

# RECUEIL DES PIÈCES

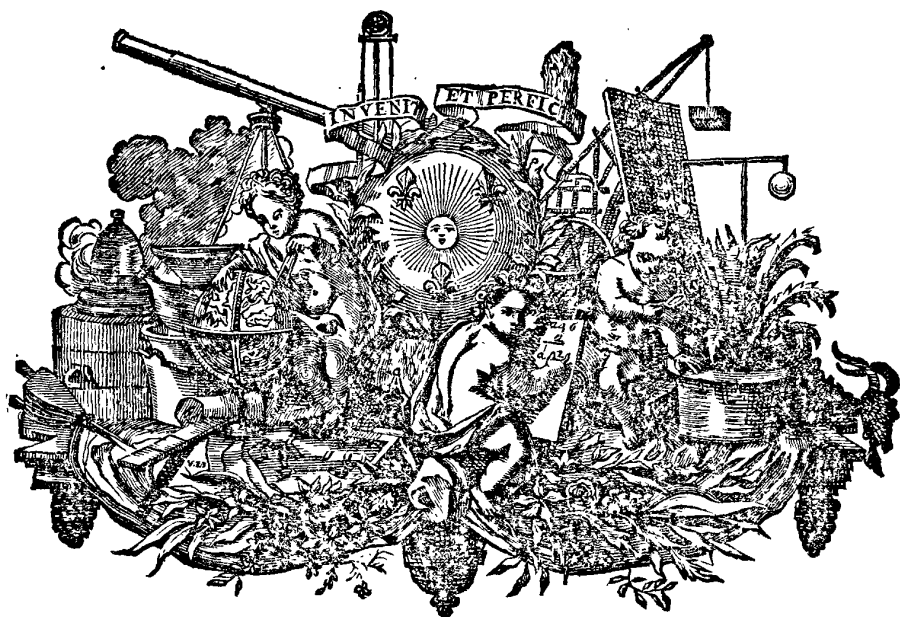
QUI ONT REMPORTÉ LES PRIX  
DE L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES,

Depuis leur fondation jusqu'à présent.

*Avec les Pièces qui y ont concouru.*

## TOME QUATRIÈME.

*Contenant les Pièces depuis 1738 jusqu'en 1740.*

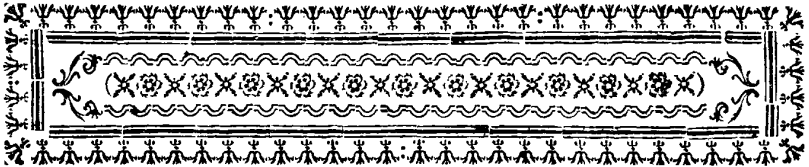


A P A R I S ,

Chez { GABRIEL MARTIN, rue Saint Jacques, à l'Etoile.  
J. B. COIGNARD, Imprimeur ordinaire du Roi, rue S. Jacques, à la Bible d'Or.  
HIPPOLYTE-LOUIS GUERIN, rue S. Jacques, à Saint Thomas d'Aquin.  
CHARLES-ANTOINE JOMBERT, Libraire du Roi pour l'Artillerie & le Gé-  
nie, rue Dauphine, à l'Image Notre-Dame.

M. D. C. C. L. I I.  
IRIS - LILLIAD - Université Lille 1  
*Avec Approbation & Privilège du Roi.*





# P I E C E S

*contenues dans ce quatrième Volume.*

- I. **D** *Issertatio de Igne, in qua ejus natura & proprietates explicantur* : à D. Leonardo EULER.
- II. Discours sur la propagation du Feu : par le Pere LOZERAN DU FIESC.
- III. Explication de la nature du Feu & de sa propagation : par M. le Comte de CREQUY.
- IV. Dissertation sur la nature & la propagation du Feu : par M. L. M. DU CHASTELET.
- V. Essai sur la nature du Feu & sur sa propagation : par M. DE VOLTAIRE.
- VI. Dissertation sur la cause physique du Flux & du Reflux de la Mer : par le P. Antoine CAVALLERI.
- VII. Traité sur le Flux & Reflux de la Mer : Par M. Daniel BERNOULLI.
- VIII. *De causa physica Fluxûs & Reflexûs Maris* : à D. MAC-LAURIN.
- IX. *Inquisitio physica in causam Fluxûs ac Reflexûs Maris* : à D. Leonardo EULER.



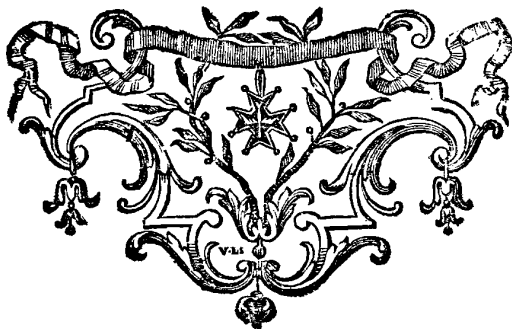
---

---

Avis au Relieur pour placer les Figures de ce  
Recueil.

*Tomé quatrième.*

- La planche de la Differtation du P. CAVALLERI , sur le  
Flux de la Mer doit se placer après la page 52  
Les planches du Traité de M. DAN. BERNOULLI, mar-  
quées 2 & 3 après la page 192  
Les planches marquées 4 & 5 du Traité de M. MAC-LAU-  
RIN, se placent à la page 234  
Les planches 6, 7, 8, & 9 se doivent placer à la fin de la  
derniere Piece de 1740. par M. EULER, à la page 350



PIECES  
QUI ONT REMPORTÉ  
LE PRIX  
DE L'ACADÉMIE ROYALE  
DES SCIENCES,  
*En M. DCC. XXXVIII.*

*Tome IV.*

A



---

## *Avertissement de l'Académie.*

L'ACADÉMIE n'a pu se conformer aux intentions du Fondateur sur le Prix de Physique, sans proposer souvent des Sujets qui ne donnent presque aucune prise à la Géométrie, & dont l'application devient par-là très-difficile, ou passe même nos connoissances actuelles. La question de la Nature & de la Propagation du Feu est peut-être de ce nombre, & l'on ne pouvoit guère attendre que des Systèmes sur cette matière : aussien a-t-on reçu plusieurs, parmi lesquels il y en a de très-ingénieux. L'Académie n'en ayant point trouvé cependant, qui lui ait paru satisfaire pleinement à la question, elle s'est déterminée à couronner les trois Pièces qu'elle a jugées les meilleures, & qui roulent sur trois hypothèses toutes différentes, sans autre distinction que celle de l'ordre de leur envoi, & de leur numero : sçavoir, la Pièce N<sup>o</sup>. 4. qui a pour Devise ;

*Magnum iter ascendo, sed dat mihi gloria vires ;  
Non juvat ex facili lecta corona jugo ,*  
est de M. *Leonard Euler* , Prof. à Petersbourg.

La Pièce N<sup>o</sup>. 10, qui a pour Devise ;

*Omne ignotum pro magnifico est.*

est du Pere *Lozeran de Fiesc*, de la Compagnie de Jesus.

Et enfin la Pièce numerotée 11, qui a pour Devise,

*Exercitio Athleta valet,*

est de M. le Comte de *Crequy*.

Le Public verra du moins par ce choix, que l'Académie ne prétend adopter ni rejeter aucun Systême, & qu'au contraire elle invite les Sçavans à lui proposer ou à éclaircir ceux qu'ils croiront les plus vraisemblables, sans qu'ils ayent à craindre aucune partialité dans ses jugemens.



DISSERTATIO



# DISSERTATIO DE IGNE,

IN QUA

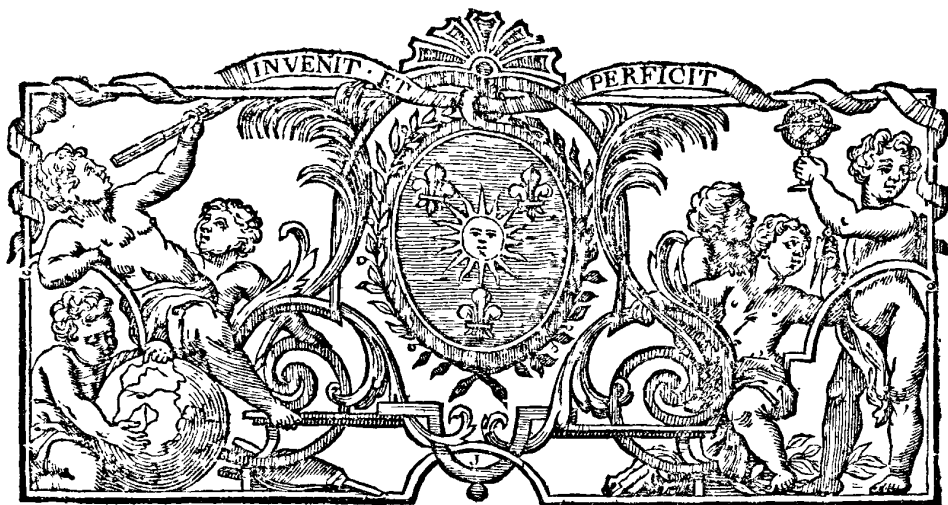
EJUS NATURA ET PROPRIETATES  
EXPLICANTUR:

*Occasione Quæstionis, cum præmio annexo, ab Illus-  
trissimâ ACADEMIA SCIENTIARUM REGIA  
PARISINA pro anno 1738. propositæ, ejusdem  
Academiæ judicio æquo submissa:*

Cui præmium, in tres partes divisum, pro unâ ex illis  
addictum fuit.

*Auctore D. LEONARDO EULER, Mathemat. Profess.  
& Academiæ Scientiarum Petropolitanae Socio.*





# DISSERTATIO DE IGNE,

IN QUA EJUS NATURA  
& Proprietates explicantur.

---

Magnum iter ascendo ; sed dat mihi gloria vires :  
Non juvat ex facili lecta corona jugo.

*Propert. Lib. III.*

---

## §. I.



UM illustrissima Academia Scientiarum Regia hoc tempore explicationem Naturæ & Propagationis Ignis requirat, non dubito sequentes meas de hoc argumento meditationes exquisitissimo illius judicio submittere. Quamvis enim hæc quæstio tam sit ardua, atque tot tantisque difficultatibus involuta, ut nemo adhuc admirandis Phænomenis eò pertinentibus satisfacere potuerit ;

A ij

## 8 DISSERTATIO DE IGNE.

tamen mihi quidem ego videor omnes istas difficultates feliciter superasse, atque sublimem hanc de Igne quæstionem distinctè enodasse. Quamobrem inclytam Academiam Scientiarum submisè rogo, ut hanc meam Dissertationem benignè accipere atque examini suo acutissimo subicere dignetur: certâ spe fretus, fore ut, si fortè laborem meum præmio dignum non censeat, tamen me à scopo non nimis longè aberrasse sit iudicatura.

### §. I I.

Si omnia Ignis phænomena, quæ in sensus nostros incurant, vel levissimâ attentione contemplamur, dubitari omninò nequit, quin Ignis in motu vehementissimo minimarum particularum consistat. In hoc enim non solum omnes Naturæ scrutatores unanimiter conveniunt, sed talem etiam motum vires, quibus Ignis gaudet, calefaciendi, comburendi & lucendi evidentissimè evincunt. Quocirca ad Ignis naturam explicandam, imprimis necesse est, ut qualis sit materia Ignem flammamque constituens, & quonam ea cieatur motu, definiatur: omnes enim Naturæ effectus à Materia & Motu determinari, ab omnibus Physicis rationem & experientiam sequentibus, satis superque est comprobatum. Cùm autem cognitionem sufficientem Materiæ Motûsque quibus Ignis conficitur, fuerimus consecuti, tùm Phænomena Ignis præcipua erunt perpendenda, atque ex antè inventâ Ignis naturâ deducenda & explicanda: quorum utrumque, si, uti confido, præstitero, quæstioni propositæ penitè satisfecisse putandus ero.

### §. I I I.

Quanquam in quæstionibus Physicis post experientiam hypotheses plurimùm valent, atque sine hypothesi præmissâ vix ullius Phænomeni vera causa est inventa: tamen summo perè circumspectum esse oportet, qui ab hypothesis cuiuspiam Phænomeni explicationem aggredi voluerit. Quando enim accidit, ut uni Phænomeno plures hypotheses æquè satisfaciant, quarum plus una vera esse nequit, in dubio relinquimur, quænam reliquis sit præferenda; sin autem eadem hypotheses simul cum aliis Phænomenis comparentur, hæ-

piùs evenire solet, ut nulla ampliùs satisfaciat : quod certum est indicium nullam assumtarum hypothesium veram fuisse Phænomeni causam. Hoc verò incommodum magis est metuendum si Phænomena ejusmodi considerentur, quæ per multas hypotheses explicationem admittunt ; tùm enim difficulter omnes hypotheses satisfaciens enumerantur, & ideò veram præterire proclive erit. Quamobrem in naturâ scrutandâ initio ejusmodi Phænomena perpendisse expediet, quæ quàm paucissimis modis explicari patiantur, ne in inutilem variarum hypothesium copiam labamur ; certissimâ autem viâ ad veritatem pertingemus, si tale Phænomenon seligere contigerit, quod unico modo explicari queat.

## §. IV.

Cùm igitur hoc principio, tanquam normâ, in præsentè disquisitione uti constituissem, statim vim Ignis calefaciendi & lucendi, tanquam Phænomena minùs idonea ad veram Ignis indolem indagandam, ejeci : ad ea enim explicanda motus quicumque vehemens minimarum particularum, pro quo innumerabiles hypotheses excogitari possunt, est sufficiens. Hanc ob rem de industriâ aliud anquisivi Phænomenon, cui per hypotheses difficillimè & unico fortè modo satisfieri posset. Tale autem Phænomenon ipsa quæstionis propositio ab illustrissimâ Academiâ facta mihi suggessit, quod est Ignis propagatio, seu vis incendendi, Ignemve cum aliis corporibus combustibilibus communicandi : cujus Phænomeni explicatio meritò disertis verbis est postulata, cùm difficulter hypothesis conveniens excogitari queat.

## §. V.

Ideò autem hoc Phænomenum explicatu difficile videtur ; quòd primâ fronte legibus Naturæ & Motûs contrarium appareat. Si enim perpetuò effectus causæ proportionalis esse debeat, atque motûs viriumve quantitas augeri nequeat, maximè paradoxum certè videtur, ex minimâ scintillâ maximum Ignem enasci posse, quo tantæ moles destruantur ; deindè cùm in communicatione motûs corpus movens de motu suo tantùm amittat, quantum in alterum transfert,

## § DISSERTATIO DE IGNE:

hîc non sine admiratione videmus, ex Igne qui, ut certò constat, in motu consistit, alium Ignem adeoque motum produci sine ullo prioris detrimento. Quò ergo hoc Phænomenum explicatu est difficilius, eò magis operam dabo, ut ejus idoneam causam reperiam, ex quâ, si invenero, eò majorem utilitatem haurire spero, quòd multæ hypotheses ei quadrantes concipi nequeant. Dabo autem non solùm explanationem istius Phænomeni, sed etiam idoneis argumentis evincam explanationem meam esse unicam, & propterea ipsam veram. Hinc ergo porrò eximius usus normæ, quam mihi in indagando formaveram, conspicietur: cujus beneficio sine ullâ hypothesi assumtâ ad tam ardui Phænomeni veram cognitionem pervenerim.

### §. VI.

Cùm ergo hujus Phænomeni præcipuus nodus in hoc verberetur, quòd in Igne productio & incrementum motûs observetur, sine abolitione vel decremento motûs: atque vis minima, qualis est in scintillâ, maximam virium copiam generare possit: in id potissimum erit incumbendum, ut horum perverforum effectuum causam physicam assignemus. Ejusmodi igitur materiæ statum seu structuram investigare oportet, in qua vis minima, si ritè applicetur, maximam virium motûsque quantitatem producere valeat, atque ab hujus problematis legitimâ solutione tota nostra de naturâ Ignis disquisitione pendebit.

### §. VII.

Licèt autem iste materiæ status, quem quærîmus, ad solam illam Materiam subtilem, quâ Ignis constat, sit referendus: tamen expediet talem statum, in materiâ crassiore nostrosque sensus magis afficiente, determinare, quo de eo ejusque cum legibus Naturæ convenientiâ eò tutius & certius judicare queamus. Quando enim nostram inquisitionem, circa ipsam illam materiam subtilem Ignis, inchoare vellemus, proclive foret in ratiociniis labi, atque contra Naturæ leges impingere; quod facillè evitatur, si materiam crassiorem tractemus, quippe cui ratiocinia nostra securiùs accommodare liceat. Cùm autem  
talis

## DISSERTATIO DE IGNE, 9

talis status, qualem requirimus, in materiâ crassiori fuerit determinatus, illum sine periculo ad materiam quantumvis subtilem transferre poterimus: quicquid enim in materiâ crassiore locum invenit, idem etiam in materiâ subtilissimâ est admit-tendum.

### §. VIII.

Hujusmodi autem materiæ statum, quo minima vis in maximam excrefcere valet, in pulvere pyrio observamus: eadem enim exigua vis, quâ unicum granum incenditur, apta est ad maximam hujus pulveris copiam explodendam. Hoc quidem exemplum ad institutum nostrum, quo in materiâ ab Igne diversâ similem proprietatem deprehendere suscepi, minùs idoneum videri posset, cùm pulveris pyrii explosio cum Igne sit conjuncta, atque per ipsum Ignem fiat: ita ut ad id ipsum, quod est in quæstione recurrere, censerî possem. Sed si hoc Phænomenon attentius consideremus, illud virium incrementum, quod in pulvere pyrio conspicitur, omninò diversum deprehendemus à simili Ignis qualitate. Quanquam enim Ignis propria est causa explosionis pulveris pyrii, tamen ipsa explosio, cum tanto impetu conjuncta, à solo Igne minimè proficisci potest: sed potiùs peculiari hujus materiæ structuræ tribui debet; adeò ut etiam Ignis actionem ab hâc proprietate pulveris pyrii cogitatione prorsus separare liceat.

### §. IX.

Satis autem jam constat inter Physicos, neque ulteriore probatione habet opus, in Materiâ pulveris pyrii, latere ærem aliudve simile fluidum elasticum vehementer compressum, quod accensione, quâ particulae hoc fluidum coërcentes disrumpantur, ingenti vi sese expandat, stupendosque illos effectus edat. Ex quâ explicatione, contra quam, quid excipi posset, non video, satis ergo apparet, Ignis vim multiplicationis à propriâ vi pulveris pyrii rectè distingui, atque cogitatione prorsus posse separari. Quâ enim in explosione pulveris pyrii Ignis nil aliud præstat, nisi quòd claustra, quibus aër compressus continetur, recludat, salvo effectu,

loco Ignis, aliam quamcumque vim substituere licebit, dummodò par sit illis claustris recludendis. Quin etiam, loco Ignis talem vim substituiffe sufficiet, quæ unicum granulum diffringere valeat : si quidem unius ruptio, aërisque vehemens ejaculatio, aliis quoque effringendis inservire potest.

## §. X.

Ex hâc pulveris pyrii consideratione poterimus nunc ejusmodi materiæ statum nobis mente concipere, qui legibus Naturæ minimè adverfetur, atque quæfito nostro plenè satisfaciat : scilicet ut ab exiguâ vi etiam maxima generari possit. Nam, ut totum negotium adhuc crassiùs repræsentemus, concipiamus bullularum vitrearum quantumvis magnam copiam, quæ omnes aëre vehementer compresso sint repletæ : eritque hujusmodi bullularum acervus talis materia, qualem desideramus. Ponamus enim tantillam vim applicari, quâ unica bullula frangatur, manifestum erit, tam ab eruptione aëris quàm frustulorum vitri projectione, vicinas bullulas similiter actum iri, ab hisque porrò alias, donec omnes fuerint effractæ, ingentique strepitu aërem inclusum emiserint. Ista ergo, quam formavimus, materia ratione illarum proprietatum, quas meminimus explicatu esse difficillimas, admodum similis est Materiæ Ignis, cùm in illâ minima vis ingentem motum causari, & per ipsum motum sine ullo dispendio novus motus generari queat.

## §. XI.

Si autem hanc à nobis formaram Materiam penitiùs scrutemur, intelligemus simul præter hanc, quam finximus, structuram aliam omnino exhiberi non posse, quæ ad eadem Phænomena esset apta. Nam, cùm contra leges Naturæ fundamentales pugnet, ut vires multiplicentur, necesse est, ut quoties talis multiplicatio in Naturâ observatur, ea tantum sit apparens, atque vires productæ jam antè in ipsâ materiâ latuerint. Hoc autem, nisi ad qualitates occultas, quæ funditus ex Physicâ sunt exterminandæ, confugere velimus, alio modo præter vim elasticam obtineri nequit. Nulla enim vis vel potentia ad motum generandum apta, alia in Naturâ admitti



potest, præter vim centrifugam, à quâ tam vis elastica quàm gravitas omnesque aliæ vires ortum trahunt. At si ratio nostri Phænomeni, in vi elasticâ seu conatu sese extendendi, collocari debet: certè alio modo, præter assignatum, materiæ status idoneus concipi nequit. Non solùm igitur structuram mechanicam & legibus naturæ conformem invenimus, quæ nostro quæsito satisficiat, sed simul certi sumus eam esse unicam quæ in mundo existere potest; quam idcirco, quoties ejusmodi Phænomena explicanda occurrunt, semper tutò statuere possumus & debemus.

## §. XII.

Ex his igitur satis intelligitur, quàm commodè ad aliquid certi de naturâ Ignis stabilendum inter alia Ignis Phænomena id potissimùm selegerim, quo Ignis sese extendere & multiplicare observatur. Nam cùm alia Phænomena plures explanationes admisissent, quarum, quæ saltem verisimilior esset, difficulter definiri potuisset; hâc viâ ingressus, ad certam unius præcipuæ Ignis proprietatis cognitionem nullâ prorsus hypothese innixam, perveni. Hocque ipso jam maximâ ex parte propositæ quæstioni satisfecisse mihi videor, cùm hanc de Igne conceptam ideam ulteriùs prosequendo, omnium reliquorum Ignis phænomenorum explanationem facillè prævideam.

## §. XIII.

Structura autem, quam in materiâ crassiore aëre scilicet fabricatam concepi, ad Ignem vel potius materiam, quâ Ignis constat, accommodabitur, si modò loco aëris materia illa subtilis & elastica ad Ignem producendum apta substituatur, quam materiam subtilem propterea materiam Igneam vocabo; loco bullularum verò vitrearum cujusvis materiæ particulas substitui posse per se patet, dummodò ita fuerint constitutæ, ut materiam Igneam in statu compressionis coercere, simulque facillè rumpi possent. Quamobrem materia ad Ignem producendum apta, seu uti vocatur, materia combustibilis erit ea, quæ multas ejusmodi particulas materiâ Igneâ repletas continet; eoque magis proindè materia erit combu-

Bij

stibilis, quò plures in eodem volumine complectatur ejusmodi particulas. Præterea verò etiam reliqua corporis materia est consideranda, quæ particulas illas vel ita inclusas tenere potest, ut ipsas à viribus effringentibus tueatur, vel hujusmodi impetibus expositas relinquit, ita ut etiam ab hac differentiâ combustibilitas plurimum pendeat.

§. XIV.

Perspectâ nunc naturâ illius materiæ, quæ ad Ignem suscipiendum est apta, videamus quemadmodum Ignis actu excitetur. Intelletur autem ex similitudine bullularum aërearum, facile à vi, quâ unica particula materiam Igneam compressam continens effringitur, subito plures simul recludi debere: ex quibus adeò materia Ignea magno impetu erumpet, & quasi explodetur; quæ explosio tandiu durabit, quamdiu ejusmodi particulae aderunt, quæ dirumpi possunt. Hæc igitur ipsa explosio materiæ subtilis est id quod Ignis vocatur. Quamobrem Ignem ita definitio, ut sit explosio materiæ subtilis Igneæ compressæ: seu subitanea dilatatio istius materiæ sequens ruptionem particularum, quibus hæc materia in statu vehementer compresso coerceretur. Quàm subtilis autem sit ista materia Ignea non multum interest nosse: sufficet enim eam summè esse elasticam, aëre multò subtiliorem, atque ab æthere distinctam, ad omnia Ignis phænomena explicanda. In sequentibus autem discrepantia istius materiæ Igneæ ab æthere ostendetur.

§. XV.

Inter vires, quæ Ignem excitare valent, referendæ sunt omnes eæ, quæ aptæ sunt ad particulas illas materiâ Igneâ impletas dirumpendas: inter quas primum locum ipse Ignis tenet; ruption enim illarum particularum atque vehemens materiæ Igneæ ejaculatio, sine dubio, alias particulas effringere debet. In hoc igitur ipso consistit vis Ignis, in idoneâ materiâ sese extendendi atque ulterius communicandi: quæ Ignis facultas, uti initio explicatu difficillima est visa, ita hinc facillimè explicatur; quod quidem mirum non est, cum nostram de Ignis naturâ theoriam ex hoc ipso Phænomeno sumus com-

secuti. Quæstionis ergo propositæ alteri parti, quâ explicatio propagationis Ignis requirebatur, perfectè & mechanicè me satisfecisse minimè dubito. Progredior itaque ad reliquorum Phænomenorum contemplationem, ostensurus, quàm congruè omnia ex hâc de naturâ Ignis theoriâ sequantur.

## §. XVI.

Ignis autem phænomena, ratione explanationis, ad duas classes sunt revocanda : ad quarum alteram ea refero Phænomena quæ ex solâ hâc theoriâ Ignis explicari possunt, neque ullo modo ab æthere pendent; ad alteram verò classem pertinent ea, quorum causa præter Ignis naturam in æthere simul est quærenda. Ad prius genus pertinent vis calefaciendi, comburendi atque, quam jam explicavimus, vis sese multiplicandi; posterioris verò generis Phænomena sunt flamma & lumen : quæ, nisi nexus inter ætherem & materiam Igneam antè exponatur, explicari non possunt. Incipiam igitur à Phænomenis prioris generis, atque in eorum causam, quæ quidem se spontè manifestabit, inquiram.

## §. XVII.

Quod itaque primùm ad vim calefaciendi attinet, ea statim immediatè ex nostrâ Ignis theoriâ fluit. Cùm enim calor in Motu quodam minimarum particularum corporum consistat, satis perspicuum est Ignem in omnibus corporibus calorem excitare debere. Namque explosio materiæ illius subtilis Igneæ, atque ingens vis quâ minimæ moleculæ disjiciuntur, necessariò particulis non nimis dissitis motum inducere debet : quo ipso motu calor existit. Quod quò clariùs ob oculos ponatur, atque affinitas, quæ inter Ignem & calorem intercedit, evidentius exponatur, attendamus ad primariam Ignis proprietatem, quâ explosio particularum Ignearum alias similes particulas vicinas effringere valet. Ex quo intelligitur, si tales particule vel omninò non adsint, vel si vi explosionis non satis sint expositæ, eandem vim tamen in reliquas particulas circumjectas sese exerere; quæ, cùm idoneas Igni producendo particulas distrumpere possit, certè quoque reliquas materiæ particulas movere debebit. Calor itaque ab Igne in hoc differt,

quòd calor sit motus particularum minimarum sine explosione, cùm in Igne iste motus cum explosione sit conjunctus. Hinc igitur ratio constat cur calor, sine decremento, sese in alia corpora ingerere nequeat: quia quantum motûs intestini, quo calor consistit, in aliud corpus transfertur, tantundem in priore perire debet, prout experientia satis declarat, & leges motûs postulant.

### §. XVIII.

Deindè etiam ex his intelligere licet ex calore satis intenso Ignem oriri posse. Si enim calor tantoperè increfcit motusque particularum minimarum tam sit vehemens, ut ab eo particulæ Igneæ effringi queant, tum corpus illud, quod tantum calorem concepit, si tales particulas Igneas contineat, Ignem suscipiet. Constat autem hoc utique ex omnibus modis quibus Ignem excitare solemus, quibus maximam partem minimæ particulæ per friccionem tantoperè ad motum cientur, ut particulas Igneas effringere atque adeò accendere valeant. Ita videmus chalybem fortiter ad silicem fricatum scintillas emittere, quibus porrò Ignis excitari solet; hâc autem chalybis contra silicem friccionem particulæ exiguæ à chalybe abraduntur, quæ simul vehementem motum intestinum concipiant necesse est, quo ipso particulæ Igneæ quæ in chalybe latent accenduntur. Continere autem chalybem plurimas particulas materiâ Igneâ fœtas, ignitio ejus facilis satis declarat. Ex quo perspicitur chalybem ad Ignem excitandum ideò esse aptum, quòd particulis Igneis scateat simulque sit perquam durus; ob duritiem enim friccionem eò majorem motum ejus particulis inducit, atque eò minores particulas abradit: quæ propterea eò faciliùs Ignem concipiunt.

### §. XIX.

Quemadmodùm autem Ignis sine ingenti calore existere nequit, contrà tamen summus calor sine Igne in corpore idoneo inesse potest. Omnia enim corpora caloris sunt capacia, etsi non omnia æquali gradu, prout in aquâ videmus, quæ non ultra datum gradum calefieri patitur; ad Ignem autem suscipiendum ea corpora tantùm sunt apta, quæ particulas

Ignæas in se continent ruptioni expofitas. Corpus igitur talibus particulis carens, utique majorem caloris gradum accipere poterit, quàm in alio corpore cum Igne folet effe conjunctus. Hujus rei exemplum videre licet in metallis durioribus, quæ etiam non ignita lignum aliaque corpora combuftibilia accendere valent; quod autem ignita hoc præftent, id minus eft mirandum, quia tum reverà ardent, in iifque explosio materiæ subtilis Ignææ adefit.

## §. XX.

Hinc etiam ratio reddi poteft modorum quibus Ignis extingui folet, qui plerumque in adjectione materiæ non combuftibilis confiftunt. Tali autem adjectione materia non combuftibilis particulas Ignæas corporis ardentis obducit, vel feffe inter eas ingerit: quo fit, ut vis explosionis in hanc materiam exerceatur, in eâque confumatur, atque idcirco reliquæ particulæ Ignææ vim explosionis minùs fentiant. At fi materia ardens pulveris pyrii qualitate gaudeat, ut Ignis cum explosione aëris fit conjunctus, tum Ignis extinguetur, fi modò aëris eruptio & dilatatio impediatur; quia enim, hoc pacto, aëris explosio mox fiftitur: tum fimul Ignis, qui cum hâc explosione eft conjunctus, ceffare debet. Prætereà autem facilè intelligetur, talem Ignem adjectione materiæ non combuftibilis, nifi ingenti fiat copiâ, difficulter extingui; aëris enim explosio, quæ cum tali Igne eft conjuncta, particulas materiæ afperfæ disjicit, impeditque quominùs reliquæ Ignis particulæ à ruptione falventur.

## §. XXI.

Deindè etiam circa materiam quæ in Ignem injicitur, notandum eft, an cum materiâ ardente miferi eive inhærere queat. Nifi enim materia adjecta corpus ardens ingredi eive adhærere poffit, ob fuprà allatas caufas, Ignem extingueri non poterit; ita videmus, a difperfione aquæ, oleum accenfum non extingui nifi omninò aquâ offundatur: cujus rei ratio eft, quòd oleum cum aquâ miferi non patitur. Deniquè etiam quò materia non combuftibilis, cæteris paribus, fuerit denfior, eò promtius Ignem extinguet: quia in eâ vis explosionis

magis consumitur, prout experientiâ satis est notum. Hanc ob rem aër, etsi combustionis est incapax, tamen propter raritatem ad Ignem extinguendum est ineptus, nisi magno impetu in Ignem irruat, quo casu vicem corporis crassioris sustinere censendus est. Quin potius aër sæpius ad Ignem conservandum est necessarius, uti constat in candela accensa, quæ in spatio ab aëre evacuato extinguitur; particulæ enim ex sebo vel cera, quæ sunt Ignis nutrimentum, ob gravitatem specificam per aërem ascendunt, flammamque ingrediuntur, quæ nutritio, demto aëre, cessare debet.

§. XXII.

Porrò etiam intelligitur cur pleraque corpora combustione destruantur, atque magnum massæ suæ decrementum patiantur. Ab ingente enim vi, quâ particulæ Igneæ dissiliunt, non solum materia earum propria dissipatur, sed etiam simul aliæ corporis particulæ ejaculantur atque à corpore separantur; quo ipso non solum corpus multum de suâ materiâ perdit, verum etiam ratione statûs sui atteritur. Eò magis autem corpus in suo statu alterabitur, quò magis fuerit combustibile: hoc est, quò plures in se continet particulas Igneas, eò facilius reliquæ particulæ dissipari patiuntur. Ita materiæ combustibiles minùs compactæ & duræ, cujusmodi sunt ligna, ossa, ferèque omnes aliæ materiæ ex regno vegetabili & animali, combustione in cineres convertuntur; reliquæ verò particulæ omnes à vi Ignis disperguntur. Duriores verò magisque compactæ materiæ, cujusmodi sunt mineralia & metalla, in cineres non convertuntur; sed statum suum, ob firmiorem partium nexum, fortiùs conservant. Longè autem minorem particularum Ignearum copiam mineralia & metalla, si materiæ inflammabiles excipiantur, continere videntur, quàm materiæ antè memoratæ. Inter metalla verò ferrum reliquis plures particulas Igneas continere, ejus facilis ignitio, ejusque denique plenaria destructio, satis evincit. Contra verò aurum minimâ particularum Ignearum copiâ præditum sit oportet, quia Igne-fieri, ne in vehementissimo quidem Igne, patitur. Quòd autem aqua, aliaque corpora combustionis expertia;

alq

ab Igne dissipentur & in vapores resolvantur, id non tam Igni quàm soli calori est tribuendum, quo particulæ ita expanduntur & tam fiunt subtiles, ut per aërem, tanquam per medium gravius, avolent.

## §. XXIII.

His Phænomenis, quæ hætenus explicavimus, adjici possent alii Ignis effectus singulares, quibus alia corpora in vapores resolvit, alia in cineres convertit, (quos quidem jam obiter attigimus,) alia liquefacit, alia in calcem reducit, alia in vitrum transformat: sed, cum horum effectuum causa, non tam in Igne, quàm potius in peculiari corporis cujusque structurâ, sit posita, hæc de illis differere nec institutum postulat, nec illis explicandis me parem sentio. Quamobrem nunc reliqua Ignis Phænomena propria aggrediar, ad quæ exponenda præter Ignis traditam theoriam, æther in subsidium debet vocari; quæ Phænomena sunt Flamma & Lumen. Flammam scilicet hæc confidero, tanquam peculiare & à Lumine distinctum Phænomenon, quatenus spatium determinatum occupat, atque figurâ est prædita. Lumen autem mihi erit Flammæ proprietas, quâ radios lucidos emittit, iisque in oculis nostris lucis sensum excitat.

## §. XXIV.

Quod igitur ad Flammam attinet, ex notione datâ, constat eam nil aliud esse nisi spatium circa Ignem existens, distinctum & peculiari materiâ repletum; cum autem Flamma perpetuò cum Igne sit conjuncta, necesse est ut materia quâ Flamma constat, sit illa ipsa materia subtilis, cujus explosione Ignis gignitur. Quamobrem manifestum est Flammam esse spatium materiâ illâ subtili Igneâ repletum. Cum autem materia ista subtilis in Igne tantâ vi explodatur, quâquaversum longissimè dissipari deberet, nisi ab alio medio coerceretur, & in definito spatio contineretur. Quare cum Flamma determinatam habeat figuram, atque tantum in viciniâ Ignis subsistat, necesse est ut aliud adsit medium fluidum elasticum ubique expansum, quod suâ elasticitate indefinitam materiæ subtilis Igneæ expansionem impediat, eamque materiam in determinato spatio

contineat. Hoc autem medium cur ab æthere diversum statuum nulla ratio suadet ; quin etiam ex sequentibus clariùs perspicietur , medium hoc ejusdem esse indolis , cujus à Phisicis æther esse statuitur.

## §. XXV.

Quemadmodùm autem in medio quodam elastico alia materia pariter elastica spatium distinctum ad aliquod saltem tempus occupare queat , sequenti exemplo clarè apparebit. Ponamus bullulas nostras vitreas aëre vehementer compresso repletas , quas suprà ad Ignis naturam explicandam adhibuimus , in aquâ esse constitutas , ibique dirumpi. Quo factò manifestum est aërem erumpentem seseque expandentem aquam aliquantulum de loco suo esse expulsum , atque in mediâ aquâ spatium distinctum & definitum esse occupaturum : quod spatium eousquè augebitur , quoad compressio aquæ , quæ hîc vicem elasticitatis gerit , vim aëris ulteriorem sese expandendi in æquilibrio teneat. Generabitur igitur , explosione aëris , in medio aquæ bulla aërea à reliquo spatio distincta , quæ in ipso aëre non genita fuisset , cùm aër explosus sese statim cum aëre externo confudisset.

## §. XXVI.

Si ergo casum hunc ad nostrum argumentum accommodemus , aëris locum materia subtilis Ignea , aquæ verò locum æther sustinebit. Indè verò simul patet ætherem fluidum esse à materiâ subtili Igneâ omnino diversum , seque ad hanc materiam propemodùm habere , ut se habet aqua ad aërem. Erit itaque æther , respectu materiæ Igneæ ita comparatus , ut , ab hâc , in æthere quasi bullæ formari queant. Posito igitur æthere undiquaque diffuso , facile erit explicatu , quomodò ex Igne Flamma formetur. Explosione enim materiæ Igneæ æther repellitur , ipsaque hæc materia in æthere tantum occupabit spatium , quoad vis elastica ætheris cum ulteriori vi materiæ Igneæ in æquilibrio consistat. Spatium igitur hoc in æthere materiâ subtili Igneâ repletum erit ipsa Flamma. Quòd autem Flamma cessante Igne simul cesset , ratio in promptu est : bulla enim illa in æthere diù durare nequit , sed materia Ignea mox



per ætherem distribuetur; quare Flamma diutiùs durare non poterit, quàm ipsa materiæ Ignæ explosio. Interim tamen non nego, sine explosione, per aliam causam talem bullam materiæ Ignæ in æthere subsistere posse, quæ Flammæ speciem præ se ferre radiosque emittere queat; sed talis Ignis calore carebit: cujuscmodi Phænomena, etiam plura, observantur inter Meteora & Phosphoros, quæ ex hoc fonte explicare nullus dubitarem.

## §. XXVII.

Hæc jam Flammæ naturâ stabilitâ, lux, seu emissio radiorum, secundum leges mechanicas necessariò cum Flammâ conjuncta esse debet. Quanquam enim Flammæ, seu bullæ illius, status ab æquilibrio, inter elasticitatem ætheris & materiæ Ignæ, pendet: tamen propter continuas novas explosiones summanque ætheris agitationem, hoc æquilibrium perpetuò aliquantulum turbabitur, quo ipso æther continuò à Flammâ succussiones patietur. Istæ autem succussiones in æthere, tanquam fluido summè elastico, producant vibrationes, quæ sese quâquaversùs secundum lineas rectas communicabunt; his igitur vibrationibus in æthere procreatis, efficiuntur radii luminis, simili prorsùs modo quo in aëre sonori radii producuntur. Hic autem naturæ lucis fusiùs non immorabor, cum hæc quæstio jam ante biennium ab illustrissimâ Academiâ sit ventilata atque excussa; sed pro instituto meo sufficiet monstrasse, quomodò Ignis lucem emittat.

## §. XXVIII.

Interim tamen, antequàm huic dissertationi finem imponam; non abs re fore arbitror, si formulam subjungam, ex quâ, quantâ celeritate vibrationes per quodvis medium elasticum propagentur, intelligere licebit. Eò minùs autem hanc meam formulam communicare dubito, cum Newtoni formula non solùm experientiæ de celeritate soni non quadret, sed etiam infirmis nitatur fundamentis. Mea autem formulâ est sequens. Sit  $K$  altitudo Mercurii, cujus pondus vi elasticæ mediû sit æquale, quo abibit in altitudinem barometricam, si aër pro medio illo accipiatur. Deinde exprimat  $1 : n$  ratio-

Cij

## 20 DISSERTATIO DE IGNE.

nem gravitatum specificarum, seu densitatum Mercurii & mediis; prætereaque designet  $f$  longitudinem Penduli simplicis singulis minutis secundis oscillantis. His positis, inveni vibrationes in tali medio uno minuto secundo propagari per spatium  $= 4 \sqrt{\frac{fK}{n}}$ .

## §. XXIX.

Si hæc formula ad ærem accommodetur ad soni celeritatem investigandam, erit, mensuram pedis Rhenani, in 1000 particulas divisi, adhibendo,  $f = 3166$ ;  $K$  variis tempestatibus intra limites 2460 & 2260 continebitur, atque ob densitatem aëris pariter variabilem, pono  $n$  intra hos limites  $\frac{1}{10000}$  &  $\frac{1}{12000}$ . His substitutis, in formulâ datâ, reperietur sonus, minuto secundo, per spatium transferri intra limites 1222 & 1069 pedum contentum: id quod longè melius cum observationibus congruit, quàm Newtoni determinatio, qui tantum 950 pedes Rhenanos invenit, experientiâ verò 1108 pedes præbeat, qui numerus ferè mediis est inter limites à me assignatos.

## §. XXX.

Si ergo tam densitas ætheris quàm ejus elasticitas esset nota, ope hujus regulæ, facilè posset celeritas luminis determinari. Cùm autem de densitate & elasticitate ætheris nil certi constet, celeritas lucis verò fatis sit explorata, ope formulæ meæ vicissim quicquam de densitate & elasticitate ætheris concludere licebit. Sequitur autem ex regulâ datâ, celeritates vibrationum in diversis mediis esse in ratione subduplicatâ, compositâ ex directâ elasticitatum & inversâ densitatum. Quare si elasticitas ætheris ad elasticitatem aëris ponatur, ut  $E$  ad  $e$ , & densitas ætheris ad densitatem aëris, ut  $D$  ad  $d$ , erit celeritas luminis ad celeritatem soni, ut  $\sqrt{E d}$  ad  $\sqrt{e D}$ . Si ergo, secundùm observationes, hæc ratio assumatur ut 70000 ad 1, prodibit  $\frac{E d}{e D} = 490000000000$ ; unde patet, sine densitate ætheris cognitâ, ejus elasticitatem definiri non posse.

## §. XXXI.

Plures autem rationes suadent ætherem longè esse rariorem quàm aërem : quarum præcipua est, quòd corpora cœlestia in illo mota nullam sensibilem resistantiam patiantur. Deindè elasticitas ætheris multò quoque major esse debet aëris elasticitate, cùm ex eâ durities corporum aliaque similia Phænomena explicari debeant. Ponamus igitur ætherem 1000000 vicibus esse rariorem quàm aërem, & reperietur elasticitas ætheris 490000 vicibus major, quàm est aëris elasticitas. Sin autem ætheris elasticitas millies major aëris elasticitate sufficiens putetur, tùm densitas eò minor prodibit, scilicet 490000000 vicibus minor quàm densitas aëris. Etiam si autem nec de densitate nec de elasticitate ætheris seorsim certi quid affirmare liceat : tamen ratio, quam habet elasticitas ætheris, ad suam densitatem applicata, ad aëris elasticitatem ad suam pariter densitatem applicatam, certò assignari poterit, quippè quæ est ut 490000000000 ad 1.

*F I N I S.*

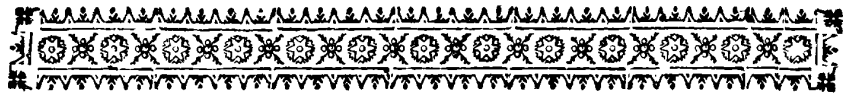


**DISCOURS**  
**SUR LA PROPAGATION**  
**DU FEU.**

*Cette Pièce est une des trois entre lesquelles le Prix  
a été partagé également.*

**Par le Pere LOZERAN DE FIESC,**  
**de la Compagnie de Jesus.**





# DISCOURS

## SUR LA PROPAGATION

### DU FEU.

---

Omne ignotum pro magnifico est. *Tac. &c.*

---

**L**A Propagation du Feu dépend visiblement de la nature du Feu. Il est donc nécessaire de connoître celle-ci pour découvrir sûrement la manière dont se fait celle-là : tels sont les deux objets que je dois embrasser dans ce Discours, pour dire quelque chose de raisonnable sur le sujet proposé.

Mais avant que d'entrer en matière, il faut bien fixer l'état de la question. Toute simple qu'elle paroît, elle peut devenir compliquée par la diversité des Feux réels, ou réputés tels, qu'on pourroit considérer.

Il y a, par exemple, des Feux immenses que l'Auteur de la Nature a placés à de grandes distances de la Terre, c'est les Etoiles & le Soleil. Tout ce que nous pouvons connoître de ces Feux, se réduit à la diversité & à la régularité de leurs mouvemens sensibles & apparens.

Il est vrai que depuis les tems les plus reculés, les Philosophes ont voulu deviner la constitution ou la nature de ces feux. Point de sujet sur lequel on ait bâti tant de systèmes différens. Mais si nous voulons en penser raisonnablement, nous serons persuadés que toutes les recherches de ces grands Philosophes

*Tome IV.*

D.

n'ont abouti qu'à montrer la témérité de leur entreprise. Instruits du sort de Phaëton, n'allons point courir les mêmes risques. Le Soleil qui est le plus voisin d'entre tous ces feux, est encore à 30000000 de lieues : comment irions-nous y faire l'analyse des principes qui le composent ; si c'est un mixte, ou si ce n'est pas un corps mixte ? Quel Téléscope assez bon pourroit nous en montrer les petites parties, pour en découvrir la forme & le mouvement ? Par quelle voie même pourrions-nous nous assurer que le feu du Soleil & des Etoiles est de la même nature que nos feux ordinaires & usuels ?

Il est vrai que le Soleil & les Etoiles repandent de la lumière comme nos feux, & infiniment plus que nos feux ; mais il y a d'ailleurs tant de différence des uns aux autres, qu'on ne peut plus, avec quelque apparence de raison, conclure de ce point seul de ressemblance, que tous ces feux sont d'une même nature.

Je ne parlerai donc point de ces feux admirables, ni de leur propagation, s'il y en a quelqu'une ; car je ne puis penser que l'inflammation des matières combustibles qu'on expose aux rayons du Soleil réunis au foyer d'un Miroir ardent, ou d'une Loupe de verre, soit une véritable propagation du feu du Soleil.

Outre ces feux, dont il ne peut pas être ici question, on s'est accordé de tems immemorial, car il seroit difficile de fixer l'époque d'une idée si générale, on s'est, dis-je, accordé à distinguer un feu élémentaire du feu commun & ordinaire qui sert à nos usages.

Je serois très-embarrassé à rapporter le fondement sage & raisonnable de cette distinction. Il est vrai que les Philosophes ont distingué quatre élémens, le Feu, l'Air, la Terre & l'Eau. De ces quatre élémens, ont-ils dit jusqu'à Descartes, sont composés tous les mixtes. Si cette dernière proposition étoit vraie, il ne faudroit pas douter qu'il n'y eût un feu élémentaire ; mais les Chymistes qui ont décomposé les mixtes, n'y ont jamais trouvé de feu : ils y trouvent



cinq autres substances différentes , l'Esprit ou le Mercure , le Soufre ou l'Huile , le Sel , le Flegme , ou l'Eau & la Terre ; ils concluent de-là que ces cinq substances sont les véritables élémens immédiats des mixtes.

Je ne décide point s'ils ont tort ou raison dans cette conséquence ; mais je crois pouvoir conclure du succès de leurs opérations , que le feu n'est pas un élément réel ; qu'il n'y a point de feu principe ou élémentaire. Car si le feu entroit dans la composition des mixtes , les Chymistes , après toutes les opérations qu'ils font sur les mixtes dans leurs laboratoires , en auroient sans doute trouvé des vestiges certains. Il n'en est pas du Feu comme de l'Air : celui-ci est invisible , à moins qu'il ne traverse quelque fluide de différente densité ; ainsi il peut n'être pas apperçû , quand il se sépare des autres principes qui entrent dans la composition des mixtes : mais le feu est non-seulement visible ; c'est encore par lui ou par sa lumière que nous voyons les autres objets ; il n'auroit donc pû échapper à la vûe des Chymistes , s'il étoit sorti des mixtes qu'ils ont décomposés.

On dira peut-être que les particules ignées de ce feu élémentaire sont si bien cachées dans les mixtes ou dans les parties des divers principes que les Chymistes tirent des mixtes , que leurs élaborations les plus délicates n'ont pû les en détacher. Mais si elles y sont si bien cachées , qui a pû les y découvrir , & par quelle voie ? L'Auteur de cette découverte auroit dû nous montrer le chemin pour y arriver après lui ; puisqu'il nous a envié la connoissance des routes qu'il a tenues , il merite bien de n'être pas cru sur sa parole.

Si pourtant on veut appeller feu élémentaire avec Aristote , une matière extrêmement subtile & déliée répandue par-tout , qui pénètre tous les corps , dont les parties toujours en mouvement donnent le branle à tous les autres mouvemens , qui n'a constamment les qualités sensibles du feu que dans le Soleil peut-être , & dans les Etoiles , qui ne l'acquiert ailleurs que dans certaines circonstances , ou lorsqu'elle trouve des dispositions particulières dans les mixtes , je ne m'y oppo-

ferai pas : alors ce feu élémentaire ne sera que la matière éthérée, ou la matière subtile de Descartes, dont le Pere Mallebranche me paroît avoir mieux expliqué le mouvement que tout autre, & dont, par cette raison, je suivrai le sentiment dans le reste de ce discours.

Toute la question présente roulera donc sur les feux usuels dont il faut d'abord rechercher la nature, pour decouvrir ensuite avec plus de lumière le vrai système de leur communication ou propagation.

### *De la Nature du Feu.*

Le Feu est un mixte composé de sels volatils ou essentiels, de soufre, d'air, de matière éthérée, communément mêlé d'autres substances hétérogènes, de parties aqueuses, terrestres, métalliques, & dont les parties désunies sont dans un grand mouvement de tourbillon.

Telle est l'idée que je me forme du feu, & qu'il me faut justifier dans la première partie de ce Discours, par des observations certaines, & des raisonnemens clairs sur ces observations.

1°. C'est une expérience constante que si l'on prend parties égales de limaille de Fer & de Soufre en poudre, qu'on en fasse une pâte avec de l'eau, & qu'on mette 30 ou 40 livres de cette pâte dans une terrine, elle s'y fermentera, & dans quelque tems elle s'enflammera.

Dans cette pâte il y a du Soufre, des Sels vitrioliques, dont le fer contient une grande quantité, de l'air, de la matière éthérée, des parties aqueuses, des parties terrestres.

Par la fermentation, les parties sulfureuses & salines éthérées & aériennes se mêlent intimement, & par ce mélange composent le feu qui y paroît, après que la fermentation a mêlé toutes ces substances au point nécessaire.

2°. Si lorsque l'on calcine de l'Etain, on en prend une portion dès qu'il est réduit en poudre, & avant qu'il ne se calcine davantage, & qu'on le mêle avec une portion à peu près égale de précipité d'Argent fait avec de l'eau salée, séché,

mais de manière qu'il y reste encore un peu d'humidité, ce mélange s'échauffe & prend feu de lui-même, rendant une odeur souffrée.

Dans ce mélange, il y a des souffres de l'Etain & des fels de l'Esprit de Nitre, qui a servi à la dissolution de l'Argent, & qui sont demeurés attachés aux petites parties de l'Argent, lorsqu'il a été précipité par l'eau salée; il y a encore beaucoup d'air & de matière éthérée dans les intervalles que laissent entr'elles les petites parties de ces poudres hétérogènes. L'humidité qu'on laisse au précipité d'Argent, ne sert qu'à la fermentation de ce mélange.

Par cette fermentation les fels du Nitre se mêlent intimement avec les souffres de l'Etain, l'air & la matière éthérée; & ce mélange intime de ces diverses substances, par le mouvement de tourbillon qu'y entretient la matière éthérée, compose le feu qu'on voit dans cette expérience.

3°. Si on mêle de l'Huile essentielle de plante aromatique avec de l'Esprit de Nitre bien pur & bien déflégré, ce mélange s'échauffe & s'enflamme.

Ce mélange ne contient que des fels du Nitre & des souffres de plante aromatique, quelque peu de flegme, avec beaucoup d'air & de matière éthérée, qui rendent fluides ces fels & ces souffres avant leur mélange. Quand le mouvement de fluidité a bien mélangé les souffres avec les fels, l'air & la matière éthérée, ce mélange est un feu qui donne de la flamme. Le feu n'est donc qu'un mixte composé de fels essentiels, ou de fels volatils, de souffres, d'air & de matière éthérée.

4°. Si on jette du Charbon pulverisé dans un creuset où on a fait fondre du Salpêtre, il se fera une grande flamme avec une détonation.

Avant qu'on y jette le Charbon, le Salpêtre ne donne point de flamme; le Charbon seul ne donne qu'une petite flamme bleue: c'est le mélange de l'un avec l'autre qui donne cette grande flamme, & forme ce feu.

Dans le Salpêtre, il y a beaucoup de fels volatils, dans

le Charbon il y a beaucoup de parties huileuses & sulfureuses, l'un & l'autre contiennent beaucoup d'air & de matière éthérée; c'est par le mélange de toutes ces substances que s'allume ce feu. Le feu est donc un mixte composé de toutes ces substances.

5°. Dans tous les feux nous trouvons des sels, des soufres, de l'air & de la matière éthérée mêlés ensemble.

6°. Par-tout où nous trouverons ce mélange intime, nous trouverons du feu.

7°. Nous ne trouverons point de feu où il manquera quelqu'une de ces substances.

Ainsi l'air, la matière éthérée, & les sels mêlés ensemble ne donnent point de feu, comme on le voit dans l'Esprit de Nitre, & dans le Salpêtre fondu.

Ainsi l'air, la matière éthérée, & les soufres mêlés ensemble ne donnent point de feu, comme on le voit dans les essences.

Ainsi les sels, les soufres & la matière éthérée mêlés ensemble, ne donnent point de feu, comme on le voit dans la machine du vuide, où le feu s'éteint quand on en a pompé l'air. A l'égard des feux qui s'y soutiennent, ils sont composés de sels volatils & de soufres extrêmement exaltés; & alors le peu d'air qui demeure sous le balon de la machine du vuide, suffit pour composer avec les soufres, les sels & la matière éthérée, un véritable feu.

Je sçais que les Chymistes pensent que les soufres sont inflammables, sans être mêlés avec des sels. S'ils avoient raison, mon système ne seroit pas bon. Mais quelle expérience, quelle observation apporteront-ils en preuve de leur sentiment? Ils me démontrent que les sels sans les soufres ne sont pas inflammables, parce que si on n'ajoute point de Soufre au Salpêtre, quelque vivacité qu'on donne au feu qui le fond, jamais il ne s'enflammera. Pour me prouver que les soufres sans les sels sont inflammables, il faudroit qu'ils me montrassent des soufres exemts de sels, qui pourtant s'enflammassent: c'est ce qu'ils ne font pas & ne feront jamais,

## SUR LA PROPAGATION DU FEU. 31

Car selon eux, l'Huile ou le Soufre se tire toujours impure des mixtes, étant toujours mêlée avec des esprits, comme les huiles de Romarin & de Lavande, qui furnagent sur l'eau : or ces esprits ne sont que des sels volatils extrêmement exaltés : ou elle est remplie de sels qu'elle entraîne dans la distillation, comme les huiles de Buis, de Gayac & de Gerofle, qui se précipitent dans l'eau.

Pour le Soufre commun & minéral, on sçait qu'avec l'Huile il contient du Sel ; on en tire un esprit qui n'est qu'un Sel vitriolique.

Tout cela étant avoué par les Chymistes mêmes, qui veulent que les Soufres ou Huiles soient inflammables, sur quoi peuvent-ils appuyer leur sentiment ? & n'ai-je pas eu raison de dire que sans les sels ce principe n'est pas plus inflammable que les sels sans les soufres ?

Toutes ces expériences, observations & réflexions démontrent visiblement que le Feu est véritablement un mixte composé de sels, de soufres, d'air & de matière éthérée. J'appellerai ces quatre substances les *substances ignées*.

Mais il faut observer que tout mélange de ces substances n'est pas du feu. Le bois, par exemple, est un mixte composé de toutes ces substances, avec des parties aqueuses & terrestres, & même ferrugineuses ; car dans le bois il y a beaucoup de matière éthérée qui en remplit les pores les plus petits : il y a beaucoup d'air, puisqu'on l'en voit sortir, lorsque l'ayant haché en tranches minces ; on jette ces tranches, & on les fait tremper dans l'eau : il y a des sels & des huiles, puisqu'on en tire par la Chymie : il y a des parties terrestres qui demeurent après en avoir tiré les huiles & les sels ; il y a des parties aqueuses, qui sont le flegme qu'on en tire : il y a des parties ferrugineuses qui s'attachent à un couteau aimanté, avec lequel on remue les cendres du bois ; le bois cependant n'est pas du feu.

La raison en est que ces substances ignées, ou les parties de ces substances, sont unies dans le bois : or pour faire du feu il faut des parties désunies, ou qui ne tiennent point les

unes aux autres ; il faut que les parties des substances qui doivent entrer dans la composition de ce mixte , ne soient point liées ensemble par des parties hétérogènes qui les tiennent séparées , ou qui les contraignent à demeurer en repos en les serrant.

Il ne suffit même pas , pour composer la matière du feu ; que les parties de ces substances soient désunies & un peu mêlées. Elles sont dans cet état dans la matière de la poudre à canon lorsqu'elle est dans le mortier ou sous le pilon , même après qu'on y a mis de l'eau pour l'humecter ; cette matière n'est pourtant pas alors la matière du Feu. Il faut donc que le mélange de ces parties soit bien intime , & que la multitude des parties hétérogènes qui y sont mêlées , ne les embarrasse point trop , comme il arrive à la matière de la poudre à canon , lorsqu'elle est pilée & trop humectée.

Ainsi on peut définir la matière du Feu un mixte composé de sels , d'huiles , d'air , de matière éthérée , dont les petites parties sont désunies & intimement mêlées , assez dégagées de toutes substances étrangères qui embarrasseroient celles-là,

Mais ce n'est là que la matière immédiate du Feu , ce n'est qu'un corps sans ame : ce qui anime cette matière , ou qui lui donne la forme qui en fait du Feu , c'est le mouvement , mais un mouvement de tourbillon , qui fait tourner toutes les parties de ces substances chacune autour de son propre centre , & plusieurs ensemble autour d'un centre commun.

Il est visible que pour bien connoître la nature du Feu , & parler ensuite raisonnablement sur sa propagation , il ne suffit pas de connoître & de s'être assuré que la matière dont il est immédiatement composé , sont des sels , des huiles ou soufres , de l'air , de la matière éthérée , il faut encore en connoître la véritable forme essentielle , ou le mouvement que doivent avoir toutes ces substances pour être du Feu. Il faut donc justifier ce que je viens d'avancer , que ce mouvement est un véritable mouvement de tourbillon , tel que je l'ai énoncé.

Mais cette entreprise n'est pas sans difficulté , les parties du

du Feu sont trop petites pour être apperçûes solitairement ; il n'est même pas possible de découvrir à la vûe le mouvement de plusieurs ensemble , quand même le nombre de celles qui se meuvent ensemble selon une même détermination , pourroit faire un objet sensible en d'autres circonstances. La raison en est palpable ; toutes les parties du Feu sont sensiblement contiguës , & quoique le mouvement de tourbillon de plusieurs ensemble puisse se faire , & se fasse en divers sens , cependant à cause que le tout est lumineux & semblablement lumineux , on n'y sçauroit appercevoir d'autre mouvement que celui qui lui vient de l'inégale pression , ou de l'inégale résistance de l'air environnant , laquelle donne lieu aux ondées qu'on voit dans la flamme , de la même manière que des pressions inégales sur la surface de tout autre liquide , & imprimées tantôt d'un côté , tantôt de l'autre , y produisent des ondulations.

Au défaut de la vûe qui ne peut avoir aucune prise sur les parties ignées , nous ferons quelques observations , d'où nous pourrons conclure assez sûrement que leur mouvement est réellement le mouvement que je leur ai supposé.

1°. Lorsqu'on bat le fusil pour en tirer du Feu , ce Feu s'élève par le mouvement qu'on donne aux parties ignées qui sont dans le caillou ou dans l'acier , ou peut-être dans tous les deux , & qui en sont détachées par le choc. Or il est visible que la manière même dont se fait le choc , détermine ces parties détachées , à un mouvement circulaire très-prompt. Donc les parties du Feu qu'on tire du caillou , en battant le fusil , ont un mouvement de tourbillon ; donc aussi les parties de tout autre feu ont ce mouvement.

2°. C'est un sentiment généralement reçu aujourd'hui , & confirmé par une infinité d'expériences , que la fluidité des corps consiste dans un mouvement respectif de leurs parties. Divers Auteurs expliquent diversément ce mouvement respectif : il y en a qui prétendent que ce n'est qu'un mouvement de tourbillon qui agit les petites molécules du fluide , chacune autour de son propre centre , & plusieurs autour

d'un centre commun. Les raisons qu'ils donnent de leur sentiment, me paroissent, & à bien d'autres, assez prouvantes. De toutes ces raisons, qu'il n'est pas besoin de rapporter ici, j'ai droit de conclure que les petites molécules de la flamme, qui est un véritable fluide, sont agitées de ce mouvement de tourbillon.

Mais comme tout le monde n'a pas ces raisons présentes à l'esprit, & que ceux qui les ont présentes, n'en font pas tous également touchés, voici une preuve qui va, ce me semble, démontrer en particulier le mouvement de tourbillon que j'attribue aux petites molécules de la flamme.

Il est certain que les petites parties de la flamme ont une vitesse inconcevable : quand on refuseroit d'en convenir, la lumière qu'elle répand en seroit une démonstration ; car ces parties n'ont pas sans doute moins de vitesse que la lumière qu'elles répandent. Or si avec une vitesse si prodigieuse, leur mouvement étoit en ligne droite, il est visible que l'air environnant, qui sert de limites à la flamme, ne seroit pas capable de les contenir, & par conséquent elles ne demeureroient point assez près les unes des autres pour composer un tout sensible ; mais se dissiperoient infiniment plus vite qu'elles ne font. Comment l'air pourroit-il leur servir de vase & les contenir, si elles avoient un tel mouvement, puisqu'elles tirent assez de force de leur mouvement pour séparer les parties des corps durs, calciner les pierres, & fondre les métaux ? Mais si leur mouvement est un mouvement de tourbillon, il n'est plus nécessaire que l'air ait tant de force pour leur résister. Dans ce cas elles n'agissent contre l'air que par leur force centrifuge : or leur vitesse selon cette force, ou leur vitesse en éloignement du centre, si elles n'étoient point retenues, étant très-petite, ces parties elles-mêmes étant très-petites, leur effort pour chasser l'air, en est bien moins considérable. Ainsi l'air peut les contenir & les ramasser en un tout sensible, d'autant plus que la plus grande partie de leur vitesse est employée à faire leur révolution périodique autour de leur propre centre, & la moindre partie à faire



leur révolution autour d'un centre commun, & qu'elles n'agissent pour écarter l'air, que par leur effort en éloignement d'un centre commun. Le mouvement des petites parties de la flamme est donc un mouvement de tourbillon.

Il est donc vrai que le mouvement des petites parties du Feu est un mouvement de tourbillon ; car le Feu, à le bien prendre, n'est que de la flamme. Les charbons ardents ne sont ardents que par la flamme qui les pénètre : un boulet rouge de feu n'est rouge que par la flamme qui le rend lumineux : c'est ainsi que le bois qu'on a frotté avec un linge, après l'avoir sorti de l'eau où il a trempé, est humide par l'eau qu'il a imbibée. Il est vrai que cette flamme ne paroît point sensiblement dans les charbons ardents ni dans le boulet rouge ; elle n'en est pas moins réelle, puisqu'elle donne de la lumière, ce que ne feroient pas les charbons ni le boulet, quelque chauds qu'ils pussent être d'ailleurs. Ainsi un boulet de fer immédiatement avant que d'être rougi au feu, quoique plus chaud que bien des flammes qui ne brûlent pas des corps très-combustibles, ne donne pourtant point de lumière ; & ces flammes en donnent.

Ce ne sont point ici des idées peu réfléchies & hasardées ; il est certain qu'il faut des parties désunies & enflammées, pour donner de la lumière. Qu'on fasse bien chauffer un boulet de fer, son poids ne diminuera pas, tandis qu'il ne deviendra pas rouge : qu'on le fasse rougir au feu, son poids diminuera, parce que la chaleur désunissant les parties qui font la flamme qui le rougit, ces parties se dissipent comme celles de toute autre flamme.

D'ailleurs il est constant que plus il y a de parties désunies & enflammées par le feu, plus un corps donne de la lumière : ainsi une bougie qu'on commence à allumer, ne donne d'abord qu'une petite lueur, parce qu'il y a peu de parties désunies & enflammées : elle donne ensuite une grande lumière, parce qu'il y a beaucoup de parties désunies & enflammées. Ces parties désunies elles-mêmes ne donnent point de lumière avant que d'être enflammées, comme on le voit.

dans la cire fondue autour du coton de la bougie, & avant qu'elle ne soit montée pour s'enflammer.

Mais puisque la lumière augmente à mesure qu'il y a plus de parties désunies enflammées, puisqu'elle diminue à mesure qu'il y a moins de parties désunies & enflammées, puisqu'il n'y a plus de lumière lorsqu'il n'y a point de parties enflammées, il est visible qu'un corps en feu, que les charbons ardents ne donnent de la lumière que par leurs parties désunies & enflammées.

Pour détruire ces raisonnemens, on pourroit apporter en preuve contre moi divers phosphores où on ne soupçonne point de flamme : tels sont les vers luisans, certains bois pourris, qui deviennent lumineux, la pierre de Bologne. Mais outre que la lumière que donnent ces phosphores & tous autres quelconques, dépend du mouvement de leurs parties désunies, & que le mouvement de telles parties doit être un mouvement de tourbillon, par les raisons que j'ai données lorsque j'ai prouvé que les petites parties de la flamme ont un mouvement de tourbillon; si on ne veut pas que ce qui répand de la lumière dans ces phosphores, soit un vrai Feu, il ne sera pas surprenant qu'il n'y ait point de flamme, quoiqu'ils donnent de la lumière, parce que la flamme est toujours composée des substances ignées dont j'ai parlé, & qu'il n'est pas d'ailleurs constant que d'autres substances par un semblable mouvement, ne puissent point donner de lumière, puisqu'au contraire il est très-apparent que le Soleil, dont la lumière est si éclatante, n'est pas composé des mêmes substances que nos feux usuels. On ne peut donc tirer de ces phosphores aucune légitime conséquence contre moi dans la matière présente.

Ainsi puisque les substances ignées ne donnent point de lumière, si elles ne sont désunies & enflammées, ou, ce qui est le même, si elles n'ont un mouvement de tourbillon; puisqu'il n'y a point de feu sans lumière, je conclurai que le Feu est une véritable flamme, & que le mouvement des petites parties du Feu est un mouvement de tourbillon.

3°. La fumée se change en flamme, & la flamme en fumée, ce sont des expériences journalières. Qu'on éteigne la flamme d'une chandelle, si on approche une autre chandelle de la fumée qui en sort, on la verra s'enflammer : qu'on mette du bois assez sec sur des charbons ardens, il en sortira bientôt une fumée noire & épaisse; peu-à-peu cette fumée deviendra plus blanche, & enfin on la verra s'enflammer. L'huile bouillante exhale une fumée qui s'enflamme à l'approche d'une chandelle, ou de la flamme du foyer. On voit encore toutes les flammes ordinaires se changer sensiblement en fumée.

La fumée qui se change en flamme, est composée de la même matière que le Feu; mais elle n'a pas encore assez de mouvement pour être Feu : elle ne devient flamme que lorsque le mouvement de ses parties a acquis la vitesse nécessaire : or il est certain que le mouvement des parties de cette fumée, est un mouvement de tourbillon; on le voit à l'œil : on voit la vitesse de ce mouvement augmenter à mesure que la fumée qui sort du bois est plus prête à s'enflammer; cette vitesse est si rapide l'instant qui précède l'inflammation, qu'on a peine à l'apercevoir; donc le mouvement de ces mêmes parties, l'instant suivant, c'est-à-dire, lorsque cette fumée est enflammée, est encore un mouvement de tourbillon, le mouvement qu'elles avoient, n'ayant fait qu'augmenter à chaque instant, & n'y ayant aucune cause qu'on puisse légitimement soupçonner d'un mouvement différent : on doit d'autant moins soupçonner ce changement, que le grand éclat de cette fumée, l'instant qui précède son inflammation, vient apparemment de ce qu'il y a déjà plusieurs parties qui ont assez de vitesse pour être feu, & donner de la lumière; lumière sans doute qui vient de leur mouvement de tourbillon, puisqu'il est certain qu'elles ont alors ce mouvement.

Le mouvement de tourbillon qu'on voit dans les parties de la flamme lorsqu'elle s'est changée en fumée, nous prouve encore assez bien que leur mouvement étoit un mouvement

de tourbillon avant que la flamme ne fût changée en fumée. L'expérience nous montre que l'éclat de la flamme s'affoiblit peu-à-peu, jusqu'à ce que changée en fumée, elle ne donne plus de lumière. Cette diminution qui se fait par degrés de la lumière de la flamme, ne peut venir que de l'affoiblissement ou de la diminution du mouvement des parties de la flamme, & non du changement de leur mouvement en un mouvement d'une autre espèce : donc aussi la perte entière de l'éclat de la flamme, ou son changement en fumée, ne vient que de ce qu'il ne reste plus assez de mouvement dans ces parties pour donner de la lumière, & non d'un changement de leur mouvement en un mouvement d'une autre espèce, ni de la perte entière de leur mouvement, puisqu'en cessant de donner de la lumière, elles n'ont pas perdu tout leur mouvement ; il faut donc que le mouvement qui leur reste, soit de la même espèce que celui qu'elles avoient : or il leur reste un mouvement de tourbillon qu'on y découvre sensiblement ; elles avoient donc un mouvement de tourbillon lorsqu'elles étoient encore flamme : le mouvement des petites parties de la flamme, & par conséquent du feu, est donc un mouvement de tourbillon.

A cette idée si bien prouvée d'un mouvement de tourbillon, que j'ai dit être la forme du Feu, dont les fels volatils ou essentiels, les soufres, l'air, la matière éthérée sont la matière, on pourroit opposer quelque expérience par laquelle on voudroit prouver que le mouvement des parties du feu est un simple bouillonnement. On le voit clairement ce bouillonnement, dira-t-on, au bout de la mèche d'une chandelle allumée, & dans le Soufre enflammé ; on le voit dans les liqueurs dont le mélange s'enflamme : donc le mouvement des petites parties du Feu est un semblable bouillonnement.

Ces expériences ou observations ne prouvent pas ce que l'on prétend, puisque la mèche de la chandelle allumée ; ni le Soufre qui bouillonne au - dessous de la flamme bleue, qu'il jette, ni les liqueurs bouillonnantes au - dessous de la

flamme qu'elles donnent , ne font point du feu ; il n'y a que la flamme qui soit un véritable feu. A l'égard de ce bouillonnement , le feu en est la cause ou l'occasion. Le Soufre qui bouillonne n'est que du soufre fondu , & par conséquent dont les petites parties ont un mouvement de tourbillon , mais trop foible encore & trop embarrassé de parties terrestres ou de Sel fixe , pour former un vrai feu , & donner de la lumière. Par ce mouvement de tourbillon des parties du Soufre fondu , les parties trop grossières se séparent peu-à-peu des autres , & forment à la surface une espèce de crème ou de pelliculé ; les petits tourbillons de Soufre fondu qui sont au-dessous , se dégagent plutôt les uns que les autres des parties grossières , & par leur ressort perçant çà & là la pellicule , sortent , se dilatent , & par cette dilatation leur mouvement devenant plus libre , ils deviennent feu , & forment cette petite flamme bleue. C'est en s'échappant ainsi çà & là hors de la pellicule , qu'ils produisent un bouillonnement , lequel dure tandis qu'il y a dans le Soufre fondu assez de matière propre à être feu , qui se dégage successivement des parties terrestres & salines d'un Sel trop fixe.

Il faut raisonner à peu-près de la même manière sur les liqueurs dont le mélange s'échauffe , & donne enfin de la flamme avec un bouillonnement sensible au-dessous de cette flamme.

Le bouillonnement de la mèche d'une chandelle allumée vient aussi du suif fondu qui sort par les pores de la mèche ou du charbon qui s'y forme à mesure qu'elle brûle. Ces parties du suif fondu , en sortant ainsi du charbon , ont déjà un mouvement de tourbillon , mais trop gêné pour être un vrai feu ; de-là vient qu'on les distingue à leur sortie. Ces petits tourbillons de suif se dilatent un peu en s'écartant , & commencent à former un vrai feu , mais moins éclatant , parce que leur mouvement n'est point encore assez libre. Ce n'est qu'à une certaine distance , qu'ayant assez de liberté par une plus grande dilatation & accélération de leur vitesse , ils forment une flamme claire.

Ces explications très-naturelles font sentir que les expériences citées ne donnent aucune atteinte au sentiment que j'ai tâché d'établir.

Nous pouvons donc assurer maintenant que le Feu est un fluide composé de sels essentiels ou volatils, de soufre, d'air, de matière éthérée, communément mêlé d'autres substances hétérogènes qui en retardent la vivacité, dont les petites parties sont dans un mouvement de tourbillon très-violent. Nous avons prouvé par de solides raisons cette idée que nous donnons du Feu, tant lorsque nous avons démontré que la matière dont il est composé, sont les sels, les soufres, l'air & la matière éthérée, que lorsque nous avons prouvé que la force qui anime cette matière, & la détermine à être feu, est le mouvement de tourbillon de toutes ces substances.

Je n'ai expliqué la nature du Feu que pour établir solidement ce que j'ai à dire sur sa propagation, qui est la question proposée. Ainsi je ne m'arrêterai point ici à expliquer ses autres propriétés, qui ne sont point de mon sujet, comme sa vertu d'éclairer, sa force de dilatation qui est si grande quand il est resserré & ne peut pas se dissiper, que suivant le calcul aisé qu'on peut faire du chemin que parcourroit un boulet de 4 livres, s'il recevoit toute la force de la poudre enflammée qui le chasse, sa vitesse seroit plusieurs milliers de fois plus grande que celle de la lumière. Par les mêmes raisons, on n'attend pas que je parle des différences qu'on observe dans différens feux; ce seroit des recherches aussi inutiles qu'étrangères à mon sujet.

### *De la communication du Feu.*

La communication du Feu n'est pas douteuse. On demande quelle est l'opération de la Nature dans cette propagation: c'est ce qu'il faut expliquer maintenant; mais il faut observer que le Feu se communique en diverses manières. Une bougie allumée en allume une autre; le Feu des tisons ardens du foyer se communique à une buche, quoique verte, qu'on y mêle;

## SUR LA PROPAGATION DU FEU. 41

mêle; toute sorte de plantes jettées dans le feu, y prennent feu; tout corps en feu communique le feu à d'autres corps combustibles qui en sont approchés: c'est la manière ordinaire dont le feu se répand; mais nous le voyons encore se communiquer sans aucun feu communiquant: ainsi le bois sec jetté dans un four bien chaud, y prendra feu: ainsi le foin renfermé trop humide s'échauffe & prend feu: ainsi des matières soufrées & salines prennent feu dans les nues au milieu des airs: ainsi des matières semblables prennent feu dans le sein de la terre: ainsi un corps éclairé par les rayons du Soleil, réunis au foyer d'une grande loupe de verre, prendra feu: des liqueurs mêlées ensemble prennent feu: les parcelles d'un caillou détachées par un acier qui le choque, prennent feu, & le feu qui a pris dans toutes ces circonstances, se répand ensuite de près en près aux matières combustibles, tandis qu'il n'y a rien qui en arrête la propagation.

Nous examinerons d'abord la propagation du Feu usuel la plus commune: tout le reste s'expliquera ensuite avec une extrême facilité,

M. Bouillhet, Correspondant de l'Académie Royale des Sciences, présenta en 1719. à l'Académie de Bordeaux un discours sur la nature des ferments, où il me paroît s'en former une idée très-débarassée, & plus vraisemblable que tout ce que j'en ai pû voir ailleurs.

Selon cet Auteur, le ferment est un mixte propre à convertir en un ferment semblable d'autres mixtes analogues; qu'on lui mêle. Ainsi le levain est propre à convertir la pâte en un levain semblable,

Dans cette idée, la fermentation est un mouvement par lequel le ferment convertit les mixtes analogues en un ferment semblable,

La cause occasionnelle de la fermentation sont les secousses par lesquelles les parties du ferment ébranlent & désunissent les parties des mixtes analogues.

La cause immédiate de la fermentation, c'est la matière éthérée, qui trouvant ces parties désunies, les meut, les fait

bouillonner avec elle , & par ce bouillonnement les brife ; leur donne une autre conformation , ou plutôt par la séparation des parties hétérogènes donne lieu aux homogènes de s'unir plusieurs ensemble ; en conséquence de ce changement , le mixte fait sur nous la même impression que faisoit le premier ferment , & lui devient semblable ; impression que ce mixte ne faisoit pas avant la fermentation , parce que les parties propres à faire cette impression y étoient trop séparées & trop mêlées avec d'autres parties qui en émouffoient le goût.

Suivant cette idée de ferments , nous devons regarder le Feu comme un véritable ferment , & la propagation du Feu comme une véritable fermentation. Le feu sera même un ferment général avec lequel tous les mixtes ou presque tous les mixtes sont analogues , qui les fait tous fermenter , & les convertit en un semblable ferment , puisque le Feu change en feu presque tous les mixtes : il sera en même tems le ferment le plus actif , puisqu'il n'en est point qui fasse fermenter les mixtes analogues avec tant de promptitude.

Ces réflexions font déjà appercevoir les démarches de la nature dans la communication du feu aux matières combustibles. Ces matières , telles que sont les bois de toutes les espèces , contiennent beaucoup de sels volatils ou essentiels , & des soufres , puisqu'on les en tire par les opérations de la Chymie ; ces deux principes , outre l'air & la matière éthérée qui y sont par-tout répandus , y sont encore mêlés avec beaucoup d'autres substances hétérogènes , aqueuses , terrestres , &c. C'est le divers mélange de ces substances , leur différente proportion , leur arrangement divers , qui fait la diversité des bois. Quand on met ces bois au feu , les petits tourbillons du feu agissant d'abord contre les parties de la surface , les agitent par le mouvement qu'ils leur communiquent , les secouent fortement , les séparent enfin , & les désunissent , sur-tout par l'action des sels qui sont roides , aigus , & tranchans. Pendant tout ce mouvement les pores s'élargissent , de petits tourbillons de feu y entrent & agissent en-dedans ,



de la même manière que les petits tourbillons de feu contigus à la surface, agissent en-dehors. Les petites parties du bois étant enfin séparées & désunies par ces efforts redoublés, ne prennent pas sitôt feu, parce que leurs sels & leurs sulfures, le peu d'air qu'il y a, & la matière éthérée sont encore trop embarrassés par la quantité des parties hétérogènes qui y sont mêlées; mais peu-à-peu les parties aqueuses s'envolant en vapeurs, les sels & les sulfures ont plus de liberté pour bouillonner avec l'air & la matière éthérée, se dilater & se mouvoir enfin d'un mouvement de tourbillon assez vif pour donner de la lumière, & être un vrai feu. La première couche de la matière combustible étant ainsi convertie en feu, fait de même fermenter la seconde couche, & la convertit pareillement en feu; & ainsi de couche en couche, jusqu'à la dernière, toute la matière combustible se change successivement en feu, & se consume, si nul accident ne retarde & n'arrête cette propagation du feu.

Pour voir plus en détail l'opération du feu dans sa propagation, il faut observer la part que chacune des quatre substances qui le composent, peut y avoir.

Quoique le mouvement de la matière éthérée autour des corps durs & de leurs parties, soit très-grand, loin de désunir ces parties, contre lesquelles elle exerce sa force, elle les lie au contraire, & les unit par cette même force.

Dans la supposition même que ces parties seroient déjà toutes désunies, hors du cas où elles se trouveroient mêlées avec une suffisante quantité d'air, de sulfures & de sels, cette matière auroit peine à en faire un fluide. Nous ne connoissons que les parties aériennes dont elle fasse un véritable fluide immédiatement par elle-même, & sans le secours d'aucun autre agent. Tous les autres fluides doivent peut-être autant leur fluidité aux petites parties d'air qui y sont mêlées, qu'à la matière éthérée.

La matière éthérée & l'air mêlés ensemble, avec les parties des sulfures ou des sels, désunies, ne peuvent en faire que

F ij

de simples fluides, comme nous le voyons dans les essences ou huiles, & dans les esprits acides; c'est que les parties sulfureuses, de même que les salines étant homogènes, elles laissent trop peu d'intervalle entr'elles pour admettre autant d'air & de matière éthérée, qu'il en faudroit pour leur donner un mouvement aussi violent que celui du feu, d'autant plus que les parties sulfureuses sont trop molles & trop souples, & les parties salines trop pesantes pour recevoir un si grand mouvement de l'impression de ces agens si déliés, & d'un si petit volume comparé au leur.

Il en va tout autrement lorsque les parties sulfureuses & salines sont bien mêlées avec l'air & la matière éthérée. Comme les parties sulfureuses & salines sont hétérogènes, elles s'approchent moins, & admettent entr'elles beaucoup d'air & de matière éthérée: la matière éthérée & l'air agitent beaucoup plus violemment les soufres par les sels, & les sels par les soufres, qu'ils ne pourroient le faire sans ce secours. C'est ainsi que la pile d'un pont est tout autrement ébranlée par une grande poutre ou par quelque grand arbre que le torrent y entraîne, que par l'eau seule, ou par le sable & les brossailles qu'elle charie.

Tout le mouvement du Feu vient donc de la matière éthérée; mais, comme on le voit, pour le produire elle a besoin des parties aériennes, comme d'un instrument nécessaire pour mouvoir les soufres & les sels. L'air & la matière éthérée unis ensemble ont encore besoin des soufres pour donner autant de mouvement qu'il en faut aux sels, & des sels pour donner aux soufres un mouvement suffisant. Ce mouvement ensuite augmente sans relâche jusqu'à la dissipation des parties, parce que les soufres & les sels qui ont des parties oblongues, ne pouvant pas tourner sur leur petit axe, sans s'écarter les unes des autres, & occuper un plus grand espace, cet espace se remplit tout de suite d'air & de matière éthérée; cette plus grande quantité d'air & de matière éthérée augmente nécessairement le mouvement des

parties salines & sulfureuses, lesquelles déterminées & par leurs chocs mutuels & par le mouvement même de l'air & de la matière éthérée, à former par-tout de petits tourbillons, prennent une force de ressort, ou une force centrifuge proportionnée à la vitesse de leurs révolutions autour du centre de leur mouvement. Par l'augmentation de cette vitesse, le ressort de toute cette matière devient bientôt supérieur à la résistance de l'air qui lui sert de vase, & tout se dissipe, ainsi qu'il arrive à la poudre enflammée.

Toute flamme cependant ne doit pas se dissiper avec la même promptitude; celle d'une bougie, par exemple, dure bien plus long-tems : en voici plusieurs raisons, dont le concours contribue à la conserver dans la même grandeur sensible jusqu'à la consommation de la bougie.

1°. La cire fondue qui monte par la mèche fournit sans interruption un nouvel aliment à cette flamme.

2°. Les sels & les soufres de cette flamme n'y sont pas aussi dégagés de toute matière hétérogène, que dans celle de la poudre à canon : ils sont mêlés avec beaucoup de flegme qui en ralentit le mouvement, ainsi leur mouvement n'augmente pas si brusquement au point de vaincre la résistance de l'air environnant.

3°. Cette flamme est plus pressée en bas qu'en haut, parce que l'air environnant qui la presse, y a plus de hauteur, & par conséquent de pesanteur : c'est de-là que vient en partie sa figure oblongue.

4°. Les parties aqueuses du flegme plus légères que les autres, montent vers le haut de la flamme, où elles se trouvent par conséquent en plus grande quantité qu'ailleurs. Comme elles prennent moins de mouvement, la force centrifuge ou le ressort de la matière est plus foible en cet endroit; ainsi l'air a respectivement plus de force pour la presser : & c'est pour cette raison qu'il affine cette flamme par sa pression à mesure qu'elle s'élève.

5°. L'excès des vapeurs aqueuses sur les soufres & les

sels croissant toujours à proportion que cette flamme monte plus haut, sa lumière diminue sans cesse jusqu'à ce qu'elle s'éteint tout-à-fait ; la flamme alors se change en fumée, que la pesanteur de l'air continue à faire monter ; cette fumée fait comme une ouverture dans le vase d'air qui contient la flamme, & c'est par cette ouverture que la flamme s'écoule sans cesse, en se changeant en fumée, ainsi que je viens de l'expliquer. Cette flamme ayant une extrême facilité à s'écouler par cette ouverture où elle est toujours poussée par la pesanteur de l'air, les soufres & les sels dont elle est composée, n'ont pas le tems de recevoir un mouvement assez violent pour se dissiper en forçant les barrières du lit d'air qui la contient : ainsi elle ne doit pas se dissiper par les côtés ; mais en s'écoulant, comme je l'ai dit, elle doit durer tandis que la cire fondue fournit la même quantité de matière à enflammer.

De tout ce que nous avons dit avant cette digression sur la manière dont le Feu se dissipe, il suit que ce sont les sels qu'il contient, qui ébranlent, qui séparent, qui désunissent les parties des corps combustibles qui sont appliqués à la flamme ; la matière éthérée & l'air n'y peuvent rien ; les soufres sont trop mols & trop émouffés ; ce sont les sels pesans, roides, aigus & tranchans qui heurtent fortement les petites parties de ces corps combustibles, & qui les mettent, par la désunion qu'ils en font, dans la disposition prochaine d'être enflammées. Après cette désunion la matière éthérée, l'air, les soufres & les sels de la flamme se mêlent, par le mouvement, avec la matière éthérée, l'air, les soufres & les sels qui se trouvent dans ces corps combustibles parmi leurs parties désunies, les font bouillonner & les enflamment par le mouvement de tourbillon qu'ils leur communiquent ; c'est ainsi que le Feu se répand d'abord par l'action des sels qu'il contient, ensuite par l'action des autres substances ignées dont il est composé.

Mais il faut que les quatre substances ignées, pour faire

leur manœuvre avec succès, ayant entr'elles une certaine proportion, sans laquelle on auroit beau les mêler ensemble, il n'y auroit point de feu; cette proportion a pourtant quelque étendue, & c'est ce qui fait la diverse vivacité des feux: car si cette proportion qui doit être entre les quatre substances qui composent le Feu, étoit fixée en un certain point, en de-çà ou au delà duquel il n'y eût point de feu, tous les feux seroient d'une égale ardeur. Nous voyons pourtant le contraire, ainsi le soufre commun ne donne qu'un feu bien foible, parce qu'il n'y a pas assez de parties salines pour la quantité des parties sulphureuses & d'autres parties hétérogènes qu'il contient; ainsi la Poudre à Canon bien pilée & bien serrée, ne forme pas un feu si violent, que lorsqu'elle est grenée & moins pressée, parce que lorsqu'elle est ainsi pilée, elle ne contient point assez d'air: ainsi pour augmenter la force de la Poudre pilée, on y ajoute un peu de Salpêtre; ainsi pour l'affoiblir, on y ajoute du Charbon, qui contient véritablement des soufres, mais en même tems des parties fuligineuses en trop grande quantité pour ne pas embarrasser le mouvement des substances ignées; ainsi le même mixte qui donne un beau feu hors de la machine du vuide, n'en donne point sous le balon de cette machine lorsqu'on en a pompé l'air, non-seulement parce que l'air environnant est nécessaire pour empêcher la subite dissipation des parties de la flamme, & lui servir de vase qui la contienne, mais encore parce qu'il faut une certaine quantité d'air pour faire du feu par son mélange avec les autres substances ignées.

Tout cela fait voir pourquoi le Feu ne se propage pas avec la même rapidité dans tous les mixtes: sa propagation dans la Poudre à Canon est d'une promptitude étonnante, sur-tout lorsqu'elle est en plein air, parce que la Poudre est un mixte dans lequel les substances ignées sont en une proportion réciproque parfaitement convenable, & très-peu embarrassées par les parties légères du Charbon qu'on y a fait entrer, & que d'ailleurs avant que le feu les touche,

elles sont déjà intimement mêlées, à peu-près comme elles doivent l'être pour faire du feu, & si peu liées ensemble, que le moindre ébranlement de la bluette qui tombe dessus, les défunit suffisamment pour donner liberté entière à la matière éthérée de les agiter.

La propagation du feu de la Poudre à Canon enfermée & un peu pressée dans un Canon, est plus lente, parce que y étant plus resserrée, & par-là son mouvement étant plus gêné, y ayant même moins d'air, toutes les substances ne peuvent pas si-tôt prendre un degré de mouvement aussi vif; bien-tôt pourtant elle s'allume, & son feu devient plus fort que celui de la Poudre brûlée en plein air, parce que ne pouvant pas se dissiper de même, à cause des obstacles qu'il trouve à sa dissipation, les substances qui le composent ont le tems de recevoir une augmentation de mouvement infiniment plus grande, qui rend ce feu capable des effets étonnans que nous voyons avec surprise,

Le Feu ne se répand pas avec la même promptitude dans les autres matières combustibles, parce que les substances ignées n'y sont pas dans la même proportion, parce qu'elles y sont plus mêlées de matières hétérogènes, parce qu'elles y sont plus fortement liées par la cause de la dureté, & qu'ainsi il en coûte plus au feu qu'on y applique, pour en désunir les parties, dont le mouvement est ensuite plus gêné par les matières hétérogènes qui y sont en si grande quantité.

La propagation du Feu est plus lente dans la même espèce de bois quand il est vert que lorsqu'il est sec, parce que les parties aqueuses du bois vert embarrassent trop le mouvement des substances ignées, & que les substances ignées du bois sec sont délivrées de cet embarras.

On voit par-là d'où vient que la propagation du Feu est plus lente en Été qu'en Hiver, dans une chambre bien fermée, que dans une chambre ouverte. En Été, l'air est plus dilaté par la chaleur de la saison, & il est moins pur, d'où

il

il arrive que les parties d'air sont alors en moindre quantité dans le feu, & qu'elles y sont plus mêlées de parties hétérogènes; deux sources inévitables du retardement de la propagation du Feu. En Hiver, au contraire, l'air est plus dense; il est plus pur & moins chargé de matières hétérogènes: il y a donc en pareil volume plus de parties aériennes pour animer le feu, & moins de ces matières hétérogènes qui en retardent l'action; car je ne mets pas en ce nombre le Nitre qui, dans les grands froids, se trouve par-tout répandu dans l'air; ces parties nitreuses, au contraire, qui sont des sels, contribuent beaucoup à l'ardeur & à l'activité du feu dans la saison la plus rude.

De même dans une chambre bien fermée, l'air qui ne se renouvelle pas, est bien-tôt impregné de vapeurs & autres matières exhalées du feu même, & dilaté par la chaleur que le feu produit, sur-tout autour du foyer; ainsi il y a moins de parties aériennes autour des tisons, & plus de matières hétérogènes qui embarrassent le mouvement des substances ignées. Au contraire, si la chambre est ouverte, l'air se renouvelle sans cesse autour des matières combustibles qui sont au foyer, parce que l'air qui est auprès étant échauffé & raréfié, l'air qui est dehors, plus dense, pèse plus, pousse & chasse sans cesse l'air du foyer pour prendre sa place; ainsi c'est toujours un air tout neuf, si on peut ainsi parler, & en plus grande quantité, qui se mêle avec les autres substances ignées, & anime leur mouvement. D'ailleurs, cet air nouveau venant avec impétuosité dans le foyer, souffle & dissipe les matières hétérogènes que le feu n'a pû enlever, & qui s'accumulant parmi les parties enflammées, en retardent le mouvement.

C'est par cette raison que le feu se répand avec plus de vitesse lorsqu'on souffle dedans; car alors on y répand beaucoup plus d'air qu'il n'y en avoit, & cette quantité d'air favorise extrêmement l'action de la matière éthérée pour mouvoir les autres substances ignées. D'ailleurs, en soufflant

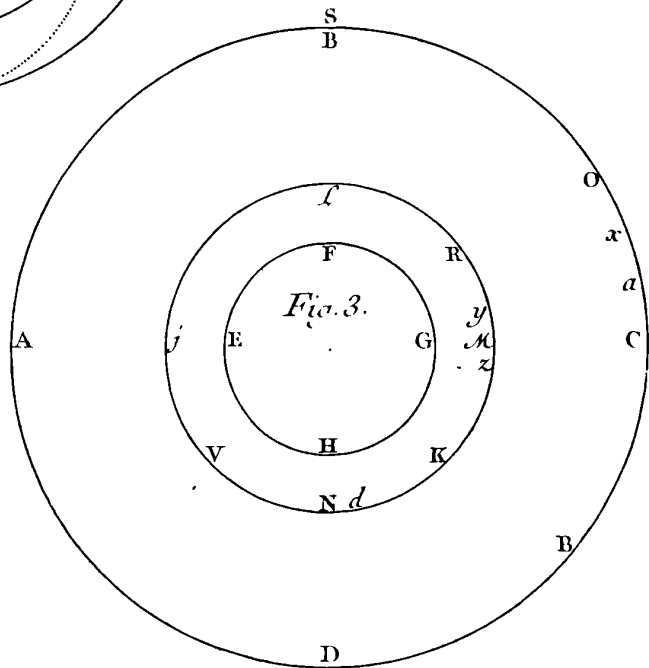
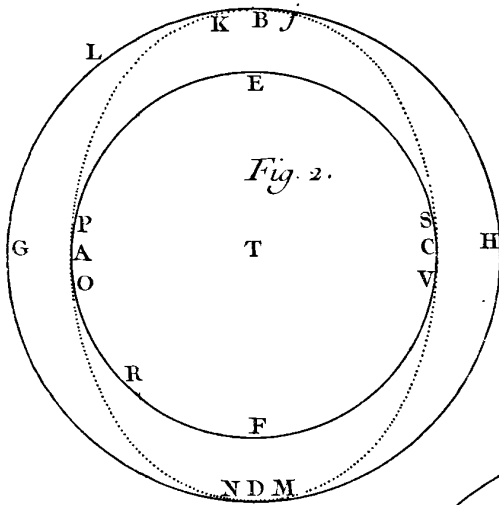
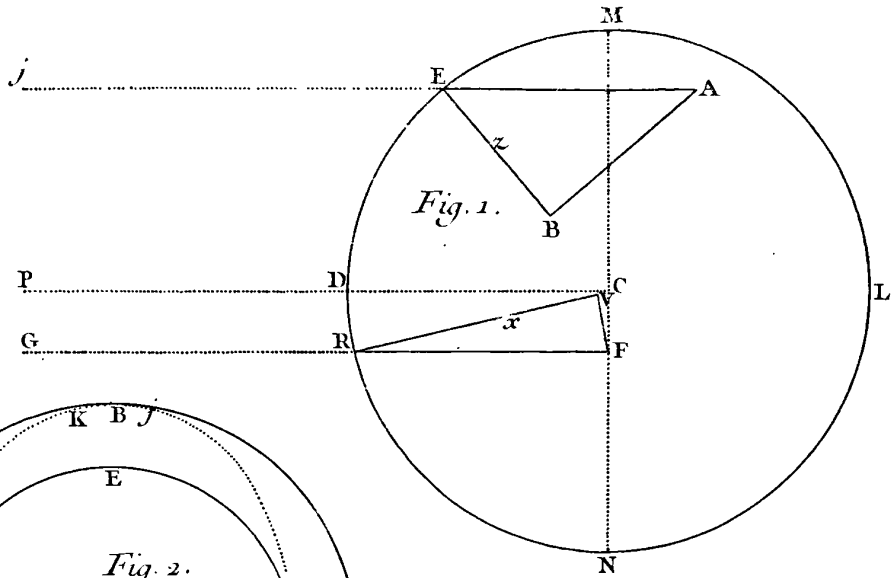
ainsi , on chasse les parties terrestres & hétérogènes que l'action du feu n'avoit pû enlever , & qui demeurant dessus , comme les cendres & autres fuliginosités , retardoient le mouvement des substances ignées.

De tout ce que nous venons de dire , il fera aisé de conclure le moyen de retarder la propagation du Feu , & de l'arrêter entièrement. Pour le retarder , il faut seulement y mêler des substances hétérogènes , ou diminuer la quantité de l'une des substances ignées dont il est composé : ainsi on retarde le feu de la Poudre à Canon , en la pilant & la pressant ensuite , parce qu'alors elle contient moins d'air ; on retarde encore plus sa propagation , en y mêlant du Charbon pulvérisé , ou en l'humectant un peu avec de l'eau : on retarde la propagation du feu ordinaire , en y jettant dessus des cendres , ou encore mieux de la terre , qui , par sa pesanteur , arrête mieux , & diminue davantage le mouvement des substances ignées ; on la retarde plus efficacement encore , & on l'arrête tout-à-fait en y jettant une suffisante quantité d'eau , parce que l'eau se mêlant mieux avec les substances ignées , à cause de sa fluidité , doit en arrêter beaucoup plus vite le mouvement.

Dans les cas où on n'a pas une suffisante quantité d'eau , ou qu'on ne peut pas la transporter assez promptement ou assez facilement , on fera toutefois assuré d'arrêter la propagation du feu , & même de l'éteindre bientôt , si on peut lui ôter toute communication avec un nouvel air ; ainsi quand le feu a pris à une cheminée , quelque enflammé & étendu qu'il soit , pour l'éteindre , on n'a qu'à boucher la cheminée par le bas & par le haut avec du foin ou de la paille , qu'il fera plus sûr d'employer mouillée , si on le peut ; car alors les vapeurs & fuliginosités dont la fumée du feu impregne l'air qui est dans la cheminée , se mêlant parmi les substances ignées , en embarrassent extrêmement le mouvement , & par-là le font diminuer considérablement ; les matières hétérogènes , qui , dans l'endroit enflammé , sont









mêlées avec les sulfures & les sels, ne peuvent plus être élevées par l'action du feu; ainsi diminuées, elles demeurent donc mêlées parmi les substances ignées, & en arrêtent le mouvement bien plus efficacement; leur mouvement s'affoiblissant ainsi par ces deux causes dont chacune seroit suffisante, le feu ne tarde pas à s'éteindre. Mais il faut prendre garde de n'employer ce moyen d'éteindre le feu que lorsque la cheminée est assez forte pour soutenir l'effort du ressort de l'air enfermé, qui s'augmente beaucoup par la chaleur; car si les murs de la cheminée étoient foibles, elle pourroit crever, & le feu s'échappant par les crévasses, faire plus de mal encore qu'on n'en auroit eu à craindre si on l'avoit laissé agir & consumer la suie.

Voyons maintenant les autres circonstances où le feu se communique sans aucun feu communiquant.

Quand nous n'aurions point de preuves de fait, que des matières combustibles prennent feu quelquefois, sans qu'aucun autre feu le leur communique, la chose nous paroîtroit très-possible & très-naturelle en consultant l'idée que j'ai donnée du feu, lorsque je l'ai représenté comme un ferment, ou comme un mixte propre à faire fermenter d'autres mixtes analogues, & à les convertir en un semblable mixte, & la communication du feu comme une véritable fermentation des mixtes analogues au feu. Car de même que la pâte sans levain ne laisse pas de fermenter en certaines occasions, quoique plus lentement, & d'être convertie par cette fermentation en un véritable levain, de même les matières combustibles pourront dans certaines circonstances, fermenter sans qu'aucun feu leur soit appliqué, & par ces fermentations être converties en un véritable feu.

Il faut seulement pour cela qu'il y ait quelque cause capable de secouer, d'ébranler, de désunir les parties insensibles de ces corps combustibles. Ces parties étant ainsi désunies, si les sels & les sulfures, l'air & la matière éthérée y sont en suffisante quantité, cette matière éthérée donnera

Gij

peu-à-peu à toutes les autres substances ignées le mouvement propre au feu, & les convertira par-là en un véritable feu. C'est ainsi que nous expliquerons facilement :

1°. Pourquoi, si l'on jette du bois bien sec & facile à prendre feu dans un four bien chaud, le bois après quelque tems s'enflamme; c'est que la chaleur de l'air & des pierres du four échauffant extrêmement le bois en secoue les petites parties, les ébranle peu-à-peu, les défunit enfin par le mouvement violent qu'elle leur communique: ces petites parties nageant ainsi défunies dans la matière éthérée, elle les agite, les fait bouillonner avec elle, jusqu'à ce que le mélange des fels, des soufres & de l'air soit devenu assez intime pour prendre par l'action de la matière éthérée, un mouvement de tourbillon assez violent, & c'est alors que le bois s'enflamme.

2°. Pourquoi le foin renfermé & entassé sans être assez sec, s'échauffe & s'enflamme quelquefois; car les parties aqueuses par leur mouvement, secouent sans cesse les petites parties des cellules qui les contiennent, les ébranlent peu-à-peu, les séparent enfin, ce qui fait la pourriture qui précède l'inflammation du foin: dégagées ainsi de leurs petites prisons, elles s'échappent & s'envolent en vapeurs par la chaleur que produit la fermentation qui se fait alors de toutes ces parties défunies; la fermentation continuant après leur départ, elle mêle intimement la matière éthérée, l'air, les fels & les soufres; ce mélange intime donne lieu à la matière éthérée d'augmenter insensiblement le mouvement de tourbillon de toutes les substances ignées, & de le pousser jusqu'au point nécessaire à l'inflammation, sans que les parties des substances hétérogènes puissent l'empêcher, parce qu'elles n'y sont pas en assez grande quantité. Lorsqu'au contraire on enferme le foin bien sec, il n'y a aucune source d'ébranlement & de défunion des parties; ainsi demeurant liés ensemble, il n'est pas surprenant que le foin ne prenne pas feu dans ces circonstances.

3°. Pourquoi des matières sulfureuses & salines prennent feu au milieu des nuées dans un orage; car on sçait qu'avec

les vapeurs s'élevent quantité d'exhalaisons salines, sulfureuses, métalliques, &c. Ces exhalaisons, de même que les vapeurs répandues & dispersées dans l'immensité des airs, y demeurent suspendues par la pesanteur même de l'air dont elles n'obscurcissent pas sensiblement la transparence, tandis qu'elles demeurent ainsi dispersées; mais lorsqu'il vient à souffler des vents contraires, ces vents rapprochent, rassemblent ces exhalaisons avec les vapeurs, & en font des nuées. Ces vents continuant à souffler contre & dans ces nuées, y produisent une infinité de mouvemens variés dans les vapeurs & les exhalaisons qui les composent; cette variété de mouvement doit visiblement former, sinon par-tout, du moins en bien des endroits, des tourbillons plus grands ici, là plus petits. Lorsqu'il arrive que quelqu'un de ces tourbillons contient beaucoup d'exhalaisons sulfureuses & salines, & peu d'autres exhalaisons ou de vapeurs, comme les soufres & les fels y sont mêlés avec beaucoup d'air & de matière éthérée, & qu'il y a peu de matières hétérogènes, il n'est pas surprenant que le mélange de ces substances ignées devenant toujours plus intime par le mouvement, & ce mouvement croissant sans cesse, l'inflammation suive bientôt, & que le feu en soit d'autant plus vif & plus éclatant, que les fels & les soufres en sont plus purs, pour avoir été élevés par une chaleur plus modérée, & plus exaltés.

4°. Pourquoi des matières sulfureuses & salines prennent feu dans le sein de la terre, & produisent les effroyables effets dont on a vû en divers lieux tant de tristes exemples dans tous les siècles, & que l'on vient d'éprouver cette année dans le Royaume de Naples, où le Vesuve vomissoit avec un bruit épouvantable d'horribles flammes, & lançoit d'immenses pièces de rochers à la distance de 10 à 12 milles. Car quand il ne seroit pas d'ailleurs constant que l'intérieur de la terre est par-tout impregné d'exhalaisons de toutes les espèces, salines, sulfureuses, métalliques, &c. lesquelles, suivant leur différent mélange & les différentes matrices où

elles se figent , forment des pierres de différentes espèces ; des métaux , des suc visqueux , & nourrissent les Plantes de toutes les sortes ; les torrens enflammés qui sortent quelquefois des lieux où s'allument ces feux souterrains , nous démontrent assez qu'il y a dans ces endroits beaucoup de fels & de soufres , puisque les matières de ces torrens en sont presque entièrement composées. Il y a grande apparence que dans les Volcans qui jettent de tems en tems de grandes flammes , les fels & les soufres y découlent comme par des petites sources en forme de bitumes liquides , telles qu'on en voit en divers lieux sur la surface de la terre : ces différens bitumes coulant & s'assemblant dans les mêmes cavités de ces Volcans , leurs parties différentes sulfureuses , salines , métalliques , &c. se mêlent par leur mouvement de fluidité : ce mélange donne lieu à de petites fermentations , parce que les fels & les soufres , lorsqu'ils sont ensemble , admettent entr'eux , comme nous l'avons dit ailleurs , une plus grande quantité d'air & de matière éthérée , & que cet air & cette matière éthérée leur donnent un plus grand mouvement que n'étoit leur mouvement de fluidité avant ce mélange : cette fermentation fait évaporer les parties aqueuses , & dégage insensiblement les fels & les soufres des autres matières hétérogènes qui ne sont pas si propres au mouvement ; par là les fels & les soufres étant moins gênés , ils se dilatent davantage par leur mouvement de tourbillon , lequel croissant sans cesse par l'action de la matière éthérée & de l'air qui y sont mêlés en plus grande quantité , devient enfin si violent en quelques endroits , qu'ils s'enflamment. Ces petites inflammations se communiquant au reste de cette matière avec grande promptitude , elle s'enflamme toute ; mais comme les parties de ce feu renfermé dans la terre ne peuvent pas se dissiper , la vitesse de leur mouvement de tourbillon augmente à l'infini , de sorte qu'il n'est pas surprenant qu'enfin la force de leur ressort creve avec grand fracas , les voutes qui renferment ce feu ; ou que s'il s'y trouve déjà quelque

ouverture mal bouchée, comme au mont Vesuve, le feu souterrain s'élançe par-là avec une force effroyable, & lance par cette ouverture toutes les énormes pièces de rocher qu'il trouve dans son chemin, & les lance à des distances étonnantes, de même que la Poudre enflammée dans un Canon lance un boulet de fer avec une vitesse incroyable par l'ouverture de ce canon.

5°. Pourquoi les rayons du Soleil réunis au foyer d'une loupe de verre, enflamment les corps combustibles qu'on y expose : la cause en est visible; ces rayons par leur force ébranlent & désunissent bientôt les petites parties du corps combustible, & mettent ainsi les sels & les sulfures qu'il contient, dans la disposition où ils doivent être pour que la matière éthérée les enflamme.

Ce que j'ai dit ailleurs de l'Huile essentielle de plante aromatique mêlée avec de l'esprit de Nitre & des parcelles du caillou qu'on en détache en le battant avec un acier, suffit pour entendre comment ces liqueurs mêlées, & ces parcelles du caillou s'enflamment : une explication plus longue seroit superflue.

Du reste, on voit assez que la propagation de ces feux ainsi allumés sans aucun feu communiquant, doit se faire de la même manière que la propagation des autres feux.

En finissant ce discours, il y a une réflexion à faire sur les parties ignées qu'on emploie à tout propos pour l'explication de bien des phénomènes, que l'on croit dépendre de quelque action du feu. Il semble qu'on regarde ces parties ignées comme des parties d'un élément particulier, qui sont très-différentes des parties des sels & des sulfures, ou de l'air, & qui conservent toutes les qualités du Feu dans les mixtes où on les dit cachées. Il est visible par tout ce que j'ai établi dans ce discours, qu'on se trompe beaucoup en cela, puisque le Feu considéré comme un élément particulier & non comme un mixte, est une véritable chimère qui ne se trouve nulle part. Il faut donc traiter de fausses toutes les



## 56 DISC. SUR LA PROPAGATION DU FEU.

explications physiques où on fait entrer ces parties ignées comme un agent nécessaire aux opérations qu'on veut expliquer. S'il y a des parties ignées cachées dans tous les corps, ce ne sont que les fels, les sulfures, l'air & la matière éthérée qui se trouvent réellement dans tous les mixtes, mais qui n'y ont nullement les propriétés du feu avant l'inflammation de ces mixtes, & par conséquent qui n'y peuvent pas plus agir que les autres parties de ces mixtes avant d'avoir été défunies, rassemblées intimement, mêlées & agitées du mouvement qui doit leur donner la forme de Feu.

*FIN de la seconde Pièce.*

**EXPLICATION**

EXPLICATION  
DE LA  
NATURE DU FEU,  
ET DE SA PROPAGATION.

*Cette Pièce est une des trois entre lesquelles le Prix  
a été partagé également.*

Par M. le Comte de CREQUY.





# EXPLICATION

DE LA

## NATURE DU FEU,

ET DE SA PROPAGATION.

---

Exercitio Athleta valet.

---

**Q**UOIQUE la question du programme soit d'un genre qui n'intéresse que la curiosité des hommes, puisque, soit qu'ils connoissent ou non la nature du Feu, ils jouissent également de tous les avantages qu'il leur procure, on peut néanmoins tirer quelque profit de cette recherche & des autres semblables, par l'exercice qu'elles peuvent donner à l'esprit, qui, comme le corps, se fortifie par la variété des exercices, & devient ensuite plus capable de résoudre les questions qui importent à notre bien-être.

Entrons donc dans ce labyrinthe, & essayons si entre les divers sentiers qui ont égaré tant de Philosophes, nous pourrions marcher dans celui par lequel on peut aller à la vérité. Heureusement, si nous nous égarons comme eux, notre égarement n'aura pas d'autre inconvénient, que celui d'être privé de la connoissance d'une vérité dont l'ignorance n'est pas incompatible avec la vertu humaine.

Les hommes employent le Feu en une infinité de façons, pour amollir, fondre ou dissoudre tous les corps, ce qui

H ij

fait ; avec raison , conjecturer que la nature du Feu consiste dans le mouvement ; & comme c'est un axiome reçu , que le néant n'a point de propriété, il en résulte une seconde conjecture, que par-tout où il y a du feu, il y a aussi quelqu'être qui le produit, & duquel il emprunte toute la puissance avec laquelle il opère la dissolution des corps ; sans quoi il faudroit penser que le mouvement produit par le Feu, est créé par l'Auteur de la Nature pendant la durée du Feu, & proportionnellement à sa quantité, ce qui répugne.

Au lieu de cette erreur, il vaut mieux admettre avec la multitude des Philosophes cet axiome, *que Dieu a créé dans l'Univers une certaine quantité de matière & de mouvement, dont l'essence ne périt jamais, & qu'il a combiné ces deux essences dans un si parfait mélange, qu'il en a fait éclore toute la Nature, du sein de laquelle nous voyons sortir toutes les merveilles que nous admirons, & cette variété infinie de productions dont la surface de la Terre est ornée.*

La quantité du mouvement une fois déterminée par cet axiome, il en résulte deux Corollaires qui en sont conséquences infaillibles.

L'un, *qu'un corps qui commence à se mouvoir, ou qui accélère son mouvement, reçoit son mouvement ou l'excès de celui qu'il avoit, d'un ou plusieurs autres corps visibles ou invisibles qui le lui communiquent.*

L'autre, *qu'un corps qui ralentit ou perd son mouvement, communique le mouvement qu'il perd, à quelque corps visible ou invisible.*

Ces deux Corollaires supposent nécessairement l'impenétrabilité de la matière, sans laquelle la communication du mouvement est impossible, & qu'un corps mù vers un lieu continueroit éternellement son mouvement en ligne droite, s'il ne rencontroit rien qui l'arrêât.

Comme le Feu, s'il est assez violent, fond tous les corps & les rend fluides, nous tirerons sans doute de grandes lumières sur sa nature, si nous pouvons découvrir en quoi consiste celle des fluides.

En considérant une portion de matière comme un tout indivisible, on lui trouve deux diverses capacités de se mouvoir; l'une de parcourir l'espace en ligne droite dans un parfait parallélisme à soi-même; l'autre de tourner sur le centre de sa masse, & sans déplacer.

De ces deux capacités, il en naît par le mélange une infinité d'autres: car la matière peut recevoir en même tems ces deux différens mouvemens, comme le fait la Terre, qui parcourt son cercle annuel presque en ligne droite, pendant qu'elle tourne encore sur son centre en 24 heures; & comme la vitesse du mouvement axiligne peut différer en une infinité de façons, de celle du mouvement rectiligne, & encore le couper de tous les angles possibles, depuis le parallélisme de l'axe au mouvement rectiligne, jusqu'à 90 degrés; il s'en suit que ces deux premiers genres de mouvement en peuvent engendrer par toutes les combinaisons dont ils sont capables, une infinité d'autres.

Mais on ne peut attribuer à la matière d'autre capacité d'être mue, & on peut même assurer que le mouvement rectiligne est le seul naturel: car lorsque la matière considérée comme un tout indivisible, tourne sur son centre, les parties de ce tout décrivent des cercles, & ont une véritable inclination de se mouvoir en ligne droite; elles ressemblent à la roue du Coûtelier, dont les parties sont toujours prêtes à échapper par la tangente, comme ces Ouvriers en ont quelquefois fait la malheureuse expérience aux dépens de leur vie ou de leurs membres, par les éclats échappés de leur pierre.

C'est le sentiment commun, que les parties des fluides sont divisées les unes des autres par le mouvement continuel de leurs parties; à quoi j'ajoute que comme on ne peut pas attribuer à ces parties le mouvement rectiligne, elles ont nécessairement le mouvement axiligne, par lequel la division actuelle de toutes les parties est nécessairement produite, & en conséquence la fluidité de leur tout.

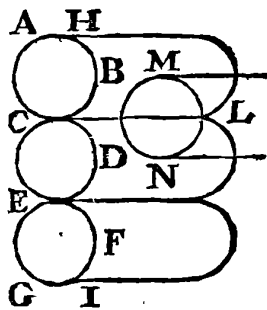
C'est pourquoi il faut considérer tous les fluides, sans

62 DE LA NATURE DU FEU

exception , comme des corps dont les parties sont fermes & indivisibles , semblables aux atomes infécables des Anciens ; & qui se tiennent réellement divisés les uns des autres par le mouvement axiligne ; division qui est d'autant plus parfaite , que le mouvement axiligne est plus précipité.

Si on attribue à un cylindre le mouvement axiligne , ce mouvement fera éternel , à moins qu'il ne se communique ; & si on approche deux semblables cylindres , jusqu'à ce que leurs circonférences se touchent , leur mouvement pourra encore être éternel malgré cette union , pourvu que les portions touchantes de leurs circonférences se meuvent en même part & d'égale vitesse.

Ainsi si le cylindre *B* se meut selon *ABC* , & le cylindre *D* selon *EDC* , il est manifeste que ces deux mouvemens se concilient , & concourent vers le point *C* : ainsi la continuation de leur mouvement ne répugne pas à l'impénétrabilité de la matière : & qu'on suppose tant de cylindres qu'on voudra sur la même ligne *BDF* , si leur mouvement axiligne est selon *ABC* , *EDC* , *EFG* , &c. ils seront compatibles , & leur durée fera éternelle.



Il n'en seroit pas de même si les cylindres se mouvoient comme *ABC* , *CDE* , *EFG* : car le mouvement des parties touchantes seroit directement opposé ; alors il est évident que le mouvement axiligne doit se ralentir , mais comme le mouvement ne scauroit s'anéantir , & le cylindre *C* ne pouvant se réfléchir ni vers *H* , ni vers *I* , les cylindres *B* & *F* partageront la somme de mouvement axiligne perdu dans les trois cylindres , & le transformeront en mouvement rectiligne vers *H* & vers *I* . C'est ainsi que par la communication , le mouvement axiligne peut se transformer en mouvement rectiligne en tout ou en partie ; c'est ce qui mérite toute l'attention possible , & qui aura son application ei-après . Au contraire , si deux corps se choquent sans

que les centres de gravité se rencontrent directement, il est évident que leur mouvement rectiligne se rallentira, & qu'une portion d'icelui se transformera en mouvement axiligne.

De ceci il résulte que le mouvement axiligne des parties des fluides ne sauroit subsister que par une cause toujours renaissante : car si les cylindres *B, D, F*, se meuvent comme *ABC, EDC, EFG*, sans se nuire ; lorsqu'on ajoutera le quatrième cylindre *L*, s'il se meut selon *MLN*, il s'opposera au mouvement *ABC*, & au contraire s'il se meut selon *NLM*, il s'opposera au mouvement *EDC* ; & comme il ne sauroit tourner que de l'une de ces deux manières, il faut nécessairement qu'il s'oppose au mouvement de l'un ou de l'autre des deux cylindres, & ainsi des autres qui seroient ajoutés ; & comme il en seroit de même des sphères que des cylindres, il en résulte que le mouvement axiligne des parties des fluides, qui ressemble à un amas innombrable de sphères, ne peut se perpétuer de soi-même, à cause de la multitude infinie des frottemens opposés, il faut donc qu'il soit perpétué par quelque être présent qui en ait la puissance.

S'il est quelque être capable d'opérer perpétuellement le mouvement axiligne des parties des fluides, il est constant que cet être doit exister en tous lieux, puisque le feu peut y être produit.

Or quel être avons-nous présent en tous lieux ? Ce n'est ni le Soleil, ni la Lune, ni les Etoiles, ni l'Eau, ni l'Air, ni la Terre, mais un être qui pénètre sans doute toutes ces substances, & dont la connoissance ne nous est parvenue qu'à la faveur des expériences de l'Aimant : c'est le double-cours de matière subtile magnétique, qui ne ressemble en rien aux Elémens de Descartes ; matière si déliée & si subtile qu'elle pénètre tous les corps, même tous les métaux, à l'exception du Fer & de l'Aimant, avec autant de facilité que l'air même.

Plusieurs révoquent en doute l'existence de ce double-cours, & n'admettent qu'un seul courant de matière magné-



tique, par la raison que deux courans contraires ne semblent pas pouvoir compatir; mais cette prétendue incompatibilité s'évanouit par des exemples qu'on ne sçauroit révoquer en doute; car si on suppose avec ceux qui nient le double cours, qu'il n'y en ait qu'un seul qui se meuve, par exemple, du Sud au Nord, il est constant que le vent du Nord au Sud subsiste avec lui lorsque le cas arrive. Donc deux courans de matière peuvent subsister dans des directions diamétralement opposées.

Entre ceux à qui les expériences de l'Aimant sont familières, je crois qu'il ne s'en trouvera guères qui ne soient convaincus, ou tout au moins persuadés de ce double cours, & peut-être que les réflexions suivantes pourront contribuer à lever leurs doutes.

Soit une aiguille de Bouffole, dont l'une des deux branches soit d'Acier, & l'autre de Cuivre; elle se dirige comme les autres, quoiqu'avec moins de vivacité; on peut déterminer la branche d'acier au Nord ou au Sud selon le sens dont on l'a touchée sur la pierre; lors donc qu'elle se dirige au Nord, n'est-il pas manifeste que c'est un courant du Sud au Nord qui l'y pousse & qui l'y conduit; comme le vent fait une girouette qu'il entraîne le plus qu'il est possible vers le lieu où il tend? Et au contraire lorsqu'elle est touchée pour déterminer la branche d'acier au Sud, n'est-il pas évident que c'est un courant du Nord au Sud qui l'y détermine, & par conséquent qu'il en est deux diamétralement contraires? car dans la supposition d'un seul courant, il est impossible de concevoir que la même aiguille puisse être déterminée tantôt vers le Nord, tantôt vers le Sud: au contraire il faut aux yeux que le bras d'acier doit être entraîné au de-là du support, & il faut se faire violence pour penser qu'elle puisse retrograder vers le courant lorsqu'elle est touchée pour se diriger du côté où on le suppose.

Prouver qu'il entre de la matière par chacun des deux poles d'une pierre, ou bien prouver qu'il en sort, c'est aussi prouver l'existence des deux courans: or si vous approchez deux

deux

deux pierres avec de petites gondoles sur l'eau, enforte que les poles de même nom se regardent, elles se chasseront l'une l'autre en arrière, ce qui prouve nettement qu'il sort de la matière par ces deux poles : car puisque ce sont des poles de même nom, on ne peut rien supposer qui ne leur soit commun; & comme les deux autres poles de ces mêmes pierres se chasseroient également, il en résulte qu'il sort de la matière par les quatre poles de ces deux pierres, ce qui démontre le double cours.

