les piles P sont alors des couples étalons convenablement préparés et l'on connaît  $e$  et  $C$ .

Cette disposition permet comme nous l'avons vu (N° 192) de mesurer l'arc d'impulsion du galvanomètre non seulement à la décharge, mais

encore à la charge du condensateur, ce qui rend les observations symétriques et en même temps permet certains contrôles.

200 — Unité de capacité, unité pratique ou Farad. —

Son unité électromagnétique de capacité se définit comme en électrostatique

272.

par la relation  $c = \frac{q}{e}$ .

C'est la capacité d'un condensateur qui prend une charge unité quand la différence de potentiel de ses armatures est égale à l'unité.

L'unité pratique de capacité est la capacité d'un condensateur qui contient un Coulomb pour une différence de potentiel d'un volt entre ses deux armatures.

On la nomme Farad.

Exprimée en unités C & S elle vaut :

$$C_1 = \frac{q_1}{e_1} = \frac{1}{10^9} = 10^{-9} \text{ d'unité C \& S de capacité}$$

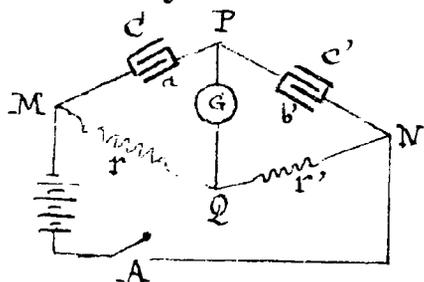
C'est une énorme capacité relativement aux capacités usuelles; aussi prend-on le plus souvent un sous-multiple un million de fois plus petit le microfarad ( $10^{-9} \times 10^{-6} = 10^{-15}$  de l'unité C & S de capacité).

Dans la télégraphie sous-marine les câbles, qui fonctionnent aussi comme des condensateurs, ne doivent pas avoir plus de  $\frac{1}{3}$  de microfarad par mille mètres (1852<sup>m</sup>).

## 201 — Comparaison des capacités. — Méthode du Pont de Wheatstone.

On dispose les capacités à comparer C et C' dans deux branches consécutives du pont et des résistances variables r et r' dans les deux autres branches.

Le galvanomètre et la pile étant placés comme l'indique



le schéma ci-contre on règle les résistances r et r' de manière à ce que le galvanomètre reste au zéro lorsqu'on abaisse la clef A.

On a alors :

$$\frac{C}{C'} = \frac{r'}{r}$$

En effet pendant la période variable de durée très courte qui précède l'établissement du régime permanent dans ce système le galvanomètre G n'a subi aucune impulsion et par suite la somme algébrique des quantités d'électricité qui ont pu le traverser est nulle, par conséquent les charges des armatures a et b' sont égales et de signes contraires

On a :

$$q = C(U_M - U_P) = C'(U_P - U_N)$$

$U_M, U_P, U_N$  designant les potentiels des points M, P et N lorsque le régime permanent est établi.

N'ailleurs lorsqu'il en est ainsi l'aiguille du galvanomètre

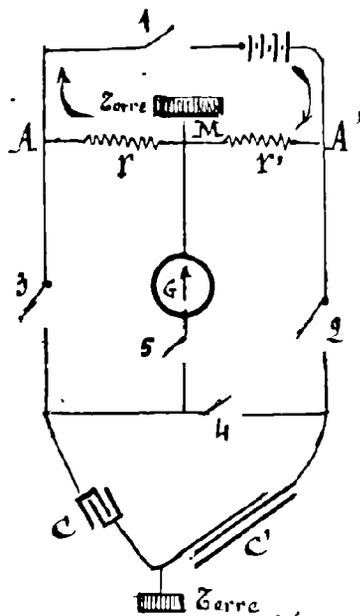
continuant à rester immobile c'est que  $V_p = V_p$ .

Le courant  $I$  qui traverse les résistances  $r$  et  $r'$  satisfait aux relations  $I = \frac{V_p - V_p}{r} = \frac{V_p - V_p}{r'}$  et on déduit facilement de ces diverses équations la relation annoncée

$$Cr = C'r'$$

Cette méthode est bonne lorsque les condensateurs  $C$  et  $C'$  sont construits avec d'excellents isolants (mica, paraffine) comme cela a lieu pour les condensateurs étalons qu'on trouve dans le commerce\*. Lorsqu'il n'en est pas ainsi il se produit un courant de perte entre les armatures qui vient fausser le résultat. Il vaut mieux alors employer le dispositif suivant indiqué par Lord Kelvin et qui est d'un usage constant pour évaluer la capacité des câbles sous-marins.

2<sup>e</sup> Méthode de Lord Kelvin. - On ferme la clef 1, de manière



à établir un courant permanent d'intensité  $I$  qui traverse les résistances  $r$  et  $r'$ . Comme le point  $M$  est à la terre le potentiel en  $A$  et en  $A'$  a respectivement pour valeurs:

$$V = r'I \quad \text{et} \quad V = -r'I$$

En abaissant alors 3 et 2

$$C \text{ prend une charge } q = -Cr'I$$

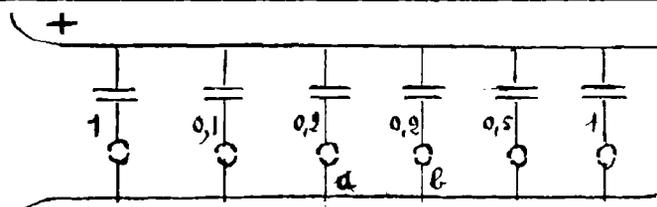
$$C' \text{ prend une charge } q' = C'r'I$$

En abaissant 4 les deux condensateurs se déchargent l'un dans l'autre et si  $r$  et  $r'$  ont été choisis convenablement on pourra neutraliser complètement  $q$  par  $q'$

Il faut pour cela que

$$Cr = C'r'$$

et l'on reconnaît qu'il en est ainsi lorsque après avoir réuni par (4) les armatures de ces condensateurs on n'ob.



logues à celles des boîtes de résistance.

Elles sont graduées en microfarads et fractions de microfarad.

En bouchant les trous a et b (cas de la figure) on obtient une capacité de 0,4 microfarad par exemple.

On trouve dans l'industrie des boîtes de capacité formées d'un certain nombre de condensateurs que l'on peut grouper en surface par l'introduction de chevilles ana-

tient aucun effet en les déchargeant à l'aide de (5) à travers le galvanomètre G.

**202** — **Choix des unités pratiques (Ohm, Volt, Ampère, Coulomb, Joule, etc., etc.) dérivées du système C.G.S.** — Nous avons précédemment donné au fur et à mesure des besoins les définitions des unités qui servent à mesurer dans le système C.G.S. les différentes grandeurs que nous avons rencontrées dans l'étude de l'électromagnétisme; nous avons indiqué en même temps les facteurs numériques par lesquels il convient de les multiplier pour obtenir les unités correspondantes du système pratique. Actuellement nous allons rappeler les notions déjà acquises sur ce point en les complétant par l'indication succincte des raisons qui ont guidé les électriciens dans le choix des unités pratiques dont il font usage.

Nous savons que les unités de résistance et de force électromotrice ont été définies en s'imposant comme conditions:

1<sup>o</sup> Que le produit  $RI^2t$  de la formule de Joule exprime en unité de travail l'énergie calorifique dégagée.

2<sup>o</sup> Qu'il n'y ait pas de coefficient parasite dans la formule d'Ohm  $U_A - U_B = rI$ .

Or dans le système C.G.S. la quantité de chaleur correspondant au travail d'un erg (dyne-centimètre; environ un milligramme centimètre) est si petite que la résistance correspondante est beaucoup trop faible pour servir d'unité pratique. Il a donc fallu adopter un multiple de cette unité C.G.S. et on a choisi le facteur  $10^9$  qui reproduit justement à  $\frac{1}{15}$  près la résistance de l'unité de Siemens (N<sup>o</sup> 97) qui était en usage avant l'adoption de l'unité pratique actuelle à laquelle on a donné le nom de Ohm.

L'Ohm qui est égal à  $10^9$  unités C.G.S. est réalisé par une colonne de  $106^{\text{cm}}$  de mercure à la température zéro et ayant un millimètre carré de section. Sa résistance de 1 Ohm est approximativement celle d'un fil de cuivre rouge de  $1^{\text{m.m}}$  de diamètre et  $50^{\text{m}}$  de longueur.

L'unité C.G.S. de f.é.m. étant également trop petite; on a choisi comme unité pratique le multiple  $10^8$  qui représente à très peu près la force électromotrice d'un couple Daniell (cuivre | sulfate de cuivre | sulfate de zinc | zinc) que les physiciens avaient adopté primitivement comme unité conventionnelle; on la nomme Volt.

Le volt est l'unité pratique de force électromotrice, il est égal à  $10^8$  unités C.G.S.\*

\* Il est évidemment regrettable qu'on n'ait pas adopté la même puissance de

L'adoption du volt et de l'ohm a obligé d'abandonner comme unité pratique l'unité C.G.S. d'intensité dont l'ordre de grandeur était cependant celui des courants employés. En effet il faut que l'unité pratique d'intensité satisfasse à la formule d'Ohm:

$$I_1 = \frac{e_1}{r_1}$$

c'est-à-dire que le quotient des mesures de  $e$  et de  $r$  soit égal à l'unité lorsqu'on fait  $e_1 = 1$   $r_1 = 1$  substituant la valeur de  $e_1$  et de  $r_1$  en unités C. G. S. il vient:

$$I_1 = \frac{10^9}{10^{10}} = 10^{-1} = \frac{1}{10}$$

c'est pour cette raison que l'unité pratique d'intensité, l'Ampère est le dixième de l'unité C.G.S.

Rappelons que l'on a pris (voir n° 75) comme unité pratique de quantité d'électricité le Coulomb qui comme l'Ampère est le  $\frac{1}{10}$  de l'unité C. G. S. correspondante.

Comme on l'a vu ci-dessus

L'expression

$$r I^2 t$$

représente un travail exprimé en ergs lorsqu'on y substitue les valeurs de  $r$ ,  $I$  et  $t$  évaluées en unités C. G. S. L'adoption des unités pratiques (ohm et Ampère) a conduit à la création d'une unité pratique de travail nommée "Joule".

Le Joule vaut  $10^7$  ergs; il est utile de se rappeler que le Joule valant  $\frac{1}{9.81} = 0,102$  Kilogrammètre, la valeur d'un travail exprimé en Kilogrammètres est sensiblement le dixième de la valeur exprimée en Joules.

Un joule correspond à 0,24 calories grammes. (environ  $\frac{1}{4}$ ).

Enfin le "Watt" unité pratique de puissance est la puissance d'un électromoteur capable de produire un joule par seconde; il vaut naturellement  $10^7$  unités C. G. S. comme le joule dont il dérive.

Il correspond à 0,102 Kilogrammètre par seconde.

Un kilowatt (1000 Watts : seconde) = 102 Kilogrammètres : seconde.

Si on compare le Watt à l'ancienne unité le "cheval vapeur" qui vaut 75 Kilogrammètres on trouve que :

Un cheval vapeur équivaut à 736 Watts.

10 à savoir  $10^9$  pour définir l'unité pratique de force électromotrice : l'unité pratique d'intensité aurait été précisément l'unité C. G. S. De plus le facteur  $10^9$  est facile à retenir, c'est le nombre de centimètres contenu dans le quart du méridien terrestre, base première du système métrique. En effet 10 millions de mètres ou 10.000.000  $m$ , = 10.000.000  $\times$  100 =  $10^9$  centimètres

Enfin il convient de signaler que dans la pratique industrielle les expressions Joule et Coulomb ne sont pas employées ; on préfère évaluer les quantités d'électricité en Ampère-heure (courant d'un ampère maintenu pendant une heure) et l'énergie en Watt-heure (travail fourni par un moteur dont la puissance est un Watt et qui fonctionne pendant une heure)

1 Ampère-heure et le Watt-heure valent respectivement 3600 Coulombs et 3600 Joules.

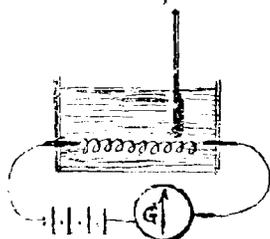
### 203 — Détermination de l'Ohm. — Ohm international.

Nous avons déjà indiqué (N° 70) la manière dont on peut déterminer l'unité d'intensité ; en ce qui concerne l'unité de résistance sa détermination peut résulter d'une expérience calorimétrique :

La formule de Joule nous donne en effet :

$$JQ = rI^2t$$

En faisant passer un courant, dont l'intensité  $I$  est mesurée au galvanomètre normal, à travers un fil de résistance  $r$  immergé dans un calorimètre on aura en mesurant  $Q$  et la durée de l'expérience  $t$  :



$$r = \frac{JQ}{I^2t}$$

La résistance  $r$  se trouvera ainsi évaluée en unité C.G.S. et connue en Ohm en divisant le nombre obtenu par  $10^9$ .

Cette méthode suppose connu l'équivalent mécanique  $J$ .

M. Eppmann a proposé de la modifier comme il suit :

On prend un courant assez intense que l'on fait passer pendant assez longtemps dans le calorimètre pour que la température prenne une valeur stationnaire  $\theta$ .

On a alors dans chaque unité de temps

$$rI^2 = JQ = f(\theta)$$

et la perte de chaleur par rayonnement est égale à la chaleur reçue par l'appareil.

Supprimant le courant on remplace la résistance  $r$  par un appareil qui dégage de la chaleur par frottement, en absorbant un travail  $\mathcal{E}$  que l'on évalue au frein de Prony et que l'on règle de manière à produire le même état stationnaire ; on a alors :

$$\mathcal{E} = JQ = f(\theta) = rI^2$$

d'où

$$r = \frac{\mathcal{E}}{I^2}$$

Les phénomènes d'induction que nous étudierons bientôt fournissent d'autres méthodes pour déterminer les résistances en valeur absolue; Ce sont ces diverses déterminations qui ont permis d'établir que la résistance de 1 Ohm était représentée par une colonne de mercure de 1<sup>mill</sup> carré de section à zéro degré centigrade et dont la longueur est comprise entre 106,2 et 106,3 centimètres.

On conçoit que la longueur exacte de la colonne mercurielle qui correspond à l'Ohm théorique sera d'autant mieux connue que les procédés de mesure employés deviendront plus précis et l'on s'est trouvé en présence d'une question analogue à celle qui s'est présentée lorsqu'on a voulu définir l'unité de longueur considérée comme la 40.000.000<sup>ième</sup> partie du méridien terrestre.

Comme il serait gênant d'apporter des petits changements à l'unité choisie au fur et à mesure des progrès réalisés dans la technique expérimentale, on a par convention adopté une unité de résistance invariable désignée sous le nom d'Ohm international et qui est définie comme il suit:

L'Ohm international est représenté par la résistance d'une colonne de mercure de section uniforme de 106<sup>cm</sup> 3 de longueur et ayant une masse\* de 14,4521, le mercure étant à la température de la glace fondante, sous la pression atmosphérique normale.

On voit que dans cette définition l'indication de la section (1<sup>mm</sup>) du tube est remplacée par celle de la masse de mercure qui remplit un tube ayant 106<sup>cm</sup> 3 de long et la section de 1<sup>millimètre</sup> carré. On se rapproche ainsi des conditions expérimentales car la mesure de la section d'un tube ne peut se faire que par un calibrage suivi de la pesée du mercure qu'il contient.

## 204. — Rappel des formules de dimensions des unités électromagnétiques. — Pour compléter ici ce qui est relatif aux unités nous allons rappeler rapidement leurs définitions et les formules

\* L'adoption de l'Ohm international est postérieure au Congrès international tenu à Chicago en 1893; on avait précédemment adopté (1882-84) un Ohm auquel on a donné le nom d'Ohm légal et qui était égal à la résistance d'une colonne de mercure de 1<sup>mill.</sup> de section et de 106<sup>cm</sup> de longueur à zéro degré. etc.

L'Ohm légal n'est plus en usage actuellement et les boîtes de résistance sont graduées en Ohms internationaux.

278

de dimensions correspondantes.

L'étude du courant nous a conduit à envisager deux notions nouvelles qui sont :

1° L'intensité - Définie par la formule de "Laplace"

$$dF = \frac{\lambda m I ds \sin \theta}{r^2} \quad (\text{avec } \lambda=1)$$

dans cette formule la masse magnétique  $m$  est donnée par la loi de Coulomb :

$$F = K' \frac{m \cdot m_1}{r^2} \quad (\text{avec } K'=1)$$

on en déduit pour la formule de dimension de I

$$I = L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$$

Unité pratique : l'ampère =  $\frac{1}{10}$  u. C.G.S.

L'intensité spécifique  $i = \frac{I}{S}$  a pour dimensions  $(i) = L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$

2° La résistance dont nous avons rattaché l'unité aux unités mécaniques par la loi de Joule :

$$W = r I^2 t$$

d'où

$$r = L T^{-2}$$

Unité pratique : l'Ohm =  $10^9$  u. C.G.S.

De la résistance dérivent les définitions

a) de la résistivité

$$\rho = \frac{r S}{L} = L^2 T^{-2}$$

(Expression pratique en Ohm x centimètres)

b) de la conductance  $G = \frac{1}{R} = L^{-1} T^2$

c) de la conductivité  $\gamma = \frac{1}{\rho} = L^{-2} T^2$

La définition des unités des autres grandeurs dérive des précédentes comme il suit :

1° La quantité d'électricité :

d'où Par l'équation de Faraday  $q = It$

$$q = L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}}$$

Unité pratique : le Coulomb =  $\frac{1}{10}$  u. C.G.S. ou mieux l'ampère-heure = 3600 Coulombs.

2° La force électromotrice ou différence de potentiel.

Par la loi d'Ohm

$$V = e = rI$$

$$V = e = L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2}$$

Unité pratique : le Volt =  $10^8$  u. C.G.S.

### 3° La capacité

d'où  $q = ce$  ;  $c = \frac{q}{e} = \frac{It}{rI} = \frac{t}{r}$   
 $c = L^{-1} T^2$

Unité pratique le Farad =  $10^{-9}$  u.c.g.s.  
 Le microfarad est presque exclusivement employé.  
 4° L'énergie électrique

$W = r I^2 t = e I t = e q$   
 $W = L^2 M T^{-2}$  s'exprime en ergs  
 et pratiquement en Joules ou mieux en Watt-heure : le joule =  $10^7$  u.c.g.s. =  $10^7$  ergs  
 5° La puissance électrique

$P = \frac{W}{T} = r I^2 = e I$   
 $P = L^2 M T^{-3}$  (erg par seconde)  
 s'exprime en Watt ; le Watt =  $10^7$  u.c.g.s.  
 =  $10^7$  erg : seconde

205 — Comparaison des unités électrostatiques et électromagnétiques. — On peut évaluer une même quantité d'électricité, une même différence de potentiel, la capacité d'un même condensateur etc. .... en employant indifféremment les méthodes de mesures électrostatiques ou électromagnétiques.

Les nombres obtenus dans chaque cas seront différents parce que les unités qui servent à évaluer ces grandeurs ont été choisies indépendamment les unes des autres et ne sont pas les mêmes dans les deux systèmes.

Il est donc utile de déterminer les coefficients de transformation qui permettent de passer d'un système à l'autre pour chaque espèce de grandeur.

Remarquons d'abord que si dans chaque système on se donne les unités qui correspondent à deux mêmes éléments toutes les autres s'en déduisent par des formules identiques.

Considérons, par exemple, les unités de quantité d'électricité et de différence de potentiel dans les deux systèmes. Nous écrivons en réservant l'indice  $s$  pour les unités électrostatiques

$q = \alpha q_s$                        $U = \beta U_s$

et la connaissance de  $\alpha$  et  $\beta$  résoudrait complètement le problème puisque les unités  $q$  et  $q_s$  qui dans chaque système se rapportent à la même grandeur ( $Q$ ), d'ailleurs quelconque, peuvent s'exprimer

mer en fonction des deux éléments choisis et des unités fondamentales  $L, M, T$  par des relations identiques

$$g = f(q, U, L, M, T) \quad g_s = f(q_s, U_s, L, M, T)$$

dans lesquelles  $f$  désigne une même expression, notée en  $q, U, L, M$  et  $T$ \*, d'où en négligeant d'écrire les quantités  $L, M, T$  qui sont les mêmes dans les deux systèmes

$$g = f(\alpha q_s, \beta U_s) = f(\alpha, \beta) f(q_s, U_s) = f(\alpha, \beta) g_s$$

Une deuxième simplification résulte de ce que le choix des unités a été tel que les produits  $q_s U_s$  et  $q U$  sont respectivement égaux à l'unité de travail et d'énergie

$$q U = q_s U_s = \alpha \beta q_s U_s$$

Donc:

$$\alpha = \frac{1}{\beta}$$

et le passage d'un système à l'autre ne dépend que de la connaissance d'un seul coefficient.

**206 — Expériences de Kohlrausch et Weber; détermination de  $V$ .** — Pour déterminer ce coefficient il suffira d'évaluer une même quantité d'électricité dans les deux systèmes. C'est ce qu'ont fait Weber et Kohlrausch en mesurant de deux manières différentes la charge d'un même condensateur.

1° Mesure électrostatique. — On détermine par communication lointaine le rapport de la capacité du condensateur à celle d'une grosse sphère isolée; puis la différence de potentiel entre les armatures avec un électromètre gradué en valeur absolue.

2° Mesure électromagnétique. — On décharge le condensateur en réunissant les deux armatures par un circuit contenant un galvanomètre balistique. Mais pour éviter une dé-

\* En voici quelques exemples:

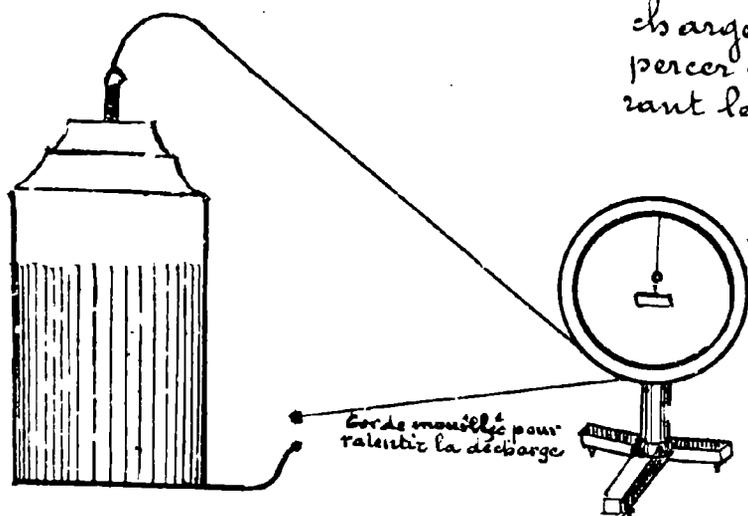
L'unité de force électrique ou de champ  $H$  déterminée par la condition, que le produit  $H L$  de  $H$  par l'unité de longueur  $L$  représente l'unité de potentiel  $V$  satisfait à la relation

$$H = \frac{V}{L} = V L^{-1}$$

De même pour le flux d'induction électrique  $B = \frac{4\pi Q}{S} = 4\pi Q L^{-2}$

Pour le pouvoir inducteur spécifique  $K = \frac{B}{H} = \frac{4\pi Q L^{-2}}{V L^{-1}}$

Pour l'intensité  $I = q T^{-1}$



Charge trop brusque qui pourrait percer les couches isolantes séparant les fils du galvanomètre, on intercale dans le circuit un corps mauvais conducteur, comme une corde mouillée. Connaissant le rayon du cadre du galvanomètre et le nombre de tours du fil, on peut en déduire la constante galvanométrique et l'observation de l'élongation

permet de calculer en unités électromagnétiques la quantité d'électricité  $q$  qui a traversé le circuit.

Si  $x$  et  $y$  désignent les nombres obtenus dans chaque mesure,  $q_0$  et  $q$  les grandeurs prises comme unité on a :

$$x q_0 = y q$$

$$\frac{q}{q_0} = \frac{x}{y} = \alpha$$

Or l'expérience a donné  $\frac{x}{y} = 3 \times 10^{10}$  qui représente précisément la vitesse de la lumière en unités C.G.S. et c'est pour cela que l'on désigne habituellement ce coefficient  $\alpha$  par la lettre  $v$ . Il est évident que ce résultat des plus remarquables ne pouvait être considéré comme le fait d'une coïncidence fortuite et c'est en cherchant à en découvrir l'origine que Maxwell a été conduit à sa théorie électromagnétique de la lumière qui fut confirmée plus tard par les expériences de Hertz.

L'unité électromagnétique de quantité est  $v$  fois plus grande que l'unité électrostatique.

Le contraire a lieu, pour l'unité de force électromotrice ou de différence de potentiel ; car nous avons vu que  $(q_0 v_0 = q v)$ .

Application :

Quantité —  $q_0 = \frac{q}{3 \cdot 10^{10}} = \frac{10 \text{ coulombs}}{3 \cdot 10^{10}} = \frac{1}{3 \cdot 10^9} \text{ Coulomb}$

Potentiel —  $v_0 = 3 \cdot 10^{10} v = 3 \cdot 10^{10} \cdot 10^{-8} \text{ volts} = 300 \text{ volts}$

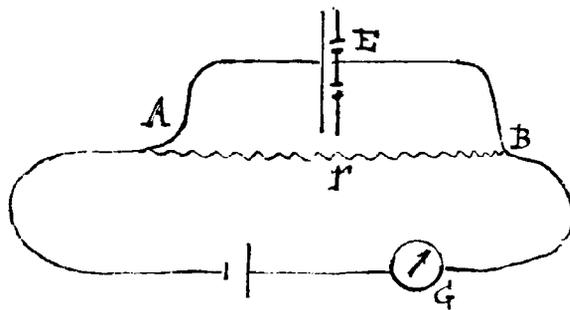
Capacité —  $C_0 = \frac{1}{(3 \cdot 10^{10})^2} \text{ C} = \frac{10^9}{9 \cdot 10^{20}} \text{ Farads etc ...}$

Le Farad est comme on le voit un multiple très élevé de l'unité électrostatique; dans ce dernier système la capacité d'une sphère est évaluée par le même nombre que son rayon.

Prenant pour unité la capacité de la sphère terrestre ( $R = 6,4 \times 10^8$  centimètres) un calcul simple montre qu'un Farad est égal à environ 1400 fois cette capacité.

### 207 — Détermination de $V$ par la méthode de Lord Kelvin

Au lieu de mesurer une quantité d'électricité on peut déduire  $V$  de la mesure d'une f.c. m dans les deux systèmes c'est sur ce



principe que repose la méthode suivante de Lord Kelvin.

On fait passer le courant d'une pile dans un galvanomètre  $G$  et une résistance variable  $r$  intercalée entre  $A$  et  $B$ .

La différence de potentiel  $U_A - U_B$  est mesurée électrostatiquement avec l'électromètre

absolu  $E$

La valeur électromagnétique en est donnée d'autre part par le produit  $rI = e = U_A - U_B$ .

S'intensité  $I$  est lue sur le galvanomètre;  $r$  se mesure par comparaison avec l'ohm étalon.

## 21<sup>e</sup> Leçon.

### Induction électromagnétique.

208 — Généralités. — Lois de Lenz. — L'induction électromagnétique a été découverte par Faraday en 1831. Nous avons déjà dit que ce physicien considérait les phénomènes électriques et magnétiques comme dus aux actions exercées sur les conducteurs par un milieu spécial analogue à l'éther de l'optique.

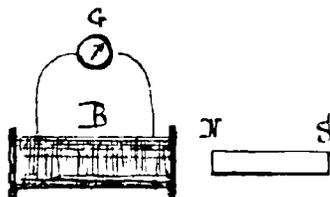
Dans cette idée il était naturel d'essayer de provoquer des phénomènes électriques en produisant, dans ce milieu hypothétique et dans le voisinage des conducteurs, des modifications telles que celles qui doivent vraisemblablement accompagner les variations d'intensité du champ magnétique. D'ailleurs, puisque l'expérience avait montré que le mouvement des masses électriques, d'où résulte le courant, coïncidait avec l'apparition d'un champ magnétique il y avait lieu d'essayer

insertion si le déplacement des masses magnétiques était susceptible de produire des phénomènes électriques.

Une expérience a vérifié sous des formes très variées ces prévisions de Faraday et l'on a donné à l'ensemble des phénomènes correspondants le nom de phénomènes d'induction.

Toute variation du champ magnétique dans le voisinage d'un conducteur, y donne en général naissance à des courants momentanés appelés courants induits dont la durée est la même que celle de la variation du champ magnétique qui provoque le phénomène : On a donné à ce champ variable le nom de champ inducteur.

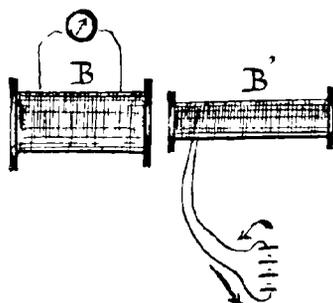
On peut mettre ce fait en évidence par diverses expériences qualitatives :



1°) Après avoir placé un galvanomètre  $G$  dans le circuit d'une bobine  $B$  sur laquelle se trouvent enroulées plusieurs spires de fil conducteur, approchons - en le pôle nord d'un aimant  $N S$  dirigé parallèlement à son axe ; nous observerons un courant qui cesse

en même temps que le mouvement de l'aimant et qui se produit en sens inverse lorsqu'on éloigne l'aimant au lieu de l'approcher.

Les effets sont intervertis en ce qui concerne le sens du courant observé dans chaque cas, si l'on permute les pôles de l'aimant.



2°) Si au lieu de produire les variations de champ magnétique par le déplacement d'un aimant, on emploie un solénoïde  $B'$  les résultats sont les mêmes ; la permutation des pôles de l'aimant revient dans ce cas à changer le sens du courant dans le solénoïde inducteur.

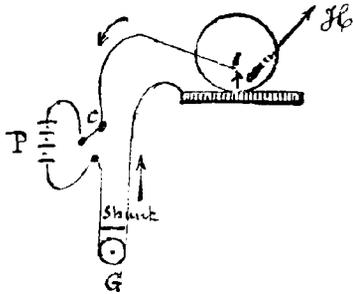
3°) Enfin les variations du champ magnétique peuvent être obtenues en substituant aux déplacements de  $B'$  des variations dans l'intensité du courant dont cette bobine est le siège. Les bobines  $B$  et  $B'$  étant placées comme l'indique la figure on observe que tout courant qui commence ou qui augmente d'intensité dans  $B'$  induit dans  $B$  un courant dont le sens est inverse de celui qu'il a lui-même ; c'est le contraire lorsque le courant décroît ou disparaît dans  $B'$ .

Loi de Lenz. - Le physicien russe Lenz a énoncé dès 1833 une loi qui permet de prévoir le sens du courant induit lorsque les variations du champ sont dues à un déplacement.

Le sens de ce courant est en effet tel, que les forces électromagnétiques

gnétiques résultant de son existence tendent à s'opposer au déplacement relatif considéré.

D'après cette loi le sens du courant, dans la première des expériences décrites ci dessus, s'obtiendra en plaçant sur le circuit un observateur d'Ampère qui devra avoir le pôle nord à sa gauche ou à sa droite suivant que ce pôle s'approche ou s'éloigne.



Dans le cas du rapprochement de deux bobines le courant induit aura un sens inverse de celui du courant inducteur puisque comme nous l'avons vu deux courants de sens contraire tendent à se repousser.

Considérons un système quelconque, un disque de Faraday par exemple, qui placé dans un champ magnétique prend un mouvement déterminé lorsqu'on y produit à

l'aide d'une pile  $P$  un courant dont le galvanomètre  $G$  indique le sens.

Supprimons l'action de la pile avec une clef  $C$  dont la manœuvre laisse le circuit identique à lui-même sauf la substitution d'une lame métallique à la pile. En communiquant au système un mouvement inverse de celui qui l'animait précédemment, nous obtiendrons un courant induit de même sens que le courant directement produit par la pile.

Il est facile de voir que le sens prévu par la loi de Lenz se trouve être tel que :

Le flux que le courant induit émet à travers le circuit qui lui sert de support est de signe contraire à la variation du flux émis à travers ce même circuit par le système inducteur.

Sous cette forme la loi de Lenz s'étend au cas où les systèmes inducteur et induit sont au repos relatif comme dans l'expérience 3<sup>o</sup> du paragraphe précédent.

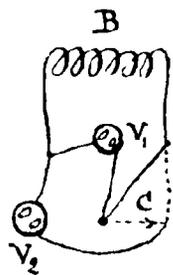
## 209 — Force électromotrice d'induction. — F. é. m. totale $\mathcal{E}$ .

Les courants d'induction sont en général rapidement variables et l'expérience ne peut atteindre que la quantité totale d'électricité mise en jeu.

À cet effet l'on utilise le galvanomètre balistique en employant suivant les circonstances l'une ou l'autre des deux méthodes indiquées dans la 19<sup>e</sup> leçon (N<sup>o</sup> 189 et 190).

On peut avec des commutateurs convenables ajouter les effets d'une série de courants induits de même sens et produire avec eux

des phénomènes électrolytiques ou calorifiques.



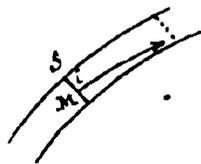
Si par exemple on déplace un aimant  $NS$  par rapport à une bobine  $B$  de manière à le transporter successivement de  $NS$  en  $N'S'$  puis de  $N'S'$  en  $NS$  on utilisera les organes mécaniques qui servent à produire

ce mouvement pour commander une clef  $C$  qui fermera la bobine  $B$  sur un premier appareil  $V_1$  pendant le trajet d'aller et sur un appareil  $V_2$  pendant le trajet de retour.

En réalisant des dispositifs analogues se rapportant aux divers modes de production des courants induits on a pu étudier les effets de ces courants et reconnaître qu'ils étaient identiques à ceux que l'on obtient avec les courants produits par les piles, par la décharge des condensateurs et par tous les autres moyens connus jusqu'alors.

En maintenant identiques à eux-mêmes tous les éléments (forme, déplacements etc....) d'une expérience déterminée à l'exception de la résistance  $R$  du circuit induit Senz a constaté (1845) que la quantité d'électricité induite est inversement proportionnelle à  $R$

Ce résultat qui a depuis été vérifié dans les circonstances les plus diverses conduit à appliquer la loi d'Ohm aux courants induits.



Soient  $i$  l'intensité spécifique en un point  $M$  intérieur à un conducteur filiforme et  $\vec{E}$  la force appliquée à l'unité d'électricité située en ce point. Nous supposons pour simplifier que ce circuit n'est le siège d'aucun phénomène électromoteur autres que ceux qui correspondent à l'induction.

On aura,  $\gamma$  désignant la conductivité de la substance du fil :

$$\vec{i} = \gamma \vec{E}$$

D'ailleurs ce fil étant relativement très mince nous pouvons considérer  $\vec{i}$  et  $\vec{E}$  comme sensiblement constants sur toute une section droite  $SS'$  et écrire :

$$i \, ds = I = \gamma \, ds \, E$$

Entre le début et la fin de la transformation  $AB$  considérée, la quantité totale  $q$  d'électricité mise en jeu par le phénomène, aura nécessairement traversé une section droite quelconque du fil et on a :

$$q = \int_A^B I \, dt = \gamma \, ds \int_A^B E \, dt$$

286.

En appelant  $dR$  la résistance d'un tronçon du fil de longueur  $dl$  il vient

$$dl \int_A^B \mathcal{E} dt = q \cdot \frac{dl}{\gamma S S} = q \cdot dR$$

et en intégrant les deux membres tout le long du circuit de longueur  $L$  et de résistance totale  $R$

$$q \int_L dR = \int_L dl \int_A^B \mathcal{E} dt = Rq$$

qui peut s'écrire

$$\int_A^B dt \int_L \mathcal{E} dl$$

$\int_L \mathcal{E} dl = \mathcal{E}'$  représente la force électromotrice d'induction qui agit sur la totalité du circuit filiforme  $L$  à l'instant  $t^*$  et nous donnerons à l'intégrale  $\mathcal{E} = \int_A^B \mathcal{E}' dt$  le nom de force électromotrice totale

$$\mathcal{E} = \int_A^B dt \int_L \mathcal{E} dl$$

Il est à peine utile de rappeler que, conformément à ce que nous avons vu, (19<sup>e</sup> Leçon), la résistance totale  $R$  n'a de signification précise qu'autant qu'on considère des circuits pratiquement filiformes nous nous supposerons presque toujours placés dans ce cas et lorsqu'il n'en sera pas ainsi nous l'indiquerons explicitement.

L'expérience a montré que la force électromotrice totale  $\mathcal{E}$  dépend uniquement des éléments qui caractérisent les états extrêmes de la transformation  $AB$  et est indépendante de ses phases intermédiaires et de sa durée.

Quels que soient par exemple le temps employé et la voie

---

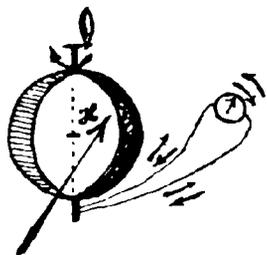
\* Si nous pouvions assimiler le courant produit à un courant permanent la valeur de  $I$  serait à tout instant constante tout le long du circuit et nous pourrions en intégrant par rapport à  $L$  écrire :

$$\mathcal{E}' = \int \mathcal{E} dl = I \int \frac{dl}{\gamma S} = RI$$

Il est conformément aux remarques faites dans la 19<sup>e</sup> leçon nous ne saurions considérer dans l'état variable l'intensité  $I$  comme satisfaisant à la condition ci-dessus ; de là la nécessité d'intégrer d'abord par rapport au temps entre deux époques  $A$  et  $B$  qui correspondent à des états d'équilibre ou de régime permanent.

Suivie pour amener, dans l'exemple choisi ci-dessus, l'aimant inducteur de N'S' en NS la quantité d'électricité induite dans B est la même.

De plus si l'état final coïncide avec l'état initial la force électromotrice totale est nulle; ce fait est facile à vérifier avec un dispositif dont les diverses parties reprennent périodiquement les mêmes positions relatives à des intervalles de temps très rapprochés. En introduisant dans le circuit induit un galvanomètre à oscillations lentes l'aiguille demeure au repos.



Exemple : Mouvement rapide du cercueil de Belgique dans le champ magnétique terrestre; l'aiguille qui oscille alternativement à droite et à gauche lorsque le mouvement s'effectue avec lenteur, s'immobilise et demeure invariable quand la vitesse de rotation augmente.

On doit donc considérer la force électromotrice totale  $\mathcal{E}$  comme une fonction indépendante du temps, dans laquelle n'entrent explicitement que les paramètres qui permettent de définir la situation des différentes parties du système où se produisent les phénomènes d'induction ainsi que l'état du champ magnétique correspondant.

210 — Recherche expérimentale de la forme que doit avoir l'expression de la force électromotrice totale développée par induction dans un circuit. — Nous venons de voir que la force électromotrice totale  $\mathcal{E}$  développée dans un circuit quelconque ne dépend que de l'état initial et final du système dont il fait partie; cette propriété permet de décomposer une transformation complexe quelconque en transformations plus simples dont les effets individuels sont plus faciles à évaluer.

On a donc été conduit à étudier:

1°) La force électromotrice  $\mathcal{E}$  développée par des aimants permanents sur un circuit de forme invariable.

Dans ce cas on a reconnu que  $\mathcal{E}$  ne dépend que des positions relatives initiale et finale du circuit induit et des aimants inducteurs.

2°) L'action, sur un circuit de forme invariable, d'un champ électromagnétique produit par un courant inducteur dont on fait varier successivement ou simultanément la forme, la position relative et l'intensité.

On a trouvé que l'expression de  $\mathcal{E}$  était proportionnelle à l'intensité  $I$  du courant inducteur

$$\mathcal{E} = BI$$

288.

le coefficient de proportionnalité  $B$  complètement indépendant de  $I$  étant une fonction plus ou moins complexe de la forme et de la situation relative des circuits en présence.

Si par exemple les circuits étant immobiles l'intensité du courant inducteur passe de  $I_0$  à  $I$  on a  $\mathcal{E} = B(I - I_0)$  au contraire si l'intensité  $I'$  étant la même dans l'état initial et final le circuit inducteur s'est déformé ou a changé de situation par rapport au circuit induit

$$\mathcal{E} = (B - B_0) I'$$

3°) Enfin on a étudié la force électromotrice  $\mathcal{E}$  qu'un circuit développe sur lui-même lorsque le courant qui le parcourt varie d'intensité ou que, ce courant restant constant, le circuit change de forme.

On a reconnu que ce phénomène désigné sous le nom de self-induction conduit à :

$$\mathcal{E} = AI$$

$I$  désignant l'intensité du courant self-inducteur et  $A$  un coefficient indépendant de  $I$ , mais dépendant de la forme du circuit. De tous ces résultats on peut conclure que dans un cas général quelconque on aura pour  $\mathcal{E}$

$$\mathcal{E} = |AI + \Sigma BI' + C|'$$

et il ne faut pas oublier qu'en passant de l'état (0) à l'état (1) les coefficients  $A, B, C$  peuvent varier aussi bien que les intensités  $I$  et  $I'$ .

Le coefficient  $C$  relatif à l'action des aimants permanents a mêmes dimensions que  $\mathcal{E}$ .

C'est-à-dire :  $\mathcal{E} = Rq = (R)(I)(t) = (L)(I) =$  le produit d'une longueur par une intensité

Quant à  $A$  et  $B$  ils ont évidemment mêmes dimensions qu'une longueur

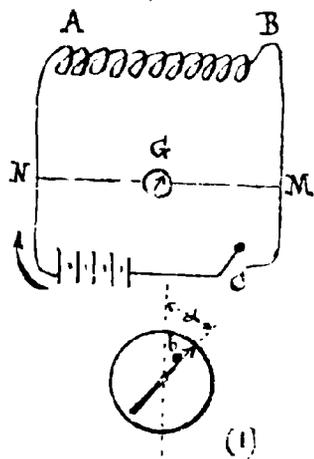
Il nous démontrerons d'ailleurs bientôt que ces derniers coefficients sont au signe près égaux aux coefficients  $L$  et  $M$  de self induction et d'induction mutuelle que nous avons déjà défini (18<sup>e</sup> Secoy).

Auparavant il convient d'insister sur la manière dont ont été étudiés les effets de self-induction.

Les quantités d'électricité induites dans les deux premiers cas examinés ci-dessus sont en général faciles à évaluer par l'emploi du galvanomètre balistique ou d'un artifice analogue à

ceux dont on a donné plus haut (N<sup>o</sup> 203) le principe ; il n'en est plus de même dans le cas de la self-induction car il faut alors distinguer l'effet d'induction de l'effet propre du courant ; aussi, allons nous donner quelques indications sur les moyens employés pour étudier cet effet particulier.

