

L'appareil idéal du touriste n° de Janvier 1919

VÉRASCOPE 10, rue HALLÉ (Opéra)

DEMANDER LE CATALOGUE
25, Rue MELINGUE
PARIS

RICHARD

Nouvel obturateur extra-rapide donnant le 1/400 de seconde et permettant de faire les grands instantanés sans déformations

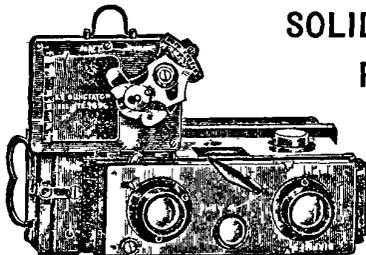
FORME correcte

GRANDEUR exacte

PERSPECTIVE juste

COULEUR vraie

Nouveauté!



VERASCOPE RICHARD PARIS

SOLIDE

PRÉCIS

ÉLÉGANT

PARFAIT

Nouveauté!

MAGASIN

pour pellicules en bobines

BREVETÉ S. G. D. G.

Interchangeable avec le magasin pour plaques, et se chargeant instantanément en plein jour.



Le Cunctator Breveté S. G. D. G.

ou déclencheur automatique à temps permet à l'amateur de se photographier lui-même, de constituer le premier plan de son stéréogramme et d'animer le paysage.

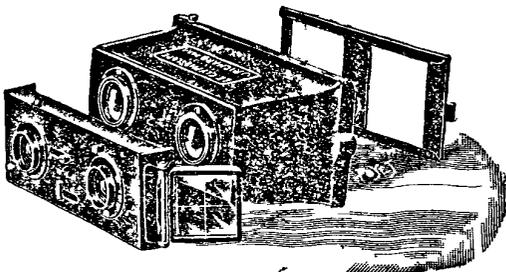
POUR LES DÉBUTANTS

LE GLYPHOSCOPE S. G. D. G.

a les qualités fondamentales du Vérascope

Construit d'une façon irréprochable, en matière dure, comme dans le Vérascope, le *décentrage par torsion ne peut pas se produire et la mise au point est rigoureusement fixe.*

Seul, un *appareil rigide* établi avec une *extrême précision*, possède ces qualités.



Les vues du Vérascope et du Glyphoscope se voient, se projettent, se classent avec le

TAXIPHOTE Stéréoclasseur - distributeur automatique avec écartement variable des oculaires.

NOUVEAU MODÈLE avec 3 jeux d'oculaires interchangeables.

COURT Foyer pour regarder les vues en noir.

MOYEN Foyer pour les vues en couleurs montées.

PRISMES INVERSEURS pour les autochromes non coupées et non montées.

Tours. — Imprimerie DESLIS PÈRE, R. ET P. DESLIS.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Le Gérant : J. DESLIS

J. REGNIER, CONSTRUCTEUR

10, rue Victor-Cousin, et 19, rue Cujas, PARIS. — Téléph. : Gobelins 12-06

Maison spéciale pour la construction d'appareils de laboratoires
scientifiques et industriels

TRAVAUX DE SOUFFLAGE QUARTZ ET SILICE

Thermométrie et verrerie jaugée de précision. Mastic spécial. Fioles et pipettes à échelle de température. Trompes à eau nouveau modèle. Régulateurs précis de température. Tubes à Néon de M. Georges CLAUDE.

FOURNITURES GÉNÉRALES POUR LABORATOIRES et ATELIERS de CONSTRUCTION d'APPAREILS de PRÉCISION des Établissements POULENC Frères

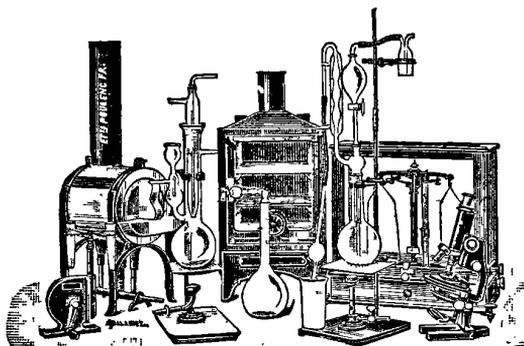
122, boulevard Saint-Germain, PARIS

Siège social : 92, rue Vieille-du-Temple

PRODUITS CHIMIQUES PURS | PRODUITS CHIMIQUES
POUR ANALYSES | INDUSTRIELS

Verre français marque " LABO "

VERRERIE SOUFFLÉE ET GRADUÉE



ÉCONOMIE de COMBUSTIBLE
par

L'analyseur enregistreur automatique des gaz de BRENOT

PYROMÈTRES

THERMOMÈTRES INDUSTRIELS

MESURE de la VITESSE des FLUIDES
(EAU ET GAZ)

OBUS CALORIMÉTRIQUE DE MAHLER

POUR L'ESSAI DES COMBUSTIBLES

OBUS DE MAHLER-GOUTAL

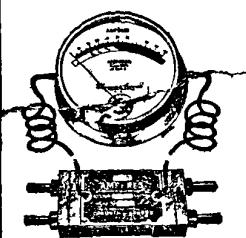
POUR LE DOSAGE DU CARBONE
DANS LES FERES, FONTES, ACIERS

APPAREILS pour les Sciences et l'Industrie

TABLE DES MATIÈRES

JANVIER 1919.

G. LIPPMANN. — Sur les propriétés des circuits électriques denses de résistance.....	5
Ch. FABRY. — Méthode par immersion pour la mesure des indices de réfraction des corps solides.....	11
H. BUISSON. — Méthode pour examiner la pureté optique des cristaux de quartz.....	25
DE BROGLIE. — Quelques résultats expérimentaux sur la sensibilité de l'analyse spectrale par absorption, aux fréquences des rayons X, et sur le spectre d'absorption de haute fréquence du radium.....	31



CHAUVIN et ARNOUX
INGÉNIEURS-CONSTRUCTEURS
186 et 188, Rue Championnet, PARIS

APPAREILS POUR TOUTES MESURES ÉLECTRIQUES
POUR LE LABORATOIRE,
LE CONTRÔLE ET LE TABLEAU

4 MÉDAILLES D'OR, 4 GRANDS PRIX. — HORS CONCOURS, MILAN
DEMANDER L'ALBUM GÉNÉRAL

APPAREILS D'ACOUSTIQUE
POUR LA DÉMONSTRATION

Maison fondée en 1872, par **J. LANCELOT**, Constructeur
70, Avenue du Maine, PARIS (14^e)

FOURNISSEUR DES MINISTÈRES, DES UNIVERSITÉS, LYCÉES & COLLÈGES
Médailles d'Or aux Expositions
(ENVOI FRANCO DU CATALOGUE)

FOURNITURES GÉNÉRALES POUR LA PHOTOGRAPHIE APPLIQUÉE A L'INDUSTRIE ET AUX SCIENCES
G.-H. CALMELS, 150, B^d du Montparnasse, PARIS (XIV^e)

MATÉRIEL DE DEMONSTRATION ET D'ENSEIGNEMENT
POUR L'OPTIQUE ET LA SPECTROSCOPIE

Moulages de réseaux de diffraction, 570 traits au millimètre, depuis 13 francs.

Spectroscopes à vision directe, à réseau, de 13 à 200 francs.

Spectrographes (5 spectres sur plaque 9×12), depuis 80 francs.

Cuves à faces parallèles, cuves prismatiques, cuves lenticulaires.

Ecrans colorés monochromatiques et pour toutes applications.

Matières colorantes, pures et ordinaires, de toutes provenances.

Verrerie soufflée (tubes à essais 14×140 à 30 francs le mille).

ATELIERS DE MÉCANIQUE ET D'ÉBÉNISTERIE DE PRÉCISION
EXTRAIT DU CATALOGUE GÉNÉRAL FRANCO SUR DEMANDE

APPAREILS D'OPTIQUE POUR LES SCIENCES ET L'INDUSTRIE

*Saccharimètres et Polarimètres
Laurent. — Goniomètres. — Réfractomètres. — Spectroscopes de
Laboratoire, 1, 2 ou 4 prismes de
60°. — Spectroscopes à vision di-
recte. — Dispositif oculaire ou à
chambre photographique. — Grands
spectrographes à retour, à objec-
tifs ou à miroirs. — Minimum de
déviation automatique. — Mirrors.*

*Objectifs. — Prismes flint,
quartz, spath, etc.*

MATÉRIEL POUR L'ASTROPHYSIQUE

A. JOBIN

BUREAUX et ATELIERS

31, rue Humboldt (14^e)
Anciennement, 21, r. de l'Odéon

Paris 1889 : Grand Prix
Paris 1900 : Grand Prix

THÉODOLITES

ET INSTRUMENTS DE GÉODÉSIE

SURFACES PLANES

APPAREILS INTERFERENTIELS

Interféromètres
et étalons interférentiels
Pérot et Fabry

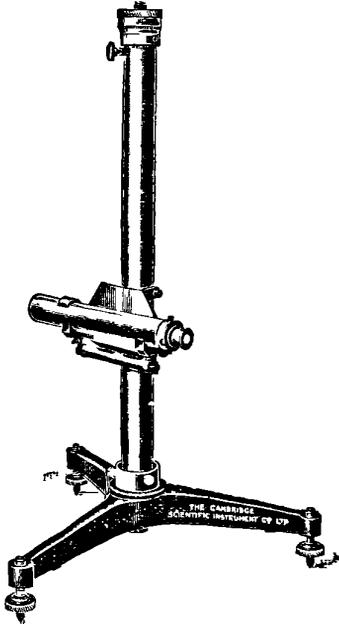
APPAREILS
DE MESURE ET DE VÉRIFICATION

Micromètres

COMPARATEURS

CATHÉTOMÈTRES

à employer avec une échelle étalon



Le pilier de cet instrument peut tourner autour de son axe et être monté ou descendu micrométriquement de 25 millimètres.

A l'aide de la tête micrométrique on peut subdiviser les indications de échelle jusqu'à 0,01 millimètre et, par évaluation, à 0,001 millimètre.

Le déplacement vertical du télescope le long du pilier est de 50 millimètres.

Prière de demander notre catalogue français d'appareils généraux, N° 303.

THE CAMBRIDGE SCIENTIFIC INSTRUMENT CO. LTD.
CAMBRIDGE, ANGLETERRE

LES PROGRÈS

DE LA

PHYSIQUE MOLÉCULAIRE

(Volume de 242 pages)

CONFÉRENCES FAITES A LA SOCIÉTÉ FRANÇAISE DE PHYSIQUE
en 1913-1914

PAR

M^{me} Pierre CURIE, J. BECQUEREL, Maurice DE BROGLIE, A. COTTON,
Ch. FABRY, P. LANGEVIN, Ch. MAUGUIN, H. MOUTON.

- P. LANGEVIN. — La physique du discontinu.
M. DE BROGLIE. — Les progrès de nos connaissances concernant les rayons Röntgen.
M. MAUGUIN. — Les cristaux liquides.
M^{me} P. CURIE. — Les radio-éléments et leur classification.
H. MOUTON. — Biréfringence magnétique des liquides purs : anisotropie et orientation des molécules.
A. COTTON. — Symétrie des cristaux et symétrie moléculaire.
Ch. FABRY. — Les mouvements des particules lumineuses dans les gaz.
-

Gauthier-Villars et C^{ie}, 55, quai des Grands-Augustins, Paris.

COURS DE PHYSIQUE GÉNÉRALE à l'usage des candidats au certificat de physique générale, au diplôme d'ingénieur électricien et à l'agrégation des sciences physiques, par

H. OLLIVIER

MAITRE DE CONFÉRENCES A L'UNIVERSITÉ DE LILLE

Le traité de Physique de M. Ollivier est un livre fort utile à consulter, propre à simplifier beaucoup la difficile tâche de tous ceux qui tiennent à connaître tout à la fois ce qu'il y a d'essentiel dans les théories, les techniques expérimentales et les applications de la Physique.

H. DUNOD et E. PINAT, Éditeurs, 47 et 45, quai des Grands-Augustins

COURS DE CHIMIE

Lois générales, méta loïdes, volume de 445 pages

A L'USAGE DES CANDIDATS AUX GRANDES ÉCOLES

PAR

MARCEL BOLL

DOCTEUR ES SC EN ES, A GÉ DE L'UNIVE SITE
PR E U A L'ECOLE ARAGO

M. DARZENS juge ainsi cet ouvrage :

Nous traversons une période où l'évolution de la chimie est très en
« avancée sur son enseignement ..; on ne saurait donc trop féliciter
« M. Marcel BOLL d'avoir écrit un livre clair et concis qui répond aux
« exigences actuelles et se délivre des conventions coutumières à ces
« sortes d'ouvrages; on trouve, au cours de sa lecture, les idées les
« plus neuves, l'exposition des lois les plus importantes et des théories
« les plus récentes atomique, valence, théorie des ions, énergétique des
« réactions, affinité chimique, vitesse de réaction, catalyse, et . .
M. BOLL est un auteur averti, audacieux et original; son *Cours de
Chimie* est donc à lire et à méditer.

INTRODUCTION

A LA

CHIMIE GÉNÉRALE

Lois fondamentales de l'atomisme et de l'affinité
exposées à des chimistes débutants

PAR

H. COPAUX

PROFESSEUR DE CHIMIE MINÉRALE
A L'ÉCOLE DE PHYSIQUE ET DE CHIMIE INDUSTRIELLES
DE LA VILLE DE PARIS

Gauthier-Villars et C^{ie}, éditeurs, 55, quai des Grands-Augustins, Paris

Ce petit volume de 212 pages est écrit avec une saisissante clarté; il
rendra les plus grands services à tous ceux qui désirent, en un temps très
court, se former des notions correctes sur les premiers principes de la
chimie et se familiariser avec les fondements des théories qui pénètrent
de plus en plus cette belle science. L'auteur néglige tout ce qui n'est pas
essentiel et va, en toute occasion, droit au but.

Extrait du Catalogue des publications de la Librairie Scientifique H. HERMANN et FILS

6, RUE DE LA SORBONNE, 6, PARIS (V^e) Téléph. Gob. 14-19

CHWOLSON (O.-D.). — Traité de Physique, tome IV. Fascicule 2. Champ magnétique constant, 1913.	22 »
KCENIGS (G.). — Leçons de Cinématique historique, avec notes de MM. DARBOUX et COSSERAT. Grand in-8°, 500 pages, 1897. . .	15 »
MACH (E.). — La Mécanique. Exposé théorique et critique de son développement. Trad. sur la 4 ^e édition par Ed. BERTRAND, avec Introduction de Em. PICARD. 500 pages avec fig. et por- trait, 1904.	15 »
ROUSE BALL. — Récréations mathématiques. 3 volumes.	15 »
FABRY (E.). — Traité de Mathématiques générales, avec préface de M. DARBOUX, 1912.	9 »
FABRY (E.). — Problèmes et Exercices de Mathématiques géné- rales, 1910	10 »
ANDOYER (H.). — Cours d'Astronomie. 2 volumes, 1909-1910. . .	22 »
BURALI-FORTI et MARCOLONGO. — Calcul vectoriel et appli- cations, 1911	8 »
HEYWOOD et FRÉCHET. — L'équation de Fredholm et ses appli- cations à la physique mathématique, 1912	5 »
LALESICO. — Introduction à la théorie des Équations intégrales, 1911	4 »
BOREL (E.). — Éléments de la Théorie des probabilités. 2^e édit., 1910	6 »
POINCARÉ (H.). — Leçons sur les hypothèses cosmogoniques. 2 ^e édit., 1913, avec portrait en héliogravure	12 »
SVANTE ARRHÉNIUS. — Conférences sur quelques Thèmes choi- sis de la Chimie physique, 1912	3 »
DARBOUX (G.). — Éloges académiques et Discours, 1912. In-12 de 528 pages avec portrait	5 »
AMAGAT (E.-H.). — Notes sur la Physique et la Thermodyna- mique, 1912.	5 »
DUHEM (P.). — Thermodynamique et Chimie. 2^e édition, 1910.	16 »
PERRY (J.). — Mécanique appliquée. Ouvrage traduit de l'an- glais par E. DAVAUX sur la 9^e éd. anglaise. 2 vol. gr. in-8°. Vol. I. L'énergie mécanique (avec 205 fig., 1913	10 »
ERDMANN (H.). — Traité de Chimie minérale, 2 volumes avec nombreuses figures et planches, 1913-1914.	22 »
DUHEM (P.). — Le système du Monde. Histoire des Doctrines cosmologiques de Platon à Copernic. 10 vol. gr. in-8°.	
Tome I ^{er} . — <i>La Cosmologie hellénique. 1^{re} partie, 1913. . .</i>	18 50
OLLIVIER (H.). — Cours de Physique générale. 3 vol. gr. in-8°, 1913-1914.	
Tome I ^{er} . — <i>Attraction universelle. — Électrostatique. —</i> <i>Magnétisme. — Courants. — L'Électron et les Ions. — Complé-</i> <i>ments. — Symétrie des systèmes limités et des phénomènes.</i> 716 pages et 370 figures.	18 »
Tome II. — <i>Thermodynamique et Énergie rayonnante.</i> 300 pages et 112 figures	10 »
Tome III. — <i>Étude des vibrations. — Acoustique. — Electro-</i> <i>optique.</i>	

Bureau Technique d'Études et Projets

M. CAMILLERAPP, Ingénieur-Conseil
16, RUE BOUCHUT, PARIS

Etude et Construction de

Machines Nouvelles

(Électricité et Mécanique de précision)

Renseignements et devis gratuits en mentionnant le *Journal de Physique*.

ATELIERS RUHMKORFF

J. CARPENTIER

Téléph. 705.65

20, Rue Delambre, PARIS

Téléph. 705.65

INSTRUMENTS DE PRÉCISION

Mesures Électriques

ÉTALONS - BOITES de RÉSISTANCES - POTENTIOMÈTRES

ELECTROMÈTRES

jusqu'à 200.000 volts

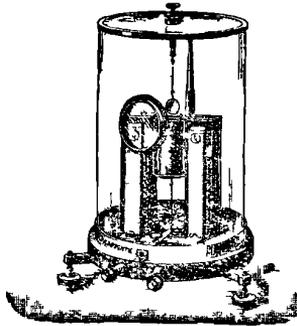
PHASEMÈTRES

FRÉQUENCÈMÈTRES
Appareils à deux aiguilles

LOGOMÈTRES

OHMMÈTRES

Installations de mesure à d'isol mont



APPAREILS

pour les

ESSAIS MAGNÉTIQUES DES FERS

PYROMÈTRES ÉLECTRIQUES

INDICATEURS

ou

ENREGISTREURS

Modèles à couples

T mo-électriques et à résistances

PONTS DE WHEATSTONE — PONTS DE THOMSON

Galvanomètres de tous systèmes — Oscillographes

AMPÈREMÈTRES — VOLTMÈTRES — WATTMÈTRES

de tous systèmes pour courants continus ou alternatifs

**Modèles de Tableaux - Modèles de Contrôle
Boîtes de Contrôle - Enregistreurs**

APPAREILS DE MANIPULATIONS

POUR L'ENSEIGNEMENT

CATALOGUE X SPÉCIAL pour L'ENSEIGNEMENT

Maison SOLEIL - J. DUBOSCQ, fondée en 1819

PH. ^{O. *, I. *}
^{✠ ✠ ✠ ✠} ET F. ^{*, ✠} PELLIN

Ingénieurs-Constructeurs

Adr. tél. FEXIPEL-PARIS

Téléphone 813-26

5, Avenue d'Orléans — PARIS (Anc^t 21, rue de l'Odéon)

DIPLOMES D'HONNEUR ET MEDAILLES D'OR . 1885-1889

GRANDS PRIX : PARIS 1900, SAINT-LOUIS 1904, LIEGÈ 1905, MILAN 1906

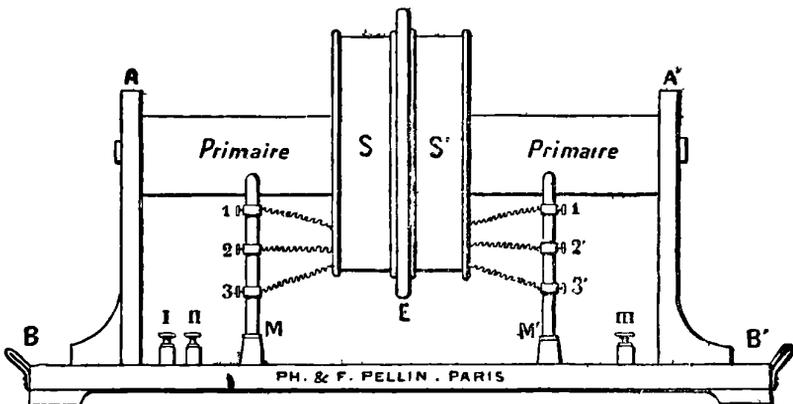
HORS CONCOURS, MEMBRE DU JURY : BRUXELLES 1897, LONDRES 1908, BRUXELLES 1910
TURIN 1911, GAND 1913

APPAREILS D'OPTIQUE pour les SCIENCES et l'INDUSTRIE

APPAREILS DE HAUTE PRÉCISION

PLANS - PRISMES - OPTIQUE SUPÉRIEURE

Le Catalogue comprend 11 fascicules



Transformateur de résonance de MM. G.-A. Hemsalech et C. Tissot.

Modele de laboratoire à l'usage des Spectroscopistes.

Envoi de notices sur demande — Devis pour Installations

IRIS - LILLIAD ^{REPERES} REFERENCES SUR DEMANDE

Ancienne Maison MICHEL et C^{ie}

Compagnie pour la Fabrication des Compteurs ET MATÉRIEL D'USINES A GAZ

Société anonyme : capital 27.000.000 de francs — 16 & 18, bd de Vaugirard, PARIS

PYROMÈTRES à COUPLES THERMO-ÉLECTRIQUES PYROMÈTRES à RADIATIONS

TÉLESCOPE PYROMÉTRIQUE, Système FÉRY

pour la mesure des températures de 400° à 3500°

COMPTEURS ET APPAREILS
DE MESURES D'ÉLECTRICITÉ

COMPTEURS D'ALCOOL
Transformateurs de mesures



PERMÉAMÈTRE ILIOVICI
FLUXMÈTRE GRASSOT
ONDOGRAPHE HOSPITALIER
Phasemètres, Fréquencemètres

VOLTMÈTRES, AMPÈREMÈTRES et WATTMÈTRES. ÉTALONS ÉLECTRODYNAMIQUES

Établissements H. PILON

53, rue de Paris, ASNIÈRES (Seine)

Téléph. : WAGRAM 87-02

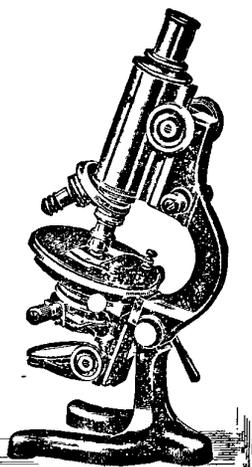
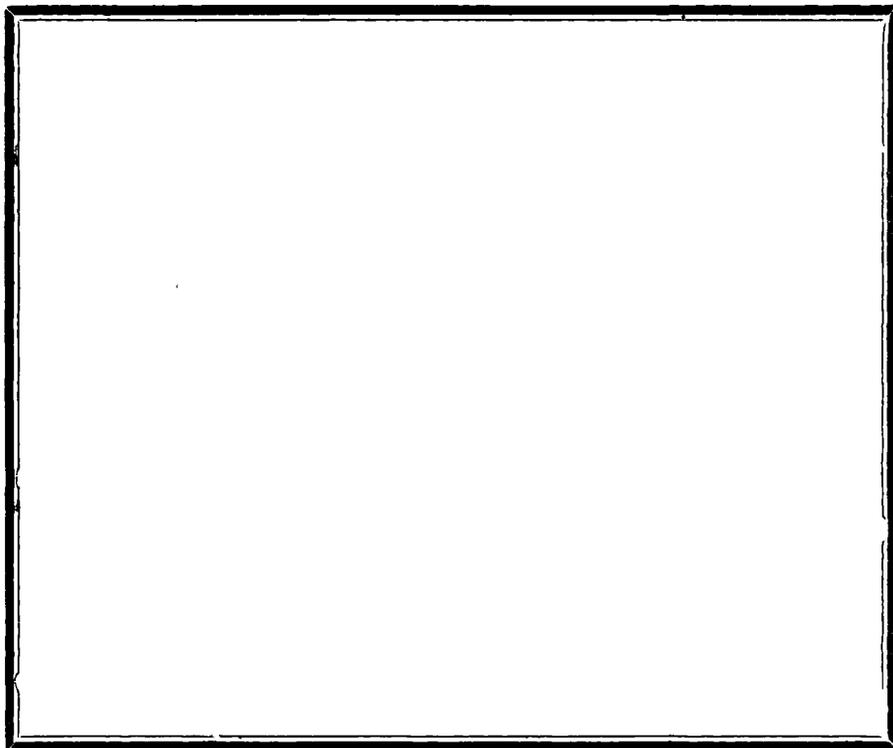
Adresse télégr. : RAYONIX ASNIERES-SEINE

FABRIQUE DE TUBES A RAYONS X

SPÉCIALITÉS DE VERRERIE DE PRÉCISION
POUR LABORATOIRES ET TUBES A RAYONS X
SPÉCIAUX POUR RECHERCHES

POMPES A VIDE

ENVOI FRANCO DU CATALOGUE



MICROGRAPHIE — BACTÉRIOLOGIE

E. COGIT & C^{IE}

CONSTRUCTEURS D'INSTRUMENTS ET D'APPAREILS POUR LES SCIENCES

36, Boulevard Saint-Michel, 36

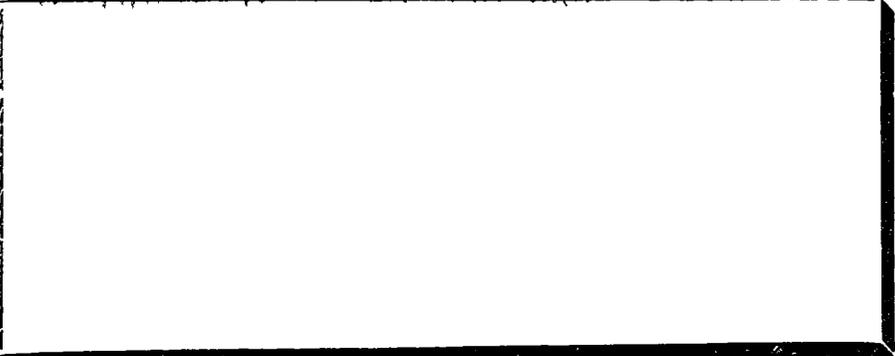
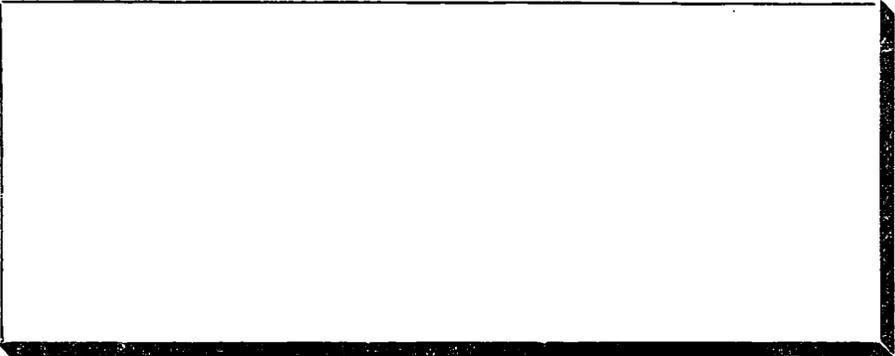
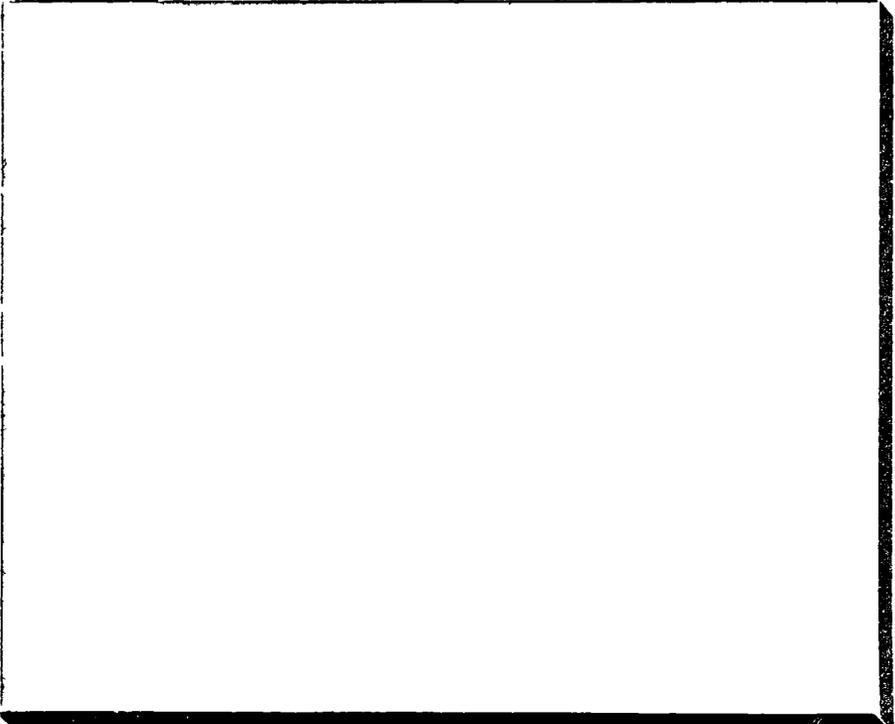
PARIS — Téléphone 812-20

Ateliers de Construction. Expéditions et Verrerie en gros
19, Rue Humboldt, PARIS

REPRÉSENTANTS EXCLUSIFS POUR LA FRANCE DES

Microscopes KORITSKA de MILAN

NOUVEL ÉCLAIRAGE SUR FOND NOIR POUR ULTRAMICROSCOPE



SOCIÉTÉ INDUSTRIELLE DES TÉLÉPHONES

(Constructions électriques, caoutchouc, câbles)

Société anonyme au capital de 18.000.000 de francs

25, rue du Quatre-Septembre, 25. — PARIS

Appareillage électrique

TABLEAUX DE DISTRIBUTION

POUR STATIONS CENTRALES,
SOUS-STATIONS, POSTES DE TRANSFORMATION

Interrupteurs MONOBLOC

Régulateur J.-L. ROUTIN

*Dispositif de protection, système L. NÉU
Télégraphie sur les lignes à haute tension*

APPAREILS AUTOMATIQUES DE DÉMARRAGE

Matériel Téléphonique

LE MONOPHONE

MICROPHONE PARIS-ROME
COMMULATEURS " STANDARD "

INSTALLATIONS A ÉNERGIE CENTRALE

BUREAUX CENTRAUX -- MULTIPLES

*Matériel protégé pour les transports d'énergie
Matériel spécial pour les chemins de fer, les mines*

INSTALLATIONS PRIVÉES

Fils et Câbles électriques

CABLES ARMÉS

Câbles pour puits et galeries de mines, câbles et treuils de fonçage

MATÉRIEL COMPLET POUR GRUES ÉLECTRIQUES

Boîtes de prises de courant

Appareil A. LÉAUTÉ, pour essais par résonance de canalisations électriques à hautes tensions

CABLES TÉLÉPHONIQUES

ATELIERS R. MAILHAT

MOÛRONVAL, ANCIEN ÉLÈVE DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE, SUCCESSEUR

10, rue Émile-Dubois, PARIS XIV^e

MÉCANIQUE & OPTIQUE DE PRÉCISION EN TOUS GENRES

Instruments d'observatoires et de laboratoires. Objectifs. Miroirs.

Prismes. Lunettes. Spectroscopie. Instruments de mesure.

Micromètres. Chronographes. Pièces détachées. Instruments nouveaux sur plans et indications. Travaux à façon.

MATÉRIEL ANCEL
pour télégraphie et téléphonie sans fil, émission et réception; postes complets et organes séparés. — Récepteur de T. S. F. à manœuvre automatique pour signaux horaires. — Appareil de télé-mécanique Gannier-Ancel.

MATÉRIEL ANCEL
pour rayons X et haute fréquence: bobines intensives, interrupteurs à gaz, tableaux de distribution, condensateurs à air, à pétrole, résonnateurs, éclateurs, ampoules, soupapes, écrans et accessoires divers.

LOUIS ANCEL

Ingén. des Arts et Manufact.
Construct. brevetés s. g. d. g.

BUREAUX.

ATELIERS ET LABORATOIRES
91, boul. Pereire (Sud)

PARIS, XVII^e

Anciennement 13, rue Brochant

BRUXELLES 1910: MÉDAILLE D'OR

GRAND PRIX, TURIN 1911

GAND 1913, LYON 1914

Membre du Jury, Hors Concours
Lyon 1914

Construction de tous appareils de laboratoire pour physique, chimie et électro-chimie. Construction et réparation d'outillage pour mécanique de précision.

SPECTROGRAPHE ANCEL
à prisme ou à réseau

INSTALLATION DE LABORATOIRES

RÉPARATION D'APPAREILS

Cellules de sélénium extra-sensibles Ancel sans inertie, modèles spéciaux sur commande.

GAUTHIER-VILLARS, 55, quai des Grands-Augustins, PARIS

SOCIÉTÉ FRANÇAISE DE PHYSIQUE

RECUEIL

DE

CONSTANTES PHYSIQUES

Ce magnifique volume de 753 pages, publié par

Henri ABRAHAM

Professeur à la Sorbonne, Secrétaire de la Société française de Physique,

ET

Paul SACERDOTE

Docteur ès sciences, Professeur au collège Chaptal,

Avec la collaboration de nombreux savants,

Renferme, groupées en 307 tableaux, toutes les constantes physiques, les formules et les données pratiques dont on peut avoir besoin au Laboratoire, à l'Usine ou à l'Amphithéâtre.

Le sens critique qui a présidé au choix des matériaux, la limpidité de composition des tableaux, la clarté de l'ordonnance distributive des sujets, la rapidité avec laquelle on peut trouver la page désirée, font, de ce volume, un instrument de travail fort précieux.

NOTA. — Les Auteurs, dans la rédaction de leurs mémoires, sont priés de se conformer désormais, autant qu'il leur sera possible, aux conventions, notations et formules adoptées dans le « **Recueil de constantes physiques** ».

ANCIENNE MAISON ALVERGNIAT FRÈRES

J. THURNEYSSSEN,

Successeur de V. CHABAUD

58, Rue Monsieur-le-Prince, PARIS (6^e)

APPAREILS DE PHYSIQUE ET DE CHIMIE

POMPES et TROMPES à MERCURE

TUBES de CROOKES à OSMO-RÉGULATEUR VILLARD

Electroscopes Hurmuzescu. — Électromètre capillaire de M. Lippmann. — Appareil de M. Debiere pour la radioactivité. — Électroscope à filament de charbon de M. Villard

ATELIERS E. DUCRETET

F. DUCRETET & E. ROGER, Succ^{rs}

CONSTRUCTEURS

75, Rue Claude-Bernard, PARIS

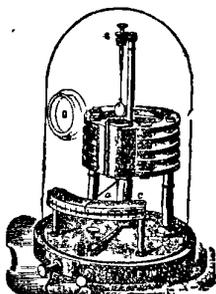
CABINETS DE PHYSIQUE COMPLETS

Notices et Catalogues illustrés

APPAREILS DE COURS ET DE RECHERCHES

APPAREILS DE MESURES — INSTRUMENTS INDUSTRIELS

MATÉRIELS de TÉLÉGRAPHIE sans FIL en usage aux grandes distances



G. MEKER et Cie

Société en commandite par actions. Capital : 220.000

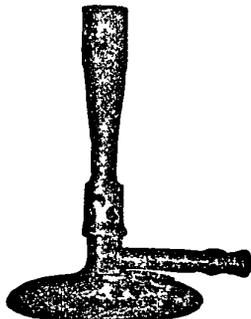
APPAREILS DE CHAUFFAGE AU GAZ

BRÛLEURS DE LABORATOIRES ET D'INDUSTRIE

Fours à très hautes températures

ÉTUDES DE TOUS CHAUFFAGES

37, rue Danton. Levallois (Seine)



MAISON FONDÉE EN 1864

TÉLÉPHONE

810-83

G. FONTAINE

CATALOGUES

ET DEVIS

SUR DEMANDE

RAOUL NEVEU SUCCESSEUR

ÉLÈVE DE MM. ALVERGNIAT

ÉTUDE et CONSTRUCTION

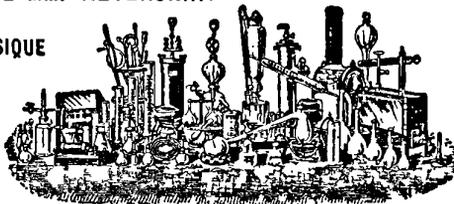
D'APPAREILS DE CHIMIE ET DE PHYSIQUE

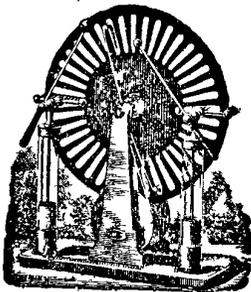
Fournitures Générales pour Laboratoires

PRODUITS CHIMIQUES PURS

PARIS

16 - 18 - 20
RUE MONSIEUR-LE-PRINCE





ROYCOURT Ing^{er} des Arts & Manufactures

Avenue d'Orléans, 71, PARIS

**MACHINES ÉLECTROSTATIQUES
WIMSHURST-BONETTI**

ELECTROTHÉRAPIE, H^{er} FRÉQUENCE, RAYONS X

Concessionnaire exclusif des appareils-

ROPIQUET

Transformateurs, Interrupteurs, Supports d'ampoules.

INSTRUMENTS DE PRÉCISION EN VERRE

G. BERLEMONT

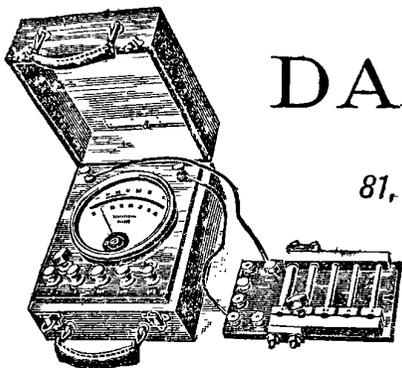
CONSTRUCTEUR

TÉLÉPHONE 807.22

PARIS - 11, Rue Cujas - PARIS

Chargé des Cours du Travail du Verre à l'École de Physique et de Chimie
et à la Faculté des Sciences de Paris

INSTALLATION TECHNIQUE DE LABORATOIRES SCIENTIFIQUES & INDUSTRIELS
VERRERIE, TERRE, GRÈS, PORCELAINES, CHAUFFAGE



C^{ie} F. A. C.

Tél. Roquette 33-42

DA & DUTILH

Ingénieurs-Constructeurs

81, rue Saint-Maur. — PARIS

Tous appareils de mesures électriques
industriels et de précision

JOURNAL
DE PHYSIQUE
THÉORIQUE ET APPLIQUÉE.

TOURS. — IMPRIMERIE DESLIS FRÈRES ET C^{te}.

JOURNAL
DE PHYSIQUE

THÉORIQUE ET APPLIQUÉE,

FONDÉ

PAR J. CH. D'ALMEIDA

CONTINUÉ PAR ED. BOUTY

PUBLIE PAR

LA SOCIÉTÉ FRANÇAISE DE PHYSIQUE

Directeur de la publication : AMÉDÉE GUILLET

CINQUIÈME SÉRIE.

TOME VIII. — ANNÉE 1919.

PARIS,
AU BUREAU DU JOURNAL DE PHYSIQUE,
4, RUE PIERRE-CURIE

—
1919

JOURNAL DE PHYSIQUE THÉORIQUE ET APPLIQUÉE.

SUR LES PROPRIÉTÉS DES CIRCUITS ÉLECTRIQUES DÉNUÉS DE RÉSISTANCE ;

Par M. G. LIPPMANN.

Tandis que les actions électriques à distance sont toutes indépendantes de la nature des conducteurs employés, la résistance électrique d'un circuit dépend au contraire de la nature du conducteur et de son état physique. Il s'ensuit logiquement que si l'on veut établir les lois les plus générales des actions électriques à distance, il faut éviter d'introduire ou de laisser subsister dans l'analyse les termes qui dépendent de la résistance.

C'est pour des raisons analogues qu'en Mécanique on a dû commencer par faire abstraction du frottement, sauf à le réintroduire par la suite dans les applications partielles où il en faut tenir compte. La résistance électrique est d'ailleurs, au point de vue analytique, l'analogue d'un coefficient de frottement.

Le terme dépendant de la résistance électrique masque, par sa présence, des lois très générales des phénomènes électro-magnétiques et de l'induction: Il y a donc avantage, comme je l'ai montré autrefois (¹), à considérer le cas de la résistance électrique égale à zéro.

Les belles expériences de H. Kamerlingh Onnes sont venues apporter une sanction physique à l'hypothèse de la résistance nulle. On sait que le physicien hollandais a découvert que, lorsqu'on abaisse la température d'un métal (plomb, etc.) jusqu'à la température de l'hélium bouillant, la résistance, après avoir diminué graduellement, devient brusquement plus de 10^{10} fois plus faible qu'aux températures moins basses. Inversement, la théorie du circuit sans résistance

(¹) *Comptes rendus*, t. CIX, p. 251, 1889.

s'applique aux expériences de Leyde et permet d'en préciser les résultats et d'en prévoir diverses variantes.

2. Rappelons d'abord l'équation qui régit les circuits dénués de résistance. Soit un circuit fermé dont la résistance a une valeur finie r et parcouru par un courant dont l'intensité est i au temps t . Le circuit est mobile par rapport à un champ magnétique quelconque constant ou variable; il peut en outre être rigide ou se déformer. Dans tous les cas, le champ magnétique induit dans le circuit une force électromotrice e égale à $\frac{dn}{dt}$, dn étant le nombre de lignes de force provenant du champ magnétique et qui coupent le circuit pendant le temps dt . D'autre part, le courant i produit un champ magnétique proportionnel à i et tel que dn' de ces lignes de force coupent le circuit pendant le temps dt . La force électromotrice d'induction e' du circuit sur lui-même est donc égale à $\frac{dn'}{dt}$. En résumé, le circuit est le siège de deux forces électromotrices provenant l'une du champ extérieur, l'autre de la self-induction, et qui sont respectivement égales à $\frac{dn}{dt}$ et à $\frac{dn'}{dt}$. On a donc, d'après la loi de Ohm,

$$(1) \quad ri = \frac{dn}{dt} + \frac{dn'}{dt}.$$

Les termes du second membre sont indépendants de r ; on peut donc faire tendre r vers zéro, et pour $r = 0$ on a :

$$(2) \quad 0 = \frac{dn}{dt} + \frac{dn'}{dt}.$$

Il s'ensuit que l'on a :

$$(3) \quad \Delta n + \Delta n' = \text{const.} \quad \text{et} \quad n + n' = \text{const.}$$

Ainsi, quand le nombre de lignes de force dues au champ extérieur et qui traversent le circuit subit une variation Δn , le courant induit qui en résulte produit une variation $\Delta n'$ qui compense exactement la première. En d'autres termes, le nombre total des lignes de force magnétique demeure invariable; et tout se passe comme si le circuit hyperconducteur demeurait infranchissable aux lignes de force.

3. Cette conclusion s'applique en particulier aux expériences de Kamerlingh Onnes. Une bobine fermée sur elle-même est immobile à la température ordinaire entre les pôles d'un électro-aimant : elle est alors sans courant, et la surface qu'elle renferme est traversée par n lignes de forces dues à l'électro-aimant. On verse de l'hélium liquide. A partir du moment où le nickel est devenu hyperconducteur, le nombre de lignes de force reste invariable. On éloigne l'électro-aimant : la bobine reste traversée par un courant constant, comme Kamerlingh Onnes l'a constaté par diverses méthodes. D'après le théorème donné plus haut, ce courant est tel qu'il produit un nombre de lignes de force n' égal au nombre primitif n .

4. On a supposé implicitement dans ce qui précède que le circuit est linéaire, c'est-à-dire que le fil conducteur a des dimensions transversales que l'on peut considérer comme nulles. Qu'arriverait-il si, au lieu d'une bobine de fil, on utilisait un conducteur à trois dimensions ? La conclusion est la même que dans le cas d'une bobine fermée en elle-même.

Considérons par la pensée une ligne fermée de dimension infiniment petite prise dans la masse métallique. A partir du moment où le métal devient hyperconducteur, ce circuit élémentaire fonctionne comme celui de la bobine ; il maintient invariables les lignes de force qui traversent sa section. Celles-ci demeurent donc immobilisées dans la masse métallique.

Prenons le cas particulier d'un cylindre métallique, en plomb par exemple, de section s , de longueur L , placé dans un champ uniforme égal à H , avec son axe parallèle au champ. Le nombre de lignes de force qui traversent la section est SH à la température ordinaire ; il reste égal à SH à partir du moment où la résistance disparaît. Le champ enlevé, le cylindre se comporte comme un aimant cylindrique qui aurait un moment magnétique égal à SHL , c'est-à-dire au produit du volume par le champ primitif.

Si le cylindre, au lieu d'être plein, est creux, le même raisonnement s'applique aux éléments de la surface métallique : ceux-ci suffisent pour immobiliser les lignes de force. D'où cette conséquence que le moment magnétique acquis par ce pseudo-aimant en plomb a les mêmes valeurs, que le cylindre soit creux ou massif. Seulement la forme du champ magnétique qu'il produit n'est pas exactement la même dans les deux cas : ces lignes restent droites et parallèles

entre elles à l'intérieur d'un cylindre massif; elles s'infléchissent quelque peu à l'intérieur, quand le cylindre est creux.

5. Lorsqu'un circuit conducteur se déplace dans un champ magnétique, des forces électromagnétiques prennent naissance entre le champ et le courant induit: c'est par ce mécanisme que du travail mécanique se transforme en énergie électrique, ou inversement. Quelle est la loi de ces forces quand le circuit est sans résistance? Dans ce cas l'intensité du courant induit n'est fonction que du déplacement.

Il en est donc de même des forces en question: elles ne dépendent que du déplacement du circuit. Si celui-ci part d'une position initiale où le courant est nul, comme dans une expérience de K. Onnes, rappelée plus haut, les forces électromagnétiques engendrées partent de zéro et prennent des valeurs déterminées qui ne dépendent à chaque instant que de la position du circuit; le sens du courant est d'ailleurs tel, d'après la loi de Lenz, que les forces produites tendent à empêcher le déplacement. Ces forces ont donc le caractère de *forces élastiques*: elles tendent à ramener le circuit à sa position initiale, qui est une position d'équilibre. Dans le cas où la résistance n'est pas nulle, on sait qu'il en est autrement: le courant n'a alors qu'une existence éphémère et une intensité proportionnelle à la vitesse de déplacement, laquelle varie arbitrairement. Au contraire, quand la résistance électrique est nulle, la loi du courant et de la force électromagnétique est simple et générale: la variation arbitraire des vitesses n'a pas d'influence: force et intensité ne sont fonction que des positions extrêmes du circuit.

Il en est de même si, au lieu d'un circuit linéaire, on déplace dans le champ un conducteur à trois dimensions. Quand la conductibilité n'est pas nulle, la résistance du champ est une force proportionnelle à la vitesse: c'est le phénomène bien connu de la viscosité du champ magnétique. Si la conductibilité devient parfaite, il n'y a plus viscosité apparente, il y a élasticité apparente du champ magnétique; c'est-à-dire qu'une lame hyperconductrice que l'on y introduit est repoussée comme pour un milieu élastique. Si la lame était, au contraire, dans le champ au moment où elle est devenue hyperconductrice, elle tend à revenir à sa position primitive dès qu'on l'en a écartée, et avec une force fonction du déplacement.

6. On a vu qu'un conducteur sans résistance est imperméable aux lignes de force magnétiques. Dans le cas des ondes hertziennes, on sait depuis longtemps que tout écran métallique est efficace, lors même que sa résistance n'est pas nulle. Le terme en r subsiste donc; par contre, les termes $\frac{dn}{dt}$ et $\frac{dn'}{dt}$ sont extrêmement grands parce que les ondes hertziennes sont produites par des oscillations extrêmement rapides. Il s'ensuit que le terme en r , quoique fini, devient négligeable devant les deux autres termes, quand ceux-ci tendent vers l'infini. Le résultat est donc sensiblement le même que si le terme en r devenait égal à zéro.

7. Considérons le cas particulier où un circuit hyperconducteur se déforme : une partie de sa surface, située dans un champ magnétique H , subit une variation, une diminution par exemple égale à Δs_1 . Le nombre de lignes de force restant invariable, leur densité augmente dans un point quelconque du reste du circuit, dans le rapport $\Delta s_1 : s_1$. Cette variation est indépendante de la vitesse du mouvement ; elle demeure la même si le mouvement est infiniment lent ; il en est de même du courant induit engendré et de la quantité de travail absorbé par la déformation. Ces conclusions s'appliquent, en particulier, au cas d'un circuit sans résistance qui contiendrait à la fois une magnéto génératrice et une magnéto motrice. Les conditions pour que le courant, dans le circuit, reste invariable sont les suivantes : les angles dont les deux induits tournent simultanément doivent être tels que les produits $\Delta s_1 H_1$ et $\Delta s_2 H_2$ soient égaux et de signe contraire pour les deux machines. Le rendement est égal à un, quelles que soient les vitesses de rotation. La puissance est proportionnelle aux vitesses de rotation, ainsi qu'au courant constant ⁽¹⁾ établi dans le circuit.

La transmission de force électrique, dans ces conditions où le circuit est imperméable aux lignes de force, parce que hyperconducteur, peut être comparée à une transmission de forces par air comprimé dans un système étanche pour l'air. A un bout du circuit, une pompe rotative refoule de l'air en quantité proportionnelle à la diminution de volume ; à l'autre bout, il y a un moteur rotatif avec

(1) A condition que ni l'intensité du courant ni le champ magnétique ne dépassent les limites finies indiquées par Kamerlingh Onnes.

détente et restitution de travail; et le travail dans chaque bout est mesuré par la variation de volume multipliée par la pression, les vitesses n'intervenant pas. L'effet produit est calculable par les lois d'élasticité du gaz, parce que le système est étanche.

Le phénomène électrique quand la résistance est différente de zéro est, par contre, analogue au cas où la compression du gaz se ferait dans des récipients à parois non étanches: la pression ne se maintiendrait plus, à moins de continuer la compression avec une vitesse suffisante. La même comparaison mécanique tient dans d'autres cas que l'on aperçoit facilement. Il eût été difficile d'établir la loi de compressibilité du gaz dans des récipients poreux, car la porosité dont il faut tenir compte introduit une complication propre à masquer le résultat cherché.

8. En résumé, l'avantage qu'il y a à considérer le cas de la résistance nulle est le suivant: on fait disparaître une complication arbitraire, étrangère aux lois générales que l'on a à appliquer; on n'a plus à tenir compte de la variation arbitraire des vitesses, et l'on aboutit à une relation qui montre que les lois générales des phénomènes d'induction sont des lois statiques.

9. Ampère explique les propriétés des aimants par l'hypothèse de circuits moléculaires sans résistance parcourus par des courants constants; il admet qu'une variation des actions magnétiques extérieures fait varier l'orientation des circuits moléculaires, mais non l'intensité des courants qui les parcourent. Après la découverte des courants d'induction, faite plus tard, on pouvait peut-être faire à la théorie d'Ampère l'objection suivante. Quand on fait varier le champ magnétique extrême on fait naître des forces électromotrices d'induction dans les circuits moléculaires d'Ampère, les courants qui les parcourent ne peuvent donc pas rester constants. — La théorie développée plus haut répond à cette objection en montrant qu'au contraire dans tout circuit sans résistance, le courant reste constant, par l'effet de l'extra-courant.

Supposons que les circuits moléculaires d'Ampère soient d'abord sans courant, l'intensité initiale nulle reste nulle, comme on l'a vu plus haut, même si l'on approche un aimant. Il en résulte une répulsion apparente due à l'action des lignes de force écartées par les petits circuits où elles ne peuvent pénétrer. Les actions électro-

FABRY. — MESURE DES INDICES DE RÉFRACTION DES CORPS 11
magnétiques exercées sur les circuits d'Ampère fournissent dans ce cas l'explication des phénomènes présentés par le bismuth et autres corps repoussés par l'aimant.

MÉTHODE PAR IMMERSION POUR LA MESURE DES INDICES
DE RÉFRACTION DES CORPS SOLIDES ;

Par M. Ch. FABRY.

1. Le problème s'est posé, à diverses reprises, de mesurer les indices d'une lentille sans la détériorer, par suite sans y tailler de nouvelles faces, avec la précision qu'exigent les calculs de l'optique géométrique, c'est-à-dire avec une incertitude ne dépassant pas quelques unités du cinquième ordre décimal.

Une méthode par immersion, dont le principe est d'ailleurs connu et qui a reçu diverses applications ⁽¹⁾, a paru pouvoir seule conduire au résultat. Les essais que j'ai faits n'ont pas tardé à montrer que cette méthode, employée sous une forme nouvelle, permet de résoudre avec une grande précision non seulement le problème que je m'étais posé, mais aussi le problème plus général de la mesure des indices sur des échantillons de formes très diverses. Il suffira de dire que la mesure sur un échantillon brut, sans aucune face polie, ou même sur une simple perle de verre fondu, permet d'obtenir le cinquième chiffre décimal. Les mesures que je vais décrire ont été faites en employant les appareils existant dans tous les laboratoires (goniomètre, prismes, cuve à faces à peu près parallèles). Je me propose de faire construire un réfractomètre destiné spécialement à ces mesures ; il m'a cependant paru utile de décrire dès maintenant la méthode employée et ses diverses applications.

2. Exposé de la méthode. — La méthode par immersion consiste, en principe, à plonger le solide à étudier dans un liquide dont on fait varier la composition jusqu'à ce que son indice soit, pour une certaine radiation, le même que celui du solide ; l'égalité d'indice sera constatée par ce fait que le passage à travers le corps solide ne donne plus lieu à aucune déviation, ce qui se traduira, selon la forme

¹⁾ Voir § 10.

du solide, par divers critères sur lesquels on va revenir. L'égalité d'indice étant obtenue, il suffit de mesurer l'indice du liquide pour avoir l'indice cherché.

L'emploi de cette méthode donne lieu à certaines difficultés dont il est nécessaire de s'affranchir :

1° Les indices des mélanges liquides peuvent subir spontanément de grandes variations, soit par suite des changements de température, soit à cause de variations de composition dues à l'inégale évaporation des deux composants. Une fois l'égalité d'indice obtenue, il ne faut pas songer, si l'on veut obtenir quelque précision, à transvaser le liquide pour mesurer son indice ; c'est dans la cuve même où le solide est immergé que la mesure doit être faite.

Tous ceux qui ont essayé de faire des mesures précises par immersion ont bien saisi cette difficulté ; ils l'ont résolue de diverses manières (1). La solution que j'ai adoptée a l'avantage de conduire à la mesure de petites différences d'indices, par comparaison avec l'indice d'un prisme de référence étudié une fois pour toutes, et par suite de ne donner lieu qu'à des déterminations de petits angles, ce qui rend la mesure plus facile et plus précise. La mesure est ainsi rendue différentielle, la détermination absolue plus difficile étant faite une fois pour toutes.

Le mélange liquide est contenu dans une cuve à faces à peu près parallèles, où l'on immerge à la fois le prisme de référence et le corps dont on cherche l'indice. On a un certain nombre de ces prismes, et l'on choisit dans chaque cas celui dont l'indice se rapproche le plus de l'indice à mesurer. L'indice du liquide est alors déterminé par la déviation que produit ce prisme par rapport au rayon qui a traversé la cuve sans passer à travers le prisme (2).

2° Si l'on recherche une grande précision, il est très difficile d'obtenir l'égalité d'indice entre le liquide et le corps étudié ; la composition correcte du mélange liquide doit être obtenue avec une précision difficile à réaliser et les tâtonnements sont rendus encore plus délicats par les variations spontanées d'indice. Heureusement, la réalisation de l'égalité parfaite d'indice n'est nullement nécessaire. Si l'on réalise une égalité approchée, le corps solide immergé produit

(1) Voir § 40.

(2) La méthode du prisme immergé a déjà été employée, sous d'autres formes, pour la mesure des indices des liquides, en particulier par M. Chéneveau et par M. Féry.

encore une légère déviation se traduisant par un effet que l'on mesure; on détermine en même temps la déviation que produit le prisme de référence. En répétant ces deux mesures simultanées pour deux ou trois compositions du liquide, obtenues en ajoutant quelques gouttes de l'un des composants, on a tous les éléments pour calculer, par interpolation, l'indice cherché. Les valeurs successives de l'indice du liquide s'éliminent complètement et ses variations spontanées ne sont nullement gênantes, pourvu que l'homogénéité soit réalisée à l'instant de chaque mesure.

En résumé, la méthode comporte l'emploi d'une cuve contenant le liquide, dans lequel sont immergés le prisme de référence et le corps solide à étudier. On aura à mesurer simultanément la déviation produite par le prisme et, par un de ses effets, celle que produit l'échantillon à mesurer.

3. Liquides employés. — Il faut employer des mélanges de deux liquides, l'un d'indice faible, l'autre d'indice fort. Les qualités à rechercher sont: faible volatilité, faible influence de la température sur l'indice, transparence, prix peu élevé; voici les propriétés de quelques liquides miscibles en toutes proportions dont l'emploi peut être envisagé:

	n_D	n	n	$\frac{dn}{dt} \times 10^4$	Température de bul lion	Densité
Essence de pétrole.....	1,40	0,007	4	110-150	0,75	
Tétrachlorure de carbone.	1,460	0,0094	5,0	77	1,39	
Benzine	1,501	0,0164	6,5	80	0,88	
Sulfure de carbone.....	1,629	0,0343	7,9	46	1,27	
Bromonaphtaline.....	1,658	0,0325	4,6	280	1,49 ¹⁾	

Pour l'étude des verres indices entre 1,48 et 1,65, le tétrachlorure de carbone convient très bien comme liquide de faible indice. Comme liquide d'indice fort, j'ai employé le sulfure de carbone, bien qu'il soit volatil et inflammable. La bromonaphtaline n'a pas ces inconvénients, mais son prix est relativement élevé. Il est vrai que l'on peut facilement la séparer des autres liquides par évaporation spontanée à l'air et s'en servir indéfiniment ¹⁾.

Pendant les mesures, le liquide doit être constamment agité pour

¹⁾ On peut employer aussi des solutions plus ou moins concentrées d'iode de potassium et de mercure, ce qui permet d'obtenir tous les indices entre 1,7 et 1,33. Ces solutions ont l'inconvénient d'être fortement colorées en jaune, ce qui empêche toute mesure dans le violet et une partie du bleu.

assurer son homogénéité et la constance de sa température. Ce résultat est facilement atteint au moyen d'une palette métallique animée d'un mouvement vertical de va-et-vient. On obtient ainsi d'excellentes images à travers la cuve contenant le liquide.

4. Disposition de l'appareil. -- Le liquide est contenu dans une cuve à faces planes et à peu près parallèles, placée entre un collimateur C et une lunette B montée sur un cercle divisé (*fig. 1*). Les faces de la cuve sont, une fois pour toutes, placées normalement au faisceau du collimateur. Le prisme de référence, dont l'angle réfringent est droit, est placé dans la cuve, dans une position telle que ses faces soient également inclinées sur le faisceau incident ; ces divers réglages, comme on le verra plus loin, peuvent sans inconvénient n'être faits que d'une manière assez grossièrement approchée (¹).

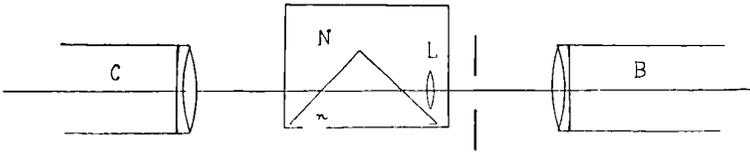


FIG. 1.

Je me suis servi du goniomètre de la Faculté des sciences de Marseille, construit par Brunner sur les indications de Macé de Lépinay. Le cercle permet de lire les angles à une seconde près. La lunette est munie d'un objectif de 40 centimètres de distance focale et d'un oculaire à tirage variable avec graduation en millimètres.

5. Déviation par le prisme; calcul de l'indice. — Lorsque la fente du collimateur est éclairée par une source à spectre discontinu (tube à hydrogène, flamme du sodium ou lampe au mercure), on voit dans la lunette, à cause de l'inégale dispersion du prisme et du liquide, un spectre de la source dont on peut pointer une raie. On a d'autre part pointé l'image de la fente à travers la cuve seule (prisme enlevé); la différence de lecture au cercle donne ce que nous appellerons la dé-

(1) On aurait pu chercher une position de minimum de déviation, dans l'espoir de simplifier les formules. En réalité, les simplifications ainsi apportées sont illusoires, et le titonnement nécessaire à la recherche d'un minimum de déviation rend la mesure plus difficile. L'invariabilité de position de toutes les pièces, à l'exception de celles qui servent aux pointés, est un des avantages de la méthode.

MESURE DES INDICES DE RÉFRACTION DES CORPS SOLIDES 43
 viation par le prisme, qui est liée aux indices du prisme et du liquide.

Soit A l'angle du prisme, placé comme il a été indiqué plus haut,

- n , son indice :
- N, l'indice du liquide ;
- D, la déviation observée, considérée comme positive quand elle est vers la base du prisme ;
- n et A sont connus.

Ayant mesuré D, il faut en conclure N. Lorsque N et n sont très peu différents, on trouve :

$$1) \quad D = 2 n \quad N \operatorname{tg} \frac{A}{2}$$

qui, dans le cas où $A = 90^\circ$, donne :

$$2) \quad N = n - \frac{D}{2}.$$

Si l'on veut obtenir la cinquième décimale, cette formule approchée devient insuffisante dès que D atteint 1° . On peut alors employer soit les formules trigonométriques, un peu compliquées, soit plutôt un développement en série suivant les puissances croissantes de $\sin D$. La formule suivante, dont les derniers termes sont presque toujours négligeables, s'applique au cas où $A = 90^\circ$; elle donne des résultats exacts jusqu'aux valeurs de D atteignant 15° . Son emploi pour les calculs numériques est très commode, surtout si les coefficients ont été calculés, une fois pour toutes, pour chaque prisme et pour chaque radiation :

$$3) \quad N = n - \frac{1}{2} \sin D + \frac{1}{8n} \sin^2 D + \frac{1}{4n^2} \sin^3 D + \frac{15}{128n^3} \sin^4 D.$$

Les mesures et calculs sont surtout commodes lorsque l'écart est faible entre N et n et par suite D petit. Cela m'a conduit à employer cinq prismes de référence, dont voici les indices :

	C	D	F
Boro-silicate crown léger..	1,49464	1,49693	1,502.0
Crown ordinaire.....	1,51744	1,52008	1,52643
Baryum crown léger.....	1,57135	1,57450	1,58155
Flint dense.....	1,59998	1,60450	1,61375
Flint très dense.....	1,64045	1,64585	1,65945

Ces prismes ont été taillés par M. Jobin avec des verres de la mai-

son Parra-Mantois. On peut, par comparaison avec l'un d'eux, mesurer tous les indices compris entre 1,47 et 1,67 sans que l'écart $N - n$ dépasse jamais $\pm 0,03$ et par suite sans que la déviation dépasse $\pm 3^{\circ},5$.

Pour avoir N avec une précision de $\pm 10^{-5}$, il faut que D soit mesuré à $\pm 4''$ près. Quant aux autres conditions qui ont été supposées réalisées, il suffit qu'elles le soient avec une assez grossière approximation. Dans le cas le plus défavorable, où $N - n$ atteint sa plus grande valeur 0,03, et où l'on veut avoir une mesure exacte à 10^{-5} près, l'angle A peut, sans inconvénient, différer de l'angle droit de une minute; l'égalité d'inclinaison des faces du prisme sur le faisceau incident peut n'être réalisée qu'à trente minutes près; les faces de la cuve peuvent faire entre elles un angle de 1° ; enfin la normale aux faces de la cuve peut être inclinée de 1° sur le faisceau incident. Toutes ces conditions sont très faciles à réaliser et à maintenir sans refaire le réglage optique lorsqu'on substitue un prisme à un autre.

On va maintenant expliquer comment se fait la mesure dans les divers cas qui peuvent se présenter.

6. Mesure de l'indice d'une lentille. — Le critérium de l'égalité d'indice entre le liquide et la lentille est alors celui-ci: l'interposition de la lentille ne modifie pas le tirage de la lunette qui convient pour mettre au point une des images monochromatiques de la fente.

Un premier tâtonnement rapide a permis d'obtenir un liquide dont l'indice diffère peu de celui de la lentille. Celle-ci est plongée dans la cuve, en L (*fig. 1*), de telle manière que le faisceau la traverse avant ou après avoir traversé le prisme de référence. Un diaphragme arrête toute lumière qui n'aurait pas traversé la lentille. Celle-ci étant enlevée, on détermine les tirages de la lunette (¹) qui donnent des images nettes des diverses raies, tirages qui diffèrent entre eux très légèrement à cause des imperfections d'achromatisme des objectifs. Ces déterminations peuvent être faites une fois pour toutes. La lentille à mesurer étant alors mise en place, la netteté est détruite. Pour remettre au point une certaine raie, il faut modifier le tirage d'une quantité x que l'on détermine, en même temps que l'on pointe la raie

¹ Il importe que ce tirage se fasse sans jeu latéral, de manière que la croisee de fils ait une position définie pour chaque tirage; mais il n'est pas utile que le mouvement soit exactement rectiligne ni exactement dirigé vers le centre optique de l'objectif. Il suffit que, pour chaque tirage, la position soit définie.

sur le fil de la lunette, ce qui donne, par lecture sur le cercle, la déviation D correspondante. Modifiant un peu la composition du liquide par addition de quelques gouttes de l'un des composants, on répète cette détermination simultanée de x et de D . Ayant deux ou trois couples de valeurs de ce genre, choisies de manière à encadrer la valeur $x = 0$ qui correspond au tirage sans lentille, on trace une courbe qui est pratiquement une ligne droite en prenant comme coordonnées x et D . On en déduit la valeur de D qui correspond à $x = 0$, c'est-à-dire à l'égalité d'indice entre la lentille et le liquide. La formule 3 donne alors l'indice de la lentille.

Il est facile de trouver la relation qui lie x et D et d'étudier la précision de la méthode.

Soit, à un certain moment, N l'indice du liquide. Soit f la distance focale de la lentille étudiée, μ son indice. Soit F la distance focale de l'objectif de la lunette d'observation. En considérant les épaisseurs comme faibles, un calcul facile montre que le changement de tirage produit par l'interposition de la lentille est :

$$x = \frac{F^2}{f} \frac{\mu - N}{\mu - 1}.$$

D'autre part, la déviation est, en première approximation :

$$D = 2(N - n).$$

La relation qui lie D à x lorsqu'on fait varier l'indice du liquide s'obtiendra en éliminant N entre ces deux équations, ce qui donne :

$$D = 2(\mu - n) - 2 \frac{f}{F^2} \frac{1}{\mu - 1} x.$$

La courbe qui a été tracée pour représenter les résultats des mesures est donc une droite; deux observations suffisent à la déterminer.

La précision des mesures dépend de la précision avec laquelle on détermine les déviations et les tirages. L'influence de l'erreur sur la déviation a déjà été étudiée. Si l'on veut avoir le cinquième chiffre décimal, il faut mesurer D à quatre secondes près, opération qui est grandement facilitée par ce fait que l'angle ne dépasse pas quelques degrés. Quant à l'influence d'une erreur dx sur le tirage elle est

donnée par :

$$d\mu = \frac{\mu - 1}{F^2} f dx.$$

Il reste à évaluer l'incertitude que comporte la mise au point de la lunette, incertitude qui est liée à la nature même du phénomène observé et non aux imperfections de l'appareil. On peut l'évaluer par les considérations suivantes :

Supposons la fente très fine et l'image parfaitement au point et examinée avec un fort grossissement. L'image a alors l'aspect bien connu qui est dû aux phénomènes de diffraction. Si l'on s'écarte un peu de ce tirage, l'aspect se modifie; la théorie de la diffraction permet de prévoir le nouvel aspect, en introduisant des intégrales définies un peu plus compliquées que celles de Fresnel. On trouve, comme on devait s'y attendre, que l'image va en s'élargissant à mesure que l'on s'éloigne du tirage correct. On s'apercevra de l'effet du dépointement lorsque la tache centrale, qui constitue la partie principale de l'image, aura subi un élargissement appréciable. On est ainsi conduit à cette conclusion que l'incertitude de part et d'autre du tirage correct est :

$$dx = K\lambda \left(\frac{F}{a}\right)^2,$$

a étant le diamètre utile de la lentille, λ la longueur d'onde de la lumière employée, et K une constante que l'expérience seule peut donner.

Dans une expérience, on avait :

$$\lambda = 0,55, \quad F = 395 \text{ mm}, \quad a = 6,5 \text{ mm};$$

on a trouvé que l'incertitude sur la mise au point était ± 1 millimètre. Cela fixe la valeur de K , et l'on trouve $K = 0,5$.

L'incertitude sur l'indice devient :

$$d\mu = 0,5\lambda \frac{(\mu - 1)f}{a^2}.$$

Cette expression prend une forme plus simple en introduisant les épaisseurs de verre. Soit e la différence d'épaisseur entre le centre et le bord de la partie utile de la lentille. Les formules élémentaires

donnent :

$$\frac{\mu}{a^2} = \frac{1}{f} - \frac{1}{c}.$$

Par suite :

$$d\mu = \frac{1}{16} \frac{\lambda}{e}.$$

La mesure est d'autant plus précise que e est plus grand, c'est-à-dire que la lentille est plus convergente et de plus grand diamètre. Pour avoir le cinquième chiffre décimal, il faut que e atteigne au moins la valeur 6.000λ . Une épaisseur de 4 millimètres suffit à assurer cette précision dans toute l'étendue du spectre.

7. Échantillon irrégulier à faces courbes. — Il n'est nullement nécessaire que la lentille étudiée ait ses faces correctement taillées. Lorsque l'égalité d'indice entre la lentille et le liquide est presque obtenue, on obtient de bonnes images même lorsque la forme régulière des faces n'est que très grossièrement réalisée. Il n'est même pas nécessaire que ces faces soient polies. On peut, en appliquant exactement les mêmes dispositifs, remplacer la lentille par un échantillon à faces courbes presque quelconque. J'ai constaté que l'on pouvait ainsi mesurer avec précision l'indice d'une baguette de verre ou d'une perle de borax fondu sur un fil de platine.

Cette dernière application serait peut-être de quelque utilité dans la fabrication ou l'étude des verres d'optique, en permettant de mesurer les indices sur des échantillons très petits, prélevés dans la masse fondue, ou spécialement préparés en petite quantité.

8. Échantillon en forme de prisme. — L'égalité d'indice entre le solide et le liquide sera alors constatée par l'absence de déviation.

Le prisme à étudier est immergé dans la cuve, de telle manière que son arête soit à peu près perpendiculaire à celle du prisme de référence. On a alors, pour chaque composition du liquide, deux déviations : la déviation D produite par le prisme de référence, et une déviation d , qui a lieu dans le sens de la longueur de la fente du collimateur. On mesure cette dernière, en unité arbitraire, au moyen d'un oculaire micrométrique dont le déplacement est parallèle à la direction de la fente ; celle-ci porte un repère formé par un fil qui la traverse et que l'on voit sous forme d'un point noir sur l'image. On pointe simultanément

ment l'image de la fente en utilisant le mouvement de la lunette sur le cercle divisé, et le repère au moyen du micromètre. On a préalablement pointé au micromètre l'image du repère lorsque le prisme à mesurer est enlevé ; c'est cette position qui servira d'origine aux lectures du déplacement.

On répétera la mesure simultanée de D et de d pour deux ou trois compositions différentes du liquide; en traçant une courbe (qui est pratiquement un segment de droite), on en déduira la valeur de D qui correspond à $d = 0$ et par suite à l'égalité d'indice. La formule (3) fait alors connaître l'indice de l'échantillon étudié.

On peut se demander si, lorsque l'échantillon à mesurer est taillé sous forme de prisme, il ne serait pas plus simple d'appliquer la méthode classique du minimum de déviation. Dans la plupart des cas il n'en est rien. La méthode par immersion a le grand avantage de ne pas exiger la mesure de l'angle du prisme, mesure très délicate quand on veut atteindre une grande précision. Elle est absolument indépendante de la perfection de la taille des surfaces ; si médiocres que soient celles-ci, on obtiendra de très bonnes images lorsque l'égalité d'indice du liquide et du solide sera approximativement réalisée. Il y a plus : il n'est nullement utile que les faces du prisme soient polies ; des faces non polies, simplement usées à la meule, deviennent parfaitement transparentes quand elles sont immergées dans le liquide de même indice ; elles donnent d'excellentes images et par suite des mesures très précises.

Comme vérification, j'ai fait les mesures suivantes :

1° Mesure sur un petit échantillon de quartz brut, présentant les faces naturelles du prisme hexagonal. Ces faces étaient très médiocres, fortement striées et de très petites dimensions. On a utilisé deux faces adjacentes (constituant un prisme de 120°), dont il a fallu réduire la partie utile à un rectangle de quelques millimètres de côté. Tout le reste des faces avait été noirci. La mesure de l'indice ordinaire a pu être faite sans aucune difficulté et s'est trouvée correcte à 1 ou 2 unités du cinquième ordre décimal ⁽¹⁾;

2° Mesure de l'indice d'un échantillon de glace, d'environ 8 millimètres d'épaisseur. La glace ayant été coupée au diamant, la tranche

¹ Il existe, comme l'a montré M. Buisson *Comptes rendus de l'Académie des sciences*, t. CXLII, p. 881; 1906), de très petites différences entre les indices de divers échantillons de quartz, mais ces écarts ne portent que sur la sixième décimale.

a été très grossièrement aplanie par rodage à l'émeri ('). Une des faces et la tranche formaient ainsi un prisme d'environ 90° , qui était placé dans la cuve avec son arête normale à celle du prisme de référence et ses faces à peu près à 45° sur le faisceau. La face non utilisée était noircie pour éviter toute lumière parasite. Les images étaient excellentes et les mesures très précises.

La mesure aurait été tout aussi facile si les deux faces avaient été dépolies. On peut donc faire des mesures précises sur un échantillon brut de forme quelconque, sur lequel on a taillé sans précision et sans polissage deux faces faisant un angle, par exemple un angle grossièrement droit.

Cette manière d'appliquer la méthode serait probablement la plus avantageuse pour la mesure des indices de verres d'optique bruts.

9. Cas où le corps à étudier est sous forme d'une poudre à grains grossiers. — Du verre pilé, par exemple, est complètement opaque sous une certaine épaisseur et, sous une épaisseur moindre, diffuse par transmission la lumière dans tous les sens. Immersée dans un liquide de même indice pour une certaine radiation, la poudre devient transparente pour cette radiation, comme l'a montré Christiannsen⁽²⁾ en 1884. A cause de l'inégale dispersion du solide et du liquide la transparence n'existe que pour une étroite bande du spectre. La possibilité de mesurer, au moyen de cette propriété, l'indice d'une poudre à grains transparents, a été souvent indiquée. Voici comment la mesure peut être faite en employant le dispositif décrit plus haut.

Dans le liquide, sur le trajet du faisceau qui a traversé le prisme de référence, on interpose une certaine épaisseur du corps pulvérisé que l'on veut étudier. La fente du collimateur est éclairée simultanément par une source à spectre continu et par une source à lignes brillantes donnant des repères dans le spectre. Lorsqu'on a réalisé l'égalité approchée d'indice entre le solide et le liquide, on voit une bande étroite de spectre continu ; une des lignes brillantes du spectre de référence est centrée sur cette bande lorsque l'égalité d'indices est réalisée pour la raie considérée. L'égalité absolue d'indices n'étant pas facilement réalisable, on fera deux ou trois mesures avec

(1) Cette opération n'est même pas nécessaire ; on peut se contenter d'utiliser la face absolument brute provenant de la coupe au diamant.

(2) CHRISTIANNSEN, *Wiedemanns Annalen*, t. XXIII, p. 298 : 1884.

des liquides un peu différents, chacune d'elles consistant en une détermination de la déviation correspondant à la ligne brillante et une mesure simultanée de la distance entre la ligne brillante et le milieu de la petite bande de spectre continu. Le calcul de l'indice s'achèvera comme précédemment.

10. Emplois antérieurs de la méthode d'immersion. — Les propriétés curieuses d'un solide immergé dans un liquide de même indice ont été bien des fois indiquées, et proposées soit pour la mesure des indices, soit pour l'examen des masses de verre à faces non taillées, au point de vue de leur homogénéité ou de leur biréfringence. Cette dernière application était déjà signalée en 1874 par Mascart (1), qui employait comme liquide du phénol (indice 1,55) additionné d'un peu d'eau.

Pour les mesures d'indices, plusieurs physiciens ont indiqué l'emploi de méthodes par immersion, mais sans chercher à obtenir le degré de précision exigé par les besoins de l'optique géométrique. J'ai déjà rappelé plus haut les curieuses expériences de Christiannsen sur les corps en poudre (2). Dans le même ordre d'idées, la disparition de grains transparents examinés au microscope dans un liquide de même indice, ou leur aspect dans des liquides d'indices voisins, sont utilisés par les minéralogistes pour l'identification des espèces minérales. La connaissance de l'indice du liquide est rendue inutile par la comparaison avec des grains d'espèces minérales connues. Cette méthode a été récemment perfectionnée (3) par M. F. E. Wright, du Geophysical Laboratory de Washington.

L'emploi de la méthode d'immersion pour des mesures précises, portant sur des verres d'optique, ne semble avoir été envisagé que récemment par plusieurs physiciens anglais.

En 1916. M. L.-C. Martin, de l'Imperial College of Science and Technology de Londres, a mesuré par cette méthode des indices de

(1) MASCART, *Trempe des verres* (*J. de phys.*, 1^{re} série, t. III, p. 439; 1874. — Sur l'emploi de l'immersion pour l'examen des verres, voir aussi: L.-C. MARTIN, *Transactions of the Optical Society*, décembre 1916, p. 85.

(2) Sur cette question, voir aussi: Lord RAYLEIGH, *Philosophical Magazine*, t. XX, p. 358; 1885, et *Œuvres*, t. II, p. 433; ainsi que Wood, *Optique Physique*, traduction française, t. I, p. 134.

(3) F.-E. WRIGHT, *The determination of the relative refringence of mineral grains under the petrographic microscope* (*Journal of the Washington Academy of Sciences*, vol. IV, n° 4; août 1914).

lentilles (1). La précision cherchée est de 1 unité du quatrième ordre décimal, ce qui n'est pas toujours suffisant. L'auteur cherche à réaliser l'égalité parfaite d'indice entre le liquide et la lentille, en prenant comme critérium la netteté de l'image sans aucune modification de tirage. Dès que l'égalité est réalisée, l'indice du liquide doit être mesuré. Pour cela, l'expérience est faite dans une cuve prismatique, et l'on mesure la déviation minima du prisme liquide ainsi réalisé. Cette mesure exige un petit tâtonnement pour la recherche de la position de déviation minima, et conduit à des mesures d'angles quelconques qui ne peuvent être faites qu'avec un très bon cercle divisé.

Comme critérium de l'homogénéité optique entre le solide et le liquide, M. R. W. Cheshire (2) emploie une variante de la belle méthode des ombres de Foucault, souvent décrite sous le nom de « Schlieren méthode de Töpler ». L'échantillon de verre peut être sous les formes les plus diverses. L'égalité d'indice doit être réalisée avec la précision même que l'on cherche à obtenir, la méthode ne comportant aucune mesure de différence d'indices, ni par suite aucune interpolation. L'indice du liquide est mesuré, dans la cuve même, par la méthode de Pulfrich.

L'emploi d'une interpolation, qui évite la recherche de l'égalité parfaite d'indice, ainsi que l'usage d'un prisme de référence qui ramène tout à des mesures différentielles, rend la mesure beaucoup plus facile et plus précise.

11. Conclusion. — On peut, comme conclusion, se demander quels sont les cas où la méthode que je viens de décrire pourra être de quelque utilité.

Son grand avantage est de se prêter à l'emploi des formes les plus diverses d'échantillon, sans exiger aucune détermination portant sur leur forme géométrique, sans obliger à une taille précise ni même à un polissage des faces. Son emploi est tout indiqué pour la mesure des indices de lentilles que l'on ne veut pas détériorer, pour l'étude de cristaux ayant des faces naturelles grossièrement planes, mais

¹ L. C. MARTIN. *The refractometry and identification of glass specimens, especially lenses* Transactions of the Optical Society, décembre 1916.

² R.-W. CHESHIRE, *A new method of measuring the refractive index and dispersion of glass in lenticular or other forms based upon the « Schlieren method » of Töpler* Transactions of the Optical Society, vol. XVII, p. 411, décembre 1916 ; — et *Philosophical Magazine*, vol. XXXII, octobre 1916.

dont la taille est difficile, de corps que l'on peut fondre en perles, mais qui existent en trop petite quantité pour qu'on puisse commodément les tailler.

La même méthode est-elle susceptible de se substituer aux procédés généralement en usage pour l'étude des verres d'optique? Ces procédés sont les suivants :

1° Méthode de la déviation minima, ou l'une de ses variantes, telles que celle qui est employée dans un réfractomètre de Zeiss, où l'on opère par auto-collimation sur un prisme de 30°.

Cette méthode est assurément la plus directe et la plus précise, mais elle exige une taille correcte de l'échantillon, ainsi que la mesure de l'angle du prisme (pour lequel on se borne parfois à admettre la valeur assignée).

2° Méthode de l'incidence rasante, employée dans le réfractomètre de Pulfrich. La taille de l'échantillon ne comporte qu'une face plane et une autre grossièrement polie. La mesure est très rapide, mais la précision est à peine suffisante. On doit se borner à l'emploi de sources lumineuses donnant un petit nombre de raies intenses et bien séparées.

Dans la méthode par immersion, la mesure est certainement un peu plus longue, à cause du tâtonnement sur la composition du liquide; mais l'emploi d'échantillons presque bruts peut compenser et au delà cet inconvénient. Quant aux calculs, ils se réduisent presque à rien, et seraient encore diminués par l'emploi d'un appareil spécialement construit pour ces mesures, où la lecture des différences d'indice deviendrait presque directe. D'autre part, le dispositif que j'ai décrit permet l'emploi des sources de radiations simples les plus diverses, même de celles dont le spectre est très complexe, comme l'arc au fer ou le soleil; la séparation des raies a lieu par un très bon prisme, avec une grande dispersion, et aucune confusion n'est possible sur les raies servant aux mesures.

Il est, en somme, possible que, malgré sa complication un peu plus grande, la méthode par immersion trouve son application dans un assez grand nombre de cas.

Résumé. — Les indices de réfraction des corps solides peuvent être mesurés avec une précision atteignant le cinquième chiffre décimal au moyen d'une méthode par immersion qui consiste à préparer un mélange liquide ayant un indice voisin de celui du solide. On ne

cherche pas à réaliser l'égalité parfaite d'indice entre le liquide et le solide; il subsiste une légère déviation par le passage à travers le solide, produisant un effet que l'on mesure. En même temps, l'indice du liquide est mesuré par la déviation que donne un prisme de référence, d'indice très voisin, immergé lui aussi dans la cuve à liquide. Répétant ces opérations pour deux ou trois compositions du liquide on a tous les éléments pour calculer, par interpolation, l'indice cherché. La mesure est différentielle par rapport au prisme de référence, et n'exige que la mesure de petits angles.

Cette méthode est appliquée à diverses formes de corps transparents : lentilles; échantillon irrégulier à faces courbes; prisme à faces polies ou non polies; poudres à grains grossiers. Elle a le grand avantage de permettre des mesures sur des corps dont on ne veut pas changer la forme (lentilles), ou sur des échantillons de verre brut sans exiger aucune taille soignée ni même polissage des surfaces.

MÉTHODE POUR EXAMINER LA PURETÉ OPTIQUE DES CRISTAUX DE QUARTZ;

Par M. H. BUISSON.

Les interférences de la lumière polarisée ont été utilisées déjà depuis longtemps pour l'étude des cristaux. Il suffit de rappeler l'emploi du microscope polarisant dans la recherche des constituants des roches. Mais on s'est en général borné à opérer en lumière blanche, ce qui exclut les épaisseurs un peu grandes, et quelquefois seulement avec la lumière du sodium, qui n'est que médiocrement monochromatique.

En particulier, il a été nécessaire d'avoir un procédé pour examiner la pureté optique de cristaux tels que le quartz, qui sont destinés à être l'objet de recherches de précision, ou à constituer des étalons, comme c'est le cas en saccharimétrie. Pour cet examen, on a eu uniquement recours aux interférences produites dans la direction de l'axe, dues au pouvoir rotatoire, parce qu'alors les différences de marche sont petites, même avec des épaisseurs notables. On examine l'échantillon soit au Norremberg, dont l'emploi est assez peu commode, en lumière blanche ou avec celle du sodium, soit en se

servant d'un compensateur, formé de deux lames en coin, qui constitue un quartz de rotation inverse à celle de l'échantillon et permet d'annuler celle-ci, de façon que l'observation se fait en lumière blanche.

Un tel mode d'examen est impossible à employer dans le cas d'une lame parallèle à l'axe. Dans un tel cas, en effet, la différence de marche des deux rayons qui interfèrent est notable : entre nicols croisés, la lumière est toujours rétablie et les irrégularités sont noyées dans cet excès de lumière. Il n'en est plus de même si l'on prend comme source de lumière l'arc au mercure dans le vide, par exemple sous la forme de la lampe Cooper-Hewitt. Chacune des radiations émises est très fine, et l'on peut obtenir des interférences à grande différence de marche. Il est aussi facile d'examiner une lame parallèle à l'axe qu'une lame perpendiculaire; bien mieux, on peut étudier un fragment dans les différentes directions.

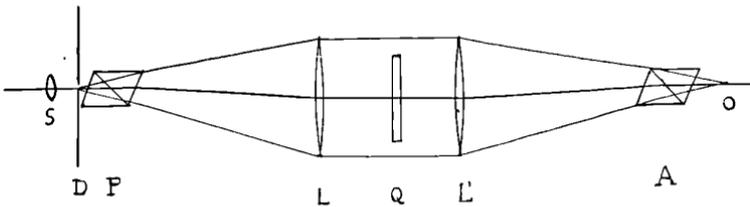


FIG. 1.

L'arrangement expérimental est des plus simples; il est représenté par la *fig. 1*. Le faisceau de lumière issu de la source *S* traverse successivement un diaphragme percé d'une ouverture variable *D*, un nicol polariseur *P*, une première lentille *L* qui le rend cylindrique, et va se concentrer au foyer d'une seconde lentille *L'*. Le nicol analyseur *A* est placé près de cette dernière, si sa section est petite ou entre les deux lentilles, si elle est assez grande pour ne pas diminuer la largeur du faisceau. Si l'on place l'œil au foyer *O* de la seconde lentille, on voit, en l'absence de lame cristalline, une plage uniformément éclairée, qui s'éteint si les nicols sont croisés. Introduit-on la lame entre les lentilles, en avant de l'analyseur, la lumière reparait, mais l'éclairement n'est pas uniforme, et les irrégularités du cristal deviennent visibles. Si, par l'interposition d'écrans absorbants convenables, on n'emploie qu'une seule des

radiations émises par la source, le champ lumineux, d'une seule couleur, montre des plages brillantes et sombres qui renseignent sur la place et la forme des irrégularités. En faisant tourner la lame autour d'un axe normal au faisceau, on a une vision sous un angle différent, on fait varier l'aspect obtenu et l'on a vraiment l'impression de voir à l'intérieur du cristal. Dans le cas de deux fragments voisins dont la cristallisation est un peu différemment orientée, on croit voir la surface de séparation.

Si l'on conserve toutes les radiations de la source, on obtient des plages de coloration différente, et comme les couleurs sont très tranchées, l'aspect est des plus frappants; de légères différences qui se traduiraient en lumière homogène par une inégalité d'éclat, se manifestent cette fois par des colorations nettement distinctes, comme le jaune, le vert et le violet. Par contre, les détails un peu délicats se voient beaucoup mieux en lumière homogène.

L'efficacité de ce procédé d'examen tient d'abord à la simplicité des radiations employées qui permettent d'obtenir des interférences avec d'assez grandes épaisseurs de cristal, et à leur différence de coloration qui donne des contrastes et à leur variété, puisque l'une peut faire voir ce qui reste invisible avec une autre. Mais elle dépend tout autant de l'emploi de la lumière parallèle pour produire les interférences. Si, en effet, le faisceau de lumière se partageait en faisceaux d'inclinaisons notablement différentes, les variations des interférences produites en fonction de l'inclinaison ne tarderaient pas à tout confondre, et cela d'autant plus vite que l'épaisseur du quartz est plus grande. Avec les épaisseurs considérables que l'on peut avoir à examiner, ce parallélisme doit être réalisé à près d'un degré. C'est le diaphragme placé près de la source qui règle le parallélisme du faisceau; on en réduit l'ouverture pour examiner des cristaux de grande épaisseur. Le grand éclat intrinsèque de l'arc au mercure permet l'emploi d'une petite ouverture, en laissant une quantité de lumière suffisante, ce qui ne pourrait avoir lieu avec une source aussi peu éclatante qu'une flamme de sodium.

Un avantage de ce procédé d'examen est qu'il ne nécessite pas une taille parfaite de la lame. Il n'est pas nécessaire que les surfaces soient polies, ni même doucies; un dépoli grossier n'est pas gênant. Il suffit de plonger l'échantillon dans une cuve contenant un mélange de même indice que le quartz (sulfure de carbone et benzine pour que le grain de la surface disparaisse et ne gêne en rien l'examen.

On voit le grand avantage qu'il y a à pouvoir étudier en tous sens, tant parallèlement que perpendiculairement à l'axe, un fragment après sciage du bloc original sans avoir à exécuter un polissage, ni à réaliser une orientation exacte des faces. Cet examen en tous sens est nécessaire, car une irrégularité peut être visible dans une direction, et au contraire, passer inaperçue dans une autre.

Les figures ci-contre représentent quelques aspects caractéristiques de différents échantillons de quartz. Ce sont des photographies reproduites toutes en positif, c'est-à-dire que les parties blanches du dessin correspondent aux régions brillantes.

Pour les obtenir on a placé un appareil photographique à la suite du faisceau, de façon que son objectif se trouve au foyer de la seconde lentille, là où était l'œil dans l'observation visuelle. La mise au point doit être faite sur l'endroit où sont localisés les phénomènes d'interférence, c'est-à-dire sur la lame de cristal.

La *fig. 2* est relative à une lame de quartz de un centimètre d'épaisseur, parallèle à l'axe, examinée avec la lumière verte du mercure. Les nicols sont croisés, et l'axe de la lame est à 45° de celui de l'un des nicols. Il se trouve que la lame maintient l'extinction, sauf dans l'angle supérieur de gauche et sur des lignes obliques extrêmement fines, où la lumière reparait avec éclat. Le constructeur qui n'avait examiné l'échantillon que suivant la direction de l'axe, avait signalé comme défectueuse toute la partie supérieure de la lame, sur un quart de sa largeur. On voit combien le nouveau procédé précise avec détails les irrégularités et la structure du cristal.

Une apparence analogue est représentée dans la *fig. 3*. L'échantillon est un bloc cubique de 50 millimètres d'arête, parallèle à l'axe, tiré du même cristal que la lame précédente. Cette fois l'épaisseur examinée est considérable, mais on reconnaît encore la même structure, en couches extrêmement fines qui traversent toute la masse.

Les *fig. 4, 5, 6*, reproduisent les différents aspects d'un cube de quartz, de 38 millimètres d'arête, placé aussi parallèlement à l'axe. La première et la seconde ont été faites avec la même orientation du cristal, l'une en lumière verte, l'autre en lumière violette; alors que celle-ci montre une grosse irrégularité noire, verticale, entre deux plages également brillantes, pour la première les deux plages sont d'éclat très différent, celle de gauche claire, et celle de droite sombre; il en résulte qu'en employant ensemble la lumière de ces deux radiations, un côté est violet et l'autre verdâtre, ce qui produit

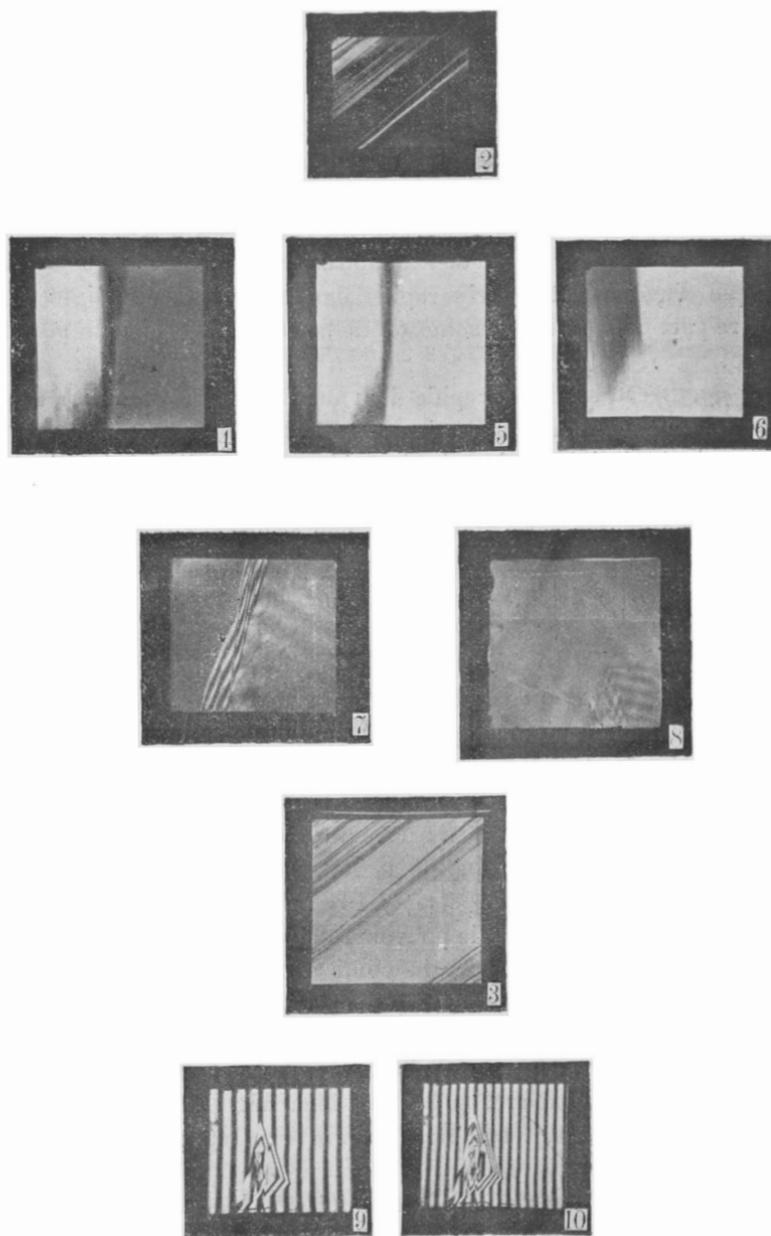


FIG. 2 a 10.

un contraste saisissant. Fait-on maintenant varier un peu l'inclinaison du quartz sur le faisceau, l'aspect change alors complètement, la grosse raie noire disparaît et la plage de gauche se montre striée de fines cannelures (*fig.* 6, lumière verte). Ces variations d'aspect sont si nettes qu'en faisant tourner le cristal, on a vraiment l'impression de voir à l'intérieur ce qui en trouble la limpidité.

La *fig.* 7 se rapporte encore au même échantillon, mais placé cette fois normalement à l'axe (lumière verte). On a d'une part un alignement très serré de taches noires et brillantes qui sont la marque d'une variation très rapide dans la distribution interne, d'autre part quelques traces fines et de larges bandes dans la partie droite.

La *fig.* 8 est la photographie d'un autre cube, de 40 millimètres d'arête, examiné dans la direction de l'axe. Il ne présente pas d'aussi grosses irrégularités que le précédent, bien que dans l'angle inférieur, à droite, se présentent quelques troubles bien nets, et que l'ensemble montre une double série de bandes peu accusées, qui se coupent suivant une ligne droite. On ne retrouve pas ici la fine structure en lamelles du cube de 50, mais quelque chose moins grave, quoique moins bien défini.

Enfin les *fig.* 9 et 10 sont relatives à un prisme faisant partie d'un spectroscope pour l'étude de l'ultra-violet. On a placé ce prisme dans une cuve contenant un mélange de benzine et de sulfure de carbone pour annuler la déviation. Comme l'axe du quartz est normal au plan bissecteur, on observe entre nicols un système de franges dues au pouvoir rotatoire. En utilisant des écrans absorbants convenables, il est possible de n'avoir que de la lumière homogène. La *fig.* 9 est due à la radiation violette et la *fig.* 10 au groupe ultra-violet 3650. La très grande dispersion de pouvoir rotatoire se traduit par la variation, d'une figure à l'autre, du nombre des franges. Le quartz contient une grosse irrégularité qui se manifeste par une déformation complète des franges et de nombreuses brisures, bien qu'on puisse encore suivre chacune d'elles. Dans le cas actuel, en opérant avec de la lumière blanche, on pourrait bien voir que le quartz n'est pas pur, mais on serait bien loin d'avoir la netteté qui est obtenue ici.

On examinerait sans plus de difficulté une lentille ou tout autre objet de quartz.

En définitive, l'emploi de l'arc au mercure permet d'examiner avec

DE BROGLIE. — ANALYSE SPECTRALE PAR ABSORPTION 31
précision, sans appareil spécial et sans aucune difficulté la pureté optique d'un fragment de quartz. Il offre sur les procédés utilisés antérieurement l'avantage d'avoir plus d'exactitude et de pouvoir être appliqué à des lames parallèles à l'axe, de toute épaisseur, sans qu'on soit gêné par la grande différence de marche des deux ondes interférentes.

QUELQUES RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX SUR LA SENSIBILITÉ
DE L'ANALYSE SPECTRALE PAR ABSORPTION, AUX FRÉQUENCES DES RAYONS X,
ET SUR LE SPECTRE D'ABSORPTION DE HAUTE FRÉQUENCE DU RADIUM ;

Par M. Maurice DE BROGLIE.

Les méthodes d'analyse spectrale, basées sur les spectres d'émission et d'absorption des rayons X, apportent un moyen de plus de déceler la présence d'éléments connus et, probablement, d'en découvrir de nouveaux ; cette branche de la science est encore trop jeune pour entrer dès à présent dans la pratique courante, mais on peut commencer à prévoir quel ordre de sensibilité elle permet d'atteindre et à citer quelques résultats d'expérience.

L'analyse spectrale par rayons X se présente sous trois formes principales :

1° La substance dont on recherche le spectre est incorporée à l'anticathode (c'est-à-dire placée à l'intérieur de l'ampoule et fixée d'une manière ou d'une autre sur la surface qui reçoit le jet des rayons cathodiques) ; quand l'anticathode elle-même contient des impuretés, leurs lignes principales se retrouvent également dans le spectre émis.

Moseley, Siegbahn, Stenstrom et d'autres auteurs ont ainsi obtenu le spectre de diverses substances, tassées en poudre fine dans des rainures de l'anticathode.

Il est probable que cette méthode est celle qui possède le plus de sensibilité, c'est-à-dire celle qui permet de déceler les plus petites quantités d'éléments à reconnaître dans la substance à analyser, mais elle offre un inconvénient grave, qui est d'introduire la matière à étudier dans le tube et de faire le vide dans ces conditions.

Les dégagements de gaz et de vapeurs rendent l'opération délicate ; l'échauffement de l'anticathode et l'effet direct des rayons cathodiques tendent à désagréger la matière soumise au bombardement ; le vide ne se maintient pas et l'ampoule est rapidement hors d'usage. Une opération de ce genre reste encore, en somme, un travail très délicat de laboratoire ;

2° On peut opérer par rayons secondaires ; c'est-à-dire analyser le spectre émis par la substance à étudier, quand elle est soumise elle-même à un faisceau primaire de rayons X émis par un tube ordinaire.