Entre les suppositions qu'on peut faire pour expliquer les phénomènes de la Nature, on ne doit point tolérer celles qui sont purement arbitraires, à moins que l'explication des phénomènes ne s'en déduise avec beaucoup de clarté & de simplicité. Mais lorsqu'outre l'explication des phénomènes, on appuie encore les suppositions par des raisons pertinentes, elles acquièrent des degrés de probabilité qui entraînent les suffrages; parce que la raison de supposer, jointe à l'explication des phénomènes, approche souvent de la certitude d'une démonstration; ainsi je me persuade qu'on m'accordera l'existence du double cours, moins comme une supposition que comme une vérité démontrée par les expériences de l'Aimant, & qu'il est facile de confirmer par l'explication des phénomènes de cette pierre.

*La communication du mouvement étant une suite nécessaire de l'impénétrabilité de la matière, l'impénétrabilité de la matière se prouve également par la communication du mouvement : or en tous les êtres matériels, nous ne connoissons que l'Aimant & le Fer à qui le double cours communique manifestement son mouvement; ils sont donc aussi les seuls que cette matière ne sçauroit commodément pénétrer, & qui lui fassent résistance.*

Cette résistance que le double cours trouve à pénétrer l'Aimant, est la cause efficiente de toutes ses merveilles; car cette pierre est comme un crible qui épure la matière du double cours, & qui fait que lorsqu'on approche deux de ces pierres par les poles de différens noms, le double cours

pénètre mieux les poles intérieurs , que les extérieurs , parce que la matière épurée qui sort de ces poles intérieurs , est réciproquement admise avec plus de facilité d'une pierre à l'autre.

Ainsi en divisant l'effort du double cours sur les poles de toutes les pierres en 100 parties , lorsqu'on approche deux pierres par les poles de différens noms , les efforts du double cours sur les poles extérieurs sont toujours 100 , pendant que les efforts sur les poles intérieurs , se réduisent à 99 , 98 , 97 , &c. à proportion de la proximité & de l'excellence des deux pierres ; parce que les efforts intérieurs sont d'autant moindres que la matière a été mieux épurée par les pierres , & qu'elle a eu moins d'espace à parcourir après sa sortie , pour se remêler dans la masse générale du double cours.

Or dès que les impulsions sur les deux poles d'une même pierre ne sont plus équilibrés , & que l'effort sur le pole intérieur est moindre que sur l'extérieur , il s'ensuit nécessairement que la pierre doit être poussée par la plus grande impulsion vers la moindre ; c'est-à-dire , du pole extérieur vers l'intérieur , & par conséquent que les deux pierres doivent s'approcher.

Je pense qu'il est impossible de déterminer en quelle raison l'équilibre des efforts réciproques du double cours est rompu , parce que nous ne connoissons ni la vitesse du mouvement de ce double cours , ni quelle est la mesure de la résistance que l'Aimant lui fait.

Nous sçavons néanmoins qu'il y a des Aimants qui soulevent jusqu'à 20 livres & au de-là , quoique les surfaces touchantes d'entre l'armure & le crochet n'ayent pas 1 ligne de large sur 12 de long ; & si la raison selon laquelle l'équilibre est rompu , étoit seulement d'une centième partie , c'est-à-dire comme 99 à 100 , il s'ensuivroit que les efforts de chacun des deux courans seroit de 2000 livres sur une surface de 12 lignes ; car si l'unité pour différence produit 20 livres , la force totale 100 produira 2000 livres.

Davantage comme l'impénétrabilité de l'Aimant n'est pas totale, puisque réellement le double cours le pénètre, quoiqu'avec quelque difficulté, si on divise encore en 100 degrés tous les cas possibles depuis l'impénétrabilité totale jusqu'à la pénétrabilité parfaite, & qu'on n'attribue à l'Aimant qu'un seul degré d'impénétrabilité, il s'ensuivra encore que le double cours ne comprimera les deux poles de l'Aimant que d'une centième partie de sa puissance réelle : or si cette centième partie sur une surface de 12 lignes peut valoir 2000 livres, l'impénétrabilité totale peut valoir 200000 livres sur la même surface, ce qui fait appercevoir l'immensité de la puissance de ce double cours, puissance néanmoins qui ne se communique aucunement aux corps qu'elle pénètre parfaitement, par la raison susdite, que la communication du mouvement est une suite nécessaire de l'impénétrabilité de la matière ; & au contraire, que l'impénétrabilité de la matière est une suite nécessaire de la communication du mouvement.

Il est vrai qu'en n'attribuant à l'Aimant qu'une centième partie de l'impénétrabilité totale, & de même une centième partie seulement à la raison selon laquelle l'effort réciproque du double cours est rompu, ces deux suppositions sont purement arbitraires ; en quoi j'ai eu dessein de faire appercevoir ce qui est par ce qui peut être : car si on peut réduire ces deux suppositions vers le moins, on peut aussi les augmenter vers le plus ; ensorte que quoique la puissance du double cours soit impossible à déterminer, on apperçoit néanmoins qu'elle est sans doute infiniment grande.

En effet étant convaincu de l'existence de cet être immense, quant à l'étendue, il ne reste pas beaucoup de chemin à faire pour lui attribuer une extrême puissance, parce que les êtres ne sont pas créés en vain, & la direction de l'Aiguille aimantée n'est certainement pas l'unique fin pour laquelle cet être a été créé ; sa vaste étendue & son extrême puissance font entrevoir en lui le mobile de l'Univers : car d'où tous ces grands globes emprunteroient-ils leurs mou-

vemens, si ces mouvemens étoient rectilignes. On pourroit peut-être leur attribuer une durée éternelle ; mais le mouvement des Astres étant circulaire, il faut que quelque mobile invisible les guide perpétuellement ; & comme le Feu est plein de mouvement, il est probable qu'il l'emprunte de ce même mobile dont il dépend, ainsi que tous les autres phénomènes de la Nature.

Après avoir déclaré l'agent par lequel le Feu est produit, voyons en quoi consiste la fermeté des corps qu'il peut dissoudre.

Tous les corps sensibles ne sont autre chose qu'une multitude innombrable d'atomes insécables réunis ; mais je n'estime pas ( comme on l'a fait jusqu'à présent ) que le seul contact de ces atomes suffise à opérer la fermeté de leur union. Il est impossible de concevoir que la fermeté du Diamant procède de ce seul contact ; il faut que quelqu'autre cause intervienne à former cete dureté : en effet, j'en trouve une qui me paroît sensible, & qui me fait appercevoir que sans elle tous les corps sensibles ne seroient que de purs amas de poudre, sans fermeté ni consistance.

Cette cause consiste uniquement dans la pression de la masse universelle du double cours ; & voici comme j'en explique l'effet.

On doit sans doute attribuer l'impénétrabilité parfaite aux atomes insécables dont les êtres sensibles sont composés, sans quoi leur essence seroit incompréhensible : or si un de ces atomes insécables nage dans la matière du double cours, il doit en être comprimé de toutes parts, parce qu'il en est enveloppé, & qu'il occupe un espace qui seroit rempli dans l'instant par le double cours, si Dieu le réduisoit au néant. On peut conjecturer ce que cete pression pourroit être, si l'Univers étoit plein, comme Descartes l'a supposé ; car il est manifeste en ce cas qu'un seul atome créé, le souleveroit de toutes parts pour acquérir sa place.

Si deux de ces atomes insécables se rencontrent & se touchent par deux petits plans, ils se colleront l'un à l'autre,

parce que la matière du double cours cessant de s'appuyer sur les surfaces intérieures touchantes, cessera aussi de les y comprimer, pendant qu'elle continuera sa pression ordinaire sur les surfaces extérieures qui seront poussées vers le centre de figure des deux atomes.

Si un troisième atome rencontre les deux premiers, en sorte qu'il les touche tous deux, il pourra encore leur être uni par les surfaces touchantes, par la même pression sur les surfaces extérieures; mais l'irrégularité de figure des trois atomes formera quelque intervalle entre les six surfaces touchantes, & le double cours continuera son mouvement par cet intervalle, & d'en presser les surfaces intérieures; il en fera de même du quatrième atome, du cinquième & de tous ceux qui seront ajoutés pour former un corps sensible dont la fermeté sera relative à la quantité des surfaces intérieures ou extérieures sur lesquelles le double cours continue sa pression vers les surfaces touchantes; d'où il résulte que les corps les plus durs sont ceux qui ont une plus grande multitude de pores, & dont les atomes sont d'un genre fort délié.

Il ne faut pas confondre la pression du double cours avec l'effort de son mouvement rectiligne; ce sont deux choses très-distinctes: par exemple, la pression de l'air est entièrement distincte de l'effort du vent; la pression de l'air fait monter l'eau dans les pompes, pendant que ce même air agité d'un mouvement rectiligne arrache les arbres des campagnes; de même la pression du double cours est autre chose que l'effort de son mouvement rectiligne. Nous venons de voir que la fermeté des corps procède de cette pression, & celle de l'air peut nous en fournir un bel exemple; car si on prend plusieurs bandes de Glace de Venise, épaisses d'une ligne, larges de six, & longues de 48, & qu'on en dispose sur un plan horizontal quatre du Nord au Sud à un pouce d'intervalle, puis quatre autres sur celles-ci d'Orient en Occident, successivement quatre autres du Nord au Midi, &c. jusqu'à ce qu'il se forme un tout cube dont la racine

foit quatre pouces , ce tout fera au respect de l'air qui le tiendra uni , ce que tous les corps sont au respect du double cours. Car l'air ne comprimant aucunement les surfaces touchantes , pesera seulement sur les surfaces qui ne se touchent point , au milieu de ce tout , comme à ses extrémités , & formera de toutes ces bandes un corps solide , & en quelque sorte poreux , puisqu'il sera rempli d'intervalles , & la fermeté de ce tout sera relative à la pression de l'air sur les surfaces opposées aux touchantes.

Il en est de même de tous les corps sensibles , qui , sans la pression du double cours , seroient , comme je l'ai déjà dit , de purs amas de poudre sans aucune consistance.

La diversité des corps sensibles dérive de la diversité des figures & grandeurs des atomes dont ils sont composés ; & comme Dieu en a pû créer d'une infinité de grandeurs & figures , les corps homogènes peuvent être nombreux en espèces différentes ; & comme il est une infinité de corps hétérogènes , les êtres sensibles peuvent être variés en une infinité d'espèces par les différentes combinaisons des atomes de toutes figures & grandeurs.

Après l'examen de ce en quoi la fermeté des corps consiste , poursuivons la recherche de ce en quoi consiste leur dissolution.

En considérant un atome flottant dans la matière du double cours , sans pouvoir être entraîné ni par l'un ni par l'autre , parce que leurs efforts sont équilibrés , il ne paroît pas possible qu'il demeure immobile entre deux courans rapides qui se pénètrent mutuellement & dans des directions diamétralement opposées : il faut donc que l'atome reçoive le mouvement axiligne , de même qu'une boule tourne sur elle-même lorsqu'elle est entre deux plans qui se meuvent d'égale vitesse & selon des directions opposées & parallèles.

Or entre les propriétés de la matière , il en est une très-remarquable , qui consiste en ce que la surface d'un corps est toujours d'autant plus grande , que sa masse est moindre & plus différente de la figure sphérique ; d'où il est évident

qu'un atome flottant dans la matière du double cours participera d'autant mieux à son mouvement, que sa masse sera moindre & plus différente de la figure sphérique, parce que la communication du mouvement se fait par les surfaces choquées, & que les corps qui ont plus de surfaces, reçoivent nécessairement plus de mouvement de ceux qui les environnent; c'est ainsi qu'une voile avec peu de masse & beaucoup de surface, reçoit assez de mouvement pour ébranler un Vaisseau, & le transporter aux extrémités du Monde.

De ceci il résulte que le double cours a en soi deux puissances dont les effets sont tous contraires: par sa pression il unit tous les corps, & leur donne cette liaison sans laquelle ils ne seroient que poudre; & par son mouvement rectiligne, il tend à opérer leur dissolution par le mouvement axiligne qu'il peut imprimer aux atomes dont ils sont composés.

De ces deux puissances, celle qui opère l'union est plus grande que celle qui opère la dissolution au respect des atomes qui composent les corps fermes, & même au respect de ceux qui composent la masse des eaux, parce que l'état naturel de l'eau est d'être glacée, & qu'elle ne se fond que par la présence du Soleil.

Au contraire, la puissance qui opère l'union, est infiniment moindre que celle qui opère la dissolution au respect des atomes qui composent la masse de l'air; car ni la Nature, ni l'Art n'ont jamais pû figer l'air: ce n'est pas que ces deux puissances varient entr'elles, puisque la pression qui produit la force unissante, est toujours la même, & que la vitesse rectiligne qui produit la dissolvante, est aussi invariable; mais ces deux puissances agissent diversement sur les corps, & relativement aux propriétés des figures des atomes dont ils sont composés. Enforte que toute la différence d'entre les fluides & les solides, consiste uniquement en ce que l'équilibre de ces deux puissances se trouve rompu en faveur du mouvement axiligne au respect des atomes des fluides, & en faveur du repos au respect des atomes des solides.

La dissolution des corps peut être produite non-seulement



par le Feu , mais encore par toutes les manières dont le mouvement se communique. Car si on suppose un corps ferme quelconque , dont la largeur soit 10 , la profondeur 10 , & la longueur 100 , appuyé par ses extrémités sur deux points fixes , & chargé au milieu d'un fardeau quelconque ; ce fardeau le fera d'abord plier , puis s'il est assez puissant , il le fera rompre.

Or lorsqu'un corps ferme plie , la surface convexe s'étend & s'allonge , ce qu'elle ne sçauroit faire que tous les atomes de la contexture ne se divisent réellement les uns des autres ; néanmoins tant que la division d'entre les surfaces des atomes est moindre que les diamètres des parties du double cours , la rupture ne s'ensuit pas , & la division n'est pas parfaite , parce que la pression du double cours sur les surfaces presque touchantes étant encore nulle , la pression sur les surfaces opposées opère encore l'effet de les rapprocher jusqu'au contact , & c'est en cela que consiste la vertu élastique des corps ; car comme les atomes qui composent leur contexture , sont , pour ainsi dire , innumérables , il est évident que les divisions imparfaites sont en aussi grand nombre que les atomes qui se rencontrent sur une seule ligne tracée sur la surface convexe , & que ces divisions imparfaites produisent par la multitude , une grandeur sensible qui allonge la surface convexe , & permettent son extension avant la rupture , jusqu'au point où ces divisions imparfaites s'ouvrent à la mesure des diamètres des atomes du double cours.

De-là il est sensible que lorsque la puissance qui force le corps ferme à plier , cesse avant sa rupture , toutes les divisions imparfaites de la surface convexe se rapprochent jusqu'au contact par la pression du double cours sur toutes les surfaces opposées.

Ceci fournit une occasion d'apprécier assez exactement en quelle raison le plus grand espace possible des divisions imparfaites est au volume des atomes des corps sensibles , & par conséquent en quelle raison les atomes des corps sensibles sont aux atomes dont le double cours est composé : car

si

si un filet de verre suspendu perpendiculairement à l'horison, & long de deux pieds, s'allonge d'une ligne avant la rupture, il est évident que comme deux pieds sont à une ligne, ainsi un des atomes de ce filet de verre a son intervalle possible avant la rupture, ce qui est à peu-près comme 1 à 300; d'où il résulte que les diametres des atomes du double cours sont à ceux des atomes des corps sensibles, tels que le Verre, le Marbre, & semblables, comme 1 à 300, & par conséquent que leurs masses diffèrent comme l'unité à 27 millions.

La rupture des corps ne diffère en rien de leur dissolution totale qu'en quantité; mais comme le Feu peut opérer cette dissolution totale sans le secours d'aucun fardeau, parcourons les diverses manières dont le Feu s'engendre communément, & profitons, s'il est possible, de ce que cette méditation pourra nous offrir.

Nous usons ordinairement du fusil d'Acier contre le Caillou, l'Agathe ou autre pierre dure dont le frottement vif avec le fusil, fait naître à l'instant beaucoup d'étincelles que nous recevons sur le champignon de forêt desséché, appelé *amadoue*; puis avec méche ou autre corps combustible souffré, nous allumons enfin le Feu.

La plupart des Orientaux l'allument avec bien moins de façons au moyen de deux morceaux de bois, dont l'un qui est plat, est percé d'un petit trou, puis l'autre étant aiguisé à la mesure de ce trou, & posé en icelui, ils l'y font tourner avec rapidité, en le roulant entre les mains, comme on fait le bâton au Chocolat. Alors le frottement violent de la surface convexe du bois pointu contre la concave du bois percé, fait d'abord de la fumée, puis du feu.

Nous avons encore une autre manière d'allumer du Feu sans frottemens, en réunissant les rayons du Soleil par réflexion avec miroirs concaves, ou par réfraction avec verres convexes.

Outre les deux manières générales d'allumer du Feu par les divers frottemens ou les diverses façons de réunir les rayons du Soleil, nous en avons encore une troisième qu'on

*Novissimè,*  
le feu de  
l'Hôtel-  
Dieu s'est al-  
lumé par la  
fermenta-  
tion des lin-  
ges sales de  
l'Office du  
chiffon.

appelle *fermentation* ; le Feu s'allume en une infinité de façons par cette dernière, qui se produit ordinairement par le mélange de diverses substances.

La Nature opère souvent elle-même ce mélange, tantôt dans les airs où il engendre des feux de diverses natures, comme l'éclair, & ce qu'on nomme *Etoiles tombantes* ou *errantes*, tantôt au sein de la Terre, où les feux enfermés produisent ces soulèvements que nous appellons *tremblemens de Terre*, & qui se font sentir dans de vastes espaces.

Entre ces trois façons générales dont le Feu s'engendre, cette dernière paroît la plus propre au dessein que nous avons de découvrir la nature du Feu, parce que nous le voyons souvent engendrer sans autre mystère que le mélange de deux fluides : & comme nous avons déjà acquis quelques lumières sur la nature des fluides, & principalement sur ce en quoi la fluidité consiste, nous aurons plus de facilité d'aller en avant, parce que les choses connues ôteront une partie de l'obscurité qui se rencontreroit dans notre recherche, si tout étoit à connoître.

Quoiqu'en général les Chymistes ne distinguent que cinq principales substances dans les végétaux & les minéraux, sçavoir, l'Esprit, l'Eau, le Soufre, la Terre & le Sel, néanmoins on peut penser avec raison que les atomes insécables étant susceptibles de toutes sortes de figures & grandeurs, peuvent être infiniment plus nombreux en espèces différentes, relativement à la variété de leurs figures & grandeurs.

Entre les figures solides, il y en a deux principales qu'on peut considérer comme les deux extrêmes, sçavoir la Sphère & la Pyramide ; car la sphère est le plus grand nombre des plans possibles pour terminer un solide, & la pyramide formée de quatre angles solides, est le moindre.

Les solides sont susceptibles de trois genres de variété : le premier est d'être diversement figurés à l'extérieur, le second d'être plus ou moins étendus, & le troisième d'être pleins ou concaves. Ces trois genres de variété sont innombrables ; on ne sçauroit dénombrer les figures dont les solides

sont susceptibles, ni leurs divers degrés de grandeur ou de petitesse, non plus que celle de la concavité qu'ils peuvent contenir concentriquement ou excentriquement; car une sphère peut contenir une concavité sphérique ou triangulaire concentrique ou excentrique; il en est de même de la pyramide grande ou petite, pleine ou concave, & dont la cavité peut être sphérique ou pyramidale, concentrique ou excentrique.

Outre ces deux premiers genres de solides, il y en a une infinité d'autres; & autant peut-on ajouter de nombres depuis quatre jusqu'à l'infinité, autant peut-on aussi ajouter de plans aux quatre premiers pour former des solides différens. Si ces plans sont tous égaux, ils formeront des figures régulières, qui s'approcheront de plus en plus de la sphérique, & qui s'en éloigneront au contraire d'autant plus qu'ils seront inégaux; ainsi la sphère ne devient elliptique que par l'inégalité des plans qui la forment, & l'Ellipse à son tour ne devient irrégulière que par l'inégalité des plans opposés ou collatéraux; il en est de même de la pyramide irrégulière, & de tous les corps solides possibles.

De ces reflexions, il résulte qu'au lieu de cinq substances principales ou élémens des mixtes, il peut y en avoir d'une infinité d'espèces différentes, à raison de la diversité des figures, grandeurs, concavité ou plénitude que Dieu a pû donner aux atomes insécables; je les nomme *insécables*, parce qu'il a pû les créer si fermes que nul agent créé ne puisse les rompre.

Aussi les Chymistes trouvent-ils dans les cinq substances générales des Végétaux, une variété étonnante; les sels, les soufres & les esprits extraits de divers corps sont tous dissemblables. D'ailleurs, outre les élémens ou corps sensibles qu'on peut recueillir par la Chymie, il échappe à l'industrie de cet art beaucoup de substances volatiles que les vases ne peuvent contenir, & qui passent légèrement à travers de leurs pores, sans quoi on ne voit pas pourquoi le mélange de tous les extraits du Vin, du Cidre, ou autre liqueur, forme un tout qui ne leur ressemble plus.

Ces substances volatiles ne sont pas chimériques ; car si on frotte de la Cire d'Espagne sur du drap , les esprits qui en sortent , sont si volatils qu'ils pénètrent parfaitement le Verre , puisque la vertu électrique de ces esprits ébranle les corps légers , comme paille , &c. au de-là du Verre.

Quelque figure qu'on puisse attribuer aux atomes insécables dont nos végétaux sont composés , il est sensible qu'ils sont tous également susceptibles de repos ou de mouvement , & que le mélange de tous les genres d'atomes possibles ne fermenteroit jamais sans le secours d'un agent qui puisse en opérer le mouvement ; car la fermentation de plusieurs fluides mêlés ensemble , n'est autre chose qu'une accélération du mouvement des atomes qui les composent : or par le premier des Corollaires résultans de l'axiome , que l'essence du mouvement ne périt jamais , l'accélération du mouvement procède de celui d'un corps visible ou invisible ; par conséquent la fermentation étant une accélération du mouvement de ces fluides , elle est l'effet d'un agent actuellement présent , dont l'existence nous devient manifeste par son effet sensible.

Quel est cet agent ? c'est le double cours de matière magnétique auquel le mélange des atomes de divers genres fait un plus grand obstacle que de coutume : cet obstacle consiste en l'obstruction qui arrive à la pénétrabilité diamétrale des deux courans magnétiques opposés ; plus l'obstruction est grande , plus le double cours reflue vers la détermination opposée à celle qui lui est naturelle , & plus il fait d'effort pour la dissiper , comme un Fleuve arrêté par sa digue élève ses eaux , & pèse d'autant plus sur elle que son reflux est grand.

L'obstruction des deux courans est donc la cause générique des fermentations des fluides ; elle fait que leurs atomes insécables accélèrent leur mouvement axiligne ; & comme nous avons vû ci-dessus , que les frottemens opposés des atomes qui se touchent pendant le mouvement axiligne , sont incompatibles ; les atomes de la surface extérieure de la masse qui fermente , prennent l'essor à la faveur du mouvement rectiligne , & se dissipent extérieurement jusqu'à

ce que la masse soit épuisée ; & comme on ne peut pas attribuer de bornes à la vitesse possible du mouvement axiligne , il en résulte que la dissipation de la masse qui fermente , est d'autant plus prompte & abondante , que le mouvement axiligne de ses atomes est plus précipité , parce qu'alors les frottemens opposés sont si violens , que les atomes de la surface s'élancent avec plus de rapidité à l'extérieur : c'est en cela que consiste la dissolution de la masse qui fermente ; & si on nourrissoit cette masse d'une quantité égale à sa dissipation , elle continueroit de fermenter aussi longtems que dureroit le soin de la nourrir , ce qui seroit relatif à la propagation du feu.

Lorsque la fermentation acquiert un certain degré de violence , & que la dissipation par la surface devient fort abondante , alors tous les atomes qui prennent l'essor à la faveur du mouvement rectiligne , fermentent de nouveau avec l'air ; cette seconde fermentation devient plus vive que la première , parce que l'air est lui-même un ferment si vif , que l'Auteur de la Nature a donné la respiration à tous les animaux terrestres , afin d'entretenir leur principe de vie par une fermentation perpétuelle dont l'air est la nourriture.

C'est en cette fermentation vive de l'air avec les atomes qui prennent l'essor , que consiste la flamme ; puis donc que la fermentation qui acquiert un certain degré de violence , engendre le Feu , elle doit être considérée comme un diminutif du Feu , & le Feu comme sa plénitude , parce qu'ils sont l'un & l'autre de même nature.

Que l'air soit un ferment très-vif , on n'en sçauroit douter ; car outre que la respiration des animaux le prouve , il est évident que les soufflets des forges n'augmentent l'activité du feu que parce qu'ils le font fermenter avec plus de violence. Au contraire , les corps combustibles , même la Poudre à Canon sous la machine pneumatique , ont beaucoup plus de peine à brûler , parce que le défaut d'air diminue la force de la fermentation. Les labours par lesquels on cultive la terre , ne tendent qu'à la rendre légère & friable , afin

que l'air abondamment mêlé & incorporé dans sa substance, y fermente vivement lorsque l'eau la détrempe.

Dès que la flamme est l'effet d'une fermentation vive de l'air & des atomes qui prennent l'essor à la surface des liqueurs qui fermentent, il est évident que l'obstruction du double cours en devient plus grande, & que son reflux chasse l'air des environs de la flamme, ce qui est conforme à mille & mille expériences; car on ne remplit les Eolipiles, les Barometres & les Thermometres, qu'en chassant l'air de leur capacité par le moyen du feu.

Comme le centre de la matière qui fermente en l'air, est l'appui des élancemens de toutes les parties qui se dissipent par la circonférence, il est évident que ce centre est plus comprimé que la surface, par conséquent la matière qui fermente y est plus abondante; & si on divise parallèlement à l'horison la masse qui fermente en trois tranches d'égale épaisseur, il est évident que la matière de la fermentation fera plus abondante à la tranche inférieure qu'à la moyenne, & à la moyenne plus qu'à la supérieure; d'où il résulte que si le centre de la tranche supérieure a un pouce d'étendue où la matière soit assez abondante pour fermenter avec l'air, celle de la moyenne en pourra avoir deux, & celle de l'inférieure trois: par conséquent la masse qui fermente en l'air fera pyramidale; & si elle ne l'est pas exactement, cela procède de ce que la fermentation avec l'air n'est pas à sa perfection au premier instant où les atomes prennent l'essor, mais seulement à peu-près au tiers de la hauteur de la flamme.

Non-seulement les liqueurs peuvent fermenter ensemble, mais encore les corps secs entr'eux, comme l'extrait d'Alun de Roche avec le tiers de son poids de farine, dont on fait avec le fourneau, une poudre inflammable qui brûle le papier ou autre corps combustible sur lequel on la pose; de même les diverses substances dont les corps combustibles sont formés, peuvent fermenter entr'elles, pourvû que le feu en ait dissout une partie suffisante, laquelle par son contact

avec ce qui n'est pas encore dissous, continue la dissolution lorsque le corps est suffisamment combustible, parce que les parties déjà dissolues ayant reçu le mouvement axiligne, choquent de leurs angles celles qui sont encore adhérentes au corps combustible qui brûle, & les détachent ainsi l'une après l'autre, puis les nouvelles détachées détachent à leur tour les autres, pendant que les anciennes prennent l'essor à cause des frottemens opposés des divers mouvemens axilignes; c'est ainsi que se continue la dissolution du corps combustible (une fois allumé) jusqu'à son entière destruction.

Quant aux corps qui sont moins combustibles, la dissolution totale peut aussi s'achever, pourvu que le Feu soit embrasé entre beaucoup de surfaces, comme entre plusieurs buches, parce qu'alors la fermentation se nourrit non-seulement par le contact des surfaces embrasées aux parties qui touchent immédiatement l'embrasement, mais encore par l'élançement des atomes des surfaces embrasées vers les autres surfaces aussi embrasées, qu'elles choquent, rompent & pénètrent profondément par l'effort de leur double mouvement, dont l'un est axiligne, parce que l'atome nage dans la matière du double cours, & l'autre rectiligne, pour avoir pris l'essor par l'incompatibilité des frottemens des mouvemens axilignes touchans; enforte que les surfaces qui se regardent, s'élancent mutuellement des atomes qui contribuent à leur dissolution.

Enfin la dissolution des corps peu combustibles peut encore être favorisée par une troisième circonstance, qui se rencontre nécessairement lorsque la masse embrasée devient plus grande; car alors la circonférence étant moindre, à raison de la masse, la dissipation des atomes qui prennent l'essor est aussi moindre, & conséquemment l'embrasement plus durable.

Il se présente une question incidente, sur laquelle je ne puis me retenir de lâcher quelques conjectures.

Pourquoi la dissolution des atomes des corps combustibles fait-elle varier en eux cette qualité qui les rendoit pesans



lorsqu'ils étoient réunis en corps fermes ou liquides ; en sorte qu'au lieu de tendre au Nadir, comme ils faisoient avant la dissolution, ils tendent au contraire au Zénit après qu'elle est accomplie ? Une expérience familière à tout le monde, me paroît indiquer le chemin de développer ce mystère. Il n'est personne qui dans l'enfance n'ait joué à la toupie ou au sabot ; & je ne vois pas qu'on se soit mis en peine d'expliquer pourquoi l'axe du sabot, souvent oblique à l'horison, se redresse verticalement, & élève en même tems le centre de gravité vers le Zénit, autant qu'il lui est possible\*.

\* *Nota.* Cette question me semble mériter d'être la matière d'un Programme.

Il est évident que le mouvement axiligne empêche ici l'effet ordinaire de la gravité du sabot ; car lorsqu'il en est dépourvû, il trébuche aussitôt. Il y a beaucoup d'apparence que le mouvement axiligne des atomes produit quelque effet équivalent pour les élever au Zénit ; ce qui concourt à faciliter la dissolution de tous les corps qui en sont susceptibles, sans quoi l'effort que les atomes prennent par l'incompatibilité des mouvemens axilignes, seroit bientôt ralenti par la résistance de l'air ; par exemple, l'eau d'un étang, au lieu de s'élever en vapeurs, ne s'élèveroit peut-être pas plus d'une toise au-dessus de la surface, & retomberoit incontinent comme une rosée, ce qui empêcheroit l'évaporation des eaux de cet étang.

Je finis par conclure du contenu en cette Dissertation, que le Feu n'est autre chose que la dissolution des corps combustibles par un agent invisible qui est le double cours, & qui communique son mouvement lorsqu'il y a obstruction à la pénétrabilité diamétrale & réciproque des deux courans ; on ne voit aucun être que ce double cours, qui étant actuellement présent en tous lieux, puisse être le mobile des phénomènes de la Nature, & qui puisse encore nous être commun avec les Astres, qui comme le Soleil & les Etoiles fixes, sont des feux permanens, dont les effets parviennent jusqu'à nous ; feux qui néanmoins doivent avoir une cause semblable ; car le feu émané des rayons du Soleil, ne diffère en rien de celui que nous tirons du caillou ; par conséquent il

il est de même nature que le nôtre, & la même cause le produit.

La Lumière a été dans tous les tems l'admiration des Philosophes; la prodigieuse vitesse de son émanation a même donné lieu de penser qu'elle étoit momentanée; mais les observations de M. Roëmer ont prouvé qu'elle est successive, & qu'elle emploie environ 22 minutes pour traverser l'orbe annuel de la Terre. Il est vraisemblable que la lumière se transmet dans la masse du double cours, comme le son dans la masse de l'air, sans aucun transport de la masse, mais uniquement par son frémissement, de la même manière que si une corde de cent brasses est tendue comme celle qui sert au tirage des bateaux, si on frappe un coup de bâton sur une des extrémités de la corde, il se forme tout le long de la corde un mouvement ondoyant; qui la parcourt avec beaucoup de rapidité; & il est manifeste que plus la corde est tendue, plus grande est aussi la vitesse dont ce mouvement parcourt la corde; & comme la Puissance divine est sans bornes, on peut supposer un cable d'une longueur, d'une force & d'une tension si grande que la vitesse du mouvement ondoyant passe en un instant l'orbe annuel de la Terre, & à plus forte raison en 22 minutes.

Or si au lieu d'un cable tendu, on suppose une matière également pressée en toutes ses dimensions de la circonférence au centre, il arrivera à cette matière, à proportion de sa pression, ce qui arrive au cable à proportion de sa tension, & toute la différence qu'on peut y remarquer, est que le son, ou la lumière, s'étend d'un centre à une circonférence, & ébranle des pyramides, & non des filets d'un égal diametre en leur longueur. Mais on peut également supposer un cable pyramidal, & concevoir aussi sa force, sa longueur & sa tension, telle que le mouvement ondoyant puisse encore parcourir l'orbe annuel en 22 minutes, ce qui donne à la comparaison toute la parité désirable.

De ceci on peut conclure ( & il n'y a rien qui y répugne ) que lorsque l'air fermente avec plusieurs corps hétérogènes

## 82 DE LA NAT. DU FEU ET DE SA PROPAG.

dont toutes les parties, ainsi que les siennes, tournent sur leurs centres, les frottemens sont si grands & si violens, qu'ils font frémir la matière du double cours, comme les vibrations d'une corde d'instrument, l'air; & que c'est en cela que consiste la cause générative de la lumière dont la vitesse est relative à la pression de l'Univers, & non pas à la force de la lumière; comme la vitesse du son est relative à la pression de l'air, & non pas à ses différens degrés de force ni à ses différens modes entre le grave & l'aigu, d'où il est apparent que sa vitesse est plus grande lorsque le Barometre est au beau-fixe, que lorsqu'étant à tempête, le Vif-Argent se trouve près de deux pouces plus bas.

*FIN de la troisième Pièce.*

**P I E C E S**  
QUI ONT ÉTÉ PRÉSENTÉES  
A L'ACADÉMIE ROYALE  
**DES SCIENCES,**  
*POUR CONCOURIR AU PRIX*  
*de l'année 1738.*

**Lij**



---

## AVERTISSEMENT.

**L**ES Auteurs des deux Pièces suivantes s'étant fait connoître à l'Académie, & lui ayant marqué qu'ils souhaitoient qu'elles fussent imprimées, l'Académie y a consenti volontiers, sur le témoignage que lui ont rendu les Commissaires du Prix, que quoiqu'ils n'ayent pû approuver l'idée qu'on donne de la Nature du Feu, en chacune de ces Pièces, elles leur ont paru être des meilleures de celles qui ont été envoyées, en ce qu'elles supposent une grande lecture & une grande connoissance des bons ouvrages de Physique, & qu'elles sont remplies de beaucoup de faits très-bien exposés, & de beaucoup de vûes.

*La Pièce N<sup>o</sup>. 6, qui a pour Devise,*

*Ignea convexi vis, & sine pondere cœli  
Emicuit, summâque locum sibi legit in arce.*

*Ovid.*

*est d'une jeune Dame d'un haut rang.*

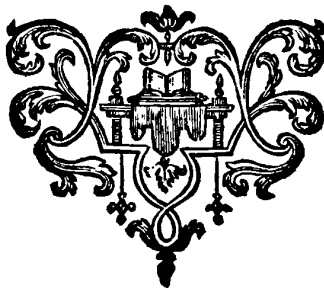
L iij

*Et la Pièce N<sup>o</sup>. 7, qui a pour Devise,*

Ignis ubique latet , naturam amplectitur  
omnem ,

Cuncta parit, renovat, dividit, unît , alit.

*est d'un de nos premiers Poëtes.*





# DISSERTATION

SUR

## LA NATURE ET LA PROPAGATION DU FEU.

---

*Ignea convexi vis, & sine pondere cœli  
Emit, summâque locum sibi legit in arce.*

*Ovid.*

---

### PREMIERE PARTIE.

#### *De la Nature du Feu.*

#### INTRODUCTION.

**L**E Feu se manifeste à nous par des phénomènes si différens, qu'il est aussi difficile de le définir par ses effets, qu'il paroît impossible de connoître entièrement sa nature : il échappe à tout moment les prises de notre esprit, quoiqu'il soit au-dedans de nous-mêmes, & dans tous les corps qui nous environnent.

Combien il est difficile de définir le Feu.

#### I.

#### *En quoi la Lumière & la Chaleur diffèrent.*

La chaleur & la lumière sont de tous les effets du Feu ceux qui frappent le plus nos sens; ainsi c'est à ces deux signes



qu'on a coûtume de le reconnoître ; mais il semble qu'une attention un peu réfléchie aux phénomènes de la Nature , peut faire douter si le Feu n'opère point sur les corps quelque effet plus universel , par lequel il puisse être défini.

Plus l'esprit humain s'étend , plus la Philosophie devient éclairée , plus nous apprenons à douter. La Géométrie a sçu régler la marche irrégulière de la Physique ; elle lui a appris à s'appuyer toujours du bâton de l'expérience , & à ne jamais conclure du particulier au général ; ainsi quoique la chaleur & la lumière soient souvent réunies , il ne s'en suit pas qu'elles le soient toujours : ce sont deux effets de l'être que nous appelons *Feu* ; mais ces deux propriétés , de luire & d'échauffer , constituent-elles son essence ? en peut-il être dépouillé ? le Feu enfin est-il toujours chaud & lumineux ?

Si le Feu est  
toujours  
chaud &  
lumineux.

Plusieurs expériences décident pour la négative.

Lumière  
sans chaleur  
dans les  
rayons de la  
Lune.

1°. Il y a des corps qui nous donnent une grande lumière sans chaleur : tels sont les rayons de la Lune , réunis au foyer d'un verre ardent ; ( ce qui fait voir en passant l'absurdité des Astrologues. ) On ne peut dire que c'est à cause du peu de rayons que la Lune nous envoie : car ces rayons sont plus épais , plus denses , réunis dans le foyer d'un verre ardent , que ceux qui sortent d'une bougie ; & cependant cette bougie , que dis-je ? la plus petite étincelle nous brûle à la même distance à laquelle les rayons de la Lune réunis dans ce foyer ne font aucun effet sur nous.

Ce n'est point non plus parce que ces rayons sont réfléchis : car les rayons du Soleil réfléchis par un miroir plan , & renvoyés sur un miroir ardent , font , à très-peu de chose près , les mêmes effets que lorsque le miroir ardent les reçoit directement.

Ce ne peut être enfin à cause de l'espace qu'ils parcourent de la Lune ici , 90000 lieues de plus ne pouvant faire perdre aux rayons une vertu qu'ils conservent pendant 33 millions de lieues ; peut-être cet effet doit-il être attribué à la nature particulière du corps de la Lune , & peut-être les Satellites de Jupiter & de Saturne donnent-ils quelque chaleur

chaleur à ces Planetes, quoique notre Lune ne nous en donne point.

Les bornes de nos sens sont si étroites, qu'il ne nous est guères permis de rien affirmer sur leur rapport : ils suffisent aux besoins de notre vie ; mais si la connoissance de la vérité en étoit un, ils seroient bien imparfaits : ainsi quoique les rayons de la Lune, quelque rassemblés qu'ils puissent être, ne nous donnent aucune chaleur, quoiqu'ils ne fassent aucun effet sur le Thermometre, qui a sur la chaleur le tact plus fin que nous, ils seroient peut-être chauds pour des êtres dont les sens seroient plus parfaits que les nôtres ; donc quoiqu'il soit très-vraisemblable que les rayons du Soleil perdent leur vertu brûlante, quand ils sont réfléchis sur la Lune, quoiqu'ils ne fassent alors aucun effet sensible sur le Thermometre, nous ne devons cependant pas assûrer qu'ils soient entièrement privés du pouvoir d'échauffer & de raréfier ; nous sommes certains seulement qu'ils sont incapables d'exciter en nous ce sentiment que nous avons appelé *chaleur* : peut-être inventera-t-on quelque instrument assez fin pour que la raréfaction qu'ils opèrent vraisemblablement dans les corps, nous soit sensible ; mais il est presque démontré qu'ils n'exciteront jamais dans nous aucune chaleur.

Les rayons échauffent d'autant moins que l'on monte plus haut au-dessus de l'Atmosphère, quoiqu'ils y donnent la même lumière que près de la surface de la Terre ; cependant ils sont plus purs en haut où l'Atmosphère est plus léger : donc la chaleur n'est pas essentielle au feu élémentaire : donc la chaleur & la lumière sont deux effets du feu très-différens.

Il y a plusieurs corps dans la Nature qui sont lumineux, & qui ne donnent point de chaleur ; tels sont les Dails, les Vers luisans, &c.

J'ai plongé des Vers luisans dans de l'eau très-froide, & leur lumière n'en a point été altérée. Cette expérience s'accorde avec celle que le sçavant M. de Reaumur a faite sur les Dails, dont l'eau fait revivre la lumière, loin de l'éteindre : ces phénomènes semblent être une nouvelle preuve que la

L'eau n'éteint point les Vers luisans.

## 90 DISSERTATION SUR LA NATURE

chaleur & la lumière sont deux propriétés du feu très-différentes, puisque ce qui détruit l'une, ne fait aucun effet sur l'autre.

Chaleur  
sans lumière  
dans le Fer  
prêt à s'en-  
flammer.

2°. Il y a des corps qui brûleraient la main qui s'en approcheroit, & qui ne donnent aucune lumière : tel est le Fer prêt à s'enflammer : donc le feu peut être privé de la lumière comme de la chaleur.

Ainsi la chaleur & la lumière paroissent être au feu ce que le mode est à la substance ; la lumière n'étant autre chose que le feu transmis en ligne droite jusqu'à nos yeux, & la chaleur, l'agitation en tout sens que ce même feu excite en nous.

Différente  
propagation  
de la lumié-  
re & de la  
chaleur.

3°. La chaleur & la lumière se propagent différemment ; la lumière agit toujours en ligne droite, & la chaleur s'insinue dans les corps selon toutes sortes de directions : ainsi le feu ne nous éclaire jamais, qu'il ne soit dirigé en ligne droite vers nos yeux ; mais il nous chauffe d'autant plus que l'agitation qu'il cause dans les parties de notre corps se fait en tout sens : de plus, la vitesse de la lumière est infiniment plus grande que celle de la chaleur ; mais on ne peut assigner en quelle proportion ; car il faudroit connoître les différens degrés de vitesse avec laquelle le feu pénètre dans les différens corps : ce qui est très-difficile.

Autre diffé-  
rence entre  
la lumière &  
la chaleur.

4°. Une autre différence très-remarquable entre la chaleur & la lumière, c'est qu'un corps peut perdre sa lumière en un instant, mais qu'il ne perd sa chaleur que successivement ; cette différence est une suite de la façon dont la chaleur & la lumière agissent : car pour faire périr la lumière, il suffit d'interrompre la direction du feu en ligne droite ; mais puisqu'il faut, pour exciter la chaleur, qu'il pénètre les corps en tout sens, cette action doit être plus difficile à arrêter : ainsi si vous couvrez le miroir ardent d'un voile, la lumière disparoît dans le moment à son foyer ; & cependant un corps solide qu'on y auroit exposé, conserveroit long-tems la chaleur qu'il y auroit acquise ; c'est encore pourquoi les corps se refroidissent lentement dans le vuide, quoiqu'ils s'y éteignent très-prompement.

5°. Si on vouloit s'appuyer de l'autorité, on diroit que Descartes ( pour qui tout être pensant , aura toujours une grande vénération , même en combattant les erreurs où l'esprit de systême l'a entraîné ) Descartes , dis-je , composoit la lumière de son second élément , & le feu de son premier : il ne donne à la vérité aucune raison de cette idée , & je ne prétends pas l'examiner ici ; mais elle ne pouvoit être fondée que sur ce que ce grand homme pensoit que la lumière & la chaleur étoient deux choses très-séparées.

Sentiment de Descartes , qui justifie cette opinion.

6°. La lumière & la chaleur sont les objets de deux de nos sens , le tact & la vue ; & par cette raison même elles ne paroissent point propres à constituer l'essence d'un être aussi universel que le feu. Ce sont des sensations, des modifications de notre ame , qui semblent dépendre de notre existence , & de la façon dont nous existons : car un aveugle définira le feu *ce qui chauffe* , & un homme privé du tact universel , *ce qui éclaire*. Ils auront donc tous deux des idées différentes d'un même être ; & celui qui seroit privé de ces deux sens n'en auroit aucune. Or je suppose qu'il ait plû à Dieu de créer dans Sirius , par exemple , un globe dont les êtres n'ayent aucun de nos sens ( & il est très-possible que dans l'immensité de l'Univers il y ait de tels êtres ) le feu ne seroit certainement ni chaud, ni lumineux dans ce globe, & cependant il n'y seroit pas anéanti ; il paroît donc qu'il faut chercher dans le feu quelque effet plus universel , qui ne dépende point de nos sens , & qui par cette raison même , soit un signe moins équivoque de sa présence.

La chaleur & la lumière ne sont que des modifications de notre ame.

7°. La nécessité d'un tel signe pour nous faire juger avec certitude de la présence du feu , paroît avec évidence par la façon dont nos sens nous font juger de la chaleur des corps ; car un même corps nous paroît d'une température différente , selon la disposition où nous nous trouvons ; ainsi lorsqu'on touche un corps avec les deux mains , dont l'une sort de l'eau froide , & l'autre de l'eau chaude , ce corps paroît froid & chaud en même tems. Les altérations qui arrivent à notre santé , changent encore pour nous la chaleur des corps ; un

Combien nos sens nous trompent sur la chaleur.

## 92 DISSERTATION SUR LA NATURE

homme dans l'ardeur de sa fièvre trouvera froid le même corps qui, dans son frisson, lui avoit paru chaud : donc la chaleur que les corps nous font éprouver, ne peut nous faire juger avec certitude, du feu qu'ils contiennent.

### II.

#### *Quel est l'effet le plus universel du Feu.*

Quel est donc l'effet le plus universel du feu ? à quel signe pourrions-nous le reconnoître ? je dis le reconnoître en Philosophes : car il est deux façons de connoître les corps ; & ceux qui étudient la Nature les voyent d'un autre œil que le vulgaire.

Ce signe certain de la présence du feu, cet effet qu'il produit dans tous les corps, qu'on voit, qu'on touche, & qu'on mesure, qui s'opère dans le vuide avec la même facilité que dans l'air, c'est d'augmenter le volume des corps avant d'avoir enlevé leurs parties, de les étendre dans toutes leurs dimensions, & de les séparer jusques dans leurs principes lorsque son action est continuée ; cet effet s'étend au de-là de la lumière & de la chaleur du feu ; car l'air est très-raréfié sur le haut des montagnes où la chaleur est insensible, & cette raréfaction de l'air qui est beaucoup plus grande que ne la donne la raison inverse des poids, doit être attribuée en partie au feu qui alors le raréfie sans l'échauffer sensiblement.

L'eau qui bout à 212 degrés environ, & qui passé cela n'acquiert plus aucune chaleur par le feu le plus violent, s'évapore cependant à force de bouillir : or elle ne peut s'évaporer que sa raréfaction n'augmente, & que ses parties ne s'écartent de plus en plus les unes des autres.

Enfin une bougie que vous éteignez, & qui cesse d'éclairer, s'évapore, & se raréfie encore par la fumée qu'elle rend, &c. Donc la raréfaction précède la lumière & la chaleur, & leur survit.

Il est vrai qu'il a fallu des expériences très-fines pour

L'effet le plus universel du feu, c'est d'augmenter le volume de tous les corps.

## ET LA PROPAGATION DU FEU. 93

découvrir cet effet universel du Feu ; sa chaleur & sa lumière ont été connues sans doute bien long-tems avant qu'on se doutât de sa raréfaction ; mais presque toutes les idées des hommes n'ont-elles pas besoin d'être réformées par leur raison ? La forme & le mouvement de la matière ont été connues bien long-tems avant son impénétrabilité ; & personne, je crois, n'en conclura que le mouvement & une certaine forme sont aussi inséparables de la matière, que l'impénétrabilité.

On peut cependant faire plusieurs objections contre cette définition du Feu.

1°. On peut dire que la raréfaction que le feu opère, ne se manifeste pas toujours à nous.

Objections  
contre cette  
définition  
du feu, &  
réponses à  
ces objec-  
tions.

Mais il est de la nature du Feu que cela soit ainsi ; le feu est également répandu dans tous les corps ( comme je le dirai dans la suite ; ) ainsi nous ne pouvons nous appercevoir de ses effets quand ils sont les mêmes par-tout : il nous faut des différences pour être notre *criterium*, & pour nous conduire dans nos jugemens. Nous n'avons point de signe pour connoître le feu lorsqu'il est enfermé entre les pores des corps ; il y est comme l'air qu'ils contiennent, & qui ne se découvre à nous que lorsque quelque cause le dégage.

2°. Le Feu, dira-t-on, raréfie les corps en augmentant leur chaleur.

Cela est vrai, mais je ne crois pas qu'on puisse en conclure que ces deux effets sont la même chose : car nous nous appercevons de la raréfaction sans nous appercevoir de la chaleur ; le Thermometre marque des variations dans l'air, dont nous ne nous appercevrions pas sans lui ; & de plus cette raréfaction augmente encore, quoique la chaleur n'augmente plus, elle s'opère indépendamment de nos sens ; mais sans ces sens, il n'y auroit point de chaleur ; ainsi la chaleur accompagne quelquefois, mais elle ne cause pas la raréfaction.

3°. On dira peut-être que l'air & l'eau augmentent aussi le volume des corps, & qu'ainsi on ne peut faire de la raréfaction la propriété distinctive du feu.

On ne peut nier que l'air & l'eau ne fassent cet effet sur

M iij

les corps ; mais en augmentant leur volume , ils ne les séparent pas jusques dans leurs parties constituantes , ils ne les font point s'évaporer , se quitter les unes les autres , comme fait le feu ; ainsi l'espèce de raréfaction qu'ils opèrent quelquefois dans les corps , est essentiellement différente de celle qui y est opérée par le feu : peut-être même cette raréfaction de l'air & de l'eau est-elle causée par le feu lui-même ; car c'est par le mouvement que l'air & l'eau pénètrent dans les corps ; & ce mouvement interne des corps ne leur vient que du feu qu'ils contiennent.

Il est vrai que l'eau glacée augmente son volume , qu'elle furnage l'eau liquide , quoiqu'elle contienne beaucoup moins de feu qu'elle ; mais ce phénomène doit être attribué à une cause particulière dont je parlerai dans la seconde Partie de cet Ouvrage , en traitant de la congélation de l'eau : ainsi je ne m'étendrai pas davantage ici sur cet article.

4°. On peut dire encore que le feu ne raréfie pas tous les corps ; que la corne , la crotte & beaucoup d'autres corps s'endurcissent au feu , y diminuent de volume : or ces effets sont précisément le contraire de la raréfaction : donc la raréfaction ne peut être la propriété universelle du feu , puisqu'il y a des corps dans lesquels il produit des effets tout opposés.

Cette objection tombera d'elle-même , si on fait réflexion que le feu n'endurcit ces corps , & ne les réduit sous un plus petit volume , que parce qu'il les a réellement raréfiés , parce qu'il a fait évaporer l'eau qui étoit entre leurs parties , & qu'alors les parties qui ont résisté à son action , sont d'autant plus compactes , occupent d'autant moins de volume , que le feu a enlevé plus de matière aqueuse d'entre leurs pores.

5°. Enfin , les rayons de la Lune qui sont du feu , ne raréfient point les corps qu'on leur expose. Mais j'ai prévenu cette objection , en parlant des rayons de la Lune ; il y a grande apparence , comme je l'ai dit , qu'il ne nous manque que des instrumens assez fins pour nous appercevoir de la raréfaction qu'ils opèrent , & de celle des corps qui paroissent

le plus se refuser à cette action universelle du feu, comme le sable, &c.

Il est donc certain que le feu raréfie tous les corps qu'il pénètre; cette raréfaction paroît être une des loix primitives de la Nature, un des ressorts du Créateur, & l'effet pour lequel le Feu a été créé. Sans lui tout seroit compact dans la Nature; tous les corps s'uniroient par la force qui les porte les uns vers les autres, si le Feu ne s'opposoit sans cesse à leur adunation, & il ne peut s'y opposer que par la raréfaction; toute fluidité, & peut-être toute élasticité, toute électricité vient de lui; enfin, sans cet agent universel, sans ce souffle de vie que Dieu a répandu sur son ouvrage, la Nature languiroit dans le repos, & l'Univers ne pourroit subsister un moment tel qu'il est.

La raréfaction des corps par le feu, paroît une des loix primitives de la Nature.

Si on osoit, on diroit qu'il n'y a peut-être que trois sortes de mouvemens dans la Nature, le mouvement de projectile imprimé en ligne droite à tous les globes célestes par le Créateur; le mouvement qui porte les corps les uns vers les autres, & qui les fait tendre tous perpendiculairement vers un centre; & le mouvement en tout sens, qui existe entre les parties internes des corps. Le feu paroît être la cause de cette troisième sorte de mouvement; ce mouvement dépend du feu que les corps contiennent dans leurs pores, ainsi que leur tendance vers un centre dépend de la quantité de leur matière; c'est pourquoi il n'y a aucun corps qui ne contienne du feu, comme il n'y en a point qui étant abandonné à lui-même, ne tende vers le centre de la terre (si vous en exceptez le feu lui-même.)

Trois sortes de mouvemens dans l'Univers.

La rotation des Planetes sur leur axe, est le seul phénomène de la Nature qui paroisse n'être l'effet d'aucun de ces trois mouvemens; peut-être est-il la suite des deux premiers; il est très-possible que le Créateur ait imprimé à chaque partie solide de la matière, à chaque atome indivisible, un mouvement de projectile, comme il lui a donné la tendance vers un centre. Tous les atomes de chaque globe, en obéissant à ces deux directions, tourneroient dans des courbes infiniment

Conjectures sur la rotation des Planetes.



les corps ; mais en augmentant leur volume , ils ne les séparent pas jusques dans leurs parties constituantes , ils ne les font point s'évaporer , se quitter les unes les autres , comme fait le feu ; ainsi l'espèce de raréfaction qu'ils opèrent quelquefois dans les corps , est essentiellement différente de celle qui y est opérée par le feu : peut-être même cette raréfaction de l'air & de l'eau est-elle causée par le feu lui-même ; car c'est par le mouvement que l'air & l'eau pénètrent dans les corps ; & ce mouvement interne des corps ne leur vient que du feu qu'ils contiennent.

Il est vrai que l'eau glacée augmente son volume , qu'elle furnage l'eau liquide , quoiqu'elle contienne beaucoup moins de feu qu'elle ; mais ce phénomène doit être attribué à une cause particulière dont je parlerai dans la seconde Partie de cet Ouvrage , en traitant de la congélation de l'eau : ainsi je ne m'étendrai pas davantage ici sur cet article.

4°. On peut dire encore que le feu ne raréfie pas tous les corps ; que la corne , la crotte & beaucoup d'autres corps s'endurcissent au feu , y diminuent de volume : or ces effets sont précisément le contraire de la raréfaction : donc la raréfaction ne peut être la propriété universelle du feu , puisqu'il y a des corps dans lesquels il produit des effets tout opposés.

Cette objection tombera d'elle-même , si on fait réflexion que le feu n'endurcit ces corps , & ne les réduit sous un plus petit volume , que parce qu'il les a réellement raréfiés , parce qu'il a fait évaporer l'eau qui étoit entre leurs parties , & qu'alors les parties qui ont résisté à son action , sont d'autant plus compactes , occupent d'autant moins de volume , que le feu a enlevé plus de matière aqueuse d'entre leurs pores.

5°. Enfin , les rayons de la Lune qui sont du feu , ne raréfient point les corps qu'on leur expose. Mais j'ai prévenu cette objection , en parlant des rayons de la Lune ; il y a grande apparence , comme je l'ai dit , qu'il ne nous manque que des instrumens assez fins pour nous appercevoir de la raréfaction qu'ils opèrent , & de celle des corps qui paroissent

## ET LA PROPAGATION DU FEU. 95

le plus se refuser à cette action universelle du feu, comme le sable, &c.

Il est donc certain que le feu raréfie tous les corps qu'il pénètre; cette raréfaction paroît être une des loix primitives de la Nature, un des ressorts du Créateur, & l'effet pour lequel le Feu a été créé. Sans lui tout seroit compact dans la Nature; tous les corps s'uniroient par la force qui les porte les uns vers les autres, si le Feu ne s'opposoit sans cesse à leur adunation, & il ne peut s'y opposer que par la raréfaction; toute fluidité, & peut-être toute élasticité, toute électricité vient de lui; enfin, sans cet agent universel, sans ce souffle de vie que Dieu a répandu sur son ouvrage, la Nature languiroit dans le repos, & l'Univers ne pourroit subsister un moment tel qu'il est.

Si on osoit, on diroit qu'il n'y a peut-être que trois sortes de mouvemens dans la Nature, le mouvement de projectile imprimé en ligne droite à tous les globes célestes par le Créateur; le mouvement qui porte les corps les uns vers les autres, & qui les fait tendre tous perpendiculairement vers un centre; & le mouvement en tout sens, qui existe entre les parties internes des corps. Le feu paroît être la cause de cette troisième sorte de mouvement; ce mouvement dépend du feu que les corps contiennent dans leurs pores, ainsi que leur tendance vers un centre dépend de la quantité de leur matière; c'est pourquoi il n'y a aucun corps qui ne contienne du feu, comme il n'y en a point qui étant abandonné à lui-même, ne tende vers le centre de la terre (si vous en exceptez le feu lui-même.)

La rotation des Planetes sur leur axe, est le seul phénomène de la Nature qui paroisse n'être l'effet d'aucun de ces trois mouvemens; peut-être est-il la suite des deux premiers; il est très-possible que le Créateur ait imprimé à chaque partie solide de la matière, à chaque atome indivisible, un mouvement de projectile, comme il lui a donné la tendance vers un centre. Tous les atomes de chaque globe, en obéissant à ces deux directions, tourneroient dans des courbes infiniment

La raréfaction des corps par le feu, paroît une des loix primitives de la Nature.

Trois sortes de mouvemens dans l'Univers.

Conjectures sur la rotation des Planetes.

petites , de même que le globe entier tourne autour du Soleil ; & le mouvement de ce globe autour de son centre résulteroit de ce mouvement particulier de tous les atomes qui le composent. Ce n'est pas ici le lieu d'examiner la possibilité de cette supposition ; mais soit que la rotation des Planetes autour de leur centre se puisse expliquer par ce mécanisme , soit qu'il faille avoir recours pour cela à la volonté libre du Créateur , soit qu'elle soit causée par la fermentation violente d'un feu renfermé dans les entrailles de ces globes , il n'en est pas moins certain que tous les autres phénomènes de la Nature peuvent être déduits des trois sortes de mouvemens , de l'existence desquels nous sommes certains ; sçavoir , le mouvement de projectile des corps célestes en ligne droite , la tendance de tous les corps vers un centre en ligne perpendiculaire , & le mouvement *quaquaversum* dont le feu paroît être le principe \* : ainsi loin que le mouvement soit la cause du feu , comme quelques Philosophes l'ont pensé , le feu est au contraire la cause du mouvement , ou ( pour m'exprimer avec plus d'exactitude ) d'une des directions du mouvement.

C'est ici le lieu d'examiner les raisons qui prouvent que le feu n'est pas le résultat du mouvement ; mais qu'il est un être simple qui ne se produit & ne s'altère par aucune cause.

### III,

#### *Si le mouvement produit le Feu.*

Le mouvement ne produit point le feu.

1°. Si le feu étoit le résultat du mouvement , tout mouvement violent produiroit du feu ; mais des vents très-forts , comme le vent d'Est ou du Nord , loin de produire l'inflammation de l'air & de l'atmosphère qu'ils agitent , produisent au contraire un froid dont toute la Nature se ressent , & qui est souvent funeste aux biens de la terre.

2°. Si le mouvement produisoit le feu , l'eau froide

\* Je ne parle ici que des mouvemens mécaniques , & non de celui que les créatures organisées ont le pouvoir de commencer,

secouée

secouée avec force, s'échaufferoit; mais c'est ce qui n'arrive point, du moins d'une façon sensible, & si elle s'échauffe, c'est fort difficilement.

3°. Nous avons dans la Chimie des fermentations qui font baisser le Thermometre: il est vrai que dans ces fermentations les parties ignées s'évaporent, puisque la vapeur que le mélange exhale est chaude; ainsi ces fermentations mêmes sont causées par le feu qui se retire des pores des liqueurs; mais il n'en est pas moins vrai que la quantité de feu est diminuée dans les corps qui fermentent, & dont les parties sont cependant dans un mouvement très-violent: donc le mouvement de ces liqueurs les a privées du feu qu'elles contenoient, loin d'en avoir produit. Ce qui prouve encore ce que j'avance, c'est que dans ces fermentations le mélange se coagule dans quelques endroits, preuve certaine que le feu qui se retire de ces liqueurs, est cause que leurs particules s'unissent avec plus de force, comme le sçavant M. Geoffroy l'a très-bien remarqué.

4°. Les rayons de la Lune, qui sont dans un très-grand mouvement, ne donnent aucune chaleur.

5°. L'eau qui bout n'augmente plus sa chaleur; & cependant il faut bien que le mouvement de ses parties augmente, puisqu'elles s'évaporent.

6°. Un mélange de Sel ammoniac & d'huile de Vitriol, produit une fermentation qui fait baisser le Thermometre; mais si on y jette quelques gouttes d'Esprit de Vin, l'effervescence cesse, & le mélange s'échauffe, & fait alors hausser le Thermometre. Voilà donc un cas dans lequel le mouvement étant diminué, la chaleur a augmenté: donc le mouvement ne produit point le feu.

7°. Si le Feu n'étoit pas un être à part, s'il étoit le résultat du mouvement, & qu'il convertit les autres corps en sa substance, il seroit en plus grande quantité dans certains corps que dans d'autres, selon qu'ils contiendroient plus ou moins de particules propres à le produire; mais tous les corps contiennent également du feu dans le même air, (comme je

*Tentamina  
Florentina.*

Le feu ne se  
forme de  
rien, & ne  
se change  
en rien.

## 98 DISSERTATION SUR LA NATURE

le prouverai dans la suite :) donc on est obligé de conclure que le Feu est un être à part , qui ne se forme de rien , & qui ne se change en rien.

### IV.

*Si le Feu a toutes les propriétés primordiales de la matière.*

Mais quel est cet être ? a-t-il toutes les propriétés primordiales de la matière ? Enfin ce puissant agent est-il matière ? ou bien doit-on le regarder comme un être d'une espèce particulière ? Voilà ce que toute la sagacité des Boyle , des Musschenbroek , des Boërhave , des Homberg , des Lémery , des S'gravefende , &c. n'a pû encore décider.

*Non nostrum inter vos tantas componere lites.*

Il semble qu'une vérité qui a échappé aux recherches de ces grands hommes , ne soit pas faite pour l'humanité. Quand il s'agit des premiers principes de la Nature , il n'y a guères que des conjectures & des vraisemblances qui nous soient permises. Le Feu paroît être un des ressorts du Créateur ; mais ce ressort est si fin qu'il ne peut être aperçû par nos foibles yeux.

Le feu est étendu , divisible , &c.

Nous voyons clairement dans le feu quelques-unes des propriétés de la matière , l'extension , la divisibilité , &c. Il n'en est pas de même de l'impénétrabilité & de la tendance vers un centre ; on peut très-bien douter si le feu possède ces deux propriétés de la matière.

Il est certain que Dieu a pû créer une infinité d'êtres qui ne sont ni esprit , ni matière ; ainsi l'espace ( dont l'existence est au moins possible ) l'espace , dis-je , n'est ni esprit , ni matière , quoiqu'il ait quelques - unes des propriétés de ces deux êtres ; car il est étendu comme la matière , mais il n'est ni mobile , ni impénétrable comme elle ; il est impalpable comme l'esprit , mais il n'est point incommensurable comme lui , &c. Voilà donc un être d'une nature mitoyenne entre l'esprit & la matière , qui semble nous indiquer qu'il existe

une infinité de substances dans l'Univers, qui ne sont ni esprit, ni matière, & que la grande chaîne des êtres n'échappe à notre vûe, que parce qu'elle s'étend beaucoup au de-là : or pourquoi le feu ne fera-t-il pas du nombre de ces substances ? Il n'y a assurément nulle contradiction à le supposer ; c'est donc à l'expérience à décider cette grande question, & à nous apprendre si le feu est grave & impénétrable ; car s'il lui manque une de ces deux propriétés de la matière, il n'est point matière ; l'impénétrabilité & la tendance vers un centre étant les deux principales propriétés qui distinguent la matière, de l'espace pur.

Mais il n'est peut-être ni grave, ni impénétrable.

V.

*Le Feu est-il impénétrable ?*

Il paroît également difficile de nier & d'admettre cette propriété dans le feu ; voici quelques-unes des raisons qui peuvent faire douter de son impénétrabilité.

1°. Nous voyons à travers un trou fait dans une carte par une épingle, la quatrième partie du ciel, & tous les objets qui sont entre l'horison & nous dans cet espace : or nous ne pouvons voir un objet que chaque point visible de cet objet n'envoie des rayons à nos yeux ; ainsi la quantité prodigieuse de rayons qui passent à travers ce trou d'épingle, & qui s'y croisent sans se confondre, & sans apporter aucune confusion dans notre vûe, étonne l'imagination ; & l'on est bien tenté de croire qu'un corps qui paroît se pénétrer si facilement, n'est point impénétrable.

Raisons qui peuvent faire douter de l'impénétrabilité du feu.

2°. Le feu le plus puissant que les Hommes aient rassemblé jusqu'à présent, c'est celui du foyer du grand miroir du Palais Royal, ou du miroir de Lyon ; & cependant on voit le plus petit objet discernable à travers le cône lumineux qui va fondre l'Or dans ce foyer, sans que cette épaisseur de rayons qui est entre l'objet & l'œil, affoiblisse en rien l'image de cet objet.

3°. Une bougie porte sa lumière dans une sphere d'une

Nij

100 DISSERTATION SUR LA NATURE  
demi-lieue de rayon; or de quelle petiteffe incroyable les  
particules qui éclairent tout cet espace doivent-elles être,  
puisqu'elles font toutes contenues dans cette bougie? il est  
difficile de les y concevoir, si elles ne se pénètrent pas.

4°. M. Newton a démontré aux yeux & à l'esprit, que  
les couleurs ne font autre chose que les différens rayons  
colorés; il faut donc pour que nous voyions les objets, que  
chaque rayon élémentaire se croise en passant dans la prunelle,  
sans jamais se confondre, & sans que le rayon bleu prenne  
la place du verd, ni le rouge celle de l'indigo, &c. ce qui  
paroît presque impossible, si les rayons font impénétrables.

5°. Le Verre qui transmet la lumière, a bien moins de  
pores que la Mouffeline qui la réfléchit presque entièrement.  
Les pores du papier huilé qui transmettent les rayons, font  
bien moins grands que ceux du papier sec à travers lesquels  
ils ne trouvent point de passage : donc ce n'est point la gran-  
deur ni la quantité des pores d'un corps qui le rendent per-  
méable à la lumière, puisque le moyen de rendre les corps  
transparens, c'est de remplir leurs pores : donc il est bien vrai-  
semblable que le feu n'est point impénétrable, puisqu'il péné-  
tre les corps indépendamment de leurs pores.

Raisons en  
faveur de  
l'impénétra-  
bilité du feu.

Mais ces raisons qui peuvent faire douter de l'impénétra-  
bilité du feu, se trouvent combattues par d'autres raisons très-  
fortes.

1°. Les rayons du Soleil font changer de direction à la  
fumée, & réunis par un verre ardent, ils fondent l'Or &  
les Pierres, & font faire des vibrations à un ressort de Montre  
que l'on a placé à moitié détendu dans le foyer de ce verre;  
or on ne voit pas comment il seroit possible que le feu agit si  
puissamment sur des corps aussi durs & aussi denses que l'Or &  
les Pierres, ni comment il pourroit faire faire des vibrations à  
ce ressort de Montre, s'il ne résistoit à l'effort que font ces  
corps pour s'opposer à son action : donc il faut que les parties  
constituantes du feu soient dures, qu'elles ne soient point pé-  
nétrables, puisqu'elles opèrent tous ces effets.

On peut répondre à cela, que l'ame n'est pas un corps

solide, qu'elle n'est pas impenétrable, & qu'elle fait cependant remuer notre corps, qui est composé de parties qui résistent. Les Newtoniens pourroient encore ajouter, que l'attraction n'est pas un corps, & qu'elle agit pourtant sur la matière, qu'elle se proportionne aux masses, &c. enfin que tout ce qui agit sur les corps n'est pas corps, puisque Dieu certainement n'est pas matière, & qu'il agit cependant sur la matière.

2°. Les rayons se réfléchissent de dessus les corps pour venir à nos yeux; or la réflexion emporte nécessairement l'élasticité du corps qui réfléchit: donc, puisque les rayons réfléchissent, il faut qu'ils soient composés de parties solides.

Mais on peut répondre encore que M. Newton a démontré que ce n'est point en rebondissant de dessus les parties solides des corps, que la lumière se réfléchit, & que par conséquent la réflexion de la lumière ne prouve point l'im-pénétrabilité du feu, que même ce phénomène de la réflexion prouve que la lumière n'est point impénétrable; car comment le rayon perpendiculaire retournera-t-il après la réflexion, par la ligne selon laquelle il étoit tombé, si dans cette ligne il rencontre une continuation de lui-même, qui lui résistera par les parties solides, & l'empêchera par conséquent de retourner par la ligne déjà décrite? Si on dit que ce rayon ne décrira pas tout-à-fait la même ligne, mais qu'il se détournera un peu: outre que ce seroit détruire un axiome d'Optique, qui passe pour incontestable, je demande quelle seroit la raison de cette déclinaison du rayon, & ce qui le détermineroit à décliner plutôt à gauche qu'à droite? Si l'on me répond enfin, que l'extrême porosité que le Microscope découvre dans les corps soumis à nos recherches, nous porte à croire que la ténuité des parties constituantes du feu peut suffire pour opérer la réflexion du rayon perpendiculaire, & tous les phénomènes de la lumière qui étonnent le plus notre esprit, & qui pourroient nous faire douter de l'impénétrabilité du feu: je demande comment on peut concevoir qu'un rayon composé d'un million de pores qui séparent les



parties solides, puisse venir du Soleil à nous en ligne droite, sans être interrompu & sans se confondre avec des milliaffes d'autres rayons de différentes couleurs qui émanent en même tems que lui du Soleil ?

On est donc obligé d'avouer que l'impénétrabilité du feu est bien loin d'être démontrée; & il est de plus très-possible que si le feu est impénétrable, il ne le soit pas de la même façon que la matière; il y a peut-être mille manières d'être impénétrable, solide, d'agir sur la matière, &c. Ce n'est pas à nous, qui ne sommes que d'hier, à borner la puissance du Créateur.

## VI.

*Sçavoir si le Feu tend vers le centre de la Terre.*

Les Philosophes conviendront sans doute, que la solidité, l'impénétrabilité ( quand même elle appartiendroit au feu ) n'emporte point avec elle la nécessité d'une tendance vers le centre de la terre : or je me propose seulement d'examiner ici si le feu a cette tendance qui appartient à tous les corps, quelle qu'en puisse être la cause.

C'est encore à l'expérience, ce grand maître de Philosophie, à nous apprendre si le feu tend vers le centre de la terre.

Les Philosophes sont partagés sur cette matière.

Mais l'expérience elle-même nous laisse ici dans l'incertitude; les mains les plus exercées, les Philosophes les plus éclairés, ont fait sur cette pesanteur du Feu, des expériences entièrement opposées.

Je me contenterai d'examiner celle de M. Homberg sur le poids du régule d'Antimoine calciné au Verre ardent, & celle de M. Boërhavé sur le poids du Fer enflammé.

M. Homberg rapporte que 4 onces de régule d'Antimoine exposées à un pied & demi du véritable foyer du miroir du Palais Royal, augmentèrent de 3 dragmes & de quelques grains pendant leur calcination, c'est-à-dire, environ d'un dixième; mais qu'ayant été mises ensuite en fusion au

véritable foyer, elles perdirent ce dixième acquis, & un huitième de leur propre poids.

M. Boerhave, au contraire, ayant pesé 8 livres de Fer; ne trouva aucune différence de poids entre le Fer enflammé & le Fer absolument froid.

Il y a plusieurs remarques à faire sur ces expériences.

1°. Pendant tout le tems de la calcination de l'Antimoine, on fut obligé de le remuer avec une spatule de fer: or il est très-possible que la chaleur ait détaché quelques particules de cet instrument, lesquelles s'étant jointes au régule, auront augmenté son poids. Les sels & les sulfures dont l'air est toujours chargé, auront pû s'unir aussi à l'Antimoine par l'action du feu, & à la faveur de ce mouvement continuel de la spatule avec laquelle on le remuoit; ainsi on est bien loin d'être sûr que le feu seul ait augmenté son poids; car si le feu est le plus subtil dissolvant de la Nature, il est aussi le plus puissant agent pour unir les corps.

Examen de l'expérience de M. Homberg, sur la calcination de l'Antimoine au verre ardent.

2°. Ce qui confirme cette conjecture, c'est que les corps qui augmentent le plus leur poids par le feu, sont ceux qu'on remue pendant leur calcination, & qu'ils perdent tout le poids acquis, & même de leur propre substance, lorsqu'on les remet en fusion. Boyle lui-même, convient que l'agitation continuelle pendant la calcination, est ce qui contribue le plus à augmenter l'action du feu sur les corps.

3°. L'Antimoine de M. Homberg ayant été mis en fusion au véritable foyer, perdit tout le poids acquis, & encore un huitième de son propre poids: or si c'étoit les particules de feu qui avoient augmenté son poids dans la calcination, comment se peut-il qu'il ait perdu ce poids au véritable foyer? un nouveau feu n'auroit-il pas dû produire au contraire une nouvelle augmentation? & n'est-il pas vraisemblable que le feu du foyer étant plus violent que celui auquel on l'avoit calciné, sépara les parties hétérogènes qui s'étoient unies au régule d'Antimoine pendant la calcination, & que c'étoit ces parties hétérogènes qui avoient augmenté son poids; car je ne vois nulle raison pour laquelle ce dernier feu étant

plus violent que le premier , n'auroit pas apporté une nouvelle augmentation de poids à ce régule , si le feu seul avoit été la cause de la première.

4°. Tous les Métaux en fusion perdent de leur poids ; & cependant la fusion est l'état dans lequel ils reçoivent la plus grande quantité de feu : ainsi si le feu augmentoit le poids des corps , il devroit augmenter considérablement celui des métaux en fonte ; mais au contraire leur poids diminue. On sent aisément que cette diminution de poids doit être attribuée aux parties que ce feu violent fait évaporer d'entre les pores de ces métaux , & à l'augmentation de leur volume ; mais il n'en est pas moins certain que la plus grande quantité de feu que ces métaux puissent recevoir , n'a point augmenté leur poids.

Examen & confirmation de l'expérience de M. Boërhave sur le poids du Fer enflammé.

5°. Le Fer de M. Boërhave , pendant qu'il étoit tout pétillant de feu , devoit contenir bien plus de particules ignées , que l'Antimoine de M. Homberg , qui avoit été calciné à 18 pouces du véritable foyer du miroir ; & cependant ce Fer tout imprégné de feu ne pesoit pas un grain de plus que lorsqu'il étoit entièrement froid. Je ne vois cependant aucune raison pour laquelle si le feu étoit pesant , il n'augmenteroit pas toujours le poids de tous les corps qu'il pénètre : je puis certifier que cette égalité de poids s'est retrouvée dans des masses de Fer depuis une livre jusqu'à 2000 livres , que j'ai fait peser devant moi toutes enflammés , & ensuite entièrement froides.

Autres expériences sur la pesanteur du feu.

6°. L'augmentation du poids des corps calcinés à travers le verre , est beaucoup moins considérable que celle des corps que l'on calcine en plein air ; cependant la même quantité de feu pénètre à travers le verre , puisqu'il produit le même effet sur les corps , & qu'il les calcine ; d'où peut donc venir cette différente augmentation de poids , lorsque la calcination se fait en plein air , ou lorsqu'elle se fait sous le verre , sinon de ce qu'il se joint alors moins de corps étrangers au corps calciné ?

7°. L'Antimoine devient rouge dans la calcination , & lorsqu'on

lorsqu'on le met en digestion dans de l'Esprit de Vin, il rend une teinture rougeâtre, & se trouve après du même poids qu'avant la calcination : donc cette couleur rougeâtre lui étoit venue des parties sulfureuses que le feu lui avoit unies pendant la calcination, puisqu'après s'être déchargé de cette teinture, il se retrouve du même poids qu'il avoit avant d'être calciné.

8°. M. Boyle, célèbre Anglois, est un des Philosophes qui a fait le plus d'expériences sur la pesanteur du Feu; & toutes concourent à l'établir.

Mais cependant tout son *Traité De Flammæ ponderabilitate*, prouve seulement que la flamme pèse, & que ses parties pénètrent à travers les pores du verre; mais cela ne conclut rien pour la pesanteur des parties élémentaires du Feu.

9°. Le même Boyle rapporte \* qu'une once de corne de Fer perdit au feu six ou sept grains de son poids, & qu'une once de Zinc \* y perdit cinq grains, & plus. \* Page 8.

10°. Du Charbon enfermé hermétiquement dans une boîte de Fer, & exposé pendant quatre heures à un feu très-violent, a diminué de 4 onces environ sur 4 livres, & j'ai été témoin de cette expérience.

M. Boulduc assure que l'Antimoine calciné dans un vase de terre, diminue de poids, bien-loin d'augmenter.

M. Hartsoëker, de son côté, ayant tenu de l'Etain pendant des heures entières, & du Plomb pendant plusieurs jours de suite dans le foyer d'un Verre ardent, ne trouva aucune augmentation dans le poids de ces métaux.

Le célèbre Boërhavé rapporte qu'ayant tenu du Plomb dans un fourneau de digestion pendant trois ans, à un feu de 84 degrés, & l'ayant exposé pendant quatre heures au feu de sable, le Plomb n'augmenta nullement de poids; cependant si les expériences varient, c'est une preuve certaine que ce n'est point le feu qui augmente le poids des corps, car s'il l'augmentoit une fois, il l'augmenteroit toujours. Mais si l'on attribue cette augmentation à l'intromission de quelques corps hétérogènes dans les pores des corps que l'on

exposé au feu, on conçoit aisément que les différentes circonstances de l'opération peuvent changer ces effets ; voilà pourquoi de toutes les expériences répétées sur le poids du feu, aucune n'est entièrement la même. L'augmentation que le même feu cause dans les mêmes corps est tantôt plus grande, tantôt moindre, comme on peut s'en convaincre en lisant les expériences de Boyle, ou en opérant soi-même ; ce qui prouve bien que ce n'est pas à une cause aussi invariable que le feu, qu'il faut attribuer l'augmentation du poids des corps.

11°. Si le feu tend vers le centre de la terre, il doit, près du Soleil, tendre vers le centre du Soleil : or comment cet énorme globe par la seule rotation sur son axe, pourroit-il envoyer ses rayons avec une si prodigieuse vitesse, non-seulement jusqu'à nous, mais jusqu'aux Etoiles fixes, s'ils lui résistoient par leur tendance vers son centre ? Il paroît donc que la propagation de la lumière seroit impossible, si le feu étoit pesant.

Si le feu pèse, son poids ne peut pas être sensible pour nous.

12°. Mais je crois de plus qu'il est démontré que si les rayons du Soleil, si le feu pèse, son poids ne peut se faire sentir à la grossièreté de nos instrumens ; & qu'ainsi toutes les expériences dans lesquelles on a cru le trouver pesant, ne doivent rien prouver.

Celle de M. Homberg dont j'ai parlé, fournit elle-même cette démonstration par le poids très-sensible dont il trouva son Antimoine augmenté : cette augmentation étoit environ d'un dixième, & même de beaucoup plus, si l'on fait attention que l'Antimoine avoit perdu la huitième partie de son poids par la fumée très-épaisse qu'il avoit rendu pendant la calcination, & que non-seulement le feu avoit augmenté son poids d'un dixième ; mais qu'il avoit encore suppléé au huitième perdu par l'évaporation.

Or tout le feu que le Soleil envoie sur tout notre hémisphère pendant une heure du jour le plus chaud de l'Été, doit peser à peine ce que M. Homberg suppose qu'il en étoit entré dans son régule d'Antimoine : en voici, si je ne me trompe, la démonstration.

On connoît la vîteffe des rayons du Soleil depuis les observations que Mrs. Huguens & Roëmer ont faites sur les Eclipses des Satellites de Jupiter; cette vîteffe est environ de 7 à 8 minutes pour venir du Soleil à nous : or, on trouve par le calcul, que si le Soleil est à 24000 demi-diametres de la Terre, il s'ensuit que la lumière parcourt en venant de cet Astre à nous, mille millions de pieds par seconde en nombres ronds; & un Boulet de Canon d'une livre de balle poussé par une demi-livre de Poudre, ne fait que 600 pieds en une seconde, ainsi la rapidité des rayons du Soleil surpasse en nombres ronds 1666600 fois celle d'un boulet d'une livre.

Démonstration de la proposition précédente, tirée de la vîteffe & des effets des rayons du Soleil.

Or l'effet de la force d'un corps étant le produit de sa masse par sa vîteffe \*, un rayon qui ne seroit que 1666600 moins pesant qu'un boulet d'une livre, feroit le même effet que le Canon, & un seul instant de lumière détruiroit tout l'Univers; & je ne crois pas que nous ayons de *minimum* pour assigner l'extrême tenuité d'un corps qui n'étant que 1666600 fois moins pesant qu'un boulet d'une livre, feroit de si terribles effets, & dont des millions de milliers passent à travers un trou d'épingle, pénètrent dans les pores d'un Diamant, & frappent sans cesse l'organe le plus délicat de notre corps sans le blesser, & même sans se faire sentir.

13°. La voie dont Mrs. Huguens & Roëmer se sont servis pour découvrir le mouvement de la lumière, & pour déterminer la vîteffe avec laquelle elle nous vient du Soleil, étant une voie de comparaison, il seroit très-possible, & il est même très-probable que les rayons perdent de leur vîteffe comme de leur quantité, par la réflexion, & que les différens corps réfléchissent la lumière avec plus ou moins de force, selon leur différente élasticité, ( de quelque façon que la réflexion s'opère; ) ainsi la lumière nous vient peut-être

\* Mais que seroit-ce encore si la force d'un corps étoit le produit de sa masse par le carré de sa vîteffe, comme M. Leibnitz, & de très-grands Philosophes l'ont prétendu, & comme on le croiroit encore, sans la façon admirable dont M. de Mairan a prouvé le contraire ?

beaucoup plus vite du Soleil & des Etoiles fixes, que de Jupiter : or si la vitesse étoit plus grande, il faudroit nécessairement, pour produire les mêmes effets, que sa masse fût encore moindre que je ne l'ai supposée dans le calcul précédent.

14°. L'expérience du trou d'épingle ( que l'on trouveroit bien admirable, si elle étoit moins commune, ) fournit elle seule une démonstration de l'excessive tenuité des rayons ; car regardez à travers ce trou pendant un jour entier, vous verrez toujours les mêmes objets, & aussi distinctement : donc il vient à chaque moment indivisible, des rayons de tous les points de ces objets, frapper votre rétine : or il faut de deux choses l'une, ou que ce ne soit pas les rayons du Soleil qui ayent augmenté le poids de l'Antimoine de M. Homberg, ou qu'il entrât pendant ce jour dans vos yeux plusieurs onces de feu, puisqu'il y entreroit plus de rayons qu'il n'en pouvoit être entré dans le régule d'Antimoine pendant sa calcination. Mais s'il entroit cette quantité de feu dans nos yeux en un jour, combien y en entreroit-il en une semaine, en un mois, &c. que deviendroit cette matière ignée, si elle étoit pesante ? Je crois donc qu'il est démontré en rigueur, par la façon dont nous voyons, par les phénomènes de la lumière, & par les loix primitives du choc des corps, que ( supposé que le feu pese, ce que je ne crois pas, ) nous ne pouvons nous appercevoir de son poids ; & que si tous les rayons que le Soleil envoie sur notre hémisphère pendant le plus long jour de l'Été, pesoient seulement 3 livres, nos yeux nous seroient inutiles, l'Univers ne pourroit soutenir un moment de lumière, tous les germes seroient détruits, & le poids de la Terre devoit être si considérablement augmenté par la lumière depuis qu'elle existe, que toute l'œconomie de cet Univers seroit intervertie.

Argument  
de M. Mus-  
schenbroek,  
en faveur de  
la pesanteur  
du feu.

15°. Le sçavant M. Musschenbroek fait en faveur de la pesanteur du Feu, un argument qui paroît très-fort. *Le Fer ardent que vous pesez, dit-il, vous le pesez dans l'air qui est un fluide : or le feu ayant augmenté le volume de ce Fer par la*

*raréfaction, il devoit peser moins dans l'air lorsqu'il est chaud, & que son volume est plus grand, que lorsqu'il s'est contracté par le froid, & que son volume est diminué; & vous ne trouvez le même poids dans le Fer refroidi, que parce que le feu avoit réellement augmenté le poids du Fer enflammé; car s'il ne l'avoit pas augmenté, vous auriez dû trouver votre Fer moins pesant lorsqu'il étoit tout rouge, que lorsqu'il étoit refroidi.*

Cet argument seroit invincible, si l'on étoit sûr qu'aucun autre corps que le feu ne se fût introduit dans le Fer enflammé; mais on est bien loin d'en être sûr : car s'il peut se mêler des corps étrangers aux corps calcinés par les rayons du Soleil, (le feu le plus pur que nous connoissons,) combien à plus forte raison pourra-t-il entrer de particules de bois ou de charbon dans les corps qu'on expose au feu ordinaire? Ainsi on sent aisément qu'en réfutant l'expérience de M. Homberg, j'ai compté réfuter celles des Boyle, des Lémery, & toutes celles enfin qu'on a faites sur les corps augmentés de poids par le feu; cette augmentation que le feu d'ici-bas cause dans les corps, devoit même être fort sensible par la quantité de particules hétérogènes qu'il doit introduire dans leurs pores; & elle n'est imperceptible dans quelques-uns, que parce qu'ils perdent beaucoup de leur propre substance par l'action du feu, & que leur pesanteur spécifique diminue par la raréfaction.

Réponse  
à cet argu-  
ment.

16°. Une réflexion très-singulière, c'est que nous voyons le plus petit grain de sable, & que nous ne voyons point les rayons du Soleil, quelque denses qu'ils soient, à moins qu'ils ne soient réfléchis par quelque corps. Vous voyez un rond lumineux au foyer du Verre ardent, quand vous recevez ses rayons sur une carte; mais la pointe du cône lumineux qui va se réunir sur cette carte, & la consumer, est entièrement invisible à vos yeux : or si le cône lumineux entier du Verre ardent pesoit autant que le plus petit grain de sable, nous le devrions voir. Donc, &c.

17°. Les espaces célestes sont remplis de lumière : or il faut, ou que la lumière ne soit pas un corps solide, ou que



les particules soient d'une finesse qui doit soustraire leur poids à nos recherches : car si la lumière apportoit la moindre résistance au mouvement des corps célestes, on s'apercevrait des dérangemens causés par cette résistance : donc le Feu ne pese point, ou s'il pese, il est impossible que son poids soit jamais sensible pour nous, puisqu'il ne dérange pas sensiblement l'œconomie de notre monde planétaire dont il remplit tous les espaces.

## VII.

*Quelles sont les propriétés propres & distinctives du Feu.*

Le feu tend  
naturelle-  
ment en en-  
haut.

Mais si après avoir examiné les expériences de la pesanteur du Feu, on vient à considérer la nature & les propriétés distinctives de cet être, on ne peut s'empêcher de reconnoître que loin d'avoir cette tendance vers le centre de la terre, que l'on remarque dans les autres corps, il fuit au contraire toujours ce centre, & que son action se porte naturellement en en-haut.

L'Académie de Florence a découvert cette tendance du Feu en en-haut, par une expérience qui ne permet plus aux Philosophes de se méfier de leurs sens, quand ils voyent la flamme monter, & l'action du feu se porter toujours en haut.

Deux Thermometres, l'un droit, & l'autre renversé, ayant été mis dans un tube de Verre, & deux globes de Fer, rouges & égaux, approchés à égale distance de ce tube, le Thermometre qui étoit droit, haussa sensiblement plus que celui qui étoit renversé. Je ne rapporte point le procédé de cette expérience, ni les autres circonstances qui l'accompagnent, on peut la voir dans les *Tentamina Florentina*; mais toutes ces circonstances concourent à prouver que le feu tend naturellement en haut, loin d'avoir aucune tendance vers le centre de la terre.

Cette tendance du feu en haut, loin de détruire l'équilibre auquel il tend par sa nature, est un effet de cette propriété

## ET LA PROPAGATION DU FEU. 111

qui le porte à se répandre également dans tout l'espace ; il tend sans cesse à se dégager des pores des corps, & à se répandre en haut où il n'y a point d'atmosphère, & où il peut s'étendre également de tous côtés sans obstacle : car l'atmosphère contribue infiniment à la chaleur dans laquelle nous vivons, ainsi que le froid qu'il fait sur les hautes montagnes le prouve.

Une expérience bien simple, & que j'ai répétée souvent, prouve encore cette tendance du feu en haut.

Si vous mettez une assiette ou une planche sur un de ces grands cylindres de Verre, qui servent l'Été à couvrir les bougies, & que vous laissiez une bougie allumée sous ce cylindre couvert, il est certain que la chaleur de la flamme doit à tout moment raréfier l'air renfermé dans ce verre : donc si la flamme montoit par sa seule légèreté spécifique, (comme on le prétend,) on la devrait voir à tout moment s'arrondir & perdre sa figure conique, puisque cet air renfermé dans le cylindre, se raréfie à chaque instant; mais c'est ce qui n'arrive point : la flamme conserve cette figure conique jusqu'au moment auquel elle s'éteint, & lorsqu'elle est très-diminuée de hauteur, & prête à s'éteindre, on voit toujours sa pointe tendre en en-haut.

La cause de ce phénomène est que la flamme de cette bougie contient assez de feu pour qu'il puisse s'opposer à la tendance naturelle de cette flamme vers le centre de la terre, & qu'il la fait monter alors par cette supériorité de force, indépendamment de la pesanteur spécifique de l'air ; il ne ferait peut-être pas le même effet sur toutes les flammes ; car il y en a qui contiennent bien moins de particules de feu l'une que l'autre.

Pourquoi la flamme monte dans un air très-raréfié.

La légèreté spécifique de la flamme est assurément une des causes qui fait qu'on ne la voit jamais tendre en embas ; c'est aussi cette légèreté spécifique qui fait monter la fumée : mais les particules de feu que la flamme & la fumée contiennent, contribuent à cette tendance en en-haut.

La fumée qui est la même chose que la flamme, descend

Pourquoi la fumée descend dans le vuide.

*Tentamina Florentina.*

dans le vuide, parce qu'elle est composée des particules que le feu a détachées des corps; & que ces particules, quoique très-légères, ont cependant la tendance de la matière vers le centre de la terre: donc la résistance de l'air étant ôtée, & la pesanteur de ces particules surpassant la force du feu, elles doivent tendre en embas; mais si vous augmentez la quantité du feu, en approchant un charbon du récipient, alors la fumée monte par cette supériorité du feu.

Si le feu tendoit vers le centre de la terre, comme les corps que nous connoissons, ses parties tendroient à s'unir comme les leurs: car la même raison, (quelle qu'elle puisse être,) qui fait que de deux gouttes d'eau qui se touchent il ne s'en forme qu'une; que deux Marbres posés l'un sur l'autre, ne peuvent être séparés qu'avec peine, &c. (& tous ces effets s'opèrent dans le vuide;) cette même cause, dis-je, feroit que toutes les parties du feu tendroient toutes l'une vers l'autre, & qu'elles s'uniroient quelquefois: or si elles s'unissoient, leur masse augmenteroit, & leur masse étant augmentée, les effets qu'elles causeroient le seroient infailliblement: aussi on sent aisément par tout ce que je viens de dire, les dérangemens qui résulteroient de cette adunation des particules de feu: or aucun de ces dérangemens n'arrive; les effets du feu & de la lumière sont toujours les mêmes; donc les particules de feu ne s'unissent pas: & cependant leur adunation seroit inévitable, si le feu étoit pesant; donc il est absolument nécessaire que le feu soit privé de cette propriété de la matière que nous appellons *pesanteur*, & que ses parties aient la même tendance à se fuir, que les autres corps ont à s'unir; ainsi cette tendance du feu *quaquaversum* est non-seulement la propriété distinctive, mais elle est essentielle à la constitution & à la conservation de l'Univers; c'est par elle que le feu raréfie tous les corps, & qu'il s'oppose à leur adunation; c'est elle enfin qui constitue son essence.

Les parties constituan-tes du feu ont une tendance à se fuir.

La matière subtile de Descartes est justifiée par la nature du feu.

La matière subtile de Descartes, qui n'augmentoît point le poids des corps, se trouve justifiée par la nature du Feu. Descartes eût trop humilié les autres hommes, s'il se fût contenté

contenté d'observer la Nature, & qu'il n'eût imaginé jamais.

M. Geoffroy a fait une expérience dans laquelle on voit à l'œil l'effort que le feu fait sur les corps pour écarter leurs particules les unes des autres. Cet habile Académicien rapporte qu'ayant fait fondre du Fer au Miroir ardent, & ayant ramassé les étincelles qu'il jettoit, il trouva que c'étoit autant de petits globes de fer creux : avec quelle force le feu n'avoit-il pas dû s'opposer à la tendance mutuelle des parties de ce fer, puisqu'il les avoit écartées à ce point ?

Le Feu est donc l'antagoniste perpétuel de la pesanteur, loin de lui être soumis ; & il la combat avec une force si puissante, que s'il n'y avoit pas des atomes solides dans l'Univers, des particules physiquement indivisibles, tout se dissiperait par l'action du feu, les seuls élémens des corps lui résistent ; ainsi tout est dans la Nature dans de perpétuelles oscillations de dilatation & de contraction par l'action du feu sur les corps, & la réaction des corps qui s'opposent à l'action du feu par la tendance de leurs parties les unes vers les autres ; & nous ne connoissons point de corps parfaitement durs, ( si ce n'est les élémens, ) parce que nous n'en connoissons point qui ne contienne du feu, & dont les parties soient dans un parfait repos : ainsi les anciens Philosophes qui nioient le repos absolu, étoient assurément plus sensés, peut-être sans le sçavoir, que ceux qui nioient le mouvement.

Sans cette action & cette réaction perpétuelle du feu sur les corps, & des corps sur le feu, toute fluidité, toute mollesse seroit détruite ; & si la matière étoit privée un moment de cet esprit de vie qui l'anime, de ce puissant agent qui s'oppose sans cesse à l'entière adunation des corps, tout seroit compact dans l'Univers, & il seroit bientôt détruit. Ainsi non-seulement les expériences ne démontrent point la pesanteur du feu ; mais vouloir que le feu soit pesant, c'est détruire sa nature, c'est lui ôter sa propriété la plus essentielle, celle par laquelle il est un des premiers ressorts du Créateur ; c'est enfin anéantir son essence, & la fin pour laquelle le Créateur l'a créé.

Le feu est l'antagoniste de la pesanteur, loin d'y être soumis.

Point de repos dans la Nature.

Le feu conserve & vivifie tout dans l'Univers.

Le feu est également répandu partout.

Tous les corps dans un même air, contiennent également de feu. Le feu est répandu non selon les masses, mais selon les espaces.

Un autre attribut du Feu qui paroît encore n'appartenir qu'à lui, c'est d'être également distribué dans les corps. Les hommes ont dû être long-tems sans doute à se persuader de cette vérité. Nous sommes portés à croire que le Marbre est plus froid que la Laine, nos sens nous le disent, & il a fallu pour nous détromper, que nous créassions, pour ainsi dire, un être pour juger du degré de chaleur répandu dans les corps; cet être, c'est le Thermometre, c'est lui qui nous a appris que les matières les plus compactes & les plus légères, les plus spiritueuses & les plus froides, le Marbre & les Cheveux, l'Eau & l'Esprit de Vin, le Vuide & l'Or, tous les corps enfin, (excepté les Créatures animées,) contiennent dans un même air la même quantité de feu. Il suit de cette propriété du Feu, 1°. Que tous les corps sont également chauds dans le même air, puisqu'ils font tous le même effet sur le Thermometre. 2°. Que le feu est distribué non selon les masses, mais selon les espaces, puisque l'Or & le Vuide n'en contiennent pas plus l'un que l'autre. 3°. Qu'il n'y a aucun corps qui attire le feu plus qu'un autre, ni qui puisse en retenir une plus grande quantité, puisque dans un même air l'Esprit de Vin n'est pas plus chaud que l'Eau, & qu'ils se refroidissent au même degré.

L'Esprit de vin ne contient pas plus de feu que l'eau.

Si nos sens nous disent que la Laine contient plus de feu que le Marbre, notre raison semble nous dire que l'Esprit de Vin en contient plus que l'Eau; il refracte davantage la lumière, le plus petit feu l'enflamme, il se consume entièrement, il ne se gele jamais; enfin cette liqueur paroît toute ignée, sur-tout lorsqu'elle est devenue alcohol par la distillation; cependant malgré tous ces Phénomènes, le Thermometre décide pour l'égalité; & effectivement on ne voit pas comment l'Esprit de Vin pourroit contenir plus de feu que les autres corps, sans que le Thermometre nous en fit appercevoir; on ne peut dire que c'est parce que cette plus grande quantité de feu est en équilibre avec les parties de l'Esprit de Vin, comme une moindre quantité de feu est en équilibre avec celles de l'Eau, & que quand

l'action & la réaction sont égales, c'est comme s'il n'y avoit point d'action. Car on supposeroit une chose entièrement contraire à tout ce que nous connoissons de l'action du feu sur les corps, & de la réaction des corps sur le feu; les corps ne résistent à l'action du feu que par leur masse, ou par la cohérence de leurs parties : or l'Esprit de Vin est de tous les liquides celui qui pese le moins, ( si vous en exceptez l'air, ) & dont les parties paroissent les moins cohérentes; l'alcool, qui est encore plus léger que l'Esprit de Vin, est cependant encore plus inflammable que lui; ainsi plus on considère le feu comme un corps qui agit selon les loix du choc sur les autres corps, moins on trouvera vraisemblable que le corps le plus léger soit de tous les corps celui qui résiste le plus à cette action du feu. Donc il faut convenir que le feu est distribué également dans tout l'espace, sans égard aux corps qui le remplissent. Si l'Esprit de Vin rompt plus la lumière que des liquides plus denses, s'il ne se gele jamais, cela dépend vraisemblablement de la contexture & de la disposition de ses pores, & nullement d'une plus grande quantité de feu contenue dans sa substance; & s'il s'enflamme plus aisément, c'est qu'il contient plus de *pabulum ignis*, & que ses parties sont aisément séparées.

Le Marbre nous paroît plus froid que la Laine, parce qu'étant plus compact, il touche notre main en plus de points, & qu'il prend par conséquent d'autant plus de notre chaleur; ainsi malgré nos sens, & malgré quelques apparences, nous sommes forcés de reconnoître cette égale distribution du feu dans tous les corps.

Le froid artificiel que Faheinrhest a trouvé le moyen de produire, & qui fait baisser le Thermometre à 72 degrés au-dessous du point de la congélation, prouve que dans les plus grands froids que nous connoissons, aucun corps n'est privé du feu, & qu'il habite en tous, & en tout tems.

Cette distribution égale du feu dans tous les corps, ce phénomène de l'équilibre auquel il tend par sa nature, dont on a été si long-tems sans s'appercevoir, nous étoit

Le feu tend  
par sa nature  
à l'équilibre.

pendant indiqué par mille effets opérés par le feu, qui sont sans cesse sous nos yeux, & auxquels on ne faisoit aucune attention.

Preuves.

1°. Toutes les parties d'un corps quelconque s'échauffent également, pourvu que le feu ait le tems de le pénétrer : or si le feu ne tendoit pas à l'équilibre par sa nature, il est à croire qu'il trouveroit dans ce corps des parties dans lesquelles il pénétreroit plus facilement que dans les autres, ainsi il seroit inégalement échauffé ; mais c'est ce qui n'arrive pas : Donc, &c.

2°. Un corps tout pétillant de feu, auquel on applique un corps froid, perd de sa chaleur jusqu'à ce qu'il ait communiqué à cet autre corps une quantité de feu qui rétablisse l'équilibre entr'eux.

3°. L'Huile de Tartre par défaillance, qui nous paroît si ignée, & l'Huile de Térébenthine distillée, qui garantit nos corps du froid, & qui nous paroît si chaude, ne le sont pas plus par elles-mêmes que l'Eau pure ; car étant mêlées avec de l'Eau, elles ne changent rien à sa température : ce qui prouve que l'effervescence que quelques liqueurs font avec l'Eau, ne vient pas de ce que ces liqueurs contiennent plus de feu qu'elle.

Je parlerai de ces mélanges dans la seconde Partie de cet Ouvrage.

Cette tendance du feu à l'équilibre, est la cause de l'échauffement & du refroidissement des corps.

4°. Cette tendance du feu à l'équilibre paroît être la cause de l'échauffement des corps ; car sans cette indifférence du feu pour une espèce quelconque, il est difficile d'imaginer comment tous les corps pourroient s'échauffer si facilement ; mais cette tendance du feu *quaquaversum* fait qu'il est aisé de la rassembler, & que peu de chose suffit pour rompre son équilibre, de même que le moindre poids fait pancher une balance bien juste.

Cette égale distribution de feu semble être encore l'unique cause du refroidissement des corps échauffés ; car on ne voit nulle raison pour laquelle le Fer tout imprégné de feu, n'en retiendroit pas quelques particules dans sa substance.

ni pourquoi aucun corps n'exhale tout le feu qu'il contient ; l'équilibre du feu donne la clef de toutes ces énigmes ; car cet équilibre demande que tous les corps en contiennent une certaine quantité déterminée. C'est encore cette tendance à l'équilibre , qui fait que l'Huile & l'Esprit de Vin , ces liqueurs si spiritueuses , se refroidissent après l'ébullition au même degré que l'Eau ; car comment l'air pourroit-il leur ôter la chaleur qu'elles acquièrent en bouillant , si le feu par lui-même ne tendoit à rétablir l'équilibre entre tous les corps , dès que la cause qui l'avoit rompu vient à cesser ? Les corps se refroidissent également dans le Vuide & dans l'Air ; or si le feu ne tendoit pas à l'équilibre , on ne voit aucune raison pour laquelle les corps se refroidiroient dans le Vuide.

5°. Le même feu qui fond l'Or & les Pierres au foyer du Miroir ardent , répand dans l'air une chaleur qui nous est à peine sensible , parce que l'air ne s'oppose pas à l'équilibre du feu comme l'Or & les autres corps , qui , par leur solidité , le retiennent quelque tems dans leurs pores. C'est encore pourquoi le feu du Soleil raréfie l'air supérieur sans l'échauffer sensiblement ; car la pression de l'atmosphère n'opposant plus sa résistance au feu , il s'étend sans obstacle , & n'est plus rassemblé en assez grande quantité , pour que nous nous appercevions de sa chaleur ; la nécessité de cette pression de l'atmosphère , par la chaleur du feu , se fait voir sensiblement dans l'Eau , qui acquiert un plus grand degré de chaleur en bouillant , à proportion de la plus grande pesanteur de l'atmosphère.

6°. Une preuve de cette indifférence du feu pour tous les corps quelconques , c'est que l'air d'ici-bas , qui est composé de toutes les parties hétérogènes qui se mêlent à lui par les exhalaisons , n'est pas plus échauffé par un même feu dans une partie que dans une autre.

7°. Le Thermometre de l'Esprit de Vin , qui est composé d'une liqueur très-spiritueuse , baisse dans les fermentations froides , & hausse dans les chaudes : pourquoi cela ? sinon



parce que dans les unes il donne de sa chaleur aux corps qui fermentent, & que dans les autres il prend de la leur; ce qui n'arriveroit pas si le feu ne tendoit à se répandre également dans tous les corps.

Une des propriétés inhérentes & distinctives du feu, est donc d'être également répandu dans tout l'espace, sans aucun égard aux corps qui le remplissent, & de tendre à rétablir l'équilibre entr'eux, dès que la cause qui l'a rompu vient à cesser.

Le feu a reçu le mouvement du Créateur.

Il est incapable par sa nature, d'un repos absolu.

Il paroît très-vraisemblable que le Feu a reçu du Créateur une portion de mouvement, ainsi que la matière, & qu'il est capable de plus ou moins de mouvement, selon que les corps lui résistent plus ou moins, ou que sa puissance est excitée par le frottement, mais que le repos absolu est incompatible avec sa nature; la direction de ce mouvement imprimé au feu tend également en tous sens; & c'est le feu qui imprime cette espèce de mouvement à la matière, dont toutes les parties internes sont, par cette action, dans un mouvement continuel; c'est ce mouvement qui est la cause de l'accroissement & de la dissolution de tout ce qui existe dans l'Univers; ainsi le feu est, pour ainsi dire, l'âme du monde, & le souffle de vie répandu par le Créateur sur son ouvrage.

Comment le feu n'étant point matière, peut cependant se mouvoir.

Si on me demande comment le feu, s'il n'est point matière, peut se mouvoir, je répondrai que je ne sçai guères mieux comment un corps se remue, & que de plus, s'il y a des substances immatérielles, il faut bien qu'elles soient dans l'espace: or je ne vois pas pourquoi elles ne se remueroient pas dans cet espace où elles sont. Je n'ai pas d'idée bien nette, à la vérité, de leur mouvement, parce que je n'en ai pas de leur nature, & qu'il n'appartient vraisemblablement pas à mon être de la connoître parfaitement: or tout ce que je dis sur cela de la substance immatérielle, je le dirai du feu.

## VIII.

*Conclusion de la première Partie.*

Je conclus de tout ce que j'ai dit :

1°. Que la lumière & la chaleur font deux effets très-différens & très-indépendans l'un de l'autre, & que ce sont deux façons d'être, deux modes, deux attributs de l'être que nous appellons *Feu*.

2°. Que l'effet le plus universel de cet être, celui qu'il opère dans tous les corps, & dans tous les lieux, c'est de raréfier les corps, d'augmenter leur volume, & de les séparer jusques dans leurs parties élémentaires, quand son action est continuée.

3°. Que le feu n'est point le résultat du mouvement, que c'est une substance simple, que rien ne produit, qui ne se forme de rien, & qui ne se change en rien.

4°. Que le feu a quelques-unes des propriétés primordiales de la matière, son étendue, sa divisibilité, &c.

5°. Que l'impénétrabilité du feu n'est pas démontrée, & que supposé qu'il soit impénétrable, il ne l'est peut-être pas de la même façon que la matière.

6°. Que le feu n'est point pesant, qu'il ne tend point vers un centre, comme tous les autres corps.

7°. Qu'il seroit impossible, (supposé même qu'il pesât,) que nous pussions nous appercevoir de son poids.

8°. Que le feu a plusieurs propriétés distinctives qui lui sont propres, outre celles qui lui sont communes avec la matière.

9°. Qu'une de ses propriétés, c'est de n'être déterminé vers aucun point, & de se répandre également; & que ses parties ont la même tendance à fuir, que celles des autres corps ont à s'unir.

10°. Que c'est par cette propriété qu'il s'oppose sans cesse à l'adunation des corps, & que c'est par elle enfin

120 DISSERTATION SUR LA NATURE  
qu'il est un des ressorts du Créateur, dont il vivifie & con-  
serve l'ouvrage.

11°. Que c'est le feu qui imprime à la matière le mou-  
vement *quaquaversum*, & que cette espèce de mouvement a  
été donnée au feu par le Créateur.

12°. Que le feu est susceptible de plus ou de moins dans  
son mouvement; mais que le repos absolu est incompatible  
avec sa nature.

13°. Que sa nature est de tendre à l'équilibre, qu'il est  
également répandu dans tout l'espace, & que dans un même  
air tous les corps contiennent une égale quantité de feu  
dans leur substance, si l'on en excepte les créatures qui ont  
reçu la vie.

14°. Que le feu enfin est un être d'une nature mitoyenne;  
qu'il n'est ni esprit, ni matière, ni espace, & qu'il existe  
peut-être une infinité d'êtres dans l'Univers, qui sont très-  
différens de ceux que nous connoissons.

Après avoir examiné la nature du Feu & ses propriétés;  
il me reste à examiner les loix qu'il suit, lorsqu'il agit sur  
les corps d'une façon qui nous est sensible.



S E C O N D E

S E C O N D E P A R T I E.

*De la Propagation du Feu.*

I.

*Comment le Feu est distribué dans les corps.*

LE Feu est distribué ici-bas de deux façons différentes :

1°. Egalement dans tout l'espace , quels que soient les corps qui le remplissent , lorsque la température de l'air qui les contient est égale.

2°. Dans les créatures qui ont reçu la vie , lesquelles contiennent plus de feu que les Végétaux , & les autres corps de la Nature.

Le feu étant répandu par-tout , exerce son action sur toute la Nature ; c'est lui qui unit & qui dissout tout dans l'Univers.

Le feu agit sur toute la Nature.

Mais cet être dont les effets sont si puissans dans nos opérations , se dérobe à nos sens dans celles de la Nature ; & il a fallu des expériences bien fines , & des réflexions très-profondes pour nous découvrir l'action insensible que le feu exerce dans tous les corps.

Si l'équilibre que le feu affecte , n'étoit jamais interrompu , ni dans nous-mêmes , ni dans les corps qui nous entourent , nous n'aurions aucune idée du froid , ni du chaud , & nous ne connoîtrions du feu que sa lumière.

Mais comme il est impossible que l'Univers subsiste , sans que cet équilibre soit à tout moment rompu , nous sentons presque à chaque moment les vicissitudes du froid & du chaud , que l'altération de notre propre température , ou celle des corps qui nous environnent nous font éprouver.

L'action du feu , lorsqu'elle se cache , ou lorsqu'elle se manifeste à nous , peut être comparée à la force vive & à la force morte ; mais de même que la force du corps est sensiblement arrêtée sans être détruite , aussi le feu conserve-t-il

## 122 DISSERTATION SUR LA NATURE

dans cet état d'inaction apparente, la force par laquelle il s'oppose à la tendance des corps les uns vers les autres ; & le combat perpétuel de cet effort du feu , & de la résistance que les corps lui opposent , produit presque tous les Phénomènes de la Nature.

Ainsi on peut considérer le feu dans trois états différens, qui résultent de la combinaison de ces deux forces.

1°. Lorsque l'action du feu sur les corps, & la réaction des corps sur lui sont en équilibre ; alors c'est comme s'il n'y avoit point d'action, & les effets du feu nous sont insensibles.

2°. Lorsque cet équilibre est rompu, & que la résistance des corps l'emporte sur la force du feu ; alors les corps se condensent, une partie du feu qu'ils contiennent est obligée de les abandonner, & ils nous donnent la sensation du froid.

3°. Enfin, lorsque l'action du feu l'emporte sur la réaction des corps ; alors les corps s'échauffent, se dilatent, deviennent lumineux, selon que la quantité du feu qu'ils reçoivent dans leur substance est augmentée, ou que la force de celui qu'ils y renferment naturellement est plus ou moins excitée. Si cette puissance du feu passe de certaines bornes, les corps sur lesquels il l'exerce se fondent ou s'évaporent ; dans ce cas le feu n'ayant plus d'antagoniste, force par sa tendance *quaquaversum*, les parties des corps à se fuir, à s'écarter l'une de l'autre de plus en plus, jusqu'à ce qu'enfin il les ait entièrement séparées.

La force répulsive des corps, n'est autre chose que l'action du feu.

De grands Philosophes considérant avec quelle force les parties des corps s'éloignent l'une de l'autre dans l'évaporation, ( puisque la vapeur qui sort de l'eau bouillante augmente son volume jusqu'à 14000 fois, ) ont supposé dans les particules des corps une vertu répulsive, par laquelle, quand elles sont hors de la sphere d'activité de la force, ( quelle qu'elle soit, ) qui les fait tendre vers leur centre commun, elles s'écarterent, & se fuyent, pour ainsi dire ; mais cette vertu répulsive pourroit bien n'être autre chose que l'action que le feu exerce sur eux, cette action acquiert d'autant plus de force que ces particules s'éloignent davantage de la sphere

de leur tendance mutuelle ; ainsi de ces deux forces combinées, *la tendance vers un centre, & l'effort que fait le feu pour s'y opposer*, résultent tous les assemblages & toutes les dissolutions de l'Univers, la tendance des corps les uns vers les autres, les unissant, les comprimant, les connectant, &c. & le feu au contraire les écartant, les séparant, les raréfiant, &c.

Il faut donc examiner les différens effets qui résultent des combinaisons de ces deux pouvoirs.

II.

*Des causes de la chaleur des corps.*

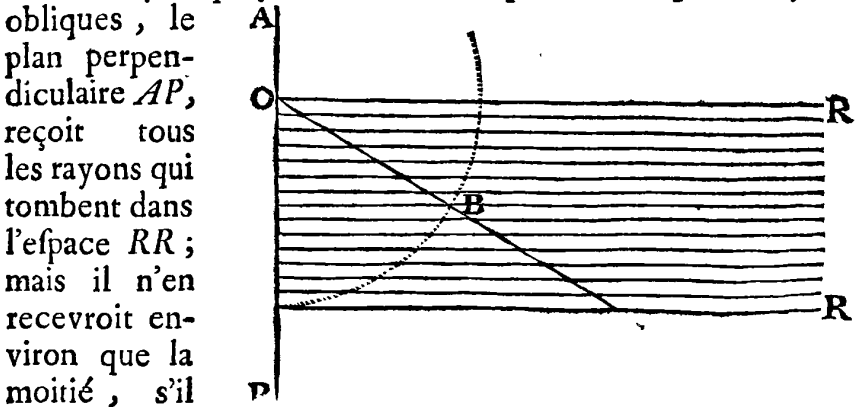
Un corps s'échauffe, ou parce qu'il reçoit plus de feu dans ses pores, ou parce que celui qui y est renfermé, reçoit un nouveau mouvement, & par conséquent une nouvelle force.

Il me semble qu'on peut rapporter les différentes causes qui peuvent produire ces deux effets sur les corps, à deux principales.

La première est la présence du Soleil, & la direction des rayons qu'il nous envoie ; les corps reçoivent par la présence du Soleil, un nouveau feu dans leurs pores, & ils en reçoivent d'autant plus que l'incidence de ses rayons est plus perpendiculaire.

Deux causes de la chaleur des corps.

Car les rayons perpendiculaires sont plus denses que les rayons obliques, le



plan perpendiculaire *AP*, reçoit tous les rayons qui tombent dans l'espace *RR* ; mais il n'en recevoit environ que la moitié, s'il

Q ij

124 DISSERTATION SUR LA NATURE  
moins que sa position seroit plus oblique : donc puisque  
le même espace reçoit plus de rayons, il doit être plus  
échauffé.

La seconde cause qui manifeste le feu, & qui interrompt  
l'équilibre auquel il tend, c'est l'attrition des corps les uns  
contre les autres. Toutes les façons dont le feu d'ici-bas peut  
être excité, ne sont que des modifications de cette cause,  
de même que tous nos sens ne sont qu'un tact diversifié.

Comment  
les premiers  
hommes ont  
connu le  
feu.

C'est peut-être cette attrition des corps qui a fait con-  
noître le feu aux premiers hommes. L'embrasement de quel-  
ques forêts, que l'agitation de leurs branches aura produit,  
ou le choc de deux cailloux, leur auront fait connoître cet  
être qui les animoit, & dont ils ne soupçonnoient pas même  
l'existence.

Ainsi les premiers hommes auront pû voir long-tems la  
lumière du Soleil, & sentir sa chaleur; ils auront pû éprou-  
ver les vicissitudes du froid & du chaud causées par la santé  
& la maladie, sans avoir aucune idée du feu; c'est-à-dire, de  
cet être que nous avons le pouvoir d'exciter, & pour ainsi  
dire de créer : car le premier feu que les hommes ont pro-  
duit, a dû leur paroître une création véritable.

La Nature ayant laissé deviner aux hommes le secret du  
feu, ils auront dû être encore long-tems sans se douter que  
les rayons du Soleil, & le feu qu'ils allument, fussent de la  
même nature; il a fallu que l'invention admirable des Verres  
brûlans leur ait appris que ce Soleil, dont le retour leur  
apporte la santé, & rajeunit toute la Nature, avoit la vertu  
de tout détruire, comme de tout vivifier; & que l'effet de  
ses rayons, lorsqu'ils sont rassemblés, surpasse de beaucoup  
ceux du feu d'ici-bas.

### III.

#### *Du Feu produit par le frottement.*

Cette seconde cause, qui décèle le feu, agit d'autant plus  
puissamment, que les corps que l'on frotte s'appliquent plus

immédiatement l'un contre l'autre ; ainsi trois choses peuvent augmenter l'effet que le feu produit par l'attrition.

- 1°. La masse des corps.
- 2°. Leur élasticité.
- 3°. La rapidité du mouvement.

La masse des corps fait que leurs parties se touchent en plus de points ; c'est pourquoi un fluide , ou quelque matière onctueuse interposée entre deux , diminue beaucoup la chaleur qu'ils conçoivent par le frottement : car ce fluide s'oppose au contact immédiat de ces corps en se glissant entr'eux ; c'est en partie pour cette raison que l'on graisse les moyeux des roues.

L'élasticité des corps fait que les oscillations de contraction & de dilatation que le frottement excite en eux , se communiquent jusqu'à leurs parties les plus insensibles , & que par conséquent le feu retenu dans leurs pores , acquiert un plus grand mouvement.

Enfin la rapidité du mouvement de ces corps augmente cette action du feu ; car toute cause produit des effets d'autant plus grands , qu'elle est plus souvent & plus continuellement appliquée.

Ainsi la production du feu , par le frottement , suit les loix générales du choc des corps , puisqu'elle dépend de la masse & de la vitesse , quoique peut-être dans une proportion qui n'est pas assignable , par les changemens que la différente texture des parties internes des corps y doit apporter.

La production du feu par le frottement , suit les loix du choc.

L'attrition ne fait que déceler le feu que les corps contiennent dans leur substance ; alors cette balance établie par le Créateur entre la puissance du feu & la tendance des parties des corps vers leur centre , n'est plus en équilibre , & cette supériorité de force , que le feu acquiert par l'augmentation de son mouvement , se manifeste par la chaleur des corps que l'on frotte , & quelquefois par leur embrasement. Cet effet n'est point produit par l'air , comme quelques-uns l'ont prétendu , puisqu'il s'opère dans le vuide.

L'attrition ne produit point le feu , mais elle le décèle.

Les corps les plus élastiques étant ceux qui s'échauffent le



Les fluides s'échauffent très-difficilement par le frottement.

plus par le frottement, cette cause doit produire peu d'effet sur les fluides, & elle en produit d'autant moins, qu'ils sont moins élastiques; c'est pourquoi l'eau pure s'échauffe très-difficilement par le mouvement seul, ses parties échappant par leur liquidité aux frottemens nécessaires pour mettre en action le feu retenu dans ses pores; mais l'air au contraire, qui est très-élastique, s'échauffe très-sensiblement par l'attrition; car lorsque les fluides s'échauffent, soit par l'agitation ou par la mixtion, ils ne s'échauffent que par le frottement de leurs parties insensibles.

L'attrition est le moyen le plus puissant pour exciter le feu.

L'attrition des corps est en même-tems la plus universelle & la plus puissante cause pour exciter la puissance du feu; les effets qui sont pour nous le dernier période de sa puissance, & que le plus grand Miroir ardent n'opère que par un tems choisi, la percussion les produit en tout tems, & en tout lieu, dans le vuide, comme dans le plein, par la gelée la plus forte, comme par le tems le plus chaud: car si vous frappez fortement une pierre contre un morceau de fer, il en sort, en quelque tems que ce soit, des étinçelles, qui, étant reçues sur un papier, se trouvent autant de petits globes de verre produits par la vitrification de la pierre ou du métal, & peut-être de tous les deux ensemble: c'est là sans doute un des plus grands miracles de la Nature, que le feu le plus violent puisse être produit en un moment par la percussion des corps les plus froids en apparence.