## 211 — Mise en évidence et mesure de la self-induction ; dispositifs de Faraday et d'Edlund. —



Pour mettre en évidence la self-induction Faraday employait le dispositif suivant ; dans le circuit d'une pile comprenant une bobine AB, se trouve placé en dérivation un galvanomètre G.

Quand le régime permanent est établi ce galvanomètre dévie d'un angle  $\alpha$ .

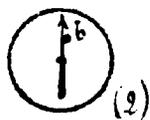
Maintenons l'aiguille du galvanomètre dans cette position (1) à l'aide d'un butoir b puis après avoir coupé le circuit fermons-le de nouveau avec la clef C.

L'aiguille se trouve chassée vers la droite au-delà de la position  $\alpha$ .

C'est ce qui se passe comme si la bobine était le siège d'une force électromotrice induite inverse tendant à produire un courant dirigé de B vers A et dont l'effet viendrait s'ajouter à celui de la pile.

On ne saurait en effet admettre que la résistance du conducteur AB n'est pas la même au début qu'en régime permanent.

Plaçons au contraire l'aiguille au zéro en changeant le butoir de place (2).



Au moment où nous couperons le circuit elle sera déviée à gauche. Il y a donc un courant induit de rupture de même sens

que le courant principal et qui par suite de l'interruption du circuit en C traverse le galvanomètre de M en N.

On a donné à ce courant le nom d'extra-courant. C'est celui qui se manifeste par la production d'une étincelle parfois très vive lorsque l'on interrompt un circuit disposé de manière à rendre les effets de self-induction considérables.

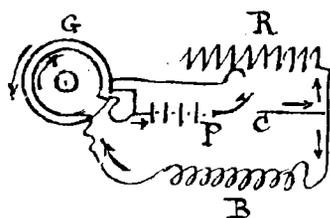
Cette étincelle de rupture est aussi quelquefois appelée étincelle d'extra-courant.

L'expérience précédente ne se prête pas à l'évaluation, comme mode des quantités d'électricité induite ; pour y parvenir Edlund

290.

fait usage d'un galvanomètre différentiel c'est-à-dire d'un galvanomètre muni de deux fils identiques enroulés de la même manière et dans lesquels on peut faire circuler en sens inverse les courants dont on veut mesurer la différence d'intensité.

Ce galvanomètre  $G$  est disposé comme l'indique le schéma ci-contre de manière que chacun de ses enroulements fasse partie d'une branche d'un circuit bifurqué alimenté par une pile  $P$ .



Dans l'une des branches se trouve une bobine  $B$  ou d'une manière plus générale



rale de circuit dont on veut étudier la self-induction; dans l'autre une résistance variable à volonté  $R$ .

Cette résistance est constituée par un fil replié sur lui-même on peut en effet s'assurer par des expériences directes que les circuits constitués de cette manière ne subissent que des effets d'induction pratiquement négligeables lorsqu'on fait agir sur eux des aimants, des courants ou même uniquement les variations d'intensité du courant qui les traverse.

Lorsque la clef  $C$  est fermée on règle la résistance  $R$  de manière à ramener l'aiguille du galvanomètre au zéro, les résistances  $r$  et  $r'$  des deux dérivation sont alors égales. Lorsque cet équilibre est obtenu pour le régime permanent, on ouvre le circuit en  $C$ . L'aiguille du galvanomètre est projetée, et l'arc d'impulsion mesure la quantité d'électricité mise en jeu par l'extra-courant. Puis l'aiguille revient au zéro. Si l'on ferme le circuit on a une nouvelle déviation de l'aiguille, mais en sens contraire et l'arc d'impulsion est au signe près égal au premier.

Considérons ce qui se produit au moment où l'on ferme le circuit; par cette opération on réalise deux circuits juxtaposés. Le premier constitué par la pile la bobine  $B$  et l'un des enroulements du galvanomètre, sera traversé par une certaine quantité d'électricité  $q_1$  telle que:

$$rq_1 = \int_0^t dt \int_L \epsilon dl$$

$\epsilon$  se composant de la somme des forces électriques  $\mathcal{E}$  et  $\mathcal{E}_i$ , respectivement dues à l'induction et à la pile.

À chaque instant la force électromotrice sur la totalité du circuit se compose de l'action due à l'induction  $\mathcal{E}'$  et de l'action

due à la pile  $E_1$ .

$$Iq_1 = \int_0^t (\mathcal{E}' + E_1) dt = \mathcal{E} + \int_0^t E_1 dt$$

Le deuxième circuit comprend la pile, la résistance  $R$  et l'autre enroulement du galvanomètre ; il n'est soumis à aucun phénomène d'induction sensible et est parcouru par la quantité  $q_2$  d'électricité. On a dans le même intervalle de temps :

$$Iq_2 = \int_0^t E_1 dt$$

Les impulsions magnétiques correspondant à ces deux courants s'exercent en sens opposé, l'élongation  $\Delta_1$  observée sera donc proportionnelle à :

$$q_1 - q_2 = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

Lorsqu'au contraire, le régime permanent étant établi, nous soulevons la clef, un seul circuit subsiste ; il comprend la bobine  $B$  les deux enroulements du galvanomètre et la résistance  $R$  ; sa résistance totale est  $\mathcal{R}$  la quantité  $q$  d'électricité qui le parcourt provient uniquement de la self induction et on a :  $\mathcal{R}q = \mathcal{E}_1$ .

Mais dans le cas actuel, les effets magnétiques des deux enroulements s'ajoutent et l'élongation  $\Delta_2$  obtenue est proportionnelle à la somme  $\mathcal{E}q$  des quantités d'électricité qui traversent individuellement chacun d'eux c'est-à-dire proportionnelle à  $\frac{\mathcal{E}_1}{R}$ . Edlund a observé que  $\Delta_1$  et  $\Delta_2$  étaient égaux et de sens contraire, on a donc :

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_1$$

En outre si on mesure le courant initial d'intensité  $I_1$  qui est donné dans le circuit commun, lorsque le régime permanent est établi, et l'aiguille au repos on trouve que  $\mathcal{E}$  et  $\mathcal{E}_1$  sont proportionnels à  $I$ . Si au lieu d'ouvrir et de fermer le circuit on fait varier  $I$  de  $I_1$  à  $I_0$  en introduisant des résistances,  $\mathcal{E}$  est proportionnel à  $I_1 - I_0$ .

La disposition d'Edlund se prête évidemment à la mesure du coefficient

$$A = \frac{\mathcal{E}}{I}$$

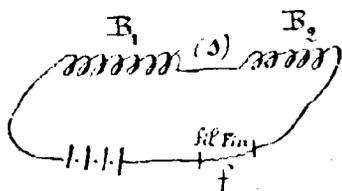
On peut en effet évaluer  $I$  en intercalant un galvanomètre auxiliaire dans la partie commune aux deux circuits ou encore en le déduisant de la connaissance des résistances  $r$  et de la mesure de la différence de potentiel aux bornes de la pile lorsque la

régime permanent est établi.

Quant à  $\mathcal{E}$  on l'obtient en appliquant la formule du galvanomètre balistique à la mesure de  $q$  ou de  $q_1 - q_2$  et en multipliant le résultat par la résistance.  $\Psi$

On peut utiliser les dispositifs précédents pour mettre en évidence et mesurer les effets d'induction qui accompagnent la déformation d'un circuit et constater qu'ils sont proportionnels à l'intensité du courant, qui le traverse. On remplacera par exemple la bobine des expériences précédentes par deux bobines  $B_1$  et  $B_2$  liées par un conducteur souple  $d$  qui permet de les éloigner ou de les rapprocher.

On peut exécuter une expérience qualitative qui utilise un dispositif analogue et met en évidence l'effet de la self-induction.



Pour cela dans un circuit comprenant ces bobines et une pile on intercale un fil fin, la force électromotrice d'induction développée par leur déplacement peut être alors telle que son action ajoutée à celle de la pile provoque la circulation

d'un courant assez intense pour faire rougir le fil  $f$ .

La loi de Lenz permet d'ailleurs de prévoir le sens du mouvement qui correspond à une augmentation d'intensité. Si dans le cas de la figure les enroulements sont parallèles les deux bobines s'attirent et le courant produit lorsqu'on les éloigne doit tendre à augmenter cette attraction et par suite l'intensité du courant qui existait à l'état de repos.

§19 — Détermination théorique des coefficients qui figurent dans l'expression de  $\mathcal{E}$ . — F. E. Neumann (1845) puis Helmholtz (1847) ont donné l'expression générale de la quantité d'électricité induite ou, ce qui est la même chose, de la force électromotrice totale  $\mathcal{E}$ .

Pour y parvenir nous allons calculer la variation d'énergie d'un système formé par un ensemble de courants (1) (2) (3) etc... qui agissent les uns sur les autres et sont le siège de phénomènes d'induction.

Nous remarquerons d'abord que, puisque l'expérience nous a montré que la valeur de  $\mathcal{E}$  était indépendante du temps mis pour accomplir la transformation nous pouvons supposer cette dernière exécutée avec une lenteur suffisante pour que les actions mutuelles des diverses parties du système soient les mêmes que si l'on avait

affaire à un état de régime permanent.

Dans ces conditions l'intensité  $I$  est la même tout le long d'un circuit monofilaire ; la relation :

$$\bar{i} = \gamma \bar{e}$$

nous fournit en désignant par  $dS$  la section droite et  $dl$  la longueur d'un tronçon du fil :

$$\frac{dl}{\gamma dS} \cdot \bar{i} dS = \bar{e} dl$$

et comme  $\gamma dS = I = \text{constante}$

$$I \cdot r = \int_L \bar{e} dl$$

l'intégrale du second membre représentant la force électromotrice qui agit sur le trajet  $L$ , à l'instant considéré. Elle se compose en général de deux parties : une force électromotrice étrangère  $E'$  telle que celle produite par une pile ou tout autre électromoteur intercalé dans le circuit et la force électromotrice d'induction  $\mathcal{E}'$  ; cette dernière dépend essentiellement des phases intermédiaires de la transformation mais dans tous les cas  $\int \mathcal{E}' dt$  étendue à la durée totale, d'ailleurs quelconque, du phénomène nous donne précisément  $\mathcal{E}$ .

u  
N

Dans ce qui suit nous affecterons de l'indice  $K$  les divers éléments ; résistance  $r_K$ , intensité  $I_K$ , f.é.m étrangère  $E'_K$  f.é.m d'induction  $\mathcal{E}'_K$ , etc... qui se rapportent au circuit ( $K$ ).

La variation  $dU_K$  de l'énergie pendant le temps  $dt$  est la somme de l'énergie  $E'_K I_K dt$  cédée par la force électromotrice étrangère, augmentée du travail et de la chaleur fournie au système. En vertu de la loi de Joule et du choix des unités que nous avons adoptées, cette quantité de chaleur est précisément donnée en ergs par l'expression  $-J dQ_K = -r I_K^2 dt$ .

Quant au travail fourni il est égal et de signe contraire à celui de  $\mathcal{E}'_K$  des forces électrodynamiques

$$\text{Donc} \quad dU_K = E'_K I_K dt - r I_K^2 dt - d\mathcal{E}_K$$

d'autre part la loi d'Ohm

$$E'_K + \mathcal{E}'_K = r_K I_K$$

nous permet d'éliminer simultanément  $E'_K$  et  $r_K$  et d'écrire :

$$dU_K = -\mathcal{E}'_K I_K dt - d\mathcal{E}_K$$

et en faisant apparaître la différentielle de la force électromotrice totale  $d\mathcal{E}_K = \mathcal{E}'_K dt$

$$-dU_K = I_K d\mathcal{E}_K + d\mathcal{E}_K$$

294.

d'où pour la variation d'énergie  $dU$  de tout le système

$$-dU = \sum I_k d\mathcal{E}_k + d\mathcal{E}$$

Or le travail élémentaire total  $d\mathcal{E}$  des forces électrodynamiques se compose d'une partie provenant de l'action mutuelle des courants qui, comme nous l'avons vu (N° 181), est égale à

$$\frac{1}{2} \sum I_k (d\phi_k)_{I \text{ const.}}$$

d'une autre partie  $\sum I_k d\phi'_k$  provenant du flux  $\phi'$  produit par les aimants permanents qui font partie du système et enfin d'une troisième partie qui représente le travail  $d\mathcal{E}_a$  provenant du déplacement relatif de ces aimants les uns par rapport aux autres.

On sait d'ailleurs que  $d\mathcal{E}_a$  est la différentielle totale d'une fonction potentielle

On aura donc :

$$-dU = \sum I_k (d\mathcal{E}_k + \frac{1}{2} (d\phi_k)_I + d\phi'_k) + d\mathcal{E}_a$$

Introduisons la différentielle totale de  $\phi_k = I_k L_k + I_1 M_{k,1} + I_2 M_{k,2} + \dots$

$$d\phi_k = I_k dL_k + I_1 dM_{k,1} + \dots + L_k dI_k + M_{k,1} dI_1 + M_{k,2} dI_2$$

$$= (d\phi_k)_I + L_k dI_k + M_{k,1} dI_1 + M_{k,2} dI_2$$

$$-2d\mathcal{E}_a - 2dU = \sum I_k (d(2\mathcal{E}_k + 2\phi'_k) + d\phi_k) - \sum I_k (L_k dI_k + M_{k,1} dI_1 + M_{k,2} dI_2)$$

Or les coefficients  $M_{kj}$  et  $M_{jk}$  d'induction mutuelle étant égaux deux à deux il est aisé de voir que :

$$\sum I_k (L_k dI_k + M_{k,1} dI_1 + \dots) = \sum \phi_k dI_k$$

et l'on a :

$$-2d\mathcal{E}_a - 2dU = \sum d [I_k (2\mathcal{E}_k + 2\phi'_k + \phi_k)] - \sum (2\mathcal{E}_k + 2\phi'_k + \phi_k) dI_k - \sum \phi_k dI_k$$

$$= \sum d [I_k (2\mathcal{E}_k + 2\phi'_k + \phi_k)] - 2 \sum (\mathcal{E}_k + \phi'_k + \phi_k) dI_k$$

Or le premier membre est à un facteur numérique près la différentielle totale de la fonction  $\mathcal{E}_a + U$  dans laquelle figurent comme variables indépendantes les intensités ( $I$ ) et les paramètres de situation ( $p$ ) des différentes parties du système.

Il a donc sa forme même et les propriétés que nous avons reconnues à la fonction  $\mathcal{E}$  et aux flux  $\phi$  et  $\phi'$  le premier  $\Sigma$  du second membre est aussi la différentielle totale d'une fonction de même nature.

Il doit donc en être de même de :

$$\Sigma (\mathcal{E}_K + \Phi'_K + \Phi_K) dI_K$$

mais cela n'est possible que, si par suite des réductions qui se produisent les termes tels que  $(\mathcal{E}_K + \Phi'_K + \Phi_K)$  ne contiennent aucune variable indépendante autre que les variables  $I$ .

On aura donc en désignant par  $\Phi_K = \Phi'_K + \Phi_K$  le flux total à travers le circuit ( $K$ ).

$$\mathcal{E}_K = -\dot{\Phi}_K + \int_K (I_1, I_2, \dots, I_K)$$

la fonction  $\int_K$  étant indépendante de la forme et de la situation relative des circuits ; or si nous donnons en particulier au circuit  $K$  la forme d'un fil replié sur lui-même le flux  $\Phi$  est nul et l'expérience nous montre que dans ce cas la quantité d'électricité induite est également nulle quelles que soient les intensités  $I, \dots$ , donc  $\int_K \equiv 0$ , et par suite :

La force électromotrice totale à travers un circuit quelconque a même expression que le flux total à travers ce circuit pris en signe contraire

$$\mathcal{E} = -\dot{\Phi}^*$$

d'où pour la force électromotrice d'induction à un instant quelconque  $t$  de la transformation particulière que nous avons considérée

$$\mathcal{E}' = \frac{d\mathcal{E}}{dt} = -\frac{d\dot{\Phi}}{dt}$$

On voit d'ailleurs que dans ces conditions  $dU$  est bien une différentielle exacte et on a :

$$dU = \frac{1}{2} d \cdot \Sigma I_K \Phi_K - d\mathcal{E}_a$$

Comme on a d'ailleurs trouvé  $\mathcal{E}_K = A_K I_K + B_{K1} I_1 + \dots + C_K$

et

$$\Phi_K = \Phi_K + \Phi'_K = L_K I_K + M_{K1} I_1 + \dots + \Phi'_K$$

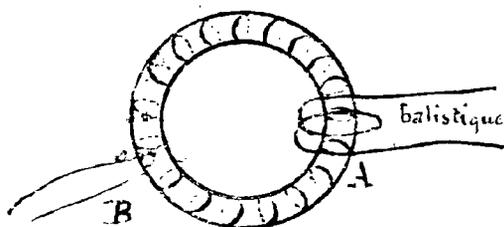
on en déduit

$$A = -L \quad B = -M \quad C = -\Phi'$$

et nous voyons actuellement la raison qui a fait donner aux coefficients  $L, M, \dots$  etc les noms de coefficients de self-induction et d'induction mutuelle.

\* Pour appliquer cette formule il faut choisir un sens positif pour le courant et par suite le signe de  $\dot{\Phi}$  se trouvera déterminé.

213 — Cas où le champ contient des substances magnétiques. — Lorsque le champ contient des substances magnétiques le flux  $\Phi$  qui figure dans l'équation  $\mathcal{E} = -\dot{\Phi}$  doit correspondre au vecteur d'induction  $\mathcal{B}$  car le flux du champ  $\mathcal{H}$  à travers un circuit aurait une signification variable selon la surface choisie pour l'évaluer. On peut d'ailleurs vérifier expérimentalement qu'il en est bien ainsi.



Considérons par exemple un anneau de fer doux entouré d'un solénoïde uniforme  $\mathcal{B}$ ; lorsqu'un courant  $I$  passe dans ce solénoïde il s'y produit un champ magnétisant  $\mathcal{H} = \frac{4\pi}{10} n_1 I$  précisément égal au champ créé par le courant  $I$  (voir 140).

Si le fer employé dans cette expérience a été étudié au magnétomètre on connaît l'aimantation correspondante  $I$  et par suite l'induction  $\mathcal{B} = \mathcal{H} + 4\pi I$  et le flux d'induction  $\Phi = \mathcal{B}S$  à tra-

vers la section  $S$  de l'anneau.

D'autre part en enroulant en un point  $A$  quelques spires de fil dont les extrémités sont reliées à un balistique on constate au moment de l'établissement ou de la suppression du courant  $I$  le passage d'une quantité  $q$  d'électricité égale au produit du nombre  $n$  de spires par le flux  $\Phi$  et par la conductance  $\frac{1}{R}$  du circuit formé par ces spires et le galvanomètre:

$$q = \pm \frac{n}{R} \Phi = \pm \frac{n}{R} \mathcal{B}S$$

La méthode ci-dessus conduit donc à des évaluations de  $\mathcal{B}$  concordantes avec celle que l'on peut obtenir par les autres procédés et sera plus commode pour l'étude directe de la perméabilité en fonction de  $\mathcal{H}$ ; c'est à elle que nous avons fait allusion au N° 151).

La susceptibilité et la perméabilité magnétique étant fonctions de l'intensité du champ il n'est plus possible lorsqu'il existe des corps magnétiques dans le voisinage des courants de mettre l'expression du flux sous forme linéaire en fonction des intensités à moins que ces corps ne soient que faiblement aimantés.

Lorsqu'il en est ainsi le flux émis à travers un contour par un courant  $I$  peut encore se mettre sous la forme  $M I$ ;  $M$  ne dépendant que des formes et des positions relatives du contour, des corps magnétiques et du circuit, jouera le rôle de coefficient d'induction mutuelle, ou de self induction suivant que ce contour différera du circuit ( $I$ ) ou coïncidera avec lui.

On suppose presque toujours qu'il en est ainsi dans les calculs que

l'on rencontre dans les applications industrielles et l'on détermine expérimentalement les valeurs de  $M$  qui conviennent le mieux aux conditions d'emploi que l'on a en vue.

Si par exemple on considère deux bobines  $B_1$  et  $B_2$  enroulées sur un même noyau en fer doux et que la bobine  $B_1$  soit appelée à porter un courant d'intensité comprise entre  $I$  et  $I'$  on mesurera les quantités d'électricité induites dans  $B_2$  lorsqu'on lance dans  $B_1$  des courants d'intensité  $I$  et  $I'$  et de la différence de ces quantités multipliée par la résistance de  $B_2$  et divisée par  $(I - I')$  on déduira la valeur moyenne de  $M$  qu'il convient d'employer. L'hystérésis a d'ailleurs pour effet de donner des valeurs différentes suivant qu'on opère à la fermeture ou à l'ouverture du circuit.

## 22<sup>e</sup> Leçon

### Induction électromagnétique (suite).

214 — Loi élémentaire de l'induction électromagnétique. — Dans la leçon précédente nous sommes arrivés à la formule

$$(1) \quad \mathcal{E} = - \dot{\Phi}$$

qui permet d'évaluer la force électromotrice totale

$$\mathcal{E} = \int_A^B dt \int \mathcal{E} dl$$

développée par induction dans un circuit filiforme  $L$  lorsqu'on passe d'un état de régime permanent  $A$  à un autre  $B$ .

La mesure d'une décharge instantanée au galvanomètre balistique d'une part et l'exploration du champ magnétique d'autre part permettent la détermination de  $\mathcal{E}$  et de  $\Phi$  on peut donc à l'aide d'expériences convenables contrôler dans certains cas simples la relation (1).

Mais la méthode expérimentale ne nous permet pas l'étude directe de la force électrique d'induction  $\mathcal{E}$  développée à chaque instant dans les différentes parties du circuit.

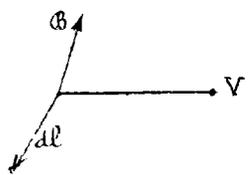
Pour arriver intuitivement à la connaissance des lois qui régissent le vecteur  $\mathcal{E}$  on peut se laisser guider par des considérations analogues à celles que nous avons exposées (19<sup>e</sup> Leçon) à propos de l'étude du champ magnétique  $\mathcal{H}$  produit aux diverses époques d'une décharge électrique de courte durée.

Les propriétés du champ magnétique reçoivent une explication dont les conséquences concordent avec les faits, si on considère avec Faraday

l'espace occupé par ce champ comme rempli de tubes d'induction magnétique qui réagissent de la même manière que les tubes d'induction électrique déjà considérés.

On voit dès lors sans peine que la variation du flux  $\Phi$  qui donne l'expression de la force électromotrice totale  $\mathcal{E}$  est représentée par le nombre total de tubes de Faraday qui ont franchi le contour  $L$  pendant la transformation considérée.

C'est précisément le résultat qu'on obtiendrait par voie d'intégration en supposant que la loi élémentaire du phénomène est caractérisée par le fait qu'à tout instant le produit  $\mathcal{E} dl dt$  est égal au nombre de tubes de Faraday qui coupent le segment  $dl$  dans le temps  $dt$ ; ou en d'autres termes que ce produit est égal au flux d'induction balayé par  $dl$  dans le temps  $dt$ .



Si  $v$  désigne la vitesse relative de  $dl$  par rapport au champ  $B^*$  ce flux est égal au volume du parallélépipède construit sur les trois vecteurs  $B$ ,  $dl$  et  $v dt$ .  
On a:

$$\mathcal{E} dl dt = -dl v dt \sin \theta \cdot B \cos(B, \bar{N})$$

$$\mathcal{E} dl = -dl \cdot v \sin \theta \cdot B \cos(B, \bar{N})$$

$\bar{N}$  désignant un vecteur normal au plan de  $dl$  et de  $\bar{v}$ .

Le produit  $\mathcal{E} dl$  représente l'énergie communiquée par la force électrique d'induction  $\mathcal{E}$  à une unité d'électricité qui parcourt l'élément  $dl$  c'est la force électromotrice élémentaire correspondante.

Dans le cas d'un conducteur filiforme les charges qui parcourent le circuit suivent précisément la direction  $dl$  de chaque élément du fil conducteur et cette force électromotrice élémentaire aura sa valeur maximum lorsque  $dl$  sera normal à  $B$  et animé d'une vitesse  $v$  perpendiculaire au plan déterminé par  $B$  et  $dl$ .

En ce qui concerne le sens de cette force électromotrice élémentaire il est évidemment le même que celui du courant qu'elle tend à produire et on peut l'obtenir par application de la règle d'Ampère et de la loi de Lenz.

Sous l'influence d'un courant un élément tend à se déplacer vers la gauche de l'observateur d'Ampère couché sur le courant et regardant la direction du champ.

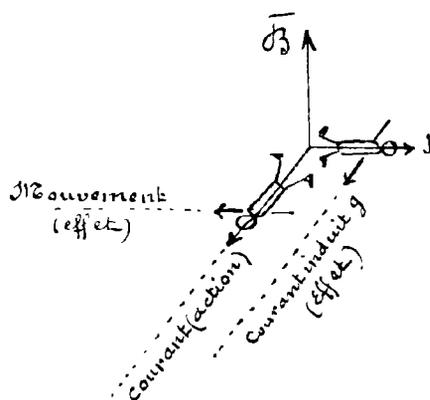
Le déplacement qui donnera lieu à un courant induit de

---

\* Cette vitesse relative résulte du déplacement du système dans le champ et de la modification du champ; lorsque les conducteurs ne changent pas de forme, cette dernière cause agit seule.

même sens devra donc avoir lieu en sens contraire (Loi de Lenz) c'est-à-dire sur la droite de l'observateur considéré.

Dans ces conditions on peut remarquer qu'un observateur d'Ampère couché dans le sens du mouvement et regardant le champ induit avec son bras gauche la direction du courant induit. Nous retrouvons donc la règle générale déjà indiquée en N° 196.



Dans un champ  $\vec{B}$  l'action d'un courant a pour effet une force qui tend à produire un mouvement; inversement l'action du mouvement du circuit considéré a pour effet l'apparition d'une force électromotrice qui tend à produire un courant induit.

Dans les deux cas, il convient de coucher l'observateur sur le vecteur correspondant à l'action et lorsqu'il regarde dans la direction du champ sa gauche indique le sens de l'effet qui résulte de cette action.

On peut également employer la règle des trois doigts (voir la note du N° 168) mais en faisant usage de la main gauche et en représentant le courant par le doigt le plus court (pouce) le champ inducteur par l'index et le sens du mouvement par le médus.

**215** — Equations du champ électromagnétique. — De même que le déplacement des tubes d'induction électrique donne naissance à la force magnétique  $\vec{H}$ , le mouvement des tubes d'induction magnétique engendre la force électrique  $\vec{E}$ .

Cette force doit vraisemblablement s'exercer en tous les points de l'espace où le flux d'induction éprouve une variation; lorsque la substance qui se trouve en ce point est conductrice il y aura en général production d'un courant, si au contraire elle est isolante il y aura polarisation du diélectrique.

On voit sans peine que l'intégrale  $\int \vec{E} dl$  prise le long d'un contour fermé quelconque est égale à la dérivée par rapport au temps, chargée de signe, du flux d'induction à travers une surface quelconque limitée par le contour  $L$ .

$$(1) \quad \int_L \vec{E} dl = - \frac{d}{dt} \int_S \vec{B} dS$$

en suivant une marche identique à celle du N° 197

300.

et en prenant successivement comme contours des rectangles infinitésimaux parallèles aux plans des coordonnées rectangulaires  $x, y, z$  on en déduirait les trois équations

$$(2) \begin{cases} \frac{d\mathcal{E}_z}{dy} - \frac{d\mathcal{E}_y}{dz} = -\frac{d\mathcal{B}_x}{dt} \\ \frac{d\mathcal{E}_x}{dz} - \frac{d\mathcal{E}_z}{dx} = -\frac{d\mathcal{B}_y}{dt} \\ \frac{d\mathcal{E}_y}{dx} - \frac{d\mathcal{E}_x}{dy} = -\frac{d\mathcal{B}_z}{dt} \end{cases}$$

Reportons nous à l'équation :

$$(3) \int_{\Gamma} \vec{\mathcal{H}} d\vec{l} = \int_S \left( K \frac{d\mathcal{H}}{dt} + 4\pi\gamma\mathcal{H} \right) dS = 4\pi \int_S \vec{i} dS$$

la force électrique  $\mathcal{H}$  qui y figure est en général la résultante 1° d'un champ électrostatique 2° d'actions chimiques thermoélectriques... etc... 3° de la force électrique  $\mathcal{E}$  due à l'induction.

Le champ électrostatique dérivant d'un potentiel uniforme l'intégrale de ligne qui lui correspond prise le long d'un contour fermé est nulle ; nous supposons qu'il en est de même pour le champ des actions chimiques et thermoélectriques ou si l'on préfère nous ne considérerons que les régions de l'espace où ce champ n'existe pas ou satisfait à ces conditions ; dès lors on peut dans les équations (1) et (2) ci-dessus remplacer  $\mathcal{E}$  par  $\mathcal{H}$  car  $\int_{\Gamma} \mathcal{E} d\vec{l} = \int_{\Gamma} \mathcal{H} d\vec{l}$ .

D'autre part si nous nous supposons placés dans le cas où les variations de la force magnétique  $\vec{\mathcal{H}}$  proviennent uniquement de l'induction nous pourrions écrire en désignant par  $\mu$  la perméabilité du milieu :

$$\frac{d\vec{\mathcal{B}}}{dt} = \mu \frac{d\vec{\mathcal{H}}}{dt}$$

et les relations (1) et (3) deviendront :

$$(1') \int_{\Gamma} \vec{\mathcal{H}} d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \mu \vec{\mathcal{H}} dS$$

$$(3') \int_{\Gamma} \vec{\mathcal{H}} d\vec{l} = \int_S \left( K \frac{d\mathcal{H}}{dt} + 4\pi\gamma\mathcal{H} \right) dS = 4\pi \int_S \vec{i} dS$$

les équations différentielles correspondantes seront :

$$(2') \begin{cases} \frac{d\mathcal{H}_z}{dy} - \frac{d\mathcal{H}_y}{dz} = -\mu \frac{d\mathcal{H}_x}{dt} \\ \frac{d\mathcal{H}_x}{dz} - \frac{d\mathcal{H}_z}{dx} = -\mu \frac{d\mathcal{H}_y}{dt} \\ \frac{d\mathcal{H}_y}{dx} - \frac{d\mathcal{H}_x}{dy} = -\mu \frac{d\mathcal{H}_z}{dt} \end{cases} \quad (4') \begin{cases} \frac{d\mathcal{H}_z}{dy} - \frac{d\mathcal{H}_y}{dz} = 4\pi i_x = 4\pi\gamma\mathcal{H}_x + K \frac{d\mathcal{H}_x}{dt} \\ \frac{d\mathcal{H}_x}{dz} - \frac{d\mathcal{H}_z}{dx} = 4\pi i_y = 4\pi\gamma\mathcal{H}_y + K \frac{d\mathcal{H}_y}{dt} \\ \frac{d\mathcal{H}_y}{dx} - \frac{d\mathcal{H}_x}{dy} = 4\pi i_z = 4\pi\gamma\mathcal{H}_z + K \frac{d\mathcal{H}_z}{dt} \end{cases}$$

1°) Cas d'un milieu conducteur. — Supposons le milieu conducteur;  $K=0$  et l'élimination de  $\mathcal{H}$  donne:

$$\begin{aligned} 4\pi\gamma \frac{dH_x}{dt} &= \frac{d^2\mathcal{H}_z}{dt dy} - \frac{d^2\mathcal{H}_y}{dt dz} = \frac{1}{\rho} \left[ \frac{d^2H_x}{dx dy} - \frac{d^2H_x}{dy^2} - \frac{d^2H_x}{dz^2} + \frac{d^2H_z}{dx dz} \right] \\ &= \frac{1}{\rho} \Delta H_x - \frac{1}{\rho} \frac{d}{dx} \left( \frac{dH_x}{dx} + \frac{dH_y}{dy} + \frac{dH_z}{dz} \right) \end{aligned}$$

Or il suffit de former à l'aide du système (4') l'expression  $\frac{dH_x}{dx} + \frac{dH_y}{dy} + \frac{dH_z}{dz}$  pour voir qu'elle est nulle.

Donc:

$$(5) \quad 4\pi\gamma \frac{dH_x}{dt} = \Delta H_x$$

et par permutations circulaires on aurait deux autres équations semblables en  $H_y$  et  $H_z$ .

De même l'élimination de  $H$  donne en introduisant le vecteur d'induction  $\mathcal{B}$ .

$$4\pi\mu\gamma \frac{d\mathcal{B}_x}{dt} = \Delta \mathcal{B}_x$$

et les deux équations analogues en  $y$  et en  $z$ .

Dans l'équation (5) on peut remplacer  $H_x$  par  $i_x$  qui lui est proportionnelle

$$(5') \quad 4\pi\mu\gamma \frac{di_x}{dt} = \Delta i_x$$

L'étude de ces équations sortirait du cadre de ce cours\*, nous nous bornerons à dire qu'elles sont identiques à celles qu'on obtient dans l'étude de l'état variable de la conductibilité thermique, les intensités spécifiques  $i$  et l'induction  $\mathcal{B}$  se diffusent donc à l'intérieur d'une masse métallique de la même manière que la chaleur.

2°) Cas d'un milieu diélectrique. — Si nous considérons le cas d'un milieu parfaitement isolant tel que l'air il convient de faire  $\gamma=0$  et une élimination identique à celles que nous venons d'effectuer conduit à:

$$K \rho \frac{d^2 H_x}{dt^2} = \Delta H_x$$

et à 5 autres équations semblables qu'on obtient en remplaçant  $H_x$  successivement par  $H_y, H_z, \mathcal{B}_x, \mathcal{B}_y$  et  $\mathcal{B}_z$  l'étude de ces équations montre que toute perturbation dans le champ électromagnétique se propage

\* On trouvera dans le cours d'Analyse des exemples où sont indiquées les méthodes à employer pour résoudre les problèmes qui dépendent de la solution d'équations de cette nature.

avec une vitesse égale à  $\frac{1}{\sqrt{k\mu}}$ .

On le vérifie facilement lorsque les quantités qui y figurent sont indépendantes de  $y$  et  $z$  car dans ce cas on a par exemple

$$\frac{d^2 H_x}{dt^2} = \frac{1}{k\mu} \frac{d^2 H_x}{dx^2}$$

c'est à dire des relations de même forme que celles que nous avons rencontrées en acoustique; elles admettent en effet comme intégrale générale l'expression :

$$H_x = F\left(x - \frac{t}{\sqrt{k\mu}}\right) + F_1\left(x + \frac{t}{\sqrt{k\mu}}\right)$$

216 — Ordre de grandeur des valeurs numériques des quantités  $k\mu$  et  $4\pi\gamma\mu$ ; méthode approchée pour résoudre les problèmes relatifs à l'induction. — Il est essentiel d'avoir une idée sur l'ordre de grandeur des valeurs numériques des coefficients  $k\mu$  et  $4\pi\gamma\mu$  qui entrent dans les équations précédentes; pour cela nous allons les évaluer en prenant le système d'unités électromagnétiques.

Si nous excluons le cas des corps magnétiques la perméabilité  $\mu$  est toujours voisine de 1; d'autre part la résistivité  $\frac{1}{\gamma}$  des corps habituellement employés varie entre 1,6 microhm  $\times$  c m (cuivre) et 20 microhm  $\times$  c m (plomb) c'est à dire entre  $1,6 \times 10^3$  et  $20 \times 10^3$  unités C.G.S.

La quantité  $4\pi\gamma\mu$  a donc une valeur comprise entre  $\frac{1}{10^2}$  et  $\frac{6}{10^4}$ .

En ce qui concerne le pouvoir inducteur spécifique nous savons que pour l'air sa valeur a été prise égale à 1 dans le système électrostatique. Or on a au point de vue des dimensions

$$k = \frac{B}{H} = \frac{4\pi Q L^{-1}}{U I^{-1}} = 4\pi \frac{Q}{U} = 4\pi C$$

et cette formule nous montre que pour transformer la valeur numérique de  $k$  il convient de la multiplier par le même coefficient que s'il s'agissait d'une capacité soit  $\frac{1}{V^2} = \frac{1}{9 \cdot 10^{20}}$ .

$k\mu$  est un nombre extrêmement faible puisque la vitesse  $\frac{1}{\sqrt{k\mu}}$  avec laquelle se transmet une perturbation électro-magnétique est précisément celle de la lumière.

Dans tous les appareils de dimensions restreintes dont on fait généralement usage dans les laboratoires et dans l'industrie cette transmission peut donc être considérée comme instantanée.

D'ailleurs la transformation de l'énergie électrique en chaleur qui s'opère dans les conducteurs a pour effet l'amortissement rapide des perturbations dont le siège est le siège de sorte que ce dernier se trouve à tout instant dans un état relativement voisin de

celui qui caractérise le régime permanent ou l'équilibre

On peut par suite essayer d'appliquer les lois qui régissent ces états particuliers à la recherche de solutions au moins approchées des problèmes relatifs à l'état variable, l'expérience permettant ensuite de contrôler la plus ou moins grande exactitude des résultats obtenus.

Mais il y a plus ; si nous considérons en effet l'expression générale de l'intensité spécifique

$$\vec{i} = \frac{K}{4\pi} \frac{d\vec{H}}{dt} + \gamma \vec{H}$$

nous voyons que sauf le cas où les variations  $\frac{d\vec{H}}{dt}$  ont une valeur considérable l'intensité du mouvement électrique à l'intérieur d'un isolant est incomparablement plus faible que celle que produit à l'intérieur d'un conducteur une force électrique même très faible ; ceci résulte de la grande valeur relative qu'a  $\gamma$  par rapport à  $K$ . On pourra donc supposer comme première approximation que les tubes de courant sont entièrement contenus dans les milieux conducteurs et ne traversent le diélectrique que dans les régions où ce dernier est très mince comme cela a lieu entre les armatures d'un condensateur. On appliquera donc aux intensités totales  $I$  à l'intérieur de ces conducteurs les deux relations de Kirchhoff bien que leurs valeurs varient d'un instant à l'autre.

En fait c'est de cette manière qu'ont été traités les premiers problèmes relatifs à l'état variable ; tel est par exemple celui qui se rapporte au galvanomètre balistique dont nous avons parlé plus haut. Il est remarquable que, malgré le manque de rigueur absolue dont sont évidemment entachées les formules établies en partant des hypothèses que nous venons d'indiquer, elles conduisent à des résultats concordants avec ceux de l'expérience, même dans des cas où les changements dans l'état du champ électromagnétique sont extrêmement rapides \*

**217 — Application au cas d'un circuit unique de forme invariable.** — Appliquons les considérations précédentes à l'étude de l'état variable d'un circuit unique indéformable dont  $L$  est le coefficient de self induction et  $R$  la résistance.

---

\* Comme exemple on peut citer la formule relative à la décharge oscillante d'un condensateur que nous établirons plus loin et qui donne des résultats d'accord avec l'expérience lors même que la période des oscillations atteint des valeurs de l'ordre de  $10^{-8}$  seconde.

Supposons qu'on introduise dans ce circuit une force électromotrice  $E$ ; l'intensité du courant variable qui le parcourt étant  $I$  à l'instant  $t$ , l'expression du flux qu'il produit à travers lui-même sera  $\Phi = LI$ ; la force électromotrice d'induction  $-\frac{d\Phi}{dt} = -L\frac{dI}{dt}$  vient donc s'ajouter algébriquement à  $E$  et on aura la relation

$$RI = E - L \frac{dI}{dt}$$

Supposons  $E$  constant l'intégrale de cette équation différentielle sera:

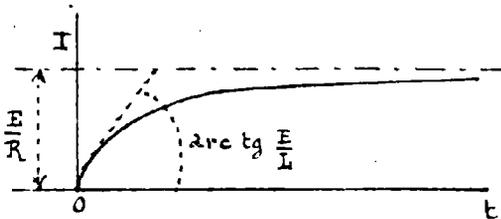
$$I = \frac{E}{R} - A e^{-\frac{R}{L}t}$$

et si l'intensité est nulle pour  $t = 0$ , on aura:

$$I = \frac{E}{R} (1 - e^{-\frac{R}{L}t})$$

Nous voyons donc que lorsqu'on ferme un circuit sur une force électromotrice constante, telle que celle produite par une pile, l'intensité  $I$  n'atteint qu'asymptotiquement sa valeur de régime  $I = \frac{E}{R}$  et la période variable initiale est d'autant plus longue que  $\frac{R}{L}$  est plus petit.

On peut la représenter par la courbe ci-contre dont la tangente à l'origine a pour coefficient angulaire  $\frac{E}{L}$



L'accroissement d'énergie entre l'instant initial et celui qui correspond à une intensité  $I$  du courant est:

$$\int dU = \frac{1}{2} \int d\Phi I = \frac{1}{2} \Phi I = \frac{1}{2} LI^2$$

cette énergie est restituée sous forme

de dégagement de chaleur dans l'étincelle d'extra-courant qui se produit lorsqu'on coupe le circuit.

Il est naturel de la considérer comme corrélatrice de l'apparition du champ magnétique créé par le courant et de la supposer localisée dans chaque élément de ce champ.

L'étude du régime variable au moment de la rupture du courant est rendue impossible par le fait que l'on ne connaît pas la loi de variation de  $R$  correspondant à ce cas, cette résistance se compose en effet de celle du conducteur qui est connue augmentée de la résistance inconnue de l'air à travers lequel éclate l'étincelle d'extra-courant; cette dernière résistance varie naturellement plus ou moins vite suivant la rapidité avec laquelle les deux extrémités du circuit interrompu sont éloignées l'une de l'autre.

218 — **Cas de deux circuits.** — Considérons le cas de deux circuits invariables de forme. Soient  $I_1, L_1, R_1$  et  $E_1$  l'intensité du courant, la self induction, la résistance et la f. é. m. étrangère du premier circuit; les mêmes lettres affectées de l'indice 2 désignant les mêmes grandeurs relatives au deuxième circuit et  $M$  leur coefficient commun d'induction mutuelle on aura:

Pour le premier

$$E_1 - \frac{d\Phi_1}{dt} = R_1 I_1,$$

Le flux d'induction  $\Phi_1$  a pour valeur  $M I_2 + L_1 I_1$ , donc:

$$(1) \quad \frac{d}{dt} (L_1 I_1 + M I_2) + R_1 I_1 = E_1,$$

et de même pour le second

$$(2) \quad \frac{d}{dt} (M I_1 + L_2 I_2) + R_2 I_2 = E_2$$

Lorsque  $E_1$  et  $E_2$  sont supposés constants l'intégration de ces équations ne présente pas de difficulté et nous ne nous y arrêterons pas.