J'ai publié dans le *Journal de physique* (1) un certain nombre de renseignements sur cette question et je n'y reviendrai pas aujourd'hui ; je me bornerai à citer deux exemples où j'ai eu l'occasion d'employer cette méthode. Des oxydes déposés sur le filament d'une lampe de télégraphie sans fil à trois électrodes ont pu être étudiés (au point de vue de leurs constituants à poids atomique élevé) sans ouvrir la lampe ; un plateau de laiton doré contenu dans un microphone de sous-marin a été reconnu comme laiton doré sans démonter l'appareil.

3° On peut enfin profiter de la simplicité et de la netteté des phénomènes d'absorption présentés par tous les éléments vis-à-vis des rayons X, pour chercher à les caractériser par la présence de leur bande critique d'absorption.

Pour tous les corps simples expérimentés, il existe une discontinuité brusque dans le coefficient d'absorption, pour une longueur d'onde très voisine de celle des raies du groupe K, qui possède la plus haute fréquence.

Cette particularité spectrale est aisément mise en évidence par la photographie au cristal tournant et se traduit par un changement très brusque dans l'intensité de l'impression photographique. L'intensité initiale étant I_0 , l'intensité I_x , après traversée d'une épaisseur x d'écran, est :

$$I_x = I_0 e^{-\mu x}.$$

Si le coefficient μ saute brusquement d'une valeur μ_1 à une valeur

(1) *Journal de Physique*, 1916, p. 227.

μ_2 , les intensités de chaque côté seront I_1 et I_2 telles que :

$$I_1 = I_0 e^{-\mu_1 x}, \quad I_2 = I_0 e^{-\mu_2 x}, \quad \frac{I_1}{I_2} = e^{-(\mu_1 - \mu_2) x}.$$

Le contraste mesuré par le rapport $\frac{I_1}{I_2}$ croîtra donc exponentiellement avec x .

Prenons le cas des éléments voisins du poids atomique 100, pour lesquels μ_1 est de l'ordre de $\frac{1}{2} \mu_2$, et μ_2 de l'ordre de 100 en unités C. G. S. ; le contraste sera mesuré par e^{-700x} . C'est-à-dire que pour une épaisseur x de un dixième de millimètre, le rapport des intensités de part et d'autre de la discontinuité sera de l'ordre de e^{-7} ; l'intensité passera de 1.000 à moins de 1.

Pratiquement, en tenant compte du voile des plaques, de la présence des spectres d'ordre supérieur, plus pénétrants, qui viennent se superposer dans la région considérée, il faut, pour un contraste bien visible, que le rapport calculé des intensités reste supérieur à 2. J'ai fait quelques recherches quantitatives, pour apprécier jusqu'à quelle dilution on peut descendre, tout en gardant un enregistrement suffisant des phénomènes d'absorption.

La solution absorbante expérimentée était une solution de chlorure de Baryum dans l'eau, sans présence d'autres éléments chimiques; ce qui intervient donc, pour limiter l'épaisseur sous laquelle on pourra faire traverser la solution par les rayons, c'est seulement l'absorption par le solvant, qui finit naturellement par dominer quand la dilution augmente.

Dans la région où l'on peut songer à enregistrer des spectres d'absorption, dans des conditions faciles, c'est-à-dire pour des longueurs d'onde inférieures à $\lambda = 2.10^{-8}$ centimètre des corps, tels que l'aluminium, le verre, l'eau, le celluloïd ne présentent pas d'absorption sélective; l'aluminium et le verre sont environ neuf fois plus absorbants que l'eau et le celluloïd; il y aura donc lieu de renfermer les solutions dans de petits récipients de celluloïd.

A l'endroit de la bande critique du Baryum $\lambda = 0,328. 10^{-8}$ centimètre, l'épaisseur d'eau qui absorbe de moitié l'énergie incidente est de l'ordre de 30 millimètres, de sorte qu'on peut admettre une épaisseur totale de solution traversée de l'ordre de quelques centimètres.

Une solution de chlorure de Baryum contenant 5 grammes de sel

par litre a donné une opposition bien tranchée sous une épaisseur de 3 centimètres ; avec des épaisseurs un peu plus grandes on peut encore reconnaître la présence du Baryum dans une solution contenant 1 gramme de sel par litre ; en considérant le prisme ayant pour base la surface de la fente 2 à 3 millimètres carrés), on voit qu'il contient une quantité de Baryum inférieure à 1 milligramme.

Si l'on dispose à l'état solide de la substance à essayer, c'est donc seulement une quantité de cet ordre qui sera nécessaire ; on n'aura qu'à la disposer sur la fente, et on ne la perdra pas ainsi qu'il arrive dans les réactions spectroscopiques lumineuses utilisant la flamme ou l'étincelle.

Enfin il ne faut pas oublier que la bande d'absorption d'un corps peut masquer celle d'un autre corps ; par exemple une petite quantité d'un élément, mêlée à un grand excès d'un autre élément de poids atomique un peu supérieur, sera difficile à reconnaître par absorption.

Bandes d'absorption du Radium. — Les résultats qui sont exposés plus haut montrent qu'on peut, avec de très petites quantités de matière, obtenir des résultats dans les spectres d'absorption des rayons X. On peut donc, en particulier, étudier des préparations concentrées de substances radioactives.

En voici quelques exemples :

a) Un petit tube de verre (épaisseur des parois 0^{mm},3) percé d'un trou capillaire contient environ 2 milligrammes de sulfate de radium précipité à 900 0 ; le reste étant surtout constitué par du sulfate de Baryum ; on le place devant la fente du spectrographe et on explore par photographie la région qui correspond aux longueurs d'onde inférieures à 0,5 10⁻⁸ centimètre. On doit trouver là la bande K du radium aux environs de 1°15' sur le sel gemme, puis la bande K du Baryum ($\lambda = 0,328 \cdot 10^{-8}$ centimètre).

On trouve, en effet, la bande du Baryum très fortement marquée ; il y a bien une indication pour la présence de la bande K du radium, mais sans netteté suffisante ; j'ai pu, autrefois⁽¹⁾, suivre les bandes K des éléments jusqu'au bismuth (N = 83) où la discontinuité est encore très nette, le thorium (N = 92) donnait un phénomène flou, le radium (N = 88) se place entre les deux ; les rayons correspondant à

(1) *Journal de Physique*, 1916, p. 16.

sa bande K sont déjà si pénétrants que le bord de la bande ne peut être déterminé exactement.

La même préparation dans le même tube est examinée par les rayons de longueur d'onde 0,5 à $1,2 \cdot 10^{-8}$ centimètre ; on voit encore très fortement le second ordre de la bande du Baryum, mais les parois de verre et la substance elle-même absorbent énergiquement le fond continu qui permettrait de voir les phénomènes d'absorption relatifs à la région considérée ; il faut opérer autrement et, en particulier, rejeter les parois de verre, dès qu'elles dépassent quelques dixièmes de millimètres d'épaisseur.

b On s'est alors adressé à une préparation, également de sulfate de radium, contenue dans un tube en celluloïd de 2 millimètres de paroi ; avec cette grande épaisseur de celluloïd le résultat est encore approximativement le même ; cette préparation montre encore très fortement la bande du Baryum.

c Une solution contenant environ 25 milligrammes de chlorure de radium par centimètre cube est renfermée dans un tube d'acétate de cellulose, à paroi mince de 2 millimètres de diamètre il y a 20 millimètres cubes de solution, soit 0,5 milligramme de chlorure de radium, en explorant les longueurs d'onde de 0,5 à $1,2 \cdot 10^{-8}$ centimètre, on trouve deux bandes caractéristiques qui sont les bandes L_1 et L_2 de l'élément radium ; elles correspondent aux longueurs d'ondes suivantes :

L_1	λ	$0,802 \cdot 10^{-8}$ centimètre,
L_2	λ	$0,668 \cdot 10^{-8}$ centimètre.

Une bande faible tombe à $0,707 \cdot 10^{-8}$ centimètres et n'a pu recevoir d'attribution certaine ; cette longueur d'onde conviendrait à la bande L_2 de l'émanation, mais la quantité extraordinairement faible de cet élément ne permet pas de regarder cette origine comme vraisemblable ; de plus, la raie double $K\alpha$ du molybdène, souvent présente à l'état d'impureté dans le spectre des tubes Coolidge, vient se placer à peu près au même endroit et peut ajouter au noircissement de cette région de la plaque.

Une autre préparation, plus pure, de chlorure de radium à 95,5 0 0 ne contenant plus que 0,5 0 0 de Baryum, a fourni les mêmes résultats et ne présentait plus, d'une façon sensible, la bande caractéristique du Baryum.

Les deux bandes L_1 et L_2 du radium ont bien les positions qui assignent à cet élément le nombre atomique 88 d'après la loi :

$$\sqrt{\nu} = aN + b \quad \left(\nu = \frac{1}{\lambda} \right)$$

qui s'applique aux bandes L des éléments jusqu'ici expérimentés.

En première approximation, il ne paraît donc pas y avoir, pour les éléments radioactifs tels que le radium, de particularité remarquable dans la région L d'absorption ; je considère néanmoins comme probable, qu'aux très hautes fréquences, dépassant de beaucoup la région K d'absorption, les éléments radioactifs doivent présenter des phénomènes d'absorption remarquables, en raison du caractère instable de leur noyau.

Maison SOLEIL - J. DUBOSCQ, fondée en 1819

PH. ^{O. * I. * * * * *} ET F. ^{* *} PELLIN

Ingénieurs-Constructeurs

Adr. tél. FEXIPEL-PARIS

Téléphone 813-26

5, Avenue d'Orléans — PARIS (Anc^t 21, rue de l'Odéon)

DIPLOMES D'HONNEUR ET MEDAILLES D'OR : 1883-1889

GRANDS PRIX : PARIS 1900, SAINT-LOUIS 1904, LIÈGE 1905, MILAN 1906

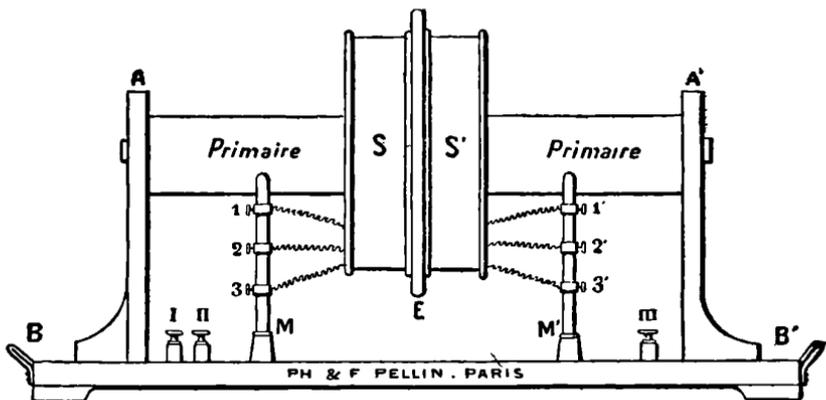
HORS CONCOURS, MEMBRE DU JURY : BRUXELLES 1897, LONDRES 1908, BRUXELLES 1910
TURIN 1911, GAND 1913

APPAREILS D'OPTIQUE pour les SCIENCES et l'INDUSTRIE

APPAREILS DE HAUTE PRÉCISION

PLANS - PRISMES - OPTIQUE SUPÉRIEURE

Le Catalogue comprend 11 fascicules



Transformateur de résonance de MM. G.-A. Hemsalech et C. Tissot.

Modèle de laboratoire à l'usage des Spectroscopistes.

Envoi de notices sur demande — Devis pour Installations

RÉFÉRENCES SUR DEMANDE

Ancienne Maison MICHEL et C^{ie}

Compagnie pour la Fabrication des Compteurs ET MATÉRIEL D'USINES A GAZ

Société anonyme : capital 27.000.000 de francs — 16 & 18, bd de Vaugirard, PARIS

PYROMÈTRES à COUPLES THERMO-ÉLECTRIQUES PYROMÈTRES à RADIATIONS

TÉLESCOPE PYROMÉTRIQUE, Système FÉRY

pour la mesure des températures de 400° à 3500°

COMPTEURS ET APPAREILS
DE MESURES D'ÉLECTRICITÉ

COMPTEURS D'ALCOOL

Transformateurs de mesures



PERMÉAMÈTRE ILIOVICI
FLUXMÈTRE GRASSOT
ONDOGRAPHE HOSPITALIER
Phasemètres, Fréquencemètres

VOLTMÈTRES, AMPÈREMÈTRES et WATTMÈTRES. ÉTALONS ÉLECTRODYNAMIQUES

Établissements H. PILON

53, rue de Paris, ASNIÈRES (Seine)

Téléph. : WAGRAM 87-02

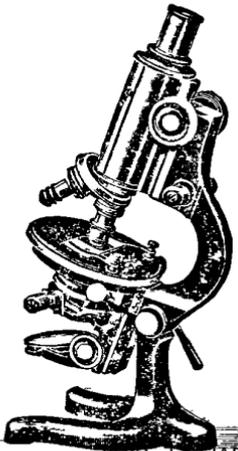
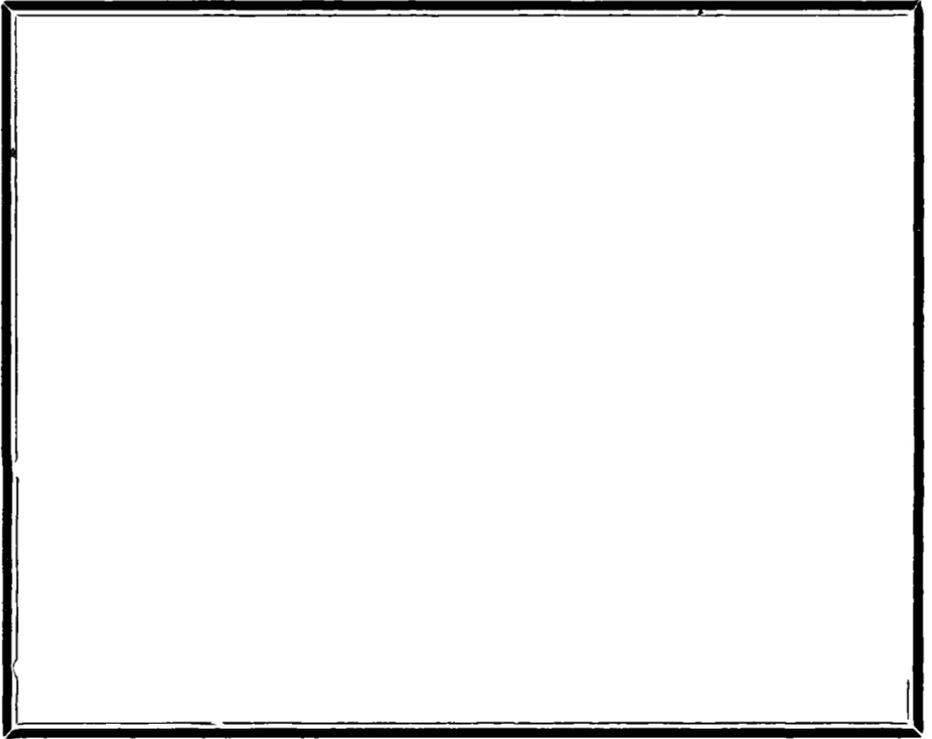
Adresse télégr. : RAYONIX ASNIÈRES-SEINE

FABRIQUE DE TUBES A RAYONS X

SPÉCIALITÉS DE VERRERIE DE PRÉCISION
POUR LABORATOIRES ET TUBÉS A RAYONS X
SPÉCIAUX POUR RECHERCHES

POMPES A VIDE

ENVOI FRANCO DU CATALOGUE



MICROGRAPHIE — BACTÉRIOLOGIE

E. COGIT & C^{IE}

CONSTRUCTEURS D'INSTRUMENTS ET D'APPAREILS POUR LES SCIENCES

36, Boulevard Saint-Michel, 36

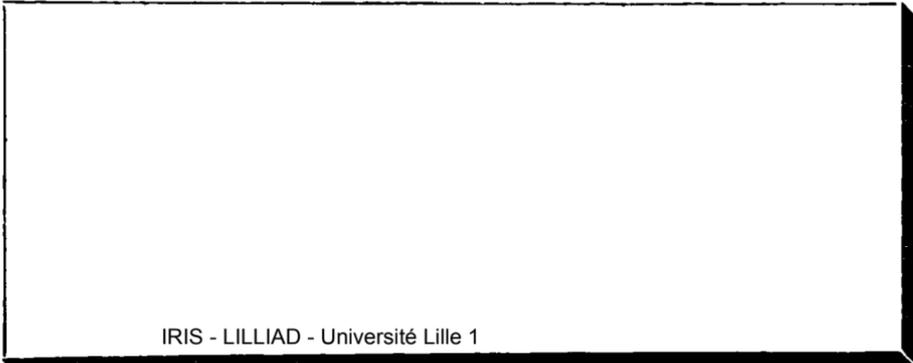
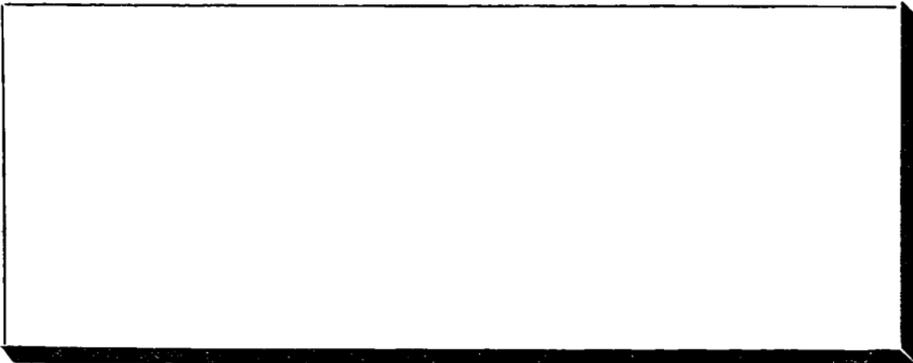
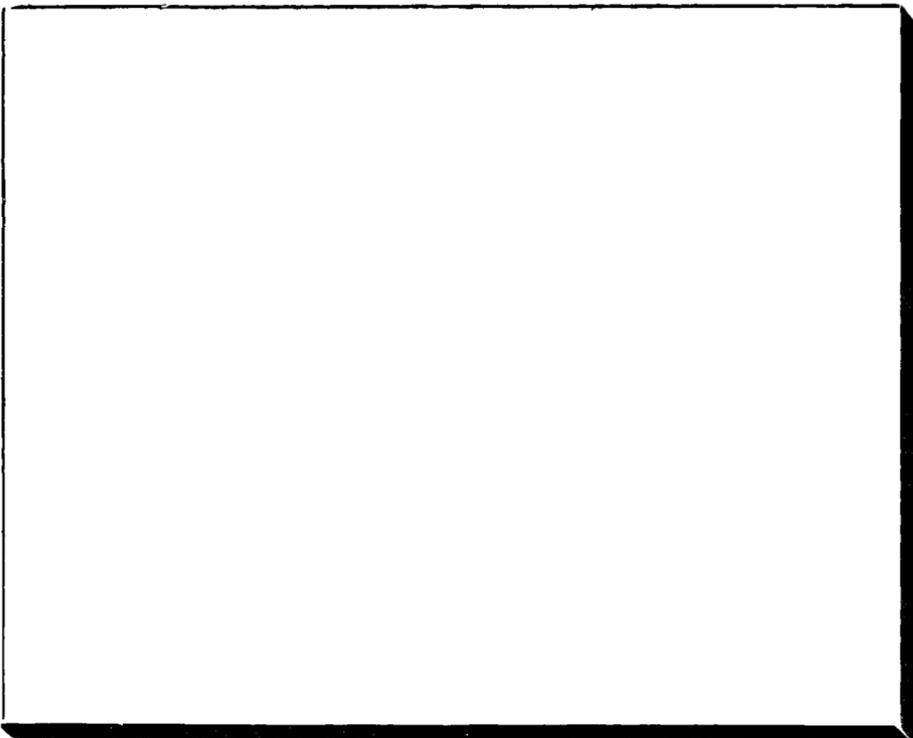
PARIS — Téléphone 812-20

Ateliers de Construction. Expéditions et Verrerie en gros
19, Rue Humboldt, PARIS

REPRESENTANTS EXCLUSIFS POUR LA FRANCE DES

Microscopes KORITSKA de MILAN

NOUVEL ÉCLAIRAGE SUR FOND NOIR POUR ULTRAMICROSCOPE



SOCIÉTÉ INDUSTRIELLE DES TÉLÉPHONES

(Constructions électriques, caoutchouc, câbles)

Société anonyme au capital de 18.000.000 de francs

25, rue du Quatre-Septembre, 25. — PARIS

Appareillage électrique

TABLEAUX DE DISTRIBUTION

POUR STATIONS CENTRALES,
SOUS-STATIONS, POSTES DE TRANSFORMATION
Interrupteurs MONOBLOC

Régulateur J.-L. ROUTIN

*Dispositif de protection, système L. NEU
Télégraphie sur les lignes à haute tension*

APPAREILS AUTOMATIQUES DE DÉMARRAGE

Matériel Téléphonique

LE MONOPHONE

MICROPHONE PARIS-ROME
COMMUTATEURS " STANDARD "

INSTALLATIONS A ÉNERGIE CENTRALE

BUREAUX CENTRAUX -- MULTIPLES

*Matériel protégé pour les transports d'énergie
Matériel spécial pour les chemins de fer, les mines*

INSTALLATIONS PRIVÉES

Fils et Câbles électriques

CABLES ARMÉS

Câbles pour puits et galeries de mines, câbles et treuils de fonçage

MATÉRIEL COMPLET POUR GRUES ÉLECTRIQUES

Boîtes de prises de courant

Appareil A. LÉAUTÉ, pour essais par résonance de canalisations électriques à hautes tensions

CABLES TÉLÉPHONIQUES

ATELIERS R. MAILHAT

MOURONVAL, ANCIEN ÉLÈVE DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE, SUCCESEUR

10, rue Émile-Dubois, PARIS XIV^e

MÉCANIQUE & OPTIQUE DE PRÉCISION EN TOUS GENRES

Instruments d'observatoires et de laboratoires. Objectifs. Miroirs.

Prismes. Lunettes. Spectroscopie. Instruments de mesure.

Micromètres. Chronographes. Pièces détachées. Instruments nouveaux sur plans et indications. Travaux à façon.

MATÉRIEL ANCEL
pour télégraphie et téléphonie sans fil, émission et réception; postes complets et organes séparés. — Récepteur de T. S. F. à manœuvre automatique pour signaux horaires. — Appareil de télémechanique Gannier-Ancel.

MATÉRIEL ANCEL
pour rayons X et haute fréquence: bobines intensives, interrupteurs à gaz, tableaux de distribution, condensateurs à air, à pétrole, résonateurs, éclateurs, ampoules, soupapes, écrans et accessoires divers.

Louis ANCEL

Ingén. des Arts et Manufact.
Construct. breveté s. g. d. g.

BUREAUX.

ATELIERS ET LABORATOIRES
91, boul. Pereire (Sud)
PARIS, XVII^e

Anciennement 13, rue Brochant

BRUXELLES 1910: MÉDAILLE D'OR

GRAND PRIX, TURIN 1911

GAND 1913, LYON 1914

Membre du Jury, H rs Concours
Université Lyon 1914

Construction de tous appareils de laboratoire pour physique, chimie et électro-chimie. Construction et réparation d'outillage pour mécanique de précision.

SPECTROGRAPHE ANCEL
à prisme ou à réseau

INSTALLATION DE LABORATOIRES

RÉPARATION D'APPAREILS

Cellules de sélénium extra-sensibles Ancel sans inertie, modèles spéciaux sur commande.

GAUTHIER-VILLARS, 55, quai des Grands-Augustins, PARIS

SOCIÉTÉ FRANÇAISE DE PHYSIQUE

RÉCUEIL

DE

CONSTANTES PHYSIQUES

Ce magnifique volume de 753 pages, publié par

Henri ABRAHAM

Professeur à la Sorbonne, Secrétaire de la Société française de Physique,

ET

Paul SACERDOTE

Docteur ès sciences, Professeur au collège Chaptal,

Avec la collaboration de nombreux savants,

Renferme, groupées en 307 tableaux, toutes les constantes physiques, les formules et les données pratiques dont on peut avoir besoin au Laboratoire, à l'Usine ou à l'Amphithéâtre.

Le sens critique qui a présidé au choix des matériaux, la limpidité de composition des tableaux, la clarté de l'ordonnance distributive des sujets, la rapidité avec laquelle on peut trouver la page désirée, font, de ce volume, un instrument de travail fort précieux.

NOTA. — Les Auteurs, dans la rédaction de leurs mémoires, sont priés de se conformer désormais, autant qu'il leur sera possible, aux conventions, notations et formules adoptées dans le « **Recueil de constantes physiques** ».

ANCIENNE MAISON ALVERGNIAT FRÈRES

J. THURNEYSSSEN,

Successeur de V. CHABAUD

58, Rue Monsieur-le-Prince, PARIS (6)

APPAREILS DE PHYSIQUE ET DE CHIMIE

POMPES et TROMPES à MERCURE

TUBES de CROOKES à OSMO RÉGULATEUR VILLARD

Électroscopes Hurmuzescu. — Électromètre capillaire de M. Lippmann. — Appareil de M. Debièrne pour la radioactivité. — Électroscope à filament de charbon de M. Villard

ATELIERS E. DUCRETET

F. DUCRETET & E. ROGER, Succrs

CONSTRUCTEURS

75, Rue Claude-Bernard, PARIS

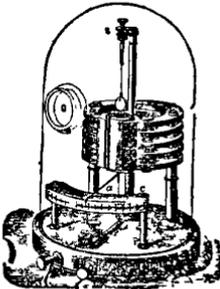
CABINETS DE PHYSIQUE COMPLETS

Notices et Catalogues illustres

APPAREILS DE COURS ET DE RECHERCHES

APPAREILS DE MESURES — INSTRUMENTS INDUSTRIELS

MATÉRIELS de TÉLEGRAPHIE sans FIL en usage aux grandes distances



G. MEKER et Cie

Société en commandite par actions. Capital : 220.000

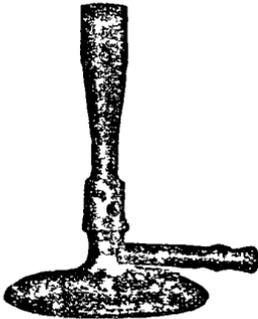
APPAREILS DE CHAUFFAGE AU GAZ

BRULEURS DE LABORATOIRES ET D'INDUSTRIE

Fours à très hautes températures

ÉTUDES DE TOUS CHAUFFAGES

37, rue Danton. Levallois (Seine)



MAISON FONDÉE EN 1864

TÉLÉPHONE

810 83

G. FONTAINE

CATALOGUES
ET DEVIS
SUR DEMANDE

RAOUL NEVEU SUCCESEUR

ÉLÈVE DE MM. ALVERGNIAT

ÉTUDE et CONSTRUCTION
D'APPAREILS DE CHIMIE ET DE PHYSIQUE

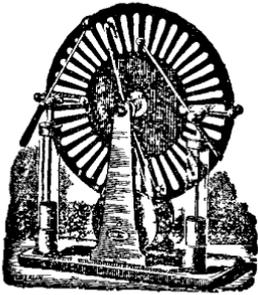
Fournitures Générales pour Laboratoires

PRODUITS CHIMIQUES PURS

PARIS

16 - 18 - 20
RUE MONSIEUR-LE-PRINCE





ROYCOURT Ing^r des Arts & Manufactures

Avenue d'Orléans, 71, PARIS

**MACHINES ÉLECTROSTATIQUES
WIMSHURST-BONETTI**

ELECTROTHERAPIE, H^{re} FRÉQUENCE, RAYONS X

Concessionnaire exclusif des appareils

ROIQUET

Transformateurs, Interrupteurs, Supports d'ampoules.

INSTRUMENTS DE PRÉCISION EN VERRE

G. BERLEMONT

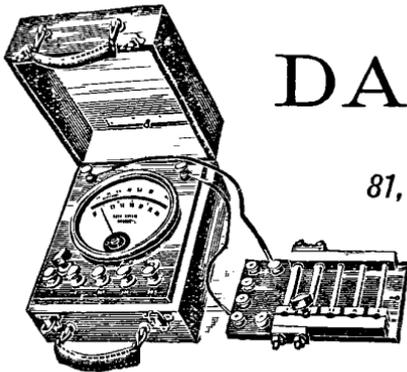
CONSTRUCTEUR

TÉLÉPHONE 807.22

PARIS - 11, Rue Cujas - PARIS

Chargé des Cours du Travail du Verre à l'École de Physique et de Chimie
et à la Faculté des Sciences de Paris

INSTALLATION TECHNIQUE DE LABORATOIRES SCIENTIFIQUES & INDUSTRIELS
VERRERIE; TERRE, GRÈS, PORCELAINE, CHAUFFAGE



C^{ie} F. A. C.

Tél. Roquette 33-42

DA & DUTILH

Ingénieurs-Constructeurs

81, rue Saint-Maur. — PARIS

Tous appareils de mesures électriques
industriels et de précision

SOCIÉTÉ D'APPAREILS DE MESURES

49, Rue de la Procession, PARIS



Appareils Szilard pour toutes mesures de

RADIOACTIVITÉ

VOLTMÈTRES statiques Szilard
de très faible capacité.

J. REGNIER, CONSTRUCTEUR

10, rue Victor-Cousin, et 19, rue Cujas, PARIS, — Téléph. : Gobelins 12-06

Maison spéciale pour la construction d'appareils de laboratoires
scientifiques et industriels

TRAVAUX DE SOUFFLAGE QUARTZ ET SILICE

Thermométrie et verrerie jaugée de précision. Mastic spécial. Fioles et
pipettes à échelle de température. Trompes à eau nouveau modèle. Régu-
lateurs précis de température. Tubes à Néon de M. Georges CLAUDE.

FOURNITURES GÉNÉRALES POUR LABORATOIRES
et ATELIERS de CONSTRUCTION D'APPAREILS de PRÉCISION

des Établissements POULENC Frères

122, boulevard Saint-Germain, PARIS

Siège social : 92, rue Vieille du-Temple

PRODUITS CHIMIQUES PURS | PRODUITS CHIMIQUES
POUR ANALYSES | INDUSTRIELS

Verre français marque " LABO "

VERRERIE SOUFFLÉE ET GRADUÉE

ÉCONOMIE de COMBUSTIBLE

de gaz et de liquide et gaz NOT

PYROMÈTRES

THERMOMÈTRES INDUSTRIELS

MESURE de la VITESSE des FLUIDES
(EAU ET GAZ)

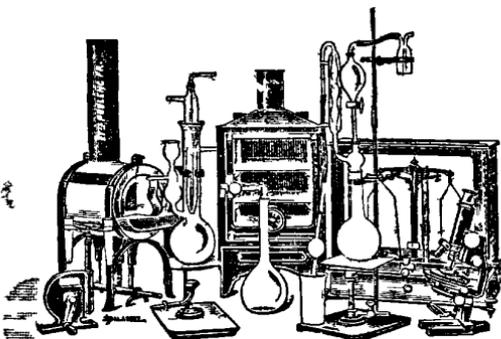
OBUS CALORIMÉTRIQUE DE MAHLER

UN L'ESSAI DES COMBUSTIBLES

OBUS DE MAHLER-GOUTAL

IL DOB GE U A NE
DANS LES S, NTER, ACIERS

APPAREILS pour les S n s et l'Indu trio



L'appareil idéal du touriste est le

VÉRASCOPE

10, rue HALÉVY
(Opéra)

DEMANDER LE CATALOGUE

25, Rue MELINGUE

PARIS

RICHARD

Nouvel obturateur extra-rapide donnant le 1/400 de seconde et permettant de faire les grands instantanés sans déformations

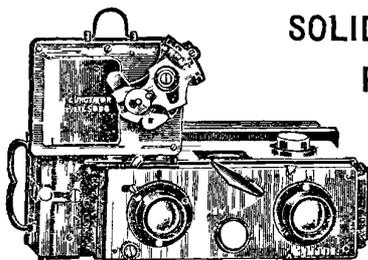
FORME correcte

GRANDEUR exacte

PERSPECTIVE juste

COULEUR vraie

Nouveauté !



VÉRASCOPE RICHARD PARIS

SOLIDE

PRÉCIS

ÉLÉGANT

PARFAIT

Nouveauté !

MAGASIN

pour pellicules en bobines

BREVETÉ S. G. D. G.

interchangeable avec le magasin pour plaques, et se chargeant instantanément en plein jour.



Le Cunctator Breveté S. G. D. G.

ou déclencheur automatique à temps permet à l'amateur de se photographier lui-même, de constituer le premier plan de son stéréogramme et d'animer le paysage.

POUR LES DÉBUTANTS

LE GLYPHOSCOPE

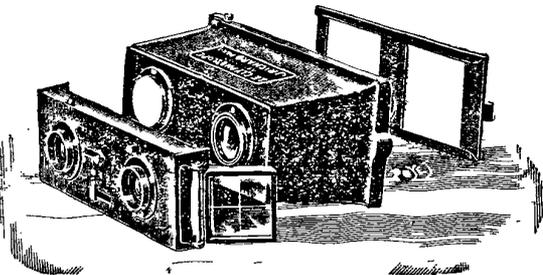
Breveté

S. G. D. G.

a les qualités fondamentales du Vérascope

Construit d'une façon irréprochable, en matière dure, comme dans le Vérascope, le décentrage par torsion ne peut pas se produire et la mise au point est rigoureusement fixe.

Seul, un appareil rigide, établi avec une extrême précision, possède ces qualités.



Les vues du Vérascope et du Glyphoscope se voient, se projettent, se classent avec le

TAXIPHOTE

Stéreo-classeur - distributeur automatique avec écartement variable des oculaires.

NOUVEAU MODÈLE avec 3 jeux d'oculaires interchangeables.

COURT FOYER pour regarder les vues en noir.

MOYEN FOYER pour les vues en couleurs montées.

PRISMES INVERSEURS pour les autochromes non coupées et non montées.

Ce Recueil paraît chaque mois.

JOURNAL DE PHYSIQUE

THÉORIQUE ET APPLIQUÉE.

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

CONTINUÉ

PAR ED. BOUTY

PUBLIÉ PAR

LA SOCIÉTÉ FRANÇAISE DE PHYSIQUE

Directeur de la publication : ~~AMÉDÉE~~ GUILLET

CINQUIÈME SÉRIE.

TOME IX. FÉVRIER 1919.

PARIS

Tout ce qui concerne la rédaction ou l'administration doit être adressé
IRIS - Université de Lille
à M. Amédée Guillet, 1, rue Pierre-Curie, Paris, 5^e

Par application de la loi du 7 avril 1879, tous les bureaux de poste de France, d'Algérie, de Belgique, de Danemark, de Hollande, d'Italie, de Norvège, de Portugal, de Suède et de Suisse sont autorisés à recevoir les abonnements. Nos lecteurs n'ont qu'à verser la somme de 25 francs pour la France et de 30 francs pour les pays ci-dessus désignés, au nom de M. Guillet, 1, rue Pierre Curie, V^e. Ils n'ont ni lettre ni mandat à envoyer.

Le Journal de Physique théorique et appli uée' paraît chaque mois et forme par an un volume grand in-8° de 40 à 66 feuilles, avec figures dans le texte. Les volumes de la première série, 1872-1881, se vendent séparément 30 francs (sauf l'année 1873 épuisée). Les vingt derniers volumes, 1882-1901, se vendent séparément..... 25 fr.

Les abonnements sont annuels et partent de janvier

Prix pour un an (12 numéros) :

France..... 25 fr.
Étranger..... 30 fr.

On s'abonne dans tous les bureaux de poste, au nom de M. GUILLET, 1, rue Pierre-Curie, Paris, V^e.

La table générale des trois séries (1872-1901) est mise en vente au prix de 10 francs.

TARIF DES TIRAGES A PART

	25 exemplaires	50 exemplaires	100 exemplaires	150 exemplaires
4 pages.....	14 »	16 »	18 »	20 »
8 —.....	22 »	24 »	26 »	28 »
12 —.....	30 »	32 »	37 »	46 »
16 —.....	35 »	39 »	44 »	53 »

Ces prix s'entendent avec une couverture passe-partout.
Composition d'un titre : 5 francs.
Couverture avec impression à la charge des auteurs :

25 ex.	50 ex.	100 ex.	150 ex.	200 ex.	300 ex.
41 »	12 »	14 »	16 »	18 »	20 »

Tout ce qui concerne la rédaction ou l'administration doit être adressé à M. Amédée Guillet, 1, rue Pierre-Curie, Paris, 5^e.

AVIS

Les circonstances n'ont pas permis de publier le **Journal de Physique, théorique et appliquée**, au cours des années 1915 et 1918.

Un volume, relatif à chacune de ces années, sera établi ultérieurement et contiendra l'exposé de recherches qui ne pouvaient être publiées qu'après la Guerre, ou concernant les travaux fondamentaux faits à l'étranger au cours de 1915 et de 1918.

SOCIÉTÉ FRANÇAISE DE PHYSIQUE.

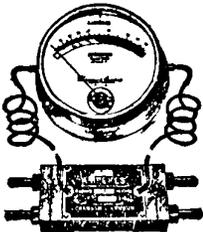
Secrétaire général : M. M^{DE} BROGLIE 29, rue de Chateaubriand, Paris, VIII^e.
Téléphone : 520 29)

Trésorier : M. Ph. PELLIN, 5, avenue d'Orléans Paris, XIV^e.

TABLE DES MATIERES.

FÉVRIER 1919.

Ch. FABRY et BUISSON. Description et emploi du nouveau photomètre.....	7
VAILLANT. Phénomènes de polarisation en coulant à terre.....	46
M. AUBERT — Famille continue de courbes terminales du spirale réglant pouvant être construites par points et par tangentes.....	63



CHAUVIN et ARNOUX

INGÉNIEURS-CONSTRUCTEURS

186 et 188, Rue Championnet, PARIS

APPAREILS POUR TOUTES MESURES ÉLECTRIQUES
POUR LE LABORATOIRE,
LE CONTRÔLE ET LE TABLEAU

4 MÉDAILLES D'OR, 4 GRANDS PRIX. — HORS CONCOURS, MILAN
DEMANDER L'ALBUM GÉNÉRAL

APPAREILS D'ACOUSTIQUE

POUR LA DÉMONSTRATION

Maison fondée en 1872, par **J. LANCELOT**, Constructeur
70, Avenue du Maine, PARIS (14^e)

FOURNISSEUR DES MINISTÈRES, DES UNIVERSITÉS, LYCÉES & COLLÈGES

Médailles d'Or aux Expositions

(ENVOI FRANCO DU CATALOGUE)

FOURNITURES GÉNÉRALES POUR LA PHOTOGRAPHIE APPLIQUÉE A L'INDUSTRIE ET AUX SCIENCES

G.-H. CALMELS, 150, B^d du Montparnasse, PARIS (XIV^e)

MATÉRIEL DE DÉMONSTRATION ET D'ENSEIGNEMENT
POUR L'OPTIQUE ET LA SPECTROSCOPIE

Moulages de réseaux de diffraction, 570 traits au millimètre, depuis 13 francs.

Spectroscopes à vision directe, à réseau, de 13 à 200 francs.

Spectrographes (5 spectres sur plaque 9×12), depuis 80 francs.

Cuves à faces parallèles, cuves prismatiques, cuves lenticulaires.

Ecrans colorés monochromatiques et pour toutes applications.

Matières colorantes, pures et ordinaires, de toutes provenances.

Verrerie soufflée (tubes à essais 14×140 à 30 francs le mille).

ATELIERS DE MÉCANIQUE ET D'ÉBÉNISTERIE DE PRÉCISION
EXTRAIT DU CATALOGUE GÉNÉRAL FRANCO SUR DEMANDE

APPAREILS D'OPTIQUE POUR LES SCIENCES ET L'INDUSTRIE

Saccharimètres et Polarimètres
Laurent. — Goniomètres. — Réfractomètres. — Spectroscopes de Laboratoire, 1, 2 ou 4 prismes de 60°. — Spectroscopes à vision directe. — Dispositif à oculaire ou à chambre photographique. — Grands spectrographes à retour, à objectifs ou à miroirs. — Minimum de déviation automatique. — Miroirs. — Objectifs. — Prismes fins, quartz, spath, etc.

MATÉRIEL POUR L'ASTROPHYSIQUE

A. JOBIN

BUREAUX et ATELIERS

31, rue Humboldt (14^e)
Anciennement, 21, r. de l'Odéon

Paris 1889 : Grand Prix

Paris 1900 : Grand Prix

THÉODOLITES

ET INSTRUMENTS DE GÉOÉSIE

SURFACES PLANES

APPAREILS INTERFERENTIELS

Interféromètres
et étalons interférentiels
Perot et Fabry

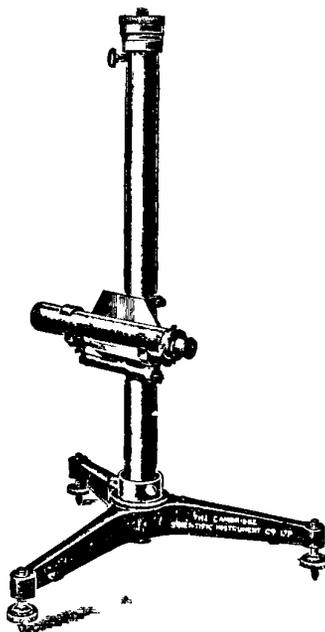
APPAREILS
DE MESURE ET DE VÉRIFICATION

Micromètres

COMPARATEURS

CATHÉTOMÈTRES

à employer avec une échelle étalon



Le pilier de cet instrument peut tourner autour de son axe et être monté ou descendu micrométriquement de 25 millimètres.

A l'aide de la tête micrométrique on peut subdiviser les indications de l'échelle jusqu'à 0,01 millimètre et, par évaluation, à 0,001 millimètre.

Le déplacement vertical du télescope le long du pilier est de 50 millimètres.

Prrière de demander notre catalogue français d'appareils généraux,
N 303

THE CAMBRIDGE SCIENTIFIC INSTRUMENT CO. LTD.
CAMBRIDGE, ANGLETERRE

LES PROGRÈS DE LA PHYSIQUE MOLÉCULAIRE

(Volume de 242 pages)

CONFÉRENCES FAITES A LA SOCIÉTÉ FRANÇAISE DE PHYSIQUE
en 1913-1914

PAR

M^{me} Pierre CURIE, J. BECQUEREL, MAURICE DE BROGLIE, A. COTTON,
Ch. FABRY, P. LANGEVIN, Ch. MAUGUIN, H. MOUTON.

- P. LANGEVIN. — La physique du discontinu.
M. DE BROGLIE. — Les progrès de nos connaissances concernant les rayons Röntgen.
M. MAUGUIN. — Les cristaux liquides.
M^{me} P. CURIE. — Les radio-éléments et leur classification.
H. MOUTON. — Biréfringence magnétique des liquides purs; anisotropie et orientation des molécules.
A. COTTON. — Symétrie des cristaux et symétrie moléculaire.
Ch. FABRY. — Les mouvements des particules lumineuses dans les gaz.

Gauthier-Villars et C^{ie}, 55, quai des Grands-Augustins, Paris.

LA THÉORIE ÉLECTRIQUE MODERNE THÉORIE ÉLECTRONIQUE

PAR

Norman Robert CAMPBELL, Sc. D de l'Université de Leeds

Traduite par M.-A. CORVISY.

Dans ce volume de 464 pages, M. R. Campbell s'est efforcé de présenter un tableau exact et complet de ce qu'il y a d'essentiel et de général dans les travaux inspirés par les théories modernes. Il a essayé d'exposer le sujet dans l'ordre logique, d'analyser les raisonnements par lesquels on cherche à relier entre eux les phénomènes les plus divers et de diriger spécialement l'attention sur les hypothèses introduites.

On trouvera dans ce volume, d'une lecture facile et attachante, tout ce qui concerne les propriétés de l'électricité, les diélectriques, les conducteurs électriques et métalliques, la conduction dans les gaz, la susceptibilité magnétique, la magnéto-optique, le rayonnement, les rayons des substances radio-actives, la lumière et ses effets, la radiation complète et la structure de la lumière, les rayons X et les rayons γ , les propriétés de la matière, la structure de l'atome, et enfin les propriétés des systèmes en mouvement. Il est difficile à l'heure présente de coordonner d'une façon plus claire et plus vivante l'infinie multiplicité des phénomènes qui préoccupent les Physiciens.

A. Hermann et Fils, 6, rue de la Sorbonne.

INTRODUCTION

A LA

CHIMIE GÉNÉRALE

Lois fondamentales de l'atomisme et de l'affinité
exposées à des chimistes débutants

PAR

H. COPAUX

PROFESSEUR DE CHIMIE MINÉRALE

A L'ÉCOLE DE PHYSIQUE ET DE CHIMIE INDUSTRIELLES

DE LA VILLE DE PARIS

Gauthier-Villars et C^{ie}, éditeurs, 55, quai des Grands-Augustins, Paris

Ce petit volume de 212 pages est écrit avec une saisissante clarté; il rendra les plus grands services à tous ceux qui désirent, en un temps très court, se former des notions correctes sur les premiers principes de la chimie et se familiariser avec les fondements des théories qui pénètrent de plus en plus cette belle science. L'auteur néglige tout ce qui n'est pas essentiel et va, en toute occasion, droit au but.

Extrait du Catalogue des publications de la Librairie Scientifique H. HERMANN et FILS

6, RUE DE LA SORBONNE, 6, PARIS (v° Téléph. Gob. 14-19

CHWOLSON (O.-D.). — Traité de Physique, tome IV. Fascicule 2. Champ magnétique constant, 1913.	22 »
KCENIGS (G.). — Leçons de Cinématique historique, avec notes de MM. DARBOUX et COSSERAT. Grand in-8°, 500 pages, 1897.	15 »
MACH (E.). — La Mécanique. Exposé théorique et critique de son développement. Trad. sur la 4 ^e édition par ED. BERTRAND, avec Introduction de EM. PICARD. 500 pages avec fig. et por- trait, 1904.	15 »
ROUSE BALL. — Récréations mathématiques. 3 volumes.	15 »
FABRY (E.). — Traité de Mathématiques générales, avec préface de M. DARBOUX, 1912.	9 »
FABRY (E.). — Problèmes et Exercices de Mathématiques géné- rales, 1910	10 »
ANDOYER (H.). — Cours d'Astronomie. 2 volumes, 1909-1910.	22 »
BURALI-FORTI et MARCOLONGO. — Calcul vectoriel et appli- cations, 1911	8 »
HEYWOOD et FRÉCHET. — L'équation de Fredholm et ses appli- cations à la physique mathématique, 1912	5 »
LALESCO. — Introduction à la théorie des Équations intégrales, 1911	4 »
BOREL (E.). — Éléments de la Théorie des probabilités. 2 ^e édit., 1910	6 »
POINCARÉ (H.). — Leçons sur les hypothèses cosmogoniques. 2 ^e édit., 1913, avec portrait en héliogravure	12 »
SVANTE ARRHÉNIUS. — Conférences sur quelques Thèmes choi- sis de la Chimie physique, 1912	3 »
DARBOUX (G.). — Éloges académiques et Discours, 1912. In-12 de 528 pages avec portrait	5 »
AMAGAT (E.-H.). — Notes sur la Physique et la Thermodyna- mique, 1912.	5 »
DUHEM (P.). — Thermodynamique et Chimie. 2 ^e édition, 1910.	16 »
PERRY (J.). — Mécanique appliquée. Ouvrage traduit de l'ang- lais par E. DAVAUX sur la 9 ^e éd. anglaise. 2 vol. gr. in-8°. Vol. I. L'énergie mécanique (avec 205 fig.), 1913	10 »
ERDMANN (H.). — Traité de Chimie minérale, 2 volumes avec nombreuses figures et planches, 1913-1914.	22 »
DUHEM (P.). — Le système du Monde. Histoire des Doctrines cosmologiques de Platon à Copernic. 10 vol. gr. in-8°. Tome I ^{er} . — <i>La Cosmologie hellénique.</i> 1 ^{re} partie, 1913.	18 50
OLLIVIER (H.). — Cours de Physique générale. 3 vol. gr. in-8°, 1913-1914. Tome I ^{er} . — <i>Attraction universelle. — Électrostatique. —</i> <i>Magnétisme. — Courants. — L'Électron et les Ions. — Complé-</i> <i>ments. — Symétrie des systèmes limités et des phénomènes.</i> 716 pages et 370 figures.	18 »
Tome II. — <i>Thermodynamique et Énergie rayonnante.</i> 300 pages et 112 figures	10 »
Tome III. — <i>Étude des vibrations. — Acoustique. — Electro-</i> <i>optique.</i>	

Bureau Technique d'Études et Projets

~~~~~  
M. CAMILLE RAPP, Ingénieur-Conseil  
16, RUE BOUCHUT, PARIS

—————  
Étude et Construction de

## Machines Nouvelles

(Électricité et Mécanique de précision)

~~~~~  
Renseignements et devis gratuits en mentionnant le *Journal de Physique*.

ATELIERS RUHMKORFF

J. CARPENTIER

Téléph. 705.65

20, Rue Delambre, PARIS

Téléph. 705.65



INSTRUMENTS DE PRÉCISION

Mesures Électriques

ÉTALONS - BOITES de RÉSISTANCES - POTENTIOMÈTRES

ELECTROMÈTRES

jusqu'à 200.000 volts

PHASEMÈTRES

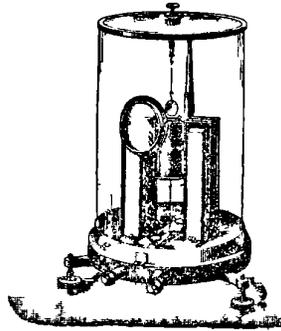
FRÉQUENCÈTRES

Appareils à deux aiguilles

LOGOMÈTRES

OHMMÈTRES

Installations de mesures d'isolement



APPAREILS

pour les

ESSAIS MAGNÉTIQUES DES FERS

PYROMÈTRES ÉLECTRIQUES

INDICATEURS

ou

ENREGISTREURS

Modèles à couples

Tl rmo-éle triques et à résistan es.

PONTS DE WHEATSTONE — PONTS DE THOMSON

Galvanomètres de tous systèmes — Oscillographes

AMPÈREMÈTRES — VOLTMÈTRES — WATTMÈTRES

de tous systèmes pour courants continus ou alternatifs

Modèles de Tableaux - Modèles de Contrôle

Boites de Contrôle - Enregistreurs

APPAREILS DE MANIPULATIONS

POUR L'ENSEIGNEMENT

CATALOGUE X SPÉCIAL pour L'ENSEIGNEMENT

DESCRIPTION ET EMPLOI D'UN NOUVEAU MICROPHOTOMÈTRE ;

Par MM. Ch. FABRY et H. BUISSON.

1. La plaque photographique, depuis longtemps employée à l'enregistrement de la forme des images optiques, peut aussi, mais plus difficilement, servir à la mesure de l'intensité d'un rayonnement (photométrie photographique). En dehors de ses avantages ordinaires, production de documents durables, enregistrement simultané d'un grand nombre de phénomènes, intégration de l'action en fonction du temps, la photographie présente encore celui de s'appliquer à des domaines inaccessibles à l'œil, ultra-violet et même commencement de l'infra-rouge.

Pour ces mesures photographiques d'intensité, on est amené à déterminer l'opacité produite après développement en différentes régions d'une plaque ; la mesure, dans beaucoup de cas, doit porter sur des régions très étroites raies spectrales. Le problème à résoudre consiste donc dans la détermination de l'opacité d'une très petite région d'une lame ; c'est un problème de photométrie visuelle qui, une fois résolu, peut recevoir diverses applications.

Ce problème a été étudié depuis longtemps. Hartmann (1) a construit un appareil fréquemment employé dans les recherches de photométrie astronomique, qui présente un grave inconvénient : les deux plages photométriques sont des images nettes de la plaque à mesurer et d'une plaque de comparaison ; elles ne sont pas d'aspect uniforme, on y voit les images des grains d'argent des plaques. L'égalisation photométrique est, dans ces conditions, très incertaine. Le défaut est surtout grave lorsque la mesure porte sur une très petite surface, ce qui oblige à employer un fort grossissement.

Ayant eu à faire des mesures de photométrie photographique au cours d'études sur l'absorption dans l'ultra-violet, nous avons été amenés à construire un appareil qui ne présente pas cet inconvénient et donne des plages photométriques parfaitement uniformes (2).

1) HARTMANN, *Zeitschrift für Instrumentenkunde*, t. XIX, p. 97; 1899.

2) Cet appareil a été réalisé en 1912 ; il a été présenté à la Société de Physique (seance du 17 janvier 1913) et sommairement décrit dans les *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences* t. LCLV, p. 389 ; 3 février 1913. Dans le *Zeitschrift für Instrumentenkunde* (t. XXXIV, p. 91 ; 1914), M. Krüss a donné une analyse de notre note. L'auteur n'a malheureusement pas compris la disposition ni même le prin-

J. de Phys., 5^e série, t. IX. (Février 1919.)

2. Rappelons d'abord les définitions des quantités à mesurer.

Sur une plaque photographique développée, et plus généralement sur une lame absorbante quelconque, considérons une région uniforme. Pour définir son état de noircissement, on la fera traverser par un faisceau lumineux et l'on comparera l'intensité I du faisceau incident à l'intensité T du faisceau transmis. Le rapport

$$0 = \frac{I}{T},$$

prend le nom d'opacité. La valeur 1 correspond à une plaque parfaitement transparente.

Au lieu de cette quantité, il est beaucoup plus commode d'employer son logarithme (pris dans le système de base 10 ou logarithme vulgaire) qui porte le nom de densité. Désignant cette quantité par D , on aura :

$$D = \log 0 = \log \frac{I}{T}.$$

Une plaque parfaitement transparente a pour densité zéro ; la densité 1 indique que la plaque laisse passer $\frac{1}{10}$ de la lumière incidente. Les densités jouissent des propriétés suivantes qui résultent de la définition :

Si l'on superpose plusieurs plaques, leurs densités s'ajoutent. Les densités croissent comme la quantité de substance absorbante par unité de surface.

Les densités peuvent être mesurées en se servant de diverses lumières monochromatiques : en général on trouvera des valeurs légèrement différentes. Les propriétés énoncées plus haut ne sont rigoureusement vraies que pour une même lumière monochromatique. Il y a donc tout avantage à faire les mesures de densité en lumière

cipe de notre appareil, ce qui l'a conduit à élever des objections qui ne sont nullement fondées.

D'autre part, M. J. Baillaud a construit un appareil, qu'il a désigné sous le nom d'opacimètre, et qui est basé sur un principe analogue *Comptes Rendus*, t. LCVI, p. 413 : 13 janvier 1913. Le procédé d'éclairage est différent et donne dans le champ photométrique une luminosité beaucoup moins grande que celle que nous obtenons, ce qui n'est pas sans inconvénient lorsqu'on mesure de fortes opacités.

M. Chrétien a donné aussi, à la même époque, le principe d'un appareil analogue (*Bulletin de la Société astronomique de France*, février 1913).

homogène plutôt qu'en lumière blanche ; on mesure ainsi un phénomène obéissant à des lois simples et l'on évite les difficultés inhérentes à la photométrie hétérochrome. La mesure en lumière monochromatique est très facile en employant la lumière de la lampe à vapeur de mercure, réduite à sa radiation verte au moyen de filtres convenables.

Un procédé commode pour obtenir l'égalisation photométrique consiste à employer une lame dont la densité varie d'un point à l'autre suivant une loi connue. Une telle lame porte le nom de coin photométrique. Elle peut être obtenue en développant une plaque photographique qui a subi une impression régulièrement croissante

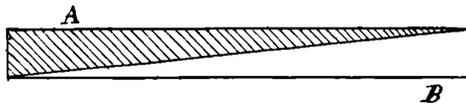


FIG. 1.

d'un bord à l'autre. Sa courbe de densité doit être déterminée par des mesures photométriques préalables ⁽¹⁾. Il est plus commode d'employer un coin dont la loi de densité soit connue *a priori*, et cela est facile lorsqu'on se sert de lumière monochromatique. Il peut être formé d'une lame A de verre absorbant (fig. 1 taillée en forme de prisme aigu, accolée à une lame B de verre transparent de même forme, mais tournée en sens inverse. On a ainsi une épaisseur absorbante croissant d'un bord à l'autre et, si les surfaces sont correctement taillées et le verre homogène, la densité mesurée en lumière monochromatique variera suivant une loi exactement linéaire en fonction de la distance à un point fixe. Il suffira de mesurer les den-

¹ Divers procédés peuvent être employés pour obtenir, sur une plaque photographique, cette teinte dégradée. Nous avons quelquefois employé le suivant, qui est très simple: la plaque est exposée à la lumière d'une lampe au mercure, en interposant devant elle une cuve en forme de prisme très aigu contenant une solution faible de chromate neutre de potassium. L'intensité de la radiation violette, qui est à peu près la seule agissante, est ainsi progressivement décroissante d'un bord à l'autre de la plaque, et après développement on obtient un coin dont la courbe de densité n'est pas très différente d'une ligne droite.

M. King obtient l'éclaircissement dégradé en utilisant un phénomène de pénombre produit par une source et un écran de formes convenables.

Enfin, les écrans de M. Goldberg sont obtenus en coulant de la gélatine contenant un absorbant entre deux lames de verre formant coin.

sités en deux points seulement au lieu d'avoir à faire de nombreuses déterminations pour tracer une courbe de graduation. De plus, l'inconvénient de se reporter à une courbe de graduation disparaît et les mesures sont beaucoup plus rapides ¹⁾.

3. Principe de l'appareil et marche des rayons. — La *fig. 2* représente une coupe schématique de notre appareil par un plan vertical. Un faisceau unique de lumière provenant de la lampe au mercure S diaphragmée par une petite ouverture A se divise en deux parties qui vont traverser respectivement la plaque à mesurer H et le coin photométrique W. Une très petite image de l'ouverture éclairée A est projetée sur chacune de ces deux lames ; la mesure portera ainsi sur une très petite étendue de la plaque photographique, et d'autre part la densité du coin aura une valeur parfaitement définie. Les deux faisceaux tombent ensuite sur un cube de Lummer et Brodhun K et viennent finalement former en un même point B deux images confondues de l'ouverture A, sur laquelle se trouvent aussi au point l'image de la plaque photographique et celle du coin. C'est en ce point B que l'observateur place son œil qui ne verra que les plages photométriques et non pas le grain de la plaque, puisque celui-ci se trouvera projeté sur sa pupille.

La figure permet de suivre la marche de la lumière. Le faisceau issu de l'ouverture A traverse la lentille O qui le rend parallèle. La moitié de ce faisceau, après avoir traversé la lentille L_2 et s'être réfléchi sur le prisme à réflexion totale R_2 va converger sur la plaque photographique H au point A_2 où se forme ainsi une très petite image du trou éclairant. Par réflexion sur la partie réfléchissante du cube K, la lentille L'_2 redonne une nouvelle image de A au point B.

L'autre moitié du faisceau suit une marche analogue. Après qu'il s'est réfléchi sur les deux prismes R_1 et R'_1 , la lentille L_1 le fait converger en une image A_1 du trou sur le coin photométrique W. La

¹⁾ On trouve dans le commerce des verres désignés sous le nom de verres absorbants neutres, c'est-à-dire dont l'absorption serait la même pour toutes les radiations. Cette condition est loin d'être réalisée. Le verre d'origine allemande qui a servi à la construction de nos coins donne les valeurs suivantes de la densité pour une même épaisseur :

Radiation rouge $\lambda = 6.400 \quad 0,88$;

Radiation verte $\lambda = 5.460 \quad 1,00$;

Radiation violette $\lambda = 4.360 \quad 1,28$.

Ces écarts sont tout à fait indifférents lorsqu'on se sert, comme nous le faisons, d'une seule radiation monochromatique.

lentille L'_1 en redonne une image définitive au point B à travers la partie transparente du cube.

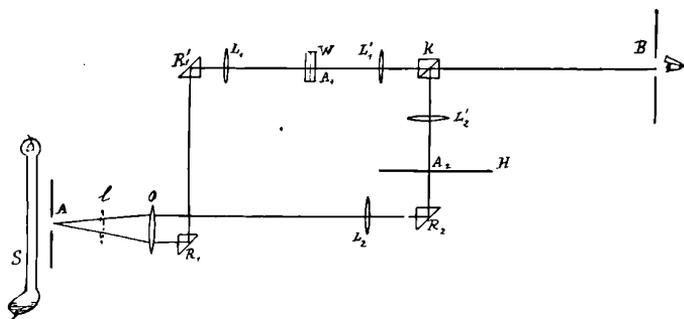


FIG. 2.

En résumé, on a en B deux images de A identiques et en coïncidence, l'une formée par les rayons qui ont traversé la plaque photographique et se sont réfléchis dans le cube, l'autre par les rayons qui ont traversé le coin et ont passé à travers le cube. Dans cette double image se trouvent aussi les images des portions de la plaque et du coin qui ont été découpées par les faisceaux. Le grain des plaques se trouve au point sur cette image finale.

On dispose en B un écran percé d'une ouverture plus petite que l'image du trou éclairant, derrière laquelle on place l'œil. On voit alors les deux plages adjacentes du cube toutes deux parfaitement uniformes; on égalise leurs éclaircissements en déplaçant le coin photométrique, dont les positions sont lues sur une échelle divisée. Comme on ne mesure jamais que des rapports d'opacités (différences de densités), il est indifférent que l'un des faisceaux ait subi, par réflexion ou autrement, un affaiblissement constant plus grand que l'autre.

L'observateur ne voit pas l'image de la plaque photographique qu'il mesure; il est donc nécessaire qu'un dispositif accessoire lui permette de la mettre en place. Il suffit pour cela d'enlever le diaphragme placé en B et de regarder avec une loupe l'image agrandie de la plaque photographique qui est projetée en B. On amène le point que l'on désire étudier exactement à la place voulue, place qui est marquée par l'encadrement de quatre fils formant réticule; le diaphragme B, lorsqu'on le remet en place, vient se centrer exactement sur ces mêmes fils. Pour faciliter l'examen et la mise en place de la plaque, il est commode d'en éclairer une surface plus grande

que l'image A_1 ; on y arrive en interposant entre A et O une lentille l qui change la convergence du faisceau.

La densité maximum du coin est d'environ 2. Pour mesurer des densités supérieures à cette valeur, on interpose devant la lentille L_1 une lame absorbante à faces parallèles dont la densité connue s'ajoute à celle du coin.

4. Réalisation matérielle. — Telles sont les dispositions optiques de l'appareil. Un premier modèle a été réalisé au laboratoire; un modèle très peu différent, qui a été construit par M. Jobin, est représenté par la *fig.* 3. Les pièces y sont désignées par les mêmes lettres que dans la figure précédente.

Le cliché photographique à mesurer est simplement posé sur le cadre horizontal que l'on voit au-dessous de la lentille L'_2 ; les dimensions du cadre sont 13×18 centimètres, et l'on peut y poser des plaques de dimensions plus grandes ou plus petites. Il est susceptible de deux déplacements rectangulaires dans son propre plan, guidés au moyen de glissières et actionnés par deux crémaillères et pignons; deux échelles divisées en millimètres donnent les déplacements suivant les deux directions, ce qui peut être utile pour l'identification des points mesurés.

Le coin photométrique, que l'on voit entre les lentilles L_1 et L'_1 , peut glisser horizontalement; son mouvement est commandé par une crémaillère au moyen du bouton D que l'observateur tient à la main. Sa course est de 10 centimètres. Pour mesurer les déplacements du coin, le même patin mobile porte une échelle divisée observée au moyen d'une lunette, visible sur la figure à côté de B. L'observateur n'a qu'à déplacer légèrement son œil pour voir l'échelle et lire la division qui se trouve sur le fil vertical de la lunette.

Si l'échelle est divisée en millimètres, il suffit de connaître le facteur de proportionnalité entre le déplacement du coin et la densité. Il est plus commode de faire une échelle telle que la valeur de la densité y soit lue directement. Dans notre appareil la distance entre deux divisions consécutives vaut $0^{\text{mm}},36$ et correspond à un accroissement de 0,01 sur la densité.

Pour mettre exactement en place le point du cliché que l'on veut mesurer, on doit examiner son image réelle à l'aide d'un oculaire qui se substitue au diaphragme B. Cette substitution se fait par glisse-

ment d'une plaque qui porte à la fois le diaphragme et l'oculaire; la position représentée sur la figure est celle où l'on se sert de l'oculaire. L'observateur voit alors le cliché dans un microscope coudé réalisé par la lentille L_2 fonctionnant comme objectif et l'oculaire B. On voit dans le champ le carré des quatre fils sur lequel on centre le point du cliché à mesurer. Dans cet examen, il est commode d'interposer la lentille l destinée à accroître la plage éclairée⁽¹⁾; on la manœuvre au moyen du levier C.

L'observation photométrique se fait en mettant l'œil directement derrière le diaphragme B, dont l'ouverture doit venir se centrer exactement sur les quatre fils. On règle une fois pour toutes la position de l'ouverture sur la plaque mobile au moyen des deux vis $b\ b'$, et elle prend alors automatiquement sa place en poussant la plaque à fond de course.

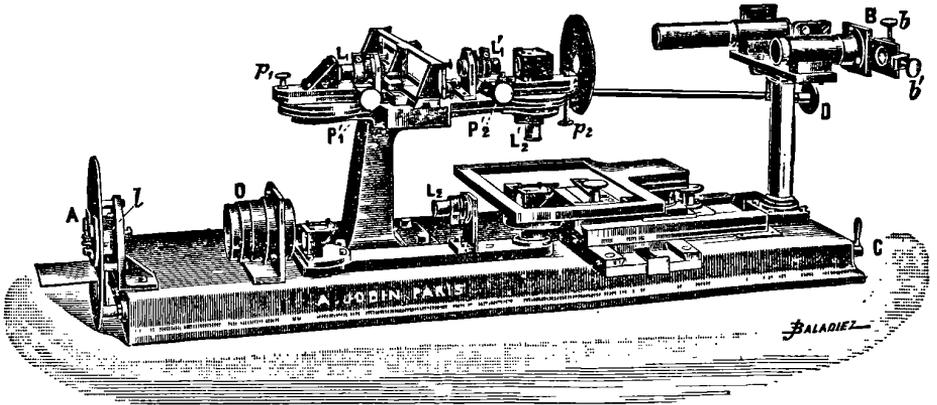


FIG. 3..

L'ouverture du diaphragme B doit toujours être plus petite que la pupille. D'autre part, c'est sa dimension qui détermine la portion du cliché sur laquelle porte la mesure. La lentille L_2 projetant une image du cliché agrandie environ cinq fois, la portion utilisée de la plaque aura une surface vingt-cinq fois plus petite que cette ouverture. Celle-ci peut être un cercle de $0^{\text{mm}},5$ de diamètre; la mesure est alors faite sur une plage qui n'a que $0^{\text{mm}},1$ de diamètre. On peut employer un diagramme à ouverture rectangulaire, par exemple

(1) Dans la figure, cette lentille est représentée beaucoup trop près de l'ouverture éclairante.

dans le cas où l'on a à faire des mesures sur des raies spectrales.

Avant de se servir de l'appareil quelques réglages, faits une fois pour toutes, sont nécessaires. Les lentilles L_2 et L_1 doivent être fixées de manière à projeter des images nettes du trou éclairant sur la plaque photographique et sur le coin. Les lentilles L'_2 et L'_1 seront placées de manière à projeter de nouveau ces images et en même temps la plaque et le coin sur l'ouverture du diaphragme B. Ces deux images finales du trou éclairant seront de plus amenées en coïncidence sur le carré de fils, en agissant sur l'orientation du prisme R' , d'une part et du cube K d'autre part, à l'aide des vis p_1 et p'_1 pour le premier et des vis p_2 et p'_2 pour le second. On s'assurera de ces réglages en utilisant l'oculaire B. Le diamètre du trou éclairant A devra être choisi de telle manière que son image finale déborde toujours l'ouverture du diaphragme B.

Le champ photométrique, grâce au mode rationnel d'éclairage employé, est très lumineux. Il n'est pas même nécessaire de faire l'obscurité dans la salle pour mesurer sans difficulté des densités atteignant 2. Avec quelques précautions, on mesure des densités dépassant 4, ce qui correspond à une proportion de lumière transmise inférieure à un dix-millième.

5. Source de lumière. — On a expliqué plus haut les avantages de la lumière monochromatique dans les mesures de densité. Nous employons la lampe à vapeur de mercure Cooper Hewitt, en interposant, entre la lampe et l'ouverture éclairante, un verre jaune et une cuve d'un sel de didyme pour réduire le rayonnement à la raie verte.

Les mesures en lumière blanche ne conservent un sens précis que si le coin et la plaque sont tous deux parfaitement neutres, c'est-à-dire exercent la même absorption sur toutes les radiations, condition rarement réalisée.

6. Étalonnage du coin. — Chaque observation photométrique consiste à égaliser les deux plages en faisant glisser le coin, et se traduit par une lecture faite sur l'échelle qui en mesure les déplacements. Pour passer de cette lecture à la densité, il faut avoir tracé la courbe de graduation du coin, donnant les densités ⁽⁶⁾ en fonction des lectures sur l'échelle.

(6) Ou plutôt les différences de densités, car on opère toujours par différence, et les valeurs absolues sont indifférentes.

Lorsqu'on emploie, comme nous le faisons, de la lumière monochromatique et un coin prismatique en verre absorbant, on sait d'avance que cette courbe est exactement une droite, et l'opération se réduit à la détermination d'une constante qui en caractérise l'inclinaison. Il suffit pour cela de déterminer la différence de densité en deux points connus du coin, ou plus simplement de chercher de combien il faut le déplacer pour maintenir l'équilibre photométrique lorsqu'on affaiblit un des faisceaux dans un rapport connu. Les divers procédés de graduation de la lumière peuvent être employés (disque tournant, Nicols, etc.). Nous nous servons de lames absorbantes uniformes dont on a mesuré la densité par une méthode photométrique directe, en se servant de la même lumière monochromatique que celle qui est employée dans toutes les autres mesures. Nous avons mesuré les densités de nos lames par une méthode polarimétrique. Elles constituent de véritables étalons de densité qui servent à l'étude de tous les coins photométriques. Une seule suffit pour cet étalonnage; il est préférable d'en employer plusieurs à titre de vérification.

Nos lames sont faites en verre absorbant taillé en lames à faces parallèles de 2 centimètres de côté; leurs épaisseurs sont telles que leurs densités vont de 0,4 à 2. On peut d'ailleurs en obtenir autant que l'on veut au moyen de plaques photographiques uniformément impressionnées.

Les coins obtenus par photographie ou par tout autre procédé qui ne donne pas une loi d'absorption connue *a priori* doivent être étalonnés point par point. Le microphotomètre, muni d'un coin en verre absorbant, rend cette opération très facile.

7. Usages divers du microphotomètre. — Notre appareil a été construit en vue de mesures photographiques d'intensité dans des spectres, et pour cela il était très important de faire la mesure sur une très petite surface sans cesser d'obtenir des plages photométriques uniformes. On a vu que la mesure peut être faite sur une surface, ronde ou rectangulaire, de moins de $0^{\text{mm}^2},01$.

Dans certains cas, il peut être utile de faire porter la mesure sur une surface plus grande. Le diaphragme placé devant l'œil peut être agrandi, sans cependant dépasser l'ouverture de la pupille; en lui donnant un diamètre de 3 millimètres, on fera porter la mesure sur un cercle de $0^{\text{mm}},6$. Pour aller au delà, on peut employer l'artifice

suivant : au lieu de regarder à l'œil nu à travers le diaphragme B, on dispose à la suite de ce diaphragme, largement ouvert, une petite lunette grossissant environ cinq fois, avec laquelle on observe les plages photométriques. L'image agrandie du cliché qui se faisait en B où est maintenant l'objectif de la lunette se reporte rapetissée à l'anneau oculaire, où elle est à peu près en vraie grandeur par rapport au cliché. La mesure porte alors sur un cercle de diamètre égal à celui de l'anneau oculaire. On arrive ainsi à prendre sur le cliché un cercle de 3 millimètres de diamètre.

Enfin, revenant à la disposition habituelle, pour mesurer la densité d'une lame uniforme sur une assez grande étendue, on peut l'interposer en une région quelconque du faisceau, de préférence dans la région où il est parallèle, c'est-à-dire entre les lentilles O et L₂.

Le microphotomètre peut ainsi être employé pour toutes les mesures de noircissement photographique, soit pour l'étude des qualités des plaques, soit en vue de déterminations photométriques intéressant la Physique pure ou l'Astronomie. Il peut, de plus, servir pour toutes les déterminations d'absorption en lumière monochromatique, par exemple celle d'un bloc de verre ou d'un liquide contenu dans une cuve à faces parallèles. Nous l'employons aussi pour mesurer la transparence des argentures utilisées dans les appareils interférentiels, donnée qu'il est très utile de connaître pour proportionner les épaisseurs d'argent à l'intensité des lumières à étudier.

PHÉNOMÈNES DE POLARISATION EN COURANT ALTERNATIF ;

Par M. VAILLANT.

A) Effets de dissymétrie résultant de la polarisation. — Les effets de dissymétrie produits par l'interposition dans un circuit à courants alternatifs d'un voltamètre à électrodes inégales ont fait l'objet de nombreux travaux théoriques ou expérimentaux. Ces effets varient d'ailleurs avec la nature des électrodes, leur degré de polarisation, la densité efficace du courant qui les traverse et la fréquence. Suivant les cas, le voltamètre fonctionne comme Vehnelt, comme soupape ou comme cohéreur électrolytique.

Dans ce qui suit, on envisagera uniquement les phénomènes produits par le passage dans le voltamètre de courants de faible intensité, dont la densité sur l'électrode ne dépasse pas quelques milliampères par millimètre carré. Ce sont les conditions ordinairement réalisées dans le détecteur électrolytique. Des expériences de De Forest (1), de Reich (2), de Rothmund et Lessing (3), il résulte nettement que les effets de dissymétrie observés dans ce cas sont dus à une modification dans l'état de polarisation des électrodes, modification qui dépend de leurs dimensions, en sorte qu'elle n'est pas la même pour toutes deux.

Gundry (4), puis Tissot (5), en appliquant à la polarisation la formule de Nernst et les équations de diffusion ont d'ailleurs établi directement que, dans le cas où une des électrodes est très petite par rapport à l'autre, le passage dans le voltamètre d'un courant alternatif d'intensité I fait naître dans celui-ci un courant direct dirigé de la petite à la grande électrode, proportionnel au carré de I et à l'inverse de la fréquence $\frac{1}{F}$.

Cette loi a été vérifiée par Gundry, dans le cas d'électrodes de mercure plongées dans une solution normale de $KCAz$, pour des fréquences comprises entre 80 et 5.000 et des densités de courant n'excédant pas quelques centièmes de milliampère. La proportionnalité à I^2 est vérifiée à $\frac{1}{10}$ près environ, la proportionnalité à $\frac{1}{F}$ n'est confirmée, d'une façon approximative, que pour des fréquences supérieures à 500.

Ainsi qu'on le montrera tout à l'heure, lorsqu'on opère sur des densités de courant de l'ordre du milliampère, non seulement la loi de proportionnalité à I^2 ne se vérifie plus, mais il arrive fréquemment que la force électromotrice dissymétrique qui prend naissance dans le voltamètre s'inverse pour une certaine valeur du courant.

Au surplus, le raisonnement de Gundry et celui de Tissot viennent à ne considérer dans le phénomène que les effets de diffu-

(1) DE FOREST, *Revue électrique*, p. 22; 1905.

(2) REICH, *Phys. Z.*, t. V, p. 338, 1904.

(3) ROTHMUND et LESSING, *Ann. der Phys.*, t. XIV, p. 193; 1904.

(4) GUNDRY, *Action dissymétrique du courant alternatif sur une électrode polarisable*. — *Phil. Mag.*, 6^e série, t. XI, p. 329; 1^{er} sem. 1906.

(5) TISSOT, *Le Détecteur électrolytique*. — *J. de Phys.*, 4^e série, t. VII, p. 37; 1908.

sion et à négliger le rôle joué par la couche double de Heilmoltz et la capacité des électrodes. On est ainsi conduit à cette conclusion que les effets de dissymétrie provoqués par le courant alternatif sont instantanés, naissent et disparaissent en même temps que le courant. Or, comme on verra, ces effets sont au contraire très longs à s'établir dans leur valeur définitive et inversement, après interruption du courant, ne disparaissent que lentement. En outre, les conclusions de Gundry reposent sur l'hypothèse que la polarisation de la grande électrode n'est pas pratiquement modifiée par le courant. Rien ne prouve *a priori* que cette hypothèse soit justifiée. Ainsi que l'a montré Rothé ⁽¹⁾, les polarisations cathodique et anodique mettent des temps différents à s'établir et, en ce qui concerne le mercure en particulier, la première est beaucoup plus rapide que la seconde. Le passage à travers la grande électrode d'une oscillation complète du courant doit donc laisser à cette électrode un excès de polarisation cathodique, excès d'ailleurs très faible mais qui augmente progressivement au cours des périodes successives, jusqu'à ce que s'établisse un état d'équilibre où les pertes par diffusion ou recombinaison compensent les gains de polarisation. Le rôle de la grande électrode ne saurait donc être négligé.

Rothé a également montré que la polarisation d'une électrode est la superposition de deux effets : un effet de surface et un effet de volume. Vis-à-vis du premier l'électrode se comporte comme un condensateur, vis-à-vis du second comme un accumulateur. Une fois produit, ce dernier effet tend à subsister, en sorte que si on fait subir à l'électrode une série de charges et décharges alternatives, il arrive un moment où le premier effet intervient seul, l'électrode se comportant désormais uniquement comme un condensateur dont la capacité serait fonction de la charge. On peut supposer d'après cela que, sous l'action d'un courant alternatif, l'effet de volume n'intervient que pendant les premières périodes et qu'une fois produite la modification interne correspondant à ce premier effet, l'effet de surface est seul en jeu. L'unique grandeur à considérer est alors la capacité de polarisation de l'électrode, capacité qui varie avec le degré de polarisation et, en particulier, avec le signe de cette polarisation. L'électrode tend par suite à acquérir un excès de polarisation dans

(1) ROTHÉ, *Polarisation des électrodes*. — *J. de Phys.*, 4^e série, t. III, p. 661 ; 1904.

le sens où la capacité est la plus faible. La limite est atteinte lorsque les gains de polarisation à chaque période équilibrent les pertes par diffusion ou recombinaison. Cette limite dépend évidemment de la nature de l'électrode, de la nature et de la concentration de l'électrolyte, de la loi de variation de la capacité avec la polarisation, et de la densité du courant alternatif sur l'électrode. Si les deux électrodes sont de dimensions différentes, elle n'est pas la même pour toutes deux et une force électromotrice de sens déterminé prend naissance dans le voltamètre, sans qu'on puisse d'ailleurs rien préjuger de la direction ou de la grandeur de cette force électromotrice.

Les effets de dissymétrie que produit le voltamètre sur le courant alternatif peuvent être reconnus et mesurés avec une grande sensibilité en utilisant la propriété qu'ont la plupart des galvanomètres à cadre mobile de ne donner de déviation en courant alternatif que pour des intensités très grandes relativement à leur sensibilité en courant continu. Un galvanomètre du type Nalder ou Siemens, sensible à un courant continu de 10^{-9} ampères, ne donne ordinairement de déviation appréciable en courant alternatif que pour des intensités efficaces de l'ordre du milliampère. En s'arrangeant, par l'emploi de shunts et de résistances additionnelles, pour rester en deçà de cette limite, on dispose d'une marge très suffisante pour mettre en évidence une très petite différence d'intensité moyenne dans les deux sens.

Les expériences dont les résultats suivent ont été faites en appliquant directement au voltamètre le courant alternatif d'un secteur urbain dont le voltage et la fréquence (120 volts, 50 périodes, bien que variables dans d'assez larges limites, peuvent être considérés, comme constants au degré de précision qu'on s'est proposé d'atteindre.

Aux bornes du secteur sont branchées les extrémités d'un circuit comportant une résistance variable, un milliampèremètre M pour courants alternatifs, le voltamètre et un galvanomètre Desprez d'Arsonval A à sensibilité convenablement réduite. Un commutateur inverseur permet de renverser le sens des connexions de ce galvanomètre avec le reste du circuit. La manœuvre de ce commutateur permet de s'assurer que la déviation observée au galvanomètre est bien due au courant de sens constant qui prend naissance dans le voltamètre, et non au courant alternatif lui-même. Dans le premier

cas la déviation est inversée par le renversement du commutateur, dans le second elle n'est pas modifiée. En limitant, à l'aide de shunts et de résistances additionnelles, l'intensité efficace du courant alternatif dans le galvanomètre à quelques dixièmes de milliampère, les élongations du spot dans les deux sens sont toujours égales à une fraction de millimètre près (1).

Pour se rendre compte si le courant de sens direct qui se superpose dans le circuit au courant alternatif a bien pour origine une différence de polarisation des électrodes, on utilise un second galvanomètre V dont une borne est reliée par l'intermédiaire d'une grande résistance (1 mégohm) à une électrode indifférente de même nature que les électrodes actives et dont l'autre borne peut communiquer à volonté avec l'une ou l'autre de ces dernières. Le galvanomètre V fonctionne comme voltmètre pour la mesure des polarisations ; en fait, par suite de son introduction, l'électrode indifférente est elle-même légèrement polarisée, mais étant donnée la grande résistance de la dérivation cette polarisation est certainement négligeable.

Soient e_1 et e_2 les polarisations des deux électrodes mesurées par rapport à l'électrode indifférente. Le voltmètre fait intervenir la force électromotrice de sens constant $e = e_1 - e_2$ qui doit superposer au courant alternatif le courant direct $i = \frac{e}{R}$, R étant la résistance du circuit. S'il n'intervient pas d'autre cause de dissymétrie que la polarisation, le courant ainsi calculé doit être égal au courant i_1 , directement mesuré au galvanomètre A.

RÉSULTATS. — 1° Il y a toujours polarisation des électrodes par le courant alternatif, même lorsque ces électrodes sont égales.

On a mesuré par exemple les polarisations de deux larges électrodes de mercure identiques (7 centimètres carrés), plongées dans l'eau acidulée par SO^4H^2 , par rapport à une électrode indifférente de mêmes dimensions. Le courant i_1 au galvanomètre A est nul et les polarisations des deux électrodes actives constamment égales ($e = 0$) ; mais ces polarisations sont loin d'être nulles ; elles sont négatives et vont constamment en croissant avec le courant, l'aug-

¹ Le passage du courant alternatif dans le galvanomètre imprime au cadre un mouvement vibratoire de très faible amplitude qui elargit le spot. Les lectures se font aux deux bords de celui-ci et on en prend la moyenne.

mentation n'étant pas limitée par le phénomène d'électrolyse :

I (amp.)	$e_1, = e_2$ mil iv.)	(1 amp.)	$e_1, = e_2$ milliv.)
0,012	2,4	0,88	167 (électrolyse)
0,024	13,6	1,6	182
0,050	25,8	2,6	191
0,020	141	4,7	205
0,38	157		

2° La polarisation n'est jamais instantanée ; même lorsque l'électrode est très petite elle met plusieurs secondes à prendre sa valeur définitive.

Un voltamètre à eau acidulée et électrodes de platine (1^{mm}², 2 et 370 millimètres carrés) est traversé par un courant alternatif de 20 milliampères (résistance du circuit, 6.000 ohms). La polarisation de la petite électrode d'abord négative et relativement grande, diminue, change de signe et se fixe au bout d'une centaine de secondes à une valeur très inférieure à sa valeur de début.

Durées de passage du courant en secondes	Élongations au galvanomètre V en millimètres	Durées de passage du courant en secondes	Élongations au galvanomètre V en millimètres
5	— 137	90	+ 21
10	— 90	120	+ 22
30	— 12	150	+ 22
60	+ 40		

La polarisation de la grande électrode est encore plus lente à s'établir (bien que les durées d'établissement ne soient pas dans le rapport des surfaces ; en outre, au lieu de prendre immédiatement une valeur initiale considérable pour diminuer ensuite et changer de signe, elle part de zéro et va constamment en croissant jusqu'à sa valeur finale ;

3° Lorsqu'on interrompt le courant alternatif, la polarisation de la petite électrode subit une variation brusque, qui peut être d'ailleurs une augmentation ou une diminution, suivant la valeur instantanée du courant au moment de l'ouverture. Il peut même arriver que cette variation brusque corresponde à un changement de signe de la polarisation. Lorsqu'on abandonne le voltamètre à lui-même, à cette variation brusque succède une variation progressive, de plus en plus lente ; la polarisation met d'autant plus longtemps à disparaître que la durée de passage du courant a été plus longue ; le plus souvent, avant de redevenir nulle, la polarisation change une ou deux fois de signe :

EXEMPLE : voltamètre précédent à électrodes de platine, courant de 20 milliampères :

1° *Durée de passage : une fraction de seconde.*

Temps comptés a partir de l'ouverture	Élongations	Temps comptés a partir de l'ouverture	Élongations
5 sec.	— 132	3 min.	— 6
30 —	— 65	5 —	— 2
1 min.	— 38	7 —	— 1

2° *Durée de passage : 10 secondes.*

Elongation immédiatement avant l'ouverture : — 60.

Temps comptés a partir de l'ouverture	Élongations	Temps comptés à partir de l'ouverture	Élongations
5 sec.	— 65	5 min.	+ 1
30 —	— 44	8 —	+ 3
1 min.	— 25	15 —	+ 2
3 —	— 3		

3° *Durée de passage : 30 minutes.*

Elongation immédiatement avant l'ouverture : + 22

Temps comptés à partir de l'ouverture	Élongations	Temps comptés a partir de l'ouverture	Élongations
5 sec.	+ 247	40 min.	— 17
30 —	+ 180	60 —	— 20
1 min.	+ 139	90 —	— 23
3 —	+ 39	180 —	— 20
5 —	+ 12	270 —	— 14
10 —	— 1	40 heures	+ 1
20 —	— 40		

A la rupture du courant, la polarisation de la grande électrode subit également une variation brusque, qui peut être une augmentation ou une diminution ; mais cette variation est toujours de faible amplitude. La polarisation revient ensuite lentement à zéro, sans jamais changer de signe.

4° Si, après la rupture du courant, on relie directement l'électrode indifférente à la petite électrode par exemple, la polarisation de cette dernière tombe rapidement à zéro. La polarisation étant annulée, si on rompt la communication avec l'électrode indifférente, la petite électrode se polarise à nouveau : la polarisation croît jusqu'à un maximum, diminue et peut changer de signe.

EXEMPLE : voltamètre à électrodes de platine, courant de 60 milliampères, durée de passage : 60 secondes.

Après mise en court-circuit et suppression de la polarisation :

Temps	Elongations	Temps	Elongations
1 min.	— 22	20 min.	— 45
2 —	— 88	30 —	+ 25
6 —	— 150	60 —	+ 39
10 —	— 131	70 —	+ 33
15 —	— 98	180 —	+ 21

5° Les divers résultats numériques qui précèdent ont une signification purement qualitative. La même expérience répétée plusieurs fois dans des conditions aussi identiques que possible ne donne jamais identiquement les mêmes résultats. Ceux-ci dépendent de l'état actuel des électrodes, état actuel qui varie avec les traitements déjà subis par celles-ci. L'agitation des électrodes ou du liquide est complètement insuffisante pour faire disparaître l'effet de ces traitements antérieurs.

D'après cela, pour étudier l'influence de l'intensité du courant alternatif sur la grandeur de la polarisation il conviendrait, d'une part, pour chaque valeur de courant expérimentée, de prolonger la durée du passage jusqu'à l'établissement de l'équilibre, d'autre part, entre deux expériences successives, d'attendre assez longtemps pour que les électrodes soient revenues à l'état initial. Une pareille étude serait extrêmement longue. Dans ce qui suit, on s'est contenté d'opérer de la façon suivante. On part des intensités les plus faibles et, pour chaque courant expérimenté, on limite la durée de passage du courant à l'obtention d'une déviation quasi stationnaire (variation d'élongation en cinq minutes moindre que 1 millimètre). Les lectures étant faites avec une intensité donnée, on laisse le voltamètre en circuit et on passe immédiatement à une intensité supérieure. Il est évident que les résultats obtenus de cette façon n'ont qu'une valeur qualitative. Si l'on répète, à quelques jours d'intervalle, la même série d'expériences, les nombres obtenus ne sont plus les mêmes, mais le sens général du phénomène et son ordre de grandeur ne sont pas modifiés.

6° Dans les tableaux qui suivent, I représente l'intensité efficace du courant alternatif en milliampères, e_1 et e_2 les polarisations de la petite et de la grande électrode en millivolts, e la force électromotrice e_1-e_2 , i le courant de polarisation $i = \frac{e}{R}$ en micro-ampères, i_1 le courant direct, également en micro-ampères, observé au galva-

nomètre A. La petite électrode a une surface voisine de 1 millimètre carré, la grande électrode qui constitue une des parois du voltamètre une surface de 370 millimètres carrés. Sauf dans le cas du platine, l'électrolyte est une solution de NaCl; pour le platine, c'est de l'eau acidulée par SO^4H^2 . Au degré de précision des mesures, la concentration de cet électrolyte est sans intérêt; elle est d'ailleurs la même dans toute la série des comparaisons.

Platine.					Aluminium.		
l	e_1	e_2	i	i_1	e	i	i_1
12	— 13,7	— 13,0	0,14	1,53	— 24	5,1	4,6
20	— 5,3	— 13,0	2,84	3,98	— 21	6,3	6,6
40	+ 19,3	— 9,2	19,0	22,8	— 17	9,7	9,6
60	+ 30,4	+ 1,3	29,0	29,6	— 11	8,0	9,0
80					+ 4	5,4	5,2
120	+ 232	+ 179	106	102	+ 55	99	110
220					+ 177	844	708

Cuivre.				Plomb.		
l	e_1	i	i_1	e	i	i_1
12	— 0,5	0,14	0,10	— 6,9	1,4	1,3
20	— 1,8	0,63	0,57	— 7,8	2,6	2,4
40	— 4,8	2,5	2,8	— 9,7	5,7	5,5
60	— 6,4	4,3	5,1	— 11,3	9,4	9,0
80	— 10,1	14,1	13,5	— 18,9	34	25
120				— 28,4	66	49
220	— 70	443	379	— 38,4	200	154

Fer.				Zinc.		
l	e	i	i_1	e	i	i_1
12	+ 10,6	3,4	2,0	+ 62	13	12
20	+ 7,6	2,8	2,4	+ 63	20	19
40	+ 2,2	0,9	1,2	+ 63	33	36
60	— 2,0	0,9	1,3	+ 62	58	50
80	— 6,1	12,3	8,2	+ 69	139	112
120	— 53	125	106	+ 71	148	142
220	— 218	1.653	1.570	+ 152	673	608

L'expérience a été poussée chaque fois au delà des limites où commence l'électrolyse, laquelle ne paraît pas avoir d'influence spéciale sur la marche du phénomène. Lorsque le courant alternatif augmente, les polarisations des deux électrodes varient dans le même sens mais inégalement, et celle de la petite électrode plus vite que celle de la grande, en sorte que la force électromotrice $e = e_1 - e_2$ n'est pas nulle. Cette force électromotrice passe du négatif

au positif pour l'aluminium et le cuivre, du positif au négatif pour le fer, reste négative et croissante pour le plomb, positive et croissante pour le platine, positive et sensiblement constante pour le zinc.

Le courant directement observé i , ne coïncide jamais avec le courant i déduit de la mesure des polarisations, mais les différences sont faibles et si l'on tient compte que le voltamètre introduit dans le circuit une résistance variable et mal déterminée, on peut mettre ces différences sur le compte des erreurs d'expériences et admettre qu'au degré de précision des mesures, le voltamètre n'introduit pas d'autre élément de dissymétrie que la polarisation.

De l'ensemble des résultats qui précèdent on peut conclure que l'action du courant alternatif sur un voltamètre à électrodes inégales produit deux effets qui, tous deux, comportent un élément de dissymétrie. D'une part, une altération plus ou moins profonde des électrodes correspondant à l'effet de volume de Rothé, d'autre part un effet superficiel représenté par un changement de densité de la couche double. Le premier effet est vraisemblablement très lent à se produire et inversement à se dissiper. C'est lui qui retarde l'établissement de l'équilibre. Le second, au contraire, au bout d'un temps relativement court, doit suivre les fluctuations du courant; l'élément de dissymétrie qu'il présente et qui se manifeste à la fois sur chacune des électrodes, peut être attribué au fait que la capacité de polarisation dépend du signe de cette polarisation. Il est d'ailleurs vraisemblable que la polarisation apparente de l'électrode, qui ne représente que la différence entre les polarisations des deux signes au cours d'une période, n'est qu'une faible fraction de ces dernières. C'est ce dont témoignent les variations brusques, parfois très considérables, qui se produisent à la rupture du courant. La polarisation apparente n'excède jamais quelques millivolts, même lorsqu'il y a électrolyse franche, et ne représente qu'une très petite partie de la force électromotrice appliquée au voltamètre.

B) Capacités de polarisation alternatives. — Le mécanisme de la polarisation en courant alternatif a été envisagé jusqu'ici à deux points de vue différents. Kohlrausch⁽¹⁾ considère l'électrode comme un condensateur qui, sous l'action du courant, se charge alternativement dans les deux sens : c'est la théorie dite du courant de charge.

¹⁾ KOHLRAUSCH, *Pogg. Ann.*, 148, p. 443 ; 1872.

Warbürg (1), par contre, admet que le rôle essentiel dans la polarisation est joué par les changements de concentration au voisinage de l'électrode et les courants de diffusion qui en résultent: la théorie de Warbürg est dite théorie du courant de conduction.

Les deux théories conduisent naturellement à des résultats différents pour l'expression de la capacité de polarisation. D'après la première, la capacité serait indépendante de la fréquence, d'après la seconde elle serait indépendante de l'intensité du courant et inversement proportionnelle à la racine carrée de la fréquence. En outre, alors que, dans le premier cas, la polarisation serait décalée de $\frac{\pi}{2}$ sur le courant, le décalage serait seulement de $\frac{\pi}{4}$ dans l'hypothèse de Warbürg.

Krüger (2), dans un long travail théorique et expérimental, où il fait intervenir à la fois le courant de charge et le courant de conduction, montre que le premier joue le rôle principal tant que la concentration de l'électrolyte reste faible, qu'à mesure que cette concentration augmente, l'importance de la diffusion devient de plus en plus grande, de telle façon qu'elle devient prépondérante pour les concentrations moyennes et qu'enfin pour les concentrations très grandes il y a lieu de tenir compte d'un troisième facteur, la vitesse avec laquelle s'effectuent les réactions secondaires. Si cette dernière influence était seule agissante, la capacité varierait en raison inverse de la fréquence du courant.

D'après ce qui précède, c'est avant tout l'étude des variations de la capacité avec la fréquence qui doit permettre de trancher entre les diverses théories. Les expériences qui sont relatées ici et qui ne portent que sur une seule fréquence ne pouvaient donc avoir aucune valeur de conclusion à ce point de vue.

Admettons, à titre provisoire, que l'électrode fonctionne par rapport à ce que nous avons appelé l'effet superficiel, comme un condensateur à capacité variable. Elle doit introduire dans le circuit une certaine capacitance qui multiplie la résistance du voltamètre par l'expression :

$$1 \left(1 + \frac{1}{4\pi^2 F^2 C^2 R^2} \right)^{\frac{1}{2}}$$

¹ WARBURG, *Wied. Ann.*, 7, p. 493, 1899; — et *Drud. Ann.*, 6, p. 125; 1901.

(²) KRÜGER, *Zeitschrift für phys. Chemie*, 45, p. 1; 1903.

F étant la fréquence, R la résistance ohmique et C la capacité de polarisation de l'électrode dans les conditions de l'expérience. Inversement, de la mesure de la résistance apparente et de la résistance ohmique, on peut déduire le facteur d'impédance (1 et par conséquent la capacité C. Sans attacher à la quantité C ainsi calculée une signification particulière, il peut être intéressant de connaître son ordre de grandeur (*), ses variations avec la densité du courant sur l'électrode, et de comparer les valeurs obtenues à la capacité de polarisation mesurée en courant continu. Il est évident d'ailleurs que la capacité C dépend de l'état de l'électrode et doit par conséquent être grandement influencée par les modifications intérieures correspondant à l'effet de volume. Comme ces dernières sont très lentes à se produire, qu'elles sont fonction d'autre part de la densité du courant, le meilleur moyen d'obtenir des résultats comparables sera d'effectuer les mesures de résistances dans les premiers instants d'application du courant, alors que les actions internes n'auront pas eu le temps d'agir.

Un voltamètre dont une électrode P est petite et l'autre G beaucoup plus grande est intercalé dans le circuit à courant alternatif. Un électromètre Moulin monté en homostatique permet de déterminer en une minute environ : 1° la différence de potentiel efficace E_1 entre la petite électrode P et une électrode indifférente N placée dans le voisinage immédiat de P (distance de 2 à 3 millimètres); 2° la différence de potentiel efficace E_2 entre l'électrode N et l'extrémité antérieure d'une résistance connue ρ sans self et placée en amont de P; 3° la différence de potentiel efficace E_3 aux deux extrémités de ρ .

Si I est le courant, le même dans les trois mesures, k la constante de l'électromètre, $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ les trois élongations successives observées, on a les relations :

$$E_1^2 = k\delta_1 = I^2 \left(R^2 + \frac{1}{4\pi^2 F^2 C^2} \right),$$

$$E_2^2 = k\delta_2 = I^2 \left[(R + \rho)^2 + \frac{1}{4\pi^2 F^2 C^2} \right],$$

$$E_3^2 = k\delta_3 = I^2 \rho^2,$$

R étant la résistance interposée entre les électrodes P et N. De ces

* D'après la théorie de Kohlrausch, la capacité C calculée comme il est dit doit être égale à la capacité de polarisation en courant continu

relations on tire :

$$(1) \quad R = \frac{\rho}{2} \left[\frac{\delta_2 - (\delta_1 + \delta_3)}{\delta_3} \right],$$

et

$$2 \quad C = \frac{1}{2\pi F} \left(\frac{1}{\epsilon^2 \frac{\delta_1}{\delta_3}} - R^2 \right)^{\frac{1}{2}}.$$

RÉSULTATS. — 1° *Platine*. — Dans le cas où les électrodes sont d'un métal inattaquable comme le platine, les résultats obtenus sont très réguliers. Les expériences ont porté sur trois électrolytes différents, de concentration d'ailleurs indéterminée, SO_4H_2 , NaCl , NaAzO_3 . Les résultats sont rassemblés dans le tableau suivant, où le courant I est exprimé en milliampères, les capacités C en microfarads, les résistances R en ohms et où les quantités e représentent les polarisations efficaces, en volts, de l'électrode active déduites de la formule :

$$(3) \quad e = \frac{I}{2\pi FC}.$$

SO ₄ H ₂				NaCl			NaAzO ₃		
I	R	C	e	R	C	e	R	C	e
20	21.6	180	0.37	43.4	145	0.47			
40	10.3	198	0.67	35.4	146	0.91			
60	12.6	273	0.73	30.7	155	1.29	38.7	176	0.98
80	12.6	368	0.73	30.1	203	1.32	36.7	235	0.98
100	11.9	455	0.73	33.3	253	1.32	32.6	301	1.00

L'électrolyse commence à être visible entre 50 et 70 milliampères. La surface de l'électrode active est d'ailleurs de 1^{mm}²,2.

Ce qui frappe tout d'abord, c'est la grandeur des capacités obtenues, plusieurs centaines de fois plus fortes que les capacités mesurées en courant continu. Krüger (1) avait d'ailleurs observé des capacités du même ordre dans le cas du mercure. Le fait paraît difficile à expliquer si l'on admet l'analogie de l'électrode avec un condensateur. On pourrait peut-être en rendre compte en admettant que les ions d'un certain signe apportés sur l'électrode dans une demi-période du courant s'y déposent complètement avant que les ions de signe contraire amenés au cours de la demi-période précédente se

(1) KRUGER, *loc. cit.*

soient complètement éliminés par diffusion, en sorte que leur effet sur le potentiel de l'électrode serait considérablement affaibli; on peut admettre aussi, ce qui tendrait au même résultat, qu'il y a recombinaison partielle entre les ions déposés pendant une demi-période et ceux amenés dans la demi-période antérieure. L'hypothèse de l'existence simultanée d'ions des deux signes à la surface de l'électrode expliquerait les changements de signe qui accompagnent d'ordinaire la dépolarisation spontanée de l'électrode.