En examinant les effets du feu sur les corps, on va de miracles en miracles. Nous venons de voir comment la percussion augmente la puissance du feu en augmentant son mouvement; voyons à présent comment le feu agit sur les corps, lorsqu'ils en reçoivent une nouvelle quantité dans leur substance,

#### IV.

#### *De l'action du Feu sur les Solides.*

**Le Feu raréfie tous les corps; c'est une vérité que l'on a**

tâché d'établir dans la première Partie de cet Ouvrage. Les fluides , les solides , tous les corps enfin sur lesquels on a opéré jusqu'à présent , éprouvent cet effet du feu ; & tous les autres effets qu'il opère sur eux , ne sont que les différens degrés de cette raréfaction.

Je vais commencer par examiner les progrès & les bornes de cet effet du feu dans les solides.

Cette dilatation n'étend pas les corps seulement en longueur , mais selon toutes leurs dimensions ; & cela doit être ainsi , puisque l'action du feu se porte également de tous côtés ; ainsi un Cylindre de cuivre ne passe plus , lorsqu'il est chaud , à travers le même anneau qui le transmettoit avant d'être échauffé.

*Le feu étend les corps selon toutes leurs dimensions.*

Un Philosophe de nos jours , qui joint l'adresse de la main aux plus grandes lumières de l'esprit , a porté cette découverte à sa dernière perfection , par l'invention d'un instrument qui nous fait voir la  $\frac{1}{111000}$ .<sup>c</sup> partie d'un pouce dans l'augmentation du volume des corps ; ainsi la plus petite différence qui puisse être sensible pour nous , tombe sous nos yeux par le moyen du Pyrometre. Cet instrument admirable nous a appris :

1°. Que la Craie blanche elle-même , que l'on croyoit être exceptée de cette règle générale de la dilatation , y est soumise , & qu'il ne nous manque vraisemblablement que des instrumens , & des yeux assez fins , pour nous appercevoir de celle du Sable , des rayons de la Lune , & de tous les autres corps.

*Tous les solides se dilatent.*

2°. Que cette dilatation des corps est plus grande dans les plus légers , & moindre dans ceux qui ont plus de masse ; mais elle ne suit ni la raison directe de la masse , ni celle de la cohérence des parties , ni une raison composée des deux , mais une raison inassignable : car cet effet du feu sur les corps dépend de leur fabrique interne , que nous ne découvrirons vraisemblablement jamais.

*La raison que suit cette dilatation , est inconnue.*

3°. Que cette expansion des corps ne suit point non plus la quantité du feu ; il est bien vrai que plus le feu augmente ,

## 128 DISSERTATION SUR LA NATURE

Un feu double n'opère pas une extension double, & pour quoi.

plus la dilatation augmente aussi, mais non pas proportionnellement; la dilatation opérée par deux meches d'Ésprit de Vin, par exemple, n'est pas double de celle qu'une seule meche opère, mais un peu moindre; & celle que trois meches produisent est encore dans une moindre raison.

Le feu en dilatant les corps les allonge, & il fait sur eux le même effet que s'ils étoient étendus par une force externe quelleconque: la pulsion interne du feu, & la traction appliquée extérieurement, produisant le même effet, qui est l'allongement du corps. Or le sçavant M. Bernoulli a démontré que l'extension des fibres semblables & homogènes, chargées de poids différens, est moindre que la raison des poids, & que cette raison diminue à mesure que l'extension augmente: il en est de même de la dilatation des corps par le feu, car il les dilate d'autant moins, qu'il les a déjà plus dilatés: ainsi une barre de Fer froide est comme une corde non tendue, ces corps s'allongent tous deux, le fer par le feu qu'on lui applique, & la corde par le poids dont on la charge; & il faudra d'autant plus de poids & de feu pour produire une même extension, que le fer sera déjà plus dilaté, & la corde plus tendue; car l'extension de la corde & la dilatation du fer sont fixées. Ce qu'on dit de l'extension en longueur peut s'appliquer à la dilatation en largeur, hauteur, &c.

4°. On suit la marche du feu dans la dilatation des corps à l'aide du Pyrometre; cette dilatation est plus lente au commencement; car le feu est quelque tems à pénétrer dans les pores des corps, & à vaincre la résistance de leurs parties; mais lorsqu'il l'a surmontée, son action étant plus forte, le corps se dilate davantage: enfin la dilatation est plus lente à la fin lorsqu'elle est prête d'atteindre son dernier degré; car alors le feu ayant ouvert les pores des corps, il est transmis en partie à travers ces pores dilatés: or ce corps ne recevant que la même quantité de feu, & en transmettant une partie, les progrès de sa dilatation doivent être moindres.

5°. Le tems dans lequel cette raréfaction s'opère par un même feu, est différent dans les différens corps, & ne  
suit

suit aucune raison assignable. La seule règle générale, c'est que plus un corps acquiert de chaleur, & plus sa dilatation s'opère lentement.

6°. Les Métaux ne se fondent pas tous au même degré de chaleur; le Pyrometre nous apprend bien à la vérité la quantité de leur expansion; mais il ne nous informe pas du degré de chaleur qu'ils acquièrent dans cette expansion & dans la fusion.

M. Muffchenbroek, Inventeur du Pyrometre, imagina de découvrir la chaleur des Métaux en fonte, par la quantité de raréfaction que les différens Métaux feroient éprouver au Fer, de même que l'on connoît la chaleur des liqueurs par le degré de raréfaction qu'elles opèrent sur l'Esprit de Vin, ou sur le Mercure; car le Fer étant celui de tous les Métaux qui se fond le plus tard, il est le plus propre à marquer ces différences.

Cette chaleur des Métaux en fonte ne se trouve encore asservie à aucune règle; elle ne suit pas même la proportion de la dilatation: car le Plomb, qui se dilate presque autant que l'Etain par un même feu, se trouve cependant avoir besoin pour se fondre, d'un feu presque double de celui qui fond l'Etain.

Une chose qui est encore assez singulière, c'est que deux Métaux quelconques mêlés ensemble, se fondent à un moindre feu, que s'ils étoient séparés.

7°. Lorsque la dilatation des corps est à son dernier période, leurs parties sont obligées de céder à l'action du feu, & de se séparer; alors le feu les fait passer de l'état de solides à celui de fluides; & c'est là le dernier période de l'action du feu sur eux: car leurs pores étant suffisamment dilatés, ils rendent autant de particules de feu qu'ils en reçoivent, ainsi la chaleur des corps n'augmente plus après la fusion.

Si la puissance du feu sur les corps n'étoit pas bornée, le feu détruiroit bientôt l'Univers; ces bornes que le Créateur lui a imposées, & qu'il ne franchit jamais, prouvent qu'il y a des parties parfaitement solides dans la Nature, & que Dieu seul peut les diviser.

Les métaux ne s'échauffent plus après la fusion.

S'il n'y avoit pas des parties parfaitement solides, tout deviendrait feu.

Le feu sépare les corps jusques dans leurs parties élémentaires.

Ainsi l'action du feu, lorsqu'elle est à son dernier période de puissance, sépare les corps jusques dans leurs parties élémentaires; un grain d'Or fondu avec 10000 grains d'Argent, se mêle de façon avec l'Argent, que ces deux Métaux forment dans la fusion une liqueur dorée; & si après la fusion on sépare un grain de toute cette masse, on retrouve entre l'Or & l'Argent la même proportion de 10000 à 1, & l'on n'a point encore trouvé les bornes de cette incorporation de l'Or dans l'Argent; ce qui prouve assurément que le feu sépare les corps jusques dans leurs parties constituantes élémentaires.

On voit dans cette expérience un exemple des deux plus puissants effets du feu sur les corps; l'un de les désunir & de les séparer jusques dans leurs principes, & l'autre de les assembler & les incorporer ensemble.

Ces deux effets si différens, qui paroissent l'*αλφα* & l'*ωμέγα* de la Nature, (si je puis m'exprimer ainsi,) le feu les opère par cette même propriété qui lui fait raréfier tous les corps; car pour que deux corps soient aussi intimement unis que l'Or & l'Argent dont je viens de parler, il faut qu'ils ayent été divisés jusques dans leurs principes, & que leurs plus petites particules ayent pû s'unir intimement l'une à l'autre; ainsi le feu est le plus puissant, & peut-être le seul agent de la Nature pour unir & pour séparer; il fait le Verre, l'Or, le Savon, &c. & il dissout tous ces corps, il paroît être enfin la cause de toutes les formations & de toutes les dissolutions de la Nature.

Le feu agit différemment sur les différens corps suivant la cohérence, la masse, la glutinité de leurs parties, &c. & tous ces différens effets dépendent de l'action & de la réaction perpétuelle du feu sur les corps, & des corps sur le feu; c'est toujours la même cause qui se diversifie en mille façons différentes; mais cette cause s'arrête dans tous les corps à ces parties élémentaires sur lesquelles le feu ne peut agir.

Puisque le feu dilate tous les corps, puisque son absence les contracte, les corps doivent être plus dilatés le jour que

la nuit, les maisons plus hautes, les hommes plus grands, &c. ainsi tout est dans la Nature dans de perpétuelles oscillations de contraction & de dilatation, qui entretiennent le mouvement & la vie dans l'Univers : car le mouvement se perd en partie par la résistance des corps durs, & le manque d'élasticité dans les corps mols ; mais le feu le conserve, & les créatures animées le renouvellent : les Newtoniens diroient que la gravitation est encore une des causes qui empêche le mouvement de périr.

La chaleur doit dilater les corps sous l'Equateur, & les contracter sous le Pole ; c'est pourquoi les Lapons sont petits & robustes ; & il y a grande apparence que les Animaux & les Végétaux qui vivent sous le Pole, mourroient sous l'Equateur, & vice versa, à moins qu'ils n'y fussent portés par des gradations insensibles, comme les Comètes passent de leur aphélie à leur périhélie.

Cette chaleur de l'Equateur doit élever la terre dans cette région, & abaisser celle du Pole ; mais cette élévation causée par la chaleur seulement, doit être insensible pour nous.

Les corps s'échauffent plus ou moins, & plus ou moins vite, selon leur couleur ; ainsi les corps blancs composés de particules très-compactes & très-ferrées, cèdent plus difficilement à l'action du feu, c'est pourquoi ils réfléchissent presque toute la lumière qu'ils reçoivent ; les noirs, au contraire, composés de particules très-déliées, cèdent aisément à l'action du feu, & l'absorbent dans leur substance ; ainsi un corps noir, toutes choses égales, pèse spécifiquement moins qu'un corps blanc : c'est la facilité avec laquelle le noir s'échauffe, qui rend les terres noires bien meilleures que les blanches.

Ce n'est pas seulement le noir & le blanc qui s'échauffent différemment par un même feu, mais les sept couleurs primitives s'échauffent à des degrés différens. J'ai fait teindre un morceau de drap des sept couleurs du prisme, & l'ayant mouillé également, l'eau, par un même feu, s'est retirée des pores de ces couleurs dans cet ordre, à commencer par celles

Les corps s'échauffent plus ou moins, selon leur couleur.

qui se séchèrent le plus vîte : *violet*, *indigo*, *bleu*, *verd*, *jaune*, *orangé* & *rouge*. La réflexion des rayons fuit le même ordre, & cela ne peut être autrement : car le corps qui absorbe le moins de rayons, est sûrement celui qui en réfléchit davantage.

Si les rayons de différentes couleurs n'auroient point différentes vertus brûlantes ?

Une expérience bien curieuse, ( si elle est possible, ) ce seroit de rassembler séparément assez de rayons homogènes pour éprouver si les rayons primitifs qui excitent en nous la sensation des différentes couleurs, n'auroient pas différentes vertus brûlantes ; si les *rouges*, par exemple, donneroient une plus grande chaleur que les *violet*s, &c. c'est ce que je suis bien tentée de soupçonner :

*Natura est sibi semper consona.*

Or les différens rayons ne nous donnent la sensation des différentes couleurs, que parce que chacun d'eux ébranle le nerf optique différemment ; pourquoi ne feront-ils pas aussi des impressions différentes sur les corps qu'ils consomment, & sur notre peau ? Il y a grande apparence, si cela est ainsi, que les *rouges* échauffent davantage que les *violet*s, les *jaunes* que les *bleus*, &c. car ils font des impressions plus fortes sur les yeux ; la plus grande difficulté est peut-être de s'apercevoir de ces différences, le sens du tact ne paroissant pas susceptible de sentir des variétés aussi fines que le sens de la vûe : quoi qu'il en soit, il me semble que cette expérience mérite bien d'être tentée, elle demande des yeux bien philosophiques, & des mains bien exercées : je ne me suis pas trouvée à portée de la faire ; mais à qui peut-on mieux s'adresser pour l'exécuter, qu'aux Philosophes qui doivent juger cet *Essai* ?

## V.

*Comment le Feu agit sur les Liquides.*

On sçauroit peu de chose sur la façon dont le feu agit sur les liquides, sans la découverte de M. Amontons ; on

ſçait que ce ſçavant homme, en cherchant le moyen de faire un Thermometre plus parfait que celui de Florence, découvrit que l'eau qui bout, acquiert un degré de chaleur déterminé, paſſé lequel elle ne s'échauffe plus par le plus grand feu ; ainſi le dernier période de la puiſſance du feu ſur les liquides, c'eſt l'ébullition.

L'eau bouillante n'acquiert plus de chaleur.

Le célèbre M. de Reaumur, & Faheinrheit, cet Artisan Philoſophe, ont perfectionné tous deux cette découverte d'Amontons.

M. de Reaumur a remarqué que l'eau ne fait pas monter le Thermometre à ſon dernier période dans le moment même de l'ébullition, mais quelque tems après, & que ce tems va même quelquefois juſqu'à un quart d'heure ; ce Philoſophe nous en a appris la raiſon : la liqueur du Thermometre ſe refroidit en montant dans le tube ; ainſi la chaleur de l'eau n'augmente pas réellement après l'ébullition, mais elle paroît augmenter, & cette augmentation apparente a trompé pluſieurs Phyſiciens avant la remarque de M. de Reaumur.

Faheinrheit de ſon côté a découvert que la preſſion de l'Atmoſphere augmente cette chaleur que l'eau acquiert en bouillant ; en ſorte que plus l'Atmoſphere eſt peſant, plus il faut de feu pour faire bouillir l'eau. Cette découverte eſt confirmée par ce qui arrive dans le vuide, où l'eau qui n'étoit que tiède dans l'air, boût dans le moment qu'on la met ſous le récipient.

Cette découverte de Faheinrheit eſt d'autant plus belle, qu'on en voit aiſément la raiſon ; car lorsque la ſurface de l'eau eſt preſſée par un plus grand poids, le feu ſépare plus difficilement ſes parties, & par conſéquent il faut une plus grande quantité de feu pour la faire bouillir, puis que c'eſt dans cette ſéparation des parties des liquides que conſiſte l'ébullition ; ainſi il eſt vraiſemblable que l'eau preſſée par un poids pareil à celui que l'Atmoſphere auroit à 409640 toiſes de la ſurface de la terre, brilleroit comme les métaux en fonte ; car le poids de l'Atmoſphere à cette profondeur, ſeroit égal à celui de l'Or, ſuivant le calcul de M. Mariotte.

Pourquoi ?



Cette propriété de l'eau de ne point augmenter sa chaleur passé l'ébullition, appartient à tous les fluides, ainsi :

Il en est de même des autres fluides.

1°. Ils acquièrent tous des degrés de chaleur différens dans l'ébullition : car il faut que le feu soit en plus grande quantité pour faire les mêmes effets sur les corps qui lui opposent une plus grande résistance ; mais cette quantité de feu plus ou moins grande, que les différens liquides reçoivent dans leurs pores, ne dépend point de leur masse ; car l'Huile qui est plus légère que l'eau, acquiert cependant près de trois fois autant de chaleur que l'eau avant de bouillir ; & l'Esprit de Vin qui est aussi plus léger que l'eau, acquiert moins de chaleur qu'elle dans l'ébullition.

Le Mercure est un des fluides à qui il faut un plus grand feu pour bouillir ; ainsi on connoît avec certitude le plus grand degré de chaleur des autres liquides, à l'aide des Thermometres qui sont composés de Mercure, de même que le Fer, qui est celui de tous les métaux qui se fond le plus difficilement, sert à faire connoître la chaleur des autres métaux en fonte.

2°. Les fluides se raréfient d'autant plus promptement, qu'ils sont plus légers ; ainsi l'air est celui de tous à qui il faut un moindre feu pour commencer à se raréfier ; ensuite l'alcool, l'huile de Pétrole, &c. & ainsi de suite, suivant leur pesanteur spécifique.

Tous les fluides se raréfient.

3°. Tous les fluides sur lesquels on a opéré jusqu'à présent, se sont raréfiés : ainsi il y a la plus grande vraisemblance qu'ils se raréfient tous, comme tous les solides se dilatent.

Cette raréfaction ne suit point la densité des liqueurs.

4°. La quantité de cette raréfaction, depuis le froid artificiel produit par l'Esprit de Nitre, jusqu'à l'ébullition, est différente dans les différens fluides ; mais elle ne suit ni la raison de la pesanteur spécifique ni celle de la glutinité des parties, ni aucune raison constante : car l'Esprit de Vin, qui est plus léger que l'eau, augmente son volume de  $\frac{1}{5}$ .<sup>c</sup> & l'eau seulement de  $\frac{2}{7}$ .<sup>c</sup> ; mais le Mercure, dont la pesanteur spécifique est à celle de l'eau comme 14 à 1, augmente le sien de  $\frac{4}{11}$ .<sup>cs</sup>. Ainsi il en faut toujours revenir à la contexture

intime des corps, quand on veut expliquer les effets que le feu fait sur eux; & comme nous ne la connoîtons jamais, il y aura toujours pour nous des exceptions aux règles les plus générales.

5°. La raréfaction de presque tous les fluides s'opère par des espèces de sauts inégaux; le Mercure est celui de tous qui se raréfie le plus également, & c'est un des avantages des Thermometres qui en sont composés.

6°. L'Air qui est de tous les fluides celui qui se raréfie le plus, ne parvient jamais jusqu'à l'ébullition: sa raréfaction est telle, que la chaleur de l'eau bouillante augmente son volume d'un tiers; & c'est encore à M. Amontons à qui nous devons cette découverte: cette grande raréfaction est peut-être ce qui l'empêche de bouillir, de même que l'Esprit de Vin ne bout point au foyer d'un verre ardent, parce qu'il s'évapore dans le moment; ainsi le dernier période de la puissance du feu sur les liquides, est à la vérité l'ébullition comme la fusion sur les solides; mais cependant si son action est continuée, leurs parties s'évaporent.

7°. Le mélange des différentes liqueurs, produit des effets très-singuliers.

Quelquefois les liqueurs mêlées s'enflamment, & c'est ce qu'on appelle *des fulminations*; plusieurs Huiles font cet effet avec de l'Esprit de Nitre.

Effets surprenans des différentes mixtions des liqueurs.

Dans d'autres mélanges, il se fait une grande effervescence, qui produit le refroidissement des liqueurs; tel est l'effet de l'Huile de Térébenthine avec de l'Esprit de Vin; & c'est ce qui fait les fermentations froides dont j'ai parlé dans ma première Partie.

D'autres liqueurs au contraire, s'échauffent très-sensiblement par l'effervescence de leur mixtion: ainsi l'Esprit de Vin mêlé avec de l'eau fait monter \* le Thermometre de 18 degrés. L'Esprit de Vin fait le même effet avec notre sang, qu'avec l'eau; c'est ce qui fait que les liqueurs

\* Le degré de froid & de chaud dont je parle, ont été mesurés au Thermometre de Fahrenheit

spiritueuses sont souvent mortelles quand on en abuse.

Dans les fermentations chaudes, le mélange s'échauffe dans le moment même de la mixtion, la Poudre à Canon ne prend pas feu plutôt; & lorsque le mélange est parfait, la liqueur ne s'échauffe plus, quelque fort qu'on la remue.

Il y a bien de l'apparence que la chaleur des liquides qui s'échauffent par la mixtion, est produite par la même cause qui fait que les solides s'échauffent par le frottement.

Il y a des mélanges qui s'échauffent plus que d'autres, parce que les particules des liqueurs qui les composent agissent plus puissamment les unes sur les autres; de même que certains corps acquièrent plus de chaleur que d'autres, par l'attrition de leurs parties.

Cette chaleur dure jusqu'à ce que le mouvement où sont les liquides cesse; alors ils retournent à leur première température, de même que la chaleur que les solides acquièrent par le frottement, se dissipe dès que le mouvement interne de leurs parties vient à cesser.

L'analogie seroit parfaite, s'il y avoit des corps solides qui se refroidissent par le frottement, comme il arrive à quelques liqueurs par la mixtion; mais nous n'en connoissons point: ainsi il paroît plus difficile de connoître ce qui cause les fermentations froides que les chaudes.

Il est cependant vraisemblable que c'est toujours la même cause qui agit dans les unes & dans les autres; toute la différence consiste en ce que dans les fermentations chaudes, les particules ignées font évaporer les particules les plus légères des liqueurs; & que dans les froides, ce sont les parties de feu qui s'évaporent: ainsi ces effets si différents dépendent de la façon dont les particules des différentes liqueurs agissent les unes sur les autres.

Mais l'effet le plus singulier de ces mélanges, & qui paroît entièrement inexplicable, c'est que deux quantités égales, mais différemment échauffées d'un liquide quelconque, prennent par la mixtion un degré de chaleur, qui est la moitié de la différence de la chaleur que ces deux portions du liquide avoient

## ET LA PROPAGATION DU FEU. 137

avoient avant d'être mêlées; ainsi une livre d'eau qui tient le Thermometre à 32 degrés, étant mêlée à une autre livre d'eau bouillante qui le tient à 212, fera monter le Thermometre après la mixtion, à 90 : or 90 est la moitié de la différence de 32 à 212.

De quelque façon qu'on explique ce Phénomene si singulier, il est toujours certain qu'il est une nouvelle preuve de l'égalité avec laquelle le feu se répand dans les corps.

Dans toutes les fermentations, soit chaudes, soit froides, le mouvement dure jusqu'à ce que le combat entre l'action du feu & la tendance que les parties des corps ont à s'unir vienne à cesser; ainsi ces fermentations dépendent aussi de la combinaison de ces deux pouvoirs.

### VI.

#### *Comment le Feu agit sur les Végétaux & sur les Animaux.*

Le Thermometre nous apprend que les créatures qui ont reçu la vie, contiennent une plus grande quantité de feu que les autres corps de la Nature : la plus grande chaleur de l'Été étant, dans nos climats, de 80 degrés, & rarement de 84 degrés; & celle d'un Homme sain de 90 ou 92 degrés, & même dans les Enfans elle va jusqu'à 94. Ainsi le principe de la vie paroît être dans le feu, puisque les créatures animées en ont reçu une plus grande quantité que les autres, & que les Enfans, en qui le principe de la vie est encore tout entier, ont un plus grand degré de chaleur que les Hommes faits, & les Hommes faits plus que les Vieillards.

Le principe de la vie paroît être dans le feu.

La chaleur du sang d'un Bœuf est à celle de l'eau bouillante à peu-près comme  $14 \frac{3}{11}$  est à 33, c'est-à-dire, un peu moins de la moitié; la chaleur de l'eau bouillante fait monter le Thermometre à 212 degrés dans l'air ordinaire; ainsi ces Animaux ont un plus grand degré de chaleur que nous, aussi sont-ils plus vigoureux.

Le célèbre Boërhave, dans son admirable *Traité du Feu*, Page 148.

*Tome IV.*

S

l'on sèche le Sucre, & dont la chaleur étoit de 146 degrés, non-seulement ils y moururent tous en peu de tems, mais leur sang & toutes leurs humeurs se corrompirent, de façon qu'ils rendoient une odeur insupportable. Les Hommes ne peuvent soutenir la chaleur de ce lieu; & il faut que les Ouvriers qui y travaillent, se relayent presque à chaque instant pour aller respirer de nouvel air. M. Boërhave conclut de cette expérience & de quelques autres, que nous mourrions bientôt, si l'air qui nous entoure faisoit seulement monter le Thermometre à 90 degrés; ainsi nous pouvons regarder à peu de chose près ce degré de chaleur comme le point auquel toute l'espèce animale périroit.

Quel degré de chaleur feroit périr tous les Animaux.

En 1709 le Thermometre fut à 0 degrés en Islande, & l'espèce animale ne périt point; ainsi il est vraisemblable que nous pouvons supporter un plus grand froid, pourvu qu'il ne soit pas continu.

La végétation cesse au point de la congélation: car quoique les Arbres & quelques Herbes, comme l'herbe à foin, y résistent, elles ne végètent point tant que l'air a cette température; ainsi ce terme peut être regardé comme celui de la végétation du côté du froid; & s'il étoit continué, les Arbres & les Plantes ne végétant plus, seroient bientôt entièrement détruits.

Quel degré de froid & de chaud, les Végétaux peuvent soutenir.

Le degré de chaleur de la Cire fondue, qui, nageant sur de l'eau chaude, commence à se coaguler, peut être regardé comme le point extrême de la végétation du côté du chaud: car puisqu'une plus grande chaleur fondroit la Cire, qui est une substance végétale, cette chaleur disperseroit & sépareroit les matières nutritives, au lieu de les amasser & de les unir, & les Plantes ne pourroient que dépérir.

## VII.

### *De l'aliment du Feu.*

On sçait assez que ce qu'on appelle l'aliment du Feu, *pabulum ignis*, sont les parties les plus légères des corps, que

le feu enleve , & qui disparoissent entièrement pour nous. Les opérations chymiques nous font voir que l'Huile contient seule cet aliment du feu ; on retrouve tous les autres principes , lorsqu'on rassemble les exhalaïsons que le feu tire des corps , l'Huile seule se consume , & échappe entièrement à nos sens.

Quel est l'aliment du feu.

De grands Philosophes ont cru que cet aliment du feu , qui disparoît entièrement pour nous , n'étoit autre chose que le feu lui-même , qui se dégageoit d'entre les pores des corps qui se consumoient ; mais si cela étoit , les matières qui restent après des opérations réitérées , comme le *caput mortuum* , par exemple , devroient toujours être inflammables : car certainement cette tête-morte n'est pas entièrement privée de feu ; cependant le feu ne peut plus rien sur elle : Donc elle ne contient plus cette matière sur laquelle le feu exerçoit sa puissance : Donc cette matière n'étoit pas du feu.

Que l'aliment du feu n'est pas du feu.

De plus , il y a des corps qui contiennent beaucoup plus de ce *pabulum* , de cette huile qui nourrit le feu , que d'autres : & cependant tous contiennent également de feu dans un même air ; c'est ce qui a été , je crois , invinciblement prouvé : Donc l'aliment du feu n'est pas du feu.

Mais que fera-ce donc ?

Les parties les plus tenues & les plus volatiles des corps , lesquelles cédant plus facilement à l'action du feu que les autres , s'envolent avec lui dans l'air où elles se dissipent , & ne reparoissent plus à nos yeux , du moins sous la même forme : car l'huile & l'esprit ne sont autre chose que ces parties les plus subtiles , mêlées encore avec quelque flegme dont le feu les dégage.

Mais ces exhalaïsons que le feu tire des corps , cette huile qu'il consume , ne se changent pas non-plus en sa substance , ne deviennent pas du feu ; c'est ce que j'ai déjà tâché de prouver dans ma première partie.

Et qu'il ne se change point en feu.

Voici encore quelques preuves de cette vérité : car on ne peut trop s'en convaincre , si l'on veut avoir quelque idée de la nature du feu.

.Sij

1°. Si le feu changeoit quelque partie des corps en feu , la matière ignée augmenteroit à tel point sur la terre par la puissance du feu , que tout deviendroit feu à la fin : or la constitution de notre globe demande qu'il y ait toujours à peu-près la même quantité de feu , sans quoi tous les germes seroient détruits : Donc , &c.

2°. Il paroît par les plus exactes & les plus anciennes Tables Météorologiques , que la quantité du feu est toujours la même : Donc , &c.

3°. Les incendies des forêts qui brûlent pendant plusieurs mois , ne changent point , lorsqu'ils sont passés , la température des climats qui les ont soufferts : Donc , &c.

4°. La flamme de l'alcool ( la plus pure de toutes , ) nous est visible ; & le cone lumineux qui va fondre l'Or dans le foyer du verre ardent , échappe entièrement à notre vûe ; marque certaine que l'esprit qui compose l'alcool n'est pas du feu , & qu'il ne se change point en feu : Donc les particules que le feu enleve des corps , & qui disparaissent à nos yeux , ne se changent point en feu.

A l'égard des parties plus grossières des corps , le feu les atténue , & les transforme en un fluide élastique , que nous voyons tantôt sous la forme de fumée , lorsqu'il ne contient pas encore assez de particules de feu pour briller , & tantôt sous celle de flamme , lorsqu'il en contient une plus grande quantité ; ainsi la fumée ne diffère de la flamme , que par le plus ou le moins de particules ignées qu'elles contiennent l'une & l'autre ; elles montent toutes deux dans l'air par leur légèreté spécifique , & par l'action du feu qui les enleve & qui tend en en-haut , comme je l'ai déjà dit.

Le feu consume les corps plus ou moins vite , selon leur densité ; ainsi dans un mélange d'Esprit de Vin , d'Huile , de Camphre , de Sel ammoniac , de Terre & de Limaille de bois , l'Esprit de Vin brûle le premier , & la flamme a la même couleur que s'il étoit seul ; & tous les autres corps de ce mélange brûlent de même , selon leurs densités respectives.

L'air par son élasticité , & l'atmosphère par son poids , sont

Ce que c'est que la flamme & la fumée.

En quelle proportion les corps se consomment.

aussi nécessaires au feu pour entretenir son action, que la matière même qui lui sert d'aliment; ainsi les matières les plus combustibles ne brûleroient point sans air; & l'air ne s'enflammeroit jamais, si les exhalaisons ne mêloient pas de cette huile alimentaire à sa substance.

Pourquoi l'air est nécessaire au feu pour brûler.

L'atmosphère pèse sur un feu d'un pied en carré, comme un poids de 2240 livres environ; ce poids étant sans cesse agité, & pressant sans cesse par de nouvelles secousses, sur le corps que le feu consume, augmente la puissance du feu dans ce corps, à peu-près par la même raison qu'un corps s'enflamme d'autant plus promptement par le frottement, que celui qui lui est successivement appliqué est plus pesant: car dans tous les feux que nous allumons, l'atmosphère fait sur le corps qui s'enflamme, le même effet qu'un corps qu'on appliqueroit successivement sur un autre par le frottement.

C'est par cette raison que l'eau éteint le feu, & qu'un soufflet l'allume: car l'eau empêche que les oscillations que l'air communiquoit au feu, parviennent jusqu'à lui; & le soufflet au contraire rend les vibrations de l'atmosphère plus fortes & plus fréquentes; la force avec laquelle un soufflet double de Forge pousse l'air dans le feu, étant égale à la 30<sup>e</sup> partie du poids de l'atmosphère, cette force doit faire sortir l'air avec une grande vitesse, & le renouveler à chaque moment. On peut juger par-là combien un vent violent doit augmenter le feu.

Pourquoi l'eau éteint le feu, & pourquoi un soufflet l'allume.

Le feu dure tant que l'action & la réaction excitée par cette pression de l'atmosphère subsiste. Ainsi trois choses peuvent faire cesser le feu.

Des causes de l'extinction du feu.

- 1<sup>o</sup>. La consommation du corps combustible.
- 2<sup>o</sup>. La suppression du poids de l'atmosphère.
- 3<sup>o</sup>. La destruction de l'élasticité de l'air.

## VIII.

*Si le Feu est cause de l'Elasticité.*

Cette nécessité de l'air élastique pour entretenir l'action

S iij



Le feu n'est point la cause de l'élasticité.

du feu , prouve bien clairement , ce me semble , que le feu , loin d'être la cause de l'élasticité de l'air , comme quelques phénomènes pourroient d'abord le faire croire , en est au contraire le destructeur : car on voit toujours le feu détruire cette propriété dans l'air , & dans tous les corps.

Il la détruit dans l'air & dans tous les corps.

1°. Le feu détend le ressort de tous les corps , puisque ce n'est que par cet effet qu'il les raréfie : or un corps est d'autant moins élastique que son ressort est plus détendu ; & il n'y a pas même d'autre moyen de faire perdre l'élasticité à l'air & à tout autre corps , que de détendre son ressort : Donc puisque celui de l'air & d'un corps quelconque , est d'autant plus détendu qu'il est plus échauffé , le feu ne peut être la cause de l'élasticité de l'air , ni de celle d'aucun corps.

2°. Il est vrai que lorsque l'air est comprimé , le feu augmente son ressort ; mais cette augmentation suit la raison des poids qui le compriment , & non celle du feu qu'on lui applique : Donc ce n'est pas le feu qui lui donne l'élasticité ; & il n'augmente celle de l'air comprimé , que parce que l'air résiste à l'effort que fait le feu pour détendre son ressort , à proportion des poids qui le compriment.

3°. L'air de la moyenne région reçoit plus de rayons , & des rayons plus directs que l'air d'ici-bas : car ces rayons n'ont point d'atmosphère à traverser , & cependant il est bien moins élastique que l'air qui est près de la surface de la Terre : Donc , &c.

4°. Une bougie que l'on met sous un récipient avant d'en avoir pompé l'air , détruit l'élasticité de cet air , & ne s'éteint même qu'à cause de ce manque d'air élastique : cependant si le feu causoit l'élasticité , il ne pourroit la détruire , & cet air devroit être très-élastique.

5°. Tous les corps perdent leur élasticité par l'action du feu , l'eau liquide , les métaux en fonte , qui sont à peu-près aux métaux froids , ce que l'eau liquide est à la glace ; tous les corps enfin cessent d'être élastiques , dès que le feu les a pénétrés : Donc le feu détruit l'élasticité , loin de la produire. Ce n'est pas ici le lieu d'examiner ce que c'est que l'élasticité des

ET LA PROPAGATION DU FEU. 143  
corps, il me suffit d'avoir prouvé que le feu, loin d'en être le principe, en est le destructeur, & que s'il y contribue, c'est en s'y opposant.

## IX.

### *Si l'Électricité dépend du Feu.*

On peut croire avec plus de fondement que le feu est la cause de l'Électricité.

Le feu paroît être la cause de l'électricité.

L'analogie, ce fil qui nous a été donné pour nous conduire dans le labyrinthe de la Nature, rend, ce me semble, cette opinion très-vraisemblable.

1°. Tous les corps contiennent du feu, presque tous ont la propriété de retenir & de rendre la lumière, & tous deviennent électriques, si on en excepte les métaux & les liquides; mais ces corps qui ne deviennent point électriques par eux-mêmes, le deviennent par communication; ainsi l'Électricité appartient presque aussi généralement à la Nature, que le feu.

Preuvés:

2°. Il n'y a point d'électricité sans frottement, & par conséquent sans chaleur.

3°. Presque tous les corps électriques manifestent au-dehors la cause qui les anime, par les étincelles qu'ils jettent dans les ténèbres.

4°. Leur lumière subsiste après que leur électricité est détruite, de même qu'il y a des corps qui donnent de la lumière sans chaleur.

5°. La gelée & un tems serein, sont plus favorables qu'un grand chaud à l'électricité, comme au miroir ardent.

6°. Le feu & la matière électrique ont besoin de l'air pour agir.

7°. Les corps les plus susceptibles de l'électricité, sont les moins propres à la transmettre, de même que les corps réfléchissent d'autant moins de lumière, qu'ils s'échauffent davantage.

8°. L'humidité détruit l'électricité des corps, sans détruire

144 DISSERTATION SUR LA NATURE  
leur lumière, ainsi que l'eau refroidit les corps, mais n'éteint point les Dails, les Vers luisans, &c.

9°. Les corps homogènes s'empreignent de l'électricité, en raison de leur volume, de même que le feu se distribue selon les volumes, & non selon les masses.

10°. Les corps deviennent plus électriques lorsqu'on les chauffe avant de les frotter.

Il semble par tous ces effets, que l'on peut, avec quelque vraisemblance, regarder le feu comme la cause de l'électricité.

Je ne disconviendrai pas cependant qu'elle en opère d'autres, dont l'analogie ne paroît pas si clairement. Telle est, par exemple, la lumière que les corps électriques rendent dans le vuide, &c. Mais je ne propose mon opinion sur cela, que comme un doute que je soumets au Corps respectable à qui j'adresse cet Essai.

Si le feu produit l'électricité, il y a grande apparence qu'il se joint à son action un atmosphere particulier qui lui sert de véhicule, & qui entoure les corps électriques; & que cet atmosphere est la cause de ces subaltations des corps légers qui sont dans la sphere de son activité, & que c'est cet atmosphere qui décide l'espèce d'électricité des corps, ( peut être est-ce cet atmosphere qui opère la réflexion de la lumière; ) mais le feu n'en est pas moins la cause efficiente des phénomènes de l'électricité.

Le Philosophe ingénieux, qui s'est appliqué à suivre ces nouveaux miracles de la Nature, peut espérer d'en connoître bien-tôt la cause, si le travail, l'application & la sagacité de l'esprit, peuvent suffire pour la découvrir.

## X.

### *Comment le Feu agit dans le Vuide.*

L'air paroît aussi nécessaire au feu pour brûler, qu'aux Animaux pour vivre; cependant la Machine Pneumatique nous a fait voir que cette règle si générale a aussi ses exceptions.

1°. Du Soufre versé dans le vuide sur un Fer chaud, donne

donne une lumière très-foible à la vérité, & qui s'éteint très-vîte ; mais enfin il s'enflamme.

Quelques corps s'enflamment dans le vuide.

2°. Quelques grains de Poudre à Canon jettés sur ce Fer, s'enflamment sans explosion. M. Hauksbée assure que lorsqu'on y en jette une plus grande quantité, elle fait explosion & casse même le récipient : Donc l'explosion de la Poudre à Canon ne viendroit point de l'air. Boyle rapporte avoir fait à peu-près la même expérience que M. Hauksbée, avec le même succès.

3°. L'Huile de Gérofle s'y enflamme, & c'est la seule de toutes les Huiles qui ait cette vertu.

4°. Les Pierres & les Métaux se vitrifient dans le vuide par la percussion, mais ils n'y jettent point d'étincelles.

5°. Du Phosphore d'urine enfermé hermétiquement dans une boule de verre, à qui l'on donne un feu de 120 degrés, jette une flamme très-légère.

Je ne parle point des effets du Verre ardent dans le vuide, n'ayant pas eu la commodité de m'en instruire, & de faire les expériences nécessaires.

Il est assez difficile de concevoir comment l'air peut être si nécessaire au feu pour brûler, & comment en même tems il peut y avoir des corps qui brûlent dans le vuide : car quels seront les corps qui brûleront sans air ? Quelle sera enfin la cause de cette différence ? Seroit-ce que les corps plus inflammables, plus pleins de la matière qui est l'aliment du feu, comme le Soufre & la Poudre à Canon, s'enflammeroient plus aisément, & que le feu pour les embraser n'auroit pas besoin d'être excité par les secouffes & le poids de l'atmosphère ? La foiblesse & le peu de durée de la flamme, que les corps donnent dans le vuide, rendent cette conjecture vraisemblable ; mais il faut avouer qu'elle n'est rien de plus.

Conjecture sur la cause de ce phénomène.

Cependant malgré ces exceptions, les corps en général ne s'allument point dans le vuide, & s'y éteignent très-promptement ; mais ils ne s'y refroidissent que successivement.

Ils s'y refroidissent précisément dans le même espace de tems que dans l'air ; c'est ce dont M. Musschenbroek s'est

Les corps se refroidissent également

vîte dans le  
vuide & dans  
l'air.

convaincu en mettant deux Pyrometres sous deux récipients , l'un plein d'air , & l'autre entièrement vuide.

Ce refroidissement des corps dans le vuide , est une des plus fortes preuves de l'équilibre du feu : car ce n'est pas assurément parce que l'air prend à tout moment de la chaleur de ces corps , qu'ils se refroidissent : Donc il faut que ce soit par la seule tendance du feu à l'équilibre ; ainsi le contact des corps froids accélère le refroidissement des corps échauffés , mais il ne le cause pas.

L'eau bout d'autant plus promptement dans le récipient , que l'on en a tiré plus d'air ; & les urines de différents Animaux , de même que plusieurs mélanges , y bouillent plus ou moins vîte , selon que le vuide est plus ou moins parfait.

Enfin la plûpart des effervescences , tant chaudes que froides , s'opèrent dans le vuide comme dans l'air : il y a même des liqueurs dont le mélange ne fait point d'effervescence dans l'air , & qui fermentent sous le récipient ; mais le tems ne me permet pas d'entrer dans ces détails.

## XI.

### *En quelle raison le Feu agit.*

La Géométrie démontre qu'un corps qui est à 4 pieds d'un feu quelconque , en reçoit 16 fois moins de rayons que celui qui n'en est qu'à 2 pieds ; & on conclut de cette démonstration , que la lumière & la chaleur croissent en raison inverse du quarré de la distance au corps lumineux.

La règle du  
quarré des  
distances n'a  
pas lieu dans  
la chaleur  
comme dans  
la lumière.

Cette conclusion seroit très-juste , si la chaleur & la lumière étoient asservies aux mêmes loix.

La lumière n'étant que le feu transmis en ligne droite jusqu'à nos yeux , ce feu ne peut nous éclairer que par la quantité des rayons qu'il nous envoie.

- Mais il paroît qu'il n'en est pas de même de la chaleur. Le feu , par sa chaleur , fait plusieurs effets sur les corps , qui ne paroissent pas pouvoir être attribués à la quantité seule de ses parties rassemblées dans un plus petit espace.

## ET LA PROPAGATION DU FEU. 147

1°. L'effet le plus prompt & le plus violent que le feu puisse faire, se produit par l'attrition de deux corps durs : or on ne peut attribuer, ce me semble, la vitrification presque instantanée de ces corps, à la seule quantité des parties du feu.

Le feu n'agit pas seulement par le nombre de ses parties.

Cette expérience prouve encore que tout le feu ne vient pas du Soleil : car elle réussit aussi bien à l'ombre qu'au Soleil, & la nuit que le jour.

2°. Le Pyrometre nous apprend qu'un feu double n'opère pas un effet double, ni un feu triple un effet triple dans la dilatation des corps : Donc le feu n'agit pas toujours en raison de sa quantité.

Preuves

3°. Les Phosphores brûlants produisent des effets qui ne peuvent être attribués à la seule quantité du feu qu'ils contiennent.

4°. La chaleur du cone lumineux qui va fondre l'Or & les Pierres dans le foyer du miroir ardent, est à 5 pouces de ce foyer, très-supportable à la main, & le Thermometre dans cet endroit, ne monte qu'à 190 degrés : or comment se peut-il que par la seule densité des rayons, le feu fasse des effets si différens à 5 pouces de distance seulement ?

5°. Si on ne reçoit pas les rayons que le miroir ardent envoie à son foyer, sur un corps solide qui les retienne dans sa substance, ces rayons qui auroient vitrifié l'Or & les Pierres exposés à ce foyer, communiqueront à l'air une chaleur qui sera à peine sensible. Cependant si le feu agissoit seulement par la quantité de ses parties, l'air devrait être dans cet endroit d'une chaleur qu'on auroit peine à supporter ; il faut donc que ces effets ayent encore une autre cause.

6°. Ce phénomène nous apprend encore que le chaud & le froid ne diffèrent que par la résistance que les corps solides apportent à l'action du feu ; c'est ce qui fait qu'il regne un grand froid au-dessus de l'atmosphère.

7°. Si ces effets si prompts & si violents du miroir ardent, devoient être attribués à la seule quantité des rayons qu'il rassemble à son foyer, il seroit impossible que la chaleur du Soleil fût si modérée, & qu'en Hiver même où il nous donne

T ij

une chaleur si médiocre , le miroir ardent fît cependant ses plus grands effets ; c'est ce que M. Lémery a très bien remarqué . cet habile homme attribue cette différence à l'air qui est entre le Soleil & nous , & qui modere la chaleur des rayons du Soleil , comme le bain-marie tempere la chaleur de notre feu ; mais ne pourroit-on pas lui répondre que l'air est également entre le miroir ardent & son foyer , comme entre le Soleil & nous ? & que par conséquent il devoit tempérer les effets des rayons rassemblés par ce miroir , comme il tempere ceux des rayons que le Soleil nous envoie , le miroir & nos yeux les recevant du Soleil également affoiblis ; le peu d'impression que les rayons qui entrent dans nos yeux , font sur cet organe , est encore une preuve que le Feu n'agit pas par la seule quantité.

Il paroît donc qu'il faut chercher une autre cause des effets prodigieux des verres brûlans , puisqu'ils ne peuvent être attribués à la seule quantité des rayons que ces miroirs rassemblent à leur foyer.

Les parties  
du feu ac-  
quièrent une  
nouvelle  
force par  
leur appro-  
ximation.

Si ce n'est pas par leur densité que les rayons opèrent tous les effets des verres brûlans , ce ne peut être que parce qu'ils acquièrent une nouvelle vertu par leur approximation.

Le Feu ne seroit pas seul dans la Nature dont l'approximation déploieroit la force ; l'Aimant n'est-il pas dans ce cas , & la distance ne détermine-t-elle pas sa vertu à agir ?

Nous voyons dans l'inflexion de la lumière & dans sa réflexion , que les corps agissent d'autant plus sur les rayons , qu'ils en sont plus proches ; pourquoi les rayons n'agiroient-ils pas aussi l'un sur l'autre en raison de leur rapprochement ?

Preuves.

Mais de plus , j'ai prouvé dans ma première partie , article VII. que les particules constituantes du Feu , ont la même tendance à se fuir , que celles des corps ont à s'unir , & que cette propriété du Feu est nécessaire à la constitution & à la conservation de l'Univers : or pourquoi cette force que les rayons ont pour s'éviter , n'augmentera-t-elle pas en raison de leur rapprochement , de même que celle que les corps ont à s'unir , augmente dans le contact ?

Il est difficile, à la vérité, d'assigner en quelle proportion cette force augmente dans les particules du feu. Plusieurs Philosophes ont conjecturé que celle que les corps ont pour s'unir, augmente dans le contact en raison du cube de leur rapprochement, & même un peu plus.

Je ne voudrois pas affûrer que la force par laquelle les particules du feu se fuyent, augmente dans la même proportion. Ce problème, ( s'il est possible de le résoudre, ) me paroît digne de l'attention des Philosophes ; mais quelle que soit cette augmentation de force que les rayons acquièrent par l'approximation, il est de l'uniformité avec laquelle la Nature procède, qu'elle soit d'autant plus grande qu'ils sont plus rapprochés, de même que l'effort que les corps font pour s'unir, augmente dans ce que nous appellons *leur contact*, & que c'est vraisemblablement à cette force qu'on doit attribuer les prodigieux effets des verres brûlants.

Cette propension que les parties du feu ont à se fuir, cet effort qu'elles font sans cesse pour s'éviter, se voit à l'œil lorsqu'on approche deux bougies l'une de l'autre, & qu'on veut unir leurs flammes ; car on les voit visiblement s'éviter, & se fuir avec d'autant plus de force qu'on les approche davantage.

Il y a bien de l'apparence que le feu agit toujours sur les corps dans une raison composée de ces deux raisons ; sçavoir, la densité de ses parties, & la force qu'elles acquièrent dans leur approximation.

La première de ces raisons, c'est-à-dire, leur quantité, tombe presque sous nos sens, au lieu qu'il a fallu d'aussi grandes différences que celles des effets des verres brûlants, pour nous faire appercevoir de la vertu qu'ils acquièrent par l'approchement.

Les effervescences nous démontrent que la plupart des particules de la matière, sont l'une & l'autre comme de petits Aimants, & qu'elles ont un côté attirant & un côté repoussant. Cette vertu n'est vraisemblablement autre chose que la tendance que les particules des corps ont à s'unir, & l'effort que



le feu retenu dans leurs pores, fait sans cesse pour les séparer; & c'est le combat de ces deux pouvoirs antagonistes qui cause les effervescences, & peut-être la plûpart des phénomènes de la Nature.

Les fermentations qui se font dans l'air, & qui causent les Tonnerres, les Vents, &c. nous prouvent encore que les corps se repoussent & s'attirent, & que ce combat augmente dans l'approchement.

Cette nouvelle force que les particules de feu acquièrent dans l'approchement, ne peut être qu'une augmentation de mouvement; & c'est par ce mouvement augmenté, qu'ils détruisent les corps les plus solides avec tant de facilité dans le foyer du Miroir ardent.

Objections  
contre cette  
opinion, &  
réponses.

Je ne veux point dissimuler les phénomènes qui paroissent contraires à l'opinion que je propose: les difficultés affermissent la vérité, & quand on la cherche de bonne foi, on chérit les objections; ce sont autant de fanaux mis sur la route, pour nous empêcher de nous égarer.

Je vais examiner quelques-unes des difficultés que j'imagine que l'on peut faire contre cette propriété des rayons.

1°. Toute action est d'autant plus forte, qu'elle est plus perpendiculaire; or cette action mutuelle des rayons l'un sur l'autre, ne pourroit être que latérale: Donc loin d'augmenter leur force, elle la diminueroit,

Il me semble que cette objection, qui paroît d'abord spécieuse, est aisée à détruire: car, premièrement, le Feu est un être à part, qui n'est pas toujours assujetti aux règles que suivent les corps; & secondement, quel est l'effet que le feu fait sur les corps, au foyer du verre ardent? n'est-ce pas de les fondre, de les vitrifier, de les dissiper, de les séparer enfin jusques dans leurs parties élémentaires? Or une action perpendiculaire, si forte qu'on la puisse supposer, ne pourra jamais faire cet effet; il faut absolument que le feu agisse sur les particules de ces corps, selon toutes sortes de directions, pour les séparer à ce point: Donc cette action latérale, loin de diminuer la force des rayons, est précisément ce en quoi elle consiste.

2°. Les rayons de la Lune , quoique très-rapprochés dans le foyer d'un verre ardent , ne paroissent point augmenter leur force , car ils ne font aucun effet sur les corps qu'on leur expose ; ainsi cette vertu que vous supposez dans les rayons , n'existe pas ; mais on seroit aussi en droit de conclure de cette expérience , que les rayons du Soleil n'ont pas la vertu de brûler : car les rayons de la Lune sont également privés de ces deux propriétés.

3°. Deux meches dilatent moins une lamine de métal dans le Pyrometre , font moins d'effet sur elle , qu'une meche ; trois en font moins que deux , & ainsi de suite : or il y a cependant plus de rayons , & des rayons plus rapprochés , quand il y a deux meches , que quand il n'y en a qu'une ; l'effet du feu devoit donc être plus grand alors , mais il est plus petit : Donc , &c.

Premièrement , cette puissance du feu n'est pas assez augmentée par deux meches , trois meches , &c. pour surmonter la résistance des parties du métal ; ainsi l'effet ne suit pas dans ce cas la quantité du feu seulement ; mais il est proportionné à cette quantité , & à la résistance qu'on lui oppose.

Secondement , lorsque ces deux meches sont éloignées , la dilatation est moindre que lorsqu'elles sont rapprochées : Donc alors cette vertu du feu , par l'union de ses parties , se manifeste même dans un objet presque insensible . . .

Malgré toutes ces raisons , je ne propose cette opinion que comme un doute : je pourrois dire qu'il m'est commun avec de grands Philosophes ; mais c'est au tems , & sur-tout à l'expérience à le justifier.

Il reste encore bien des découvertes à faire sur l'action du Feu , sur les corps & la réaction des corps sur le Feu ; & c'est peut-être les avancer que d'oser douter : car on ne cherche point ce qu'on croit découvert.

Cette augmentation de la force du feu , par l'approximation de ses parties ( si elle a lieu ) est peut-être une des voies dont le Créateur s'est servi pour suppléer à l'éloignement où Saturne & les Cometes sont du Soleil. Peut-être les rayons agissent-ils

*Conjecture*  
sur l'action  
du feu dans  
Saturne , &  
dans les Co-  
metes.

152 DISSERTATION SUR LA NATURE  
dans ces Globes , en raison du cube des rapprochemens , & alors la force qu'ils acquerront dans l'approximation , sera d'autant plus grande , que la force ordinaire est augmentée ; ainsi une très-petite quantité de rayons suffira pour les échauffer & pour les éclairer.

## XII.

### *Du Refroidissement des corps.*

Les corps solides se refroidissent plus lentement que les autres.

1°. Plus un corps reçoit difficilement le feu dans ses pores , & plus il l'y conserve long-tems : car ce corps résiste également par sa masse & par la cohérence de ses parties , à l'effort que fait le feu pour pénétrer dans sa substance , & à celui qu'il fait pour l'abandonner ; ainsi plus un corps est solide , plus il se refroidit lentement.

2°. Les corps légers au contraire cédant aisément à l'action du feu , s'échauffent plus promptement , & se refroidissent de même ; ainsi le feu échauffe davantage les plus grands , & plus long-tems les plus massifs ; car il se distribue selon les espaces , & non selon les masses.

3°. Deux globes de Fer également échauffés , conservent leur chaleur en raison directe de leur diamètre : car plus leur diamètre est grand , moins ils ont de surface par rapport à leur masse , & moins le feu trouve d'issue pour s'échapper de leurs pores ; & de plus , l'air extérieur qui les environne les touchant en moins de points , prend moins de leur chaleur.

Conjecture sur la forme du Soleil.

Par la même raison , la figure sphérique est la plus propre à conserver long-tems la chaleur : car c'est de toutes les figures celle qui a le moins de surface , par rapport à sa matière , & le feu ne trouve dans un globe aucun endroit qu'il puisse abandonner plus aisément qu'un autre : car ils lui opposent tous une résistance égale.

Cette raison pourroit faire croire que le Soleil & les Etoiles fixes , sont des corps parfaitement sphériques , ( en faisant abstraction de l'effet de la force centrifuge. )

4°. Les corps qui prennent le plus de la chaleur des autres

autres corps, sont réputés les plus froids; c'est pourquoi le Fer nous paroît plus froid que la Soie: car les corps les plus denses sont ceux qui prennent le plus de notre chaleur, parce qu'ils nous touchent en plus de points; & le Fer étant spécifiquement plus dense que la Soie, doit nous paroître plus froid.

5°. Un cube de Fer chaud étant mis entre deux cubes froids; l'un de Marbre, & l'autre de Bois, ce Fer se refroidira plus par le contact du Marbre; mais il échauffera davantage le Bois dans un même tems: car le feu passe d'un corps dans un autre, & le Marbre s'échauffe plus difficilement que le Bois, à peu-près en raison de la pesanteur spécifique de ces deux corps.

En quelle raison les corps communiquent leur chaleur.

6°. Mais si on laisse ces trois cubes assez long-tems dans un même lieu, la chaleur du cube de fer se distribuera aux deux autres, & à l'air qui les entoure; de façon qu'au bout de quelque tems, ils seront tous trois de la même température que l'air dans lequel ils sont.

7°. Les liqueurs se refroidissent à peu-près en raison de leur masse, & de la glutinité de leurs parties.

Du refroidissement des fluides.

8°. La chaleur des corps qui se refroidissent, est plus forte au centre; car le feu abandonne toujours la superficie la première.

9°. L'eau qui éteint le feu, conserve le Phosphore d'urine: car ce phosphore, tant qu'il ne brûle pas, est comme un feu éteint; ainsi l'eau l'éteint en un sens en le conservant; c'est une espèce de créature qu'on lui confie, & qu'elle rend dès qu'on la lui redemande.

Toutes ces règles, selon lesquelles le feu abandonne les corps, sont sujettes à des exceptions, de même que celles selon lesquelles il les pénètre; mais le détail en seroit infini.

Le Pyromètre qui nous a appris la marche de la dilatation des corps, nous marque aussi celle de leur contraction: en général, les corps se contractent d'autant plus lentement qu'ils se sont moins dilatés par un même feu, & vice versa, le feu abandonne les corps plus lentement qu'il ne les pénètre, &c. Mais les bornes que je me suis prescrites ne me

154 DISSERTATION SUR LA NATURE  
permettent pas d'entrer dans le détail de ces sçavantes ex-  
périences.

### XIII.

#### *Des causes de la Congélation de l'Eau.*

Il y a trois sortes de froids.

Le premier est celui qui dépend de la disposition de nos organes : car nos sens nous font souvent juger qu'un corps est plus froid qu'un autre , quoiqu'ils soient tous deux de la même température ; c'est par cette illusion que le Marbre nous paroît plus froid que la Laine ; que le Peuple croit les Caves plus chaudes en Hiver qu'en Eté , &c.

Le second, lorsque les corps se refroidissent réellement , & que le feu s'envole de leurs parties ; cette sorte de froid n'est autre chose que la diminution du feu , & c'est d'elle dont j'ai parlé dans l'article précédent. C'est ainsi que toute la Nature se refroidit & se contracte l'Hiver , par l'absence du Soleil.

Le troisième est la congélation de l'eau.

L'absence  
du feu n'est  
pas la seule  
cause de la  
congélation  
de l'eau.

Il semble par toutes les circonstances qui accompagnent cette troisième espèce de froid , qu'il ne peut être attribué à la seule absence du feu ; & qu'il faut en chercher une autre cause dans la Nature.

Preuves.

1°. Le feu raréfie tous les corps qu'il pénètre , & augmente par conséquent leur volume : Donc si la glace n'étoit causée que par l'absence du feu , elle seroit de l'eau contractée , & elle devrait être spécifiquement plus pesante que l'eau ; mais il arrive tout le contraire , l'eau augmente son volume par la congélation , environ dans la proportion de 8 à 9 , & l'augmente d'autant plus que le froid est plus grand , & qu'elle devrait être plus contractée : Donc la glace n'est pas causée par l'absence du feu seulement.

2°. Cette augmentation du volume de l'eau glacée , ne peut être attribuée aux bulles que l'air qui s'échappe de ses pores élève dans sa substance : car de l'eau purgée d'air , avec

tout le soin possible, se gèle sans faire paroître aucune de ces bulles; & cependant son volume augmente.

3°. Le Feu étant le principe du mouvement interne des corps, moins un corps contient de feu, plus ses parties doivent être en repos; ainsi si la glace n'étoit causée que par l'absence du feu, elle devrait être privée de tout mouvement sensible; mais il se fait une fermentation très-violente dans sa substance, cette fermentation va même jusqu'à lui faire rompre les vases qui la contiennent, quelque solides qu'ils soient, on sçait qu'elle fit peter un canon de Fusil que M. Huguens exposa sur sa fenêtre pendant l'Hiver, après l'avoir rempli d'eau: Donc l'absence du feu n'est pas la seule cause de la congélation.

4°. Ce mouvement dans lequel les parties de la glace se trouvent continuellement, se prouve encore par les exhalaïsons qu'elle rend; elles sont si considérables, que son poids en diminue sensiblement. M. Hals a observé que si une surface d'eau s'évapore de  $\frac{1}{11}$ .<sup>c</sup> de pouce en 9 heures, à l'ombre, pendant l'Hiver, la même surface de glace mise dans le même endroit, s'évapore pendant le même tems de  $\frac{1}{31}$ .<sup>c</sup>; c'est cette transpiration qui fait que la neige qui est sur la terre diminue même par le plus grand froid.

Enfin, dans les Etangs pendant la gelée, on entend le bruit causé par cette effervescence; ainsi la cessation du mouvement n'est pas plus la cause de la glace, que le mouvement n'est la cause du feu.

5°. Si la glace n'étoit que la privation du feu, il devrait toujours dégeler dès que le Thermometre monte à 33 degrés au-dessus de la congélation; mais le Thermometre monte souvent jusqu'à 38 & même jusqu'à 41, sans qu'il dégele; & au contraire, il gele quelquefois lorsque le Thermometre est au-dessous de 32 degrés: Donc l'absence du feu n'est pas la seule cause de la congélation.

6°. Si le feu en se retirant des pores de l'eau, étoit la seule cause de la congélation, on ne pourroit attribuer cet effet qu'à l'absence du Soleil, qui fait seul la différence du

156 DISSERTATION SUR LA NATURE  
plus ou du moins de feu répandu dans l'Atmosphère pendant  
l'Hiver & l'Été.

Or M. Amontons, qui nous a si fort éclairés sur toutes ces matières, a trouvé par ses observations sur le Thermomètre, que le froid de l'Hiver ne diffère du chaud de l'Été, que comme 7 diffère de 8 : or comment une si petite différence dans la chaleur pourroit-elle suffire pour changer les fluides en solides, & pour faire périr quelquefois une partie des germes de la Nature ?

Si la congélation ne peut être attribuée à la seule absence du feu, il faut donc en chercher quelque autre cause dans la Nature; les circonstances qui l'accompagnent, sont ce qui peut nous servir le plus à découvrir cette cause; il faut donc les examiner avec soin.

Il se mêle  
des parties  
hétérogènes  
à l'eau, les-  
quelles sont  
la cause de la  
congélation.

Nous voyons que les parties de la glace sont dans un grand mouvement; il faut donc qu'il se mêle à l'eau, lorsqu'elle se gele, des parties hétérogènes, qui soient cause de cette effervescence continuelle : car aucun fluide ne fait effervescence, s'il ne se joint à lui quelque corps hétérogène avec lequel il fermente.

L'existence de ces parties qui se mêlent à l'eau, & qui produisent la congélation, paroît prouvée par une foule d'expériences.

1°. L'eau de la glace fondue s'échauffe bien plus difficilement que l'autre; elle n'est plus propre à faire ni Café ni Thé, & ceux qui ont le palais délicat, la distinguent facilement au goût : il faut donc qu'il se soit mêlé des parties hétérogènes à cette eau, puisque sa faveur & sa qualité sont changées. Ces parties hétérogènes donnent des goitres & des maux de gorge continuels aux habitans des Alpes qui boivent de l'eau de neige.

2°. L'eau exposée à l'air se gele beaucoup plus vite que l'eau enfermée hermétiquement dans une bouteille de verre; & cependant ces deux eaux contiennent également des particules de feu; & les particules de feu passent à travers le verre avec facilité : Donc si l'absence du feu faisoit la

congélation , il ne devoit pas y avoir une si grande différence dans la vitesse de la congélation de ces deux eaux : Donc puisqu'elle s'opère si inégalement, c'est une marque certaine que des particules hétérogènes se mêlent à l'eau dans le tems de la congélation , & que ces particules passent plus facilement dans cette eau , lorsqu'elle est en plein air , que lorsqu'elle est enfermée dans cette bouteille.

3°. L'épaisseur de la glace n'augmente pas à proportion du froid qu'il fait ; plus la glace est épaisse le premier jour de la gelée , moins son épaisseur augmente le second , & ainsi de suite ; marque certaine qu'il s'est introduit dans la substance , des particules hétérogènes qui ont bouchés les pores & ses interstices , & en ont rendu par-là l'accès plus difficile à celles qui veulent y pénétrer : mais les particules de feu qui pénètrent les pores d'un Diamant , devoient sortir de cette eau glacée avec la même facilité , quelle que soit son épaisseur : il faut donc qu'il se fiche dans les particules de l'eau qui se gele , des particules roides qui remplissent les pores , & qui , en interrompant sa glutinité , sont cause de sa congélation.

4°. Il est rapporté dans les expériences de l'Académie de Florence , que 500 livres de glace ayant été exposées à un Miroir concave , les parties frigérisques réfléchies à son foyer , firent baisser sensiblement un Thermometre qu'on y avoit placé ; les Philosophes qui firent cette expérience , craignant que ce ne fût l'effet direct de cette masse de glace sur le Thermometre , qui l'eût fait baisser , couvrirent le Miroir ; & alors le Thermometre haussa , quoique les 500 livres de glace n'eussent pas changé de place : Donc ce Miroir réfléchissoit réellement des rayons glacés ( si je puis m'exprimer ainsi : ) Donc il falloit qu'il y eût dans cette glace des particules frigérisques : car si la seule privation du feu faisoit la congélation , le Miroir n'auroit pû rassembler , réfléchir le froid ; une privation n'étant rien , ne peut être ni réfléchie , ni rapprochée.

Expérience  
singulière,  
faite par  
l'Académie  
de Florence,  
qui prouve  
cette opinion.

Mais quelles sont ces particules ? c'est ce qui nous reste à dire.



Les eaux glacées que nous faisons nous font connoître quelles sont les parties frigérisques qui causent la glace.

Les Hommes ont inventé un art qui peut servir également à leur instruction & à leurs plaisirs ; la façon dont on fait ce qu'on appelle *des eaux glacées*, peut nous servir d'indice pour découvrir les corps que la Nature emploie dans ses congélations. Tout le monde sçait que de l'eau contenue dans un vase que l'on entoure de Sel & de Neige, se glace, quelque chaud que soit l'Atmosphère, dès que le Sel commence à fondre la Neige; mais si au lieu de Sel on met de l'Esprit de Nitre avec la Neige, le froid qui se produit alors fait baisser le Thermometre à 72 degrés au-dessous du point de la congélation : c'est Fahrenheit qui fit le premier cette expérience, & elle nous prouve invinciblement, qu'il y a encore beaucoup de feu dans la glace naturelle, puisqu'on peut produire une forte de froid, qui surpasse de 72 degrés celui qui fait geler l'eau sur la terre. Et qui osera mettre des bornes à cette puissance d'exciter le froid ? Ainsi cette expérience nous fait voir que nous ne connoissons pas plus les bornes de la congélation, que celles de la chaleur.

Ces particules sont les Sels & les Nitres dont l'air est chargé.

Il y a donc grande apparence que les corps qui entrent pendant l'Hiver dans l'eau pour la réduire en glace, sont de la même nature que ceux qui produisent nos congélations; & que les particules de Sel & de Nitre, que le Soleil élève dans l'air, & qui retombent ensuite sur la terre, s'insinuent dans l'eau, bouchent ses pores, & se fichant comme autant de cloux entre ces interstices, en chassent les particules de feu, & font enfin que cette eau passe de l'état de fluide à celui de solide : ainsi le feu est en un sens une des causes de la congélation, puisque ce n'est qu'en le chassant d'entre les pores de l'eau, que ces particules roides la réduisent en glace; mais sans ces particules, l'absence seule du feu ne feroit point cet effet sur elle : c'est ce qui paroît dans ce qui arrive aux liqueurs spiritueuses, comme l'Eau forte, l'Esprit de Vin, &c. qui ne gellent point, quoique, dans le froid, il se retire beaucoup de particules de feu de leurs pores.

Pourquoi l'Esprit de Vin & d'autres liqueurs ne gellent point.

Ces liqueurs qui ne se gellent jamais, sont une des plus grandes preuves de la nécessité de ces parties frigérisques,

lesquelles vraisemblablement ne fermentent point avec elles comme avec l'eau; & c'est vraisemblablement ce qui fait qu'elles ne se gèlent point.

Plus on examine la Nature, plus on se persuade que les particules de Sel & de Nitre qui s'introduisent dans l'eau, sont la cause de la congélation.

1°. Les lieux qui abondent en glace & en neige, sont tous remplis de Sel & de Nitre; ainsi il y a des pays où il gele la nuit du jour qu'il a fait grand chaud: telle est la partie septentrionale de la Perse & de l'Arménie. M. Tournefort, que l'amour des Sciences entraîna jusques dans ces pays, a remarqué qu'ils abondent en Nitre & en Sel; le Soleil qui y est très-chaud, élève le jour, par sa chaleur, ces particules nitreuses, & elles retombent la nuit sur la terre où elles s'insinuent dans l'eau, & la gèlent malgré les particules de feu qui ont pénétré dans cette eau pendant le jour, par la présence du Soleil.

2°. Lorsqu'un pays abonde en ces fortes de particules nitreuses & salines, la chaleur du Soleil doit les élever de la terre pendant l'Été, plus que pendant l'Hiver, car elle est beaucoup plus forte; ainsi il gèlera l'Été dans ces pays-là; & c'est ce qui arrive en plusieurs endroits de l'Italie, de la Suisse & de l'Allemagne, où il y a des Lacs, & même un Fleuve dans l'Evêché de Bâle, qui, au rapport de Scheuchferus, ne gèlent que dans l'Été.

On connoît la sçavante Description que M. de Boze a faite des Grottes de Befançon; & l'on sçait que ces Grottes dans le plus fort de l'Été, sont pleines de glace, & que plus il fait chaud, plus cette glace est épaisse; il sort de ces Grottes pendant l'Hiver, une espèce de fumée, laquelle annonce la liquefaction de cette glace; & un ruisseau qui est dans le milieu de la Grotte, gele l'Été, & coule l'Hiver. M. de Billerez a examiné la terre qui couvre & entoure ces Grottes, & il l'a trouvée pleine de Sel, de Nitre, & de Sel ammoniac; le Soleil fond ces Sels bien plus facilement l'Été que l'Hiver; ces Sels coulent dans ces Grottes par des fentes, & l'eau

qu'elles contiennent, se glace d'autant plus, que l'Été étant plus chaud, le Soleil fait fondre une plus grande quantité de ces Sels : or que la glace de ces Grottes en contienne beaucoup, cela est certain, car lorsqu'on la fait fondre & évaporer, il reste dans le fond une terre qui a le même goût à peu près que les Yeux d'Ecrevisses.

Pourquoi de l'eau entourée de glace & de Sel, gele sur le feu.

3°. Si l'on met de la Neige & du Sel autour d'un vase plein d'eau, & que l'on mette le tout sur le feu, l'eau qui est dans le vase se gelera d'autant plus vite que le feu sera plus grand, & que la Neige fera plutôt fondue, ce qui ne peut venir que de ce que le feu chasse d'entre les pores de la Neige, les parties roides qu'elle contenoit, & que ces particules s'insinuent dans l'eau & la gelent : car on ne dira pas, je crois, que le feu prive l'eau du vase, des particules de feu qu'elle contenoit, ni qu'il diminue leur mouvement ; c'est de la même manière que la Neige & le Sel font geler l'eau sans être dessus le feu, car le feu ne fait qu'accélérer sa congélation.

Il n'y a point de pays dont la terre ne contienne de ces particules salines & nitreuses, que j'appelle *parties frigérisques* ; mais les régions qui en contiennent le moins, sont, toutes choses d'ailleurs égales, beaucoup moins froides que les autres.

Je dis, toutes choses d'ailleurs égales, car il y a des vents qui apportent ces sortes de particules avec eux ; c'est ce dont on ne peut douter, si on fait attention aux effets qu'ils produisent.

De certains vents apportent avec eux le Sel & le Nitre, qui causent la glace.

1°. Au mois de Juin, dans le milieu de l'Été, & par un tems très-serein, l'irruption inopinée d'un vent d'Est vient geler la pointe des herbes, les vignes, les fosses qui contiennent une eau dormante, & changer entièrement la température de l'air : or si ce vent n'apportoit avec lui ces particules nitreuses qui font la congélation, il ne pourroit refroidir à ce point les herbes & l'eau échauffées depuis longtems par le Soleil.

Or pourquoi le vent d'Est, qui vient d'un pays très-chaud, fait-il plutôt cet effet que le vent du Nord, qui vient du Pole, si

si ce n'est parce qu'il apporte avec lui ces particules de Sel & de Nitre, dont le Soleil élève une plus grande quantité dans ces contrées chaudes, que sous le Pole? Donc ce n'est pas seulement parce que le vent s'applique successivement aux corps, ni parce qu'il apporte des particules de glace, qu'il les refroidit.

2°. Il gele quelquefois aux deux côtés, & non au milieu; dans un endroit, & non dans un autre qui lui est contigu; ces effets ne peuvent être assurément attribués à l'absence du feu, car ces deux endroits en contiennent également; mais on voit avec évidence qu'un vent d'Est qui souffle dans un endroit, & non pas dans un autre dont quelque Montagne lui défend l'entrée, doit répandre dans cet endroit où il souffle, les particules nitreuses dont il est chargé, ce qui cause la congélation.

3°. Une preuve que le vent par lui-même ne refroidit point l'air, & qu'il faut que ceux qui causent le froid, apportent avec eux des particules frigérifiques ou de la glace; c'est qu'en soufflant avec un soufflet sur un Thermometre, on ne le fait jamais baisser.

4°. Il gele rarement l'Été, parce que les particules de Sel & de Nitre étant plus divisées, plus petites, par l'agitation que la chaleur du Soleil cause dans toute la Nature, elles se soutiennent dans l'Atmosphère lorsque le Soleil les élève de la terre, & ne retombent point sur la terre comme en Hiver; & de plus, les parties de l'eau étant aussi dans un grand mouvement, le peu qui peut retomber de ces particules sur la terre, ne peut suffire pour la geler.

Pourquoi il gele rarement l'Été dans nos climats.

L'air ne gele point, apparemment à cause de la rareté de ses parties, & de leur prodigieux ressort. Il me semble qu'on peut considérer l'air extrêmement comprimé, comme une espèce d'air gelé; & apparemment qu'il n'est pas susceptible par sa nature, d'une autre sorte de congélation.

Ces particules salines & nitreuses, qui s'introduisent dans l'eau, & qui devroient la rendre plus pesante lorsqu'elle est gelée, n'empêchent pas cependant que sa pesanteur spécifique,

ne diminue l'augmentation de son volume & les exhalaisons qui en sortent, empêchant qu'on ne s'aperçoive du poids de ces corpuscules, qui sont d'ailleurs très-déliés, puisqu'ils passent à travers les pores du Verre; & il se peut très-bien faire que leur poids soit insensible à la grossièreté de nos balances, de même que celui des corpuscules du Musc, de l'Ambre & de toutes les odeurs.

Je ne crois pas que quelqu'un qui pesera avec attention toutes les raisons que je viens de rapporter, puisse s'empêcher de reconnoître que ces particules, ( dont tous les Phénomènes de la Nature, & toutes nos opérations sur la glace, nous démontrent l'existence, ) soient absolument nécessaires à la congélation de l'eau, & que sans elles nous n'en pourrions assigner aucune cause.

## XIV.

*De la Nature du Soleil.*

On n'a communément qu'une idée vague de la nature du Soleil; on voit que ses rayons nous échauffent, & qu'ils brillent, & on en conclut que le Soleil doit être un globe de feu immense, qui nous envoie sans cesse les rayons lumineux dont il est composé; & on se repose sur cette idée, sans trop l'examiner en détail.

Le Soleil ne peut être un globe de feu.

Mais qu'entend-on par un globe de feu? Si l'on entend un globe entier de particules ignées, de feu élémentaire, j'ose dire que cette idée est insoutenable.

En voici les raisons.

1°. Le feu qui fond l'Or & les Pierres au foyer d'un Verre ardent, disparoît en un instant, si on couvre ce Miroir d'un voile; & il ne reste aucun vestige de ce feu, qui un moment auparavant faisoit des effets si puissants: Donc si le Soleil étoit un globe de feu, s'il n'étoit pas un corps solide, un seul instant d'émanation suffiroit pour le détruire, & il auroit été dissipé dès le premier moment qu'il a commencé d'exister.

Il faut qu'il soit solide, puisqu'il ne se dissipe pas.

## ET LA PROPAGATION DU FEU. 163

2°. La chaleur & la lumière ne disparoissent ainsi au foyer du Verre ardent, que par la propriété que le feu a de se répandre également de tous côtés, lorsqu'aucun obstacle ne s'oppose à sa propagation *quaquaversum*, qui est un attribut de son essence : Donc si le Soleil étoit un globe de feu, le feu ne pourroit avoir cette tendance *quaquaversum* : Donc puisqu'il est certain que cette propriété est inséparable du feu, & qu'elle constitue son essence, le Soleil ne peut être composé seulement de particules ignées.

3°. Si les parties constituantes du feu ont une force pour s'éviter, cette force devrait augmenter infiniment dans le Soleil, s'il étoit un amas de feu, puisqu'elles y feroient plus rassemblées qu'elles ne peuvent jamais l'être ailleurs : Donc si on suppose que les particules du feu ont une force qui les porte à s'éviter, le Soleil n'auroit pû subsister un moment sans être dissipé, s'il étoit composé seulement de feu.

4°. On ne peut dire que le Soleil ne se dissipe pas par l'émanation, parce que l'Atmosphère qui l'entoure, repousse sans cesse vers lui les particules lumineuses qui émanent de sa substance : car si cet Atmosphère les repoussoit vers lui, elles ne viendroient pas à nous ; mais il est prouvé par la découverte de Mrs. Huguens & Roëmer, qu'elles viennent du Soleil à nous, en 7 ou 8 minutes, & de certaines Etoiles fixes, en près de 36 ans, selon un nouveau calcul de M. Brendley : Donc cet Atmosphère ne pourroit empêcher que le Soleil & les Etoiles fixes ne se dissipassent par l'émanation. Cet Atmosphère est d'ailleurs démontré impossible, car s'il étoit très-dense, il empêcheroit la lumière de venir jusqu'à nous ; & s'il ne l'étoit pas, il se dissiperoit par la chaleur du Soleil.

Il ne peut avoir d'atmosphère.

Il y a eu des Philosophes, qui, pour trancher apparemment toutes ces difficultés, avoient imaginé que les rayons que le Soleil nous envoie retournoient à cet Astre.

5°. Le Soleil est au centre de notre système planétaire, tous les Philosophes en conviennent : cependant s'il est un globe de feu, il paroît qu'il ne peut occuper cette place : car,

Xij

Si le Soleil étoit un globe de feu, il ne pourroit être au centre du monde.

Si le feu étoit pesant, il ne pourroit émaner du Soleil.

ou bien le feu est pesant & déterminé vers un centre, ou bien il ne pèse pas, & ne tend vers aucun point, plutôt que vers un autre : Or dans le premier cas, tous les corpuscules de feu qui composent le corps du Soleil, tendroient vers le centre de cet Astre ; & alors la propagation de la lumière seroit impossible : car comment le Soleil par sa rotation sur son axe, pourroit-il faire acquérir aux particules de feu qui le composent, une force centrifuge assez grande pour les obliger à fuir avec tant de force, le centre de gravité auquel elles tendent, & pour leur faire parcourir par cette seule force centrifuge, 33 millions de lieues en 7 ou 8 minutes ?

Si au contraire, le feu n'est pas pesant, s'il n'est déterminé vers aucun point, quel pouvoir le retiendra au centre de l'Univers, & s'opposera à l'effort que ses particules font sans cesse pour s'éviter ? qui l'empêchera enfin de se dissiper ? Donc il faut que le Soleil soit un corps solide, puisqu'il ne se dissipe pas, & qu'il est au centre de notre monde : & il faut que le feu ne soit pas pesant, puisqu'il émane du Soleil.

Qu'il me soit permis de supposer un moment l'attraction Newtonienne ; le Soleil dans ce système est au centre de notre monde planétaire ; & cette place lui est assignée par les loix de la gravitation, parce qu'ayant plus de masse que les autres globes, il les force à tourner autour de lui : or si le feu ne pèse point ( comme je crois l'avoir prouvé ) comment le Soleil peut-il être un corps de feu, c'est-à-dire, un corps non pesant, & attirer cependant tous les corps célestes vers lui, en raison de sa plus grande masse ? Il est donc nécessaire dans le système de l'attraction, ou que le Soleil soit un corps solide, ou que le feu pèse, & qu'il tende vers un centre ; mais si le feu du Soleil tend vers son centre, par quelle puissance s'éloignera-t-il toujours de ce centre, &c ? Aussi M. Newton croyoit-il le Soleil un corps solide.

Il faut absolument que le Soleil soit un corps solide dans le système de M. Newton.

M. Newton, dans son admirable *Traité des Comètes*, *liv. III. page 481 de ses Principes*, conjecture que le Soleil & les Etoiles fixes, réparent de tems en tems les pertes qu'ils font par l'émanation continuelle de leur lumière ; &

que ce renouvellement de substance leur vient des Comètes, qui par les dérangemens que leur rencontre peut causer dans leur cours, & par la prodigieuse excentricité de leurs orbes, doivent, selon son système, tomber un jour dans le Soleil.

Il est vrai que ce n'est qu'une conjecture; mais celles d'un aussi grand homme que M. Newton, méritent bien qu'on les examine.

Si le Soleil & les Etoiles sont des globes de feu, & qu'il soit prouvé d'ailleurs que le feu est un être simple, qui ne se produit de rien, il faut ou que le Soleil & les Etoiles fixes ne soient point composées de particules de feu seulement, ou que cette ressource que le grand Newton croyoit leur être préparée, leur devienne presque inutile: car les Comètes sont des corps opaques, qui ne peuvent jamais devenir du feu: il faut donc que le Soleil soit un corps solide, s'il répare ses pertes par l'addition des corps opaques & solides, tels que les Comètes, qui doivent contenir bien moins de particules ignées que de matière solide.

6°. Les taches du Soleil sont encore une preuve que cet Astre n'est pas un globe de feu.

La lumière du Soleil paroît tirer sur le jaune. On peut conjecturer avec quelque vraisemblance, que le Soleil projette par sa nature plus de rayons jaunes que d'autres, & que c'est là la raison pour laquelle il nous paroît de cette couleur: car que la lumière du Soleil abonde en cette sorte de rayons, c'est ce que M. Newton a prouvé par une expérience que l'on peut voir dans son Optique, page 216.

Il est très-possible que dans d'autres systèmes, il y ait des Soleils qui projectant plus de rayons rouges, verts, &c. que d'autres, soient d'une autre couleur que notre Soleil: peut-être même ces couleurs primitives du Soleil sont-elles différentes des nôtres: car il est vraisemblable qu'il y a dans la Nature d'autres couleurs que celles que nous connoissons dans notre monde.

Quant à la nature du Soleil, il paroît presque démontré qu'il n'est pas un globe de feu, & qu'il faut absolument qu'il



166 DISSERTATION SUR LA NATURE  
soit un corps solide. Mais de quoi ce corps est-il composé?  
d'où lui vient cette quantité presque infinie de particules ignées qu'il projette à tout moment hors de sa substance, sans s'épuiser ? C'est ce que nous ne sçaurons vraisemblablement jamais avec certitude.

Le feu est un être dont nous connoissons à peine quelques attributs, mais dont la nature intime nous est inconnue, & qui n'est analogue à aucun de ceux qui semblent plus soumis que lui à nos recherches; ainsi nous ne pouvons que nous traîner de vraisemblance en vraisemblance pour deviner sa nature; nous entrevoyons ce qu'il n'est pas, mais nous ne voyons point du tout ce qu'il est.

Conjecture  
sur la nature  
du Soleil.

Il est très-possible que le Soleil soit un corps extrêmement solide, ( comme le grand Newton l'a soupçonné, *Quest. II. de son Optique*, ) que ce corps solide contienne dans sa substance le feu qu'il nous envoie sans cesse, & que ce feu en émane par de grands volcans; ce globe retiendra par sa solidité une partie de ce feu, & les particules ignées pourront en émaner sans cesse, sans qu'il s'épuise: car si le feu n'est ni pesant ni impénétrable, le Soleil pourra contenir dans sa substance une infinité de ces particules.

Mais il faut avouer que ce ne sont là que des conjectures très-incertaines; & d'ailleurs la facilité avec laquelle une hypothese expliqueroit tous les Phénomènes, n'est pas une raison pour l'admettre, de même que les difficultés que laisse encore dans notre esprit une vérité découverte, n'est pas une raison pour la rejeter: ainsi je crois qu'on peut affirmer que le Soleil n'est pas un globe de feu, & qu'il est solide; mais il faut avouer en même tems que nous ignorons entièrement quelle est sa nature.

## XV.

### *Du Feu Central.*

Tout le feu  
ne vient pas  
du Soleil.

Tout le feu ne vient pas du Soleil, deux cailloux frappés l'un contre l'autre suffisent pour nous convaincre de cette

vérité ; chaque corps & chaque point de l'espace a reçu du Créateur une portion de feu en raison de son volume ; ce feu renfermé dans le sein de tous les corps , les vivifie , les anime , les féconde , entretient le mouvement entre leurs parties , & les empêche de se condenser entièrement.

Le Créateur a donné une portion de feu à chaque partie de la matière.

Le Soleil paroît destiné à nous éclairer , & à mettre en action ce feu interne que tous les corps contiennent ; & c'est par-là & par le feu qu'il répand , qu'il est la cause de la végétation , & qu'il donne la vie à la Nature.

Mais son action ne pénètre pas beaucoup au de-là de la première surface de la terre ; on sçait que les Caves de l'Observatoire , qui n'ont environ que 84 pieds de profondeur , sont d'une température égale dans le plus grand froid & dans le plus grand chaud : Donc le Soleil n'a aucune influence à cette profondeur.

La chaleur du Soleil ne pénètre pas fort avant dans la terre.

Le feu étant également répandu par-tout , & la chaleur du Soleil ne pénétrant que la première surface de la terre , le froid devrait augmenter à mesure que la profondeur augmente , puisque le Soleil échauffe continuellement la superficie , & n'envoie aucune chaleur à 84 pieds.

Mais le froid , loin d'augmenter avec la profondeur , diminue au contraire avec elle lorsqu'elle passe de certaines bornes : c'est ce que M. Mariotte a éprouvé en mettant le même Thermometre consécutivement dans deux Caves , l'une de 30 pieds de profondeur , & l'autre de 84 ; le Thermometre ne passa pas 51 degrés  $\frac{1}{2}$  dans la première ; mais il monta à 53 degrés  $\frac{1}{2}$  dans la seconde : Donc puisque la chaleur étoit plus grande à 84 pieds qu'à 30 , il faut qu'un feu renfermé dans les entrailles de la terre , soit la cause de cette chaleur , qui augmente lorsqu'elle devrait diminuer.

La chaleur augmente en approchant du centre de la terre.

Les Volcans & les Sources d'eau chaude , qui sortent du sein de la terre , les Métaux & les Minéraux qui végètent dans ses entrailles , &c. nous démontrent ce feu central que Dieu a vraisemblablement placé au milieu de chaque globe , comme l'ame qui doit l'animer.

Les Volcans & les sources d'eau chaude démontrent le feu central.

M. de Mairan a prouvé par le calcul & par l'expérience

La chaleur  
qu'il fait en  
Été en est en-  
core une  
preuve.

## 168 DISSERTATION SUR LA NATURE

(Ces deux clefs de la Physique) que la chaleur du Soleil au Solstice d'Été est à celle de cet Astre au Solstice d'Hiver, comme 66 à 1, toute déduction faite : or si toute la chaleur venoit du Soleil, l'Été seroit 66 fois plus chaud que l'Hiver ; & cependant il est prouvé par les expériences que M. Amontons a faites au Thermometre, que la chaleur de l'Été de nos climats ne diffère du froid qui fait geler l'eau, que comme 8 diffère de 7. Il faut donc qu'il y ait dans notre terre un fond de chaleur indépendante de celle du Soleil.

Or puisque rien ne se change en feu, & qu'il est également répandu par-tout, il faut que ce fond de chaleur ait été mis par le Créateur dans le centre de la terre, d'où il se distribue également à la même distance dans tous les corps qui la composent, en sorte que s'il n'y avoit point de Soleil, tous les climats de la terre seroient également chauds, ou plutôt également froids à sa superficie ; mais la chaleur augmenteroit, comme elle augmente réellement, à mesure que l'on approcheroit du centre de la terre.

Ainsi le feu central paroît prouvé par les Phénomènes de la Nature ; & il n'est nullement nécessaire, pour l'expliquer, de recourir, comme un Philosophe de nos jours, à une tendance du feu en embas, tendance démentie par les expériences les plus communes, comme par les plus fines. Il suffit, pour l'existence de ce feu, de la volonté du Créateur, & pour sa conservation, de la loi qui fait que le feu se retire plus lentement des corps, à mesure qu'ils sont plus denses : car le feu, au centre de la terre, doit être retenu par un poids dont il ne peut vaincre la résistance.

Lorsque le feu trouve quelque issue, il sort avec furie de cette fournaise souterraine, & c'est ce qui fait les Volcans, les Vents sulphureux, &c. mais il ne peut jamais s'échapper qu'une très-petite partie de ce feu renfermé dans les entrailles de la terre.

La chaleur de ce feu souterrain augmente à mesure que l'on approche du centre de la terre : car alors on en est plus  
près

près ; & de plus , puisque la pesanteur de l'Atmosphère retarde l'ébullition de l'eau , c'est-à-dire , le point auquel ses pores laissent passer les particules de feu , le feu doit être d'autant plus puissamment retenu dans les entrailles de la terre , que le poids dont il est surchargé augmente ; or ce poids augmente avec la profondeur : Donc le feu doit subsister au centre de la terre , & être d'autant plus ardent que l'on approche plus de ce centre.

Ainsi la chaleur du Soleil augmente d'autant plus qu'on approche de la surface de la terre , à cause de l'Atmosphère qui retient ses rayons dans ses pores , & dont les vibrations continuelles excitent sa puissance ; mais la chaleur du feu central , au contraire , diminue à mesure qu'il approche de cette surface : car il est d'autant moins dense , & le poids dont il est chargé , est d'autant moins fort.

Le feu nous éclaire dès qu'il peut être transmis en ligne droite jusqu'à nos yeux ; mais il ne nous échauffe qu'à proportion de la résistance que les corps lui opposent ; & c'est là une des plus grandes marques de la Providence du Créateur : car si le feu brûloit aussi aisément qu'il éclaire , nous serions exposés à tout moment à en être consumés ; & s'il avoit besoin de la résistance des corps pour éclairer , nous serions souvent dans les ténèbres : mais dès qu'il frappe nos yeux , il nous donne une lumière très-vive ; & il ne nous échauffe jamais assez pour nous incommoder , à moins que nous n'excitions sa puissance , la plus grande chaleur de l'Été étant environ trois fois moindre que celle de l'eau bouillante.

L'existence du feu dans les corps , indépendamment du Soleil , & ce feu central qu'on peut , avec bien de la vraisemblance , supposer dans tous les globes , peut faire croire que la quantité du feu dans les Planètes , est proportionnée à leur éloignement du Soleil : ainsi Venus qui en est plus près , en aura moins ; Saturne & les Comètes qui en sont très-éloignées , en auront davantage , chacune selon leur distance. Cette compensation est d'autant plus nécessaire , que la rareté de la matière de Saturne , par exemple , ne peut

Le feu central diminue vers la surface de la Terre , & celui du Soleil augmente.

Pourquoi ?

C'est un effet du Créateur , que le feu brûle plus difficilement , qu'il n'éclaire.

Ily a grande apparence que la quantité du feu dans les corps célestes , est proportionnelle à leur éloignement du Soleil.

feule suppléer à son éloignement : car étant dix fois plus loin du Soleil que nous, il en reçoit cent fois moins de rayons, & sa matière n'est qu'environ six fois & deux tiers plus rare : Donc tout y feroit dans une inaction & une condensation qui s'opposeroit à toute végétation, & la matière des Comètes doit être dense, puisqu'elles vont si près du Soleil, sans se dissoudre par sa chaleur : Donc il faut que Dieu ait pourvû par la quantité du feu central, à cet éloignement du Soleil, ou bien par le feu qu'il a répandu dans les corps qui composent ces globes ; & peut-être aussi a-t-il compensé cette distance, en augmentant la raison dans laquelle le feu agit dans les globes, de même qu'il a pourvû à l'illumination de Saturne & de Jupiter, par la quantité de leurs Lunes : ainsi il est inutile de supposer une hétérogénéité de matière dans les globes placés à différentes distances du Soleil ; mais seulement une quantité de feu plus ou moins grande, ou une augmentation dans la raison selon laquelle les rayons agissent sur les corps.

Le feu central conserve toutes ses propriétés, mais il ne peut les déployer.

Le feu conserve toutes ses propriétés dans le centre de la terre, il y tend à l'équilibre, ses parties cherchent à s'éviter, &c. mais il ne les exerce qu'en partie : car il ne peut surmonter entièrement la force qui s'oppose à son action.

C'est le feu central qui fait que les Puits très-profonds ne se gèlent point ; que la Neige qui touche immédiatement la terre, fond plutôt que celle qui est sur du chaume, ou sur d'autres suppôts ; enfin c'est lui qui est cause en partie du dégel, qui fait que pendant la gelée la plus forte, l'eau fume sous la glace, &c. Je n'aurois pas sitôt fini, si je voulois entrer dans le détail de tous ses effets.

Mais je n'ai déjà que trop abusé de la patience du Corps respectable à qui j'ose présenter ce foible Essai ; j'espère que mon amour pour la vérité me tiendra lieu d'éloquence, & que le désir sincère que j'ai de contribuer à sa connoissance, me fera pardonner mes fautes.

*FIN de la première Pièce.*



# ESSAI

SUR

## LA NATURE DU FEU, ET SUR SA PROPAGATION.

---

Ignis ubique latet , naturam amplectitur omnem ,  
Cuncta parit , renovat , dividit , unit , alit.

---

### INTRODUCTION.

**L**ES Hommes ont dû être long-tems sans avoir l'idée du Feu ; & ils ne l'auroient jamais eue , si des forêts embrasées par la foudre , ou l'éruption des Volcans , ou le choc & le mouvement violent de quelques corps , n'eussent enfin produit pour eux , en apparence , ce nouvel être. Le Soleil tel qu'il nous luit , ne donne aux hommes que la sensation de la lumière & de la chaleur ; & sans l'invention des Miroirs ardents , personne n'auroit , ni pû ni dû affûrer , que les rayons du Soleil sont un feu véritable , qui divise , qui brûle , qui détruit , comme notre feu que nous allumons.

Nous ne connoissons guères plus la nature intime du feu , que les premiers Hommes n'ont dû connoître son existence.

Nous avons des expériences , qui , quoique très-fines pour nous , sont encore très-grossières par rapport aux premiers principes des choses : ces expériences nous ont conduit à quelques vérités , à des vraisemblances , & sur-tout à des doutes en grand nombre : car le doute doit être souvent en Physique ,

Yij

172 ESSAI SUR LA NATURE DU FEU  
ce que la démonstration est en Géométrie, la conclusion d'un bon argument.

Voyons donc, sur la Nature du Feu, & sur sa Propagation, le peu que nous connoissons de certain, sans oser donner pour vrai, ce qui n'est que douteux, ou tout au plus vraisemblable.

---

## P R E M I E R E P A R T I E.

### *De la Nature du Feu.*

#### A R T I C L E P R E M I E R.

*Ce que c'est que la substance du Feu, & à quoi on peut la connoître.*

**O**U le Feu est un mixte produit par le mouvement & l'arrangement des autres corps, & en ce cas ce qui n'est pas feu le devient; & ce qui l'est devenu, se change ensuite en une autre substance, par une vicissitude continuelle:

Ou bien c'est une substance simple, existante indépendamment des autres êtres, laquelle n'attend que du mouvement & de l'arrangement pour se manifester, & c'est ce que l'on appelle *Elément*; en ce cas le feu est toujours feu, il ne change aucune substance en la sienne propre, & n'est transformé en aucune des substances auxquelles il se mêle.

Idee de  
Descartes.

Descartes, dans les Principes de sa Philosophie (4<sup>e</sup>. partie article 80) paroît croire que le Feu n'est que le résultat du mouvement & de l'arrangement; que toute matière réduite en *matière subtile* par le frottement, peut devenir ce corps de feu; & que cette matière subtile qu'il appelle son *premier Elément*, est le Feu même.

Le même Descartes, dans tout son Traité de la Lumière, dans sa Dioptrique, dans ses Lettres, assure que la lumière qu'il appelle son *second Elément*, est un composé de petites boules, qui ont une tendance au tournoyement.

Mais comme il est constant, par l'expérience des Verres brûlants, que le feu & la lumière sont le même être, & ne diffèrent que du plus au moins, il paroît que cette substance ne peut à la fois être cette *matière subtile* & cette *matière globuleuse*, ce premier élément, & ce second élément de Descartes.

Ni le tems, ni le sujet qu'on traite ici, ne permettent d'examiner ces élémens de Descartes, & la foule des argumens qu'on leur oppose.

On discutera seulement, sans se charger d'aucun système, s'il est possible que l'arrangement & le mouvement de la matière produisent la substance du Feu.

Le mouvement seul pourroit-il produire la substance du Feu ?

1°. Les mixtes par leur mouvement, &c. ne peuvent jamais produire que leurs composés, ou laisser échapper de leurs substances, les corps dont eux-mêmes étoient composés; or le Feu, par toutes les expériences que l'on a, n'est le composé d'aucun corps connu : Donc on ne doit point le croire produit d'eux : Donc il faut, ou que le feu sortant d'une matière quelconque, soit un élément simple, enfermé auparavant dans cette matière, ou que cet élément soit formé tout d'un coup par cette matière, dans lequel il n'étoit point; mais être produit par un être dans lequel on n'étoit point, ce seroit être créé par cet être, ce seroit être formé de rien : Donc le Feu est un élément existant indépendamment de tous les autres corps.

2°. Si l'arrangement & le mouvement des corps pouvoient produire une substance aussi pure, aussi simple que le feu semble l'être, il faudroit qu'ils pussent produire, à plus forte raison, des corps mixtes; mais le mouvement & l'arrangement ne feront jamais croître un brin d'herbe, si ce brin d'herbe n'existe déjà dans son germe : Donc le Feu existe en effet avant que les autres corps sur la terre servent à le faire paroître.

3°. Si le mouvement seul pouvoit produire du feu, comment est-ce que le vent du Midi nous apporteroit toujours de la chaleur en tems serein, & le vent du Nord toujours



## 174 ESSAI SUR LA NATURE DU FEU

du froid en tems ferein ? Un vent du Nord violent devoit échauffer l'air, l'eau & la terre, plus qu'un vent du Midi médiocre : il faut donc que l'air venu du Nord apporte la glace dont il est chargé ; & que l'air du Midi, qui nous vient de la Zone torride, nous apporte le feu dont le Soleil l'a rempli.

4°. Si le mouvement des parties des corps faisoit le feu, & par conséquent la chaleur ; comment pourroit-on concevoir ces fermentations excitées dans la Machine Pneumatique, qui ne font ni hauffer ni baiffer le Thermometre ? comment concevoir ces autres fermentations qui n'excitent aucune chaleur, ni dans le vuide, ni dans l'air libre ? comment enfin concevoir les fermentations froides, qui font tant baiffer les Thermometres ? Le mouvement peut donner du froid comme du chaud ; la chaleur n'est donc pas produite par un mouvement intestin & circulaire des parties, comme plusieurs Auteurs l'ont supposé : il faut donc qu'il y ait une substance particulière, qui seule puisse donner la chaleur.

5°. Si le mouvement des corps peut produire quelque nouvel être, le mouvement qui n'est jamais le même deux instans de suite dans la Nature, produiroit-il toujours un être qui est toujours le même, qui a des propriétés si subtiles & si inaltérables, qui s'étend toujours suivant les mêmes loix, qui éclaire en raison renversée des quarrés des distances, qui se plie toujours avec inflexion vers les bords des objets, que l'on peut diviser toujours en sept faisceaux primordiaux, dont chacun est le véhicule immuable d'une couleur primitive, &c ? Il paroît par tout ce qu'on vient de dire, que le Feu est une substance élémentaire.

Ce que  
Newton a  
pensé de la  
substance du  
feu.

\* *Optique*,  
page 551. Je-  
conde édi-  
tion.

Newton ne semble être une seule fois du sentiment de Descartes, qu'en ce qu'il dit \* que la terre *peut se changer en feu, comme l'eau est changée en terre* ; s'il entend que l'eau & le feu ne paroissent plus à nos yeux sous la forme de feu & d'eau, qu'elles entrent dans la terre où elles sont emprisonnées & déguisées ; ce n'est pas là une transformation véridable, c'est seulement un mélange : & en ce cas cette idée

de Newton, n'est qu'une confirmation du sentiment qu'on expose ici.

Mais supposé qu'il entende une transformation véritable, on ose dire qu'il auroit corrigé cette idée s'il avoit eu le tems de la revoir; on sçait qu'il ne proposoit ces questions, à la fin de son Optique, que comme les doutes d'un grand Homme.

Ce qui l'avoit induit dans cette opinion, étoit une expérience incertaine, rapportée par Boyle. Un Chymiste ami de Boyle, avoit distillé long-tems de l'eau pure; & après plusieurs opérations reiterées, il prétendoit qu'un peu de cette eau étoit devenue terre.

Newton se fonde encore sur cette même expérience, dans le troisiéme livre de ses Principes, pour prouver que la masse sèche de la terre doit augmenter, & que la masse aqueuse doit diminuer petit à petit; mais enfin les travaux d'un Philosophe\* de nos jours, ont découvert la méprise du Chymiste, qui avoit trompé Boyle, & ensuite Newton.

\* M. Boërhave.

Il a été prouvé par des expériences réitérées, qu'en effet l'eau pure ne se transforme point en terre; & il n'y a d'ailleurs aucun exemple, que jamais rien se soit changé en feu, ni que le feu ait produit du feu.

Il résulte donc que le Feu est un être élémentaire, dont les parties constituantes sont des élémens inaltérables; & il ne se change en aucune autre substance, & aucune n'est changée en lui.

Il est donc à croire que l'air pur, dégagé de tout le cahos de l'Atmosphère, l'eau pure, la terre simple, ne se changeant en aucun autre corps, sont les élémens primitifs de toute matière, au moins connue.

Les élémens que la Chymie a découverts, ne paroissent être autre chose que ces quatre élémens: car tout Soufre, tout Sel, toute Huile, toute Tête-morte, contient toujours quelqu'un des quatre élémens, ou les quatre ensemble: & à l'égard de ce qu'on a nommé l'*Esprit*, ou le  *Mercure* , ou ce n'est rien, ou c'est du feu.

Ainsi il semble qu'après toutes les recherches de la Philosophie moderne , on peut revenir à ces quatre élémens que l'antiquité avoit admis sans les trop connoître ; & ce ne feroit pas la seule idée ancienne que les travaux du dernier siècle ont justifiée en l'approfondissant.

Il paroît en effet qu'il est nécessaire que la matière , telle qu'elle est , soit composée d'éléments inaltérables : tout le mouvement imaginable n'en feroit jamais que la même substance même différemment ; on ne voit pas comment un morceau de bois , par exemple , divisé & atténué , feroit jamais autre chose que du bois en poussière.

Ne fuit-il pas de tout ce qui a été dit , que le Feu est une substance inaltérable , dans la constitution présente des choses ; qu'il n'est jamais ni détruit ni augmenté par aucune autre substance ; que par conséquent , il y a toujours dans la Nature , la même quantité de feu ; qu'ainsi lorsqu'un corps est plus échauffé , il faut qu'il y en ait quelqu'autre qui se refroidisse ; que par conséquent le feu dardé à tout moment du Soleil sur les Planètes , doit augmenter la substance de ces globes , & diminuer celle du Soleil , qui doit avoir des ressources d'ailleurs pour renouveler sa substance , &c ?

Sans chercher à présent à tirer plus de conséquences , & nous reposant sur cette idée , que le Feu est une *substance élémentaire* , à quoi la reconnoîtrons-nous ? quels effets établissent son caractère distinctif ?

Sera-ce la dissolution des corps ? mais l'eau dissout à la longue jusqu'aux Métaux. Sera-ce la dilatation ? mais l'air dilate visiblement tous les corps minces & élastiques dans lesquels on le comprime. L'eau dilate les cordes , le bois sec ; & le feu au contraire les resserre.

Quel est le caractère de la substance du feu ?

*Le Feu en général , est le seul être qui éclaire & qui brûle ; ces deux effets ne s'accompagnent pas toujours : Le feu du Soleil , repercuté sur la Lune , renvoyé vers nous , & réuni au foyer d'un Verre ardent , jette une grande lumière : il éclaire beaucoup ; mais il ne peut rien échauffer , encore moins brûler , parce qu'il y a trop peu de rayons. Le Feu , au contraire ,*

contraire, dans une barre de Fer, non encore ardente, échauffe, brûle, & ne peut éclairer nos yeux; parce que le feu n'a pû encore s'échapper assez de la surface du Fer, pour venir en rayons divergents, former sur nos yeux des cones de lumière dont le sommet doit être dans chaque point de cette barre.

C'est donc en général, de la quantité de sa masse, & de la quantité de son mouvement, que dépendent sa chaleur & sa lumière; mais il est le seul être connu, qui *puisse éclairer & échauffer*: voilà simplement sa définition.

## ARTICLE SECOND.

*Si le Feu est un corps qui ait toutes les propriétés générales de la matière.*

Le Feu a-t-il les autres propriétés primordiales de la matière?

Il est mobile, puisqu'il vient à nos yeux en si peu de tems. Il est divisible, & plus divisible par nous que les autres corps, puisqu'on sépare le moindre de ses traits en sept faisceaux de rayons différents.

Il est étendu par conséquent; mais a-t-il la pesanteur & la pénétrabilité de la matière? est-il en effet un corps tel que les autres corps? Plusieurs Philosophes très-respectables en ont douté.

Newton, page 207 de ses Principes, Scolie de la Proposition 96, dit qu'il n'examine pas si *les rayons du Soleil sont un corps ou non, qu'il détermine seulement des trajectoires des corps semblables aux trajectoires des rayons du Soleil.* Le Feu est-il un corps?

Or puisqu'il est constant par l'expérience, que les rayons du Soleil réunis, sont le feu le plus pur & le plus violent; douter s'ils sont un corps, c'est douter si le Feu est un corps.

D'autres Physiciens, dont la raison s'est éclairée par quarante ans d'études & d'expériences, après avoir cherché si le feu a quelque poids, ne lui en ont jamais trouvé. Le célèbre Boërhave, dit dans sa Chymie, qu'ayant pesé huit livres de Fer Le Feu est-il pesant?

178 ESSAI SUR LA NATURE DU FEU  
froid , puis tout ardent , puis refroidi encore , il a toujours trouvé son même poids de huit livres.

Cette épreuve semble réclamer contre d'autres épreuves faites par des mains non moins habiles , & non moins exercées. On sçait que cent livres de Plomb produisent après la calcination , jusqu'à cent dix livres de *minum*.

On sçait que quatre onces d'Antimoine exposées près du foyer du Verre ardent du Palais Royal , après avoir été calcinées au feu élémentaire , ont pesé aussi près d'un dixième plus qu'auparavant , quoique cet Antimoine eût perdu beaucoup de sa substance dans l'exhalaison de sa fumée , &c.

Il ne s'agit à présent que de sçavoir si cette augmentation de poids dans cette expérience , peut prouver la pesanteur du feu , & si l'égalité de poids dans l'expérience de M. Boërhave peut prouver que le Feu ne pèse point.

Qu'il me soit permis de rapporter ici ce que je viens de faire pour m'éclairer sur cette difficulté.

Le respect que l'on doit au Corps qui jugera ce foible Essai , est un garant de l'exactitude avec laquelle j'ai tâché de m'instruire , & de la fidélité avec laquelle je rapporte ce que j'ai vû , dont d'ailleurs j'ai dix témoins oculaires.

J'ai été exprès à une Forge de Fer , & là , ayant fait reformer toutes les balances , & en ayant fait porter d'autres , toutes les balances de Fer ayant des chaînes de Fer au lieu de cordes , j'ai fait peser depuis une livre jusqu'à deux mille livres de métal ardent & refroidi , & n'ayant jamais trouvé la moindre différence dans le poids , voici comme je raisonnois. Ces masses énormes de Fer ardent avoient acquis par leur dilatation une plus grande surface , elles devoient donc avoir alors moins de pesanteur spécifique. Je puis donc , de cela même qu'elles pesent également chaudes & froides , conclure que le feu qui les pénétroit , leur donnoit précisément autant de poids que leur dilatation leur en faisoit perdre , & que par conséquent le Feu est réellement pesant.

Mais , disois-je , toutes les calcinations après lesquelles les matières ont augmenté de poids , n'ont-elles pas aussi dilaté

ces matières ? Il leur arrive donc la même chose qu'à mon Fer ardent. Cependant ces matières pesent , brûlantes & calcinées , un dixième de plus qu'avant d'avoir été exposées au feu ; & deux milliers de Fer ardent & froid , conservent toujours leur même poids. Se peut-il que dans quatre onces de poudre d'Antimoine exposées quelques minutes au feu du Soleil , ou calcinées quelques heures au fourneau de reverbere , il soit entré incomparablement plus de matière ignée que dans ces masses pénétrées pendant vingt-quatre heures du feu le plus violent ?

Je songeai donc à peser quelque chose de beaucoup plus chaud encore que le Fer embrasé ; je suspendis près d'un fourneau où l'on fait la fonte , trois marmites de fer très-épaisses , à trois balances bien exactes ; je fis puiser de la fonte en fusion. Je fis porter cent livres de ce feu liquide dans une marmite , trente-cinq livres dans une autre , vingt-cinq livres dans la troisième. Il se trouva au bout de six heures , que les cent livres avoient acquis quatre livres étant refroidies , les vingt-cinq livres à peu-près une livre , & les trente-cinq livres , environ une livre une once & demie.

Je m'étois fervi dans cette expérience , de la fonte blanche , dont il est parlé dans l'Art de forger le Fer , Livre qui doit procurer au public plus d'avantage que la jalousie des Ouvriers ne l'a souffert.

Je répétai plusieurs fois cette expérience , & je trouvai toujours à peu-près la même augmentation de poids dans la fonte blanche refroidie.

Mais la fonte grise , qui est toujours moins cuite , moins métallique que l'autre , me donna toujours un même poids , soit froide , soit ardente.

Que dois-je penser de cette expérience ? S'il est vrai , comme le dit M. de Reaumur , dans les Memoires de 1726 , *Page 273.* que le Fer *augmente de volume en passant de l'état de fusion à celui de solidité* ; il doit donc avoir une pesanteur spécifique , moindre dans l'état de solidité ; & cependant le voilà qui , solide , pese beaucoup plus que fluide : voilà quatre livres

Zij

Il agiroit sur les corps, sans être entièrement de la nature des corps, ce qui ne seroit pas incompatible. Il seroit dans l'ordre des êtres, une substance mitoyenne entre les corps plus grossiers que lui, & d'autres substances plus pures que lui : il tiendrait à ceux-ci par la pénétrabilité & par la liberté de n'être entraîné vers aucun centre : il tiendrait aux autres par sa divisibilité, par son mouvement, semblable en ce sens à ces substances qui semblent marquer les bornes des espèces, qui ne sont ni Animaux ni Végétaux absolus, & qui semblent être les degrés par lesquels la Nature passe d'un genre à un autre. On ne peut pas dire que cette chaîne des êtres soit sans vraisemblance, & cette idée qui aggrandit l'Univers, n'en seroit par-là que plus philosophique.

Cependant quoiqu'aucune expérience ne semble encore avoir constaté invinciblement la pesanteur & l'impénétrabilité du Feu, il paroît qu'on ne peut se dispenser de les admettre.

A l'égard de la pesanteur, les expériences lui sont au moins très-favorables.

A l'égard de l'impénétrabilité, elle paroît plus certaine : car le Feu est corps, ses parties sont très-solides, puisqu'elles divisent les corps les plus solides, puisque l'aiguille d'une Bouffole tourne au foyer d'un verre ardent, &c.

La solidité emporte nécessairement l'impénétrabilité. Il est vrai que les traits de feu qu'on nomme *rayons de lumière*, se croisent ; mais ils peuvent très-bien se croiser sans se pénétrer : car tout corps ayant incomparablement plus de pores que de matière, ces traits de feu passent, non pas dans la substance solide des parties élémentaires les unes des autres, ce qui seroit incompréhensible, mais dans les pores les uns des autres : & non-seulement, ils peuvent se croiser ainsi ; mais ils se croisent l'un par-dessus l'autre, comme des bâtons : & de-là vient, pour le dire en passant, que deux hommes ne voyent jamais le même point physique, le même *minimum* visible.

Il paroît donc enfin qu'on doit admettre que le Feu a

toutes les propriétés primordiales connues dans la matière.

Voyons ses propriétés particulières, & d'où elles dépendent, pour tâcher de connoître quelque chose de sa Nature.

## ARTICLE TROISIÈME.

### *Quelles sont les autres propriétés générales du Feu.*

Les deux attributs qui caractérisent le Feu, étant de brûler & d'éclairer, d'où lui viennent ces deux attributs, & quelles autres propriétés en résultent ?

### SECTION I.

#### *D'où le Feu a-t-il le mouvement ?*

1°. Le Feu ne peut éclairer, échauffer, brûler, que par le mouvement de ses parties; d'où ce mouvement lui viendra-t-il ? Sera-ce de quelqu'autre matière plus tenue, plus fluide encore ? Mais d'où cette autre matière aura-t-elle son mouvement ? Pourquoi cette matière ne fera-t-elle pas elle-même les mêmes effets que le feu ? Pourquoi recourir à une autre matière qu'on ne connoît pas ?

Cette autre matière agiroit, ou dans le plein absolu, ou dans le vuide ; si elle est supposée dans le plein, cette supposition est exposée à d'étranges contradictions : Comment une étincelle de feu, venant de Sirius jusqu'à nous, dérangera-t-elle ce plein prodigieux ? Comment un rayon de Soleil percera-t-il plus de trente millions de lieues en 8 minutes ? d'ailleurs, quelle foule d'objections contre le plein absolu ! Si cette matière est supposée agir dans l'espace non rempli, quel besoin avons-nous d'elle, pour produire l'action du feu ? Le Feu est un élément, ses parties constituantes ne s'altèrent donc point, du moins tant que cet Univers subsiste ; que serviroit donc une autre matière insensible à ces parties constituantes ? Il ne faut admettre de principe invisible, insensible, que quand ce premier principe invisible, insensible, est d'une nécessité primordiale absolue, inhérente



dans la nature des choses. Ne seroit-il pas contre toute Philosophie, d'expliquer le mouvement connu d'un élément, par le mouvement supposé d'un autre élément inconnu ? Il faut donc croire que le Feu a le mouvement originairement imprimé en lui-même, jusqu'à ce qu'on soit bien sûr qu'il y a une autre substance qui le lui donne.

Le Feu étant donc toujours par sa nature, en mouvement, ses parties étant les plus simples, & par conséquent les plus solides des corps connus, tous les corps connus étant poreux, le feu habite nécessairement dans les pores de tous les corps, il les étend, les meut, les échauffe & les consume, selon sa quantité & son degré de mouvement.

Tous les corps tendent à s'unir par la même loi qui fait graviter tous les corps célestes vers un foyer commun, quelle que soit la cause de cette tendance : Donc toutes les parties de chaque corps presseroient également vers le centre de ce corps, & tous les corps composeroient des masses également dures, si le feu étant toujours en mouvement, n'écartoit ces parties toujours prêtes à s'unir.

Le Feu résiste donc continuellement à l'effort des corps, & les corps lui résistent de même : cette action & cette réaction continuelle, entretiennent donc un mouvement sans interruption dans toute la Nature.

Pourquoi tous les Animaux sont-ils plus grands le jour que la nuit ? Pourquoi les maisons sont-elles plus hautes à midi qu'à minuit ? Pourquoi toute la Nature est-elle dans une agitation plus ou moins grande, selon que les climats sont plus ou moins chauds ? Faudra-t-il, pour expliquer ces Phénomènes continuels, recourir à autre chose qu'au Feu ? Son absence ne fait-elle pas sensiblement le repos ? Sa présence ne fait-elle pas sensiblement le mouvement ? Faudra-t-il, encore une fois, imaginer une autre matière que le Feu pour rendre raison de la chaleur ?

Loin que ce soit le mouvement interne des corps, qui puisse produire & faire en effet du feu, c'est donc réellement le feu qui produit le mouvement interne de tous les corps.

corps. Mais, dira-t-on, comment peut-il exciter des fermentations froides, qui font baisser le Thermometre ? Comment peut-il, en agitant l'air, causer des vents qui apportent la gelée ?

Je répondrai que ces effets arrivent de la même manière que nous faisons geler des liqueurs, en mettant du feu autour de la masse de Neige & de Sel qui entourent la liqueur que nous voulons glacer ; à peine le feu a-t-il commencé à fondre cette masse de Neige & de Sel, que notre liqueur se gele : voilà du mouvement, & une fermentation des plus froides à la suite de ce mouvement : c'est ainsi qu'une demi-once de Sel volatil d'urine, & trois onces de Vinaigre, en fermentant, font baisser le Thermometre de 9 à 10 degrés. Il y a certainement du feu dans ces deux liqueurs, sans quoi elles ne feroient point fluides ; mais il y a aussi autre chose que du feu, il y a des Sels ; plusieurs parties de ces Sels ne se coagulent-elles pas en la même manière que plusieurs parties de Sel & de Glace entrent dans nos liqueurs que nous glaçons ?

De même l'air dilaté par le moyen du Feu, de quelque manière que ce puisse être, soit par des exhalaisons, soit par l'action immédiate des rayons du Soleil ; cet air, dis-je, nous apporte du Nord, des Sels coagulés : & pourquoi ces Sels se coagulent-ils dans un air que la chaleur dilate ? N'est-ce point que ces Sels contiennent en eux moins de feu que les autres parties de l'Atmosphère, & qu'ainsi ils s'unissent quand l'Atmosphère se dilate ? Ils excitent alors un vent froid, qui n'est autre chose qu'une fermentation froide : le Feu par son mouvement peut donc unir ensemble des matières qui par-là même deviennent froides.

Que l'on jette des morceaux de glace dans l'air, ils seront toujours froids, quoiqu'en mouvement ; les exhalaisons du Nord, le vent qui n'est autre chose que l'air dilaté, doivent être considérés comme une puissance qui pousse des parties de glace.

Le Feu par son mouvement contribue donc même au

froid, puisqu'avec le feu nous glaçons des liqueurs ; puisque des fluides empreints de matière ignée, tels que le Sel volatil d'urine & le Vinaigre, tels que le Sel ammoniac & le Mercure sublimé, font baisser prodigieusement le Thermometre ; puisque l'air dilaté par l'action du feu, nous apporte du Nord des particules froides.

## SECTION II.

### *N'est-il pas la cause de l'Elasticité ?*

Le Feu étant en mouvement dans tous les corps, le Feu agissant par ce mouvement, la réaction étant toujours égale à l'action, ne suit-il pas que le Feu doit causer l'Elasticité ?

Etre élastique, c'est revenir par le mouvement, au point dont on est parti ; c'est être repoussé en proportion de ce qu'on presse. Pour que les mixtes aient cette propriété, il faut qu'ils ne soient pas entièrement durs, que l'adhésion de leurs parties constituantes ne soit pas invincible : car alors rien ne pourroit presser & refouler leurs parties, ni en dedans, ni en dehors.

Une balle fait ressort en tombant sur une pierre, parce que les parties qui touchent la pierre, en sont repoussées ; parce que la réaction de la pierre est égale à l'action de la balle : quand cette balle ayant cédé à cet effort qui lui a ôté sa rondeur, la reprend ensuite, c'est parce que ses parties qui étoient pressées, se renflent, s'étendent. Il y a donc de toute nécessité, un pouvoir qui distend toutes ces parties ; ce pouvoir n'est que du mouvement, le feu qui est dans ce corps est en mouvement, le Feu cause donc l'Elasticité.

Que le feu soit l'origine de cette propriété, c'est une chose d'autant plus probable, que le feu lui-même semble parfaitement élastique, ses parties élémentaires étant nécessairement très-solides, se choquant continuellement, & se repoussant avec une force proportionnée à leur choc, doivent faire des vibrations continuelles dans les Corps. Un corps seroit parfaitement dur, s'il étoit absolument privé de feu.

S'il en étoit tout pénétré , & que ses parties ne pussent résister aucunement à l'action du feu , ses parties auroient encore moins de cohérence que les fluides les plus subtils , & il seroit entièrement mou ; un corps n'est donc élastique qu'autant que ses parties constituantes résistent au mouvement du feu qu'il renferme.

C'est ce que l'expérience confirme dans tous les corps élastiques. Plus on a augmenté l'adhésion, la cohérence des parties d'un métal , en le comprimant sous le marteau , plus alors cette adhésion surpasse l'action du feu que contient ce métal ; alors son ressort est toujours plus grand ; qu'il soit échauffé, le ressort diminue ; qu'il soit ensuite en fusion , ce ressort est perdu entièrement. Laissez refroidir ce corps fondu , c'est-à-dire , laissez exhaler le feu étranger & surabondant qui le pénétroit , ne lui laissez que la quantité de substance de feu qui étoit naturellement dans les pores de ses parties constituantes , le ressort se rétablit.

S E C T I O N III.

*L'Air ne reçoit-il pas aussi son ressort du Feu ?*

L'Air, ce corps si singulièrement élastique , paroît recevoir son ressort du Feu par les mêmes raisons.

L'Air de notre Atmosphere est un assemblage de vapeurs de toute espèce , qui lui laissent très-peu de matière propre.

Otez de cet Air l'eau dans laquelle il nage , & dont la pesanteur spécifique est au moins de 850 fois plus grande que celle de cet air ; ôtez-en toutes les exhalaïsons de la terre , que restera-t-il à l'Air pur pour sa pesanteur ? Il est impossible d'assigner ce peu que l'Air pur pese par lui-même ; il reçoit donc certainement d'une autre matière , cette grande pesanteur qui soutient 33 pieds d'eau , ou 29 pouces de Mercure : cette force qui surprit tant le siècle passé , ne lui appartient pas en propre.