Bornons-nous à l'examen d'un cas particulier: nous supposons qu'à l'origine du temps  $t=0$   $I_1$  et  $I_2$  sont nulles que de plus  $E_2$  est toujours nulle et que  $E_1$  n'agit que pendant un temps extrêmement court  $\tau$ . En d'autres termes nous considérons le cas d'une impulsion électrique.

À l'époque  $\tau$   $I_1$  et  $I_2$  auront acquis les valeurs  $I_1'$  et  $I_2'$  et nous aurons en intégrant de  $t=0$  à  $t=\tau$

$$L_1 I_1' + M I_2' + R_1 \int_0^\tau I_1 dt = \int_0^\tau E_1 dt$$

$\tau$  étant extrêmement faible et  $I_1$  fini on peut poser  $\int_0^\tau I_1 dt = 0$  et par suite

$$(3) \quad L_1 I_1' + M I_2' = F$$

$F$  désignant la valeur de l'impulsion  $\int_0^\tau E_1 dt$   
Pour le deuxième circuit on aura évidemment

$$(4) \quad M I_1' + L_2 I_2' = 0$$

On en tire

$$I_1' = \frac{L_2 F}{L_1 L_2 - M^2}$$

$$I_2' = - \frac{F M}{L_1 L_2 - M^2}$$

Si le premier circuit existait seul la même impulsion électrique produirait une intensité  $I_1'' = \frac{F}{L_1}$  tout se passe dans cette première période comme si la self-induction du circuit se trouvait réduite à la

valeur  $L_1 - \frac{M^2}{L_2}$ .

L'équation (4) exprime que pendant l'impulsion le flux qui traverse le deuxième circuit est nul. A partir de l'époque  $\tau$  les intensités sont régies par les équations

$$(5) \quad \frac{d}{dt} (L_1 I_1 + M I_2) + R_1 I_1 = 0$$

$$(6) \quad \frac{d}{dt} (M I_1 + L_2 I_2) + R_2 I_2 = 0$$

Ces intensités sont d'ailleurs évidemment nulles pour  $t = \infty$  et on a en intégrant de  $\tau$  à l' $\infty$

$$R_1 \int_{\tau}^{\infty} I_1 dt = L_1 I_1' + M I_2' = F$$

la quantité totale d'électricité qui parcourt ce circuit est donc

$$Q = \frac{F}{R_1}$$

comme on pouvait le prévoir a priori.

La même intégration faite sur la deuxième équation nous montre que la quantité totale d'électricité qui parcourt le deuxième circuit est nulle.

Si l'on prend comme origine du temps l'instant où cesse l'impulsion la solution complète du problème est fournie par les équations:

$$I_1 = \frac{1}{s_1 - s_2} \frac{L_2 F}{L_1 L_2 - M^2} \left[ e^{-s_1 t} \left( s_1 - \frac{R_2}{L_2} \right) - e^{-s_2 t} \left( s_2 - \frac{R_2}{L_2} \right) \right]$$

$$I_2 = -\frac{1}{s_1 - s_2} \frac{M F}{L_1 L_2 - M^2} \left[ s_1 e^{-s_1 t} - s_2 e^{-s_2 t} \right]$$

dans lesquelles  $s_1$  et  $s_2$  désignent les racines de l'équation

$$(7) \quad (R_1 - L_1 s)(R_2 - L_2 s) = M^2 s^2$$

Nous avons vu que l'expression  $\Sigma I \Phi = \frac{1}{2} L_1 I_1^2 + M I_1 I_2 + \frac{1}{2} L_2 I_2^2$  est essentiellement positive pour toutes valeurs de  $I_1$  et  $I_2$ , il en résulte que  $L_1 L_2 - M^2$  est positif et que les deux racines  $s_1$  et  $s_2$  le sont également; d'après la forme même de l'équation (7) la quantité  $\frac{R_2}{L_2}$  sépare les deux racines et les facteurs  $s_1 - \frac{R_2}{L_2}$   $s_2 - \frac{R_2}{L_2}$  étant de signes opposés il en résulte que l'intensité  $I_1$  a toujours le même signe.

Quant au courant  $I_2$  il a au début un signe contraire à  $I_1$ , puis change de signe pour conserver ensuite jusqu'à la fin le même signe que  $I_1$ .

§ 19. — Effet d'une impulsion électro magnétique sur une masse métallique. — Supposons que l'impulsion électromotrice  $\int E_1 dt$ .

que nous avons considérée dans l'exemple précédent soit due à une variation du flux d'induction provoquée par une cause extérieure au système telle que le déplacement brusque d'un aimant par exemple.

Soient  $\Phi_0$  et  $\Phi_1$  les valeurs que prend le flux  $\Phi$  produit par cette cause extérieure aux époques 0 et  $\tau$ , on a :

$$F = \int_0^\tau E_1 dt = \int_0^\tau - \frac{d\Phi}{dt} dt = -(\Phi_1 - \Phi_0)$$

et l'équation relative au premier circuit devient :

$$L_1 I_1' + M I_2' = F = -(\Phi_1 - \Phi_0)$$

ou

$$L_1 I_1' + M I_2' + \Phi_1 = \Phi_0$$

Elle exprime qu'aux époques  $\tau$  et 0, le flux total à travers le circuit a la même valeur ; en effet à l'époque 0 il est égal à  $\Phi_0$  et à l'époque  $\tau$  il se compose de  $\Phi_1$  et du flux  $L_1 I_1' + M I_2'$  auquel donnent naissance les courants induits développés dans les divers circuits qui composent le système.

Il est évident d'ailleurs que ce résultat s'étend à un nombre arbitraire de courants ; il subsiste par suite si l'on considère une masse métallique quelconque au lieu d'un ensemble de conducteurs filiformes.

Une impulsion électromagnétique due à une variation brusque du champ magnétique extérieur ne produit donc sur le moment aucune variation du flux d'induction à l'intérieur d'une masse métallique.

La force magnétique conservant la même valeur il en est de même de l'intensité spécifique  $\bar{i}$  des courants qui peuvent traverser cette masse à l'instant considéré ; on a en effet  $4\pi i = \int_0^r H dr$  pour tout contour fermé tracé à l'intérieur du métal.

Les courants induits par une impulsion électromagnétique sont donc localisés à la surface du métal ; ils s'y diffusent ultérieurement conformément aux équations

$$4\pi\mu\gamma \frac{di_x}{dt} = \Delta i_x \quad \text{etc...}$$

précédemment établies.

Deux impulsions égales et contraires produites à des intervalles extrêmement rapprochés ne donneront lieu qu'à des effets superficiels et cela sera d'autant plus exact que le métal employé sera meilleur conducteur en effet les équations dont la considération nous a conduit à cette conséquence sont au fond des équations approchées que nous avons obtenues en supposant que les expressions de la forme :

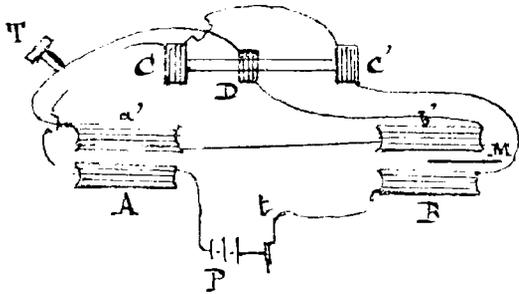
$$R_1 \int_0^\tau I_1 dt$$

sont négligeables à cause de la petitesse de  $\tau$ .

Si la résistance  $R$ , des circuits considérés était nulle, autrement dit, si la conductivité des métaux employés était parfaite ces quantités seraient rigoureusement nulles et les conclusions précédentes subsisteraient pour une variation quelconque du champ magnétique.

Un métal parfaitement conducteur constituerait un écran absolu contre l'induction électromagnétique; à défaut d'une conductibilité parfaite la rapidité dans la succession des impulsions permet d'atteindre le même résultat.

290 — Balace d'induction de Hughes. — Une application intéressante de cette propriété a été faite par Hughes qui a réalisé l'appareil suivant auquel il a donné le nom de Balace d'induction.



A et B sont deux bobines identiques assez éloignées l'une de l'autre pour que leur coefficient d'induction mutuelle soit négligeable, elles sont placées dans un même circuit qui comprend une pile P, un interrupteur à vibrations rapides  $t$  et deux autres bobines identiques entre elles C et

C' dont le rôle sera expliqué plus loin.

Grâce au fonctionnement du trembleur  $t$  ce circuit produit des variations rapides et fréquentes du champ électromagnétique.

Deux autres bobines identiques entre elles  $a'$  et  $b'$  placées en face de A et B sont le siège de courants induits qui traversent un circuit comprenant un téléphone T et une bobine auxiliaire D située entre C et C'.

Les enroulements du fil sur  $a'$  et  $b'$  sont disposés de manière que les forces électromotrices développées dans chacune d'elles soient égales et contraires.

De même C et C' sont disposés de manière à produire des flux égaux et opposés.

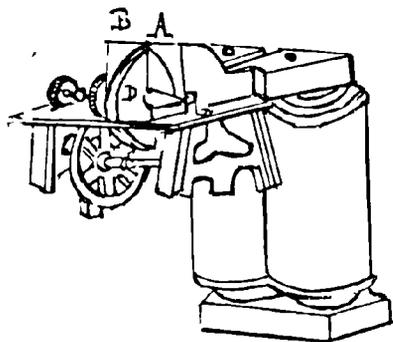
Dans ces conditions si la bobine auxiliaire D est à égale distance de C et C' aucun courant ne traverse le récepteur téléphonique T qui reste silencieuse. Mais si l'on introduit un conducteur quelconque M entre B et  $b'$  ce conducteur forme un écran partiel qui détruit l'équilibre et le téléphone produit un son. En déplaçant la bobine D on peut introduire une action compensatrice et rétablir le silence; on obtient ainsi une sorte d'évaluation de l'effet produit et Hughes

a donné le nom de Sonomètre à la partie CDC' de l'appareil qui permet cette mesure.

221 — Courants de Foucault. — Lorsqu'au lieu de produire des impulsions alternatives de courte durée on réalise une variation permanente du flux les courants d'induction se développent dans toute la masse des conducteurs ; on peut déterminer approximativement leur direction d'après celle du maximum de force électromotrice qui est donnée par l'application de la règle indiquée plus haut.

Mais la direction du champ en chaque point dépendant non seulement des circuits ou courants inducteurs mais encore de la distribution même des courants induits une détermination rigoureuse de la celle dernière est très complexe.

Ces courants induits échauffent le conducteur (loi de Joule) et subissent de la part du champ magnétique des forces qui conformément à la loi de Lenz, s'opposent au mouvement ou à la variation de flux qui produit le phénomène d'induction.



On peut mettre ces effets en évidence par diverses expériences (cube de Faraday, Disque de Foucault, etc...) qui montrent qu'un conducteur introduit dans un champ magnétique éprouve lorsqu'on le déplace une résistance notable en même temps qu'un échauffement.

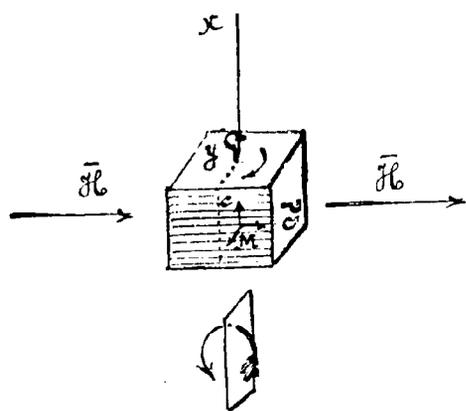
Ce phénomène a été utilisé par Foucault et par divers physiciens pour montrer la transformation d'énergie mécanique en chaleur et pour évaluer l'équivalent J.

Dans l'industrie électrique on donne à ces courants d'induction le nom de courants de Foucault ; il y a le plus grand intérêt à les éviter et on y parvient généralement en subdivisant convenablement les corps conducteurs qui peuvent en être le siège.

Le principe des dispositions adoptées pour cela dérive d'une expérience de Faraday.

Considérons un cube de cuivre tournant autour d'un axe vertical  $xy$  dans un champ  $H$  que nous supposerons horizontal. Un élément quelconque  $M$  est le siège d'une force électromotrice qui tend à produire un courant normal à la direction du plan horizontal déterminée par  $H$  et la vitesse  $V$  de translation de l'élément considéré.

La masse du cube sera donc parcourue par des courants



ascendants dans sa partie droite (cas de la figure) et descendants dans l'autre région.

Imaginons que ce cube soit constitué par un grand nombre de lames de cuivre horizontales superposées et séparées par un isolant, les forces électromotrices élémentaires ne pourront plus ajouter leurs effets et les courants induits disparaîtront presque complètement.

On constate en effet qu'un tel cube placé comme l'indique la figure ne subit

plus de résistance notable dans un champ magnétique.

Il n'en est plus de même si les cloisons sont normales à la direction du champ comme cela a lieu si l'on accroche le cube au fil de suspension par le crochet latéral C'.

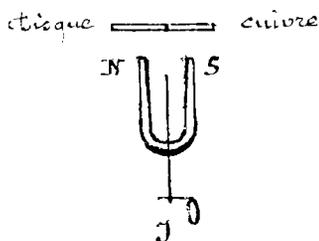
L'action mutuelle des systèmes capables de développer un champ magnétique inducteur et des conducteurs où se produisent les courants induits avait été observée avant la découverte de Faraday mais on n'en avait pas trouvé l'explication.

En particulier Arago avait montré qu'un aimant en fer à cheval animé d'un mouvement de rotation entraînait un disque de cuivre placé dans le voisinage de ses pôles comme l'indique la figure.

Gambey avait également observé que les oscillations d'une aiguille aimantée s'amortissent beaucoup plus vite quand

elle oscille au-dessus d'une plaque conductrice (cuivre rouge) et cette propriété avait été appliquée par lui pour perfectionner la construction des boussoles.

On a également utilisé cette propriété pour amortir le mouvement de l'aiguille aimantée de certains galvanomètres tels que celui de Wiedemann par exemple.



## 23<sup>e</sup> Leçon

# Applications des phénomènes d'induction. Machines magnéto et dynamo-électriques.

222. — Induction dans un champ magnétique uniforme. — (Applications diverses), I. — Quantités d'électricité induite dans un circuit plan par le champ terrestre.

Le champ magnétique terrestre est uniforme : l'intensité est  $\mathcal{G}$  et la direction parallèle à l'aiguille d'inclinaison, le sens positif du Sud au Nord.

Le flux d'induction est  $\Phi = \mathcal{G} \sigma \cos \alpha$ ,  $\sigma$  étant la surface du circuit plan et  $\alpha$  l'angle de la normale à ce plan avec la direction des lignes de force. La variation du flux dans deux positions du cadre ( $\alpha_0, \alpha_1$ ) fournit la quantité d'électricité induite

$$q = \frac{\Sigma}{r} = \frac{\mathcal{G} \sigma (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_0)}{1}$$

L'origine des angles  $\alpha$  est la direction de l'aiguille aimantée : donc  $\alpha = 0$  correspond à la position du plan normal à cette aiguille.

La quantité d'électricité induite par la terre est égale au produit de l'intensité du champ magnétique par la différence des arcs des projections du circuit sur le plan perpendiculaire à l'aiguille d'inclinaison divisé par la résistance du circuit.

Si  $\alpha_0 = 180^\circ - \alpha_1$ , les deux cosinus sont égaux et de signes contraires. Si de plus  $\alpha_0 = 0$  c'est-à-dire si le circuit est normal à l'aiguille d'inclinaison ou aux lignes de force, on a :

$$q = \frac{-2 \mathcal{G} \sigma}{r}$$

II. — Mesure des résistances en unités absolues (Méthode de Weber).

$\mathcal{G}$  étant mesurable en unités absolues (Méthode de Gauss) ( $10^2$  54).

$\mathcal{G}$  étant également mesurable en unités absolues avec un galvanomètre normal

$r$  se trouve mesurée en unités absolues. C'est ainsi qu'opéra Weber qui le premier eut l'idée de mesurer les résistances de cette manière. On simplifie la mesure en opérant avec la composante horizontale  $\mathcal{H} = \mathcal{G} \cos I$  qui est précisément celle qui intervient dans le galvanomètre.

Dans ces conditions on fait tourner le cadre dont on cherche la résistance autour d'un axe vertical ; si la rotation est de  $180^\circ$  de

manière que le cadre soit perpendiculaire au méridien magnétique dans la position initiale et finale, la formule se réduit à  $q = \frac{2h\sigma}{r}$ . Le résultat est donné en unités C.G.S on le transforme en  $\text{ohms}$  en divisant le nombre obtenu par  $10^9$ ; ici  $r$  représente la somme des résistances du cadre mobile et du galvanomètre.

Si l'on opère avec un galvanomètre normal dont l'aiguille offre un moment magnétique assez grand pour qu'on puisse négliger l'action du fil de suspension le couple  $c$  qui tend à ramener l'aiguille au zéro a pour valeur:

$$c = 4\pi h$$

Appliquant la formule du N° (192) on a:

$$q = \frac{T}{2\pi} I_0$$

mais l'intensité  $I_0$  est liée à l'élongation observée  $\delta_0$  par la relation

$$c\delta_0 = 4\pi G I \quad (\text{N° 189})$$

et il vient en remarquant que dans le cas actuel  $G = \frac{2\pi n}{R}$

$$q = \frac{T}{2\pi} \frac{c\delta_0}{4\pi G} = \frac{T h \delta_0 R}{4\pi^2 n}$$

comme d'autre part

$$q = \frac{2h\sigma}{r}$$

il vient:

$$r = \frac{8\pi^2 n G}{T \cdot R} *$$

résultat indépendant de la composante horizontale  $h$  du champ magnétique terrestre.

Il n'y a pas lieu de s'étonner de cette simplification car c'est la même force magnétique  $h$  qui d'un côté produit l'induction et de l'autre le couple qui tend à ramener l'aiguille dans le méridien.

### III. — Mesure d'un champ magnétique uniforme. —

Le même mode de mesure permet de déterminer l'intensité  $H_0$  d'un champ magnétique uniforme. A cet effet on dispose un cadre circulaire de  $n$  spires de rayon  $R$  perpendiculaire aux lignes de force et on met les deux extrémités du fil en communication avec un galvanomètre normal. On tourne alors le cadre de  $180^\circ$

---

\* Rappelons que dans cette formule  $R$  désigne le rayon du cadre circulaire du galvanomètre normal;  $n$  le nombre de spires enroulées sur ce cadre et  $T$  la durée d'oscillation de l'aiguille uniquement soumise au champ terrestre.

et on mesure la quantité  $q$  d'électricité induite, on en conclut :

$$\mathcal{H}b = -q \frac{1}{2\sigma} \quad \text{avec } \sigma = \pi f^2$$

en se rappelant que  $1^\circ$  doit être exprimé en unités C.G.S.

Le champ magnétique terrestre a pour mesure  $G = 0,40$  en unités C.G.S. Dans les électro-aimants industriels on obtient couramment 4.000 à 5.000 unités C.G.S. : Dans certains appareils on a atteint et dépassé 30.000 Gauss.

IV. - Mesure de l'inclinaison magnétique par l'induction. - L'expression de la quantité d'électricité induite pouvant être rendue proportionnelle à une composante particulière de l'intensité du champ, on peut choisir :

1° la composante horizontale  $h = G \cos I$

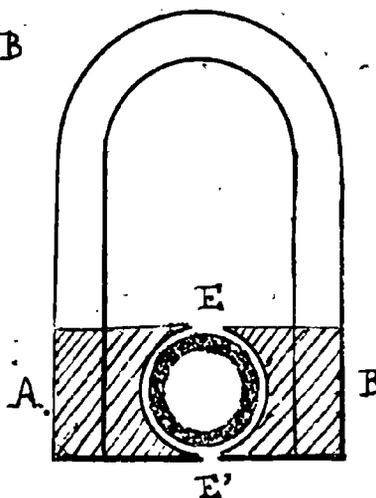
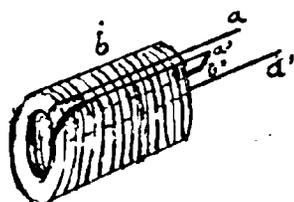
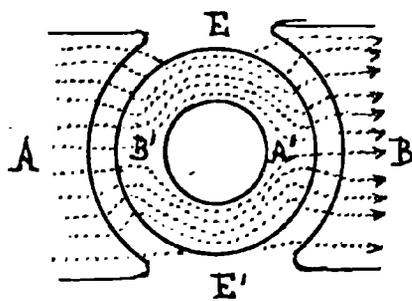
2° ————— verticale  $v = G \sin I$

Si l'on fait tourner successivement de  $180^\circ$  le même cadre circulaire (composé de  $N$  tours de fil) d'abord autour d'un axe vertical comme ci-dessus, puis autour d'un axe horizontal, en ayant soin de prendre comme direction initiale du plan la direction perpendiculaire aux lignes de force de la composante utilisée, les quantités  $q_1$  et  $q_2$  d'électricité induite dans le même galvanomètre seront dans le rapport de  $v$  et  $h$  d'où :

$$\frac{q_2}{q_1} = \frac{v}{h} = \tan g. I$$

Ce rapport fournit donc la tangente trigonométrique de l'inclinaison déduite d'une opération extrêmement simple.

### 223. - Machines magnéto-électrique de Gramme. - Sa



application industrielle la plus importante de la découverte de Faraday a consisté dans la réalisation de machines permettant d'utiliser le travail mécanique pour produire des courants électriques et inversement.

On a d'abord recherché et obtenu à l'aide de commutateurs comme

nables le redressement des deux courants inverses qui se produisent dans un circuit induit animé d'un mouvement périodique dans un champ inducteur fixe. De cette manière on a réalisé des machines donnant toujours un courant de même sens.

Nous ne nous occuperons pas des premières machines d'induction telles que celles de Clarke, Dixii, l'Alliance et nous nous bornerons à la description sommaire de la machine Gramme qui est la première dont la construction ait été conforme aux conditions que la théorie indiquait comme les plus favorables.

Dans cette machine le champ magnétique très intense est produit par un aimant en fer à cheval armé de pièces polaires qui présentent un évidement cylindrique.

À l'intérieur de cet espace se moult un anneau dont l'axe de rotation coïncide avec celui de la cavité cylindrique et qui porte les circuits induits. Il est constitué par la juxtaposition d'anneaux lamellaires (0<sup>m</sup>/<sub>5</sub>) en tôle de fer doux ou par un simple enroulement de fils de fer isolés de manière à empêcher les courants de Foucault (N° 221) qui tendent à se produire parallèlement aux génératrices du cylindre métallique lorsqu'il tourne dans le champ.

Cet anneau s'aimante par influence et sert de support au circuit magnétique de manière à concentrer le champ magnétique accessible dans l'entrefer annulaire qui le sépare des pièces polaires de l'aimant.

Dans cet entrefer les lignes de force sont sensiblement perpendiculaires aux génératrices du cylindre et convergent vers l'axe de l'anneau. On peut mettre ce fait en évidence en réalisant le phénomène magnétique correspondant sur une machine démontée.

Autour de l'anneau est enroulé le fil induit a b c d a' b' c' d' suivant une série de spires parallèles aux génératrices du cylindre et par suite perpendiculaires aux lignes de force du champ ainsi qu'au déplacement produit par la rotation de ce cylindre autour de son axe.

Les conditions de maximum énoncées plus haut (N° 214) se trouvent ainsi réalisées.

Les extrémités de chaque spire sont à des potentiels électrostatiques différents et sont assimilables à des pôles de piles; on réunit ces spires bout à bout comme des piles accolées en tension. Or d'un côté à l'autre du plan médian EE', la force magnétique change de signe et la force électromotrice induite change de sens.

Un circuit comprenant toutes les spires ne serait le siège d'aucun courant; il se trouverait en effet un égal nombre de spires

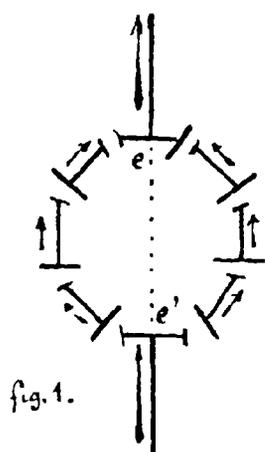


fig. 1.

ya production d'un

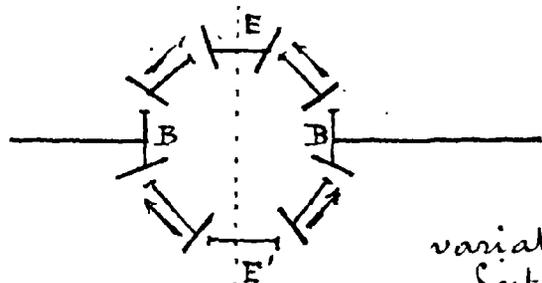
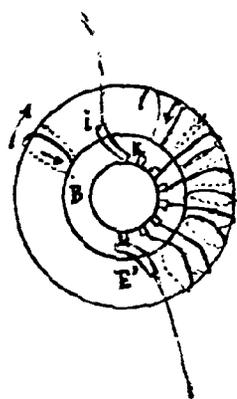


fig. 2.

de chaque côté et le courant résultant se-  
rait nul.

Pour obtenir un courant dans le circuit  
extérieur on le place en dérivation sur le  
circuit intérieur aux points  $e$  et  $e'$ .

Les pôles opposés des deux spires consé-  
cutives sont réunis à une même touche en cui-  
vre placée sur l'axe de rotation. Ces touches  
sont isolées entre elles et isolées de l'axe; elles  
constituent le collecteur.

De cette manière les forces électromotrices de  
chaque moitié de l'anneau s'ajoutent et il  
y a production d'un courant allant de  $E'$  en  $E$  dans chacune de  
ces moitiés. C'est en  $E'$  et en  $E$  qu'aboutissent  
les deux extrémités du circuit extérieur; tout  
se passe comme si on accouplait en surface  
deux séries de piles montées elles mêmes en  
tension.

Le courant est recueilli par deux balais conduc-  
teurs qui frottent sur la surface du cylindre  
collecteur formé par les touches du cuivre;  
le contact a toujours lieu aux deux points où  
la force électromotrice change de signe, c'est-  
à-dire dans une position telle que les forces  
électromotrices de toutes les spires s'ajoutent  
dans chaque moitié de l'anneau.

Si en effet on prenait les contacts  
sur le diamètre perpendiculaire  
au diamètre  $EE'$  on n'aurait au-  
cun courant, comme le montre la  
figure 2.

La f. é. m. induite dépend de la  
variation du flux.

Soit  $\Phi$  le flux total qui pénètre dans l'an-  
neau de fer doux et qui s'y divise en deux  
branches égales.

En  $E'$  une spire de l'enroulement embrasse le flux  $\frac{\Phi}{2}$  en  $B$  un  
flux nul et en  $E$  un flux  $-\frac{\Phi}{2}$  qui a même valeur que le flux en  $E'$   
mais pénètre par la face opposée.

Si  $T$  est la durée d'un tour autrement dit si  $N = \frac{1}{T}$  est le nom-  
bre de tours par seconde la variation de flux à travers cette spire

sera de  $\Phi$  en  $\frac{T}{2}$  seconde et par suite la force électromotrice moyenne dont elle est le siège aura pour valeur  $2 \frac{\Phi}{T} = 2N\Phi$ .

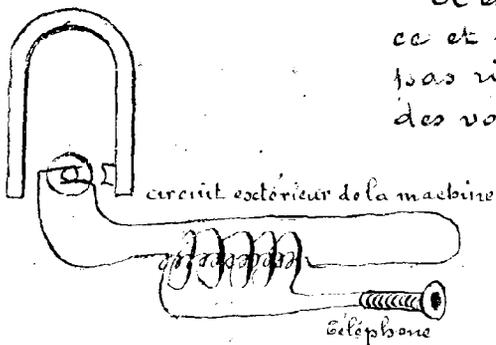
Si  $n$  est le nombre total des spires enroulées sur l'anneau, comme il y en a  $\frac{n}{2}$  de chaque côté la force électromotrice de la machine sera :  $\frac{n}{2} \cdot 2N\Phi$  c'est-à-dire

$$E = Nn\Phi \text{ (C.G.S.) ou } E = 10^{-8} Nn\Phi \text{ volts}$$

Si  $R$  et  $r$  désignent les résistances du circuit extérieur et du circuit formé par l'ensemble de toutes les spires on aura pour l'intensité du courant :

$$I = \frac{E}{R+r} = \frac{Nn\Phi}{R+r}$$

On voit qu'on a intérêt à augmenter le flux  $\Phi$  ce qu'on obtient avec des aimants donnés en diminuant l'entrefer ; mais alors l'espace où se meuvent les fils induits se rétrécit ce qui diminue le nombre des spires de fil que l'on peut superposer. Il y a donc une limite ou plutôt un maximum qu'on ne peut pas dépasser et que la pratique a rapidement indiqué.



Il est bien évident que la force électromotrice et par suite l'intensité du courant ne sont pas rigoureusement constantes, elles subissent des variations périodiques et la période est précisément égale au temps qu'une touche quelconque du collecteur met pour aller se substituer à sa voisine immédiate. On peut mettre ces fluctuations en évidence en se servant des va-

riations d'intensité du courant de la machine pour produire des courants induits dans une bobine placée dans le circuit d'un téléphone.

L'expérience est disposée comme l'indique le schéma ci-dessus.

224 — Machines dynamo-électriques. — L'inconvénient des aimants permanents d'acier est que : le champ magnétique est relativement faible.

Il est en effet difficile de dépasser  $H = 800$  Gauss et l'on n'a pas tardé à leur substituer des Electro-aimants qui permettent d'atteindre pratiquement des champs de 4.000 à 5.000 unités C.G.S dans l'entrefer.

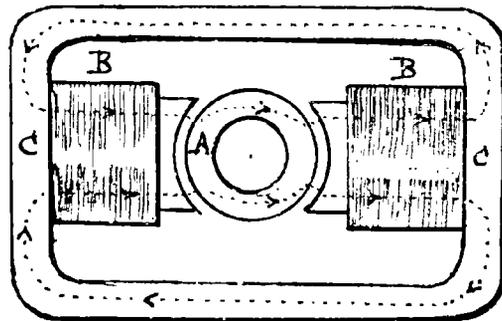
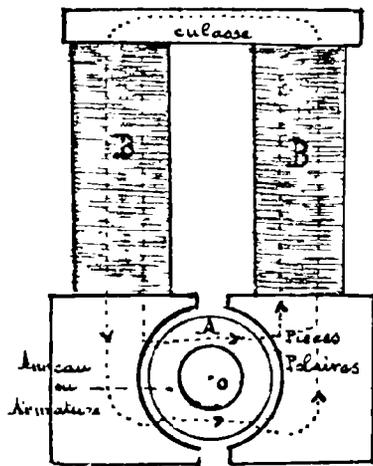
Les machines correspondantes sont alors désignées sous le nom

générique de machines dynamo-électriques ou plus simplement de dynamos

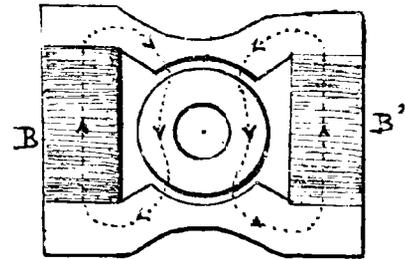
Le système inducteur est alors constitué par une carcasse en fer dans laquelle on provoque un flux magnétique en lançant un courant dans des bobines B convenablement disposées.

Le circuit magnétique, complété par l'anneau A auquel on a donné par analogie le nom d'armature, traverse l'entrefer, cylindre dans lequel se déplacent les conducteurs convenablement enroulés qui constituent l'induit de la machine.

Les figures ci-dessous indiquent les trois principaux types adoptés comme inducteur ; le premier rap.



Dynamo-cuirassée



Type Manchester.

peu la forme d'un électro-aimant ordinaire, le second désigné sous le nom de type cuirassé a l'avantage de placer les bobines inductrices B aussi près que possible de l'entrefer ce qui diminue beaucoup les pertes de flux utile. Enfin dans le troisième dit type Manchester les forces magnétomotrices des bobines B et B sont groupées en parallèles au lieu de l'être en série comme dans les deux types précédents.

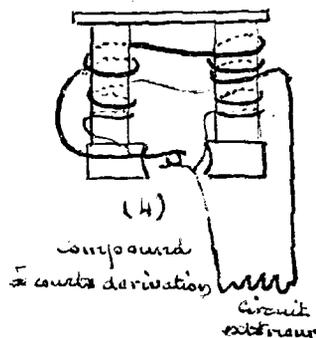
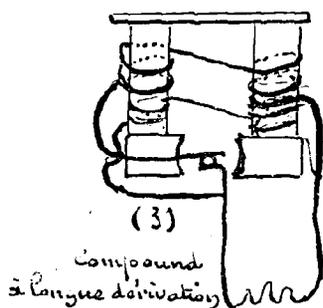
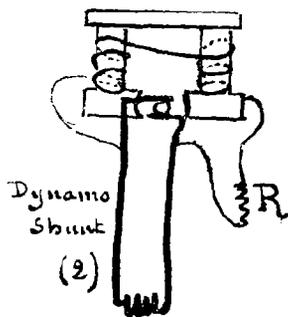
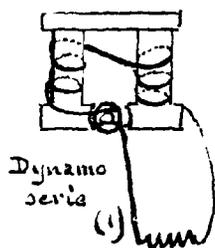
Le courant, dont le passage dans les bobines B produit la force magnétomotrice, peut être emprunté à une source étrangère telle qu'une batterie d'accumulateurs par exemple.

La dynamo est alors dite à excitation séparée et fonctionne dans les mêmes conditions qu'une machine magnéto

On peut au contraire employer pour exciter l'électro-aimant inducteur un courant produit par la machine elle-même ; la dynamo est alors auto-excitatrice.

Au moment de la mise en marche le champ inducteur est extrêmement faible et résulte uniquement du magnétisme réma-

rent que conservent les organes en fer de la dynamo mais le courant de plus en plus fort produit par la machine elle-même augmente progressivement le champ inducteur jusqu'à ce que l'état de régime soit atteint.



L'auto-excitation peut être obtenue de diverses manières.

1°) En faisant circuler dans les bobines B la totalité du courant envoyé dans le circuit extérieur; le fil enroulé sur ces bobines est alors gros et court de manière à pouvoir porter un courant intense sans échauffement exagéré.

La dynamo est dite excitée en série.

2°) Les bobines B portent un enroulement en fil fin et long dans lequel on fait circuler un courant dérivé sur le circuit extérieur; on a alors une dynamo shunt. Dans ce cas on peut en intercalant une résistance variable R sur le circuit inducteur faire varier à volonté l'intensité du flux  $\Phi$  et régler commodément le fonctionnement de la machine.

3°) Enfin l'on peut faire porter aux bobines inductrices deux enroulements, dans lesquels circulent respectivement un courant dérivé et le courant total produit par la machine qui porte alors le nom de dynamo Compound.

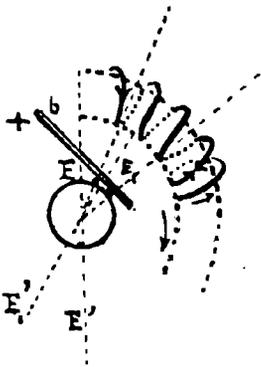
Il s'agit de ce que l'on appelle le compounding qui peut être obtenu de

deux façons suivant que l'on fait circuler dans l'inducteur le même courant que celui qui traverse l'induit ou simplement le courant extérieur (fig. 3 et 4).

Le compounding à longue dérivation (3) est de beaucoup le plus employé.

Naturellement on peut comme dans le cas des dynamos shunt intercaler une résistance de réglage dans le circuit dérivé

225 — Calage des balais. — Le fonctionnement de l'anneau



Gramme n'est pas aussi simple que nous l'avons précédemment supposé. Si dans une machine en marche et débitant du courant on place les balais sur la verticale  $EE'$  on constate la production de fortes étincelles qui ne tarderaient pas à détériorer le collecteur.

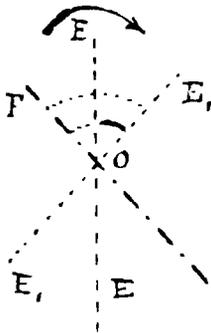
L'origine de ce phénomène est dû à la self induction des enroulements partiels respectivement compris entre deux touches consécutives du collecteur: en effet lorsqu'un tel enroulement traverse la ligne  $EE'$  de commutation le courant dont il est le siège doit passer brusquement de la valeur  $\frac{I}{2}$  à  $-\frac{I}{2}$  puisque  $I$  désignant l'intensité du courant extérieur les 2 spires de l'induit situées de part et d'autre de  $EE'$  sont à tout instant traversées par des courants égaux et de sens contraires.

Il est donc nécessaire de permettre la dissipation de l'énergie  $I \frac{I^2}{4}$  due à la self induction  $L$  de l'enroulement partiel considéré; on y parvient en employant des balais qui sont en contact simultanément avec deux touches consécutives du collecteur: de cette manière chaque enroulement partiel est mis pendant un certain temps en court circuit lors de son passage sur la ligne de commutation.

Mais il faut également éviter l'extra courant de fermeture qui se produirait si les spires ramenées à l'état neutre étaient subitement introduites dans la partie du circuit  $-\frac{I}{2}$  pour cela on a été conduit à déplacer à décaler la ligne de commutation dans le sens du mouvement de rotation et à l'amener en  $E_1 E_1'$ . De cette manière pendant le temps où les spires sont en court circuit elles sont déjà le siège d'une force électromotrice qui tend à y produire un courant de même sens que celui qui doit les parcourir un instant après.

L'angle  $F_1 OE$  porte le nom d'angle de calage, on voit d'après ce qui précède qu'il doit varier avec l'intensité  $I$  du courant débité par la machine, aussi les balais sont-ils portés par des supports appropriés qui permettent de les déplacer simultanément en laissant leurs points de contact à  $180^\circ$  l'un de l'autre. On règle pratiquement leur position de manière à obtenir le crachement minimum c'est-à-dire des étincelles de commutation aussi faibles que possible.

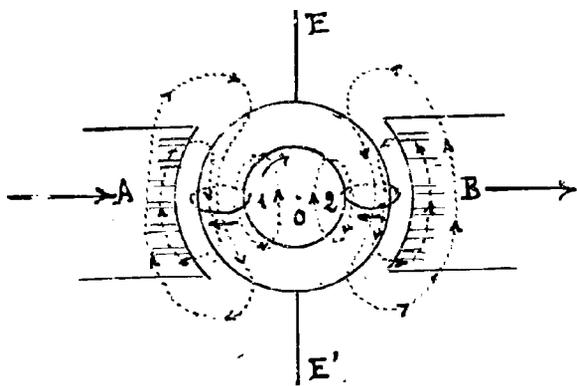
Il y aurait évidemment avantage à réduire



38.

autant que possible l'angle de calage car si l'on considère l'angle compris entre  $E, O$  et la droite  $FO$  qui est son image par rapport à  $E, E'$  le flux coupé par l'induit lorsqu'il parcourt l'arc  $FE$ , correspondant est sans effet utile puisqu'il développe de part et d'autre de  $E, E'$  des forces électromotrices opposées.

**226 — Déformation du champ due à l'action du courant induit.** — L'effet nuisible que nous venons de signaler vient s'en ajouter un second dû à ce que le champ ne conserve pas en marche la constitution que nous avons supposée plus haut (N° 223). Ce champ résulte en réalité de la superposition de celui que produit le système inducteur et de celui qui se trouve créé par le fait de la circulation du courant dans les deux parties de l'induit.



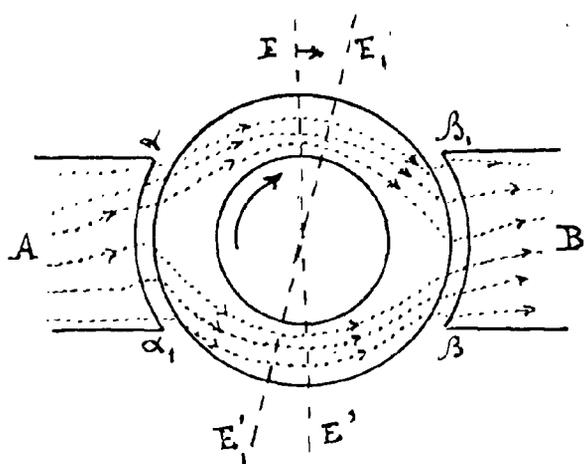
Occupons-nous de ce dernier et supposons pour simplifier la ligne de commutation verticale, il est facile de voir dans le cas de la figure ci-contre que, si le flux inducteur a pour direction générale  $AB$  et si l'anneau se meut dans le sens des aiguilles d'une montre, toutes les spires situées à gauche de  $EE'$  seront traversées par des courants tels que (1) et don-

neront un champ dont l'allure générale est indiquée en pointillé.

Les spires de droite (2) produiront un champ qui est l'image du premier par rapport à  $EE'$ .

On voit que le flux sera augmenté dans les régions  $A$  et  $B$  et diminué en  $A'$  et  $B'$ , il résulte de ce fait une déformation du champ, dont la figure ci-après rend à peu près compte, et qui a pour effet de déplacer dans le sens du mouvement la direction pour laquelle le flux embrassé par la spire est maximum. L'existence de ce champ exigerait donc à elle seule que la ligne de commutation soit décalée dans le sens du mouvement et l'on peut montrer par des considérations que nous ne saurions développer ici qu'elle a également pour effet de diminuer la force électromotrice d'induction, résultat qui était à prévoir d'après la loi générale de Lenz.

On a donc tout intérêt à diminuer l'intensité du champ produit par l'induit. Parmi les moyens employés pour y



parvenir nous signalerons le sectionnement des pièces polaires A et B par des plans parallèles à l'axe de l'induit et au flux inducteur  $\Phi$ . (Figure de la page précédente).

Ces sections ne diminuent pas la perméabilité pour le flux utile  $\Phi$  et augmentent au contraire la réductance rencontrée par le flux nuisible.

L'effet nuisible de l'induit que nous venons d'examiner

et que l'on désigne généralement sous le nom de réaction d'induit croît comme l'intensité du courant qui y circule et l'un des buts du compoundage est précisément d'augmenter en même temps l'intensité du champ inducteur utile de manière à produire une sorte de compensation.

227 Réversibilité des machines magnéto et dynamo électriques à courants continus. — Nous ne saurions entrer dans plus de détails au sujet des dynamos dont l'étude fait l'objet des traités d'électrotechnique. Pour terminer nous signalerons la propriété qu'ont en général ces machines de pouvoir être employées non seulement pour transformer du travail en courant électrique mais également pour effectuer la transformation inverse.

Dans le premier cas on dit que la machine fonctionne comme génératrice et dans le second comme réceptrice; elle reçoit en effet de l'énergie électrique sous forme de courant et produit du travail.