La loi de variation de la capacité de polarisation alternative avec la densité du courant est d'autre part assez remarquable. Tant qu'il n'y a pas électrolyse, cette capacité reste à peu près constante, d'où résulte d'après (3) que la polarisation efficace e croît proportionnellement au courant; à partir du moment où il y a électrolyse, la capacité augmente rapidement en restant sensiblement proportionnelle au courant, autrement dit à partir de ce moment la polarisation efficace reste sensiblement constante.

Les forces électromotrices minima d'électrolyse en courant continu avec électrodes de platine polies et pour des solutions normales sont respectivement ¹ :

$$1^{\text{r}},70 \text{ (SO}^4\text{H}^2\text{)}, \quad 2^{\text{r}},23 \text{ (NaCl)}, \quad 2^{\text{r}},20 \text{ (NaAzO}_3\text{)}.$$

Si on forme les rapports entre les polarisations limites observées en courant alternatif et ces forces électromotrices minima, on trouve :

$$0,43 \text{ SO}^4\text{H}^2\text{)}, \quad 0,58 \text{ (NaCl)}, \quad 0,45 \text{ (NaAzO}_3\text{)}.$$

Ces rapports ne sont pas égaux, mais les écarts qu'ils présentent peuvent peut-être être mis sur le compte des différences de conditions (concentration, état de l'électrode entre les deux séries de mesures.

2° *Cuivre*. — Lorsque les électrodes donnent lieu à des réactions secondaires, les résultats qu'on obtient sont moins simples et moins réguliers. Avec des électrodes en cuivre plongées dans l'eau faiblement acidulée par SO^4H^2 , on n'obtient de résultats concordants qu'à la condition de relever les indications de l'électromètre dès le début

(¹) Ces nombres m'ont été obligeamment communiqués par M. Flusin.

de l'application du courant :

Surface de l'électrode active $0\text{mm}^2,50$.

I	C	e
20	204	0.33
40	207	0.64
60	211	0.93
80	269	0.99

Les capacités de polarisation par millimètre carré sont encore plus grandes que dans le cas précédent. La loi de variation avec la densité du courant est d'ailleurs sensiblement la même.

Dès que le courant dépasse 80 milliampères, il y a, après quelques instants de passage, production d'un effet Vehnelt accompagné de la formation de petites étincelles au niveau de l'électrode.

3° *Aluminium*. — Avec l'aluminium dans l'eau acidulée, lorsque l'électrode active est petite (1 millimètre carré), le courant cesse brusquement après quelques minutes d'application dès que son intensité initiale dépasse une certaine limite (20 milliampères). L'agitation de l'électrode ne suffit pas à le rétablir.

Si l'électrode est suffisamment grande (330 millimètres carrés) on obtient des résultats à peu près réguliers tant que l'intensité du courant reste faible, mais dès qu'elle dépasse une certaine valeur, il devient impossible de faire des lectures à l'électromètre en utilisant la phase de début. L'électrode subit des modifications rapides qui se manifestent par un déplacement continu du spot, dans le sens correspondant à une augmentation de résistance apparente. Ce n'est qu'au bout d'une heure que le spot devient quasi stationnaire. En effectuant les mesures lorsque cette limite est atteinte, on constate que la capacité de polarisation est devenue très petite et, par contre, la résistance ohmique beaucoup plus grande qu'au début. Ce double effet s'accroît quand augmente la densité du courant, en sorte qu'il semble que la capacité tende vers zéro à mesure que le courant croît, ce qui expliquerait l'arrêt de courant observé sur les électrodes très petites :

I	R	C	e
21	25	94	0.74
30	21.5	106	0.94
40	122.5	23	5.79
45	143	20	6.67

Au delà de $I = 45$ les observations deviennent impossibles, le spot sortant de l'échelle.

4° *Plomb*. — Il se comporte à peu près comme l'aluminium mais à un moindre degré. Avec une électrode de 20 millimètres carrés, les résultats sont sensiblement réguliers :

I	R	C	e
20	30.0	89	0.75
40	26.0	103	1.29
60	19.2	130	1.54
80	14.5	153	1.74
100	11.9	179	1.86

Avec une électrode plus petite ($3\text{mm}^2, 7$) et un courant suffisamment intense (100 milliampères), la résistance ohmique augmente avec la durée d'application du courant, la capacité au contraire diminue, puis subitement, à un moment donné, l'intensité tombe brusquement à zéro. Mais, à la différence de ce qui se passe pour l'aluminium, l'agitation de l'électrode suffit d'ordinaire à rétablir momentanément le courant.

I = 100			
Durée d'application	R	C	e
2 minutes.....	23.8	140	2.38
4 —	27.2	99	3.36
6 —	le courant tombe à zéro.		

5° *Fer*. — Les baisses de capacité et les interruptions de courant qu'on observe avec les deux métaux précédents s'expliquent par la formation à la surface de l'électrode d'une couche isolante, en partie gazeuse. Cette couche, non ionisée ou faiblement ionisée, forme lame diélectrique de plus en plus épaisse entre les armatures du pseudo-condensateur liquide-électrode. Son rôle peut être mis nettement en évidence dans le cas du fer, parce qu'elle est alors peu adhérente et s'élimine facilement par agitation du liquide.

Lorsque l'électrolyte est SO^4H^2 qui attaque l'électrode même en l'absence du courant, la différence de potentiel efficace mesurée à l'électromètre entre l'électrode active et l'électrode indifférente reste sensiblement nulle, tant que le courant ne dépasse pas 100 milliampères (surface de l'électrode active, $2\text{mm}^2, 8$). L'électrode se comporte alors comme un condensateur de capacité infinie, tandis qu'au contraire la résistance interposée entre cette électrode et l'électrode indifférente reste très petite.

Quand le courant dépasse 100 milliampères, il apparaît sur l'électrode active une bulle adhérente de plus en plus grosse. En même temps la résistance ohmique augmente, la capacité diminue. Au-dessus de 200 milliampères, l'électrode fonctionne en Vehnelt avec production d'étincelles.

I	R	C	e
100	8.9	976	0.34
150	10.2	437	1.22
200	11.6	403	1.65

Si l'électrolyte est NaCl, la gaine gazeuse commence à apparaître pour des densités de courant beaucoup plus faibles. La résistance ohmique est considérable, la capacité très faible :

I	R	C	e
20	136	17.9	3.72

Mais si l'on effectue les mesures en ayant soin d'agiter constamment le liquide, on empêche la formation du dépôt, et dans ces conditions, pour une même densité de courant la résistance obtenue est notablement plus faible, la capacité par contre beaucoup plus grande :

I	R	C	e
20	71.9	788	0.085

En résumé, et sans faire aucune hypothèse sur sa signification physique, si on appelle capacité de polarisation alternative la quantité C définie par la formule :

$$e = \frac{I}{2\pi FC},$$

où e représente la valeur efficace de la polarisation et I l'intensité efficace du courant, les quelques expériences qui précèdent montrent que, dans le cas d'électrodes inattaquables, cette quantité a une valeur bien déterminée, sans rapport d'ailleurs avec la capacité de polarisation en courant continu, et que ses variations avec I obéissent à une loi simple et bien nette. En particulier, la loi de variation permet de prévoir pour quelle densité de courant il y a commencement d'électrolyse. Dans le cas d'électrodes attaquables, la loi est perturbée par les actions secondaires sur l'électrode. Ces perturbations se produisent toujours dans un sens tel qu'elles tendent à diminuer la quantité C lorsque, entre le liquide et l'électrode, s'interpose une couche non conductrice.

**FAMILLE CONTINUE DE COURBES TERMINALES DU SPIRAL RÉGLANT
POUVANT ÊTRE CONSTRUITES PAR POINTS ET PAR TANGENTES;**

Par M. M. AUBERT.

I. Huygens est l'inventeur du ressort spiral communément appelé *spiral réglant* qu'il fit construire pour la première fois par M. Thuret, habile horloger.

Un essai de théorie du spiral fut tenté par F. Berthoud ⁽¹⁾; on doit à Pierre Le Roy ⁽²⁾ la découverte expérimentale de la possibilité de réaliser l'isochronisme par un choix convenable des extrémités, mais il était réservé à Phillips de formuler les conditions nécessaires et suffisantes auxquelles doit satisfaire la courbe terminale d'un spiral pour qu'elle soit *réglante*, c'est-à-dire qu'elle assure l'isochronisme des oscillations.

Dans son *mémoire sur le spiral réglant des chronomètres et des montres* ⁽³⁾, Phillips considère l'ensemble formé par le balancier et le spiral. Si E est le module d'Young du métal qui forme le spiral de longueur L, si I est le moment d'inertie de la section de ce dernier, il résulte des lois de l'élasticité que le moment G du couple qui tend à ramener à sa position d'équilibre le balancier dérangé d'un angle α a pour valeur :

$$G = \frac{M}{L} \alpha + \epsilon$$

avec :

$$M = EI.$$

Si $\epsilon = 0$, la durée T d'oscillation du système est :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{AL}{M}}.$$

A étant le moment d'inertie du balancier par rapport à son axe de rotation, et l'isochronisme est alors réalisé, quelle que soit l'amplitude des oscillations.

Après avoir établi cette formule, Phillips démontre que ϵ peut

(1) F. BERTHOUD, *Traité des horloges marines*. t. III, Paris, 1773.

(2) CASSINI fils, *Voyages pour éprouver les montres marines* de Pierre Le Roy, Paris 1770.

(3) PHILLIPS, *Annales des mines*, t. XIX; 1861.

s'annuler, à la condition que les courbes terminales satisfassent aux deux conditions suivantes :

1° Le centre de gravité G de chaque courbe doit se trouver sur la perpendiculaire OB menée par le centre O des spires au rayon extrême OC de cette courbe, là où elle se réunit aux spires (*fig. 1*);

2° La distance de ce centre de gravité G au centre O des spires doit être égale à $\frac{R^2}{l}$, c'est-à-dire à une troisième proportionnelle à la longueur l de la courbe et au rayon R des spires.

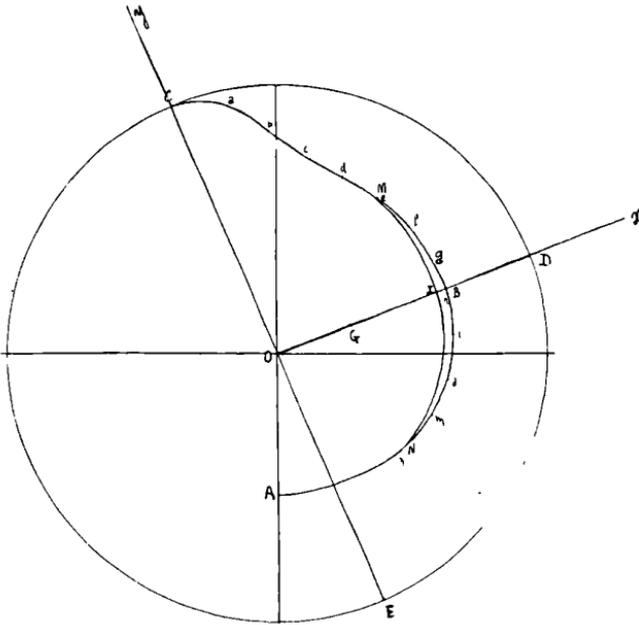


FIG. 1.

De telles courbes assurent la régularité du développement concentrique du spiral cylindrique, suppriment toute poussée latérale du balancier contre ses pivots, il en résulte l'annulation du frottement correspondant et surtout des variations que subit celui-ci par suite de l'épaississement des huiles, elles permettent de réaliser le *spiral libre*.

II. Dans le mémoire déjà cité, Phillips indique une méthode pour trouver graphiquement les courbes terminales qui conviennent à chaque cas.

Soit à tracer une courbe terminale se raccordant en C à la spire et se terminant au point A (fig. 1). D'après les deux conditions imposées, le centre de gravité G de cette courbe ABC doit se trouver sur OB perpendiculaire à OC et OG doit être égal à $\frac{R^2}{l}$.

On trace de sentiment une première courbe ABC, on la divise ensuite en éléments suffisamment petits Ca, ab, bc, ..., pour qu'on puisse les assimiler à des droites ou à des arcs de cercle, on mesure la distance y à Ox du centre de gravité de chacun des éléments et on forme Σydl .

Si G est sur Ox (1) $\Sigma ydl = 0$; si cette condition n'est pas réalisée, on modifie soit la partie supérieure de la courbe, soit la partie inférieure de manière à y arriver.

Reste à satisfaire à la seconde condition, x mesurant la distance du centre de gravité d'un élément à Oy, on calcule Σxdl .

Lorsque l'égalité $\Sigma xdl = R^2$ (2), qui exprime que $OG = \frac{R^2}{l}$, n'a pas lieu, on modifie la courbe tout en continuant à satisfaire à la condition (1).

Si on a par exemple $\Sigma xdl > R^2$, on prend de part et d'autre du point B deux arcs BM et BN tels que le centre de gravité de leur ensemble soit sur OD et on remplace l'arc MBN par un arc intérieur MIN dont le centre de gravité soit sur OD et dont le moment par rapport à Oy est moindre que celui de l'arc MBN et par approximations successives, on arrive ainsi à satisfaire à la condition (2, l'égalité (1) étant toujours vérifiée.

Certains horlogers apportent à la méthode précédente une légère variante, au lieu de déduire par le calcul la position du point G, ils la fixent expérimentalement.

« On trace une courbe approximative ABC inscrite dans une circonférence de 100 millimètres de rayon. Après l'avoir exécutée en fil de fer, on suspend cette courbe dans deux positions différentes en la plaçant devant le dessin et en traçant chaque fois les verticales. L'intersection de ces verticales donne le centre de gravité dont il faut vérifier la position par la formule $OG = \frac{R^2}{l}$. On modifie la courbe en fil de fer jusqu'à ce que la condition ci-dessus soit réalisée (1). Enfin

(1) JAMES, Cours pratique et théorique de réglage de précision.

M. Pettavel, directeur de l'école d'horlogerie de Fleurier, a réalisé sur les indications de M. Ch. Ed. Guillaume un appareil permettant la détermination mécanique rapide de courbes de Phillips (1).

III. Pour faciliter la tâche aux artistes chronométriers, quelques auteurs ont, à la suite de Phillips, définis graphiquement la forme d'un certain nombre de courbes terminales. Ils ont traduit les résultats auxquels ils sont parvenus soit en reproduisant par la gravure les courbes obtenues, soit en donnant sous forme de tableau les éléments suffisants pour la construction de ces courbes en coordonnées polaires (2).

Pour avoir des courbes terminales que l'on puisse construire avec la règle et le compas, ou par points et par tangentes, et pour lesquelles il soit possible de déterminer, en chaque point, les éléments géométriques (rayon de courbure, centre de courbure, etc.), d'autres auteurs ont cherché à utiliser les courbes usuelles et leurs combinaisons.

Parmi les formes particulières ainsi obtenues, nous citerons les courbes terminales formées.

1° D'un segment de droite;

2° D'un ou deux arcs de cercle (3);

3° De deux quarts de cercle réunis par une droite;

4° D'une ellipse de grand axe $a = R$ et d'excentricité $e = 0,573$.

D'une façon générale, toute courbe définie en coordonnées polaires, par exemple, par une relation de la forme :

$$\rho = f(m, \theta),$$

où m est un paramètre (développante de cercle, cardioïde, etc.), peut être choisie comme courbe terminale.

Les deux conditions de Phillips donnent deux équations qui définissent m et l'intervalle Θ dans lequel doit varier θ , et si même par suite de la présence de fonctions périodiques dans $f(m, \theta)$, le problème admet un nombre infini de solutions, ces solutions sont isolées et parfaitement déterminées.

Le présent travail a pour objet l'étude d'un groupe de courbes ter-

1) Congrès international de chonométrie, 1902, page 195.

2) P. BERNER, *Coordonnées polaires des courbes Phillips. Journal suisse d'horlogerie*, t. XXXII et XXXIV.

3) F. KEELHOFF, *Courbes terminales circulaires. Journal suisse d'horlogerie*, t. XXVIII et XXIX.

minales que l'on puisse construire par points et par tangentes et dont l'équation en coordonnées polaires renferme deux paramètres qui permettent de les assujettir à une condition supplémentaire autre que celle de Phillips, l'ensemble de ces courbes formant une famille continue.

La courbe choisie est la spirale logarithmique :

$$\rho = ac^{b\theta}$$

dont la tangente MT fait en chaque point M avec le rayon vecteur un angle constant V tel que :

$$\text{tang } V = \frac{1}{b}$$

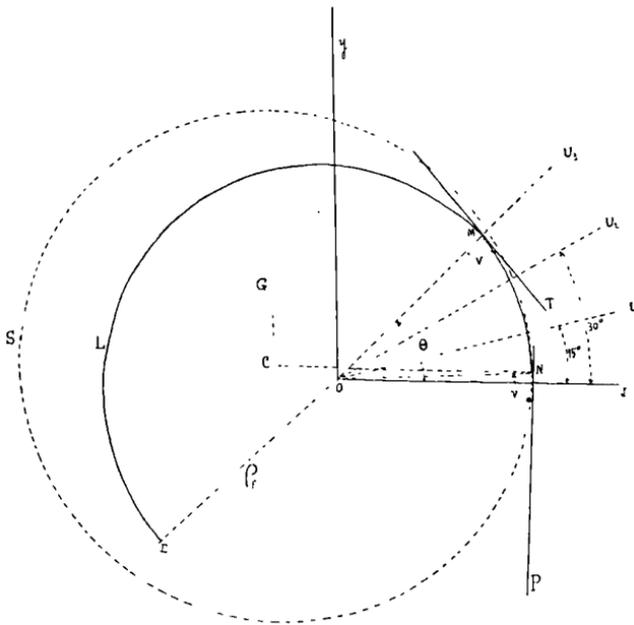


FIG. 2.

Soit L (fig. 2) une spirale logarithmique et ψ l'angle compris entre $-\frac{\pi}{2}$ et $\frac{\pi}{2}$ tel que $\text{tang } \psi = b$. La tangente NP au point correspondant N est perpendiculaire à OX, prenons ce point N comme origine des arcs et cherchons les coordonnées (ξ, η) du centre de gravité G

d'un arc NE de L.

$$\begin{aligned}x &= ae^{b\theta} \cos \theta; \\y &= ae^{b\theta} \sin \theta,\end{aligned}$$

étant les coordonnées d'un point quelconque M de la courbe et l la longueur de l'arc NE.

$$\xi l = \int_0^l x ds = a^2 \sqrt{1 + b^2} \int_0^{\theta} e^{2b\theta} \cos \theta d\theta;$$

$$\eta l = \int_0^l y ds = a^2 \sqrt{1 + b^2} \int_0^{\theta} e^{2b\theta} \sin \theta d\theta.$$

ds l'élément d'arc ayant pour valeur :

$$ds = d\theta \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} = a \sqrt{1 + b^2} e^{b\theta} d\theta.$$

On en déduit :

$$\xi l = \frac{a^2 \sqrt{1 + b^2}}{4b^2 + 1} [e^{2b\theta} (2b \cos \theta + \sin \theta) - e^{2b\psi} (2b \cos \psi + \sin \psi)];$$

$$\eta l = \frac{a^2 \sqrt{1 + b^2}}{4b^2 + 1} [e^{2b\theta} (2b \sin \theta - \cos \theta) - e^{2b\psi} (2b \sin \psi - \cos \psi)].$$

avec :

$$l = \frac{a}{b} \sqrt{1 + b^2} - e^{b\psi}.$$

Soit, d'autre part, C le centre d'un cercle S de rayon R, projection sur le plan d'un spirale cylindrique, perpendiculairement à son axe ; si S est tangent à NP en N, les coordonnées de C sont :

$$\begin{aligned}x_c &= ae^{b\psi} \cos \psi - R; \\y_c &= ae^{b\psi} \sin \psi.\end{aligned}$$

L sera une courbe terminale si :

$$(3) \quad \xi = x_c.$$

$$(4) \quad \eta = y_c + \frac{R^2}{l}.$$

En remplaçant ξ , η , x_c et y_c par leurs valeurs, simplifiant et posant

$u = \frac{R}{a}$, les égalités (3) et (4) deviennent :

$$(5) \quad u = e^{b\psi} \cos \psi - \frac{b}{4b^2 + 1} \frac{e^{2b\theta} (2b \cos \theta + \sin \theta) - e^{2b\psi} (2b \cos \psi + \sin \psi)}{e^{b\theta} - e^{b\psi}}.$$

$$(6) \quad u^2 = \frac{\sqrt{1 + b^2}}{4b^2 + 1} [e^{2b\theta} (2b \sin \theta - \cos \theta) - e^{2b\psi} (2b \sin \psi - \cos \psi)] - e^{b\psi} (e^{b\theta} - e^{b\psi}).$$

REMARQUE. — Si, dans les expressions (5) et (6), on fait $b = 0$, ce qui entraîne $\psi = 0$, il vient :

$$u = 1 - \frac{\sin \Theta}{\Theta};$$

$$u^2 = 1 - \cos \Theta.$$

ce qui donne par élimination de u et faisant $\Theta = 2\beta$:

$$\beta = \sin \beta \cos \beta^2 = 2\beta^2 \sin^2 \beta,$$

équation qui se retrouve dans la détermination de la courbe terminale formée d'un seul arc de cercle (1).

IV. Le tableau I contient des valeurs de u et de Θ satisfaisant aux équations (5) et (6), les limites inférieure et supérieure de b étant respectivement $-0,07499536$ et $0,2007180$. Les solutions correspondant à une même valeur de b sont affectées d'indices différents et $a = \frac{R}{u}$ est calculé pour $R = 1^2$.

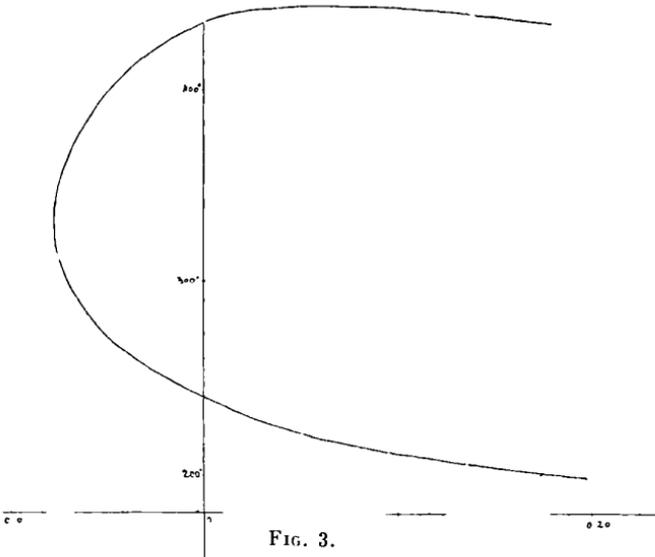


FIG. 3.

¹ GROSSMANN, *Horlogerie théorique*, t. II, p. 116.

Pour $b = 0$ la spirale se réduit à une circonférence, c'est le cas traité par F. Keelhoff (*loc. cit.*).

² Certaines valeurs de β , u , a ne présentent qu'un intérêt théorique, elles n'ont été calculées que pour déterminer l'allure des courbes représentées fig. 3 et 4.

TABLEAU I.

ψ	$b = \tan \psi$	u_1	θ_1	a_1	u_2	θ_2	a_2
11° 18' 50"	0,20007180	1,64646	199° 42' 20"	0,66737			
10° 12' 20"	0,18002850				0,148277	438° 29' 20" $\frac{54}{100}$	6,74414
9° 22' 10"	0,16500105				0,26936	440° 6' 2"	3,71246
8° 22' 10"	0,15009539	1,51763	205° 56' 47"	0,658920	0,37431	441° 41' 17"	2,67157
5° 42' 40"	0,10000913	1,40436	214° 11' 53"	0,712066	0,63526	446° 20' 34"	1,57414
4° 0' 30"	0,07007297	1,34274	220° 30' 27"	0,744746			
3° 26' 20"	0,06009211	1,32305	222° 54' 45"	0,755829	0,76439	447° 34' 13"	1,30823
2° 51' 50"	0,05002596	1,30263	225° 38' 41"	0,767677			
2° 17' 30"	0,04001847	1,28432	228° 20' 48"	0,778622			
1° 43' 10"	0,03001898	1,26543	231° 23' 51"	0,790245			
1° 9'	0,02007397	1,24682	234° 42' 22"	0,804020	0,84661	442° 45' 6"	1,18117
0° 34' 30"	0,01003597	1,22819	238° 22' 4"	0,814206			
0°	0,	1,20949	242° 25' 36"	(2)			
— 0° 34' 30"	— 0,01003597	1,19072	246° 57' 35"	0,839828			
— 1° 9'	— 0,02007397	1,17170	252° 4' 32"	0,853460			
— 1° 43' 10"	— 0,03001898	1,15235	257° 54' 8"	0,867791	0,906918	418° 11' 54"	1,10264
— 2° 17' 30"	— 0,04001847	1,13204	264° 47' 11"	0,883361	0,918429	409° 13' 10"	1,08882
— 2° 51' 50"	— 0,05002596	1,11024	273° 10' 54"	0,900706	0,931142	398° 5'	1,07395
— 3° 26' 20"	— 0,06009211	1,08548	284° 10'	0,921251	0,946667	383° 41' 46"	1,05634
— 4° 0' 30"	— 0,07007297	1,05401	300° 43' 6"	0,948757	0,969044	363° 8' 23"	1,03194
— 4° 17' 20"	— 0,07499536	1,02844	316° 37' 15"	0,972346	0,990170	345° 2' 55"	1,00995

Les figures (4) et (3) donnent respectivement les courbes de u et de Θ , b étant pris comme variable.

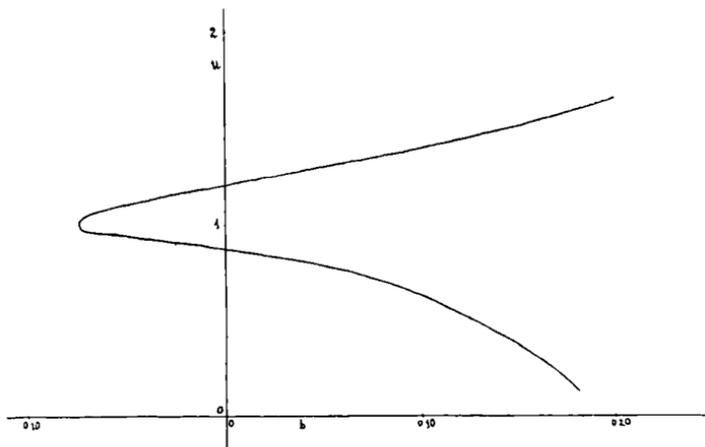


FIG. 4.

Il est à remarquer que les nombres qui figurent dans le tableau précédent ne sont pas les seules solutions des équations (5) et (6); ainsi les valeurs suivantes répondent encore à la question :

b	Θ_3	u_3
0,04001847	602° 32'	1,173
0,04001898	604° 53'	1,148
0,02007397	608° 14'	1,127
0,01003597	614° 3'	1,108

D'une façon générale, le système des égalités (5) et (6) admet, lorsque b est donné, une infinité de solutions.

V. *Construction des courbes.* — Les tableaux I, II et III contiennent les éléments nécessaires à la construction d'un certain nombre de courbes terminales.

Soit à tracer la courbe terminale correspondant à 0,0600291 par exemple, et se raccordant à un spiral cylindrique dont la projection sur le plan de la figure est un cercle de rayon $R = 1$.

Par rapport à deux axes rectangulaires Ox et Oy fig. 2, placer le point N origine des arcs de la spirale, point dont les coordonnées sont :

$$\begin{aligned} x &= ae^{b\psi} \cos \psi \\ y &= ae^{b\psi} \sin \psi \end{aligned} \quad \text{V. tableau II}$$

la tangente NP en ce point est perpendiculaire à Ox .

TABLEAU II.

b	$ae^{b^2} \cos \psi$	$ae^{b^2} \sin \psi$	ρ_f
0,01003597	0,81423	0,00817	0,84892
0,02007397	0,80418	0,01614	0,87293
0,03001898	0,79060	0,02373	0,89210
0,04001847	0,77924	0,03118	0,91325
0,05002596	0,76864	0,03845	0,93484
0,06009241	0,75719	0,04550	0,95489
0,07007296	0,74657	0,05231	0,97528
0,10000913	0,71563	0,07157	1,0348
0,15009539	0,66635	0,10001	1,1301
— 0,01003597	0,83987	— 0,00843	0,80427
— 0,02007397	0,85363	— 0,01713	0,78131
— 0,03001898	0,86818	— 0,02606	0,75811
— 0,04001847	0,88407	— 0,03538	0,73421
— 0,05002596	0,90183	— 0,04511	0,70957
— 0,06009241	0,92291	— 0,05546	0,68382
— 0,07007297	0,95108	— 0,06664	0,65679
— 0,07499536	0,97508	— 0,07312	0,64244
— 0,07499536	1,0127	— 0,07595	0,64290

Tracer les droites OU_1, OU_2, OU_3, \dots , qui font respectivement avec Ox des angles de $15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, \dots$, etc.

Porter sur ces droites selon l'angle qu'elles font avec Ox les longueurs qui figurent dans le tableau III dans la colonne 0,06002911.

Dans le cas considéré, la colonne envisagée s'arrête à 210° , se reporter alors aux tableaux II et I qui donnent, l'un, la valeur ρ_f du rayon vecteur et l'autre l'argument Θ_4 de l'extrémité E de la courbe.

Si $R = r$, les nombres donnant les coordonnées de N et les rayons vecteurs sont à multiplier par r . La tangente en chaque point M s'obtient en traçant la droite MT qui fait, avec le rayon vecteur OM, l'angle $V = \frac{\pi}{2} - \psi$.

ψ (tableau I) étant défini par la relation :

$$\text{tang } \psi = b.$$

Par N mener une parallèle NC à Ox , prendre :

$$NC = R.$$

C est le centre du cercle projection des spires.

TABLEAU III.

θ	b	Rayons vecteurs									
		0,05002596	0,09001898	0,01003597	- 0,01003597	- 0,03001898					
0° ($f_0 = a$)	0,10000913	0,06000211	0,05002596	0,09001898	0,01003597	- 0,01003597	- 0,03001898	0,81420	0,83983	0,86779	0,8901808
15°	0,73095	0,73583	0,76767	0,79024	0,81420	0,83983	0,86779	0,8901808	0,91420	0,93983	0,96779
30°	0,73034	0,77998	0,77779	0,79648	0,81635	0,83762	0,86099	0,88542	0,91420	0,94226	0,97331
45°	0,77025	0,79235	0,79844	0,80909	0,82065	0,83323	0,84757	0,86342	0,88020	0,89792	0,91669
60°	0,79068	0,80492	0,80896	0,81548	0,82280	0,83105	0,84093	0,85286	0,86669	0,88226	0,89969
75°	0,81166	0,81768	0,81963	0,82191	0,82497	0,82886	0,83435	0,84149	0,85020	0,86099	0,87331
90°	0,83319	0,83065	0,83041	0,82840	0,82714	0,82669	0,82782	0,83020	0,83369	0,83808	0,84590
105°	0,85529	0,84382	0,84138	0,83493	0,82932	0,82452	0,82134	0,82020	0,82236	0,82669	0,83226
120°	0,87798	0,85720	0,85247	0,84152	0,83150	0,82236	0,81491	0,80853	0,80220	0,79592	0,78969
135°	0,90127	0,87079	0,86371	0,84816	0,83369	0,82020	0,80853	0,80220	0,79592	0,78969	0,78331
150°	0,92518	0,88460	0,87509	0,85485	0,83588	0,81805	0,80220	0,79592	0,78969	0,78331	0,77737
165°	0,94973	0,89862	0,88663	0,86160	0,83808	0,81590	0,79592	0,78969	0,78331	0,77737	0,77129
180°	0,97492	0,91387	0,89832	0,86839	0,84028	0,81376	0,78969	0,78331	0,77737	0,77129	0,76525
195°	1,0007	0,92735	0,91016	0,87325	0,84249	0,81462	0,78969	0,78331	0,77737	0,77129	0,76525
210°	1,0273	0,94205	0,92216	0,88215	0,84471	0,80949	0,77737	0,77129	0,76525	0,75926	0,75325
225°				0,88911	0,84693	0,80737	0,77129	0,76525	0,75926	0,75325	0,74726
240°											
255°											

EXAMEN OPTIQUE DES VERRES DE LUNETTES.

APPAREIL DE M. TSCHERNING ;

Par M. A. GUILLET.

Un abonné du *Journal de Physique* demande comment il convient de procéder pour déterminer avec quelque précision les caractéristiques des verres de lunettes.

Je pourrais renvoyer mon correspondant aux traités classiques qui abondent en renseignements précieux sur le sujet, mais, ayant eu l'occasion de suivre les travaux de M. Tscherning, il me semble plus opportun d'indiquer comment opère, le plus souvent, ce maître de l'ophtalmologie.

Pour plus de clarté et de concision, je supposerai que l'on veuille adapter à une telle fin un goniomètre de Babinet.

Il faudra pour cela :

1° Substituer à la fente du collimateur une lame de verre argentée en partie, sur laquelle on aura tracé, au préalable, un micromètre comportant par exemple cinquante divisions occupant une longueur totale de un centimètre ;

2° Adjoindre au réticule habituel r de la lunette astronomique un troisième fil parallèle à l'un des fils du réticule en croix et limitant avec lui une longueur d ;

3° Disposer devant la lentille collimatrice L_1 un support destiné à recevoir le verre à examiner X et devant l'objectif L_2 de la lunette un autre support curseur, solidaire de la lunette, pouvant recevoir une lentille auxiliaire L_3 dont on comprendra bientôt le rôle.

I. — Le collimateur et la lunette étant réglés pour l'infini, une image du micromètre apparaît dans le plan focal de L_2 ; l'interposition du verre X fait disparaître cette image qui se forme alors dans le plan focal de X ; et il faut, pour porter de nouveau l'image du micromètre en r , placer la lentille L_3 de façon à faire coïncider son plan focal antérieur avec le plan focal postérieur de X .

Si $n\Delta$ est la longueur du micromètre dont l'image s'insère entre les deux fils parallèles du réticule, on a, en désignant par f_2, f_3, f_x, f_1 , à partir de la lunette, les distances focales des différents verres successifs, centrés sur l'axe du collimateur, et par I_x l'image de $n\Delta$

donnée par X,

$$\frac{n\Delta}{f_1} = \frac{I_x}{f_x}, \quad \frac{I_x}{f_3} = \frac{d}{f_2},$$

d'où, en introduisant les convergences $c = \frac{1}{f}$ et posant $d = d'\Delta$,

puis résolvant par rapport à c_x , $c_x = n \cdot \frac{c_1 c_3}{c_2 d'}$.

La convergence c_x de X sera donc mesurée par le nombre n des divisions du micromètre dont l'image s'insère entre les deux fils du réticule, si on réalise par construction la condition :

$$c_1 c_3 = c_2 d',$$

et cela en prenant, par exemple, $d' = 24,75$ c'est-à-dire

$$d = 4^{mm},95; \quad c_1 = 9,43; \quad c_2 = 3,81; \quad c_3 = 10 \text{ dioptries.}$$

Comme C_x peut varier de -20 à $+20$ dioptries pour les verres de lunettes et atteindre ou dépasser 100 dioptries pour les oculaires et les objectifs de microscope, on utilisera selon les cas, comme lentille L_3 les numéros :

$$+2,5, \quad +5, \quad +15, \quad +20,$$

ou encore un objectif faible de microscope. Le coefficient par lequel il faudra alors multiplier la lecture n' s'obtiendra en mesurant la convergence d'un même verre à l'aide de L_3 , puis de L'_3 .

On sait comment à l'aide de pointés complémentaires au microscope on déterminera les distances des plans focaux aux surfaces extérieures des verres, et par suite, les éléments cardinaux du système optique donné.

II. — Pour la mesure de la *courbure des faces*, il n'y a rien à changer à la méthode précédente : c'est en effet une mesure de convergence catoptrique qu'il faut alors réaliser. On amènera donc la lunette d'observation à angle droit de sa première position, et l'on disposera entre L_1 et X une lame de verre à 45° sur l'axe du collimateur ; alors l'image du micromètre, produite par réflexion sur la face de X tournée vers le collimateur, sera ainsi projetée dans la direction de la lunette et observée comme plus haut. En choisissant la lame assez épaisse on distinguera facilement celle des quatre images réfléchies sur laquelle doit porter la mesure.

Si la face active de la lentille n'est pas argentée, on éclairera le micromètre avec un bec Auer.

III. — Pour la mesure de l'indice en lumière monochromatique, M. Tscherning emploie la méthode d'immersion ⁽¹⁾. On sait que si l'on regarde un objet à travers un système optique et que l'on déplace ce système latéralement, l'objet paraît se déplacer en sens contraire ou dans le même sens que le système selon que celui-ci est convergent ou divergent. On immergera donc la lentille dont on désire l'indice dans une petite cuve à faces parallèles contenant un mélange de sulfure de carbone et de benzol d'indice 1,52 environ, et l'on fera varier cet indice à l'aide de l'un ou de l'autre liquide, de façon que l'objet regardé à la lunette grossissante à travers la cuve ne se déplace pas par rapport au réticule, lorsque celle-ci reçoit de petits mouvements latéraux de va-et-vient. On peut de cette manière décélérer aisément le centième de dioptrie et obtenir à coup sûr, au moins avec les lentilles faibles, la quatrième décimale pour l'indice.

IV. — Ayant d'une part substitué au micromètre une lame argentée sur laquelle on a tracé une croix dont l'un des bras est horizontal et l'autre vertical et monté, d'autre part, le verre à essayer à l'extrémité d'un tube muni d'un diaphragme de 5 millimètres de diamètre placé à 28 millimètres en arrière du verre, le tout porté par un disque pouvant tourner autour d'un axe passant par le centre du diaphragme on constatera, qu'après avoir mis au point pour la croix du collimateur, si l'on fait tourner le disque avec le collimateur d'un angle α on ne voit plus la croix, et que pour la faire réapparaître, il faut déplacer le collimateur d'un angle β par rapport au disque, on voit alors la croix mais diffuse. En déplaçant la lentille 43 on constate que la position qui permet de voir nettement le bras horizontal est distante de celle qui correspond à la netteté du bras vertical; le déplacement de L_3 entre ces deux positions mesure le degré d'astigmatisme pour l'obliquité choisie et le rapport des angles α et β indique le degré d'orthoscopie. On construira ainsi sans peine les deux courbes focales, par des mesures effectuées de 5° en 5°, α variant par exemple entre 0° et 28°.

(1) Voir pour tout ce qui concerne les ressources de cette méthode, le mémoire publié dans ce volume (Janvier 1919), par M. Ch. FABRY.

Maison SOLEIL - J. DUBOSCQ, fondée en 1819

PH. ^{O. ✱, I. ✱}
^{✱ ✱ ✱ ✱} ET F. PELLIN ^{✱, ✱}

Ingenieurs Constructeurs

Adr. tél. FEXIPEL-PARIS

Téléphone 813-26

5, Avenue d'Orléans — PARIS (Anc^t 21, rue de l'Odéon)

DIPLOMES D'HONNEUR ET MEDAILLES D'OR : 1885-1889

GRANDS PRIX : PARIS 1900, SAINT-LOUIS 1904, LIEGE 1905, MILAN 1906

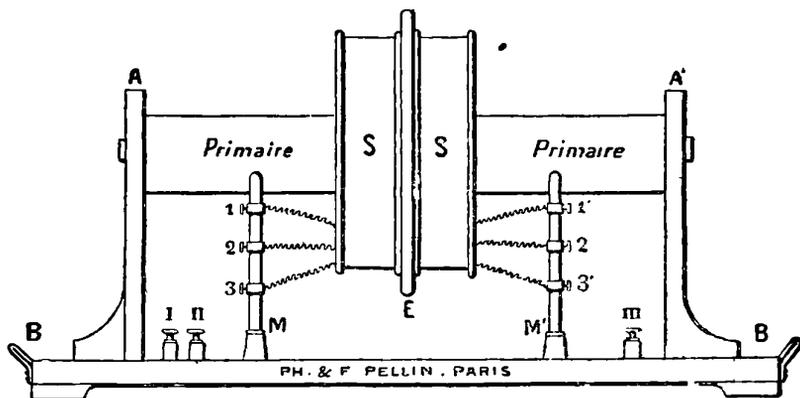
HORS CONCOURS, MEMBRE DU JURY : BRUXELLES 1897, LONDRES 1908, BRUXELLES 1910
TURIN 1911, GAND 1913

APPAREILS D'OPTIQUE pour les SCIENCES et l'INDUSTRIE

APPAREILS DE HAUTE PRÉCISION

PLANS - PRISMES - OPTIQUE SUPÉRIEURE

Le Catalogue comprend 11 fascicules



Transformateur de résonance de MM. G.-A. Hemsalech et C. Tissot.

Modele de laboratoire à l'usage des Spectroscopistes.

Envoi de notices sur demande — Devis pour Installations

REFERENCES SUR DEMANDE

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

Ancienne Maison MICHEL et C^{ie}

Compagnie pour la Fabrication des Compteurs ET MATÉRIEL D'USINES A GAZ

Société anonyme : capital 27.000.000 de francs — 16 & 18, bd de Vaugirard, PARIS

PYROMÈTRES à COUPLES THERMO-ÉLECTRIQUES PYROMÈTRES à RADIATIONS

TÉLESCOPE PYROMÉTRIQUE, Système FÉRY

pour la mesure des températures de 400° à 3500°

COMPTEURS ET APPAREILS
DE MESURES D'ÉLECTRICITÉ

COMPTEURS D'ALCOOL

Transformateurs de mesures



PERMÉAMÈTRE ILIOVICI
FLUXMÈTRE GRASSOT
ONDOGRAPHE HOSPITALIER
Phasemètres, Fréquence-mètres

VOLTMÈTRES, AMPÈREMÈTRES et WATTMÈTRES. ÉTALONS ÉLECTRODYNAMIQUES

Établissements H. PILON

53, rue de Paris, ASNIÈRES (Seine)

Téléph.: WAGRAM 87-02

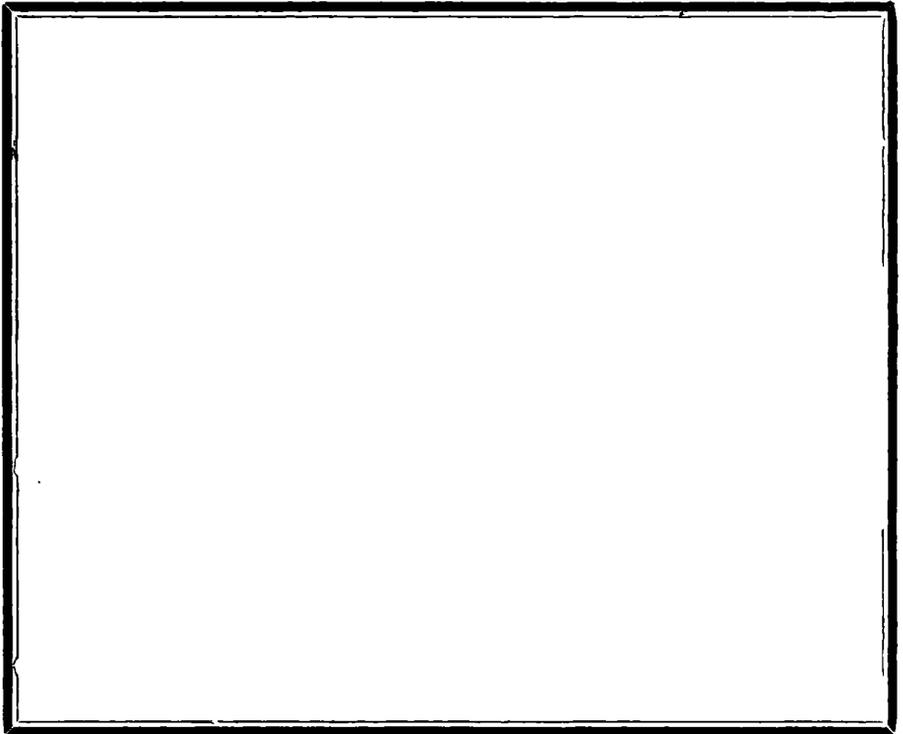
Adresse télégr.: RAYONIX ASNIÈRES-SEINE

FABRIQUE DE TUBES A RAYONS X

SPÉCIALITÉS DE VERRERIE DE PRÉCISION
POUR LABORATOIRES ET TUBES A RAYONS X
SPÉCIAUX POUR RECHERCHES

POMPES A VIDE

ENVOI FRANCO DU CATALOGUE



MICROGRAPHIE — BACTÉRIOLOGIE

E. COGIT & C^{IE}

CONSTRUCTEURS D'INSTRUMENTS ET D'APPAREILS POUR LES SCIENCES

36, Boulevard Saint-Michel, 36

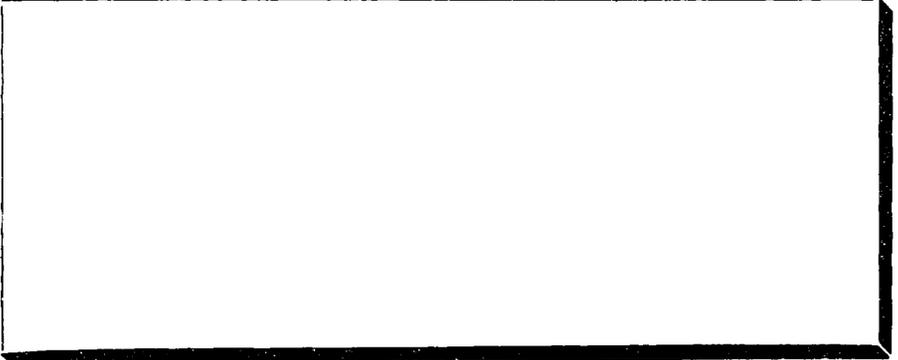
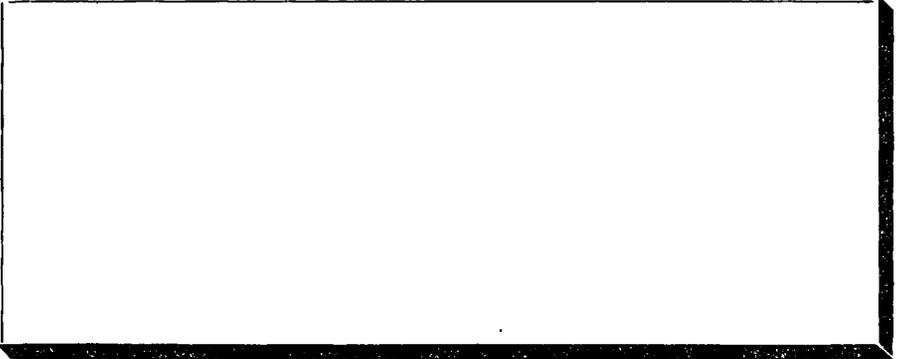
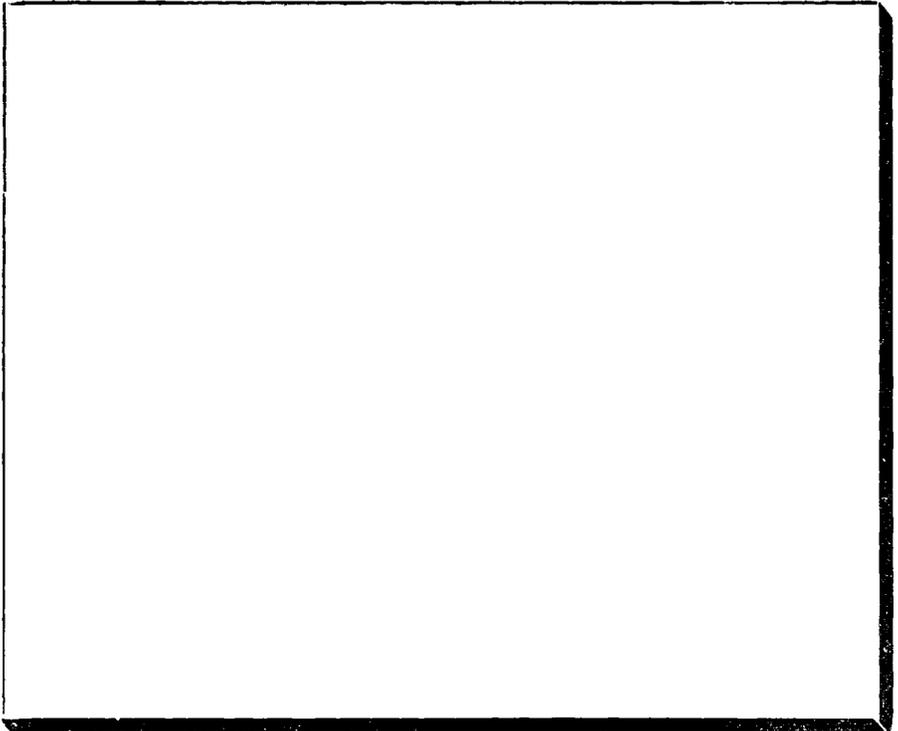
PARIS — Téléphone 812-20

Ateliers de Construction. Expéditions et Verrerie en gros
49, Rue Humboldt, PARIS

REPRÉSENTANTS EXCLUSIFS POUR LA FRANCE DES

Microscopes KORITSKA de MILAN

NOUVEL ÉCLAIRAGE SUR FOND NOIR POUR ULTRAMICROSCOPE



SOCIÉTÉ INDUSTRIELLE DES TÉLÉPHONES

(Constructions électriques, caoutchouc, câbles)

Société anonyme au capital de 18.000.000 de francs

25, rue du Quatre-Septembre, 25. — PARIS

Appareillage électrique

TABLEAUX DE DISTRIBUTION

POUR STATIONS CENTRALES,
SOUS-STATIONS, POSTES DE TRANSFORMATION

Interrupteurs MONOBLOC

Régulateur J.-L. ROUTIN

*Dispositif de protection, système L. NEU
Télégraphie sur les lignes à haute tension*

APPAREILS AUTOMATIQUES DE DEMARRAGE

Matériel Téléphonique

LE MONOPHONE

MICROPHONE PARIS-ROME
COMMUTATEURS " STANDARD "

INSTALLATIONS A ÉNERGIE CENTRALE

BUREAUX CENTRAUX -- MULTIPLES

*Matériel préparé pour les télégraphes à sports d'énergie
Matériel spécial pour les chemins de fer, les mines*

INSTALLATIONS PRIVÉES

Fils et Câbles électriques

CABLES ARMÉS

Câbles pour puits et galeries de mines, câbles et treuils de fonçage

MATÉRIEL COMPLET POUR GRUES ÉLECTRIQUES

Boîtes de prises de courant

Appareil A. LÉAUTÉ, pour essais par résonance de canalisations électriques à hautes tensions

CABLES TÉLÉPHONIQUES

ATELIERS R. MAILHAT

MOURONVAL, ANCIEN ÉLÈVE DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE, SUCCESSEUR

10, rue Émile-Dubois, PARIS XIV^e

MÉCANIQUE & OPTIQUE DE PRÉCISION EN TOUS GENRES

Instruments d'observatoires et de laboratoires. Objectifs. Miroirs.

Prismes. Lunettes. Spectroscopie. Instruments de mesure.

Micromètres. Chronographes. Pièces détachées. Instruments nouveaux sur plans et indications. Travaux à façon.

MATÉRIEL ANCEL
pour télégraphie et téléphonie sans fil, émission et réception; postes complets et organes séparés. — Récepteur de T. S. F. à manœuvre automatique pour signaux horaires. — Appareil de télé mécanique Gannier-Ancel.

MATÉRIEL ANCEL
pour rayons X et haute fréquence: bobines intensives, interrupteurs à gaz, tableaux de distribution, condensateurs à air, à pétrole, résonnateurs, éclateurs, ampoules, soupapes, écrans et accessoires divers.

LOUIS ANCEL

Ingén. des Arts et Manufact.
Construct. breveté s. g. d. g.

BUREAUX.

ATELIERS ET LABORATOIRES
91, boul. Péreire (Sud)

PARIS, XVII^e

Ancie nement 1^{er}, rue Br c a t

BR I L E 191 . M O L U D R

GRAND PRIX, TURIN 1911

GAND 1913, LYON 1914

du , H r s s

Lyon 1914

Construction de tous appareils de laboratoire pour physique, chimie et électro-chimie. Construction et réparation d'outillage pour mécanique de précision.

SPECTROGRAPHE ANCEL
à prisme ou à réseau

INSTALLATION DE LABORATOIRES

REPARATION D'APPAREILS

Cellules de sélénium extra-sensibles Ancel sans inertie, modèles spéciaux sur commande.

GAUTHIER-VILLARS, 55, quai des Grands-Augustins, PARIS

SOCIÉTÉ FRANÇAISE DE PHYSIQUE

RECUEIL

DE

CONSTANTES PHYSIQUES

Ce magnifique volume de 753 pages, publié par

Henri ABRAHAM

Professeur à la Sorbonne, Secrétaire de la Société française de Physique,

ET

Paul SACERDOTE

Docteur ès sciences, Professeur au collège Chaptal,

Avec la collaboration de nombreux savants,

Renferme, groupées en 307 tableaux, toutes les constantes physiques, les formules et les données pratiques dont on peut avoir besoin au Laboratoire, à l'Usine ou à l'Amphithéâtre.

Le sens critique qui a présidé au choix des matériaux, la limpidité de composition des tableaux, la clarté de l'ordonnance distributive des sujets, la rapidité avec laquelle on peut trouver la page désirée, font de ce volume, un instrument de travail fort précieux.

NOTA. — Les Auteurs, dans la rédaction de leurs mémoires, sont priés de se conformer désormais, autant qu'il leur sera possible, aux conventions, notations et formules adoptées dans le « **Recueil de constantes physiques** ».

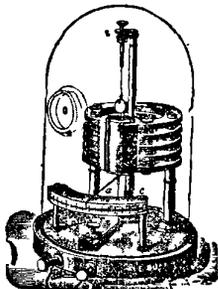
ANCIENNE MAISON ALVERGNIAT FRÈRES

J. THURNEYSSEN,
Successeur de V. CHABAUD
58, Rue Monsieur-le-Prince, PARIS (6^e)

APPAREILS DE PHYSIQUE ET DE CHIMIE

POMPES et TROMPES à MERCURE
TUBES de CROOKES à OSMO-RÉGULATEUR VILLARD

Electroscopes Hurmuzescu. — Électromètre capillaire de M. Lippmann. — Appareil de M. Debierne pour la radioactivité. — Electroscopie à filament de charbon de M. Villard



ATELIERS E. DUCRETET F. DUCRETET & E. ROGER, Succ^{rs}

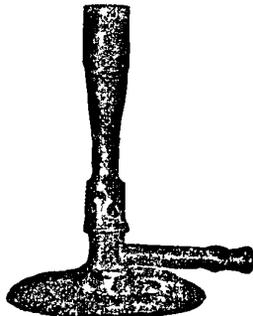
CONSTRUCTEURS
75, Rue Claude-Bernard, PARIS

CABINETS DE PHYSIQUE COMPLETS

Notices et Catalogues illustrés

APPAREILS DE COURS ET DE RECHERCHES
APPAREILS DE MESURES — INSTRUMENTS INDUSTRIELS

MATÉRIELS de TÉLÉGRAPHIE sans FIL en usage aux grandes distances



G. MEKER et Cie

Société en commandite par actions. Capital : 220.000

APPAREILS DE CHAUFFAGE AU GAZ
BRULEURS DE LABORATOIRES ET D'INDUSTRIE

Fours à très hautes températures
ÉTUDES DE TOUS CHAUFFAGES

37, rue Danton. Levallois (Seine)

MAISON FONDÉE EN 1864

TÉLÉPHONE
810-83

G. FONTAINE

CATALOGUES
ET DEVIS
SUR DEMANDE

RAOUL NEVEU SUCCESEUR

ÉLÈVE DE MM. ALVERGNIAT

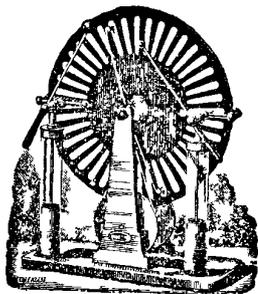
ÉTUDE et CONSTRUCTION
D'APPAREILS DE CHIMIE ET DE PHYSIQUE

Fournitures Générales pour Laboratoires
PRODUITS CHIMIQUES PURS

PARIS

16 - 18 - 20
RUE MONSIEUR-LE-PRINCE





ROYCOURT Ing^r des Arts & Manufactures

Avenue d'Orleans, 71, PARIS

MACHINES ÉLECTROSTATIQUES

WIMSHURST-BONETTI

ELECTROTHÉRAPIE, H^{re} FRÉQUENCE, RAYONS X

Concessionnaire exclusif des appareils

ROIQUET

Transformateurs, Interrupteurs, Supports d'ampoules.

INSTRUMENTS DE PRÉCISION EN VERRE

G. BERLEMONT

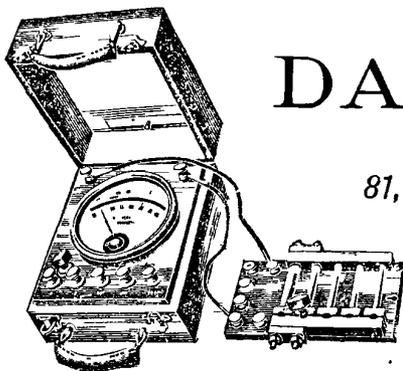
CONSTRUCTEUR

TÉLÉPHONE 807.22

PARIS - 11, Rue Cujas - PARIS

Chargé des Cours du Travail du Verre à l'École de Physique et de Chimie
et à la Faculté des Sciences de Paris

INSTALLATION TECHNIQUE DE LABORATOIRES SCIENTIFIQUES & INDUSTRIELS
VERRERIE, TERRE, GRÈS, PORCELAINES, CHAUFFAGE



C^o F. A. C.

Tél. Roquette 33-42

DA & DUTILH

Ingénieurs-Constructeurs

81, rue Saint-Maur. — PARIS

Tous appareils de mesures électriques
industriels et de précision

SOCIÉTÉ D'APPAREILS DE MESURES

49, Rue de la Procession, PARIS



Appareils Szilard pour toutes mesures de

RADIOACTIVITÉ

VOLTMÈTRES statiques Szilard
de très faible capacité.

J. REGNIER, CONSTRUCTEUR

10, rue Victor-Cousin, et 19, rue Cujas, PARIS. — Téléph. : Gobelins 12-06

Maison spéciale pour la construction d'appareils de laboratoires
scientifiques et industriels

TRAVAUX DE SOUFFLAGE QUARTZ ET SILICE

Thermométrie et verrerie jaugée de précision. Mastio spécial. Fioles et
pipettes à échelle de température. Trompes à eau nouveau modèle. Régu-
lateurs précis de température. Tubes à Néon de M. Georges CLAUDE.

FOURNITURES GÉNÉRALES POUR LABORATOIRES
et ATELIERS de CONSTRUCTION d'APPAREILS de PRÉCISION

des Établissements POULENC Frères

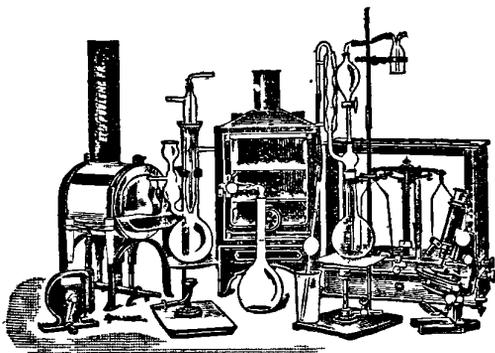
122, boulevard Saint-Germain, PARIS

Siège social: 92, rue Vieille-du-Temple

PRODUITS CHIMIQUES PURS | PRODUITS CHIMIQUES
POUR ANALYSES | INDUSTRIELS

Verre français marque "LABO"

VERRERIE SOUFFLÉE ET GRADUÉE



ÉCONOMIE de COMBUSTIBLE

par

l'analyseur enregistreur automatique des gaz de BRINOT

PYROMÈTRES

THERMOMÈTRES INDUSTRIELS

MESURE de la VITESSE des FLUIDES
EAU ET GAZ

OBUS CALORIMÉTRIQUE DE MAHLER

0 A L'ESSAI DES MBU I LES

OBUS DE MAHLER-GOUTAL

POUR LE DOSAGE DU CARBONE
DANS LES FERS, FONTES, ACIERS...

APPAREILS pour les Sciences et l'Industrie

L'appareil idéal du touriste est le

VÉRASCOPE

10, rue HALÉVY

(Opéra)

DEMANDER LE CATALOGUE

25, Rue MELINGUE

PARIS

RICHARD

Nouvel obturateur extra-rapide donnant le 1/400 de seconde et permettant de faire les grands instantanés sans déformations

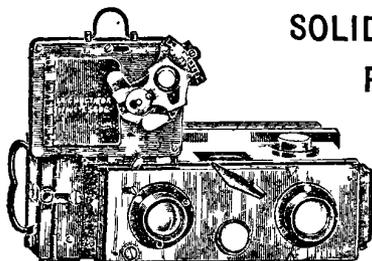
FORME correcte

GRANDEUR exacte

PERSPECTIVE juste

COULEUR vraie

Nouveauté !



VÉRASCOPE RICHARD PARIS

SOLIDE

PRÉCIS

ÉLÉGANT

PARFAIT

Nouveauté !

MAGASIN

pour pellicules en bobines

BREVETÉ S. G. D. G.

interchangeable avec le magasin pour plaques, et se chargeant instantanément en plein jour.



Le Cunctator Breveté S. G. D. G.

ou déclencheur automatique à temps permet à l'amateur de se photographier lui-même, et constituer le premier plan de son stéréogramme et d'animer le paysage.

POUR LES DÉBUTANTS

LE GLYPHOSCOPE

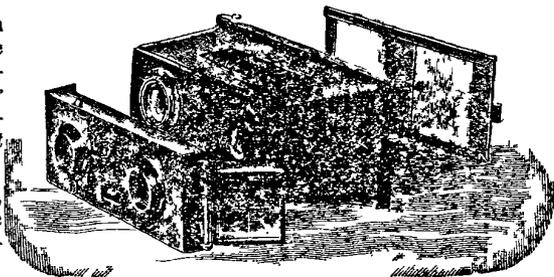
Breveté

S. G. D. G.

a les qualités fondamentales du Vérascope

Construit d'une façon irréprochable, en matière dure, comme dans le Vérascope, le décentrage par torsion ne peut pas se produire et la mise au point est rigoureusement fixe.

Seul, un appareil rigide, établi avec une extrême précision, possède ces qualités.



Les vues du Vérascope et du Glyphoscope se voient, se projettent, se classent avec le

TAXIPHOTE

Stéréoclasseur - distributeur automatique avec écartement variable des oculaires.

NOUVEAU MODÈLE avec 3 jeux d'oculaires interchangeables.

COURT FOYER pour regarder les vues en noir.

MOYEN FOYER pour les vues en couleurs montées.

PRISMES INVERSEURS pour les autochromes non coupées et non montées.

Ce Recueil paraît chaque mois.

JOURNAL DE PHYSIQUE

THÉORIQUE ET APPLIQUÉE,

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

CONTINUÉ

PAR ED. BOUTY

PUBLIÉ PAR

LA SOCIÉTÉ FRANÇAISE DE PHYSIQUE

Directeur de la publication : AMÉDÉE GUILLET

CINQUIÈME SÉRIE.

TOME IX MARS 1919.

PARIS

Par application de la loi du 7 avril 1879, tous les bureaux de poste de France, d'Algérie, de Belgique, de Danemark, de Hollande, d'Italie, de Norvège, de Portugal, de Suède et de Suisse sont autorisés à recevoir les abonnements. Nos lecteurs n'ont qu'à verser la somme de 25 francs pour la France ou 30 francs pour les pays ci dessus désignés, au nom de M. Guillet, 1, rue Pierre-Curie, V. Ils n'ont ni lettre ni mandat à envoyer, ni d'autres frais supplémentaires (Voir au verso).

Tout ce qui concerne la rédaction ou l'administration doit être adressé
IRIS - Librairie Amédée Guillet, 1, rue Pierre-Curie, Paris, 5^e

Le *Journal de Physique théorique et appliquée* paraît chaque mois et forme par an un volume grand in-8° de 40 à 66 feuilles, avec figures dans le texte. Les volumes de la première série, 1872-1881, se vendent séparément 30 francs (sauf l'année 1873 épuisée). Les vingt derniers volumes, 1882-1901, se vendent séparément..... 25 fr.

Les abonnements sont annuels et partent de janvier

Prix pour un an (12 numéros) :

France..... 25 fr.
Étranger..... 30 fr.

On s'abonne dans tous les bureaux de poste, au nom de M. GUILLET, 1, rue Pierre-Curie, Paris, V^e.

La table générale des trois séries (1872-1901) est mise en vente au prix de 10 francs.

TARIF DES TIRAGES A PART

	25 exemplaires	50 exemplaires	100 exemplaires	150 exemplaires
4 pages	14 »	16 »	18 »	20 »
8 —	22 »	24 »	26 »	28 »
12 —	30 »	32 »	37 »	46 »
16 —	35 »	39 »	44 »	53 »

Ces prix s'entendent avec une couverture passe-partout.
Composition d'un titre : 5 francs.
Couverture avec impression à la charge des auteurs :

25 ex.	50 ex.	100 ex.	150 ex.	200 ex.	300 ex.
11 »	12 »	14 »	16 »	18 »	20 »

Tout ce qui concerne la rédaction ou l'administration doit être adressé à M. Amédée Guillet, 1, rue Pierre-Curie, Paris, 5^e.

AVIS

Les circonstances n'ont pas permis de publier le *Journal de Physique, théorique et appliquée*, au cours des années 1915 et 1918.

Un volume, relatif à chacune de ces années, sera établi ultérieurement et contiendra l'exposé de recherches qui ne pouvaient être publiées qu'après la Guerre, ou concernant les travaux fondamentaux faits à l'étranger au cours de 1915 et de 1918.

SOCIÉTÉ FRANÇAISE DE PHYSIQUE.

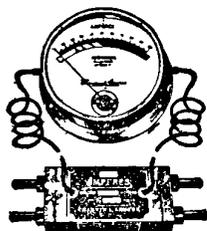
Secrétaire général : M. M. DE BROGLIE, 29, rue de Chateaubriand, Paris, VIII^e.
(Téléphone : 520-29)

Trésorier : M. Ph. PELLIV, 5, avenue d'Orléans, Paris, XIV^e.
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

TABLE DES MATIÈRES.

MARS 1919.

R.-W. WOOD. — Communications secrètes au moyen de rayons lumineux.	77
CH. DE WATTEVILLE. — Sur quelques déterminations de durées très courtes.	91
F. WOLFERS. — L'émission thermo-électronique.....	95
Pierre SÈVE. — Engrenages magnétiques. — Application à l'horlogerie....	114



CHAUVIN et ARNOUX

INGENIEURS-CONSTRUCTEURS

186 et 188, Rue Championnet, PARIS

APPAREILS POUR TOUTES MESURES ÉLECTRIQUES
POUR LE LABORATOIRE,
LE CONTRÔLÉ ET LE TABLEAU

4 MÉDAILLES D'OR, 4 GRANDS PRIX. — HORS CONCOURS, MILAN
DEMANDER L'ALBUM GÉNÉRAL

APPAREILS D'ACOUSTIQUE

POUR LA DÉMONSTRATION

Maison fondée en 1872, par **J. LANCELOT**, Constructeur
70, Avenue du Maine, PARIS (14^e)

FOURNISSEUR DES MINISTÈRES, DES UNIVERSITÉS, LYCÉES & COLLÈGES
Médailles d'Or aux Expositions
(ENVOI FRANCO DU CATALOGUE)

FOURNITURES GÉNÉRALES POUR LA PHOTOGRAPHIE APPLIQUÉE A L'INDUSTRIE ET AUX SCIENCES
G.-H. CALMELS, 150, B^d du Montparnasse, PARIS (XIV^e)

MATÉRIEL DE DEMONSTRATION ET D'ENSEIGNEMENT
POUR L'OPTIQUE ET LA SPECTROSCOPIE

Moulages de réseaux de diffraction, 570 traits au millimètre, depuis 13 francs.

Spectroscopes à vision directe, à réseau, de 13 à 200 francs.

Spectrographes (5 spectres sur plaque 9×12), depuis 80 francs.

Cuves à faces parallèles, cuves prismatiques, cuves lenticulaires.

Ecrans colorés monochromatiques et pour toutes applications.

Matières colorantes, pures et ordinaires, de toutes provenances.

Verrerie soufflée (tubes à essais 14×140 à 30 francs le mille).

ATELIERS DE MÉCANIQUE ET D'ÉBÉNISTERIE DE PRÉCISION
EXTRAIT DU CATALOGUE GÉNÉRAL FRANCO SUR DEMANDE

APPAREILS D'OPTIQUE POUR LES SCIENCES ET L'INDUSTRIE

Saccharimètres et Polarimètres
Laurent. — Goniomètres. — Ré-
fractomètres. — Spectroscopes de
Laboratoire, 1, 2 ou 4 prismes de
60°. — Spectroscopes à vision di-
recte. — Dispositif à oculaire ou à
chambre photographique. — Grands
spectrographes à retour, à objec-
tifs ou à miroirs. — Minimum de
déviatiion automatique. — Miroirs.
— Objectifs. — Prismes sint,
quartz, spath, etc.

MATÉRIEL POUR L'ASTROPHYSIQUE

A. JOBIN

BUREAUX et ATELIERS

31, rue Humboldt (14^e)
Anciennement, 21, r. de l'Odéon

Paris 1889 : Grand Prix

Paris 1900 : Grand Prix

THÉODOLITES

ET INSTRUMENTS DE GÉODÉSIE

SURFACES PLANES

APPAREILS INTERFÉRENTIELS

Interféromètres
et étalons interférentiels
Pérot et Fabry

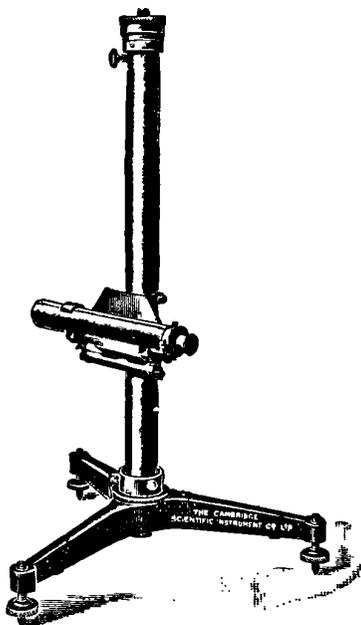
APPAREILS
DE MESURE ET DE VÉRIFICATION

Micromètres

COMPARATEURS

CATHÉTOMÈTRES

à employer avec une échelle étalon



Le pilier de cet instrument peut tourner autour de son axe et être monté ou descendu micrométriquement de 25 millimètres.

A l'aide de la tête micrométrique on peut subdiviser les indications de l'échelle jusqu'à 0,01 millimètre et, par évaluation, à 0,001 millimètre.

Le déplacement vertical du télescope le long du pilier est de 50 millimètres.

Prière de demander notre catalogue français d'appareils généraux,
N° 303.

THE CAMBRIDGE SCIENTIFIC INSTRUMENT CO. LTD.
CAMBRIDGE, ANGLETERRE

LES PROGRÈS DE LA PHYSIQUE MOLÉCULAIRE

(Volume de 242 pages)

CONFÉRENCES FAITES A LA SOCIÉTÉ FRANÇAISE DE PHYSIQUE
en 1913-1914

PAR

M^{me} Pierre CURIE, J. BECQUEREL, MAURICE DE BROGLIE, A. COTTON,
Ch. FABRY, P. LANGEVIN, Ch. MAUGUIN, H. MOUTON.

- P. LANGEVIN. — La physique du discontinu.
M. DE BROGLIE. — Les progrès de nos connaissances concernant les rayons Röntgen.
M. MAUGUIN. — Les cristaux liquides.
M^{me} P. CURIE. — Les radio-éléments et leur classification.
H. MOUTON. — Biréfringence magnétique des liquides purs; anisotropie et orientation des molécules.
A. COTTON. — Symétrie des cristaux et symétrie moléculaire.
Ch. FABRY. — Les mouvements des particules lumineuses dans les gaz.

Gauthier-Villars et C^{ie}, 53, quai des Grands-Augustins, Paris.

LA THÉORIE ÉLECTRIQUE MODERNE THÉORIE ÉLECTRONIQUE

PAR

Norman Robert CAMPBELL, Sc. D de l'Université de Leeds

Traduits par M.-A. CORVISY.

Dans ce volume de 464 pages, M. R. Campbell s'est efforcé de présenter un tableau exact et complet de ce qu'il y a d'essentiel et de général dans les travaux inspirés par les théories modernes. Il a essayé d'exposer le sujet dans l'ordre logique, d'analyser les raisonnements par lesquels on cherche à relier entre eux les phénomènes les plus divers et de diriger spécialement l'attention sur les hypothèses introduites.

On trouvera dans ce volume, d'une lecture facile et attachante, tout ce qui concerne les propriétés de l'Electricité, les diélectriques, les conducteurs électriques et métalliques, la conduction dans les gaz, la susceptibilité magnétique, la magnéto-optique, le rayonnement, les rayons des substances radio-actives, la lumière et ses effets, la radiation complète et la structure de la lumière, les rayons X et les rayons γ , les propriétés de la matière, la structure de l'atome, et enfin les propriétés des systèmes en mouvement. Il est difficile à l'heure présente de coordonner d'une façon plus claire et plus vivante l'infinie multiplicité des phénomènes qui préoccupent les Physiciens.

A. Hermann et Fils, 6, rue de la Sorbonne.

INTRODUCTION
A LA
CHIMIE GÉNÉRALE

Lois fondamentales de l'atomisme et de l'affinité
exposées à des chimistes débutants

PAR

H. COPAUX

PROFESSEUR DE CHIMIE MINÉRALE
A L'ÉCOLE DE PHYSIQUE ET DE CHIMIE INDUSTRIELLE
DE LA VILLE DE PARIS

Gauthier-Villars et C^e, éditeurs, 55, quai des Grands-Augustins, Paris

Ce petit volume de 212 pages est écrit avec une saisissante clarté; il rendra les plus grands services à tous ceux qui désirent, en un temps très court, se former des notions correctes sur les premiers principes de la chimie et se familiariser avec les fondements des théories qui pénètrent de plus en plus cette belle science. L'auteur néglige tout ce qui n'est pas essentiel et va, en toute occasion, droit au but.

L'ORIGINE DES FORMES
DE LA
TERRE ET DES PLANÈTES

PAR

M. ÉMILE BELOT

ANCIEN ÉLÈVE DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE. — DIRECTEUR DES MANUFACTURES DE L'ÉTAT

GAUTHIER-VILLARS et C^e, éditeurs, Paris

Dans ce livre comportant 213 pages et 45 figures, l'auteur s'est proposé « d'aider la géologie à sortir de son splendide mais stérile isolement scientifique en appliquant aux problèmes concernant les formes de la Terre et des Planètes les principes les plus inéluctables de la Mécanique et de la Physique »

Extrait du Catalogue des publications de la Librairie Scientifique H. HERMANN et FILS

6, RUE DE LA SORBONNE, 6, PARIS (V^e) Téléph. Gob. 14-19

CHWOLSON (O.-D.). — Traité de Physique, tome IV. Fascicule 2.	
Champ magnétique constant, 1913.	22 »
KCENIGS (G.). — Leçons de Cinématique historique, avec notes	
de MM. DARBOUX et COSSERAT. Grand in-8°, 500 pages, 1897. .	15 »
MACH (E.). — La Mécanique. Exposé théorique et critique de	
son développement. Trad. sur la 4 ^e édition par Ed. BERTRAND,	
avec Introduction de Em. PICARD. 500 pages avec fig. et por-	
trait, 1904.	15 »
ROUSE BALL. — Récréations mathématiques. 3 volumes. . .	15 »
FABRY (E.). — Traité de Mathématiques générales, avec préface	
de M. DARBOUX, 1912.	9 »
FABRY (E.). — Problèmes et Exercices de Mathématiques géné-	
rales, 1910	10 »
ANDOYER (H.). — Cours d'Astronomie. 2 volumes, 1909-1910. .	22 »
BURALI-FORTI et MARCOLONGO. — Calcul vectoriel et appli-	
cations, 1911	8 »
HEYWOOD et FRÉCHET. — L'équation de Fredholm et ses appli-	
cations à la physique mathématique, 1912	5 »
LALESCO. — Introduction à la théorie des Équations intégrales,	
1911	4 »
BOREL (E.). — Éléments de la Théorie des probabilités. 2^e édit.,	
1910	6 »
POINCARÉ (H.). — Leçons sur les hypothèses cosmogoniques.	
2 ^e édit., 1913, avec portrait en héliogravure	12 »
SVANTE ARRHÉNIUS. — Conférences sur quelques Thèmes choi-	
sis de la Chimie physique, 1912	3 »
DARBOUX (G.). — Éloges académiques et Discours, 1912. In-12	
de 528 pages avec portrait	5 »
AMAGAT (E.-H.). — Notes sur la Physique et la Thermodyna-	
mique, 1912.	5 »
DUHEM (P.). — Thermodynamique et Chimie. 2^e édition, 1910.	16 »
PERRY (J.). — Mécanique appliquée. Ouvrage traduit de l'an-	
glais par E. DAVAUX sur la 9^e éd. anglaise. 2 vol. gr. in-8°.	
Vol. I. L'énergie mécanique avec 205 fig.), 1913	10 »
ERDMANN (H.). — Traité de Chimie minérale, 2 volumes avec	
nombreuses figures et planches, 1913-1914.	22 »
DUHEM (P.). — Le système du Monde. Histoire des Doctrines	
cosmologiques de Platon à Copernic. 10 vol. gr. in-8°.	
Tome I ^{er} . — <i>La Cosmologie hellénique.</i> 1 ^{re} partie, 1913. .	18 50
OLLIVIER (H.). — Cours de Physique générale. 3 vol. gr. in-8°,	
1913-1914.	
Tome I ^{er} . — <i>Attraction universelle. — Électrostatique. —</i>	
<i>Magnétisme. — Courants. — L'Électron et les Ions. — Complé-</i>	
<i>ments. — Symétrie des systèmes limites et des phénomènes.</i>	
716 pages et 370 figures.	18 »
Tome II. — <i>Thermodynamique et Énergie rayonnante.</i>	
300 pages et 112 figures	10 »
IRIS TOME II. — Université de Libération. — Acoustique. — Électro-	
optique.	

Bureau Technique d'Études et Projets

M. CAMILLE RAPP, Ingénieur-Conseil
16, RUE BOUCHUT, PARIS

Étude et Construction de

Machines Nouvelles

(Électricité et Mécanique de précision)

Renseignements et devis gratuits en mentionnant le *Journal de Physique*.

IRIS - LILLIAD - Université Lille 1

ATELIERS RUHM KORFF

J. CARPENTIER

Téléph. 705.65

20, Rue Delambre, PARIS

Téléph. 705.65



INSTRUMENTS DE PRÉCISION

Mesures Électriques

ÉTALONS - BOITES de RÉSISTANCES - POTENTIOMÈTRES

ELECTROMÈTRES

jusqu'à 200.000 volts

PHASEMÈTRES

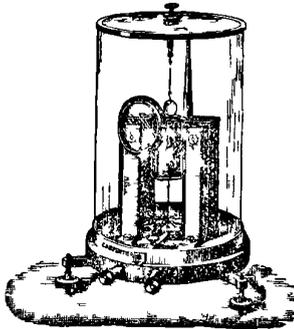
FRÉQUENCÉMÈTRES

Appareils à deux aiguilles

LOGOMÈTRES

OHMMÈTRES

Installations de mesures d'isolement



APPAREILS

pour les

ESSAIS MAGNÉTIQUES DES FERS

PYROMÈTRES ÉLECTRIQUES

INDICATEURS

ou

ENREGISTREURS

Modèles à couples

Thermo-électriques et à résistances

PONTS DE WHEATSTONE — PONTS DE THOMSON

Galvanomètres de tous systèmes — Oscillographes

AMPÈREMÈTRES — VOLTMÈTRES — WATTMÈTRES

de tous systèmes pour courants continus ou alternatifs

Modèles de Tableaux - Modèles de Contrôle

Boites de Contrôle - Enregistreurs

APPAREILS DE MANIPULATIONS

POUR L'ENSEIGNEMENT

CATALOGUE  SPÉCIAL pour L'ENSEIGNEMENT

IBIS - LILLIAD - Université Lille 1

COMMUNICATIONS SECRÈTES AU MOYEN DE RAYONS LUMINEUX;

Par M. R.-W. WOOD

Professeur de la Johns Hopkins University (Baltimore) (1).

Les appareils de signalisation employés pour transmettre des messages dans le code Morse, au moyen d'éclairs lumineux, sont établis, pour la plupart, sur le principe des phares d'automobile. On place une lampe de bas voltage, à filament de tungstène dans l'azote, au foyer d'un miroir parabolique. Ce type de phare fonctionne assez bien pour rassembler une grande partie de la lumière totale émise par la lampe (c'est-à-dire 50 0 0 et pour la projeter sous forme de ce que l'on appelle habituellement un faisceau parallèle. Pour deux raisons, cependant, cette condition est loin d'être réalisée dans la pratique. D'abord, vu les imperfections du miroir, le faisceau projeté n'est pas parallèle, mais diverge sous forme d'un cône d'assez grande ouverture. Ensuite, même si le miroir était un paraboloïde optique parfait, au foyer duquel la lampe se trouverait placée exactement, le faisceau aurait une expansion considérable à cause des dimensions finies de la source de lumière. Le mieux que l'on puisse faire, c'est de projeter à l'infini ou, en pratique, à la station lointaine d'observation) une image optique parfaite du filament de la lampe. La grandeur de l'image augmente avec la diminution de la distance focale du réflecteur parabolique, ce qui fait que, dans le cas des miroirs à court foyer actuellement employés, et même avec un paraboloïde optique parfait, le diamètre de l'image peut atteindre plusieurs centaines de mètres à la distance de 2 kilomètres. Dans la pratique, ce diamètre est de beaucoup supérieur à cause des imperfections du miroir.

Ceci nous montre de suite qu'en ce qui concerne l'éclat de la lampe perçu par un observateur, la propriété de condenser les rayons, qu'un miroir parabolique très creux à court foyer possède à un haut degré, est sans grande utilité puisque la lumière se trouve, à la station lointaine, répartie sur une énorme surface. La condition nécessaire pour obtenir l'effet maximum est simplement que l'œil de l'observateur aperçoive la totalité de l'ouverture de la lentille ou du

1 Communication faite à la Société française de Physique, le 11 avril 1919.

J. de Phys., 5^e série, t. IX. Mars 1919.

miroir de projection complètement éclairée par une lumière d'un éclat intrinsèquement égal à celui du filament de la lampe.

Cette condition peut être réalisée à l'aide d'un système optique à long foyer tout aussi bien qu'avec un instrument à court foyer et à grand pouvoir condensateur. En fait, l'intensité de la lumière vue de la station éloignée ne dépend que de l'ouverture du projecteur ainsi que de l'intensité intrinsèque du filament, mais nullement de la distance focale ou du nombre actuel de bougies de la lampe. Il est vrai que si on raccourcit la longueur focale, on condense davantage la lumière, mais on la répartit sur une plus grande surface à la station lointaine. Si on augmente le nombre de bougies en plaçant plusieurs filaments côte à côte, on répartit encore la lumière sur une plus grande surface puisqu'on augmente les dimensions de l'image à la station éloignée.

Par contre, le large faisceau que l'on obtient avec un miroir à court foyer présente un avantage lorsque la visée ne doit pas être très précise. Sur un bateau qui tangue et roule, il faut se servir d'un large faisceau si on doit maintenir la lumière constamment dirigée sur la station qui observe. Pour des opérations terrestres, ceci n'est pas nécessaire et le faisceau large est très désavantageux puisqu'il est facilement vu de l'ennemi. C'est la véritable raison pour laquelle on a, en fait, reconnu, dans la plupart des cas, l'impossibilité d'employer des lampes de signalisation, sauf pour communiquer du front avec l'arrière. Une lampe dirigée vers le front attire invariablement, sur son emplacement, le feu de l'ennemi.

De plus, les lampes à réflecteur qui ont été employées, ont une portée très limitée à cause de la mauvaise qualité des miroirs de projection (moins de 10 kilomètres, à ce que l'on m'a dit, pour les lampes de plus grand modèle à miroir de 35 centimètres de diamètre). Au contraire, on a trouvé que les appareils dont je vais donner la description étaient susceptibles de transmettre, avec un diamètre de 8 centimètres seulement, en pleine lumière du jour, des signaux à une distance de 30 kilomètres, en employant moitié moins d'énergie que pour les lampes à miroir de 35 centimètres.

J'ai établi trois systèmes de signalisation secrète qui ont été réunis, tous trois, dans un même instrument, au moyen duquel on peut, de jour ou de nuit, transmettre de l'arrière au front, et inversement, des signaux invisibles pour l'ennemi.

Il est possible d'envoyer des signaux à l'aide d'éclairs de lumière

blanche, le secret se trouvant assuré par la petitesse de la surface couverte par le faisceau lumineux au poste récepteur, ou en d'autres termes, par l'extrême étroitesse du faisceau. C'est la méthode qui est préférable pour des distances supérieures à six milles.

DESCRIPTION GÉNÉRALE DE LA LUNETTE A ÉCLAIRS

L'instrument est la combinaison d'une lunette et d'une lampe à éclairs; il peut servir soit de transmetteur, soit de récepteur. Une lampe à filament de tungstène enroulé sous forme de très courte spirale dans l'azote est placée au foyer d'une lunette de trois pouces de diamètre, donnant, dans le type de plus long foyer, un grossissement de quatorze avec une lentille simple de faible grossissement, comme oculaire *fig. 1*.

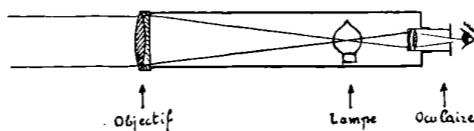


FIG. 1.

Les ampoules des lampes que l'on trouve, à l'heure actuelle, dans le commerce sont si transparentes et dénuées de stries que l'on peut obtenir au travers une définition sensiblement parfaite.

La méthode qui consiste à placer une lampe au foyer de l'objectif d'une lunette présente les avantages suivants :

1° L'instrument donne un faisceau très étroit (environ six pieds à la distance d'un mille). Il en résulte que les signaux ne peuvent être aperçus que de l'intérieur d'une surface très restreinte;

2° On peut le diriger avec une précision absolue car, à travers l'oculaire, on voit se superposer, au paysage lointain très agrandi, une image également agrandie du filament en spirale. Si l'on fait coïncider l'image du poste récepteur — ou de l'observateur — avec celle du filament, la lumière de la spirale se trouve projetée avec exactitude sur la station réceptrice et n'est visible que dans l'étendue qui, pour l'opérateur du poste émetteur, semble recouverte par la spirale;

3° L'instrument peut servir de lunette pour lire les signaux émis

par une station éloignée dans le cas de transmissions à très longue portée;

4° Un déplacement de la lampe résultant de heurts pendant le transport ne nuit pas à l'exactitude de la visée. (On oriente les lampes à réflecteur à l'aide d'un tube de visée latéral muni d'un réticule et, si la lampe éprouve un déplacement au foyer du miroir, le faisceau n'atteint pas le point visé, à moins que son éparpillement ne soit grand.

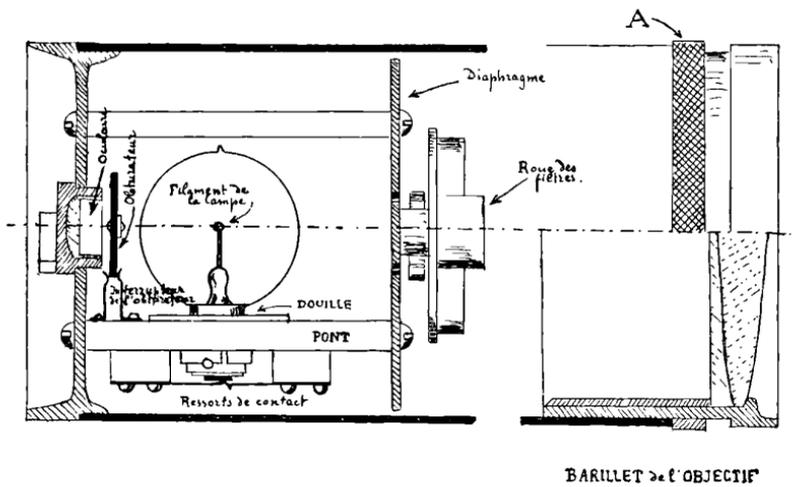


FIG. 2.

L'objectif de la lunette est une lentille achromatique non collée construite de façon à posséder la même longueur focale pour l'infra-rouge et pour l'ultra-violet employés dans la signalisation secrète par rayons invisibles.

L'oculaire occupe une position fixe. — On effectue la mise au point en faisant rentrer ou sortir le barillet de l'objectif au moyen d'un pas de vis, après avoir relâché le collier de serrage A (fig. 2), en le dévissant.

On peut déplacer le logement de la lampe en agissant sur une vis placée dans le fond de l'instrument. Celui-ci est représenté dans la fig. 2 ainsi que le disque tournant qui porte les filtres à rayons lumineux.

La fig. 3 montre le mécanisme du fond.

Emploi de l'instrument. — Lorsque l'image (dans la lunette du poste récepteur est recouverte par la spirale du filament de la lampe, les éclairs sont dirigés exactement vers ce point; de plus, ils ne sont visibles que dans l'intérieur de l'espace recouvert par la spirale.

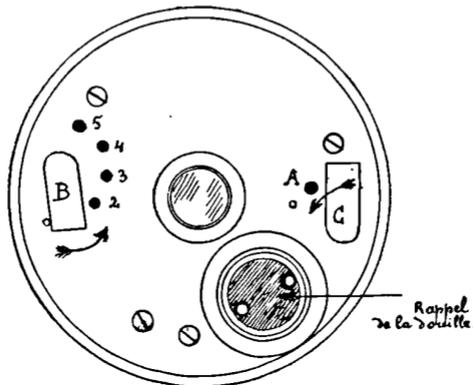


FIG. 3.

Le levier B actionne les filtres à rayons lumineux. Dans la position figurée, la lunette projette de la lumière blanche. Si on tourne le levier dans la direction de la flèche, la lunette projette, lorsque la butée est engagée dans le :

- trou n° 2, de l'infra rouge clair;
- trou n° 3, de l'infra rouge foncé;
- trou n° 4, de l'ultra violet clair;
- trou n° 5, de l'ultra violet foncé.

Le levier C actionne l'interrupteur de la lampe et l'obturateur. Dans la position figurée l'oculaire est découvert et on peut se servir de la lunette. La lampe ne peut être allumée tant qu'on a pas tourné le levier dans la direction de la flèche jusqu'à ce que la butée s'engage dans le trou A. L'oculaire est alors couvert par l'obturateur et le circuit de la lampe fermé.

Supposons, par exemple, que les tranchées de l'ennemi soient représentées par la ligne A, et les nôtres par la ligne B *fig. 4*. Les signaux de la lampe, visibles de la partie seule de la tranchée B qui est sous la spirale, sont totalement invisibles de la tranchée A.

Avec un peu de pratique de l'instrument, on surmonte rapidement la difficulté que l'on éprouve au premier moment par le fait que la lunette renverse le paysage.

On peut envoyer, de nuit, des signaux secrets sans l'aide des filtres, c'est-à-dire avec de la lumière blanche, à condition que l'opérateur soit certain que, d'après leur disposition, les tranchées ennemies ne présentent aucune partie dont l'image puisse se former à l'intérieur de celle du filament, lorsque la lunette est exactement

pointée sur la lumière qu'on voit à la station réceptrice. On peut, de nuit, faire fonctionner la lampe à intensité réduite au moyen d'une résistance réglable intercalée dans le circuit. On empêche ainsi le

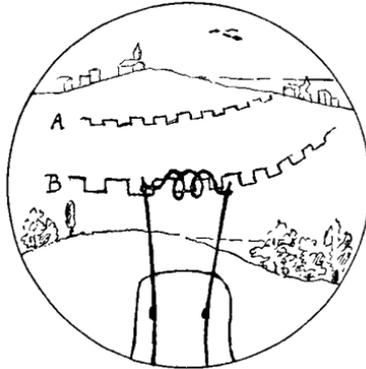


FIG. 4.

faisceau de devenir visible sous l'influence de la diffusion exercée par le brouillard, la fumée ou la poussière.

Il est évident que l'on peut se servir de l'instrument comme d'une lunette pour observer, dans le cas d'opérations à grande distance, les signaux émis par la station lointaine.

SIGNALISATION SECRÈTE PAR RAYONS INFRA-ROUGES.

Dans ce système, on n'utilise que les rayons extrêmes de la partie rouge du spectre (λ 6900-7500); on y parvient en amenant un filtre à rayons devant la lampe au moyen du levier qui fait tourner le disque à filtres. Les filtres infra-rouges ont été spécialement construits à cet effet au moyen de colorants d'aniline : le verre rouge ordinaire ne répondrait pas à la question parce qu'il laisse passer une portion trop étendue du spectre. On peut établir un filtre convenable au moyen de gélatine teinte avec de la cyanine et presque n'importe quel colorant orangé foncé. Les deux couleurs doivent être maintenues séparées, c'est-à-dire non mélangées dans la gélatine.

Lorsqu'on s'en sert dans ces conditions, l'invisibilité de la lampe tient au fait que les rayons infra-rouges foncés, relativement peu intenses, se trouvent perdus dans la clarté éblouissante du jour. On

peut apercevoir la lampe sans difficulté en protégeant les yeux par des bésicles qui transmettent uniquement des rayons de même nature que ceux qu'elle projette. Ces bésicles réduisent l'intensité de la lumière du jour d'une façon considérable, sans diminuer notablement celle des rayons rouges foncés projetés par la lampe située dans le lointain et qui apparaît comme une étoile brillante sur un paysage presque noir.

On s'est servi de bésicles dans les premières expériences, mais on a trouvé que, pour la réception des signaux, les résultats obtenus étaient meilleurs en se servant de la lunette et en regardant au travers du filtre infra-rouge clair mis en place. On peut, grâce au pouvoir amplificateur de la lunette, atteindre de cette façon des distances beaucoup plus grandes. On utilise cette méthode dans le récepteur proprement dit en le munissant d'un écran semblable.

La lunette à éclairs comporte deux filtres infra-rouges, l'un léger pour des opérations à longue distance entre 2 et 6 milles, l'autre foncé pour des distances inférieures à 2 milles.

Si elle fonctionne à pleine intensité, la lampe munie de l'un de ces deux filtres est visible jusqu'à une certaine distance, à l'œil nu ou avec des jumelles ordinaires. C'est pourquoi il faut, pour toute opération à courte distance, réduire l'intensité lumineuse du filament au moyen de la résistance réglable.

En général, on trouve que, grâce au filtre rouge, on peut apercevoir les signaux infra-rouges à une distance 4 ou 5 fois plus grande que sans le filtre, ce rapport se maintenant soit entre les observations faites à l'œil nu et celles faites avec l'œil protégé par des bésicles munies du filtre, soit entre les observations faites à la lunette, selon que l'on interpose, ou non, l'écran léger infra-rouge.

Pour envoyer des messages de l'arrière au front, les conditions doivent être telles que les signaux ne soient visibles dans la lunette, pour l'observateur, que lorsque l'écran léger infra-rouge se trouve en place. On peut être assuré, de cette façon, que les signaux sont invisibles pour un ennemi même muni de puissantes jumelles, lors même qu'il se trouverait dans la ligne de visée et seulement à quelques centaines de yards plus loin.

WOOD

SIGNALISATION SECRÈTE DE NUIT

(Méthode ultra-violette)

Bien que, grâce à l'étroitesse du faisceau, il y ait probabilité pour qu'on puisse bien assurer le secret en utilisant, de nuit, la lampe avec une intensité réduite, on a prévu l'envoi de signaux à l'aide de la lumière ultra-violette qui, invisible à l'œil, ne peut être perçue qu'à l'aide d'une lunette de réception phosphorescente.

On a muni la lunette à éclairs de deux filtres ultra-violets, l'un clair pour les opérations à longue distance, l'autre foncé pour les courtes distances.

Ces filtres ont la forme de disques circulaires d'un verre noir à base d'oxyde de nickel. Le verre est coulé sous forme de baguettes cylindriques qui sont ensuite divisées en disques usés et polis, 60 à la fois, comme d'habitude, en les collant sur une plaque plane de fer.

La réception des signaux se fait au moyen du récepteur phosphorescent. Cet appareil est essentiellement une lunette à court foyer de très grande ouverture, munie d'un écran recouvert de platino-cyanure de baryum (fig. 5) et placé au foyer d'un objectif conden-

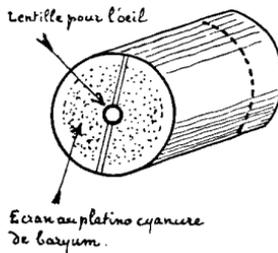


FIG. 5.

sateur. On observe cet écran à travers un petit oculaire. On peut écarter l'écran et lui substituer un filtre infra-rouge léger en tournant le petit bouton qui se trouve à l'extérieur juste au-dessous de l'oculaire. Dans ces conditions, la lunette devient un récepteur pour les signaux infra-rouges et fonctionne exactement comme la lunette à éclairs servant de récepteur qui a été décrite plus haut.

Lorsque l'écran phosphorescent est en place, on ne peut pas se

servir de la lunette comme d'habitude, puisque l'écran ne transmet pas les rayons. Il agit plutôt comme le verre dépoli de la chambre noire avec, en plus, la propriété de devenir lumineux au point où les rayons ultra-violetes forment leur foyer qui brille avec une vive lumière verte.

Comme, dans cet instrument, les foyers des rayons infra-rouges et ultra-violetes sont à des distances différentes de l'objectif, il est nécessaire de faire sortir un peu l'oculaire lorsqu'on reçoit des signaux infra-rouges : sous ce rapport, l'oculaire est dans la position correcte lorsque à travers le filtre rouge clair on voit le paysage distinctement et nettement.

Les écrans ultra-violetes employés dans la lunette à éclair transmettent un peu de lumière visible perceptible à courte distance ; c'est particulièrement le cas pour l'écran léger. On doit donc déterminer par expérience la distance la plus courte à laquelle on peut s'en servir d'une façon non perceptible. Avec l'écran léger ultra-violet, on a reçu des signaux à une distance de 3 milles et demi ; de 2 milles et demi avec l'écran foncé.

LUMIÈRE ULTRA-VIOLETTE DE GRANDE PUISSANCE POUR REPÉRAGE.

Il y a intérêt, en vue de certains buts navals et aéronautiques, à posséder un phare susceptible d'envoyer, sans l'aide de miroirs ou de lentilles, des rayons invisibles dans toutes les directions. On peut découvrir, de suite, la position d'un semblable phare avec un récepteur phosphorescent à grand angle, et on peut donc s'en servir comme point lumineux de localisation sur des bateaux naviguant en convoi sans lumière ou pour indiquer, de nuit, la position de camps d'aviation.

On a dû consacrer un temps fort long à la recherche du procédé le plus convenable pour supprimer tous les rayons visibles, en permettant à l'ultra-violet de passer librement. On a préparé, dans un petit four d'expériences, entre cinquante et soixante échantillons de verres de composition variée avec divers sels métalliques. Le verre à base d'oxyde de nickel transmet un peu de lumière rouge que l'on essaya d'écarter à l'aide de diverses méthodes. Un verre coloré avec du cuivre (le vert-signal employé dans mon premier filtre ultra-violet, décrit il y a environ 15 ans écarte le rouge, mais fait égale-

ment subir une forte absorption à l'ultra-violet. Les expériences ont montré que le procédé le plus efficace pour supprimer les rayons rouges consiste à augmenter la teneur en nickel (ou l'épaisseur du verre) jusqu'à ce qu'ils ne passent plus. Il se produit, naturellement, aussi, une diminution dans l'intensité de l'ultra-violet, mais elle n'est pas aussi grande que lorsqu'on élimine le rouge par quelque autre matière colorante. Au cours de ces essais, il m'apparut que, de toutes les méthodes, la meilleure serait d'employer une lampe n'émettant pas de lumière rouge, condition admirablement remplie par l'arc au mercure. On trouva que la puissante raie ultra-violette ($\lambda = 3650$) du mercure tombe exactement au centre de la bande de transmission du verre au nickel.