Si cette pesanteur n'est pas à lui , pourquoi son ressort ne lui viendra-t-il pas aussi d'ailleurs ?

A a ij

Il est constant que la chaleur augmente beaucoup le ressort d'un air enfermé; on connoît les découvertes fines d'Amontons sur l'augmentation de puissance, qu'un air comprimé acquiert par la chaleur de l'eau bouillante.

La chaleur étend l'air, & augmente sensiblement son élasticité dans l'instant que cet air s'étend; ainsi l'air se dilatant par le feu, casse les vaisseaux qui le renferment; ainsi échauffé dans une vessie, il la fait crever; ainsi il fait monter le Mercure & les liqueurs dans les tubes, d'autant plus qu'il s'échauffe, &c.

Tant qu'il y aura du feu dans cet air comprimé, les corpuscules de l'air, écartées en tout sens, pressent en tout sens tout ce qu'elles rencontrent. Voilà l'augmentation de son ressort.

L'air libre étant échauffé, se distend, s'écarte de tous côtés; & alors ce ressort qui agissoit par la dilatation, s'épuise en proportion de ce que l'air s'est dilaté; ce plein air libre, échauffé, n'est plus si élastique, parce qu'alors il y a moins d'air dans le même espace.

De même, quand le métal pénétré de feu, s'étend de tous côtés, alors il y a moins de métal dans le même espace; & quand il est fondu, il s'est étendu autant qu'il est possible, alors son ressort est perdu autant qu'il est possible.

Ce métal refroidi redevient élastique; aussi l'air libre refroidi, revenu dans son premier état, reprend son élasticité première; mais si l'air est plus refroidi encore, si le froid le condense trop, alors son ressort s'affoiblit: n'est-ce pas que l'air n'a plus alors la quantité de feu nécessaire pour faire jouer toutes ses parties, & pour le dégager de l'atmosphère engourdi qui le renferme?

Si l'Air étoit absolument privé du Feu, il seroit sans mouvement & sans action.

## SECTION IV.

*Suite de l'examen , comment le Feu cause l'Elasticité.*

Tous les Liquides , quoique d'une autre nature que l'air , ne doivent-ils pas aussi au Feu leur plus ou moins d'élasticité ? Le feu qui subsiste dans l'eau , retient les parties de l'eau dans une défunion continuelle. L'eau est alors , par rapport à la quantité de feu qu'elle contient , ce qu'est un métal enflammé par rapport à la quantité de feu qui le pénètre. Ce métal en fusion perd son ressort. L'eau coulante est aussi dans une espèce de fusion , & par conséquent sans élasticité ; mais dès qu'elle contient moins de feu , dès qu'elle est glacée , elle fait ressort comme le métal refroidi , parce qu'alors elle peut réagir comme le métal , contre l'action d'un moindre feu qu'elle contient : Or que la glace contienne du feu , on ne peut en douter , puisqu'on peut rendre la glace 30 à 40 fois plus froide encore , qu'au premier degré de congélation ; & si on pouvoit trouver le dernier terme de la glace , on trouveroit celui de l'extrême dureté des corps.

Ceux qui , pour expliquer l'Elasticité , ont employé la matière subtile , de l'existence de laquelle on n'a de preuve que le besoin qu'on croit en avoir ; ceux-là , dis-je , ont toujours eu dans leur système quelque contradiction à dévorer.

S'ils disent , par exemple , qu'une lame d'Acier courbée fait ressort , parce que cette matière subtile qu'on suppose être par-tout , fait un effort violent pour repasser par les pores de cet Acier , que sa courbure vient de rétrécir , ils s'aperçoivent aussi-tôt que la loi des fluides les contredit : car tout fluide libre presse également par-tout ; & de plus , si la matière subtile est supposée faire tourner notre globe d'Occident en Orient , comment causera-t-elle un ressort dans un sens contraire ?

S'ils disent que la matière subtile remplissant tous les pores des corps & tout l'Univers , est composée de petits tourbillons logés dans les corps ; que les parties de ces tourbillons tendans

A a iij

toûjours à s'échapper par la tangente, font la cause du ressort : que de difficultés & de contradictions encore ! Ces petits tourbillons font-ils composés d'autres tourbillons ? Il le faut bien, puisqu'ils ont des parties. La dernière de ces particules fera-t-elle un tourbillon ? En quelle direction se mouvront-ils ? est-ce en un seul sens ? est-ce en tout sens ? Qu'on songe bien qu'ils remplissent l'Univers, & qu'on voie ce qui en résulteroit. Il faudroit que tout suivît cette direction de leur mouvement. Sont-ils durs, font-ils mous ? S'ils sont durs, comment laisseront-ils venir à nous un rayon de lumière ? S'ils sont mous, comment ne se confondront-ils pas tous ensemble ? De quelque côté qu'on se tourne, on est environné d'obscurités.

Je demande simplement, si dans les incertitudes où nous laisse la Physique, il ne vaut pas mieux s'en tenir aux substances, dont au moins on connoît l'existence & quelques propriétés, que de rechercher des êtres dont il faut deviner l'existence. Nous sommes tous des étrangers sur la terre que nous habitons ; ne devons-nous pas plutôt examiner ce qui nous entoure, que de faire la carte des pays inconnus ? Nous voyons du feu sortir des corps où il étoit enveloppé ; nous voyons qu'il est dans tous les corps connus, qu'il imprime évidemment des vibrations à leurs parties, que quand ces vibrations sont finies par la dissolution du corps, tout ressort cesse ; nous sentons que l'air devient plus élastique quand il s'échauffe, & moins quand il est très-froid : Pourquoi donc chercher ailleurs que dans cet élément du Feu, l'Elasticité qu'il donne si sensiblement ? Par-là, on ne se chargerait du fardeau d'aucune hypothèse ; & certainement on n'avanceroit pas moins dans la connoissance de la Nature.

## SECTION V.

*N'est-il pas la cause de l'Electricité ?*

S'il est vraisemblable que le Feu est la cause de l'Elasticité, il ne l'est pas moins que l'Electricité soit aussi un de ses effets.

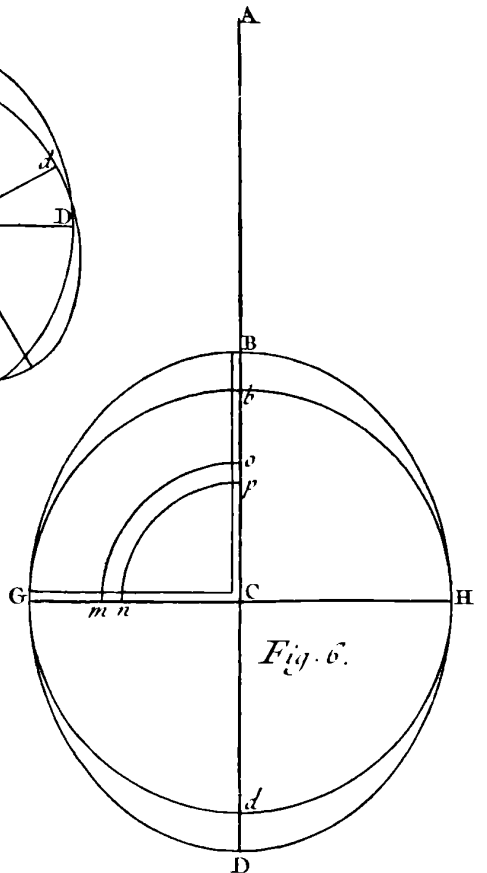
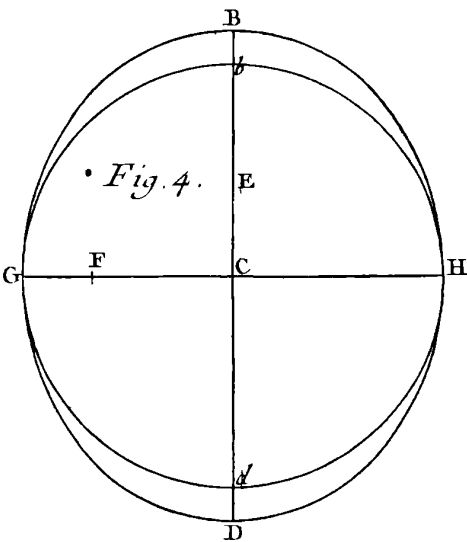
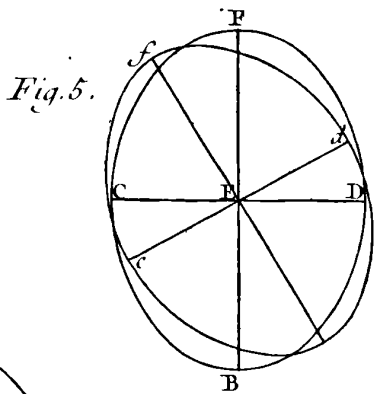
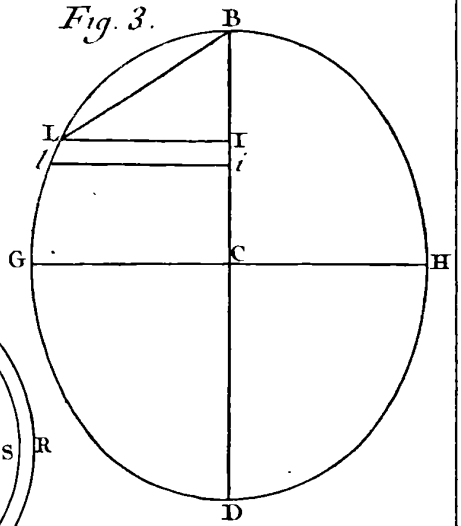
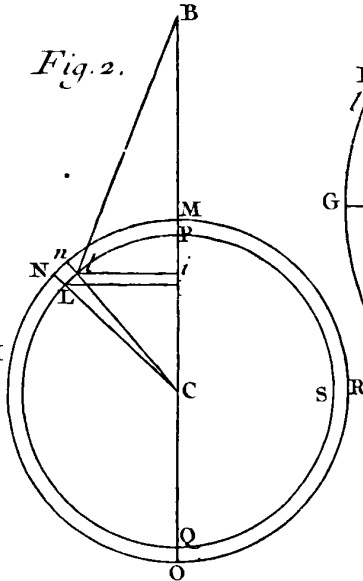
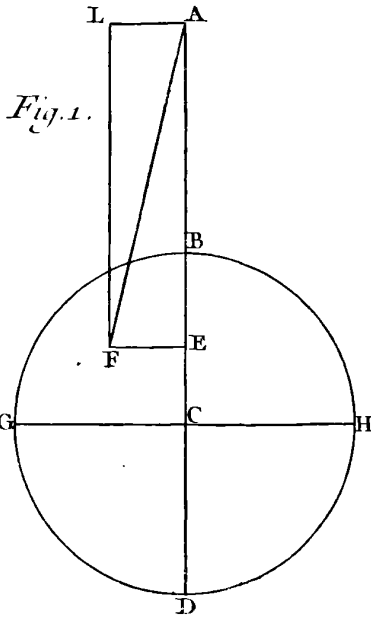




Fig. 7.

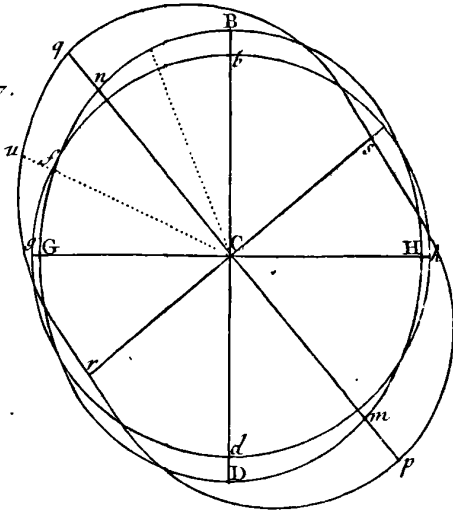


Fig. 8.

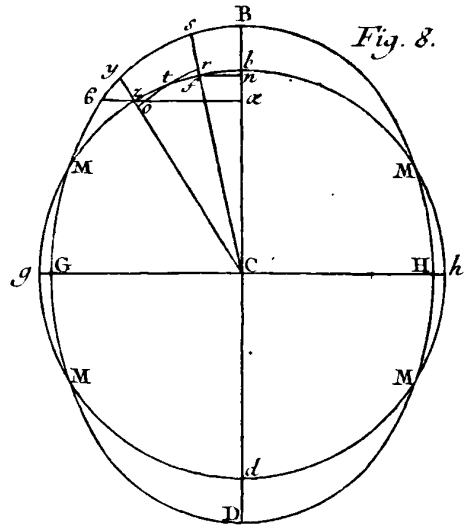


Fig. 9.

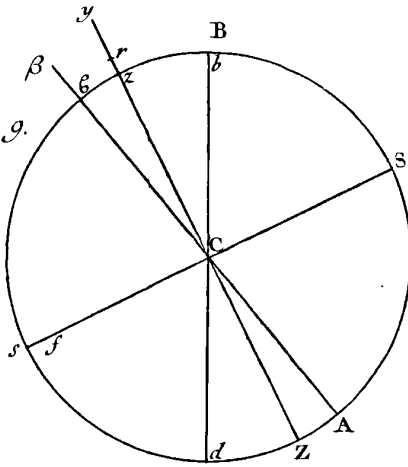


Fig. 10.

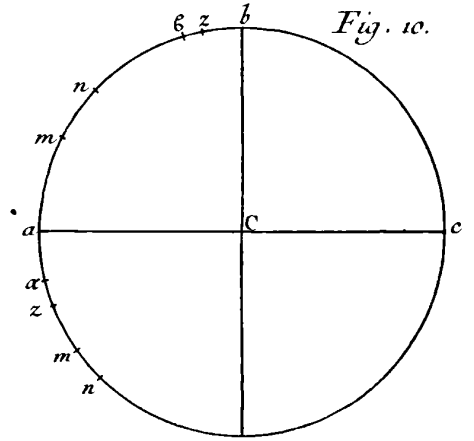


Fig. 11.

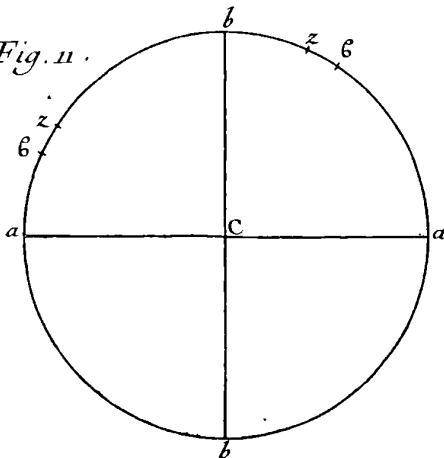
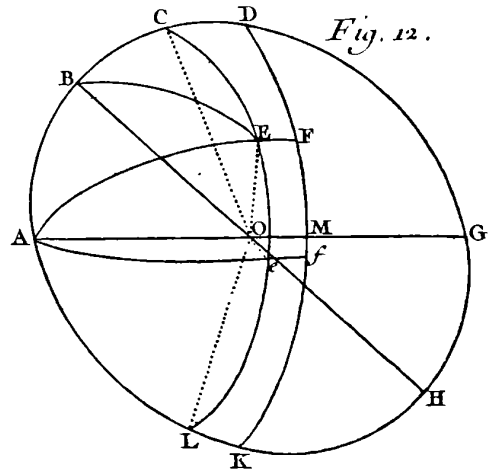


Fig. 12.





La marche de l'esprit humain doit être, ce semble, de se contenter d'attribuer les mêmes effets aux mêmes causes, jusqu'à ce que l'expérience découvre une cause nouvelle. Or l'Électricité paroît toujours produite par la cause qui produit toujours du feu dans les corps durs, c'est-à-dire, qui développe le feu que ces corps durs contiennent, cette cause est le frottement, l'attrition des parties.

Il n'y a aucun corps dur, frotté, qui ne s'échauffe; il n'y a aucun corps électrique, qui ne doive être frotté avant d'exercer cette Électricité.

Quelques corps durs, frottés, s'enflamment; quelques corps électriques jettent des étincelles brûlantes, tous après un long & violent frottement jettent de la lumière.

Il est vrai que les Métaux, quelque attrition qu'ils puissent éprouver, n'attirent point les corps minces à eux, n'exercent point d'Électricité; mais on ne dit point que tout ce qui prend feu soit électrique; on remarque seulement que tout ce qui devient électrique, jette du feu plus ou moins: Donc le Feu paroît avoir très-grande part à cette Électricité. Au moins il est indubitable, qu'il n'y a point d'Électricité sans mouvement; & qu'il n'y a point, dans la Nature, de mouvement sans le Feu.

## ARTICLE QUATRIÈME.

*Suite des autres propriétés générales, par lesquelles on cherche à déterminer la Nature du Feu.*

Le Feu, comme tout autre Fluide, se meut également en tout sens; ou plutôt ne pouvant se mouvoir qu'avec cette égalité, parce que l'action & la réaction de ses parties élémentaires est égale, il semble être l'unique cause pour laquelle les autres Fluides se meuvent ainsi.

Il doit donc échauffer également dans toutes ses parties, un corps homogène qu'il pénètre; sa flamme doit être ronde, & l'est toujours quand l'air ne presse pas sur le mixte qui brûle. Qu'une boule de fer soit bien enflammée dans

Comment  
il se répand  
également.

un fourneau, où l'air très-raréfié a épuisé son ressort, cette boule de fer jette des flammes également en haut & en bas; la flamme de l'Esprit de Vin s'arrondit quand on la plonge dans une autre flamme.

De cette propriété inhérente dans le Feu, de se répandre également, s'il ne trouve point d'obstacle, il suit que tout corps enflammé doit envoyer les traits de feu également de tous les côtés, & qu'ainsi tout point lumineux est un centre dont les rayons partent & aboutissent à la surface d'une sphere.

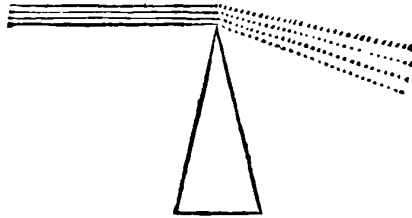
C'est par cette propriété que le Feu échauffe & éclaire en raison inverse ou reciproque du quarré des distances.

Le Feu à donc la propriété d'envoyer aux corps une quantité de sa substance dans cette proportion.

Le feu paroît  
attiré par les  
corps.

Il a encore la propriété d'être attiré sensiblement par les corps.

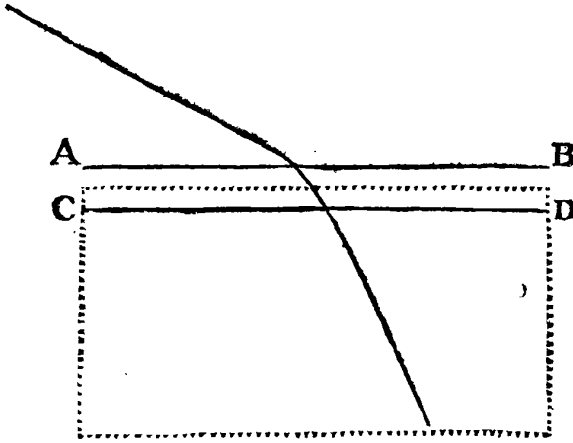
1°. Cette attraction est démontrée par cette expérience connue d'une lame de couteau ou de verre, dont la pointe est rasée par les rayons du Soleil dans une chambre obscure.



Exemples. On sçait que les rayons s'infléchissent, se portent vers cette lame en proportion des distances, c'est-à-dire, que le rayon qui passe le plus près de cette pointe, est celui qui s'infléchit le plus vers le couteau. Toutes les autres expériences de l'inflexion de la lumière près des corps, se rapportent à celle-ci. On le connoît, on n'en grossira pas ce Mémoire.

2°. La réfraction est encore une preuve évidente de cette attraction; on sçait assez que quand le verre ou l'eau, &c. reçoit un rayon oblique, ce rayon commence à se briser en

en approchant de ce milieu, & qu'il se brise toûjours tant



qu'il est entre ces lignes  $AB$ ,  $CD$ , qui sont les termes de cette attraction; après quoi il continue à aller en ligne droite; & cette inflexion & ce brisement avant d'entrer dans ce corps, & en y entrant, est toûjours d'autant plus grand, que la matière qui reçoit ce rayon a plus de densité, à moins que cette matière ne soit un corps oléagineux, sulfureux, inflammable: car alors ce corps oléagineux, sulfureux, rempli de feu, agit davantage sur ce rayon que ne fera un corps de même densité, mais qui contiendra moins de parties inflammables.

3°. Tout rayon tombant obliquement d'un milieu moins épais, dans un milieu plus épais, va plus rapidement dans le corps qui l'attire davantage, & cela en raison inverse de la grandeur des sinus; & non-seulement il accélère son mouvement dans ce corps en tombant en ligne oblique, mais aussi en tombant en ligne perpendiculaire.

Il est donc aussi indubitable, qu'il y a une attraction entre les particules du Feu & les autres corps, qu'il est difficile d'assigner la cause de cette attraction.

Ayant reconnu cette propriété singulière du Feu, d'être attiré par les corps, de se plier vers eux, d'accélérer son

mouvement vers eux, & dans eux, sitôt qu'ils sont dans la sphaere de l'attraction; on ne doit plus être si étonné qu'il réjaillisse des corps solides avant de les avoir touchés; car si les corps ont le pouvoir de l'attirer à quelque distance, pourquoi n'auront-ils pas aussi celui de le repousser à cette même distance?

Il paroît re-  
poussé sans  
toucher aux  
corps.

Or que des parties de feu soient repoussées de dessus la surface des corps sans la toucher, c'est un Phénomene dont il n'est plus permis de douter.

On sçait que la lumière tombant sur un prisme, & faisant avec sa perpendiculaire un angle de près de 40 degrés, passe à travers de ce prisme, & va dans l'air; mais qu'à un angle de 41, elle ne passe plus, elle est réfléchie toute entière; mais alors si on met de l'eau sous ce prisme, la même lumière qui ne passoit point dans l'air à 41 degrés, passe à cette même obliquité dans l'eau; elle trouve pourtant dans l'eau plus de parties solides que dans l'air, elle ne réjaillit point de dessus cette eau, & elle réjaillit de dessus cet air: Donc elle n'est pas réfléchie en ce cas par les parties solides.

Ajoutez à cette expérience celle des corps réduits en lame mince, qui réfléchissent certains rayons de lumière, & qui laissent passer ces mêmes rayons quand leurs lames sont plus épaisses. Ajoutez les inégalités extrêmes des miroirs les plus polis, qui cependant réfléchissent la lumière également & avec régularité, & qui par conséquent ne peuvent renvoyer avec régularité ce qu'ils reçoivent si irrégulièrement; on conviendra que la lumière, qui n'est autre chose que du feu, réjaillit sans toucher aux corps dont elle semble réjaillir.

De cette attraction & de cette répulsion de la matière du feu à quelques distances des corps solides, n'est-il pas prouvé qu'il y a une action & une réaction entre tous les corps & le Feu, telle qu'il y en a une entre les corps électriques & les petits corps qu'ils attirent & qu'ils repoussent? La différence est (comme dit à peu près le grand Newton dans son Optique,) qu'il ne faut que des yeux pour voir l'attraction & la répulsion de l'Electricité, & qu'il faut les

yeux de l'esprit pour voir l'attraction & la répulsion du Feu & des corps.

Il reste à examiner la figure du Feu & sa couleur.

Quelle est sa  
figure & sa  
couleur.

La figure de ses parties constituantes doit être ronde; c'est la seule qui s'accorde avec un mouvement égal en tout sens, & la seule qui puisse produire des angles d'incidence égaux aux angles de réflexion. Il est bien vrai que ces angles d'incidence & de réflexion ne sont pas produits sur la surface des corps solides; mais ils sont produits près de ces surfaces par quelque cause que ce puisse être. Or cette cause inconnue, & qui peut-être est la matière électrique, ne peut renvoyer ainsi les rayons, s'ils ne sont pas propres à former toujours ces angles, & il n'y a que la figure ronde qui puisse les former.

Pour la couleur qui résulte du Feu, j'entends du feu pur & sans mélange, cette couleur dépend des rayons différens qui composent le feu: l'assemblage des sept rayons primordiaux réfléchis, donne du blanc; cependant la couleur de la lumière du Soleil tire sur le jaune; & de-là on pourroit croire que le Soleil est un corps solide, dans lequel les rayons jaunes dominant. Il n'est nullement impossible que le feu dans d'autres Soleils ait d'autres couleurs; & la quantité de rayons rouges ou jaunes, dominante dans ce feu élémentaire, pourroit très-vrai-semblablement opérer de nouvelles propriétés dans la matière.

Voilà donc à peu-près un assemblage des propriétés principales, qui peuvent servir à donner une foible idée de la nature du Feu.

C'est un élément qui a tous les attributs généraux de la matière, & qui a par-dessus encore, le pouvoir d'agir sur toute matière, d'être toujours en mouvement, de se répandre en tout sens, d'être élastique, de contribuer à l'élasticité des corps, à leur électricité, d'être attiré & d'être repoussé par les corps; enfin c'est le seul qui puisse nous éclairer & nous échauffer: Et cette propriété de nous donner le sentiment de lumière & de chaleur, n'est autre chose qu'une suite de la proportion établie entre ces mouvemens

& nos organes, & il est très-vraisemblable que cette proportion est nécessaire pour nous causer ces sentimens : car l'Auteur de la Nature ne fait rien en vain ; & ces rapports admirables de la matière du Feu avec nos organes, feroient un ouvrage vain, si dans la constitution présente des choses, nous pouvions voir sans yeux & sans lumière, & être échauffés sans feu.

---

## S E C O N D E P A R T I E.

### *De la Propagation du Feu.*

ON tâchera dans cette seconde partie, d'expliquer les doutes en autant d'articles.

- 1°. Sur la manière dont nous produisons du Feu.
- 2°. Sur la manière dont le Feu agit.
- 3°. Sur les proportions dans lesquelles le Feu embrase un corps quelconque.
- 4°. Sur la manière & les proportions dont le Feu se communique d'un corps à un autre.
- 5°. Sur ce qu'on nomme *pabulum Ignis*, & ce qui est nécessaire pour l'action du Feu.
- 6°. Sur ce qui éteint le Feu.

## A R T I C L E P R E M I E R.

### *Comment produisons-nous le Feu ?*

Les Hommes ne peuvent réellement produire du Feu, parce qu'ils ne peuvent rien produire du tout ; ils ne peuvent que mêler les espèces des choses, mais non changer une espèce en une autre. On décèle, on manifeste le feu que la Nature a mis dans les corps, on lui donne de nouveaux mouvemens ; mais on ne peut produire réellement une étincelle.

Nous ne pouvons développer ce Feu élémentaire que par l'un de ces cinq moyens suivans.



1°. En rendant les rayons du Soleil convergens, & les assemblant en assez grand nombre.

2°. En frottant violemment des corps durs.

3°. En exposant tous les corps possibles au Feu tiré de ces corps durs, comme aux charbons ardens, à la flamme, aux étincelles de l'Acier, &c.

4°. En mêlant des matières fluides, comme des espèces d'Huile qui fermentent ensemble avec explosion, & qui s'enflamment.

5°. En composant des Phosphores avec des matières sulfureuses & salines, qui s'enflamment à l'air, comme avec du Sang, des Excrémens, de l'Alun, de l'Urine, &c. ou bien en faisant de la Poudre fulminante, & autres opérations semblables.

Dans toutes ces opérations, il est aisé de voir qu'on ne fait autre chose que d'ajouter un feu nouveau aux corps qui n'en ont point assez ; ou de mettre en mouvement une quantité de feu suffisante, qui étoit dans ces corps sans mouvement sensible.

## A R T I C L E S E C O N D.

### *Comment le Feu agit-il ?*

Le Feu étant une substance élémentaire répandue dans tous les corps, & jusques dans la glace la plus dure, ne peut agir sur ces corps, qu'en agitant leurs parties. Si cette agitation est modérée comme celle qu'un air tempéré communique aux Végétaux, leurs pores ouverts reçoivent alors l'eau, l'air & la terre qui les entourent, & les quatre Elémens unis ensemble, étendent le germe de la Planete qu'ils nourrissent. Si l'agitation est trop forte, les parties du végétal désunies sont dispersées, & tout peut en être aisément détruit, jusqu'au germe.

Ce mouvement, qui fait la vie & la destruction de tout, ne peut, ce semble, être imprimé aux corps par le feu, qu'en vertu de ces deux raisons-ci, ou parce qu'ils reçoivent une

Le Feu agit  
par sa masse  
& par sa vi-  
tesse.

plus grande quantité de feu qu'ils n'en avoient , ou parce que la même quantité est mise dans un mouvement plus violent ; & comme une quantité de feu quelconque appliquée aux corps , n'agit que par le mouvement , il est clair que c'est le mouvement seul qui échauffe , consume & détruit les corps.

Tous les  
corps sont  
également  
chauds dans  
le même air.

Il n'y a aucun corps sur la terre , qui ait dans sa masse assez de feu pour faire de soi-même un effet sensible sans fermenter avec d'autres corps : voilà pourquoi du Marbre & de la Laine , du Fer & des Plumes , du Plomb & du Coton , de l'Huile & de l'Eau , du Soufre & du Sable , de la Poudre à canon , appliquées au Thermometre , ensemble ou séparément , ne le font ni hauffer , ni baisser , lorsque ces divers corps ont été exposés long-tems à une égale température d'air , ainsi que le Thermometre.

De grands Philosophes infèrent de cette expérience , qu'il y a également de feu dans tous les corps ; mais on ose être d'une opinion différente.

1°. Parce que si cette égale distribution de feu qu'ils supposent , étoit réelle , la glace factice en auroit autant que l'alcool le plus pur.

Mais tous  
les corps  
n'ont pas en  
eux égale-  
ment de feu.

2°. Parce que les corps s'enflamment beaucoup plus aisément les uns que les autres ; & comme il est certain que nous mettons plus de feu dans des matières que nous préparons ; dans de la Chaux , par exemple , que dans des mélanges d'autre pierre ; aussi paroît-il vraisemblable que la Nature agit en cela comme nous , & distribue plus de feu dans du Soufre que dans de l'Eau.\*

\* Voy. l'art.  
4. de cette se-  
conde Partie.

Il paroît donc très-probable par toutes les expériences , & par le raisonnement , que de deux corps , celui qui s'enflammera le plus vite , à feu égal , contenoit dans sa masse plus de substance de feu que l'autre ; & qu'ainsi un pied cubique de Soufre ; contient certainement plus de feu qu'un pied cubique de Marbre.

Pourquoi donc tous les corps inégalement remplis de Feu élémentaire , ont-ils cependant un égal degré de chaleur , selon cette expérience faite au Thermometre ?

N'est-ce pas ces raisons-ci ? Le Feu n'agit dans les corps que par un mouvement proportionnel à sa quantité, chaque corps résiste à l'action de ce feu qu'il contient ; & quand cette résistance est en équilibre avec l'action du feu, c'est précisément comme si le feu n'agissoit pas. Or dans tous les corps en repos, la résistance de leurs parties, & l'action du feu contenu, sont en équilibre : ( car sans cela il n'y auroit point de repos. ) Donc tous les corps en repos doivent avoir un égal degré de chaleur.

Il faut remarquer qu'il n'y a point de repos parfait ; mais le mouvement interne des corps est si insensible, qu'il ne peut faire un effet sensible sur la petite quantité de liqueur contenue dans un Thermometre. On sent assez pourquoi au Thermometre cette chaleur est égale, & ne l'est pas au tact de nos mains.

Pour qu'un corps s'échauffe & ensuite s'enflamme, &c. il s'agit donc de le pénétrer d'un nouveau feu, & de mettre dans un grand mouvement celui qu'il a.

Des Charbons ardents, ou les rayons du Soleil réunis, appliqués, par exemple, à du Fer, produisent le premier effet, l'attrition seule produit le second.

Les rayons du Soleil, ou le Feu ordinaire, ajoutent une nouvelle substance de matière ignée à ce Fer ; l'attrition causée par un caillou, n'y ajoute que du mouvement sans nouvelle matière. Ce mouvement seul fait un si grand effet par les vibrations qu'il excite dans ce Fer, qu'une partie de lui-même en tombe incontinent brûlante, lumineuse & vitrifiée.

L'action presque instantanée des rayons du Soleil, par le plus grand Miroir ardent, produit un effet entièrement semblable.

Il faut voir à présent si une nouvelle quantité de traits de Feu, qui pénètrent dans un mixte, agit par le nombre de ses traits, & par le mouvement avec lequel chaque trait pénètre ce mixte ; ou bien si cette force augmente encore par l'action de ces traits les uns sur les autres.

Si les rayons agissent les uns sur les autres.

Par exemple , mille rayons arrivent d'un Verre ardent à un morceau de bois , dans le foyer de ce Verre ardent , je demande si ces mille rayons agissent seulement par leur masse multipliée par leur vitesse , ( on n'entre point ici dans la question , si la force est mesurée par la masse multipliée par le quarré de la vitesse , ) ou si à cette action il faut encore ajoûter une force résultante de l'action mutuelle de ces rayons les uns sur les autres.

Il paroît probable que la masse seule des rayons , multipliée par leur vitesse , sans autre augmentation , fait tout l'effet du Verre ardent : car s'il y avoit une autre action quelconque , cette action ne pourroit être que latérale , c'est-à-dire , que les rayons augmenteroient mutuellement leurs puissances en se touchant par les côtés ; mais cette prétendue action ne feroit que détourner les rayons qui vont tous en ligne droite , & par conséquent affoibliroit leur pouvoir au lieu de le fortifier. Plusieurs coins enfoncés à la fois dans un morceau de bois , plusieurs flèches lancées à la fois dans un rond , se nuiront si elles se touchent ; & comment agiront-elles sensiblement les unes sur les autres , si elles ne se touchent pas ?

J'ajoûterai encore , que si les rayons du Feu augmentoient leur force par cette action mutuelle , ( ce qui n'est pas assurément conforme aux loix mécaniques , ) les rayons de la Lune , reçûs sur un Miroir ardent , sembleroient devoir au moins faire sentir quelque chaleur à leur foyer ; mais c'est ce qui n'arrive jamais : Donc on paroît très-bien fondé à penser que les rayons n'agissent point réciproquement l'un sur l'autre , en partant d'un même lieu , & allant frapper le même corps. Il s'en faut beaucoup que le nombre des traits de flamme , qui pénètrent un corps , reçoivent une nouvelle action , par leur agitation mutuelle.

Qu'on mette sous un métal quelconque , une meche allumée , trempée d'Esprit de Vin , & qu'on observe , à l'aide de l'ingénieuse invention du Pyrometre , le degré d'expansion de raréfaction que ce métal aura acquis dans un tems donné ;

donné; si le feu augmentoit son action par le choc mutuel de ses parties, deux meches pareilles devroient raréfier ce métal beaucoup plus du double; mais il est prouvé par les expériences les plus exactes, que deux meches pareilles ne font pas seulement un effet double de celui d'une simple meche.

Une simple meche allumée, mise sous le milieu d'une lame de Fer longue de 5 pouces  $\frac{8}{10}$ , & épaisse de  $\frac{3}{10}$ , allongée cette lame comme 80; deux meches mises au même milieu, l'une auprès de l'autre, ne l'allongent que comme 117: & les deux mêmes flammes, mises à 2 pouces  $\frac{1}{2}$  l'une de l'autre, ne l'allongent que comme 109.

On ne prétend pas répéter ici le détail de toutes ces expériences vérifiées, on essayera seulement d'en tirer quelques conclusions.

Si le Feu agissoit dans ce cas, par la force d'une action mutuelle de ses parties les unes contre les autres, la flamme de ces deux meches devroit se joindre, pour produire ces effets réunis; & ces deux flammes devroient échauffer, raréfier cette lame beaucoup au-delà de 160; mais ces deux flammes voisines, au lieu de se réunir, s'écartent, chacune se dissipe de côté & d'autre.

On peut donc, encore une fois, conclure que les rayons du Feu n'agissent point l'un sur l'autre pour augmenter leur puissance, soit qu'ils viennent du Soleil en parallélisme, soit qu'ils soient réunis au foyer d'un Verre ardent, soit qu'ils s'échappent en cercle d'un charbon allumé, &c.

Voici donc ce qui arrive dans un corps auquel on applique un feu étranger; plus ce corps résiste, plus la quantité de ce feu multipliée par sa vitesse agit sur lui; & tant que l'action de ce feu & la réaction de ce corps subsistent, la chaleur augmente, jusqu'à ce qu'enfin de nouveau feu entrant toujours, les parties solides de ce corps, qui résistoient, par exemple, à 1000 parties de feu, ne pouvant résister à 10000, à 100000, se désunissent & s'évaporent. Un mouvement de bois de 100 pouces quarrés, pourra très-

Comment  
le feu appli-  
qué à un  
corps, agit,

aifément être percé dans 100 demi-pouces d'étendue fans perdre fa figure; mais s'il est percé dans 144000 lignes, il est réduit en pouffière.

Comment  
un corps  
s'embrasé  
fans addi-  
tion d'un feu  
étranger.

Voici maintenant ce qui arrive à un corps, dont on met en mouvement le feu propre qu'il contenoit. Qu'un morceau de Fer, par exemple, soit conçû partagé en mille lames élastiques, que chaque lame contienne dix parties de feu, que ce corps reçoive un choc violent qui ébranle ces mille lames, & que ce choc réitéré augmente cent fois le ressort de chaque partie de feu; ces atomes de feu qui ne pouvoient agir auparavant, vû le poids dont ils étoient accablés, prennent une force égale à celle des mille lames: Que ce ressort soit augmenté encore, on voit aifément comment enfin cette centième partie de feu contenue dans cette masse, l'enflammera toute, & la dissipera à la fin, fans qu'il y soit intervenu une seule particule de feu étrangère.

Les corps sont donc échauffés, enflammés, consumés, ou par le feu qui est en eux, & dont on a augmenté le mouvement, ou par la quantité d'un feu étranger qu'on leur a appliqué, & qui par son mouvement vient agir sur ces corps; & dans les deux cas le feu agit toujourns par les loix du mouvement.

## ARTICLE TROISIÈME.

*Proportions dans lesquelles le Feu embrase un corps quelconque.*

On a essayé dans ce troisième article, de rassembler quelques loix générales, sur les proportions dans lesquelles le Feu agit.

### P R E M I E R E L O I.

Le Feu étant un corps, & agissant sur les autres corps par sa masse & par son mouvement, selon les loix du choc, il communique son mouvement aux corps homogènes, à proportion

## ET SUR SA PROPAGATION. 203

*de leur grosseur.* Soit une lamine de Plomb échauffée, dilatée comme 154, par un feu donné; une autre lamine de même longueur, deux fois aussi large, deux fois aussi haute, & pesant ainsi le quadruple de la première, acquiert 109 degrés de chaleur en tems égal, à feu égal, selon les expériences faites au Pyrometre.

Le carré des degrés de cette chaleur, est à peu de chose près, comme la racine des pesanteurs de ces lames. La racine de la pesanteur de la dernière lamine, est à celle de la première, comme 2 est à 1; & les carrés de leurs degrés de chaleur, sont aussi comme 2 à 1, ou peu s'en faut.

### S E C O N D E L O I.

Le Feu agit en raison inverse du carré de sa distance; cela est assez prouvé, puisque le feu se répand également en tout sens: c'est aussi en vertu de cette loi, que de deux corps d'égale longueur & épaisseur, le plus large présentant une plus grande quantité de matière plus voisine de la flamme, que le moins large, le corps le plus large fera toujours le plutôt échauffé, en raison directe de cet excès de quantité de matière, & en raison du carré de la proximité du feu.

### T R O I S I É M E L O I.

*Le Feu augmente le volume de tous les corps avant d'enlever leurs parties.*

Si le bois, les cordes, &c. ne paroissent pas augmenter de volume, c'est qu'on n'a pas le tems de les mesurer avant que leurs parties ayent été dissipées.

Il est démontré par cette Loi, que le feu, (puisque'il est pesant,) doit augmenter le poids des corps, avant qu'il en ait fait évaporer quelque chose.

### Q U A T R I É M E L O I.

*Les corps retiennent leur chaleur, d'autant plus long-tems; qu'il a fallu plus de tems pour les échauffer.*

Ainsi le Fer ayant acquis 70 degrés de chaleur &

Cc ij

## 204 ESSAI SUR LA NATURE DU FEU.

d'expansion en 6 minutes 47 secondes, & un pareil volume de Plomb à feu égal, ayant acquis 70 pareils degrés en une seule minute ; ce plomb raréfié à ce même degré 5 minutes 47 secondes plutôt que le fer, se refroidira, se contractera aussi environ 5 minutes 47 secondes plutôt que le fer.

Cette règle souffre pourtant quelques exceptions ; la Craie, par exemple, & quelques pierres se refroidissent fort vite, après s'être très-lentement échauffées ; la raison est vraisemblablement, que le feu a changé leurs parties, & ouvert leurs pores, & , comme nous le dirons après avoir exposé toutes ces Loix, le tissu des substances, & l'arrangement des pores, doit apporter quelque changement aux règles les plus générales.

### CINQUIÈME LOI.

*Tous les corps sont échauffés & raréfiés par un feu égal, plus lentement d'abord, ensuite plus rapidement, puis avec plus grande célérité ; & de ce point de plus grande célérité, ils se raréfient tous d'autant plus lentement, qu'ils approchent plus du dernier terme de leur expansion.*

Par exemple, dans les expériences faites à l'aide du Pyrometre,

Le Plomb se raréfie à feu égal, d'abord en 5 sec... de 5 degrés.	Le Fer se raréfie en 9 secondes... de 1 degré.
en 9 sec... de 10 degrés.	en 15 secondes... de 2 degrés.
en 13 sec... de 15 degrés.	en 18 secondes... de 3 degrés.
en 15 sec... de 20 degrés.	

Puis, cette célérité de dilatation croissant toujours, le tems depuis la 28<sup>e</sup>. seconde jusqu'à la 36<sup>e</sup>. est l'époque de la plus grande vitesse de l'action du Feu ; & depuis ce terme de la 36<sup>e</sup>. seconde, les degrés de dilatation arrivent toujours plus lentement.

Cette cinquième Loi dépend évidemment de la force de cohésion des parties constituantes des corps.



Cette cohérence est d'autant plus grande que le corps est plus froid, & le dernier degré de froid, ( s'il étoit possible de le trouver, ) seroit le plus grand degré de cohérence possible.

Or dans l'air froid, le corps étant plus refroidi à sa surface que dans sa substance, oppose à l'action du feu une écorce plus ferrée ; c'est pourquoi un feu égal emploie 9 secondes à échauffer le fer d'un seul degré.

Mais les pores de cette première écorce étant ouverts, ceux de la seconde écorce sont aussi un peu ouverts, parce qu'ils ont reçu déjà des particules de feu : le feu égal opère donc en 18 secondes, une expansion de 3 degrés qu'il n'eût produite qu'en 27 secondes ; s'il avoit eu pareille résistance à vaincre : ensuite, quand le feu a par son mouvement, séparé, divisé toutes les parties de cette masse, il en a élargi tous les pores, la réaction de toutes les parties solides plus écartées, en est moins forte ; alors pareille quantité de feu n'étant plus suffisante pour distendre ces pores devenus plus grands, il faut qu'il arrive dans ces pores une portion de feu plus considérable : or la matière qui produit ce feu, étant toujours supposée la même, une plus grande quantité de matière ignée ne peut être fournie en tems égaux : Donc le même feu doit toujours agir plus lentement jusqu'au terme où la cohérence du corps équivaldra précisément à l'action du feu ; & passé ce tems, le corps se fond, se calcine, ou s'exhale en vapeurs, selon sa nature.

#### SIXIÈME LOI.

*La raison dans laquelle le feu agit sur les corps, est toujours moindre que la raison dans laquelle on augmente le feu.*

Par exemple, un feu simple agit en proportion plus qu'un feu double, & un feu double plus à proportion qu'un triple.

Une meche d'une grosseur donnée, communique à une lame de Fer donnée,

en 9 secondes. . . 1 degré.

en 15 secondes. . . 2 degrés.

en 18 secondes. . . 3 degrés.

Deux pareilles meches réunies à feu égal, communiquent à la même lame,

en 6 secondes, 1 degré, & non en 4 secondes & demie.

en 9 secondes, 2 degrés, & non en 7 secondes & demie.

en 10 secondes, 3 degrés, & non en 9 secondes.

La cause de ces différences, est que la substance du feu entrant dans l'intérieur d'un corps quelconque, le dilate en pouffant en tout sens ses parties.

Or cette pulsion dans tout l'intérieur d'un corps, est égale à une force quelconque appliquée extérieurement, laquelle tireroit ce corps, & l'allongeroit autant que le feu le dilate.

Mais il est démontré que les lames, les fibres égales d'un corps homogène, pareilles en longueur & épaisseur, étant chargées chacune d'un poids différent au même bout, ne peuvent être tendues en raison des poids; mais l'extension produite par le plus grand poids, est à l'extension que donne le plus petit, toujours en moindre raison que les poids ne font entr'eux.

Une corde de 3 pieds de long, chargée de 2 livres, s'étend comme 9, & chargée de 4 livres, elle ne s'étend pas comme 18, mais comme 17 seulement.

Or ce qu'est cette corde par rapport aux poids qui la tendent, tous les corps homogènes le sont à l'égard du feu qui les dilate: Donc il faut plus du double du feu pour faire un effet double, & plus du triple pour faire un effet triple.

### S E P T I É M E L O I.

Toutes choses d'ailleurs égales, tout corps exposé au feu fera plus promptement échauffé par ce feu étranger, en raison de la portion de feu qu'il contient dans sa propre

substance , ainsi toutes choses égales , le corps qui contiendra le plus de Soufre , fera le plutôt dilaté , brûlé & consumé.

Voilà pourquoi de tous les fluides connus , l'alcohol est celui qui se consume le plus vite.

HUITIÈME LOI.

Tous corps homogènes de dimensions égales , à feu égal , mais chacun peint ou teint d'une couleur différente , s'échauffent suivant les proportions des sept couleurs primitives. Le noir s'échauffe le plus vite , puis le violet , le pourpre , le verd , le jaune , l'orangé , le rouge , & enfin le blanc.

Par la même raison , le corps blanc garde plus long-tems sa chaleur , & le corps noir est celui qui la perd le plutôt.

On pourroit mettre pour neuvième Loi , qu'il doit y avoir des variations dans la plupart des Loix précédentes.

Ces variations viennent de ce que les pores & la tiffure d'un corps ( quelque homogène qu'il soit ) ne sont jamais également distribués & disposés. Concevez un corps divisé en cent lamines , & ayant mille pores ; les cent lamines ne sont pas toutes de la même épaisseur , & les pores de ces lamines ne se croisent pas de la même façon ; c'est cet arrangement inégal des pores , & cette épaisseur différente des feuilles , qui sont cause que certains rayons sont réfléchis , & certains autres transmis ; qu'une feuille d'Or transmet des rayons bleus tirans sur le verd , & réfléchit les autres couleurs ; que la quatrième partie d'un millièmième de pouce donne du blanc entre deux verres , l'un plat , & l'autre convexe , se touchans en un point , &c.

Or cette variation de tiffure qui détermine les différentes actions du feu , en tant qu'il éclaire , ne doit-elle pas aussi déterminer les différentes actions du feu , en tant qu'il échauffe & qu'il brûle ?

C'est donc de la combinaison de toutes ces loix dont on vient de parler , que naît la proportion dans laquelle le Feu pénètre les corps ; il n'agit point en raison réciproque des pesanteurs , ni des cohérences , ni en raison composée de

ces deux : car , par exemple , la cohésion dans le Fer est environ 15 fois plus grande que dans le Plomb , ( comme il est prouvé par les poids égaux suspendus à des barres de Plomb & de Fer de pareil volume ; ) la pesanteur spécifique du Plomb est à celle du Fer , comme 11 est à 7 : cependant le Plomb acquiert en tems égal , à feu égal , à peu-près le double de chaleur du Fer , ce qui n'a aucun rapport , ni à leurs pesanteurs , ni à leurs cohérences.

La raison dans laquelle le Feu agit , est non-seulement composée de ces deux raisons de pesanteur & de cohésion , mais de tous les rapports ci-dessus mentionnés.

Il n'est guère possible que nos lumières & nos organes ; aussi bornés qu'ils le sont , puissent jamais parvenir à nous faire connoître cette proportion qui résulte de tant de rapports imperceptibles ; nous en sçaurons toujours assez pour notre usage , & trop peu pour notre curiosité.

L'expérience seule peut nous apprendre en quel rapport le Feu détruit les divers corps , Fluides , Minéraux , Végétaux , Animaux.

L'on ne peut fixer rien d'exact sur cela , que pour le climat que nous habitons , & pour une température déterminée de ce climat : car les rayons du Soleil en moindre ou plus grand nombre , ou dardés plus ou moins obliquement , les vents , les exhalaisons , altèrent la tiffure de tous les corps.

Sur tout le ressort & la pesanteur de l'air , par leurs variétés , augmentent & diminuent l'action du Feu. Plus l'air est pesant , plus les corps acquièrent de chaleur à feu égal ; trois onces de plus de pesanteur dans la colonne de l'Atmosphère , rendent l'eau bouillante plus chaude d'un neuvième.

On sçait déjà par le Pyromètre , qu'un Philosophe excellent vient d'inventer , les dilatations comparatives des Métaux à feu égal , en tems égal , le Barometre étant à telle hauteur.

On sçait par le Thermometre du Sr. Fahrenheit , le Philosophe des Artisans , les degrés comparatifs de la chaleur de plusieurs liqueurs , & les termes de leur chaleur.

Or dans une température d'air déterminée , tout a son degré

degré de chaleur déterminé. Les Liqueurs bouillantes, les Métaux en fusion, les Minéraux calcinés, les Végétaux ardens, comme les Bois, &c. acquièrent un degré de chaleur, passé lequel on ne peut les échauffer.

Ce dernier degré absolu, & les degrés comparatifs de chaleur des Fluides, des Minéraux, des Végétaux, peuvent, je crois, être connus à l'aide du seul Thermometre construit sur les principes de M. de Reaumur.

Il n'y a qu'une seule précaution à prendre, c'est que l'Esprit de Vin ne bouille pas dans le Thermometre. Pour cet effet, je ne plonge qu'à moitié la boule du Thermometre dans les liqueurs bouillantes.

Je mets le même Thermometre à une telle distance de chaque métal en fusion, que le métal le plus ardent fait monter l'Esprit de Vin plus haut, sans le faire bouillir. Je fais une Table en trois colonnes : la première colonne marque le tems où la liqueur bout en un vase égal, à feu égal : la seconde colonne marque le degré où est monté le Thermometre dont la boule est à moitié plongée dans la liqueur bouillante : la troisième colonne marque le tems dans lequel le Thermometre est monté depuis la marque 0, ayant soin d'avoir toujours de la glace auprès de moi.

Une autre Table sert pour les Métaux en fusion.

La première colonne marque le tems qu'il a fallu pour fondre les divers Métaux à feu égal, en vase égal.

La seconde, les degrés où s'est élevé le Thermometre depuis la marque 0, à égale distance des Métaux fondus.

Je fais la même opération pour les calcinations.

A l'égard des Plantes, je fais couper en un même jour, des branches de tous les Arbres d'une Pépinière, j'en fais tourner au Tour des morceaux d'égale dimension ; & les rangeant tous sur une grande plaque de fer poli, également épaisse, rougie au feu également, j'observe avec une Pendule à secondes, les tems où chaque morceau est réduit en cendre, & il y a entre ces tems des différences très-considérables.

J'en fais autant avec les Légumes.

Mais s'il est utile de sçavoir quel degré de feu est nécessaire pour détruire , il ne l'est pas moins de sçavoir quel degré il faut pour animer ; & quel feu & quel froid peuvent soutenir les Animaux & les Plantes ; par exemple , quel degré de feu peut faire meurir le Bled , & en combien de tems quel degré de feu le fait périr , &c.

C'est de quoi je prépare encore une Table ; & je joindrai toutes ces Tables à ce petit Essai , si Messieurs de l'Académie le jugent digne de l'impression , & s'ils pensent que l'utilité de ces opérations puisse suppléer aux défauts de l'Ecrit.

## ARTICLE QUATRIÈME.

*De la communication du Feu ; comment & en quelle proportion le Feu se communique d'un corps à un autre.*

Les loix du mouvement doivent toujours nous servir de règle. Un corps en mouvement qui choque un corps en repos , perd de son mouvement autant qu'il en donne ; il en est ainsi du feu qui échauffe un corps quelconque.

Tout corps échauffé communique sa chaleur également , & en tout sens , aux corps environnans ; c'est-à-dire , leur donne le feu qui est dans lui , jusqu'à ce qu'eux & lui soient à un même degré de température.

Le vulgaire qui voit monter la flamme , pense que le Feu se communique plutôt en haut qu'en bas , sans songer que la flamme ne monte que parce que l'air plus pesant qu'elle , presse sur le corps combustible.

Le feu ne tend ni à monter , ni à descendre.

Quelques Philosophes observant que le Feu descend presque toujours quand on met des matières enflammées au milieu de pareilles matières sèches , ont décidé que le Feu tend à descendre , sans considérer que le Feu ne descend en ce cas plus qu'il ne monte , que parce que d'ordinaire la matière enflammée , un morceau de bois , par exemple , qu'on mettra au milieu d'un bûcher , touche les bois de dessous en plus de points que les bois de dessus ; & que de plus , le bûcher étant déjà allumé par le bas , la partie basse

du bûcher est déjà plus échauffée que la partie haute.

On donne pour constant, dans un nouveau Traité de Physique, sur la Pesanteur universelle, (*seconde partie, chap. 2.*) que le Feu tend toujours en bas. J'en ai fait l'épreuve, en faisant rougir un fer, que je posai ensuite entre deux fers entièrement semblables; au bout d'un demi-quart d'heure je retirai ces deux fers semblables, je mis deux Thermomètres construits sur les principes de M. de Reaumur, à quatre pouces de chaque fer, les liqueurs montèrent également en tems égaux: Ainsi il est démontré que le feu se communique également en tous sens, quand il ne trouve point d'obstacle.

Il ne faut pas, sans doute, inférer de-là, que deux corps égaux homogènes communiquent également de chaleur à deux corps égaux hétérogènes en tems égal.

Par exemple, deux cubes de fer égaux, échauffés à pareil degré, étant posés l'un sur un cube de marbre, l'autre sur un cube de bois, d'égale température, le fer posé sur le marbre perdra plus de chaleur, & communiquera cependant moins de sa chaleur à ce marbre, que l'autre fer n'en communiquera à ce bois: Et cette différence vient évidemment de l'excès de pesanteur & de cohérence du marbre, & du tissu de ses parties, qui composent un tout, lequel résiste plus au choc des parties de feu, qu'un morceau de bois de pareil volume.

Mais comme on l'a déjà dit (*article 2. seconde partie,*) ces quatre corps au bout d'un tems considérable, sont dans le même air, d'une température égale, quelque changement que le feu ait apporté en eux.

Cette température égale de tous les corps, après un certain tems dans un même air, ne prouve pas qu'il y ait alors également de feu dans tous les corps; elle prouve seulement que l'action du feu qui est en eux est égale. Voici, ce semble, comme on peut concevoir cet effet.

Je considère toujours le Feu comme un corps qui agit par les loix du choc: quand l'action du feu est supérieure à

Chaleur non également communiquée, & comment?

Comment tous les corps paroissent

d'une égale  
température.

la résistance des parties d'un corps, ce corps acquiert des degrés de chaleur : quand la résistance d'un corps, au contraire, est supérieure, il acquiert des degrés de froid.

Quand l'action & la réaction sont égales, c'est comme s'il n'y avoit aucune action. Il y a plus de feu dans un pied cubique d'Esprit de Vin, que dans un pied cubique d'eau; mais le feu est en équilibre avec l'eau & avec l'Esprit de Vin, il n'agit ni dans l'un ni dans l'autre; par conséquent il n'y a point de raison pour laquelle l'une soit alors plus chaude que l'autre.

Que deux ressorts, dont l'un peut agir comme 10, & l'autre comme 1, soient retenus, leur action, ou plutôt leur inaction, sera égale jusqu'à ce que leur force se déploie.

Le Feu est ce ressort; la force qui le déploie est le mouvement ou la masse qu'on peut lui ajouter; la puissance qui le retient est la matière qui le comprime.

Il paroît donc que les corps ne deviennent d'une égale température, que parce que le feu qu'ils contiennent n'agit point sensiblement dans eux.

Il seroit, ce semble, très-utile de sçavoir en quelle proportion le feu se communique d'un corps aux autres, comme des Liqueurs aux Liqueurs, des Minéraux aux Minéraux, des Végétaux aux Végétaux.

Par exemple, l'eau bouillante fait monter à 92 degrés un bon Thermometre de M. de Reaumur, dont la boule est à moitié plongée dans cette eau.

L'Huile bouillante, qui seule doit faire monter le même Thermometre à près de trois fois cette hauteur, mêlée avec pareille quantité d'eau fraîche, ne le fait monter qu'à 43 degrés.

Même quantité d'Huile bouillante, mêlée avec même quantité d'Huile froide, le fait monter à 79 degrés, la boule toujours à moitié plongée.

Même quantité d'Huile bouillante, mêlée avec même quantité de Vinaigre, le fait monter à 51 degrés; c'est 6 degrés de chaleur plus que le mélange d'Huile & d'eau n'en



donne, & cependant le Vinaigre seul bouillant n'est pas plus chaud que l'eau bouillante.

J'ai préparé des expériences sur la quantité de chaleur que les Liqueurs communiquent aux Liqueurs, les Solides aux Solides ; & j'en donnerai la Table, si Mrs. de l'Académie jugent que cette petite peine puisse être de quelque utilité.

Il y auroit plus d'avantage à connoître en quelle proportion le Feu se communique dans les Incendies ; cette proportion dépend principalement du vent qui regne : le Feu allumé dans une forêt, n'est nullement à craindre, quelque violent qu'il soit, quand l'air est entièrement calme. J'en ai fait l'expérience sur un terrain de 80 pieds de long, & 20 de large ; lequel je fis couvrir de bois taillis debout, nouvellement coupés, entremêlés de balivaux : Je fis allumer avec de la paille toute la face de 20 pieds ; l'air étoit sec & entièrement calme ; le Feu en une heure ne consuma que 20 pieds sur 80, après quoi il s'éteignit de lui-même : Mais le lendemain par un grand vent qui faisoit plus de 25 pieds par seconde, la même étendue de bois, c'est-à-dire, de 80 pieds de long sur 20 de large, fut entièrement consumée en une heure.

## ARTICLE CINQUIÈME.

*Ce que c'est que l'aliment du Feu, & ce qui est nécessaire pour qu'un corps s'embrase, & demeure embrasé.*

Ce qu'on nomme le *pabulum Ignis*, l'aliment du Feu, est ce qu'il y a de combustible dans les corps. Qu'entend-on par combustible ? Si on entend la division, la séparation des parties, tout mixte peut être ainsi divisé tôt ou tard par le Feu, & tout mixte est entièrement combustible, les Elémens mêmes le sont aussi ; le Feu divise, & l'Air principe, & l'Eau & la Terre principe.

Si on entend par aliment du Feu, par ce mot *combustible*, des parties qui se transforment en feu, il n'y en a aucune de cette espèce, & nul corps ne devient Feu.

D d iij

Si on entend par *combustible*, ce qui prend la forme de feu, ce qui s'embrase, il est clair que rien ne pouvant prendre cette forme que le Feu lui-même, le *pabulum Ignis*, le corps qui s'embrase, n'est autre chose qu'un corps qui contient la matière ignée dans ses pores; & de quelque façon qu'on s'y prenne, il n'y a que le mouvement qui puisse déceler cette matière ignée.

Ce que c'est  
que le *pabu-  
lum Ignis*.

Mais quelles parties des corps contiennent le feu? Les moindres opérations chymiques nous apprennent que les Sels, les Flegmes, la Tête-morte ne s'enflamment point; la seule matière inflammable qu'on retire des corps, est ce qu'on appelle l'*Huile* ou le *Soufre*. Ainsi les corps ne sont donc l'aliment du Feu, qu'à proportion qu'ils contiennent de ce Soufre, de cette Huile.

Mais qu'est-ce que ce Soufre lui-même? C'est un principe en Chymie; mais ce principe n'est physiquement qu'un mixte, dans lequel il entre encore de l'eau, de la terre, de l'air & du feu: or ce n'est ni par l'eau, ni par l'air, ni par la terre qu'il est inflammable, ce n'est donc que par le feu élémentaire qu'il contient; aussi l'infatigable Homberg disoit, que ce qu'on appelle le *Soufre principe*, n'est autre chose que le feu lui-même; tout se réduit toujours ici à ce feu élémentaire, lequel s'échappe des Mixtes, & dont la quantité & le mouvement font la force.

Or pour que ce feu élémentaire embrase les mixtes, & continue à les embraser, on demande si l'Air est nécessaire.

Quand &  
comment  
l'air est né-  
cessaire au  
feu.

On sçait que nous ne pouvons guère, ni produire, ni conserver notre feu factice sans Air, ni même avec le même Air, il nous faut toujours un Air renouvelé; de sorte que le Feu, ainsi que les Animaux, meurent souvent dans la Machine Pneumatique en très-peu de tems, si le récipient est vuide, & si le récipient est plein du même Air.

J'ai eu la curiosité d'entasser 4 livres de charbons noirs dans une boîte de tole, que je fermai très-bien; cette boîte étoit haute de cinq pouces, large d'un pied, & longue d'environ deux pieds; je la fis rougir de tous côtés au feu le

plus violent , pendant une heure & demie ; au bout de ce tems , le tout pesoit 4 onces de moins , les charbons étoient très-chauds , pas un n'étoit allumé , & plusieurs s'embrasèrent dès qu'ils reçurent l'action de l'air extérieur.

Mais il y a souvent en Physique expérience contre expérience ; du fer enfermé dans cette même boîte s'embrase & rougit très-bien.

Si un métal très-chaud se refroidit dans l'air , pareil volume de même métal se refroidit dans le vuide en tems égal.

Suivant l'expérience exacte rapportée dans les *Additamenta Experimentis Florentinis* , le Soufre avec le Salpêtre sur un fer ardent , y jette des flammes ; la Poudre à canon s'y est enflammée quelquefois aux rayons réunis du Soleil , &c. la difficulté est donc de sçavoir quand l'air est nécessaire au feu , & quand il ne l'est pas.

Il faut , je crois , partir toujours de ce principe , que le Feu agit par son mouvement & par sa masse , & qu'il agit autant qu'on lui résiste.

Sur ce principe , la Poudre à canon ne s'enflammera que difficilement dans le vuide , ne fera point d'explosion , parce qu'elle manquera d'air qui la repousse.

Ainsi , je concevrai le Feu agissant dans l'Air & dans le Vuide , comme un ressort quelconque qui pousse un corps dur , & qui se perd dans un corps mou.

Que l'on allume un feu de bois d'un pied quarré , ce feu agira continuellement contre un poids d'environ 2000 livres d'air , c'est-à-dire , contre un ressort qui a la force de 2000 livres ; ce ressort se déploie à chaque instant , & augmente ainsi le mouvement du feu , & par conséquent sa force : si le ressort de l'air qui presse sur un feu allumé , s'épuisoit par sa dilatation , le feu contre lequel il n'agiroit plus , s'éteindroit ; si l'on pompe l'air , le feu s'éteint encore plus vîte. L'air fait donc uniquement l'office d'un soufflet qui est nécessaire à un feu médiocre.

C'est la seule raison pour laquelle , toutes choses égales ,

la chaleur au haut & au bas d'une Montagne, est en raison réciproque de la hauteur de la Montagne.

Plus la Montagne est haute, plus son sommet est froid, parce que la masse des particules de feu émanées du Soleil, est pressée par beaucoup moins d'air au haut de cette Montagne qu'au pied; ce Feu manque d'un soufflet assez fort.

Mais le Feu agit par sa masse aussi-bien que par son mouvement; le soufflet ne fait rien à sa masse: si donc cette masse est assez grande pour se passer du mouvement du soufflet, en ce cas il peut très-bien subsister sans air. Voilà pourquoi une boîte de fer rouge conserve sa chaleur aussi longtemps dans le vuide que dans l'air.

Aussi, quand le mouvement est assez grand indépendamment de la masse, le soufflet est encore inutile, le feu subsiste, la matière s'enflamme sans air.

Du Soufre entouré de Salpêtre, s'enflamme dans le vuide, parce que la réaction du Salpêtre tient lieu de la réaction de l'air.

Il est à croire que les Verres ardents brûleront dans le vuide, comme dans l'air, pourvû qu'ils puissent transmettre une assez grande quantité de rayons; ils ne feront pas les mêmes explosions dans le récipient, que dans l'air *libre*; mais ils consumeront, ils enflammeront aussi-bien tous les corps: car la masse du feu suppléera au mouvement nouveau que l'air réagissant lui donneroit.

Mais pourquoi, dira-t-on, ces charbons enfermés dans votre boîte de fer, ne sont-ils point enflammés par l'action du feu?

J'ose croire que c'est uniquement par ce même principe, parce que la masse du feu qui les choquoit, n'étoit point assez puissante; il falloit que la quantité de feu vainquit la quantité de résistance de l'atmosphère de ces charbons: cette atmosphère est très-dense & très-sensible, tous les corps en ont une; mais celle du charbon est beaucoup plus épaisse, elle augmente à mesure qu'ils sont échauffés, elle les défend contre l'action de ce feu qui n'est que médiocre. Je suis  
très-

très-persuadé que si on avoit jetté ma boîte de fer dans un feu plus violent , qui eût pu la fondre , ces charbons se feroient embrasés dans leur boîte sans le secours de l'air extérieur.

Il paroît donc qu'il ne s'agit dans tout ceci , que du plus & du moins : dans tous les cas possibles , on peut donc admettre cette regle, qu'*un petit feu a besoin d'air , & qu'un grand feu n'en a nul besoin.*

Il n'y a pas d'apparence que le feu du Soleil subsiste par le secours d'aucune matière environnante semblable à l'air : car cette matière étant dilatée en tout sens , par ce feu prodigieux d'un Globe un million de fois plus gros que le nôtre , perdrait bientôt tout son ressort & toute sa force.

## ARTICLE SIXIÈME.

### *Comment le Feu s'éteint.*

Nous avons déjà été obligés de prévenir cet article en parlant de l'aliment du Feu (*article précédent* :) car il étoit impossible de traiter de ce qui le nourrit , sans supposer ce qui l'éteint.

On dit d'ordinaire que le Feu est éteint , & le vulgaire croit qu'il cesse de subsister quand on cesse de le voir & de le sentir ; cependant la même quantité de feu subsiste toujours : ce qui s'est exhalé d'une forêt embrasée , s'est répandu dans l'air & dans les corps circonvoisins , il ne se perd pas un atome de feu , il en reste toujours beaucoup dans les corps dont on fait cesser l'embrasement.

Ce que l'on doit entendre par l'extinction du Feu , n'est autre chose que la matière embrasée , réduite à ne contenir que la quantité de masse & de mouvement de feu proportionnelle à la quantité de matière qui reste.

Un métal en fusion , par exemple , ne contient plus , quand il est refroidi , qu'une masse de feu déterminée , dont l'action est surmontée par la masse du métal ; & il s'est exhalé la masse de feu étrangère , dont l'action avoit surmonté la résistance de ce métal.

Si ce métal ne s'est enflammé que par le mouvement, comme l'effieu d'un Carrosse, il n'a point acquis de feu étranger; mais la masse de feu contenue dans sa substance a acquis un mouvement nouveau; & la vitesse multipliée par cette même masse de feu, ayant échauffé le corps, la cessation de ce mouvement étranger le refroidit.

Pour éteindre un Feu quelconque, il faut donc diminuer sa masse ou son mouvement.

L'air incessamment renouvelé, servant de soufflet pour entretenir tout feu médiocre, l'absence de cet air suffit pour que le feu s'éteigne.

L'eau jettée sur le Feu l'éteint, pour deux raisons. Premièrement, parce qu'elle touche la matière embrasée, & semet entre l'air & elle. Secondement, parce qu'elle contient bien moins de feu que le corps embrasé qu'elle touche.

L'Huile, au contraire, contenant beaucoup de feu, augmente l'embrasement au lieu de l'éteindre.

Comme l'extinction du Feu dépend toujours de la quantité de la force de cet élément, & de la force qu'on lui oppose, un charbon ardent, un fer ardent même, s'éteignent dans l'Huile la plus bouillante comme dans l'eau froide.

La raison en est, que ces petites masses de Feu n'ont pas la force de séparer le flegme de l'Huile; & que cette Huile bouillante n'ayant qu'une chaleur déterminée, qui la rend froide, par comparaison au fer ardent, elle le refroidit en le touchant, en appliquant à sa surface des parties froides qui diminuent le mouvement du feu qui pénétroit ce fer ardent.

Le même fer embrasé; s'éteindra dans l'alcool le plus pur, quoique cet alcool soit empreint de Feu; & cela précisément par la même raison qu'il s'éteint dans l'Huile: Mais pour que du fer embrasé s'éteigne dans l'alcool, il faut que ce fer ne jette point de flamme: car s'il en jette, cette flamme touchera l'alcool avant que le fer soit plongé, & alors la liqueur s'enflammera.

La raison en est, que les vapeurs légères de l'alcohol, sont aisément divisées par les parties finies de la flamme; mais le feu du fer ardent tout chargé des grosses molécules de fer, entre brusquement dans cet Esprit de Vin dont la partie aqueuse le touche en tous ses points, & refroidit tout ce qu'elle touche.

Un charbon ardent, & tout feu médiocre, s'éteint plus vite aux rayons du Soleil & dans un air chaud, que dans un air froid, par la raison ci-dessus alléguée, que l'air est un soufflet nécessaire à tout feu médiocre; & que ce charbon est plus pressé d'un air froid moins dilaté, que d'un air chaud moins dilaté.

Un flambeau s'éteint dans l'air non renouvelé, par la même raison, & parce que la fumée retombant sur la flamme, s'y applique, & ralentit le mouvement du feu.

Un flambeau s'éteint dans la Machine du Vuide, parce que l'air n'y a plus aucune force qui puisse faire monter la Cire dans la meche en pressant sur elle.

Ce qu'on auroit encore à dire sur cette matière, se trouve en partie à l'article précédent, & l'on craint d'abuser de la patience des Juges.

*FIN de la seconde & dernière Pièce.*

**L'**Académie n'a pas cru devoir permettre qu'il fût fait aucun changement dans les Pièces qui lui ont été envoyées pour les Prix, & qu'elle a jugées dignes de voir le jour; elle s'est prescrite la loi de les faire imprimer précisément telles qu'elle les a reçues. Mais elle ne peut qu'approuver que les Auteurs fassent paroitre séparément des changemens qui peuvent contribuer à en éclaircir, ou à en rectifier certains endroits. Voici ceux que l'Auteur de la Pièce N<sup>o</sup>. 6, desire qui soient faits dans cette Pièce.

Page 87, ligne 4, les prises, lisez, aux prises.

Page 88, ligne 23, nous brûle à la même distance, lisez, nous brûle presqu'à la même distance.

Page 89, ligne 16, d'échauffer & de raréfier, lisez, de raréfier. Ligne 24, au dessus de l'atmosphère, lisez, dans l'atmosphère.

Page 90, ligne 19, pour exciter la lumière, lisez, pour exciter la chaleur.

Page 92, ligne 24, à 212 degrés environ, ajoutez, du Thermometre de Mercure de Fahrenheit.

Page 93, ligne 7, sont, lisez, soient.

Page 95, ligne 10, toute fluidité, & peut-être toute élasticité, toute électricité, vient de lui, lisez, la fluidité, & peut-être aussi l'électricité vient de lui. Ligne 23, n'en est pas moins, lisez, n'en paroît pas moins être.

Page 99, ligne 10, qui distinguent la matière de l'espace pur, lisez, qui distinguent la matière.

Page 101, ligne 22, les parties, lisez, ses parties.

Page 102, lignes 5 & 6, que l'impénétrabilité du feu est bien loin d'être démontrée, lisez, que l'impénétrabilité du feu n'est pas encore démontrée. Ibid. Art. 6, note marginale, les Philosophes sont partagés sur cette matière, lisez, les Philosophes sont partagés sur la pesanteur du Feu.

Page 105, ligne 16, corne de Fer, lisez, corne de Cerf.

Page 107, ligne 3, de la note, & comme

on le croiroit encore, sans la façon admirable dont M. de Mairan a prouvé le contraire, lisez, & comme une grande partie du monde sçavant le croit encore, malgré la façon admirable dont M. de Mairan a établi le contraire dans son Mémoire de 1728.

Page 108, n<sup>o</sup>. 13, ligne 15<sup>e</sup>, après ces mots, dans le calcul précédent, ajoutez, je n'avois pas connoissance, quand je fis cet ouvrage, des Observations de M. Bradley, qui prouvent que la vitesse de la lumière de toutes les Etoiles fixes, est la même que celle que M. Roëmer a trouvée à la lumière que les Satellites de Jupiter nous renvoient; ainsi cette question est décidée, la lumière ne perd point de sa vitesse par la réflexion. Ligne 28, 3 livres, lisez, 3 dragmes.

Page 112, ligne 16, que toutes les parties du feu, lisez, que les parties du feu. Ligne 19, aussi, lisez, ainsi.

Page 114, ligne 2, dans les corps, lisez, dans les corps & dans les espaces. Ligne 11, le Vuide & l'Or, lisez, le Vuide de Boyle, & l'Or.

Page 115, ligne 7, de tous les liquides, lisez, de tous les fluides. Ligne 22, sont aisément, lisez, sont plus aisément.

Page 116, ligne 27, pour une espece quelconque, lisez, pour un espace quelconque. Ligne 30, de la rassembler, lisez, de le rassembler.

Page 120, n<sup>o</sup>. 14<sup>e</sup>. ligne 14, que le Feu enfin est un être d'une nature moyenne, qu'il n'est ni esprit, ni ma-



tière, ni espace, *lis.* que le Feu enfin pourroit bien être un être d'une nature mitoyenne, qu'il n'est point impossible qu'il ne soit ni esprit, ni matière, ni espace.

*Page 122, ligne 32, vers leur centre commun, lis.* l'un vers l'autre. *Ligne 35, sur eux, lis.* sur elles.

*Page 127, ligne 26, de celle du Sable, des rayons de la Lune, & de tous les autres corps, lis.* de celle du Sable, & des autres corps, & de celle que les rayons de la Lune opèrent peut-être. *Ligne 35, que cette expansion, lis.* que cette expansion.

*Page 129, lignes 6 & 7, expansion, lis.* expansion.

*Page 136, ligne 8, s'échauffent par le frottement, lis.* s'échauffent, c'est-à-dire, par le frottement.

*Page 144, ligne 21, peut-être est-ce cet atmosphere, lis.* peut-être est-ce aussi cet atmosphere.

*Page 146, ligne 20, 16 fois moins de rayons, lis.* 12 fois moins de rayons.

*Page 149, ligne 15, & que c'est, lis.* & c'est.

*Page 150, ligne 26, le Feu est un être à part, lis.* le Feu paroît être un être à part.

*Page 151, ligne 24, dans un objet, lis.* dans un effet.

*Page 154, ligne 10, le second, lorsque les corps se refroidissent réellement, & que le feu s'envole d'entre leurs parties, lis.* le second est celui des corps qui se refroidissent réellement, & dont le feu s'envole d'entre leurs parties.

*Page 155, ligne 31, il gele quelquefois, lis.* il dégele quelquefois.

*Page 157, ligne 22, les parties frigé-*

rifiques, *lis.* les parties frigorifiques. *Ligne 31, frigorifiques, lis.* frigorifiques.

*Page 158, ligne 20, pour la réduire en glace, lis.* pour la changer en glace. *Ligne 25, ces interstices, lis.* les interstices. *Ligne 36, frigorifiques, lis.* frigorifiques. *Ibid. 1<sup>re</sup>. note marginale, frigorifiques, lis.* frigorifiques.

*Page 160, ligne 20, parties frigorifiques, lis.* parties frigorifiques.

*Page 161, lignes 3 & 4. Donc ce n'est pas seulement parce que le vent s'applique successivement aux corps, ni parce qu'il apporte des particules de glace, qu'il les refroidit, lis.* Donc ce n'est pas seulement parce que le vent s'applique successivement aux corps, qu'il les refroidit. *Ligne 18, frigorifiques, lis.* frigorifiques.

*Page 162, ligne 12, soient, lis.* sont.

*Page 163, note marginale, il ne peut avoir d'atmosphère, ajoutez, sem-* blable au nôtre.

*Page 166, ligne 14, Question II. lis.* Question XI.

*Page 168, lign. 37 & 38, à mesure qu'on approche du centre de la terre, car alors on en est plus près; & de plus, puisque, &c. lis.* à mesure qu'on approche du centre de la terre; car, puisque, &c.

*Page 169, ligne 13, à mesure qu'il approche, lis.* à mesure qu'on approche. *ibid. 3<sup>e</sup>. note marginale, c'est un effet du Créateur, lis.* c'est un effet de la providence du Créateur.

*Page 170 ligne 5. & la matière des Cometes, lis.* de plus la matière des Cometes. *Ligne 15, dans les globes, lis.* dans ces globes.



PIECES  
SUR LE  
FLUX ET REFLUX  
DE LA MER.

---

---

*Prix de 1740.*



PIECES

QUI ONT REMPORTÉ

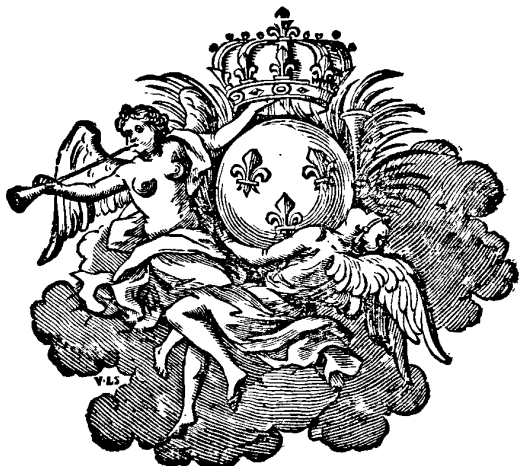
LE PRIX

DE L'ACADÉMIE ROYALE  
DES SCIENCES,

EN M. DCC. XL.

*Sur le Flux & Reflux de la Mer.*

Selon la fondation faite par feu M. ROUILLE DE  
MESLAY, ancien Conseiller au Parlement.



*A PARIS, rue Saint Jacques.*

Chez G. MARTIN, J. B. COIGNARD, & les  
Freres GUERIN, Libraires.



# DISSERTATION

S U R

LA CAUSE PHYSIQUE

D U F L U X

E T

D U R E F L U X

D E L A M E R.

*Par le P. ANTOINE CAVALLERI, Jésuite,  
Professeur Royal de Mathématiques à l'Université  
de Cahors.*

---

**O**N fait voir dans cette Differtation , que trois Causes concourent au Flux & Reflux de la Mer.

PREMIEREMENT , *Le Mouvement annuel de la Terre autour du Soleil.*

Il fait que sous le Soleil les eaux de la Mer se portent vers cet Astre , & à l'autre Hemisphere vers le point du Ciel diametralement opposé.

SECONDEMENT , *L'Effort central du Tourbillon terrestre.*

Il est moindre au Diametre où est la Lune , que dans le reste du Tourbillon ; ce qui fait , que sous la Lune , les eaux de la Mer se portent vers cet Astre , & à l'autre Hemisphere vers le point du Ciel diametralement opposé.

TROISIE'MEMENT , *Le Mouvement journalier de la Terre autour de son Axe.*

Il donne à la Mer des forces centrifuges , qui facilitent l'effet des autres Causes , qui la font monter.

Il fait qu'en montant vers le Soleil & vers la Lune , & vers les points du Ciel diametralement opposés , la Mer se meut de l'Occident à l'Orient ; & qu'ainfi sa plus grande élévation ne se fait pas à l'endroit où les Causes , qui la font monter , auroient seules leur plus grand effet , mais à 45 Degrés de là vers l'Orient : les heures du Flux & du Reflux dépendent de ce Mouvement.

Il fait aussi qu'à quelque endroit de l'Océan qu'on observe le Flux & Reflux , on passe deux fois le jour par le Méridien de l'endroit où se fait la plus grande élévation de la Mer , & que deux fois le jour on s'en éloigne de 90 Degrés ; ce qui donne chaque jour deux fois le Flux , & deux fois le Reflux , dont il s'agit.

HINC DEPRIMOR , ERIGOR ILLINC.





# DISSERTATION

SUR

## LA CAUSE PHYSIQUE

DU FLUX ET DU REFLUX

## DE LA MER.



ANS les Mers vastes & profondes, on voit l'Océan monter deux fois le jour, & descendre deux fois alternativement: les eaux paroissent s'élever durant environ six heures, & s'étendre sur les Riva- ges, c'est ce qu'on nomme le Flux: on les voit après descendre durant autant de tems, & rentrer dans l'Océan, c'est ce qu'on nomme le Reflux: ce qui contraint ces Flots de s'éloigner d'abord du centre de la Terre, & ce qui les réduit après à s'en rappro- cher, c'est ce qu'on nomme la Cause Physique du Flux & Reflux de la Mer.

Ce Phénomene est célèbre chez les Physiciens, parce qu'il n'est pas moins difficile d'en découvrir les Causes,

A ij

qu'il est naturel de vouloir les connoître : les observations, les recherches, les découvertes qu'on a fait sur ce sujet, n'ont presque abouti qu'à multiplier les opinions, à ferrer les nœuds des difficultés, à faire dire enfin que si la Nature est admirable dans la grandeur des mouvemens des Flots, elle ne l'est pas moins dans le secret des ressorts dont elle se sert pour les élever.

Nous fera-t-il donné de les découvrir ces ressorts, & de les faire connoître? Nous l'espérons de l'avantage qu'on a, quand on écrit après de Grands-Hommes, des lumieres & du travail desquels on peut se prévaloir : les observations des gens les plus expérimentés, les découvertes exactement reconuës, les regles des Méchaniques universellement reçûes, ce sont les moyens dont nous allons nous servir pour faire voir quelle est la Cause Physique du Flux & Reflux de la Mer. C'est le sujet de cette Dissertation.

Le Soleil & la Lune paroissent contribuer au Flux & Reflux de la Mer.

D'abord avec les (a) Anciens & les (b) Modernes, nous tenons pour certain, que les mouvemens du Flux & Reflux de la Mer ne sont pas tout-à-fait independans de la situation où se trouvent le Soleil & la Lune respectivement à l'Océan. On le conclut des observations les plus conuës : il est à propos d'en rappeler ici le précis, & de ne pas ensuite les perdre de vûë ; elles font toute la difficulté du sujet proposé.

Dans toute la Côte Orientale de la Mer Atlantique, & de la Mer d'Ethiopia, entre la France & le Cap de Bonne-Espérance ; & dans la Mer Pacifique, aux rivages du Chili & du Pérou ; par-tout où le mouvement des eaux n'est pas retardé par des Isles, des Caps, des Détroits ou par d'autres semblables obstacles, on observe à la Marée trois Périodes, & dans chacune de ces Périodes une variété reguliere de circonstances, qui demandent quelque attention.

Les trois Périodes du Flux & Reflux de la Mer.

*Premierement*, Comme la Lune paroît employer 24 heures & environ 49 minutes à faire autour de la Terre la

(a) *Plin. l. 2. c. 97. Causa in Sole Lunâque.*

(b) *Nouv. Princip. l. 3. Prop. 24. Ab actionibus Solis ac Luna oriri.*

revolution journaliere, & que dans ce tems elle arrive deux fois au Méridien, & deux fois à l'Horifon; ainsi la Marée employe 24 heures & environ 49 minutes à sa Période journaliere, & dans ce tems on voit arriver deux fois le Flux de la Mer, & deux fois le Reflux.

*Secondement*, Comme la Lune dans sa revolution de chaque mois passe deux fois aux Syzygies, & se trouve deux fois en quadrature avec le Soleil; ainsi les Marées deux fois à chaque Lunaifon font plus grandes, c'est quand la Lune est arrivée à environ  $18 \frac{1}{2}$  degrés au-delà des Syzygies, en suivant l'ordre des Signes, & deux fois ordinairement elles font plus petites, c'est quand la Lune est à environ  $18 \frac{1}{2}$  degrés au-delà des quadratures; voilà la Période de chaque mois.

*Troisièmement*, Enfin comme la Lune fait avec la Terre sa revolution annuelle autour du Soleil, aussi la Marée dans sa Période annuelle paroît suivre les divers rapports, qu'a l'Océan avec la Lune & le Soleil: car aux Equinoxes les Marées d'environ les Nouvelles & les Pleines Lunes font plus grandes, & celles des Quartiers font moindres qu'aux autres Lunaifons; au contraire, au tems des Solstices, les Marées d'environ les Nouvelles & les Pleines Lunes ne font pas si grandes qu'aux autres Lunaifons, au lieu que les Marées d'environ les Quartiers, font alors plus grandes qu'aux autres Lunaifons.

On observe de plus que chaque jour: *Premierement*, après le Flux & après le Reflux, la Mer est quelques minutes de tems, sans paroître ni monter, ni descendre.

Circonstances de la Période de chaque jour.

*Secondement*, La haute Mer arrive aux Rades orientales, plutôt qu'aux Rades plus occidentales.

*Troisièmement*, Entre les deux Tropiques, la Mer paroît aller de l'Est à l'Oüest; ce qui surnage à la merci des flots, indique ce mouvement, sur tout au Détroit de Magellan, & si d'ailleurs tout est égal, la Navigation vers l'Occident est fort prompte, & le retour long & difficile.

*Quatrièmement*, Dans les Zones tempérées, au tems du

Flux, les flots de l'Océan vont de l'Equateur vers les Poles, & dans ce cours, ils s'élevent toujours d'un mouvement dont la vitesse décroît jusqu'à la haute Mer. Ensuite au tems du Reflux, ils reviennent vers l'Equateur & descendent d'un mouvement acceleré jusqu'au tems de la basse Mer.

*Cinquèmement*, Enfin dans la Zone torride, à moins d'obstacle qui retarde la propagation du mouvement des eaux, la haute Mer arrive au même tems aux Plages, qui sont sous le même Méridien; au lieu que dans les Zones tempérées, elle arrive plutôt à une moindre latitude, qu'à une plus grande, & le Flux de la Mer n'est pas sensible au-delà du 65<sup>e</sup> degré de latitude.

Circonstances de la Période de chaque mois.

On observe aussi que chaque mois : *Premièrement*, tandis que la Lune, après les Quadratures, approche des Syzygies, les Marées vont en croissant; au contraire, quand après les Syzygies, la Lune approche des Quadratures, les Marées vont en diminuant.

*Secondement*, Quand la Lune est aux Syzygies ou aux Quadratures, la haute Mer arrive à la troisième heure lunaire, c'est-à-dire environ trois heures après que la Lune a été au Méridien, de sorte que l'endroit qui est sous la Lune, est d'environ 45 degrés plus occidental que celui où se fait la plus grande élévation des eaux: mais quand la Lune se trouve entre les Syzygies & les Quadratures, la haute Mer arrive plus près du tems des trois heures lunaires, que de celui des trois heures solaires; & si la Lune va des Syzygies aux Quadratures, le tems des trois heures solaires précédant les trois heures lunaires, le tems de la haute Mer les précède aussi; au lieu que si la Lune va des Quadratures aux Syzygies, le tems des trois heures lunaires précède la haute Mer, d'autant qu'il en avoit été précédé auparavant; & jamais cet intervalle n'est si grand, que quand la Lune est un peu au-delà des 45 degrés d'après les Syzygies & d'après les Quadratures. Ces Observations se font en pleine Mer, dit M. (a) Newton; car aux embouchures des Fleuves, si

(a) *Princip.* l. 3. c. 24.

d'ailleurs tout est égal, le fort du Flux arrive plus tard.

*Troisièmement*, La haute Mer n'arrive pas plus tard aux Plages septentrionales, quand la Lune est dans l'Hémisphère austral, que quand elle est dans l'Hémisphère septentrional.

On observe enfin, que chaque année, si d'ailleurs tout est égal, premièrement, les Marées des Solstices d'Hyver sont plus grandes que celles des Solstices d'Été.

*Circonstances de la Période de chaque année.*

*Secondement*, Les Marées sont plus grandes, quand la Lune est plus près de la Terre; elles le sont aussi, quand elle est plus près de l'Équateur, & jamais elles ne sont si grandes, que quand la Lune est en son périégée à l'Équateur en conjonction ou en opposition avec le Soleil.

*Troisièmement*, Dans les contrées septentrionales, les Marées des Nouvelles & des Pleines Lunes, sont en Été plus grandes le soir que le matin; & en Hyver, elles sont plus grandes le matin que le soir.

Voilà les principales circonstances du Phénomène, dont nous entreprenons de faire connoître la Cause. Cette variété des mouvemens des flots suivroit-elle si régulièrement la variété des situations du Soleil & de la Lune, s'il étoit vrai que l'aspect de ces deux Astres ne fît rien au Flux & au Reflux de la Mer?

Examinons donc premièrement, comment le Soleil & la Lune peuvent occasionner ces plus grands & ces moindres mouvemens des flots; nous verrons après si tout ce qu'on observe au Flux & au Reflux de la Mer, ne doit pas venir de la cause, que nous en aurons assignée; c'est le plan que nous suivrons dans cette Dissertation.

On convient assez aujourd'hui que l'Astronomie & la Physique concourent à prouver que la Lune fait d'un mouvement réel autour de la Terre sa révolution périodique en 27 jours 7 heures 43 minutes; & que la Terre fait en 23 heures 56 minutes sa révolution autour de son axe, & en 365 jours 6 heures 9 minutes & 30 secondes sa révolution autour du Soleil. Galilée jugea que le Flux & le Reflux de

*Il n'est pas probable que le Soleil & la Lune soient dans le vuide, & que par des qualités attractives, ils agitent les eaux de la Mer.*

la Mer font une preuve de ce double mouvement de la Terre ; on pourra le conclure aussi de cette Dissertation, quoique nous ayons de la Cause du Flux & Reflux d'autres idées que les siennes.

Mais il ne paroît pas, que tout ce que quelques Physiciens ont dit, pour établir un vuide immense dans les Cieux, ramene les esprits à ces qualités attractives, dont on s'étoit défabulé, & dont ils semblent vouloir accréditer la force, en lui attribuant les mouvemens de la Terre & des Astres, & ceux du Flux & du Reflux de la Mer.

Que n'a pas fait M. Newton pour préserver ses Lecteurs de lui imputer qu'il fût imbu de ces sortes d'idées ? On peut voir ce qu'il en dit à l'occasion de la huitième des définitions qu'il a mises au commencement de ses principes ; il s'en explique sur-tout au commencement & à la fin de la Section onzième du Liv. I. « Il juge qu'à parler en Physicien, ce qu'il nomme attraction, pourroit avec plus de raison, s'appeller impulsion ; mais il écrit, dit-il, non en Physicien, mais en Mathématicien. . . . Il prend en général le mot d'attraction, pour tout effort que des corps font, pour s'approcher les uns les autres, soit que cet effort vienne, ou de l'Ether, ou de l'Air, ou d'un Milieu quelconque corporel ou non, qui pousseroit les uns vers les autres tous les corps, qui nageroient dans ce Milieu.

A suivre ce qu'alleguent les Défenseurs de ce grand vuide, ne diroit-on pas que les Astres se font appercevoir, sans qu'il y ait entre eux & nous des corps, dont le mouvement soit aussi rapide qu'il le paroît par la fameuse Observation de M. Roëmer sur les Eclipses des Satellites de Jupiter ? On n'apperçoit, dit-on, que des Astres dans la vaste étendue des Cieux, & tout Fluide qui les pénétreroit, & qui les environneroit, empêcheroit leur mouvement. Apperçoit-on la lumiere autrement que par ses effets ? La verroit-on, si elle ne faisoit voir les objets, qui l'envoyent à nos yeux ? Un corps transparent doit-il être plus difficile à mouvoir, quand il est pénétré de lumiere, que quand il ne l'est pas ?

pas? Et croit-on, qu'un mobile doit trouver plus de résistance dans un Milieu, que tous les Astres éclairent, qu'il n'en trouveroit, s'ils ne l'éclairaient pas? Quelque spécieux que soient les argumens qu'on prend de l'excentricité des mouvemens des Comètes, les sçavans Ecrits de divers Physiciens ont assez fait voir, que ce qu'on en peut conclure ne prouve pas ce grand vuide : l'acceleration des mouvemens des Astres, leur retardement & les changemens de leurs directions y seroient des effets sans cause, ou bien ils n'auroient pour cause, que des qualités abstraites, qu'on ne concevra jamais.

Faisons-nous de ce vaste Univers une idée qui réponde à l'infinie perfection de l'Être suprême, qui l'a créé; en étalant à nos yeux ces admirables mouvemens des Corps célestes, il nous invite à en chercher les ressorts, & à tâcher d'en acquérir une connoissance, qui perfectionne celle, que nous avons de sa Toute-Puissance & de sa Sageffe; c'est à quoi les qualités attractives ne serviroient pas: ne leur attribuons donc pas les mouvemens des Astres, & ceux du Flux & du Reflux de la Mer.

Concevons donc qu'au gré du Souverain Arbitre des mouvemens, un Fluide que nous n'apercevons pas, mais dont nous voyons les effets, donne à la Terre & à la Lune cette variété de directions & de vitesses, qu'on observe dans leur revolution annuelle autour du Soleil. L'étenduë indéfinie de cette matiere, son extrême fluidité, sa mobilité, sa grande force, la simplicité des loix, qui reglent ses mouvemens, les effets qui en résultent; tout y est digne de celui qui lui donna l'être, lorsqu'au commencement il créa les Cieux.

Un Fluide qu'on n'aperçoit pas, se meut autour du Soleil, & un semblable Fluide se meut autour de la Terre.

Concevons aussi, qu'un semblable Fluide agité d'un mouvement particulier autour de la Terre, la fait tourner sur son axe, & fait décrire à la Lune une Ellipse sujette à tous ces changemens, que Tycho a si soigneusement observés: examinons les mouvemens & les efforts de ces Fluides, nous y trouverons une Cause nécessaire de la régularité &

B

des prétenduës irrégularités du Flux & du Reflux de la Mer.

La surface de la Mer est pressée de toutes parts vers le centre de la Terre.

Par les Observations de Kepler, & de bien d'autres Astronomes, il est constant qu'un rayon qui joindroit le centre de la Lune à celui de son mouvement, décrirait autour de la Terre des Aires proportionnelles aux tems employés à les décrire. Cela démontre, que le Fluide qui lui donne ce mouvement, fait toujours un effort (*a*) central, dont la direction est vers la Terre, vers laquelle il presse nécessairement toute la surface de la Mer.

En effet, ce mouvement de la Lune, avec celui de la Terre autour de son axe, la Direction que suivent les corps pesans en tombant, & celle des corps légers, qui s'élevent dans un milieu tranquille; tout cela n'indique-t il pas, que ce Fluide forme un Tourbillon, dont le centre est aux environs de celui de la Terre? Or dans ces sortes de Tourbillons, chaque (*b*) point de matiere tâche de s'écarter du centre du cercle, où il est; & cet effort est soutenu par la réaction de quelque surface concave, dont la résistance donne lieu à la formation du Tourbillon: & parce que cet effort n'a d'action effective sur cette surface, qu'autant que sa direction (*c*) participe de la perpendiculaire, la réaction toujours contraire à l'action, ne peut être que perpendiculaire au Tourbillon, c'est-à-dire, qu'elle ne peut être dirigée, que vers le centre de la Terre, & c'est-là cet effort central, dont nous parlons: on conçoit, que si cet effort presse la surface de la Mer, & qu'il soit effectivement égal par tout, il maintiendra les flots au niveau; mais s'il est moindre sous la Lune, que par tout ailleurs, ne donnera-t-il pas aux eaux de la Mer, une tendance vers cet Astre? Nous nous proposons de montrer, que c'est de là sur-tout, que vient le Flux & Reflux de la Mer.

Le mouvement annuel de la Terre donne aux eaux de la Mer une ten-

On sçait aussi par les observations des mêmes Astronomes, qu'un rayon, qui joindroit le centre de la Terre à

(*a*) *Newt. Princip. L. 1. Prop. 2.*

(*b*) *De Molier. Leç. 2. Prop. 2.*

(*c*) *De Molier. Leç. 2. Prop. 6.*



celui de son mouvement annuel, décrirait autour du Soleil des aires proportionnelles aux tems employés à les décrire ; cela prouve de même, que dans tout ce qui fait avec la Terre cette révolution, il y a comme un effort central, dont la direction est vers le Soleil, c'est à-dire, que le mouvement annuel de la Terre autour du Soleil, donne aux eaux de la Mer une tendance vers cet Astre : cette impulsion fera plus ou moins efficace, à mesure que le Fluide, qui environne la Terre, pourra plus ou moins librement suivre la direction de cet effort, & de là dépendront certaines irrégularités du Flux & Reflux de la Mer.

dance vers le Soleil.

On voit déjà, que par le double mouvement du Tourbillon de la Terre, chaque point de ce Tourbillon, & conséquemment chaque goutte de l'eau de la Mer reçoit toujours une impulsion, dont la direction est composée d'une direction vers la Terre, & d'une direction vers le Soleil : il n'est pas besoin de montrer ici, que sur chacune de ces directions, cette impulsion a les propriétés qu'on attribue à l'attraction, & dont M. Newton & M. Keil croient s'être assurés par des expériences, qui exercerent la sagacité qu'on leur connoît.

On pourroit montrer, premièrement, que, si d'ailleurs tout est égal, l'action de l'effort central est proportionnelle à la densité du corps, qui se trouve au centre : car plus ce corps est dense, plus il a des parties, dont l'union empêche que leur force centrifuge ne s'oppose efficacement à l'action de l'effort central, dont nous parlons ; au lieu que, si ce corps étoit plus rare, il contiendrait d'autant plus de Fluide, dont la force centrifuge ne seroit pas arrêtée par la cause, qui retient unies les parties des corps durs ; & cette force centrifuge diminueroit l'action opposée de l'effort central.

Divers rapports de l'effort du Fluide, qui pousse les eaux de la Mer vers le centre de la Terre.

Secondement, Par la même raison, cet effort sera proportionnel à la masse du corps, qui se trouve au centre ; en sorte que de deux corps inégaux, dont les densités seroient égales, le plus grand fera, qu'à distances égales du centre,

Bij

l'effort central du Fluide sera plus grand.

Troisièmement, Et par la même raison encore, si cet effort a action sur des mobiles, qu'il pousse vers le centre du Tourbillon, cette action sera proportionnelle aux produits des densités, & des masses des mobiles, qui seront ainsi poussés.

Quatrièmement, On montreroit sur-tout, qu'aux divers points du Tourbillon, les forces centrales sont en raison inverse des quarrés des distances, qu'il y a de ces points au centre. M. l'Abbé (*a*) Villemot, & M. l'Abbé (*b*) de Molliere l'ont clairement démontré; l'on voit assez, qu'à chaque surface sphérique du Tourbillon, la somme des points est en raison directe des quarrés des distances du centre: or le Tourbillon ne sçauroit subsister, si l'effort central de chaque point n'étoit en raison inverse de la somme des points, qui sont à la même surface sphérique; sans cela l'effort total de chaque surface sphérique seroit-il égal à l'effort de toute autre surface semblable, & sans cette égalité, comment éviter le dérangement des parties, qui sont sous ces surfaces, c'est-à-dire, comment éviter la destruction du Tourbillon? Il est donc certain, que tandis que le Tourbillon sphérique subsiste, les forces centrales de ses divers points sont en raison inverse des quarrés des distances, qu'il y a de ces points au centre.

Cinquièmement, Et de-là suit ce qu'on dit encore de l'attraction, que si la Terre étoit par-tout d'une égale densité, les mobiles égaux, que son Globe renfermeroit, seroient poussés vers son centre, par des forces proportionnelles aux distances qu'il y auroit de ces mobiles au centre de la Terre; car, si dans le Globe terrestre l'on conçoit ces distances, comme des rayons de divers Globes concentriques, on vient de voir que d'une part (*num. 2.*) ces forces seroient proportionnelles aux masses de ces Globes, c'est-à-dire, proportionnelles aux cubes des distances du centre; & que d'ailleurs (*num. 4.*) elles seroient en raison inverse des quar

(*a*) Nouv. Explic. , , Part. 1, Ch. 5.      (*b*) Lec. 2, Prop. 10.

rés de ces mêmes distances. On pourroit donc les exprimer par des fractions, dont les numerateurs seroient les cubes des distances, & dont les dénominateurs seroient les quarrés des distances; ces fractions seroient égales aux distances les forces exprimées par ces fractions seroient donc proportionnelles aux distances. Si dans quelques endroits de cette Differtation, il paroît, que nous supposions ces divers rapports entre ces efforts, ce que nous en disons ici, suffira pour nous autoriser à les supposer.

Quant à la tendance, que le mouvement annuel de la Terre donne aux flots de l'Océan vers le Soleil, si d'ailleurs tout est égal, les forces sont en raison inverse des cubes des distances, qu'il y a de la Terre au Soleil. D'abord, si nous ne considérons ces flots, que comme faisant partie du Tourbillon du Soleil, & qu'il fallût comparer leur effort central avec celui de quelque mobile égal, qui n'eût de mouvement qu'autour du Soleil, nous trouverions (*pag. 12 num. 4*) que ces efforts seroient en raison inverse des quarrés des distances, qu'il y auroit de ces parties du Tourbillon au centre de leur mouvement: ensuite, si nous ne considérons ces flots, que comme des parties du Tourbillon de la Terre, & qu'il fallût comparer la force, qu'ils ont pour se porter vers le Soleil, avec celle, qui pousse vers cet astre quelque autre partie égale de ce même Tourbillon, nous verrions, que sous ce rapport, ces mobiles parcourant autour du Soleil la même orbite dans le même tems, leurs moyennes vitesses sont égales, & (*a*) qu'ainsi leurs forces centrales sont en raison inverse des distances, qu'il y a de ces mobiles au Soleil: mais ici nous devons les regarder, comme faisant partie, & du Tourbillon du Soleil, & de celui de la Terre; il est donc manifeste, que les forces, que la Mer reçoit du mouvement annuel de la Terre, pour se porter vers le Soleil, sont en raison composée de la raison inverse des quarrés des distances, qu'il y a du Soleil à la Terre, & de la raison inverse de ces mêmes distances, c'est-à-dire,

La tendance, qu'ont les flots vers le Soleil, est en raison inverse des Cubes des distances, qu'il y a de la Terre au Soleil.

(a) *Hugen, de vi Centr. Theor. 2.*

que ces forces dans leur moyenne grandeur, sont en raison inverse de cubes des distances, qu'il y a de la Terre au Soleil.

La force que le mouvement annuel donne aux flots de l'Océan, pour s'éloigner du centre de la Terre, est à la force, que leur donne l'effort central du Tourbillon de la Terre, pour s'en approcher comme 1. à 12868200.

Rapporterons-nous ce que disent les Physiciens, pour montrer combien la tendance, que le mouvement annuel donne aux flots de l'Océan vers le Soleil, peut contribuer à la grandeur des Marées, c'est-à-dire, pour montrer par la décomposition des forces de cette tendance, en quelle proportion elle agit contre l'effort, qui pousse les flots vers le centre de la Terre?

On sçait assez, que quand un Mobile décrit divers Cercles, les forces qui l'empêchent de s'éloigner des centres, sont en raison composée de la raison directe des quarrés, des vitesses & de la raison inverse des rayons des Cercles parcourus : Or dans les mouvemens uniformes, dont il s'agit, les tems périodiques sont en raison composée de la raison directe des rayons, & de la raison inverse des vitesses; donc, quand un Mobile décrit divers Cercles, si d'ailleurs tout est égal, les forces qui l'empêchent de s'éloigner des centres, sont en raison composée de la raison directe des rayons, & de la raison inverse des quarrés des tems périodiques. C'est un principe reçu.

Observons donc, que la revolution périodique de la Lune est de 27 jours 7 heures 43 minutes, & qu'ainsi la Lune dans le cours d'une année, fait treize fois sa revolution périodique. Si le Soleil & la Terre ne se mouvoient pas, ce seroit treize revolutions synodiques, au lieu que la Terre se mouvant autour du Soleil, la revolution synodique de la Lune, est de 29 jours 12 heures 44 minutes; & ainsi dans le cours d'une année, la Lune ne fait que douze fois sa revolution synodique: c'est donc, comme si le Tourbillon du Soleil causoit à la Lune une revolution annuelle autour de la Terre, en allant de l'Orient vers l'Occident, contre l'ordre des Signes.

En effet, si l'on conçoit un rayon, qui joigne le centre de la Lune à celui de la Terre, & qu'on fasse précision du

mouvement, que la Terre & la Lune reçoivent du Tourbillon de la Terre, pour ne considérer que le mouvement annuel, qu'elles reçoivent du Tourbillon du Soleil, c'est-à-dire, si l'on n'observe ce rayon, que toutes les fois que la Lune fera à un même point de l'Orbite lunaire, on trouvera toujours qu'à la surface de la Terre, ce rayon dans 27 jours 7 heures 43 minutes, aura décrit un Arc d'environ 28 degrés, en allant con re l'ordre des Signes; de même que si la Terre étoit sans mouvement, & que la Lune fit une révolution annuelle autour de la Terre, le rayon de cette révolution annuelle seroit tantôt plus grand & tantôt moindre que le rayon moyen de la révolution de chaque mois; ainsi dans leur moyenne grandeur, ces deux rayons seroient à peu près égaux, & par le principe que nous avons rapporté, cette égalité seroit, que la force centrifuge de cette révolution annuelle, seroit à l'effort central de la révolution de chaque mois en raison inverse des quarrés des tems périodiques, c'est-à-dire, (a) comme le quarré de 27 jours 7 heures 43 minutes, est au quarré de 365 jours 6 heures 9 minutes, ou comme 1000 à 178725, ou bien comme 1 est à  $178 \frac{2}{40}$ .

D'ailleurs les Observations des plus fameux Astronomes nous autorisent à croire que la distance moyenne de la Lune à la Terre, est de 60, ou bien de  $60\frac{1}{2}$  demi-diametres de la Terre; & si la Terre étoit sans mouvement, & que la Lune fit la révolution annuelle, dont nous venons de parler, à la distance de  $60\frac{1}{2}$  demi-diametres, l'effort centrifuge de cette révolution, seroit à l'effort centrifuge d'une semblable révolution à la distance de 60 demi-diametres, comme  $60\frac{1}{2}$  à 60, à cause de l'égalité des tems périodiques; au lieu qu'à 60 demi-diametres de la Terre, l'effort central de la révolution de chaque mois, est à l'effort central, que le Tourbillon de la Terre donneroit à la Lune près de la surface de la Terre, comme 1 est à  $60 \times 60$ , (pag. 12 num. 4.) Donc la moyenne grandeur de la tendance qu'à la Lune

(a) Newt. Princip. L. 3. Prop. 25.

(b) *Ibid.* Prop. 4.

dans son Orbite , pour s'éloigner du centre de la Terre vers le Soleil , est à la moyenne grandeur de la tendance qu'elle auroit vers la Terre , si le Tourbillon qui lui fait faire la révolution de chaque mois , la faisoit tourner près de la surface de la Terre , comme  $1 \times 60\frac{1}{2}$  est à  $60 \times 60 \times 60 \times 178\frac{2}{3}$  , c'est-à-dire , comme 1 est à 638092 , 6. Et si la Lune étoit à la surface de la Terre , les forces , que la tendance qu'elle auroit vers le Soleil , lui donneroit pour s'éloigner du centre de la Terre , seroient aux forces qu'elle auroit vers la Terre (a) comme 1 est à 38604600.

Telle seroit la proportion de ces forces à 90 degrés de l'endroit , qui seroit sous le Soleil : mais on sçait , que des Quadratures jusqu'aux Syzygies , le mouvement de la Lune est accéléré ; il lui arrive ce que M. Huygens & M. Keil ont démontré (b) du Pendule , à qui sa pésanteur fait parcourir le quart du Cercle compris entre le Rayon Horizontal , & le perpendiculaire : ce Pendule acquiert dans ce mouvement une force centrifuge double de sa pésanteur ; de sorte qu'au point le plus bas du quart de Cercle , il a pour s'écarter du centre de son Orbite , une force triple de la tendance , qu'il avoit vers la Terre , quand il étoit au bout du Rayon Horizontal ; de même aux Syzygies la Lune a pour s'éloigner du centre de son Orbite , une force triple de la tendance qu'elle a vers le Soleil , quand elle est aux Quadratures.

Et puisque les Fluides , qui donnent à la Lune sa tendance vers le Soleil , & sa force centrale vers la Terre , agissent sur les eaux de la Mer , il faut , que , lorsque le Soleil est à sa moyenne distance de la Terre sur un endroit de l'Océan , la force , qui pousse les eaux de cet endroit vers le Zenith , soit à celle qui les pousse vers le centre de la Terre , (c) comme 1 à 12868200.

Ce qu'on vient de dire des eaux , qui sont sous le Soleil , doit se dire aussi de

Or la Terre étant placée ( pag. 9 lig. 31 & pag. 10 lig. 15 ) au centre d'un Tourbillon , si d'une part la tendance qu'ont

(a) *Newt. Princip.. L. 3. Prop. 36.*

(c) *Newt. Ibid.*

(b) *De vi Centr. Theor. 13.*

les eaux vers le Soleil, fait qu'elles présentent moins vers le centre de la Terre, il arrive qu'à l'autre Hémisphère, la colonne du Tourbillon diamétralement opposée, peut d'autant prévaloir à l'effort central de la colonne, qui se trouve sous le Soleil; il faut donc que la Terre se meuve vers cet Astre; alors la réaction de la Terre, qui cède, devient moindre, l'action de la colonne, qui a prévalu, devient moindre aussi; car ce fluide est là comme un ressort, qu'on presseroit moins qu'auparavant, il agit moins qu'il ne faisoit: ainsi, pourvu que le Soleil, soit vers le Zenith ou vers le Nadir d'un endroit de l'Océan, les eaux de cet endroit sont moins pressées vers le centre de la Terre, que ne le sont les eaux collatérales; & par les loix de l'Hydrostatique toutes ces eaux doivent se porter vers le Zenith de l'endroit où se fait cette moindre compression.

Au reste on trouve (a) que la tendance qu'à la Lune vers la Terre, n'est que ce qui dans les corps terrestres, se nomme la pesanteur. Car si le Diamètre moyen de la Terre est de 19695539 pieds, comme il paroît aux mesures prises en France par M. Picard & M. Cassini, & en Angleterre par M. Norwood, & que la distance moyenne de la Lune à la Terre, soit d'environ  $60\frac{1}{2}$  demi-diamètres de la Terre, comme on le conclut des Observations, il faut que le Sinus versé de l'Arc, que la Lune décrit par son mouvement moyen dans une minute de tems, soit de  $15\frac{1}{12}$  pieds, & les forces centrales augmentant (pag. 12. num. 4.) en raison inverse des quarrés des distances du centre, il s'en suit qu'auprès de la Terre, si la Lune suivoit l'impulsion, qui dans son orbite, l'empêche de s'éloigner du centre, elle parcourroit dans une seconde de tems  $15\frac{1}{12}$  pieds. Or M. Huygens a montré par des expériences reconnues, que c'est-là précisément ce que la pesanteur fait parcourir aux corps terrestres dans une seconde de tems. C'est donc la cause de la pesanteur, qui donne, & à la Lune, & aux eaux de la Mer, toute la tendance qu'elles ont vers le centre de la Terre:

celles, qui sont sous le point du Ciel diamétralement opposé.

Ce qui presse (pag. 10.) la surface de la Mer vers le centre de la Terre, c'est la cause de la pesanteur.

(a) *Newt. Princip. L. 3. Prop. 4.*

& si cette cause n'a pas sur ce corps céleste tout l'effet qu'elle paroît avoir sur les corps qu'elle précipite, c'est que la Lune a dans son Orbite toute la vitesse, qu'elle auroit acquise, si sa pèsanteur lui avoit fait parcourir le quart du Diametre du Cercle, qu'elle décrit; c'est ce qui maintient (a) l'Equilibre entre la force centrifuge & la pèsanteur.

La pèsanteur des eaux de l'Océan n'empêcheroit pas, que sous le Soleil, la tendance qu'elles ont vers cet Astre, ne les fit monter d'un pied &  $11\frac{1}{2}$  pouces plus qu'à 90 degrés de-là.

Par de semblables considérations, on a tâché de trouver à quelle hauteur les eaux de la Mer peuvent monter sous le Soleil, en satisfaisant seulement à la tendance qu'elles ont vers cet Astre.

Nous venons de dire, (pag. 14.) que cette tendance est à la pèsanteur, comme 1 à 12868200; (b) on montre aussi, que la force centrifuge, que le mouvement journalier donne aux corps terrestres, est à leur pèsanteur, comme 1 à 289: car par les mesures prises en France & en Angleterre, dont nous venons de parler, on compte, que dans une seconde de tems, chaque point de la circonférence de l'Equateur de la Terre, parcourt un Arc de 1436, 223 pieds, dont le Sinus versé est de 7, 54064 lignes; & par les loix des mouvemens circulaires, on sçait qu'à l'Equateur, les forces, que les corps terrestres reçoivent du mouvement journalier, pour s'éloigner du centre de la Terre, comparées aux forces semblables, qu'ils reçoivent à une latitude quelconque, sont en raison doublée du rayon de la Terre au Sinus de complément de la Latitude, c'est-à-dire, qu'à l'Equateur, par rapport à la Latitude de Paris, qui est de 48 degrés & 50 minutes, ces forces sont comme 7, 54064 à 3, 267; d'où l'on conclut, que, si la Terre n'avoit pas son mouvement journalier, les corps pèsans, qu'on laisse tomber, & qui à la Latitude de Paris, parcourent en une seconde de tems 15 pieds 1 pouce, 2, 18 lignes parcourroient 15 pieds 1 pouce, 5, 44 lignes; or 7, 54064 lignes sont à 15 pieds 5, 44 lignes, comme 1 à 289. La force centrifuge, qui vient du mouvement journalier, est donc à la pèsanteur, comme 1 à 289.

(a) *Hugen. de vi Centr. Theor. 5.* (b) *Newt. Princip. L. 3. Prop. 19.*



Enfin on suppose un Siphon plein d'eau, dont les branches feroient un angle droit au centre de la Terre, en sorte que l'axe d'une de ces branches fût un rayon de l'Equateur, & l'axe de l'autre branche aboutît au Pole de la Terre; la colonne d'eau, qui feroit à l'Equateur, auroit, par le mouvement journalier, des forces centrifuges, que n'auroit pas celle qui aboutiroit au Pole; ces forces centrifuges diminueroient l'effort de la pesanteur, qui leur est opposé; & par un calcul appuyé sur les principes, que nous suivons dans cette Dissertation, on trouve, que l'eau, pour être en équilibre dans ce Siphon, devoit avoir à l'Equateur 85820 pieds de hauteur, plus qu'au Pole: de toutes ces considérations on (a) conclut ainsi.

Puisque la tendance que le mouvement annuel de la Terre donne aux eaux de la Mer vers le Soleil, est à leur pesanteur, comme 1 à 12868200, & que la force centrifuge, qui vient du mouvement journalier, est à cette même pesanteur, comme 1 à 289, il est manifeste, que cette tendance vers le Soleil, est à cette force centrifuge, comme 289 à 12868200, c'est-à-dire, à peu de chose près, comme 1 à 44527. Or ces 44527 degrés de force centrifuge font qu'à l'Equateur, la Mer est plus haute qu'au Pole de 85820 pieds. Et comme 44527 sont à 1, ainsi, à peu de chose près, 85820 pieds sont à 1 pied &  $11\frac{1}{8}$  pouces; donc la tendance, que le mouvement annuel de la Terre donne à la Mer vers le Soleil, peut faire, que sous cet Astre, les eaux soient de 1 pied &  $11\frac{1}{8}$  pouces plus hautes qu'à 90 degrés de-là.

Ajoutons encore, que les deux efforts, que nous avons comparés, (pag. 14.) concourant à chaque point du Tourbillon terrestre, il en résulte un troisième effort composé, qui par rapport à ces deux autres, peut être exprimé par la Diagonale d'un Parallelogramme, dont les deux côtés seroient proportionnels aux deux efforts composans, & auroient été pris sur leurs directions, en commençant du point

Les puissances qui pous-  
sent les Flots,  
étant connues,  
on connoit  
l'effort com-  
posé qu'elles  
produisent.

(a) *Newt. Princip. L. 3. Prop. 36. Corol.*

où elles concourent : cette Diagonale marque aussi la direction de cet effort composé ; & les Sinus des Angles qu'elle fait avec les côtés du Parallelogramme, étant en raison inverse des efforts, que ces côtés expriment, on voit que chacun de ces efforts agit moins obliquement, & ainsi plus efficacement, à mesure qu'il y a plus grande raison de cet effort à l'autre.

De là, si les directions de ces deux efforts sont en même sens, l'effort composé est plus grand, à mesure que l'angle qu'elles font, est plus aigu ; en sorte que, si cet angle est infiniment aigu, c'est-à-dire, si ces directions sont parallèles, l'effort composé est égal à la somme des efforts composans ; & si ces directions sont en sens contraires, l'effort composé est plus grand, à mesure que l'angle qu'elles font, est plus obtus ; en sorte que si cet angle est infiniment obtus, l'effort composé est égal à la somme des efforts composans, au lieu que si cet angle est infiniment aigu, l'effort composé est égal à la différence des deux efforts composans. Tout cela se trouve démontré dans des Traités de Statique, nous nous en servirons, lorsqu'il s'agira de certains accroissemens & de certaines diminutions, qu'on observe au Flux & Reflux de la Mer.

L'explication que M. Des cartes a donné du Flux & Reflux de la Mer, est, comme beaucoup d'autres, insoutenable.

Mais enfin, comment la Lune peut-elle contribuer au Flux & au Reflux de la Mer ? C'est sur-tout ce qui donne lieu chez les Physiciens à cette multiplicité d'opinions, dont les plus ingénieuses laissent encore souhaiter quelque chose, qui satisfasse davantage.

Les qualités abstraites, dont les Péripatéticiens s'autorisoient, pour faire dominer la Lune sur toutes les choses humides ; la Sphere d'activité, qui, selon d'autres, donne à cet Astre une qualité attractive, pour élever les flots ; les influences tièdes, humides & salines, qui, selon quelques-uns, mettent en mouvement les fermens de la Mer ; l'agitation même, que d'autres attribuent à l'axe de la Terre, pour donner des secousses aux Flots ; l'inégalité des vitesses, que Galilée a fait observer dans les différentes situations, où le double mouvement de la Terre met les réservoirs

des eaux ; ces opinions , & tant d'autres , ne font pas moins fameuses par le succès avec lequel on les a réfutées , que par la réputation de leurs Auteurs.

L'opinion de M. Descartes trouve encore aujourd'hui des gens , qui l'accueillent assez favorablement : ce Philosophe a cru , (a) que la Lune & la Terre ne pouvant se mouvoir aussi vite que la matiere du Tourbillon , dans lequel elles tournent , pendant qu'il est emporté autour du Soleil , la portion de cette matiere , qui passe entre la Lune & la Terre , comme dans un canal retreci , presse & l'Athmosphere & la Mer , beaucoup plus sous la Lune , qu'aux environs ; que cet excès de compression fait mouvoir la Terre vers l'autre Hemisphere ; qu'ainsi l'Océan est par-tout moins pressé , que sous la Lune & sous le point du Ciel diametralement opposé ; que par conséquent à ces deux endroits , la surface de la Mer est plus basse , ou moins éloignée qu'ailleurs du centre de la Terre , duquel elle s'éloigne de plus en plus aux environs jusqu'aux endroits , qui sont à 90 degrés de-là ; qu'enfin le mouvement journalier de la Terre faisant que , chaque point de l'Océan passe chaque jour deux fois par le Méridien où est la Lune , & deux fois par celui qui en est éloigné de 90 degrés , il est manifeste , que par-tout où l'on observe la Marée , on doit y voir chaque jour deux fois le Flux , & deux fois le Reflux de la Mer.