Le courant d'intensité  $I$  produit par une source quelconque (Piles, dynamo) engendre dans la réceptrice des actions électrodynamiques qui mettent l'anneau en mouvement et, d'après la loi de Lenz il y aura production d'une force électromotrice  $e$  inverse de celle qui donnerait naissance à un courant induit de même intensité si la machine fonctionnait comme génératrice.

Le travail recueilli dans l'unité de temps aura, pour mesure  $eI$

L'emploi de dynamos convenablement associées permet donc le transport de la force par l'électricité.

Soient  $E$  la force électromotrice de la génératrice et la force

322.

électromotrice inverse de la réceptrice  $R$  et  $r$  leurs résistances respectives,  $\rho$  la résistance extérieure, l'intensité  $I$  du courant sera:

$$I = \frac{E - e}{R + r + \rho}$$

et la chaleur dégagée dans les conducteurs:

$$(R + r + \rho) I^2 = (E - e) I$$

Soient  $T_m$  le travail moteur c'est-à-dire l'énergie dépensée dans la machine génératrice.

$T_r$  l'énergie mécanique récupérée dans la réceptrice.

Chacune de ces machines est à l'état de régime permanent et traversée par le courant constant  $I$ . La force électromotrice d'induction qui y est développée est égale au flux total coupé dans l'unité de temps, or le travail des forces électrodynamiques pendant le même temps s'obtiendra en multipliant ce même flux par l'intensité  $I$ . On aura donc:

$$T_m = EI$$

$$T_r = eI$$

$$T_m - T_r = (E - e) I = (R + r + \rho) I^2$$

Nous voyons donc que ce qui a disparu comme travail représente précisément la chaleur dégagée dans le circuit.

Le rendement a pour valeur:

$$\frac{T_r}{T_m} = \frac{e}{E} = \frac{E - I(R + r + \rho)}{E}$$

et pour une même résistance totale  $R + r + \rho$  il y a évidemment intérêt à employer une génératrice pour laquelle  $E$  soit aussi élevée que possible.

## 228 — Effets des phénomènes d'induction dans le galvanomètre Depretz d'Arsonval.

Nous avons déjà dit (N° 174) que cet appareil permettait d'obtenir un amortissement rapide des oscillations du cadre mobile. Ce fait est dû à ce que conformément à la loi de Lenz le mouvement de ce cadre supposé placé en circuit fermé, est le siège de courants d'induction qui tendent à s'opposer aux déplacements; la force vive se transforme par suite en chaleur de Joule dégagée dans le circuit.

Nous pouvons d'ailleurs maintenant servir de plus près la question; dans son mouvement le cadre est en effet soumis:

1°) a un couple accélérateur qui comme nous l'avons vu (n° 174) est égal à  $HbnsI$ ;  $I$  désignant la valeur du courant lancé dans le galvanomètre à l'instant  $t$ . — ( $Hb$  la valeur du champ;  $s$  la surface du cadre et  $n$  le nombre de spires).

2°) a un couple retardateur  $C\alpha$ , qui est proportionnel à la déviation  $\alpha$  et à la constante de torsion  $C$  du fil de suspension.

3°) a un couple amortisseur provenant de la résistance de l'air et que l'on peut considérer comme proportionnel à la vitesse de rotation  $\frac{d\alpha}{dt}$  et à une constante  $A$ .

4°) a un couple amortisseur dû aux phénomènes d'induction; la force électromotrice d'induction est égale à  $-\frac{d\Phi}{dt}$  or le flux coupé  $d\Phi = Hbns \cdot l \cdot 2a \cdot d\alpha = Hbns \, d\alpha$  par suite cette force électromotrice égale en valeur absolue à  $Hbns \frac{d\alpha}{dt}$  développera dans le circuit dont la résistance est  $R$  un courant

$$I_1 = \frac{Hbns}{R} \frac{d\alpha}{dt}$$

et l'action du champ  $Hb$  sur ce courant donnera naissance au couple:

$$Hbns I_1 = \frac{Hb^2 n^2 s^2}{R} \frac{d\alpha}{dt}$$

On aura donc en désignant par  $K$  le moment d'inertie du cadre:

$$(1) \quad K \frac{d^2\alpha}{dt^2} + \left( A + \frac{Hb^2 n^2 s^2}{R} \right) \frac{d\alpha}{dt} + C\alpha = HbnsI$$

et la solution générale de cette équation différentielle s'obtiendra en ajoutant à la solution particulière  $\alpha = \frac{Hbns}{C} I$  la solution générale de l'équation obtenue en égalant le premier membre à zéro.

Nous écrirons cette dernière sous la forme:

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + 2a \frac{d\alpha}{dt} + b^2 \alpha = 0 \quad \text{en posant} \quad 2a = \frac{1}{K} \left( A + \frac{Hb^2 n^2 s^2}{R} \right)$$

$$\text{et } b = \sqrt{\frac{C}{K}}$$

elle admet comme on le sait une solution qui peut se mettre sous la forme:

$$\alpha = e^{-at} (M e^{t\sqrt{a^2-b^2}} + N e^{-t\sqrt{a^2-b^2}}) \quad \text{si } a > b$$

$$\text{ou} \quad \alpha = e^{-at} (M \cos t\sqrt{b^2-a^2} + N \sin t\sqrt{b^2-a^2}) \quad \text{si } a < b$$

Nous voyons que si le courant  $I$  est

constant. La présence du facteur  $e^{-at}$  permet au cadre d'atteindre rapidement sa position d'équilibre  $\alpha = \frac{Hb_{112}}{c} I$ ; si  $a > b$  il atteindra cette position sans osciller et le mouvement est dit apériodique dans le cas contraire  $a < b$  mouvement est périodique amorti et le cadre s'arrête après quelques oscillations d'amplitudes rapidement décroissantes.

La valeur de  $a$  est d'autant plus grande que  $R$  est plus faible on a donc avantage à shunter le galvanomètre pour obtenir dans tous les cas un amortissement rapide.

Lorsque le mouvement est périodique amorti ( $a < b$ ) il est facile de déterminer par expérience les valeurs des constantes  $a$  et  $b$ , il suffit en effet d'évaluer la période  $T$  et le coefficient d'amortissement  $\varepsilon$  correspondant à ce mouvement.

N.E. En identifiant en effet l'équation précédente à celle,  $\frac{d^2\alpha}{dt^2} + 2\omega\varepsilon \frac{d\alpha}{dt} + \omega^2(1+\varepsilon^2)\alpha = 0$  que nous avons déjà étudiée dans le cours de première année (N° 22) on trouve:

$$a = \omega\varepsilon = \frac{2\pi}{T}\varepsilon \quad b = \omega\sqrt{1+\varepsilon^2} = \frac{2\pi}{T}\sqrt{1+\varepsilon^2}$$

Le coefficient  $\varepsilon$  se déduit comme on sait de l'évaluation du décrément logarithmique  $\pi\varepsilon = \frac{1}{p} \ln \left( \frac{n^{\text{ième}} \text{ amplitude}}{(n+1)^{\text{ième}} \text{ amplitude}} \right)$

D'ailleurs en choisissant pour  $R$  une valeur convenable on pourra toujours obtenir un mouvement périodique amorti du cadre et la détermination de  $a$  correspondant à diverses valeurs de  $R$  permettra le calcul des quantités  $\frac{A}{K}$  et  $\frac{Hb^2 n^2 I^2}{K}$  qui serviront s'il y a lieu à obtenir les valeurs de  $a$  lorsque par suite de la petitesse de  $R$  le mouvement devient apériodique.

## 24<sup>e</sup> Leçon

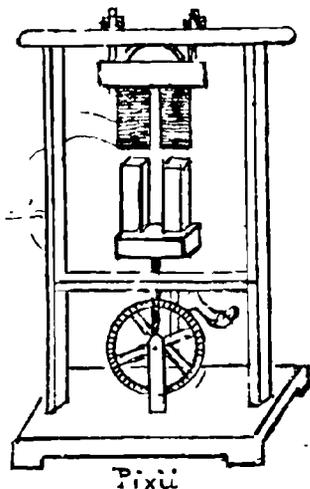
### Courants alternatifs

229 — Alternateurs. — Le déplacement régulier d'un circuit assujéti à passer toujours de la même manière par une série de situations successives identiques à l'intérieur d'un champ inducteur invariable donne lieu à une force électromotrice d'induction périodique et nous avons vu dans le cas particulier de l'anneau Gramme comment on était parvenu à redresser les courants alternatifs qui prennent naissance dans chaque spire induite de manière à réaliser des courants continus sensiblement constants.

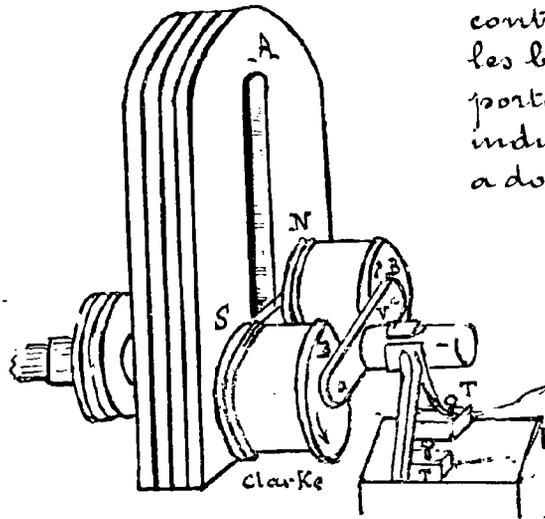
Pendant assez longtemps les machines à courant continu ont été presque exclusivement utilisées, mais actuellement l'industrie électrique est parvenue à tirer directement parti des courants

périodiques qui sont le résultat immédiat des phénomènes d'induction.

Les appareils employés pour la production de ces courants utilisent presque tous le passage alternatif de pôles magnétiques inducteurs de noms contraires devant les bobines qui portent le circuit induit. On leur a donné le nom



Pixii



Clarke

générique d'alternateurs et les courants produits sont dits alternatifs.

Ses premiers ap-

pareils de ce genre sont ceux de Pixii et de Clarke. Dans la machine de Pixii un aimant en fer à cheval, mobile autour d'un axe, présente alternativement ses deux pôles devant les deux branches de l'électro-aimant fixe qui constitue l'induit; dans celle de Clarke l'aimant inducteur est fixé et l'électro-aimant induit mobile.

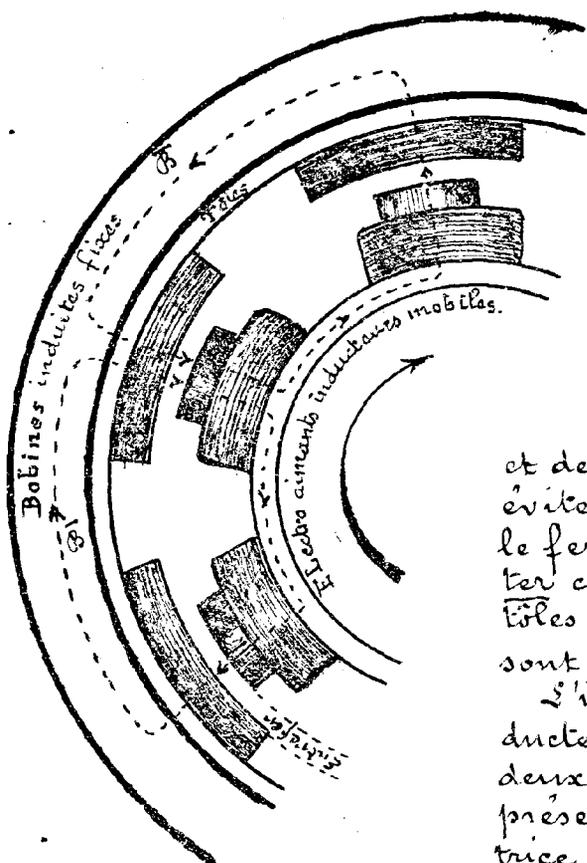
Ulérieurement d'autres machines (Comp<sup>te</sup> l'Alliance, de Méritens etc...) ont été construites dans lesquelles on a multiplié le nombre des aimants inducteurs et des bobines induites (mises en tension) de manière à augmenter simultanément la force électromotrice induite et le nombre des alternances.

Les courants alternatifs produits par ces machines ont été principalement utilisés pour l'éclairage électrique\*.

On n'a pas tardé à substituer aux aimants inducteurs des électro-aimants entretenus par un courant continu produit soit par une batterie, soit par une dynamo auxiliaires.

\* A l'ampibléctre on a employé le petit modèle de machine l'Alliance pour souder un fil et l'on a utilisé le courant de la machine de Méritens pour produire un arc électrique; dans ce cas les deux charbons sont également incandescents et s'usent de la même manière. L'arc rend également un son dont la hauteur donne la fréquence du courant.

Comme il est plus commode de transmettre un courant continu par des bagues placées sur l'axe de rotation d'une machine que d'employer des bagues analogues pour recueillir à l'aide de balais le courant alternatif produit, c'est ordinairement les inducteurs qui sont mobiles dans les alternateurs que l'on construit actuellement.



Ces appareils ont alors la disposition de principe indiqués ci-contre et le flux magnétique circule, comme l'indique les lignes pointillées, à travers des masses de fer qui lui servent de support et ne laissent entre elles que l'entrefer juste suffisant pour permettre la rotation des inducteurs.

D'après le sens du champ et des mouvements on voit que pour éviter les courants de Foucault dans le fer de l'induit il y a lieu de feuilleter ce dernier en le constituant par des tôles dont les faces planes juxtaposées sont normales à l'axe de rotation.

L'intervalle de temps  $T$  que met l'inducteur à prendre par rapport à l'induit deux positions successives identiques représente la période de la force électromotrice d'induction  $E$  et nous pourrions tou-

jours supposer que cette force électromotrice est la somme des forces électromotrices sinusoïdales que l'on obtient en développant en série de Fourier la fonction périodique du temps qui lui correspond

$$E = f(t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin\left(2n\pi \frac{t}{T} - \varphi_n\right) \quad (a \text{ et } \varphi \text{ étant des constantes})$$

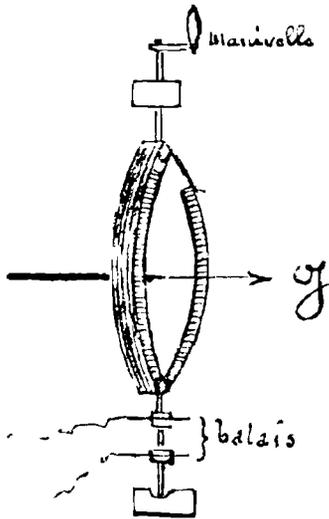
Nous verrons d'ailleurs qu'il y a intérêt à réaliser des alternateurs donnant une force électromotrice simplement sinusoïdale c'est-à-dire dont l'expression est réduite au premier terme du développement précédent. Nous écrirons alors:

$$E = E_0 \sin\left(2\pi \frac{t}{T} - \varphi\right) = E_0 \sin(\omega t - \varphi)$$

On peut réaliser très facilement une f. é. m rigoureusement

sinusoïdale à l'aide d'un cadre, portant  $n$  spires de fil, que l'on fait tourner avec une vitesse constante dans un champ uniforme tel que le champ terrestre  $\mathcal{G}$  par exemple.

Si on compte le temps à partir de l'instant où le flux embrassé est maximum on aura en désignant par  $\omega$  la vitesse angulaire, et par  $\sigma$  la section du cadre :



$$\Phi = \mathcal{G} n \sigma \cos \alpha = \mathcal{G} n \sigma \cos \omega t$$

d'où 
$$E = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \omega \mathcal{G} n \sigma \sin \omega t = E_0 \sin \omega t$$

La pulsation  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  représente donc une vitesse angulaire.

Dans l'étude des expressions sinusoïdales que nous allons maintenant rencontrer nous aurons à considérer des éléments identiques à ceux qui ont été définis à propos du mouvement pendulaire (1<sup>re</sup> année n° 125), nous emploierons naturellement les mêmes noms\* pour les désigner et nous

utiliserons les règles dont il a déjà été fait un usage constant en acoustique et en optique.

En particulier il est évident que nous pourrions appliquer à la composition des forces électromotrices, des intensités etc... de même période soit la règle de Fresnel, n° 165, soit sa traduction dans la notation adoptée en analyse pour représenter les quantités imaginaires. Il se trouve que dans le cas actuel l'emploi des imaginaires conduit à des énoncés plus simples et plus frappants.

### 230 — Intensité dans un circuit doué de self-induction soumis à une force électromotrice sinusoïdale.

Doit

$$E = E_0 \sin(\omega t - \varphi)$$

la force électromotrice appliquée à un circuit de résistance  $R$  et de self-induction  $L$ .

À la force électromotrice  $E$  vient s'ajouter algébriquement la force électromotrice d'induction  $-L \frac{dI}{dt}$  et l'intensité  $I$  du courant satisfait à tout instant à l'équation :

\* Nous ferons naturellement usage des mêmes notations :

$T =$  période ;  $\frac{1}{T} = \omega =$  fréquence ;  $\omega = \frac{2\pi}{T} =$  pulsation ;  $\varphi =$  phase etc.. etc..

$$E - L \frac{dI}{dt} = RI$$

ou (1)  $L \frac{dI}{dt} + RI = E = E_0 \sin(\omega t - \varphi)$

dont l'intégrale complète s'obtient en ajoutant à l'intégrale générale  $Ae^{-\frac{R}{L}t}$  de l'équation sans second membre une intégrale particulière de la forme  $B \sin(\omega t - \varphi_1)$  dans laquelle les coefficients  $B$  et  $\varphi_1$  se déterminent par identification; on a:

$$B [L \omega \cos \varphi_1 - R \sin \varphi_1] = -E_0 \sin \varphi$$

$$B [L \omega \sin \varphi_1 + R \cos \varphi_1] = E_0 \cos \varphi$$

d'où  $\operatorname{tg}(\varphi_1 - \varphi) = \frac{L\omega}{R}$   $B = \frac{E_0}{\sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}}$

et enfin  $I = A e^{-\frac{R}{L}t} + \frac{E_0}{\sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}} \sin(\omega t - \varphi_1)$

Le terme exponentiel n'exerce une influence sensible qu'au début du phénomène et ne tarde pas à s'évanouir de sorte qu'à l'état de régime permanent l'intensité est sinusoïdale et admet même période que la force électromotrice.



Dans l'interprétation géométrique de Fresnel cette force électromotrice et cette intensité seront représentées par les mêmes vecteurs  $O.E$  et  $O.I$  que les expressions imaginaires:

$$\bar{E} = E_0 e^{\sqrt{-1}(\omega t - \varphi)} \quad \bar{I} = I_0 e^{\sqrt{-1}(\omega t - \varphi_1)}$$

et en appliquant la règle de multiplication des imaginaires, il est facile de voir que l'on a:

$$E = I \cdot (R + L \omega \sqrt{-1})$$

Si donc on convient de désigner sous les noms de force électromotrice imaginaire, d'intensité imaginaire et de résistance imaginaire ou bien les trois grandeurs  $E$ ,  $I$  et  $\bar{R} = R + L \omega \sqrt{-1}$  on aura la relation

$$\bar{E} = \bar{R} \bar{I}$$

de forme identique à celle des courants continus.

On traiterait de même le cas d'une fraction de circuit dont les extrémités  $A$  et  $B$  forment des potentiels sinusoïdaux de même période  $T$ :  $U_A = U_{0A} \sin(\omega t - \alpha)$   $U_B = U_{0B} \sin(\omega t - \beta)$ ; en désignant par  $U_A = U_{0A} e^{\sqrt{-1}(\omega t - \alpha)}$   $U_B = U_{0B} e^{\sqrt{-1}(\omega t - \beta)}$  des potentiels imaginaires on arriverait à la relation analogue:

$$\bar{U}_A - \bar{U}_B = \bar{E} - \bar{R}\bar{I}$$

Les plus grandes valeurs  $E_0$  et  $I_0$  que puissent prendre la force électromotrice et l'intensité au cours de leurs variations périodiques ont reçu les noms de force électromotrice maxima et d'intensité maxima; nous les désignerons indifféremment par les notations  $E_{\max}$  ou  $E_0$  et  $I_{\max}$  ou  $I_0$ .

Quant au module de la résistance imaginaire  $\bar{R}$  il a reçu le nom d'impédance; dans le cas que nous venons de considérer il se réduit à  $\sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}$ ;  $R$  s'appelle la résistance ohmique du circuit et  $L\omega$  son inductance.

Si la période est longue  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  est faible et l'impédance se réduit sensiblement à la résistance ohmique; au contraire si la fréquence augmente l'effet de l'inductance prédomine et pour les très grandes fréquences la résistance propre du circuit ne joue plus qu'un rôle insignifiant.

**231** — Action d'un condensateur. — Si on place un condensateur dans le circuit d'un courant continu, ce dernier se trouve interrompu; il n'en est plus de même avec un courant alternatif. Ce courant reste le même de part et d'autre du condensateur, car lorsqu'une quantité  $+m$  d'électricité apparaît sur l'une des armatures il s'en produit une quantité  $-m$  sur l'autre et une quantité  $+m$  pourroit son chemin dans le même sens que la première. Ceci résulte de l'existence du courant à l'intérieur du diélectrique, car si nous pouvons pratiquement négliger les portions des tubes de courant qui réunissent des régions éloignées des conducteurs métalliques, il n'en est plus de même de ceux qui se produisent entre les armatures toujours très rapprochées d'un condensateur.

Si à un instant donné la différence de potentiel entre les armatures est  $U$ ; le condensateur tendant à se décharger en sens inverse du courant de charge,  $U$  agira comme une force électromotrice inverse de  $E$  et l'équation générale (1) deviendra:

$$(1') \quad L \frac{dI}{dt} + RI = E - U$$

avec

$E = E_0 \sin \omega t$ ; car nous ferons pour simplifier le calcul  $\varphi = 0$ .

Soit  $C$  la capacité du condensateur, pendant le temps  $dt$  sa charge varie de  $I dt$ , donc:

$$I dt = C dU$$

$$\frac{dU}{dt} = \frac{1}{C} I$$

et

$$\frac{d^2 U}{dt^2} = \frac{1}{C} \frac{dI}{dt}$$

330.

Portant ces valeurs dans l'équation (1') on obtient :

$$LC \frac{d^2 U}{dt^2} + RC \frac{dU}{dt} + U = E_0 \sin \omega t$$

si comme cela a lieu dans la pratique des courants alternatifs  $R$  et  $C$  sont assez grands

$$R^2 C^2 - 4LC = C^2 \left( R^2 - \frac{4L}{C} \right) > 0$$

et on obtient pour  $U$  une expression qui contient des termes en  $e^{-k^2 t}$  qui s'évanouissent rapidement et un terme périodique de la forme  $B \sin(\omega t + \psi)$  qui subsiste seul.

De l'expression  $U = B \sin(\omega t + \psi)$  on déduit

$$-\omega^2 U = \frac{d^2 U}{dt^2}$$

et comme d'autre part

$$\frac{d^2 U}{dt^2} = \frac{1}{C} \frac{dI}{dt}$$

On voit que l'intensité  $I$  vérifiera la relation :

$$\left( L - \frac{1}{C\omega^2} \right) \frac{dI}{dt} + RI = E$$

c'est-à-dire aura la même forme que si la self induction du circuit était diminuée de  $\frac{1}{C\omega^2}$  ; tout se passera comme dans un circuit ayant une inductance fictive  $L' \omega = L \omega - \frac{1}{C\omega}$ . L'impédance prendra la forme :

$$\sqrt{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}$$

et se réduira en particulier à la résistance ohmique si  $L = \frac{1}{C\omega^2}$

On donne le nom de capacitance au terme  $\frac{1}{\omega C}$

Enfin le facteur  $\left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)$  s'appelle la réactance du circuit.

On voit que l'on peut contrebalancer l'action de la self-induction par l'introduction d'une capacité convenable dans le circuit.\*

## 232 — Extension des formules de Kirchhoff. — Il est évident

\* Ce fait montre l'importance industrielle des condensateurs et l'intérêt qu'il y a à en construire dont la capacité soit suffisante ; cette condition est difficile à réaliser et M. Leblanc a proposé un artifice ingénieux consistant à utiliser la capacité de polarisation d'une électrode en fer plongée dans une solution de carbonate de soude. Cette capacité peut atteindre 30 microfarads par  $Cm^2$  d'électrode ; le voltage aux bornes qui ne pourrait dépasser 2 volts en courant continu peut atteindre en courant alternatif une valeur beaucoup plus élevée ; les ions n'ont pas le temps de se dégager pendant le temps du renversement de voltage.

d'après ce que nous venons de voir que la formule

$$(1) \quad \bar{U}_A - \bar{U}_B = \bar{E} - \bar{R}\bar{I}$$

précédemment établie s'étendra au cas où la ligne est coupée par un condensateur en prenant comme résistance imaginaire l'expression :

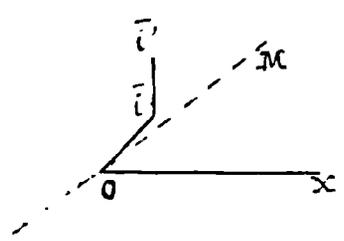
$$\bar{R} = R + \left( L\omega - \frac{1}{C\omega} \right) \sqrt{-1}$$

D'autre part si dans un réseau de conducteurs on considère un point de croisement quelconque on doit y avoir à chaque instant

$$\Sigma I = 0$$

car tous nos calculs sont faits conformément à l'hypothèse simplificatrice qui consiste à considérer les tubes de courant comme pratiquement contenus dans les conducteurs métalliques filiformes qui contiennent le circuit.

Ces intensités sont par exemple :  $I = I_0 \sin(\omega t - \varphi)$   $I' = I'_0 \sin(\omega t - \varphi')$  etc... et leur somme à l'époque  $t$  est égale à la somme des projections des vecteurs  $\bar{I} = I_0 e^{j(\omega t - \varphi)}$   $\bar{I}' = I'_0 e^{j(\omega t - \varphi')}$  etc... sur une même droite dont l'inclinaison sur l'axe origine  $OX$  varie proportionnellement à  $t$ , il en résulte que la somme géométrique  $\Sigma \bar{I}$  doit être également nulle :



$$(2) \quad \Sigma \bar{I} = 0$$

Les relations (1) (2) nous montrent que toutes les formules obtenues dans le cas des courants continus (Font de Wheatstone, circuits dérivés etc....) peuvent être étendues aux courants sinusoïdaux par l'introduction des grandeurs imaginaires précédemment définies.

**133** — Échauffement d'une portion de circuit parcouru par un courant alternatif. — La quantité de chaleur dégagée pendant une période dans un conducteur de résistance  $R$  est donnée par la loi de Joule

$$Q = \int_0^T R I^2 dt$$

or :

$$\begin{aligned} \int_0^T I^2 dt &= I_0^2 \int_0^T \sin^2(\omega t - \varphi) dt \\ &= I_0^2 \int_0^T \frac{1 - \cos 2(\omega t - \varphi)}{2} dt = \frac{T I_0^2}{2} \end{aligned}$$

332

et comme:

$$I_0 = \frac{E_0}{\sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}}$$

il vient:

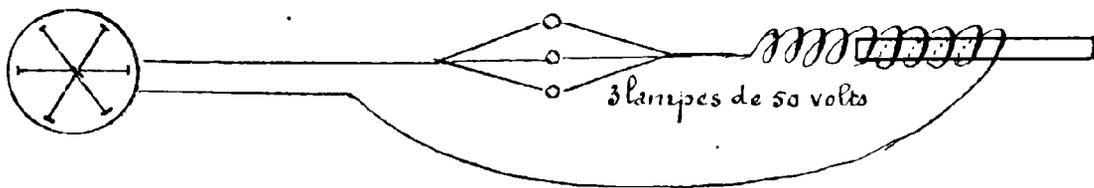
$$Q = \frac{TR}{2} \frac{E_0^2}{R^2 + L^2 \omega^2}$$

La quantité de chaleur moyenne dégagée dans l'unité de temps sera:

$$Q' = \frac{Q}{T} = \frac{RI_0^2}{2} = \frac{R}{2} \frac{E_0^2}{R^2 + L^2 \omega^2}$$

et nous voyons que si la f. é. m.  $E_0$  reste fixe l'échauffement sera d'autant moindre que  $L\omega$  sera plus grand.

Cette conséquence peut être vérifiée par l'expérience suivante: On fait passer le courant alternatif provenant d'une machine industrielle (machine de 116 réters) servant à alimenter des lampes.



à incandescence à travers un solénoïde. Si l'on introduit progressivement dans ce solénoïde un barreau de fer doux on voit peu à peu l'éclat des lampes diminuer et finalement s'éteindre. C'est que le coefficient de self-induction augmente et par suite  $L\omega$  puisque la pulsation  $\omega$  conserve la même valeur qui ne dépend que de la vitesse de rotation de la machine.

Il y a lieu de remarquer que ce phénomène n'est pas dû à une perte d'énergie mais à un manque de transformation; on empêche le courant de passer par une force contre électromotrice. Si la machine motrice a un régulateur, on voit la valve de vapeur se fermer peu à peu car la machine n'a plus de travail à fournir.

**234** — Définition et mesure de l'intensité efficace et de la force électromotrice efficace. — Les galvanomètres ou ampèremètres ordinaires ne peuvent pas servir à mesurer l'intensité des courants alternatifs.

En effet l'intensité moyenne pendant une période est nulle

$$I_{\text{moy}} = \frac{q}{T} = \frac{1}{T} \int_0^T I dt = \frac{I_0}{T} \int_0^T \sin(\omega t - \varphi) dt = 0$$

L'galvanomètre donnerait une déviation nulle.

L'expérience se fait aisément avec un appareil de Clarke mis dans le circuit d'un galvanomètre : aux vitesses lentes on voit l'aiguille du galvanomètre osciller de part et d'autre du zéro ; aux vitesses rapides, l'aiguille reste immobile.

On peut au contraire évaluer facilement la moyenne du carré de l'intensité pendant une période :

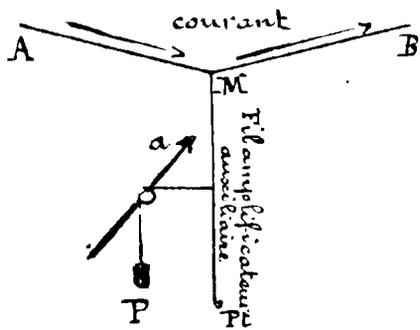
$$I_{\text{moy}}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T I^2 dt = \frac{I_0^2}{2}$$

On appelle intensité efficace du courant alternatif la racine carrée de cette expression

$$I_{\text{eff}} = \sqrt{I_{\text{moy}}^2} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$$

et d'après ce que nous avons vu dans le paragraphe précédent  $I_{\text{eff}}$  est précisément la valeur du courant continu qui produirait dans un conducteur de résistance  $R$  le même dégagement calorifique que le courant alternatif considéré.

Les procédés thermiques se présentent donc immédiatement à l'esprit pour effectuer la mesure des intensités efficaces. Ils ont été appliqués dans divers appareils industriels qui amplifient convenablement les variations de longueur subies par un fil traversé par le courant ; l'un des dispositifs employés (Hartmann et Braun) consiste à faire passer le courant dans un fil horizontal  $AB$ , tendu en son milieu par l'action plus ou moins directe d'un poids  $P$  dont le fil tenseur est enroulé sur l'axe de l'aiguille indicatrice  $d$ .



On étalonne ces appareils en employant des courants continus d'intensité connue et lorsqu'on y lance un courant alternatif le nombre lu en regard de l'aiguille exprime la valeur de l'intensité efficace.

Il convient de les placer, lorsqu'on les emploie, dans des conditions identiques à celles qui étaient réalisées lors de leur étalonnage (Mêmes dépenses de chaleur par rayonnement et par convection).

On peut également mesurer l'intensité efficace à l'aide des électrodynamomètres, nous avons vu en effet (N° 183) que ces appareils sont à chaque instant soumis à un couple de torsion proportionnel à  $I^2$  si donc la période d'oscillation du cadre mobile est longue par

rapport à celle du courant étudié la déviation subie sera proportionnelle à la valeur moyenne de  $I^2$ . L'appareil ayant été gradué pour un courant continu donnera par suite immédiatement  $I_{\text{eff}}$ , dans le cas d'un courant alternatif. Ses électrodynamomètres présentent l'inconvénient d'avoir une self-induction qui n'est pas négligeable dans certains cas et l'on préfère actuellement l'emploi d'appareils thermiques tels que celui dont le principe vient d'être donné.

L'intensité maxima  $I_{\text{max}}$  se déduira de l'intensité efficace par l'équation:

$$I_{\text{max}} = \sqrt{2} I_{\text{eff}}$$

On définit de même la différence de potentiel efficace entre deux points d'un circuit par la relation:

$$E_{\text{eff}} = \sqrt{\text{moy } E^2}$$

qui conduit à:

$$E_{\text{max}} = \sqrt{2} E_{\text{eff}}$$

Si les deux points considérés sont réunis par un conducteur de grande résistance  $\rho$  et sans self appréciable l'intensité  $I'$  du courant dérivé sera à tout instant donnée par

$$E = \rho I'$$

d'où

$$\sqrt{\text{moy } E^2} = \rho \sqrt{\text{moy } I'^2}$$

$$E_{\text{eff}} = \rho I'_{\text{eff}}$$

et l'on déduira  $E_{\text{eff}}$  de la mesure de  $I'_{\text{eff}}$  dans ce conducteur.

C'est ce qu'on réalise pratiquement en dérivant le courant dans le fil très mince d'un appareil thermique qui joue alors le rôle de volt-mètre, et peut naturellement être taré par comparaison en employant du courant continu.

Un voltmètre thermique peut d'ailleurs être transformé en ampèremètre par

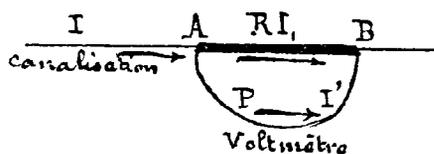
un shuntage peu résistant.

Soit en effet  $R$  la résistance du shunt supposé sans self. On a en désignant par  $I'$  l'intensité du courant dans le shunt:

$$U_A - U_B = RI' = \rho I' = \frac{R\rho}{R+\rho} I$$

et par suite

$$(U_A - U_B)_{\text{eff}} = \frac{R\rho}{R+\rho} I_{\text{eff}}$$



il suffira donc de multiplier le nombre indiqué par l'instrument par  $\frac{R+p}{R}$  pour avoir l'intensité efficace du courant total  $I$  qui circule dans la canalisation.

On peut également employer l'électromètre à quadrants pour mesurer une différence de potentiel efficace; il suffit de réaliser la disposition due à M. Joubert, qui a déjà été indiquée à propos de cet appareil (voir N° 35).

Remarque. — Les instruments de mesure qui peuvent en général être employés soit pour des courants continus, soit pour des courants alternatifs donnent directement les valeurs efficaces  $I_{\text{eff}}$   $E_{\text{eff}}$  etc.....

Or ce sont les valeurs maxima  $I_{\text{max}}$   $E_{\text{max}}$  etc.... qui interviennent dans les calculs ou dans les constructions graphiques correspondantes; comme les équations de Kirchhoff généralisées sont linéaires en  $\bar{I}$  et  $\bar{E}$  il n'y aura pas d'inconvénient à porter dans les formules établies les valeurs efficaces au lieu des valeurs maxima car cela revient à multiplier par  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  l'échelle des graphiques représentatifs.

**235** — Puissance moyenne d'un courant alternatif. — L'énergie dépensée dans un conducteur est dans chaque intervalle de temps  $dt$  égale au produit  $E I dt$ .

En choisissant convenablement l'origine des temps nous pourrions écrire:

$$E = E_0 \sin \omega t$$

$$I = I_0 \sin (\omega t - \varphi)$$

D'ailleurs la relation:  $\bar{I} = \bar{R} \bar{E}$  entre les imaginaires représentatives nous montre que l'angle  $\varphi$  doit être égal à l'argument de la quantité  $\bar{R} = R + (L\omega - \frac{1}{C\omega}) \sqrt{-1}$  on a donc:

$$\text{tg } \varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R} = \frac{\text{Réactance}}{\text{Résistance ohmique}}$$

L'énergie moyenne dépensée dans une période définira la puissance moyenne et aura pour valeur:

$$W = \frac{1}{T} \int_0^T E I dt = \frac{E_0 I_0}{T} \int_0^T \sin \omega t \sin (\omega t - \varphi) dt = \frac{E_0 I_0}{T} \int_0^T \frac{\cos \varphi - \cos (2\omega t - \varphi)}{2} dt$$

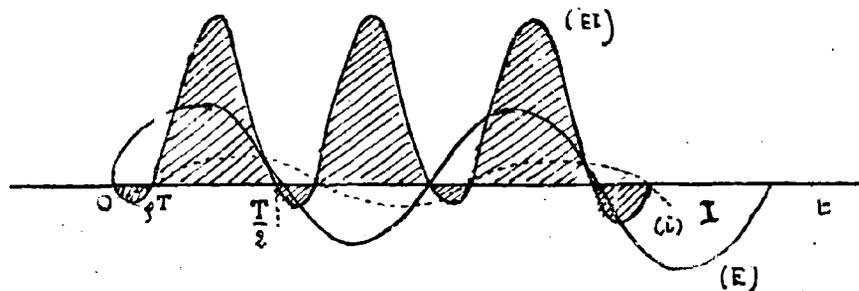
$$W = \frac{E_0 I_0}{\sqrt{2} \sqrt{2}} \cos \varphi = E_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos \varphi$$

La puissance moyenne réelle ou efficace est donc égale au produit de la différence de potentiel efficace et de l'intensité efficace

par le cosinus de la différence de phase entre ces deux éléments en supposant que cette différence de phase  $\varphi$  est exprimée en arcs.

On donne à  $\cos \varphi$  le nom de facteur de puissance et l'on voit qu'il y a intérêt à le rendre maximum, c'est-à-dire à diminuer  $\varphi$  le plus possible.

De là l'utilité de l'introduction de condensateurs dans le circuit, l'augmentation de la capacitance,  $\frac{1}{c\omega}$  ayant pour effet de diminuer la réactance c'est-à-dire le numérateur de  $\tan \varphi$ .



Il est facile de se rendre compte de ce qui se produit en construisant un graphique analogue à celui de la figure ci-contre où se trouvent tracées les sinusoïdes

correspondant à  $E$  et  $I$  et à la courbe  $(EI)$  dont l'aire élémentaire (ombrée) représente le produit  $W = EI dt$ .

On voit que chaque demi-période se subdivise en deux parties :  $\varphi T$  et  $(\frac{1}{2} - \varphi) T$  dans la première  $I$  et  $E$  sont de signes contraires et le système cède de l'énergie tandis qu'il en reçoit pendant la seconde. Si  $\varphi = \frac{1}{4}$  l'énergie échangée est nulle et le système se comporte en quelque sorte comme un ressort parfaitement élastique qui serait périodiquement déformé.

C'est en particulier ce qui s'est produit dans l'expérience décrite plus haut (N° 233); on a augmenté  $\varphi$  en même temps que la self du circuit et ce dernier a restitué à la machine une fraction de plus en plus grande de l'énergie que lui envoyait cette dernière de telle sorte que les lampes se sont éteintes.

Un électrodynamomètre\* disposé en wattmètre (voir N° 184) permet évidemment l'évaluation de la puissance moyenne et l'on voit que dans le cas des courants alternatifs les indications (watt) de cet appareil ne seront plus égales au produit des indications correspondantes de l'ampèremètre et du voltmètre.

Le quotient:

$$\frac{W_{\text{eff}}}{E_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}}} = \cos \varphi$$

donnera précisément le facteur de puissance  $\cos \varphi$ .

## 235<sup>bis</sup> — Remarque sur la résistance effective d'un circuit par-

\* Il convient naturellement d'employer un électrodynamomètre dont les enroulements ne présentent pas une self trop grande.

**couru par un courant alternatif.** - D'après ce que nous avons vu plus haut (n° 233) le quotient de l'énergie calorifique dégagée dans un circuit par le carré de l'intensité efficace du courant dont il est le siège doit donner la valeur de la résistance de ce circuit.

Or, dès que la fréquence du courant alternatif est élevée on trouve pour cette résistance une valeur supérieure à celle qu'on obtient en effectuant des expériences analogues avec un courant continu. Cette supériorité est d'autant plus marquée que la section des fils est plus considérable; elle résulte en effet de ce que le courant alternatif est surtout localisé dans le voisinage de la surface des conducteurs.

Nous avons vu que, d'après les équations générales qui se rapportent à l'état variable, l'intensité d'un courant se diffuse à l'intérieur des corps bons conducteurs en obéissant aux mêmes lois analytiques que celle qui régit la propagation de la chaleur; les conducteurs qui portent le courant alternatif se trouvent donc dans des conditions analogues à celles d'un corps dont la surface serait alternativement chauffée et refroidie.

Pour préciser nous allons appliquer les équations générales du

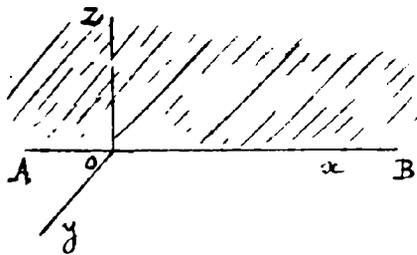
n° 215

$$4\pi\mu\gamma \frac{di_x}{dt} = \Delta i_x$$

$$4\pi\mu\gamma \frac{di_y}{dt} = \Delta i_y$$

.....

à la solution du problème particulier suivant:



Soit un mur métallique indéfini de conductivité  $\gamma$  et de perméabilité  $\mu$  terminé par un plan AB que nous prendrons pour plan  $z=0$ .

Supposons que sur la face AB l'intensité spécifique  $i$  soit en tous les points parallèle à l'axe  $Ox$  ( $i = i_x$ ) et régie par l'équation,

$$i = i_0 \cos \omega t \quad \left( \omega = \frac{2\pi}{T} \right)$$

Par raison de symétrie l'intensité en un point quelconque se réduira à la composante  $i_x$  et sera indépendante des coordonnées  $x$  et  $y$  on aura donc en supprimant l'indice  $x$  devenu inutile:

$$4\pi\mu\gamma \frac{di}{dt} = \frac{d^2 i}{dz^2}$$

Nous pouvons satisfaire à cette dernière en posant  $i = z e^{\sqrt{\gamma} \omega t}$ ;

$Z$  désignant une fonction qui dépend uniquement de la variable  $z$  et qui satisfait à l'équation différentielle.

$$4\pi\mu\gamma\omega\sqrt{-1}Z = \frac{d^2Z}{dz^2}$$

En posant  $q^2 = 4\pi\mu\gamma\omega\sqrt{-1}$  cette dernière peut s'écrire :

$$q^2 Z = \frac{d^2Z}{dz^2}$$

et admet pour solution générale

$$Z = Ae^{-qz} + Be^{qz}$$

Le conducteur s'étend de  $z=0$  à  $z=+\infty$  et la cause qui produit le courant est localisée dans la région située au dessous de  $xoy$  nous devons donc considérer  $i$  comme nul pour  $z=+\infty$ ; ceci exige que  $B$  soit nul car

$$q = \sqrt{4\pi\mu\gamma\omega} \cdot \frac{1+\sqrt{-1}}{\sqrt{2}} = \sqrt{2\pi\mu\gamma\omega} \cdot (1+\sqrt{-1})$$

et le facteur  $e^{\sqrt{2\pi\mu\gamma\omega} \cdot z}$  qui entre dans  $e^{qz}$  devient infini avec  $z$ .