On fit des expériences préliminaires avec une lampe à mercure en quartz alimentée à 220 volts. (La seule raison qu'il y ait de se servir d'une lampe en quartz est que son intensité intrinsèque est très grande.) La lampe était enfermée dans une caisse de bois munie d'une fenêtre de verre au nickel. On observa de suite de très remarquables effets.

Quoique la lampe elle-même fût à peu près invisible, à travers la fenêtre, la pièce entière semblait remplie d'un nuage pâle de couleur lavande qui disparaissait lorsqu'on interposait la main entre les yeux et la lampe. On se rendit compte, de suite, que cette illusion provenait de la phosphorescence du cristallin qui brillait d'une lumière blanche bleuâtre. Il est évident que, si le cristallin émet de la lumière par phosphorescence, la rétine entière se trouve uniformément éclairée, fait analogue à ce qui se passe lorsque nous sommes environnés d'un brouillard lumineux. Les dents, elles aussi (lorsqu'elles sont naturelles), phosphorescent avec une couleur bleue très vive (*fig. 6* : si elles sont artificielles, elles apparaissent noires comme du charbon. La peau de la figure brille d'une lumière gris pâle et semble bigarrée et tachée.

On a fait une photographie de la figure au moyen de la lumière phosphorescente en employant comme filtre à rayons une solution très diluée de chromate de potassium qui, par transmission, ne donnait à l'œil que l'idée d'une coloration jaune. Ce filtre supprime l'ultra-violet exciteur réfléchi ($\lambda = 3660$), mais transmet la lumière de phosphorescence. Il est facile d'atteindre la dilution voulue en faisant une solution de concentration juste suffisante pour empêcher toute trace de phosphorescence lorsqu'on interpose cette solution

COMMUNICATIONS AU MOYEN DE RAYONS LUMINEUX 87
entre la lampe ultra-violette et des écrans soit au platinocyanure de baryum, soit à l'anthracène, les deux corps les plus actifs que l'on



FIG. 6.



Main photographiée à l'aide de la lumière ultra-violette (Hg 3660).



Même main photographiée à l'aide de la lumière de phosphorescence seule; la lumière excitatrice Hg3660 est éliminée par l'interposition d'une solution de chromate de potasse. A remarquer la phosphorescence des taches isolées sur la peau et la surface interne du jouce.

FIG. 7.

ait trouvés. La lampe était à une distance de 40 centimètres de la figure, l'objectif fonctionnant à F.6 avec un temps de pose de quatre minutes. La photographie est reproduite *fig. 6*.

Les ongles et la peau de l'intérieur de la main phosphorescent brillamment; on observe, parfois, sur le dos de la main des taches qui sont nettement définies et qui phosphorescent avec un éclat égal à celui des ongles. On voit à peine, ou même pas du tout, ces taches lorsqu'elles sont éclairées par de la lumière visible. On n'a pas déterminé si elles sont dues à une absence partielle de pigment (forme atténuée de leucoderme) ou à une différence de composition dans la peau. Ce sont peut-être des cicatrices d'anciennes brûlures. La question vaudrait la peine d'être étudiée par les physiologistes et les pathologistes. Nous reproduisons deux photographies de la main qui montrent ces taches (*fig. 7*). L'une, prise avec la lumière ultra-violette réfléchie, donne à peine l'idée des taches, l'autre a été faite à la lumière phosphorescente avec un filtre à rayons au chromate de potassium.

Il n'est pas invraisemblable qu'il y aurait intérêt à employer l'éclairage par rayons ultra-violet dans les opérations chirurgicales pour reconnaître, selon la plus ou moins grande phosphorescence des divers types de tissus du corps, les parties nécrosées ou les excroissances morbides.

Les rayons ultra-violet qui traversent l'écran sont si intenses que, lors d'une récente conférence faite par l'auteur dans l'Amphithéâtre de Physique de la Sorbonne, on voyait tout à fait bien, de la place du professeur, les figures de tous les assistants, même de ceux des derniers bancs, tandis qu'un ruban évidemment teint avec de la rhodamine, émettait au centre de la salle une brillante lumière écarlate.

La radiation monochromatique ultra-violette, $\lambda = 3650$, qui traverse l'écran est, jusqu'à un certain point, visible à l'œil. Si celui-ci est près de la lampe, par exemple à 50 centimètres, on voit le contour de l'arc lumineux nettement défini et d'un violet foncé. La couleur est pratiquement impossible à distinguer de celle de la raie violette de longueur d'onde 4046 et la première impression éprouvée est que l'écran transmet une partie de cette radiation. Le spectrographe en quartz montre, cependant, que tel n'est pas le cas. La raie 3650 apparaît seule, même avec une exposition prolongée, sur la plaque, avec une faible trace de 3131. La couleur violette que perçoit l'œil est peut-être due à la phosphorescence de la rétine. Si l'on s'éloigne de la lampe, l'œil ne peut plus s'accommoder sur

l'image qui s'agrandit et atteint enfin la dimension d'un disque d'environ 50 centimètres de diamètre apparent, lorsqu'on se trouve à une distance de 20 mètres.

De nuit, en plein air, on peut voir la lampe à une distance de 80 à 100 mètres, elle apparaît, alors, comme un anneau (ou halo) d'un gris bleuâtre de 2 à 3 mètres de diamètre et de 30 centimètres, peut-être, de largeur. La région située à l'intérieur de l'anneau semble tout à fait obscure, et cependant la lampe se trouve, bien entendu, au centre.

La distance à laquelle l'œil peut apercevoir la lampe varie avec l'âge de l'observateur. Les jeunes gens peuvent la voir à des distances beaucoup plus grandes que les personnes âgées; pour certains observateurs, elle est complètement invisible même à de très courtes distances. Avec le récepteur phosphorescent, on peut la repérer à une distance de 4 à 5 kilomètres dans le cas d'un arc au mercure fonctionnant à plein voltage, et sans employer de miroirs ou de lentilles pour concentrer le faisceau.

La lampe a été aperçue d'un aéroplane volant à 3.000 mètres. L'écran phosphorescent est de grandes dimensions comme un verre dépoli de chambre noire, de sorte qu'il est inutile de pointer exactement. L'objectif, du type du condensateur de M. Dunoyer, a 12 centimètres de diamètre, une lentille à court foyer montée sur une bande étroite de laiton sert, lorsqu'on doit lire les signaux, à amplifier l'image phosphorescente quand on l'a trouvée en balayant l'espace avec l'appareil.

Le seul avantage de la lampe à mercure en quartz repose sur son grand éclat intrinsèque. On peut obtenir des résultats tout aussi satisfaisants avec la lampe ordinaire Cooper Hewitt en verre, si on emploie un tube de grandes dimensions. Je me suis servi de lampes de 35 centimètres de longueur et de 5 centimètres de diamètre entourées d'une cheminée cylindrique du verre ultra-violet *fig. 8*, fermée au sommet et à la base par des logements étanches à la lumière.

Afin d'éviter la surchauffe, on doit assurer la circulation d'un courant d'air de convection vertical entre la lampe et le cylindre. On peut allumer la lampe par le procédé ordinaire sans la basculer.

A l'aide de deux lampes de ce type montées sur le pont d'un navire à babord et à tribord, on peut déterminer la distance où il se trouve, en mesurant sur l'écran l'écart des deux images phospho-

90 WOOD. — COMMUNICATIONS AU MOYEN DE RAYONS LUMINEUX
 rescentes, à condition que le navire observateur soit sur le même
 axe que le premier, soit en avant, soit en arrière.

Pour permettre de savoir si, en effet, on se trouve exactement

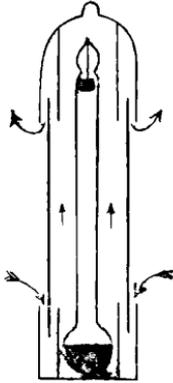


FIG. 8.

dans ce sillage ou en dehors, on peut entourer les lampes de deux
 cylindres opaques présentant une ouverture verticale selon leur
 génératrice et animés de mouvements de rotation synchrones mais
 de sens inverses. Si l'observateur est sur la perpendiculaire qui
 joint les deux lampes, les éclairs lui apparaîtront en même temps.
 S'il est sur une oblique, telle que AC *fig. 9*, les éclairs lui appa-

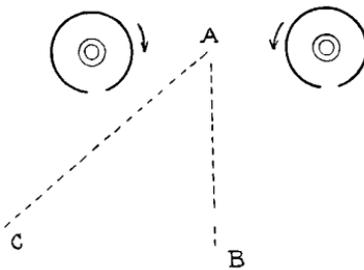


FIG. 9.

raîtront l'un après l'autre, le temps qui les sépare augmentant avec
 l'obliquité.

De semblables lampes placées à l'avant et à l'arrière permet-
 traient d'obtenir des données de même ordre dans le cas de bateaux
 naviguant de front.

SUR QUELQUES DÉTERMINATIONS DE DURÉES TRÈS COURTES ;

Par M. CH. DE WATTEVILLE ¹⁾.

Plusieurs des problèmes qui m'ont été posés au cours de la guerre ont comporté la mesure de temps très brefs. Négligeant le but militaire de ces recherches, je me propose d'exposer les méthodes fort simples que j'ai mises en œuvre, car elles semblent susceptibles d'être appliquées au cours des travaux habituels de physique. Elles présentent, d'ailleurs, le point commun d'être basées sur l'emploi du diapason.

PREMIÈRE QUESTION. — Déterminer la durée de la combustion d'un corps tel que la poudre. — La substance examinée se trouve dans un petit cylindre métallique creux que l'on place sous un cône

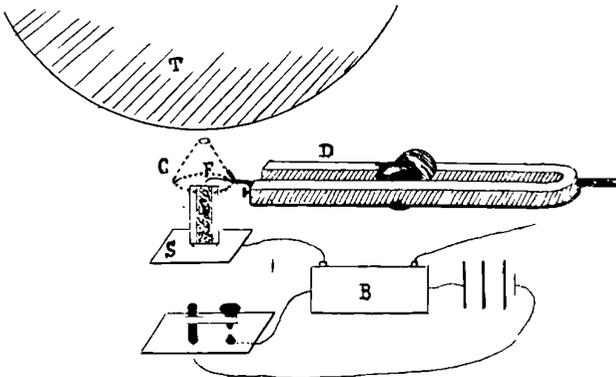


FIG. 1.

en clinquant C porté par l'une des branches d'un electro-diapason D de période connue. Le sommet du cône, percé d'un trou, est au voisinage immédiat d'un tambour T entouré d'une feuille de papier humide, imbibé d'un liquide sur lequel les gaz de la combustion sont susceptibles de réagir ²⁾. L'appareil étant immobile, la trace produite

¹⁾ Communication faite à la Société française de Physique.

²⁾ Dans le cas de la poudre ordinaire, les gaz de la combustion possèdent une réaction alcaline, on peut se servir de teinture de tournesol rougie par un acide très dilué.

par le gaz est un simple point, qui décrit une droite parallèle à l'axe du tambour lorsque le diapason vibre. Si, de plus, le tambour tourne, la droite se transforme en une sinusoïde dont il suffit, pour avoir la mesure du temps de combustion cherché, de compter le nombre des boucles. Ce nombre ne dépend pas de la vitesse de rotation du tambour : on peut donc faire tourner celui-ci simplement à la main. On commence par le mettre en mouvement, puis on enflamme la substance à l'aide d'une étincelle ordinaire de bobine. A cet effet, le cylindre qui contient la substance est fixé sur un support métallique S en communication avec l'un des pôles du secondaire de la bobine B dont l'autre pôle est relié au diapason : l'étincelle éclate entre l'extrémité d'un fil F qui aboutit au centre de la base du cône et la base supérieure du cylindre.

Ce dispositif permet de se rendre compte de l'influence du tassement, de la composition, etc. d'un corps très inflammable, sur sa vitesse de combustion.

DEUXIÈME QUESTION. — Déterminer le temps qui s'écoule entre l'établissement d'un courant susceptible d'échauffer ou, même, de volatiliser un fil fin, et l'inflammation d'une substance explosive entourant ce fil. — La solution de cette question repose, comme celle de la précédente, sur la trace que les gaz de la combustion de la substance laissent sur un corps en mouvement. Tout le reste a été suggéré par le professeur Wood, de Baltimore, qui a bien voulu collaborer avec moi à cette détermination.

Un disque de zinc poli est monté sur l'arbre d'un moteur électrique. Presque au contact du plan du disque et dans le voisinage de son bord, on fixe l'ouverture du tube T qui contient la substance. Celle-ci, au moment de la déflagration, produira une tache sur la légère couche de noir de fumée dont on a recouvert le disque au préalable.

La communication entre la batterie et le fil qui doit être échauffé est établie au moyen de deux fils, l'un portant un balai B qui s'appuie contre la face postérieure du disque, le second F disposé de telle sorte qu'il peut être mis en contact avec l'autre face, en un point situé à côté du tube. Ce dernier contact ne dure qu'une fraction de seconde, le fil vivement tiré à la main vers l'extérieur du disque dans la direction du rayon, quittant le bord du disque avant qu'il ne se soit fait une révolution complète. L'extrémité du fil laisse sur le noir de fumée une raie R telle que l'indique la figure.

Si la substance déflagre au moment même du contact, la tache formée A sera à la même hauteur que le commencement du trait tracé par le fil. Si, au contraire, il existe un retard, la tache paraîtra à un autre niveau, puisque le disque tournant à grande vitesse aura eu le temps d'entraîner la marque du contact avant que se produise celle de l'explosion.

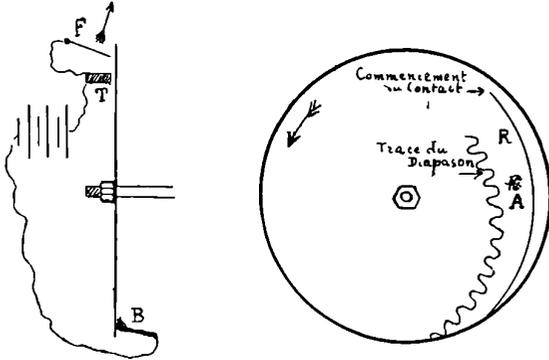


FIG. 2.

Ce retard s'apprécie au moyen d'un diapason dont l'une des branches est munie d'un petit style de mica qui, mis vivement au contact du disque de la même façon que le fil, imprime sur le noir de fumée une sinusoïde : il suffit d'en compter le nombre de boucles comprises entre la tache et le point de contact pour avoir la valeur du retard.

Cette méthode pourrait s'appliquer dans tous les cas où il est nécessaire de connaître avec précision l'instant initial d'un contact électrique.

TROISIÈME QUESTION. — Déterminer le temps qui correspond à un petit déplacement rectiligne rapide. — Contre l'extrémité libre E de la pièce qui se déplace parallèlement à elle-même vient s'appuyer une tige articulée en O portant un miroir concave M. Celui-ci est éclairé au moyen d'un faisceau parallèle émané d'un petit diaphragme D dont l'image fournie par le miroir vient se former sur une feuille de papier à calquer tendue sur un châssis et constituant un écran translucide. A un déplacement donné de la pièce mobile correspondrait sur l'écran une simple trainée lumineuse verticale, si le faisceau éclai-

rant n'était pas réfléchi, avant de tomber sur l'écran, par un second miroir plan M' porté par l'une des branches d'un électro-diapason vibrant dans un plan horizontal. Le point lumineux décrit donc cons-

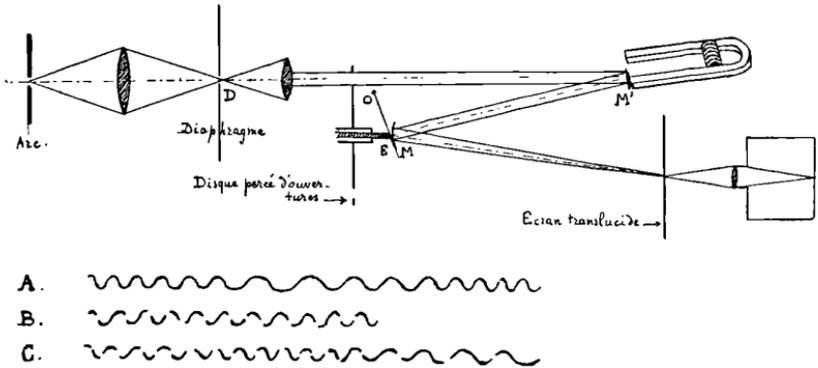


FIG. 3.

tamment sur l'écran une petite droite lumineuse horizontale et une rotation du miroir détermine sur l'écran l'apparence d'une sinusoïde à axe vertical limitée par deux portions de droite. Un appareil photographique au point sur l'écran, et placé derrière lui, permet d'enregistrer la figure dont l'aspect indique non seulement la durée du mouvement du mobile, mais encore, d'après l'écart respectif des boucles, les particularités de ce mouvement (A fig. 3).

QUATRIÈME QUESTION. — Mesurer la vitesse de rotation d'un arbre.
 — On peut se servir du dispositif précédent moyennant l'adjonction, sur l'arbre tournant, d'un disque percé d'ouvertures à travers lesquelles passe successivement le faisceau lumineux. Du fait que ce dernier est interrompu un certain nombre de fois par seconde, il résulte que la sinusoïde produite par un déplacement angulaire du miroir M est discontinue. Il suffit de compter le nombre d'interruptions renfermées dans un nombre donné de boucles (auquel correspond un temps bien déterminé) pour connaître le nombre de tours effectués pendant ce temps et, par suite, la vitesse demandée. Comme ci-dessus, de la régularité ou, au contraire, de l'irrégularité des interruptions de la courbe, il est possible de conclure à la constance de la vitesse ou à des variations dont on peut préciser la nature (B fig. 4).

On pourrait mesurer ainsi, à un moment donné, sans l'adjonction

d'aucune pièce mécanique, la vitesse de rotation d'un miroir tournant : il suffirait de disposer le faisceau de telle sorte qu'il fût intercepté deux fois par tour par le miroir lui-même.

CINQUIÈME QUESTION. — Déterminer la durée du mouvement de translation d'une tige qui tourne sur elle-même ainsi que la vitesse du mouvement de rotation. — On actionne le miroir concave M par l'extrémité de la tige, comme pour la troisième question, tout en faisant supporter par l'axe un disque percé de trous. La figure rend compte de la marche du faisceau.

L'examen d'une seule courbe permet, alors, de mesurer simultanément les deux vitesses de translation et de rotation et donne, en outre, des indications sur le caractère des deux mouvements (C. *fig.* 3).

L'ÉMISSION THERMO-ÉLECTRONIQUE.

Par M. F. WOLFERS.

Lorsqu'un métal se trouve porté à un potentiel négatif par rapport à l'espace environnant, il émet des corpuscules négatifs ou électrons sous l'action de différentes causes; les électrons émis constituent des rayonnements, identiques au fond, mais auxquels on a souvent donné des noms différents rappelant la cause qui provoque l'émission; ces causes sont nombreuses :

Faisceaux de rayons X incidents, ou rayons γ des corps radioactifs
rayons S de *Sagnac* ;

Bombardement par ions positifs ou particules α des corps radioactifs rayons δ);

Bombardement par des électrons, faisceaux cathodiques ou rayons β des corps radioactifs par exemple. Il se produit alors des rayons cathodiques secondaires ;

Enfin le même phénomène peut avoir lieu simplement sous l'action d'un faisceau de lumière incidente : émission photo-électrique ; ou sous l'action d'une élévation de température : *émission thermo-electronique*.

Dans tous ces phénomènes, le métal peut fonctionner comme cathode s'il se trouve en présence d'un autre conducteur, chargé positivement par rapport à lui ; les électrons émis remontent les lignes de force du champ, et constituent un courant négatif à travers l'espace de la cathode à l'anode. Mais si l'on renverse le sens du champ, si le métal qui doit émettre devient positif, il ne pourra plus passer aucun courant. Si donc l'on établit entre les deux électrodes une différence de potentiel alternative, il ne passera de courant que pendant une demi-période seulement, et ce qui passe est du courant redressé.

Ce résultat pourrait être obtenu au moyen de l'un quelconque des effets que nous avons énumérés, mais le dernier seul — l'émission thermo-électronique — a donné lieu jusqu'à présent à des applications vraiment pratiques. Il sera donc seul envisagé dans la suite de notre étude.

Nous aurons à considérer des appareils redresseurs constitués essentiellement par deux électrodes dont l'une, la cathode, peut être portée à une température élevée. En pratique, la cathode est toujours constituée par un filament qu'un courant auxiliaire porte à l'incandescence ; l'anode est une lame de forme très variable disposée dans le voisinage du filament ; les deux électrodes sont placées dans une enceinte où l'on a fait le vide.

Cette dernière condition est indispensable ; en effet, s'il reste du gaz, celui-ci sera ionisé par le choc des électrons venant du filament ; les ions produits transporteront du courant d'une électrode à l'autre indifféremment, quel que soit le sens de la différence de potentiel. Ce courant d'ionisation, relativement faible d'ailleurs, se superposant au courant électronique, le courant résultant se trouvera incomplètement redressé, ce qui peut présenter dans certains cas de sérieux inconvénients. Il est donc indispensable de réduire le plus possible le nombre des ions, en réduisant à l'extrême la pression.

D'autre part, en présence de gaz, le bombardement du filament par les ions positifs a pour effet de le détruire rapidement, si la différence de potentiel est suffisante, — et si même, dans les conditions où il se trouve, le métal ne réagit pas chimiquement sur les molécules du gaz.

Pour toutes ces raisons, dans les appareils que nous envisagerons, la pression devra être très réduite. Mais il faut distinguer, du point de vue de la pression du gaz, deux types d'appareils.

Dans les premiers, où la pression reste relativement élevée (¹, il y a encore assez de gaz pour que l'ionisation soit appréciable pour des valeurs assez faibles de la différence de potentiel. Le gaz peut jouer un rôle actif dans le fonctionnement de ces appareils. Citons comme exemple, les redresseurs à argon de la General Electric C^o et les ampoules du type « audion », à électrode auxiliaire.

Dans le deuxième type le vide est tel que, même aux différences de potentiels les plus élevées, l'ionisation est inappréciable. Il faut pour cela que le libre parcours moyen des molécules du gaz soit grand par rapport au parcours des électrons entre les deux électrodes ; la probabilité d'un choc entre molécules et électrons est alors très petite, et les molécules de gaz ionisées par choc seront très rares. On dit alors que le gaz est « ultra-raréfié ».

La pression sera de l'ordre de 10^{-7} millimètre de Hg au plus ². Les appareils ainsi obtenus ont été appelés des « Kénotrons » du grec « κενος » espace vide) et « τρου » instrument. Il va de soi que, pour obtenir du courant continu à haute tension, ces derniers appareils seuls peuvent entrer en ligne de compte, l'ionisation devenant prédominante dans les autres.

I. — THÉORIE DE L'ÉMISSION THERMO-ÉLECTRONIQUE

1. On sait, depuis près de deux siècles, que l'air devient conducteur au voisinage des corps incandescents, mais ce n'est guère que depuis 1895 que des études suivies ont été réalisées à ce sujet. Edison fit l'expérience suivante restée classique : il plaça dans une lampe à filament de charbon une lame conductrice, et il constata le passage d'un courant à travers le gaz de l'ampoule lorsque la lame était positive par rapport au filament. Fleming (³ a décrit cet effet — connu sous le nom d'effet Edison — dans tous ses détails, et depuis, les travaux ayant ce phénomène pour objet se sont multipliés. Malheureusement l'on a été très long à reconnaître l'énorme difficulté qui se présente lorsqu'on veut réaliser, *et surtout maintenir* des vides très

¹ Rappelons que dans les ampoules ordinaires à rayons X, la pression varie de 10^{-2} à 10^{-3} millimètre de Hg, selon la dureté du tube.

(²) Pour mesurer des pressions aussi basses, l'on se sert de préférence de jauges dont le principe est dû à Knudsen et basées sur les propriétés des forces radiométriques.

(³) FLEMING, *Phil. Mag.* 42), 52, 1896.

élevés, du fait des gaz et vapeurs occlus dans les pièces métalliques ou absorbés par les surfaces de verre. Ces gaz se dégagent sous l'action d'un échauffement ou d'un bombardement par rayons cathodiques et modifient considérablement la pression ; celle-ci peut s'élever facilement, par le fonctionnement même de l'appareil, de 10^{-7} millimètre de mercure à $0^{\text{mm}},4$ par exemple, si l'on ne prend pas de précautions.

Il en résulte des phénomènes instables, complexes et d'apparence capricieuse ; de nombreux savants ont été ainsi conduits à supposer que l'émission thermo-électronique n'était qu'un effet secondaire lié à la présence de gaz dans l'ampoule, et dû à des réactions chimiques entre la cathode incandescente et ce gaz. Cette opinion se répandit surtout en Allemagne, où de très nombreux savants pénétrés de cette idée crurent la justifier par de multiples expériences, non seulement pour l'émission thermo-électronique mais encore pour la photo-électricité.

Les derniers de ces travaux datent de 1914 ⁽¹⁾, et cependant, dès 1903, Richardson ⁽²⁾ avait appliqué au phénomène, et avec succès, la théorie électronique des métaux.

Vers 1913 seulement, des expériences faites aux laboratoires de la General Electric Co, en particulier par I. Langmuir vinrent confirmer les essais et les idées de Richardson et les établir sur des bases solides et peut-être définitives. Cela fut possible grâce à la réalisation et au maintien de vides très élevés, dans des conditions bien déterminées, à l'aide de la pompe à diffusion de Langmuir, et de procédés de pompages spéciaux. De plus, le même savant élargit et développa la théorie ⁽³⁾, qui paraît étroitement d'accord avec les faits actuellement connus.

2. Comme nous l'avons dit, la théorie de Richardson dérive de la théorie électronique des corps conducteurs ⁽⁴⁾.

Un conducteur est considéré comme formé :

1° De molécules ou d'atomes animés de mouvements oscillatoires

⁽¹⁾Citons entre autres : PRING et PARKER, *Phil. Mag.* ; 1912 ; — PRING, *Proc. Roy. Soc.* ; 1913 — POHL et PRINGSHEIM, *Phys. Zeit.* ; 1913 ; — WIEFMANN et HALLWACKS, *Ber. d. Deutsch. Phys. Ges.* ; 1914 ; — FREDENHAGEN et KUSTER, *Phys. Zeit.* ; 1914. — FREDENHAGEN, *Verh. d. Deutsch. Phys. Ges.* ; 1914.

⁽²⁾ RICHARDSON, *Phil. Trans.*, 201, p. 316 ; 1903.

⁽³⁾ Lire en particulier : I. LANGMUIR, *Phys. Rev.*, t. I, 450 ; 1913.

⁽⁴⁾ Voir aussi E. BLOCH, Conférences publiées par la Société française de physique.

autour de certaines positions moyennes d'équilibre, l'agitation de ces molécules allant en croissant avec la température.

2° D'électrons négatifs identiques aux corpuscules cathodiques et qui, étant donné leur extrême petitesse leur masse est environ $\frac{1}{1800}$ de celle de l'atome d'hydrogène se meuvent librement entre les atomes à la façon des molécules d'un gaz parfait.

Les mouvements de ces électrons sont régis par les lois du hasard, et l'on peut leur appliquer la théorie cinétique des gaz; en particulier leur énergie cinétique moyenne est proportionnelle à la température absolue. Leur charge électrique est indivisible et constitue en quelque sorte l'« atome d'électricité »; elle est égale à $e = 4,2 \cdot 10^{-10}$ unités électrostatiques C. G. S.

Si un champ électrique agit sur le conducteur il applique à chaque électron une force $-He$; de là un mouvement d'ensemble dans la direction opposée à celle des lignes de force. Les nombreux chocs des électrons entre eux et contre les atomes du métal jouant le rôle d'un frottement, il en résulte que ce mouvement d'ensemble est uniforme; c'est lui qui constitue le courant électrique ordinaire, dont l'intensité représente le nombre d'électrons transportés.

Cette théorie permet de se représenter les différences de potentiel au contact de deux conducteurs de nature différente, ou entre des portions de conducteurs portées à des températures différentes, thermo-électricité (effet Thomson, etc.), en considérant les électrons comme ayant des concentrations, des pressions variables. Un grand nombre d'autres phénomènes électriques et calorifiques entrent aussi dans le cadre de la théorie, ceux par exemple où un champ magnétique transverse agit sur un conducteur.

En partant de la théorie dont nous venons d'indiquer le point de départ, voyons ce qui devra se passer à la surface d'un conducteur. Les électrons se comportent comme les molécules d'un gaz qui serait enfermé dans le volume du conducteur; ils exercent sur les parois l'équivalent d'une pression, et tendent à s'échapper vers l'extérieur.

Mais si des électrons s'échappent, le conducteur se trouvant privé de charges négatives se comportera comme charge positivement; il en résultera un champ qui tendra à ramener les électrons en arrière.

Si d est la distance de l'électron à la surface, il sera retenu par

une force « Thomson »

$$f = \frac{e^2}{4d^2}$$

Il se produit ainsi à la surface du conducteur une sorte de « couche double » qui retient les électrons, de même qu'à la surface d'un liquide la tension superficielle empêche les molécules de s'échapper dans les gaz environnants.

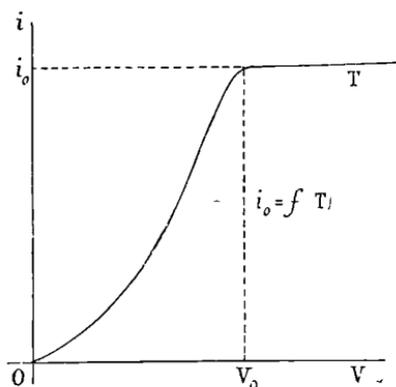


FIG. 1.

Si la vitesse d'un électron est suffisante, il pourra traverser la zone de transition et s'échapper ; comme la vitesse moyenne croît avec la température, le nombre de ces électrons croîtra de même, et suivant une loi analogue à celle de l'évaporation d'un liquide. En l'absence de tout champ électrique extérieur, le nombre d'électrons qui s'échappent du métal sera en moyenne égal au nombre de ceux qui rentrent. Si, au contraire, on établit un champ susceptible d'entraîner au loin les électrons, si, par exemple, on place au voisinage du conducteur chaud une anode quelconque, les électrons sortis iront vers cette anode, établissant à travers l'espace un courant électronique d'intensité i . Si, la température de la cathode restant la même, le champ augmente, le nombre d'électrons qui atteindront l'anode augmentera également, mais pour une certaine différence de potentiel critique V_0 il arrivera que tous les électrons seront captés par l'anode ; à partir de ce moment le courant i ne pourra plus croître quelle que soit la différence de potentiel. On dit qu'il y a « saturation ».

L'expérience vérifie cette conclusion ; la figure 1 représente i en

fonction de la différence de potentiel V pour une température donnée de la cathode. Le courant de saturation i_0 ne dépend que de cette température. Richardson ⁽¹⁾, par application des méthodes statistiques habituelles, a établi la relation suivante, analogue à celle qui régit l'évaporation d'un liquide :

$$(1) \quad i_0 = a \sqrt{T} e^{-\frac{b}{T}}$$

Dans cette formule i_0 représente l'intensité du courant de saturation par unité de surface de la cathode.

T est la température absolue ;

a est une constante qui dépend du nombre d'électrons libres par unité de volume du conducteur. C'est l'analogue d'une concentration ;

b est une constante qui dépend de l'énergie nécessaire pour faire sortir un électron du conducteur ; c'est l'analogue d'une chaleur de vaporisation ;

a et b ne dépendent que de la nature du conducteur.

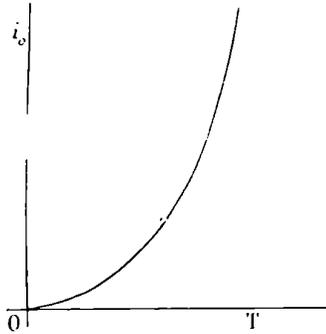


FIG. 2.

La formule de Richardson s'est trouvée pleinement confirmée par l'expérience. Pour le tungstène, par exemple, i_0 étant évalué en ma/cm^2 , l'on a :

$$a = 23,6 \cdot 10^{-3}, \quad b = 52,5 \cdot 10^{-3}$$

La *tableau I* donne quelques valeurs numériques tirées de la formule et la *fig. 2* représente graphiquement comment i_0 varie en fonction

(1) Richardson, *loc. cit.*

de T. On voit que l'émission croît avec la température, et de plus en plus vite.

TABLEAU I

T t° + 273	2.000	2.100	2.200	2.300	2.400	2.500	2.600
i_0 ma cm ²	4,2	13,1	48,3	138	363	891	2.044

Ces résultats ont été obtenus par Langmuir en opérant sur une lampe à incandescence renfermant deux filaments de tungstène indépendants, dont l'un quelconque porté au rouge servait de cathode. Dans ce dispositif l'on peut obtenir facilement des vides très élevés, car la pulvérisation du tungstène, sous l'effet d'une surchauffe, a pour effet d'absorber la plus grande partie des gaz résiduels.

3. *Pouvoir de conduction de l'espace.* — La théorie telle que nous venons de la présenter est incomplète. En effet, pour une température suffisamment élevée, un champ même faible devrait pouvoir donner des courants électroniques considérables ; or il n'en est rien. Par exemple, dans une lampe à incandescence ordinaire à fila-

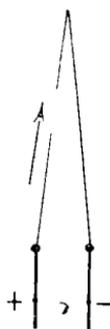


FIG. 3.

ment de tungstène, une notable partie du courant devrait passer directement à travers l'espace d'une extrémité du filament à l'autre, sous l'action de la différence de potentiel de 110 volts qui existe entre elles (fig. 3). Au contraire, l'expérience montre que tout le courant à très peu près continue à passer par le filament : en effet, la résistance de la lampe continue d'augmenter régulièrement à mesure que la température du fil s'élève.

Langmuir a rendu compte de cette anomalie apparente de la

façon suivante : A une température donnée, le filament émet un nombre déterminé d'électrons ; et le nombre de ceux qui atteignent l'anode est d'autant plus petit que la différence de potentiel est elle-même plus petite, ainsi que le montre la courbe de la *fig. 4*. Ceux des électrons qui ne vont pas à l'anode s'accumulent dans l'espace, repoussent les électrons émis derrière eux, et modifient ainsi la distribution du champ de façon à créer une sorte de force contre-électromotrice qui s'oppose à l'émission. L'expérience et le calcul conduisent aux conclusions suivantes.

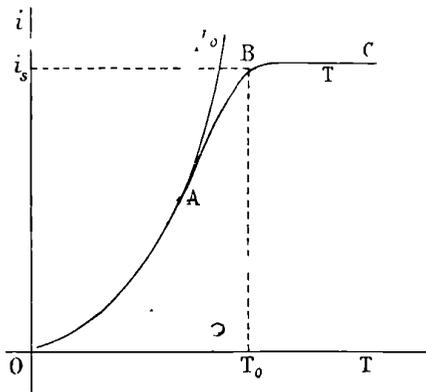


FIG. 4.

Établissons entre les électrodes une différence de potentiel V donné et invariable. A mesure que la température T du filament s'élève, le courant transmis i augmente *fig. 4* ; et la différence de potentiel critique V_0 qui correspond à T et pour laquelle il y a saturation (Voir p. 100 et *fig. 1* augmente aussi. Tant que V_0 reste inférieur à V il y aura donc saturation, et par conséquent i aura pour chaque température la valeur i_0 que donne la formule de Richardson (branche OA de la courbe *fig. 4* .

Lorsque T atteint la valeur pour laquelle la différence de potentiel critique correspondante V_0 devient égale à V , la saturation a partir de ce moment cesse d'être complète ; i reste inférieur à i_0 et croît de moins en moins vite (branche AB de la courbe .

Enfin, à partir d'une certaine température critique T_0 pour laquelle V_0 est supérieure à V , i ne varie plus quelle que soit la tem-

pérature (branche BC) : il y a encore « saturation » et le courant limite i_s correspond à ce qu'on peut appeler le « pouvoir de conduction de l'espace » pour la différence de potentiel V .

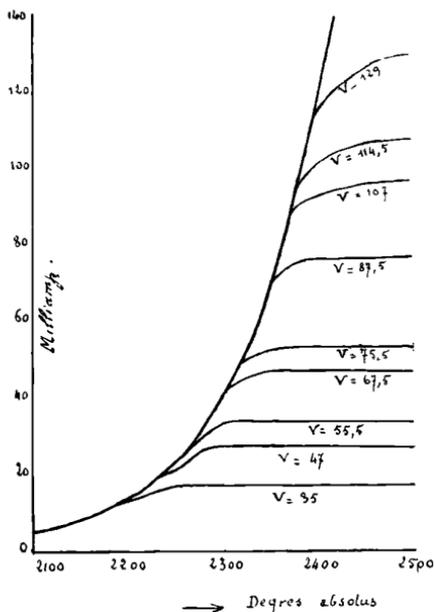


FIG. 5.

La fig. 5 représente ces résultats pour le tungstène, d'après les expériences de S. Dushman⁽¹⁾. La courbe supérieure (i_0) correspond à la loi de Richardson. L'intensité i_s augmente avec V , nous allons voir selon quelle loi.

Le calcul est simple⁽²⁾. Supposons pour fixer les idées deux électrodes planes de surface illimitée. Lorsque la saturation i_s est atteinte, c'est que la chute de potentiel à la surface de la cathode est devenue nulle. On peut alors admettre que la vitesse initiale des électrons émis est faible en comparaison de la vitesse acquise sous l'action du champ⁽³⁾.

(1) S. DUSHMAN, G. E. R., 18, 3 mars 1913.

(2) LANGMUIR, *Phy. Rev.*, 2^e série, t. VI; Décembre 1913.

(3) L'énergie cinétique d'un électron étant comparable à celle d'une molécule gazeuse, sa vitesse serait de l'ordre de 70 km : sec., alors que l'électron qui frappe l'anode peut atteindre facilement des milliers de km : sec. et même des vitesses qui se rapprochent de celle de la lumière (3.10⁵ km : sec.)

Par suite, l'énergie d'un électron à une distance x de la cathode, où le potentiel est V , sera :

$$\frac{1}{2} m v^2 = eV.$$

e étant la charge d'un électron, v sa vitesse, V le potentiel compté à partir de la cathode.

L'application de l'équation de poisson :

$$\Delta V = - 4\pi\rho,$$

donne ici :

$$\frac{d^2V}{dx^2} = - 4\pi\rho.$$

ρ étant la charge par unité de volume qui se trouve dans l'espace à la distance x de la cathode. Le signe ($-$) disparaît parce que e et ρ sont négatifs.

Enfin, l'intensité du courant par unité de surface sera :

$$i = \rho v.$$

De ces trois équations on tire, par élimination de v et de ρ :

$$\frac{d^2V}{dx^2} = 2\pi i \sqrt{\frac{2m}{e}} V^{-\frac{1}{2}}.$$

et en intégrant :

$$(2) \quad i_s = \frac{\sqrt{2}}{9\pi} \sqrt{\frac{e}{m}} \frac{V^{\frac{3}{2}}}{d^2}.$$

Pour un fil fin tendu dans l'axe d'un cylindre de rayon r , un calcul analogue donne :

$$3 \quad i_s = \frac{2\sqrt{2}}{9} \sqrt{\frac{e}{m}} \frac{V^{\frac{3}{2}}}{r},$$

i_s étant cette fois le courant total.

Enfin, on démontre facilement que, dans tous les cas, l'intensité de saturation est proportionnelle à la puissance $\frac{3}{2}$ de la différence de potentiel. Si A est une constante ne dépendant que de la confor-

mation du système on pourra écrire :

$$(4) \quad i_s = AV^{\frac{3}{2}}.$$

On voit d'après (2) et (3) que, d et r figurant au dénominateur, A est d'autant plus grand que les électrodes sont plus rapprochées.

En remplaçant $\frac{e}{m}$ par sa valeur numérique, et si l'on exprime i en ma/cm^2 et V en volts, les relations trouvées deviennent pour (2) :

$$(5) \quad i_s = 2,33 \cdot 10^{-3} \frac{V^{\frac{3}{2}}}{d^2},$$

et pour 3 :

$$6 \quad i_s = 14,65 \cdot 10^{-3} \frac{V^{\frac{3}{2}}}{r}.$$

Ces formules se vérifient très bien toutes les fois que le vide est maintenu d'une façon rigoureuse; une légère trace de gaz peut influencer énormément les résultats, comme nous le verrons au paragraphe suivant.

Le tableau II renferme les chiffres trouvés et calculés par M. Dushman (*Loc. cit.*) pour le cas d'un kénotron particulier. Le calcul a été effectué à partir de la formule :

$$i_s = 103 \cdot 10^{-3} V^{\frac{3}{2}}.$$

Les mesures ont été faites avec un oscillographe en enregistrant à la fois la courbe des intensités et celle des différences de potentiel en fonction du temps, la différence de potentiel étant alternative et d'une valeur maxima de 180 volts. On voit que la concordance est excellente.

TABLEAU II

V	i_s calculé	i_s observé
64	55	53
130	150	153
165	207	212
180	250	251

La *fig. 6* donne i_s en fonction de V d'après les courbes de la *fig. 5*.

En résumé, l'intensité du courant peut être limitée de deux manières différentes : 1° pour une température donnée, elle est limitée par la capacité d'émission du filament; lorsque la différence de potentiel est suffisante, on atteint un courant de saturation i_0 donné

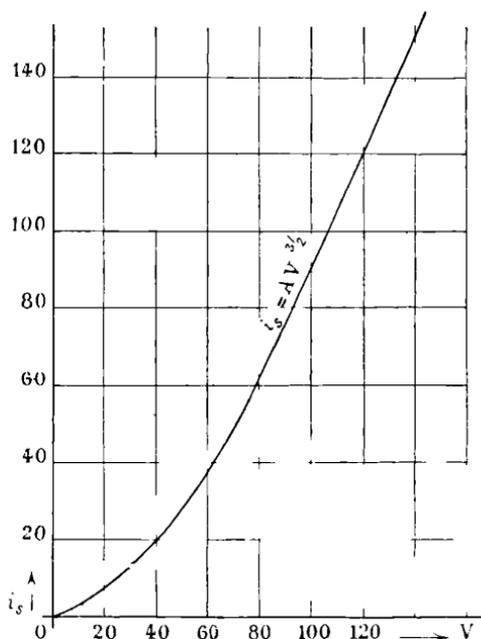


FIG. 6.

par la loi de Richardson; 2° pour une différence de potentiel donnée, l'intensité est limitée par l'accumulation des électrons dans l'espace, qui ne possède qu'un pouvoir de conduction déterminé; si la température du filament est suffisante, on atteint un courant de saturation i_s donné par la loi de Langmuir 4.

II. — RÔLE DES GAZ RESTANTS

Supposons qu'il reste dans le tube une quantité de gaz telle que la distance entre les électrodes cesse d'être très petite par rapport au libre parcours moyen : les électrons en mouvement pourront alors heurter des molécules gazeuses et les ioniser. Cette ionisation, si elle

est très intense, peut se manifester par des lueurs, violacées en général, visibles à l'intérieur du tube, et qu'il ne faut pas confondre avec certaines fluorescences du verre. Ces lueurs dénotent toujours des vides très insuffisants. Pour des vides meilleurs l'ionisation se manifeste indirectement par des effets que nous allons étudier.

1° *Augmentation du pouvoir de conduction.* — Les ions négatifs qui résultent de la dissociation des molécules s'en vont avec les électrons vers l'anode et ne semblent pas jouer de rôle spécial. Mais les ions positifs, arrivés au voisinage de la cathode, y neutralisent en partie les électrons accumulés. Aussitôt l'émission par le filament augmente ; les électrons étant en plus grand nombre, le nombre des molécules ionisées augmente aussi, et ainsi de suite. Le phénomène se renforce de lui-même et l'on conçoit qu'une quantité très faible de gaz puisse faire croître le courant électronique dans des proportions énormes par suite de l'ionisation par choc. L'expérience vérifie ces déductions. Ainsi dans une expérience faite à la General Electric Co il passait dans l'appareil un courant de 100 ma sous 200 volts ; après introduction de vapeur de Hg sous la pression de 10^{-3} millimètre seulement, il a suffi de 25 volts pour obtenir le même courant.

2° *Rayons δ .* — Si la différence de potentiel est très grande, les ions positifs bombardent la cathode avec une énergie suffisante pour provoquer une émission complémentaire d'électrons (rayons δ). Ce phénomène est en tous points comparable à celui qui se produit dans les tubes à rayons X ordinaires, où l'impact des rayons positifs qui constituent l'« afflux cathodique » provoque l'émission du faisceau cathodique.

Les nouveaux électrons ainsi émis constituent donc de véritables rayons cathodiques ; ils sont émis avec une vitesse initiale considérable et se propagent en ligne droite à partir des points d'émission. La position de ces points est d'ailleurs mal déterminée, elle est le plus souvent instable. A l'endroit où les pinceaux produits frappent le verre ils provoquent une fluorescence dont la couleur dépend de la nature du verre ; elle est verte le plus souvent. Dans certains cas, il peut se produire un échauffement local capable de ramollir le verre et de détruire l'appareil. Il va sans dire que si la présence de ces lueurs vertes permet de conclure à la présence d'une trace de gaz dans l'ampoule, elle ne permet en aucune façon d'apprécier la qualité du vide, car leur production dépend de la grandeur et du sens de la différence de potentiel, de la forme et de la position respective des

électrodes, et de la possibilité pour ces électrodes de dégager des gaz occlus.

D'ailleurs cette émission d'électrons aura pour effet d'augmenter l'ionisation qui, comme pour l'effet précédent, tend donc à s'accroître spontanément. Ainsi l'intensité du courant électronique sera énormément accrue, mais il pourra passer évidemment un léger courant d'ionisation de sens inverse, dont l'intensité reste en général négligeable. — Ce sont vraisemblablement les effets que nous venons de voir qui causent l'émission intense obtenue avec des cathodes de Wehnelt, couvertes de chaux. Ces cathodes doivent dégager facilement des quantités de gaz occlus, la pression est très instable et l'ionisation joue un rôle considérable.

3° *Désagrégation du filament.* — Si la différence de potentiel est extrêmement élevée, de sorte que les ions positifs frappent la cathode avec une très grande vitesse, il en résulte une désagrégation du filament qui peut aboutir à sa destruction complète (1). La surface du filament prend alors un aspect caractéristique; tout en restant brillante, elle présente au microscope une multitude de petits cratères.

Il résulte de tout cela, pour les appareils à très haute tension, la nécessité de réaliser des vides extrêmes.

Le même effet se produit pour des différences de potentiel d'autant plus faibles que la pression est plus élevée; les chocs sont alors moins intenses, mais beaucoup plus nombreux. Cependant il ne se produit pas, lorsqu'on a affaire à des gaz inertes, tels que les gaz rares de l'air, si ces gaz sont absolument purs.

4° *Gaz inertes.* — Voyons ce que deviennent en ce cas les courbes qui donnent i en fonction de V . Si le vide n'est pas très parfait et si l'on n'a pas pris de précautions spéciales, il y aura toujours un peu de gaz absorbé par la surface du verre et surtout par la masse métallique des électrodes. Supposons alors que V aille en croissant; au début l'intensité i ne sera que très peu supérieure à celle qui correspond à un vide parfait (fig. 7). Mais pendant le fonctionnement, une énergie $W = Vi$ est dissipée en chaleur sur l'anode, par suite du bombardement par les électrons; cet échauffement aura pour effet de libérer peu à peu le gaz occlus; par conséquent i croîtra trop vite. A partir d'une certaine valeur de V , l'accroissement de i pourra

¹ L'émission thermo-électronique pure n'altère aucunement le filament, quelles que soient son intensité et sa durée.

devenir très rapide, conformément à ce que nous avons vu précédemment (branche BC). Si la pression initiale est un peu plus forte, on pourra obtenir des courbes telles que OD.

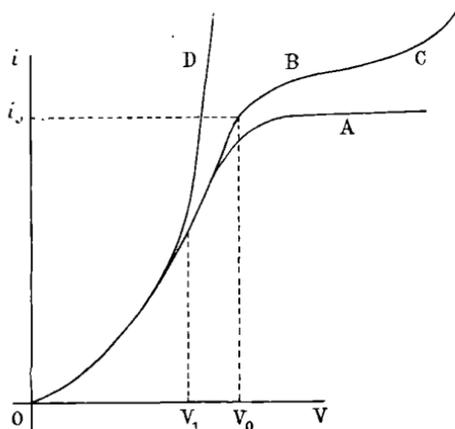


FIG. 7.

Les courbes obtenues dépendent de phénomènes complexes, et irréversibles (variations de température, occlusions, dégagements, etc.); aussi sont-elles irrégulières et la figure 7 ne fait que montrer le sens des phénomènes. En réalité on observe des effets de traînage et d'hystérésis compliqués.

En ce qui concerne l'utilisation pratique, on voit que la limite supérieure des différences de potentiel que l'on peut appliquer sans trop grande perturbation, est d'autant plus basse que la pression est plus élevée; pour les courbes OA et OBC on ne pourra dépasser la valeur V_0 mais, dans le cas de la courbe OD, on ne pourra pas dépasser $V_1 < V_0$. Il en résulte que, pour les appareils à haute tension, un vide très parfait serait nécessaire, même en faisant abstraction de la désagrégation du filament.

D'autre part, un appareil quelconque pourra être considéré comme ayant un vide parfait à condition qu'on ne dépasse pas une certaine limite des différences de potentiel, limite qui sera d'autant plus basse que le vide sera moins bon.

5° *Redresseurs à argon.* — Les considérations précédentes ont trouvé dans les redresseurs à argon « sunger » de la General Electric Co⁽¹⁾ une application qui pourra prendre une importance pra-

(1) G. E. R., 19; 4 avril 1916.

tique considérable. Ces appareils comprennent un filament, de tungstène en général, et une anode qui peut être en tungstène ou en tout autre matière. Pour des courants très intenses on s'est même servi de graphite. Les ampoules sont vidées avec le plus grand soin puis remplies d'argon *très pur*, dont la pression finale dépend de la tension et de l'intensité du courant à redresser. On choisit cette pression, de façon à réduire au minimum la destruction du filament sous l'action des ions positifs; on arrive à la rendre inappréciable. Les pressions à froid peuvent atteindre quelques centimètres de Hg. On a pu rectifier ainsi dans un seul appareil des courants jusqu'à 80 ampères avec une chute de potentiel de quelques volts seulement;

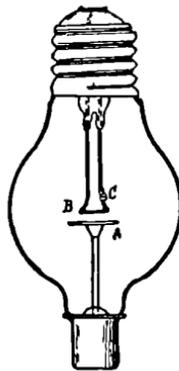


FIG. 8.

c'est un véritable arc qui se produit entre les électrodes. Mais il est essentiel que le gaz soit rigoureusement pur pour que le filament ne soit pas très vite détruit; on y arrive en introduisant une petite quantité de substance active (parfois un simple fil métallique) de façon à la volatiliser en partie au début du fonctionnement. Elle se combine aux impuretés, et se dépose avec elles sur les parois du verre.

Un tel appareil (fig. 8, alimenté de courant alternatif à 236 volts, et 60 périodes, a servi à charger des accumulateurs; le courant était de 6 ampères avec une chute de potentiel de 12 volts aux bornes du redresseur. Sa durée fut de l'ordre de 1000 à 3000 heures (1).

Ces dispositifs présentent bien des particularités intéressantes sur

(1) G. F. R., *loc. cit.*

lesquelles nous ne pouvons insister ; nous nous contenterons de signaler la suivante : on peut combiner les choses pour que, sous l'action d'une surcharge accidentelle, l'émission par le filament augmente dans une telle proportion que le refroidissement résultant ramène automatiquement le courant à sa valeur normale (1).

6° *Gaz quelconques.* — Revenons à notre étude générale. Dans le cas d'un gaz quelconque le deuxième effet que nous avons signalé au paragraphe 3 se produira. D'ailleurs nous venons de voir que des traces d'impuretés dans un gaz inerte peuvent avoir des effets considérables et désastreux. Le rôle des gaz a été étudié en particulier par Langmuir. En plus des effets déjà signalés l'on observe encore les suivants :

1° D'abord, quand un métal est bombardé par des ions positifs, il semble qu'il peut se produire des réactions chimiques qui ne se produiraient pas avec le gaz non ionisé placé dans les mêmes conditions. Ces réactions peuvent entraîner une pulvérisation du métal, qui vient se déposer sur les parois du ballon, peut-être en partie à l'état de combinaison. Ce fait est bien connu, il a même été utilisé pratiquement par M. Houllévigie pour obtenir des dépôts métalliques, et l'on sait que la nature du gaz influe sur ce phénomène. Langmuir a spécialement étudié le cas de l'azote agissant sur le tungstène : nous renvoyons le lecteur aux mémoires originaux (2).

Nous avons déjà vu comment ce phénomène intervient dans les lampes à incandescence, à filament de tungstène, et comment l'absorption de gaz ainsi réalisée peut améliorer considérablement le vide — à condition bien entendu que la température ne s'élève jamais assez pour provoquer de nouveaux dégagements de gaz.

2° Dans bien des cas, la simple présence d'un gaz semble influencer sur le pouvoir d'émission de la cathode. Ainsi une trace d'hydrogène semble augmenter l'émission thermo-électronique du platine ; d'autre part, il suffit d'une trace infime d'oxygène ou d'un composé gazeux d'oxygène, la vapeur d'eau en particulier, pour réduire, dans une proportion énorme l'émission de toutes sortes de cathodes et en particulier du tungstène. La plupart des gaz semblent d'ailleurs réduire

(1) Il va de soi que dans ces appareils le redressement du courant très suffisant pour la pratique n'est pas rigoureusement parfait.

(2) LANGMUIR, *Phys. Rev. (loc. cit.)*, (*Journal of the American Chemical Society*), 1913.

l'émission par le tungstène. — Au contraire une couche d'oxyde favorise l'émission par le molybdène⁽¹⁾.

On voit par tout ce qui précède avec quel soin il faut vider les appareils qui nous occupent, et surtout avec quel soin il faut éliminer toute trace d'oxyde et d'humidité. Pendant le pompage il faudra chauffer le plus possible toutes les parties métalliques pour les faire dégager, et chauffer simultanément les parois de verre à 400° pendant une heure et demie au moins.

Le phénomène ci-dessus intervient d'une façon intéressante dans le tube de Coolidge à radiateur. Lorsque ce tube fonctionne l'anticathode peut être facilement amenée à rougir; elle devrait alors émettre elle aussi des électrons et, le tube étant soumis à une différence de potentiel alternative, devrait laisser passer de l'onde inverse. Or il n'en est rien.

Nous admettons avec Coolidge que de l'oxygène ou des composés oxygénés) oclus dans la masse de tungstène de l'anti-cathode diffuse lentement vers la surface où sa présence entrave l'émission. D'ailleurs si l'on impose au tube des régimes excessifs, le dégagement peut devenir suffisant pour influencer l'émission de la cathode elle-même et le tube semble alors devenir de plus en plus résistant. Ce phénomène a été décrit par plusieurs auteurs; mais rien ne justifie les conclusions que l'on a cru pouvoir en tirer concernant le mode d'intervention de l'oxygène. Il ne semble pas qu'il puisse être question d'une oxydation proprement dite du tungstène, puisque, au contraire, la couche d'oxyde présente à la surface du filament avant le pompage se dissocie complètement pendant le fonctionnement. Il faudrait admettre qu'il en reste une pellicule invisible. Il est plus simple de dire qu'il s'agit d'une simple action de présence, analogue à celles qu'on rencontre souvent en chimie.

7° RÉSUMÉ. — En résumé, la présence d'un gaz influe considérablement sur le phénomène d'émission thermo-électronique. Par suite d'ionisation, de dégagements, d'occlusions, d'actions de présence, l'émission par le filament, la pression et l'état d'ionisation du gaz varient d'une façon capricieuse et irrégulière, au point que l'émission électronique proprement dite peut s'en trouver masquée, si bien que beaucoup de savants ont été jusqu'à en nier l'existence.

Ces irrégularités se manifestent dès que l'on cherche à établir la

(1) STOECKLE, *Phys. Rev.*, 8, 5, p. 539, *R. G. E.*, novembre 1916.

courbe qui donne par exemple l'intensité en fonction de la différence de potentiel pour une température donnée. Les coudes, les irrégularités de cette courbe sont le réactif le plus sensible de la présence d'un excès de gaz; ils ne disparaissent que lorsque l'on a affaire à un gaz *ultra-raréfié* dont, par définition, le libre parcours est très grand compare aux dimensions de l'appareil et où la probabilité d'un choc entre molécules, ou entre molécules et électrons est minime. Si la pression augmente on peut observer des pinces cathodiques plus au moins stables, puis des lueurs bleues à l'intérieur de l'ampoule.

ENGRENAGES MAGNÉTIQUES. — APPLICATION A L'HORLOGERIE ÉLECTRIQUE (1) ;

Par M. PIERRE SÈVE.

Roue d'engrenage magnétique. — J'appellerai *roue d'engrenage magnétique* une roue sur la circonférence de laquelle sont disposés $2n$ pôles magnétiques égaux, équidistants et alternativement nord et sud. On obtient de pareilles roues en disposant convenablement sur un disque non magnétique n aiguilles aimantées suivant les côtés d'un polygone régulier de $2n$ côtés, pris de deux en deux (type polygonal) ou $2n$ aiguilles suivant les rayons de ce polygone (type radial) ou encore en implantant $2n$ aiguilles perpendiculairement au plan du disque (type prismatique). On dira que la roue a n dents, la dent étant la distance angulaire de deux pôles homologues les plus voisins.

Action mutuelle de deux roues d'engrenage magnétiques. — Considérons deux roues R et R' de m et m' dents, situées dans le même plan, dont les pôles ont sensiblement le même écartement et dont les circonférences sont voisines dans leur partie la plus rapprochée. Les deux séries de pôles agiront les unes sur les autres, les forces magnétiques tendant à amener les pôles de la roue R' en face des pôles de nom contraire de la roue R. Supposons par exemple que la roue R tourne uniformément avec une vitesse angulaire ω , la roue R' sup-

(1) C. R. A. Sc., nov. 1918.

posée libre sera entraînée en sens inverse. Moyennant certaines conditions, il pourra s'établir un régime permanent périodique, la roue R' avançant de $\frac{1}{m'}$ de tour ou d'une dent pendant que la roue R avance de $\frac{1}{m}$ de tour ou d'une dent ; la vitesse angulaire de la roue R' étant par conséquent $\frac{m}{m'} \omega$. On peut considérer la roue R' comme le rotor d'un alternateur à $2m'$ pôles qui *engrènerait* dans le champ magnétique tournant de la roue R. La synchronisation se produira à condition que les résistances mécaniques qui s'opposent au mouvement de la roue R' ne soient pas trop grandes. Autrement il y a *décrochage*.

On peut constituer avec des roues d'engrenage magnétiques des trains d'engrenage permettant d'assujettir deux arbres à tourner avec des vitesses angulaires moyennes qui soient dans un rapport rationnel fixé, à condition que les efforts à transmettre soient assez petits. Ces engrenages se comportent comme des engrenages ordinaires dont les dents seraient flexibles et élastiques.

Applications. — L'intérêt de ce dispositif tient à ce qu'on peut réaliser des trains d'engrenage magnétiques dans lesquels les résistances passives sont extrêmement faibles. Il suffit de disposer les roues horizontalement en les fixant à hauteur convenable sur des tubes verticaux dont la partie supérieure repose par une chape d'agate sur un pivot pointu fixé à l'extrémité d'une tige verticale que le tube entoure sans la toucher ; c'est-à-dire le dispositif de pivotage des roses de boussole.

On peut réaliser ainsi en particulier des *minuteries* magnétiques dont les frottements sont bien plus faibles que ceux des minuteries ordinaires, puisqu'ils se réduisent au frottement de la chape, à la résistance de l'air et à de faibles phénomènes d'hystérésis. Un choix convenable des distances des roues, de leur inertie et, au besoin, un réglage de l'amortissement dû à la résistance de l'air permet de rendre le mouvement de la roue conduite presque uniforme quand la roue conductrice tourne uniformément.

Échappement magnétique. — On peut faire entraîner une pareille minuterie pour un pendule. Considérons un pendule portant un

aimant permanent, comme c'est le cas pour les balanciers entretenus électriquement. Quand le pendule oscille, le champ magnétique dans son voisinage peut être considéré, en première approximation, comme la superposition d'un champ magnétique constant et d'un champ alternatif ayant comme période celle du pendule. On pourra lancer synchroniquement dans ce champ alternatif une aiguille aimantée qui fera un tour pendant une période du pendule et fera entraîner la minuterie par cette aiguille. Il y a intérêt, au point de vue de la stabilité de l'accrochage, à annuler le champ constant dans la région de l'aiguille à l'aide d'un aimant compensateur. On peut de même, en la disposant à distance convenable des pôles de l'aimant du pendule et au besoin en plaçant un ou plusieurs aimants compensateurs, faire entraîner une roue magnétique à plusieurs dents par le champ alternatif du balancier, de façon que cette roue avance d'une dent pendant une oscillation du pendule ; de façon à constituer une sorte d'échappement magnétique.

J'ai construit sur ce principe une horloge électrique. Le pendule est entretenu électriquement par le procédé classique de Lippmann (1). L'aimant est en fer à cheval. Ses branches sont dans le même plan horizontal et perpendiculaires à l'axe de rotation du pendule. Dans le plan de cet aimant se trouve une roue magnétique à trois dents (du type polygonal) ; la distance des pôles de la roue est à peu près égale à celle des pôles en fer à cheval. L'axe de rotation est dans le plan de symétrie vertical de l'aimant. Lorsque la roue est accrochée elle avance d'une dent en une période (2 secondes) du pendule, accomplissant un tour en 6 secondes. La chape porte deux aiguilles aimantées parallèles à l'axe et symétriquement placées qui constituent une roue à une dent du type prismatique qui entraîne une roue magnétique à dix dents du type polygonal. Cette roue fait un tour en 1 minute. Elle porte une graduation se déplaçant devant un index.

(1) LIPPMANN, *Journal de Physique*, 3^e série, t. V, 1896, p. 434. Ce pendule, qui est en marche depuis près de cinq ans, fonctionne avec trois éléments Leclanché et un condensateur de 2 microfarads.

Maison SOLEIL - J. DUBOSCQ, fondée en 1819

PH. ^{O. ✱, I. ✱ ✱ ✱ ✱ ✱} ET F. ^{✱, ✱} PELLIN

Ingénieurs-Constructeurs

Adr. tél. FEXIPEL-PARIS

Téléphone 813-26

5, Avenue d'Orléans — PARIS (Anct 21, rue de l'Odéon)

DIPLOMES D'HONNEUR ET MÉDAILLES D'OR : 1883-1889

GRANDS PRIX : PARIS 1900, SAINT-LOUIS 1904, LIÈGE 1905, MILAN 1906

HORS CONCOURS, MEMBRE DU JURY : BRUXELLES 1897, LONDRES 1903, BRUXELLES 1910

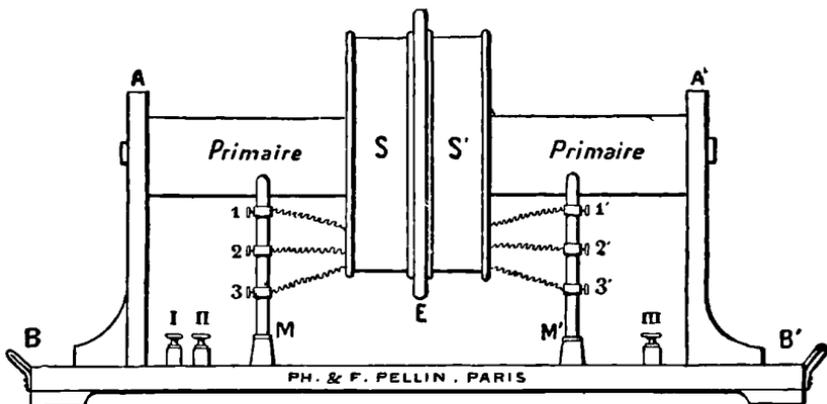
TURIN 1911, GAND 1913

APPAREILS D'OPTIQUE pour les SCIENCES et l'INDUSTRIE

APPAREILS DE HAUTE PRÉCISION

PLANS - PRISMES - OPTIQUE SUPÉRIEURE

Le Catalogue comprend 11 fascicules



Transformateur de résonance de MM. G.-A. Hemsalech et C. Tissot.

Modèle de laboratoire à l'usage des Spectroscopistes.

Envoi de notices sur demande — Devis pour Installations

IRIS - LILLIAD - Université Lille F
RÉFÉRENCES SUR DEMANDE

Ancienne Maison MICHEL et C^{ie}

Compagnie pour la Fabrication des Compteurs ET MATÉRIEL D'USINES A GAZ

Société anonyme : capital 27.000.000 de francs — 16 & 18, bd de Vaugirard, PARIS

PYROMÈTRES à COUPLES THERMO-ÉLECTRIQUES

PYROMÈTRES à RADIATIONS

TÉLESCOPE PYROMÉTRIQUE, Système FÉRY

pour la mesure des températures de 400° à 3500°

COMPTEURS ET APPAREILS
DE MESURES D'ÉLECTRICITÉ

COMPTEURS D'ALCOOL

Transformateurs de mesures



PERMÉAMÈTRE ILIOVICI
FLUXMÈTRE GRASSOT
ONDOGRAPHE HOSPITALIER
Phasemètres, Fréquencemètres

VOLTMÈTRES, AMPÈREMÈTRES et WATTMÈTRES. ÉTALONS ÉLECTRODYNAMIQUES

Établissements H. PILON

53, rue de Paris, ASNIÈRES (Seine)

Téléph. : WAGRAM 87-02

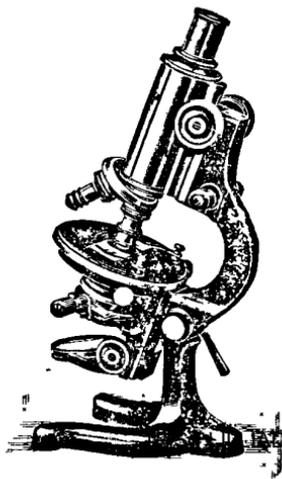
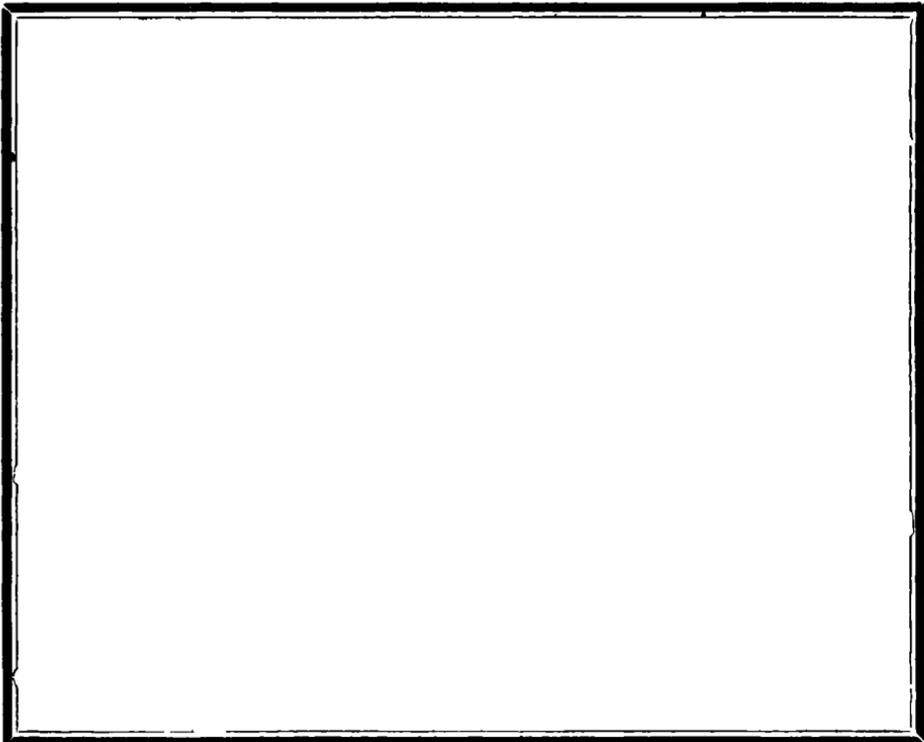
Adresse télégr. : RAYONIX ASNIÈRES-SEINE

FABRIQUE DE TUBES A RAYONS X

SPÉCIALITÉS DE VERRERIE DE PRÉCISION
POUR LABORATOIRES ET TUBES A RAYONS X
SPÉCIAUX POUR RECHERCHES

POMPES A VIDE

ENVOI FRANCO - Université Lille 1 DU CATALOGUE



MICROGRAPHIE — BACTÉRIOLOGIE

E. COGIT & C^{IE}

CONSTRUCTEURS D'INSTRUMENTS ET D'APPAREILS POUR LES SCIENCES

36, Boulevard Saint-Michel, 36

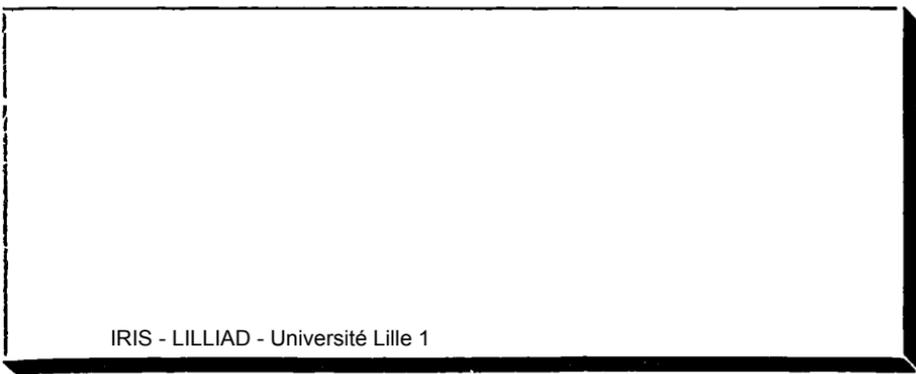
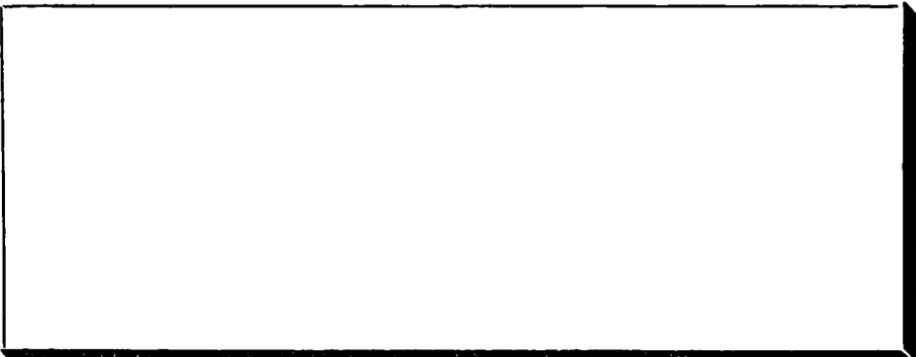
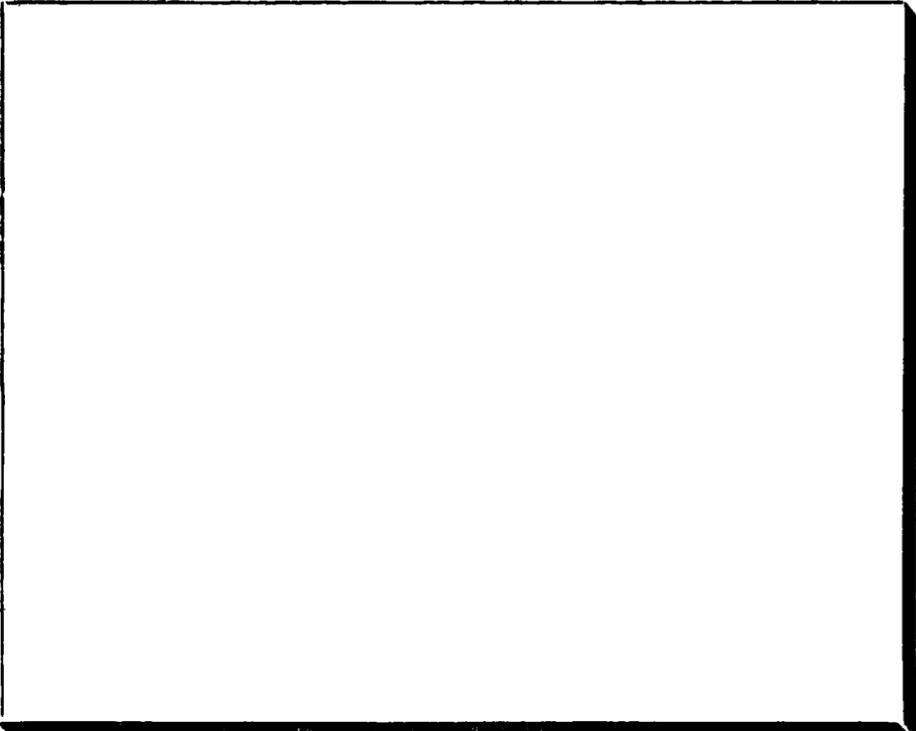
PARIS — Téléphone 812-20

Ateliers de Construction. Expéditions et Verrerie en gros
19, Rue Humboldt, PARIS

REPRÉSENTANTS EXCLUSIFS POUR LA FRANCE DES

Microscopes KORITSKA de MILAN

NOUVEL ÉCLAIRAGE SUR FOND NOIR POUR ULTRAMICROSCOPE



SOCIÉTÉ INDUSTRIELLE DES TÉLÉPHONES

(Constructions électriques, caoutchouc, câbles)

Société anonyme au capital de 18.000.000 de francs

25, rue du Quatre-Septembre, 25. — PARIS

Appareillage électrique

TABLEAUX DE DISTRIBUTION

POUR STATIONS CENTRALES,
SOUS-STATIONS, POSTES DE TRANSFORMATION

Interrupteurs MONOBLOC

Régulateur J.-L. ROUTIN

*Dispositif de protection, système L. NEU
Télégraphie sur les lignes à haute tension*

APPAREILS AUTOMATIQUES DE DÉMARRAGE

Fils et Câbles électriques

CABLES ARMÉS

Câbles pour puits et galeries de mines, câbles et treuils de fonçage

MATÉRIEL COMPLET POUR GRUES ÉLECTRIQUES

Boîtes de prises de courant

Appareil A. LÉAUTÉ, pour essais par résonance de canalisations électriques à hautes tensions

CABLES TÉLÉPHONIQUES

Matériel Téléphonique

LE MONOPHONE

MICROPHONE PARIS-ROME
COMMUTATEURS " STANDARD "

INSTALLATIONS A ÉNERGIE CENTRALE

BUREAUX CENTRAUX -- MULTIPLES

*Matériel protégé pour les transports d'énergie
Matériel spécial pour les chemins de fer, les mines*

INSTALLATIONS PRIVÉES

ATELIERS R. MAILHAT

MOURONVAL, ANCIEN ÉLÈVE DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE, SUCCESSEUR

10, rue Émile-Dubois, PARIS XIV^e

MÉCANIQUE & OPTIQUE DE PRÉCISION EN TOUS GENRES

Instruments d'observatoires et de laboratoires. Objectifs. Miroirs.

Prismes. Lunettes. Spectroscopie. Instruments de mesure.

Micromètres. Chronographes. Pièces détachées. Instruments nouveaux sur plans et indications. Travaux à façon.

MATÉRIEL ANCEL
pour télégraphie et téléphonie sans fil, émission et réception; postes complets et organes séparés. — Récepteur de T. S. F. à manœuvre automatique pour signaux horaires. — Appareil de télé-mécanique Gannier-Ancel.

MATÉRIEL ANCEL
pour rayons X et haute fréquence: bobines intensives, interrupteurs à gaz, tableaux de distribution, condensateurs à air, à pétrole, résonnateurs, éclateurs, ampoules, soupapes, écrans et accessoires.

LOUIS ANCEL

Ingén. des Arts et Manufact.
Construct. breveté s. g. d. g.

BUREAU

ATELIERS ET LABORATOIRES
91, boul. Pereire (Sud)
PARIS, XVII^e

Anciennement 13, rue Brochant

BRUXELLES 1910 : MÉDAILLE D'OR
GRAND PRIX, TURIN 1911
GAND 1913, LYON 1914

Membre du Jury, Hors Concours
1904, 1905, 1906, 1907, 1908, 1909, 1910, 1911, 1912, 1913, 1914

Construction de tous appareils de laboratoire pour physique, chimie et électro-chimie. Construction et réparation d'outillage pour mécanique de précision.

SPECTROGRAPHE ANCEL
à prisme ou à réseau

INSTALLATION DE LABORATOIRES

RÉPARATION D'APPAREILS

Cellules de sélénium extra-sensibles Ancel sans inertie, modèles spéciaux sur commande.

GAUTHIER-VILLARS, 55, quai des Grands-Augustins, PARIS

SOCIÉTÉ FRANÇAISE DE PHYSIQUE

RECUEIL

DE

CONSTANTES PHYSIQUES

Ce magnifique volume de 753 pages, publié par

Henri ABRAHAM

Professeur à la Sorbonne, Secrétaire de la Société française de Physique,

ET

Paul SACERDOTE

Docteur ès sciences, Professeur au collège Chaptal,

Avec la collaboration de nombreux savants,

Renferme, groupées en 307 tableaux, toutes les constantes physiques, les formules et les données pratiques dont on peut avoir besoin au Laboratoire, à l'Usine ou à l'Amphithéâtre.

Le sens critique qui a présidé au choix des matériaux, la limpidité de composition des tableaux, la clarté de l'ordonnance distributive des sujets, la rapidité avec laquelle on peut trouver la page désirée, font, de ce volume, un instrument de travail fort précieux.

NOTA. — Les Auteurs, dans la rédaction de leurs mémoires, sont priés de se conformer désormais, autant qu'il leur sera possible, aux conventions, notations et formules adoptées dans le « **Recueil de constantes physiques** ».

ANCIENNE MAISON ALVERGNIAT FRÈRES

J. THURNEYSSEN,

Successeur de V. CHABAUD

58, Rue Monsieur-le-Prince, PARIS (6^e)

APPAREILS DE PHYSIQUE ET DE CHIMIE

POMPES et TROMPES à MERCURE

TUBES de CROOKES à OSMO-RÉGULATEUR VILLARD

Electroscopes Hurmuzescu. — Électromètre capillaire de M. Lippmann. — Appareil de M. Debierne pour la radioactivité. — Electroscopie à filament de charbon de M. Villard

ATELIERS E. DUCRETET

F. DUCRETET & E. ROGER, Succ^{rs}

CONSTRUCTEURS

75, Rue Claude-Bernard, PARIS

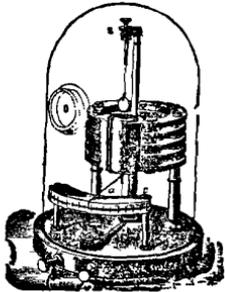
CABINETS DE PHYSIQUE COMPLETS

Notices et Catalogues illustrés

APPAREILS DE COURS ET DE RECHERCHES

APPAREILS DE MESURES — INSTRUMENTS INDUSTRIELS

MATÉRIELS de TÉLÉGRAPHIE sans FIL en usage aux grandes distances



G. MEKER et C^{ie}

Société en commandite par actions. Capital : 220.000

APPAREILS DE CHAUFFAGE AU GAZ

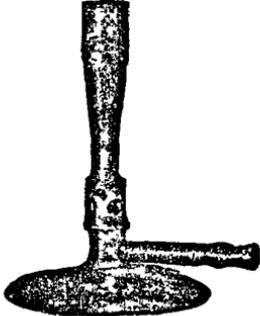
BRULEURS DE LABORATOIRES ET D'INDUSTRIE

Fours à très hautes températures

ÉTUDES DE TOUS CHAUFFAGES

37, rue Danton.

Levallois (Seine)



MAISON FONDÉE EN 1864

TÉLÉPHONE

810-83

G. FONTAINE

CATALOGUES
ET DEVIS
SUR DEMANDE

RAUL NEVEU SUCCESEUR

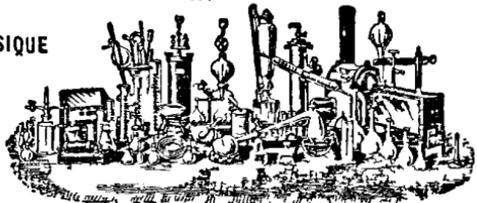
ÉLÈVE DE MM. ALVERGNIAT

ÉTUDE et CONSTRUCTION

D'APPAREILS DE CHIMIE ET DE PHYSIQUE

Fournitures Générales pour Laboratoires

PRODUITS CHIMIQUES PURS

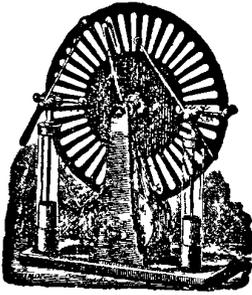


PARIS

16 - 18 - 20

RUE MONSIEUR-LE-PRINCE

IRIS LILLIAD Université Lille 1



ROYCOURT Ing^r des Arts & Manufactures

Avenue d'Orléans, 71, PARIS

**MACHINES ÉLECTROSTATIQUES
WIMSHURST-BONETTI**

ELECTROTHERAPIE, H^{ie} FRÉQUENCE, RAYONS X

Concessionnaire exclusif des appareils

ROIQUET

Transformateurs, Interrupteurs, Supports d'ampoules.

INSTRUMENTS DE PRÉCISION EN VERRE

G. BERLEMONT

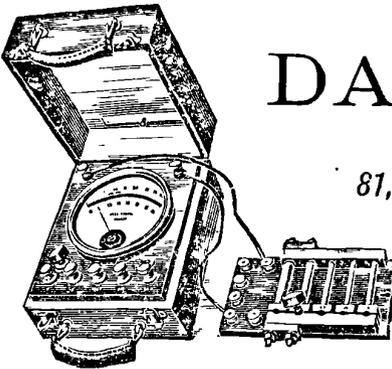
CONSTRUCTEUR

TELEPHONE 807.22

PARIS - 11, Rue Cujas - PARIS

Chargé des Cours du Travail du Verre à l'École de Physique et de Chimie
et à la Faculté des Sciences de Paris

INSTALLATION TECHNIQUE DE LABORATOIRES SCIENTIFIQUES & INDUSTRIELS
VERRERIE, TERRE, GRES, PORCELAINÉ, CHAUFFAGE



C^{ie} F. A. C.

Tél. Roquette 33-42

DA & DUTILH

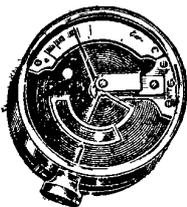
Ingénieurs-Constructeurs

81, rue Saint-Maur. — PARIS

Tous appareils de mesures électriques
industriels et de précision

SOCIÉTÉ D'APPAREILS DE MESURES

49, Rue de la Procession, PARIS



Appareils Szilard pour toutes mesures de

RADIOACTIVITÉ

VOLTMÈTRES statiques Szilard
de très faible capacité.

J. REGNIER, CONSTRUCTEUR

10, rue Victor-Cousin, et 19, rue Cujas, PARIS. — Téléph. : Gobelins 12-06

Maison spéciale pour la construction d'appareils de laboratoires
scientifiques et industriels

TRAVAUX DE SOUFFLAGE QUARTZ ET SILICE

Thermométrie et verrerie jaugée de précision. Mastio spécial. Fioles et pipettes à échelle de température. Trompes à eau nouveau modèle. Régulateurs précis de température. Tubes à Néon de M. Georges CLAUDE.

FOURNITURES GÉNÉRALES POUR LABORATOIRES

et ATELIERS de CONSTRUCTION d'APPAREILS de PRÉCISION

des Établissements POULENC Frères

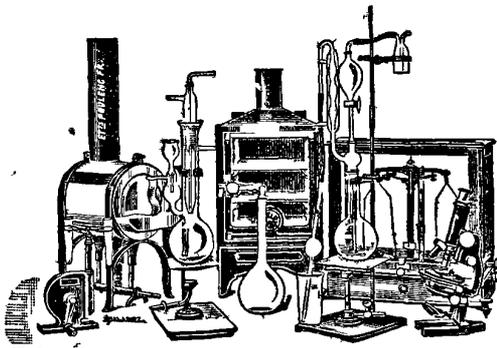
122, boulevard Saint-Germain, PARIS

Siège social : 92, rue Vieille-du-Temp

PRODUITS CHIMIQUES PURS | PRODUITS CHIMIQUES
POUR ANALYSES | INDUSTRIELS

Verre français marque " LABO "

VERRERIE SOUFFLÉE ET GRADUÉE



ÉCONOMIE de COMBUSTIBLE

par

Vannely sur oxygène ou sur gaz BREVET

PYROMÈTRES

THERMOMÈTRES INDUSTRIELS

MESURE de la VITESSE des FLUIDES
EAU ET GAZ

OBUS CALORIMÉTRIQUE DE MAHLER

RÉESSAIS OBTIENS

OBUS DE MAHLER-GOUTAL

POUR LE DOSAGE DE LA NE

DE NITRATES, FONDS, A IERS

APPAREILS pour les Sciences et l'Industrie

IRIS- LILLIAD - Université Lille 1

L'appareil idéal du touriste est le

VÉRASCOPE

10, rue HALÉVY
(Opéra),

DEMANDER LE CATALOGUE

25, Rue MELINGUE

PARIS

RICHARD

Nouvel obturateur extra-rapide donnant le 1/400 de seconde et permettant de faire les grands instantanés sans déformations

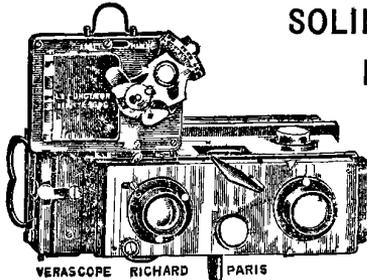
FORME correcte

GRANDEUR exacte

PERSPECTIVE juste

COULEUR vraie

Nouveauté !



VÉRASCOPE RICHARD PARIS

SOLIDE

PRÉCIS

ÉLÉGANT

PARFAIT

Nouveauté !

MAGASIN

pour pellicules en bobines

BREVETÉ S. G. D. G.

interchangeable avec le magasin pour plaques, et se chargeant instantanément en plein jour.



Le Cunctator Breveté S. G. D. G.

ou déclencheur automatique à temps permet à l'amateur de se photographier lui-même, de constituer le premier plan de son stéréogramme et d'animer le paysage.

POUR LES DÉBUTANTS

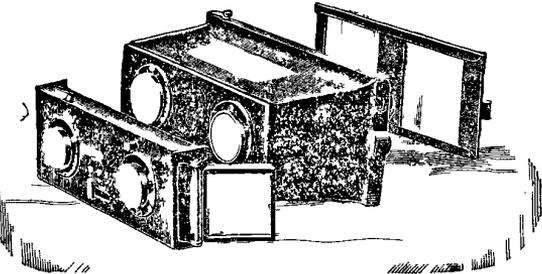
LE GLYPHOSCOPE

Breveté S. G. D. G.

à les qualités fondamentales du Vérascope

Construit d'une façon irréprochable, en matière dure, comme dans le Vérascope, le décentrage par torsion ne peut pas se produire et la mise au point est rigoureusement fixe.

Seul, un appareil rigide, établi avec une extrême précision, possède ces qualités.



Les vues du Vérascope et du Glyphoscope se voient, se projettent, se classent avec le

TAXIPHOTE Stéréoclasseur - distributeur automatique avec écartement variable des oculaires.

NOUVEAU MODÈLE avec 3 jeux d'oculaires interchangeables.

COURT FOYER pour regarder les vues en noir.

MOYEN FOYER pour les vues en couleurs montées.

PRISMES INVERSEURS pour les autochromes non coupées et non montées.

Ce Recueil paraît chaque mois.

JOURNAL DE PHYSIQUE

THÉORIQUE ET APPLIQUÉE.

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

CONTINUÉ

PAR ED. BOUTY

PUBLIÉ PAR

LA SOCIÉTÉ FRANÇAISE DE PHYSIQUE

Directeur de la publication : ~~M. AMÉDÉE~~ AMÉDÉE GUILLET

CINQUIÈME SÉRIE.

TOME IX. — AVRIL 1919

PARIS

Tout ce qui concerne la rédaction ou l'administration doit être adressé
à M. Amédée Guillet, 4, rue Paillet, Paris, 5^e

Par application de la loi du 7 avril 1879, tous les bureaux de poste de France, d'Algérie, de Belgique, de Danemark, de Hollande, d'Italie, de Norvège, de Portugal, de Suède et de Suisse sont autorisés à recevoir les abonnements. Nos lecteurs n'ont qu'à verser la somme de 25 francs pour la France ou 30 francs pour les pays ci-dessus désignés, au nom de M. Guillet, 4, rue Paillet, V^o. Ils n'ont ni lettre ni mandat à envoyer, ni d'autres frais supplémentaires (Voir au verso).

Le *Journal de Physique théorique et appliquée* paraît chaque mois et forme par an un volume grand in-8° de 40 à 66 feuilles, avec figures dans le texte. Les volumes de la première série, 1872-1881, se vendent séparément 30 francs (sauf l'année 1873 épuisée). Les vingt derniers volumes, 1882-1901, se vendent séparément..... 25 fr.

Les abonnements sont annuels et partent de janvier

Prix pour un an (12 numéros):

France..... 25 fr.
Étranger..... 30 fr.

On s'abonne dans tous les bureaux de poste, au nom de M. GUILLET, 4, rue Paillet, Paris, V^e.

La table générale des trois séries (1872-1901) est mise en vente au prix de 10 francs.

TARIF DES TIRAGES A PART

	25 exemplaires	50 exemplaires	100 exemplaires	150 exemplaires
4 pages.....	14 »	16 »	18 »	20 »
8 —	22 »	24 »	26 »	28 »
12 —	30 »	32 »	37 »	46 »
16 —	35 »	39 »	44 »	53 »

Ces prix s'entendent avec une couverture passe-partout.
Composition d'un titre : 5 francs.
Couverture avec impression à la charge des auteurs :

25 ex.	50 ex.	100 ex.	150 ex.	200 ex.	300 ex.
11 »	12 »	14 »	16 »	18 »	20 »

Tout ce qui concerne la rédaction ou l'administration doit être adressé à M. Amédée Guillet, 4, rue Paillet, Paris, 5^e.

AVIS

Les circonstances n'ont pas permis de publier le *Journal de Physique, théorique et appliquée*, au cours des années 1915 et 1918.

Un volume, relatif à chacune de ces années, sera établi ultérieurement et contiendra l'exposé de recherches qui ne pouvaient être publiées qu'après la Guerre, ou concernant les travaux fondamentaux faits à l'étranger au cours de 1915 et de 1918.

SOCIÉTÉ FRANÇAISE DE PHYSIQUE.

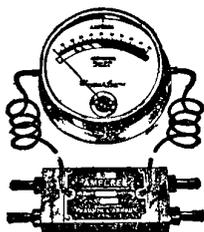
Secrétaire général : M. M. DE BROGLIE, 29, rue de Chateaubriand, Paris, VIII^e.
(Téléphone : 520 29)

Trésorier : M. Ph. PELLIN, 5, avenue d'Orléans, Paris, XIV^e.

TABLE DES MATIÈRES.

AVRIL 1919.

André BLONDEL. — Sur les systèmes à oscillations persistantes, et en particulier sur les oscillations entretenues par auto-amorçage..... 117
Georges BAUME et Marius ROBERT. — Sur un manomètre en verre, à parois élastiques..... 151



CHAUVIN et ARNOUX

INGENIEURS-CONSTRUCTEURS

186 et 188, Rue Championnet, PARIS

APPAREILS POUR TOUTES MESURES ÉLECTRIQUES
POUR LE LABORATOIRE,
LE CONTRÔLE ET LE TABLEAU

4 MÉDAILLES D'OR, 4 GRANDS PRIX. — HORS CONCOURS, MILAN
DEMANDER L'ALBUM GÉNÉRAL

APPAREILS D'ACOUSTIQUE

POUR LA DÉMONSTRATION

Maison fondée en 1872, par **J. LANCELOT**, Constructeur
70, Avenue du Maine, PARIS (14^e)

FOURNISSEUR DES MINISTÈRES, DES UNIVERSITÉS, LYCÉES & COLLÈGES
Médailles d'Or aux Expositions
(ENVOI FRANCO DU CATALOGUE)

FOURNITURES GÉNÉRALES POUR LA PHOTOGRAPHIE APPLIQUÉE A L'INDUSTRIE ET AUX SCIENCES
G.-H. CALMELS, 150, B^d du Montparnasse, PARIS (xiv^e)

MATÉRIEL DE DEMONSTRATION ET D'ENSEIGNEMENT
POUR L'OPTIQUE ET LA SPECTROSCOPIE

Moulages de réseaux de diffraction, 570 traits au millimètre, depuis 13 francs.

Spectroscopes à vision directe, à réseau, de 13 à 200 francs.

Spectrographes (5 spectres sur plaque 9×12), depuis 80 francs.

Cuves à faces parallèles, cuves prismatiques, cuves lenticulaires.

Ecrans colorés monochromatiques et pour toutes applications.

Matières colorantes, pures et ordinaires, de toutes provenances.

Verrerie soufflée (tubes à essais 14×140 à 30 francs le mille).

ATELIERS DE MÉCANIQUE ET D'ÉBÉNISTERIE DE PRÉCISION
EXTRAIT DU CATALOGUE GÉNÉRAL FRANÇO SUR DEMANDE

APPAREILS D'OPTIQUE POUR LES SCIENCES ET L'INDUSTRIE

Saccharimètres et Polarimètres
Laurent. — Goniomètres. — Ré-
fractomètres. — Spectroscopes de
Laboratoire, 1, 2 ou 4 prismes de
60°. — Spectroscopes à vision di-
recte. — Dispositif à oculaire ou à
chambre photographique. — Grands
spectrographes à retour, à objec-
tifs ou à miroirs. — Minimum de
déviatiion automatique. — Miroirs.
— Objectifs. — Prismes flint,
quartz, spath, etc.

MATÉRIEL POUR L'ASTROPHYSIQUE

A. JOBIN

BUREAUX et ATELIERS

31, rue Humboldt (14^e)
Anciennement, 21, r. de l'Odéon

Paris 1889 : Grand Prix

Paris 1900 : Grand Prix

THÉODOLITES
ET INSTRUMENTS DE GÉODÉSIE

SURFACES PLANES

APPAREILS INTERFÉRENTIELS

Interféromètres
et étalons interférentiels
Pérot et Fabry

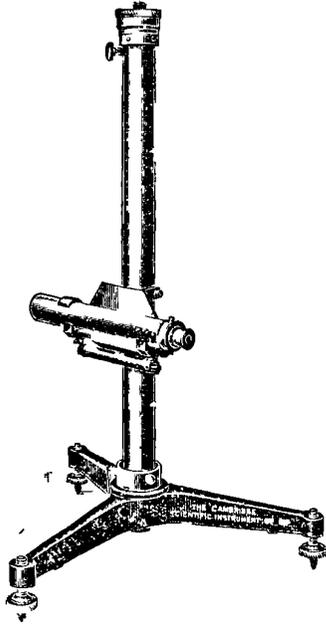
APPAREILS
DE MESURE ET DE VÉRIFICATION

Micromètres

COMPARATEURS

CATHÉTOMÈTRES

à employer avec une échelle étalon



Le pilier de cet instrument peut tourner autour de son axe et être monté ou descendu micrométriquement de 25 millimètres.

A l'aide de la tête micrométrique on peut subdiviser les indications de l'échelle jusqu'à 0,01 millimètre et, par évaluation, à 0,001 millimètre.

Le déplacement vertical du télescope le long du pilier est de 50 millimètres.

Prière de demander notre catalogue français d'appareils généraux, N° 303.

THE CAMBRIDGE SCIENTIFIC INSTRUMENT CO. LTD.
CAMBRIDGE, ANGLETERRE

LES PROGRÈS DE LA PHYSIQUE MOLÉCULAIRE

(Volume de 242 pages)

CONFÉRENCES FAITES A LA SOCIÉTÉ FRANÇAISE DE PHYSIQUE
en 1913-1914

PAR

M^{me} Pierre CURIE, J. BECQUEREL, MAURICE DE BROGLIE, A. COTTON,
Ch. FABRY, P. LANGEVIN, Ch. MAUGUIN, H. MOUTON.

- P. LANGEVIN. — La physique du discontinu.
M. DE BROGLIE. — Les progrès de nos connaissances concernant les rayons Röntgen.
M. MAUGUIN. — Les cristaux liquides.
M^{me} P. CURIE. — Les radio-éléments et leur classification.
H. MOUTON. — Biréfringence magnétique des liquides purs; anisotropie et orientation des molécules.
A. COTTON. — Symétrie des cristaux et symétrie moléculaire.
Ch. FABRY. — Les mouvements des particules lumineuses dans les gaz.

Gauthier-Villars et C^{ie}, 55, quai des Grands-Augustins, Paris.

LA THÉORIE ÉLECTRIQUE MODERNE THÉORIE ÉLECTRONIQUE

PAR

Norman Robert CAMPBELL, Sc. D de l'Université de Leeds

Traduite par M.-A. CORVISY.

Dans ce volume de 464 pages, M. R. Campbell s'est efforcé de présenter un tableau exact et complet de ce qu'il y a d'essentiel et de général dans les travaux inspirés par les théories modernes. Il a essayé d'exposer le sujet dans l'ordre logique, d'analyser les raisonnements par lesquels on cherche à relier entre eux les phénomènes les plus divers et de diriger spécialement l'attention sur les hypothèses introduites.

On trouvera dans ce volume, d'une lecture facile et attachante, tout ce qui concerne les propriétés de l'Electricité, les diélectriques, les conducteurs électriques et métalliques, la conduction dans les gaz, la susceptibilité magnétique, la magnéto-optique, le rayonnement, les rayons des substances radio-actives, la lumière et ses effets, la radiation complète et la structure de la lumière, les rayons X et les rayons γ , les propriétés de la matière, la structure de l'atome, et enfin les propriétés des systèmes en mouvement. Il est difficile à l'heure présente de coordonner d'une façon plus claire et plus vivante l'infinie multiplicité des phénomènes qui préoccupent les Physiciens.

A. Hermann et Fils, 6, rue de la Sorbonne.

INTRODUCTION
A LA
CHIMIE GÉNÉRALE

Lois fondamentales de l'atomisme et de l'affinité
exposées à des chimistes débutants

PAR

H. COPEAUX

PROFESSEUR DE CHIMIE GÉNÉRALE
A L'ÉCOLE DE PHYSIQUE ET DE CHIMIE INDUSTRIELLE
DE LA VILLE DE PARIS

Gauthier-Villars et C^e, éditeurs, 55, quai des Grands-Augustins, Paris

Ce petit volume de 212 pages est écrit avec une saisissante clarté ; il rendra les plus grands services à tous ceux qui désirent, en un temps très court, se former des notions correctes sur les premiers principes de la chimie et se familiariser avec les fondements des théories qui pénètrent de plus en plus cette belle science. L'auteur néglige tout ce qui n'est pas essentiel et va, en toute occasion, droit au but.

L'ORIGINE DES FORMES

DE LA

TERRE ET DES PLANÈTES

PAR

M. ÉMILE BELOT

ANCIEN ÉLÈVE DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE. — DIRECTEUR DES MANUFACTURES DE L'ÉTAT

GAUTHIER-VILLARS et C^e, éditeurs, Paris

Dans ce livre comportant 213 pages et 45 figures, l'auteur s'est proposé « d'aider la géologie à sortir de son splendide mais stérile isolement scientifique en appliquant aux problèmes concernant les formes de la Terre et des Planètes les principes les plus inéluctables de la Mécanique et de la Physique ».