Nous applaudissons volontiers aux éloges qu'on donne à cette opinion ; ce qu'elle a d'ingénieux en mérite de grands : mais il ne paroît pas qu'elle réponde aux Observations , dont les gens expérimentés ou instruits , ne sçauroient douter. M. Descartes a voulu faire voir , qu'aux environs du Parallele , où est la Lune , on doit avoir la basse-Mer , quand cet Astre est au Méridien ; on sçait aujourd'hui , qu'il n'en est jamais ainsi : toujours entre les Tropiques & aux environs , dans les Mers vastes & libres de tout obstacle au mouvement des Flots , la basse - Mer arrive près de trois heures avant que la Lune soit au Méridien. On ne devroit , selon M. Des-

(a) Princip. Part. 4. num. 49.

cartes, y voir la haute-Mer, que quand la Lune est arrivée à l'Horifon; il est constant, qu'on l'y voit toujours, lorsque cet Astre a encore près de 45 degrés à parcourir, pour arriver à l'Horifon. Aussi ne trouve-t-on pas, que les Cartésiens ayent expliqué, d'où vient (*pag. 6. num. 2.*) que la haute-Mer y précède les trois heures lunaires, quand la Lune va des Syzygies aux Quadratures, au lieu que quand elle passe des Quadratures aux Syzygies, la haute-Mer n'arrive qu'après la troisième heure lunaire. Ajoûtez qu'à suivre l'hypothèse de M. Descartes, il est certain, qu'aux endroits dont il parle, il faudroit, que la basse-Mer fût toujours à l'Orient du Méridien où est la Lune; car il est certain, que si les eaux sous la Lune, sont poussées en même tems, & vers le centre de la Terre & vers l'Orient, comme le prétend M. Descartes, elles doivent en même tems, & descendre & s'avancer vers l'Orient; ainsi, lorsqu'elles auroient le plus approché du centre de la Terre, elles seroient à l'Orient de l'endroit, qui est sous la Lune: toutefois il est constant, que sous le parallèle où est la Lune, la basse-Mer est toujours à l'Occident du Méridien où est cet Astre, à environ 45 degrés de l'endroit où M. Descartes la place: c'est à 45 degrés vers l'Occident de cet endroit, que la Mer commence à monter; sa moyenne hauteur est sous la Lune, & le point de la plus haute élévation des Flots, est à 45 degrés vers l'Orient du Méridien où est la Lune: tout cela est constaté par les Observations, qui assûrent (*pag. 6. num. 2.*) que la haute-Mer arrive aux endroits, dont il s'agit, environ trois heures après que la Lune a été au Méridien: en un mot M. Descartes a cru que sous la Lune, la surface de l'Océan est enfoncée, comme si la Lune repouffoit les eaux; mais depuis qu'on sçait l'heure lunaire où finit le Flux, & celle où finit le Reflux, entre les deux Tropiques en pleine Mer, on voit, que sous la Lune, les eaux sont élevées, comme si cet Astre les attiroit.

Nous pourrions ajoûter avec (*a*) M. Villemot, que les

(*a*) *Nouv. Explic. du mouv. des Planet. 3. Part. ch. 5.*

basses - Marées des Quadratures sont une circonstance inexplicable dans le système Cartésien, parce qu'il est faux, que la Lune aux Quadratures, soit toujours plus éloignée de la Terre, qu'aux Syzygies: ce Physicien jugeoit aussi, que, pour causer un enfoncement à la surface de la Mer, la Lune devoit avoir un Tourbillon, que M. Descartes ne lui a point attribué, & nous venons de montrer, que, si l'effort centrifuge de ce Tourbillon causoit l'effort que M. Villemot lui attribue, la basse-Mer seroit toujours à l'Orient du Méridien où est la Lune; au lieu que par-tout où les mouvemens du Flux & Reflux n'ont pas d'obstacle, la basse-Mer est toujours à l'Occident de ce Méridien.

Revenons donc à l'effort central du Tourbillon terrestre; nous avons fait voir (pag. 10.) qu'il presse toute la surface de la Mer vers le centre de la Terre; mais, s'il est moindre au diamètre où est la Lune, qu'aux autres rayons du Tourbillon, est-il de Physicien, qui de-là ne conclue, que, selon les règles de l'Hydrostatique, les eaux moins pressées, cédant à celles d'alentour, celles-ci doivent couler vers l'endroit, où la surface de la Mer soutient un moindre effort; que par conséquent sous la Lune, & sous le point du Ciel diametralement opposé, les Flots doivent s'élever, comme sous le piston d'une Pompe, jusqu'à ce que ce qui se trouve au-dessus du niveau, fasse équilibre à l'excès de l'effort, qui cause ce mouvement des eaux?

Les Cartésiens pensent au contraire, que sous la Lune, cet effort est plus grand qu'ailleurs; ils jugent, que toute Planete allant moins vite que l'Ether, ce Fluide trouve sous la Lune un passage retreci; que là pressé de toutes parts, & contraint de céder à l'action des Courans d'alentour, il y est réduit à accélérer son mouvement, d'où ces Messieurs concluent, que l'Ether agit avec plus de force sur les eaux, qui sont sous la Lune, que sur le reste de la Mer.

D'autres Physiciens en jugent autrement, ils disent que la Lune ne peut contribuer, ni à augmenter, ni à diminuer

Les eaux de l'Océan s'élevent sous la Lune, parce que dans le Tourbillon terrestre, l'effort central est moindre au diamètre où est la Lune, qu'aux autres rayons du Tourbillon.

la force centrale de l'Ether : ils se persuadent, qu'étant suspendue dans le Fluide, sans aucun mouvement progressif, qui lui soit propre, & sans aucun appui, elle doit avoir la même vitesse que le Fluide qui l'environne, & par conséquent agir comme lui.

Pour nous, quelque attention que nous donnions aux raisons, dont ces divers sentimens sont appuyés, il nous paroît qu'à suivre les Observations Astronomiques, & les Règles ordinaires des Mécaniques, on peut assurer avec M. Descartes, que la Lune a moins de vitesse que le Fluide dont elle suit le mouvement, & que de-là nous devons conclure le contraire de ce que M. Descartes vouloit établir : car en allant moins vite, la Planete est évidemment une espèce de digue, qui d'abord retarde le Fluide ; c'est un obstacle qui rompt la direction des Courants de l'Ether ; ils sont réduits à se mouvoir autour de la Lune ; elle fait donc que l'action, qu'avoit ce Fluide vers la Terre, est comme interrompue : ne sçait-on pas que cette action dépend (*pag. 14. fig. 13.*) & de la vitesse du Fluide, & de la courbure de la Ligne qu'il décrit autour de la Terre ? Or ici la vitesse est d'abord diminuée, & le mouvement se fait moins autour de la Terre, qu'autour de la Lune ; n'est-il pas manifeste, que dans ce retardement, & ce changement de direction, le Fluide retardé & réduit à couler autour de la Lune, n'a plus alors tant d'action vers le centre de la Terre ? Les directions de ses efforts tombent plus obliquement sur les surfaces du fluide inférieur concentriques avec la Terre ; ainsi l'effort centrifuge de ce fluide inférieur en est moins gêné & comme un ressort, qu'on commence à moins presser, agit d'une part contre la puissance qui le pressoit, tandis que d'autre part il presse le point d'appui moins qu'auparavant, de même la colonne sublunaire, moins pressée par le fluide retardé, agit d'une part contre ce fluide & contribue à son acceleration, tandis que d'autre part elle presse l'Atmosphère & la surface des eaux moins qu'auparavant.

Nous convenons donc, que la Lune retrécit le canal  
de

de l'Ether, & qu'en coulant entre la Lune & la colonne sublunaire, le Fluide que la Planete détourne, accelere son mouvement; mais, quand on demande que nous en convenions, on ne peut nier, qu'avant cette acceleration, le mouvement du Fluide qui rencontre la Lune, n'ait été retardé; que même dans cette acceleration le Fluide ne se meuve beaucoup moins autour de la Terre, qu'autour de la Lune, & sur-tout que ce surcroît de vitesse ne soit en partie causé par l'effort centrifuge du Fluide inférieur; d'où il suit que cette acceleration ne peut pas rendre à l'effort central, ce que le retardement & le changement de Direction lui avoient ôté. Il faut donc que la surface de la Mer soit moins pressée sous la Lune qu'ailleurs: dès-lors à l'autre Hemisphere, l'effort central diametralement opposé, fait reculer la Terre vers la colonne sublunaire, dont il surmonte le moindre effort; par ce mouvement, la réaction de la Terre qui cede, devient moindre, & l'action de l'effort central, qui a prévalu, en est moindre aussi, comme nous avons déjà dit (*pag. 17. lig. 7.*): la Lune fait donc que dans le Tourbillon terrestre, l'effort central est moindre au diametre où elle est, qu'aux autres rayons du Tourbillon, & c'est ce qui détermine les Flots de l'Océan à se mouvoir de toutes parts vers ce diametre, à s'y placer autant qu'ils le peuvent, au dessus du niveau, c'est-à-dire, à monter vers la Lune, & vers le point du Ciel diametralement opposé.

Mais encore quelles sont les Observations Astronomiques, & les Régles des Mécaniques, qui prouvent que la Lune n'a pas, en décrivant son Orbite, une vitesse égale à celle du Fluide, dont elle suit le mouvement? Les voici.

La Lune a toujours le même Hémisphere tourné vers le centre de son Orbite; les vitesses des divers points de cette Planete sont donc en raison directe des distances, qu'il y a de ces points divers à ce même centre, au lieu qu'il est démontré (*a*) que les vitesses du Fluide aux divers points du Tourbillon, sont en raison inverse des

La Lune parcourt son Orbite avec moins de vitesse que n'en a le Fluide, dont elle suit le mouvement.

(a) M. Villemot Explic. nouv. Part. 1, c. 5. & M. de Moliere L. 2. Prop. 11.

Racines quarrées de ces mêmes distances. Cette Planete ne se meut donc pas, comme feroit une égale masse de Fluide; elle cause donc dans le Tourbillon quelque dérangement, un défaut d'Equilibre; elle fait que la surface de la Mer est pressée inégalement.

D'ailleurs, en allant des Quadratures aux Syzygies, la Lune accelere son mouvement; elle reçoit donc alors ces surcroîts de force, dont l'acceleration est l'effet; or, en suivant le mouvement d'un Fluide, comment recevrait-elle des surcroîts de force, si elle n'alloit moins vite que le Fluide, qui doit l'atteindre pour les lui donner?

Soit donc  $M D N I$  (*Fig. 1.*) une Sphere qui représente la Lune, que les Lignes paralleles  $P D$ ,  $G R$ ,  $J E$ , représentent des cercles du Tourbillon, qui donne le mouvement à cet Astre; que sur les Directions  $J E$ ,  $G R$ , on prenne  $E A$ ,  $R F$ , égales entre elles, on aura là une expression des vitesses (*a*) égales des points d'une même couche Sphérique de la matiere de ce Tourbillon; que des points  $E$  &  $R$ , on tire  $E B$ ,  $R V$ , perpendiculaires aux tangentes de ces points; & qu'enfin des points  $A$  &  $F$  on tire  $A B$ ,  $F V$ , paralleles à ces mêmes tangentes. Si l'on veut que la Ligne  $R F$ , ou son égale  $E A$ , représente la vitesse qu'a le Fluide avant d'atteindre la Lune, supposons d'abord, qu'en agissant sur la Direction perpendiculaire  $P D$ , ce Fluide communique toute sa force: il est évident qu'en ce cas la vitesse qu'il communiquera, ne peut pas être exprimée par une Ligne plus grande que  $R F$ , ou  $E A$ : il est également évident qu'en ce cas aussi, la vitesse qu'il peut communiquer, en agissant sur la Direction  $G R$ , ne peut pas être (*b*) exprimée par une Ligne plus grande que le Sinus  $R V$  de l'Angle d'incidence  $R F V$ , & la vitesse qu'il aura après le choc, ne peut pas être exprimée par une Ligne moindre que le Sinus  $F V$  de l'Angle de complément  $F R V$ : de même la vitesse qu'il peut communiquer, en agissant sur la Direction  $J E$ , ne peut en ce cas

(a) M. de Moliere L. 2. Prop. 8.

(b) M. de Moliere L. 1. Prop. 14. & 15.



être exprimée par une Ligne plus grande que  $E A$ , & celle qu'il aura après le choc, ne peut pas être exprimée par une Ligne moindre que  $A B$ . On verroit déjà dans cette supposition, que tout le Fluide, qui agiroit sur toute autre Direction, que la perpendiculaire  $G B$  auroit, après le choc, quelque vitesse; que même elle seroit plus grande, à mesure que le Fluide auroit frappé plus près du Méridien  $M N$ , & que par conséquent la Planete n'en reçoit pas autant qu'en a le Fluide, qui passe aux environs, sans la rencontrer.

Mais la Planete n'étant, ni un corps inébranlable, ni un corps en repos, & le Fluide perpendiculaire  $P D$ , n'agissant pas seul, il n'est pas possible que ce Fluide communique toute sa force; réduit de sa nature à garder autant qu'il peut, la force qu'il a, il n'en donne qu'autant qu'il faut, pour ôter l'obstacle, que la Lune oppose à son mouvement, c'est-à-dire, autant qu'il faut pour faire que la vitesse qu'il communique, & celle qui lui restera, soient égales; & dès que ces vitesses sont parvenues à l'égalité, ce Fluide n'a plus d'action sur la Planete, qu'il ne peut plus atteindre; ainsi la vitesse qu'il avoit avant le choc, étant représentée par le Sinus total  $R F$ , ou  $E A$ , pour exprimer celle qu'il communique, en agissant sur la Direction perpendiculaire  $P D$ , il faut prendre une Ligne moindre que  $R F$ , ou  $E A$ ; & par conséquent, pour exprimer la vitesse qu'il communique, en agissant sur la Direction  $G R$ , il faut prendre une Ligne moindre que  $R V$ : supposons que ce soit  $X V$ : de même pour exprimer la vitesse qu'il communique, en agissant sur la Direction  $J E$ , il faut prendre une Ligne moindre que  $E B$ : supposons que ce soit  $Z B$ : alors la vitesse qui lui restera, après avoir agi sur la Direction  $G R$ , devra s'exprimer (*pag.* 19.) par la Diagonale du Parallelogramme rectangle, dont les deux côtés seront  $X V$ ,  $V F$ , & la vitesse, qui lui restera, après avoir agi sur la Direction  $J E$ , s'exprimera par la Diagonale du Parallelogramme rectangle, dont les deux côtés seront  $Z B$ ,

Dij

BA ; on ne trouvera que la Direction perpendiculaire PD, qui ne soit pas sujette à cette décomposition, & le Fluide d'alentour déterminant tout celui dont la Lune rompt la Direction, à suivre le mouvement du Tourbillon, on aura cette Demonstration.

Presque tout le Fluide qui pousse la Lune, conserve, après avoir agi sur elle, un mouvement, dont la vitesse est à celle qu'en a reçu la Planete, comme la Diagonale d'un Parallelogramme rectangle est à l'un des côtés. Or par la dix-huitième Proposition du premier Livre des Elémens d'Euclide, cette Diagonale est toujours plus grande, que chacun des côtés : donc, après avoir agi sur la Lune, le Fluide conserve toujours un mouvement, dont la vitesse est plus grande que celle qu'en a reçu la Planete. C. Q. F. D.

On répond  
à une objec-  
tion.

Mais cette Planete, dit-on, recevra toujours des percussions réitérées, & par conséquent des surcroîts de vitesses ; comment pourroit-elle ne pas avoir enfin une vitesse égale à celle du Fluide, qui répond au centre de son mouvement, c'est-à-dire, une vitesse moyenne entre celle des courants qui répondent à sa partie supérieure, & celle des courants qui répondent à sa partie inférieure ?

Pour satisfaire à cette objection, il suffiroit de répondre, que ce que nous venons de dire peut évidemment s'appliquer à chacune de ces percussions, quelque réitérées qu'elles soient ; & pourvû qu'on eût l'idée de la divisibilité & de la décomposition des forces, on y verroit toujours la solution de cette difficulté.

D'autres ajoûteroient qu'à l'Apogée & au Perigée de la Lune, ces vitesses moyennes des courants de l'Ether, sont comme les Racines reciproques des distances, qu'il y a de ces courants au centre de la Terre, au lieu que, selon les Observations de Ptolomée, les vitesses de la Lune y sont comme ces distances reciproques ; mais cette réponse ne seroit pas sans replique, parce que la différence insensible de ces Racines n'est pas sujette aux Observations.

Ainsi, pour achever d'effacer l'impression qui resteroit peut-être encore du préjugé, qui donne à cette objection ce qu'elle a de spécieux, nous disons que s'il est vrai, que par des percussions réitérées à son Hemisphere occidental, la Lune reçoive des forces toujours nouvelles, il est également vrai que par des efforts réitérés à son Hemisphere oriental, cette Planete repousse des obstacles toujours nouveaux, qui lui font perdre de sa force; de sorte que, perdant d'une part, tandis qu'elle reçoit de l'autre, sa vitesse n'égale jamais celle du Fluide, qui lui donne le mouvement. On conçoit assez quels sont ces obstacles, dès qu'on sçait, que pour causer l'acceleration qu'on observe au mouvement de la Lune depuis les Quadratures jusqu'aux Syzygies, il faut que l'Ether ait plus de vitesse que la Lune: car avec cet excès de vitesse, le Fluide qui répond à l'Hemisphere oriental de la Lune, est contraint de s'en séparer: dès-lors, pour satisfaire aux loix du mouvement, & pour éviter le vuide, les courants d'alentour se détournent, & vont se placer entre la Planete & le Fluide qui s'en sépare; peuvent-ils y aller, sans croiser la direction de la Lune, & n'est-ce pas opposer à son mouvement un obstacle toujours nouveau? Si, pour lever cet obstacle, la Lune employe tout le surcroît de force qu'elle reçoit, son mouvement est uniforme; si elle en employe moins, son mouvement est acceléré; si elle en employe plus qu'elle n'en reçoit de nouveau, son mouvement est retardé, & toujours obliquement frappée par les courants qui l'atteignent, elle n'acquiert jamais autant de vitesse, qu'en a le Fluide à l'Orbite qu'elle décrit.

C'est donc l'effort central du Tourbillon terrestre, qui de toutes parts presse les eaux de la Mer vers le Diametre où est la Lune, & ces eaux à l'un & à l'autre Hemisphere, se portent vers ce Diametre, parce que la surface de la Mer est là moins pressée qu'ailleurs, d'où il suit que les Flots doivent là s'éloigner du centre de la Terre, à mesure qu'ils y soutiennent une moindre compression: que si l'on

Les forces qu'a l'Océan pour monter sous la Lune, sont en raison inverse des Cubes des distances qu'il y a de la Lune à la Terre.

considere les forces qu'ils ont pour s'élever ainsi, on trouvera qu'elles sont en raison inverse des Cubes des distances qu'il y a de la Lune à la Terre: car on voit assez (*pag.* 23.) que la puissance qui donne ces forces, n'est que la réaction des eaux opposée & égale à l'action que la Lune interrompt, & puisque cette action (*pag.* 12. *num.* 4.) est en raison inverse du Quarré de la distance qu'il y a de la Lune à la Terre, la somme des forces de cette réaction est aussi toujours en raison inverse du Quarré de cette distance. Mais ces forces se distribuent à tout ce Cone de Fluide, dont la base est l'Horison de l'endroit qui est sous la Lune, & dont le sommet est à la Lune: car, par les loix du mouvement des Fluides, toute cette base agit vers le point, d'où elle est moins pressée, c'est-à-dire vers la Lune. Or par la XIV<sup>e</sup>. Proposition du Livre 12. des Elemens d'Euclide, ce Cone est proportionnel à la distance qu'il y a de la Lune à la Terre; ces forces sont donc distribuées à une masse proportionnelle à cette distance; de sorte que si d'ailleurs tout étoit égal, elles feroient dans chaque partie déterminée de cette masse en raison inverse de cette distance; elles sont donc à la surface de la Mer en raison composée de la raison inverse du Quarré de cette distance, & de la raison inverse de la Racine de ce Quarré, c'est-à-dire qu'elles sont en raison inverse des Cubes des distances qu'il y a de la Lune à la Terre.

A quelle hauteur la Mer peut monter sous la Lune par la tendance qu'ont les Flots vers cette Planete.

Du reste par la différence des hauteurs où les eaux parviennent aux Marées des Equinoxes environ le tems où la Lune est aux Quadratures, & environ celui où elle est aux Syzygies, on connoît la proportion qu'il y a entre la force, qui sous la Lune élève les Flots, lorsqu'elle est à 90. degrés du Soleil, & la force qui sous le Soleil & la Lune joints ensemble, fait monter les eaux de la Mer: on sçait par les Observations que (a) la hauteur où elles s'élevaient alors sous la Lune au tems de la Quadrature, est à la hauteur où elles parviennent sous les deux Astres au tems de

(a) *Newt. Princip. L. 3. Prop. 37.*

la Conjonction, comme 25 à 45, c'est-à-dire comme 5 à 9; & les effets étant proportionnels à leurs causes, on en conclut que les forces qui font monter la Mer en ces deux tems, sont entre elles comme 5 à 9 : on examine ensuite les accroissemens & les diminutions qui surviennent à ces forces dans les différentes situations des deux Astres, & l'on trouve que la moyenne grandeur des forces qui portent les eaux vers le Soleil, est à celle des forces qui les portent vers la Lune, comme 1 à 4, 4815 : or la tendance que les eaux de la Mer ont vers le Soleil, est à leur pesanteur (*pag.* 14.) comme 1 à 12868200 : donc la tendance qu'elles ont vers la Lune est à leur pesanteur, comme 1 à 2871404 : sur quoi l'on raisonne ainsi.

La force centrifuge que les eaux de la Mer ont du mouvement journalier de la Terre, est à leur pesanteur (*pag.* 18. *lig.* 35.) comme 1 à 289, & la tendance qu'elles ont vers la Lune, est à leur pesanteur, comme 1 à 2871404 : donc la tendance qu'elles ont vers la Lune, est à la force centrifuge qui leur vient du mouvement journalier, comme 289 à 2871404. Or par cette même force centrifuge, ces eaux s'élevent contre leur pesanteur (*pag.* 19.) à 85820 pieds ; donc par la tendance qu'elles ont vers la Lune, elles doivent s'élever contre leur pesanteur à 8 pieds & environ 8 pouces ; car cette hauteur est à 85820 pieds, comme 289 à 2871404. Ainsi, lorsque la tendance qu'elles ont vers le Soleil, & celle qu'elles ont vers la Lune, auront une même direction pour agir ensemble, la Mer pourra monter à  $10\frac{1}{2}$  pieds ; elle montera même jusqu'à  $12\frac{1}{2}$  pieds & au-delà, si la Lune est alors à son Perigée, & que les vents secondent ce mouvement des Flots. Tout cela fuit des principes que nous avons, ou établis, ou rapportés comme généralement reçûs, & rien n'est plus conforme aux Observations.

Il est donc constant que par le mouvement annuel de la Terre, les Flots de l'Océan sont dirigés, les uns vers l'endroit qui est sous le Soleil, & les autres vers l'endroit

Le mouvement journalier de la Terre fait que la

plus grande é-  
levation de la  
Mer est à 45  
degrés vers  
l'Orient de  
l'endroit où les  
causes qui la  
font monter,  
auroient leur  
plus grand ef-  
fect.

diametralement opposé; & qu'ainsi par l'effort central du Tourbillon terrestre, ces mêmes Flots sont pressés & dirigés, les uns vers l'endroit qui est sous la Lune, & les autres vers l'endroit diametralement opposé. Si le mouvement de ces Flots n'étoit composé que de deux de ces directions, il y auroit d'abord à la surface de la Mer deux points diametralement opposés plus hauts que tous les autres; & si dans l'Hemisphère éclairé par la Lune, l'un de ces points étoit éloigné de l'endroit qui seroit sous la Lune, & de celui qui seroit, ou sous le Soleil, ou sous le point du Ciel diametralement opposé, cet éloignement seroit (*pag. 20. lig. 2.*) en raison inverse des forces qui agiroient sur ces directions. C'est-à-dire que quand ces forces seroient dans leur moyenne grandeur, ce point le plus haut de la Mer dans cet Hemisphère seroit (*pag. 31. lig. 9.*) quatre fois plus près de l'endroit qui seroit sous la Lune, que de l'endroit qui seroit, ou sous le Soleil, ou sous le point du Ciel diametralement opposé; & quand la Lune seroit en Quadrature, ce point le plus haut de la Mer seroit sous la Lune; car alors les eaux qui seroient sous le Soleil, ne seroient pas poussées vers l'endroit qui seroit sous la Lune, plus que vers l'endroit diametralement opposé, puisqu'elles seroient à distances égales de ces deux endroits; elles n'obéiroient donc qu'à l'action de la Cause qui les éleveroit vers le Soleil, sous lequel elles ne pourroient monter (*pag. 18.*) que de 1 pied 11 pouces, ou environ; par la même raison les eaux qui seroient sous la Lune, n'obéiroient qu'à l'action de la Cause qui les éleveroit vers la Lune, sous laquelle elles monteroient (*pag. 31. lig. 23.*) d'environ 8 pieds & 8 pouces: les deux points de la Mer les plus hauts, seroient donc alors sous la Lune, & sous le point du Ciel diametralement opposé. Tels seroient les mouvemens de l'Océan, si les Flots n'avoient à satisfaire qu'aux directions dont nous venons de parler, & par-tout où ce mouvement ne trouveroit pas d'obstacle, on auroit la haute-Mer environ le tems où la Lune seroit au Méridien.

Mais

Mais tout ce qui est dans le Tourbillon de la Terre doit suivre le mouvement de ce Tourbillon : par cette raison la Mer en s'élevant vers la Lune & vers le Soleil, se meut aussi de l'Occident vers l'Orient, & ce mouvement fait que les points les plus hauts de la Mer sont toujours de 45 degrés plus orientaux qu'ils ne le seroient, si cette troisième direction des Flots n'avoit pas son effet ; car au lieu qu'en ce cas la haute-Mer, comme nous avons dit, arriveroit au tems où la Lune seroit au Méridien, on voit qu'elle n'arrive qu'environ la troisième heure lunaire, & l'on ne compte cette troisième heure qu'à 45 degrés vers l'Orient, des endroits où la Lune est au Méridien.

Si l'on suppose donc qu'une profonde Mer couvre toute la Terre : *Premièrement*, Cette Mer aura la figure d'un Solide elliptique concentrique avec la Terre ; un de ses points dans l'Hémisphère éclairé par la Lune, & le point diamétralement opposé dans l'autre Hémisphère, seront plus hauts, plus éloignés du centre de la Terre, que tout autre point de la surface de la Mer.

*Secondement*, Les deux points de la Mer les plus hauts auront toujours autour de la Terre un mouvement presque semblable à celui de la Lune ; ils seront toujours, l'un vers le parallèle où sera la Lune, & l'autre vers le parallèle où sera le point du Ciel diamétralement opposé, & tous deux vers le Méridien, où l'on comptera les trois heures lunaires ; si de tems en tems ils s'en éloignent un peu, ce sera vers les parallèles où se trouvent le Soleil & le point du Ciel diamétralement opposé, & vers le Méridien, où l'on comptera les trois heures solaires ; & ainsi le plus grand diamètre de la Mer sera toujours entre les deux Tropiques.

*Troisièmement*, Si la Mer a la figure d'un Solide elliptique concentrique avec la Terre, & que son plus grand diamètre soit toujours entre les Tropiques, il est évident, que quand sur la Mer on parcourt des parallèles à l'Équateur, on décrit, non des circonférences de Cercle, mais

E

Quelques  
Corollaires de  
ce qu'on vient  
de montrer.

des peripheries de certaines Ellipfes , qui toutes ont leur plus grand diametre fous un même Méridien , & dans chacune defquelles un des deux points les plus éloignés du centre de la Terre , est plus haut que l'autre , quand il est plus près d'un des plus hauts points de la Mer , ainfi qu'il arrive , lorsque le plus grand diametre de la Mer , fuivant la déclinaifon de la Lune , s'incline fur l' Axe de l'Equateur.

*Quatrièmement* , Si par - tout où le Flux & Reflux fe fait fenfiblement & fans obftacle , on ne voit arriver la haute-Mer , que quand on est fous le Méridien où font les points les plus hauts de la Mer , il faut que quand l'aspect du Soleil & de la Lune est , ou la conjonction , ou l'opposition , ou la quadrature , la haute-Mer arrive au tems des trois heures lunaires , & quand l'aspect de ces Astres est tout autre , la haute-Mer doit arriver environ quatre fois plus près du tems des trois heures lunaires , que de celui des trois heures folaires. Il n'est pas befoin de beaucoup de réflexion pour voir que ces quatre points de Physique fuivent néceffairement de ce que nous avons établi.

Pour fatifaire à la queftion , il fuffit d'expliquer les trois Périodes du Flux & Reflux de la Mer.

Venons enfin à l'explication des trois Périodes du Flux & Reflux de la Mer. Nous en avons indiqué les Causes : rapprochons - les de leurs effets ; c'est tout ce qui refte à faire dans cette Differtation. Car pour ces mouvemens finguliers , qu'on ne voit à la Mer que quelquefois , & en quelque endroit , on fçait affez qu'ils ne font pas du fujet que nous traitons : ils dépendent bien moins de la Cause du Flux & Reflux , que de la difpofition du lieu , ou de quelque autre circonfiance , qui n'échappe guères aux recherches des Obfervateurs expérimentés : nous pourrons en rapporter quelque exemple ; l'explication que nous y joindrons , facilitera celle des Phénomènes femblables , dont nous ne parlerons pas.

Explication de la Période journaliere du Flux & Reflux de la Mer.

Pour developper avec plus de facilité ce qui nous refte à traiter , nous fuppoferons , comme M. Descartes & M. Newton , qu'une Mer profonde couvre toute la Terre : on a vû (*pag. 33. num. 1.*) que cette Mer auroit la figure d'un



Solide elliptique, & que les paralleles à l'Equateur y seroient (*pag. 33. num. 3.*) non des Cercles, mais des Ellipfes.

Soit donc l'Ellipse  $A B C D$  (*Fig. 2.*) un des Plans Paralleles à l'Equateur : qu'on y inscrive le Cercle  $A E G F$  : qu'autour de cette Ellipse on décrive le Cercle  $G B H D$  : & qu'à quelque point d'une Ligne perpendiculaire au Plan  $A B C D$ , on conçoive le centre de la Terre  $T$ .

Si, par exemple, au point  $A$ , il y avoit un Vaisseau à l'ancre, ce Vaisseau suivroit nécessairement le mouvement journalier de la Terre : or par ce mouvement le point  $A$  de la Terre  $T$  arriveroit dans six heures au point  $E$ , ce Vaisseau se trouveroit donc alors sur l'Ellipse  $A B C D$  à quelque point de la Ligne  $T E$ . Mais pendant ces six heures, le point  $B$  de l'Ellipse  $A B C D$  se fera avancé d'environ trois degrés vers  $J$ , d'un mouvement (*pag. 33. num. 2.*) semblable à celui de la Lune, & il faudra que le point  $A$  de la Terre  $T$ , pour se trouver sous le point  $B$  de la Peripherie mobile  $A B C D$ , continue à se mouvoir au-delà du point  $E$  environ 12 minutes de tems : ce Vaisseau arrivera donc en 6 heures & environ 12 minutes du point  $A$  au point  $B$  de l'Ellipse  $A B C D$ . Le mouvement journalier de la Terre étant uniforme, il faudra autant de tems pour arriver du point  $B$  au point  $C$ , & encore autant du point  $C$  au point  $D$  : ainsi en 24 heures & environ 49 minutes on décrit d'un mouvement uniforme l'Ellipse  $A B C D$ . Ceux qui sont dans ce Vaisseau ne s'apperçoivent pas de ce mouvement, il leur est commun avec le Vaisseau ; mais ce qu'ils apperçoivent, c'est que pendant les premieres 6 heures & 12 minutes, la Mer à l'endroit où ils avoient mouillé, est devenue plus profonde ; sa surface à la fin de ce tems est plus éloignée de celle de la Terre de toute la hauteur  $E B$  : ils voyent aussi que pendant les 6 heures 12 minutes suivantes, la Mer à l'endroit où ils avoient mouillé, est devenue moins profonde ; sa surface à la fin de ce second tems est éloignée de celle de la Terre

E ij

moins qu'à la fin du premier tems, de toute la profondeur H G. Ils trouvent encore après, que dans autant de tems la surface de la Mer, au même endroit, s'éloigne de la surface de la Terre de toute la hauteur F D; & qu'ensuite dans un tems égal cet éloignement est devenu moindre de toute la profondeur G A: d'où ils concluent que dans 24 heures & environ 49 minutes, la Mer à l'endroit A, monte deux fois, & descend deux fois alternativement, C. Q. F. E.

On peut ici remarquer que, quoique la Mer Atlantique n'ait que 60 degrés d'étendue de l'Occident à l'Orient, le Flux doit y être de 6 heures & environ 12 minutes, comme ailleurs, & le Reflux aussi; les Mers plus vastes que celle-ci, auront de plus grandes Marées qu'elle, parce qu'elles fournissent plus d'eau vers l'endroit de la plus grande élévation de leurs flots. Mais le lit de la Mer Atlantique, employant autant de tems que celui des autres Mers, à faire autour de l'Axe de la Terre sa révolution journalière, sa surface est autant de tems pressée inégalement, & son étendue suffit pour y rendre fort sensibles les vicissitudes qu'on observe ailleurs, comme des effets de cette inégale compression. La basse-Mer y est d'abord aux Plages occidentales A sur les 9 heures lunaires, parce que les Flots plus pressés en cet endroit (*pag.* 23.), que sous la Lune L, se font écoulés vers l'Orient K, où est alors la haute-Mer. Ensuite, à mesure que le mouvement journalier de la Terre fait approcher ces Plages A du Méridien L, où est la Lune, cet endroit de la Mer est toujours moins pressé; il faut donc que les Flots plus pressés aux contrées plus éloignées du Parallele où est la Lune, se portent vers ces Plages, & qu'ainsi la Mer y monte: ce mouvement durera jusqu'à ce que le rivage occidental A soit arrivé au Méridien B, où se fait la plus grande élévation des Flots; c'est-à-dire, qu'il durera depuis la neuvième jusqu'à la troisième heure lunaire; le Flux sera donc de 6 heures & environ 12 minutes. Ensuite, à mesure que ce rivage s'éloignera

du Méridien B où se fait la plus grande élévation des eaux, cet endroit de la Mer fera toujours plus pressé; les Flots s'écouleront vers les Plages, qui s'approchant du Méridien L, où est la Lune, commenceront d'être moins pressées; & ce mouvement durera depuis la troisième jusqu'à la neuvième heure lunaire: le Reflux fera donc aussi de 6 heures & environ 12 minutes. C. Q. F. E.

Du reste, on voit assez, *Premièrement*, Qu'en parcourant les Arcs K J, M N, après le Flux, & les Arcs O P, S V, après le Reflux, le Vaisseau que nous avons supposé, ne paroîtroit, ni s'éloigner, ni s'approcher du centre de la Terre T; il faut donc qu'après le Flux, & qu'après le Reflux, la Mer soit quelques minutes de tems sans paroître, ni descendre, ni monter.

*Secondement*, S'il y avoit une Rade au point R plus occidentale que celle qui seroit au point A, le mouvement journalier de la Terre feroit que cette première Rade R arriveroit sous le point B de la Peripherie A B C D, plus tard que l'autre Rade A plus orientale; la haute-Mer B doit donc paroître arriver aux Rades orientales, plutôt qu'aux Rades plus occidentales.

*Troisièmement*, Si la Terre étoit une Sphere fluide, & qu'elle tournât au centre de son Tourbillon, de façon à s'y maintenir, tous les points de sa surface tourneroient également vite; les circonferences des Paralleles employeroient à leurs revolutions des tems proportionnels à leurs Diametres; & ainsi dans un tems donné, les sommes de leurs revolutions seroient en raison inverse de leurs Diametres: alors la surface de la Terre & celle de la Mer auroient autour de l'Axe de la Terre des vitesses, ou tout-à-fait égales, ou dont la différence ne seroit pas sensible, & l'on n'appercevroit pas qu'il fallût plus de tems pour aller, par exemple, de l'Isle de Madagascar au Bresil, que pour revenir du Bresil à cette Isle. Mais la Terre n'étant pas un Corps fluide, la force qui l'agite autour de son Axe, se distribue en raison composée des masses qu'elle meut, &

des distances qu'il y a de ces masses à l'axe du mouvement; la circonférence de l'Equateur de la Terre a donc beaucoup plus de vitesse qu'elle n'en auroit, si c'étoit un Fluide: il en est de même des Paralleles, qui sont entre les Tropiques & aux environs; ainsi dans la Zone torride, la Terre tourne de l'Occident vers l'Orient, beaucoup plus vite que la Mer, d'où il suit que par rapport à la Terre, l'Océan doit paroître aller toujours de l'Orient à l'Occident: il faut même que des Rivages élevés empêchent les Flots de s'étendre toujours suivant la Direction de ce mouvement; sans cet obstacle, l'Océan paroîtroit faire périodiquement le tour de la Terre, en allant de l'Orient vers l'Occident. Qu'on parte donc des côtes occidentales de l'Amérique A pour la Chine E, ce Rivage E, qui est le terme de la Navigation, s'éloigne des eaux A, qui portent les Vaisseaux; il suit vers C avec plus de vitesse, que n'en ont les eaux pour le suivre: ce mouvement ne peut que rendre la Navigation plus pénible, & le tems du voyage plus long. Qu'on revienne après par la même route, le Rivage A, qui est le terme de la Navigation, s'avance vers les eaux B, qui portent les Vaisseaux; il suit ces eaux vers C avec plus de vitesse qu'elles n'en ont en même sens: ce mouvement ne doit-il pas faciliter la Navigation, & en abrégier le tems? Vers les Poles on appercevrait tout le contraire; mais les grands mouvemens, qui portent les Flots, tantôt de l'Equateur vers les Poles, tantôt des Poles vers l'Equateur, divers courants, dont la Direction favorise le mouvement de l'Occident à l'Orient, quelquefois la situation des Mers, souvent même toutes ces choses ensemble, mettent obstacle à l'expérience dont il s'agit.

*Quatrièmement*, Si le Parallele ABCD, & les autres d'alentour étoient coupés vers A par des rivages élevés, il est évident que le mouvement journalier de la Terre faisant avancer ces rivages vers B avec plus de vitesse (*ci-dessus lig. 6.*), que n'en auroit la Mer, les Flots s'éleveroient contre ces Rivages, & que bientôt la pesanteur venant à

abattre ces Flots élevés, ils s'écouleront le long du canal qu'ils trouveroient, & vers l'endroit où les eaux d'alentour seroient moins hautes, c'est-à-dire qu'ils iroient de l'Equateur vers les Poles; & dans ce mouvement ces Flots s'éleveroient davantage par-tout où le Canal seroit moins large : ainsi voit-on dans la Mer d'Ethiopie, qu'entre les Tropiques, la Marée monte moins que dans les Zones tempérées, où le Canal est retreci entre l'Afrique & la partie Australe de l'Amérique : de même dans le Canal de la Manche, les Marées sont plus hautes que dans la Mer Atlantique, & ce Canal allant toujours en se resserrant de Brest jusqu'à Saint Malo, la Marée y va toujours en augmentant; de sorte qu'aux Nouvelles ou Pleines Lunes, la Mer à Saint Malo monte jusqu'à 60, quelquefois jusqu'à 80 pieds de hauteur : & comme un Pendule en montant perd successivement la force qui l'élève, ce qui fait que sa vitesse décroît toujours, au lieu qu'en descendant, il acquiert toujours de nouveaux degrés de force, qui lui donnent un mouvement accéléré; de même ces Flots, au tems du Flux, montent vers les Poles d'un mouvement toujours retardé, au lieu qu'au tems du Reflux, ils descendent vers l'Equateur d'un mouvement toujours accéléré.

*Cinquièmement*, Enfin dans la Zone Torride, on voit arriver la haute-Mer ( *pag. 37. num. 2.* ), lorsque par le mouvement journalier de la Terre, on arrive au Méridien B, sous lequel se trouvent ( *pag. 33. num. 3.* ) tous les plus grands Diamètres des Ellipses qui forment l'Océan; il faut bien que dans la Zone Torride, la haute-Mer arrive au même tems à toutes les Plages qui sont sous un même Méridien; ainsi on l'y voit toujours ( *pag. 6. num. 2.* ) environ la troisième heure lunaire. Mais dans les Zones Tempérées, le Flux & Reflux dépend moins de la Figure elliptique de la Mer, que de la propagation du mouvement que cause ( *pag. 38. num. 4.* ) la chute des Flots réfléchis des Côtes occidentales de la Zone Torride; or la propagation de ce mouvement se fait successivement, il faut donc que la haute-

Mer arrive successivement à une moindre Latitude, plutôt qu'à une plus grande, & le Flux n'est pas sensible au-delà du 65<sup>e</sup> degré de Latitude, parce que ce mouvement n'est sensible que jusques-là. Par la même raison, le Flux & Reflux n'est pas bien sensible dans la Méditerranée : les eaux de l'Océan n'y entrent que par le Détroit de Gibraltar ; elles n'y viennent pas en assez grande quantité, pour faire des Marées considérables ; & personne n'ignore, que si dans le Golfe de Venise la Mer paroît monter à quelque hauteur, c'est que les eaux réfléchies des Côtes de la Morée, sur celle d'Italie, y sont soutenuës par les Flots, qui surviennent dans le tems du Flux.

Explication  
de la Période  
de de chaque  
mois.

Mais d'où vient que quand la Lune est près des Syzygies, les Marées sont plus grandes, & que quand elle est près des Quadratures, elles sont moindres, que quand elle en est éloignée ? Il est aisé d'en voir la raison dans les principes que nous avons établis.

*Premièrement*, Les Flots de l'Océan doivent sous la Lune s'élever davantage (*pag. 23.*) lorsqu'ils y sont moins pressés ; or ils le sont moins, quand la Lune est aux Syzygies, puisque l'effort avec lequel elle se porte vers le Soleil (*pag. 16. lig. 22.*) est alors triple de ce qu'il est aux Quadratures ; il faut donc que quand la Lune est aux Syzygies, les Flots de l'Océan montent plus que quand elle est aux Quadratures.

*Secondement*, Si l'on fait précision de l'excentricité de l'Orbite lunaire, la distance qu'il y a de la Terre à la Lune, quand elle est aux Syzygies, est à la distance qu'il y a, quand elle est aux Quadratures, comme 69 à 70. Or les forces qui font monter les eaux de l'Océan vers la Lune, sont (*pag. 29.*) en raison inverse des Cubes de ces distances ; ces forces sont donc plus grandes, quand la Lune est aux Syzygies, que quand elle est aux Quadratures ; d'autant que le Cube de 70 = 343000, est plus grand que le Cube de 69 = 328509. Et ces forces plus grandes causent nécessairement une plus grande élévation des eaux.

*Troisièmement*,

*Troisièmement*, Enfin, si les eaux de l'Océan sont toujours poussées (*pag.* 11.) vers le Soleil, & (*pag.* 23 ) vers la Lune, ou vers les points du Ciel diametralement opposés à ces Astres, il est manifeste que quand la Lune s'approche des Syzygies, les Flots, soit de l'Hemisphère éclairé par la Lune, soit de l'autre Hemisphère, reçoivent deux impulsions, dont les Directions sont en même sens, & font un Angle plus aigu, quand la Lune s'approche davantage des Syzygies, & un Angle moins aigu, quand elle s'approche des Quadratures : or on sçait (*pag.* 20. *fig.* 8.) que quand deux impulsions sont en même sens, & qu'elles concourent à former un effort composé, cet effort est plus grand, lorsque leurs Directions font un Angle plus aigu : les Flots de l'Océan reçoivent donc plus de force pour s'élever, quand la Lune s'approche des Syzygies ; ils en reçoivent moins, quand elle s'approche des Quadratures : il faut donc que quand la Lune s'approche des Syzygies, les Marées aillent en croissant ; & quand la Lune s'approche des Quadratures, il faut que les Marées aillent en diminuant. C. Q. F. E.

Que si ces Marées ne sont pas aussi grandes, quand la Lune est aux Syzygies, que quand elle est à  $18\frac{1}{2}$  degrés au-delà ; ce n'est pas que les Flots ne reçoivent plus de force pour s'élever, quand la Lune est aux Syzygies, qu'ils n'en reçoivent après ; mais ces forces n'ont pas d'abord tout leur effet : les eaux, par exemple, de l'Hemisphère éclairé par la Lune, plus pressées aux extrémités de cet Hemisphère, que vers le milieu, n'arrivent pas d'abord à l'endroit où elles cesseront de s'élever : d'ailleurs, l'effet des plus grandes forces est pendant quelque tems secondé par celles que les Flots reçoivent après, jusqu'à ce que la Lune est arrivée à  $18\frac{1}{2}$  degrés au-delà des Syzygies : il faut donc que les Marées aillent en croissant jusques-là : ensuite les eaux moins pressées aux extrémités de cet Hemisphère, cèdent à la pesanteur des Flots élevés vers le milieu ; ces Flots s'abaissent d'un mouvement acceleré, comme il

F

arrive à tout Corps, que sa pesanteur fait descendre, & la cause de l'accélération fait que ce mouvement dure jusqu'à ce que la Lune est arrivée à  $18\frac{1}{2}$  degrés au-delà des Quadratures; il faut donc que les Marées aillent en diminuant jusques-là.

Enfin, s'il arrive quelquefois que les Marées des Quadratures égalent en hauteur les Marées des Nouvelles & des Pleines Lunes, cela vient de ce que l'excentricité du mouvement de la Lune fait que quelquefois aux Syzygies, la Lune est en Apogée, comme on le voit dans l'explication que M. Villemot a donné de l'Apogée de la Lune: avec cela, si la Lune aux Quadratures est à l'Equateur, comme il arrive aux Solstices, les Marées pourront être aussi hautes au tems des Quadratures, qu'à celui des Conjonctions & des Oppositions, parce qu'à l'Equateur le mouvement journalier de la Terre favorise plus qu'ailleurs l'action des Causes qui font monter la Mer.

Quant à la variété des heures auxquelles la haute-Mer arrive en un même endroit, nous en avons assez donné la raison (*pag. 34. num. 4.*); néanmoins pour montrer ici combien cette explication est conforme aux principes les plus connus, soit l'Orbite de la Lune  $A B C D$  (*Fig. 3.*); vers le centre de laquelle soit le Globe terrestre  $E F G H$ , entouré de la Mer  $J L M N$ . Si la Lune est au point  $B$  en conjonction avec le Soleil  $S$ , & que les eaux qui sont en  $L$  & en  $N$  soient moins pressées que toutes celles d'alentour; celles qui sont dans les espaces  $J L$ ,  $M L$ , doivent se porter vers  $L$ ; & celles qui sont dans les espaces  $M N$ ,  $J N$ , doivent se porter vers  $N$ ; c'est un des premiers principes de l'Hydrostatique.

Mais, si ces eaux, en tâchant de s'élever en  $L$  vers  $B$ , & en  $N$  vers  $D$ , doivent aussi satisfaire au mouvement journalier qui les porte de l'Occident à l'Orient, les endroits de leur plus grande élévation, ne seront, ni le point  $L$ , ni le point  $N$ , mais des points éloignés de ceux-ci (*pag. 32.*) de 45 degrés vers l'Orient, par exemple  $R$  &  $V$ , où l'on



compte alors les trois heures, tant solaires, que lunaires.

Ensuite, quand la Lune, en parcourant son Orbite, se fera avancée vers l'Orient jusqu'au point O, & qu'on comptera les trois heures solaires en R, & les trois heures lunaires en M, l'endroit de la plus grande élévation des eaux fera (*pag. 34. num. 4.*) environ quatre fois plus près du point M, que du point R, par exemple, au point y; parce que la force qui accumulerait les eaux en R, en les élevant vers le Soleil, est à celle qui en les portant vers la Lune, les accumulerait en M (*pag. 31. lig. 9.*), comme 1 à 4, ou environ. Alors les trois heures solaires R, précédant les trois heures lunaires M, la haute Marée en y, précède aussi les trois heures lunaires de tout l'intervalle y M.

Que si la Lune est éloignée des Syzygies B d'un peu plus de 45 degrés; qu'elle soit, par exemple, en  $x$ , & qu'on compte les trois heures solaires en R, & les trois heures lunaires en  $z$ , alors l'endroit de la plus grande élévation des eaux fera environ quatre fois plus près de  $z$ , que de R, par exemple, au point M; & l'espace R  $z$  étant plus grand que l'espace R M, la cinquième partie M  $z$  de l'espace R  $z$ , sera plus grande que la cinquième partie y M de l'espace R M; c'est-à-dire que l'intervalle qu'il y aura du tems de la haute-Mer à celui de la troisième heure lunaire, sera plus grand qu'aux Marées des jours précédens.

Quand la Lune sera près des Quadratures, par exemple, au point  $a$  les eaux qui seront sous cet Astre en y, n'auront pour se porter vers le Soleil S, qu'environ le tiers (*pag. 16. lig. 22.*) de la force qu'elles avoient pour cela au point L; cette force sera donc alors en bien moindre raison qu'auparavant, à l'effort qui les portera vers la Lune; il faudra donc (*pag. 20. lig. 3.*) que l'endroit de la plus grande élévation des eaux, soit plus près qu'auparavant, de l'endroit où l'on comptera les trois heures lunaires.

Ensuite, si la Lune est en Quadrature avec le Soleil au point C, les eaux qui sont en M, n'ont pas de leur mou-

F ij

vement annuel plus de force pour s'élever vers le Soleil S, que vers le point D diametralement opposé; il faut donc qu'elles ne satisfassent qu'à la puissance qui les élève vers la Lune, & au mouvement journalier; ainsi l'endroit de la plus grande élévation des eaux fera sous le Parallele où est la Lune, à l'endroit où l'on comptera les trois heures lunaires, par exemple au point K.

Enfin, quand la Lune ira des Quadratures aux Syzygies, & qu'elle fera arrivée, par exemple, au point *b*, si l'on compte les trois heures lunaires au point N, & les trois heures solaires au point V, l'endroit de la plus grande élévation des eaux fera environ quatre fois plus près du point N, que du point V par exemple, au point D; & ainsi le tems des trois heures lunaires en N, précédera celui de la haute-Mer de tout l'intervalle N *d*.

Du reste, nous avons montré, que quand sur l'Océan on parcourt des Paralleles à l'Equateur, on décrit (*pag. 33. num. 3.*) des Ellipses dont les plus grands diametres sont tous sous le même Meridien; & que la haute-Mer n'arrive à diverses Plages, que quand par le mouvement journalier (*pag. 37. num. 2.*), ces Plages arrivent au Méridien où se trouvent les plus grands Diametres des Ellipses, qui forment les Paralleles qu'on parcourt: or, soit que la Lune se trouve dans l'Hemisphère Austral, soit qu'elle se trouve dans l'Hemisphère Septentrional, le mouvement journalier est le même; & par conséquent les Plages Septentrionales n'en arrivent, ni plus tard, ni plus tôt, à quelque Méridien que ce soit: la haute-Mer doit donc ne pas arriver plus tard aux Plages Septentrionales, quand la Lune est dans l'Hemisphère Austral, que quand elle est dans l'Hemisphère Septentrional. Ainsi s'explique aisément tout ce qui regarde la Période de chaque mois.

Explication  
de la Période  
annuelle.

Il n'est pas moins aisé, dans le systême que nous suivons, de rendre raison des grandes Marées des Equinoxes: pour peu qu'on connoisse les forces centrifuges des mouvemens circulaires, on voit qu'à l'Equateur, les eaux reçoivent du

mouvement journalier plus de force, pour s'éloigner du centre de la Terre, qu'elles n'en reçoivent ailleurs. Nous avons même déjà remarqué (*pag. 18. lig. 27.*) qu'à l'Equateur, cet effort centrifuge est à celui d'un égal mobile, qui feroit à la Latitude de Paris, comme 7, 54064, à 3, 267; de plus la Terre étant un Sphéroïde aplati vers les Poles, les eaux à l'Equateur sont plus éloignées qu'ailleurs du centre de la Terre; cet éloignement fait que la cause de la pesanteur résiste moins à l'élevation de ces eaux; car les forces de la pesanteur (*pag. 12. num. 4.*) sont en raison inverse des Quarrés des distances, qu'il y a du corps pesant au centre de la Terre: il faut donc que, lorsque les causes qui font monter la Mer, agissent sur les Flots qui sont à l'Equateur, elles trouvent plus de facilité à les élever; & que si d'ailleurs tout est égal, la Mer monte alors plus qu'en tout autre tems; or aux Nouvelles & aux Pleines Lunes des Equinoxes, le Soleil & la Lune se trouvent sur les eaux qui sont à l'Equateur; & c'est sur-tout sous ces Astres, que se fait alors le grand effort des Causes qui font monter la Mer; elle doit donc alors monter plus qu'en tout autre tems. C. Q. F. E.

Il faut donc qu'aux Quadratures de la Lunaison des Equinoxes, les Marées soient moins hautes qu'en tout autre tems; car alors la Lune est sur des eaux plus éloignées de l'Equateur, c'est-à-dire, sur des eaux, qui reçoivent du mouvement journalier moins de force, pour s'éloigner du centre de la Terre, & dont la pesanteur résiste davantage à leur élevation.

Il faut aussi qu'aux Nouvelles & Pleines Lunes des Solstices, les Marées soient moins grandes qu'aux Nouvelles & aux Pleines Lunes des autres Lunaisons; parce qu'aux Conjonctions & aux Oppositions d'environ les Solstices, le Soleil & la Lune sont sur des eaux éloignées de l'Equateur; mais aux Quadratures des Solstices, la Lune est sur les eaux qui sont à l'Equateur, la Mer doit donc alors monter plus qu'aux Quadratures des autres Lunaisons.

Que si d'ailleurs tout est égal, les Marées du Solstice

d'Hyver feront plus grandes que celles du Solstice d'Été; parce qu'en Hyver le Soleil est plus près de la Terre: la distance qui le sépare de la Terre au Solstice d'Hyver, est à celle où il est au Solstice d'Été, comme 983 à 1017, & les forces qu'ont les Flots pour monter vers le Soleil, sont ( *pag.* 13. ) en raison inverse des Cubes de ces distances.

Les Marées feront aussi plus grandes, quand la Lune sera plus près de la Terre, parce qu'aussi les forces qu'a la Mer pour monter vers la Lune ( *pag.* 29. ) sont en raison inverse des Cubes des distances, qu'il y a de la Terre à la Lune: on n'aura donc jamais de si grandes Marées, que quand la Lune sera en son Perigée à l'Equateur en Conjonction ou en Opposition avec le Soleil; parce qu'alors tout ce qui peut contribuer à faire monter la Mer, se trouvera réuni sur l'endroit de l'Océan, où les Flots, pour s'élever, ont du côté de la pesanteur moins à vaincre qu'en tout autre endroit.

Enfin, dans les Contrées Septentrionales, les Marées des Nouvelles & des Pleines Lunes, feront en Été plus grandes le soir que le matin; parce qu'en imitant ( *pag.* 32. *num.* 2. ) le mouvement de la Lune, un des plus hauts points de la Mer se trouve alors dans l'Hémisphère Septentrional, & l'autre dans l'Hémisphère Austral; & celui qui est dans l'Hémisphère Septentrional, est en Été sur l'Horison au tems de la haute-Mer du soir, & il est dessous l'Horison au tems de la haute-Mer du matin: donc en Été dans les Contrées Septentrionales, les eaux sur l'Horison sont le soir assez près du plus haut point de la Mer, & le matin elles en sont plus loin: & l'Océan ayant ( *pag.* 33. *num.* 1. ) la figure d'un Solide elliptique concentrique avec la Terre, n'est-il pas évident que les Marées doivent paroître plus hautes, à mesure qu'on est plus près de l'endroit de la Mer le plus élevé? Il faut donc qu'en Été, dans les Contrées Septentrionales, les Marées du soir paroissent plus hautes que celles du matin. En Hyver au contraire, le plus haut

point de la Mer, qui est dans l'Hémisphère Septentrional, se trouve le matin sur l'Horison, & le soir dessous l'Horison: il faut donc qu'en Hyver dans les Contrées Septentrionales, les Marées du matin soient plus grandes que celles du soir.

En effet, à la Nouvelle Lune d'environ les Solstices d'Été, dans les Mers libres de tout obstacle aux mouvemens des Flots, la haute-Mer arrive le soir sur les trois heures; la Lune est alors sur l'Horison, près du Tropicque de l'Écrevisse, à 45 degrés du Méridien vers l'Occident; & par conséquent celui des plus hauts points de la Mer, qui est dans l'Hémisphère Septentrional, se trouve alors (*pag. 33. num. 2.*) sur l'Horison près du Méridien: mais le matin la haute-Mer arrive environ les trois heures, & alors la Lune est sous l'Horison à 45 degrés du Méridien vers l'Occident de dessous l'Horison, c'est-à-dire vers notre Orient; & par conséquent celui des plus hauts points de la Mer, qui est dans l'Hémisphère Septentrional, se trouve alors (*ibid.*) sous l'Horison près du Méridien.

De même à la Pleine Lune d'environ les Solstices d'Été, la haute-Mer arrive le soir sur les trois heures: la Lune est alors dans l'Hémisphère Austral sous l'Horison, & le point du Ciel diametralement opposé, se trouve précisément sur l'endroit de la Mer sur lequel la Lune nouvelle étoit à pareille heure; & puisque sous le point du Ciel diametralement opposé à la Lune (*pag. 25. lig. 20.*) la Marée est la même que sous la Lune, il faut bien qu'au tems de la Pleine Lune, comme à celui de la Nouvelle Lune, la Marée en Été dans les Contrées Septentrionales, soit plus grande le soir que le matin.

Mais au lieu qu'en Été, la Lune au tems de la Conjonction, est dans l'Hémisphère Septentrional; en Hyver la Lune en Conjonction, est dans l'Hémisphère Austral; & conséquemment au tems de l'Opposition, au lieu qu'en Été la Lune est dans l'Hémisphère Austral, elle est en Hyver dans l'Hémisphère Septentrional: il faut donc que tout

à rebours des Marées d'Été, les Marées d'Hyver soient plus grandes le matin que le soir. C. Q. F. E.

Les mou-  
vemens singu-  
liers, qu'on  
remarque en  
quelques en-  
droits de la  
Mer, ne prou-  
vent rien con-  
tre ce que  
nous avons dit  
de la Cause  
du Flux & Re-  
flux de la Mer.

Nous fera-t il permis de penser que cette explication du Flux & Reflux de la Mer ne suppose que les principes les plus connus, qu'elle est aisée, qu'elle s'étend à toutes les circonstances de ce grand Phénomène; & que du moins elle peut faire douter, si la découverte des vraies Causes du Flux & Reflux est autant impossible, qu'il est ordinaire de se le persuader?

Mais les Causes à quoi nous recourons, sont, dit-on, trop régulières, pour suffire à ces mouvemens si bizarres, qu'on remarque en certains endroits de la Mer. Nous avons déjà répondu, que ce qu'il y a de singulier à ces mouvemens, dépend bien moins de la Cause du Flux & Reflux, que de diverses circonstances, dont il faut s'assurer par d'exactes observations.

Par exemple, au Pas de Calais, la Mer devient plus haute au tems du Reflux; mais on voit qu'alors les eaux qui se retirent des Côtes d'Angleterre & des Côtes de France, se joignent au milieu du Détroit, & donnent à la Mer ce surcroît de hauteur.

Au Port de Batsha, dans le Tunquin, à 20 degrés 50 minutes de Latitude Boréale, le lendemain du jour que la Lune a été à l'Equateur, la Mer est tout le jour sans monter & sans descendre: ensuite dès que la Lune commence à décliner, à s'éloigner de l'Equateur, on voit dans ce Port le Flux & le Reflux, non pas deux fois le jour, comme aux autres Ports, mais une fois seulement; si la Lune décline vers le Nord, le fort du Flux est au coucher de la Lune, & celui du Reflux au lever; si elle décline vers le Sud, le fort du Flux est au lever de la Lune, & celui du Reflux au coucher: à mesure que la Lune s'éloigne de l'Equateur, les Marées vont en croissant durant sept ou huit jours; quand elle s'en rapproche, les Marées diminuent d'autant qu'elles avoient crû: l'Europe a-t-il rien de plus singulier?

M. Newton

M. Newton a pourtant fait voir que tout cela peut suivre du cours ordinaire du Flux & Reflux de l'Océan : on sçait que la Marée vient au Port de Batsha de deux côtés : elle y vient de la Mer de la Chine, en passant entre le Continent & l'Isle de Luçon; elle y vient de la Mer des Indes, en passant entre le Continent & l'Isle de Borneo. Si les Flots de l'Océan employent 12 heures à venir des Indes à Batsha, la haute-Mer y arrivera de ce côté-là à la troisième heure lunaire ; s'ils employent six heures à venir de la Chine, la haute-Mer arrivera de cet autre côté-là à la neuvième heure lunaire, c'est-à-dire qu'à Batsha le moment où commencera le Reflux vers les Indes, sera celui où commencera le Flux du côté de la Chine; & si la Marée du soir est égale à celle du matin, comme il arrive quand la Lune est à l'Equateur, ce Port recevra autant d'eau d'une part, qu'il en perdra de l'autre ; & ainsi de tout ce jour, la Mer ne paroîtra dans ce Port, ni descendre, ni monter.

Dès que la Lune déclinera vers l'un ou vers l'autre Pole, les Marées à l'Océan (*pag. 18. lig. 11.*) feront alternativement l'une plus grande, & l'autre moindre : si la Lune décline vers le Nord, la Marée sera plus grande à l'Océan septentrional, quand la Lune sera sur l'Horison ; & elle sera moindre, quand la Lune sera sous l'Horison ; tout le contraire arrivera, quand la Lune déclinera vers le Sud.

Supposons donc, que d'abord la Lune décline vers le Nord ; les Flots, que la moindre des deux Marées aura fait monter des Indes à Batsha, commenceront à se retirer vers l'Océan trois heures après que la Lune aura été au Méridien sur l'Horison ; & précisément alors les Flots, que la plus grande des deux Marées fera monter de la Chine, commenceront d'arriver à ce Port ; il recevra donc alors du côté de la Chine plus d'eaux qu'il n'en perdra vers les Indes, ainsi la Mer y paroîtra monter ; le fort de ce mouvement sera à la sixième heure lunaire, c'est-à-dire au coucher de la Lune, & ce Flux durera jusqu'à la neuvième heure lunaire, alors la Mer sera dans ce Port à sa plus

G

grande hauteur ; les Flots, que la plus grande des deux Marées faisoit monter , cessent d'y arriver du côté de la Chine , & ils commencent d'y arriver du côté des Indes ; ceux-là se retirent , & ceux-ci prennent leur place ; la Mer ne paroîtra donc , ni monter , ni descendre , pendant près de six heures , que ces mouvemens dureront. Mais à la troisième heure avant le lever de la Lune , les Flots cessent de monter du côté des Indes ; les eaux de la plus grande des deux Marées s'en retourneront vers les Indes , tandis que celles de la moindre des deux Marées arriveront du côté de la Chine , ainsi vers la sixième heure lunaire , le Port paroîtra avoir perdu beaucoup plus d'eau qu'il n'en aura reçu ; voilà le fort du Reflux au lever de la Lune : enfin à la neuvième heure lunaire , la Mer fera dans ce Port à sa moindre hauteur ; les Flots que la moindre des deux Marées faisoit monter , cesseront d'y arriver du côté de la Chine , & ils commenceront de s'y rendre du côté des Indes ; la Mer fera près de six heures , sans paroître , ni monter , ni descendre : on n'aura donc dans 24 heures au Port de Batsha qu'une fois le Flux , & une fois le Reflux de la Mer.

Nous avons montré que les deux plus hauts points de l'Océan imitent le mouvement & la déclinaison de la Lune , & qu'on a des Marées plus hautes , à mesure qu'on est plus près d'un de ces deux points ; les embouchures , par où la Marée monte au Port de Batsha , en sont plus loin , à mesure que la Lune s'éloigne de l'Equateur , les Marées doivent donc y aller alors en croissant , & diminuer ensuite , à mesure que la Lune se rapproche de l'Equateur ; la prétendue bizarrerie de tous ces mouvemens , a-t-elle rien qui ne s'accorde exactement avec ce que nous avons établi dans cette Dissertation ? Concluons que si d'autres Phénomènes présentent à l'esprit quelque difficulté , ce n'est pas qu'on ne connoisse la Cause du Flux & Reflux de la Mer : ce qu'on ne connoît pas , c'est quelque circonstance de ces Phénomènes , qu'il faudroit observer , & d'où dépend ce qu'ils semblent avoir de singulier.



Ils ne nous empêcheront donc pas de juger que le Flux & Reflux de la Mer vient des inégalités de l'effort central du Fluide qui se meut en Tourbillon autour de l'Axe de la Terre : cet effort agit moins au Diametre qui répond au Soleil , parce que le mouvement annuel de la Terre donne à toutes les parties de son Tourbillon une tendance vers le Soleil : il agit encore moins au Diametre où est la Lune , parce que les percussions obliques , qui donnent à cette Planete son mouvement , ne lui donnent pas toute la vitesse qu'il faudroit , pour ne pas interrompre l'action des Courants de l'Ether , qui viennent après elle : elle retarde leur mouvement , elle rompt leur direction , elle les fait céder à l'effort centrifuge du Fluide sublunaire , la Mer en est moins pressée au milieu de l'Hemisphère éclairé par la Lune , & au point diametralement opposé ; & cela lui donne la figure d'un Solide elliptique concentrique avec la Terre , & dont le plus grand Diametre est toujours entre les deux Tropiques. Enfin , pour satisfaire au mouvement journalier , qu'à la Mer autour de l'Axe de la Terre , les deux extrémités de ce grand Diametre , c'est-à-dire les deux points de l'Océan les plus élevés , sont toujours à l'Orient du Méridien où est la Lune ; ils en sont éloignés d'environ 45 degrés ; & toujours celui qui est dans l'Hemisphère éclairé par la Lune , est environ quatre fois plus près du Parallele où est la Lune , que de celui où est le Soleil , ou le point du Ciel diametralement opposé. Il imite donc à peu près le mouvement de la Lune ; & de-là viennent ces rapports si constants , qu'on observe entre les divers aspects qu'à la Lune à l'égard du Soleil , & les divers mouvemens du Flux & Reflux de la Mer. C. Q. F. E.

Conclusion  
de cette Dis-  
sertation.

---

HINC DEPRIMOR, ERIGOR ILLING.



TRAITÉ  
SUR  
LE FLUX ET REFLUX  
DE LA MER,  
ADRESSÉ  
A MESSIEURS  
DE L'ACADEMIE ROYALE  
DES SCIENCES,  
*Pour concourir au PRIX de 1740.*

*Par M. DANIEL BERNOULLI, Professeur d'Anatomie  
& de Botanique à Bâle.*

---

DEUS NOBIS HÆC OTIA FECIT.

---





# TRAITÉ SUR LE FLUX ET REFLUX DE LA MER.

---

## CHAPITRE PREMIER.

*Contenant une Introduction à la Question proposée.*

### I.



ANS le grand nombre des Systèmes sur le Flux & Reflux de la Mer, qui sont parvenus à notre connoissance depuis l'antiquité la plus reculée, il n'y a plus que ceux des Tourbillons & de l'Attraction ou Gravitation mutuelle des Corps célestes & de la Terre, qui partagent encore les Philosophes de notre tems: l'un & l'autre de ces Systèmes ont eu les plus grands Hommes pour Défenseurs, & ont entraîné des Nations

entieres dans leur parti. Il semble donc que tout le mérite qui nous reste à espérer sur cette grande Question, est de bien opter entre ces deux Systêmes, & de bien manier celui qu'on aura choisi pour expliquer tous les Phénomènes qu'on a observés jusqu'ici sur le Flux & Reflux de la Mer, pour en tirer de nouvelles propriétés, & pour donner des uns & des autres les Calculs & les Mesures.

## I I.

J'ai commencé d'abord par l'idée de Kepler, qu'on nomme avec justice le Pere de la vraie Philosophie. Elle est fondée sur l'Attraction ou Gravitation mutuelle des Corps célestes & de la Terre : cet incompréhensible & incontestable Principe, que le grand Newton a si bien établi, & qu'on ne sçauroit plus revoquer en doute, sans faire tort aux sublimes connoissances & aux heureuses découvertes de notre siècle. Après un examen fort scrupuleux, j'ai vu que cette Gravitation mutuelle, considérée dans les Globes de la Terre, de la Lune & du Soleil, non-seulement pouvoit produire tous les Phénomènes du Flux & Reflux de la Mer, mais même qu'elle le devoit nécessairement, & qu'elle le devoit, suivant toutes les loix qu'on a observées jusqu'ici. Avec ces heureux succès, j'ai poussé mes recherches aussi loin qu'il m'a été possible de les porter. En chemin faisant, je suis tombé sur les Théoremes de M. Newton, dont je n'avois pû gueres voir la source auparavant; mais en même tems j'ai remarqué le peu de chemin qu'on a encore fait dans cette matiere, & même l'insuffisance de la Méthode usitée, lorsqu'elle est appliquée à des Questions un peu détaillées. J'ai suivi une toute autre route; j'ai poussé mes recherches bien plus loin, & je suis entré dans un détail tel que l'ACADEMIE m'a paru le demander; & je dois dire à l'avantage des Principes que nous adopterons, que j'ai trouvé par-tout un accord merveilleux entre la Théorie & les Observations, accord qui doit être d'autant moins suspect, que je n'ai consulté les Observations, qu'après avoir  
achevé

achevé tous mes Calculs, de maniere que je puis dire de bonne foi, d'avoir deviné la plupart des Observations, sur lesquelles je n'étois pas trop bien informé, lorsque j'ai entrepris cet ouvrage.

## I I I.

Quant aux Tourbillons, j'avouë qu'il est bien difficile d'en demontrer le faux à ceux qui veulent s'obstiner à les défendre : mais aussi il n'en est pas de la Physique, comme de la Géometrie. Dans celle-ci on n'admet, ni ne rejette rien, que ce dont on peut absolument démontrer la vérité, ou la fausseté, pendant que dans la Physique il faut se rapporter souvent à un certain instinct naturel de sentir le faux & le vrai, après avoir bien pénétré toutes les raisons de part & d'autre. Quant à moi, je ne trouve point ce caractère de vérité, ni dans l'hypothese des Tourbillons, ni dans les conséquences que l'on en tire. Si nous disons que le Tourbillon a la même densité, la même direction & la même vitesse que la Lune, ce Tourbillon ne sçauroit faire aucun effet; & si au contraire nous supposons ces trois choses n'être pas les mêmes de part & d'autre, il me paroît bien clair & bien certain, que l'effet du Tourbillon devoit se manifester infiniment davantage dans le mouvement de la Lune, que dans celui des Eaux de la Terre. Cependant on sçait parfaitement bien que la Lune, quoique sujette à beaucoup d'irrégularités dans ses mouvemens, n'en a aucune qui puisse être attribuée à l'action aussi sensible d'un Tourbillon. Si nous passons par-dessus toutes ces différentes difficultés, nous en rencontrerons d'autres également embarrassantes. C'est contre les loix de l'Hydrostatique, que la Lune, qui nage dans le Tourbillon, puisse causer des variations dans la compression des parties du Fluide. C'est une propriété essentielle des Fluides de se remettre aussi-tôt à l'Équilibre, lorsque ses Parties en sont sorties. Si une colonne du Tourbillon, entre la Lune & la Terre, étoit plus comprimée qu'une autre colonne sem-

H

blable, rien ne sçauroit empêcher ses parties de s'échaper de côté jusqu'au retablissement de l'Equilibre. Qu'on s' imagine, par exemple, l'air de notre Atmosphere tout d'un coup extrêmement échauffé; ce changement feroit en même tems hauffer à proportion le Mercure dans le Barometre, puisque l'air chaud a plus de ressort que l'air froid; mais comme rien n'empêche l'air de s'échaper de côté jusqu'à la parfaite conservation de l'Equilibre, cela fait qu'un tel changement n'en sçauroit faire aucun sur le Barometre; aussi n'observe-t-on dans le Barometre aucune variation du jour à la nuit, qui cependant, par un raisonnement tout-à-fait semblable à celui des Tourbillonnaires pour expliquer les Marées, devrait être très-sensible. Pareillement si les eaux d'une Riviere donnent contre un pieu, on ne remarquera aucune différence dans la surface des eaux, que bien près du pieu, & le fond du lit de la Riviere sera toujours également pressé. En voilà assez & trop sur cette matiere; car ce sera toujours aux Sectateurs de Descartes de montrer l'effet des Tourbillons sur l'Océan, avec la même clarté qu'on peut le faire, moyennant le principe de Kepler, principe d'ailleurs qui n'est plus contesté; sçavoir, que la Terre & tous les Corps célestes ont une tendance mutuelle à s'approcher les uns des autres. Ce principe posé, il est facile de faire voir, que la Terre que nous supposons devoir être sans cette tendance parfaitement ronde, en changera continuellement sa figure, & que c'est ce changement de figure qui est la cause du Flux & Reflux de la Mer: Comme ce changement dans la Figure de la surface de la Terre est produit de différentes façons, j'en ferai ici un dénombrement, & je tâcherai dans la suite d'en donner la mesure.

## I V.

*Fig. 1.*

Si *A* est le centre de la Lune (*Fig. 1.*), ou du Soleil: *BGDH* la Terre; si l'on tire par les centres de la Lune ou du Soleil & de la Terre la droite *AD*, & qu'on prenne



au dedans de la Terre un Point quelconque  $F$ , on tirera  $FE$  perpendiculaire à  $BD$ , avec la droite  $FA$ , & on achevera le Rectangle  $FLAE$ . Chaque point  $F$  est tiré ou poussé vers  $A$ , & cette force étant représentée par  $FA$ , elle sera considérée comme composée des deux Laterales  $FL$  &  $FE$  : cela étant, on voit que la force  $FE$  étant appliquée dans chaque point de la Terre, ne sçauroit que l'allonger au tour de  $BD$  : Et comme c'est une même raison pour tous les Plans qui passent par  $BD$ , il est clair que la Terre formera ainsi un Sphéroïde produit par la rotation d'une Courbe  $BGD$  autour de  $BD$ .

On remarquera, que cet allongement ne sçauroit être qu'extrêmement petit. *Premierement*, A cause de la petitesse des Lignes,  $FE$  par rapport à  $FA$ . *En second lieu*, A cause du peu de rapport qu'il y a entre la pesanteur du Point  $F$  vers  $A$ , à la pesanteur du même Point vers le centre de la Terre  $C$ . Nous verrons dans la suite que cet allongement ne peut aller qu'à un petit nombre de pieds, ce qui est fort peu considérable, par rapport au Diametre de la Terre.

On remarquera encore, que l'allongement total étant imperceptible par rapport au Diametre de la Terre, la différence des allongemens pour l'Hemisphère supérieur  $GBH$ , & pour l'inférieur  $GDH$ , doit être insensible par rapport à l'allongement total; à la rigueur, il faudroit dire, que les forces exprimées par  $FE$ , sont tant soit peu plus grandes dans l'Hemisphère  $GBH$ , que dans l'Hemisphère opposé, dont les parties sont plus éloignées du point  $A$ , & qu'ainsi ledit Hemisphère  $GBH$  sera un peu plus allongé que l'autre Hemisphère : mais on sent bien que la différence doit être insensible. On peut donc prévoir que les Poles  $B$  &  $D$  resteront également éloignés du Point  $C$ , & que la Courbe  $GBH$  pourra être censée la même que  $GDH$ . Nous donnerons un Calcul juste & détaillé de tout cela dans la suite de ce Traité.

Venons à une seconde considération, qui produira le

Hij

même resultat, que celle dont nous venons de parler :

## V.

Comme la Terre tâche continuellement à s'approcher du Soleil & de la Lune, il faut qu'il y ait en même tems d'autres forces qui la retiennent ; & ce sont les forces centrifuges de la Terre, qu'elle a par son mouvement autour du Soleil, & autour du centre de Gravité ( je l'appelle ainsi, pour me conformer à l'usage ) qui est entre la Terre & la Lune. Je démontrerai aussi ci-dessous, que cette force centrifuge doit être supposée égale dans toutes les parties de la Terre, & parallèle à la Ligne  $AD$ , pendant que l'autre force se répand inégalement sur les parties de la Terre. Elle est plus grande dans les parties plus proches de  $A$ , & plus petite dans les parties qui en sont plus éloignées, & cela en raison quarrée reciproque des Distances. Cette raison supposée, le Calcul fait voir, que pourvû que les Couches concentriques de la Terre autour du Point  $C$ , soient homogenes, la force moyenne, qui pousse les parties de la Terre vers  $A$ , est précisément celle qui répond au centre de la Terre  $C$ ; & que c'est dans ce centre  $C$ , où la force centrifuge est précisément égale à la force centripete. Ainsi chaque partie qui est entre  $C$  &  $B$ , est plus poussée vers  $A$ , qu'elle n'est repoussée; & au contraire chaque partie située entre  $C$  &  $D$ , est moins poussée vers  $A$ , qu'elle n'est repoussée; de sorte qu'en s'imaginant deux Canaux communiquans entre eux  $GH$  &  $BD$ , on voit que chaque goutte dans la partie  $CB$ , est tirée vers  $A$ , & que chaque goutte dans la partie  $CD$ , est poussée dans un sens contraire. Cela diminue l'action de la pesanteur vers le centre de la Terre dans le Canal  $BD$ , pendant que cette même pesanteur n'est pas diminuée dans le Canal  $GH$ , d'où il arrivera encore un allongement autour de l'Axe  $BD$ , ce que je m'étois proposé de faire voir.

Le Calcul montre que cette raison est en soi-même de fort peu d'importance; qu'elle ne sçauroit allonger l'Axe

*B D* considérablement. Mais son resultat est assez comparable avec celui de l'allongement exposé auparavant. On prévoit d'ailleurs encore que l'allongement produit par cette raison, doit être égal dans les Canaux *BC* & *CD*, la différence ne pouvant être sensible ; & ainsi les Points *B* & *D*, resteront encore également éloignés du centre *C*.

## V I.

Une troisième raison, qui peut allonger davantage l'Axe *B D*, est que par l'allongement même, produit par les deux causes précédentes, la pesanteur terrestre qui fait descendre tous les Corps vers le centre *C*, est changée. Cette pesanteur peut être considérée comme égale dans les Canaux *GC* & *BC*, ou *DC* à des Distances égales du centre *C*, tant que la Terre est supposée Sphérique ; mais cette Sphéricité ôtée, il est naturel que cette égalité ne pourra plus subsister. Il est aussi vraisemblable que la pesanteur est diminuée dans les Canaux *CB* & *CD*, & qu'ainsi l'Axe doit encore être prolongé. Pour calculer cet allongement, nous aurons recours au Systême de M. Newton, qui suppose la pesanteur produite par l'Attraction commune de la matiere en raison quarrée reciproque des Distances. Ce n'est pas que je croye cette hypothese bien démontrée ; car la conclusion de la Gravitation mutuelle des Corps du Systême du Monde en raison quarrée reciproque des Distances, qu'on ne sçauroit plus nier à une semblable attraction universelle de la matiere, de laquelle M. Newton déduit la pesanteur ; cette conséquence, dis-je, demande beaucoup d'indulgence. Mais je l'adopterai pour ce sujet, parce que tous les autres Systêmes sur la pesanteur me seroient inutiles : c'est le seul, qui étant du ressort de la Geometrie, donne des mesures assurées & fixes ; & il est d'ailleurs digne de l'attention de tous les Géometres & Physiciens.

Hij

## V I I.

Les trois causes que je viens d'exposer, comme pouvant & devant allonger la Terre autour de la Ligne qui passeroit par le centre du Soleil & de la Lune, sont d'une force assez égale; de sorte qu'il faudra tenir compte de toutes, quoique chacune soit si petite, qu'elle ne sauroit allonger la Terre au-delà d'un petit nombre de pieds, & peut-être moins d'un pied. Il sera bon de remarquer ici que ce qui, après le Calcul, exprime lesdits allongemens, est toujours un certain multiple, ou sous-multiple de  $\frac{bg}{aG} \times b$ , entendant par  $b$  le rayon de la Terre, par  $a$  la distance du luminaire en question & par  $\frac{g}{G}$  la raison qui est entre la pesanteur d'un Corps placé en  $B$  vers  $A$ , & sa pesanteur vers  $C$ , laquelle raison est extrêmement petite.

J'ai jugé à propos d'alleguer ici cette Formule, que le Calcul m'a enseigné, afin que ceux qui voudroient le faire après moi, sçachent d'abord quels termes on peut rejeter, comme inutiles, qui rendent les Calculs extrêmement pénibles, & qui se trouvent au bout du Calcul, n'être d'aucune importance. Ce seroit une chose ridicule, de vouloir faire ici attention à des parties d'une Ligne qui proviendroient, si ladite quantité  $\frac{bg}{aG} \times b$  étoit encore multipliée par  $\frac{b}{a}$ , ou par  $\frac{g}{G}$ .

## V I I I.

Notre dessein est d'abord de chercher & d'exprimer analytiquement les allongemens dont nous venons de parler. On peut les trouver par rapport aux deux premières causes, indépendamment de la Figure de la Terre; mais par rapport à la troisième cause exposée au sixième Article, il faut supposer la Terre, c'est-à-dire, le Méridien  $BGDH$  d'une Figure donnée; & c'est l'hypothèse la plus naturelle, de la supposer elliptique, ayant pour Axes les Lignes  $BD$  &  $GH$ ;

quelle qu'elle soit, elle n'en sçauroit être sensiblement différente, & si elle l'étoit, cela ne sçauroit produire un changement bien considérable sur le rapport des deux Axes *BD* & *GH*, que nous cherchons. Outre cela nous verrons que c'est ici un Problème, qui dépend encore de la loi des changemens dans les Densités des couches de la Terre. M. Newton suppose la Terre par-tout homogène. Il ne l'a fait apparemment, que pour faciliter le Problème, qui est assez difficile dans toute autre hypothèse. Mais cette supposition de M. Newton n'a aucune vraisemblance; je dirai même, qu'elle seroit fort peu favorable à notre Système, comme nous le verrons dans la suite. C'est pourquoi je n'ai pas voulu restreindre si fort la Solution du Problème en question. J'ai cru que je payerois trop cher l'avantage d'applanir les difficultés du Problème, & les peines du Calcul. J'ai donc rendu notre Question infiniment plus générale, pour en tirer tous les Corollaires, & pour choisir ceux qui conviennent le plus à notre sujet, & qui rendront par-là même plus vraisemblables les hypothèses, auxquelles ils appartiennent.

## I X.

Voici à présent nos hypothèses. Nous considérerons la Terre, comme naturellement sphérique, & composée de couches concentriques: Nous supposerons ces couches homogènes, chacune dans toute son étendue; mais qu'elles sont de différentes Densités entre elles, & que la loi des variations de leur Densité soit donnée. Quant à la Sphéricité de la Terre, que nous supposerons, on voit bien qu'il seroit ridicule de s'y arrêter, puisque l'élevation des eaux de l'Océan, causée par les deux Luminaires, ne sçauroit différer sensiblement, que la Terre soit un peu aplatie, ou un peu allongée. La supposition de l'Homogénéité des couches concentriques, ne doit pas non plus nous faire de la peine, puisqu'on ne sçauroit donner aucune raison, pourquoi elles devroient être hétérogènes.

## C H A P I T R E I I.

*Contenant quelques Lemmes sur l'Attraction des Corps.*

## I.

**J**E prie encore une fois le Lecteur, de ne considérer ce Chapitre, que comme hypothétique. Je ne suppose l'Attraction universelle de la matiere, que parce que c'est la seule hypothese, qui admette des Calculs, & qu'elle est d'ailleurs assez bien fondée, pour mériter l'attention de tous les Philosophes du monde.

On appelle au reste Attraction, qu'exerce un Corps *A* sur un Corps *B*, la force accélératrice, que le Corps *B* acquiert à chaque instant, en tombant vers *A*. On voit donc que l'effet de l'Attraction du Corps *A* sur le Corps *B*, est de communiquer à celui-ci une pésanteur, qu'on suppose proportionnelle à la masse du Corps *A*, divisée par le carré de la Distance; & cette pésanteur doit encore être multipliée par la masse du Corps *B*, pour avoir la force, que ce Corps exerce, s'il est empêché de s'approcher du Corps *A*.

## P R O B L E M E.

## I I.

*Fig. 2.* Soit une couche sphérique homogene, infiniment mince, & d'une épaisseur égale, comprise entre les surfaces sphériques *MNOR* (*Fig. 2.*) & *PLQS*, trouver l'Attraction, ou la force accélératrice, que cette couche exercera sur un Corps placé au point *B*, pris hors de la surface extérieure.

*SOLUTION.*

S O L U T I O N .

Qu'on tire la droite  $BO$  par le Point  $B$  & le Centre  $C$ , dans laquelle on prendra deux Points infiniment proches  $J$  &  $i$ : on tirera ensuite les deux Perpendiculaires  $JL$  &  $il$ , & par les Points  $L$  &  $l$ , on tirera du centre les droites  $CN$  &  $cn$ . Soit à présent  $CB = a$ ;  $CJ = x$ ;  $Ji = dx$ ;  $CP = b$ ;  $PM$  ou  $LN$  ( que nous regardons comme infiniment petite )  $= \epsilon$ : la Densité de la matiere de la couche  $= m$ .

On voit que pendant la revolution autour de l'Axe  $MO$ , la petite partie  $NLln$  garde toujours une même Distance du Point  $B$ , & que cette Distance sera  $= \sqrt{aa - 2ax + bb}$ : or, comme il faut toujours diviser par le Quarré des Distances, il faudra pour trouver la force accélératrice en question d'abord prendre  $\frac{1}{aa - 2ax + bb}$ , & cette quantité doit être ensuite multipliée par la raison de  $Bi$  à  $Bl$ , & on aura  $\frac{a-x}{(aa - 2ax + bb)^{\frac{3}{2}}}$ : & cette quantité doit encore être multiplié par la Masse de l'Anneau, que la partie  $NLln$  forme par sa revolution, & la Masse doit être exprimée par la Densité  $m$  & la capacité de l'Anneau, c'est-à-dire ( en nommant  $n$  la raison de la circonférence d'un Cercle à son rayon) par  $m \times NL \times Ll \times n \times LJ$ : ou par  $m \times \epsilon \times \frac{bdx}{\sqrt{(bb - xx)}} \times n \times \sqrt{(bb - xx)}$ , ou enfin par  $nmb\epsilon dx$ ; de sorte qu'on a la force accélératrice absoluë produite par ledit Anneau  $= \frac{nmb\epsilon (a-x) dx}{(aa - 2ax + bb)^{\frac{3}{2}}}$ , dont l'Intégrale exprimera l'Attraction cherchée de toute la couche. Pour trouver cette Intégrale, nous supposerons  $aa - 2ax + bb = yy$ , & nous aurons  $\int \frac{nmb\epsilon (a-x) dx}{(aa - 2ax + bb)^{\frac{3}{2}}} = \int \frac{-nmb\epsilon (aa - bb + yy) dy}{2aayy} = \frac{nmb\epsilon}{2aa} \times \left( \frac{aa - bb - yy}{y} + C \right) = \frac{nmb\epsilon}{2aa} \times \left( \frac{2ax - 2bb}{\sqrt{aa - 2ax + bb}} + C \right)$ , entendant par  $C$  une Constante convenable: pour la trouver il faut remarquer, que l'Intégrale doit être  $= 0$ , lorsqu'on

que  $x = -b$ , d'où l'on tire  $C = \frac{2ab + 2bb}{a+b} = 2b$  : substituant cette valeur, on obtient pour l'Intégrale en question  $\frac{amb^6}{aa} \times \left( \frac{ax - bb}{\sqrt{aa - 2ax + bb}} + b \right)$ , & mettant enfin  $b$  à la place de  $x$ , on obtient la force accélératrice cherchée  $= \frac{2nmbb^6}{aa}$ . C. Q. F. T.

## C O R O L L A I R E.

## I I I.

Comme la quantité de la matiere de toute la couche ( pour laquelle nous venons de déterminer la force accélératrice, qu'elle exerce sur le Corps placé au point  $B$  ) est  $= 2nmbb^6$ , nous voyons que cette force accélératrice est exprimée par la quantité de matiere divisée par le quarré de la Distance du Point  $B$  au Centre  $C$ , & par conséquent la même, que si cette quantité de matiere étoit concentrée au Centre.

## S C H O L I E.

## I V.

On remarquera que cette Solution n'a lieu, que lorsque le Point  $B$  est placé hors de la couche, parce que dans notre Calcul nous avons supposé, que chaque Anneau formé par la revolution de la partie  $N L l n$  produit une force accélératrice du même côté, ce qui n'a plus lieu, lorsque le Point  $B$  est placé entre les deux surfaces, ou au-dedans de la surface intérieure. Je ne dirai rien de ces deux cas, dont chacun demande une Solution particuliere, parce que nous n'en aurons pas besoin, & qu'ils ont déjà été résolus par l'Auteur de ces Problèmes. Je n'aurois même rien dit du cas que nous venons de résoudre, comme pareillement déjà résolu par M. Newton, si je n'avois pas crû, qu'il étoit convenable de suivre toutes les traces qui nous mènent à l'intelligence de notre Question principale : aussi



ces précautions sont-elles nécessaires, pour pouvoir toujours exprimer d'une même façon les Quantités constantes; & ainsi nous nous souviendrons toujours dans la suite d'exprimer la force accélératrice d'un Corps infiniment petit par la Masse divisée par le quarré de la Distance, & de dénoter la Masse par le produit de son étenduë, & de sa Densité.

P R O B L E M E.

V.

Trouver l'Attraction pour un Corps placé en *B*, causée par une Sphere solide, composée de couches homogenes; mais de différentes Densités entre elles.

S O L U T I O N.

Il paroît par le troisiéme Article, qu'on n'a qu'à concevoir la Masse de toute la Sphere ramassée au Centre *C*, & qu'elle causera la même Attraction, tant que le Point *B* est hors de la Sphere: nommant donc *M* la Masse du Globe, ou la somme des Masses de toutes les couches, l'Attraction cherchée fera  $= \frac{M}{aa}$ . C. Q. F. T.

P R O B L E M E.

V I.

Soit *BGDH* (*Fig. 3.*) une Ellipse presque circulaire, c'est-à-dire, dont la différence des Axes *BD* & *GH* soit regardée comme infiniment petite; & qu'on conçoive cette Ellipse former par sa rotation autour de l'axe *BD*, un Sphéroïde homogene. On demande la force accélératrice, ou l'attraction que ce Sphéroïde produira sur un Corps placé au Pole *B*.

*Fig. 3.*

S O L U T I O N.

Soit la Densité de la matiere exprimée par  $\mu$ ; le petit demi Axe  $GC = b$ ; le grand demi Axe  $BC = b + \epsilon$ ;  
I ij

$B J = x$ ;  $J i = d x$ ; on aura la perpendiculaire  $L J = \frac{b}{b+\epsilon}$   
 $\times \sqrt{2 \cdot (b+\epsilon) x - x x}$ . Or on voit facilement que l'Attrac-  
tion causée par la couche, qui répond au Rectangle  $L J i$ , est  
 $= n \mu d x - n \mu d x \times \frac{B J}{B L}$ , c'est-à-dire par  $n \mu d x - n \mu x d x$ :

$\sqrt{x x + \frac{b b}{(b+\epsilon)^2} \times (2 b x + 2 \epsilon x - x x)}$  ou par  $n \mu d x -$   
 $(b+\epsilon) n \mu x d x$ :  $\sqrt{2 b \epsilon x x + \epsilon \epsilon x x + 2 b^3 x + 2 b b \epsilon x}$ :  
Dans cette dernière quantité, nous rejettrons le Terme  
 $\epsilon \epsilon x x$ , comme devant être comparé aux infiniment petits  
du second ordre, & nous changerons le Signe radical du  
Dénominateur en Signe exponentiel de Numerateur; &  
de cette manière nous aurons  $n \mu d x - (b+\epsilon) n \mu x d x$   
 $\times (2 b^3 x + 2 b \epsilon x x + 2 b b \epsilon x)^{-\frac{1}{2}}$ : or on sçait par la for-  
mation des suites de M. Newton, que  $(2 b^3 x + 2 b \epsilon x x$   
 $+ 2 b b \epsilon x)^{-\frac{1}{2}}$  est  $= (2 b^3 x)^{-\frac{1}{2}} - (2 b^3 x)^{-\frac{1}{2}} \times (b \epsilon x x$   
 $+ b b \epsilon x)$ : substituant donc cette valeur, on obtient  
 $n \mu d x - \frac{(b+\epsilon) n \mu x d x}{\sqrt{2 b^3 x}} + \frac{(b+\epsilon) n \mu x d x (b \epsilon x x + b b \epsilon x)}{2 b^3 x \sqrt{2 b^3 x}}$ , qui

marque l'action de la couche formée par la rotation du  
Rectangle  $L J i$ : à la place de cette quantité, on peut en-  
core, en multipliant les quantités à multiplier, & rejetant  
les termes affectés de la seconde Dimension de  $\epsilon$ , poser  
 $n \mu d x - \frac{n \mu d x \sqrt{x}}{\sqrt{2 b}} - \frac{\epsilon n \mu d x \sqrt{x}}{2 b \sqrt{2 b}} + \frac{\epsilon n \mu x d x \sqrt{x}}{2 b b \sqrt{2 b}}$ , & l'Intégrale  
de cette quantité (qui doit être  $= 0$ , lorsque  $x = 0$ ) est  $=$   
 $n \mu x - \frac{2 n \mu x \sqrt{x}}{3 \sqrt{2 b}} - \frac{\epsilon n \mu x \sqrt{x}}{3 b \sqrt{2 b}} + \frac{\epsilon n \mu x x \sqrt{x}}{5 b b \sqrt{2 b}}$ ; & faisant enfin  
 $x = 2 b + 2 \epsilon$ , on trouve, en rejetant toujours les infini-  
ment petits du second ordre  $2 n \mu b + 2 n \mu \epsilon - \frac{4}{3} n \mu b$   
 $- 2 n \mu \epsilon - \frac{2}{3} n \mu \epsilon + \frac{4}{5} n \mu \epsilon$ , ou bien enfin

$$\frac{2}{3} n \mu b + \frac{2}{15} n \mu \epsilon,$$

qui marque la force accélératrice causée par l'action de  
tout l'Ellipsoïde sur un petit Corps placé au Pole B.  
C. Q. F. T.

P R O B L E M E.

V I I.

Les hypothèses étant les mêmes, que dans la proposition précédente, trouver la même chose pour un petit Corps placé en  $G$ , qui est sous l'Equateur de l'Ellipsoïde.

S O L U T I O N.

Il est facile de démontrer par la Géométrie, que toute Section de l'Ellipsoïde parallèle à l'axe de Rotation  $BD$ , fait une Ellipse semblable à l'Ellipse génératrice  $BGDH$ . Considérons l'Ellipsoïde comme composée de la Sphere inscrite, ayant pour Diametre le petit Axe  $GH$ , & de l'écorce formant un double Menisque : l'action de la Sphere doit être exprimée par  $\frac{2}{3} n \mu b$ , comme nous avons démontré au 5. Car la masse de cette Sphere est  $\frac{2}{3} n \mu b^3$ , & la distance du Point  $G$  au centre est  $= b$ . Il nous reste donc à chercher quelle action résulte du double Menisque.

Concevons pour cet effet tout l'Ellipsoïde partagé en couches parallèles & perpendiculaires à  $GH$ . Soit la distance du centre d'une de ces couches au Point  $G = x$ ; son épaisseur  $= dx$ ; il n'est pas difficile de voir que la capacité du bord de cette couche ( qui fait partie du double Menisque en question ) est  $= \frac{n \mu^6}{2b} \times (2bx - xx) dx$ , & que ce bord étant multiplié par la Densité  $\mu$ , en donne la quantité de matiere  $= \frac{n \mu^6}{2b} \times (2bx - xx) dx$ . Or toutes les parties de ce bord infiniment mince, peuvent être censées agir également, & avec une même obliquité sur le Corps placé au point  $G$ : on n'a donc qu'à multiplier cette quantité de matiere par la raison de la distance du centre de la couche au Point  $G$  à la distance du bord de la couche au même Point  $G$ , & diviser par le carré de cette Distance, pour avoir l'attraction du bord de la couche, qui sera donc  $= \frac{n \mu^6}{2b} \times (2bx - xx) dx \times \frac{x}{\sqrt{2bx}} \times \frac{1}{2bx}$ , ou bien  $\frac{n \mu^6 dx}{4bb\sqrt{2b}}$

Iij

$x (2b\sqrt{x} - x\sqrt{x})$  dont l'Intégrale est  $= \frac{n\mu\epsilon}{4bb\sqrt{2bb}} x$   
 $(\frac{4}{3}bx\sqrt{x} - \frac{1}{5}xx\sqrt{x})$  puisqu'il ne faut point ajouter ici de  
 constante; & pour avoir enfin l'Attraction de tout le dou-  
 ble Menisque, il faut mettre  $x = 2b$ , après quoi on aura  
 simplement  $\frac{4}{15}n\mu\epsilon$ . Si on ajoute à cette quantité l'action  
 de la Sphere inscrite, on aura l'attraction cherchée de tout  
 l'Ellipsoïde sur un Corps placé au Point  $G = \frac{2}{3}n\mu b +$   
 $\frac{4}{15}n\mu\epsilon$ . C. Q. F. T.

## C O R O L L A I R E.

## V I I I.

On voit par ces deux dernieres Propositions, que les for-  
 ces accélératrices au Pole, & sous l'Equateur dans un El-  
 lipsoïde homogene, sont comme  $\frac{2}{3}n\mu b + \frac{2}{15}n\mu\epsilon$  à  $\frac{2}{3}n\mu b$   
 $+ \frac{4}{15}n\mu\epsilon$ , ou comme  $5b + \epsilon$  à  $5b + 2\epsilon$ , laquelle rai-  
 son peut passer pour celle de 1 à  $1 + \frac{\epsilon}{5b}$ . Je vois que cela est  
 conforme à ce que M. Newton dit à la page 380 des *Princ.*  
*Math. Phil. Nat. Edit. 2.* pour déterminer la Proportion  
 de l'Axé de la Terre au rayon de son Equateur. Quant à  
 son raisonnement, il n'y a peut-être que lui, qui pût y voir  
 clair; car ce grand Homme voyoit à travers d'un voile,  
 ce qu'un autre ne distingue qu'à peine avec un Microscope.

## L E M M E.

## I X.

Dans un Sphéroïde elliptique homogene, la force accé-  
 leratrice pour un Point quelconque, est à la force accé-  
 leratrice pour un autre Point pris dans le même Diametre,  
 comme la distance du premier Point au centre, à la distance  
 pareille du second Point.

M. Newton a démontré cette Proposition à la 199 page  
 de son Livre, que nous venons de citer: & comme il ne  
 s'agit ici que de la proportion entre les deux forces accé-

leratrices, fans qu'il soit question de les exprimer analytiquement, il seroit superflu, pour mon dessein, de la démontrer à ma façon.

P R O B L E M E.

X.

Soit encore le double Menisque, tel que nous l'avons décrit au septième Article, compris entre la surface de l'Ellipsoïde  $GBHD$ , &  $GbHd$ , qui marque la surface de la Sphere inscrite; il s'agit de trouver la force accélératrice, que ce double Menisque produira au point  $E$ , pris dans l'Axé de rotation  $BD$ .

Fig. 4.

S O L U T I O N.

Nous garderons les dénominations de ci-dessus: or on voit qu'on trouvera l'action du double Menisque, en prenant celle de tout l'Ellipsoïde considéré comme homogène avec les Menisques, & en retranchant celle de la Sphere inscrite. L'action de tout le Sphéroïde est en vertu des 6 & 9 Articles  $= (\frac{2}{3}n\mu b + \frac{2}{15}n\mu \epsilon) \times \frac{CE}{CB}$ , & celle de la Sphere  $= \frac{2}{3}n\mu b \times \frac{CE}{Cb}$ : de-là on tire la force accélératrice, qui convient aux Menisques  $= (\frac{2}{3}n\mu b + \frac{2}{15}n\mu \epsilon) \times \frac{CE}{CB} - \frac{2}{3}n\mu b \times \frac{CE}{Cb}$ . Substituons à la place de  $\frac{CE}{Cb}$  cette quantité  $\frac{CE}{CB - Bb}$ , qui peut être censée égale à  $\frac{CE}{CB} + \frac{Bb \times CE}{CB^2}$  (à cause que nous traitons la petite  $Bb$ , comme infiniment petite, par rapport à  $CB$ ) & nous trouverons la force accélératrice pour les Ménisques

$$= \frac{2}{15}n\mu \epsilon \times \frac{CE}{CB} - \frac{2}{3}n\mu b \times \frac{Bb \times CE}{CB^2} = \frac{2}{15}n\mu \epsilon \times \frac{CE}{CB} - \frac{2}{3}n\mu \epsilon \times \frac{CE}{CB}$$

( puisque  $\frac{Bb}{CB} = \frac{\epsilon}{b + \epsilon} = \frac{\epsilon}{b}$  )  $= -\frac{8}{15}n\mu \epsilon \times \frac{CE}{CB}$ . C. Q. F. T.

## X I.

Le Signe négatif fait voir, que la Gravitation au Point  $E$ , causée par l'action des deux Ménisques, se fait vers le Pole  $B$ , & non vers le Centre  $C$ . Au reste on remarquera, que cette Proposition n'est vraie que pour les Points compris entre  $C$  &  $b$ , en excluant tous les Points, qui sont au-delà de  $b$ ; & cela à cause que le Lemme du 9. §. ne sçauroit être appliqué à trouver la force accélératrice causée par l'action de la Sphere pour le Point  $E$ , si ce point est pris hors de la Sphere inscrite au Sphéroïde. Ainsi par exemple, au point  $B$ , la Gravitation causée par les Ménisques, se feroit vers le Centre avec une force accélératrice  $\frac{2}{15} n \mu \epsilon$ . Je restreins ces Propositions, quoique ma Méthode suffise pour des solutions beaucoup plus générales; & cela pour ne me point engager dans des longueurs qui nous meneroient au-delà de notre sujet.

## P R O B L E M E.

## X I I.

Trouver la même chose que dans l'Art. X. pour un Point quelconque  $F$ , pris dans une Ligne  $GH$  perpendiculaire à  $BD$ .

## S O L U T I O N.

On obtient encore l'action des Ménisques, en retranchant celle de la Sphere de celle du Sphéroïde. Or celle de la Sphere est  $= \frac{2}{3} n \mu b \times \frac{CF}{CG}$ , & celle du Sphéroïde  $= (\frac{2}{3} n \mu b + \frac{4}{15} n \mu \epsilon) \times \frac{CF}{CG}$ , en vertu des §. 7. & 9. Donc la Gravitation au Point  $F$  se fait vers le centre  $C$  par la simple action du double Ménisque, & la force accélératrice y fera  $= \frac{4}{15} n \mu \epsilon \times \frac{CF}{CG}$ . C. Q. F. T.

## XIII.

## X I I I.

Voilà les Propositions qui nous feront nécessaires, pour mesurer les hauffemens & baiffemens des eaux dans la Mer libre par l'action de l'un des deux Luminaires, en tant que ces variations répondent à la relation qui se trouve entre la péfanteur & la figure de la Terre. Ceux qui voudront employer l'analyse pure pour la Solution de nos deux derniers Problèmes, se plongeront dans des Calculs extrêmement pénibles, & verront par-là l'avantage de notre Méthode.

## C H A P I T R E I I I.

*Contenant quelques Considérations Astronomiques & Physiques, préliminaires pour la Détermination du Flux & Reflux de la Mer.*

## I.

Comme le Flux & Reflux de la Mer dépendent de la Lune & du Soleil, on voit bien que notre sujet demande une exacte Théorie du mouvement de ces deux Luminaires. Quant au mouvement apparent du Soleil, on le connoît avec toute l'exactitude requise ici. Mais on est encore bien éloigné de sçavoir avec la même précision la Théorie de la Lune, qui est cependant d'une plus grande importance. Une idée qui m'est venuë là-dessus, d'employer le principe de la conservation de ce que l'on appelle communément *Forces vives* (principe déjà employé sous un autre nom par le grand & incomparable M. Huguens, pour trouver les Loix du choc des Corps parfaitement élastiques, & auquel on est redevable d'une grande partie des connoissances nouvelles dans la Dynamique, tant des Fluides, que des Solides :) Cette idée, dis-je, m'a conduit par un chemin fort abregé, à déterminer beaucoup plus

K

exactement, que l'on n'a fait jusqu'ici, les mouvemens de la Lune, que l'on appelle communément irréguliers, mais qui sont tous sujets aux loix de Méchanique. Je m'étois proposé d'inferer ici ma nouvelle Théorie sur la Lune; mais, comme notre sujet n'est déjà que trop étendu, & qu'il demande des discussions assez pénibles, je la différerai à une autre occasion, où je la donnerai en forme d'Addition, si l'Académie trouve ce Traité digne de son attention. Je ne ferai donc ici qu'indiquer en gros les connoissances tirées du Systême du Monde, qui servent à donner un Systême général du Flux & Reflux de la Mer; & quand nous viendrons au détail, nous supposerons les mouvemens de la Lune parfaitement connus.

## I I.

On sçait que la Lune & la Terre font un Systême à part: l'un & l'autre de ces Corps tournent autour d'un Point, & font leur revolution dans un même tems, décrivant chacun une Ellipse: l'action du Soleil sur l'un & l'autre Corps, change un peu ces Ellipses, & fait même que la proportion des distances dudit Point aux Centres de la Lune & de la Terre, ne demeure pas exactement la même: mais, comme nous ne prétendons jusqu'ici que d'exposer en gros les choses nécessaires à notre Question, nous ne ferons point d'attention à ces inégalités, & considérerons la Terre & la Lune, comme faisant des Ellipses parfaites & semblables entre elles autour d'un même Point.

## I I I.

Par ladite Revolution, les deux Corps tâchent à s'éloigner l'un de l'autre; & cet effort est contrebalancé par leur Gravitation mutuelle: & comme la Terre fait autant d'effort pour s'approcher de la Lune, que celle-ci en fait pour s'approcher de la Terre, il faut que les forces centrifuges soient aussi égales: d'où il suit que le Point autour duquel ces deux Corps tournent, doit être placé, en forte



que les forces centrifuges soient égales : c'est-là la première idée. Il vaudroit donc mieux appeler ce Point, *Centre de Forces centrifuges*, ou bien, puisque les vitesses gardent dans notre hypothèse une proportion constante, *Centre de Masses*, que *Centre de Gravité*. Il est vrai que ces mots reviennent au même, à prendre celui du Centre de Gravité dans le sens commun : Mais quelle idée y peut-on attacher, lorsque la pesanteur est inégale dans les différentes parties du Corps ? Il n'y a aucun Point alors, qu'on puisse nommer tel, quelque définition qu'on donne à ce mot. Quoi qu'il en soit, il est certain, que les distances du Point en question aux Centres de la Terre & de la Lune, sont en raison reciproque des Masses ou Quantités de matière de ces Corps.

## I V.

Si la Lune & la Terre étoient des Corps parfaitement homogènes dans toute leur étendue, ou du moins chacun composé de Couches concentriques parfaitement homogènes, & qu'ils fussent parfaitement sphériques, sans avoir aucun mouvement, imprimé originairement, ou produit par une Cause Physique, autour d'un Axe passant par leur propre Centre de Gravité, il est clair, que toutes les parties des Corps garderoient pendant leur Revolution un Parallélisme ; de sorte que les deux Corps vus du Centre de Gravité commun, paroîtroient faire précisément le tour en sens contraire autour d'un Axe perpendiculaire au plan des Orbites, pendant chaque Revolution des Corps. Cependant cela ne se fait point dans la Lune : car nous savons, qu'elle nous montre constamment une même face (je ne fais pas encore attention à quelques légers changemens ; ) & cela est contraire au Parallélisme, que nous venons d'alléguer : quoique ce ne soit pas ici proprement l'endroit pour expliquer ce Phénomène de la Lune, je ne laisserai pas de le faire, pour nous préparer à ce que nous aurons à dire sur la Terre, comme essentiel à notre matière.

K ij

## V.

Considérons donc, que la parfaite Homogénéité dans les Couches concentriques de la Lune, aussi-bien que sa parfaite Sphéricité, sont moralement impossibles : mais il n'est pas encore expliqué, comment on peut déduire de-là, pourquoi la Lune nous montre toujours une même face. Il ne suffit pas de dire que le Centre de Gravité de la Lune pris dans le sens commun, tâche toujours à s'éloigner, le plus qu'il est possible, du Centre de Revolution. Quelque inégales que fussent les Couches, & quelque irrégulière que fut la Figure, la Lune garderoit toujours le Parallélisme des Faces, s'il n'y avoit pas une autre raison ; sçavoir, celle de l'inégalité de pésanteur de ses Parties vers la Terre : les parties ayant d'autant plus de pésanteur, qu'elles sont plus près de la Terre : c'est cette raison, qu'il faut joindre à l'une des deux autres, ou à toutes les deux ensemble ; de sorte que quand même la Lune seroit parfaitement homogène, sa seule Figure, jointe à l'inégalité de pésanteur de ses parties vers le Centre de la Terre, pourroit même produire le Phénomène en question.

*Fig. 5.*

Soit  $A$  (*Fig. 5.*) le Centre de la Terre :  $BCFD$ , par exemple, une Ellipse, dont l'axe  $BF$  soit le plus grand, &  $CD$  le plus petit : que cette Ellipse forme par sa Revolution autour de l'axe  $BF$ , le Corps de la Lune. Supposons après cela la Lune homogène & mobile autour de son Centre  $E$ , & servons-nous de l'hypothèse ordinaire, que la pésanteur de chaque partie de la Lune vers  $A$ , soit en raison quarrée reciproque des distances au Point  $A$ . Cela étant, je dis, que la Lune montrera constamment au Point  $A$  la Face  $CB D$ , & que l'axe  $FB$  passera toujours par le Point  $A$ , & que la Lune reprendroit cette situation, dès qu'elle en seroit détournée. Comme cette matiere est assez intéressante, tant pour l'Astronomie, que pour la Physique ; je l'expliquerai par un exemple, qui rendra fort sensible, tout ce que nous venons de dire. Je dis donc qu'on doit regarder,

à cet égard, la Lune, comme un Corps flottant dans un Fluide ; car les parties d'un tel Corps, sont pareillement animées de différentes pésanteurs : or on sçait qu'un Corps flottant, qui n'est pas Sphérique, ou qui étant tel, n'est pas homogène, n'est pas indifférent à chaque situation ; mais qu'il affecte constamment de certaines situations, qu'il reprend aussi-tôt qu'il en a été détourné. Quelquefois le Corps n'a qu'une seule situation d'Equilibre ; d'autres fois plusieurs, suivant la structure du Corps : Mais on se tromperoit toujours, si l'on croyoit, que le Centre de Gravité du Corps tâche à se mettre dans l'endroit le plus bas qu'il est possible ; de même qu'on se trompe, en disant, que le Centre de Gravité de la Lune, tâche à s'éloigner, le plus qu'il est possible, du Centre de la Terre. On voit donc assez, que la cause principale de ce que la Lune nous présente toujours une même face, est l'inégalité de pésanteur ; & à cette cause, il faudra joindre, ou la non-parfaite Sphéricité, ou la non-parfaite Homogénéité des Couches de la Lune, ou les deux causes à la fois.

## V I.

Comme la Question que nous venons d'expliquer, entraîne celle d'une légère nutation de la Lune en Longitude, que les Astronomes ont observée, il ne sera pas hors de propos de faire voir comment cette nutation découle de notre Théorie. Nous avons vû que le Sphéroïde  $CBD$  mobile autour d'un Point  $E$ , doit toujours montrer au Point  $A$  la Face  $CBD$ , tant que le Point  $E$  reste dans sa place. Supposons à présent, que ce Corps s'éloigne un peu de cette situation, en faisant une rotation infiniment petite autour du Point  $E$ , la force qui tend à le remettre dans sa situation naturelle, est de même infiniment petite ; ce qui fait voir, que le Point  $E$  faisant sa révolution autour du Point  $A$ , ce ne sçauroit plus être exactement la Face  $CBD$ , qui regarde vers  $A$ , parce qu'à chaque petit mouvement du Point  $E$ , la Lune fait une petite rotation autour

de ce Point, pour garder le Parallélisme, & la force qui tâche à tourner vers le Point *A* la Face *CB D*, étant encore infiniment petite, ne sçauroit s'en acquitter assez-tôt : & ce fera la même chose pendant que le Point *E* parcourt un second Elément, & ainsi de suite, jusqu'à ce qu'à la fin la Lune se place assez obliquement, pour que la force, qui tâche à mettre la Lune dans sa situation naturelle, soit assez grande, pour réparer, à chaque moment, une nouvelle petite inclinaison, qui survient par la rotation du Point *E* autour du Point *A*. [ Cette explication pourra nous servir dans la suite, pour démontrer un des principaux Phénomènes des Marées. ] La Lune prendra donc la situation oblique *c b d f*, si sa Revolution autour du Point *A* est supposée se faire de *E* vers *D*. Mais cette situation oblique demeureroit encore la même à l'égard de la Ligne *F A*, sans que la Lune eût aucune nutation, si le Point *E* faisoit sa Revolution autour du Point *A* dans un Cercle parfait, & avec une vitesse constante : c'est donc l'inégalité des distances *A E*, & des vitesses du Point *E*, qui fait que l'obliquité de la situation *f c b d* varie; & c'est cette variation qui fait la nutation de la Lune en Longitude.

## V I I.

Venons maintenant à la Terre, & examinons quel mouvement elle doit avoir autour du Centre de Gravité, qui est entre elle & la Lune : cette recherche est nécessaire pour notre Question, & elle ne sera plus difficile, après ce que nous avons dit de la Lune dans cette vûe. Nous remarquerons donc, que si la Terre est parfaitement homogène, soit dans toute son étendue, soit seulement dans chacune de ses Couches concentriques; & si elle est en même tems parfaitement sphérique, elle doit conserver parfaitement un Parallélisme dans la situation de ses parties, pendant sa Révolution. Cependant cette parfaite Homogénéité, est moralement impossible; & la parfaite Sphéricité a été refutée par les Observations les plus exactes. Ce Pa-

rallélisme seroit donc alteré, de même qu'il l'est dans la Lune, & la Terre ne manqueroit pas de presenter à la Lune une même face, sans le mouvement journalier de la Terre. Ce mouvement empêche l'action de la Lune; & l'effet de cette action étant, à cause dudit mouvement journalier, tantôt d'un côté de la Terre, tantôt de l'autre, il ne pourroit plus produire qu'une legere nutation journaliere dans l'Axe de la Terre, & quelque petite inégalité dans le mouvement journalier de la Terre. Mais l'une & l'autre doivent être tout-à-fait insensibles, à cause de la grandeur de la Masse de la Terre, de l'extrême petitesse de l'action de la Lune, & de la rapidité du mouvement journalier.

## V I I I.

On voit donc que la Terre fera sa revolution autour du Centre de Gravité, qui lui est commun avec la Lune, de telle maniere, que son Axe gardera constamment une situation parallele. Si nous considérons donc le mouvement journalier de la Terre à part, il est clair que l'autre mouvement doit être supposé se faire d'une maniere à garder un Parallélisme dans toutes les Sections de la Terre. Cela étant, il s'ensuit que chaque point de la Terre fait, à l'égard de cet autre mouvement, une même Ellipse; que chaque partie a une même force centrifuge, & que les Directions des forces centrifuges sont par-tout paralleles entre elles. Et c'est ici le point principal, que je me suis proposé d'établir, & de bien démontrer dans ce Chapitre.

## I X.

Ce que nous venons de démontrer du mouvement de la Terre à l'égard de la Lune, doit aussi s'entendre à l'égard du Soleil; en sorte que la force centrifuge des parties de la Terre, par rapport à son Orbite annuelle, doit être censée la même, & leurs directions paralleles entre elles. Mais cette Proposition n'est pas si essentielle à l'égard de l'Orbite annuelle, comme à l'égard de l'Orbite, qui se fait

autour du Centre de Gravité, qui est commun à la Terre & à la Lune, à cause de l'extrême petitesse de cette dernière Orbite.

---

## C H A P I T R E I V.

*Qui expose en gros la Cause des Marées.*

### I.

**A** Près avoir expliqué au premier Chapitre trois différentes raisons, qui peuvent allonger la Terre autour des deux Axes, qui passent par les Centres des deux Luminaires, il n'est pas difficile de voir comment on doit déduire de ces allongemens le Flux & Reflux de la Mer, pourvû qu'on ait égard en même tems au mouvement journalier de la Terre. Il est clair que ce mouvement journalier doit faire continuellement changer de place les deux dits Axes d'allongement : Mais il faut remarquer ici par avance, que l'action composée des deux Luminaires, peut toujours être considérée comme une action simple, quoiqu'à la vérité fort irrégulière. Cependant cette considération suffit, pour voir en gros, que la Mer doit en chaque endroit s'élever & se baisser environ deux fois dans un jour. Mais il s'agit de mettre cette cause en tout son jour, d'en développer tous les effets, & de les réduire à leur juste mesure, autant que les circonstances peuvent le permettre.

### I I.

La Question qui se présente d'abord, & qui est en même tems la plus importante pour notre sujet, est de trouver la quantité de l'allongement causé par chacun des deux Luminaires. Nous ne considérerons donc qu'un seul Luminaire. Voici, avant toutes choses, les suppositions dont je me servirai dans les Calculs, & que j'ai déjà exposées en partie.

I. Nous

I. Nous supposons, que la Terre est naturellement sphérique. Cette hypothèse n'est que pour abrégér le Calcul, & on voit bien que l'effet des deux Luminaires doit être sensiblement le même sur une Terre ronde, ou un peu aplatie, ou un peu allongée.

II. Que les Couches concentriques de la Terre sont d'une même matiere, ou d'une même densité. Cette supposition est sans doute fort naturelle ; car les inégalités ne peuvent qu'être tout-à-fait insensibles : mais il me semble qu'il n'y a aucune vraisemblance de supposer que la Terre est homogène dans toute son étendue, comme M. Newton l'a fait.

III. Que la Terre, que nous supposons sans, l'action des Luminaires, ronde, est changée par l'action de l'un des deux Luminaires en Ellipsoïde, dont l'axe passe par le Centre du Luminaire agissant. C'est l'hypothèse de M. Newton; & quoiqu'on ne puisse pas la démontrer pour le Systême des Attraction, elle ne doit pas nous arrêter : car quelle que soit la Figure de la Terre après ce petit changement, on voit assez qu'elle ne sçauroit s'éloigner sensiblement de l'Ellipsoïde. Aussi trouvons-nous cette Figure elliptique dans toutes les hypothèses, qu'on pourroit se former sur la pesanteur, susceptibles d'un Calcul & tant soit peu naturelles. D'ailleurs un petit changement dans cette Figure extérieure de la Terre, n'en sçauroit produire, qui soit sensible, entre l'axe du Sphéroïde, & le Diamètre qui lui est perpendiculaire.

IV. Nous supposons, que les Luminaires ne sçauroient faire changer de figure toutes les Couches qui composent la Terre jusqu'au Centre. Car vraisemblablement la Terre est, dans sa plus grande partie, solide ; & quand même elle seroit toute fluide, sa Masse seroit trop grande, pour être mise toute entière en mouvement, & pour obéir assez vite à une action aussi petite. Ces réflexions m'ont engagé à considérer la Terre, comme un noyau sphérique, composé de Couches parfaitement sphériques & inaltérables par

L

l'action des deux Luminaires, & inondé d'un Fluide homogène, tel que sont les eaux de la Mer; & à supposer, qu'il n'y a que ce Fluide inondant, qui reçoive des impressions des Luminaires, & que sa profondeur n'est pas sensible par rapport au rayon de la Terre. Cette hypothèse est sans contredit la plus naturelle, lorsque la Terre n'est pas supposée homogène dans toute son étendue; mais, si on la supposoit homogène, comme M. Newton l'a fait, contre toutes les apparences de vérité, notre hypothèse n'entre plus en ligne de compte.

V. Enfin nous substituerons à la place des Forces centrifuges, qui empêchent la Terre de tomber vers les Luminaires, une autre force qui agisse de la même façon, afin que nous puissions considérer d'abord la Terre, comme dans un parfait repos, & un entier équilibre dans toutes ses parties. Cette force à substituer, doit être supposée égale, dans toutes les parties de la Terre ( §. VIII. Chap. III. ) & parallèle à la Ligne qui passe par les Centres de la Terre & du Luminaire, dont il fera question.