La solution se réduit donc à :

$$i = Ae^{-qz + \sqrt{-1}\omega t}$$

En ne tenant compte que de la partie réelle et en exprimant que  $i = i_0 \cos \omega t$  pour  $z=0$  il vient :

$$i = i_0 e^{-\sqrt{2\pi\mu\gamma\omega} \cdot z} \cdot \cos(\omega t - \sqrt{2\pi\mu\gamma\omega} \cdot z)$$

L'intensité spécifique maxima

$$i_{\max} = i_0 e^{-\sqrt{2\pi\mu\gamma\omega} \cdot z}$$

décroit donc suivant une loi exponentielle à mesure que l'on pénètre dans l'intérieur du conducteur.

La distance de la surface  $AB$  pour laquelle l'intensité spécifique maxima est une fraction déterminée de l'intensité spécifique maxima superficielle est donc inversement proportionnelle aux racines carrées de la pulsation  $\omega$  de la conductivité  $\gamma$  et de la perméabilité  $\mu$ .

Si nous désignons par  $Z_n$  la distance à laquelle l'intensité est la  $n^{\text{ième}}$  partie de l'intensité superficielle nous aurons :

$$Z_n = \frac{1}{\sqrt{2\pi\mu\gamma\omega}} \log_e n = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu\gamma N}} \log_e n$$

$N$  désignant la fréquence dans la seconde formule.

Pour peu que la perméabilité ait une valeur élevée comme c'est le cas pour le fer la concentration superficielle du courant devient considérable.

On voit que par suite de cette concentration du courant alternatif à la surface des conducteurs la résistance de ces derniers décroît proportionnellement à l'accroissement de leur périmètre et non de leur section dès que cette dernière atteint une valeur notable.

**236 — Courant alternatif non sinusoïdal.** — Si au lieu d'avoir la forme sinusoïdale les forces électromotrices mises en jeu dans un circuit sont des fonctions périodiques quelconques de même période  $T$  on pourra les développer en série de Fourier et calculer séparément les intensités correspondant aux termes sinusoïdaux de périodes  $T, \frac{T}{2}, \frac{T}{3}$  etc. .... qui figurent dans ces développements; les équations de Kirchhoff généralisées (N° 232) étant linéaires l'intensité totale sera la somme des intensités partielles ainsi calculées et s'exprimera également en série de Fourier, la période fondamentale  $T$  étant la même.

On aura pour  $E$  et  $I$  des expressions de la forme

$$E = \sum_{n=1}^{\infty} e_n \sin(n\omega t - \varphi_n)$$

$$I = \sum_{n=1}^{\infty} I_n \sin(n\omega t - \psi_n)$$

Si nous considérons le cas d'un circuit unique de résistance ohmique  $R$  et de self  $L$  on aura:

$$\bar{e}_n = (R + L n \omega \sqrt{-1}) \bar{I}_n$$

et nous voyons que l'impédance  $\sqrt{R^2 + L^2 n^2 \omega^2}$  est d'autant plus forte que nous considérons un harmonique plus élevé; il en résulte que la courbe représentative de  $I$  se rapprochera davantage d'une sinusoïde que celle des forces électromotrices  $E$ . On exprime ce fait en disant que les harmoniques élevés sont étouffés. Le calcul de la puissance moyenne transmise  $W = \frac{1}{T} \int_0^T EI dt$  ne présente pas de difficulté.

Dans le produit  $EI$  les termes de même indice sont les seuls dont l'intégrale ne soit pas nulle et l'on a par exemple:

$$\frac{1}{T} \int_0^T e_n i_n \sin(n\omega t - \varphi_n) \sin(n\omega t - \psi_n) dt = \frac{e_n i_n}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} \cos(\psi_n - \varphi_n)$$

La puissance moyenne est donc la somme des puissances moyennes correspondant à chaque harmonique pris isolément.

Il y a lieu de remarquer que la différence de phase  $(\psi_n - \varphi_n)$  qui dépend de la réactance  $L n \omega$  d'après la relation

$$\operatorname{tg}(\psi_n - \varphi_n) = \frac{\text{réactance}}{\text{résistance ohmique}} = \frac{L n \omega}{R} \text{ sera d'autant plus forte}$$

que l'ordre  $n$  de l'harmonique sera plus élevé ; la puissance transmise sera donc faible et il y a tout intérêt à éviter la production de ces harmoniques qui correspondent uniquement à une perte calorifique due à l'effet Joule sans compensation appréciable.

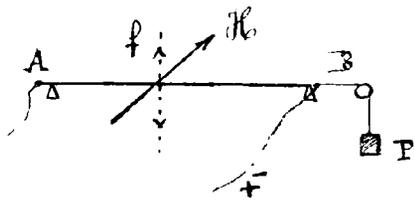
Dans le circuit que nous venons de considérer nous avons supposé nuls ou négligeables les effets dus à la capacité, c'est ce qui a lieu le plus souvent dans les canalisations industrielles.

S'il n'en était pas ainsi la discussion serait plus complexe et un harmonique pourrait même avoir une action prépondérante comme on va le voir au paragraphe suivant (Méthode de Dupin).

### 237 — Notions sommaires sur l'étude expérimentale d'une force électromotrice alternative. — Méthode de résonance.

On voit d'après ce qui précède la nécessité de pouvoir étudier en détail la forme ondulatoire de la force électromotrice donnée par un générateur quelconque soit dans le but de perfectionner ces appareils en suivant méthodiquement les effets produits par les modifications apportées dans leur construction, soit uniquement pour se rendre compte de leur bon fonctionnement. Il est d'ailleurs évident que par un shuntage analogue à celui que nous avons indiqué plus haut (n° 234) l'étude d'une intensité ondulatoire peut se ramener à celle d'une force électromotrice.

Pour mettre en évidence l'existence des harmoniques et déterminer leur ordre on a eu recours aux phénomènes de résonance.



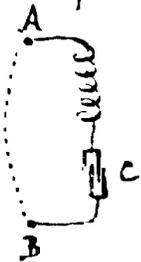
Faisons passer le courant alternatif dans un fil élastique AB tendu entre deux points fixes et placé dans un champ invariable  $H$ . Ce fil sera périodiquement soumis à des efforts  $\pm f$  normale à  $H$  et pren-

dra un mouvement vibratoire appréciable dès que, par une tension convenable  $P$ , on aura rendu sa période vibratoire propre suffisamment voisine de celle qui correspond à un harmonique du courant étudié.

En faisant croître progressivement  $P$  et en notant les valeurs pour lesquelles la corde AB prend un mouvement vibratoire maximum on pourra en appliquant les formules et les méthodes exposées en acoustique déterminer successivement la période fondamentale et les périodes harmoniques de  $E$  ou  $I$ .

On peut également faire agir sur un fil d'acier tendu un électro aimant traversé par le courant alternatif.

117. Au lieu d'employer un phénomène de résonance élastique nous utilisons un effet électrique de même nature.



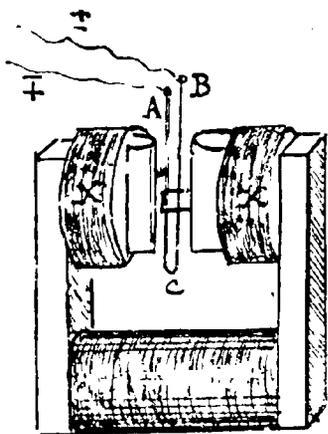
Entre les deux points A et B qui sont le siège d'une différence de potentiel périodique il intercale un circuit composé d'un condensateur C et d'une bobine sans fer de résistance R et de self L; on peut à volonté faire varier la capacité C du condensateur et par suite la réactance  $Ln\omega - \frac{1}{Cn\omega}$  que le circuit oppose à l'harmonique d'ordre n.

Lorsque  $CL = -\frac{1}{n^2\omega^2}$ , cet harmonique produit dans le circuit considéré le maximum de puissance en même temps que l'intensité  $I_n$  correspondante a même phase que  $E_n$ .

Si un appareil de mesure tel qu'un ampèremètre thermique, un électromètre etc. .... se trouve placé sur ce circuit, on verra, quand on fera par exemple décroître la capacité C, les indications de l'instrument passer par une série de maxima correspondant chacun aux harmoniques de E.

238. — Oscillographes. — Enfin on doit à M<sup>r</sup> Blondel d'avoir réalisé le premier des galvanomètres extrêmement rapides dont les déviations sont à chaque instant proportionnelles aux intensités arbitrairement variables des courants qui les traversent.

On donne à ces instruments le nom d'oscillographes. Nous ne pouvons naturellement donner dans ce cours que quelques indications sommaires sur le principe de ces appareils.



L'un des plus perfectionnés l'oscillographe bifilaire est constitué par un fil replié A C B dont les deux parties rectilignes très voisines AC et CB sont tendues dans un champ magnétique intense. Ces fils portent un miroir très petit dont les déviations sont sensiblement proportionnelles à l'intensité I des courants qui les traversent.

En se reportant à ce qui a été dit (n<sup>o</sup> 228) à propos du galvanomètre Depretz d'Arsonval on comprendra facilement que la déviation  $\alpha$  doit être à chaque instant régie par une équation différentielle de la forme

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + 2a \frac{d\alpha}{dt} + b^2\alpha = cI$$

La pratique a montré qu'il convenait d'avoir un amortissement aussi considérable que possible, sans toutefois rendre le mouvement aperiodique; nous pouvons donc faire apparaître dans l'équation précédente la pulsation  $\omega$  et le coefficient d'amortissement  $\varepsilon$  du mouvement périodique amorti du système supposé libre; elle s'écrit alors (voir cours 1<sup>ère</sup> année N° 22) :

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + 2\omega\varepsilon \frac{d\alpha}{dt} + \omega^2(1+\varepsilon^2)\alpha = cI$$

et  $cI$  est une somme de termes sinusoidaux  $\sum m_j \sin(\omega_j t - \varphi_j)$ .

En se reportant à ce que nous avons dit en première année à propos de la résonance (N° 172) on verra que l'intégrale de cette équation est :

$$\alpha = A e^{-\omega\varepsilon t} \sin(\omega t - \varphi) + \sum_j B_j \sin(\omega_j t - \varphi_j)$$

avec

$$\omega^2(1+\varepsilon^2)\alpha_j = m_j$$

$$\tan(\varphi_j - \varphi_j) = \frac{2\varepsilon \frac{T}{T_j}}{1 + \varepsilon^2 \frac{T^2}{T_j^2}}$$

$$\frac{B_j}{\alpha_j} = \frac{1 + \varepsilon^2}{\sqrt{(1 - \varepsilon^2 \frac{T^2}{T_j^2})^2 + 4\varepsilon^2}}$$

Il convient : 1° que le premier terme de cette intégrale soit négligeable et par suite que le coefficient d'amortissement  $\varepsilon$  soit aussi fort que possible, on y parvient en immergeant tout le système dans de l'huile.

2°) Dans le second terme les phases  $\varphi_j$  doivent être confondues avec celles des harmoniques du courant on est par suite conduit à réaliser une période  $T$  très faible par rapport à la période  $T_j$  de l'harmonique le plus élevé que l'on se propose d'atteindre.

C'est une condition absolument inverse de celle qui exige le bon fonctionnement d'un galvanomètre balistique; on l'a réalisée en constituant le système par deux fils légers et élastiques en aluminium qui sont assez fortement tendus et très courts (10 à 15 mm); on a pu ainsi obtenir des valeurs de  $T$  voisines de  $\frac{1}{15000}$ .

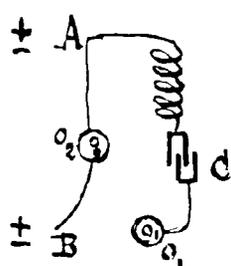
On remarquera d'ailleurs que la petitesse de  $T$  a également pour effet de rendre négligeable le premier terme en  $e^{-\omega\varepsilon t} = e^{-\frac{2\pi}{T}\varepsilon t}$

3°) Pour que les déviations du miroir convenablement ampli-

si ces valeurs sont appréciables il convient d'avoir pour les  $B_j$  des valeurs assez élevées;  $\frac{I}{T_j}$  étant négligeable on voit que  $B_j = \alpha_j = \frac{m_j}{\omega^2(1+\epsilon_j)}$  et la condition actuelle est contradictoire avec les précédentes puisqu'elle conduirait à rendre  $\omega^2 \epsilon_j^2 = 4\pi^2 \left(\frac{\epsilon_j}{T_j}\right)^2$  aussi petit que possible on ne peut donc agir que sur  $m_j$  et augmenter sa valeur en prenant un champ très intense; on y parvient en employant un puissant électro-aimant.

Divers artifices permettent d'observer directement une courbe qui représente l'intensité en fonction du temps ou d'en obtenir une épreuve photographique.

En employant le dispositif de Pupin indiqué ci-dessus on peut comme l'a fait M<sup>r</sup> Armagnat obtenir simultanément le tracé de la courbe d'un courant et les tracés des diverses sinusoïdes correspondant à ses harmoniques, pour cela il suffit de placer dans le circuit dérivé un premier oscillographe  $O_1$  qui donnera suivant la capacité  $C$  tel ou tel harmonique tandis que la courbe du courant sera donnée par un second oscillographe  $O_2$  directement branché sur les points A et B.



D'autres appareils tels que le rhéographe de M<sup>r</sup> Abraham et l'ondographe de M<sup>r</sup> Hospitalier permettent la solution du même problème industriel mais nous devons nous borner à les mentionner.

## 25<sup>e</sup> Leçon.

### Courants polyphasés. - Transformateurs.

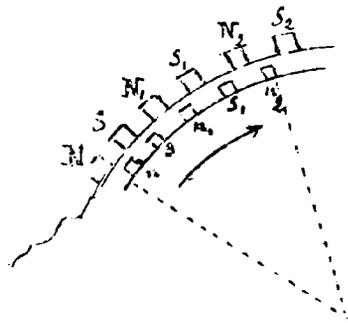
#### 239 — Utilisation des courants alternatifs pour la production d'énergie mécanique. - Moteurs synchrones.

Il est facile de comprendre que les courants alternatifs peuvent être employés comme les courants continus pour l'éclairage électrique soit par lampes à incandescence soit par lampes à arc, l'effet utilisé est alors purement calorifique et est indépendant du sens du courant: L'emploi de ces courants est beaucoup plus délicat lorsqu'il s'agit d'obtenir du travail mécanique; à priori il semble possible de mettre en mouvement une dynamo en y lançant un courant alternatif, en effet les champs développés dans l'inducteur et dans l'induit de cette machine changent simultanément de sens l'action électrodynamique sollicitera les parties mobiles toujours dans le même sens et provoquera le mouvement. C'est en effet ce qui a lieu en réalité mais des effets de self-induction consi-

dérivables se produisent et le rendement obtenu est extrêmement mauvais.

On a donc été conduit à chercher d'autres solutions et l'une des premières a précisément consisté à utiliser comme moteur un alternateur identique à celui qui servait à produire le courant.

Nous allons en indiquer rapidement le principe :



Le passage d'un courant dans le circuit fixe ou stator d'un alternateur a pour effet de provoquer l'apparition de magnétisme nord et sud en des régions de sa circonférence  $N, S, N_1, S_1, N_2, S_2$  etc. .... angulairement équidistantes.

Lorsque ce courant est alternatif les régions  $N$  et  $S$  permutent périodiquement en passant par une intensité magnétique

nulle ; tout se passe comme si au moment où le magnétisme s'annule toute la couronne subissait une rotation, instantanée égale à l'angle  $\alpha$  qui sépare deux pôles, chaque pôle conservant dans ce mouvement fictif un magnétisme de signe invariable.

D'autre part la partie mobile ou rotor qui est alimentée par un courant continu présente sur sa circonférence des pôles nord et sud  $n, s, n_1, s_1$  etc. .... distants entre eux de l'angle  $\alpha$  et dont l'état magnétique est invariable.

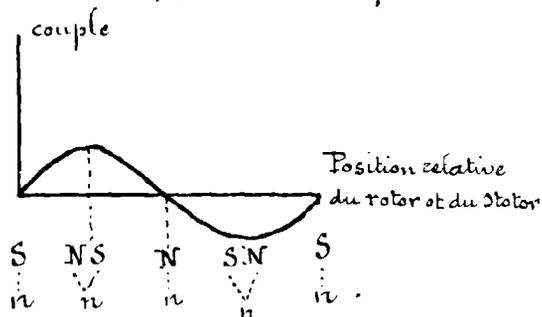
Si à une certaine époque les pôles  $NS, N_1, S_1, \dots$  etc  $n, s, n_1, s_1, \dots$  occupent la situation relative indiquée sur la figure il est évident que le rotor sera sollicité dans le sens de la flèche. Lorsque le temps  $\frac{T}{2}$  correspondant à une demi période se sera écoulé les pôles  $N$  seront devenus  $S$  et inversement et si pendant ce temps le rotor a avancé de l'angle  $\alpha$  la situation relative sera encore la même et le couple agissant ayant le même sens contribuera à entretenir le mouvement de la partie mobile et à produire du travail.

La machine fonctionnera toutes les fois que le rotor avancera en moyenne d'un angle  $\alpha$  dans  $\frac{T}{2}$  secondes c'est-à-dire fera le même nombre de tour que le rotor d'un alternateur identique employé comme générateur pour produire le courant utilisé. De là le nom de moteur synchrone employé pour désigner ces appareils.

Examinons les différentes positions relatives du rotor et du stator : lorsque les pôles  $n$  et  $S$  ou  $s$  et  $N$  se font face le couple agissant est évidemment nul par raison de symétrie ; si ces pôles s'écartent angulairement ce couple augmente pour passer par un maximum correspondant à l'angle  $\frac{\alpha}{2}$  et diminue ensuite jus-

qu'à zéro quand  $n$  et  $N$  et  $S$  etc... sont vis-à-vis; le déplacement relatif continuant le couple change de signe et subit en valeur absolue les mêmes variations que précédemment.

Les positions relatives  $\left| \begin{smallmatrix} N \\ \vdots \\ n \end{smallmatrix} \right|$   $\left| \begin{smallmatrix} N \\ \vdots \\ n \end{smallmatrix} \right|$  constituent donc des points morts que nous appellerons points morts dans l'espace par opposition



aux points morts dans le temps dus à ce que de  $\frac{T}{2}$  secondes en  $\frac{T}{2}$  secondes l'action électrodynamique s'annule en même temps que l'intensité  $I = I_0 \sin \omega t$  du courant alternatif.

Nous allons voir dans un instant que l'on peut supprimer les points morts dans le temps, occupons nous

donc de l'influence des premiers.

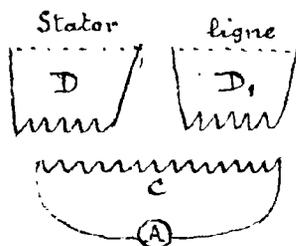
240. Accrochage des moteurs synchrones. - Supposons que la machine en marche ne travaille pas, le couple résistant appliqué au rotor étant faible l'attraction des pôles  $n$  et  $S$  et la répulsion de  $N$  et  $n$  agissent concurremment pour amener et maintenir le rotor dans le voisinage de la situation  $\left| \begin{smallmatrix} S \\ \vdots \\ n \end{smallmatrix} \right|$ . Lorsque le couple résistant augmente le rotor prend du retard par rapport au déplacement fictif des pôles du stator jusqu'à ce que le couple moyen agissant soit suffisant pour vaincre la résistance opposée; mais si cette dernière est trop considérable la position  $\left| \begin{smallmatrix} N \\ \vdots \\ n \end{smallmatrix} \right|$  médiane se trouve franchie le couple agissant diminue puis change de signe, le mouvement du rotor cesse d'être synchrone, les effets qu'exercent sur lui le stator sont alternativement égaux et de signes contraires et la machine s'arrête.

On dit qu'elle est décrochée; on voit qu'au moment de la mise en marche le rotor étant au repos l'inertie est suffisante pour produire l'effet que nous venons de considérer comme résultant d'une augmentation du couple résistant et la machine ne fonctionne pas.

Pour la mise en marche il est donc nécessaire d'accrocher le rotor c'est-à-dire de lui communiquer une vitesse assez voisine de sa vitesse de régime pour que le couple dû à l'action électrodynamique exercée par le courant alternatif qu'on va lancer dans le stator soit suffisant pour vaincre s'il y a lieu les effets de l'inertie et synchro-niser le rotor.

Pour cette mise en mouvement on se sert généralement de la dynamo auxiliaire dont le courant continu sert à produire le magnétisme constant  $n, s, n_1, s_1, \dots$  etc de la périphérie du rotor.

La question se pose alors de savoir distinguer le moment où la vitesse du rotor est suffisante pour qu'on puisse lancer utilement le courant alternatif fourni par la ligne d'alimentation; ce problème industriel a reçu une solution des plus élégantes basée sur le principe des battements.



Le mouvement du rotor provoquant dans l'enroulement du stator une force électromotrice alternative de période  $T'$ , une dérivation  $D$  branchée sur cet enroulement sera parcourue par un courant  $I = A \sin(2\pi \frac{t}{T'} - \varphi')$

De même une dérivation  $D_1$  sur la ligne est le siège du courant :

$$I_1 = A \sin(2\pi \frac{t}{T} - \varphi)$$

Employons ces deux dérivations pour induire un courant dans un même circuit  $C$ ; la force électromotrice induite sera la somme des forces électromotrices de périodes  $T'$  et  $T$  dues respectivement aux courants inducteurs  $D$  et  $D_1$ .

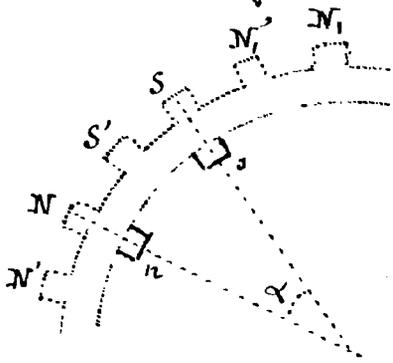
Lorsque par suite de la vitesse du rotor  $T'$  sera suffisamment voisine de  $T$  ces forces électromotrices se composeront comme les vibrations de deux diapasons voisins de l'unisson et la force électromotrice résultante passera lentement par des alternatives de maxima et de minima qui peuvent être mises en évidence en intercalant sur le circuit un appareil de mesure quelconque tel qu'un ampèremètre ou un volt-mètre thermique.

Pratiquement on emploie une simple lampe à incandescence qui s'allume et s'éteint alternativement. Lorsque la période du battement est suffisante on profite du moment où la lampe est dans son maximum <sup>\* d'écart</sup> pour lancer le courant d'alimentation.

\* Pour employer une lampe dont le fonctionnement exige une certaine de volts par exemple on constituera le circuit  $C$  de manière à ce que l'induction mutuelle de  $C$  et de  $D$  et  $D_1$ , donne respectivement pour chacun de ces circuits une force électromotrice de 50 volts.

Dans la période de concordance le voltage est alors suffisant pour faire brûler la lampe. D'ailleurs la loi de Senz montre que le moment où la lampe fonctionne est celui qui est le plus favorable pour lancer le courant de ligne dans la machine.

241 — Emploi des courants polyphasés ; moteurs asynchrones ou à champ tournant. — Nous avons fait remarquer plus haut que de  $\frac{T}{2}$  secondes en  $\frac{T}{2}$  secondes l'action du stator passait par zéro on peut éviter qu'il en soit ainsi en faisant porter par cette partie de la machine deux enroulements identiques destinés à produire du magnétisme en des régions distantes de  $\frac{\alpha}{2}$ .



Un courant déterminé provoquant par exemple du magnétisme en  $NSN'S$ , etc.... quand on le lance dans le premier circuit et en  $N'S'N'S'$ , etc.... quand il passe dans le second.

Si dans ces conditions on fait passer dans chacun de ces enroulements des courants alternatifs de même période mais présentant une différence de phase ( $\beta - \beta'$ ) égale à  $\frac{\pi}{2}$  l'action de l'un des circuits sera maxima quand l'autre passera par

zéro et réciproquement. L'appareil ne présentera plus de point mort dans le temps.

Le système de courants que nous venons de considérer constitue un système dit disphasé.

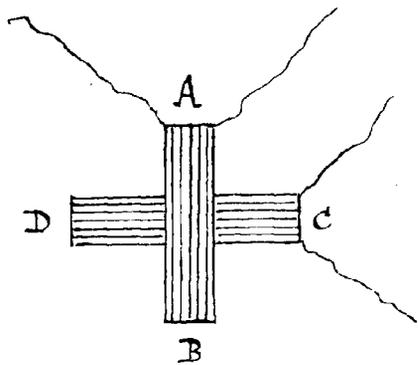
Il est clair que l'on peut mettre sur le stator trois enroulements identiques distants de  $\frac{\alpha}{3}$  et y lancer des courants dont les phases diffèrent d'un tiers de circonférence on a alors un système alternatif triphasé etc....

Pour produire ces courants polyphasés il suffit évidemment d'employer comme générateur un alternateur qui porte 2, 3 etc.... enroulements dans lesquels les pôles du rotor induisent des courants présentant entre eux les différences de phases voulues.

L'emploi des courants polyphasés permet d'obtenir plus de régularité dans le fonctionnement des alternateurs comme moteurs mais les difficultés de démarrage demeurent les mêmes il faut toujours accrocher le rotor et le travail demandé à la machine doit être assez constant pour ne pas provoquer sa désynchronisation.

En résumé les moteurs synchrones ne peuvent être employés utilement que pour effectuer un travail régulier et de longue haleine. Lorsqu'il n'en est pas ainsi il convient d'utiliser les courants polyphasés en employant des moteurs à champ tournant ou asynchrones dont le principe a été indiqué par M. Despretz et Ferraris.

Imaginons deux cadres rectangulaires égaux disposés à



angle droit et parcourus par deux courants alternatifs égaux différant d'un quart de période. Au centre commun des deux cadres se produit un champ magnétique, résultant de la composition des champs dus à chaque cadre. Son intensité est représentée par une droite perpendiculaire au plan du cadre et proportionnelle à l'intensité du courant ; on a donc :

$$X = a \sin 2\pi \frac{t}{T}$$

$$Y = a \cos 2\pi \frac{t}{T}$$

$$X^2 + Y^2 = a^2$$

L'angle de cette résultante avec la composante  $Y$  est  $\tan \beta = \frac{X}{Y} = \tan 2\pi \frac{t}{T}$   
d'où

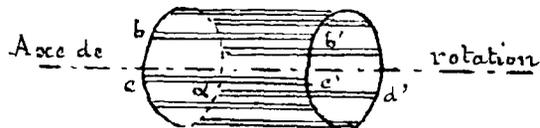
$$\beta = 2\pi \frac{t}{T} = \omega t$$

La résultante est donc constante en grandeur et animée d'un mouvement de rotation uniforme à raison d'un tour complet par période.

Si l'on place dans ce champ tournant une simple plaque de cuivre posée sur un pivot on la voit prendre un mouvement de rotation dans le sens indiqué. Cette expérience est en somme la répétition d'une ancienne observation d'Arago dont nous avons déjà parlé (N° 221).

Dans le cas actuel le couple moteur est dû à l'action électromagnétique du champ sur les courants de Foucault qui prennent naissance dans la masse magnétique ; il conserve par suite un sens constant tant que la vitesse de rotation du disque est inférieure à celle du champ.

Les moteurs asynchrones industriels comprennent un stator

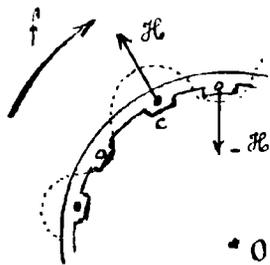


identique à celui des alternateurs le rotor est constitué par une série de barres conductrices  $b, b', c, c', d, d'$  parallèles à l'axe de rotation et dont les extrémités sont reliées par des bagues conductrices  $b, c, d, b', c', d'$ . Il

ressemble à une cage d'écureuil et est désigné sous ce nom

Le tout est naturellement supporté par un noyau en fer feuilleté normalement à l'axe et présentant sur sa périphérie des rainures

longitudinales dans lesquelles sont placées les barres de la cage.



L'action des courants polyphasés lancés dans le stator a pour effet de créer dans l'entrefer un champ tournant ou plus exactement glissant dont la composante radiale est seule utile.

Si nous convenons de représenter la valeur de cette composante par des longueurs portées sur la normale à un cylindre moyen pris dans l'entrefer nous obtiendrons une courbe sinusoïdale qui à un instant donné aura par exemple la forme indiquée par la figure; un instant après cette courbe se sera déplacée dans le sens indiqué par la flèche  $f$  avec une vitesse qui dépend de la période  $T$ .

Si la cage est animée d'une vitesse plus faible chacune de ses barres sera le siège d'une force électromotrice d'induction égale au flux qu'elle coupe.

Dans le cas de la figure on voit par exemple que les barres dont la section est noire seront traversées par un courant dirigé vers l'avant qui se fermera par l'intermédiaire des anneaux conducteurs  $bcd$ ,  $b'c'd'$  et des barres blanches  $O$  qui sont elles mêmes le siège d'une force électromotrice dirigée vers l'arrière.

L'action électrodynamique est due en quelque sorte au glissement du rotor par rapport au champ mobile créé par le stator, elle sera considérable au moment du démarrage et tendra vers zéro si le rotor ayant peu de résistance à vaincre accélère son mouvement jusqu'à devenir sensiblement synchrone.

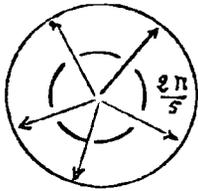
**242 — Distribution des courants polyphasés.** — La transmission des courants polyphasés semble a priori devoir exiger un nombre considérable de fils de ligne.

Dans le cas de trois enroulements (courants triphasés) par exemple il semble nécessaire d'employer six fils et d'une manière générale  $2n$  fils dans le cas d'un courant  $n$ -phasé; en réalité nous allons voir que  $n$  fils suffisent lorsque  $n$  est impair.

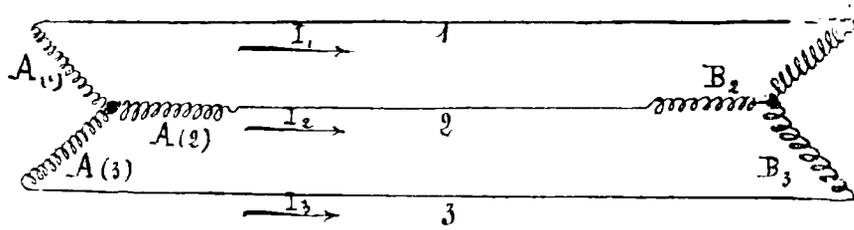
Nous conviendrons dans ce paragraphe d'appeler courants  $n$ -phasés l'ensemble des courants présentant entre eux des phases croissant en progression arithmétique par  $n^{\text{ième}}$  de circonférence; avec cette convention les courants diphasés considérés précédemment doivent être appelés tétra-phasés, mais nous verrons dans un instant la raison qui a fait prévaloir la première dénomination.

Soit donc un système  $n$ -phasé, les  $n$  fils d'aller qui réunissent la station  $A$  à la station  $B$  portent des courants dont les in-

tensités sont représentables à un instant quelconque par  $n$  vecteurs égaux et distants de  $\frac{2\pi}{n}$ . La résultante de ces vecteurs est évidemment nulle et il en sera de même de la somme des intensités des courants correspondants par conséquent au lieu de joindre chaque fil d'aller à un fil de retour il suffira de les réunir tous en un même point.

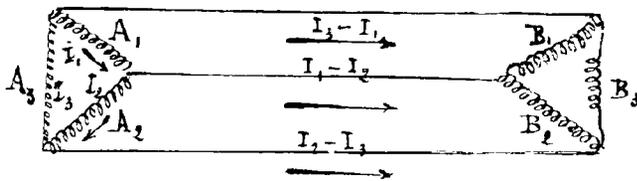


Par exemple dans le cas d'un système triphasé ( $A_1, A_2, A_3$ ) ( $B_1, B_2, B_3$ ) désignant respectivement les enroulements des stators du générateur et de la réceptrice on pourra réaliser le montage indiqué ci-après qui est désigné sous le nom de montage en étoile



Au lieu de grouper les enroulements en étoile on peut employer un montage en triangle (ou polygonal dans le cas général).

En effet les forces électromotrices développées en  $A_1, A_2, A_3$  sont

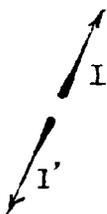


comme les intensités représentables par des vecteurs égaux régulièrement distribués et ont une somme nulle par suite aucun courant inutile ne tend à circuler dans le

circuit fermé  $A_1, A_2, A_3$ .

Si à un instant quelconque  $I_1, I_2, I_3$  sont les valeurs algébriques des intensités du courant dans chacun des enroulements du générateur on aura avec le montage en étoile les mêmes intensités dans les 3 fils de ligne, tandis que dans le montage en triangle ces intensités seront respectivement  $I_1 - I_2, I_2 - I_3, I_3 - I_1$ , comme l'indique la figure.

Le système triphasé qui ne nécessite que 3 fils de ligne est donc le plus avantageux, toutefois il est possible de modifier le montage en étoile d'un système tétraphasé de manière à n'employer également que 3 fils de transmission, et d'une manière générale un système  $2n$ -phasé n'exigera que  $n+1$  fils.

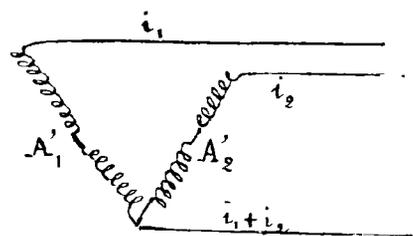
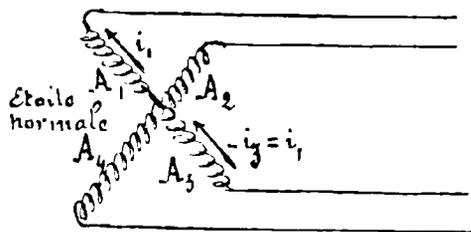


En effet le nombre de phases étant pair à tout vecteur représentant un courant  $I$  correspond un vecteur  $I' = -I$ .

Le rôle joué par le courant  $I'$  dans un appareil récepteur quelconque peut être joué par le courant  $I$

car pour changer  $I_{en} - I$  il suffit d'invertir les communications de l'enroulement récepteur. Il suffira donc de transmettre  $n$  courants polyphasés au lieu de  $2n$ . Mais comme leur somme n'est plus nulle il est nécessaire d'ajouter un fil de retour.

Les quatre enroulements  $A_1, A_2, A_3, A_4$  d'un système tétraphasé



peuvent être groupés en deux  $A'_1$  et  $A'_2$  comme l'indiquent les schémas ci-contre.

On voit que sur les quatre phases théoriques (tétraphasé) deux seulement sont transmises ce qui explique le nom de diphasé donné à ces systèmes particuliers.

243 — Expression de la puissance transmise par un système polyphasé. — Dans l'instant  $dt$  chacun des courants du système polyphasé transmet une puissance positive ou négative  $E_p I_p dt$ . Désignons par les indices  $1, 2, 3, \dots, n$  les  $n$  circuits identiques qui constituent le système, on aura pour la  $p^{\text{ième}}$

$$E_p = E_0 \sin\left(\omega t - 2\pi \frac{p}{n}\right)$$

$$I_p = I_0 \sin\left(\omega t - 2\pi \frac{p}{n} - \varphi\right)$$

D'ailleurs la différence de phase  $\varphi$  est la même pour tous les circuits dont la résistance  $\bar{R} = R + \sqrt{-1} \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)$  est identique :

car

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$$

On aura donc pour l'ensemble :

$$dt \sum_1^n E_p I_p = E_0 I_0 \sum_1^n \sin\left(\omega t - 2\pi \frac{p}{n}\right) \sin\left(\omega t - 2\pi \frac{p}{n} - \varphi\right) dt$$

$$= E_0 I_0 \sum_1^n \left[ \frac{1}{2} \cos \varphi - \frac{1}{2} \cos\left(2\omega t - 2\pi \frac{2p}{n} - \varphi\right) \right] dt$$

le second terme de la somme est nul et il reste :

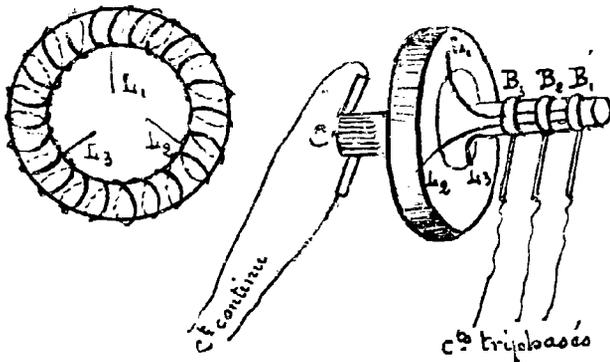
$$dt \sum E_p I_p = \frac{n}{2} E_0 I_0 \cos \varphi dt = n E_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos \varphi dt$$

On voit que la puissance transmise à chaque instant par le système (puissance instantanée) est constante c'est là un pré-

d'on exigé

ciux, avantage que présente l'emploi des systèmes polyphasés sur celui du courant simplement alternatif.

#### 244 — Dynamo-omnibus. — Emploi des courants alternatifs pour obtenir des courants continus et réciproquement.



La machine de Gramme peut être transformée de manière à donner des courants polyphasés en effet chaque épave de l'anneau est le siège d'une force électromotrice périodique et si l'on réunit deux points diamétralement opposés de l'induit, le circuit correspondant sera traversé par un courant alternatif.

Pour avoir du courant triphasé il suffira de brancher des lignes en trois points équidistants  $L_1, L_2, L_3$  pris sur cet anneau; on réalise ainsi un montage en triangle. Bien entendu l'induit étant mobile dans le cas actuel il faut établir les communications avec les fils de ligne par des bagues  $B_1, B_2, B_3$  montés sur l'arbre de rotation et convenablement isolés.

Une machine ainsi modifiée peut donner à volonté et simultanément du courant continu par l'emploi du collecteur ordinaire C, et des courants alternatifs ou polyphasés.

On peut aussi en excitant l'inducteur par un courant indépendant mettre la machine en marche en lançant un courant continu dans le collecteur, C et recueillir des courants triphasés par les bagues B ou inversement.

Les dynamos ainsi réalisées portent le nom de dynamos multiples ou dynamo-omnibus elles permettent la transformation parfois inévitable des courants alternatifs en courants continus et réciproquement.

Nous avons d'ailleurs déjà signalé un artifice basé sur un tout autre principe (Clapet électrolytique N° 79) qui permet d'employer le courant alternatif à des usages qui comme c'est le cas pour la charge des accumulateurs exigent sa transformation préalable en courant de sens invariable.

#### 245 — Transformateurs. — Relations approchées. — Un des avantages que présentent les courants alternatifs sur le cou-

rent continu résulte de la facilité avec laquelle on peut transformer un courant de haut voltage  $E$  et de faible intensité  $I$  en un courant de faible voltage  $E'$  et de grande intensité  $I'$  ou inversement.

Lorsqu'il s'agit en effet de transmettre de la force à grande distance par l'intermédiaire de l'électricité il convient de réduire autant que possible les pertes dues à l'effet Joule qui (n° 233) produit un dégagement de chaleur proportionnel à la résistance  $R$  du circuit et au carré de l'intensité efficace du courant transmis.

La longueur de la ligne qui joint les deux stations étant donnée, la résistance  $R$  varie comme l'inverse de la section des conducteurs et par suite comme l'inverse du poids et du prix du métal employé\*.

Une réduction de moitié sur la valeur de l'intensité transmise correspond à un prix de revient quatre fois plus faible et il y a par conséquent intérêt à obtenir des forces électromotrices très élevées qui permettent de réduire la valeur de l'intensité correspondant à une puissance transmise ( $EI$ ) déterminée.

Mais les courants à voltage élevé présentent des dangers et des difficultés d'utilisation qui nécessitent leur transformation.

Les appareils employés dans ce but ont reçu le nom de transformateurs ils se composent de deux circuits dits l'un primaire l'autre secondaire enroulés sur un même noyau en fer doux de manière à avoir un coefficient d'induction mutuelle aussi élevé que possible.

Dans ces conditions un courant alternatif lancé dans le primaire produit dans le secondaire une force électromotrice périodique de même période et par conséquent un courant alternatif si ce circuit secondaire est fermé.

Soient à un instant quelconque  $E$  la différence de potentiel aux bornes du primaire

$I$  l'intensité du courant dont il est le siège

$\Phi$  le flux d'induction qui le traverse et  $R$  sa résistance.

$E'$ ,  $I'$ ,  $\Phi'$ ,  $R'$  désignant les mêmes grandeurs pour le secondaire, on aura :

\* Ceci n'est qu'à peu près vrai, on a en effet vu plus haut (n° 235<sup>bis</sup>) que le courant alternatif se concentre à la surface du conducteur et on a d'ailleurs dans l'industrie cherché à économiser du cuivre en employant des conducteurs creux pour transmettre des courants de fréquence élevée. Lorsque la fréquence est faible la résistance ohmique est pratiquement égale à la résistance effective et les considérations actuelles sont matériellement exactes.

$$(1) \quad \begin{aligned} RI &= E - \frac{d\varphi}{dt} \\ R'I' &= E' - \frac{d\varphi'}{dt} \end{aligned}$$

Or le flux d'induction est pratiquement entièrement contenu dans le noyau de fer doux qui est disposé de manière à constituer un circuit magnétique fermé (sans entrefer) ;  $N$  et  $N'$  désignant respectivement le nombre des enroulements du primaire et du secondaire et  $R$  la réductance du circuit magnétique ce flux aura pour valeur :

$$\Phi = \frac{1}{R} (4\pi \cdot NI + 4\pi N'I') = \frac{4\pi}{R} (NI + N'I')^*$$

Les valeurs de  $\varphi$  et de  $\varphi'$  seront évidemment  $\varphi = N\Phi$   $\varphi' = N'\Phi$ .  
Si conformément à ce que l'on s'efforce de réaliser, la perte en chaleur de Joule dans les circuits du transformateur est négligeable devant la puissance transmise ou transformée ( $RI^2$  très petit par rapport à  $EI$  et  $R'I'^2$  très petit devant  $E'I'$ ),

les équations (1) deviendront

$$0 = E - N \frac{d\Phi}{dt}$$

$$0 = E' - N' \frac{d\Phi}{dt}$$

d'où

$$\frac{E}{E'} = \frac{N}{N'}$$

Dans un transformateur les différences de potentiel aux bornes du primaire et du secondaire sont entre elles comme les nombres de spires des deux circuits.