Extrait du Catalogue des publications de la Librairie Scientifique H. HERMANN et FILS

6, RUE DE LA SORBONNE, 6, PARIS (V^e) Téléph. Gob. 14-19

CHWOLSON (O.-D.). — Traité de Physique, tome IV. Fascicule 2. Champ magnétique constant, 1913.	22 »
KCENIGS (G.). — Leçons de Cinématique historique, avec notes de MM. DARBOUX et COSSERAT. Grand in-8°, 500 pages, 1897.	15 »
MACH (E.). — La Mécanique. Exposé théorique et critique de son développement. Trad. sur la 4 ^e édition par ED. BERTRAND, avec Introduction de EM. PICARD. 500 pages avec fig. et por- trait, 1904.	15 »
ROUSE BALL. — Récréations mathématiques. 3 volumes.	15 »
FABRY (E.). — Traité de Mathématiques générales, avec préface de M. DARBOUX, 1912.	9 »
FABRY (E.). — Problèmes et Exercices de Mathématiques géné- rales, 1910	10 »
ANDOYER (H.). — Cours d'Astronomie. 2 volumes, 1909-1910.	22 »
BURALI-FORTI et MARCOLONGO. — Calcul vectoriel et appli- cations, 1911	8 »
HEYWOOD et FRÉCHET. — L'équation de Fredholm et ses appli- cations à la physique mathématique, 1912	5 »
LALESCO. — Introduction à la théorie des Équations intégrales, 1911	4 »
BOREL (E.). — Éléments de la Théorie des probabilités. 2^e édit., 1910	6 »
POINCARÉ (H.). — Leçons sur les hypothèses cosmogoniques. 2 ^e édit., 1913, avec portrait en héliogravure	12 »
SVANTE ARRHÉNIUS. — Conférences sur quelques Thèmes choi- sis de la Chimie physique, 1912	3 »
DARBOUX (G.). — Éloges académiques et Discours, 1912. In-12 de 528 pages avec portrait	5 »
AMAGAT (E.-H.). — Notes sur la Physique et la Thermodyna- mique, 1912.	5 »
DUHEM (P.). — Thermodynamique et Chimie. 2^e édition, 1910.	16 »
PERRY (J.). — Mécanique appliquée. Ouvrage traduit de l'an- glais par E. DAVAUX sur la 9 ^e éd. anglaise. 2 vol. gr. in-8°. Vol. I. L'énergie mécanique (avec 205 fig.), 1913	10 »
ERDMANN (H.). — Traité de Chimie minérale, 2 volumes avec nombreuses figures et planches, 1913-1914.	22 »
DUHEM (P.). — Le système du Monde. Histoire des Doctrines cosmologiques de Platon à Copernic. 10 vol. gr. in-8°. Tome I ^{er} . — <i>La Cosmologie hellénique.</i> 1 ^{re} partie, 1913.	18 50
OLLIVIER (H.). — Cours de Physique générale. 3 vol. gr. in-8°, 1913-1914. Tome I ^{er} . — <i>Attraction universelle. — Électrostatique. —</i> <i>Magnétisme. — Courants. — L'Électron et les Ions. — Complé-</i> <i>ments. — Symétrie des systèmes limites et des phénomènes.</i> 716 pages et 370 figures.	48
Tome II. — <i>Thermodynamique et Énergie rayonnante.</i> 300 pages et 112 figures	10
Tome III. — <i>Étude des vibrations. — Acoustique. — Electro-</i> <i>optique.</i>	

Bureau Technique d'Études et Projets

M. CAMILLE RAPP, Ingénieur-Conseil
16, RUE BOUCHUT, PARIS

Étude et Construction de

Machines Nouvelles

(Électricité et Mécanique de précision)

Renseignements et devis gratuits en mentionnant le *Journal de Physique*.

ATELIERS RUHMKORFF

J. CARPENTIER

Téléph. 705.65

20, Rue Delambre, PARIS

Téléph. 705.65



INSTRUMENTS DE PRÉCISION

Mesures Électriques

ÉTALONS - BOITES de RÉSISTANCES - POTENTIOMÈTRES

ELECTROMÈTRES

jusqu'à 200.000 volts

PHASEMÈTRES

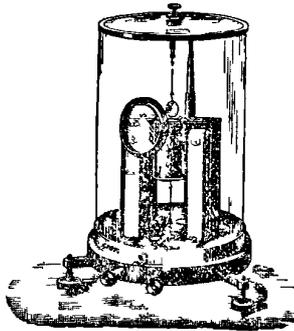
FRÉQUENCÈMÈTRES

Appareils à deux aiguilles

LOGOMÈTRES

OHMMÈTRES

Installations de mesures d'isolement



APPAREILS

pour les

ESSAIS MAGNÉTIQUES DES FERS

PYROMÈTRES ÉLECTRIQUES

INDICATEURS

ou

ENREGISTREURS

Modèles à couples

Thermo-électriques et à résistances

PONTS DE WHEATSTONE — PONTS DE THOMSON

Galvanomètres de tous systèmes — Oscillographes

AMPÈREMÈTRES — VOLTMÈTRES — WATTMÈTRES

de tous systèmes pour courants continus ou alternatifs

Modèles de Tableaux - Modèles de Contrôle

Boîtes de Contrôle - Enregistreurs

APPAREILS DE MANIPULATIONS

POUR L'ENSEIGNEMENT

• **CATALOGUE SPÉCIAL pour L'ENSEIGNEMENT**

**SUR LES SYSTÈMES A OSCILLATIONS PERSISTANTES,
ET EN PARTICULIER SUR LES OSCILLATIONS ENTRETENUES
PAR AUTO-AMORÇAGE ;**

Par M. ANDRÉ BLONDEL.

I. Introduction. — On rencontre, dans les recherches de physique et de mécanique, de nombreuses questions dans lesquelles interviennent des oscillations persistantes et il est intéressant d'en étudier les conditions d'entretien et de stabilité.

Mais, pour pouvoir le faire utilement, il est nécessaire tout d'abord d'établir une classification rationnelle des différents types d'oscillations persistantes, que l'on confond trop souvent sous le nom d'oscillations entretenues, tandis que ce terme ne convient en réalité qu'à une catégorie bien définie d'oscillations persistantes.

Les différents types que l'on rencontre peuvent se classer en réalité en trois catégories principales :

1° OSCILLATIONS ENTRETENUES PROPREMENT DITES. — Les oscillations entretenues sont connues depuis longtemps dans les problèmes de mécanique ; mais le procédé d'entretien employé généralement est discontinu, tandis que, dans les oscillations électriques, il existe des entretiens continus. On va préciser successivement ces deux cas :

a) *Oscillations entretenues par action discontinue.* — L'exemple classique est le pendule entretenu. On connaît sur ce sujet les beaux travaux de MM. Cornu, Lippmann, Guillet, etc.

Un autre exemple classique est celui de l'électro-diapason entretenu électriquement, imaginé par Lissajous. Les conditions d'entretien du diapason ont été approfondies par Mercadier et surtout par M. A. Guillet⁽¹⁾. Dans ces problèmes, l'entretien résulte d'une impulsion brusque ou prolongée⁽²⁾ imprimée à l'organe mobile à une même phase de son mouvement naturel, qui est un mouvement *pendulaire amorti* ; l'impulsion a pour effet de restituer au mobile à chaque

¹ C. R., 11 juillet 1898 et 5 juin 1908, et *la Technique moderne*, 1910. — M. Guillet a été conduit par ces mêmes études à la création d'un remarquable trieur par synchronisation. C. R., 19 juin 1914.

² L'impulsion est brusque dans l'entretien des pendules par la méthode de M. Lippmann et prolongée dans l'entretien direct de l'électro-diapason, étudié par M. Guillet dans *la Technique moderne*.

période l'énergie dissipée par l'amortissement. La stabilité du fonctionnement nécessite la constance rigoureuse de l'énergie fournie pour l'entretien et de la phase pendant laquelle elle est fournie.

Le mouvement du mobile entre les impulsions, étant du type pendulaire amorti, se traduit par des équations différentielles connues. Je laisserai donc de côté ce genre d'entretien dans la présente étude, qui se rapportera uniquement aux oscillations entretenues par une source extérieure agissant d'une manière continue, comme on en rencontre particulièrement dans les oscillations électriques.

b) *Oscillations entretenues par action continue ou oscillations auto-entretenues.* — On se propose en général d'entretenir des oscillations dans un circuit fermé X (fig. 1) constitué par une self-induction L, une capacité C et un conducteur présentant une résistance totale R. Mais il est bien entendu que dans la pratique la capacité peut être représentée en totalité ou en partie par la capacité d'une antenne A (fig. 2) par rapport à la terre et à l'espace environnant, que la self-induction L comprendra la self-induction totale du circuit y compris les fils de jonction et l'antenne, et qu'enfin la résistance R comprendra la résistance équivalente due à la perte d'énergie par rayonnement électromagnétique de l'antenne et du circuit.

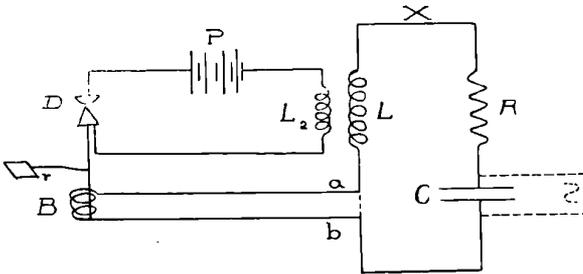


FIG. 1. — Schéma de montage pour les oscillations entretenues par un ronfleur.

Bien entendu, la présence de la capacité de l'antenne n'empêche pas d'ajouter si l'on veut en série un autre condensateur C' en un point quelconque du circuit et la capacité équivalente de l'ensemble est alors :

$$\frac{1}{\frac{1}{C} + \frac{1}{C'}}$$

en appelant C la capacité équivalente de l'antenne.

Quand on veut provoquer des oscillations forcées dans un circuit de ce genre, on peut l'exciter, comme on le sait, de deux manières : par induction, en faisant agir sur la bobine L une autre bobine L_2 parcourue par le courant alternatif exciteur, ou en *faisant agir ce courant alternatif exciteur aux bornes de la capacité C ou C'*.

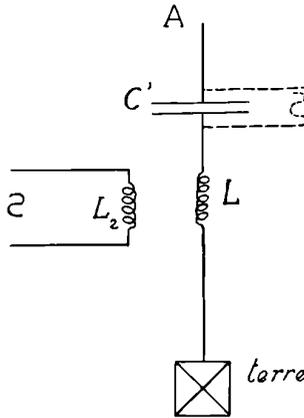


Fig. 2. — Schéma de montage pour les oscillations dans une antenne de TSF.

Si l'on a soin de régler la self-induction L et la capacité totale équivalente C de manière qu'il y ait résonance, c'est-à-dire que l'on ait, en appelant ω la vitesse de pulsation :

$$\omega L = \frac{1}{\omega C},$$

le courant dans le circuit fermé oscillant atteint son maximum ϵ et pour valeur moyenne efficace $I = \frac{E}{R}$ en appelant R la résistance résultante totale à la fréquence correspondante ; il faut remarquer d'ailleurs qu'en général la résistance, la self-induction et la capacité varient avec la fréquence par suite de l'imperfection de nos moyens de réalisation, et par suite des effets de rayonnement, de l'effet Dolezalek dans les fils, des effets de l'hystérésis diélectrique et de la variation de la constante diélectrique, enfin de la variation des courants de Foucault, de l'énergie magnétique et de la perméabilité magnétique s'il y a des noyaux de fer.

Cela rappelé, on constate aisément que le circuit oscillant pourra

entretenir lui-même ses oscillations, si le courant qui le parcourt provoque d'une manière convenable la production d'un courant alternatif ou d'une force électromotrice alternative dans une source étrangère disposant par elle-même d'une énergie suffisante pour que le circuit oscillant reçoive plus d'énergie du courant ainsi provoqué qu'il n'en dépensera lui-même dans le mécanisme provoquant la formation de ces courants auxiliaires.

La *fig. 1* indique schématiquement la forme la plus simple de la réalisation d'un pareil système d'entretien dans des fréquences relativement basses de l'ordre des fréquences de vibrations d'un téléphone ou d'un vibreur du même genre. Le courant oscillant du circuit X traverse un électro-aimant B qui fait varier la résistance d'un contact imparfait D tel qu'un contact microphonique intercalé en série dans le circuit d'une batterie de piles ou d'accumulateurs P avec une bobine L_2 capable d'agir par induction mutuelle sur la bobine L du circuit oscillant.

Supposons que le mécanisme de l'électro-aimant B soit atonique, c'est-à-dire ne contienne pas de ressort capable d'imprimer sa fréquence propre, la fréquence de vibration du mécanisme sera alors sensiblement celle du courant du circuit oscillant X et il pourra y avoir entretien des oscillations si l'apport d'énergie fournie par les variations de courant de la pile, agissant par induction mutuelle sur la bobine L, est supérieur à toutes les pertes d'énergie qui se produisent dans le circuit X, y compris la bobine B et le mécanisme qu'elle actionne. Il y aura donc à faire un bilan des dépenses d'énergie et à le comparer à l'apport d'énergie; si la dépense d'énergie de X est plus forte que l'apport d'énergie provenant de la variation de courant de la pile P, les oscillations propres du système supposées préétablies iront en s'amortissant et le courant suivra une loi oscillatoire à amortissement positif ordinaire; si, au contraire, l'apport d'énergie est plus fort que la dépense, *l'amortissement deviendra négatif*: il y aura entretien des oscillations et tendance de celles-ci à s'accroître avec le temps, d'autant plus que la valeur absolue de l'amortissement négatif sera plus grande. Si cette condition est remplie pour les oscillations d'amplitude voisine de zéro, elles seront *auto-amorçantes*.

L'amplitude des oscillations sera limitée seulement par l'accroissement des résistances passives, par exemple de la résistance du fonctionnement du mécanisme B.

Ce que nous venons de dire dans le cas du mécanisme provocateur étudié serait plus compliqué dans le cas d'un mécanisme élastique ayant une période d'oscillation propre, puisqu'alors il pourrait y avoir deux fréquences d'oscillations dépendant, l'une du mécanisme d'entretien BD (on peut supposer par exemple que c'est un trembleur analogue au trembleur de Neef employé avec les bobines de Ruhmkorff, mais dont le contact sera formé de deux pièces de charbon au lieu de deux pièces de platine). La question se simplifie, il est vrai, si, dans ce cas, on supprime dans le circuit X le condensateur, car alors ce circuit n'a pas de période propre et il devient à son tour atonique; c'est alors seulement le mécanisme d'entretien BD qui donne sa fréquence; tel est le cas des appareils générateurs de courants ondulés dits « ronfleurs » employés dans les essais téléphoniques.

On peut encore imaginer que la transmission des oscillations entre le circuit X et le contact imparfait D, au lieu d'être faite par une connexion électrique et une bobine d'électro B, est faite par une voie purement mécanique.

Un exemple de ce dispositif est réalisé dans une expérience bien connue et qui a, pendant longtemps, intrigué les expérimentateurs: celle de la mise en vibration spontanée d'un circuit comprenant à la fois un téléphone et un microphone en série sur une pile et placés sur une table. Le téléphone se comporte alors comme le circuit X, car il est formé d'une bobine présentant de la self-induction et d'une membrane vibrante dont la vibration produit une force contre-électromotrice et joue exactement le même rôle qu'une capacité en série; on sait qu'un téléphone a une fréquence de résonance qui correspond précisément à une vitesse de pulsation telle que la force contre-électromotrice induite dans la bobine par les vibrations de la membrane compense la force électromotrice de self-induction de cette bobine, et alors l'impédance du téléphone se réduit à une résistance ohmique apparente comprenant en plus les pertes par hystérésis de Foucault).

Les vibrations propres de la membrane téléphonique sont transmises par la table servant de conducteur des vibrations à la membrane généralement atonique du microphone jouant le rôle du contact imparfait D. Si les vibrations de ce microphone sont assez fortes pour que l'apport d'énergie oscillatoire au téléphone soit supérieur aux pertes d'énergie entraînées par les vibrations de la membrane

et par les pertes électriques et magnétiques du système, elles entretiendront les oscillations tout comme dans le cas de la *fig. 1*.

Ces considérations suffisent à montrer que le principe des oscillations entretenues spontanément est un principe tout à fait général et qui peut, dans les applications, revêtir des modalités variées suivant que les inerties et les élasticités mises en jeu sont d'ordre mécanique ou électrique (la self-induction jouant le rôle d'une inertie et l'inverse de la capacité jouant le rôle d'une élasticité) et que le mécanisme provocateur de l'entretien, c'est-à-dire celui par lequel le circuit entretenu provoque la fourniture d'une quantité d'énergie extérieure égale ou supérieure aux pertes du système, peut être, lui-même, de nature électrique ou de nature mécanique.

On verra plus loin, en parlant de la stabilité des oscillations, comment se différencient par leur représentation graphique les systèmes entretenus par action continue et par action discontinue respectivement.

2° OSCILLATIONS PERSISTANTES PAR ÉCOULEMENT FRACTIONNÉ. — On prend souvent à tort pour des oscillations entretenues des oscillations persistantes qui proviennent simplement d'un écoulement fractionné.

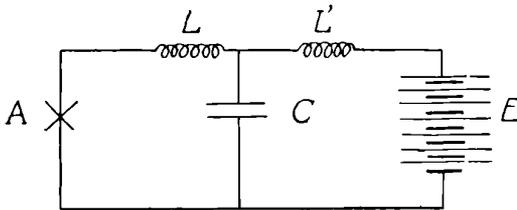


FIG. 3. — Schéma des circuits de l'arc chantant.

Cette confusion est courante en ce qui concerne, par exemple, l'arc chantant dont le schéma est représenté par la *fig. 3*. Le seul cas où il y ait des oscillations entretenues pures dans l'arc chantant est le cas de l'arc musical de Duddell, réalisé avec des circuits comprenant une forte self entre le condensateur et l'arc; lorsqu'on place des électrodes de charbon, surtout avec une mèche minéralisée, et qu'on règle l'écartement de manière que l'air ait accès entre les pointes et qu'il se forme une atmosphère ionisée d'acide carbonique et mieux encore de sel de potasse, les variations de l'arc se font d'une manière absolument continue; dans des conditions convenables, la fréquence dif-

rière peu de la fréquence du circuit oscillant ALC, et l'on peut assimiler alors le phénomène à une oscillation entretenue.

Mais il en est tout autrement lorsque l'on règle l'arc de manière à réaliser l'arc de seconde espèce ou arc sifflant que j'ai découvert et décrit en 1905⁽¹⁾, et, *a fortiori*, l'arc du troisième type décrit également dans mon travail et dans lequel les oscillations du circuit ALC s'éteignent complètement avant que l'arc se rallume pour donner lieu à une nouvelle oscillation.

Ces arcs sifflants et stridents sont déterminés par l'emploi de charbons purs ou de métaux dans une atmosphère non ionisée; c'est l'arc du deuxième type qui se produit également dans l'arc de Poulson.

Les décharges périodiques sont discontinues et caractérisées par une extinction du courant à chaque période; leur fréquence dépend principalement de la composition du circuit provenant de la source, c'est-à-dire des self-inductions intercalées entre la source et le condensateur. La self-induction L ne joue qu'un rôle accessoire; si elle est nulle, on retombe simplement sur le phénomène de la décharge fractionnée de Gaugain; si la self L est relativement importante, le phénomène est intermédiaire entre les oscillations entretenues et la décharge fractionnée.

En aucun cas, ces oscillations persistantes ne sauraient être comparées à l'action continue produite par l'organe excitateur de la fig. 1.

J'ai d'ailleurs décrit dès 1891⁽²⁾ un autre type d'arc périodique dans lequel n'intervient aucun condensateur; des ruptures périodiques sont produites par un champ magnétique puissant, l'arc étant alimenté par une machine à courant continu ou à courant alternatif présentant une assez forte self-induction. L'arc à courant alternatif ainsi soufflé a été utilisé depuis par Birkeland et Eyde dans leurs fours électriques pour la fixation de l'azote atmosphérique.

Ce genre d'oscillations par écoulement fractionné n'est pas spécial aux phénomènes électriques; on le rencontre dans bien des questions d'hydraulique ou de pneumatique. On peut citer, par exemple, certains types de compteurs d'eau dans lesquels le liquide à mesurer se déverse dans une petite bêche montée sur un système de leviers pro-

¹ C. R., 1905, t. CXL, p. 1680 et C. R., 27 septembre 1909; — J. de phys., 4^e série, t. IV, p. 604, 1905; — *Eclairage électrique*, t. XLII, pp. 41 et 81, 1905.

² *La Lumière électrique*, 19 et 26 décembre 1891 et 9 janvier 1892.

voquant le basculement et la vidange lorsqu'un certain poids d'eau se trouve dans la bêche.

On peut également concevoir un réservoir alimenté par un tuyau de diamètre plus faible que celui qui sert à l'évacuation. Sur ce dernier tuyau est disposée une soupape fermée quand le réservoir est vide, et qui s'ouvre complètement quand le liquide a atteint un niveau déterminé. Le réservoir se remplit jusqu'à ce niveau et se vide alternativement, à condition cependant que la soupape soit en équilibre instable à la fermeture, autrement il se produirait un régime d'écoulement moyen, non périodique. Cette instabilité mécanique est l'analogie du coefficient de proportionnalité *négalif* qui relie la tension au courant de l'arc électrique (1).

On peut d'ailleurs remplacer plus simplement la soupape considérée par un siphon auto-amorceur dont la partie horizontale traverse le mur du réservoir à une certaine hauteur et qui possède deux branches verticales, l'une courte dans le réservoir, l'autre plus longue aboutissant à un canal de décharge extérieur. Quand le niveau de l'eau monte dans le réservoir et atteint la branche horizontale du siphon, il se produit un écoulement par ce dernier jusqu'au moment où le siphon se trouve amorcé, et alors il vide brusquement le réservoir jusqu'au niveau de l'orifice de sa petite branche verticale. Puis le réservoir se remplit de nouveau et ainsi de suite (2).

La périodicité du phénomène dépend, comme on le voit, de la capacité du réservoir et du débit de la conduite d'amenée (3).

3° OSCILLATIONS DE LONGUE PÉRIODE PRODUITES PAR INVERSION DE LA FORCE AGISSANTE. — Enfin, un autre type encore tout à fait différent d'oscillations persistantes se rencontre dans les oscillations à longue

(1) C'est à tort, à mon sens, que l'on désigne cette *variance négative* sous le nom de *résistance négative*. Elle a bien les dimensions d'une résistance, mais, il faudrait d'abord définir ce que l'on appelle résistance négative ; d'autre part, on tend ainsi à établir une confusion avec la résistance de l'arc lui-même qui, elle, reste positive.

(2) Des siphons auto-amorceurs de ce genre ont été imaginés et installés il y a près de cinquante ans par M. Hirsch, ingénieur des Ponts et Chaussées, pour une vidange automatique des grands réservoirs d'eau en cas de crues. Ils sont munis d'un système d'amorçage plus complexe.

(3) L'inertie du liquide en mouvement dans la conduite peut jouer également un rôle quand l'orifice d'entrée du siphon est au-dessus du niveau moyen du bassin ; c'est alors la force vive du liquide qui produit une surélévation de niveau, nécessaire pour le réamorçage, au début de chaque période. L'énergie potentielle emmagasinée dans la self-induction du circuit de pile joue le même rôle pour le rallumage périodique de l'arc fractionné.

période provoquées par l'inversion de l'action motrice ; tel que le cas, par exemple, des oscillations de régime des turbines ou autres appareils moteurs munis d'un régulateur à action indirecte ; ces phénomènes ont été étudiés pour la première fois par M. H. Léauté, qui en a donné la première théorie. Ils ont fait, depuis lors, l'objet de nombreuses études et l'on connaît maintenant assez bien les conditions permettant d'amortir les cycles de Léauté, qui, si l'on ne prend pas les précautions nécessaires, tendent à être divergents.

C'est dans le même type (oscillations à longue période qu'il me semble pouvoir classer des oscillations électriques analogues provoquées par l'inversion de l'excitation d'une machine génératrice telle qu'une dynamo excitée en série. M. Paul Janet a rappelé récemment un type d'oscillations de ce genre ⁽¹⁾, depuis longtemps bien connu des électriciens et dont il a rapproché ingénieusement la théorie de celle des systèmes oscillants.

Si l'on alimente par une dynamo-série un moteur à excitation indépendante et faiblement chargé, on voit, quand certaines conditions sont remplies, celui-ci tourner alternativement dans un sens et dans l'autre. A la façon du régulateur non amorti de l'exemple précédent, le moteur se lance, puis s'arrête au delà de sa position d'équilibre, reprend sa marche inverse et ainsi de suite. Si l'on fait abstraction des analogies d'ordre mathématique, il n'existe pas, dans cet exemple, un système oscillant spontanément, c'est-à-dire ayant une période d'oscillation propre indépendante de l'organe d'entretien.

J'espère avoir montré, par les exemples qui précèdent, l'opportunité de distinguer et classer les oscillations persistantes en trois types principaux :

- 1° Oscillations auto-entretenues ;
- 2° Décharges fractionnées ;
- 3° Oscillations par inversion de force, sous réserve, bien entendu, que certains phénomènes présentent un caractère mixte.

Je me propose, dans ce qui suit, d'étudier uniquement les oscillations auto-entretenues par un phénomène continu, car ce sont celles qui ont pris le plus d'intérêt en électricité depuis quelques années, et il semble que l'on ait manqué jusqu'à présent d'une méthode rigoureuse pour les traiter rationnellement.

¹ PAUL JANET, *C. R.*, t. CLXVIII, p. 764 ; 1919. — *Sur une analogie électrotechnique des oscillations entretenues.*

II. Méthode pour l'étude des oscillations entretenues auto-amorçantes. — Les problèmes relatifs aux oscillations entretenues se trouvent, en général, simplifiés par le fait que l'amortissement est faible ; mais il faut néanmoins, pour leur donner une solution rigoureuse, suivre les méthodes analytiques classiques.

Je me propose, dans ce qui suit, de montrer comment on peut les appliquer même dans les cas les plus complexes.

Stabilité du régime moyen. — Il est bien évident que le régime autour duquel se produiront les oscillations doit être par lui-même un régime stable, sinon les oscillations aboutiraient à une destruction définitive du régime.

Les conditions de stabilité des systèmes mécaniques sont bien connues ; celles des systèmes électriques se ramènent, en général, à l'étude de la caractéristique dynamique, c'est-à-dire de la loi qui relie la force électromotrice et le courant aux bornes de l'organe dont le régime est variable. C'est ainsi que j'ai introduit en 1891 (1) la notion de la caractéristique dynamique de l'arc électrique ; j'ai montré que le régime est stable si la caractéristique d'alimentation aux bornes est plus inclinée que la caractéristique dynamique et coupe cette dernière au point de régime dans le sens des potentiels décroissants en même temps que des intensités croissantes. Si l'on représente par $\frac{dU}{dI}$ le coefficient angulaire de la tangente à la courbe d'alimentation, et $\frac{dU_1}{dI_1}$ le coefficient angulaire de la caractéristique dynamique au même point, la condition de stabilité est donc $\frac{dU}{dI} < \frac{dU_1}{dI_1}$ (2).

Une fois que le régime moyen, ainsi caractérisé, est stable, il peut être soumis à des oscillations autour de sa valeur moyenne lorsqu'on ajoute au système un nouvel élément capable de produire ces oscillations, c'est-à-dire une élasticité mécanique ou électrique (cette dernière représentée par un condensateur).

On est forcé de simplifier le problème en considérant, à la manière

(1), Cf. *La Lumière électrique*, *loc. cit.*

(2) Les Allemands attribuent naturellement cette condition de stabilité à un de leurs compatriotes, Kauffmann ; mais ce dernier ne l'a fait connaître que neuf ans après moi.

habituelle, des écarts de régime assez faibles pour qu'on puisse les représenter par de nouvelles variables dont on néglige les puissances supérieures à la première ; par exemple, dans les questions d'oscillations électriques, ces variables seront ordinairement les écarts de tension (ou de force électromotrice) u , et de courant i .

On pourra les représenter graphiquement par une *caractéristique différentielle* ou *d'oscillation*, u et i étant comptés à partir du point de régime moyen. La variance, c'est-à-dire le coefficient de variation de la résistance apparente aux oscillations, sera le coefficient angulaire en chaque point de cette caractéristique. On en verra plus loin des exemples.

Quand on simplifie le problème en ne considérant que des variations de régime très petites, le point représentatif reste sur la tangente à la caractéristique différentielle : les équations différentielles de régime seront alors des équations linéaires. Tous les problèmes de régimes oscillatoires entretenus, peuvent donc être traités par une méthode uniforme et rigoureuse au point de vue algébrique, que je vais exposer.

On commence par poser les équations différentielles du problème ; puis, après avoir fait au besoin ou non entre elles des éliminations opportunes, on pose pour chacune des variables une solution de la forme Ae^{xt} . On a ensuite une ou plusieurs équations dans lesquelles figurent les constantes A ; en éliminant ces dernières, il reste une équation en x qui est l'équation caractéristique. Il y aura autant de solutions pour les oscillations libres qu'il y a de racines réelles ou imaginaires pour cette équation ; mais on sait que, quand les racines sont complexes, elles se groupent par paires, c'est-à-dire qu'à toute racine $x_1 = \alpha + j\beta$ correspond une seconde racine $x_2 = \alpha - j\beta$. A l'ensemble des deux racines correspond une oscillation amortie de la forme $e^{\alpha \pm j\beta t} = e^{-\alpha t} \sin(\beta t + \varphi)$.

Avant d'étudier les conditions d'entretien, on doit rechercher les conditions de stabilité d'un système par rapport aux oscillations libres, avant l'addition de l'élasticité dont on a parlé plus haut.

I. Conditions analytiques d'amortissement des petites oscillations libres, déduites du théorème d'Hurwitz. — Pour qu'il n'y ait pas d'oscillations divergentes, c'est-à-dire d'amplitude indéfiniment croissante, il faut et il suffit que l'équation caractéristique des équations

Le déterminant s'écrit :

$$H_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_0 \\ 0 & a_2 \end{vmatrix}$$

On en déduit :

$$(4) \quad \begin{cases} a_1 > 0 \\ a_1 a_2 > 0, \end{cases} \quad \text{d'où également} \quad a_2 > 0.$$

Tous les coefficients de l'équation du second degré doivent être positifs pour que les racines ne soient pas divergentes, condition bien connue.

ÉQUATION DU TROISIÈME DEGRÉ :

$$(4) \quad a_0x^3 + a_1x^2 + a_2x + a_3 = 0.$$

Soit le déterminant H_3 :

$$H_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_0 & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 \\ 0 & 0 & a_3 \end{vmatrix}$$

Ses trois premiers mineurs principaux donnent les conditions de stabilité :

$$\begin{aligned} (5) & \quad a_1 > 0. \\ (6) & \quad a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0. \\ (7) & \quad a_3 a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0 \quad \text{d'où} \quad a_3 > 0. \end{aligned}$$

La condition (7) reproduit au facteur a_3 près la condition (6), ce qui montre que a_3 doit également être positif. Le coefficient a_1 l'étant aussi, pour que (6) soit satisfait, on doit avoir encore $a_2 > 0$. Les conditions hurwitziennes nécessaires et suffisantes sont donc : 1° que tous les coefficients de l'équation (4) soient positifs ; 2° qu'ils satisfassent à l'inégalité (6).

ÉQUATION DU QUATRIÈME DEGRÉ :

$$(8) \quad a_0x^4 + a_1x^3 + a_2x^2 + a_3x + a_4 = 0.$$

Le déterminant d'Hurwitz correspondant :

$$H_4 = \begin{vmatrix} a_1 & a_0 & 0 & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 & a_0 \\ 0 & a_4 & a_3 & a_2 \\ 0 & 0 & 0 & a_4 \end{vmatrix}$$

donne les conditions :

$$\begin{aligned}
 (9) & \quad a_1 > 0. \\
 (10) & \quad a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0. \\
 (11) & \quad a_3 (a_1 a_2 - a_0 a_3) - a_1^2 a_4 > 0. \\
 (12) & \quad a_4 [a_3 (a_1 a_2 - a_0 a_3) - a_1^2 a_4] > 0, \quad \text{d'où} \quad a_4 > 0.
 \end{aligned}$$

Les conditions (9) et (10) sont les mêmes que pour le cas du troisième degré. La condition (11) reproduit (12), et, en outre, indique que a_4 doit être positif. D'ailleurs, cette remarque est générale pour tous les degrés, comme le montre la disposition des coefficients dans le déterminant : la dernière condition s'obtient toujours en multipliant le coefficient a_n (ici a_4) par le mineur précédent.

C'est donc l'avant-dernière condition qui est la plus générale, la dernière exprimant simplement que, lorsque celle qui précède est remplie, le coefficient a_n doit être positif pour que le régime soit stable.

D'après la condition (11), on voit que a_0, a_1, a_4 étant positifs, a_2 doit l'être aussi. D'après (10), comme pour l'équation du troisième degré, a_3 doit être également positif. En résumé, il est nécessaire et suffisant, pour qu'aucune des quatre racines réelles ou complexes conjuguées de (8) ne soit divergente, que les coefficients soient tous positifs et qu'ils satisfassent à la condition (11), la plus serrée.

EQUATION DU CINQUIÈME DEGRÉ.

$$(13) \quad a_0 x^5 + a_1 x^4 + a_2 x^3 + a_3 x^2 + a_4 x + a_5 = 0.$$

Le déterminant hurwitzien H_5 :

$$H_5 = \begin{vmatrix} a_1 & a_0 & 0 & 0 & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 & a_0 & 0 \\ a_5 & a_4 & a_3 & a_2 & a_1 \\ 0 & 0 & a_5 & a_4 & a_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_5 \end{vmatrix}$$

donne les cinq conditions :

$$\begin{aligned}
 (14) & \quad a_1 > 0. \\
 (15) & \quad a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0. \\
 (16) & \quad a_3 a_1 a_2 - a_0 a_3 + a_1 a_0 a_5 - a_1 a_4 > 0. \\
 (17) & \quad (a_3 a_4 - a_2 a_5) (a_1 a_2 - a_0 a_3) - (a_0 a_5 - a_1 a_4)^2 > 0. \\
 (18) & \quad a_5 [(a_3 a_4 - a_2 a_5) (a_1 a_2 - a_0 a_3) - (a_0 a_5 - a_1 a_4)^2] > 0, \quad \text{ou} \quad a_5 > 0.
 \end{aligned}$$

On ne peut malheureusement plus trouver comme conditions nécessaires que tous les coefficients doivent être positifs; on sait seulement que a_1 et a_3 le sont.

ÉQUATION DU SIXIÈME DEGRÉ :

$$a_0x^6 + a_1x^5 + a_2x^4 + a_3x^3 + a_4x^2 + a_5x + a_6 = 0.$$

Le déterminant d'Hurwitz :

$$H_6 = \begin{vmatrix} a_1 & a_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 & a_0 & 0 & 0 \\ a_5 & a_4 & a_3 & a_2 & a_1 & a_0 \\ 0 & a_6 & a_5 & a_4 & a_3 & a_2 \\ 0 & 0 & 0 & a_6 & a_5 & a_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_6 \end{vmatrix}$$

donne les six conditions :

- (19) $a_1 > 0.$
- 20 $a_1a_2 - a_0a_3 > 0.$
- 21 $a_3(a_1a_2 - a_0a_3) + a_1(a_0a_5 - a_1a_4) > 0.$
- 22, $a_1a_2 - a_0a_3(a_3a_4 - a_2a_5 + a_1a_6 - a_0a_5 - a_1a_4)^2 > 0.$
- (23) $a_1a_2 - a_0a_3 [a_3 a_1a_5 - a_3a_6] a_5 a_2a_5 - a_1a_6]$
- + $a_0a_5 - a_1a_4 a_1(a_1a_5 - a_3a_6) - a_0a_5^2] + a_1a_6 [a_1(a_2a_5 - a_1a_6 - a_0a_3a_5) > 0.$
- (24) a_6 premier membre de 49 $> 0.$

J'ai cru nécessaire d'exposer avec un peu de détail ces conditions de stabilité parce qu'elles introduisent un élément nouveau dans l'étude des petites oscillations (1); elles peuvent permettre de reconnaître dans des problèmes assez compliqués les cas défavorables à la stabilité, ainsi que j'ai eu occasion d'en faire récemment l'application à l'étude des oscillations des alternateurs accouplés, pour lesquelles l'équation caractéristique est du quatrième degré (2).

III. Conditions d'entretien et régime des oscillations auto-entretenues. — Le problème de l'entretien des oscillations auto-amorçantes consiste, en général, à :

1° Chercher les conditions pour qu'il y ait des racines de cette forme avec un coefficient α très petit et positif, car l'oscillation sera

1) ROUÏH, dans son Traité classique sur les petites oscillations, n'avait pas encore à sa disposition le théorème de Hurwitz.

2 Cf. A. BLONDEL, *Oscillations forcées des alternateurs accouplés sur réseau à potentiel constant*; C. R., 24 février 1919, t. CLXVIII, p. 376; et *Oscillations libres des alternateurs sur réseau à tension constante*. C. R., 24 mars 1919, t. CLXVIII, p. 587.

alors d'amplitude croissante et s'entretiendra d'elle-même, n'étant limitée que par l'augmentation des résistances passives qui limiteront l'amplitude ;

2° Rechercher les valeurs de la fréquence et de l'amortissement correspondants, en supposant qu'on se place très près d'un amortissement nul ;

3° Déterminer la stabilité d'amplitude du régime entretenu.

On est ainsi conduit à définir tout d'abord les régimes oscillatoires. J'appellerai :

a) Régime *éolien* ⁽¹⁾ (ou *régime limite d'entretien*, mais ce dernier terme est moins clair), le régime pour lequel on a une oscillation pure non amortie, c'est-à-dire α purement imaginaire, $\alpha = j\beta$ et $\alpha = 0$;

b) Régime *sensibilisé* ou *infra-éolien*, le régime qui est au-dessous du régime éolien, c'est-à-dire tel que les racines soient de la forme $\alpha = -\alpha + j\beta$;

c) Régime entretenu ou *supra-éolien*, celui qui correspond à une racine $\alpha = +\alpha + j\beta$.

Cela posé, il est facile de trouver les conditions à réaliser entre les constantes des circuits pour réaliser le régime éolien ; il suffit de substituer dans l'équation caractéristique une solution de la forme $\alpha = j\beta$. La relation $F(\alpha)$ se ramène ainsi à une somme $F_1(\beta^2) + j\beta F_2(\beta^2)$ qui se dédouble dans les deux équations suivantes $F_1 = 0$, $F_2 = 0$; car $\beta = 0$ est une solution étrangère correspondant à un courant continu.

On éliminera β^2 entre ces deux équations par une méthode convenable, de préférence la méthode de Bezout, qui n'introduit pas de solutions étrangères ; et l'on a ainsi une condition entre les constantes. Il s'agit ensuite de voir comment cette condition d'égalité doit se transformer en une condition d'inégalité pour que la racine $j\beta$ soit remplacée par une racine $\alpha + j\beta$.

Aucune méthode ne permet de connaître à l'avance le signe qui remplacera le signe (=) : il faut recourir encore au théorème de Hurwitz : Je transforme le théorème en disant que, pour qu'il y ait une racine à partie réelle positive, il faut et suffit que l'une des conditions de Hurwitz ne soit pas satisfaite.

(1) Par réminiscence des harpes éoliennes, instruments toujours prêts à vibrer au moindre souffle d'Eole, dieu du vent.

Supposons que l'on écrive ces conditions en changeant tous les signes. On peut d'abord chercher la plus serrée; s'il n'y en a qu'une, elle constitue la condition nécessaire et suffisante; s'il y en a plusieurs, on est embarrassé et il faut alors comparer ces conditions à la condition d'égalité qui donne le régime éolien. C'est évidemment la condition qui a le même premier membre qui sera la bonne condition à employer pour exprimer que l'on aura un régime entretenu; les autres conditions sont, au fond, étrangères et se rapportent à des racines non imaginaires; mais on peut cependant les discuter dans chaque cas.

Comme ces problèmes se reproduisent toujours les mêmes dans un grand nombre de questions physiques, il est bon d'écrire une fois pour toutes les résultats obtenus pour les équations des cinq ou six premiers degrés.

Ces conditions deviennent malheureusement trop compliquées à partir du sixième degré; mais il est rare qu'on dépasse ou même atteigne ce degré dans les problèmes physiques.

On peut et doit compléter la condition anti-hurwitzienne par d'autres pour éviter qu'il n'y ait des oscillations (apériodiques ou périodiques étrangères) présentant un coefficient α positif. Il suffit d'écrire de nouvelles conditions anti-hurwitziennes pour l'équation caractéristique transformée en X. On exprime, en effet, ainsi que les racines autres que celles retenues comme bonnes (périodiques avec $\alpha > 0$) devront avoir $\alpha < 0$; elles représenteront alors des oscillations qui s'amortiront et ne laisseront subsister que le régime choisi, voisin du régime éolien ou régime limite d'entretien. Ces conditions, assez compliquées pour les équations caractéristiques du cinquième et du sixième degré, s'explicitent facilement pour les degrés 3 et 4, comme on l'indiquera plus bas.

On peut avoir aussi des conditions complémentaires pour que les régimes étrangers à celui que l'on entretient soient amortis en examinant le signe du coefficient a_1 , égal, comme on sait, à la somme changée de signe de l'ensemble des racines de l'équation caractéristique. Le dernier coefficient a_n égal à \pm le produit des racines peut nous renseigner aussi sur le signe de la partie réelle des racines étrangères.

Prenons, par exemple, le cas de l'équation caractéristique du troisième degré.

Le produit des racines conjuguées $\alpha \pm j\beta$ et de la racine réelle x_1 ,

est égal à $-a_3$. On a donc pour ce dernier coefficient :

$$a_3 = -x_1(\alpha + j\beta)(\alpha - j\beta) = -x_1(\alpha^2 + \beta^2),$$

ou en négligeant α^2 devant β^2 en première approximation :

$$(25) \quad a_3 = -x_1\beta^2.$$

Ce coefficient a_3 est donc négatif quand la racine réelle est divergente ; il doit être positif si l'on veut que le régime apériodique qui se superpose au régime oscillatoire tende à se stabiliser.

Le coefficient a_4 est égal à la somme changée de signe des trois racines :

$$(26) \quad a_4 = -(\alpha + j\beta) - (\alpha - j\beta) - x_1 = -2\alpha - x_1.$$

Supposons que la condition d'entretien soit réalisée ($\alpha > 0$), si a_4 est positif, on est sûr que la racine réelle est négative (supérieure à 2α). Le régime apériodique est amorti ; et il l'est d'autant plus que a_4 sera plus négatif.

Pour le quatrième degré, on peut avoir, outre le régime oscillatoire choisi, un autre régime oscillatoire (racines $\alpha' \pm j\beta'$) ou deux régimes apériodiques correspondant à deux racines réelles x_1 et x_2 .

Dans le cas d'un régime oscillatoire étranger, le coefficient a_4 sera positif et aura pour valeur approchée le produit $\beta^2\beta'^2$. Le coefficient a' est égal à $-2(\alpha + \alpha')$. S'il est positif, on est sûr que la partie réelle α' de la solution étrangère est négative et correspond, par conséquent, à une oscillation qui va en s'éteignant. S'il est nul, l'oscillation étrangère est très faiblement amortie, puisque α est lui-même très petit ; enfin, si a_4 est négatif, cette oscillation étrangère s'entretient comme l'autre.

Dans le cas où les racines x_1 et x_2 sont réelles, le signe négatif de a_4 nous indique qu'une seule de ces deux racines est négative ; ce serait la preuve que la quatrième racine serait positive et correspondrait donc à un régime qui croît constamment.

Le coefficient a_4 est égal ici à la somme $-2\alpha - (x_1 + x_2)$. Le fait qu'il est positif nous indique que la somme $x_1 + x_2$ est négative et supérieure en valeur absolue à 2α ; mais on ne peut pas déduire de l'avance de a_4 le signe de la quatrième racine x_3 .

Cela posé, il faut rechercher la valeur du coefficient d'amortissement en fonction du déréglage de fréquence que l'on a à

partir de la fréquence qui réaliserait le réglage éolien. Pour cela, je commence par chercher les expressions de l'amortissement suppose très petit en substituant dans l'équation caractéristique $\alpha = \alpha + j\beta$ avec α très petit et en supposant que chaque puissance de $\alpha + j\beta$ sera développée suivant la formule du binôme, en se bornant à la première puissance de α .

L'équation caractéristique donne alors naissance à deux autres équations :

$$(27) \quad f_1(\alpha, \beta^2) = 0.$$

$$(28) \quad \beta f_2(\alpha, \beta^2) = 0.$$

La racine $\beta = 0$ est étrangère.

On déduit de là deux expressions de α , qui est au premier degré sous forme de fraction contenant des polynômes en β^2 au numérateur et au dénominateur.

$$29) \quad \alpha_1 = -\frac{\varphi_1(\beta^2)}{\psi_1 \beta^2} = -\xi_1 \beta^2; \quad \alpha_2 = -\frac{\varphi_2(\beta^2)}{\psi_2 \beta^2} = -\xi_2 \beta^2.$$

Posons $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$; les polynômes en numérateur φ_1 et φ_2 s'annulent. Soit β_1 une racine de $\varphi_1 = 0$ et β_2 une racine de $\varphi_2 = 0$. Substituons β_2 dans φ_1 ou, ce qui revient au même, β_1 dans φ_2 . La condition éolienne est que la relation entre les coefficients obtenus après substitution soit égale à zéro :

$$(30) \quad \varphi_1(\beta_2^2) = 0 \quad \text{ou} \quad \varphi_2(\beta_1^2) = 0.$$

β_1 et β_2 sont alors deux racines confondues, dont on désignera la valeur commune par β_0 .

$$31) \quad \beta_1 = \beta_2 = \beta_0.$$

Mais supposons maintenant que les racines β_1 et β_2 diffèrent. La condition éolienne n'étant plus satisfaite, aux égalités 20 correspondront alors les inégalités suivantes qui définissent la condition d'entretien (condition inverse de celle d'Hurwitz) :

$$32) \quad \varphi_1 \beta_2^2 < 0 \quad \text{ou} \quad \varphi_2 \beta_1^2 < 0.$$

Si les fonctions $\psi_1 \beta_2^2$ et $\psi_2(\beta_1^2)$ en dénominateur des relations 29

sont toutes deux différentes de zéro et positives, ces inégalités (32) expriment tout simplement que α_1 et α_2 doivent être positifs.

Dans cette hypothèse de $\alpha = 0$ et toujours petit, les deux équations (27) $f_1(\alpha, \beta^2) = 0$ et (28) $f_2(\alpha, \beta^2) = 0$, ou leur forme explicite (29), peuvent être représentées graphiquement (fig. 4) par rapport aux axes de coordonnées α et β^2 (1). Tant que α est très petit, les fonctions φ_1 et φ_2 sont voisines de zéro, et les courbes resteront voisines de l'axe des ordonnées β^2 (2).

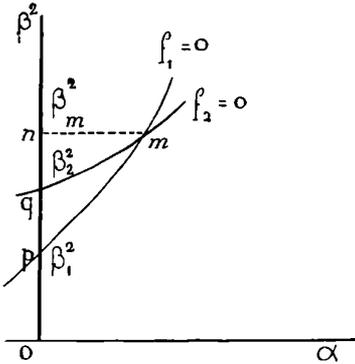


FIG. 4.

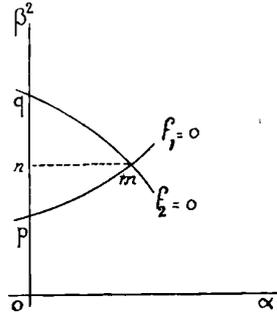


FIG. 5.

Le point d'intersection m de ces deux courbes donne la racine cherchée commune à φ_1 et φ_2 , et qui maintenant est fonction de α .

On voit également que les racines β_1^2 et β_2^2 envisagées plus haut comme solutions respectivement des équations $\varphi_1 = 0$ et $\varphi_2 = 0$ (c'est-à-dire pour $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$) se retrouvent sur le graphique en p et en q .

Tant que α est très petit, ainsi que les distances np et nq , on peut, pour déterminer le point m qui donne la racine commune β_m , remplacer chacune de ces courbes par sa tangente, ce qui revient analytiquement à développer les expressions (29) de α_1 et α_2 en série de Taylor arrêtées respectivement aux termes $\xi'_1(\beta^2)$ et $\xi'_2(\beta^2)$ dans le voisinage de $\alpha = 0$.

¹ On a pris β^2 pour variable au lieu de β dans le but de simplifier. Si on prenait β , les courbes représenteraient les valeurs complexes de f_1 et f_2 elles-mêmes.

² Attention toutefois que ψ_1 et ψ_2 soient franchement éloignés de zéro pour éliminer les parties asymptotiques des courbes.

Nous posons :

$$(33) \quad \left\{ \begin{array}{l} nq = \beta_m^2 - \beta_1^2 = \varepsilon_1; \\ nq = \beta_m^2 - \beta_2^2 = \varepsilon_2; \\ \beta_2^2 = \beta_1^2 = \varepsilon = \varepsilon_1 - \varepsilon_2. \end{array} \right.$$

les quantités ε étant des grandeurs algébriques dont les signes dépendront de la forme des courbes f_1 et f_2 . Elles sont toutes positives dans le cas de la figure ci-dessus. La fig. 5 et suivantes représentent les autres cas qui peuvent se présenter.

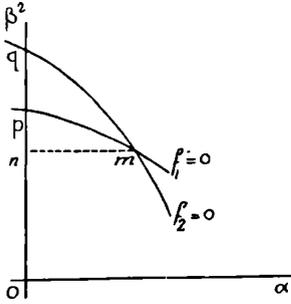


FIG. 6.

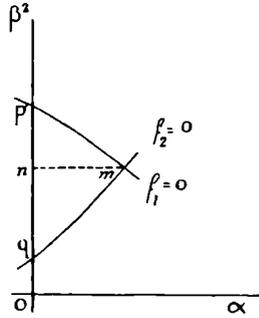


FIG. 7.

On pourra ainsi écrire les développements en série de α_1 et α_2 .

$$(34) \quad \alpha_1 = -\xi_1(\beta_1^2) - \frac{\varepsilon_1}{1} \xi_1'(\beta_1^2) - \dots = -\varepsilon_1 \frac{\varphi_1' \psi_1 - \varphi_1 \psi_1'}{\psi_1^2} \text{ (avec } \beta^2 = \beta_1^2 \text{)}.$$

$$(35) \quad \alpha_2 = -\xi_2(\beta_2^2) - \frac{\varepsilon_2}{1} \xi_2'(\beta_2^2) - \dots = -\varepsilon_2 \frac{\varphi_2' \psi_2 - \varphi_2 \psi_2'}{\psi_2^2} \text{ (avec } \beta^2 = \beta_2^2 \text{)}.$$

ou si nous posons pour simplifier en remarquant également que $\xi_1(\beta_1^2)$, $\varphi_1(\beta_1)$ et $\varphi_2(\beta_2)$ sont nuls :

$$(36) \quad \left\{ \begin{array}{l} k_1 = -\xi_1'(\beta_1^2) = -\frac{\varphi_1' \beta_1^2}{\psi_1 \beta_1^2}; \\ k_2 = -\xi_2'(\beta_2^2) = -\frac{\varphi_2'(\beta_2^2)}{\psi_2 \beta_2^2}, \end{array} \right.$$

ces développements s'écrivent alors :

$$(37) \quad \alpha_1 = k_1 \varepsilon_1 \quad \alpha_2 = k_2 \varepsilon_2.$$

Graphiquement, les coefficients k_1 et k_2 représentent donc l'in-

verse des tangentes trigonométriques tracées en p et q respectivement aux courbes $f_1 = 0$ et $f_2 = 0$.

On a ainsi un second moyen de calculer ces coefficients, en utilisant les relations évidentes :

$$(36') \quad \left\{ \begin{array}{l} k_1 = \left(\frac{d\alpha}{d\beta^2} \right)_{\alpha=0} = - \frac{\frac{\partial f_1}{\partial \beta^2}}{\frac{\partial f_1}{\partial \alpha}} \left(\begin{array}{l} \alpha = 0 \\ \beta = \beta_1 \end{array} \right) \\ k_2 = \left(\frac{\partial \alpha}{\partial \beta^2} \right)_{\alpha=0} = - \frac{\frac{\partial f_2}{\partial \beta^2}}{\frac{\partial f_2}{\partial \alpha}} \left(\begin{array}{l} \alpha = 0 \\ \beta = \beta_2 \end{array} \right) \end{array} \right.$$

Désignons par α_m la valeur commune de α ($\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_m$) pour le point d'intersection m des deux courbes. Les relations (33) et (73) donneront les deux groupes de solutions.

$$(38) \quad \left\{ \begin{array}{l} \alpha_m = k_1 \varepsilon_1 \\ \beta_m^2 = \beta_1^2 + \varepsilon_1 \end{array} \right. \quad \text{avec} \quad \varepsilon_1 = \frac{\varepsilon}{1 - \frac{k_1}{k_2}}$$

$$(38') \quad \left\{ \begin{array}{l} \alpha_m = k_2 \varepsilon_2 \\ \beta_m^2 = \beta_2^2 + \varepsilon_2 \end{array} \right. \quad \text{avec} \quad \varepsilon_2 = \frac{\varepsilon}{1 - \frac{k_2}{k_1}}$$

Donc, quand on s'est donné le désaccordage entre les racines β_1^2 et β_2^2 des deux fractions $\varphi_1 = 0$ et $\varphi_2 = 0$, on en déduit d'abord k_1 et k_2 par le calcul ci-dessus (ou par le tracé des courbes), puis on a ensuite les valeurs approchées de β_m et de α_m correspondant à ce réglage.

Le problème est ainsi complètement résolu dans l'hypothèse de α^2 et ε^2 négligeables.

On peut remarquer qu'il suffit de considérer un seul groupe des solutions (38) ou (38'). On choisira naturellement le plus simple, sous réserve toutefois de se rendre compte que ce groupe donne bien la fréquence que l'on cherche et non une solution étrangère qui pourrait être introduite par un circuit auxiliaire (par le circuit d'entretien par exemple s'il n'est pas atonique) (1).

Ces résultats sont généralement suffisants quand on s'éloigne peu

(1) Il est naturel également de prendre, quand on a le choix, le groupe des solutions (17) ou (17'), qui donne la plus petite valeur pour ε_1 ou ε_2 , c'est-à-dire celle qui introduit la plus petite correction de la vitesse de pulsation éolienne.

du régime éolien (qui correspond à un amortissement nul). Mais quand l'amortissement n'est plus très petit, on pourrait obtenir une précision plus grande en remplaçant les segments de droites $f_1 = 0$ et $f_2 = 0$ par des courbes paraboliques, comme le montre la fig. 6; le point m vient alors en m' .

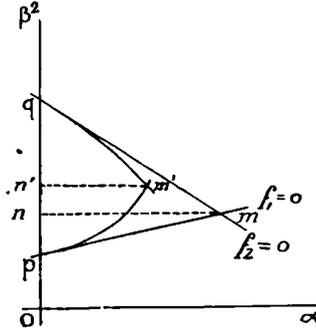


FIG. 8.

Conservons donc dans $f_1 = 0$ et $f_2 = 0$ (équations 27 et 28) les termes du second degré en α et désignons par $v_1(\beta^2)$ et $v_2(\beta^2)$ les coefficients de α_1^2 et α_2^2 respectivement dans ces équations. On obtient, à la place des relations (28) :

$$39) \quad \alpha_1 + \frac{v_1(\beta^2)}{\psi_1(\beta^2)} \alpha_1^2 = - \frac{\varphi_1(\beta^2)}{\psi_1(\beta^2)} = - \xi_1(\beta^2).$$

$$40) \quad \alpha_2 + \frac{v_2(\beta^2)}{\psi_2(\beta^2)} \alpha_2^2 = - \frac{\varphi_2(\beta^2)}{\psi_2(\beta^2)} = - \xi_2(\beta^2).$$

Comme précédemment, développons en série le dernier membre de ces expressions, mais en conservant un terme de plus au développement. On a, après simplification, et en désignant par φ'_1 et φ'_2 les dérivées secondes de φ_1 et φ_2 par rapport à β^2 :

$$(41) \quad \alpha_1 + \frac{v_1}{\psi_1} \alpha_1^2 - k_1 \varepsilon_1 - \frac{\varepsilon_1^2}{2} \frac{\varphi_1'' \psi_1 - 2\varphi_1' \psi_1'}{\psi_1^2} \text{ avec } \beta_2 = \beta_1^2.$$

$$(42) \quad \alpha_2 + \frac{v_2}{\psi_2} \alpha_2^2 = k_2 \varepsilon_2 - \frac{\varepsilon_2^2}{2} \frac{\varphi_2'' \psi_2 - 2\varphi_2' \psi_2'}{\psi_2^2} \text{ avec } \beta_2 = \beta_2^2.$$

Ces expressions du second degré en α_1 et α_2 respectivement peuvent se résoudre par approximations successives; en portant dans α_1^2 la

valeur approchée en première approximation : $\alpha_1 = k_1 \varepsilon_1$, la relation (41) donne la valeur de seconde approximation :

$$(43) \quad [\alpha_1]_2 = k_1 \varepsilon_1 - \varepsilon_1^2 \left(\frac{\varphi_1'' \psi_1 - 2\varphi_1' \psi_1'}{2\psi_1^2} + \frac{\nu_1}{\psi_1} k_1^2 \right) = k_1 \varepsilon_1 + h_1 \varepsilon_1^2.$$

De (21) on tire également :

$$(44) \quad [\alpha_2]_2 = k_2 \varepsilon_2 - \varepsilon_2^2 \left(\frac{\varphi_2'' \psi_2 - 2\varphi_2' \psi_2'}{2\psi_2^2} + \frac{\nu_2}{\psi_2} k_2^2 \right) = k_2 \varepsilon_2 + h_2 \varepsilon_2^2.$$

Dans ces expressions, on a posé pour abrégé :

$$(45) \quad h_1 = \left(\frac{\varphi_1'' \psi_1 - 2\varphi_1' \psi_1'}{2\psi_1^2} + \frac{\nu_1}{\psi_1} k_1^2 \right).$$

$$(46) \quad h_2 = \left(\frac{\varphi_2'' \psi_2 - 2\varphi_2' \psi_2'}{2\psi_2^2} + \frac{\nu_2}{\psi_2} k_2^2 \right).$$

Le calcul s'achève comme précédemment, en posant pour le point m d'intersection des deux paraboles :

$$(47) \quad \left\{ \begin{array}{l} k_1 \varepsilon_1 + h_1 \varepsilon_1^2 = k_2 \varepsilon_2 + h_2 \varepsilon_2^2 = [\alpha_m]_2. \\ \beta_2^2 - \beta_1^2 = \varepsilon = \varepsilon_1 - \varepsilon_2. \end{array} \right.$$

Il y a lieu maintenant d'expliciter ces résultats en fonction des coefficients a_0, a_1, \dots pour les équations normales des deuxième, troisième, quatrième, cinquième, sixième degrés.

APPLICATION AUX ÉQUATIONS NORMALES DES DEGRÉS 2 A 6

ÉQUATION DU SECOND DEGRÉ. — Soit l'équation :

$$(1) \quad a_0 x^2 + a_1 x + a_2 = 0.$$

a) *Condition éolienne.* — Posons $x = j\beta$ dans (3) et annulons respectivement les termes réels et imaginaires :

$$\left\{ \begin{array}{l} -a_0 \beta^2 + a_2 = 0 \\ \beta a_1 = 0, \end{array} \right.$$

d'où la condition éolienne correspondante :

$$(2) \quad a_1 = 0.$$

C'est la condition d'une oscillation non amortie.

Le régime entretenu que j'ai appelé supra-éolien est représenté par l'inégalité $a_1 < 0$, condition inverse de la première condition d'Hurwitz donnée plus haut.

b) Expressions de k_1 et k_2 . — Posons maintenant :

$$x = \alpha + j\beta$$

et substituons dans (1), en supprimant, en première approximation, le terme en α^2 .

On trouve :

$$-a_0\beta^2 + \alpha a_1 + a_2 + j\beta(2a_0\alpha + a_1) = 0.$$

D'où les fonctions $f_1 = 0$ et $f_2 = 0$ définies au paragraphe précédent (équations 27 et 28) :

$$\left\{ \begin{array}{l} f_1 = -a_0\beta^2 + \alpha a_1 + a_2 = 0 \\ f_2 = 2a_0\alpha + a_1 = 0, \end{array} \right.$$

qui donnent les deux valeurs de α :

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_1 = -\frac{-a_0\beta^2 + a_2}{a_1}, \\ \alpha_2 = -\frac{a_1}{2a_0}. \end{array} \right.$$

Les expressions de k_1 et k_2 s'en déduisent, en dérivant simplement les numérateurs par rapport à β^2 :

$$(3) \quad \left\{ \begin{array}{l} k_1 = \frac{a_0}{a_1}, \\ k_2 = 0. \end{array} \right.$$

Les développements précédents nous donnent finalement :

$$k_1\varepsilon_1 = \alpha_m = -\frac{a_1}{2a_0}, \quad \text{d'où} \quad \varepsilon_1 = -\frac{1}{2}\left(\frac{a_1}{a_0}\right)^2$$

et la pulsation amortie :

$$4 \quad \beta_m^2 = \beta_1^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{a_1}{a_0}\right)^2.$$

Au voisinage du point m , les deux courbes $f_1 = 0$ et $f_2 = 0$ sont

donc remplacées par deux droites, dont l'une ($f_2 = 0$) est verticale, comme le montre la *fig.* 9. Le point q est rejeté à l'infini.

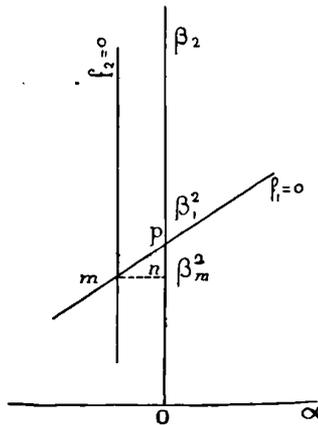


FIG. 9. — Position des droites f_1 et f_2 dans le cas du second degré.

L'expression de $f_1 = 0$, qui peut également s'écrire :

$$(5) \quad \beta^2 = \alpha \frac{a_1}{a_0} + \frac{a_2}{a_0}$$

montre que la droite correspondante part de la valeur $\beta_1^2 = \frac{a_2}{a_0}$ pour un amortissement nul, et qu'elle a un coefficient angulaire $\frac{a_1}{a_0}$ égal à $\frac{1}{k_1}$, comme on l'avait indiqué au paragraphe précédent.

Pour le point d'intersection m de ces deux segments de droites, on a l'amortissement commun :

$$\alpha_m = \alpha_1 = \alpha_2 = -\frac{a_1}{2a_0},$$

qui, reporté dans (5), donne aussi la pulsation β_m^2 amortie correspondante :

$$(6) \quad \beta_m^2 = \frac{a_2}{a_0} - \frac{1}{2} \left(\frac{a_1}{a_0} \right)^2 = \beta_1^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{a_1}{a_0} \right)^2,$$

car on sait que $\beta_1^2 = \frac{a_2}{a_0}$ est la pulsation non amortie.

Faisons maintenant un calcul de seconde approximation, en conservant dans f_1 le terme en α^2 , on a :

$$(7) \quad f_1 = a_0 \alpha_1^2 + a_1 \alpha_1 - a_0 \beta^2 + a_2 = 0,$$

d'où l'on déduit la valeur approchée de l'amortissement :

$$(8) \quad [\alpha_1]_2 = k_1 \varepsilon_1 - \frac{a_0}{a_1} (k_1 \varepsilon_1)^2 = \varepsilon_1 \frac{a_0}{a_1} - \varepsilon_1^2 \left(\frac{a_0}{a_1} \right)^3.$$

La valeur de α_2 déduite de $f_2 = 0$ n'est pas modifiée par ce calcul de seconde approximation. On aura donc pour le nouveau point d'intersection de la verticale $f_2 = 0$ et de la parabole $f_1 = 0$:

$$[\alpha_1]_2 = \alpha_2 = -\frac{a_1}{2a_0},$$

d'où l'on déduit l'écart de réglage ε_1 par l'équation du second degré :

$$\varepsilon_1^2 \left(\frac{a_0}{a_1} \right)^3 - \varepsilon_1 \frac{a_0}{a_1} + \frac{a_1}{2a_0} = 0,$$

dont la racine négative (la seule à considérer ici puisque, comme on sait, la vitesse de pulsation amortie est plus lente que la pulsation éolienne) :

$$(9) \quad \varepsilon_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{a_1}{a_0} \right)^2 [1 - \sqrt{3}] = -0,366 \left(\frac{a_1}{a_0} \right)^2.$$

L'analyse ordinaire de l'équation du second degré donne pour ε_1 la valeur exacte :

$$(10) \quad \varepsilon_1 = -\frac{1}{4} \left(\frac{a_1}{a_0} \right)^2,$$

quel'on obtiendra également facilement des développements précédents en reportant la valeur $\alpha_m = -\frac{a_1}{2a_0}$ dans la relation exacte (7). La valeur de β_m^2 qui s'en déduit est bien :

$$\beta_m^2 = \beta_1^2 - \frac{1}{4} \left(\frac{a_1}{a_0} \right)^2,$$

comme le veut la théorie habituelle.

ÉQUATION DU TROISIÈME DEGRÉ :

$$(11) \quad a_0 x^3 + a_1 x^2 + a_2 x + a_3 = 0.$$

a) *Condition éolienne.* — Faisons la substitution $x = j\beta$ dans (11). On en déduit :

$$\begin{aligned} -a_1\beta^2 + a_3 &= 0, & \text{d'où} & \quad \beta_1^2 = \frac{a_3}{a_1}; \\ -\beta^2 + a_2 &= 0, & \text{d'où} & \quad \beta_2^2 = \frac{a_2}{a_0}, \end{aligned}$$

d'où, en éliminant β_2 , la condition éolienne :

$$(12) \quad a_1a_2 - a_0a_3 = 0.$$

On retrouve ainsi la limite de la plus générale des conditions hurwitziennes. La condition d'un régime d'oscillations auto-entretenues s'en déduit en remplaçant le signe $= 0$ par l'inégalité < 0 .

b) *Expressions de k_1 et k_2 .* — Faisons maintenant la substitution $x = \alpha + j\beta$ dans (11); pour α très petit, on a les expressions de f_1 et f_2 :

$$\begin{aligned} f_1 &= -3a_0\alpha\beta^2 - a_1\beta^2 + a_2\alpha + a_3 = 0, \\ f &= -a_0\beta^2 + 2a_1\alpha + a_2 = 0, \end{aligned}$$

d'où, par simple changement d'écriture les deux valeurs de α :

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= -\frac{-a_1\beta^2 + a_3}{-3a_0\beta^2 + a_2}, \\ \alpha_2 &= -\frac{-a_0\beta^2 + a_2}{2a_1}, \end{aligned}$$

et finalement, en dérivant les numérateurs par rapport à β^2 , et substituant dans le résultat les racines respectives β_1^2 et β_2^2 :

$$(13) \quad k_1 = \frac{a_1^2}{a_1a_2 - 3a_0a_3};$$

$$(14) \quad k_2 = \frac{a_0}{2a_1}.$$

On obtiendrait une autre valeur approximative de k_1 plus simple en faisant la substitution de la racine β_2^2 (au lieu de β^2) dans α_1 après dérivation; ou aurait ainsi :

$$(15') \quad k_1 = -\frac{a_1}{2a_2}.$$

On est autorisé à faire ainsi cette substitution, puisque le point m est peu éloigné de l'axe vertical β^2 (amortissement faible) et puisque

l'on a admis que les deux racines β_1^2 et β_2^2 étaient voisines ε petit). Dans la suite, pour les équations de degré supérieur, on substituera celle des deux racines β_1^2 et β_2^2) qui donnera le maximum de simplifications.

Pour un calcul de seconde approximation, on a, en conservant les termes en α^2 dans f_1 et f_2 :

$$(15) \quad \begin{cases} f_1 = a_1 \alpha_1^2 + \alpha_1 [3a_0 \beta^2 + a_2] - a_1 \beta^2 + a_3 = 0; \\ f_2 = 3a_0 \alpha_2^2 - 2a_1 \alpha_2 - a_0 \beta^2 + a_2 = 0. \end{cases}$$

d'où, pour les coefficients h_1 et h_2 , les valeurs :

$$(16) \quad \begin{cases} h_1 = - \left(\frac{3a_0 a_1}{4a_2^2} - \frac{a_1}{2a_2} \frac{a_1^2}{4a_2^2} \right) = \frac{a_1}{4a_2^2} \left(3a_0 + \frac{a_1^2}{2a_2} \right) \\ \text{et} \\ h_2 = - \left(0 + \frac{3a_0}{2a_1} \frac{a_0^2}{4a_1^2} \right) = - \frac{3}{8} \left(\frac{a_0}{a_1} \right)^3. \end{cases}$$

REMARQUE. — *Autre expression de l'amortissement.* — La valeur commune α_m des amortissements α_1, α_2 peut se calculer soit graphiquement en construisant les deux droites (ou les paraboles pour une seconde approximation) représentant les équations : $f_1(\alpha\beta^2) = 0$ et $f_2(\alpha\beta^2) = 0$, soit plus simplement, semble-t-il, en éliminant β^2 entre ces deux équations. Si, en première approximation, on ne conserve que les termes en α , on en déduit l'amortissement commun :

$$\alpha_m = - \frac{1}{2} \frac{a_1 a_2 - a_0 a_3}{a_0 a_2 - a_1^2},$$

qui est donné sous forme de fraction dont le numérateur et le dénominateur sont fonctions uniquement des coefficients a_0, a_1, a_2, a_3 de l'équation caractéristique. La discussion de cette expression approchée de α_m , théoriquement très simple, se complique dans les applications à cause de son aspect fractionnaire qui oblige à prêter une grande attention au signe du dénominateur.

D'autre part, cette méthode de calcul ne permet pas d'introduire un calcul de seconde approximation ; elle n'est donc applicable qu'au voisinage du régime limite ou éolien, pour lequel α est voisin de zéro. Ce sont ces raisons qui m'ont fait abandonner cette méthode un peu plus simple, mais qui cependant se compliquerait si on effectuait les mêmes calculs pour les équations de degré supérieur au troisième.

ÉQUATION DU QUATRIÈME DEGRÉ

$$(17) \quad a_0 x^4 + a_1 x^3 + a_2 x^2 + a_3 x + a_4 = 0.$$

a) *Condition éolienne.* — La substitution $x = j\beta$ dans cette équation donne les deux relations :

$$(18) \quad a_0 \beta^4 - a_2 \beta^2 - a_4 = 0.$$

$$(19) \quad -a_1 \beta^2 + a_3 = 0.$$

Éliminons β par la méthode de Bezout pour éviter d'introduire des solutions étrangères. On tire de (18) et de (19) les deux relations en β^2 :

$$\frac{a_0 \beta^2 - a_2}{-a_1} = \frac{a_4}{a_3}, \quad \text{ou} \quad a_1 a_3 \beta^2 + a_1 a_4 - a_2 a_3 = 0;$$

$$\frac{a_0 \beta^2}{-a_1} = \frac{-a_2 \beta^2 + a_4}{a_3}, \quad \text{ou} \quad (a_0 a_3 - a_1 a_2) \beta^2 + a_1 a_4 = 0.$$

d'où, par une seconde élimination :

$$(20) \quad a_3 a_1 a_2 - a_0 a_3 - a_1^2 a_4 = 0.$$

C'est encore la reproduction de la limite de la condition la plus générale d'Hurwitz, comme cela avait lieu pour l'équation du troisième degré, et comme cela se présentera également pour les degrés supérieurs.

b) *Expressions de k_1 et k_2 .* — Remplaçons maintenant x par $\alpha + j\beta$ dans (17). En ne conservant que les termes linéaires en α , on a :

$$f_1 = a_0 \beta^4 - 3a_1 \alpha \beta^2 - a_2 \beta^2 + a_3 \alpha + a_4 = 0.$$

$$f_2 = -4a_0 \alpha \beta^2 - a_1 \beta^2 + 2a_2 \alpha + a_3 = 0.$$

d'où :

$$\alpha_1 = -\frac{a_0 \beta^4 - a_2 \beta^2 + a_4}{-3a_1 \beta^2 + a_3}; \quad \alpha_2 = -\frac{-a_1 \beta^2 + a_3}{-4a_0 \beta^2 + 2a_2}.$$

et :

$$(21) \quad k_1 = -\frac{2a_0 \beta^2 - a_2}{-3a_1 \beta^2 + a_3} = \frac{2a_0 a_3 - a_1 a_3}{-2a_1 a_3};$$

$$(22) \quad k_2 = \frac{-a_1}{-4a_0 \beta^2 + 2a_2} = \frac{a_1^2}{2a_1 a_2 - 4a_0 a_3}.$$

Si l'on avait substitué β_1^2 (au lieu de β_2^2 pour le calcul de k_1 , on aurait eu la relation plus compliquée, et à double signe :

$$k_1 = \frac{\pm 2a_0\sqrt{a_2^2 - 4a_0a_1}}{3a_1 [a_2 \pm \sqrt{a_2^2 - 4a_0a_1}] - 2a_0a_3}.$$

Pour le calcul de seconde approximation, il suffit de conserver encore les termes en α^2 dans f_1 et f_2 qui prennent la forme :

$$\begin{aligned} f_1 &= \alpha^2 (-6a_0\beta^2 + a_2) + \alpha - 3a_1\beta^2 + a_3 + a_0\beta^4 - a_2\beta^2 + a_4 = 0. \\ f_2 &= 3a_1\alpha^2 + \alpha (-4a_0\beta^2 + 2a_2 - a_1\beta^2 + a_3) = 0. \end{aligned}$$

On en déduit les expressions compliquées :

$$\begin{aligned} h_1 &= -\frac{4a_0a_3 - 3a_1a_2}{4a_2^3} + \frac{-6a_0a_3 + a_1a_2}{2a_1a_3} k_1^2. \\ h_2 &= -\frac{4a_1^3(a_0 + a_1)}{(-4a_0a_3 + 2a_1a_2)^2}. \end{aligned}$$

On peut remarquer que, dans tous ces calculs de seconde approximation, les expressions de k_2 et h_2 correspondant à α_2 sont plus simples que celles de k_1 et h_1 ; cela provient de ce que $f_2 = 0$ est lui-même plus simple que $f_1 = 0$. Dans les applications, on prendra toujours le groupe des solutions qui donne le maximum de simplifications possible.

ÉQUATION DE CINQUIÈME DEGRÉ

$$23) \quad a_0x^5 + a_1x^4 + a_2x^3 + a_3x^2 + a_4x + a_5 = 0.$$

a) Condition éolienne. — Après substitution de $j\beta$ à x dans 23, on déduit par l'annulation des quantités réelles et imaginaires respectivement :

$$24 \quad \begin{cases} a_1\beta^4 - a_3\beta^2 + a_5 = 0. \\ a_0\beta^4 - a_2\beta^2 + a_4 = 0. \end{cases}$$

d'où les deux relations en β^2 :

$$25 \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{a_0}{a_1} = \frac{-a_2\beta^2 + a_4}{-a_3\beta^2 + a_5}, \quad \text{ou} \quad a_1a_2 - a_0a_3 \beta^2 + a_0a_5 - a_1a_4 = 0. \\ \frac{a_0\beta^2 - a_2}{a_1\beta^2 - a_3} = \frac{a_4}{a_5}, \quad \text{ou} \quad a_0a_5 - a_1a_4 \beta^2 + a_3a_4 - a_2a_5 = 0. \end{array} \right.$$

et finalement, en éliminant β^2 , la condition éolienne :

$$(26) \quad (a_3 a_4 - a_2 a_3) (a_1 a_2 - a_0 a_3) - (a_0 a_3 - a_1 a_4)^2 = 0.$$

condition qui est la limite de la condition hurwitzienne.

b) *Expressions de k_1 et k_2 .* — Substituant $\alpha + j\beta$ à x dans (23), on a, α étant supposé très petit :

$$f_1 = 5a_0 \alpha \beta^4 + a_1 \beta^5 - 3a_2 \alpha \beta^2 - a_3 \beta^2 + a_4 \alpha + a_5 = 0;$$

$$f_2 = a_0 \beta^4 - 4a_1 \alpha \beta^2 + a_2 \beta^2 + 2a_3 \alpha + a_4 = 0$$

d'où :

$$\alpha_1 = -\frac{a_1 \beta^5 - a_3 \beta^2 + a_5}{5a_0 \beta^4 - 3a_2 \beta^2 + a_4};$$

$$\alpha_2 = -\frac{a_0 \beta^4 - a_2 \beta^2 + a_4}{-4a_0 \beta^2 + 2a_3}.$$

et :

$$(27) \quad k_1 = -\frac{2a_1 \beta^2 - a_3}{5a_0 \beta^4 - 3a_2 \beta^2 + a_4} \left. \vphantom{k_1} \right\} \begin{array}{l} \text{avec } \beta^2 \text{ déduit} \\ \text{d'une des deux relations (25).} \end{array}$$

$$(28) \quad k_2 = -\frac{2a_0 \beta^3 - a_2}{-4a_0 \beta^2 + 2a_3}$$

Par exemple de la deuxième des relations (25), on tire :

$$a_0 \beta^4 = a_2 \beta^2 - a_4,$$

qui substitué dans (27) donne :

$$k_1 = -\frac{2a_1 \beta^2 - a_3}{2a_2 \beta^2 - 4a_4},$$

d'où en tirant β^2 de la première des relations (25) :

$$(29) \quad k_1 = -\frac{-2a_1 a_0 a_3 - a_1 a_4 - a_3 a_1 a_2 - a_0 a_3}{-2a_2 (a_0 a_3 - a_1 a_4) - 4a_4 (a_1 a_2 - a_0 a_3)}$$

$$= -\frac{2a_1 (a_0 a_3 - a_1 a_4) + a_3 (a_1 a_2 - a_0 a_3)}{2a_0 a_2 a_3 - 2a_1 a_2 a_4 + 4a_0 a_3 a_4}$$

$$(30) \quad k_2 = -\frac{-2a_0 (a_0 a_3 - a_1 a_4) - a_2 a_1 a_2 - a_0 a_3}{+4a_0 (a_0 a_3 - a_1 a_4) + 2a_3 (a_1 a_2 - a_0 a_3)}.$$

On aurait de même des relations équivalentes en substituant dans k_1 la valeur de β^2 déduite de la première des relations (24). En pratique, on utilisera la plus simple de ces relations, sous la réserve déjà indiquée que la valeur de β^2 soit bien la solution que l'on cherche

et non une solution étrangère, introduite par un circuit oscillant auxiliaire.

Il est bien inutile de faire ici un calcul de seconde approximation en introduisant les coefficients de h_1 et h_2 . La condition éolienne est elle-même d'une discussion déjà fort laborieuse.

ÉQUATION DU SIXIÈME DEGRÉ

$$31 \quad a_0x^6 + a_1x^5 + a_2x^4 + a_3x^3 + a_4x^2 + a_5x + a_6 = 0.$$

a) Condition éolienne. — Substituant $j\beta$ à x , on a :

$$32 \quad -a_0\beta^6 + a_2\beta^4 - a_4\beta^2 + a_6 = 0.$$

$$33 \quad a_1\beta^5 - a_3\beta^3 + a_5 = 0,$$

d'où les trois relations en β^4 et β^2 déduites de l'élimination de β^6 par la méthode de Bezout :

$$34 \quad -\frac{1}{a_1} = \frac{a_2\beta^4 - a_4\beta^2 + a_6}{-a_3\beta^4 + a_5\beta^2}.$$

ou

$$(35) \quad \begin{aligned} & a_0a_3 - a_1a_2 \beta^4 + a_1a_4 - a_0a_5 \beta^2 - a_1a_6 = 0. \\ & \frac{-a_0\beta^2 + a_2}{a_1\beta^2 - a_3} = \frac{-a_4\beta^2 + a_6}{a_5\beta^2}, \end{aligned}$$

ou

$$36 \quad \begin{aligned} & a_1a_4 - a_0a_5 \beta^4 + (a_2a_5 - a_3a_4 - a_1a_6) \beta^2 + a_3a_6 = 0. \\ & \frac{-a_0\beta^4 + a_2\beta^2 - a_4}{a_1\beta^2 - a_3} = \frac{a_6}{a_5}, \end{aligned}$$

ou

$$-a_0a_5\beta^4 + (a_2a_5 - a_1a_6 \beta^2 + a_3a_6 - a_1a_5) = 0.$$

Éliminons enfin β^4 et β^2 en égalant à zéro le déterminant formé par les coefficients de ces trois relations :

$$\begin{vmatrix} a_0a_3 - a_1a_2 & a_1a_4 - a_0a_5 & -a_1a_6 \\ a_1a_4 - a_0a_5 & a_2a_5 - a_3a_4 - a_1a_6 & a_3a_6 \\ -a_0a_5 & a_2a_5 - a_1a_6 & a_3a_6 - a_1a_5 \end{vmatrix} = 0.$$

Le développement de ce déterminant donne la condition éolienne, limite de la condition anti-hurwitzienne (49) :

$$37 \quad \begin{aligned} & a_1a_2 - a_0a_3 \quad a_3 \quad a_1a_5 - a_3a_6 - a_5 \quad a_2a_5 - a_1a_6 \\ + & a_5a_5 - a_1a_4 \quad [a_1 \quad a_1a_5 - a_3a_6 \quad -a_0a_5^2 + a_1a_6 \quad a_4 \quad a_2a_5 - a_1a_6 \quad -a_6a_5a_5] = 0 \end{aligned}$$

On peut remarquer qu'il suffit de faire dans cette condition (comme dans les conditions ordinaires d'Hurwitz, d'ailleurs) successivement :

$$\begin{aligned} a_6 = 0; \quad a_6 = a_5 = 0, \\ a_6 = a_5 = a_4 = 0; \\ a_6 = a_5 = a_4 = a_3 = 0, \end{aligned}$$

pour en déduire respectivement les conditions éoliennes correspondant aux équations normales des cinquième, quatrième, troisième, deuxième degrés ;

b) Expressions de k_1 et k_2 . — On posera, comme pour les degrés précédents : $x = \alpha + j\beta$. D'où, quand α reste très petit :

$$\begin{aligned} f_1 = -a_0\beta^6 + 5a_1\alpha\beta^4 + a_2\beta^4 - 3a_3\alpha\beta^2 - a_4\beta^2 + a_5\alpha + a_6 = 0, \\ f_2 = 6a_0\alpha\beta^4 + a_1\beta^4 - 4a_2\alpha\beta^2 - a_3\beta^2 + 2a_4\alpha + a_5 = 0, \end{aligned}$$

où, en tirant les valeurs de α de $f_1 = 0$ et $f_2 = 0$ respectivement :

$$\begin{aligned} \alpha_1 = -\frac{-a_0\beta^6 - a_5\beta^4 - a_4\beta^2 + a_6}{5a_1\beta^4 - 3a_3\beta^2 + a_5}, \\ \alpha_2 = -\frac{a_1\beta^4 - a_3\beta^2 + a_5}{6a_0\beta^4 - 4a_2\beta^2 + 2a_4}; \end{aligned}$$

d'où :

$$\begin{aligned} (38) \quad k_1 = -\frac{-3a_0\beta^4 + 2a_2\beta^2 - a_4}{5a_1\beta^4 - 3a_3\beta^2 + a_5}, \\ (39) \quad k_2 = -\frac{2a_1\beta^2 - a_3}{6a_0\beta^4 - 4a_2\beta^2 + 2a_4}. \end{aligned}$$

Il reste à substituer dans k_1 et k_2 les valeurs de β^4 déduites de la plus simple des relations (34), (35) ou (36), et finalement celles de β^2 que l'on tirera de l'une des expressions suivantes, qui découlent elles-mêmes de (34), (35) et (36) dans lesquelles β^4 est éliminé :

$$i_0 \left\{ \begin{aligned} \frac{a_0a_3 - a_1a_2}{a_1a_4 - a_0a_5} &= \frac{a_1a_4 - a_0a_5}{a_2a_5 - a_3a_4 - a_1a_6} \beta^2 - \frac{a_1a_6}{\beta^2 + a_3a_6} \\ \frac{a_1a_3 - a_1a_2}{-a_0a_5} &= \frac{a_1a_4 - a_0a_5}{(a_2a_5 - a_1a_6) \beta^2 + a_3a_6 - a_1a_5} \\ \frac{a_1a_4 - a_0a_5}{-a_0a_5} &= \frac{a_2a_5 - a_3a_4 - a_1a_6}{(a_2a_5 - a_1a_6) \beta^2 + a_3a_6 - a_1a_5} \beta^2 + \frac{a_3a_6}{\beta^2 + a_3a_6} \end{aligned} \right.$$

Je me dispenserai de faire ici cette substitution d'une écriture très laborieuse, car les cas d'applications d'un degré aussi élevé sont assez rares et la discussion devient tellement longue qu'on se

trouvera forcément un peu désarmés pour la conduire jusqu'au bout au point de vue analytique.

J'ai tenu à exposer les différentes conditions jusqu'au sixième degré pour permettre aux physiciens qui rencontrent les problèmes d'oscillations entretenues de trouver les formules toutes prêtes et de se faire une idée de la complexité que présente le problème et de la nécessité absolue où l'on se trouve de recourir aux déterminants de Hurwitz pour fixer sans hypothèse arbitraire les conditions d'amorçage et d'entretien dès que l'équation différentielle résultante dépasse le deuxième ordre.

On verra quelques exemples dans un autre mémoire ⁽¹⁾.

(A suivre.)

SUR UN MANOMÈTRE EN VERRE, A PAROIS ÉLASTIQUES ⁽²⁾;

Par MM. GEORGES BAUME et MARIUS ROBERT.

Nous avons mis au point, au cours de nos recherches sur les oxydes supérieurs de l'azote, un manomètre fondé sur les variations de volume, sous l'action d'une pression extérieure, d'un réservoir aplati en verre mince (0^{mm},3 à 0^{mm},4) volume optimum : 6 centimètres cubes environ), rempli de mercure et entouré d'une enveloppe, où règne la pression à déterminer. Les variations de volume du réservoir sont mesurées par le déplacement de la surface libre du mercure dans un tube capillaire (diamètre optimum : 0^{mm},4 environ), soudé au réservoir.

Cet appareil, utilisé comme appareil de zéro et immergé dans un thermostat, présente une sensibilité comparable à celle d'un manomètre à mercure, dans des limites de pressions très étendues.

Les déformations d'un tel appareil, placé verticalement, sont à température constante et pour de petites variations de pression, proportionnelles à ces dernières. Soient h_0 la distance du ménisque de mercure au centre du réservoir à la pression P_0 , et h cette distance, lorsque la pression passe de P_0 à P . Il vient, a étant une

(1) Cf. A. BLONDEL et Ch. LAVANCHY, Contribution à l'étude de l'audion générateur. — *Revue générale d'électricité*, 1920.

(2) Voir *C. R. Acad. des Sciences*, 16 juin 1919.

constante de l'appareil :

$$h - h_0 = a(p - p_0 - h);$$

d'où :

$$h - h_0 = \frac{a}{1 + a}(p - p_0 - S(p - p_0)),$$

S étant la sensibilité de l'appareil vertical. Si l'appareil fait un angle u avec l'horizontale, la relation précédente devient :

$$h = \frac{h_0 + a p - p_0}{1 + a \sin u}$$

Cette expression permet de calculer a et, par suite, S : soient, en effet, h_0 et h'_0 , les valeurs de h , à la pression P_0 , lorsqu'on place le réservoir horizontalement ($\sin u = 0$), puis verticalement ($\sin u = 1$) :

$$h'_0 = \frac{h_0}{1 + a}; \quad \text{d'où} \quad a = \frac{h'_0 - h_0}{h_0}.$$

On peut donc déterminer, avant tout montage, la sensibilité d'un réservoir donné ; nous avons trouvé, pour l'appareil d'étude :

$$h_0 = 193 \text{ millimètres}, \quad h'_0 = 305 \text{ millimètres}, \quad a = 0,580,$$

d'où :

$$S_{\text{calc.}} = 0,368.$$

La moyenne de 35 déterminations directes, faites dans des conditions très diverses, nous a donné pour ce même appareil la valeur 0,369.

A l'aide de ce manomètre nous avons déterminé à différentes températures les tensions de vapeur du peroxyde d'azote, préparé par synthèse à partir de $2\text{NO} + \text{O}_2$, et voici les valeurs ainsi obtenues :

— 15° 4	116 ^{mm} ,6	+ 18° 2	650 ^{mm} ,5	+ 29° 8	1109 ^{mm} ,7
— 8°	171 ^{mm} ,9	+ 18° 8	678 ^{mm} ,6	+ 32° 2	1238 ^{mm} ,0
0°	266 ^{mm} ,0	+ 21° 3	763 ^{mm} ,7	+ 32° 9	1283 ^{mm} ,0
+ 5° 3	347 ^{mm} ,1	+ 21° 6	769 ^{mm} ,5	+ 36° 2	1482 ^{mm} ,3
+ 8° 4	408 ^{mm} ,3	+ 24° 5	876 ^{mm} ,6	+ 36° 5	1502 ^{mm} ,0
+ 14° 2	546 ^{mm} ,4	+ 26° 2	914 ^{mm} ,1	+ 37° 8	1593 ^{mm} ,0
+ 18° 2	658 ^{mm} ,9	+ 27° 5	1000 ^{mm} ,7	+ 38° 1	1613 ^{mm} ,0

Ces résultats concordent d'une manière très satisfaisante avec les déterminations antérieures.

Maison SOLEIL - J. DUBOSCQ, fondée en 1819

PH. ^{O. * I. *}
^{* * * *} ET F. ^{* *} PELLIN

Ingénieurs-Constructeurs

Adr. tél. FEXIPEL-PARIS

Téléphone 813-26

5, Avenue d'Orléans — PARIS (Anct 21, rue de l'Odéon)

DIPLOMES D'HONNEUR ET MÉDAILLES D'OR : 1883-1889

GRANDS PRIX : PARIS 1900, SAINT-LOUIS 1904, LIÈGE 1905, MILAN 1906

HORS CONCOURS, MEMBRE DU JURY : BRUXELLES 1897, LONDRES 1908, BRUXELLES 1910

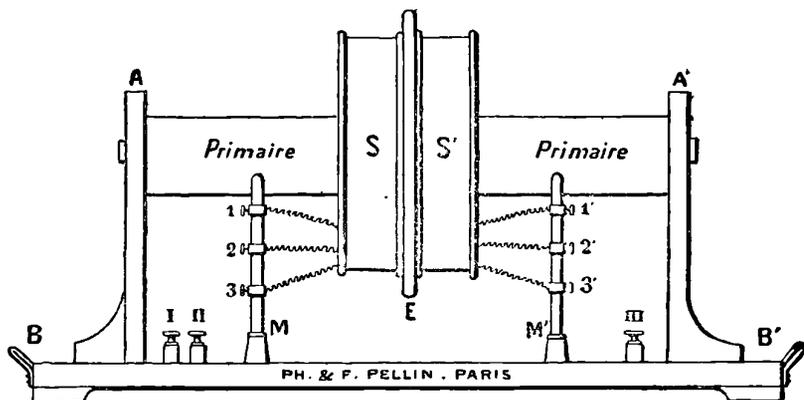
TURIN 1911, GAND 1915

APPAREILS D'OPTIQUE pour les SCIENCES et l'INDUSTRIE

APPAREILS DE HAUTE PRÉCISION

PLANS - PRISMES - OPTIQUE SUPÉRIEURE

Le Catalogue comprend 11 fascicules



Transformateur de résonance de MM. G.-A. Hemsalech et C. Tissot.

Modèle de laboratoire à l'usage des Spectroscopistes.

Envoi de notices sur demande — Devis pour Installations

RÉFÉRENCES SUR DEMANDE

Ancienne Maison MICHEL et C^{ie}

Compagnie pour la Fabrication des Compteurs ET MATÉRIEL D'USINES A GAZ

Société anonyme : capital 27.000.000 de francs — 16 & 18, bd de Vaugirard, PARIS

PYROMÈTRES à COUPLES THERMO-ÉLECTRIQUES

PYROMÈTRES à RADIATIONS

TÉLESCOPE PYROMÉTRIQUE, Système FÉRY

pour la mesure des températures de 400° à 3500°

COMPTEURS ET APPAREILS
DE MESURES D'ELECTRICITÉ
COMPTEURS D'ALCOOL
Transformateurs de mesures



PERMÉAMÈTRE ILIOVICI
FLUXMÈTRE GRASSOT
ONDOGRAPHE HOSPITALIER
Phasemètres, Fréquencemètres

VOLTMÈTRES, AMPÈREMÈTRES et WATTMÈTRES. ÉTALONS ÉLECTRODYNAMIQUES

Établissements H. PILON

53, rue de Paris, ASNIÈRES (Seine)

Téléph. : WAGRAM 87-02

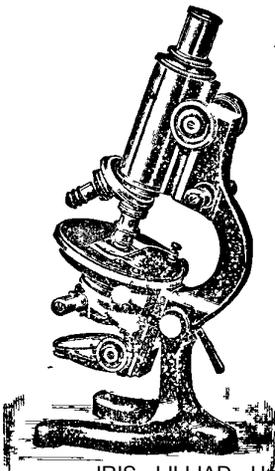
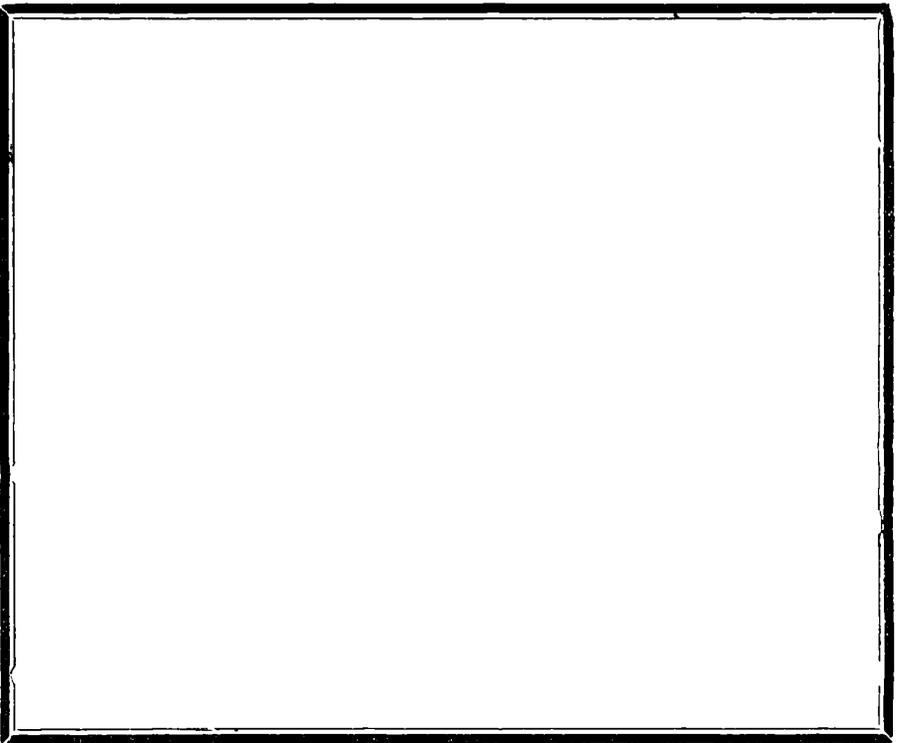
Adresse télégr. : RAYONIX ASNIÈRES-SEINE

FABRIQUE DE TUBES A RAYONS X

SPÉCIALITÉS DE VERRERIE DE PRÉCISION
POUR LABORATOIRES ET TUBES A RAYONS X
SPÉCIAUX POUR RECHERCHES

POMPES A VIDE

ENVOI FRANCO DU CATALOGUE



MICROGRAPHIE — BACTÉRIOLOGIE

E. COGIT & C^{IE}

CONSTRUCTEURS D'INSTRUMENTS ET D'APPAREILS POUR LES SCIENCES

36, Boulevard Saint-Michel, 36

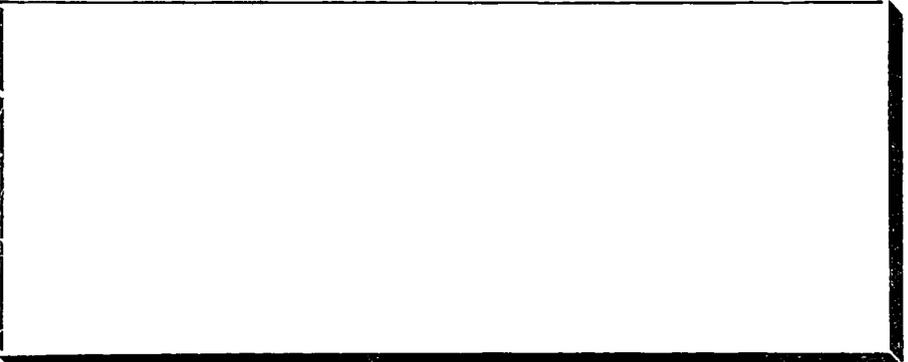
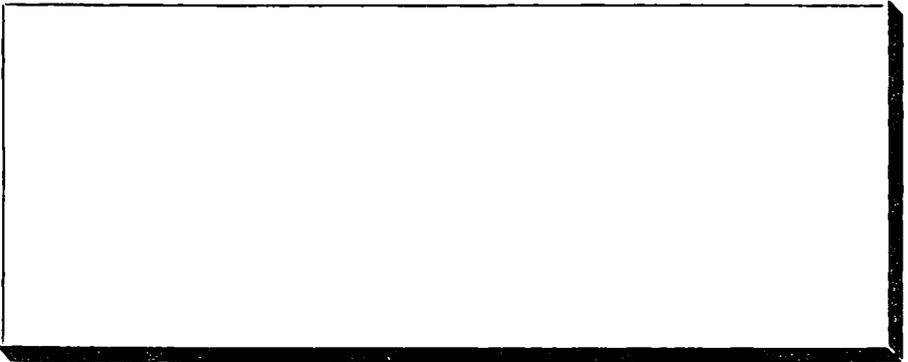
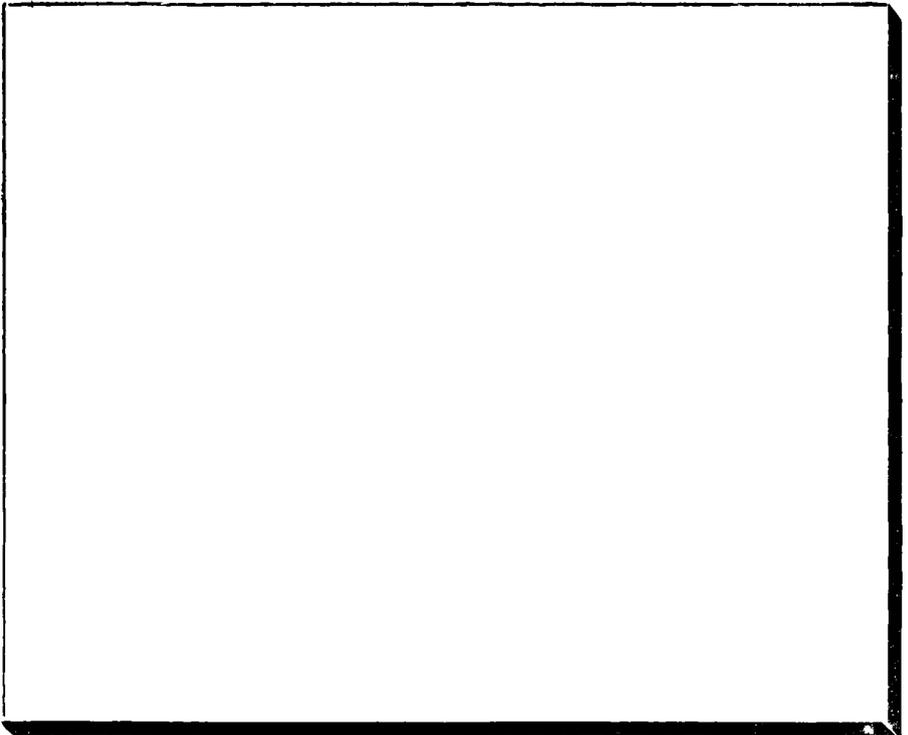
PARIS — Téléphone 812-20

Ateliers de Construction, Expéditions et Verrerie en gros
49, Rue Humboldt, PARIS

REPRÉSENTANTS EXCLUSIFS POUR LA FRANCE DES

Microscopes KORITSKA de MILAN

NOUVEL ÉCLAIRAGE SUR FOND NOIR POUR ULTRAMICROSCOPE



SOCIÉTÉ INDUSTRIELLE DES TÉLÉPHONES

(Constructions électriques, caoutchouc, câbles)

Société anonyme au capital de 18.000.000 de francs

25, rue du Quatre-Septembre, 25. — PARIS

Appareillage électrique

TABLEAUX DE DISTRIBUTION

POUR STATIONS CENTRALES,
SOUS-STATIONS, POSTES DE TRANSFORMATION

Interrupteurs MONOBLOC

Régulateur J.-L. ROUTIN

*Dispositif de protection, système L. NEU
Télégraphie sur les lignes à haute tension*

APPAREILS AUTOMATIQUES DE DÉMARRAGE

Fils et Câbles électriques

CABLES ARMÉS

Câbles pour puits et galeries de mines, câbles et treuils de fonçage

MATÉRIEL COMPLET POUR GRUES ÉLECTRIQUES

Boîtes de prises de courant

Appareil A. LÉAUTÉ, pour essais par résonance de canalisations électriques à hautes tensions

CABLES TÉLÉPHONIQUES

Matériel Téléphonique

LE MONOPHONE

MICROPHONE PARIS-ROME
COMMUTATEURS " STANDARD "

INSTALLATIONS A ÉNERGIE CENTRALE

BUREAUX CENTRAUX -- MULTIPLES

*Matériel protégé pour les transports d'énergie
Matériel spécial pour les chem'ns de fer, les mines*

INSTALLATIONS PRIVÉES

ATELIERS R. MAILHAT

MOURONVAL, ANCIEN ÉLÈVE DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE, SUCCESEUR

10, rue Émile-Dubois, PARIS XIV^e

MÉCANIQUE & OPTIQUE DE PRÉCISION EN TOUS GENRES

Instruments d'observatoires et de laboratoires. Objectifs. Miroirs.