## I I I.

La Force centrifuge dont nous venons de parler, doit être prise pour notre sujet, précisément telle, qu'elle soit égale à la force totale de l'Attraction du Luminaire, tout comme si la Terre se soutenoit parfaitement dans sa distance, en décrivant un Cercle parfait; & cela est vrai, quelle que soit la Force centrifuge réelle de la Terre. C'est ici une Proposition, dont on ne sent la vérité, qu'après quelque réflexion; & elle est fondée sur ce que la différence entre la Force centrifuge, telle que nous venons de la décrire, & la force centrifuge réelle, n'est employée qu'à pousser ou repousser la Terre, & ne sauroit lui faire changer sa figure, puisque nous avons démontré au VIII. Art. du précédent Chapitre, que chaque partie est poussée également & parallèlement.



## I V.

La Force centrifuge totale devant être parfaitement égale à la Gravitation totale de la Terre vers le Luminaire, & la première Force étant la même dans toutes les Parties, on voit bien qu'on pourra supposer la Force centrifuge égale à la Gravitation vers le Luminaire, telle qu'elle est au Centre de la Terre. Car la Gravitation qui répond au Centre, peut être censée la moyenne entre toutes les Gravitations du Globe; & cela, quelque relation qu'on suppose entre les Distances & les Gravitations, puisque la différence des distances est insensible, par rapport à la Distance totale; & que par conséquent la Gravitation diminue comme également pour des égales augmentations de Distances, & qu'il se fera ainsi une juste compensation pour l'Hémisphère tourné au Luminaire, & pour l'Hémisphère opposé. Cette Proposition n'est pourtant pas géométriquement vraie; mais la fin du Calcul m'a fait voir, qu'elle peut être censée vraie pour notre sujet: & comme elle abrège fort le Calcul, je l'ai mise ici, pour en faire usage dans la suite.

## P R O B L E M E.

## V.

Soit dans la sixième Figure, *A* le Centre du Soleil, *BGDH* la Terre; *AD* une Ligne tirée par les Centres du Soleil & de la Terre: trouver la différence entre *BD* & sa perpendiculaire *GH*, qui passe par le Centre *C*. Fig. 6.

## S O L U T I O N.

Qu'on s'imagine deux Canaux *BC* & *GC*, communiquans entre eux au Centre *C*, rempli d'un Fluide de différentes Densités, telles qu'on suppose dans les couches de la Terre. Pour déterminer ces couches, nous considérerons la Sphere inscrite *G b H d*, & nous supposerons tout ce noyau immuable pendant la révolution journalière de

Lij

la Terre, fondés, à cet égard, sur ce que nous avons dit dans la quatrième hypothèse du II. §. Quand même on feroit attention aux changemens de figure dans les couches près de  $G b H d$ , cette considération ne sauroit changer sensiblement le resultat du Calcul, parce que ces changemens de figure sont tout à-fait insensibles, & que, selon toutes les apparences, ils ne sauroient se faire au-delà d'une certaine profondeur assez petite à l'égard du rayon de la Terre. Après cette remarque, nous déduirons la Solution de notre Problème, de ce que le Fluide doit être en équilibre dans les Canaux  $GC$  &  $BC$ . Pour satisfaire à cette loi, & pour observer un ordre, nous diviserons la Solution en trois parties : dans la première, nous chercherons la pression totale du Fluide  $BC$  au Point  $C$  : dans la seconde, nous ferons la même chose à l'égard du Fluide  $GC$ ; & enfin nous ferons le Calcul, en faisant les deux pressions totales égales entre elles.

I. Soit  $AC = a$ ;  $GC$ , ou  $bC = b$ ; la cherchée  $Bb = \ell$ : Qu'on tire du Centre  $C$  deux quarts de Cercles infiniment proches  $pn$ ,  $om$ ; soit  $Cp$  ou  $Cn = x$ ;  $po$  ou  $nm = dx$ ; la Densité variable en  $po$  ou  $nm = m$ , la Densité uniforme de l'eau (qui couvre le noyau sphérique, & qui forme le double Ménisque)  $= \mu$ . Soit la Gravitation au Centre  $C$  vers le Centre du Soleil  $A = g$ , & la force centrifuge, qui agit parallèlement à  $BD$ , sera par-tout  $= g$  (§. VIII. Chap. III. & §. IV. Chap. IV.) qu'on nomme  $G$  la Force accélératrice en  $G$  ou  $b$ , causée par l'action du Globe  $G b H d$ , &  $Q$  la même force accélératrice pour les Points  $p$  &  $m$ . Après toutes ces préparations, on voit que la goutte  $po$  (dont la Masse doit être exprimée par la Densité  $m$ , & par la hauteur  $dx$ , c'est-à-dire  $m dx$ ) est animée par plusieurs Forces accélératrices : la première Force accélératrice est celle qui résulte de l'action du Globe  $G b H d$ , que nous avons nommé  $Q$  : la seconde est la Force centrifuge de  $A$  vers  $C$ , provenant par la révolution de la Terre autour du Point  $A$  : nous avons démontré, que cette Force doit être

faite =  $g$  : la *troisième* se fait vers  $A$ , & provient de la Gravitation vers le Soleil : celle-ci est négative à l'égard du Point  $C$ , & doit être faite =  $-\frac{a^2}{(a-x)^2} \times g$  : enfin la *quatrième* provient de l'action du double Ménisque, compris entre  $GBHD$  &  $GbHd$ , & elle est encore négative à l'égard du Point  $C$  ; elle est =  $-\frac{8}{15} n \mu \epsilon \times \frac{x}{b}$ , en vertu des §. §. X. & XI. Chap. II. En multipliant toutes ces pressions accélératrices de la goutte  $po$  par sa Masse, on obtient la pression absolue qu'elle exerce sur le Point  $C$  ; & cette pression absolue fera  $(Q + g - \frac{a^2 g}{(a-x)^2} - \frac{8 n \mu \epsilon x}{15 b}) \times m dx$ .

On remarquera ici en passant, que comme  $a$  est censé infiniment plus grand que  $x$ , on peut poser  $(\frac{a}{a-x})^2 = 1 + \frac{2x}{a}$ , & ainsi cette pression devient

$$(Q - \frac{2xg}{a} - \frac{8 n \mu \epsilon x}{15 b}) \times m dx.$$

dont l'Intégrale donnera la pression de la Colonne  $pC$  ;

sçavoir,  $\int Q m dx - \int \frac{2gm x dx}{a} - \int \frac{8 n \mu \epsilon m x dx}{15 b}$ ,

après quoi on aura la pression de toute la Colonne  $bC$ , en substituant dans l'Intégrale  $b$  à la place de  $x$ . A cette pression, il faut encore ajouter celle de la petite Colonne  $Bb$ , dont la gravitation ou pesanteur vers  $C$  doit être censée uniforme dans toute sa hauteur, & égale à  $G$  : il faut aussi remarquer, que toutes les autres forces qui agissent sur cette petite Colonne  $Bb$  peuvent être négligées, comme infiniment inférieures à l'action  $G$ , qui exprime proprement la pesanteur près la surface de la Terre vers son centre ; ainsi donc la pression de la petite Colonne  $Bb$  doit être simplement estimée par sa hauteur  $\epsilon$ , sa densité  $\mu$  & sa pesanteur  $G$ , ce qui fait  $\mu \epsilon G$ . Il résulte enfin de tout cela, que la pression totale de toute la Colonne  $BC$  sur le Point  $C$  est :

$$\mu \epsilon G + \int Q m dx - \int \frac{2gm x dx}{a} - \int \frac{8 n \mu \epsilon m x dx}{15 b},$$

en prenant après l'intégration  $x = b$ .

Lijj

II. Pour trouver à présent la pression de la Colonne  $GC$ , il faut chercher toutes les Forces qui animent la goutte  $mn$ , dont la Masse est encore  $m dx$ . La première de ces Forces provient de l'Attraction du Globe  $G b H d$ , & est encore  $= Q$ , puisque cette Force est la même en  $n$  & en  $p$ : la seconde Force, provenant de la Force centrifuge des parties de la Terre, en tant qu'elle se tourne autour du Point  $A$ , est  $= 0$ , cette Force étant par-tout perpendiculaire à  $GC$  (§. VIII. Chap. III.) La troisième Force provient de la Gravitation des parties de la Terre vers  $A$ , cette Gravitation est au Point  $n$  vers le Point  $A = \frac{a a g}{a a + x x}$ , & étant décomposée, la Gravitation résultante vers  $C$  doit être exprimée par  $\frac{a a g x}{(a a + x x)^{\frac{3}{2}}}$ : dans cette dernière expression on peut rejeter au Dénominateur le terme  $x x$ , comme le Calcul me l'a fait voir; ainsi il provient  $\frac{g x}{a}$ , qui marque la troisième force vers  $C$  résultante de la Gravitation vers  $A$ . La quatrième Force accélératrice, qui anime la goutte  $mn$  à descendre vers le centre, provient de l'action du double Ménisque, qui en vertu du XII. §. Ch. II. est  $= \frac{4}{15} n \mu \epsilon \times \frac{x}{b}$ . En prenant la somme de toutes ces Forces accélératrices, la Force totale fera

$$Q + \frac{g x}{a} + \frac{4 n \mu \epsilon x}{15 b};$$

cette Force accélératrice totale doit être multipliée par la petite Masse  $m dx$ ; & du produit il faut prendre l'Intégrale, qui marquera la pression qu'exerce la Colonne  $mC$  sur le centre  $C$ : Cette pression est donc

$$\int Q m dx + \int \frac{g m x dx}{a} + \int \frac{4 n \mu \epsilon m x dx}{15 b};$$

& pour avoir la pression, qui répond à toute la Colonne  $GC$ , il faut encore après l'intégration faire  $x = b$

III. Après avoir exprimé analytiquement les valeurs des pressions des Colonnes  $BC$  &  $GC$ , il ne reste plus pour achever la Solution de notre Problème, qu'à faire une équation entre les deux dites valeurs trouvées dans la pre-

miere & seconde partie. On aura donc  $\mu G \zeta + \int Q m dx - \int \frac{2g m x dx}{a} - \int \frac{8n \mu \zeta m x dx}{15 b} = \int Q m dx + \int \frac{g m x dx}{a} + \int \frac{4n \mu \zeta m x dx}{15 b}$ ,

& cette équation arrangée donne

$$5 \mu G a b \zeta - \int 4 n \mu a \zeta m x dx = \int 15 g b m x dx,$$

& de là on tire la valeur cherchée de  $\zeta$ , qui est constante ;

çavoir,  $\zeta = \frac{\int 15 g b m x dx}{5 \mu G a b - \int 4 n \mu a m x dx}$ . C. Q. F. T.

C O R O L L A I R E.

V I.

On voit par notre Solution, que généralement  $B b$  doit être égale à  $D d$ ; car la valeur de  $\zeta$  est la même, soit que l'on prenne  $x$  affirmativement, soit négativement. Aussi auroit-il été ridicule de supposer la Courbe  $B G D H$  une Ellipse, si les deux parties  $G B H$  &  $G D H$  n'étoient pas devenues par le Calcul également allongées, & la supposition auroit renfermé une contradiction.

Au reste ces deux petites Lignes ne seroient pas égales à la rigueur. Cette égalité n'est fondée que sur ce que nous avons rejeté plusieurs fois dans notre Solution de certaines petites quantités, mais qu'on pouvoit négliger réellement, comme tout-à-fait insensibles, non-seulement par rapport à la Ligne  $b C$ , mais même par rapport à la petite Ligne  $B b$ , qui ne çauroit être que d'un petit nombre de pieds. Cependant je crois encore nécessaire d'avertir ici, qu'il faut être sur ses gardes, en rejetant dans le Calcul de certains termes; car, comme dans l'équation résultante, plusieurs termes se détruisent, & qu'il n'en reste que des termes d'une fort petite valeur, on ne doit rejeter que des quantités qui sont insensibles, même par rapport aux quantités restantes dans l'équation.

Ce n'est qu'avec une telle précaution, que j'ai négligé dans ma Solution plusieurs termes, & je ne les aurois point négligés, si la fin du Calcul ne m'avoit enseigné, qu'ils peuvent & doivent être négligés.

## S C H O L I E.

## V I I.

Pour avoir une juste idée de notre équation, remarquons que  $\mu$  signifie la densité de l'eau de la Mer, qui inonde la Terre, &  $m$  la densité quelconque de la couche, dont la distance au centre est égale à  $x$  :  $n$  exprime la circonférence du Cercle, dont le rayon est égal à l'unité :  $b$  est le rayon de la Terre :  $a$  la distance entre les centres du Soleil & de la Terre :  $g$  exprime la force accélératrice vers le Soleil d'un Corps placé au centre de la Terre ; & enfin  $G$  exprime la force accélératrice, ou la pésanteur des Corps à la surface de la Terre vers son centre.

Or, pour voir que tous les termes de notre équation sont homogènes & comparables entre eux, & en même tems de quelle maniere il faut faire usage de notre équation, il faut remarquer qu'en vertu du III. §. Chap. II.  $G$  doit être exprimée par la Masse de toute la Terre, divisée par le quarré de son rayon ; c'est-à-dire, qu'il faut supposer  $G = \frac{\int 2 n m x x d x}{b b}$ , & comme on connoît pour le Soleil le rapport entre  $g$  &  $G$ , aussi-bien que celui d'entre  $a$  &  $b$ , on voit qu'on peut enfin exprimer  $\mathcal{C}$  simplement par  $b$  : mais il faut pour cet effet intégrer auparavant les quantités  $m x x d x$  &  $m x d x$  : c'est ce que nous allons faire dans quelques hypotheses particulieres.

## V I I I.

Soit d'abord la densité de la Terre uniforme, & nommément celle de l'eau de la Mer : c'est ici l'hypothese de M. Newton.

En ce cas  $m$  est une constante & égale à  $\mu$ , & ainsi notre équation finale du V. §. est  $\mathcal{C} = \frac{15 g b b}{2 a (5 G - 2 n \mu b)}$  ;

Mais par le VII. §. on obtient  $G = \frac{2}{3} n \mu b$ , ou bien  $2 n \mu b = 3 G$ ,

$= 3 G$ , & substituant cette valeur pour le second terme du Dénominateur, il provient  $C = \frac{15gb}{4Ga} \times b$ .

Nous verrons dans la suite, que cette expression analytique donne précisément la hauteur indiquée par M. Newton simplement en pieds, pouces & lignes, sans en donner le Calcul, ou du moins sans le mettre à la portée, je ne dirai pas de tout le monde, mais uniquement de ceux qui voudroient bien prendre toute la peine nécessaire pour l'approfondir. Notre Methode comprend donc le cas tout particulier de M. Newton. Mais ce cas donne une si petite quantité, qu'il ne me paroît pas possible d'en déduire les Phénomènes des Marées, tels que les observations les donnent. C'est ce que je ferai voir plus au long dans la suite. Je n'ai donc jamais pû comprendre, comment M. Newton, & tous ceux de sa Nation, qui ont écrit sur cette matiere, ont pû s'y attacher. On voit par-là, combien il est essentiel d'étendre les hypotheses des densités des couches de la Terre. J'ai remarqué que la loi de ces densités contribue beaucoup au haussement & baissement des eaux dans les Marées; qu'on en peut déduire tel effet, qu'on trouvera nécessaire pour l'explication des Phénomènes indiqués par l'expérience; je ferai même voir que cet effet pourroit être infini dans de certaines hypotheses. Mais ce que je souhaite sur-tout que l'on remarque, c'est que les mêmes hypotheses qui donnent plus d'effet aux Luminaires, pour hauffer & baisser les eaux dans les Marées, sont d'ailleurs extrêmement vrai-semblables par plusieurs raisons Physiques, toutes très-fortes. Mais venons à d'autres exemples.

## I X.

Supposons la Terre creuse en dedans, jusqu'à une distance donnée  $c$  depuis le centre, & que la croute (dont l'épaisseur sera  $= b - c$ ) soit encore par-tout d'une densité égale à celle de l'eau de la Mer.

Nous avons en ce cas encore  $m$  égale à la constante  $\mu$ ,

M

& ainsi le Calcul se fera comme dans le précédent Article, avec cette restriction, que les intégrales des quantités  $m x d x$ , &  $m x d x$  doivent être  $= 0$ , lorsque  $x = c$ : de cette maniere on obtient  $\int m x d x = \frac{1}{2} \mu x x - \frac{1}{2} \mu c c$ , ou (en faisant  $x = b$ )  $= \frac{1}{2} \mu b b - \frac{1}{2} \mu c c$ ; substituant cette valeur dans l'équation finale du V. §. il vient

$$G = \frac{15 g b (b b - c c)}{10 G a b - 4 n \mu a (b b - c c)},$$

& (par le VII. §.)  $G$  est  $= \frac{\int 2 n m x x d x}{b b} = \frac{2 n \mu}{3 b b} \times (x^3 - c^3) =$

(puisque'il faut poser  $x = b$ )  $\frac{2 n \mu}{3 b b} \times (b^3 - c^3)$ : de cette der-

niere équation, on peut tirer celle-ci  $\mu = \frac{3 b b G}{2 n \times (b^3 - c^3)}$ , &

enfin  $4 n \mu a (b b - c c) = \frac{6 a b b G (b b - c c)}{b^3 - c^3}$ , & substituant

cette valeur dans le second terme du Dénominateur de notre

équation, on a  $G = \frac{15 g}{2 G} \times \frac{b+x}{a} \times \frac{b^3 - c^3}{2 b b + 2 b c + 5 c c}$ .

Cette quantité est la même, que celle du précédent Article, lorsque  $c = 0$ ; mais elle devient plus petite, à mesure qu'on suppose la Terre plus creusée, & elle deviendroit tout-à-fait nulle, si on supposoit la Terre presque entièrement creuse en forme d'une voute sphérique, dont l'épaisseur fût peu considérable, par rapport au rayon de la Terre. Cette remarque suffit seule, pour refuter le sentiment de ceux qui croient que la Terre pourroit bien n'être qu'une croute voutée; car il ne pourroit y avoir en ce cas aucun Flux & Reflux de la Mer, au moins dans notre Système.

## X.

Si l'on supposoit la loi des densités des couches de la Terre exprimée par cette équation  $m = \frac{x}{b} \mu$ , c'est-à-dire, que les densités fussent proportionnelles aux distances des couches au centre, on trouveroit la hauteur

$$G = \frac{15 g b}{2 G a} \times b,$$



& par conséquent beaucoup plus petite, que si la Terre étoit par-tout d'une même densité, 'çavoir en raison de 7 à 4. Aussi cette hypothese n'est - elle aucunement vraisemblable, y ayant apparence que les couches plus denses sont plus bas que les couches plus legeres.

X I.

Si la loi des densités est exprimée par  $m = \frac{b^\mu}{x}$ , c'est-à-dire, si l'on suppose les densités, suivre la raison inverse des distances des couches au centre, on trouveroit

$$C = \frac{15gb}{G^a} \times b,$$

ce qui fait la valeur de  $C$  quatre fois plus grande, que dans la supposition de M. Newton, de la parfaite homogénéité de la Terre.

X I I.

Supposons enfin la loi des densités exprimée par  $m = \left(\frac{b}{x}\right)^{\frac{4}{3}} \mu$ , il faudra mettre  $\frac{3}{2} \mu b b$  pour  $\int m x dx$ , & l'équation du VI. §. divisée par  $\mu$  fera

$$C = \frac{45gb}{10Ga - 12n\mu ab} \times b:$$

mais en vertu du VII. §. on a  $G = \frac{\int 2nmxx dx}{bb} = \frac{\int 2n\mu x^{\frac{2}{3}} dx}{b^{\frac{2}{3}}}$

$= \frac{6n\mu x^{\frac{5}{3}}}{5b^{\frac{2}{3}}} = (\text{en faisant } x=b) \frac{6}{5} n\mu b$ . D'où l'on voit que le Dénominateur de notre équation fondamentale devient  $= 0$ , & par conséquent  $C = \infty$ .

Ainsi l'élevation des eaux feroit infinie.

X I I I.

J'ai mis cette dernière hypothese, non qu'elle soit possible, puisque la densité ne sçauroit être infinie, comme elle devrait être au centre; mais pour faire voir l'avantage & la supériorité de notre Théorie, puisqu'elle ne met point de bornes à l'élevation des eaux: si les Marées étoient

Mij

cent ou mille fois plus grandes qu'on ne les observe, nous pourrions lui assigner une cause suffisante. Ayant au reste bien examiné tous les Phénomènes du Flux & Reflux de la Mer, je suis entièrement convaincu, que la force assignée par M. Newton ne sauroit suffire pour les produire: il faut donc dire dans le système même de ce Philosophe, que les densités de la Terre ne sont pas uniformes, mais qu'elles croissent vers le centre. Cette hypothese n'est-elle pas fort probable d'ailleurs d'elle-même? L'eau est-elle le seul Fluide que nous connoissons? & ne faut-il pas que les Fluides plus pésants, soient plus proches du centre de la Terre? le Mercure est près de quatorze fois plus pésant que l'eau: la grande compression que souffrent les parties proches du centre de la Terre, ne pourroit-elle pas contribuer à rendre la matiere plus compacte & plus dense?

Si nous considérons outre cela, combien les Planetes & la Terre, qui nagent sans doute dans un milieu résistant, quoique extrêmement subtil, conservent leur mouvement, sans en perdre la moindre partie considérable pendant une longue suite de siècles, nous pourrions facilement croire, que tous ces Corps ont beaucoup plus de matiere, que M. Newton ne marque. Enfin de quel côté que j'envisage cette Question, tout me fait croire, que les couches de la Terre augmentent de densité vers le centre.

#### X I V.

Si, tout le Noyau ou tout le Globe de la Terre restant, l'eau de la Mer, qui inonde la Terre, changeoit de densité, la quantité  $\mathcal{E}$  suivroit la raison reciproque des densités des eaux de la Mer. Il suit de-là que si la Terre étoit inondée de Mercure, les Marées seroient quatorze fois plus petites, qu'elles ne sont actuellement. Et si au contraire l'air étoit un Fluide homogène pésant, mais sans élasticité, sa hauteur seroit environ de 850  $\mathcal{E}$  plus grande à ceux qui ont le Soleil au Zenith, qu'à ceux qui l'auroient à l'Horison. Cela seroit 1700 pieds de différence dans la

hauteur de l'Atmosphère, à ne donner que deux pieds de valeur à  $\zeta$ ; & cette différence en produiroit une sur le Barometre de plus de 20 lignes. D'où vient donc, demandera-t-on, qu'on n'observe point à cet égard aucune variation dans le Barometre? C'est l'élasticité de l'air qui en est la cause; cette élasticité fait que la hauteur du Barometre doit être constamment la même dans toute la surface de la Mer, en faisant abstraction seulement des causes accidentelles & passageres, qui peuvent survenir tout d'un coup, & qui n'agissent sur l'air, que parce que celui-ci ne sçauroit obéir assez promptement, ni se mettre dans un instant dans son état naturel d'équilibre. On remarquera ici qu'il est faux, que la pression du Mercure soit égale à la pression, ou plutôt au poids de la Colonne d'air verticale couchée dessus, ce que l'on affirme ordinairement; mais la pression du Mercure est égale au poids moyen de toutes les Colonnes d'air verticales, qui environnent la Terre, c'est-à-dire, égale au poids de toute l'Atmosphère (dont la hauteur est considérée comme infiniment petite, par rapport au rayon de la Terre) multiplié par la raison de la base de la Colonne du Mercure à toute la surface de la Terre. Cette Proposition fait voir que la hauteur moyenne du Barometre doit être la même sous l'Equateur & sous le Cercle Polaire, quoique le poids absolu de la Colonne d'air verticale sous l'Equateur pendant les plus grandes chaleurs ne soit pas la moitié si grand que celui d'une pareille Colonne d'air sous le Cercle Polaire en Hyver. On voit de tout ce que nous venons de dire, pourquoi, ni le Soleil, ni la Lune ne changent pas sensiblement la hauteur du Barometre, quoiqu'ils élèvent les eaux considérablement. La véritable raison n'en est que l'élasticité de l'air, qui doit faire presser également tous les endroits de la surface de la Terre; & cette seule réflexion démontre entièrement l'insuffisance des inégales compressions de la matière des Tourbillons, pour expliquer les Marées, comme nous avons déjà remarqué au III. §. Chap. I.

Mij

## X V.

Tous les cas particuliers, que nous venons d'examiner, font voir, & il n'est pas difficile de le démontrer généralement par l'équation du V. §. que la quantité  $\mathcal{C}$  (qui exprime la différence entre la plus grande hauteur de la Mer, & la plus petite, en tant qu'elle est produite par la seule action du Soleil) est toujours  $= \frac{ngb}{G^a} \times b$ : le coefficient  $n$  dépend des différentes densités des couches de la Terre; le rapport  $\frac{b}{a}$  est connu par les Observations astronomiques: il ne reste donc qu'à voir comment on pourra déterminer la quantité  $\frac{g}{G}$ : c'est en comparant les effets que les Forces  $g$  &  $G$  produisent; la première, en retenant la Terre dans son Orbite annuelle; la seconde, en retenant la Lune dans celle qu'elle fait autour de la Terre. Si la distance moyenne de la Lune au centre de la Terre est nommée  $a$ , la Force centrifuge de la Lune sera  $= \frac{b^2}{a^2} G$ , & la force centrifuge de la Terre est  $= g$ : or la Force centrifuge moyenne de la Terre dans son Orbite, est à la force centrifuge moyenne de la Lune autour de la Terre, ou plutôt autour du centre de Gravité du système de la Terre & de la Lune, comme la distance du Soleil divisée par le Carré du tems périodique de la Terre autour du Soleil, est à la distance de la Lune au centre de Gravité commun de la Terre & de la Lune [M. Newton suppose cette distance  $= \frac{39}{40} a$ , voyez ses *Princ. Math. Phil. nat. Edit. 2. pag. 430*; il fonde cette supposition sur quelques Phénomènes des Marées, mais mal choisis à mon avis; elle est donc encore fort douteuse; mais comme elle n'est pas de conséquence pour notre sujet, je ne laisserai pas de l'adopter ici] divisée par le carré du tems périodique de la Lune: on a donc, en nommant le tems périodique de la Terre  $T$ , & celui de la Lune  $t$ , cette Analogie  $g : \frac{b^2}{a^2} G :: \frac{a}{TT} : \frac{39a}{40tt}$ ;

ce qui donne  $\frac{g}{G} = \frac{40abbtt}{39a^3TT}$ , & par conséquent

$$C = \frac{ngb}{Ga} \times b = \frac{40nb^3tt}{39a^3TT} \times b.$$

R E M A R Q U E.

Pour voir que cette Formule s'accorde avec celle de M. Newton pour la supposition de l'homogenité de la Terre, nous remarquerons, qu'en ce cas on a  $n = \frac{1}{4}$  (§. VIII.) & M. Newton suppose  $\frac{b}{a} = \frac{1}{60\frac{1}{4}}$  (*Princip. Math. Phil. nat. Edit. 2. pag. 430.*)  $\frac{tt}{TT} = \frac{1000}{178725}$  (*Princ. Math. pag. 395.*) & enfin  $b = 19695539$  pieds après la mesure de M. Cassini. De tout cela il resulte

$$C = \frac{40. 15. 1. 1000. 19695539}{39. 4. (60\frac{1}{4})^3. 178725} \text{ pieds,}$$

cela fait  $C = 1$  pied 11. pouces & un quart. M. Newton trouve 1 pied 11 pouces & un huitième. (*Princ. Math. pag. 429.*) La différence me paroît trop petite, pour en rechercher l'origine.

X V I.

Tout ce que nous venons de dire par rapport à l'action du Soleil, doit être entendu aussi de la Lune, sans y rien changer; de sorte que les équations fondamentales des §. §. V. & VII. servent également pour la Lune, en entendant par  $a$  la distance entre les centres de la Terre & de la Lune, & par  $g$  la pésanteur d'un Corps placé au centre de la Terre vers la Lune. Et comme nous avons dit au XV. §. que quelque hypothese qu'on prenne pour exprimer les différentes densités dans les couches de la Terre, on trouvera

$$\text{toujours} \quad C = \frac{ngb}{Ga} \times b,$$

nous dirons par rapport à la Lune, qu'on trouvera toujours

$$D = \frac{ngb}{Ga} \times b,$$

prenant pour  $D$  la différence des hauteurs des eaux à ceux

qui ont la Lune au Zenith , & à l'Horison , pour  $\alpha$  la distance entre les centres de la Lune & de la Terre , & pour  $\gamma$  la péfanteur d'un Corps placé au centre de la Terre vers la Lune.

## X V I I.

Ce qui m'a engagé à ne parler d'abord que de l'action du Soleil sur la Mer , est qu'on connoît parfaitement bien la valeur de  $g$  pour le Soleil , comme nous avons vû au XV. §. au lieu que la Lune , qui n'a point de Satellites , ne fçauroit donner immédiatement la Force accélératrice , qu'elle cause au centre de la Terre , & que nous avons nommé  $\gamma$ . Je trouve par ma nouvelle Théorie de la Lune , dont j'ai déjà fait mention ci-dessus , plus générale , plus exacte , & sur-tout infiniment plus facile , que celle de M. Newton , qu'on peut déterminer ladite valeur  $\gamma$  avec toutes les autres qui en dépendent ; fçavoir la Masse de la Lune , comparée avec celle de la Terre , & leur commun centre de Gravité , moyennant quelques irrégularités dans les mouvemens de la Lune , pourvû qu'on puisse les observer assez exactement. M. Newton a tâché de déterminer la Force accélératrice  $\gamma$  , en comparant les effets de la Lune sur la Mer avec ceux du Soleil ; cette Methode seroit fort bonne , si on fçavoit bien séparer les effets des deux Luminaires. Il a prétendu le faire , en comparant les Marées bâtarde , qui suivent les Quadratures , avec les plus grandes Marées , qui suivent les Syzygies. Nous verrons ci-dessous ce que l'on peut trouver à redire à cette Methode , & comment on pourra y substituer d'autres plus exactes.

## X V I I I.

Au reste , il est clair que la Lune & le Soleil produiront leurs effets independamment l'une de l'autre : tout ce que le Soleil pourroit contribuer au moins dans la pure Théorie , pour troubler l'action de la Lune , est qu'il allonge un peu la Terre : mais il est aussi bien évident , que la Lune changera

changera également la surface de la Mer sur une Terre parfaitement ronde ou allongée d'un petit nombre de pieds : nous avons déjà dit la même chose dans la première hypothèse du second Article.

Voici donc comment il faudroit déterminer la surface de la Mer, si les deux Luminaires pouvoient produire dans un instant tout leur effet, c'est-à-dire, si l'eau n'avoit point d'inertie, & qu'elle pût prendre incontinent sa juste figure ; car c'est de cette inertie, qu'il faudra tirer dans la suite plusieurs inégalités, & autres Phénomènes, qu'on a observés dans les Marées.

Soit dans la septième Figure *bgdh* le Globe de la Terre parfaitement sphérique, & considérons d'abord le Soleil, que nous supposons placé dans la Ligne prolongée *bd* passant par le centre de la Terre *C* : notre Globe se changera en Sphéroïde, tel que *BGDH*, les eaux baissant autour de *gh*, & montant autour de *b* & *d*. Soit ensuite la Lune dans la Ligne prolongée *qp* ; il est clair qu'elle agira sur le Sphéroïde de la même façon qu'elle feroit sur le Globe parfait, duquel le Sphéroïde diffère d'une quantité tout-à-fait insensible : ainsi donc la Lune fera monter & baisser les eaux par-dessus la surface du Sphéroïde, tout autant qu'elle feroit à l'égard de la surface sphérique, sans l'action du Soleil. Il faut donc prendre *nq*, ou *mp*, à *bB*, ou *dD* en raison des Forces lunaire & solaire, c'est-à-dire, comme  $\frac{\gamma}{a}$  à  $\frac{\xi}{a}$ , tracer ensuite les courbes *qrps*, telles qu'en prenant un Angle quelconque *uCq*, égal à un Angle *yCB*, la perpendiculaire *ux* interceptée entre les surfaces des Sphéroïdes, ait à la perpendiculaire *yz*, interceptée entre le premier Sphéroïde & le Globe, la raison constante de *nq* à *bB*. Voilà donc une Construction géométrique générale, qui montre à chaque moment, & à chaque endroit, la hauteur de la Mer, & les variations de cette hauteur. Mais elle demande des Calculs longs & pénibles. Nous verrons dans la suite, comment on pourra s'y pren-

Fig. 7.

N

dre ; pour les faire , en commençant par les circonstances & les hypotheses les plus simples , & en y ajoutant des corrections & équations à faire pour chaque circonstance changée.

## X I X.

Voici donc les cas & les hypotheses , par lesquelles nous commencerons. Nous supposerons d'abord , que la Lune fait des Cercles parfaits autour de la Terre , & pareillement la Terre autour du Soleil : que ces Orbites sont dans le plan de l'Equateur de la Terre : que toute la Terre est inondée : que la surface de la Mer prend dans un instant sa juste Figure , tout comme si l'eau n'avoit point d'inertie , ni resistances ; & enfin qu'il ne faille déterminer les loix des Marées , que sous l'Equateur. Mais avant de faire les Calculs , il sera bon d'exposer préliminairement quelques Lemmes géométriques.

## C H A P I T R E V.

*Contenant quelques Propositions de Géometrie préliminaires pour l'Explication & le Calcul des Marées.*

## P R O B L E M E.

## I.

*Fig. 8.* Soit , comme ci-devant , le Cercle  $bgdh$  (*Fig. 8.*) & l'Ellipse presque circulaire  $BGDH$  , & supposons la Sphere & le Sphéroïde , décrits par la rotation du Cercle & de l'Ellipse autour de l'Axe  $BD$  , égaux ; trouver le rapport entre les petites Lignes  $Bb$  &  $Gg$ .

## S O L U T I O N.

Nous supposerons pour nous servir des mêmes expres-



sions, que nous avons employées jusqu'ici,  $Bb + Gg = \mathcal{C}$ ;  $Gg = x$ , &  $Bb = \mathcal{C} - x$ ;  $Cb$  ou  $Cg = b$ ;  $n$  la circonférence du Cercle, dont le rayon est égal à l'unité. Ceci posé, on sçait que la Sphere sera  $= \frac{2}{3}nb^3$ : on sçait aussi, qu'un Ellipsoïde (dont le grand Axe est  $= 2A$ , & le plus petit Diametre  $= 2B$ ) est  $= \frac{2}{3}nBBA$ ; cela donne notre Sphéroïde  $= \frac{2}{3}n(b-x)^2 \times (b + \mathcal{C} - x) = \frac{2}{3}n(b^3 - 3bbx + bb\mathcal{C})$  si l'on néglige les infiniment petits du second ordre. Faisant à présent par la condition du Problème la Sphere égale au Sphéroïde, on a  $\frac{2}{3}nb^3 = \frac{2}{3}n(b^3 - 3bbx + bb\mathcal{C})$  c'est-à-dire,  $x = \frac{1}{3}\mathcal{C}$ . C. Q. F. T.

C O R O L L A I R E.

I I.

Si  $Gg = \frac{1}{3}\mathcal{C}$ , il faut que  $Bb$  soit  $= \frac{2}{3}\mathcal{C}$ , & par conséquent double de l'autre. Ainsi donc l'eau monte deux fois plus autour de la Ligne, qui passe par le centre de l'un des Luminaires, & celui de la Terre, qu'elle ne descend à la distance de 90 degrés.

P R O B L E M E.

I I I.

Si l'on tire du centre  $C$  une droite quelconque  $Cy$ , trouver la petite Ligne  $yz$ , qui marque la hauteur verticale du Point  $y$  pris dans l'Ellipse, par-dessus le Point  $Z$  pris dans le Cercle.

S O L U T I O N.

Qu'on tire par le Point  $Z$  la droite  $\mathcal{C}a$  perpendiculaire à l'Axe: on voit qu'en conséquence de nos hypothèses, l'Angle  $\mathcal{C}yz$  doit être pris pour un droit, & le petit Triangle  $\mathcal{C}yz$  censé semblable au Triangle  $\mathcal{C}az$ , d'où l'on tire

$$yz = \frac{az}{\mathcal{C}z} \times \mathcal{C}z.$$

N ij

Soit à présent  $Ca = s$ ;  $Za = \sqrt{bb - ss}$ ; on aura par la nature de l'Ellipse

$$a\mathcal{C} = \frac{CG}{CB} \times \sqrt{Ba \times aD} = \frac{b - \frac{1}{3}\mathcal{C}}{b + \frac{1}{3}\mathcal{C}} \times \sqrt{(b + \frac{2}{3}\mathcal{C} - s) \times (b + \frac{2}{3}\mathcal{C} + s)}.$$

Si on change cette quantité en suites, & qu'on rejette toujours les infiniment petits du second ordre, on trouvera enfin

$$a\mathcal{C} = \sqrt{bb - ss} + \frac{3ss - bb}{3b\sqrt{bb - ss}} \times \mathcal{C}.$$

De-là on tire  $a\mathcal{C} - az = \mathcal{C}z = \frac{3ss - bb}{3b\sqrt{bb - ss}} \times \mathcal{C}$ , & par conséquent

$$yz = \frac{3ss - bb}{3bb} \times \mathcal{C}. \text{ C. 2. F. T.}$$

## COROLLAIRE I.

## I V.

Pour trouver les Points  $M$ , où l'Ellipse coupe le Cercle, on n'a qu'à faire  $yz = 0$ , ce qui donne  $s = b\sqrt{\frac{1}{2}} = 0,5773b$ , & l'Arc  $bM$  de  $54^{\circ} 44'$ .

## COROLLAIRE II.

## V.

Si la Terre tournoit autour d'un Axe perpendiculaire au plan de notre Figure, & que le Cercle  $bgdh$  représentât ainsi l'Equateur de la Terre, dans lequel l'un des Luminaires est supposé se trouver : si par cette rotation de la Terre, le Point  $B$  est parvenu en  $y$ , le Luminaire restant dans l'Axe  $BD$ , l'Angle  $bCZ$  sera l'Angle horaire, dont le Cosinus est appellé  $s$ , le Sinus total  $b$ ; & on voit que la différence des hauteurs de l'eau avant & après ladite rotation sera représentée par  $Bb - yz$ , c'est-à-dire par  $\frac{2}{3}\mathcal{C} + \frac{bb - 3ss}{3bb} \times \mathcal{C}$ , ou par  $\frac{bb - ss}{bb} \times \mathcal{C}$ , ou enfin (en nommant le Sinus de l'Angle horaire  $\sigma$ ) par  $\frac{\sigma\sigma}{bb} \mathcal{C}$ . Nous conclurons de-là, que les baiffemens des eaux sont proportionnels aux Quarrés des Sinus des Angles horaires, qui commencent du moment de la haute-Mer.

COROLLAIRE III.

VI.

Les variations qui répondent à de petits intervalles de tems égaux, sont pour chaque Point *Z*, proportionnelles aux aires du Triangle *Ca z*. Car l'intervalle de tems doit être exprimé simplement par un petit Arc de Cercle, qui est  $= \frac{-b ds}{\sqrt{bb - ss}}$ , en considérant *s* comme variable ; & si nous faisons cette quantité égale à un petit élément de tems *dt*, nous aurons  $\frac{-b ds}{\sqrt{bb - ss}} = dt$  &  $ds = \frac{-dt \sqrt{bb - ss}}{b}$ .

Or par le V. §. tout le baiffement des eaux étant  $= \frac{bb - ss}{bb} \times \mathcal{C}$ , sa différentielle sera  $= \frac{2 \mathcal{C} s dt \sqrt{bb - ss}}{b^3}$  ; & comme les quantités  $\mathcal{C}$ , *b* & *dt* sont constantes, nous voyons, que les variations verticales des Marées, qui se font dans de petits intervalles de tems égaux, sont proportionnelles aux quantités répondantes  $s \sqrt{bb - ss}$ , ou aux Aires des Triangles *Ca z*.

SCHOLIE.

VII.

On voit que ces propriétés tendent à déterminer les hauffemens & baiffemens d'une même Marée pour chaque moment, & nous verrons dans la suite, combien elles répondent aux Observations. Ces Propositions suffiroient pour ce dessein, si nous ne voulions considérer, que ce qui arrive aux Conjonctions & Oppositions des deux Luminaires : mais comme cette restriction ne feroit qu'un cas très-particulier de toute la Théorie des Marées, nous passerons plus outre. Remarquons cependant encore une fois, que chaque Luminaire peut être considéré, comme agissant sur la Mer, indépendamment l'un de l'autre ; puisque les petites variations causées par l'un des deux,

N iij

ne change pas sensiblement toute la figure de la Terre: une quantité de quelques pieds ne sçauroit être sensible par rapport à tout le Diametre de la Terre. Nous allons donc considérer les deux Luminaires à la fois, & dans une position en longitude quelconque, quoique toujours dans le plan de l'Equateur. Nous considérerons aussi sur la Terre un Point quelconque dans l'Equateur, pour voir combien la Mer doit être plus haute ou plus basse dans ce Point, qu'elle ne seroit sans l'action des Luminaires. C'est ici une Question des plus essentielles pour notre sujet. Souvenons-nous cependant, que  $\zeta$  signifie la hauteur de toute la variation des eaux d'une Marée, en tant qu'elle est produite par la seule action du Soleil, &  $\delta$  la même chose pour la Lune.

## P R O B L E M E.

## V I I I.

*Fig. 9.* Soit dans la neuvième Figure  $b\zeta d\delta$ , l'Equateur de la Terre parfaitement circulaire, tel qu'il seroit sans l'action des deux Luminaires: supposons le Soleil dans la Ligne prolongée  $db$ , & la Lune dans la Ligne prolongée  $d\zeta$ ; & soit un point  $Z$  donné de position: trouver la hauteur  $yz$ , qui marque l'élevation de la Mer pour ledit point  $Z$  produit par les deux Luminaires.

## S O L U T I O N.

Supposons que le Soleil élève les eaux en  $b$  de la hauteur  $Bb$ , & la Lune de la hauteur  $B\zeta$  au Point  $\zeta$ . On aura par les précédentes Propositions  $Bb = \frac{2}{3}\zeta$ , &  $B\zeta = \frac{2}{3}\delta$ : qu'on partage la hauteur cherchée  $yz$  en deux parties  $yr$ , &  $rz$ , dont la première convienne à l'action de la Lune, & l'autre à l'action du Soleil: soit le Sinus total  $= 1$ , le Sinus de l'Angle donné  $bCz = \frac{\zeta}{b}$ ; le Sinus de l'Angle  $\zeta Cz$  pareillement donné  $= \frac{\delta}{b}$ : de cette maniere, nous aurons

en vertu du III.  $\mathcal{S}. r z = \frac{3 s s - b b}{3 b b} \times \mathcal{C} = \frac{2 b b - 3 s s}{3 b b} \times \mathcal{C}$ , & par  
 reillement  $y r = \frac{2 b b - 3 s s}{3 b b} \times \mathcal{D}$ , & par conséquent  
 $y z = \frac{2 b b - 3 s s}{3 b b} \times \mathcal{C} + \frac{2 b b - 3 s s}{3 b b} \times \mathcal{D}$ . C. Q. F. T.

C O R O L L A I R E.

I X.

On voit par cette Solution la loi qu'il faudroit observer pour construire une Table, qui marquât pour chaque âge de la Lune, & pour chaque moment, les hauteurs des Marées, en supposant le Point  $z$  changer continuellement de position, jusqu'à ce qu'il ait fait le tour : voyons à présent quel est le Point  $Z$ , qui marque la plus grande hauteur  $yz$ , les Poles  $b$  &  $\mathcal{C}$  étant donnés de position.

L E M M E.

X.

Si le Sinus de l'Angle  $b C z$  est appelé, comme ci-dessus,  $\frac{r}{b}$  ; le Sinus de l'Angle  $\mathcal{C} C z$ ,  $\frac{s}{b}$  ; le Sinus de la somme de ces deux Angles, c'est-à-dire, le Sinus de l'Angle  $b C \mathcal{C}$ ,  $\frac{m}{b}$  ; je dis qu'on aura

$$\rho = \frac{m \sqrt{(b b - s s)} - n s}{b}, \text{ \&}$$

$$\rho = \frac{m m b b + n n s s - m m s s - 2 m n s \sqrt{(b b - s s)}}{b b}.$$

Je n'ajouterais pas la démonstration de ce Lemme : mais il est pourtant bon d'avertir ici, qu'en cherchant la valeur de  $\rho$ , qui marque le Sinus de la différence de deux Angles donnés par leurs Sinus ; on tombe facilement dans une autre expression beaucoup plus prolixé, & qui rend le Calcul du Problème, que nous allons exposer, presque impraticable.

## P R O B L E M E.

## X I.

Trouver les Points  $Z$ , où les hauteurs  $yz$  soient les plus grandes.

## S O L U T I O N.

La nature de notre Problème demande, que la différentielle de  $yz$ , sçavoir  $\frac{-2\sigma d\sigma - 2\delta \rho d\rho}{3bb}$  (§. VIII.) soit  $= 0$ , ou bien  $\rho d\rho = \frac{\sigma}{\delta} d\sigma$ .

Et si l'on différentie l'équation seconde du précédent Lemme, on trouve, prenant les quantités  $m, n$  &  $b$  pour constantes, &  $\sigma$  pour variable,

$$\rho d\rho = \frac{nn\sigma d\sigma - nm\sigma d\sigma}{bb} + \frac{2mn\sigma\sigma - nmbb}{bb\sqrt{(bb - \sigma\sigma)}} d\sigma.$$

En comparant ces deux valeurs de  $\rho d\rho$ , on trouve une nouvelle équation, à laquelle on pourra donner une telle forme,

$$\left(-\frac{\sigma}{\delta} bb\sigma + mm\sigma - nn\sigma\right)\sqrt{bb - \sigma\sigma} = 2mn\sigma\sigma - nmbb:$$

si l'on suppose pour abrégér la Formule  $\frac{-\sigma bb}{\delta mn} + \frac{m}{n} - \frac{n}{m} = A$ , on trouve après une réduction entiere de l'équation, le Sinus de l'Angle  $bCz$ , ou

$$\frac{\sigma}{b} = \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2} \pm \frac{A}{2\sqrt{(4+AA)}}\right)}. \text{ C. Q. F. T.}$$

## S C H O L I E.

## X I I.

Il ne fera pas difficile de reconnoître dans chaque cas; quel choix on doit faire des Signes ambigus. Mais pour faciliter la chose, & pour en donner une idée d'autant plus distincte, on pourra faire les remarques qui suivent.

1<sup>o</sup>. Que notre Formule marque en même tems quatre Points  $z, Z, s$  &  $S$ ; que les deux premiers diametralement opposés,

opposés, marquent que la Mer y est la plus haute, & les deux autres diametralement opposés marquent que la Mer  $x$  est la plus basse, & que l'Arc  $z$  est toujours de

$90^\circ$ , ce que l'on connoît de ce que  $\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{A}{2\sqrt{4+AA}}}$ , exprimant le Sinus d'un Angle, son Cosinus est exprimé par  $\sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{A}{2\sqrt{4+AA}}\right)}$ .

2°. Que l'Angle  $b C \mathcal{C}$  étant aigu, le Point  $z$  tombe entre les Points  $b$  &  $\mathcal{C}$ , que si cet Angle est droit, le Point  $z$  tombe précisément sur  $\mathcal{C}$  ( en supposant la Force lunaire plus grande que la Force solaire, comme elle l'est sans doute ); & enfin, lorsque l'Angle  $b c \mathcal{C}$  est obtus, que le Point  $z$  tombe au-delà du Point  $\mathcal{C}$ , l'Arc  $b z$  devenant plus grand que l'Arc  $b \mathcal{C}$ , avec cette loi, que le Point  $z$  s'approche reciproquement du Point  $d$ , tout comme il s'étoit éloigné du Point  $b$ . Enfin, qu'il y a autant de racines inutiles, qu'il faut rejeter, mais qu'il faudroit adopter, si la Force solaire surpassoit la Force lunaire.

C O R O L L A I R E I.

X I I I.

On trouve le Sinus de l'Angle  $\mathcal{C} C z$  exprimé par  $\frac{\xi}{b}$  de la même façon, que nous avons trouvé le Sinus de l'Angle  $b C z$ . On voit même que sans faire le Calcul de nouveau, on n'a qu'à renverser les lettres  $\mathcal{C}$  &  $d$  dans la valeur de  $A$ , indiquée au §. XI. & supposer  $-\frac{\delta b b}{\mathcal{C} m n} + \frac{m}{n} - \frac{n}{m} = B$ , &

on aura  $\frac{\xi}{b} = \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2} + \frac{B}{2\sqrt{4+BB}}\right)}$ .

C O R O L L A I R E I I.

X I V.

Considérant l'Angle  $b C \mathcal{C}$  comme variable, on voit que l'Angle  $\mathcal{C} C z$ , qui marque l'Angle horaire entre le moment

O

de la plus haute Marée, & celui du passage de la Lune par le Méridien, peut faire un *maximum*, ou plus grand, puisqu'il est  $= 0$ , tant lorsque l'Angle  $b C \epsilon$  est nul, que lorsqu'il est égal à un droit: nous allons déterminer cet Angle dans la Proposition suivante.

## P R O B L E M E.

## X V.

Déterminer l'Angle  $b C \epsilon$  tel que son Angle  $\epsilon C z$  devienne le plus grand, qu'il est possible.

## S O L U T I O N.

Pour déterminer l'Angle en question, il faut faire  $d\varrho = 0$ , or  $\varrho$  étant exprimé par des constantes, & par la variable  $B$  (§. XIII.) il faut supposer  $dB = 0$ , c'est-à-dire, que la différentielle de la quantité  $\frac{-\delta bb}{\epsilon mn} + \frac{m}{n} - \frac{n}{m}$ , doit être supposée égale à zero, en considérant les lettres  $m$  &  $n$  comme variables: substituons pour  $n$  la valeur  $\sqrt{bb - mm}$  (§. X.)

nous aurons 
$$B = \frac{-\delta bb + 2\epsilon mm - \epsilon bb}{\epsilon m \sqrt{bb - mm}},$$

dont la différentielle devient nulle, en faisant

$$\frac{m}{b} = \sqrt{\frac{\epsilon + \delta}{2\delta}}.$$

## C O R O L L A I R E.

## X V I.

Si  $\epsilon$  étoit  $= \delta$ , c'est-à-dire, si les deux Luminaires avoient une force égale, pour mettre la Mer en mouvement, on auroit  $m = b$ . Mais la Force lunaire étant plus grande que la Force solaire,  $m$  devient plus petit que  $b$ : cependant l'Angle  $b C \epsilon$  ne deviendra jamais moindre que de  $45^\circ$ .

On remarquera aussi, qu'il y a quatre Points, tels que  $\epsilon$ , dont deux sont autant éloignés du Point  $b$ , que les deux autres le sont du Point  $d$ ; & que dans ces quatre Points,



la haute Marée vient alternativement après & avant le passage de la Lune par le Méridien.

Nous allons voir à présent, comment on doit appliquer tout ce que nous venons de dire pour trouver l'heure des Marées, & pour faire voir, combien notre Théorie bien ménagée s'accorde là-dessus avec les Observations.

## CHAPITRE VI.

### *Sur l'heure moyenne des Marées pour toutes les Lunaisons.*

#### I.

ON a été de tout tems soigneux à bien remarquer l'heure des hautes & basses Marées, pour établir là-dessus, autant qu'il est possible, des regles pour l'utilité de la Navigation; & quoiqu'il soit impossible de donner des regles générales & exactes, on n'a pas laissé de continuer ces recherches. Mais je ne sçache pas qu'on se soit encore avisé de raisonner là-dessus autrement, que par *induction* sur un grand nombre d'Observations, pendant que c'est ici une matiere, qui dépend beaucoup de la Géometrie pour l'essentiel, & que ce n'est que par rapport à quelques circonstances, qu'on est obligé de recourir aux Observations, pour établir des regles: & cela est si vrai, que la seule Théorie m'a fait voir plusieurs Points, dont je n'étois pas encore instruit par la lecture. Voyons donc avant toutes choses, jusqu'où la Théorie peut aller, pour éclaircir notre sujet: nous nous attacherons encore aux hypotheses marquées au XIX. §. du Chap. IV. que je prie le Lecteur de relire. Nous irons ensuite plus loin, & nous examinerons, quelle correction il faudra employer à l'égard de chaque hypothese, lorsqu'elle est en quelque façon  
hangée. O ij

## I I.

Il est bon d'avertir ici le Lecteur, lorsque je parlerai des deux Marées qui se suivent, que j'entends deux Marées pareilles, qui se suivent au bout de 24 heures, en faisant la Marée intermediaire; nous éviterons par-là de certaines petites inégalités, qu'on a observées, lorsqu'on a comparé ensemble les deux Marées, qui se font dans un même jour. Si l'on veut comparer ensemble des Marées, qui ont plusieurs jours d'intervalle, nous choisirons celles qui se font pendant que la Lune est au-dessus de l'Horizon.

## I I I.

Il est clair, que si la Lune avoit infiniment plus de force que le Soleil, la haute Marée répondroit précisément au passage de la Lune par le Méridien, & l'intervalle d'une Marée à l'autre, seroit d'un jour lunaire précis; & si au contraire la Force du Soleil surpassoit infiniment la Force lunaire, la Marée se feroit au moment du passage du Soleil par le Méridien, & l'intervalle d'une Marée à l'autre, seroit précisément d'un jour solaire. Mais comme les deux dites Forces sont, suivant toutes les Observations, comparables entre elles, on voit que le vrai tems de la haute Marée doit dépendre du passage par le Méridien de l'un & de l'autre Luminaire: mais il aura toujours plus de rapport avec la Lune, qu'avec le Soleil, parce que la Force lunaire est, sans contredit, plus grande que la Force solaire. Nous verrons dans la suite, qu'il y a quatre situations de la Lune, dans lesquelles l'intervalle de deux Marées qui se suivent, est précisément d'un jour lunaire; & qu'en deçà, ou en delà de ces quatre Points, les Marées doivent nécessairement avancer ou retarder sur le tems d'un jour lunaire: nous déterminerons ces accélérations & retardemens, qui sont fort inégaux, & nous ajouterons plusieurs autres Remarques sur cette matiere, qui l'éclairciront plus que toutes les Obser-

variations, qu'on a faites jusqu'ici. Il est vrai que ces déterminations dépendent du rapport qu'il y a entre les Forces des deux Luminaires, que ce rapport est encore incertain, & qu'il est même variable : mais j'indiquerai quels sont les moyens les plus sûrs, pour le déterminer d'abord dans de certaines circonstances, & ensuite généralement. Avant que de traiter cette Question, qui est une des plus utiles, & des plus essentielles, nous déterminerons généralement le vrai tems des hautes & basses Marées, en supposant le rapport entre les forces des deux Luminaires connu.

I V.

Fig. 10.

Soit dans la dixième Figure  $ba dc$  l'Equateur, dans le plan duquel les deux Luminaires sont encore supposés se mouvoir de  $b$  vers  $a$ , pendant que l'Equateur de la Terre se tourne dans le même sens autour de son Centre  $C$ . Prenons dans l'Equateur un Point  $b$ , & considérons les Luminaires se trouver dans leur Conjonction au Point  $b$ , c'est-à-dire, étant l'un & l'autre dans la Ligne prolongée  $db$ ; on voit qu'en ce cas la haute Marée doit être dans ce moment-là en  $b$ , & précisément à midi.

V.

Voyons à présent ce qui doit arriver un, deux, trois, &c. jours après : supposons pour cet effet, que le Soleil se trouvant encore à midi au Point  $b$ , la Lune réponde au Point  $e$  : la haute Marée répondra dans ce moment au Point  $z$ , & les Arcs  $bz$ ,  $ez$  se déterminent par les §. §. XI. & XIII. du Chap. V. il faut donc que le Point  $b$  parcoure dans l'Equateur l'Arc  $bz$ , pour se trouver dans l'endroit de la plus haute Marée ; car on peut négliger les petits Arcs, que les Luminaires parcourent, dans le tems que le Point  $b$  de l'Equateur parcourt l'Arc  $bz$ . On voit donc, que si l'on veut regler le tems des hautes Marées après le tems vrai, on doit prendre l'Arc  $bz$  pour l'Arc horaire,

Oij

qui marque l'heure de la haute Marée de ce jour-là.

Cette regle suppose le Point  $\zeta$  en repos, pendant le tems qui convient audit Arc horaire  $bz$ ; mais il est facile de corriger cette supposition : car nous verrons dans la suite, que l'Arc  $bz$  est presque égal à l'Arc  $b\zeta$ ; & cela étant, il est clair, qu'on n'a qu'à substituer des heures lunaires aux heures solaires, qui répondent à l'Arc  $bz$ , pour corriger ladite supposition.

## V I.

Nous venons de montrer, comment on peut déterminer le vrai tems des hautes Marées, en le rapportant au midi, c'est-à-dire, au passage du Soleil par le Méridien : voici à présent, comment on peut déterminer l'heure des hautes Marées, en la rapportant au passage de la Lune par le Méridien, qu'on connoît par les Ephémérides : on peut le faire immédiatement par le moyen de l'Arc  $\zeta z$  : nous verrons que le Point  $z$  ne sçauroit s'éloigner du Point  $\zeta$  au-delà d'environ dix degrés, qui répond à 40 minutes de tems, pendant lequel cet Arc ne sçauroit varier sensiblement; d'où il suit que ce petit Arc  $\zeta z$  marquera toujours l'Arc horaire entre le moment du passage de la Lune par le Méridien & le moment de la haute Marée.

## V I I.

L'Arc  $\zeta z$  étant tantôt négatif, tantôt affirmatif, comme il paroît par le XIII. Art. du Chap. V. on voit que la haute Marée suivra le passage de la Lune par le Méridien, depuis les Syzygies jusqu'aux Quadratures, & qu'elle le précédera depuis les Quadratures jusqu'aux Syzygies : on voit encore par l'Art. XV. du Chap. V. que l'Arc  $\zeta z$  fait un *maximum*, lorsque le Sinus de l'Arc  $b\zeta$  est  $= \sqrt{\frac{\zeta + d}{2d}}$  : c'est alors que la haute Marée retarde ou avance le plus sur le passage de la Lune par le Méridien : & comme vers ce tems-là les Points  $\zeta$  &  $z$  peuvent être censés avoir un

mouvement égal, l'intervalle d'une Marée à l'autre, sera alors précisément d'un jour lunaire : & cet intervalle peut être appelé intervalle moyen entre deux Marées qui se suivent : il est de 24 heures  $50\frac{1}{2}$  minutes, en prenant 29 jours 12 heures 44 minutes, pour le tems moyen d'une Conjonction à l'autre.

On remarquera encore que l'intervalle d'une Marée à l'autre, est le plus petit dans les Syzygies, & le plus grand dans les Quadratures.

V I I I.

Pour déterminer analytiquement les propriétés, que nous venons d'indiquer en gros, nous supposerons, que la Lune répondant au Point  $m$ , & la haute Marée étant dans ce moment-là au Point  $n$ , l'Arc  $mn$  soit alors le plus grand qu'il est possible. Soit outre cela encore le Sinus total = 1, le Sinus de l'Arc  $mb$  =  $m$ , son Cosinus =  $n$ . Cela étant, nous avons déjà dit, & nous le remarquerons encore ici :

1°. Qu'on aura  $m = \sqrt{\frac{\epsilon + \delta}{2\delta}}$ .

2°. Qu'on peut déterminer la grandeur de l'Arc  $mn$  par le moyen du XIII. §. Chap. V. où nous avons démontré, que généralement le Sinus de cet Arc est

$$\sqrt{\left(\frac{1}{2} + \frac{B}{2\sqrt{4 + BB}}\right)}$$

en supposant  $B = \frac{-\delta bb}{\epsilon mn} + \frac{m}{n} - \frac{n}{m}$ . Pour appliquer cette règle générale à notre cas particulier, il faut supposer  $b = 1$ ;  $m = \sqrt{\frac{\epsilon + \delta}{2\delta}}$ , &  $n = \sqrt{\frac{\delta - \epsilon}{2\delta}}$  : après ces substitutions, on trouve le Sinus de l'Arc  $mn = \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{\delta\delta - \epsilon\epsilon}}{2\delta}\right)}$ ; & comme  $\delta$  est beaucoup plus grand que  $\epsilon$ , on peut censer le Sinus de l'Arc  $mn$  être simplement =  $\frac{\epsilon}{2\delta}$ .

3°. Qu'on déterminera la grandeur de l'Arc  $nb$ , par le moyen du XI. §. Chap. V. Il est remarquable que cet Arc ne dépend point du rapport, qui est entre la Force lunaire

$\delta$ , & la Force solaire  $\mathcal{C}$ ; car il est toujours de 45 degrés.

4°. Que si la Lune est supposée dans un Point quelconque  $\mathcal{C}$ , les Arcs  $bz$  &  $\mathcal{C}z$  peuvent se déterminer par le moyen des XI. & XIII. §. §. du Chap. V. comme nous avons déjà dit : mais si l'on suppose le Point  $\mathcal{C}$  bien près du Point  $b$ , nos Formules font voir, qu'on peut censer alors le Sinus de l'Arc  $\mathcal{C}z = \frac{\mathcal{C}}{\mathcal{C} + \delta} \times m$ , & le Sinus du petit Arc  $bz = \frac{\delta}{\mathcal{C} + \delta} \times m$ . Cette Formule nous servira à déterminer combien les Marées priment vers les Syzygies.

5°. Que si la Lune se trouve en  $a$  bien près de  $a$ , la haute Marée repondra dans ce moment au Point  $z'$  au-delà du Point  $a$ , & on trouvera par le XIII. Art. du Chap. V. si l'on traite bien l'équation qui y est marquée, le Sinus du petit Arc  $az = \frac{\mathcal{C}}{\delta - \mathcal{C}} \times n$ , en prenant pour  $n$  le Cosinus de de l'Arc  $ba$ , ou ce qui revient au même, le Sinus du petit Arc  $aa$ . Cette valeur du petit Arc  $az$  nous servira à déterminer, combien les Marées retardent vers les Quadratures.

Ces deux dernieres Remarques sont fondées sur ce que  $m$  ou  $n$ , étant comme infiniment petits, les quantités  $A$  &  $B$  deviennent comme infiniment grandes, & alors on peut substituer simplement  $\frac{1}{A}$  &  $\frac{1}{B}$  à la place des Quantités

$$\sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{A}{2\sqrt{4 + AA}}\right)} \quad \& \quad \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{B}{2\sqrt{4 + BB}}\right)} :$$

& après ces substitutions, on trouve les Sinus des petits Arcs, comme nous les avons déterminés.

## I X.

Toutes ces propriétés, que nous venons d'établir, sont tout-à-fait conformes aux Observations. Mais pour en sentir toute la force, il faudroit toujours sçavoir le rapport qu'il y a entre les Forces  $\delta$  &  $\mathcal{C}$ , & c'est ce que j'ai déjà dit, qu'on ne sçauroit déterminer immédiatement par les principes d'Astronomie, faute d'Observations assez justes sur la Lune; il faut donc s'en tenir aux effets Physiques, que la Lune produit

produit sur la Terre, pour en déduire sa force; & je n'en connois point d'autres, que les Marées mêmes: mais il s'en faut servir avec beaucoup de circonspection. Comme c'est ici un point très-essentiel, je n'ai pas voulu manquer de le considérer avec toute l'attention qu'il mérite. Voici mes réflexions là-dessus.

X.

On pourroit déduire le rapport moyen entre les Forces  $d$  &  $e$  du rapport des plus hautes Marées, qui se font près des Syzygies, & des plus petites Marées aux Quadratures. Car on voit par le VIII. §. Chap. V. que la hauteur de la plus grande Marée doit être à celle de la plus petite Marée, comme  $d + e$  est à  $d - e$ . Mais les hauteurs des Marées dans les Ports, où l'on fait les Observations, dépendent de tant de circonstances, qu'elles ne peuvent être tout-à-fait proportionnelles aux hauteurs des Marées dans la Mer libre; & c'est ce qui fait, qu'on trouve le rapport moyen entre les plus grandes & les plus petites Marées, assez différent dans des différens Ports.

M. Newton, qui a suivi cette Méthode, rapporte une Observation faite par Sturm au-dessous de Bristol, où cet Auteur a trouvé que les hauteurs de la plus grande & de la plus petite Marée ont été, comme 9 à 5, d'où il faudroit conclure, que  $d = 3\frac{1}{2} \times e$ . Cette Observation est bien éloignée de celle que j'ai reçûe dernièrement faite à Saint Malo par M. Thouroud. La voici: « Dans les grandissimes Marées, la Mer s'éleve de 50 pieds en plomb au-dessus du bas de l'eau: dans les Marées bâtardes, elle ne diffère que de quinze pieds. » Si j'ai bien compris cette Observation, la plus grande Marée étoit à la plus petite, comme 50 à 15, ou comme 10 à 3; ce qui donneroit  $d = \frac{10}{3} \times e$ . Ces deux resultans sont bien différens: il est vrai, que le rapport de  $d$  à  $e$  est variable; mais cette variation ne sçauroit aller si loin; si la plus petite valeur de  $\frac{d}{e}$  est  $= m$ , la plus grande valeur de  $\frac{d}{e}$  fera environ  $= \frac{1}{2} m$ .

P.

Il y a une autre réflexion à faire sur cette Méthode de trouver le rapport entre les Forces des deux Luminaires ; c'est que les Marées font une espece d'Oscillations , qui se ressentent toujours des Oscillations précédentes : cette raison fait que les variations des Marées , ne sçauroient être aussi grandes qu'elles devroient être , suivant les Loix hydrostatiques. Concevons un pendule attaché à une Horloge animée successivement par des poids différens : On sçait , que plus ces poids sont grands , plus les Oscillations du pendule deviennent grandes : mais en changeant les poids , les premieres Oscillations ne prendront pas d'abord leur grandeur naturelle ; elles ne s'en approchent que peu à peu. Il n'en est pas de même des durées des Oscillations , lorsque le pendule est successivement animé par différentes pèsanteurs. Considérons d'abord un pendule simple animé par la pèsanteur ordinaire , & qui fasse ses Oscillations dans deux secondes de tems , & supposons ensuite la pèsanteur devenir tout d'un coup quatre fois plus grande ; je dis que la premiere Oscillation , qui suivra ce changement , se fera de même que toutes les autres suivantes dans une seconde de tems.

Cette considération me porte à croire , que les Observations sur les durées & sur les intervalles des Marées sont plus sûres pour notre dessein , que les hauteurs des Marées : si cette réflexion est bien fondée , on pourroit faire attention aux Méthodes suivantes , pour trouver le rapport moyen entre  $d$  &  $e$ .

1<sup>o</sup>. Il faudroit pendant plusieurs mois observer , quel est le plus petit intervalle de deux Marées. Nous avons dit au VI. §. que l'intervalle moyen est d'un jour moyen lunaire , que je suppose de 24 heures 50 minutes : mais il sera moindre dans les Syzygies ; quoique plus grand qu'un jour solaire , ou de 24 heures : supposons ce plus petit intervalle de 24 heures , & d'autant de minutes , qu'il y a d'unités dans  $N$  ; & il faudra prendre dans la dixième Figure un Arc horaire  $b e$  de 50 minutes de tems : De cet Arc  $b e$  , il faut prendre une partie  $e z$  , qui réponde à  $(50 - N)$



minutes. Or par la IV. Remarque du VII. §. l'Arc  $\mathcal{C}$  est à l'Arc  $b\mathcal{C}$ , comme  $\frac{\mathcal{C}}{\mathcal{C} + \mathcal{d}} \times m$  est à  $m$  : d'où nous tirons cette analogie,

$$50 - N : 50 :: \mathcal{C} : \mathcal{C} + \mathcal{d},$$

& cette analogie donne

$$\mathcal{d} = \frac{N}{50 - N} \times \mathcal{C}.$$

Soit  $N$  égal à 35 (c'est ainsi qu'on l'observe à peu près dans les Marées regulieres) & on aura  $\mathcal{d} = \frac{35}{15} \mathcal{C}$ .

2°. On pourroit aussi faire attention aux plus grands intervalles; si ce plus grand intervalle (qui se fait ordinairement après les Quadratures) étoit de 24 heures & d'autant de minutes, qu'il y a d'unités en  $M$ . On trouve par la même Méthode, que nous venons d'indiquer, & par la V. Remarque

du VII. §. 
$$\mathcal{d} = \frac{M}{M - 50} \times \mathcal{C}.$$

Soit  $M = 85$  minutes (c'est à peu près la valeur que l'on observe) & on trouvera

$$\mathcal{d} = \frac{85}{35} \times \mathcal{C}.$$

Voilà les deux Méthodes, que je crois les plus exactes; & la premiere doit l'emporter sur la seconde, parce que les Marées sont plus irrégulieres après les Quadratures, qu'après les Syzygies. Il y a encore plusieurs autres Méthodes pareilles à celles que je viens d'exposer, & dont j'ai fait en partie le Calcul; mais comme je ne suis pas assez content des Observations, sur lesquelles ces Méthodes sont fondées, je ne les mettrai pas ici. Je me contenterai de dire, qu'après tous les examens que j'ai faits, j'ai trouvé, que pour accorder, autant qu'il est possible, toutes les Observations qui déterminent le rapport entre  $\mathcal{d}$  &  $\mathcal{C}$ , il faut supposer la valeur moyenne de  $\frac{\mathcal{d}}{\mathcal{C}} = \frac{5}{2}$ ; la plus petite valeur de  $\frac{\mathcal{d}}{\mathcal{C}} = 2$ , & la plus grande valeur = 3. C'est donc sur ces suppositions que nous raisonnerons & calculerons dans la suite; & comme nous ne considérons encore toutes les circon-

tances variables, que dans leur état moyen, nous ferons dans tout le reste de ce Chapitre  $\frac{\delta}{\epsilon} = \frac{r}{2}$ .

M. Newton suppose  $\frac{\delta}{\epsilon}$  environ  $= 4$  : mais j'ai déjà dit ; pourquoi sa Méthode doit indiquer la valeur de  $\frac{\delta}{\epsilon}$  plus grande qu'elle n'est : la raison en est, que si les Marées n'avoient point d'influence les unes sur les autres, comme elles ont, les plus grandes Marées différeroient davantage des plus petites, & par-là on trouveroit la valeur de  $\frac{\delta}{\epsilon}$  plus petite.

Avant que de finir cette digression sur le rapport entre la force de la Lune, & celle du Soleil, & d'en faire l'application à notre sujet, je ferai ici une réflexion sur les Forces absolues de la Lune & du Soleil. Nous avons fait voir aux §. §. VIII. & XV. du Ch. IV. que dans l'hypothèse de l'homogénéité de la Terre adoptée par M. Newton, le Soleil ne scauroit faire varier les eaux au-delà de deux pieds, ni par conséquent la Lune au-delà de cinq pieds. Ces deux Forces combinées ensemble pour les Quadratures feroient une Force absolue à faire varier les eaux en pleine Mer de trois pieds de hauteur verticale pendant une Marée. Mais peut-on comprendre, que d'une variation de trois pieds en pleine Mer, il puisse provenir tous les effets des Marées aux Quadratures ? Encore est-il très-vraisemblable, que la variation actuelle des eaux diffère beaucoup de la variation entière, que la Théorie indique comme possible : peut-être même, que la variation actuelle est à peine sensible par rapport à l'autre, & cela non-seulement à cause des empêchemens accidentels, tel que le frottement, l'imparfaite fluidité, &c ; mais encore à cause de l'inertie des eaux & du mouvement journalier de la Terre ; car on voit bien, que si ce mouvement journalier de la Terre étoit d'une vitesse infinie, les Luminaires ne pourroient avoir aucun effet pour faire varier la Mer, quelque Force qu'ils eussent. Je suis donc entièrement persuadé, que les Forces abso-

lues des deux Luminaires font beaucoup plus grandes, que M. Newton ne les suppose, & tous les Commentateurs après lui, prenant l'homogenéité de la Terre, pour une hypothese, sur laquelle ils bâtissent tout leur Systême. Ces réflexions doivent donner beaucoup de poids à tout ce que nous avons dit au Chap. IV. où nous avons démontré, qu'en supposant, que les Densités des Couches de la Terre augmentent depuis la circonférence vers le centre (supposition d'ailleurs extrêmement probable par plusieurs raisons Physiques, dont j'ai exposé une partie au XIII. §. du Chap. IV.) on peut augmenter, tant qu'on veut, les effets de la Lune & du Soleil sur la Terre. Après cet examen sur les Forces, tant relatives, qu'absolues des deux Luminaires, nous allons en faire usage, pour considérer de plus près tout ce qui regarde la durée des Marées, leurs intervalles, & pour faire voir le merveilleux accord entre la Théorie & les Observations.

X I.

Les intervalles de deux Marées qui se suivent, sont les plus petits dans le tems des Syzygies : leur intervalle moyen est alors de 24 heures 35 minutes, & les Marées prennent chaque jour de 15 minutes sur le mouvement de la Lune.

X I I.

Les intervalles de deux Marées qui se suivent, sont les plus grands dans le tems des Quadratures : ils sont alors de 24 heures 85 minutes, c'est-à-dire, de 25 heures 25 minutes : les Marées retardent de 35 minutes par jour sur le mouvement de la Lune. Cette grande inégalité doit rendre l'heure des Marées plus incertaine & plus irréguliere que dans les Syzygies ; & c'est aussi ce que l'on observe : mais ce n'est pas la seule raison.

X I, I I.

Les Marées répondront précisément au passage de la

Lune par le Méridien, tant dans les Quadratures, que dans les Syzygies, si celles-ci se font aussi au moment du passage de la Lune par le Méridien. Mais si les Quadratures & les Syzygies ne se font pas dans le moment du passage de la Lune par le Méridien, il faut des corrections. Dans les Syzygies, il faut une correction de 15 minutes pour un jour entier en vertu du XI. §. & par conséquent  $\frac{1}{2}$  de minutes par heure, que la haute Marée avancera sur le passage de la Lune par le Méridien, si les Syzygies se font avant ce même passage; & que la haute Marée retardera sur le passage de la Lune par le Méridien, si les Syzygies se font après ce passage. Dans les Quadratures il faut une correction de 35 minutes par jour, en vertu du §. XII. c'est-à-dire, environ une minute & demie par heure, que la haute Marée retardera sur le passage de la Lune par le Méridien, si les Quadratures se font avant ledit passage; & qu'elle avancera, si les Quadratures se font après le passage de la Lune par le Méridien. Car près des points  $b$  &  $a$ , les Arcs  $bz$  &  $az$  peuvent être censés proportionnels aux Arcs  $bc$  &  $aa$ .

## X I V.

Si au lieu de rapporter les hautes Marées aux jours lunaires, on vouloit considérer les jours solaires, on voit bien qu'il faut dire, que les hautes Marées, au lieu de primer de 15 minutes dans les Syzygies, retardent de 35 minutes dans un jour, ou d'environ une minute & demie par heure; & qu'elles retardent de 85 minutes par jour dans les Quadratures, ce qui fait environ trois minutes & demie par heure: de-là nous tirerons cette regle pour les Syzygies.

*Il faut ajoûter à l'heure moyenne de la Marée dans les Syzygies une minute & demie par chaque heure, que les Syzygies auront devancé ladite heure moyenne, & en retrancher une minute & demie par chaque heure, que les Syzygies retarderont sur la même heure moyenne.*

Et pour les Quadratures nous aurons la regle suivante :

Il faut ajouter, ou retrancher, dans les Quadratures de l'heure moyenne de la Marée, trois minutes & demie par chaque heure, que les Quadratures avanceront ou retarderont sur la même heure moyenne.

X V.

M. Cassini, dont les remarques ingénieuses sur les Marées m'ont servi de guide dans mes recherches, a donné par induction des regles pareilles, avec cette différence que dans les Syzygies, il a mis deux minutes par heure, au lieu d'une minute & demie; & deux minutes & demie dans les Quadratures, au lieu de trois minutes & demie.

X V I.

Enfin nous remarquerons, que l'intervalle moyen de deux Marées qui se suivent, lequel intervalle est de 24 heures lunaires, ou 24 heures 50 minutes, n'est pas également éloigné des Syzygies & des Quadratures; mais qu'il est beaucoup plus près des Quadratures, que des Syzygies: aussi pouvoit-on le prévoir facilement; car comme toutes les accélérations depuis le Point *b* jusqu'au Point *m* (qui est celui, dont il est question ici) doivent compenser tous les retardemens depuis le Point *m* jusqu'au Point *a*, & que les accélérations sont beaucoup plus petites que les retardemens, on voit d'abord, que le Point *m* doit être plus près du Point *a*, que du Point *b*. Mais nous déterminerons exactement ce point *m* par le moyen de la premiere Remarque du VIII. §. où nous avons démontré que le Sinus de l'Arc *mb* est  $= \sqrt{\frac{6+\delta}{2\delta}} = \sqrt{\frac{7}{10}} = 0,8366$ , lequel Sinus répond à un Arc de  $56^d. 47^m$ . L'Arc *mb* étant donc de  $56^d. 47^m$ ; l'Arc *ma* sera de  $33^d. 13^m$ , & les deux Arcs *mb* & *ma* sont comme 3407 à 1993.

L'Arc *nb* étant toujours de 45 degrés (par la III. Remarque du VIII. §.) nous avons l'Arc *mn* =  $11^d. 47^m$ ; & cet Arc *mn* marque le plus grand intervalle possible entre

le passage de la Lune par le Méridien , & la haute Marée. Cet intervalle est donc de 47 minutes de tems : le passage de la Lune par le Méridien suivra la haute Marée depuis les Syzygies jusqu'aux Quadratures , & la précédera depuis les Quadratures jusqu'aux Syzygies. Mais le plus grand intervalle de l'un à l'autre ( qui se fait environ  $2\frac{3}{4}$  jours avant & après les Quadratures ) ne surpasse jamais 47 minutes de tems.

## X V I I.

Toutes ces Propositions depuis le XI. §. jusqu'ici, nous donnent une idée claire des heures des hautes Marées, & de toutes leurs variations pour chaque âge de la Lune. Car, quoique nos démonstrations sont fort hypothétiques, elles n'en méritent pas moins d'attention ; je ferai voir dans le Chapitre suivant, comment on peut donner des corrections assez justes à l'égard de toutes les hypothèses que j'ai exposées au XIX. §. du Chap. IV. Mais pour donner toute la perfection qui est possible, à cette matière, je montrerai plus précisément, comment on peut trouver l'intervalle entre le passage de la Lune par le Méridien, & la haute Marée, pour tout Arc donné entre les deux Luminaires ; après quoi je donnerai une Table, que j'ai pris la peine de calculer de dix en dix degrés. Il sera facile après cela, moyennant les Ephémérides & des Interpolations, de déterminer l'heure des Marées généralement.

## X V I I I.

Soit donc encore le Soleil en  $b$  ; la Lune dans un Point quelconque  $m$  : la haute Marée en  $n$ . Soit le Sinus de l'Arc  $mb = m$  : le Sinus total = 1, le Cosinus de l'Arc  $mb = n$  : qu'on fasse (§. XIII. Chap. V.)

$$B = \frac{-\delta bb}{\zeta mn} + \frac{m}{n} - \frac{n}{m} = \frac{4mm-7}{2mn}$$

on aura le Sinus de l'Arc  $mn$  ( qui est l'Arc horaire entre le

le passage de la Lune par le Méridien & la haute Marée ).

$$= \sqrt{\left(\frac{1}{2} + \frac{B}{2\sqrt{4+BB}}\right)}.$$

Si l'on change cette Quantité radicale en suites , en faisant attention que  $B$  est toujours un nombre négatif beaucoup plus grand que l'unité, on verra qu'on peut, sans aucune erreur sensible, supposer le Sinus de l'Arc horaire  $mn = \frac{1}{B} - \frac{3}{2B^3}$ , & même simplement  $= \frac{1}{B}$  près des Syzygies & des Quadratures. Voici à présent la Table dont je viens de parler.

La *premiere* Colonne marque de dix en dix Degrés l'Angle compris entre les deux Luminaires vûs du centre de la Terre environ l'heure de la haute Marée : la *seconde* marque le nombre de minutes , qu'il faut retrancher depuis les Syzygies jusqu'aux Quadratures , & ajouter depuis les Quadratures jusqu'aux Syzygies à l'heure du passage de la Lune par le Méridien , pour trouver l'heure de la Marée ; & la *troisième* marque la vraie heure de la haute Marée.



## TABLE FONDAMENTALE

pour trouver l'heure moyenne des hautes Marées.

<i>Distances entre les deux Luminaires en Degrés.</i>	<i>Tems de la haute Mer avant &amp; après le passage de la Lune par le Méridien.</i>	<i>Heure de la haute Mer.</i>	
o Degrés.	o Minutes.	o Heur.	o Min.
10	11 $\frac{1}{2}$ avant.	0	28 $\frac{1}{2}$
20	22 avant.	0	58
30	31 $\frac{1}{2}$ avant.	1	28 $\frac{1}{2}$
40	40 avant.	2	0
50	45 avant.	2	35
60	46 $\frac{1}{2}$ avant.	3	13 $\frac{1}{2}$
70	40 $\frac{1}{2}$ avant.	3	59 $\frac{1}{2}$
80	25 avant.	4	55
90	0	6	0
100	25 après.	7	5
110	40 $\frac{1}{2}$ après.	8	0 $\frac{1}{2}$
120	46 $\frac{1}{2}$ après.	8	46 $\frac{1}{2}$
130	45 après.	9	25
140	40 après.	10	0
150	31 $\frac{1}{2}$ après.	10	31 $\frac{1}{2}$
160	22 après.	11	2
170	11 $\frac{1}{2}$ après.	11	31 $\frac{1}{2}$
180	0	12	0



## X I X.

La Table que nous venons de donner, détermine généralement l'heure des hautes Mers pour les hypothèses exposées au XIX. §. Chap. IV. s'il est vrai que la raison moyenne entre les Forces de la Lune & du Soleil, soient comme 5 à 2. Je la crois à-peu-près telle, après avoir bien examiné toutes les Observations qui peuvent la déterminer : cependant, comme ces Observations ne sont ni assez justes, ni en assez grand nombre, pour s'y fier entièrement, je ne la donne pas encore pour tout-à-fait exacte : il est pourtant certain, que cette Table ne sçauroit manquer d'avoir toute l'exactitude nécessaire, les Marées étant sujettes à plusieurs irrégularités, dont on ne sçauroit donner aucune mesure, & qui sont de beaucoup plus grande conséquence, que tout ce qu'il y a encore d'incertain dans la Table. Nous allons examiner avec quelles précautions & corrections on doit s'en servir.

## C H A P I T R E V I I.

*Qui contient à l'égard de plusieurs Circonstances variables, les Corrections nécessaires pour les Théoremes & pour la Table du Chapitre précédent, & une Explication de plusieurs Observations faites sur les Marées.*

## I.

**L**Es Vents & les Courants irréguliers contribuent le plus à rendre les Marées incertaines & irrégulieres. Ils accélèreront & augmenteront le Flux, ou le retarderont & le diminueront, selon qu'ils ont une direction commune ou contraire avec le Flux naturel des eaux. Mais on

Qij

voit bien qu'il faut se contenter de ces effets, & qu'il est difficile & même impossible d'en marquer le détail, ou des mesures précises.

## I I.

La seconde circonstance qui fait varier les Marées, est la situation du Port, sa profondeur, sa communication avec la Mer libre, la pente de son fonds & des environs, &c. Tout cela fait qu'il est impossible de marquer l'heure absolue des Marées dans les Ports, ou Bayes, ou Côtes différemment situées. Mais comme toutes ces circonstances demeurent toujours les mêmes, on peut supposer qu'elles font le même effet sur toutes les Marées; sçachant donc combien la Marée est retardée dans les Syzygies, on le sçaura aussi à-peu-près dans toutes les autres situations de la Lune. Cette supposition est la seule ressource qui nous reste: j'avouë même qu'elle doit être fort peu exacte pour les différentes déclinaisons des deux Luminaires à l'égard de l'Equateur: il n'est pas vraisemblable non plus, qu'elle soit également juste pour les grandes Marées dans les Syzygies, & pour les Marées bâtardees dans les Quadratures. Mais avec tout cela, on ne doit pas la rejeter, plusieurs Observations m'ayant fait voir, que moyennant cette correction, le cours des Marées répond assez bien à la Théorie. Il faut donc sçavoir par un grand nombre d'Observations pour chaque endroit l'heure moyenne des hautes Mers dans les Syzygies, & ajouter cette heure au tems marqué dans la seconde & troisième Colonne de notre Table: c'est cette heure moyenne des hautes Mers dans les Syzygies, que les Mariniers appellent *heure du Port*: elle varie extrêmement dans les différens Ports, comprenant tout le tems & durée d'une Marée.

## I I I.

Ce retard de l'heure moyenne des pleines Mers dans les Syzygies, à l'égard du midi, s'observe aussi dans la Mer

libre, ou plutôt dans les Isles qui sont en pleine Mer : mais il n'est pas si grand, & vient d'une autre cause, sçavoir de l'inertie des eaux, qui les empêche d'obéir assez promptement, à cause de la vitesse du mouvement journalier de la Terre. On peut appliquer ici tout le raisonnement que nous avons fait au VI. §. du Chap. III. pour expliquer la nutation de la Lune en longitude : On pourroit douter, si cette raison doit faire avancer ou retarder les Marées : Supposons donc, pour nous en éclaircir, que, tant les Luminaires, que la haute Marée, répondent à un même Point  $b$  dans la huitième Figure : comme le mouvement des Luminaires n'est pas sensible, par rapport au mouvement journalier de la Terre, nous les considérerons comme demeurant dans la ligne  $db$  : l'Equateur de la Terre changera sa figure naturelle  $bgh$  en  $BGDH$  ; & cette figure  $BGDH$  tournant autour du Centre  $C$  de  $B$  vers  $G$ , le sommet  $B$  viendra quelque tems après en  $y$  : cela étant, si les eaux pouvoient se composer dans un instant dans un état d'équilibre, l'élevation  $Bb$  devoit se changer en  $yz$ , & la force qui devoit produire ce changement, seroit exprimée par  $Bb - yz$  : mais cette force étant infiniment petite, si l'Angle  $BCy$  est infiniment petit, elle ne sçauroit produire tout son effet. On voit par-là, qu'il faut supposer l'Angle  $BCy$  d'une grandeur considérable, & considérer ensuite le sommet  $B$  comme transporté en  $y$ , afin que la différence des pressions soit assez grande, pour conserver le sommet des eaux au Point  $y$ , malgré la rotation du Globe. Le vrai sommet étant donc en  $y$ , l'Angle  $BCy$  fera l'Angle horaire, qui marquera les retardemens réels des hautes Marées sur le passage de la Lune par le Méridien. Là-dessus nous pourrons faire les Remarques qui suivent.

1°. Si les Luminaires ne sont pas en conjonction, & que le Soleil soit en  $b$ , & la Lune en  $c$  (Fig. 9.) on pourra considérer la chose, comme si les Luminaires étoient en conjonction, mais dans la Ligne  $Cz$ , déterminée de position au VIII. §. du Chap. V. & augmenter toujours l'An-

gle  $bCz$  de la neuvième Figure, de l'Angle  $BCy$ , dont nous venons de parler : d'où il paroît que l'Angle horaire  $BCy$  doit toujours être ajoûté au tems marqué dans la troisième Colonne de notre précédente Table : car la hauteur des Marées ne paroît pas devoir changer la chose, puisque les changemens de pression pour un petit tems donné, sont proportionnels aux baiffemens des eaux, qui doivent se faire pour conserver le sommet des eaux dans un même Point  $y$ .

2°. Si le mouvement journalier de la Terre étoit infiniment lent, l'Angle  $BCy$  seroit nul : mais il doit être plus grand, d'autant qu'on suppose le mouvement journalier plus grand & plus prompt ; & la différence des hauteurs entre les hautes & basses Marées, doit diminuer à proportion.

3°. Si la vitesse du mouvement journalier étoit comme infinie, la pleine Mer répondroit presque au Point  $G$  ; mais aussi la différence des hautes & basses Mers seroit comme nulle. Il me semble après avoir bien considéré la chose, que les hauteurs des Marées dans les Syzygies doivent être censées proportionnelles aux Sinus des Angles  $Gcy$  dans la Mer libre, & que si la hauteur  $Bb$  sans le mouvement journalier de la Terre est  $= \zeta$ , elle sera avec le mouvement journalier de la Terre  $= \frac{c^a}{c^b} \times \zeta$ . Or, comme on a observé, que dans la Mer libre la haute Marée fuit environ de deux heures le midi dans les Syzygies ; il faut supposer l'Angle  $BCy$  de 30 degrés, & les forces absolues des Luminaires doivent être supposées plus grandes en raison de  $\sqrt{3}$  à 2 pour élever les eaux, autant qu'elles le seroient sans le mouvement journalier de la Terre.

## I V.

Nous avons encore fait voir, que sans le concours des causes secondes, les plus grandes Marées devroient se faire dans les Syzygies, & les plus petites dans les Quadratures.

Cependant on a observé, que les unes & les autres se font un ou deux jours plus tard. Ce retardement est encore produit, sinon pour le tout, au moins en partie, par l'inertie des eaux, qui doivent être mises en mouvement, & qui ne sçauroient obéir assez promptement aux forces qui les sollicitent, pour leur faire suivre les loix que ces forces demanderoient. Il y a peut-être encore une autre cause, & M. Cassini me paroît le soupçonner de même, quoiqu'il ne se serve pas de nos principes, la voici : c'est qu'il se pourroit bien que cette cause, qui nous est encore si cachée, & qui donne une tendance mutuelle aux Corps flottans & composans le système du monde ; que cette cause, dis-je, ne se communiquât pas dans un instant d'un Corps à l'autre, non plus que la lumière. S'il y avoit, par exemple, un Torrent central de matière subtile, & d'une étendue infinie, vers le centre de la Terre, & un semblable vers le centre de la Lune, ces deux Torrens pourroient produire la Gravitation mutuelle de ces deux Corps, & la vitesse du premier pourroit être telle, qu'il fallût un ou deux jours à la matière, pour parvenir depuis la Lune jusqu'à la Terre : en ce cas on voit bien que l'effet de la force lunaire sur notre Océan, seroit le même, qu'il auroit été un ou deux jours auparavant dans la supposition que la Gravitation se communique dans un instant. Quoi qu'il en soit, comme ce retardement a été observé le même à-peu-près après les Syzygies & après les Quadratures, nous pouvons encore supposer, qu'il est le même, pendant toute la révolution de la Lune, c'est-à-dire, que les Marées sont toujours telles, qu'elles devroient être, sans lesdites causes, un ou deux jours auparavant.

Au reste je n'ai mis ici ce que je viens de dire sur la cause qui pourroit produire la Gravitation mutuelle des Corps du Système du Monde ( Gravitation, qu'il n'est plus permis de revoquer en doute ) que comme un exemple : je ne prétens pas expliquer ce Phénomène ; j'avoue même, qu'il m'est encore tout-à-fait incompréhensible : je ne crois pas non

plus que l'ACADE'MIE en ait voulu demander une explication ; je fouhaiterois donc qu'on remarquât que ceux qui voudroient se servir d'autres principes, pour expliquer le Flux & Reflux de la Mer, ne le feroient qu'en apparence, & que tout ce qu'ils pourroient alleguer ne feroient que des efforts d'expliquer mécaniquement la Gravitation ou l'Attraction mutuelle du Soleil, de la Lune & de la Terre, fans disconvenir pour cela de nos principes au fond, lesquels font sûrs, & doivent être considérés comme des faits avérés par l'expérience.

## V.

Je profiterai de cette occasion, pour parler d'un des principaux Phénomènes, & pour répondre à une objection, qu'on pourroit nous faire là-dessus, & dont l'éclaircissement me paroît très-propre pour faire voir l'avantage de notre Méthode & de nos Calculs.

On a déterminé après un nombre infini d'Observations, que dans les Syzygies l'heure moyenne de la haute Mer est à Brest à 3 heures 28 minutes, & dans les Quadratures à 8 heures 40 minutes ; & que la différence n'est que de 5 heures 12 minutes depuis les Syzygies jusqu'aux Quadratures. Cette différence a été observée tout-à-fait la même à Dunkerque, & dans d'autres Ports ; quoique les heures des Mées soient différentes aux divers Ports. C'est donc ici une Observation qui mérite beaucoup d'attention, comme générale & bien averée : cependant il est certain, que sans les causes secondes, que nous avons déjà indiquées, la différence entre les heures du Port pour les Syzygies, & pour les Quadratures, devroit être à-peu-près de 6 heures lunaires, c'est-à-dire d'environ 6 heures 12 minutes. Voici comment je détermine exactement cet intervalle.

L'heure moyenne de la haute Mer dans les Syzygies, est dans la Théorie pure précisément à midi, puisqu'il faut considérer les Syzygies, comme tombant précisément sur l'heure du midi. Si les Syzygies se faisoient plus tard, la  
haute

haute Mer arriveroit plus tôt & reciproquement; & les accélérations compensent parfaitement les retardemens après un grand nombre d'observations. L'heure moyenne de la haute Mer dans les Quadratures, doit être de même censée celle qui se fait, lorsque la Quadrature se fait précisément à midi; car, lorsqu'il est question d'un certain jour, il en faut prendre le milieu, c'est-à-dire l'heure du midi, afin que les différences se détruisent ou se compensent les unes les autres. Soit donc (*dans la dixième Figure*) le Soleil au Zenith  $b$ , & la Lune en  $a$  à 90 degrés du Zenith, ou à l'Horison: cela étant, on voit que si la haute Mer est supposée se faire précisément au moment du passage de la Lune par le Méridien, elle doit se faire 6 heures lunaires après midi; car le Point  $b$  doit faire, par le mouvement journalier de la Terre, l'Arc horaire  $baa$  (supposant que le passage de la Lune par le Méridien, qui a été à l'heure du midi en  $b$ , réponde au Point  $a$ ); mais pour parler plus précisément, la Lune & le Méridien se trouvant en  $a$ , la haute Marée répondra au Point  $z^1$ , & l'Arc  $az$  sera égal aux deux tiers du petit Arc  $aa$  (§. XIII. Chap. VI.) c'est donc l'Arc  $baz^1$  qui marque l'heure moyenne de la haute Mer dans les Quadratures: l'Arc  $ba$  est de 90 degrés; le petit Arc  $aa$  est d'environ 3 degrés, & l'Arc  $az^1$  de 2 degrés, & par conséquent l'Arc  $baz^1$  de 95 degrés, qui donne un tems de 6 heures 20 minutes, qui devroit être *in abstracto* l'heure moyenne de la haute Mer dans les Quadratures, pendant que celle des Syzygies est à midi. D'où vient donc, me demandera-t-on, que, suivant les Observations, on ne trouve que 5 heures 12 minutes à la place de 6 heures 20 minutes. Je répons que c'est cette même anticipation des Syzygies & des Quadratures à l'égard des plus grandes & des plus petites Marées, dont nous avons parlé dans le précédent Article, qui en est la cause. Il est si vrai, que c'est ici la véritable raison, que la quantité de cette anticipation répond parfaitement bien à l'intervalle des heures moyennes des hautes Mers pour les Syzygies & les Quadratures.

R

Nous en pourrons même déterminer plus exactement la-dite anticipation, sur laquelle on est encore bien divisé, les uns la faisant d'un jour, d'autres de deux, pendant qu'on a déterminé assez exactement, & d'un commun accord l'autre Point.

Fig. 11. ( Fig. 11. ) Prenons d'abord le terme de deux jours, comme le plus généralement adopté, en considérant que les Marées se reglent après les Luminaires, tels qu'ils ont été deux jours auparavant : imaginons-nous les Syzygies se faire en  $b$  & les Quadratures en  $b$  &  $a$  : l'effet des Luminaires fera, en vertu de notre supposition, dans le tems des Syzygies, comme si le Soleil étoit en  $b$ , & la Lune en  $c$ , en prenant l'Arc  $bc$  d'environ  $25\frac{1}{4}$  degrés; & le même effet dans les Quadratures sera comme si le Soleil étant en  $b$ , la Lune se trouvoit en  $c'$ , en donnant à l'Arc  $bc'$  environ  $64\frac{3}{4}$  degrés; dans les Syzygies, la haute Mer répond au Point  $z$ , & dans les Quadratures au Point  $z'$ . C'est donc l'Arc  $z bz'$  qui exprime l'Arc horaire entre l'heure moyenne de la haute Mer des Syzygies & celle des Quadratures (substituant toutefois des heures lunaires à la place des heures ordinaires, à cause du mouvement de la Lune.) Or la Table mise à la fin du précédent Chapitre, fait voir par le moyen des interpolations, que la Lune étant avant les Syzygies à  $25\frac{1}{4}$  degrés du Soleil, l'heure de la haute Mer est à 10 heures 46 minutes du matin; & que la Lune étant après les Syzygies à  $64\frac{3}{4}$  degrés du Soleil, la haute Mer se fait à 3 heures 35 minutes du soir : l'intervalle est donc de 4 heures 49 tems lunaire, ou d'environ 5 heures, tems ordinaire. Ce resultat répond déjà assez bien à l'Observation, qui le donne de 5 heures 12 minutes.

Mais si au lieu de deux jours on prend  $\frac{8}{7}$  jours, ou environ 39 heures, qui répond à-peu-près à 20 degrés de distance de la Lune depuis les Syzygies & les Quadratures, l'heure moyenne de la haute Mer le jour des Syzygies, sera en vertu de la Table, à 11 heures 2 minutes du matin, & le jour des Quadratures, à 3 heures 59 $\frac{1}{2}$  minutes du soir; & l'intervalle



de l'une à l'autre fera de 4 heures  $57\frac{1}{2}$  minutes tems lunaire, qui fait à-peu-près 5 heures 8 minutes. Et enfin on trouve une conformité exacte entre les deux points en question, en donnant un jour & demi au retardement des Marées, c'est-à-dire, en supposant que l'état des Marées est tel qu'il devoit être naturellement, un jour & demi plutôt: c'est alors que l'intervalle de l'heure moyenne de la pleine Mer aux Syzygies à l'heure pareille aux Quadratures, devient de 5 heures 12 minutes, tel qu'un grand nombre d'Observations l'a donné: aussi ce terme d'un jour & demi, est-ce celui qui est le plus conforme aux Observations, & en consultant les Tables qui sont dans les Memoires de l'Académie de l'année 1710. pag. 330. & 332. & prenant la différence moyenne, on trouve fort à-peu-près la même valeur. Toutes ces circonstances, l'explication naturelle de ce Phénomene, sa conformité avec toutes les Observations faites jusqu'ici, & son usage pour déterminer au juste un des points des plus essentiels, qu'on n'a connu encore que par tâtonnement, font bien voir la justesse & la supériorité de nos Méthodes. \*

## V I.

Les autres corrections que l'on doit apporter aux Formules & à la Table du précédent Chapitre, regardent l'hypothese que nous avons faite, pour rendre d'abord la Question & les Calculs plus faciles; sçavoir *que les deux Luminaires font des Cercles parfaits autour de la Terre, & cela dans le plan de l'Equateur*. Cette supposition entraîne celle d'une égalité parfaite dans les distances des Luminaires à la Terre, aussi-bien que dans leur mouvement, & elle fait outre cela leur déclinaison, à l'égard de l'Equateur, nulle. Voyons donc à présent ce que les différentes distances, l'inégalité des vitesses & l'obliquité des orbites peuvent faire sur l'heure des Marées.

\* Je vois après avoir fini cette Piece, que M. Cassini a déjà indiqué ce que notre Remarque contient de Physique. Voy. les Mem. de l'Ac. des Sc. de 1714. p. 252.

Les différentes distances des deux Luminaires à l'égard de la Terre changent le rapport de leurs forces sur la Mer; & c'est cependant de ce rapport que dépendent presque toutes les Propositions du précédent Chapitre. Nous avons supposé ce rapport pour les distances moyennes de la Lune & du Soleil, comme 5 à 2, fondés sur un grand nombre d'Observations, qui doivent nous confirmer dans cette supposition, à l'égard des variations des distances, après avoir remarqué & démontré la Proposition qui suit :

*Les Forces de chaque Luminaire sur la Mer sont en raison reciproque triplée de leurs distances à la Terre.*

En voici la Démonstration. Nous avons dit & démontré au Chapitre quatrième, que la Force de chaque Luminaire est généralement  $= \frac{ngb}{G a} \times b$ , en entendant par  $n$  un nombre constant par  $\frac{G}{g}$  le rapport de la pesanteur dans la region de la Terre vers le Luminaire à la pesanteur qui se fait vers le centre de la Terre, & par  $\frac{b}{a}$  le rapport du rayon de la Terre  $b$  à la distance du Luminaire  $a$ : or comme les différentes distances ne changent que les quantités  $G$  &  $a$ , nous voyons que la Force de chaque Luminaire est constamment proportionnelle à  $\frac{g}{a}$ , & la quantité  $g$ , qui exprime la pesanteur vers le centre du Luminaire, étant reciproquement proportionnelle aux quarrés des Distances  $a$ , il s'en suit que les Forces de chaque Luminaire sur la Mer, sont en raison reciproque triplée de leurs Distances à la Terre.

M. Newton a déjà démontré cette Proposition, qui se confirme aussi par toutes les Observations faites sur les Marées, quand on en fait une juste estime, & une application bien ménagée. La Proposition que nous venons de démontrer, nous enseigne qu'à la place de notre Equation fondamentale  $d = \frac{5}{2} C$ , employée dans le Chapitre précédent, il faut se servir de celle-ci plus générale

$$d = \frac{5}{2} \times \frac{l^3}{L^3} \times \frac{S^3}{s^3} \times C.$$

en dénotant par  $l$  &  $s$  les distances moyennes de la Lune & du Soleil à la Terre, & par  $L$  &  $S$  leurs Distances données quelconques; & là-dessus on pourra calculer toutes les Questions traitées ci-dessus pour des Distances quelconques entre les Luminaires & la Terre: mais nous ne considérerons que deux cas, 1°. Lorsque la Lune étant dans son Périgée, & la Terre dans son Aphelie, le rapport de  $d$  à  $C$  devient le plus grand; & 2°. Lorsque la Lune étant au contraire dans son Apogée, & la Terre dans son Perihelie, le rapport de  $d$  à  $C$  devient le plus petit. Nous donnerons 1000 parties à la distance moyenne de la Lune, 1055 à sa plus grande distance, & 945 à sa plus petite distance; & pour le Soleil, nous poserons les pareilles distances être en raison de 1000, 1017 & 983: & nous aurons pour le premier cas  $d = 3,115 C$ ; & dans le second cas  $d = 2,022 C$ .

Comme il ne s'agit ici que des petites corrections, nous supposerons simplement pour le premier cas  $d = 3 C$ , & pour le second  $d = 2 C$ ; & afin que nos regles soient d'autant plus faciles dans l'application, nous n'aurons point d'égard aux variations du Soleil, comme n'étant presque d'aucune importance par rapport à celles de la Lune. Disons donc simplement, que dans le Périgée de la Lune, il faut mettre  $d = 3 C$ , & dans l'Apogée  $d = 2 b$ . Cela étant, voici les conséquences que nous en tirons.

1°. Un jour & demi après les Syzygies, l'intervalle de deux Marées qui se suivent, est dans le Périgée de 24 heures 27½ minutes; & dans l'Apogée de 24 heures 33 minutes.

2°. Un jour & demi après les Quadratures, le même intervalle est dans le Périgée de 25 heures 15 minutes; & dans l'Apogée de 25 heures 40 minutes. Voyez à l'égard de ces deux Propositions le §. VII. du Chap. VI.

3°. Le plus grand intervalle entre le passage de la Lune par le Méridien & la haute Mer ( que nous avons vû au XVI. §. du Chap. VI. devoir se faire environ 2¼ jours avant & après les Quadratures, sans nos corrections, mais qui

fera réellement environ  $1\frac{1}{4}$  jours avant, &  $4\frac{1}{4}$  après les Quadratures) est de 39 minutes environ le Perigée de la Lune, & d'une heure environ son Apogée. Ce plus grand intervalle se fait aussi plus tôt dans le Perigée, & plus tard dans l'Apogée; la différence est d'environ un demi jour.

4°. Pour calculer la Table pareille à celle de ci-dessus, mais qui serve pour le Perigée & pour l'Apogée de la Lune, nous remarquerons que les Sinus des petits Arcs horaires, qui marquent les intervalles entre le passage de la Lune & la haute Mer sont toujours

$$= \sqrt{\left(\frac{1}{2} + \frac{B}{2\sqrt{4+BB}}\right)}$$

& qu'à la place de cette quantité, on peut substituer la valeur fort approchante  $\frac{1}{B} - \frac{3}{2B^3}$  (§. XVIII. Chap. VI.) & même qu'on peut négliger ici, sans le moindre scrupule; le second terme, puisqu'il ne s'agit que de petites corrections. Nous considérerons donc ces petits Arcs horaires, comme reciproquement proportionnels aux quantités  $B$ , c'est-à-dire, aux quantités  $\frac{\delta b b}{c m n} + \frac{m}{n} - \frac{n}{m}$ . Et dans cette dernière quantité, nous pourrions encore rejeter sans peine les deux derniers termes pour notre présent dessein, & dire par conséquent, que pour les différentes valeurs de  $\frac{\delta}{c}$ , tout le reste étant égal, les intervalles entre le passage de la Lune, & la haute Marée sont reciproquement proportionnels aux valeurs de  $\frac{\delta}{c}$ , ou directement proportionnels aux valeurs de  $\frac{c}{\delta}$ . D'où il paroît que les nombres de la seconde Colonne de notre précédente Table, doivent être multipliés par la Fraction  $\frac{1}{6}$  dans le Perigée, & par  $\frac{1}{4}$  dans l'Apogée de la Lune, après quoi les nombres de la troisième Colonne se déterminent comme dans la précédente Table. Mais quant aux nombres de la première Colonne, il faut les augmenter chacun d'environ 20 degrés, à cause du retard d'un jour & demi expliqué au long dans ce Cha-

pitre, pendant lequel la Lune change de place à l'égard du Soleil d'environ 19 degrés, à la place desquels je mettrai un nombre rond de 20 degrés.

Voici donc à présent une Table corrigée à l'égard de toutes les circonstances exposées jusqu'ici. La première Colonne marque la distance qui est entre le Soleil & la Lune, environ le tems de la haute Mer, ou plutôt ici, environ le passage de la Lune par le Méridien. Les trois Colonnes suivantes marquent le nombre de minutes entre le passage de la Lune par le Méridien, & la haute Mer pour le Périgée, pour les Distances moyennes & pour l'Apogée de la Lune. Et les trois dernières marquent les heures absolues des hautes Mers pour les Périgées, les Distances moyennes & les Apogées de la Lune. Et pour se servir de cette Table, il ne faudra plus qu'ajouter aux nombres des six dernières Colonnes l'heure moyenne du Port en vertu du III. §. La Table n'a été calculée que de dix en dix degrés: les interpolations suppléeront avec assez de justesse à telle autre Distance entre les deux Luminaires, que les Ephémérides indiqueront. La même méthode des interpolations peut aussi être employée, lorsque la Lune se trouve à une Distance donnée de son Apogée ou Périgée.



TABLE PLUS GENERALE ET CORRIGEE  
pour trouver l'heure des hautes Marées.

Distances entre les Luminai- res au mo- ment du passage de la Lune par le Me- ridien.	Temps de la haute Mer avant & après le passage de la Lune par le Meri- dien en minutes de temps.			Table approchante des heures de la haute Mer, dont on peut se ser- vir au défaut des Ephémérides, qui marquent le passage de la Lune par le Meridien.		
	Perigée de la Lune.	Distance moyenne de la Lune.	Apogée de la Lune.	Perigée de la Lune.	Distance moyenne de la Lune.	Apogée de la Lune.
	H. M.	H. M.	H. M.	H. M.	H. M.	H. M.
0	18 après.	22 après.	27 $\frac{1}{2}$ après.	0 18	0 22	0 27 $\frac{1}{2}$
10	9 $\frac{1}{2}$ après.	11 $\frac{1}{2}$ après.	14 après.	0 49 $\frac{1}{2}$	0 51 $\frac{1}{2}$	0 54
20	0	0	0	1 20	1 20	1 20
30	9 $\frac{1}{2}$ avant.	11 $\frac{1}{2}$ avant.	14 avant.	1 50 $\frac{1}{2}$	1 48 $\frac{1}{2}$	1 46
40	18 avant.	22 avant.	27 $\frac{1}{2}$ avant.	2 22	2 18	2 12 $\frac{1}{2}$
50	26 avant.	31 $\frac{1}{2}$ avant.	39 $\frac{1}{2}$ avant.	2 54	2 48 $\frac{1}{2}$	2 40 $\frac{1}{2}$
60	33 avant.	40 avant.	50 avant.	3 27	3 20	3 10
70	37 $\frac{1}{2}$ avant.	45 avant.	56 avant.	4 2 $\frac{1}{2}$	3 55	3 44
80	38 $\frac{1}{2}$ avant.	46 $\frac{1}{2}$ avant.	58 avant.	4 41 $\frac{1}{2}$	4 33 $\frac{1}{2}$	4 22
90	33 $\frac{1}{2}$ avant.	40 $\frac{1}{2}$ avant.	50 $\frac{1}{2}$ avant.	5 26 $\frac{1}{2}$	5 19 $\frac{1}{2}$	5 9 $\frac{1}{2}$
100	21 avant.	25 avant.	31 avant.	6 19	6 15	6 9
110	0	0	0	7 20	7 20	7 20
120	21 après.	25 après.	31 après.	8 21	8 25	8 31
130	33 $\frac{1}{2}$ après.	40 $\frac{1}{2}$ après.	50 $\frac{1}{2}$ après.	9 13 $\frac{1}{2}$	9 20 $\frac{1}{2}$	9 30 $\frac{1}{2}$
140	38 $\frac{1}{2}$ après.	46 $\frac{1}{2}$ après.	58 après.	9 58 $\frac{1}{2}$	10 6 $\frac{1}{2}$	10 18
150	37 $\frac{1}{2}$ après.	45 après.	56 après.	10 37 $\frac{1}{2}$	10 45	10 56
160	33 après.	40 après.	50 après.	11 13	11 20	11 30
170	26 après.	31 $\frac{1}{2}$ après.	39 $\frac{1}{2}$ après.	11 46	11 51 $\frac{1}{2}$	11 59 $\frac{1}{2}$
180	18 après.	22 après.	27 $\frac{1}{2}$ après.	0 18	0 22	0 27 $\frac{1}{2}$

Cette

Cette Table suppose encore le plan des Orbites de la Lune & du Soleil être le même que celui de l'Equateur de la Terre, ce qu'il faut sur-tout remarquer à l'égard des trois dernières Colonnes. Mais cette supposition n'a pas beaucoup d'influence sur les autres Colonnes; & les Ephémérides, qui marquent le passage de la Lune par le Méridien, suppléeront aux trois dernières.

## V I I I.

Après avoir exposé au long tout ce que les différentes distances des Luminaires, & sur-tout de la Lune, à la Terre, peuvent contribuer pour faire varier l'heure des Marées, nous dirons aussi un mot sur l'inégalité du mouvement des Luminaires.

Cette inégalité seroit d'une très-grande importance, s'il falloit construire une Table pour les heures des Marées, sans se rapporter aux Tables & aux Ephémérides: mais elle ne nous est d'aucune conséquence, puisque nous supposons l'heure du passage de la Lune par le Méridien, aussi bien que l'Arc compris entre les deux Luminaires, connus par les Ephémérides. C'est la raison qui m'a engagé à rapporter l'heure des Marées au passage de la Lune par le Méridien, en donnant une Table, qui marque, combien la première avance ou retarde sur l'autre.

## I X.

Il nous reste à considérer les inclinaisons des Orbites à l'égard de l'Equateur: pour cet effet il faut concevoir un Cercle qui passe par les centres du Soleil, de la Lune & de la Terre; & c'est proprement ce Cercle que doivent représenter toutes nos Figures, que nous avons considérées jusqu'ici, comme représentant l'Equateur de la Terre. On voit bien après cela, que tous les Points resteront dans ce Cercle aux mêmes endroits; & que les Arcs se conserveront tels, que nous les avons déterminés: mais les Angles horaires formés sur l'Equateur par ses Arcs, en sont

S

changés. On ne sçauroit sans une Théorie parfaite de la Lune déterminer au juste ces Angles horaires, à cause de la variabilité de l'inclinaison de l'Orbite lunaire à l'égard de l'Equateur; mais aussi ce changement n'est-il pas fort considérable, par rapport à l'Arc horaire compris entre le passage de la Lune par le Méridien, & le moment de la haute Mer; nous supposerons, & nous pouvons le faire ici sans aucune erreur sensible, que les Orbites de la Lune & du Soleil sont dans un même plan, ayant chacune une inclinaison avec l'Equateur de  $23^{\text{d}}. 30^{\text{m}}$ . & nous considérerons là-dessus la Lune dans trois fortes de situation: 1°. Lorsque sa déclinaison, à l'égard de l'Equateur, est nulle; & alors il faut multiplier les nombres de la seconde, troisième & quatrième Colonne de notre Table par  $\frac{2}{100}$ , & ce qui provient marquera le nombre de minutes entre le passage de la Lune par le Méridien, & l'heure de la haute Mer. 2°. Lorsque la Lune se trouve dans sa plus grande déclinaison à l'égard de l'Equateur; & alors il faut multiplier lesdits nombres de notre Table par  $\frac{100}{92}$ . Et enfin 3°. lorsque la Lune se trouve au milieu de ces deux situations; auquel cas il faut se servir de notre Table, sans y apporter aucun changement. Quant aux autres situations de la Lune en longitude, on peut se servir du principe de la proportionalité de la différence des termes. Ces regles sont fondées sur la proportion qu'il y a entre les petits Arcs de l'Ecliptique & de l'Equateur, compris entre deux mêmes Méridiens fort proches l'un de l'autre.

## X.

Il suit de tout ce que nous venons de dire, que le plus grand intervalle possible entre le passage de la Lune par le Méridien & la haute Marée, est environ un jour avant les Quadratures, & quatre jours après les Quadratures, la Lune étant dans son Apogée & dans sa plus grande déclinaison à l'égard de l'Equateur de la Terre; & que dans le concours de toutes ces circonstances, ledit plus grand



intervalle peut aller jusqu'à 63 minutes de tems, que la haute Marée avancera sur le passage de la Lune par le Méridien un jour avant les Quadratures, & qu'elle retardera quatre jours après les Quadratures.

## X I.

Voilà mes réflexions sur le tems des Marées; je me flatte qu'elles ont toute la précision qu'on peut espérer sur cette matiere, du moins quant à la Methode. Toute l'incertitude qui y reste encore, est fondée sur le rapport moyen entre les forces de la Lune & du Soleil, que je crois pourtant avoir fort bien déterminé, puisque tous nos Théoremes conviennent si bien avec les Observations. Un plus grand nombre d'Observations nous donnera peut-être un jour plus de précision là-dessus. Il est vrai que nous n'avons déterminé l'heure & les intervalles des Marées, que sous la Ligne Equinoctiale; mais je ne crois pas que la latitude des lieux puisse changer sensiblement les intervalles des Marées: ainsi je n'ai pas jugé nécessaire d'en parler. La latitude des lieux a cependant beaucoup de liaison avec la hauteur des Marées: c'est à quoi nous ferons attention dans la suite.

---

 C H A P I T R E V I I I .

*Sur les différentes hauteurs des Marées pour chaque jour de la Lune.*

## I.

**J**E me propose à présent d'examiner les diversités des hauteurs des Marées, non d'un endroit à l'autre, mais d'un même endroit, que nous supposerons d'abord pris sous l'Equateur, pour toutes les diverses circonstances qui peuvent se rencontrer. Nous suivrons, pour cet effet, la

S ij

même Methode que nous avons observée pour déterminer généralement l'heure des Marées, c'est-à-dire, que nous commencerons nos recherches par les cas les plus simples, pour ne pas être arrêtés tout court en voulant surmonter trop de difficultés à la fois : nous nous servirons donc d'abord des mêmes hypothèses que nous avons employées dans le Chap. VI. & que nous avons exposées à la fin du Chap. IV. après quoi nous pousserons nos recherches dans le Chapitre suivant à tous les cas possibles, tout comme nous avons fait dans le Chapitre précédent pour déterminer généralement l'heure des Mares.

## I I.

J'entens par hauteur d'une Marée toute la variation de la hauteur verticale des eaux, depuis la haute Mer jusqu'à la basse Mer suivante. Pour trouver cette hauteur, il faut d'abord faire attention aux §. §. XI. XII. & XIII. du Chap. V. qui déterminent dans l'Equateur, les lieux de la Lune & du Soleil étant donnés, la position des deux points auxquels la Mer est la plus haute & la plus basse ; après quoi le VIII. Art. du même Chapitre donnera la hauteur cherchée, en cherchant premièrement la hauteur de la haute Mer, & ensuite la hauteur de la basse Mer.

## I I I.

Remarquons d'abord, que les deux points de la Circonférence, qui marquent la haute & la basse Mer, sont éloignés entre eux de 90 degrés. On le voit par les expressions des §. §. XI. & XIII. & nous l'avons démontré dans la première Remarque du §. XII. Chap. V. Supposant donc dans la 9<sup>e</sup> Figure le Soleil répondre au Point *b*, la Lune au Point *c*, & que la haute Mer réponde au Point *z*, il faut prendre l'Arc *z s* de 90 degrés, & le Point *s* sera celui qui répond à la basse Mer. Cherchez donc par le VII. §. du Chap. V. la valeur de *yz*, qui marque l'élevation des eaux pour le Point *z* ; & ensuite prenez de la même manière la

valeur de  $s x$ , qui étant négative, marque la dépression des eaux; cela étant fait, on voit que la somme de  $yz$  & de  $s x$  marquera la hauteur de la Marée; mais dans l'expression analytique de  $s x$ , il faut changer les Signes. Il est vrai que cette Methode suppose, que pendant l'intervalle, depuis la haute Mer jusqu'à la basse Mer, la Lune ne change pas de place; & c'est à quoi on pourroit avoir égard, en augmentant d'environ trois degrés l'Arc  $b \epsilon$  dans le Calcul de  $s x$ : mais ce seroit une exactitude hors de place, & qui augmenteroit beaucoup les peines du Calcul, qui n'est déjà que trop embarrassé. On pourra même remédier à ce petit défaut, déjà insensible par sa nature, en prenant l'Arc  $b \epsilon$ , tel qu'il est, non au moment de la haute Marée, ni à celui de la basse Mer, mais au milieu de leur intervalle; & c'est ce que nous supposerons dans la suite.

Soit donc comme dans le V. Chap. le Sinus de l'Arc  $b \epsilon = m$ ; son Cosinus  $= n$ ; le Sinus de l'Angle  $b C z = \sigma$ ; le Sinus de l'Angle  $\epsilon C z = \rho$ ; le Sinus total  $= b$ ; & nous aurons en vertu du §. VIII. Chap. V.

$$yz = \frac{2bb - 3\sigma\sigma}{3bb} \times \epsilon + \frac{2bb - 3\rho\rho}{3bb} \times \delta.$$

De-là on trouvera  $s x$  en vertu du §. XII. Chap. V. en mettant  $bb - \sigma\sigma$ , &  $bb - \rho\rho$  à la place de  $\sigma\sigma$  & de  $\rho\rho$ ; & de cette façon on aura

$$s x = \frac{3\sigma\sigma - bb}{3bb} \times \epsilon + \frac{3\rho\rho - bb}{3bb} \times \delta.$$

Changez à présent les Signes dans la valeur de  $s x$ , & supposez la hauteur de la Marée  $= M$ , & vous aurez

$$M = \frac{bb - 2\sigma\sigma}{bb} \times \epsilon + \frac{bb - 2\rho\rho}{bb} \times \delta.$$

Cette dernière expression marque généralement la hauteur des Marées, puisqu'on peut toujours déterminer les valeurs de  $\sigma\sigma$  &  $\rho\rho$  par les §. §. XI. & XIII. du Chap. V. Mais les Calculs ne laissent pas d'être assez pénibles, quoique les Formules ne soient pas prolixes. Nous tâcherons

donc de rendre ces Calculs plus faciles, sans déroger beaucoup à l'exactitude des Formules.

## I V.

Voyons donc d'abord ce qui arriveroit, si la Force lunaire étoit infiniment plus grande que la Force solaire. On auroit en ce cas  $\rho = 0$  &  $\sigma = m$ ,

$$M = C + d - \frac{2 m m}{b b} \times C,$$

laquelle Formule ne sçauroit manquer d'être assez approchante; elle donne même la juste valeur pour les Syzygies & pour les Quadratures.