Le rapport  $\frac{N}{N'}$ , a reçu le nom de rapport de transformation

Portant l'expression de  $\Phi$  dans l'une quelconque des équations (1) il vient :

$$RI = E - N \cdot \frac{4\pi N'}{R} \frac{dI}{dt} - N \frac{4\pi N'}{R} \frac{dI'}{dt}$$

$N \cdot \frac{4\pi N'}{R} = \frac{4\pi N^2}{R}$  est précisément le flux à travers son propre circuit produit par un courant d'intensité 1 circulant dans le primaire, c'est donc le coefficient  $L_1$  de self induction, de ce primaire.

Pour la même raison  $\frac{4\pi N' \cdot N}{R}$  est le coefficient d'induction mutuelle  $M$  des deux circuits et  $\frac{4\pi N'^2}{R}$  la self induction  $L_2$  du secondaire

\* Bien entendu si  $NI$ ,  $N'I'$  sont exprimés en ampère-tours il faudra remplacer le facteur  $4\pi$  par  $\frac{4\pi}{10}$ .

Dans le cas actuel les trois coefficients satisfont à la relation limite  $L L' = M^2$  ce fait résulte de ce que nous avons supposé qu'il n'y avait pas de fuite magnétique c'est-à-dire que tout le flux produit était localisé dans le circuit magnétique et traversait par suite toutes les spires des deux enroulements on conçoit naturellement que cela n'est pas conforme à la réalité.

En fait, le flux moyen  $\frac{MI}{N}$  produit à travers une spire du secondaire par le courant  $I$  du primaire sera moindre que le flux  $\frac{LI}{N}$  que ce courant produit à travers une de ses propres spires ( $\frac{L}{M} > \frac{N}{N'}$ )

Le rapport entre ces deux flux

$$\frac{L}{N} : \frac{M}{N'} = \nu \quad (\nu > 1)$$

est analogue à un coefficient d'Hopkinson

On aura de même

$$\frac{L'}{N'} : \frac{M}{N} = \nu'$$

et de ces deux équations on tire

$$1 - \frac{M^2}{LL'} = 1 - \frac{1}{\nu\nu'} = \sigma$$

le coefficient  $\sigma$  a reçu le nom de coefficient de dispersion du transformateur; il y a intérêt à le réduire autant que possible

Enfin la pratique a montré que l'on peut réaliser des transformateurs dans lesquels la puissance fournie  $EI$  et transformée  $E'I'$  sont assez voisines pour que l'on puisse écrire l'équation approchée:

$$EI = E'I'$$

On aura donc dans ce cas:

$$NI = N'I'$$

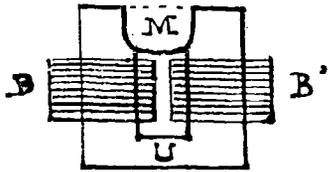
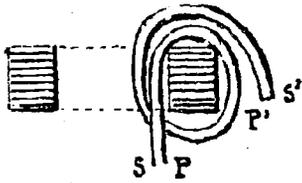
Les intensités des courants seront en raison inverse du nombre de tours

**246. Transformateurs industriels.** — Ces appareils qui ont été introduits dans la pratique industrielle par Gaulard ont reçu des formes très-diverses, mais les différences ont surtout porté sur la forme du noyau de fer. On a essayé depuis le simple noyau cylindrique jusqu'au tore creux.

on peut les classer en deux types:

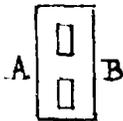
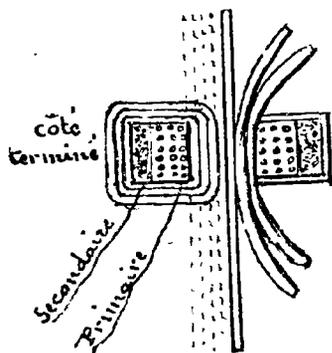
1° Le type à noyau:

Le circuit magnétique est alors constitué (Gaulard) par un anneau formé par un empilage de tôles convenablement découpées. Les enroulements primaire  $PP'$  et secondaire  $SS'$  sont dis-



de fer M

### 2<sup>e</sup> Le type cuirassé.



posés par couches alternées de manière à diminuer les fuites magnétiques; on conçoit en effet que le rapprochement des spires du secondaire de celles du primaire permet d'utiliser aussi complètement que possible le flux produit par ce dernier.

L'enroulement d'un fil sur un anneau fermé étant toujours assez compliqué on préfère dans certains appareils (Labour) placer des bobines B et B' sur les deux branches d'un U en fer doux que l'on ferme ensuite par l'introduction à force d'une masse

Dans ce type le circuit magnétique enveloppe les enroulements primaire et secondaire.

On peut par exemple (Ferranti) exécuter les deux enroulements sur un paquet de tôles planes que l'on replie ensuite de chaque côté comme l'indique la figure

Dans d'autres transformateurs (Mordey) les tôles sont en forme de  et le fil enroulé sur la branche médiane AB.

**Réversibilité des transformateurs.** — Si un des enroulements du transformateur est à gros fil et a peu de spires tandis que l'autre à fil fin est beaucoup plus long; il est clair que suivant que l'on prendra l'un ou l'autre pour primaire on élèvera ou on abaissera le voltage; on peut par exemple élever le voltage du courant produit par un générateur afin de transmettre économiquement de la puissance à grande distance et produire à l'arrivée une transformation inverse pour rendre utilisable le courant transmis.

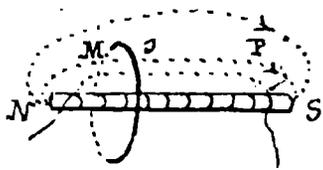
**24<sup>e</sup> Bobine d'induction.** — Bien avant l'emploi des courants alternatifs et des transformateurs décrits ci-dessus, Masson et Bréquet avaient imaginé un appareil qui utilisait l'induction pour transformer en électricité à haute tension (voltage) l'électricité des piles.

Cet appareil perfectionné par Ruhmkorff est actuellement universellement répandu dans les laboratoires et désigné sous

le nom de bobine d'induction; il est assimilable à un transformateur dont le rapport de transformation serait considérable; mais, tandis que les transformateurs ont pour but la transformation avec le moins de perte d'énergie possible, d'un courant sinusoïdal en un autre, la bobine d'induction est surtout utilisée pour l'obtention de différences de potentiel élevées de même ordre que celles produites par les machines électrostatiques.

Le circuit primaire est formé par un solénoïde de fil de cuivre de gros diamètre enroulé autour d'un noyau de fer doux constitué par un faisceau cylindrique de fils de fer isolés les uns des autres par une couche de vernis. Cet isolement a pour but d'éviter la production de courants de Foucault.

Le secondaire comprend une série de bobines couplées en série et séparées les unes des autres par des cloisons isolantes. Le fil employé est généralement très fin ( $\frac{1}{50}$  de millim.) et très long (150 à 200 kilomètres) de manière à augmenter le nombre des enroulements sans éloigner plus qu'il ne convient les spires induites du noyau inducteur. On conçoit en effet qu'une spire de diamètre trop grand n'utiliserait qu'une partie du flux inducteur et laisserait échapper des lignes de force telles que NMPS.



Le cloisonnage sous forme de bobines plates isolées, permet d'éviter le rapprochement des portions du fil présentant une trop grande différence de potentiel; sans cette précaution des étincelles jailliraient et perceraient l'isolant.

La force électromotrice induite varie comme la dérivée du flux par rapport au temps c'est-à-dire dans le cas actuel comme  $\frac{dI}{dt}$ , I désignant l'intensité du courant primaire. Il y a donc intérêt, pour augmenter la longueur d'étincelle, à donner à ce facteur la plus grande valeur possible.

Or à la fermeture du circuit  $\frac{dI}{dt}$  ne saurait dépasser la valeur  $\frac{dI}{dt} = \text{tg} \frac{E}{L}$  (voir N° 217) L désignant la self-induction, qui dans le cas actuel est rendue considérable par l'action du noyau de fer doux, et E la force électromotrice qui produit le courant primaire.

Au contraire par une rupture rapide du courant inducteur on peut obtenir une valeur  $\frac{dI}{dt}$  beaucoup plus élevée. On sait qu'il se produit au point d'interruption d'un courant une étincelle dite d'extra-courant qui pendant un instant permet la circulation de l'électricité; tout se passe comme si la résistance du circuit

variait rapidement depuis sa valeur actuelle jusqu'à l'infini. Il y a donc intérêt à employer des interrupteurs permettant d'éloigner l'un de l'autre, avec une grande vitesse, les parties métalliques du circuit entre lesquelles se produit la disjonction.

Un des plus répandus est l'interrupteur à trembleur :

Le courant inducteur traverse un électro-aimant AB (c'est le solénoïde inducteur lui-même dans les petits appareils) puis un ressort DC portant le contact C de fer doux. Ce ressort tend à appuyer constamment sur une vis V à pointe de platine P et par suite à fermer le circuit. Dès qu'il touche la vis V le courant passe, l'électro-aimant est actionné, le contact C est attiré

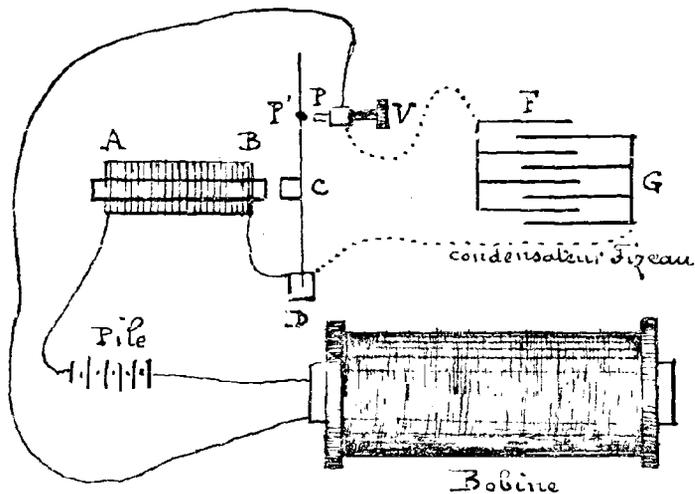
et le ressort quitte la pointe en rompant le circuit ; alors l'attraction cesse, le ressort revient toucher la vis, ferme de nouveau le circuit et ainsi de suite.

Ce dispositif donne aisément plus de cent interruptions par seconde ; malgré cette rapidité il se produit des étincelles d'extra-courants très intenses et la force électromotrice induite qu'on aurait pu obtenir

n'en a jamais été bien considérable si Fizeau n'avait eu l'idée d'intercaler un condensateur entre les deux points P et P' où se produit la disjonction.

Dans ces conditions les quantités d'électricité que la self induction tend à accumuler en P et P' s'écoulent dans les armatures du condensateur, la différence de potentiel entre ces points devient moins considérable et l'énergie dissipée sous forme d'étincelle de rupture diminue.

L'expérience montre en effet que lorsqu'on intercale entre P et P' un condensateur de capacité variable l'étincelle de rupture disparaît au fur et à mesure que l'on augmente cette dernière. Toutefois il y a lieu de remarquer que si la capacité du condensateur devient trop considérable le courant continue à circuler dans le primaire pendant un temps appréciable puisque les quantités d'électricité au lieu de traverser l'air sous forme d'étincelle vont s'accumuler dans les armatures de cet appareil ; il est ré-

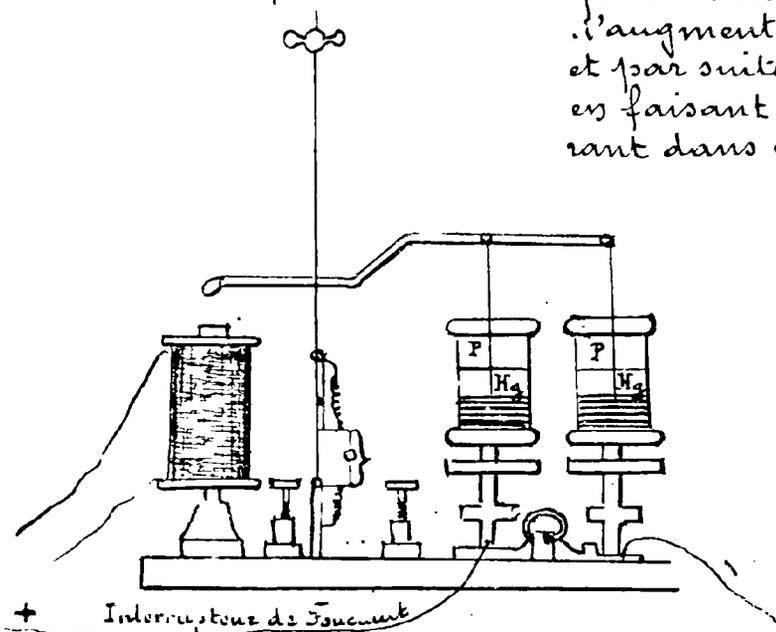


sulte que  $\frac{dI}{dt}$  n'a plus alors la grande valeur que l'on s'efforce d'obtenir. On comprend donc qu'il y ait pour chaque mode d'interruption une capacité optima et les constructeurs disposent actuellement leurs condensateurs de manière à ce que l'on puisse en faire varier la capacité suivant les besoins.

Lord Rayleigh a montré que lorsque l'interruption est très brusque, comme cela a lieu lorsqu'on coupe un fil à l'aide d'une balle de fusil animée d'une vitesse d'environ 600 mètres par seconde, le condensateur est non-seulement inutile mais même nuisible.

Comme on ne peut obtenir de telles vitesses avec des organes mécaniques destinés à fonctionner régulièrement on s'efforce d'augmenter la résistance au passage et par suite la rapidité de l'interruption en faisant jaillir l'étincelle d'extra-courant dans un milieu isolant, où la volatilisation des conducteurs métalliques est plus difficile que dans l'air.

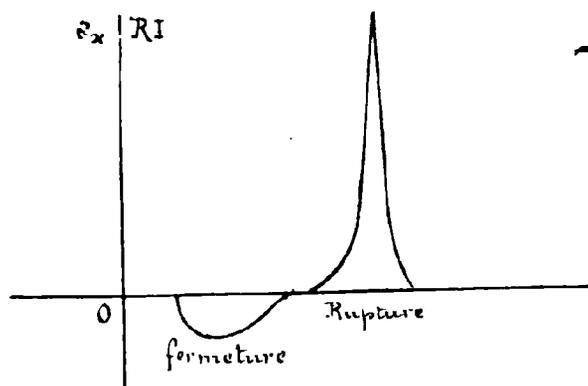
Foucault a le premier réalisé un interrupteur de cette nature où la rupture se produit dans de l'alcool entre une surface horizontale de mercure Hg. et une pointe de platine p. animée d'un rapide mouvement d'oscillation, verticale en



entretenu avec un dispositif spécial.

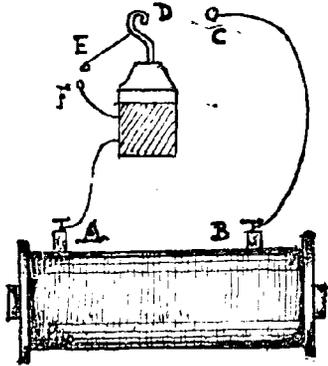
On peut également produire cette rupture dans un champ magnétique intense, ou même employer simultanément ces deux moyens.

248.



**Effets de la bobine d'induction.** — Les deux courants induits correspondant à la fermeture et à la rupture du circuit inducteur produisent des quantités égales d'électricité comme dans tous les cas d'induction. On le vérifie en fermant le circuit induit d'une bobine d'induction par un galva-

galvanomètre dont l'aiguille reste au zéro pendant l'oscillation. Mais si l'on coupe ce circuit, en laissant un intervalle de quelques dixièmes de millimètre, une étincelle jaillit et le galvanomètre est dévié énergiquement. C'est le courant induit direct dont la force électromotrice est très grande qui seul peut passer. La courbe représentative de l'intensité dans le circuit induit est donc formée périodiquement de deux boucles d'aires égales et de signes contraires. Les extrémités A et B jouent

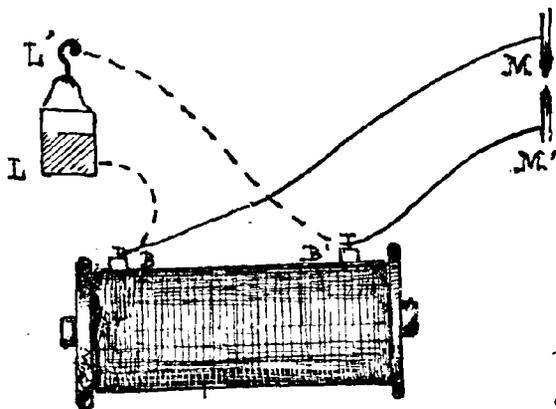


le même rôle que les pôles d'une machine électrostatique; on peut en conséquence charger une batterie en mettant la borne A en communication avec l'armature extérieure et la borne B avec une boule C située à une assez grande distance de la boule D communiquant à l'armature interne. De longues étincelles jaillissent entre C et D et la batterie se charge. Pour éviter une surcharge qui percerait le diélectrique on dispose générale-

ment deux boules E et F en communication respectivement avec les deux armatures et situées à une faible distance: la décharge se fait automatiquement lorsque la charge est suffisante.

Pour charger un condensateur d'une manière permanente il convient d'employer un interrupteur qui ne soit pas trop rapide. Sans quoi la fréquence des étincelles dans l'air qui environne la région CD aurait pour effet de rendre le gaz conducteur et une partie des charges acquises par les armatures de la bouteille se recombinerait à travers CD et le fil fin de la bobine.

Lorsque les pôles de la bobine sont réunis par des conduc-



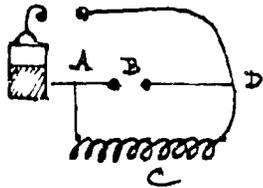
teurs aux armatures du condensateur celui-ci ne se charge pas, mais ce dispositif présente cependant un grand intérêt car il permet d'obtenir une étincelle beaucoup plus courte mais également beaucoup plus chaude que l'étincelle normale de la bobine.

Il suffit pour cela d'unir les pôles B et B' à des conducteurs M et M' assez rapprochés.

On a vu à propos de l'étude spectrale de la lumière émise par les vapeurs incandescentes (voir le cours d'optique) comment on a

utilisé cette étincelle dite condensée pour produire une lumière relativement intense entre deux électrodes métalliques.

La production de ces étincelles est due à ce que les charges accumulées sur les armatures  $I$  et  $I'$  éprouvent plus de facilité à se recombiner à travers le circuit  $LBMB'I$  dont la self induction est négligeable qu'à travers le long enroulement de la bobine dont la self est extrêmement élevée.



On peut pour montrer cette propriété répéter une expérience due à M<sup>r</sup> Lodge consistant à décharger une bouteille de Leyde dans un circuit bifurqué  $ABCD$  dont la branche  $ABD$  est rectiligne mais coupée en  $B$  tandis que la branche continue  $ACD$  est constituée par une bobine.

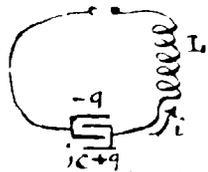
Dans ces conditions l'électricité a plus de facilité à se frayer une voie à travers l'air en  $B$  et une étincelle y éclate.

## 26<sup>e</sup> Leçon Oscillations électriques.

249 — Production spontanée de régimes électriques vibratoires à courte période. — La loi sinusoïdale avec le temps des courants électriques que nous avons étudiée jusqu'ici était imposée par la loi sinusoïdale de la force électromotrice : on a vu que la réactance du circuit n'altérait pas cette loi et se bornait à modifier la phase relative de la force électromotrice et du courant produit.

Cette variation sinusoïdale de l'intensité d'un courant avec le temps peut se produire spontanément lors de la décharge d'un condensateur.

Helmholtz et Lord Kelvin (S<sup>r</sup> H. Thomson) ont donné la théorie suivante de ce phénomène\*.



Considérons un condensateur de capacité  $C$  dont les armatures présentent à l'époque  $t$  une différence de potentiel  $U$  et sont reliées par un circuit de résistance  $R$  et de self-induction  $L$ .

Son intensité du courant dans ce circuit est donnée par l'équation :

\* Cette théorie, comme celles précédemment exposées, suppose que le courant est entièrement contenu dans le conducteur et que l'intensité  $I$  a à chaque instant la même valeur en tous les points du circuit.

$$I = -\frac{dq}{dt} = -C \frac{dV}{dt}$$

dans laquelle  $q = CV$  désigne la charge du condensateur  
On a donc en tenant compte de la force électromotrice d'induction  $e$ :

$$U - e = RI$$

c'est-à-dire:

$$U - L \frac{dI}{dt} = RI$$

$$L \frac{dI}{dt} + RI - U = 0$$

ou

$$L \frac{d^2V}{dt^2} + R \frac{dV}{dt} + \frac{V}{C} = 0$$

Dont l'intégrale générale est:

$$V = A_1 e^{\alpha_1 t} + A_2 e^{\alpha_2 t}$$

$\alpha_1$  et  $\alpha_2$  désignant les racines de l'équation

$$Ls^2 + Rs + \frac{1}{C} = 0$$

ces racines données par la formule:

$$s = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{CL}}$$

seront imaginaires si  $\frac{R^2}{4L^2} < \frac{1}{CL}$

Lorsque cette condition se trouve remplie il est facile de voir que  $V$  s'exprime en fonction du temps comme une oscillation pendulaire amortie

Pour qu'il en soit ainsi il suffit que  $R$  soit petit par rapport à  $L$ : Examinons avec Lord Kelvin le cas où la petitesse relative de  $R$  est suffisante pour que  $\frac{R^2}{4L^2}$  soit négligeable devant  $\frac{1}{CL}$ .

L'expression des racines devient

$$s = -\frac{R}{2L} \pm \frac{\sqrt{-1}}{\sqrt{CL}}$$

et,  $A$  et  $\gamma$  désignant des constantes arbitraires, on a :

$$V = A e^{-\frac{R}{2L}t} \sin\left(\frac{t}{\sqrt{CL}} + \gamma\right)$$

On trouve naturellement pour  $I = -\frac{dq}{dt} = -C \frac{dV}{dt}$  une expression de même forme et nous voyons que le courant périodique amorti dont ce circuit est le siège aura pour période

$$T = 2\pi\sqrt{CL}$$

appliquons cette formule (dite formule de Thomson) au cas d'une bouteille de Leyde dont le circuit de décharge est un fil métallique dépourvu de spire et d'environ un mètre de longueur.

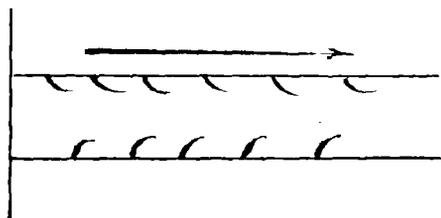
La self d'un tel circuit est d'environ  $10^3$  U.C.G.S tandis que la capacité d'une bouteille ordinaire est de l'ordre de  $10^{-18}$  il en résulte  $T = \frac{1}{5.000.000}$  de seconde environ.

D'autre part en supposant la résistance du circuit égale à  $10^9$  C.G.S (1 ohm) on trouve que l'amplitude oscillatoire  $A e^{-\frac{R}{2L}t}$  est déjà réduite au  $\frac{1}{10^e}$  de sa valeur dès la  $23^e$  période.

## 250. — Expériences de Federooen de N.G. Lodge et de N.G. Gaalzyg.

En employant une batterie de bouteilles de Leyde on augmente la capacité et par suite la période; il devient alors possible d'étudier la décharge oscillante en observant avec un miroir tournant rapidement les étincelles qui se produisent au point d'interruption du circuit.

Federooen a pu de cette manière photographier des décharges dont la période a varié de  $\frac{1}{20.000}$  à  $\frac{1}{400.000}$  de seconde; sur les épreuves on constate que les traits brillants portent alternativement des deux électrodes.



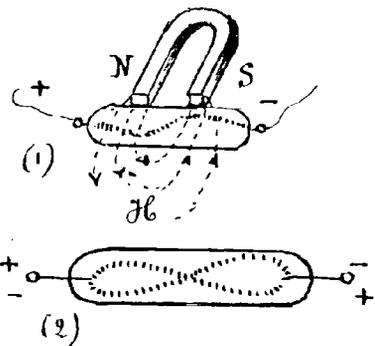
Plus récemment avec des dispositifs analogues, N.G. Decombe a obtenu l'inscription photographique d'étincelles se succédant à  $\frac{1}{5.000.000}$  de seconde. Son miroir tournant faisant de 400 à 500 tours par se-

conde il a constaté que le nombre des étincelles successives capables d'impressionner la plaque atteignait quatorze.

Au lieu d'avoir recours au miroir tournant, on peut, lors-

que les oscillations sont assez lentes employer comme l'a indiqué N<sup>o</sup> Lodge une simple feuille de papier que l'on déplace rapidement entre les boules où éclatent les étincelles. Ces dernières révèlent leur passage par la production d'un petit trou et l'on peut très facilement constater qu'une étincelle qui en apparence paraît unique est en réalité constituée par une série d'étincelles qui se succèdent à des intervalles de temps égaux.

Pour montrer le caractère oscillatoire de la décharge N<sup>o</sup> 2 Saalzoos a eu l'idée de lui faire traverser un tube de Geissler dans le voisinage duquel se trouve disposé un électro-aimant ou un aimant dont la ligne des pôles est parallèle à l'axe du tube.

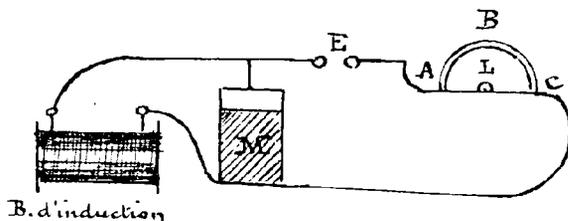


La traînée lumineuse produite par la décharge se comporte comme un conducteur souple (voir N<sup>o</sup> 175) et prend sous l'influence du champ une forme en S pourvu toutefois qu'en introduisant dans le circuit une résistance suffisante on évite les oscillations. C'est ce qu'on réalise notamment avec une bobine d'induction dont le circuit extérieur est interrompu par un intervalle assez grand.

S'il n'en est pas ainsi les décharges de sens opposé suivent des trajets symétriques et l'on observe l'apparence en forme de 8 indiquée en (2).

251. — **Expériences relatives aux courants de haute fréquence.** — Les courants de haute fréquence que l'on peut obtenir en utilisant la décharge de condensateurs convenables permettent de réaliser un certain nombre d'expériences intéressantes caractérisées presque toutes par ce fait que, ces oscillations étant extrêmement rapides les effets d'induction deviennent considérables tandis que le rôle de la résistance ohmique est à peu près nul.

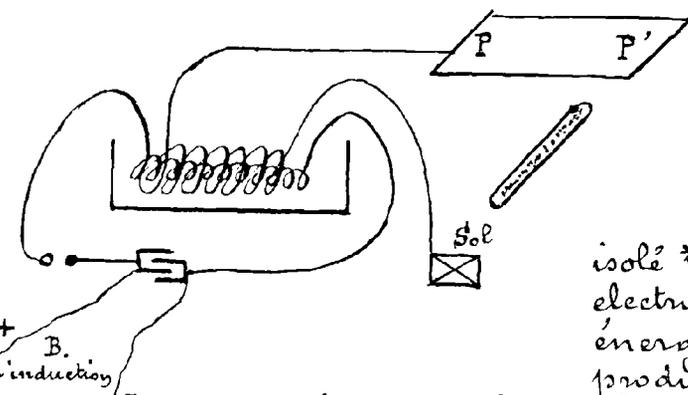
Si l'on fait passer (fig: ci-contre) la décharge oscillante



d'une bouteille de Leyde dans un circuit M C A E comprenant une partie bifurquée A |  $\frac{B}{L}$  | C formée d'une part d'un gros arc métallique A B C et d'autre part d'un fil fin au milieu duquel se trouve intercalée une petite lampe à incandescence on constate que la self induction du circuit est suffisante pour maintenir entre A et C une différence de potentiel

telle que la lampe  $L$  s'allume (Elihu Thomson).

On peut également faire parcourir au courant de haute fréquence un solénoïde composé de quelques spires de gros fils, il suffit alors pour produire l'allumage de la lampe  $L$  de l'intercaler dans une spire isolée unique  $S$  qui enveloppe ce solénoïde ou qui même est simplement placée dans son voisinage, en  $S'$  par exemple.



M. Tesla prenant ce solénoïde comme primaire d'un transformateur sans fer dont le secondaire est formé par une bobine de fil plus fin convenablement

isolé\* a pu obtenir des champs électriques oscillants extrêmement énergiques dans lesquels on peut produire l'illumination sponta-

née d'un tube de Geissler.

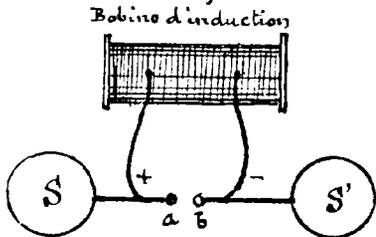
Pour cela on réunit par exemple l'un des pôles du secondaire au sol tandis que l'autre extrémité est mise en communication avec une large plaque métallique  $PP'$ ; le tube que l'on veut exciter est placé entre cette plaque et le sol.

Lorsque les extrémités du secondaire sont réunies aux branches d'un excitateur on constate la production de puissantes étincelles, mais ces décharges dont la période est de l'ordre du cent-millionième de seconde ne produisent plus de commotion physiologique et l'on peut intercaler dans le circuit un être animé sans qu'il ressente la moindre secousse.

## 252 — Excitateur de Hertz. — La période oscillatoire qu'on peut

\* Un isolement convenable est obtenu en plongeant le transformateur tout entier dans de l'huile minérale (valvoline). L'absence de noyau en fer doux dans ces transformateurs a pour but d'éviter que le coefficient de self-induction et d'induction mutuelle des deux enroulements ne prennent des valeurs exagérées incompatibles avec le passage d'un courant de haute fréquence.

obtenir en déchargeant une bouteille de Leyde ne dépasse généralement pas le  $\frac{1}{10000000}$  de seconde elle est même habituellement de l'ordre du  $\frac{1}{100000}$ . Hertz a obtenu des oscillations beaucoup plus rapides en employant un excitateur formé de deux sphères S, S' reliées par une tige rectiligne interrompue en a, b.



Chaque moitié de l'excitateur est réunie aux bornes d'une puissante bobine d'induction; lors de l'interruption du courant primaire l'électricité induite, dans la bobine vient s'accumuler sur les sphères S et S' jusqu'à ce que la différence de potentiel, qui correspond à une distance explosive égale à celles des boules a et b, soit atteinte.

A ce moment une étincelle jaillit en a b; et l'air échauffé sur son trajet devient assez conducteur pour livrer passage à une série d'étincelles successives qui correspondent à la production d'un courant oscillant très rapide allant de S à S' et inversement.

Cette oscillation dont la période est de l'ordre du billionième de seconde est promptement amortie et le même phénomène se reproduit lorsque par suite de son fonctionnement l'interrupteur de la bobine d'induction coupe de nouveau le circuit primaire de cette dernière.

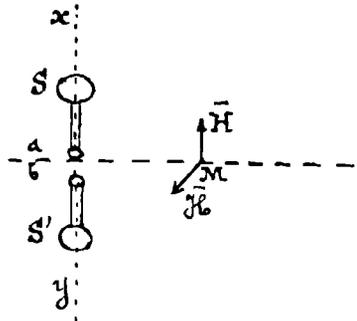
L'effet électrique ainsi réalisé peut être comparé à l'effet acoustique que l'on obtiendrait avec un corps sonore très amorti dont on provoquerait les oscillations par des coups de marteau appliqués à des intervalles de temps considérables par rapport à la durée de l'état vibratoire provoqué, isolément par chaque choc.

Pour que l'excitateur de Hertz fonctionne convenablement il importe d'entretenir les boules a et b dans un état de polissage aussi parfait que possible; il est par suite nécessaire de les nettoyer avec du papier émeri très fin à des intervalles de temps assez rapprochés car les étincelles ont pour effet de détériorer très rapidement les surfaces polies lorsqu'elles sont placées dans l'air. Dans le but de diminuer ces altérations on place assez souvent les boules a et b dans un liquide isolant.

Lorsque l'excitateur fonctionne bien, l'étincelle produit un claquement caractéristique; il est alors possible d'observer dans le laboratoire où se trouve placé cet appareil la production spontanée de petites étincelles entre des conducteurs isolés ou non placés dans le voisinage les uns des autres comme deux pièces de monnaie ou deux clefs que l'on rapproche; on peut également

tirer des étincelles des canalisations métalliques voisines (eau, gaz, électricité, etc....) \*

Si à un instant quelconque on considère les charges électriques réparties sur l'excitateur de Hertz, elles doivent provoquer l'apparition d'un champ électrique dont le vecteur représentatif  $\vec{H}$  en un point  $M$  quelconque doit être par raison de symétrie contenu dans le plan  $Mxy$  déterminé par ce point  $M$  et l'axe  $xy$  qui joint les centres des sphères  $S$  et  $S'$ .



Si de plus le point  $M$  se trouve dans un plan équatorial élevé perpendiculairement à  $xy$  par le milieu de l'intervalle

de  $a$  le vecteur  $\vec{H}$  sera parallèle à  $xy$ .

D'autre part l'existence du courant résultant du transport alternatif des masses électriques de  $S$  en  $S'$  et de  $S'$  en  $S$  produit au même point un champ magnétique  $\vec{H}_b$  qui par raison de symétrie doit être normal au plan  $Mxy$ .

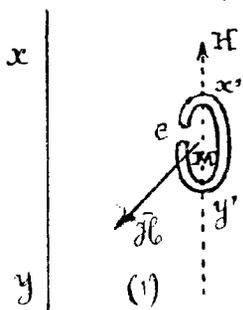
Les vecteurs  $\vec{H}$  et  $\vec{H}_b$  subissent des variations périodiques de même fréquence que celles de l'excitateur et sans rien préjuger sur les différences de phases qui peuvent exister entre ces phénomènes oscillatoires considérés en différents points de l'espace ni sur l'intervalle de temps qui peut s'écouler entre la production de l'étincelle et l'apparition d'un champ déterminé en un point éloigné, nous allons examiner comment on peut mettre en évidence les effets individuels des deux champs correspondants.

**253 — Résonateur.** — Pour atteindre ce but Hertz a imaginé un appareil auquel il a donné le nom de résonateur, et qui est essentiellement constitué par un circuit circulaire présentant une coupure dont on peut régler l'écartement à l'aide d'une vis micrométrique.

Supposons le plan de ce cercle parallèle à  $xy$  et placé normalement au plan  $Mxy$ , les vecteurs  $\vec{H}_b$  sont alors contenus dans le plan du résonateur et le flux correspondant étant toujours nul

\* On constate d'ailleurs des phénomènes de même nature dans le voisinage de tout appareil permettant d'obtenir des décharges oscillantes de fréquence élevée et il y a lieu de se mettre à l'abri des accidents qui peuvent résulter de la rupture possible sous l'action de ces étincelles, de la couche isolante destinée à séparer des conducteurs électriques trop rapprochés.

Le conducteur métallique ne sera le siège d'aucun phénomène d'induction. Au contraire sous l'action de  $\vec{H}$  les masses électriques tendront à se déplacer alternativement vers le haut puis vers le bas de



l'anneau (figure ci-contre), et il en résultera la production d'une différence de potentiel périodique entre les bords de la coupure  $e$  sauf cependant le cas où cette dernière se trouverait placée en  $x'$  ou  $y'$ .

Dans ces conditions en effet les masses amenées sur les deux faces opposées de la coupure, sont à tout instant égales par raison de symétrie et il en est de même des potentiels produits.

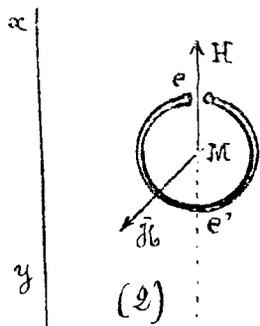
Cette différence de potentiel sera, au contraire, maximale si la coupure  $e$  se trouve sur un diamètre parallèle à  $\vec{H}$  elle pourra même devenir suffisante pour qu'une étincelle éclate en ce point.

Toutefois l'expérience montre que, pour obtenir des étincelles énergiques il est nécessaire de donner au résonateur, des dimensions déterminées qui dépendent de l'excitateur employé.

Lorsqu'on dépasse dans un sens ou dans l'autre ces dimensions optima les étincelles diminuent d'intensité et ne tardent pas à ne plus se produire.

Ce fait s'explique facilement en remarquant que le circuit du résonateur est lui-même le siège d'un courant oscillant; en effet, si après avoir amené des charges électriques sur les faces opposées de la coupure l'action du champ  $\vec{H}$  cessait brusquement, le système se trouverait dans les mêmes conditions qu'un petit condensateur brusquement fermé sur un circuit de résistance très faible relativement à sa self-induction. La recombinaison des charges sera donc oscillatoire.

Le résonateur ayant une période d'oscillation propre donnera naturellement le maximum d'effet lorsque cette période sera voisine de celle du champ excitateur, et l'on voit que le mécanisme de l'effet électrique produit est identique à celui des phénomènes de résonance.



Pour mettre en évidence l'effet du champ ( $\vec{H}$ ) on verra facilement qu'il convient de placer le plan du résonateur de telle manière que son prolongement passe par  $xy$  dans ces conditions le circuit devient le siège d'un courant d'induction qui par l'effet de la résonance s'amplifie suffi-

samment pour produire une étincelle en  $e$ .

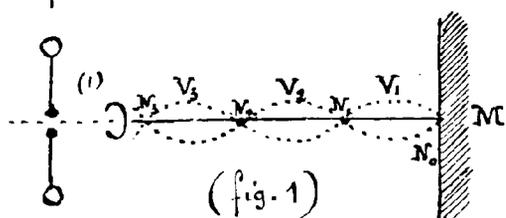
D'ailleurs pour que dans cette position l'action des variations de  $H$  ne puisse se superposer à l'effet d'induction il convient de placer la coupure en  $e$  ou en  $e'$  sur un diamètre  $ee'$  parallèle à  $xy$ .

Pour estimer l'intensité relative des vecteurs  $H$  ou  $H_0$  en divers points de l'espace on place successivement en ces points un résonateur convenablement orienté et dans chaque position on fait varier avec le micromètre l'écartement  $e$  jusqu'à ce que les étincelles cessent de passer; on diminue ensuite cet écartement jusqu'à ce que les étincelles passent de nouveau; la valeur moyenne ainsi obtenue donne alors une idée de l'intensité du phénomène d'influence électrique ou d'induction électromagnétique dans la région de l'espace où se trouve placé le résonateur.

**254 — Expérience des ondes stationnaires.** — À l'aide des appareils précédents Hertz a pu montrer que, conformément aux prévisions de Maxwell les perturbations électriques se propagent de proche en proche comme le ferait un ébranlement produit au sein d'un milieu élastique.

Les oscillations de l'excitateur donnent en effet naissance à un système d'ondes qui peuvent être réfléchies sur un miroir plan constitué par une plaque métallique de grande étendue ce qui permet de réaliser un phénomène ondulatoire stationnaire analogue à celui qui se produit dans un tuyau sonore ou même par simple réflexion d'une onde sonore contre un mur.

En maintenant le résonateur dans l'orientation (1) qui correspond au vecteur électrique  $H$ , Hertz a constaté qu'au voisinage du



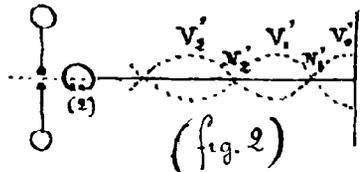
miroir métallique  $M$  on n'obtenait pas d'étincelle mais qu'en s'écartant du miroir il' étincelle jaillissait et pouvait augmenter de longueur jusqu'en un certain point  $V_1$ ; au delà elle diminue pour disparaître à une distance  $MN_1$ , sensiblement double; puis

elle reparait et croît ensuite de nouveau jusqu'en  $V_2$  s'annule en  $N_2$  et ainsi de suite.

L'état ondulatoire stationnaire correspondant au vecteur  $H$  est donc caractérisé par une distribution, de ventres et de nœuds de vibrations, identique à celle qui s'établit dans un tuyau sonore fermé.

En étudiant l'effet du vecteur  $H_0$  (fig. 2), Hertz a au contraire constaté que le plan du miroir correspondait à un ventre, les autres

ventres et les nœuds se trouvant répartis comme l'indique la figure à des distances  $V_0V_1, V_1V_2, \dots, N_1N_2, \dots$  etc. etc. égales deux à deux et identiques aux distances  $V_0V_1, V_1V_2, \dots, N_1N_2, \dots$  etc. observées dans le cas du vecteur électrique H.



La valeur commune de ces distances représente la demi longueur d'onde  $\frac{\lambda}{2}$  du mouvement ondulatoire et la vitesse de propagation  $V$  pourrait être calculée si dans la formule

$$V = \frac{\lambda}{T}$$

la période  $T$  était connue. Or cette période trop courte pour être directement observée pouvait se déduire par le calcul de la forme de l'excitateur et l'on a trouvé pour  $V$  une valeur très voisine de la vitesse de la lumière. Ce fait constitue une vérification éclatante des idées de Maxwell qui, environ trente ans avant les expériences de Hertz, avait été amené par des considérations théoriques à penser que les actions électriques étaient dues aux perturbations de l'éther.

**255 — Rayonnement électrique.** — Nous avons déjà vu (N° 215) qu'une perturbation dans l'état électro-magnétique d'un diélectrique doit s'y propager avec une vitesse  $\frac{1}{\sqrt{\kappa\mu}}$  égale à celle de la lumière.

Les radiations lumineuses n'étant que la manifestation <sup>de modifications</sup> périodiques extrêmement rapides du champ électromagnétique, on devait pouvoir reproduire avec l'excitateur des phénomènes identiques à ceux que l'on observe avec la lumière et c'est ce que Hertz réalisa. Plaçant l'axe de l'excitateur en coïncidence avec la droite focale d'un réflecteur en forme de cylindre parabolique il obtint un rayon électrique dont il put observer la réflexion, la réfraction et la polarisation.

Les dimensions de l'excitateur de Hertz ne permettaient pas d'obtenir des valeurs suffisamment petites de la période et les longueurs d'onde correspondantes atteignaient deux ou trois mètres il en résultait la nécessité d'employer des miroirs et des prismes de dimensions considérables afin d'éviter la production de phénomènes de diffraction.