Prismes. Lunettes. Spectroscopie. Instruments de mesure.

Micromètres. Chronographes. Pièces détachées. Instruments nouveaux sur plans et indications. Travaux à façon.

MATÉRIEL ANCEL
pour télégraphie et téléphonie sans fil, émission et réception; postes complets et organes séparés. — Récepteur de T. S. F. à manœuvre automatique pour signaux horaires. — Appareil de télémechanique Gannier-Ancel.

MATÉRIEL ANCEL
pour rayons X et haute fréquence: bobines intensives, interrupteurs à gaz, tableaux de distribution, condensateurs à air, à pétrole, résonnateurs, éclateurs, ampoules, soupapes, écrans et accessoires divers.

LOUIS ANCEL

Ingén. des Arts et Manufact.
Construct. breveté s. g. d. g.

BUREAUX,

ATELIERS ET LABORATOIRES
91, boul. Pereire (Sud)
PARIS, XVII^e

Anc e nement 1 . r e B r c ant

BR ILS 191 · M ILEDR
GRAND PRIX, TURIN 1911
GAND 1913, LYON 1914

Me b du r , Hors Co cours
Lyon 1914

Construction de tous appareils de laboratoire pour physique, chimie et électro-chimie. Construction et réparation d outillage pour mécanique de précision.

SPECTROGRAPHE ANCEL
à prisme ou à réseau

INSTALLATION DE LABORATOIRES

REPARATION D'APPAREILS

Cellules de sélénium extra-sensibles Ancel sans inertie, modèles spéciaux sur commande.

GAUTHIER-VILLARS, 55, quai des Grands-Augustins, PARIS

SOCIÉTÉ FRANÇAISE DE PHYSIQUE

RECUEIL

DE

CONSTANTES PHYSIQUES

Ce magnifique volume de 753 pages, publié par

Henri ABRAHAM

Professeur à la Sorbonne, Secrétaire de la Société française de Physique,

ET

Paul SACERDOTE

Docteur ès sciences, Professeur au collège Chaptal,

Avec la collaboration de nombreux savants,

Renferme, groupées en 307 tableaux, toutes les constantes physiques, les formules et les données pratiques dont on peut avoir besoin au Laboratoire, à l'Usine ou à l'Amphithéâtre.

Le sens critique qui a présidé au choix des matériaux, la limpidité de composition des tableaux, la clarté de l'ordonnance distributive des sujets, la rapidité avec laquelle on peut trouver la page désirée, font, de ce volume, un instrument de travail fort précieux.

NOTA. — Les Auteurs, dans la rédaction de leurs mémoires, sont priés de se conformer désormais, autant qu'il leur sera possible, aux conventions, notations et formules adoptées dans le « **Recueil de constantes physiques** ».

ANCIENNE MAISON ALVERGNIAT FRÈRES

J. THURNEYSSSEN,

Successeur de V. CHABAUD

58, Rue Monsieur-le-Prince, PARIS (6^e)

APPAREILS DE PHYSIQUE ET DE CHIMIE

POMPES et TROMPES à MERCURE

TUBES de CROOKES à OSMO-RÉGULATEUR VILLARD

Electroscopes Hurmuzescu. — Electromètre capillaire de M. Lippmann. — Appareil de M. Debiere pour la radioactivité. — Electroscopie à filament de charbon de M. Villard

ATELIERS E. DUCRETET

F. DUCRETET & E. ROGER, Succ^{rs}

CONSTRUCTEURS

75, Rue Claude-Bernard, PARIS

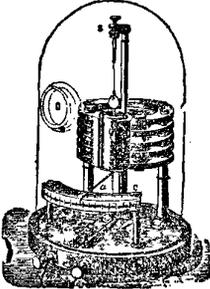
CABINETS DE PHYSIQUE COMPLETS

Notices et Catalogues illustrés

APPAREILS DE COURS ET DE RECHERCHES

APPAREILS DE MESURES — INSTRUMENTS INDUSTRIELS

MATERIELS de TÉLÉGRAPHIE sans FIL en usage aux grandes distances



G. MEKER et Cie

Société en commandite par actions. Capital : 220.000

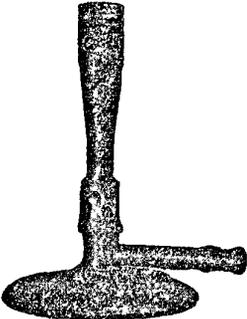
APPAREILS DE CHAUFFAGE AU GAZ

BRULEURS DE LABORATOIRES ET D'INDUSTRIE

Fours à très hautes températures

ÉTUDES DE TOUS CHAUFFAGES

37, rue Danton. Levallois (Seine)



MAISON FONDÉE EN 1861

TÉLÉPHONE

810-83

G. FONTAINE

CATALOGUES

ET DEVIS

SUR DEMANDE

RAOUL NEVEU SUCCESEUR

ÉLÈVE DE MM. ALVERGNIAT

ÉTUDE et CONSTRUCTION

D'APPAREILS DE CHIMIE ET DE PHYSIQUE

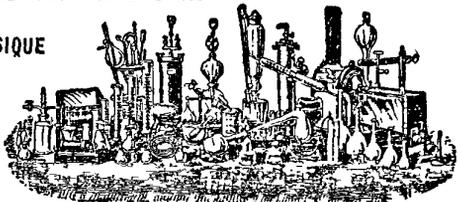
Fournitures Générales pour Laboratoires

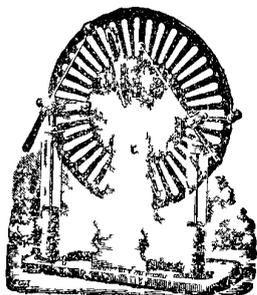
PRODUITS CHIMIQUES PURS

PARIS

16 - 18 - 20

RUE MONSIEUR-LE-PRINCE





ROYCOURT Ing^r des Arts & Manufactures

Avenue d'Orléans, 71, PARIS

**MACHINES ÉLECTROSTATIQUES
WIMSHURST-BONETTI**

ELECTROTHÉRAPIE, H^{ie} FRÉQUENCE, RAYONS X

Concessionnaire exclusif des appareils

ROIQUET

Transformateurs, Interrupteurs, Supports d'ampoules.

INSTRUMENTS DE PRÉCISION EN VERRE

G. BERLEMONT

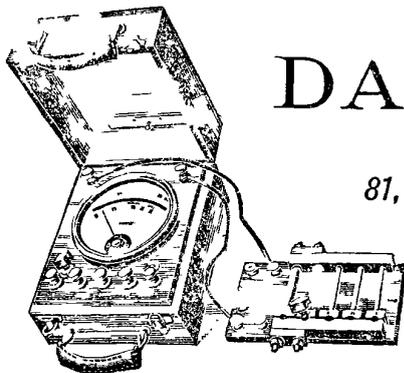
CONSTRUCTEUR

TÉLÉPHONE 807.22

PARIS - 11, Rue Cujas - PARIS

Chargé des Cours du Travail du Verre à l'École de Physique et de Chimie
et à la Faculté des Sciences de Paris

INSTALLATION TECHNIQUE DE LABORATOIRES SCIENTIFIQUES & INDUSTRIELS
VERRERIE, TERRE, GRÈS, PORCELAINES, CHAUFFAGE



C^{ie} F. A. C.

Tél. Roquette 33-42

DA & DUTILH

Ingénieurs-Constructeurs

81, rue Saint-Maur. — PARIS

Tous appareils de mesures électriques
industriels et de précision

J. REGNIER, CONSTRUCTEUR

10, rue Victor-Cousin, et 19, rue Cujas, PARIS. Téléph. : Gobelins-12 06

Maison spéciale pour la construction d'appareils de laboratoires
scientifiques et industriels.

TRAVAUX DE SOUFFLAGE QUARTZ ET SILICE

Thermométrie et verrerie jaugée de précision. Mastic spécial. Fioles et pipettes à échelle de température. Trompes à eau nouveau modèle. Régulateurs précis de température. Tubes à Néon de M. Georges CLAUDE.

FOURNITURES GÉNÉRALES POUR LABORATOIRES
et ATELIERS de CONSTRUCTION d'APPAREILS de PRÉCISION

des Établissements POULENC Frères

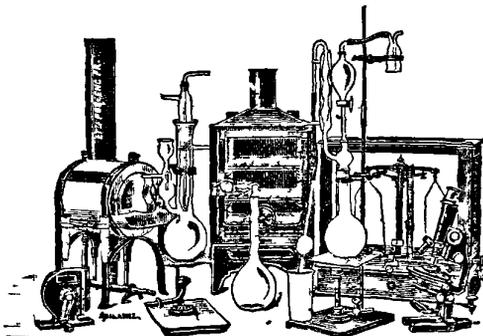
122, boulevard Saint-Germain, PARIS

Siège social : 92, rue Vieille du Temple

PRODUITS CHIMIQUES PURS | PRODUITS CHIMIQUES
POUR ANALYSES | INDUSTRIELS

Verre français marque " LABO "

VERRERIE SOUFFLÉE ET GRADUÉE



ÉCONOMIE de COMBUSTIBLE

au gaz ou au charbon

PYROMÈTRES

THERMOMÈTRES INDUSTRIELS

MESURE de la VITESSE des FLUIDES
EAU ET AIR

OBUS CALORIMÉTRIQUE DE MAHLER

L'ESSAI DES MÉTIERS

OBUS DE MAHLER-GOUTAL

RECHERCHES SUR LA
MÉTALLURGIE

APAREILS pour les Sciences et l'Industrie

L'appareil idéal du touriste est le

VÉRASCOPE

10, rue HALÉVY
(Opéra)

DEMANDER LE CATALOGUE

25, Rue MELINGUE

PARIS

RICHARD

Nouvel obturateur extra-rapide donnant le 1/400 de seconde et permettant de faire les grands instantanés sans déformations

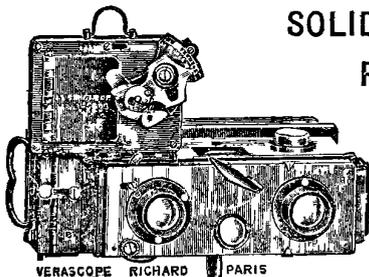
FORME correcte

GRANDEUR exacte

PERSPECTIVE juste

COULEUR vraie

Nouveauté !



VÉRASCOPE RICHARD PARIS

SOLIDE

PRÉCIS

ÉLÉGANT

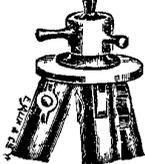
PARFAIT

Nouveauté !

MAGASIN
pour pellicules en bobines

BREVETÉ S. G. D. G.

interchangeable avec le magasin pour plaques, et se chargeant instantanément en 5 min.



Le Cunctator Breveté S. G. D. G.

ou déclencheur automatique à temps permet à l'amateur de se photographier lui-même, de constituer le premier plan de son stéréogramme et d'animer le paysage.

POUR LES DÉBUTANTS

LE GLYPHOSCOPE

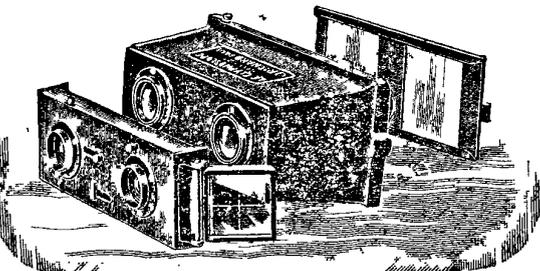
Breveté

S. G. D. G.

à les qualités fondamentales du Vérascope

Construit d'une façon irréprochable, en matière dure, comme dans le Vérascope, le décentrage par torsion ne peut pas se produire et la mise au point est rigoureusement fixe.

Seul, un appareil rigide, établi avec une extrême précision, possède ces qualités.



Les vues du Vérascope et du Glyphoscope se voient, se projettent, se classent avec le

TAXIPHOTE Stéréoclasseur - distributeur automatique avec écartement variable des oculaires.

NOUVEAU MODÈLE avec 3 jeux d'oculaires interchangeables.

COURT FOYER pour regarder les vues en noir.

MOYEN FOYER pour les vues en couleurs montées.

PRISMES INVERSEURS pour les autochromes non coupées et non montées.

Ce Recueil paraît chaque mois.

JOURNAL DE PHYSIQUE

THÉORIQUE ET APPLIQUÉE.

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

CONTINUÉ

PAR ED. BOUTY

PUBLIÉ PAR

LA SOCIÉTÉ FRANÇAISE DE PHYSIQUE

Directeur de la publication : AMÉDÉE GUILET

CINQUIÈME SÉRIE.

TOME IX. — MAI 1919

PARIS

IRIS-ILLUAD
Tout ce qui concerne la rédaction ou l'administration doit être adressé
à M. Amédée Guillet, 4, rue Paillet, Paris, 5^e

Par application de la loi du 7 avril 1879, tous les bureaux de poste de France, d'Algérie, de Belgique, de Danemark, de Hollande, d'Italie, de Nor-
vege, de Portugal, de Suède et de Suisse sont autorisés à recevoir les abonnements. Nos lecteurs n'ont qu'à verser la somme de 25 francs pour la
France ou 30 francs pour les pays ci-dessus désignés, au nom de M. Guillet, 4, rue Paillet, V. Ils n'ont ni lettre ni mandat à envoyer,
ni d'autres frais supplémentaires (Voir au verso).

Le Journal de Physique théorique et appliquée paraît chaque mois et forme par an un volume grand in-8° de 40 à 66 feuilles, avec figures dans le texte. Les volumes de la première série, 1872-1881, se vendent séparément 30 francs (sauf l'année 1873 épuisée). Les vingt derniers volumes, 1882-1901, se vendent séparément. 25 fr.

Les abonnements sont annuels et partent de janvier

Prix pour un an (12 numéros):

France..... 25 fr.
Étranger..... 30 fr.

On s'abonne dans tous les bureaux de poste, au nom de M. GUILLET, 4, rue Paillet, Paris, V^e.

La table générale des trois séries (1872-1901) est mise en vente au prix de 10 francs.

TARIF DES TIRAGES A PART

	25 exemplaires	50 exemplaires	100 exemplaires	150 exemplaires
4 pages	14 »	16 »	18 »	20 »
8 —	22 »	24 »	26 »	28 »
12 —	30 »	32 »	37 »	46 »
16 —	35 »	39 »	44 »	53 »

Ces prix s'entendent avec une couverture passe-partout.
Composition d'un titre : 5 francs.
Couverture avec impression à la charge des auteurs :

25 ex.	50 ex.	100 ex.	150 ex.	200 ex.	300 ex.
11 »	12 »	14 »	16 »	18 »	20 »

Tout ce qui concerne la rédaction ou l'administration doit être adressé à M. Amédée Guillet, 4, rue Paillet, Paris, 5^e.

AVIS

Les circonstances n'ont pas permis de publier le *Journal de Physique, théorique et appliquée*, au cours des années 1915 et 1918.

Un volume, relatif à chacune de ces années, sera établi ultérieurement et contiendra l'exposé de recherches qui ne pouvaient être publiées qu'après la Guerre, ou concernant les travaux fondamentaux faits à l'étranger au cours de 1915 et de 1918.

SOCIÉTÉ FRANÇAISE DE PHYSIQUE.

Secrétaire général : M. M. DE BROGLIE, 29, rue de Chateaubriand, Paris, VIII^e.
(Téléphone : 520-29)

Trésorier : M. Ph. PELLIN, 5, avenue d'Orléans, Paris, XIV^e.

SUR LES SYSTÈMES A OSCILLATIONS PERSISTANTES,
 ET, EN PARTICULIER, SUR LES OSCILLATIONS ENTRETENUES
 PAR AUTO-AMORÇAGE (1);

(Suite et fin.)

Par M. ANDRÉ BLONDEL.

La condition d'amorçage, n'est utile que pour déterminer la mise en train; il faut considérer d'autre part l'amplitude des oscillations.

III. **Stabilité de l'amplitude.** — La différence entre les oscillations entretenues par action discontinue et celles entretenues par action continue peut être précisée par un diagramme en remarquant que cette oscillation amortie peut s'écrire sous la forme :

$$\rho = Ae^{-\alpha + j\beta t},$$

qui se prête à une représentation graphique comme toutes les fonctions imaginaires (fig. 10).

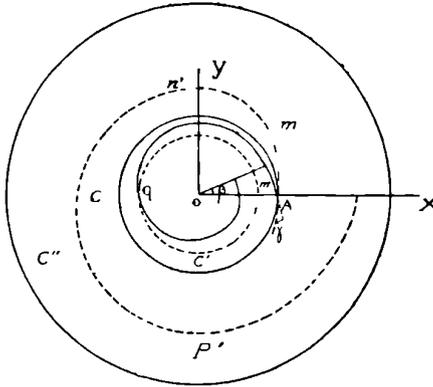


FIG. 10.

Si l'on trace ρ en coordonnées polaires en désignant par βt l'angle décrit à partir d'un axe OX par le rayon figuratif ρ , le point m , extrémité de ce rayon, décrit, comme on le sait, une spirale logarithmique; cette spirale se réduirait au cercle de rayon OA si l'amortis-

(1) Voir ce recueil, page 151.

sement était nul; l'amortissement donne à la tangente de la courbe, par rapport au rayon un coefficient angulaire $-\frac{\beta}{\alpha}$.

L'effet de l'impulsion d'entretien qui se produira pour certaine position du point figuratif, est de ramener ce point figuratif théoriquement en m , mais pratiquement en n sur la branche initiale de la spirale, cette impulsion se reproduisant exactement à la même phase pour chaque période. Le mouvement reprend périodiquement la même allure et tout se passe comme si, au lieu d'une spirale, le mobile décrivait un cercle intermédiaire C' .

Tout autre est le mécanisme des oscillations entretenues par action continue. Théoriquement l'entretien continu doit fournir au mobile (ou à la variable électrique qui en tient lieu dans les oscillations électriques) une énergie compensant l'énergie dégradée par l'amortissement spontané du système abandonné à lui-même. L'entretien idéal serait donc celui qui aurait pour effet de substituer à la spirale le cercle C , qui a même rayon initial. Mais un tel système ne présenterait pas de stabilité, tout au moins dans l'hypothèse où l'amortissement α est indépendant de l'amplitude.

Celle-ci serait en effet indéterminée, c'est-à-dire que le point figuratif pourrait décrire un cercle de rayon quelconque, et, en tout cas, rien n'assurerait l'amorçage des oscillations; le moindre effet perturbateur pourrait les arrêter.

Pour qu'il y ait stabilité, il est nécessaire que le phénomène d'entretien donne au système oscillant un amortissement très petit, mais légèrement positif, c'est-à-dire que $-\alpha$ soit remplacé par $+\alpha$ et la spirale Anp' de rayon décroissant est remplacée par une autre spirale logarithmique $Am'n'p'$. Les oscillations seront alors du type divergent et l'amplitude croîtrait indéfiniment si rien n'intervenait pour la limiter. Mais, en général, il y a toujours dans des phénomènes de ce genre une action limitatrice consistant, soit dans une diminution de l'énergie motrice, soit dans un accroissement de la résistance passive, c'est-à-dire de l'énergie dégradée quand augmente l'amplitude. La spirale logarithmique se trouve donc ainsi limitée d'elle-même à un troisième cercle C'' dont elle ne peut sortir.

On peut toujours provoquer artificiellement cette limitation.

On voit en définitive que la condition de stabilité des oscillations entretenues ne doit pas se confondre avec la condition limite d'entretien ou condition éolienne, mais elle exige que :

1° L'amortissement du système soit franchement négatif ($\alpha > 0$ quand l'amplitude est nulle ou très faible (d'où résulte la possibilité de l'amorçage);

2° Que la valeur *moyenne* du « coefficient d'amorçage » α décroisse et tende vers zéro quand l'amplitude croît et tend vers une certaine valeur qui sera la valeur limite.

Ces considérations générales seront mieux éclaircies par l'examen de quelques cas particuliers d'oscillations entretenues.

PREMIER CAS.— Oscillations entretenues des pendules ou des diapasons (1). — Le pendule ou la branche du diapason dont le mouvement est oscillatoire amorti reçoit à des époques déterminées une impulsion destinée à compenser la perte d'énergie due à l'ensemble des causes amortissantes. Représentons graphiquement (*fig. 11*) ce

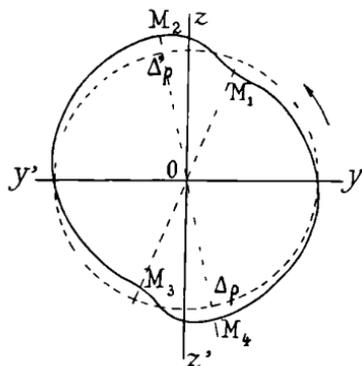


FIG. 11.

mouvement oscillatoire en adoptant pour le sens positif des angles le sens usuel (inverse du sens des aiguilles d'une montre) et mesurons les amplitudes sur l'axe OZ. Quand l'extrémité du vecteur ρ passe en M, le pendule passe par sa position d'équilibre $\beta = 0$, élongation nulle. Ce point M décrit ensuite dans le sens de la flèche de M en M₁ une spirale logarithmique centripète (coefficient α négatif ; entre M₁ et M₂, une impulsion modifie le régime oscillatoire en accroissant plus ou moins rapidement la vitesse, et le régime dans

¹ M. A. Guillet a donné dans un remarquable exposé une représentation cinématique un peu différente de la fonction harmonique exponentielle et de ses propriétés. — Cf. A. GUILLET, *J. de Phys.*, 5^e série, t. V, Janvier-Février 1916.

l'angle M_1OM_2 est troublé et n'est plus représenté en fonction du temps que d'une façon schématique. On conservera celle-ci en admettant que dans les angles de régime troublé le *temps* varie suivant une loi différente et non explicitive. De M_1 à M_2 , le vecteur ρ s'accroît d'une quantité $\Delta\rho$ ($\Delta\rho = OM_2 - OM_1$). A partir de l'instant M_2 , le pendule reprend un régime oscillatoire amorti régulier, représenté encore par une spirale jusqu'au point M_3 où une nouvelle impulsion en régime troublé le fait passer de M_3 en M . On peut tracer un cercle moyen C qui coupe les deux portions de spirales logarithmiques en A et B . AB est l'amplitude du mouvement oscillatoire obtenu et on voit que l'apport d'énergie à chaque impulsion a pour effet de maintenir l'extrémité du vecteur ρ au voisinage de ce cercle C , quand sa tendance naturelle serait de se rapprocher constamment du point d'oscillation nulle O . Cette énergie est juste suffisante pour compenser les pertes par frottement, mais elle est incapable d'amorcer des oscillations. Le système est non auto-amorceur et entretenu par impulsions étrangères.

Supposons que lorsque le vecteur ρ moyen augmente, l'accroissement $\Delta\rho$ fourni de l'extérieur augmente proportionnellement ; il n'y aurait aucune raison pour que le régime se stabilisât et l'amplitude pourrait croître indéfiniment. Pour que l'oscillation se stabilise il est donc nécessaire, soit que $\Delta\rho$ décroisse quand ρ moyen augmente et inversement, soit que tout au moins $\Delta\rho$ reste constant quel que soit ρ moyen. Ces conditions sont bien réalisées dans le pendule ou le diapason entretenu, pour lesquels la durée du contact est plus grande pour les oscillations de faible amplitude que pour celles à grande amplitude. Dans le système d'entretien du pendule de M. Lippmann, l'impulsion est constante et assez instantanée pour que les deux points M_3 et M_4 se confondent en un seul, M ; et de même les deux points M_1 et M_2 . Il n'y a donc pas de perturbations ⁽¹⁾.

On ne trouve pas d'exemples d'impulsions semblables dans les systèmes entretenus par lampes à trois électrodes, qui ne reçoivent que des actions d'origine interne.

DEUXIÈME CAS. — Oscillations entretenues par lampes à trois électrodes. — Pour ces systèmes d'oscillations, on a la représentation graphique de la *fig. 12*. Partons du point M qui correspond à une

(1) Cf. A. GUILLET, *loc. cit.*

amplitude nulle de l'oscillation du courant du circuit de plaque ; l'extrémité du vecteur ρ croît, car l'exposant α ($\rho = C e^{\alpha}$ est positif. Le système est auto-amorçant. L'extrémité du rayon vecteur ρ décrit ainsi une spirale logarithmique centrifuge. Arrivé en M_1 au voisinage du maximum de l'amplitude de l'oscillation, le régime est troublé pendant un instant dans l'angle M_1OM_2 , il devient amorti ($\alpha < 0$) à cause de la courbure des caractéristiques de la lampe qui correspond à un accroissement de la résistance intérieure de celle-ci ; le vecteur ρ est diminué d'après une loi compliquée. Supposons qu'en M_2 le régime soit de nouveau entretenu ; à partir de ce point, ρ décrit une nouvelle portion de spirale logarithmique centrifuge ($\alpha > 0$.

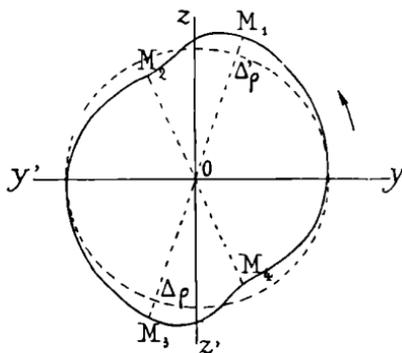


FIG. 12.

En résumé, l'amplitude tend constamment à croître, mais subit des freinages périodiques à la fin de chaque alternance.

La condition de stabilité autour du cercle C exige que les impulsions $\Delta\rho$ périodiques soient négatives et que leur valeur absolue croisse quand ρ augmente. C'est ainsi que fonctionnent les audions générateurs quand le diagramme est appliqué à représenter leurs vecteurs d'intensité du courant de plaque, car la résistance intérieure qui amortit le courant s'accroît quand on s'écarte des parties rectilignes des caractéristiques ; le régime oscillatoire amorti peut être considéré comme recevant pendant un court instant une impulsion négative nécessaire pour amener l'oscillation du courant à sa valeur moyenne.

L'amorçage et la stabilité des oscillations des circuits dans lesquels agit un audion amplificateur peuvent être discutés aussi ⁽¹⁾ à

(1) J'en donnerai la démonstration dans un autre mémoire.

l'aide d'une représentation graphique telle que celle de la *fig. 13*, dans laquelle la courbe M_0PM_s représente la caractéristique de l'audion en régime permanent et la courbe $P_0P_2P_1P_s$ une caractéristique différentielle correspondant à un certain réglage de l'effet de la grille. Dans cette figure, les axes OI et OU se rapportent respectivement à l'intensité du courant et à la tension aux bornes filament-plaque de l'audion. OF représente la force électromotrice de la batterie, EP la caractéristique d'alimentation, qui est en général une droite dont le coefficient angulaire au-dessous de l'horizontale est égal à la résistance extérieure R mise en série. Le régime *permanent* en P par exemple est stationnaire parce que cette droite coupe de haut en bas la caractéristique M_0M_s .

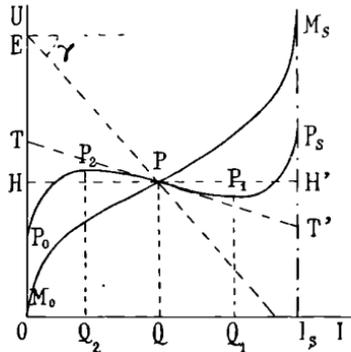


FIG. 13.

Pendant les oscillations dans un circuit peu résistant contenant self-induction et capacité branchés en dérivation sur l'audion, le régime se déplace sur la caractéristique différentielle ou d'oscillation, passant par le même point P , mais dont les ordonnées sont rapportées à l'horizontale HH' menée de ce point (choisi vers le milieu de la partie sensiblement rectiligne de la caractéristique statique). La tangente TT' à la caractéristique différentielle en P se confondra avec HH' quand le réglage de l'audion générateur correspond au régime éolien; si la tangente est inclinée dans le sens représenté sur la figure, c'est-à-dire avec un coefficient angulaire négatif, la variance ou résistance apparente offerte aux oscillations est *négative*; il y a amorçage des oscillations d'autant plus énergique que l'inclinaison de TT' est plus forte; l'oscillation atteindra d'abord une am-

plitude qui s'étendra de P_1 en P_2 par exemple; si elle vient à croître davantage, la courbure que prend à partir de ce point la caractéristique différentielle est telle que la variance devient de plus en plus fortement *positive* et on s'explique ainsi le freinage dont nous avons parlé plus haut.

Arc chantant. — Dans le cas de l'arc électrique dont on va parler, il est plus difficile de tracer la caractéristique différentielle parce qu'elle est variable avec la rapidité des oscillations par suite du phénomène dit *hystérésis de l'arc* et qui équivaut à une sorte de self-induction; pour simplifier, on négligera ici cet effet qui peut d'ailleurs être réduit suffisamment par l'addition d'une self-induction additionnelle fictive en série avec l'arc; pour simplifier, on admettra que cette caractéristique se confond avec la caractéristique statique, sauf à compter les ordonnées différentielles à partir de l'horizontale HH' .

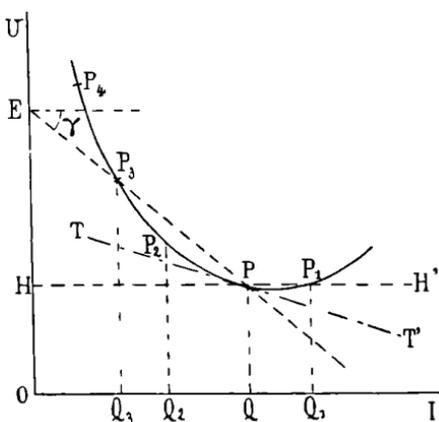


FIG. 14.

La caractéristique bien connue de l'arc $U = f I$) autour d'un point régime P est représentée sur la *fig. 14*, où U est la force électromotrice aux bornes de l'arc, I le courant d'alimentation. Le courant oscillatoire passe de OQ_1 en OQ_2 et le point de fonctionnement de l'arc se déplace sur la portion P_1P_2 de la caractéristique; l'oscillation est autoamorçante tant que la caractéristique est assez tombante de P_4 à P ($\alpha > 0$); elle s'amortit dans la seconde partie PP_2 ($\alpha < 0$).

Si on adopte la même représentation polaire que plus haut pour l'intensité du courant des oscillations entretenues, il faut distinguer deux cas : celui de l'arc chantant musical de Duddell et celui de l'arc intermittent de l'auteur.

TROISIÈME CAS. — Arc musical de Duddell. — Le diagramme de l'arc musical est celui de la *fig. 15*. Partant d'un point d'élongation nulle (courant nul), le vecteur ρ décrit jusqu'en M_1 une spirale logarithmique centrifuge ou centripète, suivant que α sera positif ou négatif; entre M_1 et M_2 , le système reçoit une impulsion positive, ρ croît de $\Delta\rho$; entre M_2 et M_3 on a une seconde portion de spirale symétrique de la précédente; enfin, entre M_3 et M_4 , le vecteur ρ est diminué de $\Delta\rho'$ par une impulsion négative.

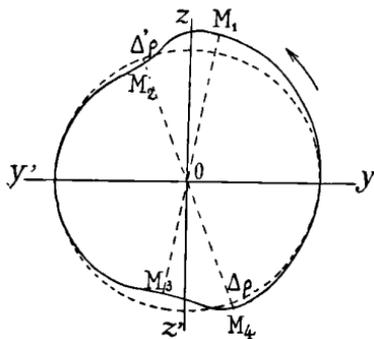


FIG. 15.

Le régime oscillatoire sera auto-amorceur si $\alpha > 0$, c'est-à-dire si les spirales sont centrifuges; il ne le sera pas si $\alpha < 0$, mais les oscillations pourront être amorcées par une force électromotrice induite extérieure agissant temporairement et restés entretenues ensuite.

Les conditions de stabilité d'amplitude seront évidemment les suivantes : tant que l'amplitude ρ sera inférieure à sa valeur normale, l'impulsion positive, pendant le régime troublé accélérateur M_1M_2 , devra être plus grande en valeur absolue que l'impulsion négative entre M_3 et M_4 , $\Delta\rho > (-\Delta\rho')$. Au contraire, lorsque l'amplitude, pour une cause quelconque, aura dépassé le cercle C, il faudra qu'elle tende à y revenir, ce qui se traduit par la condition $(-\Delta\rho') > \Delta\rho$.

QUATRIÈME CAS. — Arc strident intermittent de l'auteur. — Le régime de l'arc intermittent est plus compliqué. Son diagramme polaire peut être représenté par la *fig. 16*. Supposons que, pour le point M de cette représentation, on se trouve en P_3 dans une partie très tombante de la caractéristique P_4PP_1 de l'arc (*fig. 14*) : l'oscillation est auto-amorçante et le régime est représenté par une première impulsion de spirale logarithmique centrifuge. Bientôt cependant l'arc s'éteint, puis se rallume, ce qui se traduit par une courbe telle que celle qui est tracée au-dessous de l'axe YY' . A partir de cet instant, le régime redevient normal et l'extrémité de ρ décrit de M_1 en M_2 de nouveau une spirale logarithmique jusqu'en M_2 , instant où peut se produire un freinage (consommation d'énergie) correspondant à une région ascendante P_2 de la caractéristique) avant que l'amplitude ρ revienne à la valeur OM de départ. Ce freinage peut être absent si l'oscillation ne dépasse pas le point P vers la droite.

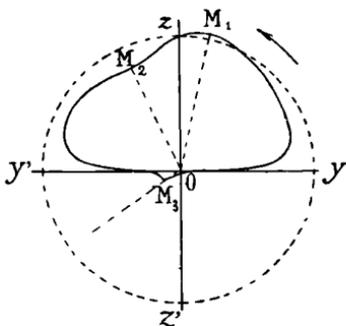


FIG. 16.

La demi-oscillation positive est normale ; l'autre disparaît complètement ou donne une amplitude négative très faible pendant un instant très court après l'extinction. A chaque période, ce régime discontinu repart d'un allumage brusque analogue à une étincelle disruptive. Pendant l'alternance utile, l'amortissement peut être positif ou négatif, peu importe, pourvu qu'après l'extinction le rallumage se fasse régulièrement et sous un potentiel explosif sensiblement constant.

La condition ordinaire d'amorçage (amortissement moyen $\alpha > 0$, reste nécessaire, mais n'est plus suffisante pour qu'on obtienne un régime périodique autour du cercle C moyen. Il faut, en outre, que

le potentiel explosif nécessaire pour le rallumage soit inférieur à la force électromotrice disponible dans le circuit au moment de l'extinction. Il faut donc que l'oscillation de l'amplitude soit limitée, soit par un freinage de grandeur croissant plus vite qu'elle, soit par un retard de rallumage croissant avec la hauteur du point P_4 sur la courbe et qui réduit la durée de l'alternance utile.

On voit par ce qui précède la différence de principes radicale entre l'arc musical et l'arc strident fractionné.

REMARQUE. — Si, en première approximation, on confond le cercle moyen C avec la courbe réelle décrite par l'extrémité du vecteur ρ , l'oscillation entretenue peut être considérée comme sinusoïdale. Les petits écarts de la courbe réelle avec le cercle moyen se traduisent par l'introduction d'harmoniques dans l'onde entretenue. Il y a donc intérêt, au point de vue de la pureté de la sinusoïde, à réaliser des portions de spirales aussi voisines que possible du cercle C, ce qui correspond à un coefficient d'amortissement α (négatif dans le cas des pendules entretenus, positif dans le cas de l'entretien par lampes) aussi faible que possible. L'amortissement nul correspond au régime limite (ou éolien).

SUR LES INTERFÉRENCES ET L'ABSORPTION ;

Par M. G. GOUY.

Dans les phénomènes d'interférences où l'absorption n'entre pas en jeu, l'intensité totale des rayons lumineux n'est pas altérée ; il y a seulement déplacement d'intensité. De même, s'il existe de l'absorption, la quantité de lumière absorbée n'est pas changée d'ordinaire par les interférences. Cependant cela peut avoir lieu dans des cas exceptionnels. Nous allons en examiner un, à titre d'exemple, où les interférences amènent l'absorption *totale* des rayons incidents.

Un point lumineux éloigné envoie deux faisceaux parallèles de lumière de longueur d'onde λ , polarisée dans le plan de la figure. Ils sont reçus, sous la même incidence, par deux miroirs plans identiques MM, perpendiculaires au plan de la figure. Le plan P, bissecteur de l'angle dièdre de ces deux miroirs, est un plan de symétrie

pour tout le dispositif. Les faisceaux réfléchis A et B viennent se croiser sur le plan P ; en cette région est une lame de verre à faces parallèles, douée d'un certain pouvoir absorbant, dont le plan P occupe le milieu. En C sont superposés le faisceau réfléchi provenant de A et le faisceau transmis provenant de B ; c'est l'inverse en D.

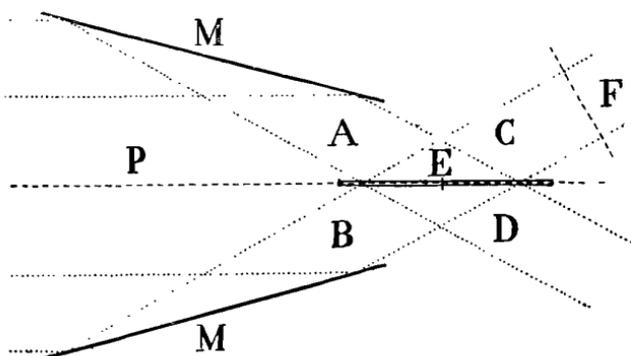


FIG. 1.

En un point E du plan P, chacun des faisceaux A ou B produirait la vitesse vibratoire $a \sin 2\pi \frac{t}{\theta}$, si la lame de verre n'existait pas.

Supposons que le faisceau A existe seul. Sur un plan F normal au faisceau C et distant de l du point E, le premier rayon réfléchi produira la vitesse vibratoire :

$$- a \sqrt{R} \sin 2\pi \left(\frac{t}{\theta} - \frac{l}{\lambda} + \frac{\epsilon \cos i}{\lambda} \right),$$

en désignant par R le pouvoir réflecteur du verre, par ϵ l'épaisseur de la lame, et par i l'angle d'incidence, et tenant compte du changement de signe produit par la réflexion.

Le deuxième rayon réfléchi a effectué dans l'intérieur du verre le parcours $\frac{2\epsilon}{\cos r}$, en désignant par r l'angle de réfraction. Nous admettrons que ϵ est tel que l'on ait :

$$1) \quad \frac{2n \epsilon \cos r}{\lambda} = m,$$

n désignant l'indice du verre, et m un nombre entier quelconque.

En raison de cette relation, la vitesse vibratoire fournie en F par ce deuxième rayon, sera :

$$a(1-p)\sqrt{R}(1-R)\sin 2\pi\left(\frac{t}{\theta}-\frac{l}{\lambda}+\frac{\varepsilon\cos i}{\lambda}\right),$$

en désignant par p le pouvoir absorbant du verre pour le parcours $\frac{\varepsilon}{\cos r}$.

Les rayons suivants auront même phase, d'après (1), et des amplitudes en progression géométrique de raison $R(1-p)$, en sorte que la vitesse vibratoire en F sera :

$$(2) v_1 = a\left[-\sqrt{R} + \frac{(1-p)\sqrt{R}(1-R)}{1-R(1-p)}\right]\sin 2\pi\left(\frac{t}{\theta}-\frac{l}{\lambda}+\frac{\varepsilon\cos i}{\lambda}\right)^{(1)}.$$

Supposons que le faisceau B existe seul. Le premier rayon transmis fournira au plan F, la vitesse vibratoire :

$$a(1-R)\sqrt{1-p}\sin 2\pi\left\{\frac{t}{\theta}-\frac{l}{\lambda}-\frac{\varepsilon[n-\cos(i-r)]}{\lambda\cos r}\right\}.$$

Les autres rayons transmis auront même phase, d'après (1), et des amplitudes en progression géométrique de raison $R(1-p)$. La vitesse vibratoire en F sera donc :

$$(3) v_2 = a\frac{(1-R)\sqrt{1-p}}{1-R(1-p)}\sin 2\pi\left\{\frac{t}{\theta}-\frac{l}{\lambda}-\frac{\varepsilon[n-\cos(i-r)]}{\lambda\cos r}\right\}.$$

On a, d'après (1) :

$$\frac{\varepsilon[n-\cos(i-r)]}{\lambda\cos r} = \frac{m}{2} - \frac{\varepsilon\cos i}{\lambda}.$$

Supposons m pair. Il vient pour la vibration réelle v au plan F,

$$v = v_1 + v_2 = a\left[-\sqrt{R} + \frac{(1-p)\sqrt{R}(1-R) + (1-R)\sqrt{1-p}}{1-R(1-p)}\right]\sin 2\pi\left(\frac{t}{\theta}-\frac{l}{\lambda}+\frac{\varepsilon\cos i}{\lambda}\right).$$

Si l'on a :

$$(4) \quad R = 1 - p;$$

l'amplitude de la vibration est nulle.

¹⁾ Si le verre était parfaitement transparent, on aurait $v_1 = 0$; c'est le cas du minimum nul des anneaux de Newton. Ici l'absorption rétablit le faisceau réfléchi, en diminuant l'amplitude des rayons à réflexions multiples, qui détruiraient par interférence le premier rayon, réfléchi une seule fois.

Ainsi, avec les données admises, le faisceau C est d'intensité nulle ; il en est de même du faisceau D par raison de symétrie, en sorte que *toute la lumière incidente est absorbée*, tandis que si l'un des faisceaux A ou B existait seul, l'absorption ne serait que la fraction $\frac{1 + R^2}{(1 + R)^2}$ des rayons incidents (1).

Au premier abord, ce résultat assez singulier paraît choquer un peu le *sens optique*. Sa signification sera mieux comprise, si l'on remarque que l'action mutuelle des faisceaux interférents oblige la lumière incidente à pénétrer entièrement dans la lame de verre et l'empêche ensuite d'en sortir. Cette lumière est ainsi absorbée en totalité, même si le pouvoir absorbant p est petit ; en effet, on peut toujours, en augmentant l'incidence, donner à R une valeur satisfaisant à la relation (4) (2).

**RÉPARTITION DE L'ÉLECTRICITÉ
SUR LE SYSTÈME ÉLECTRISÉ PLAN-SPHÈRE.
PROPRIÉTÉS ARITHMÉTIQUES DES POLYNÔMES ÉLECTROSPHÉRIQUES ;**

Par M. F. DEFOURNEAUX.

J'expose dans cet article comment on peut, à partir des polynômes électro-sphériques, calculer avec précision la densité électrique en chacun des points d'une sphère et d'un plan en présence, et construire, par suite, les surfaces manifestant la distribution de la charge sur ces conducteurs. Rien n'est plus propre à fixer les idées générales que de pousser à leur terme numérique les conditions qui définissent la répartition des charges dans un système de conducteurs électrisés.

Après avoir établi les formules de la distribution pour le système plan-sphère, je me suis efforcé de transformer ces formules en d'autres d'un emploi plus commode dans la pratique ; et j'ai indiqué,

1) Si au contraire m était impair, la fraction de lumière absorbée serait $\left(\frac{1 - R}{1 + R}\right)^2$, inférieure à la fraction absorbée pour un seul faisceau incident.

(2) Tout ce qui précède ne s'applique plus aux bords du faisceau, sur une largeur comparable à ε , car la superposition des rayons ne s'y produit plus. Mais ε peut être supposé très petit, et le faisceau très large, en sorte que cette région soit négligeable.

en passant, comment les polynômes introduits à l'occasion d'un problème de distribution d'électricité par MM. A. Guillet et Aubert, permettaient de résoudre d'autres questions telles que la recherche des nombres entiers vérifiant des équations d'un type donné, ou l'inscription des polygones réguliers.

I. **Densité électrique sur la sphère.** — Si l'on considère une sphère S de centre O , de rayon R , maintenue au potentiel V , et un plan P dont la distance au point O est $OC = e = \frac{\delta}{2} > R$; dire que, parmi les surfaces équipotentielles, figure le plan P , au potentiel zéro, c'est supposer placés sur l'axe de symétrie du système, des points $O', O'_1, O'_2, \dots, O'_{p-1}$ (*fig. 1*) d'abscisses respectives : $\delta, \delta_1, \delta_2, \dots, \delta_{p-1}$, par rapport à O , et portant des charges $-m, -m_1, -m_2, \dots, -m_{p-1}$, telles que :

$$m = RV, \quad m_1 = \frac{mR}{\delta}, \quad m_2 = \frac{m_1 R}{\delta_1}, \quad \text{etc.}, \quad m_{p-1} = \frac{m_{p-2} R}{\delta_{p-2}}.$$

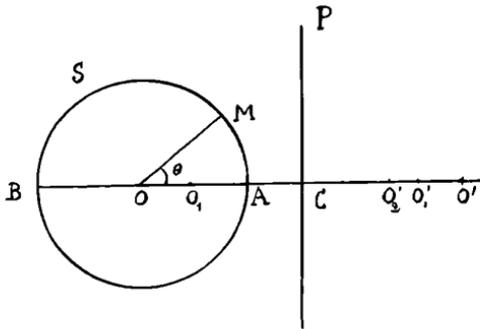


FIG. 1.

O' est le symétrique par rapport au plan du centre O de la sphère.

O'_1 est le symétrique par rapport au plan du point O_1 , lui-même conjugué par rapport à la sphère, du point O' .

O'_{p-1} est le symétrique par rapport au plan du point O_{p-1} , lui-même conjugué par rapport à la sphère du point O'_{p-2} , etc., etc. L'introduction des polynômes U ¹⁾ fournit d'ailleurs le tableau

¹⁾ Voir par exemple, *J. de Phys.*, 5^e série, t. II, p. 1012; 1912 : Théorie et mode d'emploi de l'électromètre absolu plan-sphère, par MM. A. GUILLET et M. AUBERT.

suivant :

Points	Abscisses	Charges
O'	$\delta = R \cdot \frac{U_1(v)}{U_1(v)}$	$-m = -\frac{R \cdot V}{U_1 v}$
O'_1	$\delta_1 = R \cdot \frac{U_2(v)}{U_1 v}$	$-m_1 = -\frac{R \cdot V}{U_1 v}$
O'_2	$\delta_2 = R \cdot \frac{U_3(v)}{U_2(v)}$	$-m_2 = -\frac{R \cdot V}{U_2(v)}$
...
O'_{p-1}	$\delta_{p-1} = R \cdot \frac{U_p(v)}{U_{p-1}(v)}$	$-m_{p-1} = -\frac{R \cdot V}{U_{p-1} v}$

Si M désigne un point quelconque de la sphère, situé à des distances respectives $r, r_1, r_2, \dots, r_{p-1}$, des centres d'action $O', O'_1, O'_2, \dots, O'_{p-1}$, on peut dire que chacun de ces centres introduit sur la sphère une certaine distribution, non uniforme, déterminée comme suit :

$$\begin{array}{lcl}
 O' & \text{introduit en M la densité} & \sigma_1 = \frac{m \delta^2 - R^2}{4\pi R r^3} \\
 O'_1 & \text{--- M ---} & \sigma_2 = \frac{m_1 (\delta_1^2 - R^2)}{4\pi R r_1^3}, \\
 \dots & \dots & \dots \\
 O'_{p-1} & \text{--- M ---} & \sigma_p = \frac{m_{p-1} (\delta_{p-1}^2 - R^2)}{4\pi R r_{p-1}^3}.
 \end{array}$$

Si σ_0 représente la distribution initiale uniforme due au potentiel V, — la sphère étant isolée dans l'espace ($\sigma_0 = \frac{V}{4\pi R}$) —, la distribution totale imposée à la sphère est, au point M :

$$\sigma_M = \sigma_0 + \sigma_1 + \dots + \sigma_p + \dots = \frac{V}{4\pi R} + \sum_{p=1}^{\infty} \sigma_p.$$

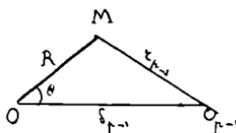


FIG. 2.

Chacun des termes s'exprime en fonction des polynomes U.
Soit :

$$\delta = Rv; \quad \text{on a :} \quad r_{p-1}^2 = R^2 + \delta_{p-1}^2 - 2R \cdot \delta_{p-1} \cos \theta \text{ fig. 2.}$$

Donc :

$$\sigma_p = \frac{m_{p-1}(\delta_{p-1}^2 - R^2)}{4\pi R(\delta_{p-1}^2 - 2R\delta_{p-1}\cos\theta + R^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

En tenant compte de ce que :

$$m_{p-1} = \frac{R \cdot V}{U_{p-1}(v)}; \quad \delta_{p-1} = R \cdot \frac{U_p(v)}{U_{p-1}(v)};$$

on obtient :

$$\sigma_p = \frac{V}{4\pi R} \cdot \frac{U^2_p(v) - U^2_{p-1}(v)}{[U^2_p(v) + U^2_{p-1}(v) - 2U_p(v)U_{p-1}(v) \cdot \cos\theta]^{\frac{3}{2}}}.$$

La remarque que σ_0 rentre dans la forme σ_p pour $p = 0$, permet d'écrire :

$$\sigma_M = \frac{V}{4\pi R} \times \sum_{p=0}^{p=\infty} \frac{U^2_p(v) - U^2_{p-1}(v)}{[U^2_p(v) + U^2_{p-1}(v) - 2U_p(v) \cdot U_{p-1}(v) \cdot \cos\theta]^{\frac{3}{2}}}.$$

Convergence de la série. — Pour un système plan-sphère invariable (R, v, V constants), chaque terme σ_p atteint sa plus grande valeur pour $\theta = 0$. — Donc, la série est maximum au point A, point de la sphère le plus voisin du plan. — Il suffit de montrer qu'elle est convergente en A, pour affirmer qu'elle l'est en tout autre point M de la sphère. — Cette convergence résulte du théorème de d'Alembert :

Pour $\theta = 0$, on a $r_{p-1} = \delta_{p-1} - R, r_p = \delta_p - R$; donc :

$$\sigma_p = \frac{m_{p-1}(\delta_{p-1} + R)}{4\pi R(\delta_{p-1} - R)^2} \quad \text{et} \quad \frac{\sigma_{p+1}}{\sigma_p} = \frac{m_p}{m_{p-1}} \times \frac{\delta_p + R}{\delta_{p-1} + R} \times \frac{(\delta_{p-1} - R)^2}{(\delta_p - R)^2};$$

or,

$$\frac{m_p}{m_{p-1}} = \frac{R}{\delta_{p-1}} \quad \text{et} \quad \delta_p + \frac{R^2}{\delta_{p-1}} = \delta,$$

ce qui entraîne :

$$\delta_{p-1} = \frac{R^2}{\delta - \delta_p} \quad \text{et} \quad \frac{m_p}{m_{p-1}} = \frac{\delta - \delta_p}{R};$$

par suite :

$$\frac{\sigma_{p+1}}{\sigma_p} = \frac{\delta_p + R}{R + \delta - \delta_p} \times \left(\frac{R - \delta + \delta_p}{\delta_p - R}\right)^2 = \left(\frac{\delta + 2R}{R + \delta - \delta_p} - 1\right) \left(1 - \frac{\delta - 2R}{\delta_p - R}\right)^2.$$

Les inégalités $R < \frac{\delta}{2} < \delta - R < \zeta_p < \delta$ montrent que lorsque δ_p diminue, chacun des deux facteurs positifs diminue arithmétiquement, donc, $\frac{\sigma_{p+1}}{\sigma_p}$ diminue.

Si l'on admet que lorsque p augmente indéfiniment, le point O_p tende à se confondre avec l'un des points de Poncelet du système plan-sphère, — celui qui est extérieur à la sphère, — on peut affirmer que δ_p décroît constamment et tend vers $\frac{\delta}{2} + \sqrt{\frac{\delta^2}{4} - R^2}$ qui est la plus grande des deux racines de l'équation :

$$x^2 - \delta x + R^2 = 0.$$

La limite de ce rapport $\frac{\sigma_{p+1}}{\sigma_p}$ s'obtient en remplaçant δ_p par sa limite, ou mieux en y faisant d'abord $\delta_p = \delta_{p-1}$, d'où :

$$\begin{aligned} \lim \left| \frac{\sigma_{p+1}}{\sigma_p} \right|_{p \rightarrow \infty} &= \lim \left| \frac{m_p}{m_{p-1}} \right|_{p \rightarrow \infty} = \lim \left| \frac{R}{\delta_{p-1}} \right|_{p \rightarrow \infty} \\ &= \frac{R}{\frac{\delta}{2} + \sqrt{\frac{\delta^2}{4} - R^2}} = \frac{\delta}{2R} - \sqrt{\frac{\delta^2}{4R^2} - 1}, \end{aligned}$$

qui n'est autre que $\frac{v}{2} - \sqrt{\frac{v^2}{4} - 1}$, quantité inférieure à l'unité, puisque $\frac{\delta}{R} = v > 2$.

II. Densité électrique sur le plan. — Soit le plan P porté au potentiel V' ; imaginons que parmi les surfaces équipotentielles figure la sphère S précédente, cette sphère étant au potentiel zéro.

Le plan P considéré comme limite d'une sphère de rayon R' , et de pôle C possède une charge infinie de densité nulle. Il établit dans l'espace un champ nul, donc un potentiel constant et égal à V' . Pour imposer aux points d'un tel champ, distribués sur la surface sphérique S, un potentiel nul, il faudrait, sans rien modifier d'autre part, placer au centre O de la sphère une charge $-RV'$.

Pour déterminer la répartition de l'électricité sur le plan, due à l'influence de cette charge $-m' = -RV'$ placée en O, on peut se

reporter aux résultats obtenus pour la sphère S. Si δ' désigne la distance du point O au centre d'une sphère de rayon R' tangente en C au plan P, la densité en un point M' de cette sphère est : $\frac{m'(\delta'^2 - R'^2)}{4\pi R' r'^3}$ avec $\delta' = R' + e$; lorsque R' croît indéfiniment, cette quantité tend vers $\sigma'_1 = \frac{m'e}{2\pi r'^3}$.

La charge qui en résulte pour le plan est, d'après les mêmes résultats, la limite de $\frac{m'R'}{\delta'}$, c'est-à-dire m' . Cette charge m' du plan produit les mêmes effets que si elle était portée par un certain point de OC, qui est le conjugué de O par rapport au plan et qui n'est autre que O' .

L'intervention de O' permet de recommencer la tentative d'imposer aux points de la sphère le potentiel zéro. Il suffit de placer en O_1 , conjugué de O' par rapport à la sphère S, la charge $-m'_1 = -\frac{m'R}{\delta}$; charge qui, à son tour, influe sur P et introduit une densité $\sigma'_2 = \frac{m'_1 e_1}{2\pi r_1^3}$ avec $e_1 = O_1 C$.

Soit M' un point quelconque du plan situé à des distances respectives $r', r'_1, r'_2, \dots, r'_{p-1}$ des points O, $O_1, O_2, \dots, O_{p-1}, \dots$, qui portent les charges $m' = RV'$, $m'_1 = m' \frac{R}{\delta}$, $\dots, m'_{p-1} = \frac{m'_{p-2} R}{\delta_{p-2}}$, on peut dire que chacune de ces charges introduit un élément de densité en M' , qui, pour O_{p-1} , est :

$$\sigma'_p = \frac{m'_{p-1} \cdot e_{p-1}}{2\pi r_{p-1}^3},$$

avec

$$e_{p-1} = O_{p-1} C.$$

La distribution sur le plan est, au point M' :

$$\sigma'_M = \sigma'_1 + \sigma'_2 + \dots + \sigma'_p + \dots = \sum_{p=1}^{p=\infty} \sigma'_p.$$

Explicitons les termes de cette série.

Soit :

$$CM' = \lambda; \quad \text{on a (fig. 3)} \quad r'^2_{p-1} = e^2_{p-1} + \lambda^2.$$

Donc :

$$\sigma'_p = \frac{m'_{p-1} \cdot e_{p-1}}{2\pi (e^2_{p-1} + \lambda^2)^{\frac{3}{2}}}$$

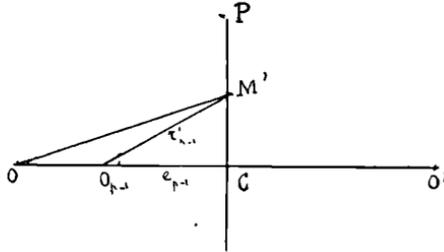


FIG. 3.

D'autre part,

$$m'_{p-1} = \frac{R \cdot V'}{U_{p-1}(v)};$$

$$e_{p-1} = e - OO_{p-1} = \frac{Rv}{2} - R \frac{U_{p-2}(v)}{U_{p-1}(v)} = \frac{R v U_{p-1}(v) - 2U_{p-2}(v)}{2U_{p-1}(v)}$$

$$= \frac{R [U_p v - U_{p-2}(v)]}{2U_{p-1}(v)}$$

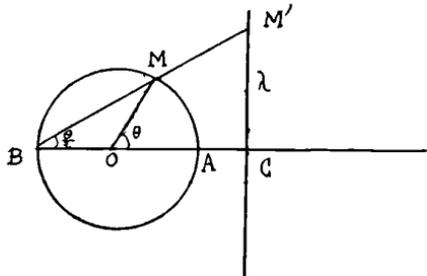


FIG. 4.

Donc :

$$\sigma'_p = \frac{2R^2}{\pi} \cdot V' \times \frac{U_{p-1}(v) \cdot [U_p(v) - U_{p-2}(v)]}{\{R^2 [U_p(v) - U_{p-2}(v)]^2 + 4\lambda^2 U_{p-1}^2 v\}^{\frac{3}{2}}}$$

et, par suite :

$$\sigma'_n = \frac{2R^2}{\pi} \times V' \times \sum_{p=1}^{p=\infty} \frac{U_{p-1}(v) \cdot [U_p(v) - U_{p-2}(v)]}{\{R^2 [U_p(v) - U_{p-2}(v)]^2 + 4\lambda^2 U_{p-1}^2 v\}^{\frac{3}{2}}}$$

Convergence. — La série est maximum pour $\lambda = 0$, c'est-à-dire au point C. — Il suffit donc de montrer qu'elle est convergente en ce point. — Soit $r'_{p-1} = e_{p-1}$; en tenant compte des relations :

$$\frac{m'_p}{m'_{p-1}} = \frac{R}{\delta_{p-1}}, \quad e_{p-1} = \delta_{p-1} - e, \quad e_p = e - \frac{R^2}{\delta_{p-1}},$$

on trouve :

$$\frac{\sigma'_{p+1}}{\sigma'_p} = \frac{R \cdot \delta_{p-1} (\delta_{p-1} - e)^2}{(e\delta_{p-1} - R^2)^2} = R\delta_{p-1} \left[\frac{1}{e} - \frac{e^2 - R^2}{e(e\delta_{p-1} - R^2)} \right]^2.$$

Ce rapport diminue en même temps que δ_{p-1} , c'est-à-dire lorsque p augmente. — La limite de δ_{p-1} pour p infiniment grand est $e + \sqrt{e^2 - R^2}$, donc celle de $\frac{\sigma'_{p+1}}{\sigma'_p}$ est $\frac{R}{e + \sqrt{e^2 - R^2}}$ ou $\frac{v}{2} - \sqrt{\frac{v^2}{4} - 1}$, — la même que pour la sphère.

La série est convergente par application du théorème de d'Alembert.

On trouve ainsi un *premier groupe de formules*.

Si l'on maintient simultanément la sphère au potentiel V, et le plan au potentiel V', le système se comportant idiostatiquement, les formules de la densité deviennent :

$$\sigma_m = \frac{V - V'}{4\pi R} \times \sum_{p=0}^{p=\infty} \frac{U_{2p}^2(v) - U_{2p-1}^2(v)}{[U_{2p}^2(v) + U_{2p-1}^2(v) - 2U_p(v) \cdot U_{p-1}(v) \cos \theta]^{\frac{3}{2}}};$$

$$\sigma_{m'} = \frac{(V' - V) 2R^2}{\pi} \times \sum_{p=1}^{p=\infty} \frac{U_{p-1}(v)[U_p(v) - U_{p-2}(v)]}{\{R^2[U_p(v) - U_{p-2}(v)]^2 + 4\lambda^2 U_{p-1}^2(v)\}^{\frac{3}{2}}}.$$

III. Transformation des formules précédentes. — On constate que ces formules sont irrationnelles en général, et que chaque terme de chacune des deux séries fait intervenir deux combinaisons² homogènes du deuxième degré des polynomes U, — combinaisons qui sont fonctions de l'indice de ce terme, et qui changent d'une série à l'autre. — On se représente la difficulté de mener rapidement le calcul de telles séries dans des cas numériques bien déterminés. Toutefois, par l'utilisation de quelques identités simples, on peut remplacer lesdites combinaisons par des expressions linéaires ne contenant plus qu'un seul polynome.

Il faut remarquer que ces formules deviennent rationnelles pour $\theta = 0$, $\theta = 180^\circ$ et $\lambda = 0$, c'est-à-dire aux points A, B de la sphère, et au point C du plan. On a :

$$\begin{aligned} \sigma_A &= \frac{V - V'}{4\pi R} \times \sum_{p=0}^{p=\infty} \frac{U_p(v) + U_{p-1}(v)}{[U_p(v) - U_{p-1}(v)]^2}; \\ \sigma_B &= \frac{V - V'}{4\pi R} \times \sum_{p=0}^{p=\infty} \frac{U_p(v) + U_{p-1}(v)}{[U_p(v) + U_{p-1}(v)]^2}; \\ \sigma'_C &= \frac{2(V' - V)}{\pi R} \times \sum_{p=0}^{p=\infty} \frac{U_{p-1}(v)}{[U_p(v) - U_{p-2}(v)]^2}. \end{aligned}$$

On est ainsi conduit à utiliser des combinaisons linéaires des polynômes électrosphériques, savoir :

$$\begin{aligned} F_p(v) &= U_p(v) + U_{p-1}(v); & G_p(v) &= U_p(v) - U_{p-1}(v); \\ H_p(v) &= U_p(v) - U_{p-2}(v); \end{aligned}$$

qui obéissent à la même loi de récurrence que les polynomes U, savoir : $F_{p-1}(v) = vF_p(v) - F_{p+1}(v)$, etc. On obtient ainsi les formules simples :

$$\begin{aligned} \sigma_A &= \frac{V - V'}{4\pi R} \times \sum_{p=0}^{p=\infty} \frac{F_p(v)}{G^2_p(v)}; & \sigma_B &= \frac{V - V'}{4\pi R} \times \sum_{p=0}^{p=\infty} \frac{G_p(v)}{F^2_p(v)}; \\ \sigma'_C &= \frac{2(V' - V)}{\pi R} \times \sum_{p=1}^p \frac{U_{p-1}(v)}{H^2_p(v)}. \end{aligned}$$

Ces polynomes F, G, H qui apparaissent d'eux-mêmes, sans rien compliquer, interviennent encore lorsque θ et λ sont quelconques. — C'est ce qui résulte des considérations suivantes :

a) On a d'abord :

$$U^2_p(v) - U^2_{p-1}(v) = U_{2p}(v); \quad U_{p-1}(v) \cdot [U_p(v) - U_{p-2}(v)] = U_{2p-1}(v).$$

b) On peut établir de proche en proche, pour x quelconque, l'identité :

$$\left(\frac{x}{2} + \sqrt{\frac{x^2}{4} - 1}\right)^n = \frac{1}{2} H_n(x) + U_{n-1}(x) \cdot \sqrt{\frac{x^2}{4} - 1},$$

(1) A. GUILLET et M. AUBERT, voir *J. de Phys.*, 5^e série, t. II., p. 1012; 1912. — Voir aussi *Annales de Physique*, 9^e série, p. 58 à 95.

dont une conséquence évidente est :

$$\left(\frac{x}{2} - \sqrt{\frac{x^2}{4} - 1}\right)^n = \frac{1}{2} H_n(x) - U_{n-1}(x) \cdot \sqrt{\frac{x^2}{4} - 1}.$$

c) De même, on démontre de proche en proche les identités :

$$\begin{aligned} \left(\frac{\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2}}{2}\right)^{2n+1} &= \frac{\sqrt{x+2} \cdot G_n(x) + \sqrt{x-2} \cdot F_n(x)}{2}, \\ \left(\frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{x-2}}{2}\right)^{2n+1} &= \frac{\sqrt{x+2} \cdot G_n(x) - \sqrt{x-2} \cdot F_n(x)}{2}. \end{aligned}$$

d) Ces deux couples d'identités permettent d'exprimer les polynômes $U_{n-1}(x)$, $H_n(x)$, $F_n(x)$, $G_n(x)$ en fonction explicite, quoique d'apparence irrationnelle, de la variable x . — Ainsi, on a :

$$U_{n-1}(x) = \frac{\left(\frac{x}{2} + \sqrt{\frac{x^2}{4} - 1}\right)^n - \left(\frac{x}{2} - \sqrt{\frac{x^2}{4} - 1}\right)^n}{2 \sqrt{\frac{x^2}{4} - 1}};$$

$$H_n(x) = \left(\frac{x}{2} + \sqrt{\frac{x^2}{4} - 1}\right)^n + \left(\frac{x}{2} - \sqrt{\frac{x^2}{4} - 1}\right)^n,$$

etc., etc.

Si l'on pose $\frac{x}{2} + \sqrt{\frac{x^2}{4} - 1} = \rho$, on a $\frac{x}{2} - \sqrt{\frac{x^2}{4} - 1} = \frac{1}{\rho}$ et $x = \rho + \frac{1}{\rho}$, ce qui donne :

$$U_{n-1}\left(\rho + \frac{1}{\rho}\right) = \frac{\rho^{2n} - 1}{\rho^{n-1}(\rho^2 - 1)}; \quad H_n\left(\rho + \frac{1}{\rho}\right) = \frac{\rho^{2n} + 1}{\rho^n}.$$

Pour avoir les expressions de $F_n\left(\rho + \frac{1}{\rho}\right)$, $G_n\left(\rho + \frac{1}{\rho}\right)$, il suffit de remarquer que :

$$\frac{x}{2} + \sqrt{\frac{x^2}{4} - 1} = \left(\frac{\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2}}{2}\right)^2,$$

et l'on obtient :

$$F_n\left(\rho + \frac{1}{\rho}\right) = \frac{\rho^{2n+1} - 1}{\rho^n(\rho - 1)}; \quad G_n\left(\rho + \frac{1}{\rho}\right) = \frac{\rho^{2n+1} + 1}{\rho^n(\rho + 1)}.$$

e) Si l'on remplace la variable quelconque x par la quantité v de la théorie précédente ($v > 2$), on a $v = \rho + \frac{1}{\rho}$, $H_n(v) = \frac{\rho^{2n} + 1}{\rho^n}$;

$\rho = \frac{v}{2} + \sqrt{\frac{v^2}{4} - 1}$ est supérieure à 1, et $H_n(v)$ est supérieure à 2. On en déduit la valeur de ρ^n en fonction de $H_n(v)$:
 $\rho^n = \frac{1}{2} H_n(v) + \sqrt{\frac{H_n^2(v)}{4} - 1}$, et par suite, pour $v > 2$, l'identité :

$$\left(\frac{v}{2} + \sqrt{\frac{v^2}{4} - 1}\right)^n = \frac{H_n(v)}{2} + \sqrt{\frac{H_n^2(v)}{4} - 1}.$$

f) En tenant compte de l'identité déjà utilisée :

$$\frac{x}{2} + \sqrt{\frac{x^2}{4} - 1} = \left(\frac{\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2}}{2}\right)^2;$$

on peut écrire, pour $v > 2$, et quel que soit l'entier positif n :

$$\left(\frac{\sqrt{v+2} + \sqrt{v-2}}{2}\right)^n = \frac{\sqrt{H_n(v)+2} + \sqrt{H_n(v)-2}}{2}.$$

f₁) Soit $n = 2p$, le premier membre de cette identité devient $\left(\frac{v}{2} + \sqrt{\frac{v^2}{4} - 1}\right)^p$, en lui appliquant l'identité b), on obtient :

$$\frac{H_p(v)}{2} + U_{p-1}(v) \cdot \sqrt{\frac{v^2}{4} - 1} = \frac{\sqrt{H_{2p}(v)+2} + \sqrt{H_{2p}(v)-2}}{2}.$$

On aurait de même :

$$\frac{H_p(v)}{2} - U_{p-1}(v) \sqrt{\frac{v^2}{4} - 1} = \frac{\sqrt{H_{2p}(v)+2} - \sqrt{H_{2p}(v)-2}}{2},$$

d'où, pour $v > 2$:

$$H_p(v) = \sqrt{H_{2p}(v)+2} \quad \text{et} \quad U_{p-1}(v) \sqrt{v^2 - 4} = \sqrt{H_{2p}(v) - 2},$$

relations qui conduisent à :

$$(x) \quad H_{2p}(v) = H_{2p}(v) + 2, \quad v^2 - 4 \cdot U_{p-1}^2 v = H_{2p}(v) - 2.$$

f₂) Soit $n = 2p + 1$, le premier membre de l'identité (f) n'est autre

que $\left(\frac{\sqrt{v+2} + \sqrt{v-2}}{2}\right)^{2p+1}$, on peut le développer par application de l'identité (c) et l'on peut écrire :

$$\frac{\sqrt{v+2} \cdot G_p(v) + \sqrt{v-2} \cdot F_p(v)}{2} = \frac{\sqrt{H_{2p+1}(v)+2} + \sqrt{H_{2p+1}(v)-2}}{2},$$

d'où, quel que soit v :

$$(\beta) \quad (v+2) \cdot G_p(v) = H_{2p+1}(v) + 2, \quad (v-2) \cdot F_p(v) = H_{2p+1}(v) - 2.$$

g) En remplaçant F_p et G_p par leurs expressions en fonction de U_p , U_{p-1} dans les formules (β), on en déduit :

$$U^2_p(v) + U^2_{p-1}(v) = \frac{vH_{2p+1}(v) - 4}{v^2 - 4}; \quad U_p(v) \cdot U_{p-1}(v) = \frac{H_{2p+1}(v) - v}{v^2 - 4}.$$

Ces relations g) permettent de transformer l'expression de σ_M :

$$\sigma_M = \frac{V - V'}{4\pi R} \times \sum_{p=0}^{p=\infty} \frac{U_{2p}(v)}{\left\{ \frac{(v-2 \cos \theta) H_{2p+1}(v) + 2(v \cos \theta - 2)}{v^2 - 4} \right\}^{\frac{3}{2}}}.$$

Les relations (α) permettent aussi de modifier l'expression de σ'_M :

$$\sigma'_M = \frac{2R^2(V-V')}{\pi} \times \sum_{p=1}^{p=\infty} \frac{U_{2p-1}(v)}{\left\{ \frac{[R^2(v^2-4) + 4\lambda^2] \cdot H_{2p}(v) + 2[R^2 v^2 - 4] - 4\lambda^2}{v^2 - 4} \right\}^{\frac{3}{2}}}.$$

Pour cette dernière formule, on peut aussi poser :

$$\lambda = (e + R) \operatorname{tang} \frac{\theta}{2} = \frac{R(v+2) \operatorname{tang} \frac{\theta}{2}}{2}$$

transformation qui consiste à aligner les points M et M' avec le point B (fig. 4), et qui donne pour σ'_M une formule analogue à σ_M .

Formules définitives. — Dans les calculs utilisés pour la construction des courbes 5, 6, 7, les formules suivantes ont été adoptées :

$$\sigma_M = \frac{V - V'}{\pi R} \times K(\theta); \quad \sigma'_M = \frac{V' - V}{\pi R} \times K'(\theta)$$

avec

$$K(\theta) = \frac{1}{4} \sum_{p=0}^{p=\infty} \frac{U_{2p}(v)}{\left\{ \frac{(v - 2 \cos \theta) H_{2p+1}(v) + 2(v \cos \theta - 2)}{v^2 - 4} \right\}^{\frac{3}{2}}};$$

$$K'(\theta) = 2 \sum_{p=1}^{p=\infty} \frac{U_{2p-1}(v)}{\left\{ \frac{(v - 2 \cos \theta) H_{2p}(v) + 2v \cos \theta - 2}{\frac{1}{2}(v - 2)(1 + \cos \theta)} \right\}^{\frac{3}{2}}}.$$

Limite de l'erreur. — Une limite supérieure de la somme des termes négligés se calcule aisément lorsque $\theta = 0$ (les séries sont alors maxima), puisque pour chacune d'elles le rapport d'un terme au précédent décroît quand l'indice p croît. — Ces rapports ont d'ailleurs une limite commune lorsque p croît indéfiniment, qui est $\frac{v}{2} - \sqrt{\frac{v^2}{4} - 1}$. — Si v_p désigne le dernier terme calculé, on peut montrer qu'une limite supérieure de la somme des termes négligés est $\frac{v_p^2}{v_{p-1} - v_p}$, quantité qu'on peut elle-même remplacer par une limite supérieure, en prenant pour v_p une valeur par excès et pour v_{p-1} une valeur par défaut.

Pour tout autre angle $\theta \neq 0$, si l'on calcule l'une des séries en s'arrêtant au même rang p que dans le cas $\theta = 0$, la quantité précédente $\frac{v_p^2}{v_{p-1} - v_p}$ est encore une limite supérieure de la somme des termes négligés. — Ceci présente donc l'avantage d'avoir, pour un rang déterminé, une limite supérieure de la somme des termes négligés, indépendante de l'angle θ .

Le plus souvent cette limite est très grande, et il est préférable de faire, pour chaque valeur de θ , un calcul complet des séries $K(\theta)$, $K'(\theta)$, indépendamment du calcul fait, pour toute autre valeur de θ . — On doit alors étudier la variation du rapport d'un terme au précédent. On parvient aux conclusions suivantes :

Série K (θ). — Soient θ_1 et θ_2 deux angles géométriques tels que :

$$\cos \theta_1 = \frac{2}{v};$$

$$\cos \theta_2 = \frac{3v^4 - v^2 - 6 - \sqrt{3v^4 - v^2 - 6^2 - 24v^2 v^2 - 1(v^2 - 5)}}{12v v^2 - 1}.$$

1° Pour $0 \leq \theta \leq \theta_1$, le rapport d'un terme au précédent décroît constamment, lorsque p croît ;

2° Pour $\theta_1 < \theta < \theta_2$, le rapport peut commencer par décroître pour croître ensuite ;

3° Pour $\theta_2 \leq \theta \leq 180^\circ$, le rapport croît constamment. La limite de ce rapport pour p infini est, dans tous les cas, $\frac{v}{2} - \sqrt{\frac{v^2}{4} - 1}$.

Pour chacune des valeurs de θ du premier intervalle, on opérera comme pour $\theta = 0$ (utilisation du rapport des deux derniers termes calculés).

Pour chacune des valeurs de θ du troisième intervalle, on prendra $\frac{v}{2} - \sqrt{\frac{v^2}{4} - 1}$, comme limite supérieure du rapport d'un terme au précédent et si v_p représente le dernier terme calculé, une limite supérieure de la somme des termes négligés est $\frac{1}{2} \left[\sqrt{\frac{v+2}{v-2}} - 1 \right] \cdot v_p$.

Pour les valeurs de θ du deuxième intervalle, on utilisera comme limite supérieure du rapport de deux termes consécutifs négligés, celui des deux nombres qui est le plus grand, soit le rapport des deux derniers termes calculés, soit la quantité $\frac{v}{2} - \sqrt{\frac{v^2}{4} - 1}$.

Série K' (θ). — On obtient des conclusions identiques aux précédentes, qui ne diffèrent qu'en ce que l'angle θ_2 est remplacé par un angle θ'_2 tel que :

$$\begin{aligned} \tan^2 \frac{\theta'_2}{2} \\ = \frac{5v^4 - 10v^2 + 4 + \sqrt{(5v^4 - 10v^2 + 4)^2 + v^4(3v^2 - 8)(3v^2 - 10)(v^2 - 2)^2}}{v^2(3v^2 - 8)(v + 2)^2} \end{aligned}$$

Résultats numériques. — Le calcul des coefficients $K(\theta)$, $K'(\theta)$ a été effectué pour des valeurs rationnelles simples de $\cos \theta$, permettant de construire facilement les angles θ ; — choisies de telle façon que ces angles successifs forment à peu près une progression arithmétique.

Pour $K(\theta)$, on a pris :

$$\cos \theta = 1, \frac{31}{32}, \frac{7}{8}, \frac{3}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, 0, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{4}, -\frac{7}{8}, -1.$$

Pour $K'(\theta)$, on a pris :

$$\cos \theta = 1, \frac{31}{32}, \frac{7}{8}, \frac{3}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, 0, -\frac{1}{4}.$$

Les valeurs de v considérées sont $\frac{5}{2}, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$.

Les tableaux suivants fournissent quelques-unes de ces valeurs avec une approximation par défaut à moins d'une unité du dernier ordre décimal représenté.

VALEURS DE $K(\theta)$:

cos θ	1	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	- 1
θ	0°	60°	90°	120°	180°
$v = \frac{5}{2}$	1,172614		0,369		0,302616
$v = 3$	0,679498	0,422720	0,34871	0,315787	0,297825
$v = 4$	0,442570	0,359315	0,322567	0,302623	0,290393
$v = 5$	0,369136	0,328850	0,307071	0,293752	0,284913
$v = 6$	0,334713	0,3112260	0,296890	0,287391	0,280715
$v = 7$	0,315132		0,2897		0,277404
$v = 8$	0,3026399		0,2844		0,274729
$v = 9$	0,294035		0,28034		0,2725249
$v = 10$	0,287777		0,2771		0,270678

VALEURS DE $K'(\theta)$:

cos θ	1	$\frac{1}{2}$	0	- 1
θ	0°	60°	90°	180°
$v = \frac{5}{2}$	0,921			0
$v = 3$	0,424832	0,132109	0,04503	0
$v = 4$	0,180976	0,074013	0,028452	0
$v = 5$	0,103917	0,047761	0,019644	0
$v = 6$	0,068091	0,033478	0,0144195	0
$v = 7$	0,04823		0,01103	0
$v = 8$	0,0360		0,0087	0
$v = 9$	0,0279		0,0070	0
$v = 10$	0,0223		0,0060	0

Courbes représentatives. — Les fig. 5 et 6 représentent respectivement les variations de la densité électrique sur la sphère et sur le plan pour 4 de leurs positions relatives, ($v = \frac{2e}{R}$ étant pris succes-

sivement égal à 3, 4, 5, 6). Le mode de construction consiste à

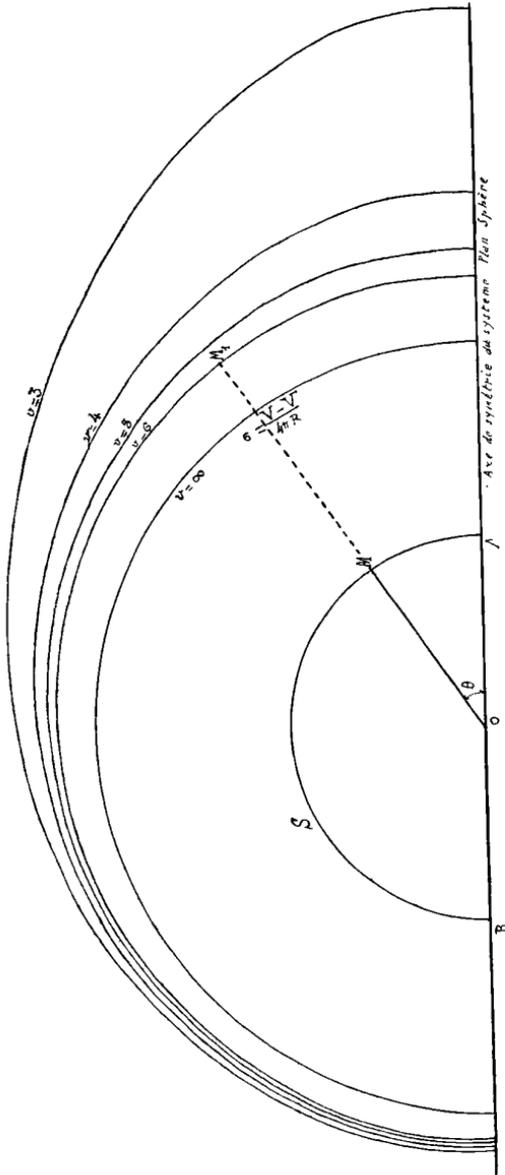


FIG. 5. — Densité sur la sphère.

MM_1 : densité en M lorsque $v = R = 6$.

porter sur la normale une longueur proportionnelle à la densité

électrique au point considéré. — On a marqué également la densité dans le cas où la sphère, supposée isolée, est maintenue au potentiel $V - V'$, cas qui peut être considéré comme une limite ($v = \infty$).

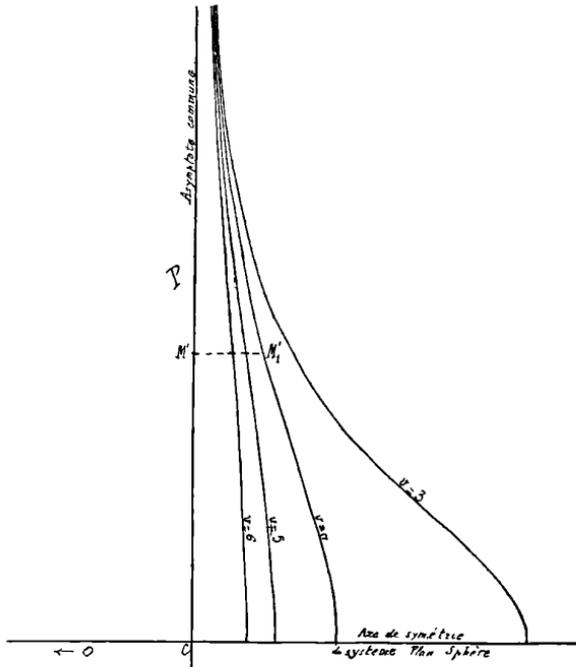


FIG. 6. — Densité sur le plan.

$M'M_1 =$ densité au point M' du plan lorsque $v = \frac{2e}{R} = 4$.

La fig. 7 représente les variations de la densité en des points bien déterminés de la sphère ($\theta = 0, 90^\circ, 180^\circ$), lorsque le plan se déplace parallèlement à lui-même.

L'échelle adoptée est la même pour les trois graphiques.

APPLICATIONS. — Pour $V - V' = 30.000$ volts ou 100^{mes} , la distance entre la sphère et le plan peut être d'environ 1 centimètre sans qu'il y ait disruption. — Donc $e - R = 1$ centimètre. — En prenant $R = 1$ centimètre, cela donne $e = 2$ centimètres et $v = 4$. Les formules deviennent :

$$\sigma_M = 100 \times \left(\frac{1}{\pi}\right) \times K \theta, \quad \sigma'_{M'} = -100 \times \left(\frac{1}{\pi}\right) \times K \theta.$$

Les valeurs de K et K' sont prises pour $v = 4$.

$\sigma_m = 31,830988 \times K(\theta),$	$\sigma'_m = -31,830988 \times K'(\theta).$
θ	σ_m
0°	$14,0874$
90°	$10,2676$
180°	$9,243$
	σ'_m
	$-5,7606$
	$-0,9056$
	0

IV. REMARQUE. — Les considérations précédentes ont conduit à des expressions simples des polynômes U, H, F, G , lorsqu'on pose $v = \rho + \frac{1}{\rho}$. — Si le nombre v est tel que ρ soit rationnel, on peut ainsi vérifier rapidement les résultats obtenus par récurrence. Tel est le cas de $v = \frac{5}{2}$ où l'on peut prendre $\rho = 2$.

Les calculs étant, en général, longs et pénibles, il est bon d'avoir à sa disposition des relations simples pouvant être utilisées comme moyens de contrôle. — Signalons-en quelques-unes :

1° En multipliant membre à membre les deux relations (b), on obtient :

$$(1) \quad \frac{1}{4} H_n^2(x) - \left(\frac{x^2}{4} - 1\right) \cdot U_{n-1}^2(x) = 1$$

ou

$$(1') \quad H_n^2(x) - (x^2 - 4) \cdot U_{n-1}^2(x) = 4;$$

2° De même, les relations (c) conduisent à :

$$(2) \quad (x + 2) \cdot G_n^2(x) - (x - 2) \cdot F_n^2(x) = 4$$

et à

$$(2') \quad U_n^2(x) + U_{n-1}^2(x) - xU_n(x) \cdot U_{n-1}(x) = 1.$$

3° L'identité (e) élevée à la puissance entière p , dont on développe les deux membres par application de l'identité (b), donne :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} H_{np}(v) + U_{np-1}(v) \cdot \sqrt{\frac{v^2}{4} - 1} \\ = \frac{1}{2} H_p[H_n(v)] + U_{p-1}[H_n(v)] \cdot \sqrt{\frac{H_n^2(v)}{4} - 1}. \end{aligned}$$

Or, en tenant compte de :

$$\sqrt{\frac{H_n^2(v)}{4} - 1} = U_{n-1}(v) \cdot \sqrt{\frac{v^2}{4} - 1},$$

on peut écrire :

$$(3) \quad H_{np}(v) = H_p[H_n(v)] = H_n[H_p(v)]$$

et

$$(3') \quad U_{np-1}(v) = U_{n-1}(v) \cdot U_{p-1}[H_n(v)] = U_{p-1}(v) \cdot U_{n-1}[H_p(v)],$$

identités vraies, si l'on remplace la variable limitée v par une variable quelconque x .

4° L'identité (f) pour $n = 2p$, devient :

$$\left(\frac{v}{2} + \sqrt{\frac{v^2}{4} - 1}\right)^p = \frac{\sqrt{H_{2p}(v) + 2} + \sqrt{H_{2p}(v) - 2}}{2};$$

si on l'élève à la puissance $2q + 1$, qu'on développe le premier membre par application de (b), et le deuxième membre par application de (c), on trouve :

$$\frac{1}{2} H_{p(2q+1)}(v) + U_{p(2q+1)-1}(v) \sqrt{\frac{v^2}{4} - 1} \\ = \frac{\sqrt{H_{2p}(v) + 2} \cdot G_q(H_{2p}) + \sqrt{H_{2p}(v) - 2} \cdot F_q(H_{2p})}{2},$$

et, par suite :

$$(4) \quad H_{p(2q+1)}(v) = H_p(v) \cdot G_q[H_{2p}(v)];$$

$$(4') \quad U_{p(2q+1)-1}(v) = U_{p-1}(v) \cdot F_q[H_{2p}(v)];$$

5° Cette même identité (f) écrite pour $n = 2p + 1$, élevée à la puissance $2q + 1$, conduit, après développement de chacun de ses membres par application de (c), — aux identités suivantes :

$$\sqrt{v + 2} \cdot G_{2pq+p+q}(v) + \sqrt{v - 2} \cdot F_{2pq+p+q}(v) \\ = \sqrt{H_{2p+1}(v) + 2} G_q(H_{2p+1}) + \sqrt{H_{2p+1}(v) - 2} \cdot F_q(H_{2p+1})$$

et

$$(5) \quad G_{2pq+p+q}(v) = G_p(v) \cdot G_q[H_{2p+1}(v)];$$

$$5) \quad F_{2pq+p+q}(v) = F_p(v) \cdot F_q[H_{2p+1}(v)]$$

En outre des considérations d'ordre pratique, il convient de signaler ici des propriétés arithmétiques de toutes ces identités.

nomes U et H , et l'on parvient d'ailleurs à la relation :

$$X + Y \sqrt{k} = (X_0 + Y_0 \sqrt{k}) \left(\frac{1}{2} H_p(2x) + \beta U_{p-1}(2x) \cdot \sqrt{k} \right)$$

avec $p \geq 0$. — On en tire :

$$X = \frac{1}{2} H_p(2x) \cdot X_0 + k\beta U_{p-1}(2x) Y_0;$$

$$Y = \frac{1}{2} H_p(2x) \cdot Y_0 + \beta U_{p-1}(2x) X_0.$$

Ces formules sont une généralisation de celles obtenues dans le cas de l'équation de Pell 1666⁽¹⁾.

Les autres solutions entières sont données par $\pm X$, $\pm Y$.

Il y a plus : on peut démontrer qu'il suffit de connaître les solutions entières telles que :

$$\sqrt{m} \leq X_0 + Y_0 \sqrt{k} \leq \sqrt{\frac{m(\alpha+1)}{2}} + \sqrt{\frac{m\alpha-1}{2}}.$$

— intervalle toujours moindre que le précédent; — pour connaître toutes les solutions entières de l'équation, — celles-ci se répartissent d'ailleurs en quatre séries dont l'une est représentée par les mêmes formules que précédemment, savoir :

$$X = \frac{1}{2} H_p(2x) \cdot X_0 + k\beta U_{p-1}(2x) \cdot Y_0;$$

$$Y = \frac{1}{2} H_p(2x) \cdot Y_0 + \beta U_{p-1}(2x) \cdot X_0;$$

dans lesquelles p est un entier qui peut être positif, négatif ou nul. — X est alors positif constamment, tandis que Y est positif pour $p \geq 0$ et négatif pour p négatif.

Les trois autres séries sont $-X$, Y , X , $-Y$, $-X$, $-Y$. — Ces expressions donnent un moyen rapide de marquer les points à coordonnées rondes qui appartiennent à l'hyperbole $x^2 - ky^2 = m$.

II. Il est possible de calculer les côtés des polygones réguliers, sans passer par la théorie des imaginaires.

Déjà Viète⁽²⁾ a abordé ce problème, mais pas plus que New-

(1) Voir *Comptes Rendus, Ac. des Sc.*, t. CLXVIII. p. 880 : 5 mai 1919.

(2) *Canon Mathematicus*, Paris, 1579.

ton⁽¹⁾, il n'a mis en évidence la décomposition en facteurs des polynômes U et H et reconnu le double rôle des polynômes H (résolution et substitution).

Il convient d'abord de signaler un changement de variable qui complète celui déjà employé :

$$x = \rho + \frac{1}{\rho} \text{ peut convenir, pour } \rho \text{ réel, aux valeurs } |x| > 2,$$

$$x = 2 \cos \varphi \quad - \quad \text{pour } \varphi \text{ réel,} \quad - \quad |x| < 2,$$

On obtient alors :

$$U_p(2 \cos \varphi) = \frac{\sin(p+1)\varphi}{\sin \varphi}; \quad H_p(2 \cos \varphi) = 2 \cos p\varphi;$$

$$F_p(2 \cos \varphi) = \frac{\sin(2p+1)\frac{\varphi}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}}; \quad G_p(2 \cos \varphi) = \frac{\cos(2p+1)\frac{\varphi}{2}}{\cos \frac{\varphi}{2}};$$

qui donnent les expressions des racines de tous ces polynômes.

Ce nouveau changement de variable, appliqué à l'identité *b*); montre qu'elle n'est autre que l'identité de Moivre, bien connue⁽²⁾.

Ces remarques constituent un lien entre les polynômes électrosphériques, d'une part, les équations binomes et les polygones réguliers, d'autre part : on peut préciser comme suit :

Les relations établies précédemment 3°, 4°, 5°) fournissent des conditions suffisantes de divisibilité de deux polynômes U, ou H, ou F, ou G entre eux. — La forme trigonométrique (avec $v = 2 \cos \varphi$) de ces polynômes montre qu'elles sont aussi nécessaires, sauf, bien entendu (4'), qui est une forme particulière de 3'.

Racines primitives. — On peut appeler racine primitive de $H_p(x) = 0$, toute racine de cette équation qui ne peut pas être racine d'une équation $H_q(v) = 0$ de degré moindre $q < p$.

Une racine quelconque de $H_p(v) = 0$ étant $2 \cos \frac{(2k-1)\pi}{2p}$, pour $k = 1, 2, 3, \dots, p$, est primitive, si $2k-1$ est premier avec p . — ces racines primitives sont d'ailleurs deux à deux opposées.

(1) Lettre à Oldenbourg, 1676 ; — et *Arithm. univ.*

(2) Les polynômes H et U, — de même que F et G, — possèdent des analogies qu'il eût été bon de souligner dans les notations : par exemple, prendre V (*v*) au lieu de H (*v*).

les points de division de la circonférence partagée en m parties égales, — h premier avec m , — a pour longueur de son côté :

$$2 \sin \frac{h\pi}{m} = 2 \cos \left(\frac{1}{2} - \frac{h}{m} \right) \pi.$$

I. Si m est impair, cette quantité $2 \cos \frac{m-2h}{2m} \pi$ est une racine primitive de H_m $r = 0$, donc, les côtés des polygones réguliers d'un nombre impair m de côtés, sont les racines primitives positives de $H_m(v) = 0$.

II. Si m est pair.

II'. Si $m = 4m'$; le côté $2 \cos \frac{2m' - h}{4m'} \pi$ est une racine primitive positive de $H_{2m}(v) = 0$.

II''. Si $m = 4m' + 2$, le côté $2 \cos \frac{2m' + 1 - h}{2(2m' + 1)} \pi$ est une racine primitive positive de $F_{m'}(v) = 0$ ou $G_m(v) = 0$.

Ces résultats s'énoncent aisément.

De plus, puisque, d'après ce qui précède, il suffit de connaître *une* seule racine primitive pour connaître sans autre résolution toutes les autres racines primitives, on peut dire qu'il suffit d'avoir calculé le côté d'un seul polygone régulier de m côtés, pour connaître très rapidement, par de simples substitutions, — les côtés, des autres polygones réguliers de ce même nombre m de côtés.

TABLE DES MATIÈRES.

MAI 1919.

André BLOWDEL. — Sur les systèmes à oscillations persistantes, et en particulier sur les oscillations entretenues par auto-amorçage (<i>suite et fin</i> .	153
G. GOUY. — Sur les interférences et l'absorption.....	162
F. DEFOURNEAUX. — Répartition de l'électricité sur le système électrisé plan-sphère. — Propriétés arithmétiques des polynômes électrosphériques.....	165

Ce Recueil paraît chaque mois.

JOURNAL DE PHYSIQUE

THÉORIQUE ET APPLIQUÉE.

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

CONTINUÉ

PAR ED. BOUTY

PUBLIÉ PAR

LA SOCIÉTÉ FRANÇAISE DE PHYSIQUE

Directeur de la publication : AMÉDÉE GUILLET

CINQUIÈME SÉRIE.

TOME I^{er}. — JUIN 1919

PARIS

Tout ce qui concerne la rédaction ou l'administration doit être adressé
IRIS - L'ÉDITEUR AMÉDÉE GUILLET, 4, rue Paillet, Paris, 5^e

Par application de la loi du 7 avril 1879, tous les bureaux de poste de France, d'Algérie, de Belgique, de Danemark, de Hollande, d'Italie, de No-
vege, de Portugal, de Suède et de Suisse sont autorisés à recevoir les abonnements. Nos lecteurs n'ont qu'à verser la somme de 25 francs pour la
France ou 30 francs pour les pays ci-dessus désignés, au nom de M. Guillet, 4, rue Paillet, 5^e. Ils n'ont ni lettre ni mandat à envoyer,
ni d'autres frais supplémentaires (Voir au verso).

I. On peut refaire complètement la théorie de la résolution en nombres entiers des équations de la forme $aX^2 + bXY + cY^2 = m$.

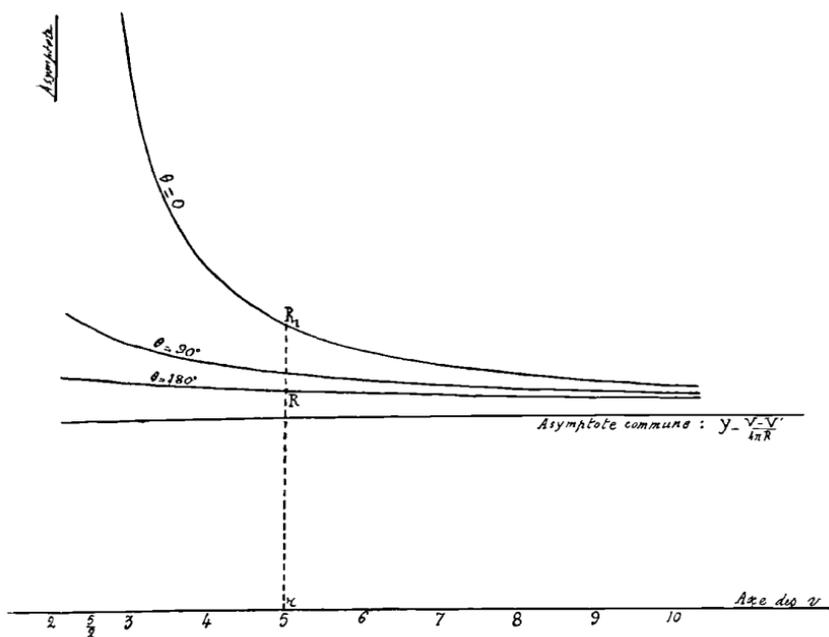


FIG. 7. — Variation de la densité en trois points de la sphère.

$R_1 r$ densité en A
 $R r$ densité en B pour $v = \frac{2e}{R} = 5$.

Bornons-nous à l'équation $X^2 - kY^2 = m$, k n'étant pas un entier carré parfait, et m étant un entier positif quelconque. Si (α, β) représente la solution fondamentale de $X^2 - kY^2 = 1$, on sait que toute solution positive (X, Y) de $X^2 - kY^2 = m$ se déduit par une des substitutions linéaires à coefficients entiers de déterminant $+1$ qui n'altèrent pas la forme $X^2 - kY^2$, d'une autre solution (X_0, Y_0) vérifiant les inégalités :

$$\sqrt{m} \leq X_0 + Y_0 \sqrt{k} < (\alpha + \beta \sqrt{k}) \sqrt{m} \quad (1).$$

Ce résultat peut se démontrer par la seule connaissance des poly-

(1) DIRICHLET, *Zahlentheorie*, p. 216-217 de la 3^e édition.

Le *Journal de Physique théorique et appliquée* paraît chaque mois et forme par an un volume grand in-8° de 40 à 66 feuilles, avec figures dans le texte. Les volumes de la première série, 1872-1881, se vendent séparément 30 francs (sauf l'année 1873 épuisée). Les vingt derniers volumes, 1882-1901, se vendent séparément..... 25 fr.

Les abonnements sont annuels et partent de janvier

Prix pour un an (12 numéros) :

France..... 25 fr.
Étranger..... 30 fr.

On s'abonne dans tous les bureaux de poste, au nom de M. GUILLET, 4, rue Paillet, Paris, V^e.

La table générale des trois séries (1872-1901) est mise en vente au prix de 10 francs.

TARIF DES TIRAGES A PART

	25 exemplaires	50 exemplaires	100 exemplaires	150 exemplaires
4 pages	14 »	16 »	18 »	20 »
8 —	22 »	24 »	26 »	28 »
12 —	30 »	32 »	37 »	46 »
16 —	35 »	39 »	44 »	53 »

Ces prix s'entendent avec une couverture passe-partout.
Composition d'un titre : 5 francs.
Couverture avec impression à la charge des auteurs.

<u>25 ex.</u>	<u>50 ex.</u>	<u>100 ex.</u>	<u>150 ex.</u>	<u>200 ex.</u>	<u>300 ex.</u>
11 »	12 »	14 »	16 »	18 »	20 »

Tout ce qui concerne la rédaction ou l'administration doit être adressé à M. Amédée Guillet, 4, rue Paillet, Paris, 5^e.