## V.

Pour déterminer les hauteurs des Marées plus exactement encore, nous considérerons la valeur de  $\rho$  comme fort petite, au lieu de la supposer tout-à-fait nulle, comme nous l'avons fait dans l'Article précédent: mais nous pourrons supposer hardiment  $\rho = \frac{C m n}{\delta}$ , & on verra que cette supposition ne sçauroit s'éloigner beaucoup de la vérité, si l'on consulte l'Art. VII. du précédent Chapitre vers la fin, & le peu d'erreur qui pourroit s'y trouver, n'est presque d'aucune conséquence pour notre présent sujet. On voit outre cela, que  $\rho$  étant fort petit, on peut supposer cette Analogie

$$\rho : m - \sigma :: b : n;$$

puisque cette Analogie seroit exactement vraie, si les quantités  $\rho$  &  $m - \sigma$  étoient réellement infiniment petites: de cette Analogie on tire

$$\sigma = m - \frac{n \rho}{b} = m - \frac{m n n C}{b \delta};$$

substituant ces valeurs exposées pour les quantités  $\rho$  &  $\sigma$ , & faisant le Sinus total  $b = 1$ , on obtient cette Equation,

$$M = C + d - 2 m m C + \frac{2 m^2 n^2 C C}{\delta} - \frac{2 m^2 n^4 C^3}{\delta \delta}.$$

De cette maniere il paroît que les Marées décroissent depuis les Syzygies jusqu'aux Quadratures, & qu'elles croissent avec la même loi depuis les Quadratures jusqu'aux Syzygies. Ceux qui voudront essayer la juste Equation du §. III. & cette dernière Equation approchante, sur un même exemple, verront qu'elles ne diffèrent gueres.

## V I.

Il nous sera facile à présent de calculer & de donner une Table pour les hauteurs des Marées, telle que nous en avons donné une à la fin du Chap. VI. pour les heures des Marées, & pour laquelle nous tâcherons dans le Chapitre suivant de trouver les corrections nécessaires aux différentes circonstances, tout comme nous avons fait à l'égard de ladite Table du VI. Chap. Nous supposerons encore le rapport moyen de  $d$  à  $e$  être comme 5 à 2, tant que nous n'avons pas des Observations qui puissent déterminer ce rapport plus au juste. Nous donnerons mille parties à la hauteur de la plus grande Marée.

La *première* Colonne marquera dans cette Table de dix en dix degrés les Arcs compris entre les deux Luminaires, environ le milieu des Jufans (§. III.) c'est-à-dire, environ trois heures après le passage de la Lune par le Méridien; la *seconde* Colonne donnera les hauteurs cherchées des Marées, pour les susdites hypothèses; & la *troisième* en marquera les différences.



**T A B L E F O N D A M E N T A L E**  
*pour trouver les Hauteurs des Marées , ou les*  
*Descentes verticales des eaux pendant les Jufans.*

<i>Distance entre les Luminaires en Degrés.</i>	<b>H A U T E U R D E S M A R E E S.</b>	<b>D I F F E R E N C E D E S H A U T E U R S.</b>
0 Degrés.	1000 Parties.	
10	987	— 13
20	949	— 38
30	887	— 62
40	806	— 81
50	715	— 91
60	610	— 105
70	518	— 92
80	453	— 65
90	429	— 24
100	453	+ 24
110	518	+ 65
120	610	+ 92
130	715	+ 105
140	806	+ 91
150	887	+ 81
160	949	+ 62
170	987	+ 38
180	1000	+ 13

## V I I.

Si on avoit voulu construire cette Table conformément à l'Equation finale du §. III. qui est la vraie Equation, on auroit pu profiter de la Table du VI. Chap. dans laquelle les nombres de la seconde Colonne divisés par 4, donnent les degrés de l'Arc, dont le Sinus est appelé  $\xi$ ; après quoi on connoît aussi l'Arc dont le Sinus est appelé  $\sigma$ . Connoissant ainsi par les Tables les quantités  $\xi$  &  $\sigma$ , on trouve sans beaucoup de peine la valeur de  $M$  du §. III.

## V I I I.

On voit aussi, que si la distance entre les deux Luminaires est entre deux nombres de la premiere Colonne, on peut sans aucune erreur sensible employer le principe général des Interpolations, de sorte que cette Table peut suffire pour tous les cas.

## I X.

On remarquera au reste, qu'il est ici de grande importance d'avoir substitué la vraie valeur pour  $\frac{\delta}{\epsilon}$ , & qu'un assez petit changement dans cette valeur, a une grande influence sur le rapport des Marées. On ne doit donc encore considérer cette Table, que comme un exemple de nos Formules générales: le Chapitre suivant fera voir les précautions que l'on doit prendre là-dessus.

## X.

Nous voyons tant par les Formules que nous avons données pour les hauteurs des Marées, que par la précédente Table, quelle est *in abstracto* la nature des variations des Marées On peut faire là-dessus les Remarques qui suivent.

- 1°. Que les changemens des Marées sont fort petits ;

T

tant aux Syzygies qu'aux Quadratures, & ils feroient infiniment plus petits que les autres, si l'intervalle d'une Marée à l'autre étoit aussi infiniment petit.

2°. Que les plus grands changemens ne se font pas précisément au milieu, mais plus près des Quadratures que des Syzygies : c'est-à-dire, que la plus grande diminution de Marée se fait dans nos suppositions, lorsque la Lune est environ à 60 degrés (80 avec la correction de 20 degrés expliquée au Chap. VII.) depuis les Syzygies ; le plus grand décroissement se fait donc de la neuvième à la dixième Marée ( de la douzième à la treizième avec la correction ) : de même le plus grand accroissement se fait à environ 30 degrés depuis les Quadratures ( 50 degrés avec la correction ) qui répond au changement de la quatrième à la cinquième Marée ( de la septième à la huitième avec la correction ) depuis les Quadratures. Je parle dans cette Remarque de toutes les Marées qui se font, tant celles du matin, que celles du soir, pour rendre leurs intervalles plus petits : on se souviendra cependant de ce que j'ai dit expressément, que je fais abstraction par-tout ailleurs des Marées, qui répondent au passage inférieur de la Lune par le Méridien, lorsqu'il s'agit de comparer les Marées entre elles : car ces deux sortes de Marées ont quelques inégalités entre elles, que je n'ai pas encore considérées.

3°. Que les petits changemens dans les Syzygies, & ceux des Quadratures, comparés entre eux, sont inégaux ; puisque ceux-ci sont environ doubles de ceux-là. Dans l'application de cette Remarque il faudra ajouter, de part & d'autre, trois Marées, ou environ un jour & demi de tems.

4°. Que le plus grand changement de deux Marées qui se suivent, entre celles qui répondent à la Lune de dessus ( dont l'intervalle répond à environ 13 degrés de variation dans la distance de la Lune au Soleil ) fait près du quart de la variation totale de la plus grande à la plus petite Marée.



## X I.

Je ne doute pas que les Observations ne confirment en gros les Remarques que je viens de faire, & toutes les Regles précédentes. On ne sçauroit plus douter de la Théorie que nous avons adoptée & établie; & la Théorie posée, les Calculs en sont sûrs. Mais comme nous ne sommes pas encore sûrs des hypothèses secondes, qu'on ne sçauroit éviter, telles que sont le juste rapport entre la force lunaire & solaire, que nous avons supposé comme 5 à 2; le retardement des effets de la Lune sur sa position, que nous avons supposé d'un jour & demi, ou de trois Marées, ou de 20 degrés, que la Lune peut parcourir en longitude pendant ce retardement, &c. nous nous croyons en droit de demander quelque indulgence pour le resultat desdites Remarques & Regles. Cependant comme je n'ai fait aucune supposition sans un mur examen fondé sur les plus justes Observations choisies entre toutes celles qui peuvent les déterminer, j'oserois me flatter d'un assez bon succès, si Messieurs les ACADEMICIENS vouloient se donner la peine de confronter nos Tables, nos Regles & nos Théoremes nouveaux avec les Observations, dont ils ont un grand Trésor: mais ce succès, dont je me flatte par avance, se manifestera davantage, si ils veulent encore faire attention aux corrections que je vais donner dans le Chapitre suivant, à l'égard de diverses circonstances variables, & que nous avons supposées dans ce Chapitre comme constamment les mêmes.



Tij

---



---

## C H A P I T R E I X.

*Sur les Hauteurs des Marées corrigées, suivant différentes circonstances variables.*

### I.

**N**ous suivrons dans cet examen la même route que nous avons tenuë dans le VII. Chap. à l'égard du tems des Marées. Pour commencer donc par l'effet des Vents & des Courants, on voit bien qu'ils peuvent augmenter & diminuer les Marées, & que ces variations ne sont pas d'une nature à pouvoir être aucunement déterminées. On pourra pourtant remarquer que lorsque ces causes conservent pendant un tems un peu considérable leur force & leur direction, leur effet consistera plutôt à hauffer ou baisser la Mer elle-même, qu'à augmenter ou diminuer les Marées.

### I I.

Les circonstances attachées à chaque Port ou autre endroit en particulier, telles que sont sa situation, la profondeur des eaux, la pente des fonds, la communication avec l'Océan, &c., font extrêmement varier les Marées. Ce sont ces causes qui font que les grandes Marées ne sont que d'un petit nombre de pieds dans de certains endroits, de 8 ou 10 pieds dans d'autres, & de 50 à 60 pieds, & au-delà encore dans d'autres endroits. Ce qu'il y a de singulier, est que dans la Mer libre les grandes Marées ne sont que d'environ 8 pieds, pendant qu'elles vont au-delà de 50 pieds dans plusieurs Ports & autres endroits, dont la communication avec la Mer ouverte, est entrecoupée & empêchée de tous côtés; & qui par conséquent devroient,

selon les premières apparences, avoir les Marées moins grandes. Nous donnerons dans un autre Chapitre la raison hydrostatique de ce Phénomene, pour ne point nous écarter de notre sujet présent. Cela fait d'abord voir, qu'on ne sçauroit rien déterminer sur les grandeurs absolües des Marées, & que tout ce que la Théorie pourroit encore faire, seroit d'en marquer le rapport: mais l'expérience nous enseigne encore, que ce rapport même n'est pas constant dans les différens endroits, quoiqu'il soit renfermé dans des bornes plus étroites.

La grande Marée fera double de la petite Marée dans un endroit; & elle pourra être triple dans un autre: c'est que les causes qui font varier les hauteurs absolües des Marées à l'égard de différens endroits, ne gardent pas une proportion tout-à-fait constante. Mais les Marées moyennes entre la plus grande & la plus petite pendant une même revolution de la Lune, peuvent être censées observer les regles que nous leur avons prescrites dans le Chapitre précédent. Il y a même apparence, que les changemens qui dépendent de la différente situation des Luminaires observeront à-peu-près les Loix que nous avons démontrées *in abstracto*. Ces réflexions m'ont déterminé à considérer la plus grande & la plus petite Marée, non telles qu'elles devroient être dans la Théorie pure, mais telles qu'on les observe, lorsque les Luminaires se trouvent à-peu-près dans l'Equateur, & dans leurs distances moyennes à la Terre, sans qu'aucune cause accidentelle les trouble. Nous avons démontré au III. §. du Chap. VIII. que la hauteur de la grande Marée doit être exprimée par  $d + e$ , & la hauteur de la petite Marée par  $d - e$ : mais si l'on suppose la hauteur moyenne réelle de la grande Marée  $A$  & de la petite Marée  $B$ , il faudra suivant cette correction faire

$$d + e = A, \text{ \& } d - e = b:$$

c'est-à-dire,  $d = \frac{A+B}{2}, \text{ \& } e = \frac{A-B}{2};$

& ces valeurs doivent être substituées dans les Equations

& Formules du Chapitre précédent. En supposant  $\frac{\delta}{\epsilon} = \frac{r}{2}$ , comme nous avons fait, on obtient  $\frac{A}{B} = \frac{7}{3}$ , & si cette raison étoit confirmée par les Observations, il n'y auroit aucun changement à faire. On pourroit se servir de la Table, telle qu'elle est, en donnant toujours 1000 parties à la hauteur de la grande Marée. Mais si  $\frac{A}{B}$  avoit réellement une autre valeur considérablement différente de celle que nous venons de lui assigner, il ne faudroit pas négliger la correction que nous venons d'indiquer.

L'on voit aussi après ces considérations, qu'on ne doit pas s'attendre à pouvoir déterminer avec la dernière précision les hauteurs des Marées. Nous pourrons donc sans scrupule, pour rendre nos Propositions plus nettes & plus sensibles, nous servir de l'équation du §. IV. Chap. VIII. qui aussi bien approche beaucoup de la vraie équation de l'Article qui précède l'autre. Nous supposerons donc la hauteur des Marées toujours exprimée par  $\delta + \epsilon - 2mm\epsilon$ , & employant la correction indiquée, nous aurons à présent

$$M = A - mmA + mmB, \text{ ou plus simplement,}$$

$$M = nnA + mmB:$$

C'est donc de cette dernière équation, que nous nous servirons dans la suite de cette Dissertation.

### I I I.

Cette correction pourra en même tems remédier à un autre inconvenient, qui provient de l'inertie & de la Masse des eaux. Nous avons déjà dit ailleurs que les Marées sont une espèce d'oscillations qui tâchent naturellement à se conserver telles qu'elles sont: on sent bien que cette raison doit empêcher les grandes Marées d'atteindre toute leur hauteur, & les petites de diminuer autant qu'elles devroient faire naturellement: qu'elle ne doit pas changer sensiblement la Marée moyenne entre la plus grande & la plus petite, & qu'elle change les autres d'autant plus qu'elles sont

plus éloignées de cette Marée moyenne. Et on voit que notre correction satisfait à toutes ces trois conditions.

I V.

Après ladite correction qui regarde immédiatement les hauteurs des Marées, il faut encore employer celle qui regarde les tems, que nous déterminons par les Phases de la Lune, ou par les distances, qui sont entre les Luminaires. Nous avons expliqué au long aux §. §. IV. & V. du Chap. VII. que les Phases de la Lune qui répondent aux Marées en question, ne doivent pas être prises telles qu'elles sont, mais telles qu'elles seroient environ un jour & demi après, c'est-à-dire, que les distances entre les Luminaires doivent être augmentées d'environ 20 degrés, & moyennant cette correction, la Théorie ne sçauroit manquer de satisfaire assez au juste aux Observations.

V.

Nous n'avons considéré jusqu'ici les Luminaires, que dans leurs distances moyennes à la Terre, & c'est pour ce cas que nous avons appelé la hauteur de la plus grande Marée *A*, & celle de la plus petite Marée *B*. Pour déterminer donc ce que les différentes distances peuvent faire sur les hauteurs des Marées, il faudra se rappeler tout l'Art. VII. du Chap. VII. Nous y avons démontré, que la force lunaire doit être supposé généralement  $= \frac{l^3}{L^3} \times \delta$ , & la Force solaire  $= \frac{s^3}{S^3} \times \epsilon$ . Or comme la somme de ces Forces exprime toujours la hauteur de la grande Marée, & que la différence des mêmes Forces exprime la hauteur de la petite Marée, il faudra faire ces deux Analogies:

$$\delta + \epsilon : \frac{l^3}{L^3} \times \delta + \frac{s^3}{S^3} \times \epsilon :: A : \frac{l^3 S^3 \delta + L^3 s^3 \epsilon}{L^3 S^3 (\delta + \epsilon)} \times A$$

$$\delta - \epsilon : \frac{l^3}{L^3} \times \delta - \frac{s^3}{S^3} \times \epsilon :: B : \frac{l^3 S^3 \delta - L^3 s^3 \epsilon}{L^3 S^3 (\delta - \epsilon)} \times B.$$

La premiere de ces quatrièmes proportionnelles marquera donc la hauteur corrigée de la grande Marée, & la seconde, la hauteur corrigée de la petite Marée. Par conséquent l'équation finale du II. §. sera celle-ci après sa correction :

$$M = \frac{L^3 S^3 \delta + L^3 s^3 \epsilon}{L^3 S^3 (\delta + \epsilon)} \times n n A + \frac{L^3 S^3 \delta - L^3 s^3 \epsilon}{L^3 S^3 (\delta - \epsilon)} \times m m B.$$

Je m'affure que cette équation donnera toujours les hauteurs des Marées avec toute la justesse qu'on peut attendre sur cette matiere, pour les suppositions auxquelles notre Théorie est encore assujettie. Mais comme il est presqu'impossible qu'il n'y ait absolument aucune cause étrangere, qui trouble les Marées, nous ne devons pas être trop scrupuleux sur ces corrections, qui sont elles-mêmes assez médiocres. Ainsi pour rendre nos regles plus sensibles & plus faciles, nous ne ferons point d'attention aux changemens dans les distances du Soleil à la Terre; ces changemens sont beaucoup plus petits que dans la Lune, & ils sont en même tems de beaucoup moindre conséquence: Nous supposons donc  $S$  constamment =  $s$ . Quant à la Lune, nous la considérerons, tout comme nous avons fait au VII. §. du Chap. VII. dans son Perigée, dans sa distance moyenne & dans son Apogée, & nous retiendrons les suppositions que nous avons faites audit Article, pour les distances de la Lune, & pour les conséquences que nous en avons tirées. Nous ferons donc pour le premier cas  $\delta = 3 \epsilon$ , &  $\frac{L^3}{s^3} = 0,8439$ : pour le second cas  $\delta = \frac{1}{2} \epsilon$ , &  $\frac{L^3}{s^3} = 1,000$ , & enfin pour le troisième  $\delta = 2 \epsilon$ , &  $\frac{L^3}{s^3} = 1,174$ . De cette façon nous aurons les trois équations qui suivent, exprimées en nombres décimaux.

1°. Pour le Périgée de la Lune,

$$M = 1,138 n n A + 1,277 m m B.$$

2°. Pour les distances moyennes de la Lune,

$$M = n n A + m m B.$$

3°. Pour

3°. Pour l'Apogée de la Lune

$$M = 0,901nnA + 0,703mmB.$$

On remarquera dans ces équations, que *A* marque la hauteur de la grande Marée, & *B* la hauteur de la petite Marée dans les distances moyennes des Luminaires à la Terre, ces Luminaires étant supposés l'un & l'autre se trouver dans l'Equateur : que *m* marque le Sinus de l'Arc compris entre les Luminaires diminué de 20 degrés, & *n* le Cosinus de cet Arc.

On remarquera après cela, que les grandes Marées sont comprises en vertu de la première & de la troisième équation dans les termes de 1138 à 901, & les Marées bâtardes dans les termes de 1277 à 703 ; d'où l'on voit que la différence entre les grandes Marées n'est à beaucoup près si grande, qu'elle l'est entre les Marées bâtardes, si on compare cette différence à la hauteur de la Marée qui lui répond. Cela se confirme par l'expérience, & c'est une nouvelle source des irrégularités des petites Marées comparées entre elles, dont nous avons déjà parlé ailleurs, & que M. Cassini n'a pas manqué d'observer.

## V I.

J'ajouterai ci-dessous une Table fondée & calculée sur les trois dites équations, mais qui se rapporte aux Quantités *A* & *B*, qu'il faut donc connoître par expérience pour le Port ou autre endroit, dont il est question. On pourra déterminer ces Quantités *A* & *B*, sur un grand nombre d'Observations, tant des hautes que des petites Marées, en prenant des unes & des autres le milieu Arithmétique.

## V I I.

On remarquera, quant à la construction de la Table que nous allons donner, que les Arcs compris entre les Luminaires, ont été augmentés de 20 degrés à l'égard de la Table précédente, dans laquelle on n'a pas eu égard aux causes secondes & aux corrections à faire. Ces 20

V.

dégrés sont déterminés par le retard d'un jour & demi des Marées, par rapport aux Phases de la Lune, expliqué ci-dessus : il est vrai que cet intervalle d'un jour & demi ne demande pas tout-à-fait 20 degrés de correction : mais comme il faudroit estimer les distances entre les Luminaires, telles qu'elles sont, non au moment de la haute-Mer ( qui doit être supposée se faire au moment du passage de la Lune par le Méridien ) mais au milieu du Jusan, en vertu du III. §. du Chap. VIII. & que l'intervalle depuis la haute Mer jusqu'au milieu du Jusan, demande encore une correction d'environ un degré & demi, la somme de ces corrections peut être supposée de 20 degrés, en estimant les distances des Luminaires au moment du passage de la Lune par le Méridien, que les Ephémérides indiquent.

## V I I I.

Voici donc à présent la Table. La *premiere* Colonne y marque les distances entre la Lune & le Soleil dans le moment du passage de la Lune par le Méridien : les *trois* autres Colonnes marquent les hauteurs des Marées pour le Périgée de la Lune, pour les distances moyennes de la Lune à la Terre, & pour l'Apogée de la Lune.





TABLE PLUS GENERALE ET CORRIGÉE  
pour trouver les Hauteurs des Marées.

<i>Distances entre les Luminaires.</i>	<i>HAUTEURS des Marées au Périgée de la Lune.</i>	<i>Hauteurs des Marées aux Distances moyennes de la Lune à la Terre.</i>	<i>HAUTEURS des Marées à l'Apogée de la Lune.</i>
0 Deg.	0,995A+0,149B	0,883A+0,117B	0,795A+0,082B
10	1,104A+0,038B	0,970A+0,030B	0,874A+0,021B
20	1,138A+0,000B	1,000A+0,000B	0,901A+0,000B
30	1,104A+0,038B	0,970A+0,030B	0,874A+0,021B
40	0,995A+0,149B	0,883A+0,117B	0,795A+0,082B
50	0,853A+0,319B	0,750A+0,250B	0,676A+0,176B
60	0,668A+0,527B	0,587A+0,413B	0,529A+0,290B
70	0,460A+0,749B	0,413A+0,587B	0,372A+0,412B
80	0,284A+0,958B	0,250A+0,750B	0,225A+0,527B
90	0,133A+1,127B	0,117A+0,883B	0,105A+0,621B
100	0,034A+1,238B	0,030A+0,970B	0,027A+0,682B
110	0,000A+1,277B	0,000A+1,000B	0,000A+0,703B
120	0,034A+1,238B	0,030A+0,970B	0,027A+0,682B
130	0,133A+1,127B	0,117A+0,883B	0,105A+0,621B
140	0,284A+0,958B	0,250A+0,750B	0,225A+0,527B
150	0,460A+0,749B	0,413A+0,587B	0,372A+0,412B
160	0,668A+0,527B	0,587A+0,413B	0,529A+0,290B
170	0,853A+0,319B	0,750A+0,250B	0,676A+0,176B
180	0,995A+0,149B	0,883A+0,117B	0,795A+0,082B

Vij

## I X.

Il nous reste à considérer les déclinaisons des Luminaires & les latitudes des lieux sur la Terre, pour lesquels on cherche la nature des Marées. Nous avons supposé les unes & les autres nulles dans ce Chapitre. Mais cette matiere est si riche & si remarquable par plusieurs propriétés très-singulieres, & elle demande d'ailleurs tant d'attention, que j'ai cru devoir la traiter à part. Ce sera donc le sujet du Chapitre suivant.

## C H A P I T R E X.

*Dans lequel on examine toutes les propriétés des Marées, qui dépendent des différentes Déclinaisons des Luminaires & des différentes latitudes des Lieux.*

## I.

**L**Es déclinaisons des Luminaires à l'égard de l'Equateur, & les distances des lieux sur la Terre du même Equateur, ont tant de rapport entre elles, qu'on ne sçauroit bien traiter cette matiere, qui est une des plus importantes de notre sujet, sans les considérer les unes & les autres en même tems. Mais pour ne pas rendre la question trop embarrassante dès le commencement, nous ne ferons d'abord attention qu'à la Lune, tout comme si les Marées étoient uniquement produites par l'action lunaire. Nous considérerons aussi la chose d'abord suivant la pure Théorie, & nous verrons ensuite quelles corrections on y pourra employer.

## I I.

Reffouvenons-nous de tout ce que nous avons dit dans

quelques-uns des premiers Chapitres , & sur-tout dans le cinquième , sur le changement de la figure de la Terre produit par l'action de l'un des Luminaires. Nous avons considéré la Terre d'abord comme parfaitement sphérique ; nous avons démontré ensuite que cette figure est changée par l'action de l'un des Luminaires en ellipsoïde , dont l'axe prolongé passe par le centre du Luminaire agissant ; & enfin que la rotation diurne de la Terre fait que chaque Point dans la surface de la Terre , doit tantôt se baisser , tantôt s'élever , afin que sa figure ellipsoïdique soit conservée ; mais nous n'avons calculé ces baissemens & haussemens , que pour les Points pris dans l'Equateur même , dans le plan duquel nous avons supposé en même tems se trouver l'axe de l'Ellipsoïde. C'est pour ces cas , que nous avons démontré ( *s. V. Chap. V.* ) que les baissemens des eaux sont proportionnels aux Quarrés des Sinus des Angles horaires , qui commencent du moment de la haute Mer ; & l'on remarquera que ces Angles horaires sont proportionnels alors aux Arcs compris entre le Pole de l'Ellipsoïde & le Point en question.

### I I I.

Voici à présent comment il faut s'y prendre , pour trouver les mêmes baissemens & haussemens , qui se font pendant le mouvement diurne de la Terre dans un point quelconque , & la Lune ayant aussi une déclinaison quelconque. On voit qu'on aura toujours le même Ellipsoïde , quelle que soit la déclinaison de la Lune ; mais qu'il sera obliquement posé à l'égard de l'Equateur : on voit aussi qu'il faut s'imaginer dans ce Sphéroïde allongé une Section parallèle à l'Equateur , qui passe par le point en question : cette Section ne sera pas un cercle parfait , & sa circonférence n'aura pas tous ses points également éloignés du centre de l'Ellipsoïde : c'est les différences de ses distances , qui forment la nature des Marées. Il s'agit donc de déterminer ces différences.

V iij

## I V.

Pour cet effet il faudra commencer par chercher les distances de chaque point du Parallele au *Pole de l'Ellipsoïde* (j'appelle ainsi l'extrémité de l'Axé de l'Ellipsoïde, qui prolongé, passe par le centre de la Lune) & ces distances étant connues, il est facile de trouver la distance du même point au centre de l'Ellipsoïde, & les différences de ces distances. Car si le Cosinus de la distance d'un point pris dans le Parallele au Pole de l'Ellipsoïde étoit  $\varrho$ , le Sinus total  $= 1$ , & si le demi Axé de l'Ellipsoïde est nommé  $b + d$ , & le plus petit demi-diametre  $b$ , la distance du point pris dans le Parallele jusqu'au centre de l'Ellipsoïde sera généralement  $= b + \varrho \varrho d$ ; nous avons démontré cette Proposition au §. V. Chap. V.

## V.

Nous montrerons donc d'abord, comment il faudra déterminer la distance d'un Point quelconque, pris dans un Parallele donné au Pole de l'Ellipsoïde. La voye de la Trigonometrie sphérique ordinaire nous seroit assez inutile ici, puisqu'il nous faut des expressions analytiques, applicables à tous les cas, & traitables aux Calculs. Si l'on vouloit tirer de telles expressions des regles de ladite Trigonometrie, les formules qui en proviendroient seroient beaucoup trop prolixes. M. Mayers nous a donné là-dessus un beau Mémoire inféré dans les Commentaires de l'Académie Impériale des Sciences de Peterbourg Tom. 2. p. 12. Il y a dans ce Mémoire au XVIII. §. un Théoreme général, par le moyen duquel on pourra toujours de trois choses données dans un Triangle sphérique, trouver le reste par des expressions analytiques extrêmement simples. Voici le cas que notre sujet demande.

Soit dans un Triangle sphérique, le Sinus total  $= 1$ ; le Sinus d'un des côtés  $= S$ ; le Cosinus du même côté  $= C$ ; le Sinus d'un autre côté  $= s$ ; le Cosinus de cet autre côté

$=c$ ; le Cosinus de l'Angle compris entre les deux côtés donnés  $=y$ ; le Cosinus du troisième côté opposé à l'Angle donné, que j'appellerai  $q$ , sera exprimé par cette équation

$$q = S s y + C c.$$

V I.

Soit à présent dans la 12<sup>e</sup>. Figure *ADGK* le Méridien de la Terre, qui passe par le centre de la Lune, & que la Lune réponde au point *B*, qui deviendra ainsi le Pole de l'Ellipsoïde, & la droite *BH*, qui passe par le centre *O*, son Axe. Soit l'Axe de rotation de la Terre *AG*, les Poles *A* & *G*; *DFK* l'Equateur; *CEL* un Parallele, dans lequel nous prendrons un point quelconque *E*, & qu'on tire enfin par ce point *E*, & par le Pole *A* l'Arc *AEF*. Fig. 12.

De cette maniere, l'Arc *AB* sera le complément de la déclinaison de la Lune; l'Arc *AE* sera le complément de la latitude du point *E*, & l'Arc *DF* sera l'Arc horaire depuis le passage du point *E* par le Méridien, qui passe par la Lune; de sorte qu'on connoît dans le Triangle *BAE*, les Côtes *BA* & *EA*, avec l'Angle compris *BAE*, & de-là on tirera par le moyen du Théoreme exposé au précédent Article, l'Arc *BE*, qui est la distance du Point *E* au Pole de l'Ellipsoïde.

Nous nommerons donc encore le Sinus total 1, le Sinus du côté *AB*  $=S$ ; son Cosinus  $=C$ ; le Sinus du côté *AE*  $=s$ , son Cosinus  $=c$ ; le Cosinus de l'Arc *DF*, qui est la mesure de l'Angle *BAE*,  $=y$ ; le Cosinus de l'Arc *BE*  $=q$ : nous aurons

$$q = S s y + C c.$$

V I I.

Ayant ainsi trouvé l'Arc *BE*, il est facile d'exprimer la droite *EO*, qui est la distance du point *E* jusqu'au centre de l'Ellipsoïde, par le moyen du 4<sup>e</sup> Art. qui nous marque que cette distance est toujours égale au plus petit demi-diametre, augmenté par le produit du Quarré du Cosinus de cet

Arc trouvé, & de l'excès du demi-Axe  $BO$  sur le plus petit demi-diametre : c'est-à-dire, si nous retenons les dénominations, dont nous nous sommes servis depuis le IV. §. jusqu'ici, que nous aurons

$$EO = b + (Ss y + Cc)^2 d.$$

C'est cette équation de laquelle nous devons tirer toutes les variations des Marées, que la déclinaison de la Lune & la latitude du lieu peuvent produire.

### V I I I.

Nous voyons d'abord, que n'y ayant que la lettre  $y$  de variable, la quantité  $EO$  est toujours d'autant plus grande, que l'on prend  $y$  plus grande. Pour avoir donc la plus grande  $EO$ , il faut faire  $y = 1$ . La haute Mer répond donc encore au passage de la Lune par le Méridien; & on aura alors la droite  $CO = b + (Ss + Cc)^2 d$ .

### I X.

Mais pour trouver la plus petite  $EO$  ou  $eo$ , il ne faut pas faire  $y = 0$ ; mais  $y = -\frac{Cc}{Ss}$  & alors la hauteur  $eO$  est simplement  $= b$ . Nous ferons là-dessus les remarques suivantes :

I. La différence entre la plus grande  $CO$  & la plus petite  $eO$ , faisant la hauteur de la Marée, en tant qu'elle est produite par la seule action de la Lune, il s'ensuit que cette hauteur est  $= (Ss + Cc)^2 d$ . Cette formule nous apprend bien de nouvelles propriétés sur les Marées, & nous sert en même tems à décider plusieurs questions, sur lesquelles les Auteurs ne sont pas encore convenus.

( $\alpha$ ) Nous voyons d'abord, que la plus grande Marée se fait, lorsque la déclinaison de la Lune est égale à la latitude du lieu. Cette règle suppose toute la Terre inondée; & c'est à quoi il faut avoir égard, lorsqu'il est question de la hauteur d'un lieu. Ce n'est pas par exemple immédiatement aux Ports de Picardie, de Flandre, &c. que les eaux  
sont

font élevées par la Lune : la cause principale des Marées dans tous ces endroits doit être attribuée plutôt à l'élevation & descente des eaux, qui se font dans la Mer du Nord, à environ 35 degrés de Latitude Septentrionale, autant que j'en ai pû juger par l'inspection des Cartes Marines. J'avouë pourtant que ce n'est ici qu'une estime fort incertaine; il est impossible de rien dire de positif là-dessus.

On remarquera aussi que je parle ici de la hauteur de la Marée, qui répond au passage supérieur de la Lune par le Méridien : j'appellerai cette Classe de Marées, *Marées de dessus*, & la Classe de celles qui répondent au passage inférieur de la Lune par le Méridien, *Marées de dessous*.

(6) Si la déclinaison de la Lune est nulle, nous aurons  $S = 1$  &  $C = 0$ , & la hauteur de la Marée de dessus sera  $= s s \Delta$ . Nous voyons de-là, que si la Terre étoit toute inondée, & que les Luminaires restassent dans le plan de l'Equateur, les hauteurs des Marées pour les endroits de différentes latitudes seroient en raison quarrée des Sinus des distances au Pole.

(7) Si pour nos Pays Septentrionaux, la déclinaison de la Lune devient Méridionale, les Marées de dessus deviennent encore plus petites à cet égard, & cette diminution seroit très-considérable, s'il n'y avoit pas une cause hydrostatique que je marquerai ci-dessous, qui lui est un obstacle ; sans la considération de cette cause, on pourroit croire facilement que notre Théorie ne répond pas assez aux Observations.

(8) Nous éclaircirons cette matiere par un exemple, en supposant la Latitude du lieu de 35 degrés. En ce cas la hauteur des Marées de dessus, tout le reste étant égal, devroit être,

Dans la plus grande Déclinaison Septentrionale de la Lune, . . . . . = 0,963  $\Delta$ .  
 Lorsque la Déclinaison de la Lune est nulle = 0,671  $\Delta$ .  
 Dans la plus grande Déclinaison Méridionale de la Lune, . . . . . = 0,265  $\Delta$ .

X

La différence de ces Marées est énorme, & surpasse de beaucoup toutes les inégalités qu'on peut soupçonner avoir quelque rapport à la Déclinaison de la Lune. Nous en dirons bientôt la raison.

(ε) Si on supposoit la Latitude telle que  $Ss \text{ fût} = Cc$ , ou  $Ss = \sqrt{1 - SS} \times \sqrt{1 - ss}$ , ou enfin  $s = \sqrt{1 - SS} = C$ , le point  $E$  qui répondroit à la plus petite  $EO$ , seroit précisément au point  $L$ . En ce cas, il n'y auroit qu'une Marée de dessus dans l'espace d'un jour lunaire, & la Marée de dessous s'évanouiroit entièrement. Cela arriveroit donc, par exemple, si la Lune ayant 20 degrés de Déclinaison Septentrionale, l'élevation du Pole étoit de 70 degrés: mais en même tems la Marée seroit bien petite, puisqu'elle ne monteroit qu'à environ la cinquième partie, qu'elle feroit sous l'Equateur.

(ζ) Si  $s$  est plus petit que  $C$ , la quantité du §. VII.  $(Ss + Cc)^2 \delta$ , ne sçauroit plus devenir égale 0; c'est pourquoy la Mer décroîtra alors continuellement depuis le passage supérieur de la Lune par le Méridien, jusqu'à son passage inférieur. Il n'y aura donc plus qu'une Marée par jour depuis le parallele, qui fait  $s = C$ , jusqu'au Pole; & pour sçavoir la hauteur de ces Marées, il faut dans cette Formule, premièrement supposer  $y = 1$ ; & ensuite  $y = -1$ , & prendre la différence des Formules: la hauteur des Marées sera donc dans ces cas  $= (Ss + Cc)^2 \delta - (-Ss + Cc)^2 \delta$ , ou bien  $= 4 Ss Cc \delta$ . Elle ne sçauroit donc être qu'extrêmement petite.

Nous aurions un grand nombre de réflexions à faire encore sur cette matiere, s'il ne falloit pas se contenir dans de certaines bornes; & quoique tous ces Théoremes ne soient vrais que dans la Théorie, où l'on suppose les eaux être constamment dans leur état d'équilibre, & toute la Terre inondée (car avec ces suppositions, ces Théorèmes seroient exactement vrais) & que diverses circonstances peuvent leur donner quelquefois une toute autre face, ils ne laissent pas d'être très-utiles, pour expliquer en gros un grand



nombre de Phénomènes observés sur les Marées, & pour pénétrer à fond cette matière.

II. Nous avons démontré qu'il n'y a des Marées de dessous, que tant que  $s$  est plus grand que  $C$ , lorsque la Déclinaison de la Lune est Septentrionale (si cette Déclinaison est Méridionale, il n'y aura point alors de Marées de dessus dans les Pays Septentrionaux.) Nous disposerons donc  $s$  plus grand que  $C$ , & nous chercherons là-dessus la hauteur de la Marée de dessous, de la même façon que nous l'avons trouvée pour celles de dessus.

Nous avons vû que la hauteur  $EO$  est la plus petite possible, lorsqu'on prend  $y = -\frac{Cc}{Ss}$ , & qu'alors elle devient  $= b$ ; après cela les hauteurs  $EO$  croîtront jusqu'au point  $L$ , qui fait  $y = -1$ . La différence de ces hauteurs fera donc la hauteur de la Marée de dessous, qui fera par conséquent  $= (-Ss + Cc)^2 \delta$ , pendant que celle de la Marée de dessus étoit  $= (Ss + Cc)^2 \delta$ . On pourra faire là-dessus les remarques suivantes.

(a) Les Marées de dessus sont égales à celles de dessous, lorsque la déclinaison de la Lune est nulle.

(b) Dans les Pays Septentrionaux, les Marées de dessus sont plus grandes que celles de dessous, lorsque la déclinaison de la Lune est Septentrionale, & plus petites lorsque cette déclinaison est Méridionale, & généralement les déclinaisons de la Lune étant égales, mais de différens côtés, les Marées de dessus deviennent les mêmes qu'étoient celles de dessous, & réciproquement.

(c) La différence des deux Marées d'un même jour lunaire est  $= 4 Cc Ss \delta$ ; si l'on applique ces Formules à des cas particuliers, on verra que les Marées de dessus devroient différer considérablement de celles de dessous, s'il n'y avoit pas une autre raison qui doit les rendre à-peu-près égales. Nous exposerons cette raison ci-dessous, après que nous aurons examiné tout ce que la Théorie dit sur cette matière *in abstracto*.

III°. Nous voyons aussi que les durées des deux Marées d'un même jour doivent être selon la pure Théorie fort différentes. Voici comme on peut déterminer ces durées. Si dans le Parallele  $CL$  on suppose  $e$  être le point, la distance duquel au centre de l'Ellipsoïde soit la plus petite & égale à  $b$ , & qu'on tire ensuite par ce point un Arc de Méridien  $Aef$ , l'Arc  $Df$  sera la mesure du tems depuis la haute Mer de dessus jusqu'à la basse Mer suivante, & l'Arc  $fk$  la mesure du tems, depuis cette basse Mer jusqu'à la haute Mer de dessous. Or nous avons vû au IX. §. que le Cosinus de l'Arc  $Df(y)$  est  $= -\frac{Cc}{S^2}$ , ou bien si  $DM$  est de 90 degrés, le Sinus de l'Arc  $Mf$  vers le point  $K = \frac{Cc}{S^2}$ . Là-dessus nous pourrons faire ces remarques.

(1) Dans les Pays Septentrionaux la déclinaison Septentrionale de la Lune rend les Jufans des Marées de dessus plus longs, & les Flots des Marées de dessous plus courts; & la déclinaison Méridionale fait le contraire avec les mêmes mesures; & lorsque la déclinaison est nulle, la durée du Jufan est égale à celle du Flot suivant.

(2) Si la déclinaison de la Lune est égale au Cosinus de la latitude du lieu, le Jufan durera 12 heures lunaires, & il n'y a point de Flot pour l'autre Marée, parce qu'il n'y a point du tout de Marée de dessous.

(3) En général, la différence du tems, entre le Jufan de la Marée de dessus, & le Flot de la Marée de dessous, se détermine par le double de l'Arc horaire  $Mf$ , & la différence des durées des deux Marées entières, est exprimée par le quadruple de l'Arc  $Mf$ , dont le Sinus est  $= \frac{Cc}{S^2}$ . D'où l'on voit que plus la déclinaison de la Lune est grande, plus cette différence est grande aussi.

Soit, par exemple, la latitude du lieu de 35. degrés, la déclinaison de la Lune de 25 degrés, l'Arc  $Mf$  fera de 15 degrés, qui répond à une heure lunaire; le Jufan durera donc 7 heures lunaires, & le Flot suivant 5 heures lunaires,

& la différence sera de deux heures, & toute la Marée de dessus durera 4 heures plus que celle de dessous.

## X.

Voilà donc comme la chose seroit, si la Terre étoit toute inondée, & si les eaux étoient constamment dans une situation d'équilibre parfait. Nous avons exposé toutes les variations des Marées qui sont dues à l'action de la Lune, par rapport aux différentes déclinaisons & latitudes, & par le moyen de nos Remarques on connoît les différences entre les Marées d'un même jour, entre celles qui se font dans différentes Saisons, &c. tant à l'égard des hauteurs des Marées, que de leurs durées. Il est vrai que les deux hypothèses indiquées sont bien éloignées de la vérité, & que cela change extrêmement les mesures des variations; mais je suis pourtant sûr qu'il doit y avoir des variations, & qu'elles seront de la nature que nous avons trouvée.

Quant aux irrégularités de la surface de la Terre, il n'est pas possible d'en deviner les effets, que fort superficiellement, & comme chaque endroit demanderoit à cet égard des réflexions différentes, nous n'entreprendrons point cet examen. Nous ne considérerons donc que ce qui regarde le défaut de l'équilibre des eaux, & les mouvemens reciproques ou oscillatoires qui en résultent.

## X I.

La Lune change la surface de la Terre de Sphérique en Ellipsoïdique, & l'axe de l'Ellipsoïde passe par la Lune. Cet axe étant différent de l'axe de Rotation, la figure de la Terre change continuellement, quoique toujours la même à l'égard de l'axe de l'Ellipsoïde; & s'il n'y avoit pas quelques causes secondes, lesdits changemens consisteroient simplement en ce que chaque goutte montât & descendît alternativement & directement vers le centre.

Il est remarquable encore, que si les eaux se mouvoient librement, sans souffrir aucune résistance, ces oscillations

augmenteroient continuellement à l'infini , parce qu'à chaque demi-tour de la Terre , les eaux doivent être censées avoir reçu quelque nouvelle impulsion : c'est une propriété qu'on peut démontrer par plusieurs exemples semblables , tirés de la Mécanique & de l'Hydrodynamique. Mais le grand nombre de résistances qui s'opposent aux mouvemens des eaux , font que celles-ci prennent bien vite leur plus grand degré d'oscillations. Ces derniers degrés d'oscillations peuvent cependant être censés proportionnels aux forces que la Lune exerce sous différentes circonstances , pourvû que les changemens qui se font dans la Lune , se fassent assez lentement , pour donner aux eaux le tems qu'il leur faut pour changer leur mouvement. On peut donc dire à cet égard , que les changemens qui se font dans la Lune , par rapport à ses déclinaisons doivent produire dans les Marées à-peu-près les Phénomènes que nous avons indiqués , & à beaucoup plus forte raison les changemens de déclinaisons dans l'autre Luminaire. Mais les changemens qui sont dûs à la rotation de la Terre sont trop vîtes , pour que les Marées puissent s'y accommoder , car elles tâchent de conserver leur mouvement reciproque comme un Pendule simple. Cette seule raison fait que si les deux Marées d'un même jour devoient être suivant les différens effets de la Lune fort différentes , la plus grande augmente la plus petite , & celle-ci diminue l'autre , de sorte qu'elles sont beaucoup moins inégales qu'elles ne devoient être sans cette raison. Tout ce qu'on peut donc dire à cet égard , est que nos Théorèmes sont vrais , quant à leur nature , mais non pas suivant les mesures que nous en avons données. On peut pourtant , moyennant une autre réflexion , réparer en quelque façon cet inconvénient : c'est en supposant que la plus grande Marée donne à la plus petite , qui est sa compagne , autant qu'elle en perd , & les supposer l'une & l'autre à-peu-près égales , ce que l'expérience confirme , & de là on tirera la hauteur absolue de chacune , en prenant le milieu Arithmétique des deux Marées , qui conviennent à

un même jour lunaire. En corrigeant de cette façon les précédentes Propositions, nous aurons les Théorèmes suivans, qui ne sçauroient plus manquer d'être assez conformes aux Observations.

X I I.

La hauteur de la Marée de dessus est  $= (Ss + Cc)^2 \delta$  (§. IX. Remarque I.) & la hauteur de la Marée de dessous  $= (-Ss + Cc)^2 \delta$  (§. IX. Remarque II.) en prenant donc la moitié de la somme de ces deux hauteurs, nous aurons la hauteur moyenne de la Marée, qui convient aux déclinaisons de la Lune, & latitudes du lieu données,  $(SSss + CCcc) \delta$ . De cette Formule, que je crois fort juste pour la supposition de l'entiere inondation de la Terre, on pourra tirer les Corollaires suivans.

(I.) Les déclinaisons Septentrionales & Méridionales de la Lune font le même effet sur les Marées, à l'égard de leur hauteur moyenne.

Cette propriété est confirmée par les Observations. Mais il fera toujours vrai, que dans les Pays Septentrionaux la déclinaison Septentrionale de la Lune augmente un peu les Marées de dessus, & diminue celles de dessous; & que la déclinaison Méridionale fait le contraire: & c'est ce que l'expérience confirme aussi. On se souviendra donc que nous parlons de la hauteur moyenne des deux Marées d'un même jour lunaire.

(II.) A la hauteur de 45 degrés la hauteur moyenne de la Marée est  $= (\frac{1}{2} S S + \frac{1}{2} C C) \delta = \frac{1}{2} \delta$ , & par conséquent constamment la même.

C'est ici une propriété bien singulière, que quelles que soient les déclinaisons des Luminaires, les hauteurs moyennes des Marées n'en soient point changées, & cette propriété nous fait voir, pourquoi dans nos Pays on s'aperçoit de si peu de changement dans les Marées, à l'égard desdites déclinaisons.

(III.) Si la latitude du lieu est moins de 45°. la plus grande

Marée moyenne se fait lorsque les déclinaisons des Lumières sont nulles, & les Marées diminuent, si les déclinaisons augmentent.

L'expérience confirme encore cette propriété, & tout le monde convient que dans nos Pays ( dont les Marées dépendent de la Mer du Nord, à environ 35 degrés de latitude) les plus grandes Marées, tout le reste étant égal, se font environ les Equinoxes.

Si la latitude du lieu est plus grande de 45 degrés, c'est le contraire.

(IV.) Sous l'Equateur, la hauteur de la Marée est  $= SS\Delta$ , & les variations qui dépendent des différentes déclinaisons de la Lune, y seront le plus sensibles: si la déclinaison est nulle, la hauteur de la Marée y est exprimée par  $\Delta$ ; & si la déclinaison est supposée de 25 degrés (elle peut aller jusqu'à près de 29 degrés) la hauteur de la Marée moyenne y fera de 0,82  $\Delta$ . La différence des hauteurs est de  $\frac{18}{100}\Delta$ .

(V.) Les variations sont moins grandes à cet égard sur les Côtes de la France, baignées par l'Océan, si les Marées y sont causées par la Mer du Nord à la hauteur d'environ 35 degrés, la hauteur de la Marée, la déclinaison de la Lune étant nulle, y sera exprimée par 0,671  $\Delta$ , & si la Lune avoit 25 degrés de déclinaison, la hauteur moyenne y sera exprimée alors par 0,610  $\Delta$ . La plus grande Marée est donc à la plus petite à cet égard, comme 671 à 610, & la différence sera comme 61, qui fait l'onzième partie de la grande Marée.

Nous voyons par ces exemples, que les variations qui dépendent de la déclinaison de la Lune, sont toujours beaucoup plus petites, que celles qui dépendent des différentes distances de la Lune, & qui peuvent aller jusqu'au tiers de la plus grande Marée. C'est pourquoi on a eu beaucoup de peine à s'apercevoir des variations qui répondent aux différentes déclinaisons.

(VI.) Enfin nous remarquerons que cette Formule  $(SS\ s\ s + CC\ c\ c)\Delta$  pour les hauteurs moyennes des Marées

ne

ne doit pas être poussée au-delà du terme des doubles Marées, qui est lorsque la latitude du lieu est égale à la déclinaison de la Lune : car, passé ce terme, nous avons démontré qu'il ne doit y avoir qu'une Marée par jour, dont la hauteur est exprimée par  $4 Ss Cc d$ , en vertu de la Remarque (Ç) de l'Art. IX. Il faudra aussi donner à ce terme une certaine latitude ; car il y a apparence que ce n'est qu'à une certaine distance depuis ce terme vers l'Equateur, que les Marées commencent à être doubles, & à une autre distance vers le Pole, qu'elles commenceroient à être simples, si la Mer libre s'étendoit jusques-là ; & que dans la Zone, qui est entre deux, les Marées seront mêlées de l'une & l'autre espèce avec beaucoup d'irrégularité.

### X I I I.

Nous venons d'exposer au long, & avec toute la précision possible, le rapport réel des hauteurs des Marées : nous n'avons qu'un mot à dire sur l'heure des hautes Marées. Comme c'est toujours au moment du passage supérieur de la Lune par le Méridien, que la Mer devrait être la plus haute, quelle que soit la déclinaison de la Lune, & la latitude du lieu : nous voyons que si les Marées dépendoient uniquement de la Lune, ces deux sortes de variations ne devroient point apporter de changement à l'heure de la haute Mer ; & si l'on veut avoir égard aux forces du Soleil, nous avons déjà montré au IX. Art. du Chap. VII. les variations qui peuvent provenir à cet égard.

Mais si la déclinaison de la Lune & la latitude du lieu n'ont pas d'influence directement sur l'heure de la haute Mer, & si elles n'en ont que très-peu, lorsque l'action de la lune est combinée avec celle du Soleil, il est remarquable, que tant la déclinaison de la Lune, que la latitude du lieu, feroient extrêmement varier l'heure des basses Mers, sans cette cause seconde, que j'ai exposée au long dans le XI. Art. & qui fait que les deux Marées d'un même jour lunaire sont beaucoup moins inégales, qu'elles ne

Y

devroient être. Cependant cette raison ne sçauroit rendre les deux Marées tout-à-fait égales, & il fera toujours vrai, ce que j'ai déjà dit dans la Remarque (1) de la III. Partie du §. IX. que c'est tantôt le Jusan d'une Marée, qui surpasse en durée le flot de la Marée suivante, tantôt celui-ci qui surpasse l'autre. C'est une propriété qui n'est point échappée aux Observateurs des Marées; mais on n'avoit pas remarqué les circonstances de ces inégalités, sçavoir que dans les Pays Septentrionaux, la déclinaison Septentrionale de la Lune rend les Marées de dessus plus longues, & les Marées de dessous plus courtes, & que la déclinaison Méridionale fait le contraire.

On voit donc qu'à cet égard le Jusan peut être différent du flot suivant, mais non pas du flot antécédent; & si l'on remarque quelque différence entre le flot & le Jusan d'une même Marée, ou cette différence sera constante pendant tout le cours de l'année, & alors il faut l'attribuer à la configuration des Côtes; ou elle n'aura point de loix, & ne sera que tout-à-fait accidentelle, & causée par des Vents ou Courants accidentels.

#### X I V.

Les différences que nous avons exposées dans ce Chapitre entre les deux Marées d'un même jour, tant pour leur hauteur, que pour leur durée, nous donnent un moyen de reconnoître ces deux Classes de Marées, & de distinguer l'une d'avec l'autre, ce qui seroit impossible sans cela sur les Côtes irrégulières de l'Europe, où nous sçavons que les diverses heures du Port comprennent toute l'étendue d'une Marée, ou d'un demi-jour lunaire.

La Classe des Marées de dessus comprendra celles qui sont plus grandes & plus longues, la déclinaison de la Lune étant Septentrionale, ou qui sont petites & plus courtes, cette déclinaison étant Méridionale, & l'autre Classe fera réciproque.



## X V.

Nous avons examiné avec toute l'attention requise les effets des différentes déclinaisons de la Lune, qui sont la source de tant de propriétés très-remarquables des Marées. Il ne nous reste donc plus qu'à considérer encore les déclinaisons du Soleil. Cet examen nous sera très-facile, après celui que nous venons de faire sur la Lune.

Nous nommerons la force du Soleil, sa déclinaison étant nulle,  $\zeta$ , comme nous avons fait toujours dans le corps de ce Traité, & nous retiendrons les dénominations du V. §. Si nous appliquons donc au Soleil tout le raisonnement que nous avons fait sur la Lune, nous voyons qu'on n'a qu'à substituer dans toutes les Formules de ce Chapitre  $\zeta$  à la place de  $\delta$ , pour trouver les variations qui proviennent des différentes déclinaisons du Soleil dans tous les lieux de la Terre, & de cette manière tout ce que nous avons dit sur la Lune, sera aussi vrai à l'égard du Soleil. Si donc la hauteur de la Marée, en tant qu'elle est produite sous l'Equateur par la seule action du Soleil au tems des Equinoxes, est appellée  $\zeta$ , la hauteur de la Marée sera pour telle déclinaison du Soleil, & telle latitude du lieu entre les deux Cercles Polaires qu'on voudra  $= (TT_{ss} + EE_{cc})\zeta$ , en entendant par  $T$  le Sinus de la distance du Soleil au Pole, & par  $E$  son Cosinus.

## X V I.

Pour tirer tout l'avantage, qui est possible, de nos Méthodes, & leur donner la dernière perfection, nous tâcherons enfin de donner une Formule générale pour tous les cas possibles. Souvenons-nous pour cet effet, que nous avons nommé au IX. Chapitre  $A$  la hauteur des Marées qui se font sous la Ligne dans les Syzygies (ou plutôt un jour & demi après) les distances des Luminaires étant moyennes, & leurs déclinaisons nulles; & que pour les mêmes circonstances nous avons nommé  $B$  la hauteur des

Y ij

Marées bâtarde : voyons à présent, comment il faut changer ces Quantités  $A$  &  $B$ , lorsque les déclinaisons des Luminaires, & les latitudes des lieux sont d'une grandeur quelconque.

(I.) Quant à la quantité  $A$ , comme elle a été exprimée par la somme des forces entières des deux Luminaires, c'est-à-dire, par  $\delta + \epsilon$ , on voit qu'il faut mettre ici à la place de  $\delta$  sa quantité corrigée  $(SSss + CCcc)\delta$ , & à la place de  $\epsilon$  sa quantité corrigée  $(TTss + EEcc)\epsilon$ , & ensuite faire cette Analogie

$$\delta + \epsilon : A :: (SSss + CCcc)\delta + (TTss + EEcc)\epsilon : \frac{(SSss + CCcc)\delta + (TTss + EEcc)\epsilon}{\delta + \epsilon} A.$$

Cette quatrième proportionnelle marque la hauteur des Marées dans les Syzygies, lorsque les déclinaisons des Luminaires, & la latitude du lieu sont quelconques, & si la déclinaison de l'un & l'autre Luminaire est nulle, cette quantité devient simplement  $= ss A$ . Si l'on nomme donc  $F$  la hauteur de la Marée dans les Syzygies, les déclinaisons des Luminaires étant nulles pour un lieu quelconque, il faut supposer  $ss A = F$ , & de cette manière ladite quatrième proportionnelle devient  $= \frac{(SSss + CCcc)\delta + (TTss + EEcc)\epsilon}{ss(\delta + \epsilon)} F$ .

C'est cette quantité qu'il faut substituer dans les équations du §. V. Chap. IX. pour  $A$ .

(II.) La quantité qu'il faudra substituer pour  $B$  dans ces équations, que nous venons de citer, se trouve à-peu-près de la même façon; il n'y a qu'à prendre au lieu de la somme  $\delta + \epsilon$  leur différence  $\delta - \epsilon$ , qui exprimoit la hauteur des Marées bâtarde. Si l'on appelle donc  $G$  la hauteur de la Marée dans les Quadratures, les déclinaisons des Luminaires étant nulles, on trouvera la quantité à substituer pour

$$B = \frac{(SSss + CCcc)\delta - (TTss + EEcc)\epsilon}{ss(\delta - \epsilon)} \times G.$$

Nous substituerons encore dans l'équation générale du §. V. Chap. IX. à la place des Lettres  $S$  &  $s$  (qui y mar-

quent le rapport des distances du Soleil à la Terre sous diverses circonstances, & qui se trouvent employées dans ce Chapitre dans un autre sens) ces autres Lettres *D* & *d*.

Après ces réflexions préliminaires nous considérerons le Problème général des hauteurs des Marées sous telles circonstances, qui pourront concourir, & qui servira à déterminer ces hauteurs avec toute la précision possible. Je m'assure que tous ceux qui jetteront les yeux sur cette Solution, verront sans peine, combien j'ai été attentif à examiner & éprouver toutes les circonstances qui peuvent faire varier les Marées.

P R O B L E M E G E N E R A L .

X V I I .

*Trouver généralement la hauteur des Marées, en supposant toutes les circonstances qui peuvent les faire varier, connues.*

S O L U T I O N .

Il faut connoître d'abord par Observations les quantités *F* & *G*, qui marquent les hauteurs moyennes des grandes Marées, & des Marées bâtardes, qui se font un jour & demi après les Syzygies & les Quadratures, les déclinaisons des Luminaires étant nulles, & leurs distances à la Terre étant moyennes. Dans la Théorie, deux Observations fussent pour cet effet; mais il vaut mieux dans l'application de nos Méthodes observer un grand nombre de fois, comme on a déjà fait presque dans tous les Ports de la France, la hauteur des grandes Marées, & celles des petites Marées, les Luminaires se trouvant à-peu-près dans l'Equateur, & prendre des unes & des autres le milieu Arithmétique, que j'appelle *F* pour les grandes Marées, & *G* pour les petites Marées.

Il faut ensuite connoître le rapport moyen, qu'il y a entre les forces de la Lune & du Soleil. Nous avons donné plusieurs moyens pour cela dans le corps de cette Dissertation,

& nous nous croyons bien fondés de le supposer comme  $\zeta$  à 2. Quoiqu'il en soit, nous nommons ce rapport  $\delta : \zeta$ .

Il faut après cela faire attention aux Phases de la Lune, ou à l'Arc compris entre les deux Luminaires dans le moment du passage de la Lune par le Méridien : cet Arc doit être diminué de 20 degrés (§. VII. Chap. IX.) Nous nommons le Sinus de l'Arc résultant  $m$ , & le Cosinus  $n$ , & le Sinus total 1.

Il faut aussi connoître les distances des Luminaires à la Terre : j'appelle  $d$  la distance moyenne du Soleil;  $D$  la distance au tems de la Marée cherchée;  $l$  la distance moyenne de la Lune;  $L$  la distance au tems de la Marée cherchée.

Il faut sçavoir encore les déclinaisons des Luminaires à l'égard de l'Equateur : j'appelle  $S$  le Sinus de la distance de la Lune au Pole;  $C$  son Cosinus;  $T$  le Sinus de la distance du Soleil au Pole;  $E$  son Cosinus.

Enfin il faut faire attention à la latitude du lieu, & à la Remarque ( $\alpha$ ) du IX. Art. que nous avons faite pour l'estimation des latitudes. Nous appellons le Sinus de la distance au Pole  $s$  & le Cosinus  $c$ . Toutes ces dénominations faites, je dis que la hauteur de la Marée sera

$$\frac{l^3 D^3 \delta + L^3 d^3 \zeta}{L^3 D^3 (\delta + \zeta)} \times \frac{nn}{ss} \times \frac{(SSss + CCcc) \delta + (TTss + EEcc) \zeta}{\delta + \zeta} \times F.$$

$$+ \frac{l^3 D^3 \delta - L^3 d^3 \zeta}{L^3 D^3 (\delta - \zeta)} \times \frac{mm}{ss} \times \frac{(SSss + CCcc) \delta - (TTss + EEcc) \zeta}{\delta - \zeta} \times G.$$

## XVII.

Je n'ai mis ici cette grande Formule, que pour faire voir toute l'étendue & toute l'exactitude de notre Théorie & de nos Calculs : car les mesures & la Table que nous avons données au Chapitre IX. ont assez de précision dans une Question aussi sujette que celle-ci aux variations accidentelles, qui n'admettent aucune détermination.

Je ne dis rien des Marées & de leurs changemens extraordinaires, qui se font dans la Zone glaciale, pour ne point

grossir trop ce Traité, & pour ne point l'embarrasser de choses fort abstraites & assez difficiles. J'ai d'ailleurs déjà exposé en gros & même assez au long ce qui en est.

Quant enfin à l'heure des hautes Mers, j'ai fait voir qu'elle n'est point changée par les déclinaisons des Luminaires, ni par la latitude du lieu; nous avons donc déjà donné toute la perfection possible dans les Chapitres précédens à cette autre grande Question. Pour l'heure des basses Mers, qui dépendent beaucoup des déclinaisons des Luminaires, & de la latitude du lieu, nous en avons fait voir toutes les variations & propriétés dans ce Chapitre.

## C H A P I T R E X I.

*Qui contient l'Explication & Solution de quelques Phénomènes & Questions, dont on n'a pas eu occasion de parler dans le corps de ce Traité, sur-tout à l'égard des Mers détachées, soit en partie, soit pour le tout, de l'Océan.*

### I.

**S**Uivant quelle progression les eaux montent & descendent dans une même Marée, par rapport aux tems donnés.

Cette Question dépend de toutes les circonstances que nous avons considérées dans ce Traité; mais les variations à l'égard du changement de ces circonstances, ne font pas varier beaucoup la loi, suivant laquelle les eaux montent & descendent; je ne parlerai donc que du cas le plus simple, qui est lorsque la latitude du lieu, & les déclinaisons des Luminaires sont nulles, & lorsqu'en même tems les Luminaires sont dans leurs Syzygies, ou dans leurs Quadratures. Que l'on exprime donc tout le tems depuis la haute

Mer jusqu'à la basse Mer par un quart de Cercle; dont le rayon est égal à l'unité: je dis que les descentes verticales des eaux depuis la haute Mer doivent être exprimées par les Quarrés des Sinus des Arcs, qui représentent les tems donnés. Si l'on considère les Marées depuis le commencement du Flot, il faudra dire que les élévations verticales des eaux, sont en raison quarrée des Sinus, qui répondent aux tems donnés.

§. III. Chap. V. Ceux qui voudront rendre cette Proposition plus générale, pourront consulter le §. VIII. Chap. V. & si on y ajoute enfin les §. §. VI. & VII. du Chap. X. on verra facilement, ce qu'il faudroit faire pour tous les cas possibles. Mais la loi générale ne différera pas beaucoup de celle que nous venons d'exposer; & cela d'autant moins que les deux Marées d'un même jour, qui devroient être souvent fort inégales, ne laissent pas de se composer à une égalité mutuelle par la raison exposée au long au §. XI. Chap. X. On peut donc se tenir sans peine à la Regle que nous venons d'établir.

Il s'ensuit de cette Regle, que les baiffemens ou élévations des eaux, qui se font dans de petits tems égaux, sont proportionnels aux produits des Sinus par les Cosinus répondans des Arcs horaires; de sorte que si on partage tout le tems du Flux ou du Reflux également, les variations également éloignées en deçà & en de-là de ce terme, sont égales: ces variations sont les plus sensibles au milieu du Flux ou du Reflux, & la variation totale depuis le commencement du Flux ou du Reflux jusqu'au milieu, fait précisément la moitié de toute la variation d'une Marée. On voit enfin que les variations doivent être insensibles au commencement & à la fin de chaque Flux & Reflux.

Toutes ces Propositions sont confirmées entièrement par les Observations qu'on a faites sur cette matiere, rapportées par M. Cassini dans les Mémoires de l'Académie des Sciences pour l'année 1720. pag. 360. Il semble seulement qu'il y a une erreur de quelques minutes dans la détermination de l'heure de la basse Mer, erreur presque inévitable dans

Dans cette sorte d'Observations Mais il faut remarquer, pour voir plus parfaitement l'accord de notre Regle avec les Observations, que tout le tems du Flux ou Reflux est de six heures lunaires, pendant que les Observations ont été prises sur des heures solaires.

II

Pourquoi il n'y a point de Marées sensibles dans la Mer Caspienne, ni selon quelques-uns dans la Mer Noire, & pourquoi elles sont très-petites dans la Mer Méditerranée, & de quelle nature sont ces Marées.

On ne sçauroit bien répondre à ces questions, sans considérer auparavant le Problème principal, qui est de sçavoir les Marées, lorsque la Mer n'a qu'une certaine étendue en longitude, & c'est un Problème pénible pour le Calcul, & assez délicat pour la Méthode. Pour le rendre d'abord plus simple, nous supposerons les Luminaires en conjonction & dans le plan de l'Equateur, & que c'est aussi sous l'Equateur, que l'on cherche les Marées.

Ressouvenons-nous que sans l'action des Luminaires, l'Equateur seroit parfaitement circulaire, comme  $bgdh$  dans la huitième Figure, & que les Luminaires se trouvant dans l'Axe  $DB$ , cette Figure est changée en l'Ellipse  $BGDH$ , lorsque toute la Terre est inondée, & que les eaux peuvent couler de tous côtés. Nous avons démontré aussi au III. §. Chap. V. que dans cette supposition, la petite hauteur  $yz$  (dont les variations par rapport à ses différentes situations expriment les variations des Marées au point  $z$ ) est  $= \frac{3ss - bb}{3bb} \times \mathcal{C}$ , dans laquelle Formule on suppose  $C\alpha = s$ ;  $Cb = b$ , & la différence entre la plus grande  $CB$  & la plus petite  $CG = \mathcal{C}$ .

Supposons à présent que la Mer n'a qu'une certaine étendue en longitude, sçavoir celle de  $zx$ , & qu'on tire par le centre  $C$  & l'extrémité  $x$  la droite  $Cs$ . Cela posé on voit bien que la surface de la Mer ne peut pas être en  $ys$ , comme elle seroit, si toute la terre étoit inondée; car l'espace

Z

$yCs$  est plus grand que l'espace  $zCx$ , & il faut que cet espace soit constamment le même; puisque la quantité d'eau dans une Mer doit être supposée la même pendant les revolutions de la Terre; mais la surface de l'eau prendra la courbure  $or$ , & voici quelle fera la nature de cette courbure  $or$ ; il faut premierement, que l'espace  $oCr$  soit constamment le même que l'espace  $zCx$ , & en second lieu, que la courbe  $or$  soit semblable à la courbe  $ys$ , ou plutôt la même, puisque toutes les petites lignes, telles que  $sx$ , sont incomparablement plus petites que le rayon de la Terre; & ainsi la petite perpendiculaire  $sr$  sera égale à la petite perpendiculaire  $yo$ , de même que toutes les perpendiculaires comprises entre les termes  $s$  &  $y$ .

On voit donc déjà que ce ne sont plus les  $sx$  &  $yz$ , dont les variations marquent les variations des Marées pour les points  $x$  &  $z$ , & que ces variations sont exprimées ici par celles des petites lignes  $rx$  &  $oz$ . De-là on peut conclure par la seule inspection de la Figure, que les Marées doivent être d'autant plus petites, que la Mer est moins étendue en longitude; que ces Marées ne peuvent être que tout-à-fait insensibles dans la Mer Caspienne & dans la Mer Noire, & fort petites dans la Mer Méditerranée, dont la communication avec l'Océan est presque entièrement coupée au Détroit de Gibraltar. On en peut même tirer des propriétés très-singulieres de cette sorte de Marées. 1°. Que la plus haute Mer ne se fait pas ici au moment du passage des deux Luminaires par le Méridien, comme dans l'Océan, ni 6 heures lunaires après, mais au milieu, si la Mer a peu d'étendue en longitude. 2°. Que les Marées sont les plus grandes aux extrémités Orientales & Occidentales  $z$  &  $x$ , & qu'elles sont incomparablement plus petites au milieu  $t$ . 3°. Que la haute Mer dans l'une des extrémités se fait au même moment que la basse Mer dans l'autre extrémité. Voilà en gros les propriétés des Marées dans ces Mers: le Calcul en fera connoître le détail.

Pour ne point ennuyer le Lecteur par une trop longue



suite de raisonnemens purement Géométriques, & dans plusieurs circonstances assez compliqués & chargés de Calcul, je ne mettrai ici que le plus précis.

Soit  $Bb + Gg = \mathcal{E}$ , qui marque la variation pour la Mer libre de tous côtés : soit l'Arc  $zx$ , qui marque l'étendue de la Mer en longitude =  $A$ . Le rayon de la Terre que nous prendrons pour le Sinus total = 1 ; qu'on tire  $xn$  perpendiculaire à  $CB$ , & soit l'espace  $zannz = S$ . Cela posé, on trouvera d'abord l'espace  $yzxs = \frac{2}{3} A \mathcal{E} - S \mathcal{E}$ . Cet espace devant être égal à l'espace  $yors$ , qui est égal à la petite  $sr$  multiplié par  $A$ , on en tire  $sr = \frac{2}{3} \mathcal{E} - \frac{S}{A} \mathcal{E}$ .

Si on suppose après cela  $Cn = n$  &  $Ca = s$ , on aura  $sx = nn \mathcal{E} - \frac{1}{3} \mathcal{E}$ , & par conséquent  $rx = nn \mathcal{E} - \mathcal{E} + \frac{S}{A} \mathcal{E}$ , & ce sont les différentes valeurs de  $rx$ , en considérant  $n$  &  $S$  comme variables, qui marquent les différentes hauteurs de la Mer au point  $x$ , qui est à l'extrémité occidentale de la Mer.

De cette valeur de  $rx$  on peut tirer géométriquement toutes les propriétés des Marées, quelque étendue qu'on suppose à la Mer, & tout ce que nous avons trouvé pour le point  $x$ , peut être déterminé de la même façon pour tel autre point dans l'Arc  $zx$  qu'on voudra ; mais on remarquera sur-tout une propriété générale, qui est que l'Arc horaire compris entre la haute & la basse Mer, c'est-à-dire l'Arc compris entre la plus grande & la plus petite  $rx$ , est toujours de 90 degrés. Pour le démontrer, il faut supposer la différentielle de  $rx = 0$ , & faire  $-dS = \frac{nn - ss}{\sqrt{1 - nn}} dn$ , à cause de la valeur constante de  $A$ , d'où l'on tirera cette équation  $2An\sqrt{1 - nn} - nn + ss = 0$ , qui marque déjà la propriété générale que nous venons d'indiquer. Cette propriété donne ensuite la hauteur de la Marée, exprimée par la différence de la plus grande & de la plus petite valeur de  $rx = \left( 2nn - 1 + \frac{n\sqrt{1 - nn} - s\sqrt{1 - ss}}{A} \right) \mathcal{E}$ , & on

Z ij

remarquera que dans toutes ces Formules,  $s$  est donnée en  $n$  & en constantes, à cause de l'Arc  $A$  donné.

Nous appliquerons ces équations générales à deux sortes de cas particuliers; premièrement, lorsque  $A$  est de 90 degrés; & en second lieu, lorsque cet Arc est fort petit.

I. Si  $A$  est de 90 degrés, on aura  $s = \sqrt{1 - nn}$ , & le lieu de la haute ou de la basse Mer, à l'égard du point fixe  $B$  sera déterminé par cette Equation

$$-2An\sqrt{1-nn} + 2nn - 1 = 0, \text{ qui donne}$$

$$Cn, \text{ ou } n = \sqrt{\left(\frac{1}{2} + \frac{A}{2\sqrt{AA+1}}\right)} = 0,9602,$$

qui marque que l'Arc  $xb$  est d'environ 16 degrés 13 minutes & que la hauteur de la Marée fera de 0,8446. Nous voyons donc que si la Mer avoit 90 degrés d'étendue en longitude, la haute Mer se feroit dans les Syzygies 1 heure 5 minutes plus tard que si toute la Terre étoit inondée, & que la hauteur de la Marée feroit de 156 millièmes parties plus petite.

II. Supposons à présent que l'étendue de la Mer en longitude soit très-petite, c'est-à-dire, que  $A$  exprime un Arc circulaire fort petit, & soit la corde de cet Arc  $= B$ : la Géométrie commune donne

$$s = n - \frac{1}{2}nBB + \frac{1}{2}\sqrt{4BB - 4nnBB + nnB^2 - B^2}.$$

Et  $B$  étant supposée fort petite, on changera la quantité radicale ensuite, & on négligera les quantités affectées de  $B^3$  (le Calcul fait voir à la fin, qu'il faut retenir les termes affectés de  $BB$ ) & de cette manière on trouvera

$$s = n - B\sqrt{1-nn} - \frac{1}{2}nBB.$$

On remarquera après cela, que la différence entre l'Arc  $A$  & la corde  $B$ , convertie ensuite, commence par le terme  $\frac{1}{4}B^3$ , lequel pouvant être négligé pour notre dessein, on mettra  $A$  à la place de  $B$ , & on aura

$$s = n - A\sqrt{1-nn} - \frac{1}{2}nAA.$$

En substituant dans l'équation exposée ci-dessus

$$2An\sqrt{1-nn} - nn + ss = 0.$$

la valeur trouvée pour  $s$ , & négligeant toujours les termes affectés de  $A^3$  & de  $A^4$ , nous aurons simplement  $n = \sqrt{\frac{1}{2}}$ .

L'Arc  $x$   $b$  est donc pour ce dernier cas de 45 degrés, & la haute Mer, si elle étoit sensible, ne se feroit par conséquent que trois heures lunaires après le passage de la Lune par le Méridien. La hauteur de la Marée étant généralement exprimée, comme nous avons vû ci-dessus, par  $(2nn - 1 + \frac{n\sqrt{1-2n} - s\sqrt{1-s}}{A}) \times \mathcal{C}$ , il faudra substituer

dans cette expression les valeurs trouvées pour  $n$  &  $s$ ; ce que faisant avec les mêmes précautions, que nous avons employées en cherchant la valeur de  $s$ , on trouvera à la fin simplement la hauteur de la Marée =  $A\mathcal{C}$ .

Cette expression fait voir que dans les petites Mers, les hauteurs des Marées sont proportionnelles aux étendues, que ces Mers ont en longitude, & les Marées se trouveront par cette Analogie. Comme le Sinus total est à l'Arc longitudinal, que la Mer renferme, ainsi la hauteur de Marée dans la Mer qui est supposée inonder toute la Terre, exprimée par  $\mathcal{C}$ , fera à la hauteur de la Marée en question.

Appliquons maintenant tout ce que nous avons trouvé pour en tirer les propriétés des Marées dans la Mer Caspienne. Supposons pour cet effet, que dans les conjonctions & oppositions des Luminaires, la hauteur des Marées grandissimes dans la Mer du Sud (dans laquelle les Marées ne sçauroient manquer d'atteindre presque toute la hauteur, qu'elles auroient, si toute la Terre étoit inondée) est sous l'Équateur de 8 pieds: c'est la hauteur que les Relations de voyages m'ont fait adopter pour la Mer libre, & que je crois qu'on remarquera sur les Côtes escarpées des petites Isles situées près de l'Équateur dans ladite Mer du Sud: Cela étant, j'ai démontré dans la Proposition (II.) du XII. §. du Chapitre précédent, que les grandes Marées ne seront plus que de 4 pieds à la hauteur de 45 degrés, où je suppose le milieu de la Mer Caspienne. Si nous donnons après cela à cette Mer dix degrés d'étendue en longitude,

cet Arc fait environ la sixième partie du Rayon , & la hauteur des grandiffimes Marées devroit être par conséquent aux extrémités Orientale & Occidentale de la Mer Caspienne d'environ huit pouces : mais elles seront nulles au milieu de la Mer. Je suppose cette agitation de la Mer trop petite pour avoir pû être remarquée par les gens qui ont été sur les lieux, & qui sans doute n'ont pas fait un examen fort scrupuleux là-dessus, & qui n'auroient pas manqué de l'attribuer à des causes accidentelles, s'ils avoient remarqué quelque petite élévation & baiffement des eaux. J'espère que des Observations plus exactes confirmeront un jour ce que je viens d'indiquer sur les Marées de la Mer Caspienne.

On doit faire le même raisonnement sur la Mer Noire, qui peut être considérée comme détachée de la Mer Méditerranée, à cause du peu de largeur du Déroit qui est entre deux. Il est à remarquer qu'on a observé dans cette Mer des Marées, quoique très-petites.

On voit aussi que les Marées dans la Mer Méditerranée doivent être beaucoup plus petites, que dans l'Océan, surtout si l'on fait attention que cette Mer n'est tout-à-fait ouverte que depuis l'Isle de Chypre jusqu'à celle de Sicile.

### I I I.

Comment les Marées peuvent être beaucoup plus grandes sur les Côtes, dans les Bayes, dans les Golfes, &c. que dans la Mer libre de tous côtés.

Pour répondre à cette question, il faut encore faire réflexion à ce que j'ai déjà dit, que si les Luminaires restoient à un même lieu, & que le mouvement journalier de la Terre se fît avec une lenteur infinie, les eaux qui inondent la Terre, ne pourroient point manquer d'être dans un parfait équilibre, & les Marées auroient par-tout les hauteurs qu'on leur a prescrites dans cet Ouvrage, sans que la configuration des Côtes ou autres causes semblables les pût déranger, pourvû que l'endroit en question communiquât avec l'Océan : d'ailleurs les eaux ne feroient que monter &

descendre verticalement, excepté aux Côtes, qui alternativement sont baignées, & restent à sec, & auxquelles les eaux auroient quelque mouvement horifontal, quoiqu'infiniment lent, & la direction de ce mouvement des eaux dépendroit dans ce cas, aussi-bien que dans tous les autres, de la direction de la pente des Côtes. Mais la vitesse du mouvement journalier de la Terre, qui fait que dans le tems d'un jour tout l'Océan doit faire quatre mouvemens & agitations reciproques, rend ces mouvemens fort sensibles. Comme outre cela la Mer n'inonde pas toute la Terre, & qu'il y a de grands Golfes, Canaux, &c. qui par l'élévation & baiffement des eaux, sont tantôt plus tantôt moins pleins, il faut que ceux-ci reçoivent les eaux & les renvoient alternativement vers des endroits qui s'empliront, pendant que les autres se videront, & de-là doivent provenir des mouvemens horifontaux, qu'on appelle communément Flux & Reflux. Ce sont ces mouvemens horifontaux, qui se faisant vers des endroits plus ferrés, peuvent produire les grandes Marées, qui vont dans de certains endroits au-delà de 60 pieds; c'est aussi cette raison qui rend les Marées plus grandes dans le Golfe de Venise, qu'elles ne sont dans la Mer Méditerranée. C'est ici qu'on peut faire un grand usage de ce que divers Auteurs ont donné sur le mouvement des eaux, & je m'assure que moyennant les connoissances qu'on a déjà sur cette matière, on pourroit rendre exactement raison de tous les différens Phénomènes, qui s'observent sur les Marées aux endroits différemment situés. Mais un tel examen demanderoit des volumes, & des années pour les faire.

#### I V.

Quelle est en gros la nature des Marées au Détroit de Gibraltar.

Les Marées doivent sans doute être beaucoup plus compliquées, & paroître plus irrégulières au Détroit de Gibraltar, que dans d'autres endroits, parce qu'il s'y fait un

concours de deux sortes de Marées, dont l'une vient de l'Océan, & l'autre de la Méditerranée; & on voit facilement, que si les Marées consistoient simplement à élever & baïsser les eaux, sans causer des Courans, il y auroit sur ces Côtes quatre Marées par jour, c'est-à-dire, que les eaux monteroient & descendroient quatre fois, parce que les Marées des deux Mers ne se font pas en même tems: mais comme il se forme des Courans reciproques, chaque Courant tâche à se conserver, & de-là il se forme des lisières, qui ont chacune des mouvemens différens: celles qui sont sur les Côtes de chaque côté, paroissent devoir être attribuées aux Marées de la Méditerranée, & deux autres qui les touchent, aux Marées de l'Océan: on remarque même au milieu une cinquième lisière, dont le mouvement n'est pas si régulier que celui des quatre autres, & qui ne fait voir presque aucun rapport avec la Lune: il semble que ce Courant ne doit sa source, qu'à un défaut d'équilibre entre les deux Mers.

Je dirai à cette occasion, qu'il peut arriver de même, que les Marées sont formées dans un certain Port par le mouvement des eaux, qui viennent de deux différens côtés & à divers tems: il semble qu'il faut tirer de-là qu'il peut y avoir des endroits où le Flot dure constamment plus long-tems que le Jusan, & qu'il y en a d'autres où il arrive le contraire. Cette même cause peut encore produire plusieurs sortes de Phénomènes particuliers à de certains endroits.

#### V.

Pourquoi les petites Marées sont beaucoup plus inégales, par rapport à leur grandeur, que les grandes Marées.

Nous avons déjà vû que les petites Marées qui suivent les Quadratures, doivent être fort susceptibles de plusieurs irrégularités, tant par rapport au moment de la haute & basse Mer, que par rapport à la hauteur de la Marée.

Il me semble qu'on doit outre cela remarquer les grandes inégalités

inégalités qui regnent parmi les petites Marées, quoique tout-à-fait régulières, pouvant sous diverses circonstances croître jusqu'au double, pendant que les grandes Marées ne croissent que d'environ un quart. Pour rendre raison de cette Observation qu'on a faite, il faut se ressouvenir des circonstances essentielles & fondées dans la nature des Marées, qui peuvent les rendre, tantôt plus grandes, tantôt plus petites dans un même lieu, quoique l'âge de la Lune ne diffère point.

Nous avons vû que ce sont les diverses distances des Luminaires à la Terre, & leurs différentes déclinaisons, qui peuvent encore changer les hauteurs des Marées, lorsque l'âge de la Lune, & la latitude du lieu sont les mêmes. Le Calcul nous a enseigné aussi, que l'effet de la diversité des déclinaisons des Luminaires est beaucoup plus petit que celui de la diversité des distances : comme donc la diversité des distances est beaucoup plus grande dans la Lune, que dans le Soleil, & que le Soleil a en même tems beaucoup moins de force que la Lune, on peut pour estimer en gros les variations des petites Marées, & les variations des grandes Marées, simplement faire attention aux distances de la Lune : nous avons trouvé que la diversité des distances peut faire varier l'action de la Lune depuis 2 à 3, l'action du Soleil que nous considérons comme constante, étant exprimée par l'unité. Cela étant, & les hauteurs des petites Marées étant aussi proportionnelles aux différences des actions des deux Luminaires, nous voyons que les hauteurs de ces petites Marées doivent être contenues dans les termes de  $2 - 1$ , &  $3 - 1$ , ou  $1$  &  $2$ , pendant que les hauteurs des grandes Marées, qui sont proportionnelles aux sommes des actions des Luminaires, seront renfermées dans les termes de  $2 + 1$  &  $3 + 1$ , c'est-à-dire, de  $3$  &  $4$ .

Ledits termes sont confirmés par les Observations, comme par exemple, par celles qui sont exposées dans les Mémoires de l'Académie de 1713. pag. 287 & 288. Nous voyons de cette raison, que les variations absolues doivent

Aa

être à-peu-près les mêmes dans les petites Marées & dans les grandes Marées, & c'est ce que les Observations citées confirment aussi ; & comme ces variations sont par conséquent plus sensibles dans les petites Marées que dans les grandes Marées, il faudra peut-être se servir plutôt des premières, que des autres, pour examiner par des Observations ce que les diverses circonstances peuvent contribuer pour faire varier les hauteurs des Marées.

## V I.

Pourquoi les Marées étant montées plus haut, & ayant inondé plus de terrain pendant le Flot, descendent en même tems davantage, & laissent plus de terrain à sec pendant le Jusan, & quelle proportion il y a entre les montées & descentes.

Nous voyons la première Question indiquée, comme fort remarquable dans les Mémoires de l'Académie des Sciences de 1712. pag 94. La raison en est que les Marées sont une espèce de mouvement oscillatoire, ou de balancement ; car il y a dans ces balancemens un point d'équilibre, qui doit passer pour fixe, & au-dessus duquel l'eau doit être censée s'élever dans la haute Mer, & se baisser dans la basse Mer. On pourroit croire d'abord que les élévations & descentes de l'eau à l'égard du point fixe, sont constamment proportionnelles, & en ce cas notre Problème seroit résolu dans toute son étendue avec beaucoup de facilité. Mais il y a une toute autre proportion bien plus variable & bien plus compliquée, que nous allons rechercher, d'autant que ce n'est pas proprement la hauteur des Marées dans le sens que nous lui avons donné jusqu'ici, qu'il importe davantage de connoître dans la Navigation pour l'entrée & sortie des Vaisseaux dans les Ports ou les Rades : il s'y agit plutôt de connoître la hauteur absolue des eaux, lorsqu'elles sont arrivées à leur plus grande ou leur plus petite hauteur ; & pour cet effet, il faut sçavoir dans chaque Marée, tant l'élévation des eaux à l'égard du point fixe, que leur baif-



fement : jusqu'ici nous n'avons déterminé que la somme de ces variations sous le nom de hauteur de la Marée.

Voyons d'abord comment il faudra déterminer le point fixe : il est vrai qu'il est en quelque façon arbitraire, cependant il paroît le plus convenable de le placer-là, où atteindroit la surface de la Mer, si les Marées étoient nulles. Un tel point doit être considéré comme demeurant constamment à la même hauteur ; car les causes qui peuvent le hauffer ou le baiffer, telles que sont les Vents, les Courans inégaux, &c. ne sont que passageres & purement accidentelles. Il s'agit donc à présent de sçavoir, combien les eaux montent au-dessus de ce point fixe dans la haute Mer, & combien elles descendent au - dessous du même point dans la basse Mer. Cette Question dépend de toutes les circonstances qui concourent pour former la hauteur absolue des Marées, & que nous avons examinées au long avec tout le soin possible. Ce seroit donc se jeter de nouveau dans les mêmes difficultés, si nous voulions traiter la présente Question avec la même rigueur, & aussi scrupuleusement, que nous avons fait l'autre ; c'est pourquoi nous ne considérons que les circonstances fondamentales & principales, qui sont que la Terre est toute inondée, que les Luminaires sont dans le plan de l'Equateur, & que la latitude du lieu est nulle, faisant abstraction de toutes les causes secondes : ceux qui voudront ensuite une Solution plus exacte, n'auront qu'à consulter les Chapitres VIII. & IX. pour y arriver.

Soit donc encore ( comme nous avons supposé au Chap. V.,  $b$   $\mathcal{E}$   $s$   $d$   $b$  dans la 9<sup>e</sup>. Figure l'Equateur, & que  $b$  marque le lieu du Soleil,  $\mathcal{E}$  celui de la Lune, &  $z$  le point de la plus grande élévation des eaux, exprimée par  $yz$  ; si l'on prend un Arc de 90 degrés  $zs$ , le point  $s$  marquera l'endroit du plus grand baiffement des eaux, exprimé par  $sx$  : nous avons démontré là - dessus au VIII. §. du Chap. V. qu'on a généralement

$$yz = \frac{2bb - 3\sigma\sigma}{3bb} \times \mathcal{E} + \frac{2bb - 3\mathcal{E}\mathcal{E}}{3bb} \times d.$$

A a ij

dans laquelle équation  $b$  marque le Sinus total,  $\sigma$  le Sinus de l'Angle  $bCz$ , déterminé au §. XI. Chap. V.  $\varrho$  le Sinus de l'Angle  $\epsilon Cz$ , exprimé au §. XIII. Chap. V.  $\epsilon$  la hauteur des Marées en tant qu'elles seroient produites par la seule action de la Lune. Nous avons démontré pareillement au III. §. Chap. VIII. qu'en regardant  $sx$  comme positive, & négative qu'elle est par rapport à  $yz$ , on a généralement

$$sx = \frac{bb - 3\sigma\sigma}{3bb} \times \epsilon + \frac{bb - 3\varrho\varrho}{3bb} \times \delta.$$

Or comme les points  $z$  &  $s$ , qui sont de niveau, marquent le point fixe dans le sens que nous venons de lui donner, on voit que ces quantités  $yz$  &  $sx$  marquent précisément l'élévation des eaux au dessus du point fixe, & leur baiffement au-dessous du même point, tels que nous nous sommes proposés de les déterminer. Des valeurs que nous venons de trouver, on pourra tirer les Corollaires suivans.

(a) La différence entre chaque élévation au-dessus du point fixe, & la descente au-dessous du même point, est toujours  $= \frac{1}{3}\epsilon + \frac{1}{3}\delta$  : d'où nous voyons déjà que l'une croissant ou diminuant, l'autre doit croître ou diminuer aussi, qui est le Phénomène observé par M. Cassini. Cette différence fait *environ* le tiers de la plus grande hauteur de Marée : je dis *environ*, parce que les quantités  $\epsilon$  &  $\delta$  sont variables, quoique leurs variations soient beaucoup plus petites que celles qui résultent des différens âges de la Lune, & à cet égard on peut dire que la différence dont il s'agit ici, est presque constante.

(b) Dans les Syzygies (ou plutôt un jour & demi après) les quantités  $\varrho$  &  $\sigma$  doivent être supposées  $= 0$ , & ainsi on a  $yz = \frac{2}{3}\epsilon + \frac{2}{3}\delta$ , &  $sx = \frac{1}{3}\epsilon + \frac{1}{3}\delta$  : la montée est donc dans les grandes Marées toujours double de la descente. Cette propriété servira à déterminer commodément le point fixe dans chaque Port, & elle le donne de 5 pieds 3 pouces plus haut pour Brest, qu'il n'a été choisi par les Observateurs, si on la compare avec l'Observation, qui est au milieu de la page 94. des Mém. de l'Acad. des Scienc. de 1712.

(c) Dans les Quadratures (ou un jour & demi après) il faut faire  $\varphi = 0$ , &  $\sigma = b$ , ce qui donne  $yz = \frac{2}{3} \delta - \frac{1}{3} \mathcal{C}$ , &  $sx = \frac{1}{3} \delta - \frac{2}{3} \mathcal{C}$  : d'où l'on voit que la montée & descente des eaux à l'égard de notre point fixe, ont une raison variable dans les petites Marées, qui dépend du rapport qui se trouve alors entre la force lunaire  $\delta$ , & la force solaire  $\mathcal{C}$ . Nous avons supposé dans tout cet Ouvrage ce rapport moyen comme 5 à 2, & ce rapport posé, il faut dire que dans les petites Marées, l'élévation des eaux au-dessus de notre point fixe, est 8 fois plus grande que leur baiffement au-dessous du même point. Dans les Marées minimales nous avons supposé  $\delta = 2 \mathcal{C}$ , & dans les plus grandes des petites Marées  $\delta = 3 \mathcal{C}$ .

(d) Nous avons fait voir, que le point  $z$  n'est jamais éloigné beaucoup du point  $\mathcal{C}$ , cela étant & faisant le Sinus de l'Angle  $b\mathcal{C}\mathcal{C}$  (qui marque l'âge de la Lune) =  $m$ , on pourra supposer  $\varphi = 0$  &  $\sigma = m$ , ce qui donne

$$yz = \frac{2}{3} \mathcal{C} + \frac{2}{3} \delta - \frac{m m}{b b} \mathcal{C}, \text{ \& } sx = \frac{1}{3} \mathcal{C} + \frac{1}{3} \delta - \frac{m m}{b b} \mathcal{C}.$$

Si l'on applique toutes ces Regles aux Observations faites en différens tems & lieux, on y trouvera un grand accord, si l'on choisit bien la juste proportion entre les quantités  $\delta$  &  $\mathcal{C}$ . Mais on remarquera dans cet examen, que les Vents & les Courans peuvent faire varier le point fixe que nous avons adopté.

### C O N C L U S I O N.

Je finirai ce discours par quelques réflexions sur notre Théorie. Elle suppose avant toutes choses une pesanteur vers les centres du Soleil & de la Lune, pareille à celle qui se fait vers le centre de la Terre, & que cette pesanteur s'étend au-delà de la région de la Terre. C'est le seul principe qui nous soit absolument nécessaire, & il n'y a personne qui le conteste. La rondeur des Luminaires prouve suffisamment la pesanteur qui se fait vers le centre; & quelle raison pourroit-on avoir pour donner des limites à cette pe-

fanteur ? Aussi a-t-elle été reconnue depuis les siècles les plus reculés ; mais on n'en a connu toute l'évidence & toutes les loix, que depuis la Philosophie immortelle de M. NEWTON. Les premières conséquences que nous avons tirées de ce principe pour l'explication des Marées, sont purement Géométriques. Nous pouvons donc être assurés de connoître la vraie cause des Marées, quoique nous en ignorions encore la cause première, qui est la cause générale & physique de la pesanteur. S'il y avoit quelqu'un qui eût deviné cette première cause, il mériteroit d'autant plus la préférence, que son Système renfermeroit nécessairement la vraie cause universelle de la pesanteur : cette conséquence fera la pierre de touche pour prouver la vérité d'un tel Système sur les Marées. Il en est de ceci, comme si l'on demandoit, par exemple, pourquoi la surface de l'eau dans un réservoir se met toujours horizontalement : on voit qu'on ne sauroit en dire la première cause, sans qu'elle renferme la vraie Théorie sur la pesanteur & sur la fluidité, qui seules peuvent être la vraie cause du Phénomène en question. Cette seule réflexion m'a fait quitter quelques conjectures qui se présentoient à mon esprit sur la cause matérielle des Marées, quoiqu'elles me parussent d'ailleurs assez plausibles. Je n'ai fait au reste en employant ce principe, que ce que Kepler a déjà fait. M. Newton est allé beaucoup plus loin sur cette matière, après avoir démontré auparavant que la pesanteur vers chaque corps dans le Système du monde diminue en raison quarrée reciproque des distances : d'où il a tiré plusieurs nouvelles propriétés sur les Marées, lesquelles s'accordant avec les Observations, pourroient confirmer davantage son principe sur la diminution de la pesanteur, s'il avoit besoin d'autres preuves. Ce principe n'a pourtant pas beaucoup d'influence, si je me souviens bien, sur les variations des Marées, qui dépendent des Phases de la Lune, des déclinaisons des Luminaires & de la latitude des lieux, soit à l'égard des hauteurs des Marées, soit à l'égard de l'heure des Marées. Il ne sert principalement

qu'à déterminer au juste les variations qui dépendent des différentes distances des Luminaires à la Terre, & que les Observations n'ont pû déterminer avec assez de précision ; il n'y en a cependant aucune qui lui soit contraire, & plusieurs Observations bien détaillées, sont tout-à-fait conformes aux résultats que ce principe donne. On remarquera enfin que ce que j'ai dit sur la pesanteur terrestre, que j'ai considérée comme formée par l'attraction universelle de la matière, n'a absolument aucun rapport avec aucune variation des Marées ; ces Marées pourront subsister telles qu'elles sont, quelle que soit la nature de la pesanteur à cet égard : tout cet examen ne nous a servi que par rapport à la question, quelle devoit être la hauteur absolue de la hauteur des Marées, sans le concours d'une infinité de causes secondes, qui peuvent augmenter & diminuer ces hauteurs absolues, de sorte que quelqu'eût été le résultat de ces recherches, notre Théorie n'en eût pû souffrir aucune atteinte. J'espère avec tout cela, qu'on n'aura pas trouvé ces recherches inutiles à l'égard de plusieurs circonstances qui en ont été éclaircies, outre que nos déterminations donnent, en choisissant les hypothèses les plus vraisemblables, des nombres tels que la nature de la chose paroît exiger. Nous pouvons donc être tout-à-fait sûrs de n'avoir rien admis d'essentiel dans toutes nos recherches, qui ne soit au-dessus de toute contestation.

Quant à l'application de nos principes, à l'usage que j'en ai fait, & au succès de mon travail, ce n'est pas à moi à faire cet examen, sur-tout ne pouvant le faire, sans entrer dans un certain parallèle avec un aussi grand Homme qu'étoit M. Newton. Si j'ai eu quelque succès, je dois avouer à l'honneur de ce sçavant Philosophe, que c'est lui qui nous a mis en état de raisonner solidement sur ces sortes de matières ; & si j'ose me flatter de quelque mérite, c'est celui d'avoir traité notre sujet avec une attention & une exactitude conforme aux grandes vûes de l'ACADEMIE, & au respect qu'on doit à cet illustre Corps.

**DE**

D E  
CAUSA PHYSICA  
FLUXUS ET REFLUXUS  
M A R I S.

A D. D. MAC - LAURIN, *Mathematicarum Professore,*  
*è Societate Academicæ Edimburgensis.*

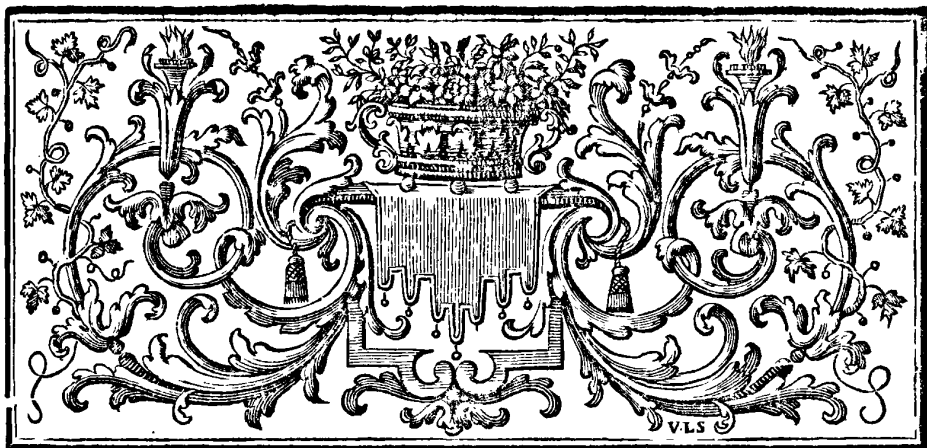
---

OPINIONUM COMMENTA DELET DIES, NATURÆ JUDICIA CONFIRMAT.

Bb







D E

CAUSA PHYSICA  
FLUXUS ET REFLUXUS  
M A R I S.

S E C T I O I.

P H Æ N O M E N A.



**P**HILOSOPHI motum Maris triplicem olim agnoverunt\*, diurnum, menstruum & annum; motu diurno Mare bis singulis diebus intumescit defluitque, menstruo æstus in Syzygiis Luminarium augentur, in Quadraturis minuuntur, annuo denique æstus hyeme quàm æstate fiunt majores: verùm Phænomena hæc sunt paulò accuratiùs proponenda.

\* Plin. Lib. 2. Cap. 99.

I. Motus Maris diurnus absolvitur horis circiter solaribus 24 minutisque primis 48, intervallo scilicet temporis quo Luna motu apparente à Meridiano loci cujusvis digressa ad eundem revertitur. Hinc altitudo Maris maxima contingit Lunâ appellente ad datum situm respectu Meridiani loci dati; verùm hora solaris in quam incidit æstus singulis diebus retardatur, eodem ferè intervallo quo Lunæ appulsus ad Meridianum loci. Atque hic motus adeò accuratè ad motum Lunæ componitur, ut, secundùm Observationes à celeb. D. Cassini allatas, ratio sit habenda horæ in quam incidit vera conjunctio vel oppositio Solis, & æquatio à motu Lunæ desumpta adhibenda, ut tempus quo Mare ad maximam affurget altitudinem die Novilunii vel Plenilunii accuratiùs definiatur. In æstuariis autem diversi existunt æstus tempore, ut loquitur Plinius, non ratione discordes. Duo æstus qui singulis diebus producantur, non sunt semper æquales; matutini enim majores sunt vespertinis tempore hyberno, minores tempore æstivo, præsertim in Syzygiis Luminarium. (a)

II. De motu Maris menstruo tria præcipuè sunt observanda. 1. Æstus fiunt maximi singulis mensibus paulò post Syzygias Solis & Lunæ, decrescunt in transitu Lunæ ad Quadraturas, & sunt paulò post minimi. Differentia tanta est, ut ascensus totius aquæ maximus sit ad minimum ejusdem mensis, secundùm quasdam Observationes, ut 9 ad 5, & in nonnullis casibus differentia observatur adhuc major. 2. Æstus sunt majores, cæteris paribus, quò minor est distantia Lunæ à Terra, idque in majori ratione quàm inversa duplicata distantiarum, ut ex variis Observationibus colligitur. Ex. gr. annò 1713. ascensus aquæ in Portu Bristonico, (b) referente eodem Cl. viro, 26°. Febr. fuit pedum 22 digitorum 5. & Martii 13°. pedum 18 digit. 2. Declinatio Lunæ in utroque casu ferè eadem; in priori distantia Lunæ partium 953, in posteriori partium 1032, quarum distantia mediocris est 1000. Est autem quadratum numeri 1032 ad quadratum

(a) *Mém. de l'Acad. Royale*, 1710. 1712. & 1713.

(b) *Ibid.*

numeri 953, ut 22 pedes 5 digit. ad 19 pedes  $1\frac{2}{7}$  digitos; ascensus autem aquæ in posteriori casu fuit tantum 18 ped. cum 2 digitis. 3. Æstus sunt, cæteris paribus, majores, cum Luna versatur in Circulo æquinoctiali, & minuuntur crescente Lunæ declinatione ab hoc Circulo.

III. Æstus fiunt, cæteris paribus, majores, quò minor est distantia Solis à Terra; adeoque majores hyeme cæteris paribus, quàm æstate. Differentia verò longè, minor est quàm quæ ex diversis Lunæ distantis oritur. Ex. gr. distantia Lunæ perigeæ fuerunt æquales Junii 19. 1711. & Decemb. 28. 1712. ascensus aquæ priore die pedum 18 digit. 4, posteriori pedum 19 digit. 2; declinatio autem Lunæ fuit paulò minor in hac quàm in illa Observatione. (a)

Porro in diversis locis æstus sunt diversi, pro varia locorum latitudine, eorumque situ respectu Oceani unde propagantur, pro ipsius Oceani amplitudine, & littorum fretorumque indole, aliisque variis de causis.

## S E C T I O II.

### P R I N C I P I A.

Phænomenis æstus Maris insignioribus breviter recensitis, progredimur ad Principia, unde horum ratio est reddenda. Liceat tamen præfari nobilissimam quidem, sed simul difficillimam esse hanc Philosophiæ partem, quæ Phænomenorum causas investigat & explicat. Ea est Naturæ subtilitas, ut non sit mirum causas primarias, solertiam Philosophorum plerumque effugere. Qui omnium Phænomenorum rationes exponere, integramque causarum seriem nobis exhibere in se susceperunt; illi certè magnis suis ausis hucusque exciderunt. Philosophiam quidem perfectissimam viri clarissimi sibi proposuerunt exstruendam, qualem tamen humanæ forti competere fas est dubitare. Præstat igitur tantorum virorum successu minùs felici edoctos, ipsius naturæ vestigia cautè & lentè sequi. Quòd si Phænomena ad generalia quæ-

(a) *Mém. de l'Acad. Royale*, 1710. 1712. & 1713.

dam Principia reducere possimus, horumque vires calculo subicere, hisce gradibus aliquam veræ Philosophiæ partem assequemur; quæ quidem manca seu imperfecta erit, si ipsorum Principiorum causæ lateant; tanta tamen inest rerum naturæ venustas, ut ea pars longè præstet Subtilissimis viro-  
rum acutissimorum commentis.

Motus Maris cuius vel leviter perpendenti manifestum est Luminarium, Lunæ præsertim, motibus affines esse & analogos. Eadem est periodus motûs Maris diurni ac Lunæ ad Meridianum loci, eadem motûs menstrui ac Lunæ ad Solem; utriusque Luminaris vis in motu Maris generando hinc elucet, quòd æstus sint majores quòd minores utriusque distantia à Terra; adeò ut nullus sit dubitandi locus, motum Maris esse aliquâ ratione ad motum Lunæ & Solis compositum. Quales autem dicemus illas esse vires quæ à Luna & Sole propagatæ (aut ab his aliquo modo pendentes) aquam bis singulis diebus tollunt & deprimunt; quæ in Syzygiis Luminarium conspirant, in Quadraturis pugnant; in minoribus utriusque distantii augentur, in majoribus minuuntur; quæ in minori Lunæ declinatione fortiores, in majori debiliores sunt; & nonnunquam majorem motum cient cùm Sol & Luna infra Horizontem deprimuntur, quàm cùm in Meridiano superiori ambo dominantur. Fuerunt Viri celeberrimi qui æstum Maris pressione quadam Lunæ cieri putarunt. Verùm causam & mensuram hujus pressionis non ostenderunt, nec quo pacto motus Maris varii hinc oriri possint satis clarè indicarunt, multò minùs motus illos (hoc principio posito) ad Calculum revocare docuerunt.

Sagacissimus Keplerus Mare versùs Lunam gravitare, æstumque Maris hinc cieri olim monuit. Newtonus, postquam leges gravitatis detexisset, invenit æquilibrium Maris non tam turbari ipsius gravitate versùs Lunam, quàm ex inæqualitate vis quâ particulæ Maris tendunt ad Lunam & Solem pro diversis suis distantii ab horum centris; primusque motum Maris ad certas Leges, & ad Calculum revocare docuit. Fatendum quidem est gravitatis causam ignotam esse

vel saltem obscuram; Corpora tamen non sunt ideò minùs gravia. Sint qui afferant Corpora nullo impulsu aut vi externâ, sed vi quâdam innatâ se mutuò appetere; verùm non æquum est horum somnia veritati afficere. Alii statim confugiant ad immediatum supremi Auctoris imperium, ast neque horum nimia festinatio probanda est, neque illorum fastidium qui tot naturæ testimoniis non attendunt quoniam causa gravitatis est obscura. Vis gravitatis est nobis adeò familiaris, ejusque mensura adeò pro comperto habetur, ut hâc ad alias vires æstimandas ferè semper utamur; quam in Cœlis, non minùs quàm in Terris dominari, & secundùm certam legem augeri & minui demonstravit vir eximius tanta cum evidentia ut majorem frustra desideres in ardua & difficili hâc Philosophiæ parte, quæ de rerum causis agit.

Newtonus argumento singulari ostendit, Lunam urgeri versùs centrum Terræ vi quæ (habitâ ratione distantiarum) cum gravitate Corporum terrestrium planè congruit; quali Terram versùs Lunam pariter urgeri æquo jure censendum est. Cùm Corpus aliquo dversùs aliud pellitur, inde quidem haud sequitur hoc versùs illud simul urgeri. Verùm quid de gravitate Corporum cœlestium sentiendum sit, ex iis quæ comperta sunt de gravitate Corporum terrestrium (aliisque viribus similibus) optimè dignoscitur; cùm per hanc ad illam agnoscendam ducamur, sintque Phænomena omninò similia. Mons gravitat in Terram, & si Terra non urgeret montem vi æquali & contraria, Terra à monte pulsa pergeret cum motu accelerato in infinitum. Porrò status cujusvis systematis Corporum (i. e. motus centri gravitatis) necessariò turbatur ab omni actione cui non æqualis & contraria est aliqua reactio, ita ut vix quidquam perenne aut constans dici possit in systemate si hæc lex locum non habeat. Cumque Terræ partes ita semper in se mutuò agant, ut motus centri gravitatis Terræ nullatenus turbetur à mutuis Corporum aut agentium quorumcunque conflictibus, sive intra sive extra superficiem sitorum; eademque lex obtineat in viribus magneticis, electricis aliisque, teste experientia, jure concludit

Newtonus Lunam non tantum in Terram, sed hanc quoque in illam gravitare, & utramque circa commune centrum gravitatis moveri, dum hoc centrum circa totius systematis centrum gravitatis (a) continuo revolvitur.

Gravitatem, ceteris paribus, proportionalem esse quantitati materiae solidae Corporis, accuratissima docent experimenta, idemque, è calculo gravitatis Corporum caelestium comprobatur; quin gravitatem quoque sequi rationem materiae Corporis versus quod dirigitur, ex principio memorato aliisque argumentis colligitur. Similis est ratio aliarum virium quae in natura dominantur. Lucis radii ex. gr. magis refringuntur, ceteris paribus, quò densiora sunt Corpora quae subintrant. Terrae partes versus se mutuò gravitant, non versus illud punctum fictum quod centrum Terrae appellamus; quod cum rationi & analogiae naturae sit maxime consentaneum, tum pulcherrimè confirmatur accuratissimis experimentis quae in Boreali Europae parte nuper instituerunt viri clarissimi ex Academia Regia Parisiensi. Causa gravitatis (quaecumque demum sit) latè dominatur; cumque sit diversa in diversis distantis, non est mirandum, ejus vim pendere quoque à magnitudine illius Corporis, versus quod alia impellit. Fatemur vim hanc Corpori centrali impropiè tribui; expedit quidem brevitatis gratià sic loqui, id autem sensu vulgari non Philosophico est intelligendum.

Hæc breviter tantum hîc attingimus. Newtonus postquam definivisset vim Solis ad aquas turbandas ex differentia diametri Æquatoris & Axis Terrae (quam approximatione quâdam suâ investigaverat) per regulam auream quærit breviter ascensum aquae ex vi Solis oriundum. Verum quamvis elevatio aquae quae sic prodit parum à vera differat, cum tamen Problemata hæc sint diversi generis, quorum prius pendet à Quadratura circuli, posterius autem à Qua-

(a) Suspici licet aliquam obliquitatis Eclipticæ variationem, de qua sermo est apud Astronomos, ex motu Solis circa centrum systematis oriri: indicio erit hanc esse Phænomeni causam, si constiterit illam variationem analogiam servare cum motu Jovis Planetarum maximi.

dratura

dratura Hyperbolæ seu Logarithmis, ut postea videbimus; sitque dubitandi locus an à priori ad posteriorem elevationem determinandam, transitus adeò brevis sit omni ex parte legitimus, vel etiam an Methodus quâ figuram Terræ definiat sit satis accurata; cumque vires subtilissimæ motum Maris producant, quæ nullos alios sensibiles edunt effectus, adeò ut levissima quæque in hac disquisitione alicujus momenti esse possint; propterea existimavi me facturum operæ præmium, si aliam aperirem, viam quâ calculus in hisce Problematis ex genuinis principiis accuratissimè institui poterit.

Repetenda imprimis sunt pauca ex Newtono, postea viam diversam sequemur. Sit  $L$  Luna,  $T$  centrum Terræ,  $Bb$  planum rectæ,  $LT$  perpendiculare,  $P$  particula quævis Terræ; sitque  $PM$  perpendicularis in planum  $Bb$ . Repræsentet  $LT$  gravitatem Terræ mediocrem vel particulæ in centro  $T$  positæ versùs Lunam, sumatur  $LK$  ad  $LT$ , ut est  $LT^2$  ad  $L P^2$ , eritque recta  $LK$  mensura gravitatis particulæ  $P$  in Lunam. Ducatur  $KG$  rectæ  $PT$  parallela, occurratque  $LT$  productæ, si opus est, in  $G$ , & resolvetur vis  $LK$  in vires  $KG$  &  $LG$ , quarum prior urget particulam  $P$  versùs centrum Terræ estque ferè æqualis ipsi  $PT$ ; posterioris pars  $TL$  omnibus particulis communis, & sibi semper parallela, motum aquæ non turbat; altera verò pars  $TG$  est quàm proximè æqualis ipsi  $3 PM$ : \* Imprimis igitur quærendum est quænam debeat esse figura Terræ fluidæ cujus particulæ versùs se mutuò gravitant viribus in inversa distantiarum ratione, duplicata decrescentibus, quæque simul agitantur duabus viribus extraneis, quarum altera versùs centrum  $T$  dirigitur, estque semper ut  $PT$  distantia particulæ à centro, altera agit in recta ipsi  $TL$  parallela estque ad priorem ut  $3 PM$  ad  $PT$ . Ostendemus autem Sectione sequenti figuram hujus Fluidi esse accuratè Sphæroidem quæ gignitur revolutione Ellipseos circà Axem transversum, si Terra supponatur uniformiter densa; atque

FIG. 4

\* Vis hæc paulò major est si particula  $P$  sit in parte Terræ Lunæ obversa, minor si in parte Lunæ averfa, unde merito habetur æqualis ipsi  $3 PM$ .

hinc calculum motûs Maris ex motibus cœlestibus deducere conabimur.

Observandum autem alias causas conspirare ad motus Maris producendos cum inæquali gravitate partium Terræ versûs Lunam & Solem. Motus Terræ diurnus circa Axem suum variis modis æstus Maris afficere videtur, præter illum à Newtono memoratum, quo æstus ad horam lunarem secundam aut tertiam retardatur. 1. Æstus fit paulò major ob vim centrifugam & figuram sphæroïdicam, ex motu Terræ oriundam, cùm hæc vis paulò major evadat in partibus Maris altioribus quàm in depressioribus. 2. Cùm Maris æstus fertur vel à Meridie versûs Septentrionem, vel contrà à Septentrione versûs Meridiem, incidit in aquas, quæ diversâ velocitate circa Axem Terræ revolvuntur, atque hinc motus novos cieri necesse est, ut postea dicemus. Porrò secundùm Theoriam gravitatis, vis quâ particulæ Maris urgentur versûs Terram solidam, (quæ aquâ longè densior est) superat vim quâ versûs aquam urgentur. Vires illæ sunt quidem exiguæ; cùm autem vires quibus Luna & Sol in aquas agunt, in experimentis pendulorum & staticis nullos producant effectus sensibiles, tantos autem motus in aquis Oceani generent, suspicari licet vires tantillas ad aquæ motus augendos aliqua ex parte conducere.

### SECTION III.

*De Figura quam Terra fluida æqualiter densa indueret ex inæquali particularum gravitate, versûs Lunam aut Solem.*

Expositis Phænomenis æstus Maris & principiis generatibus unde celeberrimi Phænomeni ratio petenda videtur; progredimur nunc ad figuram determinandam quam Terra fluida viribus Lunæ vel Solis suprâ explicatis, agitata assumeret; præmittenda autem sunt quædam Lemmata quibus hæc disquisitio aliàs difficillima faciliè perfici poterit.



L E M M A I.

FIG. II.

Sit  $ABab$  Ellipsis,  $C$  centrum,  $HI$  diameter quævis,  $Mm$  ordinata ad diametrum  $HI$  in puncto  $u$ , ex  $H$  &  $M$  ducantur rectæ  $HP$  &  $mx$  parallelæ, duabus quibusvis diametris conjugatis; & sibi mutuò occurrentes in  $q$ ; jungantur  $qu$  &  $PM$ , atque hæ rectæ erunt sibi mutuò parallelæ.

Occurrat recta  $HP$ , ordinata  $Mm$  in  $z$ , & rectæ  $Ma$  (quæ parallela sit ipsi  $mq$ ) in  $Q$ . Sint  $Ca$ ,  $CA$  &  $CB$  semidiametri respectivè parallelæ rectis  $Mm$ ,  $mx$  &  $HP$ . Ducatur  $GE$  parallela ipsi  $CB$  & producatur donec occurrat semidiametro  $CI$  in  $g$ . Ex natura Ellipseos erit Rectangulum  $Mz \times zm : Hz \times zP :: CG : CB$ ; & ob parallelas  $CG$  &  $Mm$ , erit  $qz : zm :: GE : CG$ . Unde  $Mz \times qz : Hz \times zP :: CG \times GE : CB^2$ . Verùm  $Hz \times zP : zu \times zP :: Hz : zu :: Gg : CG$ . Quare ex æquo  $Mz \times zq : zu \times zP :: Gg \times GE : CB^2$ . Est autem Rectangulum sub  $Gg$  &  $GE$  æquale quadrato ex semidiametro  $CB$  per notam proprietatem ellipseos, cùm  $CI$  sit conjugata semidiametro  $CG$ , &  $CB$  ipsi  $CA$ . Proinde  $Mz \times zq = zu \times zP$ , &  $zq : zu :: zP : zM$ , adeoque  $qu$  parallela rectæ  $PM$ . q. e. d.

COR. 1. Recta  $PQ$  dividitur harmonicè in  $q$  &  $z$  vel  $Pa$ :  $Pq :: az : qz$ . Quippe ducatur  $ue$  parallela ipsi  $mx$ , occurratque rectæ  $HP$  in  $e$ , tum erit  $Pz : qz :: PM : qu$  (ob parallelas  $PM$ ,  $qu$ ):  $Pa : ge$ . Unde  $Pq : qz :: Pe : qe :: qe : ez :: Pe \times qe :: qe \times ez$  : (quoniam  $Qe$ ,  $eq$  sunt æquales)  $PQ : Qz$ .

COR. 2. Occurrat recta  $mx$  Ellipsi in  $x$ , jungatur  $Hx$  quæ occurrat rectæ  $PM$  in  $r$ , juncta  $ur$  erit parallela ipsi  $mx$ . Quippe sit  $Ih$  parallela rectæ  $HP$  & occurrat ipsi  $mx$  in  $o$ ; tum  $ox$  erit æqualis rectæ  $qm$  &  $Io : ox :: Pq : qm :: PQ : QM$ ; adeoque  $Ix$  erit parallela ipsi  $PM$ . Verùm cùm  $IH$  sit diameter Ellipseos & ad  $x$  punctum in Ellipsi situm ductæ sint rectæ  $Ix$ ,  $Hx$  ab extremitatibus diametri  $IH$ , erunt hæ parallelæ duabus diametris conjugatis, ex natura Ellipseos. Quare cùm ex punctis  $H$  &  $M$  educæ sint duæ rectæ

Cc ij

$Hx$  &  $PM$  respectivè parallelæ duabus diametris conjugatis, quæ sibi mutuò occurrunt in  $r$ , juncta  $ur$  erit parallela rectæ  $xm$  per hoc Lemma.

FIG. III. COR. 3. Sit recta  $HP$  nunc parallela Axi Ellipseos, eritque Angulus  $HPM$  æqualis Angulo  $HPm$ , quoniam  $QM:qm::Qz:qz::PQ:Pq$  per Cor. 1. Ducantur porro  $Hh$  &  $PI$  parallelæ alteri Axi  $Aa$  & occurrant Axi  $Bb$  in  $D$  &  $d$ ; super Axem  $Dd$  describatur Ellipsis similis Ellipsi  $ABab$  & similiter posita cui occurrat recta  $ur$  producta in  $N$  &  $n$ ; occurrat  $ur$  Axi  $Dd$  in  $V$ , eritque  $VN$  vel  $Vn$  æqualis rectæ  $er$ , & si jungantur  $Dn$ ,  $DN$  erunt hæ rectæ respectivè parallelæ rectis  $PM$ ,  $Pm$ . Nam  $Pe:er::Pq:qm$  &  $He:er::Hq:qx$ , unde  $HexPe:er^2::Hq \times qP:mq \times qx::CB^2:CA^2$ . Sed Rectangulum  $DV \times Vd:VN^2::CB^2:CA^2$ ;  $dv=He$ ,  $DV=Pe$ , adeoque  $DV \times Vd=HexPe$ , unde  $VN^2=er^2$ , &  $VN=er$ ,  $PM$  parallela rectæ  $DN$  &  $Pm$  rectæ  $Dn$ .

COR. 4. Hinc sequitur conversè quòd si  $Nn$  sit ordinata ab interiori Ellipsi ad Axem  $Dd$  &  $Dp$  perpendicularis Axi  $Dd$  occurrat Ellipsi exteriori in  $P$ ; jungantur  $DN$  &  $Dn$  hisque parallelæ  $PM$ ,  $Pm$  occurrant Ellipsi exteriori in  $M$  &  $m$ ; ducatur  $PH$  parallela Axi  $Dd$ , in quam sint perpendiculares  $MQ$  &  $mq$ , tum  $PQ + Pq$  (vel  $2Pe$ ) erit æqualis  $2DV$  punctis  $Q$  &  $q$  cadentibus ad easdem partes puncti  $P$ , &  $PQ - Pq = 2DV$  cum  $Q$  &  $q$  sunt ad contrarias partes puncti  $P$ .

#### L E M M A II.

FIG. IV. Recta  $PL$  perpendicularis Ellipsi  $ABab$  in  $P$  occurrat Axi  $Bb$  in  $L$ , & ex puncto  $L$  fit  $LZ$  perpendicularis in semidiametrum  $CP$ , eritque Rectangulum  $CPZ$  contentum sub semidiametro  $CP$  & intercepta  $PZ$  æquale quadrato ex semiaxi  $CA$ .

Sit  $Cp$  semidiameter conjugata ipsi  $CP$ , ducatur  $PD$  perpendicularis in Axem  $Bb$  & producatu donec occurrat semidiametro  $Cp$  in  $K$ , jungatur  $KZ$ , sitque  $PT$  tangens

Ellipseos in puncto  $P$ . Ob Angulos rectos  $LDP, L Z P, L P T$  circulus transibit per quatuor puncta  $L, D, P, \& Z$ , & contingeret rectam  $PT$  in  $P$ , adeoque Angulus  $P D Z$  æqualis erit Angulo  $C P T$  vel  $P C K$ . Proinde circulus transibit per quatuor puncta  $C, K, D \& Z$ ; Angulus  $C Z K$ , æqualis erit rectæ  $C D K$ ,  $K z$  transibit per punctum  $L$  & ex natura circuli  $C P \times P Z = D P \times P K = C A^2$ . q. e. d. (a)

LEMMA III.