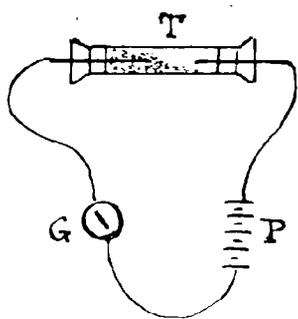
Les divers physiciens qui ont, depuis Hertz, exécuté des recherches sur cette question se sont efforcés d'augmenter la fréquence des oscillations et l'on est actuellement parvenu à avoir des excitateurs ou radiateurs électriques qui comme ceux de Maxwell ou de Hertz produisant des radiations électriques dont la longueur d'onde est de quelques millimètres et avec lesquelles

on peut répéter toutes les expériences de l'optique.

Pour révéler l'existence d'ondulations électriques on a été naturellement conduit à diminuer les dimensions du résonateur de Hertz et à varier sa forme, H. Righi a par exemple obtenu de bons résultats en réduisant le cercle coupé de Hertz à des anneaux très petits et même à de simples lames d'argenture déposées sur verre et présentant une coupure extrêmement fine.

Mais un récepteur d'onde électrique beaucoup plus commode a été découvert par H. Branly.

Si l'on place dans un tube de verre de la limaille métallique (fer, nickel, etc..) réunissant deux fils conducteurs qui forment le circuit d'une pile et d'un galvanomètre, aucun courant ne passe :

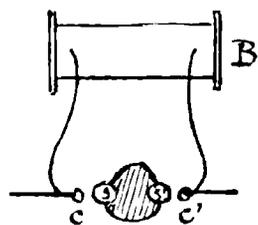


les grains paraissent ne pas se toucher. Mais si le tube à limaille est exposé à des ondes électriques produites simplement par l'étincelle électrostatique d'un appareil voisin, immédiatement la limaille devient conductrice comme si les étincelles induites avaient établi une communication entre les grains. En frappant le tube d'un coup sec on lui rend sa grande résistance primitive et le courant cesse de passer.

Le tube de Branly a été désigné par ce physicien sous le nom de radioconducteur; H. Lodge qui a fait une étude détaillée de ses propriétés a proposé le nom de coheréur.

Cet appareil a une sensibilité qui dans de larges limites est indépendante de la longueur d'onde de la radiation électrique il joue un rôle analogue à la plaque photographique qui permet de révéler en un lieu de l'espace l'existence de rayonnements lumineux de longueurs d'onde très diverses.

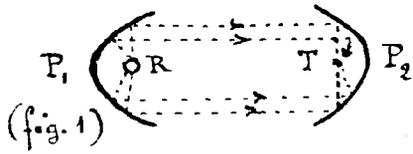
Grâce à ce récepteur on peut facilement reproduire avec les ondes électriques les principales expériences réflexion, réfraction, diffraction, polarisation qu'on fait avec les ondes lumineuses.



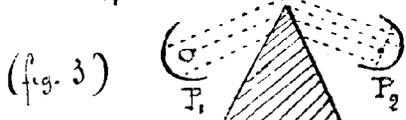
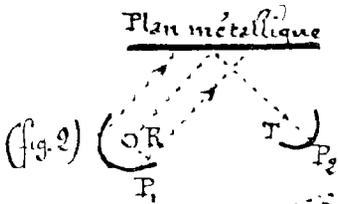
Prenez par exemple un excitateur ou radiateur de Righi, composé de deux sphères de cuivre S, S' séparées par une couche d'huile de vaseline à l'intérieur de laquelle éclate l'étincelle oscillante.

Ces sphères sont chargées par des étincelles qui éclatent entre elles et deux conducteurs C, C' reliés aux bornes d'une bobine d'induction B.

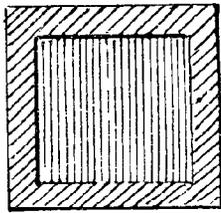
Plaçons ce radiateur le long de la ligne focale d'un réflecteur en forme de cylindre parabolique qui nous donnera un faisceau parallèle de rayons électriques à vibration transversales et par suite polarisés.



Plaçons ce radiateur sur l'axe focal d'un second miroir parabolique sur lequel est placé un tube de Branly T, fermant le circuit d'un couple voltaïque (un volt) et d'une sonnerie - trembleur.



(Prisme substance isolante; ébonite, soufre, paraffine.)

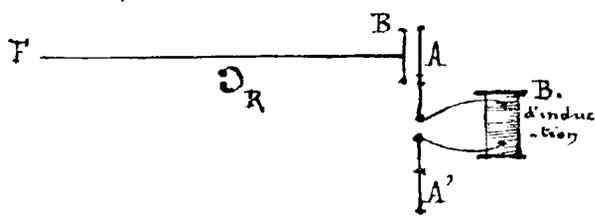


Si le récepteur  $P_2$  étant convenablement placé (voir figures 1. 2. 3) on actionne la bobine qui alimente le radiateur R, la sonnerie se fait entendre; on arrête le courant du récepteur en donnant un choc au tube.

Un réseau de fils métalliques parallèles (gril) arrête les ondes émises lorsque les fils sont parallèles à l'axe du radiateur et se comporte comme un véritable polariseur qui éteindrait la composante perpendiculaire aux fils.

Lorsque le radiateur et le récepteur sont rectangulaires, on constate qu'ils n'exercent aucune action l'un sur l'autre; si l'on interpose à 45° de leurs directions le réseau de fils, le récepteur fonctionne aussitôt; et l'expérience ainsi réalisée est analogue à celle qui consiste à introduire une lame biréfringente placée à l'azimut de 45° entre deux nicols croisés.

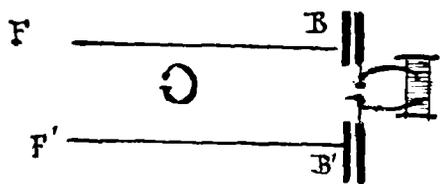
### 256 — Propagation des ondulations électriques le long d'un fil métallique.



Hertz a également étudié la propagation des ondulations électriques le long d'un fil rectiligne: à cet effet il remplaça les deux capacités sphériques de son excitateur par deux plaques A et A' et disposa en face de l'une d'elles une plaque identique B réunie à un

fil métallique BF convenablement tendu. Les charges oscillantes induites dans B donnent lieu à une oscillation électrique qui se propage le long du fil et se réfléchit à son extrémité, si la lon-

queur de ce fil est un multiple de la demi-longueur d'onde correspondant à la période oscillatoire un régime stationnaire s'établit et l'on



peut avec un résonateur, mettre en évidence la distribution périodique du courant oscillant créé autour du fil.

On double l'effet produit sur le résonateur en disposant deux fils parallèles  $F'B'$  aboutissant à

des plaques identiques  $B$  et  $B'$  qui font face aux plaques de l'excitateur.

De la mesure de la distance entre deux nœuds consécutifs on peut naturellement déduire la vitesse de propagation.

M<sup>rs</sup> J. Sarrasin et de la Rive qui ont repris avec le plus grand soin les expériences de Hertz ont établi que cette vitesse était la même que celle de la propagation des oscillations électriques à travers l'air.

De plus ces physiciens ont remarqué que, l'excitateur restant le même, la distance entre deux nœuds ou deux ventres consécutifs variait avec les dimensions du résonateur. Ce phénomène \* a été expliqué simultanément par M. H. Foincaré et Bjertnes, il est dû à ce que l'oscillation très amortie de l'excitateur est susceptible d'établir un régime vibratoire dans des résonateurs de périodes assez différentes.

Les oscillations de ces dernières beaucoup moins amorties en général persistent un temps relativement considérable après que la vibration excitatrice a cessé; et il en résulte que chacun d'eux donne pour les distances internodales des valeurs qui correspondent à leur période propre et non à celle de l'excitateur.

M<sup>rs</sup> Blondlot a employé pour mesurer la distance entre deux nœuds consécutifs une méthode qui permet de laisser le résonateur dans une position invariable, si l'on réunit en effet deux nœuds par un conducteur ou pont métallique le régime vibratoire ne sera pas altéré, il n'en est plus de même pour les autres positions du pont.

En déplaçant progressivement ce pont on observera donc une série de positions dont les distances croissent en progression arithmétique.

\* Au début ce phénomène fut désigné improprement sous le nom de résonance multiple. Le fait de l'amortissement rapide des oscillations dont on réalise l'interférence dans toutes les expériences d'ondes stationnaires ne permet pas d'avoir des nœuds absolus mais simplement des minima d'intensité.

Si il était possible d'obtenir des nœuds absolus le résonateur qui s'y trouverait placé demurerait inactif et il serait possible de repérer très-exactement la position de ces nœuds.

374.

tique et pour lesquelles le résonateur demeure inactif.

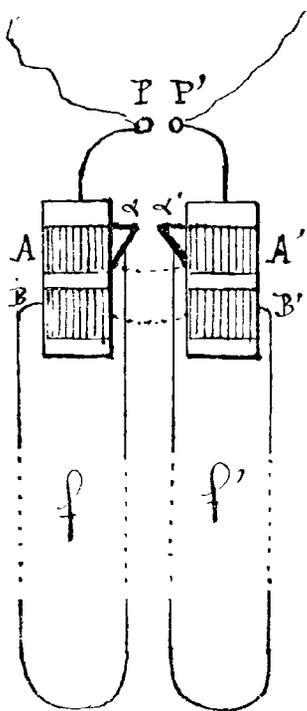
On peut ainsi mesurer des intervalles correspondant à un nombre suffisant de demi longueurs d'onde pour réduire l'influence que les erreurs expérimentales inévitables apportent dans la détermination de  $\lambda$ .

Pour déterminer  $T$  il est nécessaire d'employer un résonateur de forme géométrique convenable et de recourir au calcul\*. C'est en particulier ce qu'a fait M. Blondlot qui par cette méthode a obtenu.

$$V = \lambda T = 302200 \frac{\text{Kilomètre}}{\text{seconde}} = 3,022 \times 10^{10}$$

## 257 — Détermination directe de la vitesse de propagation d'une perturbation électrique.

Les déterminations précédentes de la vitesse  $V$  présentent la plus grande analogie avec celles de la vitesse du son par la méthode des interférences ou des tuyaux sonores avec cette différence que dans le cas actuel l'évaluation expérimentale directe de la période du phénomène oscillatoire est impossible. M. Blondlot a employé une méthode toute différente qui lui a permis de mesurer la vitesse d'une perturbation ou pour mieux dire d'un choc électrique propagé le long d'un fil de grande longueur.



Son appareil se compose de deux bouteilles de Seyde dont les armatures extérieures sont divisées en deux parties A et B, A' et B'.

Les parties A et A' d'une part B et B' d'autre part sont réunies par des cordes mouillées qui permettent la circulation lente de l'électricité pendant que l'on charge les bouteilles en joignant les armatures internes P et P' aux deux pôles d'une machine de Holtz. Ces cordes

\* Le résonateur employé par M. Blondlot était composé d'un fil en forme de rectangle ( $10^{\text{mm}} \times 20^{\text{mm}}$ ) coupé par un condensateur. Sa durée  $T$  était calculée par la formule  $T = \frac{2\pi\sqrt{L}}{V}$  elle avait pour valeur  $4 \times 10^{-8}$  seconde qui correspond à une

longueur d'onde de 12 mètres. Et la concordance des résultats obtenus avec ceux que la théorie permettait de prévoir il semble donc résulter que les hypothèses simplificatrices faites au n° 249 et dans les n° précédents sont encore applicables dans ce cas malgré la très-grande valeur de la Fréquence; c'est à ce fait que nous avons fait allusion au paragraphe 216.

marquées en pointillé ne jouent aucun rôle dans la décharge.

Lorsqu'une étincelle jaillit en PP', deux étincelles éclatent successivement entre les pointes  $\alpha, \alpha'$ ; la première due à la décharge de A et A' qui se fait directement; la seconde due à la décharge de B et B' qui se fait par l'intermédiaire d'un fil télégraphique f, f' de plusieurs kilomètres de long.

L'intervalle de temps qui s'écoule entre les deux étincelles est mesuré par l'emploi d'un miroir tournant dont on connaît la vitesse de rotation.

Ce miroir projette les images de ces étincelles sur une plaque photographique où elles laissent des traces distinctes.

La moyenne des résultats obtenus de cette manière a donné:

$$V = 2,98 \times 10^{10}$$

## 258 — Télégraphie sans fil. — Divers physiciens (M. M. Lodge en Angleterre, Popoff en Russie) avaient eu l'idée d'utiliser les ondes

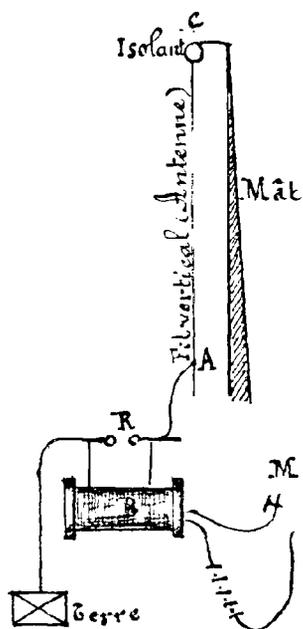
électriques pour transmettre des signaux à distance sans se servir de l'intermédiaire d'un fil; mais c'est à M. N. Marconi que revient l'honneur d'avoir obtenu le premier des résultats suffisants pour rendre pratique la télégraphie sans fil.

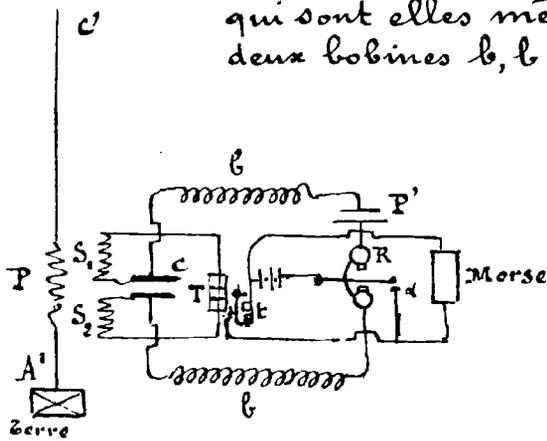
La disposition générale, employée par lui, consiste à faire fonctionner un radiateur R en agissant pendant un temps plus ou moins long sur un manipulateur M qui actionne une bobine d'induction B. D'une des branches du radiateur est en communication avec un fil vertical isolé AC de longueur variable (10 à 500 mètres) qui porte le nom d'antenne: Ce fil est soutenu par un mât élevé ou tout autre dispositif (Cerf volant, Ballon captif .... etc....).

L'autre branche du radiateur R est mise en communication avec la terre. Ses ondes électriques sont reçues à distance sur une antenne semblable A'C' qui agit sur un tube de Branly convenablement disposé.

Dans ce but on fait passer le courant oscillant dont l'antenne est le siège à travers un enroulement primaire P (3 à 4 mètres de longueur) qui induit un courant de même période dans un secondaire S, S'.

Ce secondaire est constitué par deux enroulements symétriques dont les extrémités sont réunies d'une part aux extrémités du tube de Branly T d'autre part aux armatures d'un condensateur C





qui sont elles mêmes réunies par un circuit comprenant deux bobines  $b, b$  une pile  $P'$  et un relai très-sensible  $R$ .

Les bobines  $b, b$  ont une faible résistance mais leur self-induction est notable de telle sorte qu'elles s'opposent au passage des oscillations qui se produisent dans  $S_1$  et  $S_2$ ; ces oscillations agissent par suite sur le tube  $T$  et le rendent conducteur; dans ces conditions le courant de la pile  $P'$  peut passer et actionner le relai.

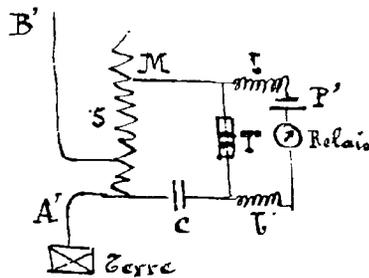
Le fonctionnement du relai établit un contact  $\alpha$  qui ferme simultanément le circuit d'une pile (8 à 10 éléments) 1° à travers un récepteur Morse, 2° à travers un trembleur  $t$  portant un marteau qui vient frapper le cobérateur de manière à le ramener à l'état résistant initial dès qu'il n'est plus le siège des phénomènes provoqués par l'oscillation électrique (Cobérateur).

Lorsque les ondes cessent d'arriver à l'appareil le courant de  $P'$  n'agit plus sur le relai et tout rentre dans le repos jusqu'à l'émission du signal suivant.

En appuyant plus ou moins longtemps sur le manipulateur  $M$  du poste transmetteur on déterminera l'impression de traits ou de points dans l'appareil Morse du poste récepteur.

Il y a lieu d'éviter les étincelles d'extra-courant, provenant de la self-induction des bobines, du trembleur, du relai et du Morse; ces étincelles produiraient en effet des oscillations qui agiraient sur le tube de Branly placé dans leur voisinage immédiat. A cet effet on place en dérivation sur chacun des circuits de ces appareils, des shunts sans self-induction constitués par exemple par des voltmètres à électrode d'aluminium.

Au lieu d'employer le montage précédent on peut pour actionner le cobérateur le disposer comme l'indique le schéma ci-contre.



Le courant de l'antenne traverse quelques spires d'une bobine  $S$  et induit un courant de même période dans le circuit constitué par cette bobine le condensateur  $C$  et le tube  $T$ .

Les bobines  $b, b$  jouent le même rôle que précédemment: En faisant varier à l'aide d'un contact mobile  $M$  le nombre de spires de  $S$  inter-

calées dans le circuit qui contient le tube T, on peut régler la période oscillatoire correspondante jusqu'à ce qu'il y ait résonance avec l'oscillation électrique reçue par l'antenne.

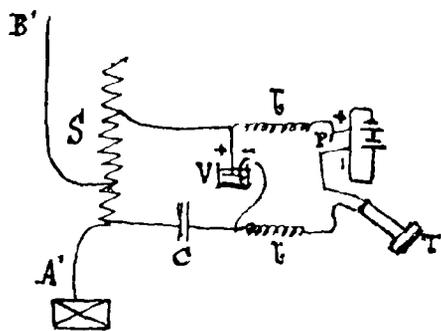
M. le capitaine Ferrié avait indiqué en 1900 la possibilité d'utiliser un voltamètre pour révéler la présence des oscillations électriques, M. H. Fessenden et Schlömilch ont réalisé depuis cette époque ces appareils extrêmement sensibles basés sur ce principe.

Ces détecteurs d'ondes électromagnétiques sont essentiellement constitués par des voltamètres à eau acidulée (30 à 40%  $SO^4H^2$ ) dont l'anode présente une surface extrêmement faible; pour obtenir cette électrode on soude à l'intérieur d'un tube de verre un fil de platine de  $\frac{1}{100}$  à  $\frac{2}{100}$  de millimètre de manière à ne laisser dépasser qu'une très-faible portion de son extrémité.



À l'intérieur du tube de verre ce fil fin est réuni à un fil plus gros qui aboutit à la borne + de l'appareil; quant à la cathode elle est constituée par un fil de platine ordinaire.

On place ce voltamètre à la place du tube de Branly en utilisant un montage semblable à celui que nous venons d'indiquer en dernier lieu; le relais est remplacé par un récepteur téléphonique et la pile P' par un certain nombre d'éléments dont on réduit le voltage à l'aide d'un potentiomètre de manière à n'introduire dans le circuit P' b V



6 T qu'une force électromotrice d'environ trois volts.

Sous l'influence du courant produit par cette force l'anode se polarise presque immédiatement et le circuit se trouve coupé, l'influence des oscillations électriques a pour effet la dépolarisation momentanée de cette anode et un

nouveau passage du courant qui produit un son dans le téléphone\* d'intensité de ces courants est trop faible pour pouvoir actionner un relais il est par suite impossible d'obtenir l'inscription des signaux, toutefois l'extrême sensibilité des détecteurs électrolytiques les rend très-précieux dans certains cas.

au moment du passage de l'onde on peut constater un très-léger dégagement gazeux dans le voisinage de la pointe effilée de l'anode. Enfin M. G. Marconi a également remarqué que les ondes Hertzien nes modifiaient l'hystérésis du fer et des métaux magnétiques et a basé sur ce fait des détecteurs d'ondes dits détecteurs magnétiques dont la des-

\* Une expérience faite à l'amphithéâtre a eu pour but de montrer que pendant le passage des ondulations électriques l'extrémité de l'électrode à la Halloway est le siège d'une projection énergique de petites bulles gazeuses. Pour mettre ce fait en évidence il

378.

cription nous entraînerait trop loin.

On est parvenu à établir avec la télégraphie sans fil des communications à des distances de plus en plus grandes et actuellement un navire qui se rend d'Europe en Amérique peut recevoir pendant tout son trajet des télégrammes de celui des deux continents dont il est le plus voisin.

Les ondulacions électriques utilisées en télégraphie sans fil\* ont des longueurs d'onde trop grandes pour qu'il soit possible de les diriger, comme un faisceau lumineux, parallèlement à une direction déterminée.

Elles se diffusent dans toutes les directions par diffraction comme les ondes sonores de sorte qu'on ne peut guère les employer pour l'échange des correspondances secrètes. De plus, comme cela aurait lieu en temps de guerre, l'adversaire qui a intérêt à surprendre les correspondances, a aussi intérêt à les troubler et il peut le faire aisément en émettant des ondes électriques de même nature.

## 27<sup>e</sup> Leçon

### Étincelle électrique - Rayons cathodiques - Rayons X

259 — Décharge disruptive. — Distance explosive. — La possibilité d'obtenir facilement avec la bobine d'induction et les transformateurs des quantités notables d'électricité présentant des différences de potentiel considérables a rendu facile l'étude des effets produits par la décharge disruptive.

Dans les conditions habituelles cette décharge se produit sous forme d'étincelle ou d'aigrette.

Lorsqu'elle provient d'un conducteur de forte capacité, l'étincelle apparaît comme un trait de feu accompagné d'un bruit sec et d'un ébranlement violent du milieu ambiant (thermomètre de Rumford, rupture d'une gaine en verre etc. etc.)

Si la capacité du conducteur diminue l'étincelle prend la forme d'un zig-zag et tend à se ramifier de plus en plus en passant à l'état d'aigrette lorsqu'on augmente la distance des points entre lesquels elle jaillit.

L'aigrette a une teinte pâle, violacée, elle fait entendre un bruissement particulier et apparaît au pôle positif tandis que

---

suffit d'effectuer une projection agrandie de cette électrode à l'aide d'un micros.  
copié.

\* Cette longueur d'onde est égale à 4 fois la longueur de l'antenne.

Le pôle négatif se recouvre d'une couche lumineuse; si ce dernier pôle est terminé par une pointe on aperçoit généralement à son extrémité un petit point brillant.

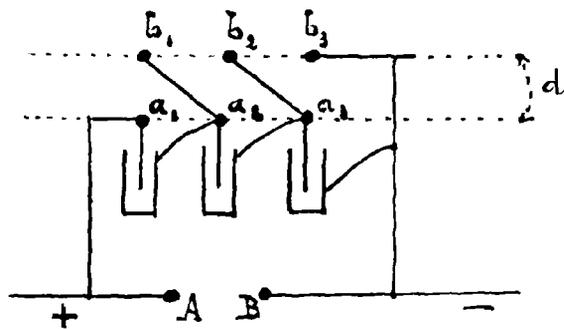
Quand on fait passer la décharge à travers un gaz dont on diminue systématiquement la pression, on observe des lueurs (Gauf électrique, tube de Geissler) dont nous avons déjà donné la description sommaire dans la première partie de ce cours (N° 368 et suivants) et dont l'aspect varie jusqu'à ce que le vide étant suffisamment poussé l'on voie apparaître le rayonnement cathodique.

L'étude des propriétés électriques des rayons cathodiques et des rayons X fera le principal objet de cette leçon, toutefois avant de l'aborder nous allons donner le principe de la détermination des plus grandes longueurs d'étincelle réalisables dans les conditions ordinaires, entre deux conducteurs dont la différence de potentiel est donnée.

Cette longueur limite caractérise ce qu'on appelle la distance explosive; elle varie naturellement avec la constitution du diélectrique interposé et l'expérience montre en outre qu'elle dépend également de la forme des conducteurs en présence; c'est ainsi par exemple que dans l'air et pour une même différence de potentiel on obtient des étincelles plus longues entre deux sphères qu'entre deux plateaux.

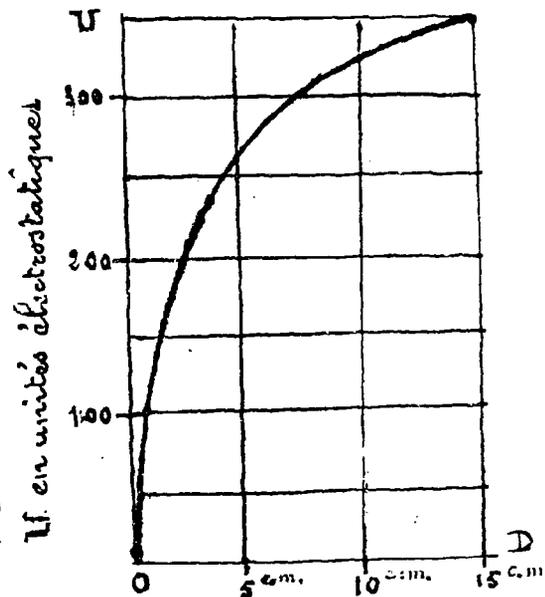
Pour étudier la distance explosive dans l'air on peut mesurer directement à l'électromètre la différence de potentiel pourvu que l'étincelle ne dépasse pas un à deux centimètres. Au delà on emploie l'artifice des bouteilles de Leyde en cascade.

On prend ces bouteilles aussi



identiques que possible et on les dispose comme l'indique la figure ci-dessous.

Les boules  $b_1, b_2, b_3$  etc... supportées par une même tige de verre peuvent être amenées à une distance variable  $d$  des boules inférieures  $a_1, a_2, a_3$  etc... lorsque l'étincelle éclate indifféremment entre



(Boules de 3<sup>cm</sup> de diamètre.  
Distances explosives D en centimètres).

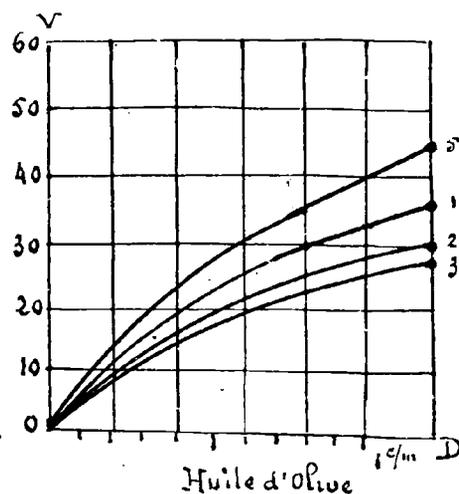
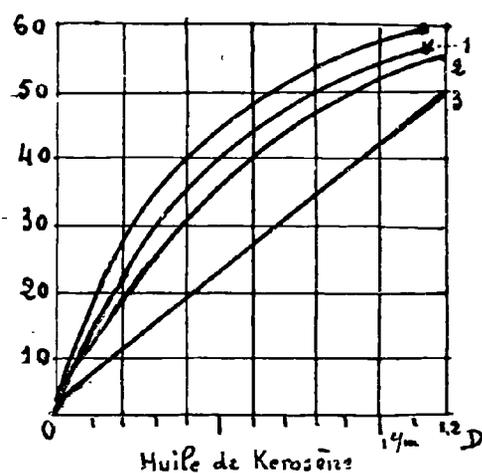
A et B ou entre le système multiple  $a, b, a_2, b_2$  etc., on peut considérer la différence de potentiel comme étant égale au produit du potentiel qui correspond à la distance  $d$  par le nombre des bouteilles.

La courbe page 379 résume en unités électrostatiques C.G.S. les résultats obtenus dans l'air.

Cette courbe se comporte comme s'il existait une asymptote parallèle à l'axe des distances, dont l'ordonnée correspondrait environ à 400 C.G.S. \* soit 120000 volts. Il est vraisemblable que les très longues étincelles des machines électriques ne doivent pas se produire sous des différences de potentiel notablement supérieures à cette limite.

Cas des diélectriques liquides. — La loi qui lie la distance explosive à la différence de potentiel étant comme dans le cas de l'air, on peut s'en servir pour déterminer la différence de potentiel qui correspond au passage de l'étincelle dans un diélectrique quelconque. On déplace en effet les boules placées dans l'air jusqu'à ce que l'étincelle se produise indifféremment dans ce gaz ou dans le diélectrique.

C'est de cette manière qu'on a étudié un certain nombre d'isolants; nous nous bornerons à reproduire ci-dessous deux diagrammes qui donnent une idée des résultats obtenus avec l'huile de Kérosène et l'huile d'olive.



Les potentiels sont exprimés en unités électrostatiques et les courbes correspondent à des étincelles jaillissant entre des boules de 5 cm, 1 cm, 2 cm et 3 cm de diamètre.

\* Une unité électrostatique vaut 300 volts.

260 — **Rigidité diélectrique.** — L'emploi de jour en jour plus étendu de l'électricité à haute tension donne de l'intérêt à la détermination des distances explosives car il importe de connaître les épaisseurs d'isolant qu'il convient de placer entre des conducteurs chargés à des potentiels différents pour éviter qu'il se produise une décharge disruptive entre leurs points les plus voisins. On désigne sous le nom de rigidité diélectrique le quotient de la différence de potentiel par la distance explosive  $D$  correspondante. Ce que nous venons de voir montre que cette rigidité est loin d'être une constante spécifique puisqu'elle varie avec  $D$  et diminue en général quand  $D$  augmente.

Enfin toutes choses égales d'ailleurs cette rigidité n'est pas la même lorsque l'on soumet le diélectrique à une différence de potentiel statique ou à une même différence de potentiel alternative de fréquence un peu élevée.

261 — **Rayons cathodiques.** — Leur déviation par un champ magnétique. — Nous avons déjà vu (1<sup>re</sup> partie n° 369) que St. Crookes a proposé d'expliquer les propriétés des rayons cathodiques en les considérant comme dus à la circulation d'un nombre considérable de projectiles extrêmement petits chargés d'électricité négative. En vertu de leur électrisation ces projectiles sont violemment repoussés par l'électricité de même nom de la cathode.

Si nous désignons par  $e$  la charge et  $v$  la vitesse d'un de ces projectiles la perturbation magnétique produite par son déplacement est à un instant quelconque la même que celle d'un élément de courant  $Id$  égal à  $e v$  (n° 198). Par conséquent si cette charge  $e$  se meut dans un champ magnétique  $H$  perpendiculaire à la vitesse  $v$  elle sera soumise à un effort perpendiculaire à  $\vec{v}$  et  $H$  dont la valeur est  $H e v$  et qui tend à lui faire décrire une trajectoire circulaire.

Si  $m$  désigne la masse de la particule électrisée nous obtiendrons le rayon  $r$  du cercle décrit en égalant la force centrifuge  $\frac{m v^2}{r}$  à la force  $H e v$ .

$$\frac{m v^2}{r} = H e v.$$

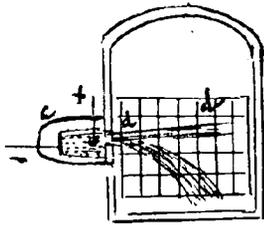
D'où (1)  $\left(\frac{m}{e}\right) v = H r$

En fait l'expérience permet de constater qu'un pinceau de rayons cathodiques placé dans un champ uniforme normal à sa direction s'infléchit suivant un arc de cercle en s'épanouissant comme s'il était constitué par des rayons différant entre eux par leur réfrangibilité magnétique.

Ce fait de la dispersion magnétique des rayons cathodiques a été signalé pour la première fois par J. Birkeland; il présente cette particularité que dans le faisceau étalé, ainsi obtenu certains rayons présentent une intensité beaucoup plus grande que leurs voisins ce qui permet de suivre approximativement leur trajectoire particulière.

On se trouve en quelque sorte dans un cas analogue à celui d'une source lumineuse dont le spectre se composerait d'un certain nombre de bandes brillantes.

Pour rendre apparentes les trajectoires suivies par ces rayons on peut avec J. J. Thomson les faire pénétrer par un petit trou dans une cloche à l'intérieur de laquelle se trouve placée une lame de verre quadrillée enduite d'une substance phosphorescente et placée à peu près dans le plan des courbes à étudier.

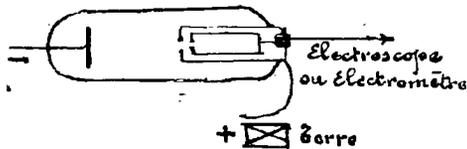


Le diaphragme a pour but de ne laisser pénétrer qu'un mince faisceau de rayons qui vient tracer une trajectoire rectiligne lorsque le champ n'existe pas. Lorsqu'au contraire on fait agir ce champ le faisceau s'infléchit en s'étalant en éventail, mais on peut y distinguer un certain nombre de trajectoires plus brillantes.

Il est intéressant de signaler que le phénomène obtenu est indépendant de la nature du gaz raréfié contenu dans le récipient.

## 262. — Détermination de la vitesse des projectiles cathodiques; rapport de la charge qu'ils transportent à leur masse.

Le transport d'une charge électrique négative par les rayons cathodiques a été démontré expérimentalement en 1895 par J. J. Thomson.



Le dispositif employé par ce physicien est représenté ci-contre:

La cathode est constituée par un disque; l'anode, qui est reliée à la terre, est un cylindre de métal percé d'un trou sur la face la plus rapprochée

de la cathode.

À l'intérieur de ce cylindre et bien isolé de celui-ci s'en trouve un second qui présente également un trou du côté de la cathode.

Ces trous sont disposés de manière à permettre aux rayons de pénétrer facilement dans le cylindre intérieur qui est relié métalliquement à un électromètre ou un électroscope.

Dans ces conditions les rayons cathodiques chargent ce cylindre comme le feraient des particules électrisées introduites dans un cylindre de Faraday et l'électromètre permet de mesurer la quantité

d'électricité introduite dans le cylindre.

Lorsqu'on dévie les rayons avec un aimant de manière à les empêcher de pénétrer dans le cylindre la charge cesse d'augmenter.

M. J. J. Thomson a repris l'expérience précédente en la perfectionnant de manière à obtenir une mesure de l'énergie du bombardement cathodique.

A cet effet il place immédiatement derrière le trou d'entrée dans le deuxième cylindre un couple thermo-électrique fait de très petites bandes de fer et de cuivre fixées à des fils très fins de fer et de cuivre qui passent à travers les cylindres dont ils sont séparés par un isolant.

Ces fils aboutissent après leur sortie du tube à un galvanomètre dont la déviation permet d'évaluer l'échauffement de la soudure. Si l'on connaît la capacité calorifique du couple il devient possible de déduire la quantité d'énergie qui lui a été cédée et s'est transformée en chaleur.

Si  $N$  est le nombre de projectiles cathodiques qui ont pénétré dans le cylindre la charge électrique  $Q$  révélée par l'électromètre est égale à  $Ne$

$$(2) \quad Q = Ne$$

D'autre part la quantité d'énergie transformée en chaleur sur le couple thermo-électrique peut être considérée comme la somme des demi forces-vives des particules que ce couple a arrêtées.

En supposant cette énergie  $W$  estimée en ergs on aura :

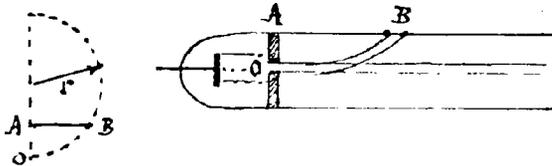
$$(3) \quad W = N \frac{1}{2} m v^2$$

On voit que les équations (1) (2) et (3) permettent la détermination des quantités

$$\frac{e}{m} = \frac{eW}{H^2 r^2 Q} \quad \text{et} \quad v = \frac{eW}{Q H r}$$

en fonction des données expérimentales

Pour évaluer  $H r$  on avait muni le même appareil d'un dia-



phragme  $O$  qui servait à délimiter le pinceau de rayons utilisés dans ces expériences.

En faisant agir le champ  $H$  ce pinceau s'infléchissait sui-

vant  $OB$  et l'on observait en  $B$  une tache brillante due à la fluorescence du verre.

La mesure de la distance  $AB$  et la connaissance du rayon  $AO$  du diaphragme donnent alors le rayon de l'arc  $OB$  par la relation :

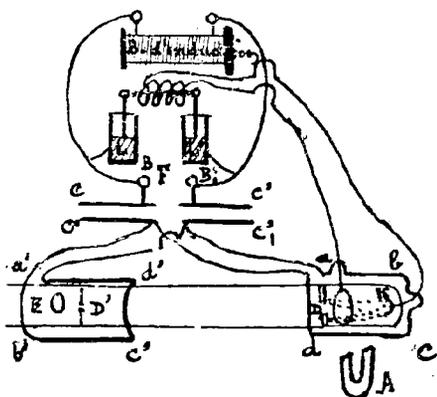
$$2r = \frac{AB^2}{OA} + OA$$

Par cette méthode on a trouvé pour  $\frac{e}{m}$  des nombres compris entre  $10^7$  et  $2 \times 10^7$  C. G. S la charge  $e$  étant exprimée en unités électromagnétiques.

La vitesse  $v$  s'est trouvée comprise entre 2 et  $3 \cdot 10^9$  centimètres par seconde.

Les résultats obtenus paraissent d'ailleurs indépendants des gaz raréfiés au sein desquels se propagent les rayons.

263. — **Détermination directe de la vitesse des rayons cathodiques.** — La vitesse des rayons cathodiques est donc considérable, le dixième environ de celle de la lumière, et il est important de la déterminer par l'emploi des procédés les plus divers pour avoir une confirmation des hypothèses faites sur la constitution de ces rayons. M<sup>r</sup> Wiechert a procédé à une mesure directe de cette vitesse en employant un dispositif dont le principe est le suivant :



A l'aide d'une bobine d'induction on entretient une décharge oscillante entre deux boules  $B, B_1$  reliées d'une part aux armatures externes de deux bouteilles de Leyde et d'autre part à des plans métalliques  $C$  et  $C_1$  qui constituent les armatures de deux condensateurs identiques  $CC'$  et  $c, c_1$ .

Les boules terminales des bouteilles sont réunies par le fil primaire d'un transformateur de Tesla (voir n° 251) qui sert à produire la décharge cathodique entre la cathode  $K$  et une anode annulaire placée dans le tube à vide  $T$ .

Les armatures  $C'$  et  $C_1'$  des condensateurs plans sont réunies par deux circuits aussi identiques que possible qui ont pour effet de produire deux champs magnétiques oscillants et synchrones dans les régions du tube où se trouvent placées les boucles correspondantes  $ab, cd; a'b', c'd'$ .

Les rayons émis par la cathode concave  $K$  convergent à une certaine distance où l'on a placé un diaphragme  $D$  percé d'un petit trou, si au moment de leur émission le champ créé par  $ab, cd$  à une certaine valeur ces rayons sont déviés vers le haut par exemple, et sont arrêtés par l'écran. Tout se passe d'ailleurs de la même manière à chaque décharge et l'on perçoit l'impression d'un faisceau de rayons de position invariable qui vient frapper la partie

supérieure de D.

On ramène à l'aide d'un aimant permanent A le point d'impact des rayons en face de l'ouverture, le faisceau se propage alors jusqu'au diaphragme D' et ceux qui laissent passer l'ouverture centrale de ce second diaphragme vont produire une tache lumineuse sur un écran phosphorescent E placé plus loin.

Dans ces conditions on voit que si la propagation était instantanée le rayon détaché par D' devrait être dévié vers le haut comme celui de la cathode K que nous avons rabaisé à l'aide de A puis qu'il serait soumis à un champ magnétique produit par a' b' c' d' identique à celui de a b c d.

Mais, comme il n'en est pas ainsi on peut placer l'écran D' à une distance de D telle que la durée de trajet soit précisément égale à la demi période de la décharge oscillante ; le rayon au delà de D' se trouve alors dévié vers le bas.

Le diaphragme D' est disposé sur un même support avec l'écran E et l'on peut les déplacer simultanément de manière à augmenter ou diminuer la distance DD' jusqu'à ce que l'effet désiré soit obtenu.

La fréquence de la décharge oscillante doit évidemment être très-courte et on la déterminera d'après la longueur d'un résonateur de Hertz que l'on accorde avec elle.

Par cette méthode on a trouvé pour le rapport  $\frac{v}{V}$  de la vitesse  $v$  des rayons cathodiques à la vitesse  $V$  de la lumière des nombres compris entre 0,13 et 0,16.

Une expérience de déviabilité magnétique faite sur les mêmes rayons donnait le produit  $Hr$  correspondant et il devenait possible de calculer le quotient  $\frac{e}{m}$  qu'on a trouvé compris entre  $1,25$  et  $1,42 \times 10^7$ .

**264 — Déviation des rayons cathodiques par un champ électrostatique.** — Etant donnée la difficulté des expériences les résultats de H<sup>2</sup> Wiechert s'accordent bien avec ceux de H<sup>1</sup> J. J. Thomson d'ailleurs ce dernier physicien a pu déterminer les mêmes grandeurs en employant une autre méthode basée sur la déviation que les rayons cathodiques subissent lorsqu'on leur fait traverser un champ électrostatique.



Imaginons qu'une masse  $m$  chargée d'une quantité  $e$  d'électricité négative, traverse un champ électrique  $H$  produit par le condensateur  $CC'$  dans une direction générale normale à celle des lignes de force. Nous voyons dans le cas de la figure que cette masse sera constamment sollicitée

vers le bas par une force  $He$  et décrira par suite un arc de parabole comme le ferait sous l'influence de la pesanteur un projectile lancé horizontalement dans le vide. Mais en faisant agir en même temps sur cette masse électrisée un champ magnétique  $H$  normal au plan de la figure et d'intensité convenable, nous pourrions nous arranger de manière que la force électrostatique  $He$  soit exactement contre balancée par la force électromagnétique  $Hev$ . Dans ces conditions la trajectoire décrite restera rectiligne et on aura :

$$v = \frac{H}{H}$$

Par conséquent si sur une même partie de leur trajet nous faisons agir sur les rayons cathodiques un champ électrique et un champ magnétique uniformes tels qu'il n'y ait pas de déviation, la formule précédente nous donnera la valeur de la vitesse  $v$ .