AVIS

Les circonstances n'ont pas permis de publier le *Journal de Physique, théorique et appliquée*, au cours des années 1915 et 1918.

Un volume, relatif à chacune de ces années, sera établi ultérieurement et contiendra l'exposé de recherches qui ne pouvaient être publiées qu'après la Guerre, ou concernant les travaux fondamentaux faits à l'étranger au cours de 1915 et de 1918.

SOCIÉTÉ FRANÇAISE DE PHYSIQUE.

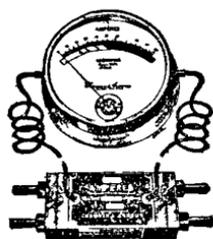
Secrétaire général : M. M. DE BROGLIE, 29, rue de Chateaubriand, Paris, VIII^e.
(Téléphone : 520 29)

Tresorier : M. Ph. PELLIN, 5, avenue d'Orléans, Paris, XIV^e.

TABLE DES MATIÈRES.

JUIN 1919

Ch. FABRY et H. BUISSON. — Indications techniques sur les etalons inter-ferentiels à lames argentées.....	189
Henri ABRAHAM et Eug ne BLOCH — Mesure en valeur absolue des périodes des oscillations électriques de haute fréquence.....	211
A. GUILLET. — Auto rupteur de courant.....	222
MARTI. — Vitesse de propagation des ondes sonores dans l'eau de mer....	224



CHAUVIN et ARNOUX

INGENIEURS-CONSTRUCTEURS

186 et 188, Rue Championnet, PARIS

APPAREILS POUR TOUTES MESURES ÉLECTRIQUES
POUR LE LABORATOIRE,
LE CONTRÔLE ET LE TABLEAU

4 MÉDAILLES D'OR, 4 GRANDS PRIX. — HORS CONCOURS, MILAN
DEMANDER L'ALBUM GÉNÉRAL

APPAREILS D'ACOUSTIQUE

POUR LA DÉMONSTRATION

Maison fondée en 1872, par **J. LANCELOT**, Constructeur
70, Avenue du Maine, PARIS (14^e)

FOURNISSEUR DES MINISTÈRES, DES UNIVERSITÉS, LYCÉES & COLLÈGES
Médailles d'Or aux Expositions
(ENVOI FRANCO DU CATALOGUE)

FOURNITURES GÉNÉRALES POUR LA PHOTOGRAPHIE APPLIQUÉE A L'INDUSTRIE ET AUX SCIENCES

G.-H. CALMELS, 150, B^d du Montparnasse, PARIS (XIV^e)

MATÉRIEL DE DÉMONSTRATION ET D'ENSEIGNEMENT
POUR L'OPTIQUE ET LA SPECTROSCOPIE

Moulages de réseaux de diffraction, 570 traits au millimètre, depuis 13 francs.

Spectroscopes à vision directe, à réseau, de 13 à 200 francs.

Spectrographes 5 spectres sur plaque 9×12), depuis 80 francs.

Cuves à faces parallèles, cuves prismatiques, cuves lenticulaires.

Ecrans colorés monochromatiques et pour toutes applications.

Matières colorantes, pures et ordinaires, de toutes provenances.

Verrerie soufflée (tubes à essais 14×140 à 30 francs le mille).

ATELIERS DE MÉCANIQUE ET D'ÉBÉNISTERIE DE PRÉCISION

EXTRAIT DU CATALOGUE GÉNÉRAL FRANCO SUR DEMANDE

APPAREILS D'OPTIQUE POUR LES SCIENCES ET L'INDUSTRIE

Saccharimètres et Polarimètres
Laurent. — Goniomètres. — Ré-
fractomètres. — Spectroscopes de
Laboratoire, 1, 2 ou 4 prismes de
60°. — Spectroscopes à vision di-
recte. — Dispositif à oculaire ou à
chambre photographique. — Grands
spectrographes à retour, à objec-
tifs ou à miroirs. — Minimum de
déviation automatique. — Miroirs.
— Objectifs. — Prismes flint,
quartz, spath, etc.

MATÉRIEL POUR L'ASTROPHYSIQUE

A. JOBIN

BUREAUX et ATELIERS

31, rue Humboldt (14^e)
Anciennement, 21, r. de l'Odéon

Paris 1889 : Grand Prix
Paris 1900 : Grand Prix

THÉODOLITES
ET INSTRUMENTS DE GÉODÉSIE

SURFACES PLANES

APPAREILS INTERFERENTIELS

Interferomètres
et étalons interférentiels
Perot et Fabry

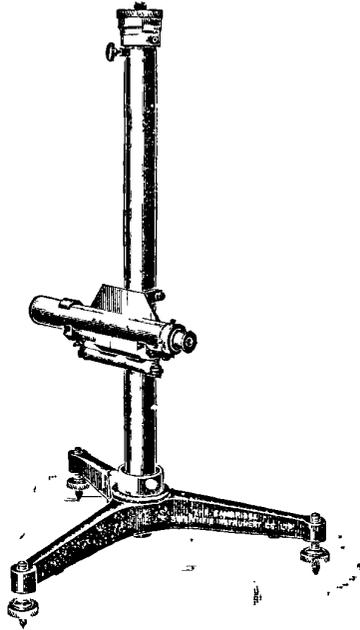
APPAREILS
DE MESURE ET DE VÉRIFICATION

Micromètres

COMPARATEURS

CATHÉTOMÈTRES

à employer avec une échelle étalon



Le pilier de cet instrument peut tourner autour de son axe et être monté ou descendu micrométriquement de 25 millimètres.

A l'aide de la tête micrométrique on peut subdiviser les indications de l'échelle jusqu'à 0,01 millimètre et, par évaluation, à 0,001 millimètre.

Le déplacement vertical du télescope le long du pilier est de 50 millimètres.

Prière de demander notre catalogue français d'appareils généraux,
N° 303.

THE CAMBRIDGE SCIENTIFIC INSTRUMENT CO^o LTD.
CAMBRIDGE, ANGLETERRE

LES PROGRÈS DE LA PHYSIQUE MOLÉCULAIRE

(Volume de 242 pages)

CONFÉRENCES FAITES A LA SOCIÉTÉ FRANÇAISE DE PHYSIQUE
en 1913-1914

PAR

M^{me} Pierre CURIE, J. BECQUEREL, Maurice DE BROGLIE, A. COTTON,
Ch. FABRY, P. LANGEVIN, Ch. MAUGUIN, H. MOUTON.

- P. LANGEVIN. — La physique du discontinu.
M. DE BROGLIE. — Les progrès de nos connaissances concernant les rayons Röntgen.
M. MAUGUIN. — Les cristaux liquides.
M^{me} P. CURIE. — Les radio-éléments et leur classification.
H. MOUTON. — Biréfringence magnétique des liquides purs; anisotropie et orientation des molécules.
A. COTTON. — Symétrie des cristaux et symétrie moléculaire.
Ch. FABRY. — Les mouvements des particules lumineuses dans les gaz.

Gauthier-Villars et C^{ie}, 53, quai des Grands-Augustins, Paris.

LA THÉORIE ÉLECTRIQUE MODERNE THÉORIE ÉLECTRONIQUE

PAR

Norman Robert CAMPBELL, Sc. D de l'Université de Leeds

Traduite par M.-A. CORVISY.

Dans ce volume de 464 pages, M. R. Campbell s'est efforcé de présenter un tableau exact et complet de ce qu'il y a d'essentiel et de général dans les travaux inspirés par les théories modernes. Il a essayé d'exposer le sujet dans l'ordre logique, d'analyser les raisonnements par lesquels on cherche à relier entre eux les phénomènes les plus divers et de diriger spécialement l'attention sur les hypothèses introduites.

On trouvera dans ce volume, d'une lecture facile et attachante, tout ce qui concerne les propriétés de l'électricité, les diélectriques, les conducteurs électriques et métalliques, la conduction dans les gaz, la susceptibilité magnétique, la magnéto-optique, le rayonnement, les rayons des substances radio actives, la lumière et ses effets, la radiation complète et la structure de la lumière, les rayons X et les rayons γ , les propriétés de la matière, la structure de l'atome, et enfin les propriétés des systèmes en mouvement. Il est difficile à l'heure présente de coordonner d'une façon plus claire et plus vivante l'infinie multiplicité des phénomènes qui préoccupent les Physiciens.

A. Hermann et Fils, 6, rue de la Sorbonne.

CHEZ DUNOD, ÉDITEUR

PARIS, 47 ET 49, QUAI DES GRANDS-AUGUSTINS

LE
SOUFFLAGE DU VERRE

Dans les laboratoires scientifiques et industriels.

PAR

HENRI VIGREUX

Avec une préface de **M. HALLER**, MEMBRE DE L'INSTITUT

Deuxième édition.

Volume de 268 pages avec 256 figures, à l'aide duquel un débutant peut s'initier aux méthodes et aux tours de mains nécessaires pour acquérir de la dextérité dans la confection des multiples formes d'objets employés dans la pratique courante des laboratoires.

Sans avoir la prétention de faire œuvre didactique, M. Vigreux s'est cependant efforcé de rassembler, sous une forme claire et concise, tout ce que l'on connaît et tout ce que son expérience personnelle, qui est grande, lui a permis d'acquérir pour faciliter à tout débutant, à tout étudiant, le travail du verre sous ses aspects les plus variés.

La virtuosité de M. Vigreux, qui s'est formé lui-même, se manifeste par de multiples tours de mains et la réalisation de nombreux appareils fort répandus dans les laboratoires : laveurs, appareils à distillation, à rectification, à vide, absorbeurs, régulateurs, soupapes de sûreté, pipettes automatiques, thermomètres médicaux, perles de verre, ampoules à rayons X..., etc.

Le livre de ce chef d'atelier persévérant et passionné pour son art, doit être dans les mains de tous ceux qui poursuivent des recherches scientifiques ou industrielles.

H.

Extrait du Catalogue des publications de la Librairie Scientifique H. HERMANN et FILS

6, RUE DE LA SORBONNE, 6, PARIS (V^e) Téléph. Gob. 14-19

CHWOLSON (O.-D.). — Traité de Physique, tome IV. Fascicule 2. Champ magnétique constant, 1913.	22 »
KENIGS (G.). — Leçons de Cinématique historique, avec notes de MM. DARBOUX et COSSERAT. Grand in-8°, 500 pages, 1897. . .	15 »
MACH (E.). — La Mécanique. Exposé théorique et critique de son développement. Trad. sur la 4 ^e édition par Ed. BERTRAND, avec Introduction de Em. PICARD. 500 pages avec fig. et por- trait, 1904.	15 »
ROUSE BALL. — Récréations mathématiques. 3 volumes. . .	15 »
FABRY (E.). — Traité de Mathématiques générales, avec préface de M. DARBOUX, 1912.	9 »
FABRY (E.). — Problèmes et Exercices de Mathématiques géné- rales, 1910	10 »
ANDOYER (H.). — Cours d'Astronomie. 2 volumes, 1909-1910. .	22 »
BURALI-FORTI et MARCOLONGO. — Calcul vectoriel et appli- cations, 1911	8 »
HEYWOOD et FRÉCHET. — L'équation de Fredholm et ses appli- cations à la physique mathématique, 1912	5 »
LALESKO. — Introduction à la théorie des Équations intégrales, 1911	4 »
BOREL (E.). — Éléments de la Théorie des probabilités. 2^e édit., 1910	6 »
POINCARÉ (H.). — Leçons sur les hypothèses cosmogoniques. 2 ^e édit., 1913, avec portrait en héliogravure	12 »
SVANTE ARRHÉNIUS. — Conférences sur quelques Thèmes choi- sis de la Chimie physique, 1912	3 »
DARBOUX (G.). — Éloges académiques et Discours, 1912. In-12 de 528 pages avec portrait	5 »
AMAGAT (E.-H.). — Notes sur la Physique et la Thermodyna- mique, 1912.	5 »
DUHEM (P.). — Thermodynamique et Chimie. 2^e édition, 1910.	16 »
PERRY (J.). — Mécanique appliquée. Ouvrage traduit de l'an- glais par E. DAVAUX sur la 9 ^e éd. anglaise. 2 vol. gr. in-8°. Vol. I. L'énergie mécanique avec 205 fig., 1913	10 »
ERDMANN (H.). — Traité de Chimie minérale, 2 volumes avec nombreuses figures et planches, 1913-1914.	22 »
DUHEM (P.). — Le système du Monde. Histoire des Doctrines cosmologiques de Platon à Copernic. 10 vol. gr. in-8°. Tome 1 ^{er} . — <i>La Cosmologie hellénique. 1^{re} partie</i> , 1913. . .	18 50
OLLIVIER (H.). — Cours de Physique générale. 3 vol. gr. in-8°, 1913-1914. Tome 1 ^{er} . — <i>Attraction universelle. — Électrostatique. —</i> <i>Magnétisme. — Courants. — L'Électron et les Ions. — Complé-</i> <i>ments. — Symétrie des systèmes limites et des phénomènes.</i> 716 pages et 370 figures.	48
Tome II. — <i>Thermodynamique et Énergie rayonnante.</i> 300 pages et 112 figures	10
Tome III. — <i>Étude des vibrations. — Acoustique. — Electro-</i> <i>optique.</i>	

Bureau Technique d'Études et Projets

M. CAMILLE RAPP, Ingénieur-Conseil
16, RUE BOUCHUT, PARIS

Étude et Construction de

Machines Nouvelles

(Électricité et Mécanique de précision)

Renseignements et devis gratuits en mentionnant le *Journal de Physique*.

ATELIERS RUHKORFF

J. CARPENTIER

Téléph. 705.65

20, Rue Delambre, PARIS

Téléph. 705.65

INSTRUMENTS DE PRÉCISION

Mesures Électriques

ÉTALONS - BOITES de RÉSISTANCES - POTENTIOMÈTRES

ÉLECTROMÈTRES

jusqu'à 200.000 volts

PHASEMÈTRES

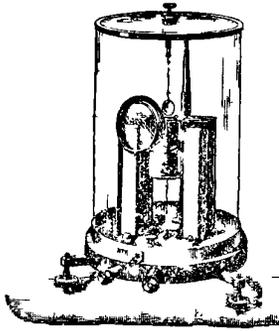
FRÉQUENCÈTRES

Appareils à deux aiguilles

LOGOMÈTRES

OHMMÈTRES

Installations de mesures d'isolement



APPAREILS

pour les

ESSAIS MAGNÉTIQUES DES FERS

PYROMÈTRES ÉLECTRIQUES

INDICATEURS

ou

ENREGISTREURS

Modèles à couples

Thermo-électriques et à résistances

PONTS DE WHEATSTONE — PONTS DE THOMSON

Galvanomètres de tous systèmes — Oscillographes

AMPÈREMÈTRES — VOLTMÈTRES — WATTMÈTRES

de tous systèmes pour courants continus ou alternatifs

Modèles de Tableaux - Modèles de Contrôle

Boîtes de Contrôle - Enregistreurs

APPAREILS DE MANIPULATIONS
POUR L'ENSEIGNEMENT

CATALOGUE **E** SPÉCIAL pour L'ENSEIGNEMENT

**INDICATIONS TECHNIQUES SUR LES ÉTALONS INTERFÉRENTIELS
A LAMES ARGENTÉES**

Par MM. CH. FABRY et H. BUISSON.

Les franges d'interférence produites par les lames argentées à faces parallèles ont donné lieu, dans ces dernières années, à un assez grand nombre d'applications. Il suffira de rappeler les mesures précises de longueurs d'onde, diverses études sur les raies satellites et sur le phénomène de Zeeman, les mesures précises d'indice et de dispersion de l'air faites récemment au Bureau of Standards et les recherches de Merton sur les spectres des isotopes. Ayant fait nous-mêmes un long usage de ces phénomènes nous avons eu occasion de perfectionner sur certains points les appareils et les méthodes; beaucoup de ces perfectionnements sont restés sans être publiés. Il nous a paru utile de résumer ici les résultats de notre pratique, qui pourront être de quelque utilité à ceux qui voudront utiliser les méthodes interférentielles.

1. Mode de production des franges. — Rappelons que les franges de lames argentées se produisent lorsqu'un faisceau de lumière monochromatique traverse une épaisseur transparente limitée par deux surfaces légèrement argentées. On peut les observer de deux manières simples :

1° En employant un faisceau de lumière parallèle, normal aux surfaces et en visant dans la lame elle-même, on obtient des franges qui dessinent les lignes d'égale épaisseur de la lame. Ce procédé, dont l'emploi ne présente aucune difficulté lorsque l'épaisseur est faible, exige que le faisceau parallèle soit correctement réalisé lorsque l'épaisseur est grande ;

2° En employant une lame à faces exactement planes et parallèles, une source de lumière étendue, et une lunette visant à l'infini. On a alors des anneaux, centrés sur la normale aux surfaces, qui sont des courbes d'égale inclinaison de la lumière dans la lame. Ce sont ces anneaux à l'infini qui sont les plus commodes pour la plupart des applications.

Lorsque l'épaisseur doit être variée facilement, l'appareil à employer est un *interferomètre* dans lequel l'une des surfaces argentées

peut se déplacer parallèlement à elle-même. Souvent, il est au contraire désirable que l'épaisseur, une fois choisie, reste invariable. On réalise alors un interféromètre à distance fixe ou *étalon interférentiel* qui présente sur l'appareil à distance variable l'avantage d'une extrême stabilité et d'un très faible encombrement. C'est uniquement de ce dernier appareil, d'un emploi si commode, que l'on s'occupera ici.

2. Construction des étalons interférentiels. — Le principe de la construction d'un étalon interférentiel consiste à séparer les deux surfaces argentées par trois cales de même épaisseur; ces cales se terminent par

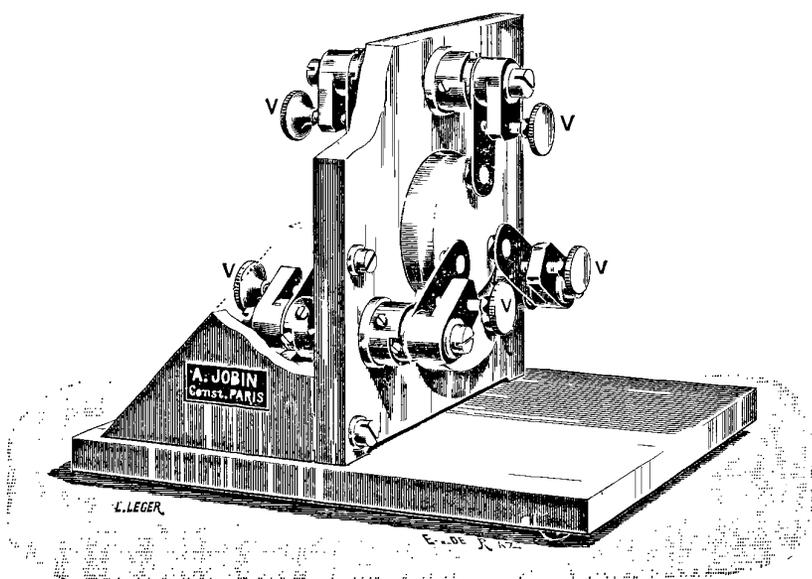


FIG. 1.

des faces arrondies contre lesquelles les surfaces sont appliquées par des ressorts dont la tension variable sert à achever le réglage. Les appareils de ce type ont été décrits⁽¹⁾ par Perot et Fabry et construits par Jobin. La *fig. 1* représente un de ces étalons. On y voit les ressorts au nombre de trois de chaque côté, qui appliquent les glaces contre les cales, et les vis qui servent à faire varier la tension des

¹⁾ *Annales de Chimie et de Physique*, 7^e série, t. XXV, p. 98; 1902.

ressorts. Ces ressorts peuvent être écartés pour permettre l'enlèvement ou la remise en place des glaces, ce qui se fait avec la plus grande facilité. Les trois cales sont des tiges à bouts arrondis, implantées dans une lame métallique et débordant par les deux côtés.

Les premiers étalons construits étaient à cales d'acier. La dilatation de ce métal est parfois gênante. On évite cet inconvénient en remplaçant l'acier par l'invar (¹). Les trois cales d'égale épaisseur en invar sont alors liées à une couronne de même métal, et cet ensemble vient se fixer sur la monture comprenant les six ressorts d'appui et de réglage. Sur une même monture on peut installer à volonté diverses couronnes d'invar pour obtenir des étalons de diverses épaisseurs.

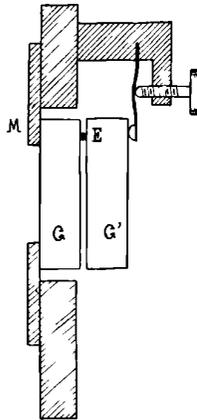


FIG. 2.

Cette forme est commode pour les épaisseurs qui ne sont ni trop grandes ni trop petites. Pour des épaisseurs faibles, par exemple inférieures à 2 millimètres, nous avons adopté une construction plus simple. L'une des glaces G (fig. 2) est simplement appliquée contre une plaque de métal M percée d'un trou; sur la surface argentée sont posées trois cales (dont une visible en E) sur lesquelles est appliquée l'autre glace pressée par trois ressorts. Selon les cas on emploie diverses cales. Pour les très faibles épaisseurs, nous prenons

¹) M. Hilger construit des étalons interférentiels dont la monture est en quartz fondu, substance dont la dilatation est également très faible.

trois petits morceaux de fil métallique coupés à la suite l'un de l'autre dans le même échantillon, ce qui donne un étalon dont l'épaisseur est le diamètre du fil. Par exemple, nous avons utilisé un étalon de 0^{mm},13 d'épaisseur dont les cales étaient trois petits morceaux de fils de suspension de cadre de galvanomètre. Pour des épaisseurs un peu plus grandes on peut découper les cales non plus dans un fil mais dans une tige d'acier cylindrique. Pour le même usage, nous avons fait construire par M. Jobin des cales en invar d'un emploi très commode. Chaque cale a la forme d'un petit disque ayant l'épaisseur voulue que l'on interpose entre les deux surfaces argentées. Nous avons fait construire des jeux de cales de 0,6, de 1 et de 2 millimètres.

Parmi les nombreux moyens que l'on peut employer pour se procurer un ensemble de trois cales de même épaisseur, citons encore celui qui consiste à utiliser les sphères d'acier qui sont utilisées dans les roulements à billes. Ces billes, d'un prix infime, sont exécutées avec une telle précision que trois d'entre elles, prises au hasard dans un même lot, ont généralement des diamètres égaux à 1 micron près et peuvent, en utilisant les ressorts de réglage, être utilisées comme cales pour un étalon interférentiel. Pour faciliter leur mise en place il est commode de les encastrier légèrement dans une plaque mince de laiton percée.

On a quelquefois besoin d'une épaisseur pour laquelle on ne possède pas de cales convenables; on peut alors employer divers artifices. Par exemple, on peut augmenter légèrement l'épaisseur d'un étalon en introduisant trois cales de mica découpées dans la même feuille entre la surface convexe de la cale d'invar et la surface argentée. Avec les petits disques en invar à faces planes on peut interposer de petits fragments de fil. Enfin, on peut superposer plusieurs de ces disques pour ajouter leurs épaisseurs.

Quel que soit le mode de montage, les appareils interférentiels ainsi réalisés sont d'une remarquable stabilité. Une fois serrées entre les ressorts, les deux glaces avec les cales qui les séparent forment un ensemble peu encombrant et parfaitement rigide, que l'on peut manier sans aucune précaution, orienter dans tous les sens, sans qu'il en résulte le moindre dérèglement ou la moindre variation d'épaisseur. Cette propriété est précieuse pour certaines applications; c'est ainsi que nous avons pu placer un tel appareil sur un télescope monté équatorialement et faire des poses photographiques de deux heures

sans que le mouvement de l'appareil ait entraîné aucune difficulté; l'épaisseur est restée constante à quelques millièmes de micron près.

Pour des épaisseurs plus grandes on peut utiliser comme cales les remarquables étalons de Johansson, qui réalisent avec une grande précision des corps solides à faces parallèles et d'épaisseur connue. Trois calibres égaux ou trois empilements d'égale épaisseur sont disposés comme l'indique la *fig. 3*, leur épaisseur étant perpendiculaire au plan de la figure. On les maintient en place en les serrant entre

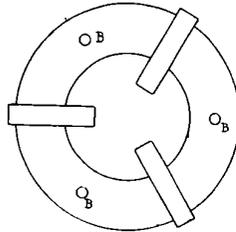


FIG. 3.

deux couronnes métalliques qui laissent déborder les calibres vers l'intérieur. Les deux couronnes (dont l'une a été enlevée sur la figure) sont reliées par trois boulons B qui maintiennent le tout en place. Les glaces argentées viennent s'appliquer sur les parties débordantes des calibres; mais il ne serait pas prudent de les faire reposer directement sur les surfaces planes d'acier; ces surfaces sont trop grandes et le moindre grain de poussière générerait le réglage. On place donc sur chaque surface une petite cale analogue à celles qui ont été décrites ci-dessus (cales métalliques ou fragments de fil). Les surfaces argentées posées sur ces cales sont assujetties par des ressorts, analogues à ceux des *fig. 1* et *2*, qui servent à achever le réglage. Avec la diversité d'épaisseurs que donnent les étalons Johansson on peut obtenir telle épaisseur que l'on désire.

Enfin, on peut ajouter les épaisseurs d'un système de calibres Johansson avec celle de couronnes d'invar de la *fig. 1*. Sur chaque face des calibres Johansson de la *fig. 3* on pose une couronne à cales d'invar. Nous avons, par exemple, réalisé un étalon interférentiel de 65 millimètres d'épaisseur en superposant un assemblage de trois calibres de 25 millimètres à deux couronnes à cales d'invar,

l'une de 25 et l'autre de 15 millimètres (*fig. 4*). Malgré la complication apparente de cet échafaudage, l'appareil s'est montré très stable.

D'autre part des étalons de grandes épaisseurs, entièrement en invar, ont été construits par M. Jobin, et employés par Benoit, Fabry et Perot dans leur mesure du mètre en longueurs d'onde ⁽¹⁾. Les moyens de réglage sont encore ceux qui viennent d'être décrits, mais les ressorts prennent appui sur la monture en invar.

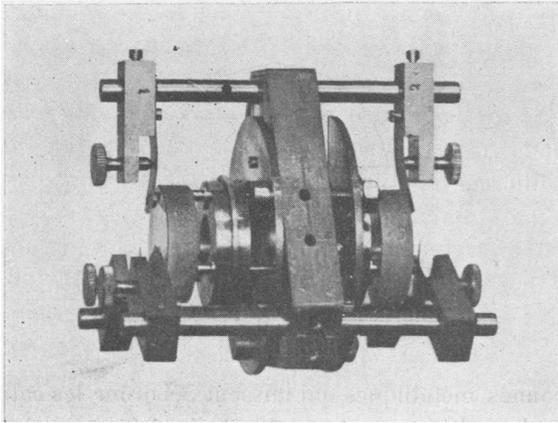


FIG. 4.

3. Propriétés des surfaces argentées. — La bonne qualité des franges obtenues dépend essentiellement des propriétés des argentes employées. Rappelons à ce sujet quelques propriétés connues.

Une surface de verre argenté est définie au point de vue optique par deux coefficients : son pouvoir réflecteur f et son pouvoir de transmission t . Les franges d'interférence produites par un système de deux surfaces dont les argentes sont identiques présentent des maxima dont l'intensité est, en supposant la lumière incidente monochromatique et d'intensité 1,

$$I_{\max} = \left(\frac{t}{1-f} \right)^2,$$

et les minima :

$$I_{\min} = \left(\frac{t}{1+f} \right)^2,$$

(1) *Travaux et Mémoires du Bureau international des Poids et Mesures*, t. XV.

On a, par suite :

$$\frac{I_{\min}}{I_{\max}} = \left(\frac{1-f}{1+f} \right)^2.$$

L'intensité I en fonction de la différence de marche Δ est donnée par la formule :

$$I = I_{\max} \frac{1}{1 + A \sin^2 \frac{\pi \Delta}{\lambda}},$$

en posant :

$$A = \frac{4f}{(1-f)^2}.$$

Les franges brillantes sont d'autant plus fines que ce coefficient A est plus grand, d'où le nom de *coefficient de finesse* qui peut lui être donné.

Les deux coefficients f et t varient avec l'épaisseur de la couche d'argent; à mesure que celle-ci augmente, f augmente et tend vers un maximum; en même temps t diminue et tend vers 0. Il en résulte qu'en augmentant l'épaisseur de la couche d'argent, on augmente la netteté et la finesse des franges, mais par contre on diminue l'intensité des maxima. Lorsqu'on dispose d'une source de lumière très intense on peut se permettre d'employer des argentures relativement épaisses donnant de très belles franges; pour étudier des lumières faibles on doit se contenter d'argentures plus minces. Le tableau suivant donne les valeurs des coefficients intéressants pour des argentures de diverses épaisseurs obtenues par projection cathodique (1).

Épaisseur d'argent en $m\mu$	Densité = $\log t$	Pouvoir de transmission t	Pouvoir réflecteur f	I_{\min}	$\frac{I_{\min}}{I_{\max}}$	Coefficient de finesse A
10	0,35	0,45	0,33	0,45	0,25	2,9
15	0,50	0,31	0,53	0,43	0,09	9,6
23	0,80	0,16	0,75	0,41	0,02	48
29	1,00	0,10	0,80	0,25	0,012	80
34	1,20	0,063	0,85	0,18	0,007	151
43	1,50	0,031	0,88	0,07	0,004	244

On voit qu'il n'y a pas intérêt à dépasser une épaisseur d'une qua-

(1) Ces nombres sont déduits en partie de mesures faites par nous et en partie de mesures faites par M. Petit (*Annales de la Faculté des Sciences de Marseille*, t. XVIII, p. 271: 1909.)

rantaine de $m\mu$; au delà, le pouvoir réflecteur n'augmente presque plus, et, par suite, on ne gagne rien au point de vue de la finesse des franges, mais par contre l'intensité des maxima décroît très rapidement. Lorsque l'intensité lumineuse est faible on prendra des argentesures sensiblement plus minces, par exemple de $20 m\mu$ d'épaisseur; on obtient avec elles des franges encore très nettes et d'une finesse suffisante, dont les intensités de maxima sont de l'ordre des quatre dixièmes de la lumière directe.

Pour choisir en connaissance de cause les argentesures qui conviennent à chaque cas, il est nécessaire de pouvoir mesurer, sur chaque argenteure, le pouvoir de transmission t et le pouvoir réflecteur f . Ces deux quantités varient d'ailleurs sensiblement avec la longueur d'onde; pour avoir un terme de comparaison bien défini, nous opérons toujours sur la radiation verte de la lampe au mercure $\lambda = 5460$.

Mesure du pouvoir de transmission. — Nous avons autrefois ⁽¹⁾ décrit une méthode basée sur l'emploi d'un colorimètre et d'un liquide dont le pouvoir absorbant avait été déterminé pour la radiation verte. Il est beaucoup plus commode de se servir du microphotomètre ²⁾ destiné à mesurer les opacités de corps quelconques. La quantité directement mesurée est alors la *densité*, définie comme le logarithme vulgaire de l'inverse du pouvoir de transmission. C'est cette quantité qui figure dans la seconde colonne du tableau précédent. Elle croît à peu près proportionnellement à l'épaisseur de l'argent.

Mesure du pouvoir réflecteur. — Nous avons déjà décrit la méthode que nous employons ⁽³⁾; rappelons qu'elle exige l'emploi de deux argentesures et est basée sur la comparaison des intensités de la lumière directement transmise avec celle qui a subi $2n$ réflexions. L'appareil représenté en coupe par la *fig. 5*, permet d'appliquer très commodément cette méthode. Les deux glaces argentées sont simplement posées en G et G', et font entre elles un petit angle variable à volonté au moyen des vis calantes V. La lumière provenant du collimateur C traverse les argentesures après s'être réfléchi en R. Les images sont observées au moyen de la lunette L. Sur le faisceau sont

⁽¹⁾ *Journal de Physique*, 4^e série, t. VII, p. 417; 1908.

⁽²⁾ *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. CLVI, p. 389; 1913; — et *Journal de Physique*, 5^e série, t. IX, p. 37; 1919.

⁽³⁾ *Journal de Physique*, 4^e série, t. VII, p. 417; 1908.

interposés le biréfringent B qui dédouble la série d'images et l'analyseur A, monté sur un cercle divisé D, qui permet d'égaliser les images.

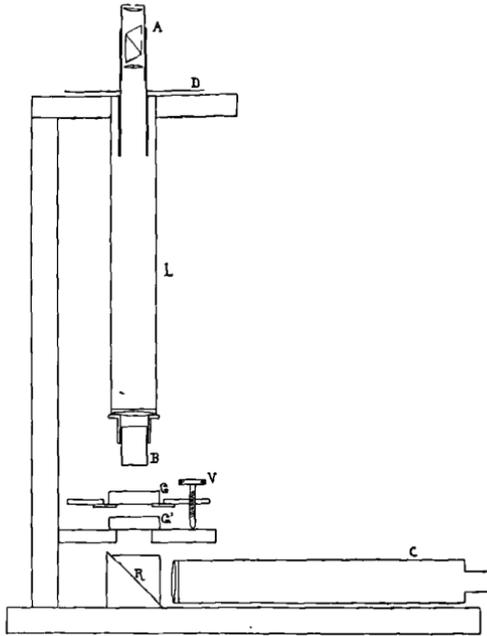


FIG. 5.

Si les deux argentures ne sont pas identiques, c'est la moyenne géométrique de leurs pouvoirs réflecteurs que l'on mesure ainsi. En étudiant trois argentures associées successivement deux à deux on obtient le pouvoir réflecteur de chacune d'elles.

4. Préparation des couches d'argent. — Nous avons renoncé à l'argenture par la méthode chimique; la méthode par projection cathodique est d'un emploi plus commode et plus sûr; elle permet plus facilement de graduer les épaisseurs d'argent et donne à transparence égale, un meilleur pouvoir réflecteur. Ce procédé est employé dans divers laboratoires avec des variantes dans la technique. Voici sous quelle forme nous l'employons.

La *cloche à argenture*, dans laquelle s'effectue l'opération, est représentée *fig. 6*. On y voit en G la glace que l'on veut argenter, et en C la cathode d'argent, placée à environ 15 millimètres de la sur-

face à argenter ; on peut modifier cette distance en enfonçant le tube de laiton T dans le tube de verre V. La cloche est fermée par le bouchon rodé B, qui porte en F le fil servant à l'entrée du courant électrique. Le vide est fait par le tube P et l'on peut, lorsque cela est utile, laisser rentrer un peu d'air par le robinet R.

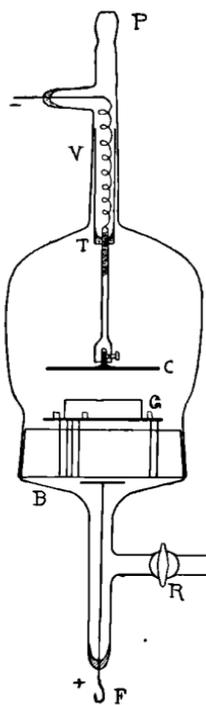


FIG. 6.

L'appareil à faire le vide doit permettre d'abaisser la pression jusqu'à quelques millièmes de millimètre, et doit avoir une vitesse d'aspiration suffisante pour évacuer les gaz dégagés par la cathode. Nous employons la pompe rotative à mercure de Gaede. La jauge de MacLeod sert, comme d'habitude, à mesurer la pression.

Il importe que le courant passe seulement dans le sens où la lame d'argent est la cathode. On peut, à la rigueur, se servir de la bobine d'induction, mais il est difficile de maintenir des conditions électriques définies. Il est bien préférable de se servir de courant continu à haute tension ; il faut disposer d'une force électromotrice

de deux ou trois mille volts, pouvant débiter quelques milliampères. A défaut d'une batterie d'accumulateurs ou d'une dynamo à haute tension, nous avons obtenu le courant continu par redressement d'une tension alternative de 3.000 volts donnée par un transformateur. Pour le redressement nous avons employé d'abord un contact tournant mû par un moteur synchrone alimenté par la même tension alternative que le primaire du transformateur. Nous employons maintenant la soupape basée sur les propriétés thermo-ioniques d'un filament chauffé, et désignée sous le nom de *kenotron* ⁽¹⁾. La tension, redressée par l'un ou l'autre de ces procédés est utilisée pour charger un condensateur de capacité suffisante pour que le courant envoyé dans la cloche soit sensiblement constant. L'intensité de ce courant est mesurée au moyen d'un milliampèremètre; une résistance d'eau permet d'en régler la valeur. Enfin un voltmètre électrostatique relié aux bornes de la cloche donne la valeur de la tension sous laquelle se fait la décharge.

Nous employons ordinairement un courant de 5 milliampères; quant à la tension aux bornes, elle est presque indépendante du courant; elle dépend surtout de la pression du gaz restant dans la cloche, et croît rapidement quand cette pression diminue. Quand la pression est trop forte, par exemple supérieure au centième de millimètre, la tension aux bornes ne dépasse pas 500 à 600 volts; le dépôt d'argent est alors presque nul, et le vide doit être poussé davantage. L'argenture se fait d'une manière satisfaisante quand la pression est telle que la tension entre les électrodes atteigne un millier de volts. Pour un vide plus avancé la tension peut atteindre ou dépasser 1.500 volts; le courant devient alors instable et les argentures manquent de régularité.

La distance entre la surface à argenter et la cathode doit être assez grande pour que l'espace sombre qui entoure la cathode pendant le passage du courant n'atteigne pas la surface à argenter.

Quand toutes ces conditions sont réalisées, l'épaisseur du dépôt d'argent, et par suite sa *densité*, croît proportionnellement au temps; on peut donc régler l'épaisseur et, par suite, les qualités optiques de la couche d'argent par la durée de l'opération. Il est nécessaire que la surface de la cathode soit bien propre; nous avons

¹⁾ Cet appareil nous a été obligeamment offert par la General Electric Company, par l'intermédiaire de son représentant M. Pilon.

obtenu de bons résultats en la recouvrant d'une couche d'argent électrolytique. Dans ces conditions, le temps nécessaire pour obtenir les argentures transparentes que nous employons est généralement d'une dizaine de minutes.

5. **Emploi d'autres métaux.** — Pour les radiations du spectre visible et du commencement de l'ultra-violet, l'argent, grâce à son grand pouvoir réflecteur, est le métal qui donne les meilleurs résultats. Lorsqu'on va vers les petites longueurs d'onde le pouvoir réflecteur des couches d'argent diminue; cette diminution est extrêmement rapide à partir de la longueur d'onde 3400, et le pouvoir réflecteur devient alors très faible; vers 3200 il est sensiblement le même que celui du verre nu. Le pouvoir réflecteur augmente de nouveau pour les longueurs d'onde inférieures à 3000, mais en restant très médiocre, et sans dépasser 0,25 même pour des couches de grande épaisseur. On est amené à employer d'autres métaux que l'argent dans les expériences sur les radiations de faible longueur d'onde. Il va sans dire que ces couches métalliques devront être déposées non sur du verre mais sur du quartz. Ces couches métalliques peuvent être obtenues, comme celles d'argent, par projection cathodique. Nous avons employé des couches de nickel.

Une étude détaillée des pouvoirs réflecteurs des couches métalliques dans l'ultra-violet a été faite par M.-E.-O. Hulburt ¹. Les corps qui ont les meilleurs pouvoirs réflecteurs pour les radiations de faible longueur d'onde sont l'aluminium et surtout le silicium. M. Hulburt a obtenu des couches de ces corps par projection cathodique en opérant dans une atmosphère de vapeur de mercure.

Pour des mesures dans le commencement de l'infra-rouge, qui sont maintenant possibles par photographie, MM. Burns, Meggers et Merrill ⁽²⁾ ont trouvé avantageux l'emploi de couches de cuivre.

6. **Méthodes de réglage des étalons.** — Les deux surfaces planes qui limitent un étalon interférentiel doivent être amenées au parallélisme exact. Les anneaux en lumière monochromatique donnent eux-mêmes un moyen de réglage très précis. Le parallélisme exact est obtenu lorsqu'en utilisant successivement les diverses parties

(1) *Astrophysical Journal*, t. XLII, p. 205; 1915.

(2) *Bulletin of the Bureau of Standards*, t. XIV, p. 765; 1918.

de la lame on obtient des anneaux dont le diamètre ne change pas. Sur un étalon de faible épaisseur l'observation peut être faite à l'œil nu ; le réglage est obtenu lorsqu'en déplaçant l'œil on n'aperçoit aucune variation de diamètre des anneaux ; sinon, on agit sur les vis qui font varier la tension des ressorts dans le sens indiqué par les variations de diamètre. Pour des épaisseurs plus grandes il est commode d'employer une lunette et de déplacer un diaphragme qui limite la surface utilisée de l'étalon.

Sans emploi des interférences le réglage peut être commencé et même presque achevé en utilisant les réflexions multiples subies par un faisceau parallèle qui traverse l'appareil. Un très petit trou, vivement éclairé, est placé au foyer d'une lentille, de manière à constituer un collimateur ; le faisceau de lumière qui en sort, après avoir traversé l'appareil interférentiel, tombe dans une lunette visant à l'infini. Le défaut de parallélisme des surfaces se traduit par l'adjonction, à l'image principale, d'une série d'images en ligne droite et équidistantes, dues aux réflexions successives sur les deux surfaces. On agit sur les vis de réglage de manière à ce que toutes ces images viennent se confondre avec l'image directe.

On peut aussi utiliser les interférences en lumière monochromatique de la manière suivante. Au lieu de viser à l'infini, on regarde la lame interférentielle elle-même, et on l'éclaire au moyen d'un faisceau monochromatique de lumière parallèle sortant d'un collimateur. Si le parallélisme des surfaces n'est pas réalisé on voit dans la lame des franges qui dessinent les courbes d'égale épaisseur ; elles sont rectilignes si les surfaces sont planes, et révèlent par leur courbure les moindres défauts de planéité. On fait déplacer à volonté le système de franges en modifiant légèrement l'incidence. Le réglage est obtenu en agissant sur les vis de manière à réaliser le mieux possible une teinte plate, qui se modifie sans apparition de franges lorsqu'on fait varier l'incidence.

La même méthode, basée sur l'emploi de franges en lumière parallèle donnant les courbes d'égale épaisseur, peut aussi être appliquée en lumière blanche, en utilisant les franges de superposition, pour passer d'un étalon réglé au réglage d'un autre d'épaisseur à peu près double ou triple. Soient *fig. 7* deux étalons *E* et *E'* dont les épaisseurs *e* et *e'* soient, par exemple, dans un rapport très voisin de 2, et supposons que *e'* soit très légèrement inférieur à *2e*. L'étalon *E* a été, préalablement, parfaitement réglé ; on veut s'en

servir pour régler E' . Un faisceau de lumière blanche parallèle, provenant du collimateur C traverse les deux étalons, puis une lentille L à travers laquelle l'observateur regarde E' en plaçant son œil au foyer. L'étalon E' est placé normalement au faisceau ; en inclinant très légèrement l'étalon E pour égaliser les différences de marche, on voit apparaître les franges en lumière blanche, qui dessinent les courbes d'égale épaisseur de E' . Ces franges sont dues à l'interférence des rayons qui se sont réfléchis quatre fois dans l'appareil E avec ceux qui ont subi deux réflexions dans E' . On agira sur les vis de réglage de E' de manière à obtenir une teinte plate.



FIG. 7.

Ce procédé peut être employé pour régler des étalons d'épaisseur trop grande pour donner des interférences en lumière monochromatique, étalons qui sont cependant d'un emploi utile dans les questions de métrologie. Des étalons de 15 centimètres peuvent être réglés en lumière monochromatique, et une fois ce réglage obtenu on peut passer à celui d'un étalon de longueur triple ou même quadruple, soit 60 centimètres.

7. Mesure optique de l'épaisseur d'un étalon. — La mesure se réduit à la détermination du numéro d'ordre d'un anneau en lumière monochromatique. L'emploi simultané de plusieurs radiations simples permet de trouver ce nombre lorsqu'on en a déjà une valeur approchée. On peut, pour cela, se servir de la méthode des excédents fractionnaires ou de celles des coïncidences. La première exige des mesures de diamètres d'anneaux pour avoir la partie fractionnaire de l'ordre d'interférence au centre ; la seconde, plus rapide, ne nécessite pas de mesure, mais seulement l'examen de l'aspect des divers anneaux. Une fois connu le numéro d'ordre de l'anneau central, on peut toujours le retrouver, s'il vient à varier de quelques unités, par l'observation d'un anneau de coïncidence, que son seul aspect distingue des anneaux voisins.

Tout revient donc à déterminer, une fois pour toutes, pour chaque étalon, l'ordre d'interférence au centre donné par une certaine ra-

diation. L'emploi des franges de superposition offre pour cela des ressources variées. Sans revenir ici sur leurs divers modes d'emploi, nous décrirons en détail une méthode dont nous faisons usage depuis longtemps, mais qui n'a pas encore été décrite. Elle permet de passer très simplement de l'épaisseur connue d'un étalon à celle, inconnue, de l'étalon que l'on veut mesurer.

Soient d'abord deux étalons dont les épaisseurs e et e' ne soient pas très différentes, et supposons que e' soit le plus petit; l'épaisseur e' est supposée connue. On place les deux étalons à la suite l'un de l'autre, on les fait traverser par un faisceau de lumière blanche ⁽¹⁾ et l'on observe au moyen d'une lunette visant à l'infini et munie d'une croisée de fils. L'étalon e' est placé, par autocollimation, de manière que ses faces soient exactement normales à l'axe optique de la lunette. On incline alors progressivement l'étalon e par rapport à cet axe, et l'on voit bientôt apparaître les franges de superposition, sous forme de franges rectilignes normales au plan d'incidence. Ces franges se déplacent dans le champ de la lunette lorsque l'on fait varier légèrement l'inclinaison de l'étalon e . On amène la frange centrale blanche à passer exactement par la croisée de fils. Si alors α est l'angle que fait la normale aux faces avec l'axe optique de la lunette, on a la relation :

$$e' = e \cos \alpha.$$

Comme l'on connaît e' on aura la valeur de e si l'on mesure l'angle α . Inclinant l'étalon dans l'autre sens, on répète la même opération; l'angle α est la moitié de l'angle dont il a fallu le faire tourner.

On voit que tout se réduit à une mesure d'angle. L'étalon e est monté sur la plateforme d'un goniomètre, dont la lunette sert à l'observation des franges, et dont le collimateur n'est pas utilisé. Immédiatement avant ou après la comparaison en lumière blanche on observe en lumière monochromatique l'étalon connu e' pour avoir la valeur exacte de l'ordre d'interférence correspondant.

La méthode est d'une application d'autant plus facile que les deux épaisseurs sont plus voisines. Si l'écart est très petit, l'angle α est faible, et il n'est pas nécessaire de le mesurer avec une grande pré-

(1) Une lampe à filament métallique demi-watt suffit pour toutes ces expériences lorsque les argentures sont de bonne qualité: son emploi est beaucoup plus commode que celui d'une lampe à arc.

cision, car pour des angles faibles le cosinus varie très lentement avec l'angle. Par exemple, si l'on veut comparer deux étalons ayant environ 1 centimètre d'épaisseur, et différant entre eux de 5 microns, l'angle α aura la valeur $1^{\circ}50'$. Une erreur de $1'$ sur cet angle ne produit sur l'épaisseur cherchée qu'une erreur de $0,1$, précision suffisante pour que l'observation en lumière monochromatique fixe sans ambiguïté le numéro d'ordre du premier anneau. De plus, avec de faibles différences d'épaisseur, les franges en lumière blanche sont assez espacées pour être très facilement trouvées et observées; dans l'exemple précédent, la distance angulaire de deux franges consécutives est d'environ $3'$; elles sont donc facilement observables, même avec une lunette à faible grossissement,

En employant de bons appareils (lunette de fort grossissement et cercle divisé de précision) on peut encore appliquer la méthode lorsque la différence des deux épaisseurs est bien plus grande que dans l'exemple précédent. C'est ainsi que nous avons comparé deux étalons ayant comme épaisseur $2^{\text{mm}},504$ et $2^{\text{mm}},913$. Le plus épais était placé sur le goniomètre Brunner de la Faculté des Sciences de Marseille dont la lunette a une distance focale de 40 centimètres et un grossissement de 40, et dont le cercle divisé donne la seconde. L'angle α était de $30^{\circ} 49' 14''$. La distance angulaire de deux franges consécutives, en lumière blanche, est de $4''$. La mesure a donné un résultat très précis. Partant de l'ordre d'interférence correspondant à l'étalon le plus mince, en lumière verte du mercure, 9169,66 et de la valeur de l'angle α on trouve, pour l'ordre d'interférence de l'étalon le plus épais le nombre 10677,59. L'observation directe a donné 10677,44. L'écart, entre ces deux résultats, n'est que de 0,15 frange, soit $0,04$ sur l'épaisseur.

La même méthode est applicable avec deux étalons dont les épaisseurs sont entre elles dans un rapport voisin d'un rapport simple. Le cas le plus intéressant est celui où l'on compare un étalon connu à un autre, qu'il s'agit de mesurer, et dont l'épaisseur est à peu près double, triple, quadruple, etc., de celle du premier. La mesure ne présente aucune difficulté lorsque le rapport est égal à 2, 3 ou 4, et elle s'applique encore bien pour des valeurs plus élevées. Nous avons pu, en employant de bonnes argentures, observer les franges avec deux étalons dont les épaisseurs étaient dans le rapport de 4 à 10, et nous en servir pour la comparaison directe des deux épaisseurs.

Pour essayer la valeur de la méthode, nous l'avons appliquée dans des conditions variées. Immédiatement après la comparaison en lumière blanche, on observait les deux étalons en lumière verte du mercure, pour fixer avec certitude l'ordre d'interférence de chacun d'eux. On calculait alors l'ordre d'interférence pour l'étalon le plus épais en partant de la valeur de l'étalon le plus mince et de l'expérience en lumière blanche; ce résultat était ensuite comparé avec la mesure directe. Le tableau suivant résume les diverses comparaisons qui ont été ainsi faites.

Les deux premières colonnes donnent par les valeurs approximatives de leurs épaisseurs la désignation des deux étalons comparés; la troisième donne le rapport des différences de marche dans les franges en lumière blanche. Dans la quatrième colonne se trouvent les valeurs de l'ordre d'interférence, en lumière verte du mercure, pour le moins épais des deux étalons, nombre qui servira de point de départ dans la mesure de l'autre. Puis viennent les valeurs de l'angle d'inclinaison α dans l'expérience en lumière blanche. Les deux colonnes suivantes donnent les valeurs de l'ordre d'interférence pour l'étalon le plus épais, déduites d'une part de l'expérience en lumière blanche et d'autre part de l'observation directe en lumière monochromatique. La différence entre ces deux déterminations est donnée dans l'avant-dernière colonne en fraction de frange, tandis que la dernière donne, en microns, l'écart sur l'épaisseur. On voit que l'écart le plus grand est de 0^r,04, excepté dans la dernière mesure, faite avec le rapport 10 de deux étalons, où il atteint 0^r,18.

Étalons comparés	Rapport des différences de marche	Ordre d'interférence du plus mince	α	Ordre d'interférence du plus épais		Ecart	
				par lumière blanche	par lumière monochromatique	en franges	en microns
2,5 5	2	9169,51	46'30"	48337,35	48337,28	0,07	0,02
2,5 3	1	9169,66	30 49'14"	10677,59	10677,44	0,15	0,04
2,5 15	6	9169,52	3 ^o 2'40"	54939,47	54939,41	0,06	0,02
2,5 7,5	3	9169,40	1 ^o 51'26"	27493,76	27493,80	0,04	0,01
7,5 15	2	27493,87	2 ^o 27'16"	54939,32	54939,40	0,08	0,02
2,5 25	10	9169,33	3 25'21"	91529,8	91530,46	0,66	0,18

On voit que la méthode s'applique dans des conditions très variées. Étant donné un étalon à mesurer on cherchera parmi ceux que l'on possède un étalon dont l'épaisseur soit à peu près une fraction simple de celle que l'on cherche. Si l'étalon le plus approché dont on dispose est encore trop éloigné du rapport simple, ce qui

conduit à des inclinaisons trop grandes et à des franges trop fines, on peut, comme on l'a dit plus haut, accroître un peu son épaisseur en interposant entre une des surfaces argentées et les cales métalliques qui déterminent sa position trois petits morceaux de mica découpés dans la même feuille. Voici, par exemple, comment nous avons fait la mesure d'un étalon en invar de 100 millimètres d'épaisseur construit par M. Jobin.

Une mesure préalable approchée a montré que l'épaisseur cherchée était d'environ 100 mm. + 80 μ . Parmi les étalons du laboratoire il s'en trouvait un d'environ 25 millimètres, mais qui était trop court d'une trentaine de microns pour faire exactement le quart de l'épaisseur à mesurer. L'employer tel qu'il était aurait conduit, dans la comparaison en lumière blanche, à des franges un peu trop fines; on a préféré, bien que cela ne fût pas indispensable, accroître son épaisseur de 30 μ au moyen de cales de mica. Dans ces conditions, on l'a mesuré en le comparant à un étalon de 5 millimètres, mesure que l'on a complétée par l'observation de ses anneaux en lumière monochromatique. On a ensuite comparé l'étalon de 25 millimètres ainsi mesuré avec celui de 100 millimètres; la détermination de ce dernier a été achevée par l'observation à la lumière du krypton, qui donne encore de très beaux anneaux avec la différence de marche de 20 centimètres.

8. Cas des grandes épaisseurs. — Dans tous les cas dont on vient de parler, la mesure est terminée par une observation en lumière monochromatique. Cette observation devient impossible pour des épaisseurs dépassant notablement le décimètre. La seule méthode possible est alors la comparaison avec un autre étalon d'épaisseur connue, fraction de celle que l'on cherche. L'emploi de la méthode par inclinaison pour égaliser les différences de marche est certainement plus simple que la compensation par une troisième lame de faible épaisseur, méthode qui a été utilisée dans la mesure du mètre en longueurs d'onde par Benoit, Fabry et Perot (¹). L'intervention de cette troisième lame rend la comparaison moins directe; la netteté des franges est diminuée, et l'on est amené à ne pas employer d'autre rapport que le rapport 2. Dans la méthode par inclinaison, où interviennent seulement les deux épaisseurs que l'on compare, on

¹) *Travaux et Mémoires du Bureau international des Poids et Mesures*, t. XV.

a sans difficulté d'excellentes mesures même lorsque le rapport des épaisseurs atteint le nombre 5. On pourrait, par exemple, passer de l'étalon de 100 millimètres mesuré en lumière monochromatique, à un étalon de 1 mètre en employant un seul intermédiaire.

9. Sources de lumière monochromatique à employer. — Les sources de lumière monochromatique employées dans toutes ces mesures doivent donner des raies intenses et très fines. Les flammes colorées par des sels métalliques, longtemps employées en optique, ne remplissent ni l'une ni l'autre de ces conditions.

Au point de vue de l'intensité, la source de beaucoup la plus commode est la lampe à vapeur de mercure. Nous employons uniquement la lampe industrielle de Cooper Hewitt. La Société Westinghouse Cooper Hewitt construit une lampe dont le tube a 20 centimètres de long, plus maniable que les longs tubes habituels. La raie verte donne des franges encore bien observables jusqu'à des différences de marche de 20 centimètres⁽¹⁾. Nous avons remesuré avec soin les longueurs d'onde des principales raies du spectre visible en les comparant à la raie rouge du cadmium. Le tableau suivant donne ces longueurs d'onde exprimées dans le système international.

4358,325,
5460,746,
5769,598,
5790,660.

Malheureusement, ces raies sont accompagnées de satellites, qui empêchent leur emploi comme étalons fondamentaux.

L'étalon fondamental est toujours la raie rouge du cadmium, émise par la vapeur sous faible pression illuminée par le courant électrique. Toutefois, l'emploi de cette source de lumière n'est pas très commode. La nécessité de chauffer le tube, sa courte durée d'existence, le rendent assez peu pratique.

Les gaz rares de l'atmosphère donnent des sources de lumière d'un emploi souvent avantageux. Plusieurs observateurs se sont servi des raies du néon, préalablement séparées au moyen d'un appareil dispersif. Les longueurs d'onde de ces raies ont été déterminées par divers observateurs, et en particulier au Bureau of

¹ *Copies inclus de l'Académie des Sciences*, t. CXLII, p. 784; 1906.

Standards⁽¹⁾. Ces raies sont très fines, dénuées de satellites, et donnent des interférences observables jusqu'à la 300000^e frange (différence de marche d'environ 18 centimètres).

Les raies du krypton sont encore plus fines. Le spectre visible contient seulement deux raies intenses, dont les longueurs d'onde sont :

$$\begin{array}{r} 5370,2908, \\ 5870,9172. \end{array}$$

Ces raies donnent des interférences jusqu'à des différences de marche de 33 centimètres et jusqu'à 53 centimètres en refroidissant le tube dans l'air liquide. Nous les avons employées avec avantage dans des mesures d'étalons de grande épaisseur.

10. Précision dans la mesure des épaisseurs. — L'épaisseur d'un étalon interférentiel est, en dernière analyse, déterminée par la mesure de l'ordre d'interférence au centre du système d'anneaux, qui se compose de la partie entière (numéro d'ordre du premier anneau) et de la partie fractionnaire. La partie entière est déterminée sans aucune erreur; la précision de la mesure est celle de la détermination de la partie fractionnaire.

Celle-ci se déduit de la mesure du diamètre angulaire d'un anneau. Si α est le diamètre angulaire d'un certain anneau, la quantité qu'il faut ajouter au numéro d'ordre N de cet anneau pour avoir l'ordre d'interférence au centre est :

$$\epsilon = N \frac{\alpha^2}{8}.$$

La mesure peut être faite en prenant successivement les trois ou quatre premiers anneaux; on doit trouver pour ϵ des valeurs ayant la même partie fractionnaire. La concordance des nombres trouvés donne une idée de la précision obtenue. L'exemple suivant montre que cette précision est très grande dans de bonnes conditions.

La mesure est faite en lumière verte du mercure; elle porte sur une épaisseur de 2^{mm},5. Le premier anneau a pour numéro d'ordre 9170. On a mesuré les quatre premiers anneaux, et trouvé

(1) PÉARD, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. CLIV, p. 1798; 1912; — BURNS, MEGGERS et MERRILL, *Bulletin of the Bureau of Standards*, t. XIV, p. 715; 1918.

les résultats suivants :

	α	ϵ
Premier anneau	3° 1' 58"	0,803
Deuxième	4° 32' 26"	1,799
Troisième —	5° 39' 46"	2,799
Quatrième	6° 35' 56"	3,804
	Moyenne...	800

On voit que l'ordre d'interférence est déterminé avec une approximation de 0,001, et par suite l'épaisseur avec une erreur qui n'est que de 0,0003.

La mesure des diamètres angulaires, poussée jusqu'à des anneaux très éloignés de l'anneau central, peut même servir à la détermination de la partie entière de l'ordre d'interférence, en ne faisant intervenir qu'une seule radiation monochromatique, et en l'absence de toute donnée préalable sur l'épaisseur.

Soit N le numéro d'ordre inconnu du plus petit anneau, et $N + \epsilon$ l'ordre d'interférence au centre. A partir de cet anneau central prenons le p^{me} anneau, dont le numéro d'ordre est $N - p$, et mesurons les diamètres angulaires α et β de ces deux anneaux. On a les relations :

$$N = N + \epsilon \cos \frac{\alpha}{2}, \quad N - p = N + \epsilon \cos \frac{\beta}{2}$$

Équations qui contiennent comme inconnues N et ϵ . On en tire :

$$1 \quad N = p \frac{\cos \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2} - \cos \frac{\beta}{2}}$$

On obtient facilement par cette méthode la valeur du nombre N à un petit nombre d'unités près, du moins lorsque l'épaisseur de l'étalon que l'on mesure ne dépasse pas quelques millimètres. Donnons comme exemple la mesure d'un étalon de 2^{mm},5 environ d'épaisseur :

Diamètre de l'anneau N	α	57 28
— $N - 20$	$\beta =$	7° 37' 48

La formule 1 donne alors $N = 9169,8$.

Craignant que cette détermination ne soit pas assez certaine, on a mesuré le 88^e anneau, et l'on a trouvé pour son diamètre $\beta = 15^{\circ} 55' 8''$. Combinée avec la valeur précédente de α cette valeur

donne $N = 9167,5$. On a enfin mesuré le diamètre du 312^e anneau, ce qui a donné $\beta = 29^{\circ}59'44''$; on en déduit $N = 9168,3$. La valeur exacte, obtenue par l'observation des coïncidences est $N = 9169$. On voit que les mesures d'angle l'ont fait connaître avec une incertitude ne dépassant pas une unité.

Il n'est d'ailleurs pas nécessaire de compter les 88 et les 312 franges qui interviennent dans la mesure. On a compté seulement les 20 premières, ce qui a donné une première valeur de N . Pour achever, on pointe des franges quelconques, et l'équation (1), en y portant la valeur approchée de N donne pour p une valeur assez approchée pour que ce nombre entier soit parfaitement déterminé; la valeur entière ainsi trouvée portée dans la même équation donne la nouvelle valeur de N .

11. Résumé. — Nous avons décrit dans ce Mémoire quelques formes nouvelles d'étalons interférentiels, indiqué les propriétés des argentures et les moyens de les préparer, exposé les méthodes qui peuvent être utilisées pour la mesure de ces étalons.

Toutes les formes décrites sont, en principe, du même type : surfaces séparées par trois cales, avec réglage par déformation locale au moyen de ressorts; nous avons indiqué des arrangements applicables les uns à des étalons de faible épaisseur, les autres à des étalons beaucoup plus épais. Nous avons insisté sur leur stabilité.

Au sujet des argentures, nous avons décrit le dispositif dont nous nous servons pour leur préparation par projection cathodique, ainsi que les appareils utilisés pour mesurer le pouvoir réflecteur et la transmission des couches métalliques; un tableau numérique montre comment ces quantités, ainsi que les propriétés des franges, dépendent de l'épaisseur.

Enfin, nous avons exposé les méthodes de réglage et de mesure des étalons interférentiels. Parmi les méthodes de mesure nous avons particulièrement étudié celle qui permet d'égaliser deux différences de marche par inclinaison de l'étalon qui donne la plus grande. Cette méthode paraît être la plus directe et la plus simple pour comparer un étalon avec un autre dont l'épaisseur est à peu près un multiple de la sienne. La méthode donne de très bons résultats même lorsque le rapport des épaisseurs atteint la valeur 5, et peut encore être employée pour la valeur 10.

MESURE EN VALEUR ABSOLUE DES PÉRIODES DES OSCILLATIONS ÉLECTRIQUES DE HAUTE FRÉQUENCE ;

Par MM. HENRI ABRAHAM et EUGÈNE BLOCH.

I. La mesure des longueurs d'onde en télégraphie sans fil. — La détermination des longueurs d'onde est à la base de toutes les mesures faites en haute fréquence. La plupart de ces mesures se font, en pratique, au moyen des *ondemètres* ou *contrôleurs d'onde*, qui contiennent un circuit oscillant à capacité ou à self réglable. L'organe réglable est muni d'une graduation sur laquelle on peut lire directement la longueur d'onde des oscillations propres du circuit. Si l'on connaissait exactement les valeurs de la self et de la capacité on pourrait calculer immédiatement les longueurs d'onde, et la graduation de l'ondemètre se ferait directement en valeur absolue. Il suffirait, en effet, d'appliquer la formule de Thomson :

$$\lambda = 2\pi \sqrt{CL},$$

qui donne la longueur d'onde en centimètres lorsque C et L représentent la capacité et la self évaluées respectivement en unités C. G. S. électrostatiques et en unités C. G. S. électromagnétiques.

Malheureusement les valeurs de C et de L ne peuvent être déterminées que d'une manière indirecte par comparaison avec des étalons de capacité et de self, et l'étalonnage est alors entaché à la fois des incertitudes possibles sur les valeurs réelles des étalons, et des erreurs inévitables des comparaisons intermédiaires.

L'expérience a montré en effet que cette méthode, seule employée jusqu'à ces derniers temps, était devenue d'une précision insuffisante pour les nécessités de la pratique. Il n'était pas rare de constater, par exemple, des écarts de trois ou quatre pour cent entre les indications de deux ondemètres étalonnés indépendamment par des établissements scientifiques en Angleterre, aux États-Unis ou en France.

Ce degré de précision n'est plus acceptable maintenant. Les progrès constants de la technique, l'emploi de plus en plus intensif des ondes entretenues et des résonances très aiguës, font du réglage d'un poste de T. S. F. une opération de précision dans laquelle il importe que les longueurs d'ondes soient définies à moins de un

pour cent près. Aussi était-il devenu urgent d'étudier des méthodes plus sûres pour étalonner en valeur absolue les ondemètres qui sont conservés comme étalons secondaires pour les comparaisons des instruments d'usage courant.

Le présent travail a pour objet de décrire la méthode que nous avons proposée pour atteindre ce but. La précision des résultats atteint aisément le millième, et c'est cette méthode qui est actuellement adoptée pour les mesures internationales de T. S. F. (1).

II. Principe de la méthode. — La longueur d'onde étant liée à la période par la formule fondamentale :

$$\lambda = VT,$$

où V représente la vitesse des ondes, égale à $2.999.40^{10}$ C. G. S., la détermination des longueurs d'onde est équivalente à celle des fréquences ou des périodes : c'est de la mesure absolue de ces périodes d'oscillations que nous nous occuperons ici.

La méthode actuelle est fondée sur l'utilisation des harmoniques.

Supposons qu'un alternateur ou un oscillateur de fréquence voisine de 1.000 périodes, et facile à déterminer par comparaison avec un diapason étalon, produise des courants périodiques extrêmement riches en harmoniques de rangs élevés. Le centième de ces harmoniques sera une oscillation de haute fréquence, puisqu'il fera 100.000 vibrations par seconde, et sa longueur d'onde sera de 3 kilomètres. Pour étalonner un ondemètre sur cette longueur d'onde de 3 kilomètres, il suffira donc de le mettre en résonance sur le 100^e harmonique du vibreur.

Nous avons été conduits à mettre au point cette méthode de mesure au cours des années 1916 et 1917, en recherchant les causes de certaines anomalies des amplificateurs à lampes de la radiotélégraphie militaire. Nous avons en effet constaté dans ces appareils des décharges intermittentes. En exagérant l'une des causes de ce phénomène, nous avons été amenés à construire un appareil spécial à deux lampes amplificatrices, dont le fonctionnement se réduisait exclusivement à la production de décharges périodiques de fré-

1) Les résultats, consignés dans diverses Notes en 1916 et 1917, ont été publiés brièvement aux *Comptes Rendus* (séance du 2 juin 1919) et communiqués à la Société de Physique (séance du 4 juillet 1919). Leur exposé détaillé a paru dans un mémoire public aux *Annales de Physique*.

quence musicale, ayant une richesse en harmoniques vraiment extraordinaire, puisqu'elle allait jusqu'à ceux de rang 200 ou 300. Nous avons donné à cet appareil le nom de *multivibrateur*, qui rappelle cette remarquable propriété.

D'après ce que nous venons de voir, la mise en œuvre de la méthode actuelle doit comporter deux opérations préliminaires :

A. — Étalonner un diapason à mille périodes par comparaison avec les secondes de l'horloge astronomique.

B. — Construire un *multivibrateur*, ou un autre oscillateur riche en harmoniques de rangs élevés.

La mesure proprement dite comprendra ensuite deux autres opérations :

C. — Accorder la fréquence fondamentale du multivibrateur à l'unisson du diapason étalon.

D. — Comparer enfin par résonance la fréquence de divers harmoniques de rangs connus avec la fréquence des vibrations propres du circuit oscillant qu'il s'agit d'étalonner.

Voici maintenant quelques indications sur les dispositifs que nous avons utilisés pour chacune de ces quatre opérations.

III. **Étalonnement du diapason.** — *Premier procédé.* Sur un enregistreur photographique multiple de Dufour, on inscrit les battements de l'horloge en même temps que les vibrations d'un diapason auxiliaire, à 100 périodes, entretenu électriquement. Le courant d'entretien du diapason excite d'autre part un circuit oscillant à self réglable que l'on met en résonance sur l'harmonique 10 de la fréquence du diapason. Ce circuit oscillant actionne à son tour un récepteur téléphonique en produisant un son de 1.000 périodes, et l'on fait battre le son ainsi obtenu avec celui que produit le diapason à 1.000 périodes que l'on veut étalonner : ces battements sont inscrits, eux-mêmes, sur la bande photographique, par la manœuvre d'un manipulateur. On a ainsi tous les éléments nécessaires pour la comparaison de la fréquence du diapason à mille périodes avec les secondes de l'horloge.

Second procédé. — L'étalonnement a été contrôlé par un procédé stroboscopique. Le son à 1.000 périodes, qui devait battre avec le diapason étudié, était produit, cette fois, par un tout petit alternateur à fer tournant produisant 40 périodes par tour et faisant 25 tours par seconde. On s'assurait de l'exactitude rigoureuse de la

vitesse de rotation en éclairant instantanément le moteur, à chaque seconde, par l'étincelle condensée d'une bobine de Ruhmkorff, manœuvrée par un relais, actionné lui-même par des interruptions de courant produites par le balancier de l'horloge.

Troisième procédé. — Enfin M. Bull a bien voulu procéder, à l'Institut Marey, à l'inscription *directe* sur film cinématographique des vibrations mêmes du diapason, fortement grossies par un objectif de microscope. L'enregistrement simultané de la seconde lui donnait alors, sans aucun intermédiaire, la mesure de la fréquence.

Ces trois procédés, appliqués à un même diapason, ont donné des résultats bien concordants. Les écarts n'ont pas dépassé *un dix-millième* de la valeur de la période.

IV. Réalisation du multivibrateur. — L'appareil consiste en un groupe de deux lampes amplificatrices du modèle courant de la

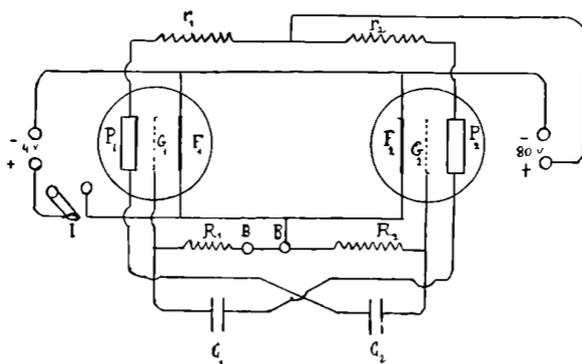


FIG. 1.

radiotélégraphie militaire, couplées à la fois par capacités et par résistances, conformément au schéma de la *fig. 1*. Les filaments F_1 et F_2 des lampes 1 et 2 sont chauffés en parallèle par une batterie de 4 volts munie de l'interrupteur d'allumage I. Chacune des plaques P_1 , P_2 est reliée à la grille G_2 ou G_1 de l'autre lampe par l'un des condensateurs C_1 ou C_2 , tous deux réglables d'abord par sections fixes, puis par variations continues. Les grilles G_1 , G_2 sont aussi en communication, par l'intermédiaire des résistances fixes R_1 , R_2 , avec le pôle positif de la batterie de chauffage. Les plaques P_1 , P_2 sont alimentées, d'autre part, à travers d'autres résistances fixes r_1 , r_2 , par le pôle positif d'une batterie de haute tension

(80 volts), dont le pôle négatif est commun avec le pôle négatif de la batterie de chauffage.

Comme nous allons le voir, dès qu'on allume les lampes, l'appareil est le siège d'oscillations électriques, dont la fréquence peut être réglée en agissant sur les condensateurs variables, et ce sont les courants fournis par cet appareil, extrêmement riches en harmoniques, qui sont utilisés pour l'observation des résonances de haute fréquence. La prise de courant se fait sur le circuit de décharge de l'une des grilles, en retirant la barrette qui relie les deux bornes marquées B et en reliant ces deux bornes à une bobine de quelques tours de fil, destinée à agir par induction sur les circuits oscillants.

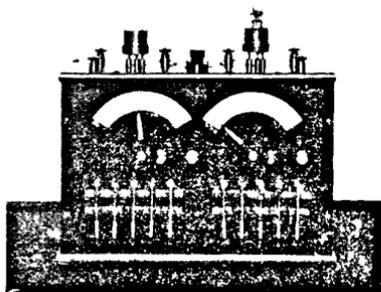


FIG. 2.

La *fig. 2* donne la vue d'ensemble des premiers appareils réalisés par la Radiotélégraphie militaire. On y voit la disposition du panneau avant formé par une planche d'ébonite sur laquelle sont fixées, à la partie inférieure, les manettes permettant de grouper en parallèles parties fixes des condensateurs C_1, C_2 et, à la partie supérieure, des boutons et des cadrans gradués permettant de manœuvrer et de lire les capacités variables et les cercles gradués permettant de lire leur valeur.

Les valeurs numériques des capacités et des résistances sont les suivantes :

$R_1 \quad R_2 = r_1 = r_2 = 50.000$ ohms, en galettes plates de fil de maillechort.

$C_1 \quad C_2$, formés de sections fixes de 0,5 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 millièmes de microfarad (mica et papier d'étain, et d'une section variable de

0,5 millième de microfarad (condensateur à air). Toutes ces sections peuvent être groupées à volonté en parallèle.

V. **Fonctionnement du multivibrateur.** — Sans entrer dans l'analyse détaillée des phénomènes, il est aisé de voir que la bobine placée en B doit être traversée par une série de *décharges brusques* se reproduisant périodiquement avec une fréquence qui dépend des valeurs des capacités C_1 , C_2 et des résistances de grille R_1 , R_2 : la période est de l'ordre de grandeur de la constante de temps :

$$t = C_1 R_1 + C_2 R_2,$$

c'est-à-dire de l'ordre du millième de seconde, d'après les valeurs adoptées pour les capacités et les résistances.

Nous allons montrer en effet que le fonctionnement de l'appareil est nécessairement intermittent. A un moment quelconque, l'un des deux circuits de plaque ne débite aucun courant, parce que la grille correspondante est négative, et, pendant ce temps, l'autre plaque débite, parce que sa grille est positive ; puis, brusquement, les deux lampes changent de rôle. La grille qui était négative ne peut pas, en effet, le rester toujours. Cette grille, avec la capacité C qui lui est reliée, se décharge progressivement à travers la résistance R correspondante, et elle tend à remonter ainsi jusqu'au potentiel du pôle positif de la batterie de chauffage. Dès que cette grille devient positive (¹), la plaque correspondante se met à débiter en même temps que l'autre. Mais nous verrons dans un moment que ce régime est tout à fait instable, et que la plaque qui vient de commencer à débiter passe presque instantanément à son débit maximum, pendant que le débit de l'autre plaque tombe brusquement à zéro : le rôle des deux plaques est alors inverse. Une nouvelle inversion de sens contraire se produira ensuite pour les mêmes raisons, et ces phénomènes se répéteront ainsi périodiquement sans arrêt. Nous voyons déjà pourquoi la période est de l'ordre de grandeur de $C_1 R_1 + C_2 R_2$, puisque cette période dépend de la durée de charge des capacités C_1 , puis C_2 , à travers les résistances R_1 , puis R_2 . Il nous reste à indiquer le mécanisme des inversions.

Partons d'un moment où, la plaque P_1 étant en plein débit, la plaque P_2 commence à débiter aussi. Le courant de cette plaque P_2 , qui passe dans la résistance r_2 , fait baisser le voltage de P_2 à cause

¹) Les potentiels sont comptés à partir du pôle négatif de la batterie de chauffage, pris comme point neutre.

de la chute de tension dans r_2 . Le condensateur C_1 transmet cette diminution de potentiel à la grille G_1 , ce qui entraîne d'abord une diminution du courant de la plaque P_1 , et, par conséquent, une élévation de potentiel par l'effet de la résistance r_1 . Cette élévation de potentiel, transmise à son tour par le condensateur C_2 , élève la tension de la grille G_2 , ce qui a pour effet d'augmenter le débit de la plaque P_2 , et, par suite, d'accélérer le changement de régime. L'inversion se poursuit ainsi rapidement, jusqu'à ce que la plaque P_2 soit à plein débit et que la plaque P_1 cesse à son tour de fournir du courant.

Ce mécanisme a pu être étudié en détails en donnant aux capacités C et aux résistances R des valeurs élevées se mesurant en microfarads et en mégohms. L'intervalle des inversions brusques est alors de *plusieurs secondes*, et l'on suit aisément les phénomènes en plaçant des instruments de mesure dans les divers circuits.

Inversement, quand on diminue les capacités et les résistances, les courants fournis par le multivibrateur augmentent de fréquence. On passe d'abord par les fréquences musicales, puis on atteint les hautes fréquences de T. S. F., mais les courants sont toujours des décharges très brusques à répétition périodique. C'est à ce caractère essentiel que le multivibrateur doit son extraordinaire richesse en harmoniques ; et il est tout à fait curieux de voir cet appareil provoquer deux ou trois cents résonances consécutives dans des circuits oscillants dont on diminue progressivement la longueur d'onde propre par réduction des capacités et des selfs.

REMARQUE. — A défaut d'un multivibrateur, on peut utiliser tout autre type d'oscillateur ou d'alternateur possédant des harmoniques, et se servir, notamment, des oscillateurs à lampes fonctionnant par induction et connus sous le nom d'*hétérodynes*. Le grand avantage du multivibrateur est de permettre de passer d'un seul coup de la fréquence musicale étalon de 1.000 périodes $\lambda = 300.000$ mètres à une fréquence de télégraphie sans fil, en faisant résonner les harmoniques élevés : le 60^e harmonique, par exemple, a une fréquence de 60.000 périodes et une longueur d'onde de 5.000 mètres. Si l'on règle ensuite le multivibrateur sur cette dernière longueur d'onde comme longueur fondamentale ¹, et si l'on utilise le 30^e harmonique, on atteint

(¹ Il est plus commode de prendre ainsi un échelon intermédiaire que d'utiliser directement des harmoniques de rangs extrêmement élevés, qui sont beaucoup trop rapprochés les uns des autres.

par un nouveau bond la longueur d'onde de 100 mètres, et l'on couvre ainsi toute l'échelle des longueurs d'onde de la T. S. F. en ne prenant que deux échelons intermédiaires. Avec des oscillateurs moins riches en harmoniques que le multivibrateur, les modes opératoires sont tout à fait semblables, mais le nombre des échelons intermédiaires est nécessairement plus considérable.

VI. Mode opératoire pour l'étalonnage d'un ondemètre. — La fig. 3 indique le schéma de montage. Un bobinage de quelques tours de fil, intercalé entre les deux bornes B du multivibrateur,

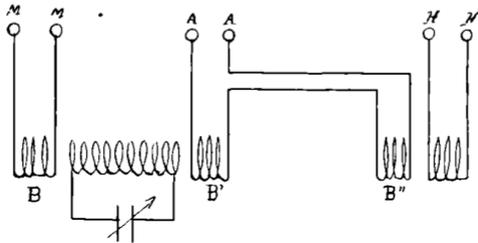


FIG. 3.

sert à exciter par induction le circuit oscillant de l'ondemètre. Ce circuit oscillant réagit aussi par induction sur une bobine analogue B', que l'on relie à un appareil *très sensible* servant à la détection des courants de haute fréquence, comme dans les réceptions ordinaires de T. S. F. On emploie pour cela un amplificateur à lampes ⁽¹⁾, pour haute fréquence, qui sert en même temps de détecteur, et avec lequel on écoute au téléphone.

Une troisième bobine auxiliaire, B'', placée comme la bobine B' dans le circuit d'entrée de l'amplificateur, sert à faire agir les ondes locales d'un oscillateur hétérodyne, pour l'observation des oscillations du circuit de l'ondemètre par une méthode de battement, comme on le fait dans la réception des ondes entretenues de la T. S. F.

L'observation des résonances se fait en écoutant avec le téléphone de sortie de l'amplificateur, et en cherchant les maxima d'intensité des sons de battements. La seule précaution à prendre, — mais elle

(1) Nous avons utilisé successivement les amplificateurs des types R (à 9 lampes, puis R₆ (à 8 lampes, que nous avons étudiés pour la radiotélégraphie militaire.

est tout à fait essentielle, — c'est *d'opérer toujours avec des couplages extrêmement faibles* des divers circuits les uns avec les autres, afin d'éviter leurs réactions mutuelles.

Avec ce montage, si l'on n'allume pas les lampes de l'hétérodyne, on entend, dans le téléphone récepteur, un son musical permanent, qui a la fréquence de l'émission fondamentale à 1.000 périodes (environ ut_3) du multivibrateur. La première opération à faire est alors de régler les condensateurs du multivibrateur de manière que ce son soit exactement à l'unisson avec celui du diapason étalon (ut_3) que l'on écoute directement, sans retirer les téléphones. L'oreille entend les deux sons en même temps, et, grâce à l'observation des battements, il est très aisé d'arriver à un unisson presque parfait, réalisable, par exemple, à une fraction de millième près quand il s'écoule plusieurs secondes entre les battements.

Les choses étant en cet état, si l'on fait varier la capacité ou la self de l'ondemètre, on observe toute une série de renforcements du son ut_3 , correspondant aux résonances successives de tous les harmoniques du multivibrateur avec la fréquence propre de l'ondemètre. Pour faire une graduation de demi-précision, on pourrait se contenter de l'observation de ces renforcements. Mais on risquerait ainsi de petites erreurs dues aux inégalités d'intensités que présentent les harmoniques successifs, et il convient d'opérer un peu différemment, en allumant l'hétérodyne, et en portant son attention sur les *sons de battements* (1).

On gagne ainsi, tout d'abord, en sensibilité, ce qui permet des couplages plus faibles; et, en outre, le son constant ut_3 de la fréquence fondamentale cesse de s'imposer à l'oreille qui ne perçoit plus, pratiquement, que le son de battements entre les oscillations entretenues de l'hétérodyne, et celles que le multivibrateur crée dans le circuit oscillant. Dans le son complexe qu'elle reçoit, l'oreille isole la note de ce son de battements; et, quand l'harmonique correspondant est en résonance, tout se passe comme s'il existait seul. Aucun trouble n'est apporté par l'existence des harmoniques voisins, qui ne sont pas entendus, ou bien qui donnent une note très différente.

1) L'emploi de l'hétérodyne est, d'autre part, indispensable, lorsque on arrive aux petites longueurs d'onde, et que l'on est forcé d'utiliser, comme on l'a vu ci-dessus, un multivibrateur de fréquence fondamentale beaucoup trop élevée pour être audible : seuls les sons de battements pourront alors être perçus.

Au moment de la résonance, la fréquence des vibrations propres de l'ondemètre est exactement un multiple entier de la fréquence fondamentale du multivibrateur, égale, elle-même, à celle du diapason. Si l'on désigne par N cette dernière fréquence (nombre de périodes par seconde), par n le rang de l'harmonique, par V la vitesse des ondes, égale à $2,999 \cdot 10^{10}$ C. G. S., la longueur d'onde λ qu'il faut inscrire sur la graduation de l'ondemètre est donnée par la formule très simple :

$$\lambda = \frac{V}{Nn}.$$

VII. Numérotage des harmoniques. Méthode des octaves. — Dans la plupart des cas, il n'y a pas à se préoccuper de ce numérotage. L'ondemètre à étalonner porte une graduation établie par construction, qui est, en général, assez bonne pour que l'on puisse prendre pour le rang n de l'harmonique le *nombre entier* le plus voisin de la fraction $\frac{V}{N\lambda_0}$, dans laquelle λ_0 est la valeur lue sur la graduation.

Si, par exemple, on observe une résonance vers la longueur d'onde 20.000 mètres, cette résonance correspond certainement à l'harmonique de rang 15, car, en pratique, l'erreur de la graduation est inférieure à $\frac{1}{15}$. Dans ce cas, du reste, le contrôle est facile. On ajoute progressivement des capacités graduées à la capacité de l'ondemètre, et l'on observe successivement, en les comptant, toutes les résonances jusqu'à la résonance sur la vibration fondamentale du multivibrateur.

Quand on arrive aux harmoniques de rangs élevés, il est commode de les repérer, d'octave en octave, par comparaison avec des harmoniques de rang connu de l'hétérodyne. Ayant établi la résonance de l'ondemètre sur un harmonique déterminé du multivibrateur, de rang n , on amène l'hétérodyne à être à l'unisson exact avec cet harmonique. On reconnaît l'unisson à ce que le son de battements devient très grave, puis disparaît pour ne plus laisser entendre que le son fondamental ut_3 du multivibrateur. Ceci fait, on supprime l'action du multivibrateur, et l'on cherche la résonance de l'ondemètre pour le premier harmonique de l'hétérodyne, qui est exactement à l'octave du fondamental. Faisant de nouveau agir le multivibrateur, on constate que l'ondemètre est juste en résonance avec un nouvel harmonique du multivibrateur, et l'on peut être

assuré que cet harmonique est à l'octave du précédent, c'est-à-dire que son rang est égal à $2n$. On passe ainsi, par exemple, de l'harmonique de rang 15 d'où l'on est parti, à l'harmonique de rang 30, puis à celui de rang 60.

On peut remarquer, enfin, que cette *méthode des octaves* est complète par elle-même et fournit aussi, directement, le rang du premier harmonique d'où l'on est parti. On a, en effet, noté deux points de l'échelle de l'ondemètre, pour lesquels il y a résonance sur les harmoniques de rangs n et $2n$. Mais, entre ces deux harmoniques, il doit y en avoir et il y en a effectivement $n - 1$ autres. Si donc nous voulons connaître le rang n , il nous suffit de compter combien il y a de résonances entre ces deux harmoniques à l'octave ; ce nombre, augmenté d'une unité, fournit le rang n que l'on cherche.

La méthode des octaves rend surtout des services pour les petites longueurs d'onde, correspondant à des harmoniques de rang très élevés du multivibrateur. Ces harmoniques sont alors si serrés que leur décompte direct serait pénible : la méthode des octaves le rend très aise.

VIII. Résultats et conclusions. — Les opérations que nous venons de décrire comportent, toutes, une grande précision.

L'étalonnage du diapason qui accompagne le multivibrateur a été fait, une fois pour toutes, au dix-millième près, et les corrections de température sont peu importantes : la fréquence augmente d'environ un dix-millième quand la température s'abaisse de un degré. La mise à l'unisson du multivibrateur avec le diapason étalon est réalisable avec une précision du même ordre, et peut être maintenue pendant toute la durée des mesures. L'expérience a montré enfin que l'exactitude avec laquelle on observe les résonances sur les harmoniques n'est limitée que par la précision même des lectures sur la graduation de l'ondemètre, et par le jeu inévitable qu'il faut laisser dans le mouvement de l'axe de rotation des organes de réglage.

En définitive, l'étalonnage d'un ondemètre se fait ainsi en toute sécurité avec une précision d'environ *un millième*, ce qui est largement suffisant pour tous les besoins techniques de la télégraphie sans fil, et même pour l'utilisation des ondemètres étalonnés dans les mesures de précision faites en haute fréquence.

Cette méthode de mesures absolues, fondée sur l'utilisation des

harmoniques, diffère beaucoup, dans son principe même, des méthodes employées antérieurement pour la détermination des longueurs d'onde en valeurs absolues. Pour faire ressortir ce en quoi elle peut constituer un progrès, on pourrait, jusqu'à un certain point, la rapprocher de la méthode créée par M. Michelson pour la mesure du mètre en longueurs d'ondes lumineuses. Dans l'expérience d'optique, les longueurs à comparer sont dans le rapport de 1 à environ 1.600.000. Les échelons intermédiaires sont comparés par des procédés interférentiels, et la grande exactitude des résultats est due à ce que les franges se succèdent suivant une loi qui est représentée exactement par la loi de succession des *nombres entiers*.

Dans le travail actuel, ce sont deux *durées* que l'on compare : la période d'une oscillation électrique de courte longueur d'onde et la période des battements de l'horloge astronomique. Pour une longueur d'onde de 100 mètres, le rapport de ces périodes est celui de 1 à 6.000.000. Les échelons intermédiaires sont fixés par les harmoniques du multivibrateur, et l'on peut dire que la précision des résultats tient à la même cause que dans les expériences de Michelson : la loi de succession des harmoniques est, ici encore, *exactement* la loi de succession des *nombres entiers*.

AUTO-RUPTEUR DE COURANT ;

Par M. A. GUILLET.

Le Wehnelt permet de produire les variations de flux nécessaires au fonctionnement de la bobine de Ruhmkorff, sans l'intervention d'un moteur déplaçant un contact dont le rôle est de fermer et d'ouvrir périodiquement le circuit inducteur.

On peut satisfaire à cette même condition sans changer la nature des électrodes des interrupteurs ordinaires et sans avoir à employer, comme dans le cas du Wehnelt, une force électromotrice d'excitation relativement grande. On s'en convaincra aisément en répétant l'expérience suivante que j'ai réalisée il y a une dizaine d'années.

Versons dans un verre ou dans un flacon un peu de mercure et par-dessus une couche d'alcool. Fermons le vase au moyen d'un bouchon livrant passage à une électrode de graphite montée de façon à pouvoir être approchée du mercure jusqu'à ce que l'extrémité

de l'électrode coïncide avec son image. *Le charbon étant pris comme anode* et le mercure comme cathode, il suffit de fermer le circuit inducteur pour que la bobine fonctionne spontanément et avec régularité.

Selon la puissance des étincelles à produire, on utilisera une force électromotrice d'excitation comprise entre 40 et 40 volts par exemple ; le courant correspondant est alors d'environ 5 ampères. Le secteur à 110 volts peut également être utilisé avec un courant apparent variant, selon les cas, de 1 à 3 ampères.

Il y a deux conditions à réaliser :

1° Le condensateur de Fizeau, remplacé par des bouteilles de Leyde, si l'on ne possède pas de condensateur proprement dit, doit être en place, c'est-à-dire disposé en dérivation sur le contact charbon-mercure ;

2° La self-induction du circuit dérivé doit être faible.

L'auto-rupture cesse en effet immédiatement des que, par le jeu d'une clef auxiliaire, le condensateur est mis hors la dérivation ou lorsque quelques spires de fil sont introduites dans la dérivation ; elle reprend son régime dès que, par la manœuvre inverse, on revient aux conditions premières.

L'atmosphère du vase, alors hermétiquement clos, peut être constituée par de la vapeur d'alcool, de l'hydrogène ou du gaz d'éclairage, etc... mais, si le milieu du point d'interruption est de l'air, l'appareil refuse de fonctionner.

À l'anode de charbon on peut substituer une cathode de fer ou encore utiliser des électrodes conductrices quelconques. Avec le cuivre, l'étincelle d'induction est particulièrement puissante, mais le fonctionnement est beaucoup moins régulier.

Si l'auto-rupteur doit jouer pendant longtemps sous forte tension, il est bon de le refroidir ; le plus souvent, il suffit d'entourer étroitement le charbon d'un serpent en cuivre à spires jointives, dans le quel circule un courant d'eau.

Pour étudier, l'influence de la force motrice d'excitation, de la nature et de la polarité des électrodes, de la nature du gaz au sein duquel se produit l'arc..., etc., sur le fonctionnement et le rythme de l'auto-rupteur, il est commode, si l'on ne dispose pas d'appareils capables d'enregistrer le courant, d'en inscrire les périodes à l'aide de l'électro Deprez inséré dans le circuit d'une couronne, formée de quelques tours de fil, entourant la bobine.

La photographie, sur plaque ou pellicule, faite au miroir tournant (rotation lente), soit de l'étincelle, donnée par une bobine de Ruhmkorff, actionnée par l'auto-rupteur, soit de l'arc au mercure, dont le contact est le siège, fournit aussi d'utiles données.

Mais mon but est seulement d'appeler l'attention sur un dispositif que chacun peut construire économiquement en quelques minutes et qui permet en particulier de réaliser toutes les expériences d'enseignement ou d'essai dans lesquelles intervient la bobine de Ruhmkorff.

VITESSE DE PROPAGATION DES ONDES SONORES DANS L'EAU DE MER;

Par M. MARTI.

En juillet 1919, le Service hydrographique de la marine a chargé M. Marti de mesurer la vitesse du son dans l'eau de mer dans des conditions connues de température et de salinité.

Par des profondeurs d'environ 13 mètres, et parallèlement à la grande digue de la rade de Cherbourg, trois microphones de fond ont été mouillés à des distances respectives d'environ 900 mètres, dont les valeurs exactes ont été déduites de mesures au ruban d'acier effectuées sur la digue et de relevées au théodolite des positions des microphones.

Le son était produit par la détonation d'explosifs disposés à 1.200 mètres des microphones extrêmes, d'un côté ou de l'autre pour éliminer les effets des courants, et les époques des passages du front de l'onde en regard des microphones étaient relevées au moyen d'un chronographe à diapason étalonné.

A 14°, 9 et pour la densité 1,0245 de l'eau de mer, la vitesse de propagation fut trouvée égale à 1.503,5 mètres par seconde.

La discordance avec les mesures antérieures de vitesse du son dans l'eau atteint $\frac{1}{20^e}$.

Colladon et Sturm 1.827; Lac de Genève 1.435 mètres à 8°; Martin, eau distillée à 4°: 1.389 mètres; Dörning, eau privée d'air à 13°: 1.441 mètres; solution à un dixième de chlorure de sodium à 15°: 1.470 mètres.

Il est difficile d'expliquer l'écart constaté par la seule influence des substances dissoutes.

Maison SOLEIL - J. DUBOSCQ, fondée en 1819

PH. <sup>O. * I. *
* * * *</sup> ET F. <sup>* *
* *</sup> PELLIN

Ingénieurs-Constructeurs

Adr. tél. FEXIPEL-PARIS

Téléphone 813-26

5, Avenue d'Orléans — PARIS (Anc^t 21, rue de l'Odéon)

DIPLOMES D'HONNEUR ET MEDAILLES D'OR : 1883-1889

GRANDS PRIX : PARIS 1900, SAINT-LOUIS 1904, LIEGE 1905, MILAN 1906

HORS CONCOURS, MEMBRE DU JURY : BRUXELLES 1897, LONDRES 1908, BRUXELLES 1910

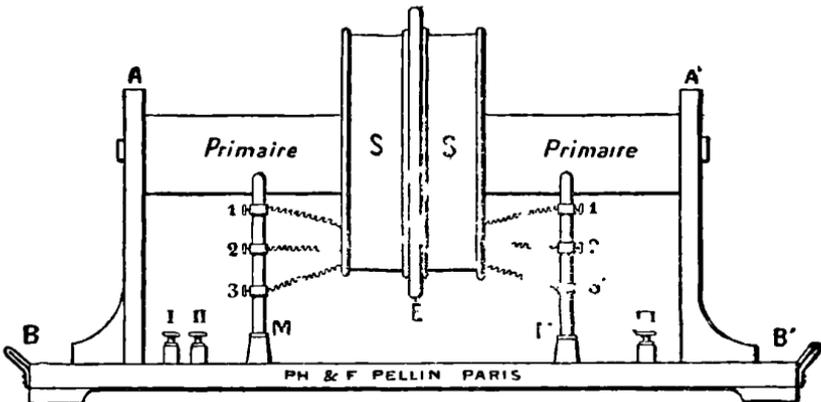
TURIN 1911, GAND 1913

APPAREILS D'OPTIQUE pour les SCIENCES et l'INDUSTRIE

APPAREILS DE HAUTE PRÉCISION

PLANS - PRISMES - OPTIQUE SUPÉRIEURE

Le Catalogue comprend 11 fascicules



Transformateur de resonance de MM. G.-A. Hemsalech et C. Tissot.

Modele de laboratoire à l'usage des Spectroscopistes.

Envoi de notices sur demande — Devis pour Installations

RÉFÉRENCES SUR DEMANDE

Ancienne Maison MICHEL et C^{ie}

Compagnie pour la Fabrication des Compteurs ET MATÉRIEL D'USINES A GAZ

Société anonyme : capital 27.000.000 de francs — 16 & 18, bd de Vaugirard, PARIS

PYROMÈTRES à COUPLES THERMO-ÉLECTRIQUES

PYROMÈTRES à RADIATIONS

TÉLESCOPE PYROMÉTRIQUE, Système FÉRY

pour la mesure des températures de 400° à 3500°

COMPTEURS ET APPAREILS
DE MESURES D'ÉLECTRICITÉ

COMPTEURS D'ALCOOL

Transformateurs de mesures

VOLTMÈTRES, AMPÈREMÈTRES et WATTMÈTRES.