L'exécution de l'expérience présentait une difficulté que M<sup>r</sup> J. J. Thomson a su lever ; nous verrons en effet que les gaz même très raréfiés, traversés par les rayons cathodiques ou les rayons X deviennent conducteurs de l'électricité il était par suite impossible de maintenir entre les armatures  $C$  et  $C'$  du condensateur placé dans le tube à vide la différence de potentiel nécessaire pour produire le champ  $H$ . M<sup>r</sup> J. J. Thomson a montré qu'on pouvait y parvenir en poussant suffisamment loin la raréfaction du gaz et a réalisé l'expérience dont nous venons d'indiquer le principe. Il a de cette manière obtenu pour  $v$  les mêmes valeurs que précédemment et en combinant ces valeurs de  $v$  avec les résultats fournis par l'observation de la déviation obtenue sous l'influence de l'un ou l'autre champ employé seul\* il en a déduit pour  $\frac{e}{m}$  des nombres compris entre 0,6 et 0,8. 10<sup>7</sup>.

**265.** — Propriétés conductrices acquises par les gaz soumis à l'action des rayons X. — Dans la première partie de ce cours nous avons vu que les obstacles résistants placés dans un tube à vide et soumis au choc des rayons cathodiques émettent des rayons spéciaux découverts par Roëntgen et désignés par lui sous le nom de rayons X. Nous avons indiqué comment on utilise la propriété qu'ils ont d'exciter la phosphorescence de certains corps et d'agir sur la plaque photographique, ainsi que leurs caractères optiques négatifs

\* On peut voir que la déviation angulaire  $\alpha$  correspondant à un parcours  $l$  est :

$$\alpha = \frac{e}{m} \frac{Hl^2}{2v^2} \quad \text{pour le champ électrostatique}$$

$$\alpha = \frac{e}{m} \frac{Hl}{v} \quad \text{pour le champ magnétique.}$$

Ces rayons qui ne peuvent être ni réfléchis, ni réfractés ni diffractés et traversent rectilignement tous les corps jouissent en outre de la propriété de provoquer la décharge des corps électrisés placés dans le voisinage du lieu où ils sont produits et nous allons actuellement nous occuper plus particulièrement de l'étude de ce dernier phénomène.

L'ensemble des expériences entreprises pour éclaircir le mécanisme de cette décharge a montré que les rayons X rendent conducteurs les gaz qu'ils traversent et que ce sont ces gaz qui agissent ensuite directement sur les conducteurs pour les décharger.

On peut par exemple provoquer la décharge d'un condensateur, complètement abrité contre l'action directe des rayons X, en faisant circuler entre ses armatures un courant d'air qui provient d'une région traversée par ces rayons.

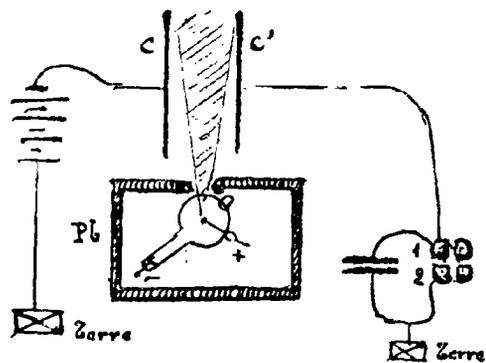
Un gaz «*Roëntgenisé*» perd ses propriétés conductrices après qu'il a servi à décharger un certain nombre de corps électrisés.

Tout se passe comme si les rayons X provoquaient l'apparition au sein de la masse gazeuse d'un très grand nombre de particules extrêmement ténues chargées respectivement d'électricité positive et négative.

On a été conduit à admettre que ces particules proviennent de la décomposition de la molécule gazeuse et par analogie avec ce qui se passe dans l'électrolyse des liquides on a été conduit à dire qu'un gaz rendu conducteur est un gaz ionisé.

Si on l'abandonne à lui-même les particules positives et négatives se recombinent et au bout d'un certain temps, généralement assez court la conductibilité n'existe plus; si avant la disparition complète des ions le gaz se trouve placé dans un champ électrique, les particules positives se déplacent dans le sens des lignes de force et vont se déposer sur le conducteur négatif dont elles annulent la charge tandis que les particules négatives suivent un trajet inverse et produisent un effet semblable sur le conducteur positif.

Lorsqu'on fait croître la différence de potentiel entre deux armatures C et C' séparées par une lame d'air soumise à l'action continue d'une source de rayons X bien constants, on constate que l'intensité du courant qui se produit par suite de la



conductibilité du gaz ionisé commence par augmenter puis tend asymptotiquement vers une valeur maximum.

On conçoit en effet que la charge qui s'écoule de C en C' dans un temps donné ne peut dépasser celles que sont susceptibles de transporter les ions produits dans le même temps.

Pour mesurer ces intensités de courant qui sont généralement très faibles l'emploi du galvanomètre ne serait pas pratique On utilise l'électromètre et l'on mesure le temps que met l'aiguille de cet appareil pour dévier d'un angle donné.

L'armature C étant reliée à la source dont le potentiel est U on réunit C' à l'une des paires de quadrants de l'électromètre, l'autre paire étant à la terre, dans ces conditions l'appareil met un temps t pour dévier d'un angle  $\alpha$  qui correspond à un potentiel u et à une charge  $q = it$  que l'on sait déterminer par une étude préalable des constantes de l'appareil.

L'intensité  $i = \frac{q}{t}$  du courant correspond à une chute de potentiel de C à C' comprise entre U et U-u il suffit donc de réaliser des conditions telles que u soit négligeable devant U.

Lorsque la déviation  $\alpha$  est atteinte on ramène l'aiguille au zéro en réunissant momentanément à l'aide d'un contact les deux paires de quadrants et l'on recommence ensuite la même opération; si la durée t correspondant à la charge est trop courte on peut la faire varier en agissant sur la capacité de l'électromètre à l'aide d'un condensateur approprié dont les armatures sont respectivement réunies aux quadrants pairs et impairs.

En employant cette même méthode on peut étudier la manière dont décroît la conductibilité d'un gaz qui après avoir été ionisé se trouve abandonné à lui-même; cette mesure donne une idée de la vitesse de recombinaison des ions auxquels on attribue les propriétés conductrices observées.

**266 — Principe de la détermination du nombre d'ions contenus dans une masse gazeuse; valeur de la charge portée par chacun d'eux.** — On est parvenu à déterminer le nombre d'ions contenus dans un gaz en utilisant la propriété que possèdent ces centres électrisés de condenser la vapeur d'eau lorsqu'elle devient sursaturante dans l'atmosphère où ils se trouvent.

Lorsqu'on soumet à une détente brusque de l'air saturé d'humidité le refroidissement produit par cette opération a pour effet d'entraîner la condensation d'une partie de la vapeur et l'on a remarqué depuis longtemps que l'eau ainsi formée se dépose de préférence sur les particules de poussières qui se trouvent en suspension dans le gaz. Le brouillard produit par la détente de

trouve donc constitué par un nombre considérable de gouttes de liquide qui tombent sous l'action de la pesanteur et entraînent dans leur chute la particule qui leur sert en quelque sorte de noyau et qui a provoqué leur condensation.

En soumettant plusieurs fois à une même détente une masse déterminée de gaz on observe la formation de brouillards de moins en moins intenses provenant de ce que chacun d'eux purifie l'atmosphère gazeuse en la débarrassant des particules qu'elle peut tenir en suspension. Au bout d'un certain nombre d'opérations on arrive à n'avoir qu'un brouillard extrêmement léger si à ce moment on soumet le gaz à l'action des rayons X on constate que la détente suivante produit un brouillard très intense. Il est naturel de penser que les ions ont joué dans ce cas le rôle de noyau de condensation et si l'on pouvait compter le nombre des gouttelettes qui constituent le brouillard on aurait une estimation au moins approchée du nombre d'ions produits dans un volume déterminé de la masse gazeuse.

Pour estimer ce nombre on s'est basé d'abord sur l'observation des irrégularités de la lumière provenant des diffractions subies par le rayon lumineux lorsqu'il traverse le brouillard, mais les résultats obtenus par ce procédé sont peu précis.

Il est préférable de se baser sur l'observation de la vitesse de chute du brouillard, une formule établie par Stokes permet en effet de relier les dimensions d'une très petite sphère tombant dans l'air à la vitesse de chute uniforme qu'elle ne tarde pas à prendre par suite de la viscosité du gaz. La mesure de cette vitesse permet donc de connaître le diamètre des gouttelettes d'eau et en pesant

la quantité d'eau qui vient se déposer sur une surface connue on a les éléments nécessaires pour calculer le nombre. Il est plus commode de déduire le poids total de l'eau condensée de la valeur du froid produit par la détente adiabatique.

Si d'autre part en produisant l'ionisation dans des conditions identiques on mesure la quantité d'électricité que le gaz est susceptible de transporter on connaîtra la charge totale de l'ensemble des ions qu'il contient et le quotient de cette charge par le nombre des ions donnera la charge de chacun d'eux.

Naturellement le nombre d'ions produits varie avec l'intensité de la cause qui produit l'ionisation mais ce qu'il y a de remarquable c'est que leur charge individuelle  $e$  est pratiquement constante et a pour valeur  $e = 3.3 \cdot 10^{-10}$  unités électrostatiques.

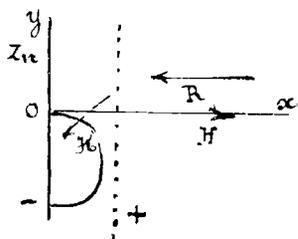
C'est ainsi par exemple que M<sup>r</sup> J.J. Thomson en exécutant des expériences conformes aux principes que nous venons d'indiquer a trouvé pour le nombre d'ions par cm<sup>3</sup>  $n = 6,25 \times 10^4$  et  $n = 16,75 \times 10^4$  en utilisant pour provoquer l'ionisation le rayonnement produit par deux échantillons différents de radium tandis que la valeur de  $e$  s'est maintenue entre  $3,3$  et  $3,5 \times 10^{-10}$ .

M<sup>r</sup> C.E.R. Wilson qui a le premier étudié la condensation nuageuse produite par les ions a constaté que les ions négatifs produisaient ce phénomène avec plus de facilité que les ions positifs : Évaluant la détente d'un gaz par le rapport de son volume final  $V_1$  son volume initial  $V_0$ , M<sup>r</sup> Wilson a constaté qu'une détente égale à environ 1,27 ne produisait la condensation qu'autour des noyaux négatifs il faut pousser cette détente jusque vers la valeur 1,33 pour que le nuage formé saisisse tous les ions qui existent dans le gaz.

Pour mettre ces propriétés en évidence on peut avec M<sup>r</sup> Goswami faire agir un champ électrostatique sur le nuage formé de manière à modifier sa vitesse de chute on peut alors constater que pour les faibles détentes  $\leq 1,27$  ce nuage se comporte comme s'il était composé de gouttelettes négatives ; pour les détentes plus fortes le nuage subit un étalement provenant de ce que les gouttelettes positives tendent à se déplacer dans le sens du champ et les négatives en sens inverse.

## 267 Action de la lumière ultra violette sur les corps chargés négativement.

Hertz avait remarqué qu'une surface métallique exempte de poussière et électrisée négativement se décharge rapidement lorsqu'on fait tomber sur elle un faisceau de lumière ultra violette ;



Réalisons un condensateur dont l'armature négative sera constituée par une lame de zinc bien propre et l'armature positive par une toile métallique qui laisse passer le faisceau de lumière ultra-violette qui vient éclairer normale-

ment la plaque  $Z_n$  dont on veut provoquer la décharge.

On peut admettre que les radiations lumineuses ont pour effet de détacher du métal des particules chargées d'électricité négative qui s'éloignent sous l'action du champ. S'il en est ainsi et si ces particules ont une vitesse notable on doit pouvoir influencer sur la rapidité de la décharge en modifiant la trajectoire des charges négatives par l'action d'un champ magnétique.

Supposons ce champ uniforme  $H$  dirigé parallèlement aux

faces du condensateur ; la particule qui sous la seule influence du champ électrique  $H$  tendait à se diriger suivant la normale commune  $Ox$  aux faces du condensateur verra sa trajectoire s'incurver et se déplacera dans le plan  $yo$  perpendiculaire à  $Hb$  de telle manière que,  $m$  et  $e$  désignant respectivement sa masse et sa charge, les équations différentielles

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = He - Hb e \frac{dy}{dt}$$

$$m \frac{d^2y}{dt^2} = Hb e \frac{dx}{dt}$$

soient satisfaites.

Si nous supposons cette particule abandonnée à elle-même en  $o$  sans vitesse initiale à l'origine du temps  $t$  la trajectoire suivie sera le cycloïde représentée par les équations

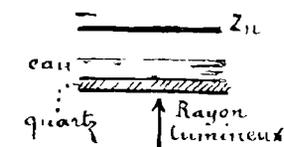
$$x = \frac{Hm}{Hb^2 e} \left( 1 - \cos \frac{Hb e}{m} t \right)$$

$$y = \frac{Hm}{Hb^2 e} \left( \frac{Hb e}{m} t - \sin \frac{Hb e}{m} t \right)$$

Elle ne pourra pas rencontrer l'armature positive lorsque la distance de cette dernière deviendra supérieure à  $D = \frac{2Hm}{Hb^2 e}$  et dans ces conditions la décharge n'aura plus lieu.

L'expérience conduit à des résultats conformes à ces prévisions et la mesure de  $D$ ,  $H$  et  $Hb$  permet la détermination de  $\frac{e}{m}$ . J.J. Thomson a trouvé de cette manière  $\frac{e}{m} = 0,87 \times 10^7$  c'est-à-dire la même valeur que celle obtenue avec des rayons cathodiques.

Dans le cas actuel il devient même possible de déterminer la charge de chaque particule ; en effet rien n'empêche de placer le condensateur horizontalement et de constituer l'armature positive par une couche d'eau, il est alors possible de faire dans l'espace intermédiaire saturé d'humidité une expérience de dénombrement par la méthode du image.



On trouve encore dans le cas actuel une valeur de  $e$  voisine de  $3 \times 10^{-10}$  unités électrostatiques.

**268** — **Notion d'électron.** — Des considérations théoriques sur l'électrolyse des liquides que nous ne saurions développer ici ont montré que la charge transportée par un ion monovalent doit aussi être égale à  $3 \times 10^{-10}$  ; cette coïncidence a conduit à admettre que cette charge était la plus petite qu'il soit possible d'obtenir et constituait une sorte d'atome électrique auquel on a donné le nom d'électron.

Dans cette manière de voir une molécule matérielle contient un certain nombre d'électrons quelques uns de ces électrons pouvant

lui être enlevés par l'action de diverses causes.

Lorsqu'on électrolyse un liquide la molécule se dissocie en ions, l'ion négatif entraîne avec lui un nombre d'électrons égal à sa valence et l'ion positif est constitué par ce qui reste de la molécule.

Dans le cas des gaz soumis à l'action des rayons X ou les rayons des corps dits radio actifs certaines molécules gagnent des électrons négatifs au dépens des autres qui se comportent comme des particules positives. On a pu en effet déduire de la vitesse de recombinaison des ions gazeux et de leur diffusibilité que leur vitesse est de même ordre de grandeur que celle que l'on attribue aux molécules gazeuses dans la théorie cinétique des gaz.

Mais dans le cas des rayons cathodiques la vitesse extrême de transport de ces électrons ne permet pas de les considérer comme liés à une masse matérielle comparable à celle d'un atome d'hydrogène.

La détermination expérimentale du rapport  $\frac{e}{m}$  nous permet d'ailleurs de calculer la valeur de la masse qu'il convient d'attribuer au projectile cathodique puisque nous connaissons  $e$ .

$$\text{De } \frac{e}{m} = 0,9 \times 10^7 \quad \text{avec} \quad e = 3 \times 10^{-10}$$

on tire:

$$m = 3 \times 10^{-27}$$

Si l'on se reporte d'autre part aux données numériques relatives à l'électrolyse on peut voir qu'un Coulomb correspond au dégagement de  $\frac{1}{96.600}$  grammes d'hydrogène et par conséquent la charge  $e = 3 \times 10^{-10}$  (U. E. S) qui correspond à un ion donne pour la masse de cet ion  $m_H = \frac{1}{96.600} \times 3 \times 10^{-10} \times \frac{10^{-10}}{3} \times 10 = \frac{1}{9,66} 10^{-23}$

Par conséquent  $\frac{m}{m_H} = 3 \times 9,66 \times 10^{-4} = 3 \times 10^{-3}$  environ

La masse des projectiles cathodiques serait donc de l'ordre du millième de celle de l'atome d'hydrogène.

La valeur de cette masse varie d'ailleurs avec la vitesse des rayons et les recherches les plus récentes tendent à prouver qu'elle est d'origine purement électromagnétique.

Lorsqu'un corps électrisé se déplace rapidement son mouvement entraîne la production d'un champ magnétique notable qui a pour effet d'emmagasiner de l'énergie et d'augmenter la valeur apparente de la masse de ce corps

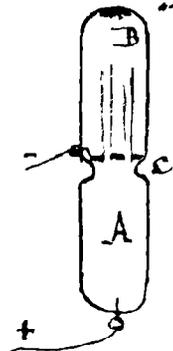
---

\* Dans ce calcul le facteur  $10^{-10}$  provient de la transformation des unités électrostatiques ou unités électromagnétiques C. G. S; le facteur 10 provient de la transformation de ces dernières en Coulombs

Cette augmentation est analogue à celle que l'on observe dans le cas d'un corps en mouvement au sein d'un gaz parfait.

Dans le cas des projectiles cathodiques la masse apparente semble provenir uniquement de l'effet électromagnétique ; on se trouverait donc en présence d'une charge électrique qui se déplacerait indépendamment de tout support matériel.

### 269 — Rayons de Goldstein (Kanalsstrahlen). — On doit à M<sup>r</sup>



Goldstein la découverte de rayons auxquels il a donné le nom de "rayons canaux" (Kanalsstrahlen) et qui se comportent comme une projection de particules chargées positivement.

Pour les obtenir on fait passer la décharge dans des tubes analogues à celui qui est figuré ci. contre. La cathode C est constituée par une plaque métallique percée de petits trous ( $\frac{2}{3}$  de millimètre de diamètre) et sépare le tube en deux parties A et B.

Dans la région A qui contient l'anode on observe les phénomènes habituels de projection cathodique ; au contraire en B on constate l'apparition de rayons jaunes qui paraissent émaner de chacun des trous de la cathode et qui se propagent rectilignement jusqu'à la paroi supérieure de B.

Pour agir sur ces rayons il faut employer des champs magnétiques beaucoup plus puissants que ceux qui servent à dévier les rayons cathodiques. Ses déviations observées se produisent d'ailleurs en sens inverse comme cela doit avoir lieu si l'on admet que ces rayons sont constitués par la projection de particules positives.

Des expériences appropriées ont permis de se faire une idée sur la charge, la masse et la vitesse de ces projectiles positifs.

La vitesse de l'ordre du  $10^7$  c.m./seconde est au moins cent fois plus faible que celle des particules cathodiques ; la masse est aussi considérable que celle des ions qui interviennent dans l'électrolyse des liquides quant à la charge elle a même valeur que celle de l'électron négatif ou en est un multiple simple comme si les projectiles qui constituent ce rayonnement résultaient du groupement de plusieurs ions positifs.

### 270 — Rayonnement des corps radio-actifs. — Émanation.

Nous avons déjà signalé dans le cours de première année (page 444) la propriété qu'ont certains corps d'émettre des rayons que l'on a désigné par les lettres  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$  et qui sont respectivement analogues aux rayons X aux rayons cathodiques et aux Kanalsstrahlen.

Le passage de ces rayons à travers les gaz a pour effet de les ioniser et de les rendre conducteurs de l'électricité par suite la présence d'un corps radio-actif a pour résultat de provoquer la décharge des corps électrisés placés dans son voisinage.

De plus P. Curie, a découvert que ces substances jouissaient de la singulière propriété de rendre momentanément radio-actifs des corps ordinaires placés dans leur voisinage; il a donné à ce phénomène le nom de radioactivité induite.

L'étude de cette propriété a conduit M<sup>r</sup> Rutherford à la découverte de l'émanation radioactive.

Si l'on considère un corps tel que le radium, ou le thorium, par exemple, il émet non seulement des rayons  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$  mais aussi une "émanation", constituée par des particules qui se diffusent lentement comme le feraient les molécules d'un gaz.

L'émanation a un certain nombre de propriétés qui la rapprochent des gaz c'est ainsi par exemple qu'elle se condense à  $-150^{\circ}$  centigrades et peut ensuite reprendre son état primitif par volatilisation; elle peut se mélanger à un gaz quelconque et être mécaniquement entraînée par l'écoulement de ce dernier; mise en contact avec un liquide elle paraît s'y dissoudre conformément aux lois de Dalton et de Henry etc.... Mais elle possède des propriétés spéciales qui la différencient des gaz ordinaires. Une masse poreuse, une fente très fine qui ne laissent écouler un gaz qu'avec une extrême lenteur sont traversées sans difficulté, par l'émanation; cette dernière est d'ailleurs radioactive et perd sa radio-activité plus ou moins vite suivant son origine, quelques minutes dans le cas du thorium, des jours dans le cas du Radium. Enfin elle rend temporairement actifs les corps avec lesquels elle arrive en contact; Ce fait est attribuable à un dépôt particulier dont se recouvrait la surface des corps soumis à l'émanation, certains phénomènes tendent en effet à prouver que la radio-activité induite se comporte comme quelque chose de volatil, susceptible de distiller d'un corps chaud sur un corps froid.

Fin.





# Table des matières du Cours de Physique.

Pages N<sup>os</sup>

1 <sup>ère</sup> Leçon		Champ électrostatique
1	1	Généralités; Lois de Coulomb. — (1) $f = \varepsilon \frac{qq'}{r^2}$ (1') $F = \frac{1}{\varepsilon} \frac{qq'}{r^2}$
3	2	Champ électrique. — $\vec{H} = \lim \vec{F}$
4	3	Représentation d'un champ; lignes, tubes et flux de force. — $d\Phi = d\sigma H \cos(\vec{H}, \vec{N})$
5	4	Représentation schématisée de l'intensité du champ.
6	5	Théorème de Gauss. $\Phi = 4\pi \Sigma m$
7	6	Continuité des traits de force dans un champ newtonien.
7	7	Fonction potentielle. — Surfaces équipotentiels. — Potentiel. $H_x = -\frac{\partial V}{\partial x}$
10	8	Détermination de la différence entre les potentiels de deux points donnés.
10	9	Propriété des dérivées secondes de la fonction potentielle: $\frac{\partial^2 H_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial z^2} = 4\pi \rho = -\Delta V$
11	10	Densité superficielle. — Théorèmes de Coulomb. — $H = 4\pi \sigma$ ; $P = 2\pi \sigma^2 = \frac{1}{8\pi} H^2 = \frac{1}{2} H \sigma$ .
13	11	Electromètre absolu de $10^6$ — $\text{Eysmann}$ .
2 <sup>e</sup> Leçon		Equilibre électrique. — Condensateurs. — Capacité.
14	12	Equilibre électrique
15	13	Théorème de Faraday
16	14	Eléments correspondants
16	15	Ecrans électriques. — Expérience de la cage de Faraday
17	16	Cylindre de Faraday. — Conservation de l'électricité
18	17	Condensateur. — Capacité. $q = C(U_1 - U_2)$ $C = \frac{Q}{U}$
19	18	Cas particulier de deux conducteurs très éloignés.
20	19	Distribution électrique dans quelques cas simples. — Sphères $Q = \frac{U_1 U_2}{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}}$ $C = \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$ — Diélectrique mince $C = \frac{S}{4\pi e}$ etc. . . .
23	20	Electromètre absolu de Lord Kelvin.
25	21	Mesure des capacités par l'electromètre

## II.

<b>3<sup>e</sup> Leçon</b>		<b>Distribution électrique. - Énergie électrostatique</b>
26	22	Théorème de Poisson
27	23	Diagrammes électrostatiques
30	24	Étude expérimentale de la distribution
32	25	Étude expérimentale de la distribution des lignes de force; fantômes électrostatiques.
32	26	Rôle attribué aux tubes de force par Faraday. - Substitution d'une action de milieu à la loi d'action à distance.
34	27	Expression de l'énergie électrostatique.
35	27 <sup>bis</sup>	Énergie d'un condensateur
36	28	Grouperment de condensateurs
37	29	Énergie d'un système de condensateurs identiques reliés en surface ou en cascade.
38	30	Localisation de l'énergie dans le diélectrique $dW = \frac{1}{8\pi} H^2 d\omega$ $W = \iiint \frac{1}{8\pi} H^2 d\omega$ .
<b>4<sup>e</sup> Leçon</b>		<b>Applications de l'expression trouvée pour l'énergie électrostatique. - Pouvoir inducteur spécifique.</b>
40	31	Calcul des forces agissant sur un système en équilibre, déduit de l'expression de son énergie électrostatique $W$ .
41	32	Comparaison des variations de l'énergie d'un système électrisé, suivant qu'il subit une même déformation à charges constantes ou à potentiels constants.
42	33	Principe de l'électromètre absolu de M. N. Bichat et Blondlot.
43	34	Électromètre à quadrants de Lord Kelvin.
44	35	Modes d'emploi de l'électromètre à quadrants.
45	36	Pouvoir inducteur spécifique. - Influence du diélectrique
45	37	Pénétration des charges.
45	38	Pouvoir inducteur spécifique
46	39	Expériences destinées à mesurer $K$
47	40	Expériences de M. Gordon.
48	41	Pouvoir inducteur spécifique. - Expérience de M. Boltzmann.
50	42	Application de la considération de l'énergie à la prévision de divers effets mécaniques subis par les diélectriques.
52	43	Expériences de M. Quincke.
<b>5<sup>e</sup> Leçon</b>		<b>Théorie de la polarisation des diélectriques.</b>
53	44	Polarisation des diélectriques.
55	45	Flux d'induction
57	46	Réfraction des tubes de force.
58	47	Pression électrostatique sur la surface de séparation de deux diélectriques ou d'un diélectrique et d'un conducteur.

N.E	61	48	Etude de deux cas simples (sphère isolée du condensateur plan) en tenant compte de la polarisation diélectrique.
	63	49	Choix des unités correspondant aux diverses grandeurs considérées en électrostatique.
	65	50	Formules de dimensions des unités électrostatiques.
	66	51	Dilatation électrique. - Phénomène de Kerr. - Energie emmagasinée dans le diélectrique.

### 6<sup>e</sup> Leçon **Magnétisme. - Aimants et Aimantation.**

	69	52	Généralités. - Loi de Coulomb.
	70	53	Expérience de l'aimant brisé. - Formules relatives à l'aimant élémentaire.
	72	54	Moment magnétique d'un aimant de dimensions finies; détermination de sa valeur par la méthode de Gauss.
	75	55	Aimantation
	77	56	Aimantation uniforme.
	78	57	Flux d'induction. - Vecteur d'induction.
	81	58	Aimants permanents; aimantation par influence.
	81	59	Force magnétisante. - Susceptibilité et perméabilité magnétique
	83	60	Force démagnétisante; Ecrans magnétiques.
	84	61	Formules de dimensions des grandeurs magnétiques.

### 7<sup>e</sup> Leçon **Pile. - Action électromagnétique du courant.**

	85	62	Lois de Volta
	87	63	Principe des piles
	89	64	Courant électrique
	89	65	Expérience d'Aristed. - Règle d'Ampère.
	90	66	Principe des galvanomètres. - Multiplicateur de Nobili.
	91	67	Intensité du courant. - Mesure électromagnétique de l'intensité.
	94	68	Loi élémentaire de l'électromagnétisme. - Formule de Laplace.
	95	69	Expériences de Biot et Savart.
	97	70	Unité d'intensité électromagnétique. - Galvanomètre normal.

### 8<sup>e</sup> Leçon **Actions chimiques du courant.**

	71	71	Généralités
	72	72	Lois expérimentales
	102	73	Circuit fermé formé par le courant fourni par la pile.
	103	74	Notion de quantité d'électricité dynamique.
	104	75	Unité de quantité d'électricité. - Unité pratique.
	104	76	Indications comparées du galvanomètre et du voltomètre
		77	Réversibilité des phénomènes électro-chimiques. - Pile à gaz de Grove.

#### IV.

106	78	Piles secondaires - Accumulateurs.
107	79	Application des actions secondaires; Clapet électrolytique.
107	80	Effets fâcheux de la polarisation dans les piles à un liquide - Piles à courant constant.
109	81	Electromètre capillaire de N.G. - Eippmann
109	82	Hypothèse de Grotthius sur le mécanisme interne de l'électrolyse
110	83	Phénomène d'Hitroff ou <sup>du</sup> transport électrolytique
110	84	Indications succinctes sur la théorie des ions.

#### 9<sup>e</sup> Leçon Lois d'Ohm et de Joule. - Relations de Kirchoff.

112	85	Loi d'Ohm
115	86	Résistivité; mesure de la résistivité relative dans le cas d'un liquide.
116	87	Résistance totale d'un circuit constitué par diverses substances
117	88	Résistance intérieure d'une pile
118	89	Loi de Joule
119	90	Unités électromagnétiques C.G.S. de résistance et de différence de potentiel.
120	91	Notion de force électromotrice.
122	92	Expériences de Favre.
124	93	Formules de Kirchoff.

#### 10<sup>e</sup> Leçon Application des relations de Kirchoff; Mesure des résistances et des forces électromotrices.

126	94	Balance ou pont de Wheatstone.	
127	95	Comparaison des résistances.	
128	96	Pont à corde.	
128	97	Unités pratiques de résistance et de F. E. M.; Ohm et Volt.	
129	98	Résistivité des différents corps.	
131	99	Mesure de la résistance intérieure d'une pile par la méthode du pont de Wheatstone.	
133	100	Circuits multiples - Shunt.	
135	101	Mesure des forces électromotrices. - Méthode directe. Volt. mètre.	
135	102	Mesure des f.e.m. par la méthode de compensation de Poggendorff.	
137	103	Partage d'une différence de potentiel dans un rapport donné. Potentiomètre.	
NE	139	104	Calcul de l'effet maximum d'une pile.
NE	140	105	Construction d'un galvanomètre de sensibilité convenable.

#### 11<sup>e</sup> Leçon Notions sur la conductibilité thermique.

141	106	Objet de la leçon. - Généralités.
-----	-----	-----------------------------------

142	107	Hypothèses de Fourier.
143	108	Problème du mur homogène indéfini.
145	109	Détermination expérimentale de $K$ . - Essais de Dulong et de Pécllet.
146	110	Expériences de M <sup>r</sup> A. Berget
	111	Détermination des conductibilités relatives par la méthode du mur.
148	,	
149	112	Problème de la barre.
151	113	Détermination expérimentale des conductibilités relatives.
154	114	Conductibilité des cristaux.

12<sup>e</sup> Leçon

## Propagation du courant dans le cas général où les conducteurs ne peuvent pas être considérés comme filiformes.

155	115	Relation générale entre l'intensité spécifique du courant suivant une direction donnée et la chute correspondante du potentiel.
156	116	Equation de continuité; extension de la première relation de Kirchhoff.
157	117	Distribution du courant dans un conducteur.
159	118	Vérifications expérimentales
161	119	Chaleur de Joule dégagée dans un élément de volume.
162	120	Extension de la formule d'Ohm; deuxième relation de Kirchhoff.
165	121	Refraction des tubes de courant à la surface de séparation de deux conducteurs.
166	122	Relation entre la conductibilité thermique et la conductivité.

13<sup>e</sup> Leçon

## Phénomènes thermo-électriques.

	123	Généralités; Expérience de Seebeck.
	124	Phénomènes de l'inversion
	125	Lois du phénomène (Edmond Becquerel)
	126	Mode représentatif de Tait
	127	Applications des piles thermo-électriques. - Recherches de Fouillet
	128	Phénomènes thermo-électriques en contact des liquides.
	129	Effet Peltier.
	130	Effet Thomson.
N.E.	131	Applications de la thermodynamique aux phénomènes thermo-électriques.

14<sup>e</sup> LeçonChamp magnétique créé par les courants.  
Fantômes magnétiques au voisinage des courants.

181 | 132

## VI

NE	183	133	Détermination par la loi de Laplace des éléments du champ électromagnétique
	185	134	Expression de la fonction potentielle électromagnétique.
	187	135	Théorèmes d'Ampère.
	188	136	Remarque relative à la représentation du champ électromagnétique. - Règle du tire-bouchon. - Faces positive et négative d'un courant.
	190	137	Expression du travail électromagnétique en fonction du flux.
	192	138	Expression de la fonction potentielle le long de l'axe d'un courant circulaire.
	193	139	Surfaces équipotentielles d'un courant circulaire.
	194	140	Cylindre électrodynamique d'Ampère ou solénoïde circulaire.
	195	141	Loi de variation de l'intensité du champ magnétique suivant l'axe du solénoïde.
	196	142	Identification des solénoïdes et des aimants.

### 15<sup>e</sup> Leçon Aimantation par les courants. - Propriétés magnétiques des corps.

	197	143	Aimantation par les courants.
	198	144	Application au télégraphe électrique.
	200	145	Duplex.
	201	146	Propriétés magnétiques des corps; magnétisme et diamagnétisme.
	202	147	Principe de la détermination de la susceptibilité magnétique dans le cas des corps peu magnétiques ou diamagnétiques.
	205	148	Cas des corps fortement magnétiques; mesure de $I$ par la méthode du magnétomètre.
	206	149	Courbes d'aimantation.
	207	150	Electro-aimants polarisés.
	207	151	Principe de la mesure de $B$ . - Aimants annulaires.
	208	152	Cycle d'aimantation. - Magnétisme rémanent. - Champ coercitif. - Hystérésis. - Etat neutre.
	209	153	Incertitude résultant du fait de l'hystérésis dans la détermination de la susceptibilité ou de la perméabilité magnétique.

### 16<sup>e</sup> Leçon Propriétés magnétiques des corps (suite). - Action du magnétisme sur les phénomènes lumineux.

	210	154	Circuit magnétique
	213	155	Sortes de flux.
N.E	215	156	Influence des variations de $\mu$ en fonction du champ.
	216	157	Réfraction des tubes d'induction à la surface de séparation de deux milieux.
	217	158	Formules de dimensions de la reluctance $R$ et de la force magnétomotrice $F$

## Action du magnétisme sur les propriétés optiques des corps.

NE	217	159	Pouvoir rotatoire magnétique.
	218	160	Loi de Verdet.
	220	161	Pouvoirs rotatoires magnétiques de quelques corps.
	221	162	Dispersion rotatoire magnétique.
	221	163	Surface de l'onde électromagnétique
	223	164	Rotation du plan de polarisation par réflexion sur les aimants et par transmission à travers une couche mince d'un métal magnétique.
	224	165	Phénomène de Zeeman.
225	166	Modification de la conductibilité électrique du bismuth dans le champ magnétique.	

## 17<sup>e</sup> Leçon Action du champ magnétique sur les courants.

225	167	Réaction d'un pôle d'aimant sur un courant.
228	168	Extension de la formule de l'action sur un élément de courant au cas d'un champ quelconque.
229	169	L'action électromagnétique s'exerce sur le conducteur du courant: Disque de Faraday.
229	170	Galvanomètre à mercure de H <sup>o</sup> Sippmann.
231	171	Expression en fonction du flux du travail correspondant au déplacement d'un courant de forme invariable.
232	172	Détermination des forces exercées sur un courant par un champ magnétique.
233	173	Examen de quelques cas simples.
234	174	Galvanomètre Deprez d'Arsonval.

## 18<sup>e</sup> Leçon Action des courants sur les courants.

N.E	236	175	Identité des champs créés par les aimants ou les courants en ce qui concerne l'action exercée sur les courants.
	237	176	Expériences de Weber.
	238	177	Coefficient d'induction mutuelle.
	239	178	Formule de Neumann.
	242	179	Action d'un circuit sur ses propres éléments.
	243	180	Unité pratique de coefficient d'induction.
	243	181	Expression générale du travail correspondant au déplacement et à la déformation de plusieurs circuits.
	246	182	Transformation de l'expression $\Sigma I\Phi$ . Démonstration des inégalités $L > 0$ ; $M^2 \leq LI'$ .
	247	183	Electrodynamomètre industriel de Siemens.
	248	184	Wattmètres

## VIII.

	249	185	Balance électrodynamique de Lord Kelvin.
	249	186	Electrodynamomètre absolu.
N.E.	251	187	Expression analytique de l'action d'un courant fermé sur un élément de courant
N.E.	252	188	Action mutuelle de deux éléments. Formule d'Ampère.

19<sup>e</sup> Leçon **Courants de courte durée; Galvanomètre balistique.**

	254	189	Galvanomètre balistique
	256	190	Comparaison de l'effet galvanométrique produit par une série régulière de décharges identiques avec l'effet d'un courant continu.
	257	191	Unité électromagnétique de quantité d'électricité à l'état statique.
	259	192	Évaluation des quantités d'électricité à l'aide du galvanomètre balistique; comparaison des capacités.
	259	193	Formule du galvanomètre balistique déduite de l'application de la loi de Laplace
	260	194	Définition de l'intensité en un point et à un instant donnés dans le cas du régime variable.
	262	195	Nécessaire de la décharge d'un condensateur d'après Faraday.
N.E.	265	196	Généralisation de la définition du courant; courant dans le diélectrique.
	268	197	Equations de Maxwell.
	269	198	Expériences de Royland.

20<sup>e</sup> Leçon **Application du galvanomètre balistique; comparaison des unités électromagnétiques et électrostatiques.**

	270	199	Application du galvanomètre balistique
	271	200	Unité de capacité; unité pratique ou Farad.
	272	201	Comparaison des capacités.
	274	202	Choix des unités pratiques (ohm, Volt, Ampère, Coulomb, Joule etc)
	276	203	Détermination de l'Ohm. — Ohm international.
	277	204	Rappel des formules de dimensions des unités électromagnétiques.
	279	205	Comparaison des unités électrostatiques et électromagnétiques.
	280	206	Expériences de Kohlrausch et Weber; détermination de V.
	282	207	Détermination de V par la méthode de Lord Kelvin.

21<sup>e</sup> Leçon **Induction électromagnétique.**

	282	208	Généralités. — Loi de Lenz.
	284	209	Force électromotrice d'induction. — F.é. m. totale $\mathcal{E}$
	287	210	Recherche expérimentale de la forme que doit avoir l'expression de la force électromotrice totale développée par induction dans un circuit.
	289	211	Mise en évidence et mesure de la self-induction; dispositifs de Faraday et d'Edlund.

N.E	292	212	Détermination théorique des coefficients qui figurent dans l'expression de $\mathcal{E}$ .
	296	213	Cas où le champ contient des substances magnétiques.
<b>22<sup>e</sup> Leçon</b>			
	297	214	Soi élémentaire de l'induction électromagnétique.
	299	215	Equations du champ électromagnétique.
	302	216	ordre de grandeur des valeurs numériques des quantités $K$ et $4\pi\mu$ ; méthode approchée
	303	217	pour résoudre les problèmes relatifs à l'induction. Application au cas d'un circuit unique de forme invariable.
	305	218	Cas de deux circuits.
	306	219	Effet d'une impulsion électro-magnétique sur une masse métallique.
	308	220	Balance d'induction de Hughes.
	309	221	Courants de Foucault
<b>23<sup>e</sup> Leçon</b>			
			<b>Applications des phénomènes d'induction. - Machines magnéto et dynamo électriques.</b>
	311	222	Induction dans un champ magnétique uniforme. - (Applications diverses)
	313	223	Machine magnéto-électrique de Gramme.
	316	224	Machines dynamo-électriques.
	318	225	Calage des balais.
	320	226	Déformation du champ due à l'action du courant induit
	321	227	Réversibilité des machines magnéto et dynamo-électriques à courants continus.
N.E	322	228	Effets des phénomènes d'induction dans le galvanomètre Deprez d'Arsonval
<b>24<sup>e</sup> Leçon</b>			
	324	229	<b>Courants alternatifs</b> Alternateurs
	327	230	Intensité dans un circuit doué de self-induction soumis à une force électromotrice sinusoïdale
	329	231	Action d'un condensateur.
	330	232	Extension des formules de Kirchhoff
	331	233	Echauffement d'une portion de circuit parcouru par un courant alternatif.
	332	234	Définition et mesure de l'intensité efficace et de la force électromotrice efficace.
	335	235	Puissance moyenne d'un courant alternatif.
	336	235 <sup>b</sup>	Remarque sur la résistance effective d'un circuit parcouru par un courant alternatif.
	339	236	Cas d'un courant alternatif non sinusoïdal

# X

N.E	340	237	Notions sommaires sur l'étude expérimentale d'une force électromotrice alternative. -- Méthode de résonance. Oscillographes.
	341	238	

25 <sup>e</sup> Section			<b>Courants polyphasés. -- Transformateurs.</b>
N.E	343	239	Utilisation des courants alternatifs pour la production d'énergie mécanique. -- Moteurs synchrones.
	345	240	Accrochage des moteurs synchrones.
	347	241	Emploi des courants polyphasés; moteurs asynchrones ou à un champ tournant.
	349	242	Distribution des courants polyphasés.
	351	243	Expression de la puissance transmise par un système polyphasé.
	352	244	Dynamo-omnibus. -- Emploi des courants alternatifs pour obtenir des courants continus et réciproquement.
	352	245	Transformateurs. -- Relations approchées.
	355	246	Transformateurs industriels.
	356	247	Bobine d'induction
359	248	Effets de la bobine d'induction.	

26 <sup>e</sup> Section			<b>Oscillations électriques.</b>
	361	249	Production spontanée de régimes électriques vibratoires à courte période.
	363	250	Expériences de Fedorow de N.G. Lodge et de N.G. Poulzoff.
	364	251	Expériences relatives aux courants de haute fréquence.
	365	252	Excitateur de Hertz
	367	253	Résonateur
	369	254	Expérience des ondes stationnaires.
	370	255	Rayonnement électrique
	372	256	Propagation des ondulations électriques le long d'un fil métallique.
	374	257	Détermination directe de la vitesse de propagation d'une perturbation électrique
	375	258	Télégraphie sans fil.

27 <sup>e</sup> Section			<b>Étincelle électrique; rayons cathodiques; rayons X</b>
	378	259	Décharge descriptive. -- Distance explosive.
	381	260	Rigidité diélectrique
	381	261	Rayons cathodiques. -- Leur déviation par un champ magnétique
	382	262	Détermination de la vitesse des projectiles cathodiques; rapport de la charge qu'ils transportent à leur masse.

## XI.

384	263	Détermination directe de la vitesse des rayons cathodiques
385	264	Déviations des rayons cathodiques par un champ électrostatique
386	265	Propriétés conductrices acquises par le gaz soumis à l'action des rayons X.
388	266	Principe de la détermination du nombre d'ions contenus dans une masse gazeuse. Valeur de la charge portée par chacun d'eux
390	267	Action de la lumière ultra violette sur les corps chargés négativement.
391	268	Notion d'électron.
393	269	Rayons de Goldstein (Kanalstrahlen).
393	270	Rayonnement des corps radio-actifs. Emanation

Fin.