PERMÉAMÈTRE ILIOVICI

FLUXMÈTRE GRASSOT

ONDOGRAPHE HOSPITALIER

Phasemètres, Fréquencemètres

ÉTALONS ÉLECTRODYNAMIQUES

Établissements H. PILON

53, rue de Paris, ASNIÈRES (Seine)

Téléph. : WAGRAM 87-02

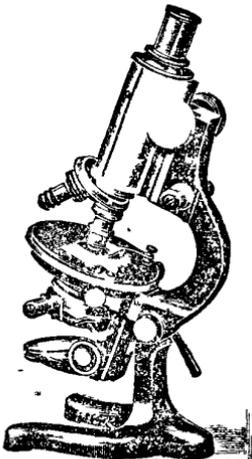
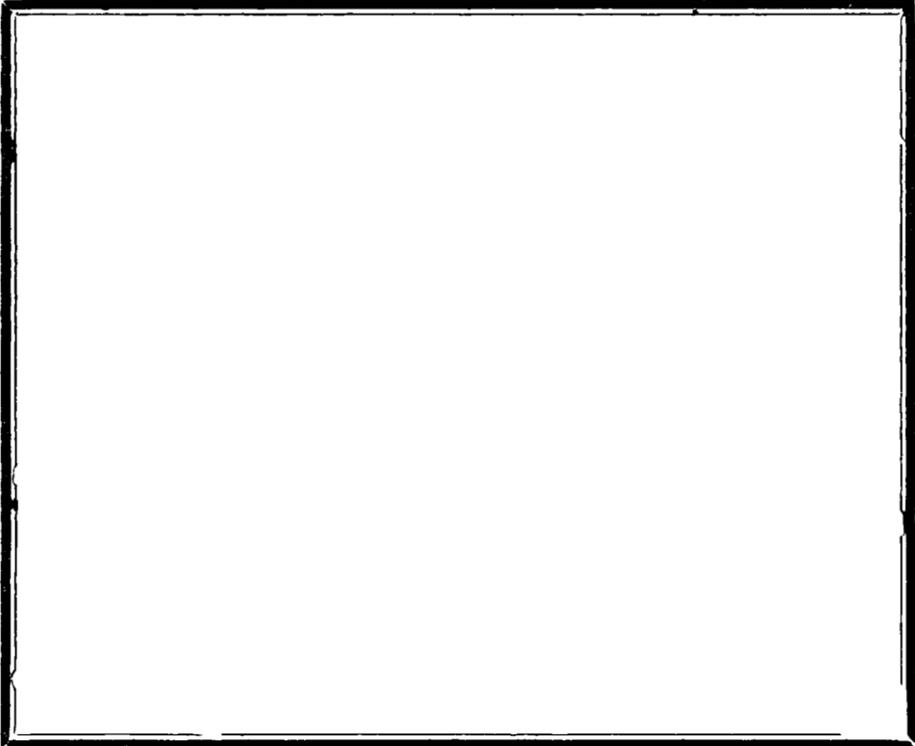
Adresse télégr. : RAYONIX ASNIÈRES-SEINE

FABRIQUE DE TUBES A RAYONS X

SPÉCIALITÉS DE VERRERIE DE PRÉCISION
POUR LABORATOIRES ET TUBES A RAYONS X
SPÉCIAUX POUR RECHERCHES

POMPES A VIDE

ENVOI FRANCO DU CATALOGUE



MICROGRAPHIE — BACTÉRIOLOGIE

E. COGIT & C^{IE}

CONSTRUCTEURS D'INSTRUMENTS ET D'APPAREILS POUR LES SCIENCES

36, Boulevard Saint-Michel, 36

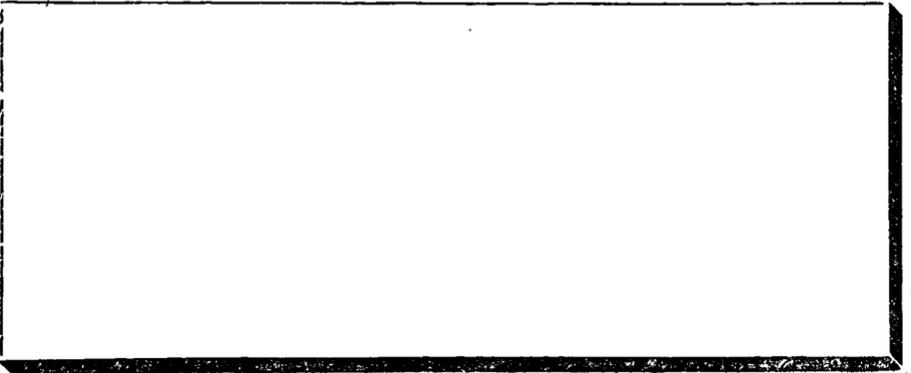
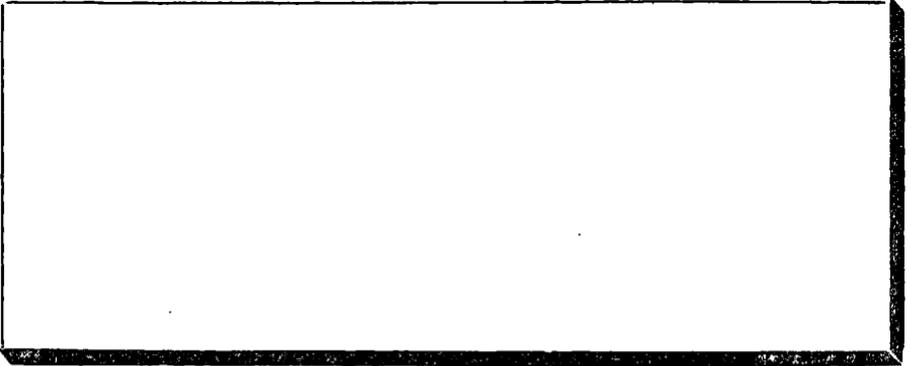
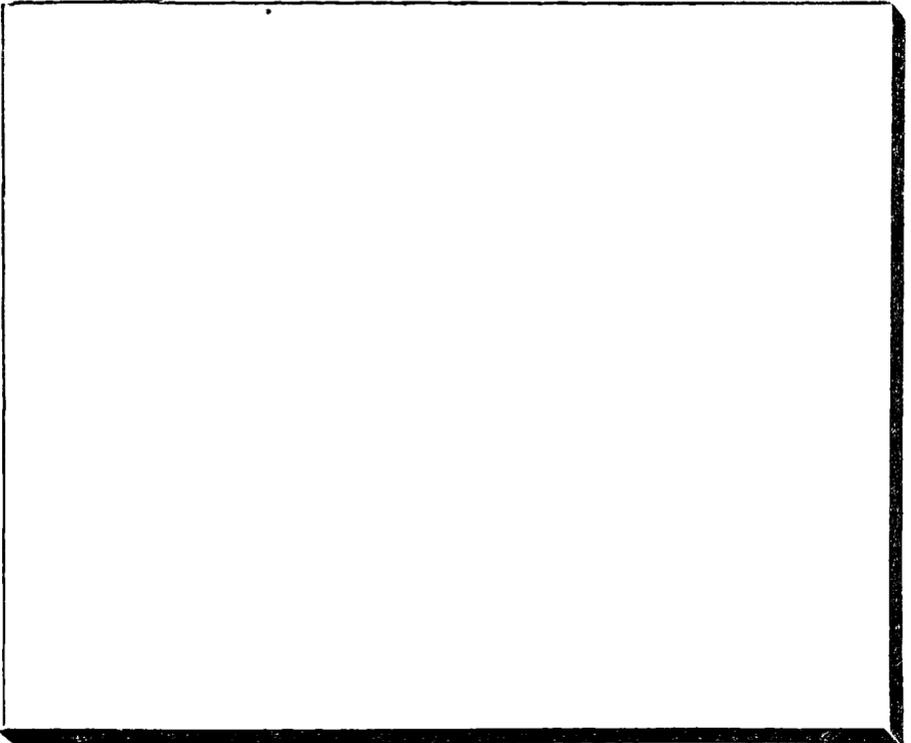
PARIS — Téléphone 812-20

Ateliers de Construction. Expéditions et Verrerie en gros
49, Rue Humboldt, PARIS

REPRÉSENTANTS EXCLUSIFS POUR LA FRANCE DES

Micoscopes KORITSKA de MILAN

NOUVEAU ÉCLAIRAGE SUR FOND NOIR POUR ULTRAMICROSCOPE



SOCIÉTÉ INDUSTRIELLE DES TÉLÉPHONES

(Constructions électriques, caoutchouc, câbles)

Société anonyme au capital de 18.000.000 de francs

25, rue du Quatre-Septembre, 25. — PARIS

Appareillage électrique

TABLEAUX DE DISTRIBUTION

POUR STATIONS CENTRALES,
SOUS-STATIONS, POSTES DE TRANSFORMATION
Interrupteurs MONOBLOC

Régulateur J.-L. ROUTIN

*D'appareil de protection, système L. NEU
Télégraphie sur les lignes à haute tension*

APPAREILS AUTOMATIQUES DE DEMARRAGE

Matériel Téléphonique

LE MONOPHONE

MICROPHONE PARIS-ROME
COMMUTATEURS " STANDARD "

INSTALLATIONS A ENERGIE CENTRALE

BUREAUX CENTRAUX -- MULTIPLES

*Matériel protégé pour les transports d'énergie
Matériel spécial pour les chemins de fer, les mines*

INSTALLATIONS PRIVÉES

Fils et Câbles électriques

CABLES ARMÉS

Câbles pour puits et galeries de mines, câbles et treuils de fonçage

MATÉRIEL COMPLET POUR GRUES ÉLECTRIQUES

Boîtes de prises de courant

Appareil A. LÉAUTÉ, pour essais par résonance de canalisations électriques à hautes tensions

CABLES TÉLÉPHONIQUES

ATELIERS R. MAILHAT

MOURONVAL, ANCIEN ÉLÈVE DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE, SUCCESSION

10, rue Émile-Dubois, PARIS XIV^e

MÉCANIQUE & OPTIQUE DE PRÉCISION EN TOUS GENRES

Instruments d'observatoires et de laboratoires. Objectifs. Miroirs.

Prismes. Lunettes. Spectroscopie. Instruments de mesure.

Micromètres. Chronographes. Pièces détachées. Instruments nouveaux
sur plans et indications. Travaux à façon.

MATÉRIEL ANCEL
pour télégraphie et téléphonie sans fil, émission et réception; postes complets et organes séparés. — Récepteur de T. S. F. à manœuvre automatique pour signaux horaires. Appareil de télé-mécanique Ganier-Ancel.

MATÉRIEL ANCEL
pour rayons X et haute fréquence: bobines intensives, interrupteurs à gaz, tableaux de distribution, condensateurs à air, à pétrole, résonnateurs, éclateurs, ampoules, soupapes, écrans et accessoires divers.

LOUIS ANCEL

Ingén. des Arts et Manufact.
Construct. breveté s. g. d. g.

BUREAUX,

ATELIERS ET LABORATOIRES
91, boul. Pereire (Sud)

PARIS, XVII^e

Anciennement n° 13, rue Brochant

BRUXELLES 11 : M D I E V R

GRAND PRIX, TURIN 1911

GAND 1913, LYON 1914

Membre du Jury, Hors Concours
Lyon 1914

Construction de tous appareils de laboratoire pour physique, chimie et électro-chimie. Construction et réparation d'outillage pour mécanique de précision.

SPECTROGRAPHE ANCEL
à prisme ou à réseau

INSTALLATION DE LABORATOIRES

RÉPARATION D'APPAREILS

Cellules de sélénium extra-sensibles Ancel sans inertie, modèles spéciaux sur commande.

GAUTHIER-VILLARS, 55, quai des Grands-Augustins, PARIS

SOCIÉTÉ FRANÇAISE DE PHYSIQUE

RECUEIL

DE

CONSTANTES PHYSIQUES

Ce magnifique volume de 753 pages, publié par

Henri ABRAHAM

Professeur à la Sorbonne, Secrétaire de la Société française de Physique,

ET

Paul SACERDOTE

Docteur ès sciences, Professeur au collège Chaptal,

Avec la collaboration de nombreux savants,

Renferme, groupées en 307 tableaux, toutes les constantes physiques, les formules et les données pratiques dont on peut avoir besoin au Laboratoire, à l'Usine ou à l'Amphithéâtre.

Le sens critique qui a présidé au choix des matériaux, la limpidité de composition des tableaux, la clarté de l'ordonnance distributive des sujets, la rapidité avec laquelle on peut trouver la page désirée, font, de ce volume, un instrument de travail fort précieux.

NOTA. — Les Auteurs, dans la rédaction de leurs mémoires, sont priés de se conformer désormais, autant qu'il leur sera possible, aux conventions, notations et formules adoptées dans le « **Recueil de constantes physiques** ».

ANCIENNE MAISON ALVERGNIAT FRÈRES J. THURNEYSSSEN,

Successeur de V. CHABAUD

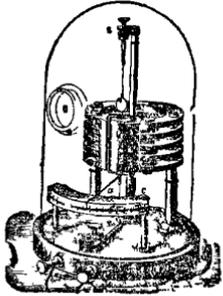
58, Rue Monsieur-le-Prince, PARIS (6^e)

APPAREILS DE PHYSIQUE ET DE CHIMIE

POMPES et TROMPES à MERCURE

TUBES de CROOKES à OSMO-RÉGULATEUR VILLARD

Electroscopes Hurmuzescu. — Électromètre capillaire de M. Lippmann. — Appareil de M. Debierne pour la radioactivité. — Électroscope à filament de charbon de M. Villard



ATELIERS E. DUCRETET

F. DUCRETET & E. ROGER, Succ^{rs}

CONSTRUCTEURS

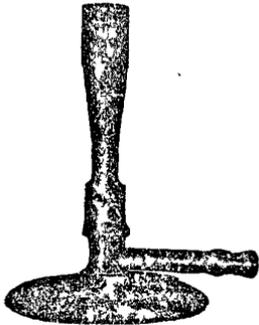
75, Rue Claude-Bernard, PARIS

CABINETS DE PHYSIQUE COMPLETS

Notices et Catalogues illustrés

APPAREILS DE COURS ET DE RECHERCHES
APPAREILS DE MESURES — INSTRUMENTS INDUSTRIELS

MATÉRIELS de TÉLÉGRAPHIE sans FIL en usage aux grandes distances



G. MEKER et Cie

Société en commandite par actions. Capital : 220.000

APPAREILS DE CHAUFFAGE AU GAZ

BRULEURS DE LABORATOIRES ET D'INDUSTRIE

Fours à très hautes températures

ÉTUDES DE TOUS CHAUFFAGES

37, rue Danton. Levallois (Seine)

MAISON FONDÉE EN 1864

TÉLÉPHONE

810-83

G. FONTAINE

CATALOGUES
ET DEVIS
SUR DEMANDE

RAUL NEVEU SUCCESSION

ÉLÈVE DE MM. ALVERGNIAT

ÉTUDE et CONSTRUCTION

D'APPAREILS DE CHIMIE ET DE PHYSIQUE

Fournitures Générales pour Laboratoires

PRODUITS CHIMIQUES PURS

PARIS

16 - 18 - 20
RUE MONSIEUR-LE-PRINCE





ROYCOURT Ing^r des Arts
& Manufactures

Avenue d'Orléans, 71, PARIS

MACHINES ÉLECTROSTATIQUES

WIMSHURST-BONETTI

ÉLECTROTHERAPIE, H^e FRÉQUENCE, RAYONS X

Concessionnaire exclusif des appareils

ROPIQUET

Transformateurs, Interrupteurs, Supports d'ampoules.

INSTRUMENTS DE PRÉCISION EN VERRE

G. BERLEMONT

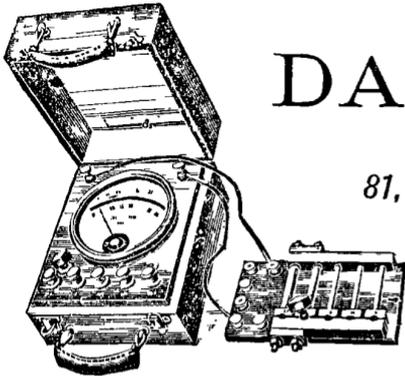
CONSTRUCTEUR

TÉLÉPHONE 807.22

PARIS - 11, Rue Cujas - PARIS

Chargé des Cours du Travail du Verre à l'École de Physique et de Chimie
et à la Faculté des Sciences de Paris

INSTALLATION TECHNIQUE DE LABORATOIRES SCIENTIFIQUES & INDUSTRIELS
VERRERIE, TERRE, GRÈS, PORCELAINE, CHAUFFAGE



C^{ie} F. A. C.

Tél. Roquette 33-42

DA & DUTILH

Ingénieurs-Constructeurs

81, rue Saint-Maur. — PARIS

Tous appareils de mesures électriques
industriels et de précision

J. REGNIER, CONSTRUCTEUR

10, rue Victor-Cousin, et 19, rue Cujas, PARIS. — Tél ph. : G b l i s 12 06

Maison spéciale pour la construction d'appareils de laboratoires
scientifiques et industriels

TRAVAUX DE SOUFLAGE QUARTZ ET SILICE

Thermométrie et verrerie jaugée de précision. Mastio spécial. Fioles et pipettes à échelle de température. Trompes à eau nouveau modèle. Régulateurs précis de température. Tubes à Neon de M. Georges CLAUDE

Fournitures Générales pour laboratoires
et Ateliers de construction d'appareils de précision

des Établissements POULENC Frères

122, boulevard Saint-Germain, PARIS

Siège social : 9, rue Vieille du Temple

Produits Chimiques Puraux | Produits Chimiques Industriels

Verre français marque "LABO"

Verrerie soufflée et graduée

Économie de combustible

par
un système de mesure de débit

Pyromètres

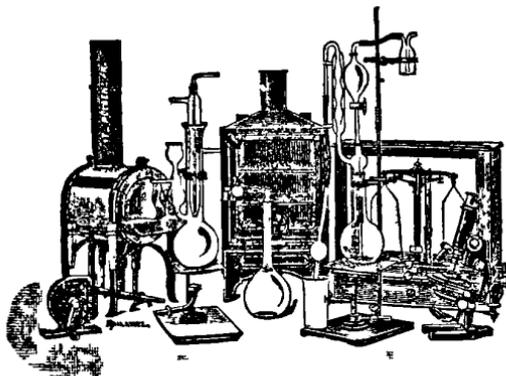
Thermomètres industriels

Mesure de la vitesse des fluides
eau et gaz

Obus calorimétrique de Mahler
L'ES I ES S

Obus de Mahler-Goutal
P SE CR NE
DANS LES CAS, FONTES, IERS

Appareils pour les Sciences et l'Industrie



L'appareil idéal du touriste est le

VÉRASCOPE

10, rue HALÉVY
(Opéra)

DEMANDER LE CATALOGUE
25, Rue MELINGUE
PARIS

RICHARD

Nouvel obturateur extra-rapide donnant le 1/400 de seconde et permettant de faire les grands instantanés sans déformations

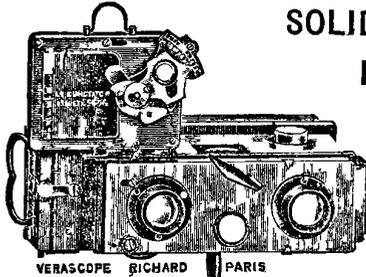
FORME correcte

GRANDEUR exacte

PERSPECTIVE juste

COULEUR vraie

Nouveauté !



VÉRASCOPE RICHARD PARIS

SOLIDE

PRÉCIS

ÉLÉGANT

PARFAIT

Nouveauté !

MAGASIN
pour pellicules en bobines

BREVETÉ S. G. D. G.

interchangeable avec le magasin pour plaques, et se charge instantanément en plein jour.



Le Cunctator Breveté S. G. D. G.

ou déclencheur automatique à temps permet à l'amateur de se photographier lui-même, de constituer le premier plan de son sériogramme et d'animer le paysage.

POUR LES DÉBUTANTS

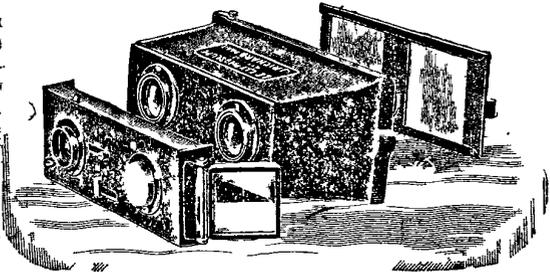
LE GLYPHOSCOPE

Breveté S. G. D. G.

a les qualités fondamentales du Vérascope

Construit d'une façon irréprochable, en matière dure, comme dans le Vérascope, le décentrage par torsion ne peut pas se produire et la mise au point est rigoureusement fixe.

Seul, un appareil rigide, établi avec une extrême précision, possède ces qualités.



Les vues du Vérascope et du Glyphoscope se voient, se projettent, se classent avec le

TAXIPHOTE

Stéréoclasser - distributeur automatique avec écartement variable des oculaires.

NOUVEAU MODÈLE avec 3 jeux d'oculaires interchangeables.

COURT Foyer pour regarder les vues en noir.

MOYEN Foyer pour les vues en couleurs montées.

PRISMES INVERSEURS pour les autochromes non coupées et non montées.

Tours. — Imprimerie DESLIS PERE, R. ET P. DESLIS.

Le Gerant : J. DESLIS

Ce Recueil paraît chaque mois.

JOURNAL DE PHYSIQUE

THÉORIQUE ET APPLIQUÉE.

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

CONTINUÉ

PAR ED. BOÛTY

PUBLIÉ PAR

LA SOCIÉTÉ FRANÇAISE DE PHYSIQUE

17

Directeur de la publication : **AMÉDÉE GUILLET**

CINQUIÈME SÉRIE.

TOME IX. — JUILLET 1919

PARIS

Tout ce qui concerne la rédaction ou l'administration doit être adressé
à M. Amédée Guillet, 4, rue Paillet, Paris, 5^e

Par application de la loi du 7 avril 1879, tous les bureaux de poste de France, d'Algérie, de Belgique, de Danemark, de Hollande, d'Italie, de Norvège, de Portugal, de Suède et de Suisse sont autorisés à recevoir les abonnements. Nos lecteurs n'ont qu'à verser la somme de 25 francs pour la France ou 30 francs pour les pays ci-dessus désignés, au nom de M. Guillet, 4, rue Paillet, V. Ils n'ont ni lettre ni mandat à envoyer, ni d'autres frais supplémentaires (Voir au verso).

Le *Journal de Physique théorique et appliquée* paraît chaque mois et forme par an un volume grand in-8° de 40 à 66 feuilles, avec figures dans le texte. Les volumes de la première série, 1872-1881, se vendent séparément 30 francs (sauf l'année 1873 épuisée). Les vingt derniers volumes, 1882-1901, se vendent séparément..... 25 fr.

Les abonnements sont annuels et partent de janvier

Prix pour un an (12 numéros):

France..... 25 fr.
Étranger..... 30 fr.

On s'abonne dans tous les bureaux de poste, au nom de M. GUILLET, 4, rue Paillet, Paris, V^e.

La table générale des trois séries (1872-1901) est mise en vente au prix de 10 francs.

TARIF DES TIRAGES A PART

	25 exemplaires	50 exemplaires	100 exemplaires	150 exemplaires
4 pages	14 »	16 »	18 »	20 »
8 —	22 »	24 »	26 »	28 »
12 —	30 »	32 »	37 »	46 »
16 —	35 »	39 »	44 »	53 »

Ces prix s'entendent avec une couverture passe-partout.
Composition d'un titre : 5 francs.
Couverture avec impression à la charge des auteurs :

25 ex.	50 ex.	100 ex.	150 ex.	200 ex.	300 ex.
11 »	12 »	14 »	16 »	18 »	20 »

Tout ce qui concerne la rédaction ou l'administration doit être adressé à M. Amédée Guillet, 4, rue Paillet, Paris, 5^e.

AVIS

Les circonstances n'ont pas permis de publier le *Journal de Physique, théorique et appliquée*, au cours des années 1915 et 1918.

Un volume, relatif à chacune de ces années, sera établi ultérieurement et contiendra l'exposé de recherches qui ne pouvaient être publiées qu'après la Guerre, ou concernant les travaux fondamentaux faits à l'étranger au cours de 1915 et de 1918.

SOCIÉTÉ FRANÇAISE DE PHYSIQUE.

Secrétaire général : M. M. DE BROGLIE, 29, rue de Chateaubriand, Paris, VIII^e.
(Téléphone : 520-29)

Trésorier : M. Ph. PELLIN, 5, avenue d'Orléans, Paris, XIV^e.

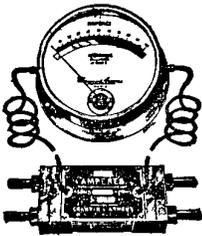
TABLE DES MATIÈRES.

JUILLET 1949.

H. ABRAHAM et E. BLOCH. — Entretien des oscillations d'un pendule ou d'un diapason avec un amplificateur à lampes 225

H. BUISSON et Ch. FABRY. — Vérification expérimentale du principe de Doppler-Fizeau 234

A. BOUTARIC — Sur une relation entre le pouvoir absorbant de l'atmosphère pour les radiations solaires et la polarisation de la lumière diffusée..... 239



CHAUVIN et ARNOUX

INGENIEURS-CONSTRUCTEURS

186 et 188, Rue Championnet, PARIS

APPAREILS POUR TOUTES MESURES ÉLECTRIQUES
POUR LE LABORATOIRE,
LE CONTRÔLE ET LE TABLEAU

4 MÉDAILLES D'OR, 4 GRANDS PRIX. — HORS CONCOURS, MILAN
DEMANDER L'ALBUM GÉNÉRAL

APPAREILS D'ACOUSTIQUE

POUR LA DÉMONSTRATION

Maison fondée en 1872, par **J. LANCELOT**, Constructeur
70, Avenue du Maine, PARIS (14^e)

FOURNISSEUR DES MINISTÈRES, DES UNIVERSITÉS, LYCÉES & COLLÈGES

Médailles d'Or aux Expositions

(ENVOI FRANCO DU CATALOGUE).

FOURNITURES GÉNÉRALES POUR LA PHOTOGRAPHIE APPLIQUÉE A L'INDUSTRIE ET AUX SCIENCES
G.-H. CALMELS, 150, B^d du Montparnasse, PARIS (XIV^e)

MATÉRIEL DE DEMONSTRATION ET D'ENSEIGNEMENT
POUR L'OPTIQUE ET LA SPECTROSCOPIE

Moulages de réseaux de diffraction, 570 traits au millimètre, depuis 13 francs.

Spectroscopes à vision directe, à réseau, de 13 à 200 francs.

Spectrographes (5 spectres sur plaque 9 × 12), depuis 80 francs.

Cuves à faces parallèles, cuves prismatiques, cuves lenticulaires.

Ecrans colorés monochromatiques et pour toutes applications.

Matières colorantes, pures et ordinaires, de toutes provenances.

Verrerie soufflée (tubes à essais 14 × 140 à 30 francs le mille).

ATELIERS DE MÉCANIQUE ET D'ÉBÉNISTERIE DE PRÉCISION
EXTRAIT DU CATALOGUE GÉNÉRAL FRANCO SUR DEMANDE

APPAREILS D'OPTIQUE POUR LES SCIENCES ET L'INDUSTRIE

*Saccharimètres et Polarimètres
Laurent. — Goniomètres. — Réfractomètres. — Spectroscopes de
Laboratoire, 1, 2 ou 4 prismes de
60°. — Spectroscopes à vision di-
recte. — Dispositifs à oculaire ou à
chambre photographique. — Grands
spectrographes à retour, à objec-
tifs ou à miroirs. — Minimum de
déviation automatique. — Miroirs.
— Objectifs. — Prismes flint,
quartz, spath, etc.*

MATÉRIEL POUR L'ASTROPHYSIQUE

A. JOBIN

BUREAUX et ATELIERS

31, rue Humboldt (14^e)
Anciennement, 21, r. de l'Odéon

Paris 1889 : Grand Prix

Paris 1900 : Grand Prix

THÉODOLITES

ET INSTRUMENTS DE GÉODÉSIE

SURFACES PLANES

APPAREILS INTERFERENTIELS

Interféromètres
et étalons interférentiels
Pérot et Fabry

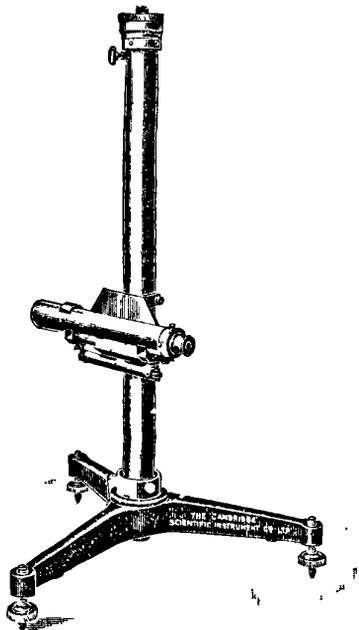
APPAREILS
DE MESURE ET DE VÉRIFICATION

Micromètres

COMPARATEURS

CATHÉTOMÈTRES

à employer avec une échelle étalon



Le pilier de cet instrument peut tourner autour de son axe et être monté ou descendu micrométriquement de 25 millimètres.

A l'aide de la tête micrométrique on peut subdiviser les indications de l'échelle jusqu'à 0,01 millimètre et, par évaluation, à 0,001 millimètre.

Le déplacement vertical du télescope le long du pilier est de 50 millimètres.

Prière de demander notre catalogue français d'appareils généraux,
N° 303.

THE CAMBRIDGE SCIENTIFIC INSTRUMENT CO. LTD.
CAMBRIDGE, ANGLETERRE

LES PROGRÈS DE LA PHYSIQUE MOLÉCULAIRE

Volume de 242 pages)

CONFÉRENCES FAITES A LA SOCIÉTÉ FRANÇAISE DE PHYSIQUE
en 1913-1914

PAR

M^{me} Pierre CURIE, J. BECQUEREL, Maurice DE BROGLIE, A. COTTON,
Ch. FABRY, P. LANGEVIN, Ch. MAUGUIN, H. MOUTON.

- P. LANGEVIN. — La physique du discontinu.
M. DE BROGLIE. — Les progrès de nos connaissances concernant les rayons Röntgen.
M. MAUGUIN. — Les cristaux liquides.
M^{me} P. CURIE. — Les radio-éléments et leur classification.
H. MOUTON. — Biréfringence magnétique des liquides purs; anisotropie et orientation des molécules.
A. COTTON. — Symétrie des cristaux et symétrie moléculaire.
Ch. FABRY. — Les mouvements des particules lumineuses dans les gaz.

Gauthier-Villars et C^{ie}, 55, quai des Grands-Augustins, Paris.

LA THÉORIE ÉLECTRIQUE MODERNE THÉORIE ÉLECTRONIQUE

PAR

Norman Robert CAMPBELL, Sc. D de l'Université de Leeds

Traduite par M.-A. CORVISY.

Dans ce volume de 464 pages, M. R. Campbell s'est efforcé de présenter un tableau exact et complet de ce qu'il y a d'essentiel et de général dans les travaux inspirés par les théories modernes. Il a essayé d'exposer le sujet dans l'ordre logique, d'analyser les raisonnements par lesquels on cherche à relier entre eux les phénomènes les plus divers et de diriger spécialement l'attention sur les hypothèses introduites.

On trouvera dans ce volume, d'une lecture facile et attachante, tout ce qui concerne les propriétés de l'électricité, les diélectriques, les conducteurs électriques et métalliques, la conduction dans les gaz, la susceptibilité magnétique, la magnéto-optique, le rayonnement, les rayons des substances radio-actives, la lumière et ses effets, la radiation complète et la structure de la lumière, les rayons X et les rayons γ , les propriétés de la matière, la structure de l'atome, et enfin les propriétés des systèmes en mouvement. Il est difficile à l'heure présente de coordonner d'une façon plus claire et plus vivante l'infinie multiplicité des phénomènes qui préoccupent les Physiciens.

A. Hermann et Fils, 6, rue de la Sorbonne.

CHEZ DUNOD, ÉDITEUR

PARIS, 47 ET 49, QUAI DES GRANDS-AUGUSTINS

LE
SOUFFLAGE DU VERRE

Dans les laboratoires scientifiques et industriels.

PAR

HENRI VIGREUX

Avec une préface de **M. HALLER**, MEMBRE DE L'INSTITUT

Deuxième édition.

Volume de 268 pages avec 256 figures, à l'aide duquel un débutant peut s'initier aux méthodes et aux tours de mains nécessaires pour acquérir de la dextérité dans la confection des multiples formes d'objets employés dans la pratique courante des laboratoires.

Sans avoir la prétention de faire œuvre didactique, M. Vigreux s'est cependant efforcé de rassembler, sous une forme claire et concise, tout ce que l'on connaît et tout ce que son expérience personnelle, qui est grande, lui a permis d'acquérir pour faciliter à tout débutant, à tout étudiant, le travail du verre sous ses aspects les plus variés.

La virtuosité de M. Vigreux, qui s'est formé lui-même, se manifeste par de multiples tours de mains et la réalisation de nombreux appareils fort répandus dans les laboratoires : laveurs, appareils à distillation, à rectification, à vide, absorbeurs, régulateurs, soupapes de sûreté, pipettes automatiques, thermomètres médicaux, perles de verre, ampoules à rayons X..., etc.

Le livre de ce chef d'atelier persévérant et passionné pour son art, doit être dans les mains de tous ceux qui poursuivent des recherches scientifiques ou industrielles.

H.

Extrait du Catalogue des publications de la Librairie Scientifique H. HERMANN et FILS

6, RUE DE LA SORBONNE, 6, PARIS (V^e) Téléph. Gob. 14-19

CHWOLSON (O.-D.). — Traité de Physique, tome IV. Fascicule 2. Champ magnétique constant, 1913.	22 »
KENIGS (G.). — Leçons de Cinématique historique, avec notes de MM. DARBOUX et COSSERAT. Grand in-8°, 500 pages, 1897. . .	15 »
MACH (E.). — La Mécanique. Exposé théorique et critique de son développement. Trad. sur la 4 ^e édition par ED. BERTRAND, avec Introduction de EM. PICARD. 500 pages avec fig. et por- trait, 1904.	15 »
ROUSE BALL. — Récréations mathématiques. 3 volumes. . .	15 »
FABRY (E.). — Traité de Mathématiques générales, avec préface de M. DARBOUX, 1912.	9 »
FABRY (E.). — Problèmes et Exercices de Mathématiques géné- rales, 1910	10 »
ANDOYER (H.). — Cours d'Astronomie. 2 volumes, 1909-1910. .	22 »
BURALI-FORTI et MARCOLONGO. — Calcul vectoriel et appli- cations, 1911	8 »
HEYWOOD et FRÉCHET. — L'équation de Fredholm et ses appli- cations à la physique mathématique, 1912	5 »
LALESCO. — Introduction à la théorie des Équations intégrales, 1911	4 »
BOREL (E.). — Éléments de la Théorie des probabilités. 2^e édit., 1910	6 »
POINCARÉ (H.). — Leçons sur les hypothèses cosmogoniques. 2 ^e édit., 1913, avec portrait en héliogravure	12 »
SVANTE ARRHÉNIUS. — Conférences sur quelques Thèmes choi- sis de la Chimie physique, 1912	3 »
DARBOUX (G.). — Éloges académiques et Discours, 1912. In-12 de 528 pages avec portrait	5 »
AMAGAT (E.-H.). — Notes sur la Physique et la Thermodyna- mique, 1912.	5 »
DUHEM (P.). — Thermodynamique et Chimie. 2^e édition, 1910.	16 »
PERRY (J.). — Mécanique appliquée. Ouvrage traduit de l'an- glais par E. DAVAUX sur la 9 ^e éd. anglaise. 2 vol. gr. in-8°. Vol. I. L'énergie mécanique (avec 205 fig.), 1913	10 »
ERDMANN (H.). — Traité de Chimie minérale, 2 volumes avec nombreuses figures et planches, 1913-1914.	22 »
DUHEM (P.). — Le système du Monde. Histoire des Doctrines cosmologiques de Platon à Copernic. 10 vol. gr. in-8°. Tome I ^{er} . — <i>La Cosmologie hellénique. 1^{re} partie</i> , 1913. . .	18 50
OLLIVIER (H.). — Cours de Physique générale. 3 vol. gr. in-8°, 1913-1914. Tome I ^{er} . — <i>Attraction universelle. — Électrostatique. —</i> <i>Magnétisme. — Courants. — L'Électron et les Ions. — Complé-</i> <i>ments. — Symétrie des systèmes limites et des phénomènes.</i> 716 pages et 370 figures.	48
Tome II. — <i>Thermodynamique et Énergie rayonnante.</i> 300 pages et 112 figures	10
Tome III. — <i>Étude des vibrations. — Acoustique. — Electro-</i> <i>optique.</i>	

Bureau Technique d'Études et Projets

M. CAMILLE RAPP, Ingénieur-Conseil
16, RUE BOUCHUT, PARIS

Étude et Construction de

Machines Nouvelles

(Électricité et Mécanique de précision)

Renseignements et devis gratuits en mentionnant le *Journal de Physique*.

ATELIERS RUHKORFF

J. CARPENTIER

Téléph. 705.65

20, Rue Delambre, PARIS

Téléph. 705.65



INSTRUMENTS DE PRÉCISION

Mesures Électriques

ÉTALONS - BOITES de RÉSISTANCES - POTENTIOMÈTRES

ÉLECTROMÈTRES

jusqu'à 200.000 volts

PHASEMÈTRES

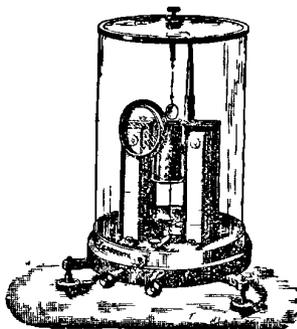
FRÉQUENCÉMÈTRES

Appareils à deux aiguilles

LOGOMÈTRES

OHMMÈTRES

Installations de mesures d'isolement



APPAREILS

pour les

ESSAIS MAGNÉTIQUES DES FERS

PYROMÈTRES ÉLECTRIQUES

INDICATEURS

ou

ENREGISTREURS

Modèles à couples

Thermo-électriques et à résistances

PONTS DE WHEATSTONE — PONTS DE THOMSON

Galvanomètres de tous systèmes — Oscillographes

AMPÈREMÈTRES — VOLTMÈTRES — WATTMÈTRES

de tous systèmes pour courants continus ou alternatifs

Modèles de Tableaux - Modèles de Contrôle

Boîtes de Contrôle - Enregistreurs

APPAREILS DE MANIPULATIONS

POUR L'ENSEIGNEMENT

CATALOGUE  SPÉCIAL pour L'ENSEIGNEMENT

**ENTRETIEN DES OSCILLATIONS D'UN PENDULE OU D'UN DIAPASON
AVEC UN AMPLIFICATEUR A LAMPES;**

Par MM. HENRI ABRAHAM et EUGÈNE BLOCH.

Les montages décrits dans cet article sont seulement ceux de deux expériences de cours. Mais les indications détaillées que nous donnons sur le mode opératoire pourront sans doute être utilisées pour d'autres applications.

I. Entretien du mouvement d'un pendule. Principe. — Un pendule OM (longueur 50 centimètres) constitué par une tige de fer plat deux fois recourbée à angle droit, porte un aimant en fer à cheval NMS (poids 400 grammes) (*fig. 1*). Pendant les oscillations du pendule, les pôles de l'aimant se déplacent à l'intérieur de deux

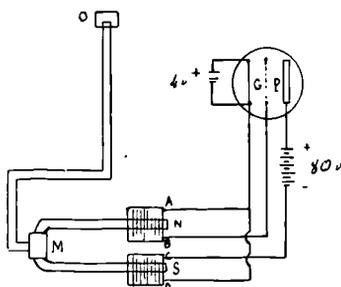


FIG. 1.

bobines fixes AB, CD, qui occupent en hauteur toute la place disponible entre les deux branches de l'aimant, afin qu'on puisse y enrouler un très grand nombre de tours de fil fin. Les bobines portent, par exemple, chacune environ 10.000 tours de fil de cuivre émaillé de $\frac{1}{10}$ de millimètre de diamètre. Il n'y a aucun inconvénient à ce que la résistance ohmique des enroulements soit de plusieurs milliers d'ohms.

Ce sont ces bobines qui servent à l'entretien des oscillations. Le mouvement du pendule crée, par induction dans la bobine AB, une force électromotrice proportionnelle à la vitesse de l'aimant. Supposons que cette force électromotrice actionne un servomoteur

qui envoie dans la seconde bobine CD un courant dont les variations soient exactement proportionnelles aux variations de tension dans la première. Le courant de la bobine CD, agissant sur l'aimant, exercera sur le pendule une force proportionnelle à ce courant, c'est-à-dire qu'en définitive le pendule sera constamment soumis à l'action d'une force proportionnelle à sa propre vitesse.

Si le sens des connexions est tel que cette force, analogue à un frottement, soit en sens inverse de la vitesse, elle agit comme un frottement magnétique superposé au frottement mécanique, et, le pendule étant mis en mouvement, il s'amortit plus vite que lorsqu'on le fait osciller sans l'intervention du servomoteur.

Invertissons maintenant le sens des connexions de la bobine CD ou de la bobine AB : les effets du servomoteur sont, eux aussi, inversés, et l'action magnétique équivaut alors à une sorte de frottement négatif, c'est-à-dire à un *effet d'entretien*. Si le frottement négatif est faible, plus faible que les forces d'amortissement mécanique préexistantes, le pendule reste encore amorti, mais il s'amortit moins vite que dans son mouvement libre.

Faisons maintenant croître peu à peu l'action du servomoteur. Nous verrons l'amortissement du pendule diminuer de plus en plus, puis disparaître pour faire place à un régime d'oscillations entretenues assez énergiques pour que, à chaque oscillation, le pendule vienne frapper fortement contre les butoirs qui limitent sa course.

L'expérience montre que les choses se passent effectivement comme nous venons de le dire quand on utilise, comme servomoteur, les *lampes amplificatrices* à trois électrodes dont les propriétés sont maintenant bien connues et dont l'emploi s'impose désormais dans la solution d'un bon nombre de questions.

II. Rappel de quelques propriétés des lampes amplificatrices. — Les lampes amplificatrices du modèle courant de la Radiotélégraphie Militaire utilisent un filament de tungstène rectiligne, placé horizontalement dans la lampe et porté à l'incandescence par une batterie d'accumulateurs de 4 volts. Le courant normal de chauffage est de 0,7 ampère. Ce filament est entouré d'une grille, en fil de nickel enroulé en forme d'hélice, ayant même axe que le filament ; autour de cette grille, se trouve un cylindre, également en nickel, qui porte le nom de *plaque*. Un vide très poussé a été fait dans la lampe, après que, par des bombardements cathodiques répétés, on a purgé de

leurs dernières traces de gaz occlus tous les organes métalliques contenus dans la lampe. La pression résiduelle est inférieure au dix-millionième d'atmosphère.

Les deux électrodes auxiliaires enfermées dans la lampe, la grille et la plaque, communiquent avec l'extérieur par des connexions soudées dans le verre, et l'on peut, au moyen de batteries d'accumulateurs auxiliaires, établir les tensions que l'on désire entre ces électrodes et le filament chauffé⁽¹⁾. Celui-ci émet, dans le vide de la lampe, des électrons négatifs, qui, captés par le champ électrique existant entre filament et grille ou entre filament et plaque, transportent dans le *circuit de grille* ou le *circuit de plaque* des courants plus ou moins intenses et rigoureusement unipolaires.

Sans faire ici l'étude détaillée de ces courants ni tracer les *caractéristiques* de la lampe, nous nous contenterons de rappeler que le courant débité par la plaque, c'est-à-dire passant de la plaque au filament, est toujours positif, et qu'il augmente jusqu'à une certaine valeur maximum dite *courant de saturation*, lorsque l'on augmente la tension de plaque, la tension de grille restant invariable. Le courant de plaque est, d'autre part, une fonction croissante de la tension de grille, si la tension de plaque reste constante, et tend vers le même courant de saturation.

Si l'on met sur la plaque une tension constante suffisamment élevée (80 à 160 volts), le courant maximum que peut débiter la plaque atteint plusieurs milliampères, lorsqu'on applique à la grille une tension positive convenable, tandis que ce courant de plaque tombe à zéro quand on porte la grille à une tension négative de quelques volts. On constate enfin que, dans ces conditions, le courant débité par la grille est presque exactement nul quand la grille est négative, et qu'il se mesure seulement en microampères quand la grille est déjà assez positive pour porter le courant de plaque à une valeur voisine du courant de saturation.

Il résulte de là qu'une petite variation de tension de la grille pourra provoquer une variation relativement importante du courant de plaque. Si l'on a intercalé dans le circuit de plaque une résistance ou (dans le cas de courants alternatifs) une self convenable, il en résultera aux bornes de cet appareil une variation de tension qui

(1) On compte ces tensions à partir du potentiel du *pôle négatif* du filament, considéré comme point neutre.

pourra être de cinq à dix fois supérieure à la variation de tension de grille qui lui a donné naissance. De là dérivent les propriétés amplificatrices de la lampe.

III. Montage pour l'entretien du pendule. — Ce montage est indiqué par la *fig. 1*. La bobine induite AB est intercalée dans le circuit de grille, c'est-à-dire entre la grille et le pôle négatif du filament. La bobine motrice CD est placée dans le circuit de plaque, c'est-à-dire entre le filament et la plaque, et l'on intercale dans ce circuit une batterie de haute tension (80 à 160 volts) dont le pôle positif est relié à la plaque. La force électromotrice induite aux bornes de AB se retrouve, amplifiée, aux bornes de CD, et est généralement suffisante pour assurer l'entretien du pendule.

Si l'on n'a pas une action motrice suffisante, on pourra l'augmenter par différents moyens.

On peut d'abord monter plusieurs lampes en parallèle. Il n'y a pas d'inconvénient, par exemple, à chauffer à la fois six lampes avec une même batterie d'accumulateurs, puisque le courant de chauffage est seulement de 0,7 ampère par lampe. On réunira toutes les grilles ensemble et toutes les plaques ensemble, et l'on opérera avec la lampe multiple comme avec la lampe simple. Le courant total débité par les plaques étant plus intense, les variations de ce courant entretiendront plus aisément le mouvement du pendule.

On pourrait aussi survolter les filaments, mais la vie des lampes s'en trouverait abrégée. Avec le chauffage normal de 4 volts aux bornes, les lampes vivent plusieurs centaines d'heures. Elles ne vivent plus que *quelques heures* avec un voltage 5,5 volts aux bornes du filament. Il y aurait avantage, au point de vue de la facilité d'entretien, à accroître en même temps la batterie de haute tension qui alimente les plaques et à la faire monter jusque vers 300 volts. D'une manière générale tout procédé qui accroîtra le débit dans le circuit de plaque rendra l'entretien plus aisé.

Au lieu de survolter les lampes, il vaut mieux agir en deux ou trois temps, et opérer avec un *amplificateur* à deux ou trois étages, comme nous l'indiquerons maintenant, en donnant seulement les détails d'un montage à deux étages.

IV. Montage avec amplificateur à plusieurs étages. — Dans l'amplification à deux étages, une première lampe, dont le circuit de

plaque contient une résistance R du même ordre que la résistance intérieure, fournit aux bornes de cette résistance des variations de tension cinq à six fois plus grandes que les variations appliquées à la grille. Ces variations amplifiées sont transmises à la grille de la seconde lampe, et l'on utilise le courant de plaque de cette seconde lampe pour entretenir le mouvement du pendule.

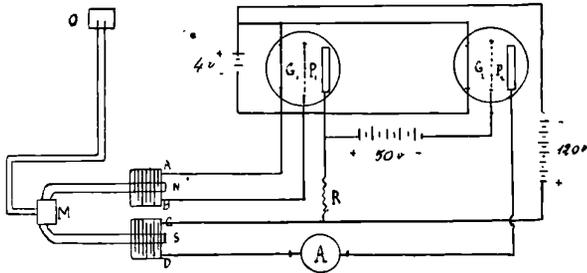


FIG. 2.

Les fig. 2 et 3 montrent le détail des connexions.

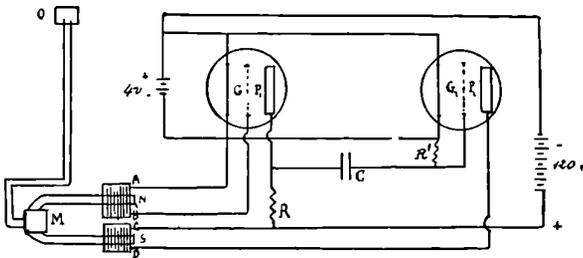


FIG. 3.

Les deux filaments sont chauffés en parallèle par la batterie de 4 volts. Il n'y a, de même, qu'une seule batterie de haute tension (120 volts) pour alimenter à la fois les circuits de plaques des deux lampes. La bobine induite AB est encore placée entre le pôle négatif du filament et la grille de la première lampe, tandis que la bobine motrice CD est intercalée entre la batterie de haute tension et la plaque de la seconde lampe.

Pour effectuer la liaison entre les deux lampes, on a intercalé une résistance R , de l'ordre de 50.000 ohms, entre la haute tension et la plaque P_1 de la première lampe. Celle-ci est reliée en même

temps à la grille G_2 de la seconde lampe, soit par une batterie auxiliaire bien isolée de 50 volts environ (*fig. 2*), soit par un condensateur de l'ordre de 2 microfarads (*fig. 3*). Dans ce dernier cas, la grille G_2 est en outre ramenée au potentiel du point neutre par l'intermédiaire d'une très grande résistance R' (quelques mégohms). Nous allons examiner successivement les propriétés de ces deux montages, dont le premier réalise un amplificateur à courants continus et le second un amplificateur de très basse fréquence, et qui peuvent l'un et l'autre être utilisés ici.

Dans le premier montage (*fig. 2*), un réglage préalable est nécessaire. Il faut que la résistance R , ou la batterie auxiliaire de 50 volts, soient réglables, parce qu'il faut que, au repos, on puisse ramener le potentiel de la grille G_2 à sa valeur normale, qui est celui du pôle négatif du filament. Ce réglage est très facile à faire en prenant pour constituer la résistance R une boîte de résistances ordinaire réglable par plots. On reconnaît que le potentiel de la grille G_2 est convenable à ce qu'un milliampèremètre A placé dans le circuit de la plaque P_2 , indique un courant faible, mais non nul.

Avec ce montage à deux étages, l'entretien d'un mouvement pendulaire est beaucoup plus facile qu'avec une lampe unique. Du reste le mécanisme de l'entretien est resté presque exactement le même. Quand le potentiel de la première grille s'abaisse, le courant de la première plaque diminue ; mais, en raison de la présence de la résistance R , cette diminution de courant fait monter le potentiel de la plaque P_1 . Cette élévation du potentiel de P_1 entraîne une élévation égale du potentiel de la grille G_2 , et il en résulte une augmentation du courant de plaque de P_2 . C'est cette variation de courant qui entretient le pendule.

Le bénéfice de l'emploi de deux étages d'amplification tient à ce que les variations du potentiel de la grille G_2 sont environ six fois plus fortes que celles que l'on se donne pour la grille G_1 .

Le type d'amplificateur que nous venons de décrire convient aussi bien pour l'amplification d'un courant continu que pour celle d'un courant lentement ou rapidement variable. Le montage représenté par la *fig. 3* ne convient plus pour l'amplification du courant continu, mais il peut être utilisé pour les tensions alternatives de fréquence très basse produites par les oscillations de l'aimant NMS dans la bobine AB.

Ce second montage est plus simple que le précédent, en ce sens

que la résistance R est maintenant une résistance fixe de l'ordre de 50.000 ohms, et qu'aucun ajustage n'est plus nécessaire. Les variations de potentiel de la plaque P_1 sont transmises à la grille G_2 à travers le condensateur C , dont la capacité est de l'ordre de 2 microfarads (condensateur de téléphone)⁽¹⁾. La forte résistance R' (de l'ordre de 4 mégohms) qui relie la grille G_2 au point neutre est destinée à définir le potentiel de cette grille et à le ramener à la valeur la plus favorable pour le fonctionnement de la seconde lampe amplificatrice. L'emploi d'une forte capacité de liaison entre les deux lampes est nécessaire pour donner au système formé par cette capacité et la résistance R' une *constante de temps* de l'ordre de CR' au moins égale à la fréquence des oscillations qu'il s'agit d'amplifier. Dans le cas contraire, en effet, une variation de potentiel de P_1 n'aurait pas le temps de se transmettre à G_2 au cours de la charge par influence du condensateur C , puisque celui-ci se déchargerait à mesure à travers la résistance R' . Moyennant cette précaution, le fonctionnement de l'amplificateur de très basse fréquence est pratiquement équivalent à celui de l'amplificateur à courants continus.

L'expérience montre que, pour des opérations plus délicates, on peut employer trois, ou même quatre étages d'amplification consécutifs, en reliant successivement les plaques de chacune des lampes à la grille de la lampe suivante, par une résistance R et une batterie auxiliaire ou un condensateur, comme on l'a fait ici pour la liaison entre deux lampes.

Ajoutons enfin que, lorsqu'il y a lieu, au dernier étage d'amplification on met plusieurs lampes en parallèle pour augmenter la puissance disponible.

V. Entretien des oscillations d'un diapason. — Le diapason étant disposé sur une base solide, nous disposerons deux électroaimants polarisés E_1 et E_2 en face des deux branches (*Fig. 4*). Ce seront, par exemple, deux téléphones de forte résistance 2.000 ohms dont on aura retiré les pavillons et les membranes vibrantes. Les supports des électroaimants doivent être réglables, pour pouvoir réduire au minimum les entrefers, mais il faut que tous les supports soient très robustes, pour que le diapason ne vienne pas se coller contre les pôles des aimants.

(1) L'isolement du condensateur doit être de l'ordre des centaines de mégohms.

L'un des téléphones est relié à l'entrée d'un amplificateur, l'autre est placé dans le circuit de sortie. On obtient de bons résultats avec les amplificateurs dits 3^{ter} et 2^{ter} qui ont été construits en grandes séries par la Radiotélégraphie Militaire. Ces amplificateurs sont

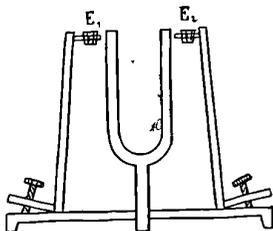


FIG. 4.

à trois étages, avec liaison par transformateurs⁽¹⁾ d'un étage au suivant, et leur diagramme est donné par la fig. 4. On peut aussi employer l'amplificateur à résistances à trois étages dont nous donnons le schéma de montage dans la fig. 5. Cet amplificateur est facile à

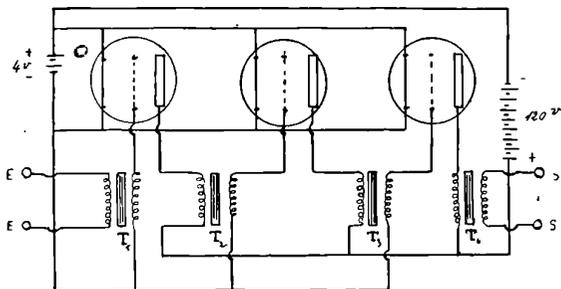


FIG. 5.

construire avec du matériel de fortune, puisqu'il ne demande que deux résistances fixes ($R_1 R_2$), bobinées à 50.000 ohms, deux petits condensateurs de liaison de $\frac{2}{4.000}$ de microfarad ($C_1 C_2$) et deux résistances ($\rho_1 \rho_2$) de l'ordre de quelques mégohms, que l'on réalise aisément.

(1) Il ne serait pas très commode d'employer la liaison par transformateurs pour l'entretien d'un pendule, parce que les transformateurs adaptés aux fréquences aussi basses que celles des oscillations d'un pendule sont trop lourds et trop encombrants.

ment avec du papier recouvert de noir de fumée, puis laminé, ou avec du papier peint simplement à l'encre de Chine.

Ces deux types d'amplificateurs sont bien adaptés à l'amplification des courants alternatifs de fréquence musicale que les oscillations du diapason induisent dans les enroulements de l'un des téléphones. Les courants amplifiés, qui traversent l'autre téléphone, tendent à accroître les oscillations et provoquent leur entretien.

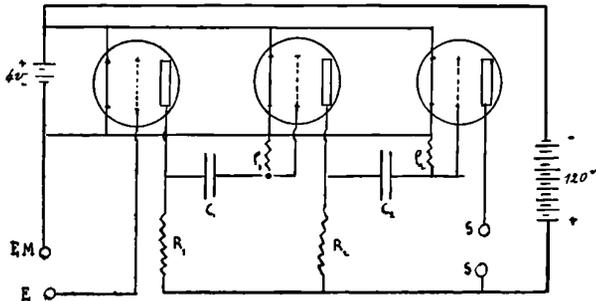


FIG. 6.

L'expérience d'entretien d'un diapason est toute semblable à celle de l'entretien d'un pendule. Dès qu'on allume les lampes de l'amplificateur, le diapason se met à vibrer et l'amplitude des oscillations devient rapidement assez forte. L'entretien des oscillations de fréquence relativement grande (au-dessus de 1.000 périodes par seconde) est aussi facile que celui des diapasons à sons graves.

Ici encore, comme dans l'entretien du pendule, si l'on inverse les connexions à l'entrée ou à la sortie de l'amplificateur, l'effet des lampes est, lui aussi, inversé. Au lieu de s'entretenir spontanément, le diapason ne peut plus vibrer : ses mouvements sont presque instantanément étouffés par la résistance mécanique fictive que l'amplificateur introduit, en quelque sorte, dans les mouvements oscillatoires des branches du diapason. Au lieu d'être instable, la position d'équilibre est stabilisée.

VÉRIFICATION EXPÉRIMENTALE DU PRINCIPE DE DOPPLER-FIZEAU;

Par MM. H. BUISSON et Ch. FABRY.

Le mouvement relatif de la source et de l'observateur conduit, en optique, à de très petites variations de longueur d'onde à cause de la très grande vitesse de la lumière. Aussi, la vérification du principe de Doppler-Fizeau n'est-elle facilement abordable que lorsqu'on s'adresse à des vitesses déjà considérables, telles que celles que présentent les corps célestes. Les observations astronomiques ont, depuis longtemps, permis de vérifier ce principe, soit dans le cas où la source et l'observateur ont un mouvement relatif, soit dans celui où il s'agit d'un corps diffusant mobile. On sait quel large champ de recherches a été ouvert par l'introduction de telles mesures en astrophysique.

Il n'y a donc aucune raison de douter de l'exactitude du principe de Doppler-Fizeau. Il peut être, cependant, d'un certain intérêt de le vérifier par des expériences de laboratoire, dans lesquelles les vitesses soient connues sans aucune incertitude. Un certain nombre d'expériences ont déjà été faites dans ce but, avec des moyens plus ou moins bien appropriés. On va les énumérer rapidement.

La plupart de ces expériences ont été faites en laissant la source et l'observateur fixes, et en faisant réfléchir la lumière plusieurs fois sur des miroirs mobiles. Les conditions à remplir sont les suivantes : vitesses de déplacement aussi grandes que possible ; analyse de la lumière au moyen d'un appareil dispersif très puissant, pouvant déceler de très faibles variations de longueur d'onde ; emploi de radiations aussi parfaitement monochromatiques que possible, afin que les très petites variations de longueur d'onde soient observables.

En 1901, BÉLOPOLSKY (1) a essayé de faire une vérification en se servant d'un spectrographe astronomique à trois prismes composés, muni d'une chambre photographique de 1^m,75 de foyer. La source de lumière était le soleil, et l'observation portait sur le déplacement des raies noires. Avant de parvenir à la fente du spectrographe, la lumière subissait un certain nombre de réflexions sur des miroirs

(1) BÉLOPOLSKY. On an apparatus for the laboratory demonstration of the Doppler-Fizeau principle. *Astrophysical Journal*, t. XIII, p. 15 ; janvier 1901.

fixés à la périphérie de deux disques tournants, dont la vitesse linéaire pouvait atteindre 80 mètres par seconde. Les deux roues tournent en sens inverse, et la lumière subit six réflexions, dont trois sur un miroir qui se rapproche de l'observateur et trois sur un miroir qui s'en éloigne. On opérait, par photographie, dans la région $\lambda = 4.400$. Malgré l'emploi de la lumière solaire très intense mais très mal adaptée à de telles mesures), la pose nécessaire pour obtenir une photographie du spectre était de trente minutes. Les mesures semblaient manifester un déplacement des raies, tout juste perceptible, dans le sens prévu par la théorie.

En 1907, Galitzin et Wilip⁽¹⁾ ont repris ces mesures, en utilisant les mêmes miroirs mobiles, mais en prenant un autre appareil dispersif et une autre source de lumière. L'appareil dispersif était un échelon de Michelson ; comme source de lumière on se servait d'une lampe à vapeur de mercure. On faisait les mesures sur des clichés photographiques, obtenus soit avec la raie verte ($\lambda = 5.461$, soit avec la raie violette ($\lambda = 4.358$; des temps de pose allant jusqu'à une heure étaient nécessaires, et il fallait prendre des précautions minutieuses pour se mettre à l'abri de l'effet des changements de température pendant un temps aussi long. Les vitesses déduites du déplacement des raies coïncident à quelques pour cent près avec celles que donne la mesure directe.

Comme on le voit, ces expériences sont délicates et exigent un équipage compliqué de miroirs tournants. En employant les moyens dont on dispose maintenant, nous avons pu, au commencement de 1914, montrer et mesurer le phénomène de Doppler-Fizeau à l'aide d'un dispositif assez simple pour que l'expérience puisse constituer une manipulation d'élève⁽²⁾. C'est ce dispositif que nous allons décrire.

¹⁾ Prince B. GALITZIN and J. WILIP. Experimental test of Doppler's principle for light-rays. *Astrophysical Journal*, t. XXVI, p. 49; juillet 1907.

⁽²⁾ Notre dispositif a été décrit en 1914, dans une courte note publiée dans les *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. CLVIII, p. 1498, séance du 25 mai 1914.

En 1917 et 1918, M. Majorana, qui ne connaissait pas nos expériences, a publié deux notes sur le même sujet. Dans la première *C. R.*, t. CLXV, p. 424, 1^{er} octobre 1917), il décrit une expérience analogue à la nôtre, dans laquelle toutefois l'effet Doppler-Fizeau est produit par plusieurs réflexions sur des miroirs mobiles. L'effet est constaté par interférence, en employant comme nous l'avons fait la lumière de l'arc au mercure et une différence de marche de 130 millimètres. Dans la seconde note (*C. R.*, t. CLXVII, p. 71, 8 juillet 1918), est de-

Pour éviter les difficultés qu'il y a à faire tourner rapidement la source de lumière ou même des miroirs, nous avons pris comme objet mobile un corps diffusant ; on est alors dans un cas analogue à celui qui se présente dans l'étude de la rotation des planètes. La *fig. 1* représente, en projection horizontale, le schéma de l'appareil.

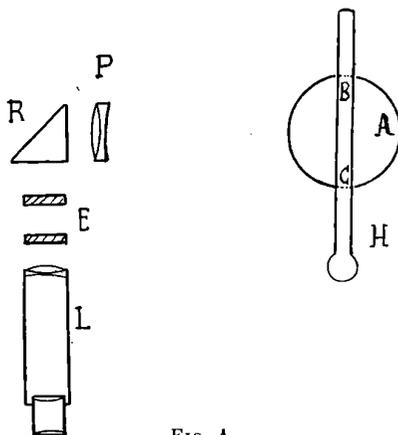


FIG. 1.

L'objet mobile est un disque horizontal A de papier blanc, de 16 centimètres de diamètre, mis en rotation rapide autour de son axe vertical ; il était, pour cela, monté sur l'axe d'une écrémeuse à force centrifuge, petit appareil dont la manivelle est mue à la main et qui, au moyen d'une multiplication de mouvement par engrenages, donne une vitesse de rotation d'environ 200 tours par seconde. Cette grande vitesse est obtenue sans difficulté, grâce à la légèreté du disque entraîné. Les points du bord se déplacent ainsi avec une vitesse de 100 mètres par seconde. La source de lumière est une lampe Cooper Hewitt à vapeur de mercure, consistant en un tube lumineux de 60 centimètres de long, placé horizontalement en H au-dessus d'un diamètre BC du disque. Chacun des points B et C

crité une expérience dans laquelle c'est la source de lumière elle-même qui est montée sur le disque tournant.

M. Majorana a présenté ses expériences comme démontrant certains résultats relatifs à la théorie de la lumière ou à celle de la relativité. En réalité, de l'exactitude du principe de Doppler-Fizeau, on peut déduire certaines conséquences au point de vue de la théorie de la lumière, mais les expériences de M. Majorana, comme celles de Belopolsky, de Galitzin et les nôtres, ne sont pas autre chose qu'une vérification de ce principe.

reçoit, de la lampe, des rayons de diverses directions, mais tous perpendiculaires à sa vitesse; chacun de ces points se comporte comme un point lumineux mobile, émettant une lumière identique à celle de la lampe; ils ont des vitesses égales et opposées, de 100 mètres par seconde. Un observateur placé à une certaine distance dans une direction perpendiculaire à BC et regardant le disque sous une incidence très oblique le verra sous la forme d'une ellipse très allongée dont une extrémité du grand axe s'éloigne de lui, tandis que l'autre s'en rapproche. L'effet Doppler-Fizeau doit produire une petite différence entre les longueurs d'onde des radiations provenant de ces deux points, égale à 7×10^{-7} en valeur relative. Pour mettre en évidence cette différence de longueur d'onde, nous avons employé un étalon interférentiel à lames argentées de 65 millimètres d'épaisseur représenté en E sur la figure (1). Les anneaux sont observés au moyen d'une lunette L visant à l'infini. Il importe que chaque point du champ soit éclairé par un seul point du disque, et, pour cela, que l'image nette du disque soit vue dans la lunette en même temps que celle des anneaux. Il faut donc rejeter à l'infini l'image du disque. Ce résultat est obtenu à l'aide de la lentille P, ayant 1 mètre de distance focale, et dont le plan focal contient le diamètre BC du disque tournant. L'axe de cette lentille est légèrement incliné, afin que le disque ne soit pas vu rigoureusement par sa tranche. Le faisceau issu du disque et sortant de la lentille se réfléchit sur le prisme à réflexion totale R, puis traverse l'étalon interférentiel et la lunette d'observation; en faisant légèrement tourner le prisme on déplace l'image du disque dans le champ de la lunette, et un bord, puis l'autre, peuvent être amenés à éclairer le centre immobile des anneaux; le mouvement du prisme est limité par deux butoirs, ce qui permet de passer sans tâtonnement d'une des positions à l'autre. Si le disque est immobile, ce changement n'amène aucune modification dans l'aspect des anneaux; lorsque le disque tourne, on voit les anneaux se contracter quand on passe du bord qui se rapproche à celui qui s'éloigne de l'observateur.

Pour l'observation visuelle, on se sert de la radiation verte, isolée au moyen de cuves absorbantes. L'ordre d'interférence, avec la différence de marche employée de 130 millimètres, est alors d'environ 240.000. En passant d'un bord à l'autre, le changement est

(1) Nous décrirons prochainement en détail les divers étalons interférentiels que nous employons dans nos recherches.

d'environ $\frac{1}{6}$ d'anneau ; il est assez grand pour être constaté facilement sans aucune mesure.

Si l'on veut faire des mesures il y a, comme d'habitude, grand avantage à employer la photographie. On utilise alors la raie violette, et on remplace la lunette par une chambre photographique mise au point pour l'infini. On fait des photographies successives en employant les deux bords du disque animé d'une vitesse de rotation connue, et l'on mesure la variation de longueur d'onde en déterminant sur le cliché les diamètres d'anneaux suivant la méthode habituelle. Les poses nécessaires pour obtenir les clichés sont extrêmement courtes ; même avec l'appareil de très faible ouverture dont nous nous sommes servis (distance focale 50 centimètres, ouverture utile environ 2 centimètres et par suite comme ouverture numérique $\frac{1}{25}$) on obtient un bon négatif avec cinq secondes de pose.

Comme les deux poses se succèdent sans interruption, toute l'expérience est achevée en un temps de l'ordre de dix secondes, et l'on est à l'abri de toutes les difficultés tenant à l'effet des changements de température sur l'appareil interférentiel, qui se faisaient si gravement sentir dans les expériences de Béliopolsky et de Galitzin.

On n'a pas cherché à apporter le maximum de précision dans la vérification numérique ; une seule expérience de mesure a été faite, sans prendre beaucoup de précautions. Voici quelques indications numériques sur les conditions de cette expérience.

La vitesse de rotation du disque, déduite de celle de la manivelle mue à la main et du rapport de multiplication, était de 214 tours par seconde. Le diamètre du disque tournant sur lequel se trouvent les centres des anneaux dans les deux poses est de 13 centimètres ; la différence des vitesses des deux extrémités de ce diamètre est par suite de 201 mètres par seconde. D'autre part, la différence de marche produite par l'étalon interférentiel étant de 130 millimètres, l'ordre d'interférence pour la radiation violette est de 298.300. On en déduit que la variation de l'ordre d'interférence au centre des anneaux doit être de 0,200. La mesure directe a donné 0,206, ce qui constitue une concordance meilleure qu'on ne pouvait l'espérer étant donné les conditions dans lesquelles la mesure était faite.

En perfectionnant les détails de la mesure, en employant des vitesses plus grandes, plus régulières et mieux connues, on pourrait

facilement arriver à une précision plus élevée. On réaliserait ainsi une bonne méthode de mesure de la vitesse de la lumière, différente des méthodes classiques et, à certains égards, plus simple.

SUR UNE RELATION ENTRE LE POUVOIR ABSORBANT DE L'ATMOSPHÈRE
POUR LES RADIATIONS SOLAIRES ET LA POLARISATION DE LA LUMIÈRE DIFFUSÉE
PAR LE CIEL;

Par M. A. BOUTARIC.

I. — INTRODUCTION.

1. On désigne sous le nom de *constante solaire* la quantité de chaleur que le Soleil envoie, par minute, sur une surface d'un centimètre carré située à une distance du Soleil égale à la distance moyenne du Soleil à la Terre et frappée normalement par les rayons solaires. La présence de l'atmosphère rend impossible toute mesure directe de la constante solaire. Pour la déterminer, on doit toujours procéder par extrapolation.

Rien n'autorise, d'ailleurs, à penser que la quantité ainsi définie soit effectivement une *constante*; et même, les recherches récentes effectuées par Abbot et ses collaborateurs⁽¹⁾ semblent indiquer l'existence de variations périodiques atteignant 8 0 0.

Mais ces variations sont, en général, complètement masquées, à la surface du globe, par l'influence, beaucoup plus considérable, des changements continuels dont l'atmosphère est le siège (variations de la quantité de vapeur d'eau et des autres substances qui absorbent les radiations solaires, variations dans l'état de condensation de ces substances, influence des poussières, etc.).

L'étude des variations du pouvoir absorbant de l'atmosphère, plus aisée à aborder que la détermination de la constante solaire, peut présenter, pour la physique du globe et la météorologie, un très vif intérêt.

Nous avons tenté d'aborder cette étude dans un cas particulier. Mettant à profit les conditions climatiques exceptionnelles de Mont-

⁽¹⁾ ABBOT et FOWLE, *Astrophysical Journal*, 1914, t. XXXIII, p. 491. Voir aussi *Annals of the Astrophysical Observatory of the Smithsonian Institution*, Washington, 1913, t. III, p. 413.

pellier, nous nous sommes proposé de rechercher s'il n'existerait pas une relation entre le pouvoir absorbant de l'atmosphère et la proportion de lumière polarisée contenue dans la lumière diffusée par le ciel.

II. — MÉTHODES ET APPAREILS DE MESURE.

2. Nous avons mesuré aux différentes heures de journées sans nuage : 1° la proportion de lumière polarisée contenue dans la lumière diffusée par le ciel, dans le vertical du Soleil, et à 90° de l'astre (c'est la région du ciel où la proportion de lumière polarisée est maxima ; 2° l'intensité calorifique du rayonnement solaire. Nous avons également effectué une ou deux fois par jour, généralement vers 9 heures, des déterminations hygrométriques au moyen du psychromètre et vérifié que les résultats obtenus étaient pratiquement identiques à ceux fournis par l'hygromètre à condensation de Crova.

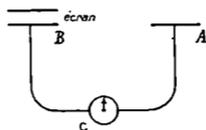


FIG 1.

Pour les mesures polarimétriques, nous avons utilisé le photopolarimètre de Cornu (1). C'est un appareil d'un maniement commode et dont la sensibilité, qui permet d'atteindre une précision de l'ordre du millième (2), est largement suffisante : que l'on mesure la proportion de lumière polarisée contenue dans la lumière diffusée par les milieux troubles ou dans la lumière du ciel, les variations accidentelles qui se produisent atteignent, en effet, souvent le centième.

Les mesures d'intensité calorifique du rayonnement ont été effectuées à l'aide du pyrhhéliomètre à compensation de Knut Angström (3).

Rappelons ici le principe de cet instrument. Deux lames noircies identiques A et B (fig. 1) sont placées côte à côte. L'égalité de leurs

(1) A. CORNU, *Association française pour l'Avancement des Sciences*: Congrès de La Rochelle (1882) et de Limoges (1890).

(2) A. BOUTARIC, *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique*, 1913, p. 463.

(3) KNUT ANGSTROM, *Nova Acta regiæ Soc. Scient. Upsal.*, III-20 et IV-1.

températures peut être constatée à l'aide de pinces thermo-électriques. Un galvanomètre relié aux pinces est au zéro quand les températures des lames sont les mêmes.

L'une des lames, A, par exemple, est exposée au rayonnement solaire, tandis que l'autre, B, est ombragée. Dans la lame A, on fait passer un courant électrique qui l'échauffe et dont on fait varier l'intensité jusqu'à ramener au zéro le galvanomètre. A ce moment, l'équilibre de température étant réalisé entre les deux lames, on écrit que l'énergie Rt fournie par le courant à la lame A pendant le temps t est égale à l'énergie reçue du Soleil pendant le même temps par la lame B.

L'appareil que possède l'Institut de physique de l'Université de Montpellier, et dont nous nous sommes servi dans nos recherches, a été construit par la maison Rose, d'Upsal, et étalonné par Angström lui-même. L'intensité calorifique du rayonnement solaire, exprimée en calories-grammes par minute et par centimètre carré, est donnée par la formule :

$$q = 15,5 I^2,$$

l'intensité I étant évaluée en ampères. Cette intensité était mesurée au moyen d'un ampèremètre de précision de Siemens et Halske.

3. L'appareil d'Angström, aujourd'hui assez répandu, a été l'objet d'un certain nombre de critiques :

a) Une objection très sérieuse a été faite par Abbot au principe même de la méthode. La lamelle exposée est chauffée par devant, la lamelle ombragée est chauffée dans sa masse, de telle sorte que : 1° la lamelle exposée est, en réalité, plus chaude que la lamelle ombragée, bien qu'ayant la même influence sur la pile thermo-électrique ; 2° la lamelle exposée perd plus que l'autre par convection et rayonnement.

Par suite de cette dissymétrie, les indications de l'instrument sont systématiquement trop faibles. D'après Abbot, pour les rendre correctes, il faut les multiplier par le facteur *constant* 1,092.

En réalité, pour l'étude que nous nous sommes proposée, il importe seulement d'avoir des mesures relatives comparables entre elles et nous n'avons pas eu à tenir compte de la correction indiquée par Abbot.

b) Les pinces thermo-électriques appuient sur les lames, mais en

sont séparées par un isolant électrique, un morceau de papier de soie imbibé de gomme laque. C'est là un processus qui semble mal défini. Et si les deux soudures du couple ne sont pas rigoureusement identiques, il n'est plus vrai d'écrire que le nombre de watts dépensés par le courant dans l'une des lames mesure la puissance du rayonnement solaire reçu par l'autre.

Cette objection a été formulée notamment par MM. Millochau et C. Féry (¹), qui ont proposé la méthode de correction suivante :

« Un actinomètre thermo-électrique est analogue à une balance dont les deux bras seraient inégaux. Le moyen le plus simple de faire une mesure exacte dans ces conditions est d'avoir recours à une méthode de double pesée.

« On fera donc agir sur une des deux soudures, disposée à cet effet, le courant électrique, ce qui permettra de tracer la courbe d'étalonnage de l'instrument, relié à un millivoltmètre de sensibilité convenable, et, au moyen de l'observation, lorsque la même soudure sera exposée au rayonnement solaire, une simple lecture sur le cadran du millivoltmètre indiquera l'énergie électrique et, par conséquent, le nombre de calories qui mesurent le rayonnement solaire. Toutes les conditions étant les mêmes, cette méthode de substitution ne soulève aucune objection. »

La remarque qu'il est difficile d'admettre l'identité absolue des deux soudures est parfaitement fondée. Mais la méthode que proposent MM. Millochau et Féry ne me semble pas offrir de sérieuses garanties. D'abord un galvanomètre possède rarement une sensibilité constante pour toutes les déviations. De plus, et surtout, rien n'assure que la dissymétrie qui peut exister à un certain moment entre les deux soudures demeure constante. Si cette dissymétrie provient du papier qui n'isole pas thermiquement les deux lames de la même façon, on pourrait penser, en particulier, à une influence possible de l'état hygrométrique de l'atmosphère. Et alors l'étalonnage effectué n'aurait aucune valeur (²).

¹ C. R. de l'Acad. des Sciences de Paris, 1908, t. CXLVI, p. 372.

² Dans la même note, MM. Millochau et Féry décrivent un actinomètre qui constituerait un récepteur intégral (corps noir). Le principe de l'instrument est excellent. Celui-ci conviendrait parfaitement pour la mesure d'un flux constant d'énergie. Mais, de l'aveu même de MM. Millochau et Féry, l'actinomètre en question possède une inertie considérable. L'équilibre met vingt-trois minutes à s'éta-

4. La méthode proposée par Angström est une méthode de zéro qui nécessite seulement un galvanomètre sensible. Elle nous paraît préférable.

Voyons de quelle nature sont les causes d'erreur :

1° Si la conductibilité thermique du papier n'est pas la même pour les deux bandes, et, d'une façon générale, si les deux pinces ne sont pas identiques, le fait que le galvanomètre revient au zéro n'entraîne pas que les deux lames ont la même température. L'une d'elles peut conserver un léger excès ;

2° On peut avoir mal déterminé le zéro du galvanomètre. Dans ce cas encore, quand on revient à la position choisie comme zéro, l'une des lames est, en réalité, à une température plus élevée que l'autre.

Il est facile de montrer que les erreurs commises s'éliminent si l'on a soin d'exposer et d'ombrager alternativement les deux lames et de prendre la moyenne des deux déterminations.

Supposons, en effet, que, le galvanomètre étant au zéro, l'une des lames, la lame B, par exemple, garde un certain excès de température θ sur la lame A.

Exposons la lame A au rayonnement solaire ; elle reçoit un flux w d'énergie sous l'influence duquel elle prend un excès de température t sur la température ambiante. Comme t est petit, on peut écrire :

$$w = kt.$$

Faisons passer le courant dans la lame B de manière à ramener au zéro le galvanomètre ; à ce moment, l'excès de température de la lame B sur la température ambiante est $t + \theta$; l'énergie fournie par le courant est donc :

$$u = k(t + \theta).$$

Maintenant, inversons les deux lames. La lame B, identique à A,

bir. Autrement dit, l'indication de l'instrument donne la moyenne des énergies reçues pendant vingt-trois minutes.

Comme l'intensité du rayonnement solaire varie très rapidement vers le lever et vers le coucher du soleil, que, dans la journée, elle est le siège de variations accidentelles incessantes, l'appareil de MM. Millochau et Lery ne nous paraît guère propre à la mesurer. Voici d'ailleurs une opinion autorisée : « Les variations incessantes de l'intensité de la radiation solaire nous montrent que les déterminations actinométriques, pour être exactes, doivent être faites dans le moindre temps possible. » Crova, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 1888, 6^e série, t. XIV, p. 143.)

reçoit le rayonnement solaire et prend, par suite, le même excès de température t sur la température ambiante. Dans la lame A, on fait passer le courant. Lorsque le galvanomètre est revenu au zéro et que l'équilibre est établi, l'excès de température de la lame A sur la température ambiante est $t - \theta_0$. L'énergie fournie par le courant est donc :

$$u' = k(t - \theta).$$

Le rayonnement solaire w est bien la moyenne des énergies calorifiques fournies successivement par le courant :

$$w = \frac{u + u'}{2}.$$

REMARQUE. — Dans l'appareil que nous avons utilisé, l'énergie calorifique fournie par un courant d'intensité i était :

$$u = 15,5i^2,$$

d'où :

$$w = \frac{u + u'}{2} = 15,5 \frac{i^2 + i'^2}{2}.$$

En réalité, on peut prendre simplement :

$$w = 15,5 \left(\frac{i + i'}{2} \right)^2.$$

L'erreur relative que l'on commet ainsi est négligeable. On a en effet :

$$\frac{\Delta w}{w} = \left(\frac{i - i'}{i + i'} \right)^2.$$

La différence entre les deux lectures i et i' n'a jamais dépassé deux unités pour une valeur moyenne de i et i' égales à 100 unités. D'où :

$$\frac{\Delta w}{w} = \frac{4}{10.000}.$$

erreur négligeable, eu égard aux variations accidentelles du rayonnement solaire à la surface du sol.

En réalité nous avons toujours effectué trois mesures pour chaque

détermination :

lame A ombragée, intensité : i_1 ;
 » B » » *i'* ;
 » A » » *i*₂.

Nous avons pris :

$$w = 15,5 \left(\frac{\frac{i_1 + i_2}{2} + i''}{2} \right)^2$$

comme mesure de l'intensité calorifique du rayonnement solaire à l'instant où la lame B était ombragée.

III. — RÉSULTATS.

5. Les nombreuses observations actinométriques, polarimétriques et hygrométriques que nous avons effectuées pendant les années 1911, 1912, 1913 et 1914 mettent en évidence d'une manière très nette une relation qualitative entre le pouvoir absorbant de l'atmosphère pour l'ensemble des radiations solaires et la polarisation de la lumière diffusée par le ciel. *Le pouvoir absorbant augmente quand la proportion de lumière polarisée diminue* (¹).

Nous n'avons pas constaté d'exceptions à cette règle. Contentons-nous ici d'indiquer un certain nombre d'exemples empruntés à des observations effectuées : 1° au cours d'une même journée ; 2° pendant des journées voisines ; 3° pendant des journées appartenant à différents mois d'une même année ; 4° pendant des journées appartenant à des années différentes.

6. Si l'on représente graphiquement les intensités calorifiques du rayonnement solaire en fonction des heures d'observation, les courbes horaires des intensités ainsi obtenues sont symétriques par rapport à l'ordonnée de midi quand la polarisation conserve la même valeur au cours de la journée ; elles sont dissymétriques dans le cas contraire, la partie correspondant aux plus faibles valeurs de la polarisation étant la plus inclinée vers l'axe des abscisses.

Dans le tableau I nous avons résumé les observations des 8 et 10 avril 1912. Le 8 avril, la polarisation garde sensiblement la même valeur au cours de la journée, aussi la courbe horaire des intensités

¹ Voir pour le détail des observations : A. BOUTARIC, *These*, serie A, n° 806, numéro d'ordre 1.599, Paris, 1918.

est-elle symétrique par rapport à l'ordonnée de midi (*fig. 2*). Le 10 avril, la polarisation, égale à 0,66 dans la matinée tombe, à 0,63 dans l'après-midi; la partie de la courbe horaire des intensités relative aux heures de l'après-midi est plus inclinée vers l'axe des abscisses que la portion correspondant à la matinée (*fig. 2*).

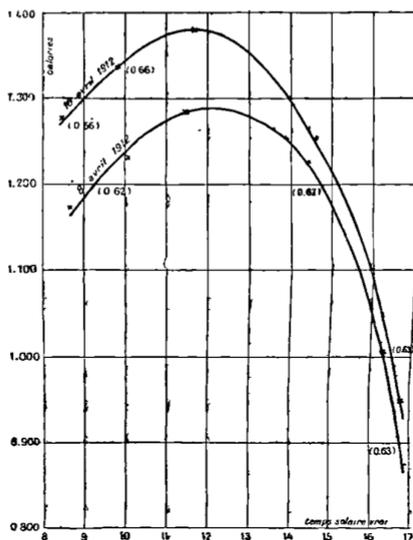


FIG. 2.

TABLEAU I⁽¹⁾

Intensités		Polarisations		Vapeur d'eau
H	I	H	P	f
8 avril 1912				
8 ^h 40'	1,174	8 ^h 0'	0,62	10 ^{cm} , 4
10 3'	1,232	10 0'	0,62	
11 28'	1,285	14 30'	0,62	
14 25'	1,226	16 50'	0,63	
16 18'	1,008			
16 47'	0,876			
10 avril 1912				
8 29'	1,278	8 0'	0,66	3 ^{cm} , 2
9 51'	1,336	10 0'	0,66	
11 39'	1,381	16 0'	0,63	
14 36'	1,253			
16 44'	0,950			

(1) Dans ce tableau et dans les tableaux suivants nous avons indiqué: l'heure H de l'observation, en temps solaire vrai à Montpellier; l'intensité I du rayon-

7. Nous avons représenté sur un même graphique les courbes horaires des intensités relatives à des journées peu éloignées.

Dans ces conditions, les épaisseurs atmosphériques traversées aux mêmes heures sont très voisines et peuvent être considérées comme identiques. Les courbes permettent de comparer les intensités reçues pour des épaisseurs atmosphériques égales et de voir comment varie, qualitativement, le degré de transparence de l'atmosphère pour des journées voisines.

Sans exception, les courbes horaires des intensités, pour des journées voisines, s'étagent dans l'ordre des polarisations.

C'est ce qu'on peut voir sur les observations résumées dans le tableau I et représentées par les courbes de la fig. 2.

Les courbes de la fig. 3 et le tableau II fournissent un autre exemple emprunté aux observations des 4, 5 et 7 décembre 1912.

TABLEAU II

Intensités		Polarisations		Vapeur d'eau
H	I	H	P	f
5 décembre 1912				
9 ^h 23'	0,738	9 ^h 30'	0,56	3 ^{cm} ,8
10 30'	0,936	10 30'	0,57	
11 33'	1,025	11 40'	0,57	
14 28'	0,799	14 0'	0,59	
7 décembre 1912				
9 24'	0,617	9 30'	0,45	4 ^{cm} ,0
9 36'	0,628	10 30'	0,47	
10 11'	0,804	12 0'	0,44	
12 1'	0,909	14 0'	0,46	
14 9'	0,749	15 0'	0,45	
15 26'	0,349			
10 décembre 1912.				
9 38'	0,580	9 40'	0,41	5 ^m ,2
10 18'	0,631	12 0'	0,46	
11 40'	0,825	14 0'	0,40	
14 11'	0,585			

nement solaire en calories-grammes par centimètre carré et par minute; la proportion P de lumière polarisée contenue dans la lumière diffusée par le ciel dans le vertical du soleil et à 90° de l'astre; la pression f de la vapeur d'eau au niveau du sol en centimètres de mercure. (Les observations hygrométriques ont été effectuées vers neuf heures du matin; d'ailleurs la valeur de f varie peu au cours des belles journées.)

Les comparaisons effectuées établissent d'une manière très nette que le pouvoir absorbant de l'atmosphère, pour des journées voisines, varie en sens inverse de la polarisation ; il augmente, par exemple, quand la polarisation diminue.

La pression de la vapeur d'eau à la surface du sol ne semble jouer qu'un rôle secondaire que nos expériences ne mettent pas nettement en évidence. Toutefois, lorsque les polarisations sont voisines, la plus grande transparence semble correspondre aux valeurs les plus faibles de la pression de la vapeur d'eau, ce qui n'a rien de surprenant vu l'intensité notable des radiations infra-rouges dans le rayonnement solaire. Citons comme exemple les courbes horaires des intensités des 12 et 13 mars 1914, relatives à des polarisations voisines mais à des pressions de la vapeur d'eau différentes (fig. 4).

La simple inspection des courbes que nous avons tracées montre donc l'importance, pour l'absorption atmosphérique, des modifications que révèlent les mesures de polarisation.

Ces modifications sont-elles les seules qu'on doive envisager ? Rien n'est moins sûr. Dans tous les cas, les comparaisons précédentes ne permettent pas de l'affirmer. Elles portent sur des journées trop voisines ; et les causes susceptibles de faire varier le pouvoir absorbant de l'atmosphère sans influencer sur la polarisation pourraient demeurer sensiblement identiques en des journées voisines. En particulier, si la présence de substances ayant une absorption sélective jouait un rôle dans l'absorption, il se pourrait que la proportion de ces substances dans l'atmosphère demeurât constante pour des journées voisines.

8. Les comparaisons deviendraient plus concluantes si elles pouvaient porter sur toute une année. Mais alors on se heurte à une difficulté ; quand on prend des journées éloignées entre elles de plus d'une semaine, les épaisseurs atmosphériques traversées aux mêmes heures deviennent trop différentes pour qu'on puisse comparer les courbes horaires des intensités.

Nous avons relevé, sur ces courbes, les ordonnées qui correspondent aux différentes heures de la journée et calculé les épaisseurs atmosphériques traversées à ces mêmes heures ; comme les épaisseurs que nous avons envisagées n'ont jamais été bien grandes, les diverses formules qui ont été proposées pour le calcul des épaisseurs (¹),

(¹) RADAU, *Actinométrie*, p. 20, Paris, Gauthier-Villars, 1877.

donnent des résultats sensiblement concordants. Nous avons ensuite représenté les intensités calorifiques en fonction des épaisseurs traversées ϵ aux divers jours de l'année pour lesquels les calculs ont été possibles.

La *fig. 3* reproduit les courbes obtenues à partir des observations effectuées l'après-midi, pendant l'année 1912. Sur ce graphique, comme sur tous ceux que nous avons tracés pour nos diverses années d'observation, les courbes s'échelonnent, en général, dans l'ordre croissant des polarisations. Quand les polarisations sont les mêmes, les points se répartissent suivant des lignes très voisines, même s'ils appartiennent à des journées éloignées. Il en est ainsi, par exemple, pour les points du 8 avril et du 3 mai 1912.

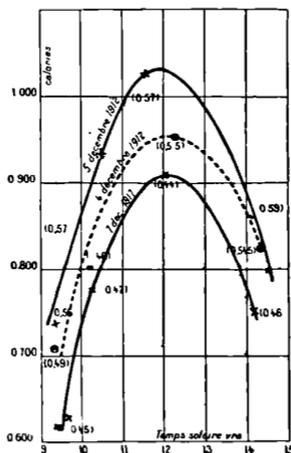


FIG. 3.

Signalons cependant quelques anomalies : les points du 15 février 1912, obtenus pour la même valeur de la polarisation 0,62 que ceux des 8 avril et 3 mai 1912, sont nettement au-dessus de la courbe de ces derniers ; les points du 18 juin même polarisation : 0,63 sont légèrement au-dessous. Les points du 5 décembre 1912 ($P = 0,59$ et du 2 mai ($P = 0,57$), pour lesquels les polarisations sont voisines, sont sur des lignes très éloignées.

Les considérations suivantes peuvent expliquer au moins quelques-unes des anomalies :

Admettons que le rayonnement du Soleil dans l'espace demeure

Pour pouvoir comparer les ordonnées du 2 mai et celles du 5 décembre, il faut multiplier par 1,03 les ordonnées du 2 mai. Mais, même après cette correction, les courbes restent séparées.

Aussi bien, les mesures polarimétriques ne peuvent traduire que la présence des particules en suspension dans l'air. Le nombre et la grosseur de ces particules constituent des facteurs importants de la transparence de l'atmosphère. Mais ils ne sont probablement pas les seuls. En particulier, l'eau qui, à l'état de vapeur, n'exerce aucune influence sur la polarisation, doit produire néanmoins, dans l'infrarouge, une action sélective qui ne peut être négligée. Or, la pression moyenne de la vapeur d'eau, égale à 3^{cm},8 le 5 décembre 1912, était de 5^{cm},7 le 2 mai; d'où, sans doute, la raison de l'accroissement du pouvoir absorbant de l'atmosphère le 2 mai.

En résumé, lorsque les pressions de la vapeur d'eau ne sont pas trop différentes, l'absorption exercée par l'atmosphère est caractérisée par la polarisation, même pour des journées éloignées.

9. Nos observations ayant porté sur plusieurs années, il devenait intéressant de comparer les intensités calorifiques reçues pour des journées appartenant à des années différentes et correspondant à un même mois et à des quantités voisines.

Nous avons reproduit dans le tableau III quelques-unes de ces comparaisons.

TABLEAU III

	13 mars 1912 (f = 6,4)		11 mars 1913 (f = 5,8)		12 mars 1914 (f = 5,2)	
9 ^h 24'	I = 1,167	P = 0,63	I = 1,018	P = 0,47	I = 1,245	P = 0,67
10 59'	1,299	0,64	1,105	0,44		
13 36'	1,207	0,64	1,064	0,45		
	4 avril 1912 (f = 3,7)		2 avril 1913		31 mars 1914	
7 ^h 30'	I = »	P = »	I = 0,772	P = 0,43	I = 0,776	P = 0,53
8	»	»	0,877	0,43	0,896	0,51
9	1,236	0,67	1,034	0,44	1,040	0,53
10	1,330	0,66	1,130	»	1,124	0,52
11	1,372	0,64	1,172	»	1,168	0,52
13	1,345	»	1,168	»	1,168	0,52
14	1,276	0,57	1,124	0,44	1,124	0,52
15	1,168	»	1,010	0,42	1,044	0,52
16	0,997	0,57	»	»	»	»

BOUTARIC

	14 avril 1912 ($f = 3,3$)		14 avril 1913 ($f = 3,9$)	
8 ⁿ 40'	I = 1,201	P = 0,59	I = 1,133	P = 0,49
10 22'	1,312	»	1,264	»
12 0'	1,326	»	1,290	»
15 42'	1,148	0,62	1,056	0,50

	15 juin 1912 ($f = 12,9$)		13-14 juin 1913 ($f = 14,6$)	
9 ⁿ	I = 1,230	P = 0,61	I = 1,198	P = 0,56
10	1,280	»	1,241	0,56
11	1,315	»	1,262	»
13	1,327	»	1,254	»
14	1,304	»	1,228	0,56
15	1,254	0,595	1,192	0,56
16	1,194	»	1,138	0,56
17	1,106	0,68	1,028	»

	8 décembre 1911 ($f = 6,8$)		7 décembre 1912 ($f = 3,15$)		8 décembre 1913 ($f = 4,05$)	
9 ⁿ	I = 0,974	»	»	»	I = 0,685	P = 0,58
10	1,086	»	I = 0,740	P = 0,46	0,984	0,60
11	1,112	P = 0,67	0,856	0,46	1,074	0,62
13	1,080	»	0,876	»	1,072	»
14	0,984	»	0,776	0,46	0,974	»
15	»	0,69	0,560	0,45	0,736	0,62

Les valeurs des intensités s'échelonnent dans l'ordre des polarisations. Il n'y a exception que pour les mesures du 31 mars 1914 et celles du 2 avril 1913 : la courbe du 31 mars coïncide presque avec celle du 2 avril, bien que la polarisation du 31 mars (0,53) soit nettement supérieure à celle du 2 avril (0,44). Il faut d'ailleurs remarquer que la pression de la vapeur d'eau du 31 mars (7^{cm},6) est double de la pression du 2 avril (3^{cm},6); l'accroissement de transparence que traduit une valeur plus forte de la polarisation est compensé par l'augmentation du pouvoir absorbant qui résulte de la présence d'une quantité plus considérable de vapeur d'eau.

Dans tous les autres cas examinés, de faibles différences dans les pressions de vapeur n'ont aucune influence sensible et l'intensité dépend uniquement de la polarisation.

10. Conclusions. — K. Angstrom (1) indique que le pouvoir absorbant de l'atmosphère doit dépendre à la fois de son pouvoir diffusant,

(1) Knut ANGSTROM, *Nova Acta Regiæ Societatis Scientiarum Upsaliensis*, 4^e série, t. I, fasc. 2; 1906-1907.

dû sans doute aux particules en suspension, et de la quantité de gaz absorbants (principalement de vapeur d'eau) qu'elle contient.

Nos observations confirment ce point de vue et montrent que le facteur principal est constitué par la diffusion (1).

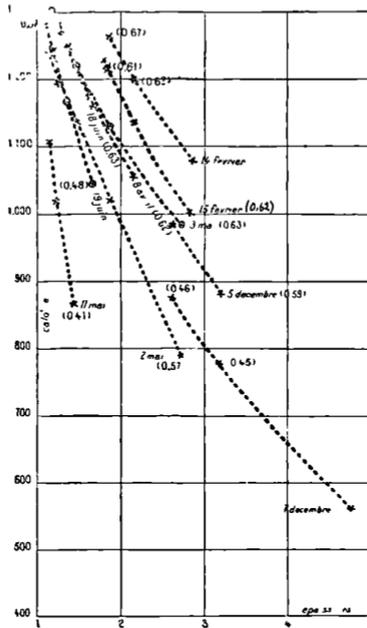


FIG. 5.

En une station déterminée il suffirait de faire, pendant quelques années, des déterminations suivies de l'intensité calorifique, de la polarisation et de l'état hygrométrique pour pouvoir ensuite, par des mesures polarimétriques et hygrométriques une simple observation polarimétrique suffisant le plus souvent, prévoir la valeur de l'intensité reçue aux différentes heures d'une journée quelconque. On établirait ainsi une relation :

$$I = f d, \varepsilon, P, f$$

(1) L'absorption sélective ne paraît s'exercer que pour certaines portions du spectre bien déterminées : absorption de la vapeur d'eau dans une petite portion de l'infra-rouge, de l'oxygène dans l'extrême rouge, de l'ozone dans l'ultra-violet.

entre l'intensité du rayonnement solaire I , la distance d du soleil à la Terre, l'épaisseur atmosphérique ϵ traversée par les rayons solaires, la polarisation P et la pression f de la vapeur d'eau.

Resterait à voir si la même formule conviendrait pour des lieux différents. C'est possible, si les stations avaient même altitude. Dans le cas contraire, il faudrait sans doute faire intervenir l'altitude.

Des quatre variables précédentes, les plus importantes semblent être ϵ et P . Le plus souvent connaissant ϵ (ou l'heure de l'observation) et P , on pourrait avoir une valeur approchée de I .

IV. — ÉTUDE OPTIQUE DES MILIEUX TROUBLES.

RELATION ENTRE LE POUVOIR ABSORBANT ET LA POLARISATION DE LA LUMIÈRE DIFFUSÉE.

11. Les observations précédentes montrent que la transparence de l'atmosphère pour l'ensemble du rayonnement solaire est liée à la proportion de lumière polarisée contenue dans la lumière diffusée par le ciel, dans le vertical du soleil et à 90° de l'astre : quand la proportion de lumière polarisée diminue le pouvoir absorbant augmente.

Nous nous sommes demandé si le phénomène observé sur l'atmosphère, qui semble devoir être considérée comme un milieu trouble, est général. Les modifications qui font diminuer la proportion de lumière polarisée contenue dans la lumière diffusée par un milieu trouble augmentent-elles, en même temps, le pouvoir absorbant du milieu pour les radiations lumineuses ?

Le problème n'a été, à notre connaissance, l'objet d'aucune étude expérimentale ou théorique. Nous avons essayé de l'examiner dans quelques cas particuliers ¹⁾.

(¹) Ce que l'on sait de précis est fourni par la théorie de lord Rayleigh (J.-W. STUART, *Philosophical Magazine*, 4^e série, t. XLI, 1871, p. 407 et p. 274 ; — Lord RAYLEIGH, *Ibid.*, 5^e série, t. XLVII, 1899, p. 375).

Quand un milieu trouble est constitué par des particules dont les dimensions sont négligeables vis-à-vis de la longueur d'onde : 1° la lumière diffusée à 90° du rayon incident est complètement polarisée ; 2° l'intensité de la lumière transmise est donnée par la formule :

$$I = I_0 e^{-\frac{Kxz}{\lambda^4}},$$

I_0 étant l'intensité initiale. x le chemin traversé, K une constante qui dépend du milieu transparent dans lequel on forme la suspension et de celles des particules.

Quand les particules grossissent, on sait aussi que la polarisation cesse d'être complète à 90° du rayon incident.

A. — *Milieux troubles constitués par un fin précipité de chlorure d'argent en suspension dans l'eau.*

Nous avons utilisé tout d'abord, comme milieu trouble, un précipité très fin de chlorure d'argent en suspension dans l'eau : c'est sur ce précipité que Hurion⁽¹⁾ s'était proposé de vérifier la formule de lord Rayleigh.

12. *Étude de la lumière transmise.* — Nous avons étudié l'intensité de la lumière transmise à travers le milieu par le dispositif suivant :

La lumière, émise par un bec Auer et concentrée à l'aide d'une lentille, traverse la cuve à faces parallèles dans laquelle on produira le milieu trouble et pénètre dans la moitié supérieure de la fente d'un spectrophotomètre de Glan. La lumière émise par le même bec est envoyée, par l'intermédiaire d'une autre lentille et de deux prismes à réflexion totale, dans la moitié inférieure de la fente du spectrophotomètre. On introduit dans la cuve une solution de chlorure de potassium et l'on établit l'égalité des deux plages dans le spectrophotomètre : soit α_0 la division lue. Par l'addition d'une solution étendue d'azotate d'argent on produit le précipité ; on rétablit l'égalité des plages en tournant l'analyseur : soit α la division lue. Si l'on désigne par I_0 l'intensité de la lumière transmise par la cuve avant la production du précipité et par I l'intensité transmise par le milieu trouble, on a :

$$\frac{I}{I_0} = \tan^2 \alpha_0 \cdot \cotang^2 \alpha.$$

La cuve utilisée avait 95 millimètres de long et 39 millimètres de large. On versait dans la cuve 270 centimètres cubes d'une solution contenant 20 centimètres cubes d'une liqueur saturée à 15° de chlorure de potassium. La solution dans laquelle on va produire le milieu trouble ne doit être ni trop, ni trop peu concentrée : une solution trop concentrée dissout le précipité ; dans une solution trop étendue le précipité se forme plus lentement². Dans certaines

(1) HURION, *Comptes rendus Acad. Sc.*, t. CXII, p. 1431 ; 1891.

(2) Il ne serait pas indifférent, non plus, de constituer le milieu trouble en versant dans une solution concentrée d'azotate d'argent, la quantité de chlorure de potassium nécessaire pour qu'on ait la même masse totale de précipité. Ce sont là des questions liées à la vitesse de formation des précipités sur lesquelles nous ne pouvons insister ici.

limites assez larges de concentration, la vitesse de formation du précipité demeure constante. Après avoir noté la division α_0 qui donnait, dans ces conditions, l'égalité des plages, on ajoutait 60 centimètres cubes d'une solution contenant, suivant les cas,

5 centimètres cubes, 10 centimètres cubes, 20 centimètres cubes

d'une liqueur d'azotate d'argent à 0^{gr},4 par litre. Pour abrégéer nous désignerons ces solutions respectivement sous les noms de :

Solution 1, Solution 2, Solution 3.

Le spectrophotomètre a été gradué en longueurs d'onde et les mesures du pouvoir absorbant ont été faites pour diverses longueurs d'onde.

L'allure générale et constante de la variation de l'intensité transmise I avec le temps est la suivante :

Immédiatement après qu'on a ajouté l'azotate d'argent à la solution de chlorure de potassium, la transparence est à peine troublée; l'absorption exercée par la lumière est très faible. Cette absorption augmente, d'abord assez vite, puis plus lentement; elle passe par un maximum et décroît ensuite.

L'augmentation progressive du pouvoir absorbant après qu'on a ajouté l'azotate d'argent tient certainement, au moins en partie, à ce que les grains formés dès le début se soudent entre eux : pour un même poids de précipité, la théorie de lord Rayleigh (qu'on peut accepter au moins comme première approximation) montre en effet que l'absorption est d'autant plus grande que les grains sont plus gros. Il est d'ailleurs également possible que le poids total du précipité aille en croissant avec le temps : cela se produirait, par exemple, si le chlorure d'argent formé par le mélange des solutions de chlorure de potassium et d'azotate d'argent constituait tout d'abord une solution sursaturée de laquelle il se déposerait progressivement; cette précipitation progressive contribuerait, concurremment avec le grossissement des grains déjà formés, à l'augmentation du pouvoir absorbant.

Le maximum d'opacité et l'augmentation consécutive de la transparence s'expliquent par le dépôt des plus gros grains formés.

(A suivre.)