Ponamus particulas corporum versùs se mutuò gravitare viribus decrescentibus in inverfa duplicata ratione distantiarum à se in vicem, sintque  $P A E a, P B F b$  similes pyramides vel conì ex materia hujusmodi homogenea compositi, eritque gravitas particulæ  $P$  in solidum  $P A E a$  ad gravitatem ejusdem particulæ in solidum  $P B F b$  ut  $P A$  ad  $P B$ , vel ut homologa quævis latera horum solidorum.

Fig. V.

Gravitas enim particulæ  $P$  in superficiem quamvis  $A E a A$  puncto  $P$  concentricam est ut superficies hæc directè & quadratum radii  $P A$  inversè, adeoque est semper eadem in quavis distantia  $P A$ . Quare gravitas particulæ  $P$  versùs totum solidum  $P A E a$  erit ad gravitatem ejusdem particulæ versùs totum solidum  $P B F b$  ut  $P A$  ad  $P B$ .

COR. 1. Hinc gravitates quibus particulæ similiter sitæ respectu solidorum similium & homogeniorum versùs hæc solida urgentur, sunt ut distantia particularum à punctis similiter sitis in ipsis solidis, vel ut latera quævis solidorum homologa. Quippe hæc solida resolvi possunt in similes conos vel pyramides, vel similia horum frustra, quæ vertices habebunt in particulis gravitantibus.

COR. 2. Hinc etiam facilè sequitur quòd si annulus ellipticus, figuris similibus  $A B a b, D n d N$  terminatus, circà Axem alterutrum revolvatur, gravitatem particulæ intra solidum sic genitum sitæ, vel in interiori ejus superficie positæ, versùs hoc solidum evanescere; quoniam si recta quævis

(a) Proprietates bis in hoc & præcedenti Lemmate demonstratæ analogicè facilè ad hyperbolam transferuntur.

Ellipsisibus hisce similibus & similiter positis occurrat, æqualia semper erunt rectæ segmenta extrema quæ ab Ellipsisibus intercipiuntur (ut faciliè ostenditur ex natura harum figurarum) adeoque vires æquales & oppositæ in hoc casu se mutuo destruent. Hinc verò sequitur quòd si  $ABab$  sit Sphærois genita motu Ellipseos circà alterutrum Axem, sintque  $B$  &  $D$  particule quævis in eodem semidiametro sitæ, gravitatem particule  $B$  versùs Sphæroidem fore ad gravitatem particule  $D$  ut distantia  $CB$  ad distantiam  $CD$ , per Corollarium præcedens.

## L E M M A IV.

FIG. VI. Sit  $ABab$  Sphærois genita motu semiellipseos  $ABa$  circà Axem  $Aa$ ,  $P$  particula quævis in superficie solidi, sit  $PK$  Axi normalis in  $K$ ; &  $PD$  Axi parallela occurrat plano  $Bb$  (quod Axi supponitur normale) in  $D$ . Resolvatur vis quâ particula  $P$  gravitat versùs Sphæroidem in duas vires, alteram Axi parallelam, alteram eidem perpendicularem, eritque prior æqualis vi quâ particula  $K$  in Axi sita tendit ad centrum solidi, posterior autem æqualis vi quâ particula  $D$  urgetur versùs idem centrum.

Producatur  $PK$  donec rursùs occurrat Ellipsi generatrici in  $H$ , ducatur  $Hd$  parallela Axi  $Aa$  quæ occurrat Axi  $Bb$  in  $d$ , concipiamus solidum  $DndN$  simile ipsi  $ABa$  & similiter positum describi super Axem  $Dd$ . Horum solidorum Sectiones ab eodem plano resectæ erant semper Ellipses similes & similiter positæ, uti notum est & faciliè ostenditur. Sint igitur  $ABa$ ,  $DndN$  hujusmodi figuræ à plano  $PAbIBP$ , quod semper transire ponatur per datam rectam  $PDI$  resectæ ex similibus hisce solidis. Contineat planum  $PzZIT$  cum plano priori Angulum quàm minimum & faciat Sectiones similes  $PzZIT$ ,  $DrRD$  & similiter positas in prædictorum solidorum superficiebus. Hisce positis, imprimis ostendemus vim quâ particula  $P$  urgetur versùs duo frustra quæ planis  $PbI$ ,  $PZI$  & planis  $PBI$ ,  $PTI$  continentur, si reducatur ad directionem  $PK$ , æqualem fore vi

quâ particula  $D$  urgetur versùs frustum planis  $DnND$ ,  $DrRD$  terminatum.

Sint enim  $NnN'n'$  duæ ordinatæ ex interiori Ellipsi ad Axem  $Dd$ ; sint (a)  $PM, Pm, PM \& Pm'$  respectivè parallelæ rectis  $DN, Dn, DN' \& Dn'$ ; sint porrò plana  $DNR, DN'R', Dnr, Dn'r', PMZ, PM'Z', Pmz, Pm'z'$  plano  $PbIB$  perpendicularia quæ alteri plano,  $PzZIT$  occurrant in rectis  $DR, DR', Dr, Dr', PZ, PZ', Pz, Pz'$ , respectivè. His positis, quoniam Anguli  $NDN' \& MPM'$ ,  $nDn' \& mPm'$  ponuntur semper æquales; & rectæ  $PM \& DN, Pm \& Dn$ , æqualiter semper inclinantur ad  $PI$  communem planorum Sectionem; si Angulus  $NDN'$  & inclinatio planorum  $PbTB, PZIT$  ad se invicem continuò minui supponantur donec evanescant, erunt gravitates particulae  $D$ , in Pyramides  $DNN'R'R, Dnn'r'r \&$  particulae  $P$  in Pyramides  $PM'M'Z'Z, Pmm'z'z$  ultimo in ratione rectarum  $DN, Dn, PM \& Pm$  respectivè per Lemma 3. Eademque vires secundùm rectas Axi  $Aa$ , perpendicularæ æstimatæ erunt ut rectæ  $DV, Dv, PQ, Pq$  respectivè. Unde cùm  $PQ + Pq = 2DV$  per Corol. 4. Lem. 1. sequitur vim quâ particula  $P$  urgetur versùs Axem  $Aa$ , gravitate suâ in Pyramides  $PM'M'Z'Z, Pmm'z'z$  æqualem esse vi, quâ particula  $D$  urgetur gravitate suâ versùs Pyramides  $DNN'R'R, Dnn'r'r$ . Quare si plana  $DNR, PMZ$  sibi mutuò semper parallela & plano  $PbIB$  perpendicularia moveantur semper circà puncta  $D$  &  $P$  (rectis scilicet  $DN, PM$  procedentibus semper in plano  $PbIB$ , & rectis  $DR, Pz$  in plano  $PZIT$ ) erunt vires quibus particula  $P$  urgetur versùs Axem ex gravitate sua in frustra motu planorum  $PMZ, Pmz$  sic descripta, æquales semper viribus, quibus particula  $D$  urgetur versùs eundem Axem gravitate suâ in frustra motu planorum  $DNR, Dnr$  descripta; unde sequitur particulam  $P$  urgeri eadem vis secundùm rectam  $PK$ , gravitate suâ in frustra planis  $PbI,$

(a) In hac Figura describenda rectas  $NR, N'R'$ , &c. non duximus secundùm regulas perspectivæ, sed eâ ratione quâ facillimè dignosci possint.

$P \approx I$ , & planis  $PBI$ ,  $PTI$  contenta, quâ particula  $D$  tendit versùs frustra planis  $DnND$ ,  $DrRD$  terminata. Proinde cùm hæ vires secundùm rectas  $Axi$  totius solidi perpendiculares æstimatæ sint etiam æquales, & par sit ratio virium quibus particula  $P$  &  $D$  urgentur versùs frustra quævis alia similiter ex solidis resecta, sequitur particulam  $P$  æqualiter urgeri versùs Axem gravitate suâ in solidum exterius, & particulam  $D$  gravitate suâ in solidum similè interius, vel etiam in solidum exterius, cùm hæ vires sint eadem per Corol. 2. Lem. 3.

Simili planè ratione colligitur vim, quâ particula  $P$  urgetur secundùm rectam  $Axi$  Parallelam æqualem esse vi, quâ particula  $K$  in Axe sita urgetur versùs centrum solidi.

Fig. VII. **COR. 1.** Particulæ igitur quævis Sphæroidis æqualiter ab Axe vel Æquatore solidi distantes æqualiter versùs Axem vel Æquatorem urgentur. Viresque quibus particula quævis urgentur versùs Axem sunt ut illarum distantia ab Axe, & vires quibus urgentur versùs planum Æquatoris, sunt ad se invicem, ut illarum distantia ab hoc plano.

**COR. 2.** Repræsentet  $A$  vim quâ Sphærois urget particulam in Axis termino  $A$  sitam,  $B$  vim quâ idem solidum urget particulam  $B$  in circumferentia circuli medi inter  $A$  &  $a$  positam; sumatur  $KR$  ad  $KC$ , ut  $\frac{A}{CA}$  est ad  $\frac{B}{CB}$ , jungatur  $PR$ , & particula  $P$  tendet versùs Sphæroidem in recta  $PR$ , vi quâ huic rectæ semper est proportionalis. Vis enim quâ particula  $D$  urgetur versùs centrum solidi, est ad  $B$ , ut  $CD$  ad  $CB$ , per Cor. 2. Lem. 3. Similiter vis, quâ particula  $K$  urgetur versùs solidi centrum est ad  $A$ , ut  $CK$  ad  $CA$ . Quare per Lemma 4. vis quâ particula  $P$  urgetur secundùm rectam  $PK$   $Axi$  normalem est ad vim, quâ urgetur secundùm rectam  $PD$   $Axi$  parallelam, ut  $\frac{PK \times B}{CB}$  ad  $\frac{CK \times A}{CA}$ ; adeoque ut  $PK \times KC$  ad  $CK \times KR$ . i. e. ut  $PK$  ad  $KR$  ex constructione. Quare particula  $P$  urgetur secundùm rectam  $PR$ , his viribus conjunctis, & vis composita est ad  $B$ , ut  $PR$  ad  $BC$ . Quo, verò pacto vires  $A$  &  $B$  computari possint postea ostendemus. PROPOSITIO

## PROPOSITIO I.

## THEOREMA FUNDAMENTALE.

Constet Sphærois  $ABab$  materia fluida, cujus particulae versùs se mutuò urgeantur viribus in inversa duplicata ratione distantiarum decrescentibus; agantque simul duæ vires extraneæ in singulas Fluidi particulas, quarum altera tendat versùs centrum Sphæroidis, sitque semper proportionalis distantii particularum ab hoc centro; altera agat secundùm rectas Axis solidi Parallelas, sitque semper proportionalis distantii particularum à plano  $Bb$  Axi normali; & si femiaxes  $CA$ ,  $CB$  Ellipseos generatricis sint inversæ proportionales viribus totis, quæ agunt in particulas æquales in extremis Axium punctis  $A$  &  $B$  sitas, erit totum Fluidum in æquilibrio.

Ut hæc Propositio nostra primaria clarissimè demonstretur, ostendemus imprimis vim compositam ex gravitate particulae cujusvis  $P$  & duabus viribus extraneis, semper agere in recta  $PL$ , quæ est ad superficiem Sphæroidis semper normalis. 2. Fluidum in recta quavis  $PC$  à superficie ad centrum ducta, ejusdem ubique esse ponderis. 3. Fluidum in canalibus quibusvis à superficie ad datam quamvis particulam intra solidum ductis, eadem semper vi particulam illam urgere.

1. Vires totæ quæ agunt in particulas  $A$  &  $B$  dicantur  $M$  &  $N$ , quæ ex hypothesi sunt in ratione Axium  $CB$  &  $CA$ . Resolvatur vis prior extranea quæ agit secundùm rectam  $PC$ , in vires duas, alteram Axi parallelam, alteram eidem perpendicularem; eruntque hæ vires semper ut rectæ  $PK$  &  $KC$ . Unde cum vis quæ gravitas particulae  $P$  urget eam secundùm rectam  $PK$ , sit etiam ut  $PK$  per Lemma superius, sequitur vim totam quæ particula  $P$  urgetur secundùm rectam  $PK$ , esse ad  $N$ , ut  $PK$  ad  $CB$ . Vires tres agunt in particulam  $P$  secundùm rectam  $PD$  Axi parallelam, particulae scilicet gravitas & duæ vires extraneæ, quæ singulæ variantur in ratione

D d

rectæ  $PD$  vel  $KC$ ; adeoque vis ex his tribus resultans erit ad  $M$  ut  $CK$  ad  $CA$ . Vis igitur quâ particula  $P$  urgetur secundum rectam  $PK$  est ad vim quâ urgetur secundum rectam  $PD$  ut  $\frac{N \times PK}{CB}$  ad  $\frac{M \times KC}{CA}$  sive (cùm  $M:N :: CB:CA$ ) ut  $PK \times CA^2$  ad  $CK \times CB^2$ . i. e. (quoniam si  $PL$  Ellipsi generatrici perpendicularis occurrat Axi  $Aa$  in  $L$ , erit  $KC$  ad  $KL$ , ut  $CA^2$  ad  $CB^2$ , ex nota Ellipsis proprietate) ut  $PK \times KC$  ad  $KC \times KL$ , adeoque ut  $PK$  ad  $KL$ . Unde vis composita particulam urget in recta  $PL$ , quæ ad superficiem Fluidi ponitur perpendicularis; estque semper ut recta hæc  $PL$ , cùm vires secundum rectas  $PK$  sint semper ut  $PK$ .

2. Sit  $LZ$  normalis in femidiametrum  $CP$ , & vis quâ particula  $P$  urgetur versus centrum, erit ut recta  $Pz$  per vulgaria Mechanicæ Principia, & pondus Fluidi in recta  $PC$ , ut rectangulum  $CP \times PZ$ , quod semper est æquale quadrato ex semiaxi  $CB$  per Lemma II. Centrum igitur æqualiter undique urgetur, estque Fluidum in æquilibrio in  $C$ .

3. Sit  $p$  particula quævis in solido ubicunque sita,  $Pp$  recta quævis à superficie ad particulam  $p$  ducta; sint  $PK$ ,  $pk$  normales in Axem  $Aa$ , & vis quâ particula  $p$  urgetur pondere Fluidi in recta quavis  $Pp$  secundum hanc rectam, facili calculo quem brevitatis gratiâ omitto, invenietur æqualis  $\frac{N}{2CB} \times \overline{PK^2 - pk^2} - \frac{M}{2CA} \times \overline{Ck^2 - CK^2} =$  (cùm  $M:N :: CB:CA$ )  $CA) \frac{M \times CA^2 \times PK^2 + M \times CK^2 \times CB^2 - M \times CA^2 \times pk^2}{2CB^2 \times CA} - \frac{M \times CB^2 \times Ck^2}{2CB^2 \times CA}$   $=$  (cùm  $PK^2 : CA^2 - CK^2 :: CB^2 : CA^2$ , & si  $CG$  sit femiaxis Ellipseos per  $p$  ductæ similis Ellipsi  $Abab$ , & similiter sitæ,  $pk^2 : CG^2 - Ck^2 :: CB^2 : CA^2$ )  $\frac{M \times CA - M \times CG}{2}$  adeoque cùm hæc quantitas à situ puncti  $P$  non pendeat; vis hæc est semper eadem, si detur locus particulæ  $p$ ; quæ proinde cùm undique æqualiter urgeatur, Fluidum erit ubique in æquilibrio.

COR. I. Sit ut in Cor. 2. Lemmatis IV.  $A$  vis gravitatis



in Sphæroidem in loco  $A$ ,  $B$  vis gravitatis in eandem in loco  $B$ ,  $V$  vis  $KG$  (Fig. 1.) in mediocri sua quantitate in superiore Sectione expolita, quâ Luna vel Sol aquam Sphæroidis deprimit in distantia  $d$ , quæ ponitur mediocris inter  $CA$  &  $CB$ . Sit  $CA = a$ ,  $CB = b$ , eritque vis  $N$ , quâ particula  $B$  versùs Curgetur, æqualis  $B + \frac{bv}{d}$ , &  $M = A + \frac{av}{d} - \frac{3av}{d} = A - \frac{2av}{d}$ . Unde per hanc Propositionem si  $a : b :: B \times \frac{bv}{d} : A - \frac{2av}{d}$ , erit Fluidum in æquilibrio. Atque hinc ex datis  $A$ ,  $B$  &  $V$  in terminis  $a$  &  $b$  species figuræ innotescet. Est  $Aa - Bb = \frac{2a^2 v}{d} + \frac{b^2 v}{d}$ .

*COR. 2.* Cùm vis  $V$  (sive ex inæquali gravitate particularum versùs Lunam, vel versùs Solem oriatur) sit exigua admodum respectu virium  $A$  &  $B$ , & differentia inter  $a$  &  $b$  admodum parva, ducatur  $a = d \times v$  &  $b = d - x$ , eritque  $Bd - Bx + V \times \frac{d-x^2}{d} = Ad + Ax - 2V \times \frac{d+x^2}{d}$ , & neglectis terminis ubi  $x$  reperitur  $Bd - Bx + Vd - 2Vx = Ad + Ax - 2Vd - 4Vx$ , unde  $Bd - Ad + 3Vd = Ax + Bx - 2Vx$ ; adeoque  $x : d :: B - A + 3V : B + A - 2V$ ; & differentia altitudinis aquæ in  $A$  &  $B$  (feu  $2x$ ) ad semidiametrum medicrem  $d$  ut  $2B - 2A + 6V$  ad  $B + A - 2V$ , vel quàm proximè ut  $B - A + 3V$  ad gravitatem versùs Sphæroidem medicrem.

*COR. 3.* In præcedentibus Corollariis supposuimus  $d = \frac{1}{2}CA + \frac{1}{2}CB$ ; verùm si  $d$  denotet aliam quamvis distantiam ubi vis  $KG$  (Fig. 1.) ponatur æqualis ipsi  $V$ , sitque  $e = \frac{1}{2}CA + \frac{1}{2}CB$ , erit  $x : e :: B - A + \frac{3eV}{d} : B + A - \frac{2eV}{d}$ .

*COR. 4.* Per vim  $V$  in his Corollariis intelleximus vim vel Solis vel Lunæ, & figuram consideravimus, quam Terra fluida homogenea indueret si hæ vires seorsum in eam agerent. Sit nunc Luna Soli conjuncta vel opposita, & simul

D d ij

agent in Terram. In hoc casu vires Luminarium conspirant ad aquam tollendam in  $A$  &  $a$ , eamque deprimendam in  $B$  &  $b$ , & easdem ubique servant leges. Unde erit etiam in hoc casu fluidum in æquilibrio, si vis tota quæ agit in loco  $A$ , sit ad vim totam quæ agit in loco  $B$  ut  $CB$  ad  $CA$ ; adeoque si  $V$  nunc designet summam virium, quibus Sol & Luna aquam deprimunt in rectis  $Tb$ ,  $TB$  (Fig. 1.) ad mediocrem distantiam, fluidum erit in æquilibrio, si  $b : a :: A - \frac{2aV}{d} : B + \frac{bV}{d}$ , vel  $x$  ad  $d$  ut  $B - A + 3V$  ad  $B + A - 2V$  quàm proximè, ut priùs.

*COR. 5.* Sit nunc Luna in recta  $Aa$ , Sol in recta  $Bb$ ; & quoniam Lunæ vis potior est, Axis transversus figuræ generatricis transeat per Lunam, conjugatus per Solem; & si vis tota quæ agit in loco  $A$  sit ad vim totam quæ agit in loco  $B$  ut  $CB$  ad  $CA$  erit Sphærois fluida in æquilibrio etiam in hoc casu. Sit  $S$  vis quâ Sol deprimunt aquam in rectis  $TA$ ,  $Ta$  ad mediocrem à centro  $C$  distantiam,  $L$  vis quâ Luna aquam deprimunt in rectis  $TB$ ,  $Tb$  ad æqualem distantiam; eritque vis tota quæ agit in loco  $A$  æqualis  $A - \frac{2al}{d} + \frac{as}{d}$ , vis tota quæ agit in loco  $B$  æqualis  $B + \frac{bl}{d} - \frac{bs}{d}$ . Unde colligitur ut in Corol. 2.  $x : d :: B - A + 3l - 3s : B + A - 2l - 2s :: ($  si  $l - s$  nunc dicatur  $V ) B - A + 3V . B + A - 2V$ , ut priùs.

FIG. I.

FIG. VII.

*SCHOL.* Eâdem planè ratione offenditur quòd si  $BabA$  sit Sphærois fluida oblata genita motu semiellipsis  $BAb$  circa Axem minorem  $Bb$ ; & vertatur hæc Sphærois circa eundem Axem tali motu ut gravitas versùs Sphæroidem hanc in Polo  $A$  sit ad excessum quo gravitas in loco  $B$  superat vim centrifugam in  $B$  ex motu Sphæroidis circa Axem oriundam ut  $CB$  ad  $CA$ , Fluidum fore ubique in æquilibrio. Unde sequitur figuram Terræ, quatenus ex vi centrifuga à motu diurno oriunda immutatur, esse Sphæroidem oblatam qualis gignitur motu semiellipsis  $BAb$  circa Axem minorem ( si materia Terræ pro æqualiter densa habeatur )

femidiametrum *Æ*quatoris esse ad femiaxem ut gravitas sub *Polis* in *Terram* est ad excessum gravitatis supra vim centrifugam sub *Æ*quatore, corpus in loco quovis *P* tendere versus *Terram* vi quæ est semper ut recta *PL* perpendicularis *Ellipsi* generatrici & *Axi* majori occurrens in *L*, & mensuram denique gradus in *Meridiano* esse semper ut cubus ejusdem rectæ *PL*. *Hæc* omnia accuratè demonstrantur ex hac *Propositione*; quæ quamvis in disquisitione de figura *Terræ* eximii usus sint, hic obiter tantum monere convenit.

L E M M A V.

FIG. VIII.

Sit figura quævis *ABa*: describatur circulus *CNH* centro *A*, radio quovis dato *AC*; ex *A* educatur recta quævis *AM* occurrens figuræ *ABa* in *M*, & circulo in *N*; sint *MQ* & *NR* perpendiculares in *Axem* datum *Aa*, sit *KR* semper æqualis abscissæ *AQ*, & vis quâ particula *A* urgetur versus solidum motu figuræ *ABa* circa *Axem* *Aa* genitum erit ut area quam generat ordinata *KR* directè & radius *AC* inversè.

Occurrat alia recta ex *A* educta figuræ in *m* & circulo in *n*, sintque *mq* & *nr* normales in *Axem* *Aa*. Sit *AZza* alia Sectio solidi per *Axem*, cui occurrant plana *AMz*, *Amz* ipsi *AMa* normalia in rectis *AZ*, *Az*, quæ circulum radio *AC* in plano *AZza* descriptum secent in *X* & *x*; denique arcus *Mo* circularis centro *A* descriptus occurrat *Am* in *o*. His positis, minuatur angulus contentus planis *AMa*, *AZa*, & simul angulus *MAm* donec evanescant, & ultima ratio vis quâ particula *A* tendit ad *Pyramidem* *AMZzm* ad vim quâ urgetur versus *Pyramidem* *ANXxn* erit rectæ *AM* ad *AN*, vel *AQ* ad *AR*, per Lem. II. vis hujus *Pyramidis* est ut vis superficiæ *NXxn* ducta in rectam *AN*, adeoque ut  $\frac{NX \times Nn}{AN^2} \times AN = \frac{NX \times Nn}{AN}$ , vel ut  $\frac{NR \times Nn}{AN}$  (quoniam *NX* est ut *NR*) i. e. ut *Rr*; ejusdemque vis ad directionem *Axis* reducta ut  $Rr \times \frac{AR}{AN}$ ; quare vis.

D d iij

Pyramidis  $AMZzm$  ad eandem directionem reducta ut  $Rr \times \frac{AQ}{AC} = \frac{Rr \times KR}{AC}$ . Vis igitur quâ particula  $A$  urgetur versùs frustum solidi planis  $AMa$ ,  $Aza$  contenti, est ut area quam generat ordinata  $KR$  directè & radius  $AC$  inversè; cùmque solidum sit rotundum, motu scilicet figuræ circa Axem  $Aa$  genitum, par erit ratio vis quâ particula urgetur versùs integrum solidum.

*COR.* Vis quâ particula  $A$  urgetur in solidum est ad vim quâ urgetur versùs Sphæram super diametrum  $Aa$  descriptam ut area quam generat ordinata  $KR$  ad  $\frac{2}{3} CA^2$ . Quippe si  $AMa$  sit circulus, erit  $AQ$  ad  $Aa$  ut  $AQ^2$  ad  $AM^2$ , vel  $AR^2$  ad  $AN^2$ . Unde in hoc casu erit  $KR = \frac{2AR^2}{AC}$ , & area  $ARK$  (quam generat ordinata  $KR$ ) =  $\frac{2AR^3}{3AC}$ , adeoque area tota motu ordinatæ  $RK$  genita erit  $\frac{2}{3} CA^2$ .

## PROPOSITIO II.

### PROBLEMA.

*Invenire gravitatem particule  $A$  in extremitate Axis transversæ sitæ versùs Sphæroidem oblongam.*

Cæteris manentibus ut in Lemmate præcedenti sit  $AMa$  Ellipsis,  $Aa$  Axis transversus,  $C$  centrum,  $Bb$  Axis conjugatus,  $F$  focus; educatur recta quævis  $AM$  ex  $A$  Ellipsi occurrens in  $M$ , cui parallela  $CV$  occurrat Ellipsi in  $V$ ; unde ducatur ordinata ad Axem  $VL$ , juncta  $aM$  rectæ  $CV$  occurrat in  $e$ , eritque  $AM = 2Ce$ : cùmque  $AQ : CL :: AM (2Ce) : CV :: 2CL : Ca$ , erunt  $\frac{1}{2} AQ$ ,  $CL$  &  $CA$  continuè proportionales. Sit  $CA = a$ ,  $CB = b$ ,  $CF = c$ ,  $AR = x$ ,  $CL = l$ , cùmque  $AR^2 : NR^2 :: CL^2 : VL^2$  erit  $x^2 : a^2 - x^2 :: l^2 : a^2 - l^2 \times \frac{b^2}{a^2}$ ; adeoque  $l^2 = \frac{a^2 b^2 x^2}{a^4 - c^2 x^2}$ , &  $AQ$  vel  $KR = \frac{2l^2}{a} = \frac{2ab^2 x^2}{a^4 - c^2 x^2}$ , area  $ARK =$

$\int \frac{2ab^2 x dx}{a^4 - c^2 x^2} = (\text{si } z : x :: c : a) \int \frac{a^2 b^2}{c^3} \times \frac{z^2 dz}{a^2 - z^2}$ . Quare sit  $a$  quantitas cujus Logarithmus evanescit, sive systematis Logarithmici modulus,  $L$  Logarithmus quantitatis  $a \sqrt{\frac{a+z}{a-z}}$ , eritque  $ARK = \frac{2a^2 b^2}{c^3} \times \overline{L-z}$ . Unde vis quâ particula  $A$  gravitat versùs solidum genitum motu segmenti elliptici  $AUMA$  circa Axem  $Aa$ , erit ad vim quâ eadem particula gravitat versùs solidum genitum motu segmenti circularis ex circulo supra diametrum  $Aa$  descripti eadem recta  $AM$  abscissi circa eundem Axem ut  $\frac{2a^2 b^2}{c^3} \times \overline{L-z}$  ad  $\frac{2x^3}{3a}$ ; & si  $L$  sit Logarithmus quantitatis  $a \sqrt{\frac{a+c}{a-c}}$  (vel  $\frac{a}{b} \times \overline{a+c}$ ) erit vis quâ particula  $A$  tendit versùs totam Sphæroidem ad vim quâ tendit versùs totam Sphæram ut  $3b^2 \times \overline{L-c}$  ad  $c^3$ .

SCHOL. Eâdem ratione invenitur gravitas particulæ in Polo sitæ versùs Sphæroidem oblatam, quærendo aream cujus ordinata est  $\frac{2b^2 a^2}{c^3} \times \frac{z^2}{b^2 + z^2}$ . Sit  $BAb a$  Sphærois oblata motu Ellipsis  $BAb$  circa Axem minorem genita, centro  $B$ , radio  $BC$  describatur Arcus circuli  $CS$ , rectæ  $BF$  occurrens in  $S$ , eritque gravitas in hanc Sphæroidem in Polo  $B$  ad gravitatem in eodem loco versùs Sphæram super diametrum  $Bb$  descriptam ut  $3CA^2 \times \overline{CF-CS}$  ad  $CF^3$ . Methodus verò quâ gravitas particulæ in Æquatore sitæ versùs Sphæroidem oblongam vel oblatam computatur, est minùs obvia, facilis tamen evadit ope sequentis Lemmatis.

L E M M A V I.

Duo plana  $B M b a B$ ,  $B Z g e B$  se mutuò fecent in recta  $HBh$ , communi figurarum tangente, auferantque ex solido frustum  $B M b a B z g e B$ ; sint semicirculi  $HCh$ ,  $Hch$  sectiones horum planorum & superficiæ Sphære centro  $B$ , radio  $BC$  descriptæ. Ex puncto  $B$  educatur recta quævis  $B M$  in priori plano figuræ  $B M b a$  occurrens in  $M$ ,

Fig. IX.

& semicirculo  $HCh$  in  $N$ ; sintque  $MQ$  &  $NR$  normales in  $Hh$ , & ordinata  $KR$  semper æqualis rectæ  $MQ$ . His positis, si angulus  $Cbc$  planis hisce contentus minuatur in infinitum, erit gravitas particulæ  $B$  versùs frustum  $B M b a B Z g e B$  ultimò ad gravitatem ejusdem particulæ versùs frustum Sphæræ semicirculis  $HBh$ ,  $Hch$  contentum, ut area  $HK dh$  genita motu ordinatæ  $KR$  ad semicirculum  $HCh$ .

Sit  $m$  punctum in figura  $BMB$ , ipsi  $M$  quàm proximè jungatur  $Bm$  quæ circulo  $HCh$  occurrat in  $n$ ; sitque  $nr$  normalis in  $Hh$ . Ad hæc sint plana  $BMZ$ ,  $Bmz$  perpendicularia plano  $B M b a$ , secantque planum alterum  $BZge$  in rectis  $BZ$ ,  $Bz$  circumferentiæ  $Hch$  occurrentibus in  $X$  &  $x$ . His positis, vis quâ particula  $B$  gravitat in Pyramidem  $B M Z z m$  erit ad vim quâ eadem particula gravitat in Pyramidem  $B N X x n$  ultimò ut recta  $B M$  ad  $B N$ , vel  $M a$  ad  $NR$  per Lem. III. Gravitas autem in hanc Pyramidem est ut  $\frac{NX \times Nn}{BN^2} \times BN$ , vel (quoniam  $NX$  est ut  $NR$ ) ut  $\frac{NR \times Nn}{BC}$  i. e. ut  $Rr$ ; atque hæc gravitas agit secundùm rectam  $Bb$  vi quæ est ut  $\frac{Rr \times RN}{BC}$ ; unde gravitas in Pyramidem  $B M Z z m$  agit secundùm rectam  $Bb$  vi quæ est ut  $\frac{Rr \times MQ}{BC}$ , vel  $\frac{Rr \times KR}{BC}$ . Proinde ultima ratio virium quibus particula  $B$  urgetur versùs integra frustra solidi & Sphæræ  $BC$ , est ratio areæ  $HK dh$  (quam generat ordinata  $KR$ ) ad semicirculum  $HCh$ .

*Co R.* Gravitas in frustum planis  $B M b a$ ,  $B Z g e$  terminatum, est ad gravitatem in frustum Sphæricum contentum circulis super diametros  $Bb$ ,  $Bg$  descriptis, ut area  $HK dh$  ad  $\frac{8}{3} CB^2$ . Sit enim  $B M b B$  circulus, eritque  $MQ$  ad  $Bb$ , ut  $R N^2$  ad  $BC^2$ , &  $KR = \frac{2RN^2}{CB} = 2BC^2 - \frac{2BR^2}{CB}$ , & area  $HK dB = \frac{4}{3} CB^2$ , adeoque area tota  $HK dh = \frac{8}{3} CB^2$ .

## PROPOSITIO

PROBLEMA.

Invenire gravitatem particulæ in Æquatore sitæ versùs Sphæroidem oblongam.

Per Æquatorem intelligimus circulum ab Axe conjugato genitum dum figura circa alterum Axem revolvitur. Repræsentet  $B M b a$  in figura præcedentis Lemmatis, Sectionem quamvis Sphæroidis Æquatoris plano normalem, eritque hæc figura semper similis Sectioni per Polos solidi, seu figuræ cujus revolutione solidum genitum esse supponimus. Hujus demonstrationem ut facilem & ab aliis traditam brevitatis gratiâ omitto. Sit igitur  $CA$  Sectionis hujus femiæ axis transversus,  $CB$  femiæ axis conjugatus,  $F$  focus; sit  $CB = b$ ,  $CA = a$ ,  $CF = c$ ,  $BR = x$ ,  $CV$  semidiameter parallela rectæ  $BM$ ,  $VL$  ordinata ad Axem  $Bb$ ,  $Cl = l$ . Tunc  $CB : CL : CL : \frac{1}{2} M Q$  ut in Proposit. præcedenti, &  $M Q = \frac{2l^2}{b}$ . Verùm  $NR^2 : BR^2 :: CL^2 : VL^2$  i. e.  $b^2 - x^2 : x^2 : l^2 : b^2 - l^2 \times \frac{a^2}{b^2}$ , vel  $a^2 - \frac{a^2 x^2}{b^2} : x^2 :: l^2 : b^2 - l^2$ , &  $l^2 = \frac{a^2 b^2 \times b^2 - x^2}{a^2 b^2 - c^2 x^2} = (\text{si } z : x :: c : b) \frac{b^2 a^2}{c^2} \times \frac{c^2 - z^2}{a^2 - z^2}$ , &  $KR = M Q = \frac{2l^2}{b} = \frac{2a^2 b}{c^2} \times \frac{c^2 - z^2}{a^2 - z^2}$ , & area  $B d K R$  æqualis  $\int \frac{2a^2 b^2 dz}{c^3} \times \frac{c^2 - z^2}{a^2 - z^2} = \frac{2a^2 b^2 z}{c^3} - \int \frac{2a^2 b^2}{c^3} \times \frac{b^2 dz}{a^2 - z^2}$ . Sit igitur  $l$  ( ut in priore Propositione ) Logarithmus quantitatis  $a \sqrt{\frac{a+z}{a-z}}$ , & area  $B d K R$  erit  $\frac{2a^2 b^2 z}{c^3} - \frac{2a^2 b^2}{c^3} \times \frac{b^2 l}{a^2} = \frac{2b^2}{c^3} \times a^2 z - b^2 l$ .

Supponantur nunc  $x = b$ , adeoque  $z = c$ ; sitque  $L$  Logarithmus quantitatis  $a \sqrt{\frac{a+c}{a-c}}$ , ut priùs, eritque area tota  $HKdh$ , motu ordinatæ  $KR$  genita, æqualis  $\frac{4b^2}{c^3} \times a^2 c - b^2 L$ .  
E c

Quare gravitas particulæ  $B$  versùs frustum planis ellipticis  $B M b a$ ,  $B Z g e$  terminatum à Sphæra centro  $C$  radio  $C B$  descripta refectum, ut  $a^2 c - b^2 L$  ad  $\frac{2}{3} c^3$  per Cor. Lem. VI. Sit circulus  $B P p b$  Æquator Sphæroidis,  $B P$  &  $B p$  duæ quævis chordæ hujus circuli; Sectiones Sphæroidis circulo  $B P b$  perpendiculares erunt Ellipses similes Sectioni quæ per Polos solidi transit, quarum  $B P$  &  $B p$  erunt Axes transversi; Sectiones autem Sphære super diametrum  $B b$  descriptæ per eadem plana erunt circuli quorum diametri erunt chordæ  $B P$ ,  $B p$ . Proinde eadem semper erit ratio gravitatis particulæ  $B$  in frustra elliptica & sphærica his planis terminata; eritque gravitas versùs integram Sphæroidem ad gravitatem versùs Sphæram, ut  $a^2 c - b^2 L$  ad  $\frac{2}{3} c^3$ ,  $a$  denotante semiaxem transversum figuræ cujus motu igitur solidum,  $b$  semiaxem conjugatum,  $c$  distantiam foci à centro, &  $L$  Logarithmum ipsius  $a \sqrt{\frac{a+c}{a-c}}$ , vel  $a \times \frac{a+c}{b}$ . q. e. f.

*COR.* Eadem semper est ratio gravitatis versùs frustum quodvis Sphæroidis & frustum Sphære eodem plano ad Æquatorem normali abscissum ab eadem parte plani; vel gravitas in portionem à Sphæroide hoc plano abscissam est ad gravitatem in integram Sphæroidem, ut gravitas in frustum Sphære eodem Plano ex eadem parte abscissum ad gravitatem in integram Sphæram.

*SCHOL.* Eadem ratione si  $B A b a$  sit Sphæroidis oblata motu figuræ  $B A b$  circa Axem minorem  $B b$  genita, erit gravitas in Sphæroidem hanc in loco  $A$  ad gravitatem in eodem loco versùs Sphæram centro  $C$  radio  $C A$  descriptam, ut  $C A^2 \times C S - C B^2 \times C F$  ad  $\frac{2}{3} C F^3$ .





PROPOSITIO IV.

PROBLEMA.

*Ex datis viribus quibus Terræ particulæ gravitant versùs Solem & Lunam, invenire figuram quam Terra indueret in Syzygiis vel Quadraturis Solis & Lunæ in hypothesi quòd Terra constet ex Fluido homogeneo, & circa Axem suum non moveatur.*

Gravitas in loco *A* versùs Sphæroidem oblongam motu figuræ *ABa* circa Axem transversam *Aa* genitam, est ad gravitatem in eodem loco versùs Sphæram centro *C* radio *CA* descriptam, ut  $3b^2 \times \overline{L-c}$  ad  $c^3$  per Prop. II. Hæc autem gravitas est ad gravitatem in *B* versùs Sphæram centro *C* radio *CB* descriptam, ut *CA* ad *CB* (per Cor. 1. Lem. III.) quæ est ad gravitatem in loco *B* versùs Sphæroidem ut  $\frac{2}{3}C^3$  ad  $a^2c - b^2L$  per Prop. IV. Componantur hæ rationes, eritque gravitas in loco *A* versùs Sphæroidem ad gravitatem in loco *B* versùs eandem, ut  $2ab \times \overline{L-c}$  ad  $a^2c - b^2L$ . Designet *A* gravitatem in loco *A*, *B* gravitatem in loco *B*, *V* summam virium quibus Luminaria conjuncta vel opposita aquam deprimunt in rectis *TB*, *Tb* (Fig. 1.) perpendicularibus rectæ *Aa* quæ per Terræ & Luminarium centra transire supponitur, ut in Cor. 4. Prop. I. vel differentiam earundem virium in Lunæ Quadraturis, ut in Cor. 5. ejusdem Prop. & per ea quæ demonstrantur Cor. 1. Prop. I. erit  $Aa - Bb = \frac{2a^2V + b^2V}{d}$ . Adeoque  $Aa - bA \times \frac{a^2c - b^2L}{2ab \times \overline{L-c}} = \frac{2a^2V + b^2V}{d}$ , &  $V : A :: 2a^2L + b^2L - 3a^2c : \frac{2a^2}{d} \times 2a^2 + b^2 \times \overline{L-c}$ . Atque ex data ratione *V* ad *A* vel ad *B*, vel  $\frac{1}{2}A + \frac{1}{2}B$  (quæ pro *G* gravitate mediocri in circumferentia *ABab* haberi potest) habebimus æquationem unde species figuræ & differentia semiaxium seu ascensus aquæ computari possunt.

FIG. VII.

Eeij

Est autem  $L$  Logarithmus quantitatis  $a \sqrt{\frac{a+c}{a-c}}$ , adeoque æqualis  $c + \frac{c^3}{3a^2} + \frac{c^5}{5a^4} + \frac{c^7}{7a^6}$ , &c. per Methodos notissimas, adeoque  $L - c = \frac{c^3}{3a^2} + \frac{c^5}{5a^4} + \frac{c^7}{7a^6}$ , &c. Unde est  $V$  ad  $A$ , ut  $\frac{2c^2}{15a^2} + \frac{4c^4}{35a^4} + \frac{6c^6}{63a^6}$ , &c. ad  $\frac{L-c \times a d}{c^3 \times 2a^2 + b^2}$ , &  $V$  ad  $\frac{1}{2} A + \frac{1}{2} B$  vel  $G$  ut  $\frac{2c^2}{15a^2} + \frac{4c^4}{35a^4} + \frac{6c^6}{63a^6}$ , &c. ad  $\frac{2a^2 + b^2}{2bd c^3} \times 2abL - b^2L + a^2c - 2abc$ .

Verùm si  $V$  sit admodum exigua respectu gravitatis  $G$  (ut in præsenticaſu) erit differentia semidiametrorum  $CA$ ,  $CB$  ad semidiametrum mediocrem quàm proximè ut  $15V$  ad  $8G$ , vel paulò accuratiùs ut  $15V$  ad  $8G - 57\frac{5}{14} \times V$ . Sit enim ut in Cor. 2. Prop. I.  $a = d + x$ ,  $b = d - x$ , adeoque  $c^2 = a^2 - b^2 = 4dx$ , eritque  $A : B :: 2ab \times L - c : a^2 - b^2 L :: \frac{b}{3} + \frac{bc^2}{5a^2} + \frac{bc^4}{7a^4}$  &c.  $:\frac{a}{3} + \frac{ac^2}{15a^2} + \frac{ac^4}{35a^4}$ , &c. i. e. ut  $\frac{d-x}{3} + \frac{4dx \times d-x}{5 \times d+x^2} + \frac{16d^2x^2 \times d-x}{7 \times d+x^4}$ , &c. ad  $\frac{d+x}{3} + \frac{4dx \times d+x}{15 \times d+x^2} + \frac{16d^2x^2 \times d+x}{35 \times d+x^4}$ , &c. adeoque (neglectis terminis, quos plures dimensiones ipsius  $x$  ingrediuntur) ut  $\frac{1}{3}d + \frac{17}{15}x$  :  $\frac{1}{3}d + \frac{19}{15}x$ . Proinde erit  $B - A$  ad  $B + A$  ( $= 2G$ ) ::  $x$  :  $5d + 18x$ , &  $B - A : G :: 2x : 5d + 18x$ . Sed per Cor. 2. Prop. I. est  $x$  ad  $d$  ut  $B - A + 3V$  ad  $B + A - 2V$ , adeoque substituendo valores quantitatum  $B - A$  &  $B + A$ , erit  $x : d :: \frac{2Gx}{5d + 18x} + 3V : 2G - 2V$ . Unde  $2Gx - 2Va = \frac{2Gdx + 15Vd + 54Vx}{5d + 18x}$ , &  $10Gdx - 10dVx + 36Gxx - 36Vxx = 2Gdx + 15Vd + 54Vx$ , & terminis omissis ubi reperitur  $xx$ , erit  $8Gdx - 64Vx = 15Vd$  atque  $x : d :: 15V : 8G - 64V$ , &  $2x$  ad  $d$  ut  $15V$  ad  $4G - 32V$ . Ascensus igitur totius aquæ i. e. differentia semidiametrorum  $CA$ ,  $CB$  (vel  $2x$ ) est ad semidiametrum mediocrem, ut  $15V$  ad  $8G$  quàm proximè; facile autem erit

rationem hanc exhibere magis accuratè, quoties usus id postulabit, assumendo plures terminos valoris Logarithmi  $L$ , & calculum prosequendo; prodit autem hoc pacto  $x$  ad  $d$  magis accuratè, ut  $15 V$  ad  $8 G - 57\frac{5}{14} \times V$ .

COR.  $B - A$  est æqualis  $\frac{3}{4} V$ , &  $B - G = \frac{3}{8} V$  quàm proximè. Quippe  $B - A : G :: 2 x : 5$ ,  $d :: 30 V : 40 G$ , adeoque  $B - A : V :: 3 : 4$ .

SCHOL. Eâdem ratione patebit gravitatem versùs Sphæroidem oblatam in Polo  $B$  fore ad gravitatem in Æquatore in loco quovis  $A$ , ut  $2 CB \times CA \times CF - CS$  ad  $CA^2 \times CS - CB^2 \times CF$ .

PROPOSITIO V.

PROBLEMA.

*Invenire vim  $V$  quæ oritur ex inæquali gravitate partium Terræ versùs Solem, & definire ascensum aquæ hinc oriundum.*

Sit  $S$  Sol,  $T$  Terra,  $ABab$  orbita lunaris neglecta ex centricitate,  $B$  &  $b$  Quadraturæ. Designet  $S$  tempus periodicum Terræ circa Solem,  $L$  tempus periodicum Lunæ circa Terram,  $l$  tempus quo Luna circa Terram revolveretur in circulo ad distantiam mediocrem  $Td (= \frac{1}{2} CA + \frac{1}{2} CB)$  si motus Lunæ gravitate suâ versùs Solem nullatenus turbaretur, & solâ gravitate versùs Terram in orbita retineretur. Designet porrò  $K$  gravitatem mediocrem Lunæ vel Terræ versùs Solem,  $g$  gravitatem Lunæ versùs Terram in mediocri sua distantia,  $v$  vim quam actio Solis huic gravitati adjiceret in Quadraturis ad eandem distantiam. His positis, erit  $v : K :: dT : ST$ ; atque  $K : g :: \frac{S}{S} : \frac{dT}{l}$  ex vulgari doctrina virium centripetarum; unde  $v : g :: ll : SS$ : cùmque  $ll$  sit paulò minùs quàm  $LL$ , quoniam Luna nonnihil distrahitur à Terra gravitate suâ in Solem, patet vim  $v$  esse ad  $g$  in paulò minori ratione quàm  $LL$  ad  $SS$ . Hanc autem ra-

FIG. X.

E e iij

tionem vis  $v$  ad  $g$  nemo hæcenus (quantum novi) accuratè definivit; ea tamen propior videtur esse rationi  $LL$  ad  $SS + 2LL$  vel faltem rationi  $LL$  ad  $SS + \frac{1}{2}LL$  quàm rationi  $LL$  ad  $SS$ . Argumenta verò quibus id colligitur hîc omit-tenda cenfeo, moniti Academiæ illustrissimæ memor, cùm in hac disquisitione parvi sit momenti quænam harum ratio-num adhibeatur. Supponamus igitur cum Newtono  $v : g :: LL : SS ::$  (per computos Astronomicos periodorum Solis ac Lunæ)  $1 : 178, 725$ . Vis  $V$  quæ in Terræ superficie vi  $v$  respondet, est ad  $v$ , ut Terræ semidiameter mediocris ad distantiam Lunæ mediocrem vel ut  $1$  ad  $60\frac{1}{2}$ . Vis autem  $g$  agit secundum rectas, quæ in centro gravitatis Terræ ac Lu-næ concurrunt, cujus ratione habitâ ex incremento gravi-tatis in descensu ad superficiem Terræ patebit vim  $V$  esse ad  $G$  (quâ gravitas mediocris in superficie Terræ designatur ut suprâ) ut  $1$  ad  $38604600$ . Unde cùm per Cor. 2. Prop. III. sit  $x : d :: 15 V : 8 G - 57\frac{1}{4} V$  erit in hoc casu  $x : d :: 1 : 20589116$ . Cùmque semidiameter Terræ mediocris sit pedum  $19615800$ ; hinc sequitur totum aquæ ascensum ex vi Solis oriundum fore pedis unius Parisiensis cum  $\frac{90545}{1000000}$  par-tibus pedis, i. e. pedis unius cum digitis decem, &  $\frac{8654}{100000}$  par-tibus digiti; quem suo more breviter deprehendit Newto-nus esse pedis unius digitorum undecim cum  $\frac{1}{30}$  parte digiti, quæ altitudo à nostra differt tantum sexta parte unius digiti.

Verum in hoc calculo Terra supponitur esse Sphærica, nisi quatenus à vi Solis Mare elevatur. Sed si ascensum aquæ maximum quæramus, ponendum est Solem in circulo æqui-noctiali versari, figuramque  $ABab$  in hoc plano constitui, & augenda est vis  $V$  in ratione semidiametri mediocris ad se-midiametrum Terræ maximum, & minuenda est vis  $G$  do-nec evadat æqualis gravitati sub Æquatore : i. e. Si figuram Terræ eam esse supponamus quam definivit Newtonus, au-genda erit vis  $V$  in ratione  $459$  ad  $460$ , & minuenda est  $G$  in eadem ferè ratione, quoniam vires gravitatis in superfi-cie Terræ sunt inversæ ut distantia locorum à centro; cùm-que distantia  $d$  sit augenda in eadem ratione, erit ascensus

aquæ in Æquatore augendus in ratione triplicata semidia-  
metri mediocris ad maximam, adeoque erit pedis unius di-  
gitorum undecim cum 60<sup>ma</sup> circiter parte digiti. Terra au-  
tem altior est sub Æquatore quàm prodiit calculo Newto-  
niano ex hypothefi quòd Terra fit uniformiter denfa à fu-  
perficie ufque ad centrum; ut colligitur ex variis pendulo-  
rum Obfervationibus, & præfertim ex menfura gradus me-  
ridiani quàm viri clariffimi nuper definiverunt accuratiffimè  
sub Circulo Polari.

SCHOL. 1. Si gravitatem pofuiffemus æqualem in  $A$  &  $B$ ;  
& ejuſdem vis in tota circumferentia  $AB$   $a$   $b$ , prodiiffet  $x$   
æqualis tantùm  $\frac{3Vd}{2G}$ , & aſcenſus aquæ (feu  $2x$ ) pedis unius  
digitorum ſex cum tertia circiter parte digiti. Quippe in hac  
hypothefi prodiiffet  $CA$  ad  $CB$ , ut  $G + V$  ad  $G - 2V$ ,  
adeoque  $x$  ad  $d$ , ut  $\frac{3V}{2}$  ad  $G$  quàm proximè. Atque hinc ap-  
paret utilitas præcedentium Propositionum, cùm aſcenſus  
aquæ ſecundùm hanc minùs accuratam hypothefim minor  
fit aſcenſu quem in hac Propositione definivimus, differentiâ  
 $\frac{3Vd}{4G}$ , quartâ ſcilicet parte aſcenſus illius.

SCHOL. 2. Ex hac doctrina patet Satellites Jovis Soli  
& ſibi mutuò conjunctos vel oppoſitos in Oceano Joviali  
(ſi ullus fit) ingentes motus excitare debere, modò non  
ſint Luna noſtra multò minores; cùm diameter Jovis ad  
diſtantiam cujuſque Satellitis multò majorem habeat ratio-  
nem quàm diameter Terræ ad diſtantiam Lunæ. Veriſimile  
eſt mutationes macularum Jovis ab Aſtronomis obſervatas  
hinc aliquâ ſaltem ex parte ortum ducere; quòd ſi hæ mu-  
tationes eam analogiam ſervare deprehendantur cum aſpe-  
ctibus Satellitum, quam hæc doctrina poſtulat, indicio erit  
veram earum cauſam hinc eſſe petendam. Ex hac doctrina  
licet quoque conjicere non abſque utilitate motus Satelli-  
tum circa Axes ſuos & circa primarios ita compoſitos eſſe  
ut idem Hemispherium ſuis primariis ſemper oſtendant, ſe-  
cundùm ſententiam celeb. Aſtronomorum. Veriſimile enim

est motus Maris nimios in Satellitibus cieri deberi, si cum alia quavis velocitate circa Axes suos revolverentur; aquis autem in his agitandis (si quæ sint) sufficere possunt æstus ex variis Satellitum distantiiis à suis primariis oriundis.

## S E C T I O IV.

*De motu Maris quatenus ex motu Telluris diurno  
aliove de causis immutatur.*

Ostendimus in Sectione præcedenti Terram fluidam versus Solem vel Lunam inæqualiter gravem Sphæroidis oblongæ figuram induere debere; cujus Axis transversus per centrum Luminaris transiret, si Terra non revolveretur circa Axem suum motu diurno; & ascensum aquæ in hypothesi Terræ quiescentis ex vi Solis oriundum definivimus. Verùm ob motum Terræ diversa est ratio æstus Maris. Hinc enim aqua nunquam fit in æquilibrio, sed perpetuis motibus agitatur. Supponamus Solem & Lunam conjunctos vel oppositos versari in plano Æquatoris  $ABab$ ; sit  $Aa$  diameter quæ per illorum centra transit,  $Bb$  huic perpendicularis. Dum aquæ moles revolvitur motu diurno, augentur vires quibus ascensus ejus promovetur in transitu aquæ à locis  $b$  &  $B$  ad  $A$  &  $a$ , & in his locis evadunt maximæ; ascensus tamen aquæ prorogari videtur, postquàm hæ vires minui cœperunt usque ferè ad loca ubi hæ vires æquipollent viribus quibus deprimitur infra altitudinem quam naturaliter obtineret, si nulla vi extranea motus aquæ perturbaretur; adeò ut motus aquæ considerari possit tanquam libratorius, & tantundem ferè ascendat viribus quibus elevatur decrecentibus, quàm ñisdem crescentibus. Cùmque vis centrifuga ex motu diurno orta sit multò minor gravitate, situs loci  $F$  ubi prædictæ vires æquipollent sub Æquatore, dum aqua transit à loco  $b$  ad locum  $A$ , sic ferè definiri posse videtur. Ex puncto  $F$  sit  $Ff$  normalis in  $Bb$ , &  $fz$  in  $TF$ . Designet  $V$  summam viribus quibus Sol & Luna aquam deprimunt in rectis  $TB$ ,  $Tb$  ut supra

FIG. I.

prà, & vis quâ aqua tollitur in  $F$  erit  $3 \frac{V \times Fz}{d} = 3 \frac{V \times Ff^2}{d \times TF}$ . Supponamus  $F$  esse locum aquæ ubi altitudo aquæ fit minima, ut  $TF$  haberi possit pro femiaxe conjugato figuræ  $ABab$ , dicatur gravitas in extremitate hujus Axis  $B$ , & gravitas mediocris in hac figura  $G$ , ut suprâ; & vis quâ aqua deprimatur infra situm naturalem in loco  $F$  erit  $B - A + \frac{V \times TF}{d}$ . Ponantur hæ vires æquales, cùmque  $TF$  sit quàm proximè æqualis distantiæ  $d$ , sitque  $B - G = \frac{3V}{8}$  per Cor. Prop. IV. erit  $\frac{3V}{8} + V = \frac{3V \times Ff^2}{d^2}$ , seu  $TF^2 : Ff^2 :: 3 : 1 + \frac{3}{8} :: 24 : 11$ . unde angulus  $FTb$  erit graduum 42 minorum 37, incidetque ferè in punctum medium inter  $b$  &  $A$ . Hunc verò calculum ut accuratum non proponimus.

## PROPOSITIO VI.

### PROBLEMA.

*Motum Maris ex vi Solis oriundum, & motum lunarem in orbita quàm proximè circulari inter se comparare, & hinc ascensum aquæ æstimare.*

Astronomis notissimum est Lunæ distantiam mediocrem in Syzygiis minorem esse distantiam mediocri in Quadraturis. Clarif. Halleyus ex Observationibus colligit distantiam priorrem esse ad posteriorem ut  $44\frac{1}{2}$  ad  $45\frac{1}{2}$ . Newtonus Methodo quadam sua harum rationem invenit esse eam 69 ad 70: Princip. Prop. 28. Lib. 3. Clarissimus Auctor Tractatus de Motibus Lunæ secundum Theoriam gravitatis, in hac doctrina optimè versatus, colligit eam esse numeri 69 ad 70, ratione non habitâ decrementi gravitatis dum Luna transit à Syzygiis ad Quadraturas. Ut motus Maris ex vi Solis oriundus (qualis suprâ definitur Prop. V.) cum motu Lunæ conferatur, supponamus orbem Lunarem aqua compleri & quæramus ascensum hujus aquæ per Prop. IV. & V. In

F f

Prop. V. erat vis  $v$  ad  $g$ , ut 1 ad 178, 725; quare in hoc casu foret  $x : d :: 15v : 8g - 57\frac{5}{4} \times v :: 1 : 91, 496$ : adeoque semiaxis figuræ ad semiaxem conjugatum (vel  $d + x$  ad  $d - x$ ) ut 46. 248 ad 45, 248; quæ ferè congruit cum ratione distantiarum Lunæ in Quadraturis & Syzygiis quam Halleyus ex Observationibus deducit; adeò ut figura orbitæ Lunaris specie vix diversa sit ab ea quam Globus aqueus quiescens Lunæ orbitam complens ex vi Solis indueret; forent tamen positione diversæ, si quidem illius Axis minor Solem respiciat, hujus Axis major versùs Solem dirigeretur. Ratio numeri 59 ad 60 (quarum semidifferentia est ad semisummam ut 3  $v$  ad  $g$  quàm proximè) probè congruit cum ratione semiaxium figuræ quam aqua ex vi Solis indueret, si vis gravitatis eadem esset per totam circumferentiam  $ABab$ , ut ostendimus in Schol. 1. Prop. V. Ascensus autem aquæ Prop. V. definitus congruit cum ea quam ex Observationibus colligit Halleyus; unde suspicari licet differentiam diametrorum orbitæ lunaris paulò fieri majorem ex decremento gravitatis Lunæ in Terram dum transit à Syzygiis ad Quadraturas, simili ferè ratione quâ ascensus aquæ prodiit in hac propositione major propter excessum gravitatis aquæ in Terram in loco  $B$  supra ipsius gravitatem in loco  $A$  aliisque à centro distantis. Verùm quicquid sit judicandum de ratione diametrorum orbitæ Lunaris, ex his colligere licet ascensum aquæ Prop. V. definitum majorem vix evadere propter motum Terræ diurnum circa Axem suum. Supponamus enim hunc motum augeri donec vis centrifuga ex hoc motu oriunda fiat æqualis gravitati, & particulæ Maris revolvantur ad morem Satellitum in orbitis quàm proximè circularibus Terram contingentibus. Hæ orbitæ erunt ellipticæ, quarum Axes minores productæ transibunt per Solem. Et si semiaxium differentia sit ad semidiametrum mediocrem ut 3  $V$  ad  $G$  (secundùm ea quæ de motibus lunaribus tradit vir acutissimus) erit minor ascensu aquæ suprâ definito Prop. V. in qua invenimus  $2x$  esse ad  $d$  ut 15  $V$  ad 4  $G$ . Quòd si quæramus horum semiaxium differentiam



ex figura orbitæ lunaris quatenus ex Observationibus innotescit secundùm clarif. Halleyum, parum admodum superabit ascensum aquæ suprâ definitum. Nec mirum si non accuratè convenient, cùm gravitas Lunæ versùs Terram sequatur rationem inversam duplicatam distantiarum, gravitas aquæ major quoque sit in minori distantia, sed non in eadem ratione. Cùm hæc Phænomena sint analogæ, & sibi mutuò aliquam lucem afferant, hæc de iis inter se collatis memorare videbatur operæ præteritum. Supponimus tamen hîc aquæ motum in eodem circulo Æquatori parallelo perseverare, vel latitudinem eandem in singulis revolutionibus fervare, & variationem ascensus aquæ quæ ex figura Sphæroidica Terræ provenit non consideramus.

### PROPOSITIO VII.

*Motus aquæ turbatur ex inæquali velocitate, quâ corpora circa Axem Terræ motu diurno deferuntur.*

Quippe si aquæ moles feratur æstu, vel alia de causa, ad majorem vel minorem ab Æquatore distantiam, incidet in aquam diversa velocitate circa Axem Terræ latam; unde illius motum turbari necesse est. Differentia velocitatum quibus corpora, exempli gratiâ, in loco 50<sup>gr.</sup> ab Æquatore distito, & in loco 36 tantùm milliaria magis versùs Septentrionem vergente, major est quàm quâ 7 milliaria singulis horis describerentur, ut facili calculo patebit. Cùmque motus Maris tantus nonnunquam sit ut æstus 6 milliaria, vel etiam plura singulis horis describat, effectus qui hinc oriri possunt non sunt contemnendi.

Si aqua deferatur à Meridie versùs Septentrionem motu generali æstus, vel alia quavis de causa, cursus aquæ hinc paulatim deflectet versùs Orientem, quoniam aqua priùs ferebatur motu diurno versùs hanc plagam majore velocitate quàm est ea quæ convenit loco magis versùs Boream sito. Contrâ si aqua à Septentrione versùs Meridiem deferatur, cursus aquæ ob similem causam versùs Occidentem

F f ij

defleat. Atque hinc varia motus Maris Phænomena oriri suspicamur. Hinc forſitan, exempli gratiâ, Montes glaciales quæ ex Oceano Boreali digrediuntur, frequentiùs conſpiciuntur in Occidentali quàm Orientali Oceani Atlantici plaga. Quin & majores ætus hinc cieri poſſe in pluribus locis quàm qui ex calculo virium Solis & Lunæ prodeunt, habitâ ratione latitudinis, veriſimile eſt. Eandem cauſam ad ventos præfertim vehementiores propagandos, & nonnunquam augendos vel minuendos, aliaque tum Aëris tum Maris Phænomena producenda conducere ſuſpicamur. Sed hæc nunc ſigillatim proſequi non licet.

## PROPOSITIO VIII.

## PROBLEMA.

*Invenire variationem aſcenſus aquæ in Prop. V. definiti, quæ ex figura Terræ Sphæroidica provenit.*

FIG. XI. Sint  $PApa$ ,  $PBpb$  Sectiones Terræ per Polos  $P$  &  $p$ , quarum prior tranſeat per loca  $A$  &  $a$ , ubi altitudo aquæ in Æquatore viribus Solis & Lunæ fit maxima, poſterior per loca  $B$  &  $b$  ubi fit minima; ſint hæ Sectiones ellipticæ,  $F$  focus figuræ  $PApa$ ,  $f$  focus Sectionis  $PBpb$ , &  $g$  focus Sectionis  $ABab$ . Etſi omnes Sectiones ſolidi per rectam  $Aa$  tranſeunt ſupponantur ellipticæ calculo inito ope Lemmat. V. invenimus gravitatem in loco  $A$  verſùs ſolidum hoc fore ad gravitatem in eodem loco verſùs Sphæram centro  $C$  ſuper diametrum  $Aa$  deſcriptam ut  $1 + \frac{3CF^2 + 3Cg^2}{10CA^2} + \frac{9CF^4 + 6CF^2 \times Cg^2 + 9Cg^4}{56CA^4}$ , &c. ad  $\frac{CA^2}{CB \times CP}$ ; etſi gravitas in loco  $B$ , definiatur ſimili calculo, ope ejuſdem Lemmat. & Schol. Prop. II. conſtabit ratio gravitatis in  $A$  ad gravitatem in  $B$ , & per Cor. 2. Prop. I innoteſcet ſemidiametrorum  $CA$  &  $CB$  differentia ſive aſcenſus aquæ. Verùm calculum ut potè prolixum omittimus, cùm ſit exigui uſus. Hæc Propoſitione

offendere tantùm volui Geometriam nobis non defuturam in Problemate celeberrimo accuratissimè tractando. Verùm restat præcipuus in hac disquisitione nodus, de quo pauca sunt addenda.

## PROPOSITIO IX.

### PROBLEMA.

*Invenire vim Lunæ ad Mare movendum.*

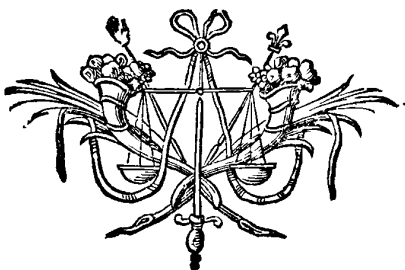
Hæc ex motibus cœlestibus colligi nequit, si verò confèretur ascensus aquæ in Syzygiis Luminarium, qui ex summavirium Solis & Lunæ generatur, cum ejusdem ascensu in Quadraturis, qui ex earundem differentia oritur, ex vi Solis per Prop. V. data, invenietur vis Lunæ. Hanc quærit Newtonus ex Observationibus à Sam. Sturmio ante ostium Fluvii Avonæ institutis, ex quibus colligit ascensum aquæ in Syzygiis æquinoctialibus esse ad ascensum aquæ in Quadraturis iisdem, ut 9 ad 5. Dein post varios calculos concludit vim Lunæ esse ad vim Solis, ut 4. 4815 ad 1, & ascensum aquæ ex utraque vi oriundum in distantiiis Luminarium mediocribus fore pedum 50 cum semisse. Harum virium rationem ex Observationibus à celeb. Cassini in loco suprâ citato allatis quæsivimus. Verùm cum præter generales causas jam memoratas quarum aliquæ ad calculum vix revocari possunt, aliæ variæ ex locorum situ, vadorum indole, ventorum vi & plaga pendentes æstus Maris nunc majores, nunc minores reddant, non est mirum si vires Lunæ quæ prodeunt ex Observationibus in locis diversis, vel in eodem loco diversis tempestatibus institutis non planè consentiant. Computis igitur quos de motu Maris ex vi Lunæ oriundo instituimus recensendis impræsentiarum non immorabimur. Postquam verò Observationes aliquæ circa æstus Maris ad littora Americæ & Indiæ Orientalis quas expectamus, ad manus pervenerint, de hisce forsan certius judicemus. Observamus tantùm æstus in minori ratione decrescere videri quàm dupli-

F f. iij

230 DE CAUSA PHYSICA FLUXUS  
 cata Sinus complementi declinationis; quin & reliquæ æstus  
 leges generales ex motu aquæ reciproco perturbantur. Sed  
 veremur ne tædium pariat, si repetamus quæ ab aliis jamdu-  
 dum tradita sunt. Æstus anomali à locorum & Marium si-  
 tu plerumque pendere videntur. Observandum tamen ex  
 Theoria gravitatis sequi, unicum tantum æstum spatio 24  
 horarum contingere nonnunquam debere in locis ultra  
 62 gradum latitudinis, si reciprocatio motus aquæ id per-  
 mitteret.\*

Quòd si analysis diversarum causarum quæ ad æstus Phæ-  
 nomena producenda conferunt accurata institui posset, id  
 certè ad uberiorem scientiam virium & motuum systematis  
 Mundi non parum conferret. Hinc enim situs centri gravi-  
 tatis Lunæ & Terræ, & quæ ad æquinoctiorum præcessio-  
 nem aliaque Phænomena naturæ insignia spectant, certius  
 innotescerent. Quas ob causas ascensus aquæ quantitatem,  
 quousque ex motibus cœlestibus eam assequi licet, accuratè  
 definiendam & demonstrandam, positis legibus gravitatis  
 quæ ex Observationibus deducuntur ( de cujus causâ hîc non  
 est differendi locus ) putavimus. Cogitata autem hæc qualia-  
 cunque judicio Illustrissimæ ACADEMIÆ REGIÆ, quam  
 omni honore & reverentia semper prosequimur, lubenter  
 submittimus.

\* Sit enim Lunæ declinatio 28 gr. & loci ultra 62 gr. versùs eandem plagam,  
 & manifestum est Lunam semel tantum 24 horarum spatio loci hujus horizon-  
 tem attingere.



**ANNOTANDA IN DISSERTATIONEM**  
*de Causa Physica Fluxus & Refluxus Maris, cui*  
*præfigitur Sententia, Opinionum commenta delet*  
*dies, Naturæ judicia confirmat.*

I. **I**N Prop. IV. invenitur  $x = \frac{15 V d}{8 G}$  quàm proximè, qui  
 valor ipsius  $x$  est satis accuratus, nec ulla correctione  
 indiget præsertim in calculo Prop. V. Est autem magis ac-  
 curatè  $x$  ad  $d$  ut  $15 V$  ad  $8 G - \frac{88}{7} V$  non ut  $15 V$  ad  $8 G$   
 $- \frac{803}{14} V$  sive  $8 G - 57\frac{5}{14} V$  ut lapsu quodam calami aut  
 calculi scripseram ad finem Prop. IV. qui quidem est exigui  
 momenti, & argumenta Propositionum sequentium non  
 immutat. Calculi autem summam hîc adjiciam. Inveneram  
 in Prop. IV. esse  $B$  ad  $A$ , ut  $\frac{1}{3} + \frac{c^2}{15 a^2} + \frac{c^4}{35 a^4}$ , &c. ad  $\frac{b}{a} \times$   
 $\frac{1}{3} + \frac{c^2}{3 a^2} + \frac{c^4}{7 a^4}$ , &c. adeoque (substituendo loco  $\frac{b}{a}$  ipsius  
 valorem  $\sqrt{\frac{a^2 - c^2}{a}}$ , sive  $1 - \frac{c^2}{2 a^2} - \frac{c^4}{8 a^4}$ , &c. ut  $\frac{1}{3} + \frac{c^2}{15 a^2} + \frac{c^4}{35 a^4}$ ,  
 &c. ad  $\frac{1}{3} + \frac{c^2}{30 a^2} + \frac{c^4}{840 a^4}$ , &c. unde  $B - A$  est ad  $G$  (feu  
 $\frac{1}{2} B + \frac{1}{2} A$ ) ut  $\frac{c^2}{10 a^2} + \frac{23 c^4}{24 \times 35 a^4}$ , &c. ad  $1 + \frac{3 c^2}{20 a^2} + \frac{25 c^4}{8 \times 70 a^4}$ ,  
 &c. Est autem  $c^2 = 4 d x$ , &  $a^2 = d^2 + 2 d x + x^2$  ex iis  
 quæ in Propositione supponuntur; unde  $\frac{c^2}{4 a^2} = \frac{x}{d} - \frac{2 x^2}{d^2}$   
 $+ \frac{3 x^3}{d^3}$ , &c. & substituendo loco  $\frac{c^2}{a^2}$  ejus valorem  $\frac{4 x}{d} - \frac{8 x^2}{d^2}$ ,  
 &c. prodibit  $B - A$  ad  $G$ , ut  $14 d x + 18 x^2$  ad  $35 d^2$   
 $+ 21 d x + 17 x^2$  quàm proximè. Cùmque sit  $\overline{B - A} \times d$   
 $+ 3 V d = 2 G x - 2 V x - \frac{3 V x^2}{d}$  per Corol. Prop. I.  
 substituatur valor ipsius  $\overline{B - A}$ , & negligentur termini quos  
 ingreditur  $V x^2$  (quoniam  $V$  est admodum parva respectu  $G$ )

eritque  $3 \times 35 \sqrt{Vd^2} = 56 G dx - 133 \sqrt{Vd} x + 24 G x^2$   
 &  $x = \frac{3 \times 35 \sqrt{Vd^2}}{56 dG - 133 \sqrt{Vd} + 24 G x}$ , quòd si in denominatore pro  
 $x$  scribatur valor vero propinquus  $\frac{15 \sqrt{Vd}}{8G}$  prodibit valor ma-  
 gis accuratus  $\frac{3 \times 35 \sqrt{Vd}}{56 G - 88 \sqrt{V}}$ , eritque  $x : d :: 15 \sqrt{V} : 8G - \frac{88}{7} \sqrt{V}$   
 quàm proximè. Diversâ paulò ratione prodit  $x = \frac{15 \sqrt{Vd}}{8G}$   
 $+ \frac{165 \sqrt{Vd}}{56 GG}$ , &c. quam seriem producere non est difficile ;  
 si operæ prætium videbitur. In Prop. VI. quæsimus figu-  
 ram aquæ orbem lunarem complentis ex actione Solis oriun-  
 dam. Hâc correctione adhibitâ, & cæteris retentis ut priùs,  
 Axis minor figuræ foret ad majorem ut 46.742 ad 47.742,  
 quæ parùm differt à ratione quàm in ea Propositione exhibu-  
 imus.

Vide Figu-  
 ram in pagina  
 234.

II. Series quam exhibuimus in Prop. VIII. deducitur per  
 Lem. V. & Prop. II. Sit  $CA = a$ .  $CB = b$ .  $CP = e$ .  $CF$   
 $= c$ .  $Cf = f$ .  $Cg = g$ . Sint  $ACM$ ,  $ACm$  Sectiones quæ-  
 vis solidi per rectam  $AC$  (quæ normalis est plano  $B P b p$ )  
 transeuntes. Arcus  $mu$  centro  $C$  radio  $Cm$  descriptus,  
 occurrat rectæ  $CM$  in  $u$ , & occurrant ordinatæ  $MV$ ,  $mv$   
 Axi  $Bb$  in  $V$  &  $v$ , & circulo  $BKb$  in  $K$  &  $k$ . Sit  $CA^2$   
 $- CM^2 = x^2$ , seu  $x$  distantia foci à centro in figura  $ACM$ ,  
 sit  $L$  Logarithmus quantitatis  $a \sqrt{\frac{a+x}{a-x}}$ , & ultima ratio  
 gravitatis particulæ  $A$  in frustum planis  $ACM$ ,  $ACm$  ter-  
 minatum ad gravitatem in frustum Sphæræ centro  $C$  ra-  
 dio  $CA$  descriptæ iisdem planis contentum, erit ea  $3 CM^2$   
 $\times \overline{L-x}$  ad  $x^3$  per Prop. II. Gravitas igitur particulæ  $A$  in  
 solidum erit ut  $\int \frac{3 CM^2 \times \overline{L-x}}{x^3} \times \frac{mu}{CM} = \int \frac{3 CM \times mu}{x^3} \times \overline{L-x}$   
 $= \int \frac{3 CK \times Kk \times CP}{CK \times x^3} \times \overline{L-x} = \int \frac{3 e \times Kk}{x^3} \times \overline{L-x}$ . Sit  $CV$   
 $= u$ . Eritque  $u^2 + \overline{b^2 - u^2} \times \frac{e^2}{b^2} = CM^2 = a^2 - x^2$ .  
 Unde  $e^2 + \frac{b^2 - e^2}{b^2} u^2 = a^2 - x^2$ .  $u^2 = a^2 - e^2 - x^2 \times \frac{b^2}{b^2 - e^2}$   
==

$$= \sqrt{c^2 - x^2} \times \frac{b^2}{f^2}. \text{ Adeoque } KV^2 = b^2 - u^2 = b^2 - \frac{b^2}{f^2} \\ \times \sqrt{c^2 - x^2} = b^2 \times \frac{f^2 + x^2 - c^2}{f^2} = \frac{b^2}{f^2} \times x^2 - g^2. \text{ Est autem} \\ Kk : Vv :: CK : KV. \text{ Adeoque } Kk = \frac{bdv}{KV} = \frac{b^2}{f} \times \\ \frac{-x dx}{\sqrt{c^2 - x^2} \times \frac{b}{f} \sqrt{x^2 - g^2}} = \frac{-b x dx}{\sqrt{c^2 - x^2} \times \sqrt{x^2 - g^2}}. \text{ Quare gravitas}$$

particulæ *A* versùs solidum erit ut  $\int \frac{-3ebx dx}{x^3 \sqrt{c^2 - x^2} \times \sqrt{x^2 - g^2}}$   
 $\times L - x$ . Verùm  $L - x = \frac{x^3}{3a^2} + \frac{x^5}{5a^4}$ , &c. Quare gravi-  
 tasilla erit  $\int \frac{-3ebx dx}{3a^2 \sqrt{c^2 - x^2} \times \sqrt{x^2 - g^2}} + \int \frac{-3ebx^3 dx}{5a^4 \sqrt{c^2 - x^2} \times \sqrt{x^2 - g^2}}$ ,  
 &c. Sit  $z^2 = x^2 - g^2$ , & prior summa erit  $\int \frac{-ebdz}{a^2 \sqrt{c^2 - g^2 - z^2}}$ ,  
 secunda erit  $\int \frac{-ebx^2 dz}{5a^4 \sqrt{c^2 - g^2 - z^2}} = \int \frac{-ebdz \times z^2 + g^2}{5a^4 \sqrt{c^2 - g^2 - z^2}}$ . Quæ

cum subsequentiis summis ad circulares Arcus facilè re-  
 ducuntur. Atque hinc ratio gravitatis particulæ *A* versùs hoc  
 solidum ad gravitatem versùs Sphæram super semidiamete-  
 rum *CA* constructam, erit qualis in Propositione assigna-  
 tur, terminis seriei citissimè decrescentibus, si *CF*, *Cf* &  
*Cg* sint admodum parvæ. Si evanescat *g*, hæc series dabit  
 gravitatem versùs Sphæroidem in Æquatore; quæ tamen  
 elegantius investigatur in Prop. III.

III. In Prop. IX. observavimus post Newtonum vim  
 Lunæ ad Mare movendum cum vi Solis posse conferri,  
 æstus in Syzygiis & Quadraturis comparando; eadem ratio  
 obtineri posset conferendo æstus qui contingunt in Syzy-  
 giis Luminarium in diversis distantiiis Lunæ à Terra, si æstus  
 essent accuratè proportionales viribus quibus producuntur.  
 Designet *L* vim Lunæ mediocrem, *S* vim Solis medio-  
 crem, *X* & *x* duas diversas distantias Lunæ à Terra in Syzy-  
 giis æquinoctialibus, *Z* & *z* distantias Solis à Terra in iisdem  
 Syzygiis, *d* & *D* mediocres utriusque distantias; & si Lu-  
 Gg

234 DE CAUSA PHYSICA FLUXUS, &c.

næ declinatio nulla sit, atque æstus ef-  
 sent ut vires Luminarium, seu ut  $\frac{Ld^3}{X^3} +$   
 $\frac{SD^3}{Z^3} \& \frac{^3}{x^3} + \frac{SD^3}{z^3}$ , hinc comparando  
 æstus ratio  $L$  ad  $S$  detegeretur. Sit enim  
 ascensus aquæ in priori casu ad ascensum  
 in posteriori ut  $m$  ad  $n$ , eritque  $L$  ad  $S$  ut  
 $\frac{mD^3}{z^3} - \frac{nD^3}{z^3}$  ad  $\frac{nd^3}{X^3} - \frac{md^3}{x^3}$ .

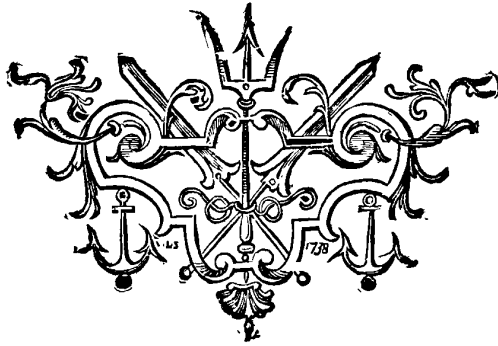
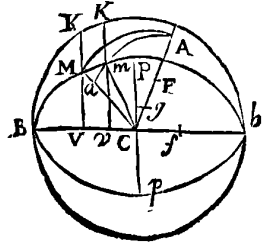








Fig. 7.

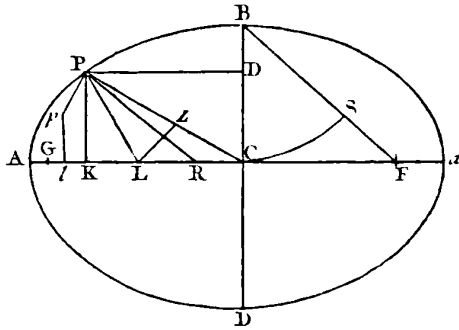


Fig. 8.

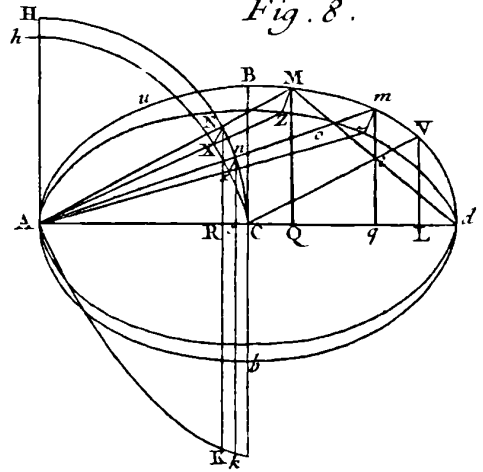


Fig. 9.

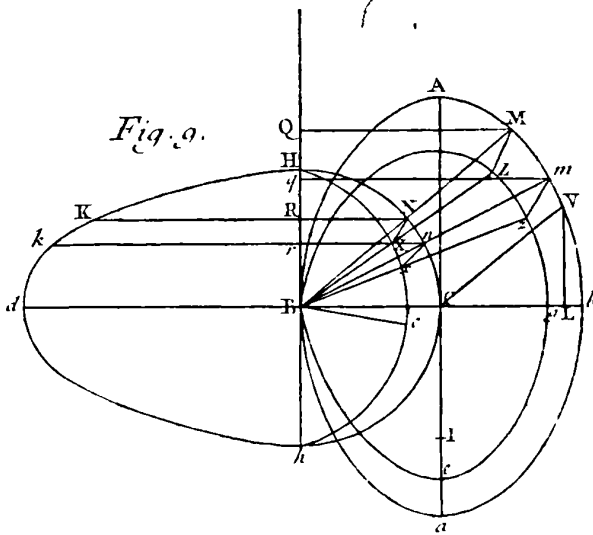


Fig. 10.

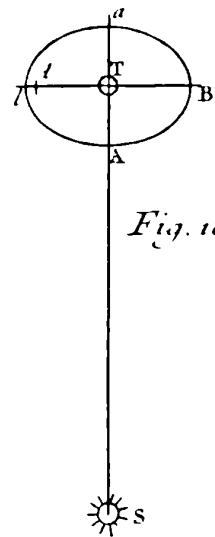
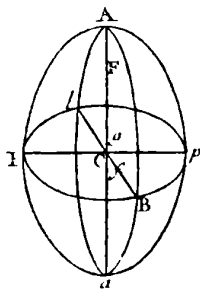


Fig. 11.





INQUISITIO PHYSICA  
IN CAUSAM  
FLUXUS AC REFLUXUS  
MARIS.

A. D. D. EULER, *Mathematicarum Professore, è Societate  
Academice Imperialis Sancti-Petersburgensis.*

---

*Cur nunc declivi nudentur littora Ponto,  
Adversis tumeat nunc Maris unda fretis ;  
Dum vestro monitu naturam consulo rerum :  
Quàm procul à Terris abdita causa latet !  
In Solem Lunamque feror. Si plauditis auso ;  
Sidera sublimi vertice summa petam.*





# INQUISITIO PHYSICA IN CAUSAM FLUXUS AC REFLUXUS MARIS.

---

## CAPUT PRIMUM.

*De Causa Fluxus ac Refluxus Maris in genere.*

§. I.



MNEM mutationem, quæ in corporibus evenit, vel ab ipsa motus conservatione proficisci, vel à viribus motum generantibus, hoc quidem tempore, quo qualitates occultæ causæque imaginariæ penitus sunt explosæ, nulla indiget probatione. Hoc autem discrimen quovis oblato Phænomeno diligentissimè considerari oportet, ne tam motus conservationi ejusmodi effectus tribuatur, qui sine viribus oriri nequit, quàm vires investigentur, quæ motum

Gg iij

suâ naturâ conservandum producant. Quo quidem in negotio, si debita attentio adhibeatur, errori vix ullus relinquitur locus: cùm ex legibus naturæ fati superque constet, cujusmodi motus vel per se conserventur, vel viribus externis debeantur. Corpus scilicet in motu positum propriâ vi hunc motum uniformiter in directum retinet: atque corpus, quod circa axem convenientem per centrum gravitatis transeuntem motum rotatorium semel est consecutum; eodem motu rotari perpetuò suâ sponte perget: neque hujusmodi motuum causam in ulla re alia, nisi in ipsa corporum natura, quæri oportet. Quocirca si hujus generis Phænomenon fuerit propositum, alia causa investigari non potest, nisi quæ à principio tales motus procreaverit.

§. 2. Hujus generis foret quæstio, si quæreretur causa motûs vertiginis Planetarum ac Solis; hîc enim sufficeret eam causam assignasse, quæ initio hos motus produxisset, cùm Sol æquè ac Planetæ talem motum semel consecuti eundem propriâ vi perpetuò conservare debeant, neque ad hoc Phænomenon explicandum vis ulla externa etiam nunc durans requiratur. Longè aliter se res habet, si motus proponatur neque uniformis, neque in directum procedens, cujusmodi est motus Planetarum periodicus circa Solem: hoc enim casu minimè sufficit ea vis, quæ initio Planetas ad istiusmodi motus impulerit, sed perpetuò novæ virium actiones requiruntur, à quibus tam celeritas quàm directio continuò immutetur: quæ vires, quàm primùm cessarent, subito Planetæ orbitas suas desererent, atque in directum motu æquabili avolarent. Quòd si igitur Phænomenon quodcunque naturæ proponatur, antè omnia sollicitè est inquirendum, ad quodnam genus id pertineat, atque utrum causa in viribus externis sit quærenda, an in ipso subjecto corpore? Quinetiam sæpenumerò usu venire potest, ut effectus utriusque generis in eodem Phænomeno multum sint inter se permixti; quo casu summo studio iî se invicem discerni antè debebunt, quàm causarum investigatio suscipiatur.

§. 3. His ritè perpensis explicatio Galilei, quam in suis



Dialogis de æstu Maris assignare est conatus, mox concidit; putavit enim Fluxum ac Refluxum Maris tantum à motibus Terræ rotatorio circa axem & periodico circa Solem oriri, neque aliis viribus tribui oportere, nisi quæ hos motus cum producant, tum conservent. Namque si ponamus Terram solo motu diurno esse præditam, iste motus Mare aliter non afficiet, nisi id sub Æquatore attollendo, ex quo figura Terræ spheroidica compressa nascitur, motus verò reciprocos in Mari omninò nullus hinc generari poterit. Quòd si autem Terræ insuper motum æquabilem in directum tribuamus, priora Phænomena nullo modo afficientur, sed prorsus eadem manebunt, quemadmodum ex principiis mechanicis clarissimè perspicui licet, quibus constat motum uniformem in directum omnibus partibus Systematis cujuscunque corporum æqualiter impressum nullam omninò mutationem in motu & situ partium relativo inferre. Abeat nunc motus iste æquabilis Terræ in directum impressus in circularem vel ellipticum per vires quibus Terra perpetuò ad Solem urgeatur; ac ne hoc quidem casu ullus motus reciprocos in Mari produci poterit; quod cum per se est perspicuum, tum etiam ab ipso Galileo non statuitur: ipse enim non tam ex mixtione motus vertiginis & periodici æstum Maris proficisci est arbitratus, quàm ex motu quocunque progressivo sive rectilineo sive curvilineo, si is cum motu rotatorio combinetur.

§. 4. Quanquàm autem motus Terræ periodicus circa Solem cum motu rotatorio circa axem conjunctus nullum in Mari motum reciprocum generare valet, tamen Mare, quod si motus esset æquabilis in directum in quiete persisteret, aliquantum turbari debet. Quòd si autem ad vim quæ Terra in orbitâ suâ continetur attendamus, non difficulter mutationem, quam Mare ab ea patietur, colligere poterimus. Nam cum partes Terræ à Sole remotiores minori vi, propiores verò majori sollicitentur, illæ ad majus tempus periodicum, hæ verò ad minus absolvendum cogentur, ex quo partibus Terræ fluidis, ut potè mobilibus, motus ab

Oriente versùs Occidentem secundùm ecclipticam inducetur, hancque veram esse causam existimo ac præcipuam cur tam Oceanus quàm aer sub Æquatore perpetuò habeat Fluxum ab ortu versùs occasum. Possèm etiam ex eodem principio clarè ostendere tam Maris, si omnino liberum esset, quàm aeris celeritatem tantam fore, qua tempore viginti-quatuor horarum spatium circiter viginti graduum absolvatur; sed cùm hæc inquisitio ad præsentem quæstionem propriè non pertineat, atque inclyta Academia fortassè alia occasione quæstiones hùc spectantes sit propositura, uberiores explicationem hujus insignis Phænomeni eò usquè differendam esse censemus; hoc quidem tempore tantùm indicasse contenti, motum Terræ periodicum conjunctim cum motu diurno Mari motum aliquem imprimere posse, sed neutiquam motum reciprocum, uti Galileus est arbitratus.

§. 5. Uti in omnibus omninò quæstionibus physicis multò facilius est, quæ non sit causa Phænomeni cujuscumque oblata, quàm quæ sit, ostendere; ita etiam præsens quæstio de Fluxu ac Refluxu Maris est comparata, ut non difficulter causas falsò assignatas possimus refellere. Ac primò quidem post everfam Galilei sententiam, explicatio æstus Maris Cartesianæ pressioni Lunæ innixa tot tantisque laborat difficultatibus, ut omninò subsistere nequeat. Præterquàm enim quòd istiusmodi pressio aliundè probari nequeat, atque ad hoc solum Phænomenon explicandum gratuitò assumatur, observationibus etiam minimè satisfacit. In aperto enim ac libero Oceano aquam mox post transitum Lunæ per Meridianum elevari observamus, cùm secundùm Cartesii sententiam eodem tempore deprimi deberet; neque præterea hoc modo satis distinctè explicatur, cur Luna sub Terra latens eundem ferè effectum exerat, ac si super Horizonte versatur. Deinde hoc idem negotium non feliciori successu aggressus est Wallisius causam in communi centro gravitatis Terræ & Lunæ quærens, cujus explicatio mox satis dilucidè est subversa. Superest denique Newtoni theoria, quæ nemine contradicente

contradicente Phænomenis multò magis est consentanea : at in ea id ipsum quod hoc loco quæritur , causa scilicet physica, non assignatur , sed potiùs ad qualitates occultas referri videtur ; interim tamen ne hæc quidam theoria satis est evoluta , ut de ejus sive consensu sive dissensu cum observationibus judicium satis tutum ferri queat.

§. 6. Cùm igitur dubium sit nullum , quin Fluxûs ac Re- fluxûs Maris causa in viribus externis & realibus sit posita , quæ si cessarent , simul æstus Maris mox evanesceret , ubi lateant hæ vires & quomodo sint comparatæ potissimùm nobis erit explicandum , hoc enim est id ipsum , quod celeberrima Academia Scientiarum Regia in quæstione propo- sita requirit. Neque verò vires tantummodò indicasse suffi- ciet , verùm præterea id maximè erit monstrandum , quo- modo istæ vires agant , atque hos ipsos effectus , quos ob- servamus , non verò alios producant ; in hoc enim totius quæstionis cardo , explicationis scilicet confirmatio , verti- tur. Quoniam autem plerumque pluribus viribus excogi- tandis idem Phænomenon explicari potest , studium adhi- bendum est summum in hac indagatione , ne ad vires ina- nes atque imaginarias delabamur , quæ in mundo neque sunt neque locum habere possunt. Parum enim scientiæ na- turali consulunt , qui quovis Phænomeno oblato sibi pro arbitrio mundi structuram peculiarem effingunt , neque sunt solliciti , utrùm ea compages cum aliis Phænomenis con- sistere queat , an verò secùs. Quòd si enim jam aliundè con- flet existere in mundo ejusmodi vires , quæ oblato effectui producendo sint pares , frustra omne studium in conqui- sitione virium novarum collocabitur.

§. 7. Quoniam autem ad causam cujusque Phænomeni detegendam , ad singulas circumstantias sedulò attendere ne- cesse est , ante omnia mirificum consensum æstus Maris cum motu Lunæ contemplari conveniet. Non solum enim insignis harmonia inter æstum Maris ac Lunæ motum diur- num deprehenditur , sed etiam revolutio synodica respectu Solis ingentem affert varietatem. Omnes denique observa-

Hh

tiones abundè declarant rationem Fluxûs & Reflexûs Maris à situ cùm Lunæ tùm etiam Solis conjunctim pendere : ex quo statim pronò ratiocinio consequitur, vires illas æstum Maris producentes, quæcunque etiam sint, cùm Lunam potissimùm, tùm verò etiam Solem respicere debere. Quamobrem imprimis nobis erit inquirendum, utrum ejusmodi vires Solem & Lunam respicientes, quæ in aquis talem effectum, qualis est æstus Maris, producere queant, jure ac ratione statui possint, an secùs. Ac si pluribus modis istiusmodi vires animo concipere liceat, diligenter erit dispiciendum, quænam cum aliis Phænomenis consistere possint nec ne. Quantumvis enim explicatio quæpiam cum Phænomenis conspiret, nisi virium, quæ assumuntur, existentia aliundè comprobetur, labili ea omninò innititur fundamento. Quòd si autem contrà effectus ejusmodi viribus tribuatur, quas in mundo reverà existere alia Phænomena clarè docuerunt, atque summus explicationis cum experientiâ consensus deprehendatur, dubium erit nullum, quin ista explicatio sit genuina & sola vera.

§. 8. Quamvis autem certis viribus Lunæ ac Soli tribuendis Phænomenon æstus Maris commodè explicari possit, tamen ob hanc solam causam istiusmodi vires statuere nimis audax videtur : quamobrem imprimis erit dispiciendum, num aliæ rationes ejusmodi vires non solùm admittant, sed etiam actu existere manifestò indicent. Perlustremus igitur vires, quas jam aliundè in mundo vigere novimus, sciscitemurque paucis an ad motum reciprocum Oceano inducendum sint idoneæ : tales enim vires si in mundo jam extent, omnis labor in aliis inquirendis impensus irritus foret ac ridiculus. Ac primò quidem si Solem spectamus, motus Terræ annuus omninò declarat Terram perpetuò versùs Solem urgeri & quasi attrahi, idque fortiùs in minori distantia, debiliùs verò in majori ; atque adeò hanc Solis vim in Terram rationem tenere reciprocā duplicatam distantiarum : ex quo spontè sequitur non solùm universam Terram, sed etiam singulas ejus partes perpetuò versùs Solem urgeri. Tota

quidem Terra æquè fortiter ad Solem sollicitatur, ac si omnis materia in ejus centro esset congesta ; interim tamen partes circa superficiem sitæ vel magis vel minùs ad Solem allicientur, quàm totum Terræ corpus, prouti vel minùs vel magis sint remotæ à Sole, quàm centrum Terræ. Hinc igitur fit, ut hæc eadem vis ad Solem tendens aquam modò magis modò minus trahat, ex quâ alternâ actione motus reciprocus in Fluidis necessariò oriri debet. Quocircà ista Solis vis in præsentis negotio neutiquam negligi poterit, cùm ea, si fortè sola causam æstus Maris non constituit, certè effectum aliarum virium necessariò afficere ac turbare debeat.

§. 9. Quemadmodùm autem Terra cum omnibus suis partibus versùs Solem sollicitatur, ita eorum sententia non multùm à veritate abhorrere videtur, qui in Lunâ similem vim collocant. Observationes quidem hujusmodi vim in Lunâ non demonstrant sicuti in Sole ; cùm motus Terræ in orbitâ suâ à Luna omninò non affici deprehendatur : sed si docuerimus eandem vim ad Lunam respicientem, quæ æstui Maris producendo sit par, in motu Terræ nullam sensibilem anomaliam producere valere, audacia, quæ fortè in talis vis admisione consistere videatur, multùm mitigabitur. Hujusmodi autem vis existentia aliis rationibus, nullo ad æstum Maris habito respectu, satis clarè evinci potest ; quia enim nullum est dubium, quin Luna ad Terram constanter feratur, ob æqualitatem actionis & reactionis, Terram quoque versùs Lunam pelli necesse est. Namque si ponamus Sole penitùs sublato, Terræ ac Lunæ omnem motum subitò adimi, Luna utique ad Terram accedet ; nemo autem non concedet, probè perpensis principiis mechanicis, Terram interea non prorsùs esse quieturam, sed Lunæ obviam ituram, concursumque in communi gravitatis centro contingere : hoc autem evenire non poterit, nisi Terra actu ad Lunam sollicitetur. Deindè in ipsâ Lunâ gravitatem dari similem huic, quam in Terrâ sentimus, negari non potest ; nisi enim talis vis in Lunâ vigeret, partes Lunæ fluidæ, cùm ob gravitatem in Terram, tum ob motum Lunæ

H h ij

circa proprium axem, etsi sit admodum lentus, & tempore periodico æqualis, jam dudum avolassent, partesque solidæ consistentiam suam amisissent. Pluribus denique aliis rationibus ex natura vorticum petitis, magis confirmari posset tale corpus mundanum, cujusmodi est Luna, subsistere non posse, nisi vortice sit cinctum, quo gravitas in id generetur. Quòd si autem gravitationem versùs Lunam concedamus, cur ejus actionem non ad nos usquè admittamus, nulla omninò ratio suadet: quin potius ejusmodi vim similem statui conveniet, reliquis in mundo deprehensis, quæ quasi in infinitum porriguntur, atque inversam duplicatam tenent distantiarum rationem.

§. 10. His expositis manifestum est, & quasi experientia convictum, Terram cum singulis suis partibus tam versùs Lunam quàm versùs Solem perpetuò sollicitari, atque utramque vim proportionalem esse reciprocè quadratis distantiarum. Hæ igitur vires, cum actu existant, constanterque effectum suum exerant, in præsentī negotio, quo in causam æstûs Maris inquirimus, præteriri omninò nequeunt; nisi dilucidè antè sit probatum, eas non solum Fluxum ac Reflexum non generare, sed ne quidem quicquam afficere. Si enim istæ vires ullum duntaxat motum reciprocum Mari inducere valeant, quantumvis is etiam sit exiguus, atque adeò æstui Maris fortassè contrarius, earum tamen ratio necessariò erit habenda, cum sine illis vera causa, quæcumque sit, neque investigari neque cognosci possit. Neque præterea sanæ rationis præcepta permittunt alias vires excogitare, in iisque causam æstûs Maris collocare, antequam evidenter sit demonstratum, binas istas vires Solem Lunamque spectantes, quas non gratuitò assumimus, sed ex certissimis Phænomenis in mundo existere novimus, ad Fluxum ac Reflexum Maris producendum non esse sufficientes. In sequentibus autem capitibus clarissimè sumus ostensuri, ab his duabus viribus non solum in Oceano motum reciprocum generari debere, sed etiam eum ipsum, qui æstûs marini nomine insigniri solet: atque hanc ob rem

firmiter jam affirmamus veram Fluxûs ac Refluxûs causam in solis illis duabus viribus , quarum altera ad Solem est directâ , altera ad Lunam , esse positam ; hocque simul omnium eorum sententias funditus evertimus , qui vel aliis omninò viribus idem Phænomenon adscribere , vel cum his ipsis alias vires conjungere conantur.

§. 11. Quæstio igitur de causa Fluxûs ac Refluxûs Maris ; prouti ea ab Illustrissimâ Academiâ Regiâ est proposita , ad hanc deducitur quæstionem , ut binarum illarum virium , quibus singulæ Terræ partes cùm ad Solem tùm ad Lunam perpetuò urgentur , idque in distantiarum ratione reciprocatâ duplicatâ , causa assignetur Physica. Ex quo tractationem nostram bipartitam esse oportebit. Primò scilicet ex principiis Mechanicis dilucidè erit ostendendum , à binis illis viribus Solem Lunamque respicientibus cùm Fluxum ac Refluxum Maris generatim oriri debere , tùm etiam hoc modo singula Phænomena distinctè explicari posse : hæc enim parte absolutâ nullum supererit dubium , quin origo æstûs Maris his ipsis viribus , quas actu jam in mundo existere docuimus , debeatur. Deinde verò harum virium causa Physica indicari debet , cùm id sit præcipuum , quod Inclyta Academia requirit. Quod quidem ad illam partem attinet , in ejus explicatione minimè hæsitamus ; & clarissimis certissimisque demonstrationibus evincere pollicemur , per istas vires omnia omninò æstûs Maris Phænomena absolutissimè explicari posse ; quâ in re nulli dubitationi ullus relinquetur locus , cùm tota ad Geometriam & Mechanicam sublimiorem pertineat , calculoque analytico sit subjecta. Altera verò pars , in scientiam naturalem imprimis incurrens , majori difficultati videtur obnoxia , nec tantæ evidentix capax ; verùm cùm ista res occasione plurium quæstionum ab Academiâ Celeberrimâ antehac propositarum jam tanto studio sit investigata atque absoluta , eam non minori certitudine expedire confidimus.

§. 12. Explosis hoc saltem tempore qualitibus occultis , misâque Anglorum quorundam renoyatâ attractione ,

H h iij

quæ cum faniori philosophandi modo nullatenùs consistere potest, omnium virium quæ quidem in mundo observantur, duplex statuendus est fons atque origo. Nempe cum viribus tribuatur vel motùs generatio vel immutatio, iste effectus semper vel ab allisione corporum, vel à vi centrifugâ proficiscitur, quarum actionum utraque facultati, quâ omnia corpora sunt prædita in statu suo sive quietis sive motùs æquabilis in directum perseverandi, debetur. Ob hanc enim ipsam facultatem corpus in motu positum alia corpora, quæ vel ipsius motui directè sunt opposita, vel ejus directionem mutare cogunt, ad motum sollicitat; atque priori casu regulæ collisionis corporum, posteriori verò vis centrifugæ indoles & proprietates oriuntur ac demonstrantur. Cum igitur omnia corpora terrestria tam versùs Solem, quàm versùs Lunam perpetuò sollicitentur, causa hujus sollicitationis vel continuo appulsui materiæ cujusdam subtilis, vel vi centrifugæ similis materiæ tribui debebit. Priori igitur casu materiam subtilem statui oporteret, quæ constanter summâ rapiditate cum ad Solem tum ad Lunam ferretur: hujusmodi verò hypothesis ob maximas difficultates, quibus est involuta, admitti minimè potest. Primò enim perpetuò novis viribus effet opus, quæ materiam subtilem indefinenter versùs Solem Lunamque pellerent, quâ quidem re quæstio non majorem lucem assequeretur. Deinde talis motus per se diu consistere non posset, propter perpetuum materiæ subtilis ad eadem loca affluxum nullumque refluxum, ut taceamus alia maxima incommoda cum istiusmodi positione permixta.

§. 13. Exclusâ igitur materiæ subtilis continuâ allisione; tanquam ad vires cum ad Solem tum Lunam tendentes producendas minimè idonea, alia harum virium causa non relinquitur, nisi quæ in vi centrifuga consistat. Quemadmodum autem materia subtilis in gyrum acta ac vorticem formans non solùm animo concipi, sed etiam in mundo persistere queat, jam satis superque est expositum, cum in dissertationibus, quæ cum quæstio de causa gravitationis agitaretur,



laudes Illustrissimæ Academiæ merebantur, tum etiam in aliis operibus; quibus in locis simul dilucidè est ostensum, quomodo ejusmodi vortices comparatos esse oporteat, ut vires centrifugæ fiant quadratis distantiarum à centro vorticis reciprocè proportionales. Quæ res cum meo quidem judicio jam tam plana sit facta, ut vix quicquam ad præfens institutum attinens adjici queat, vorticum ulteriori examini sine ulla hæsitatione superfedemus; idque eò magis, quòd Celeberrima Academia ejusmodi amplam atque ad eò jam confectam digressionem postulare haud videatur. Quoniam enim quæstio de causa gravitatis cum versùs Terram tum etiam versùs Solem & Planetas jam satis est investigata ac diremta; nunc quidem, si cujuscunque Phænomeni causa eò fuerit perducta, ibidem acquiescendum videtur, neque actum agendo denuò in causâ gravitatis investigandâ nimium immorari conveniret. Denique in præfenti negotio sufficere posset, si æstûs Maris causa adhuc tantis tenebris obvoluta ad alia maximè aperta Phænomena reducatur, quorum causa non solum habetur probabilis, sed etiam quæ sola sit veritati consentanea, cujusmodi est gravitatio tam versùs Solem quàm Lunam.

§. 14. Causam igitur Fluxûs ac Reflexûs Maris proximam in binis vorticibus materiæ cujusdam subtilis collocamus, quorum alter circa Solem alter verò circa Lunam ita circumagatur, ut in utroque vires centrifugæ decrescant in duplicatâ ratione distantiarum à centro vorticis; quæ lex vis centrifugæ obtinebitur, si materiæ subtilis vorticem constituentis celeritas statuatur tenere rationem reciprocâ sub duplicatam distantiarum à centro vorticis. Quæcunque igitur corpora in istiusmodi vortice posita ad ejus centrum pellentur vi acceleratice, quæ pariter ac vis centrifuga quadratis distantiarum reciprocè est proportionalis. Vis absoluta autem quâ corpus quodpiam in datâ distantia à centro vorticis collocatum eò urgetur, pendet à celeritate materiæ subtilis absolutâ, Ac primò quidem quòd ad

vorticem circa Solem rotatum attinet, ejus vis absoluta ex tempore Terræ periodico cum distantia ejusdem à Sole comparato tanta colligitur, ut corpus, cujus distantia à centro Solis æqualis est semidiametro Terræ, è sollicitetur vi, quæ sit 227512 vicibus major, quàm est gravitas naturalis in superficie Terræ. Metiemur autem hanc ipsam vim absolutam cujusque vorticis, per vim, quam idem vortex exerit in distantia à suo centro semidiametro Terræ æquali: ex quo si vis gravitatis terrestris designetur per 1. erit vis absoluta Solis = 227512, cujus numeri loco brevitatis gratiâ utemur litterâ *S*. Simili modo vim vorticis Lunam cingentis absolutam indicabimus litterâ *L*, cujus valorem Newtonus rectè cum ex ipso Fluxu ac Refluxu Maris, tum etiam ex præcessione Æquinoctiorum constituisse videtur circiter  $\frac{1}{40}$ . Quare si, posita Terræ semidiametro = 1, corporis cujusdam à centro Solis vel Lunæ distantia fuerit *X*, erit vis, quâ id corpus vel ad Solem sollicitatur vel ad Lunam, vel =  $\frac{S}{**}$  vel =  $\frac{L}{**}$ ,

uti ex indole horum vorticum prona consequentia fluit. In his quidem litterarum *S* & *L* determinationibus assumimus mediam Solis à Terra distantiam 20620 semidiametrorum Terræ, quæ ex parallaxi horizontali 10" sequitur, Lunæ verò à Terra distantiam mediam 60 semid. Terræ; interim tamen vires ad Mare movendum hinc ortæ ab his hypothesebus non pendent, uti ex sequentibus patebit.

§. 15. Quoniam igitur æstum Maris per binas vires, quarum altera Solem respicit, altera Lunam, sumus exposituri, facile videri possemus eandem omninò explicationem suscipere, quam Newtonus dedit in suis Principiis Mathematicis Philosophiæ Naturalis. Primùm autem notandum est, quòd si Newtonus veram causam hujus Phænomeni assignasset, summoperè absurdum atque absonum foret, novitatis studio aliam causam, quæ certò falsa futura esset, excogitare. Deinde verò Newtonus ne vestigium quidem reliquit, ex quo causa harum virium attractivarum,

varum, quas Soli Lunæque tribuit, colligi posset, sed potius de causæ Physicæ inventionem, qualem Academia Regia potissimum requirit, desperasse videtur; id quod ejus affectæ apertè testantur, qui attractionem omnibus corporibus propriam esse, neque ulli causæ externæ deberi firmiter asserunt, atque adeò ad qualitates occultas confugiunt. Denique Newtonus deductionem & expositionem omnium Phænomenorum ad æstum Maris pertinentium minimè perfecit, sed quasi tantum adumbravit; plena enim explicatio tot tamque difficilium Problematum solutionem postulat, quæ Newtonus non est aggressus: cùm enim hujus quæstionis enodatio amplissimos calculos requirat, ipse analysin vitans pleraque tantum obiter indicasse contentus fuit; ob quem defectum plurimis adhuc dubiis circa ipsius explanationem locus est relictus. Neque enim in his viribus veram æstus Maris causam contineri antè certum esse potest, quàm absoluto calculo perfectus consensus Phænomenorum cum Theoriâ fuerit declaratus.

## CAPUT SECUNDUM.

*De viribus Solis & Lunæ ad Mare movendum.*

§. 16. **E**FFECTUS, quos vires cùm Solis tùm Lunæ antè stabilitæ in Terram exerunt, ad duo genera sunt referendi: quorum alterum eos complectitur effectus quos Sol ac Luna in universam Terram tamquam unum corpus consideratam exercet; alterum verò eos, quos singulæ Terræ partes à viribus Solis ac Lunæ patiuntur. Ad effectus prioris generis investigandos, omnis Terræ materia tanquam in unico puncto, centro scilicet gravitatis, collecta consideratur, ac tam ex motu insito quàm viribus sollicitantibus motus Terræ progressivus in sua orbita determinari solet. Ex hocque principio innotuit vim hanc Solis efficere, ut Terra circa Solem in orbita elliptica

Ii

circumferatur, vim Lunæ autem tam esse debilem, ut vix ac ne vix quidem ullam sensibilem perturbationem in motu Terræ annuo producere valeat. Contrà autem docebitur, vim Lunæ ad partes Terræ inter se commovendas ac Mare agitandum multò esse fortiolem vi Solis; ex quo plerisque primo intuitu summè paradoxon videatur, quòd vis Lunæ in priori casu respectu vis Solis evanescat, cùm tamen eadem casu posteriori multum excedat vim Solis. Sed mox, cùm effectus utriusque generis diligentius evolvemus & perpendemus, satis dilucidè patebit, eos inter se maximè discrepare, atque à vi, quæ in universam Terram minimum exerat effectum, maximam tamen agitationem partium Terræ inter se oriri posse & vicissim.

§. 17. Ad illum autem harum virium effectum, qui in commotione partium Terræ inter se consistit, dijudicandum, ante omnia probè notari oportet, si singulæ Terræ partes viribus æqualibus & in directionibus inter se parallelis sollicitentur, eo casu nullam omnino commotionem partium oriri, etiamsi sint maximè fluidæ nulloque vinculo invicem connexæ, sed totum virium effectum in integro tantum corpore movendo consumptum iri; perindè ac si totum Terræ corpus vel in unico puncto esset conflatum, vel ex materiâ firmissimè inter se connexâ constaret. Ex quo manifestum est partes Terræ saltem fluidas, quæ viribus cedere queant, inter se commoveri non posse, nisi à viribus dissimilibus urgeantur: atque hanc ob rem non magnitudo virium partes Terræ sollicitantium, sed potiùs dissimilitudo, quâ cùm quantitatis tum directionis ratione inter se discrepant, eum effectum, quo situs partium mutus perturbetur, producit. Ita vis Solis, etsi est maxima, tamen ob insignem distantiam partes Terræ ferè æqualiter afficit, contrà verò vis Lunæ ob propinquitatem admodum inæqualiter: unde à Luna multò major agitatio Oceani resultat, quàm à Sole, quamvis ea vis, quæ ad Solem tendit, insigniter major sit alterâ Lunam respiciente. Atque hoc pacto dubium antè allatum funditus tollitur,

hocque adhuc planius fiet, si utriusque vis effectus ad calculum revocabimus.

§. 18. Ad inæqualitatem igitur virium quibus singulæ Terræ partes vel à Sole vel à Luna sollicitantur, definiendam, ante omnia vim, quâ universa Terra, si in suo centro gravitatis esset concentrata, afficeretur, determinari oportet, hæcque est ea ipsa vis, quæ Terræ motum progressivum in sua orbita respicit & turbat; deinde dispiendum est, quantum vires, quibus singulæ Terræ partes urgentur, tam ratione quantitatis quàm directionis ab illâ vi totali discrepent. Quòd si enim nulla deprehendatur differentia, partes quoque singulæ situm suum relativum inter se retinebunt; at quò major erit differentia inter vires illas singulas partes sollicitantes, eò magis eæ inter se commovebuntur, situmque relativum permutabunt. In hac autem investigatione, simul gravitatis naturalis, quâ omnia corpora versùs centrum Terræ tendunt, ratio est habenda; hæc enim vis in causa est, quòd quantumvis vires Solis & Lunæ in diversis Terræ regionibus sint inæquales, æquilibrii tamen status detur, in quo partes tandem singulæ conquiescant, neque perpetuò inter se agitari pergant. Atque hanc ob rem singulæ Terræ partes à tribus viribus sollicitatæ considerari debebunt, primò scilicet à propriâ gravitate, quâ directè deorsum nituntur; tum verò à vi, quâ ad Solem urgentur, ac tertio à vi versùs Lunam directâ; hæcque tres vires, cujusmodi Phænomena quovis tempore in partibus Terræ fluidis gignant, erit investigandum.

§. 19. Quò igitur vim totalem, quâ Terra vel à Sole vel à Luna urgetur, definiamus, consideremus primùm peripheriam circuli  $MN$  tanquam ex materiâ homogeneâ conflata, cujus centro  $P$  verticaliter immineat Sol vel Luna in  $S$ , ita ut recta  $PS$  ad planum circuli  $MN$  sit perpendicularis. Sit circuli hujus radius  $PM = y$ , & distantia  $SP = x$ , ac vis sive Solis sive Lunæ absoluta =  $S$ . His positis elementum peripheriæ  $Mm$  pelletur ad  $S$  in

$Ii$   $ij$

Fig. I.

directione  $MS$  vi acceleratrice  $= \frac{S}{MS^2} = \frac{S}{xx+yy}$ , positâ  
 cum vi gravitatis naturalis in superficie Terræ  $= 1$ , tum  
 etiam semidiametro Terræ  $= 1$ : atque hanc ob rem ele-  
 mentum  $Mm$  versùs  $S$  nitetur vi  $= \frac{S \cdot Mm}{xx+yy}$ . Resolvatur hæc  
 vis in binas laterales, quarum alterius directio cadat in  
 $MP$ , alterius verò sit parallela directioni  $PS$ ; atque evi-  
 dens erit vires omnes  $MP$  per totam peripheriam se mu-  
 tuò destruere, alterarum verò mediam directionem cadere  
 in  $PS$ , ac vim his omnibus æquivalentem iisdem con-  
 junctim sumtis fore æqualem. Trahetur autem elementum  
 $Mm$  in directione ipsi  $PS$  parallela vi  $= \frac{Sx \cdot Mm}{(xx+yy)^{\frac{1}{2}}}$ , unde po-  
 sitâ ratione radii ad peripheriam  $= 1 : \pi$  tota circuli  $MN$  pe-  
 ripheria, quæ erit  $= \pi y$ , urgebitur seu quasi gravitabit versùs  
 $S$  in ipsâ directione  $PS$  vi  $= \frac{\pi Sxy}{(xx+yy)^{\frac{1}{2}}}$ . Vis autem accele-  
 ratrix quâ hæc peripheria circuli versùs  $S$  sollicitabitur, pro-  
 dibit, si vis motrix inventa dividatur per massam moven-  
 dam, quæ est  $= \pi y$ , eritque  $= \frac{Sx}{(xx+yy)^{\frac{1}{2}}}$ .

FIG. II.

§. 20. Hoc præmissis, contemplemur superficiem sphæri-  
 cam genitam conversione circuli  $AMB$  circa diametrum  
 $AB$ ; sitque semidiameter  $AC = BC = r$ ; erit ipsa superfi-  
 cies  $= 2\pi r^2$ . Jam attrahatur hæc superficies ad Solem Lu-  
 namve in  $S$ , existente distantia  $SC = a$ ; atque ad vim to-  
 talem seu conatum quo integra superficies ad  $S$  tendet,  
 inveniendum, concipiatur annulus genitus conversione ele-  
 menti  $Mm$  circa diametrum  $AB$ , quæ protensa per  $S$   
 transeat. Positis igitur  $SP = x$ ,  $PM = y$ , erit per §. præc.  
 conatus hujus annuli in directione  $PS$   $= \frac{\pi Sxy \cdot Mm}{(xx+yy)^{\frac{1}{2}}}$ . At  
 posito  $Pp = dx$ , erit  $Mm = \frac{r dx}{y}$ , &  $xx + yy = 2ax -$   
 $aa + rr$ , unde annuli conatus versùs  $S$  erit  $= \frac{\pi Srx dx}{(2ax - aa + rr)^{\frac{1}{2}}}$   
 cujus integrale est  $= C + \frac{\pi Sr(ax - aa + rr)}{\sqrt{(2ax - aa + rr)}}$ , ex quo cona-  
 tus portionis superficiæ sphæricæ conversione arcus  $AM$

ortæ prodibit  $= \frac{\pi S r r}{a a} + \frac{\pi S r (a x - a a + r r)}{\sqrt{(2 a x - a a + r r)}}$ . Quare si ponatur  $SP = SB$  seu  $x = a + r$ , emerget conatus totius superficiei sphaericæ  $= \frac{2 \pi S r r}{a a}$ : hincque cùm ipsa superficies sit  $= 2 \pi r r$ , erit vis acceleratrix quâ superficies sphaerica actu versùs  $S$  tendet  $= \frac{S}{a a}$ , ideoque tanta, quanta foret, si tota superficies in centro  $C$  esset collecta.

§. 21. Cùm igitur superficies sphaerica perinde ad Solem sive Lunam in  $S$  sollicitetur, ac si tota in ipso centro esset conflata, hæc proprietas ad omnes superficies sphaericas, ex quibus integra Sphæra composita concipi potest, patebit, dummodo singulæ hæ superficies ex materiâ homogeneâ constent, sive quod eodem redit, ipsa Sphæra in iisdem à centro distantiis sit æquè densa. Hanc ob rem ejusmodi Sphæra quoque perinde ad  $S$  in directione  $PS$  urgebitur, ac si tota ipsius materia in centro  $C$  esset concentrata; hæcque proprietas non solum in ejusmodi Sphæras competit, quæ totæ ex materiâ uniformi sunt confectæ, sed etiam ut jam indicavimus, in tales, quæ ex materiâ constant difformi, dummodo in æqualibus à centro distantiis, materia circumquaque sit homogœna seu saltem ejusdem densitatis. Cùm igitur Terram sibi repræsentare liceat tanquam Sphæram, si non ex uniformi materiâ conflata, tamen sine ullo errore ita comparatam, ut in æqualibus circa centrum intervallis materiam æquè densam includat, Terra quoque universa tam à Sole quàm à Luna æquè sollicitabitur, ac si omnis ejus materia in centro esset collecta. Quanquam enim nunc quidem accuratissimis ab Illustrissimâ Academiâ Regiâ institutis passim mensuris satis est demonstratum, Terræ figuram ad polos esse compressam; tamen tantilla à perfectâ Sphærâ aberratio, in aliis quidem negotiis maximi momenti, in hoc instituto tutò negligi potest. Parique ratione, etiamsi Terra in æqualibus à centro distantiis non sit æquè densa, tamen differentia certè non est tanta, ut error sensibilis inde sit metuendus.

I i iij

§. 22. Ut igitur vires inveniantur, quæ tendant ad situm partium Terræ relativum immutandum, definienda est vis acceleratrix, quâ centrum Terræ sive ad Solem sive ad Lunam urgeatur : quâ cognitâ, si comperiantur omnes Terræ partes æqualibus viribus acceleratricibus & in directionibus parallelis urgeri, nulla omnino sitûs mutatio, nullaque proinde Maris agitatio oriatur. Sed Terra in se spectata omnium partium situm mutuum invariatur conservabit. At si vires, quibus singulæ partes à Sole aut Luna urgentur, discrepent à vi centrum Terræ afficiente, tam ratione quantitatis quàm directionis, tum nisi firmissimè inter se sint connexæ in situ suo mutuo perturbari debebunt. Hocque casu aquæ, quæ ob fluiditatem vi etiam minimæ cedunt, sensibilibiter agitabuntur, atque affluendo defluendoque aliis locis elevabuntur, aliis deprimentur. Cùm autem iste motus, qui in singulis Terræ partibus generatur, à differentiâ inter vires centrum Terræ & ipsas partes sollicitantes proficiscatur, propria vis, quâ quæque particula agitabitur, innotescet, si à vi acceleratrice illam particulam sollicitante auferatur vis acceleratrix, quam centrum Terræ patitur : hæcque subtractio ita instituitur, ut cuique particulæ præter vim actu eam sollicitantem alia vis æqualis illi, quam centrum perpetitur, in directione contrariâ applicata concipiatur : tum enim vis quæ ex compositione harum duarum oritur, erit vera vis particulam illam de loco suo deflectens.

§. 23. Consentanea est hæc reductio principiis Mechanicis, quibus statuitur motum relativum in systemate quocunque corporum & à quibuscunque viribus sollicitatorum manere invariatur, si non solum toti systemati motus æqualis in directum simul imprimatur, sed etiam singulis partibus vires æquales, quarum directiones sint inter se parallelæ, applicentur. Nostro igitur casu motus intestinus partium Terræ non turbabitur, si singulis particulis vires æquales in directionibus parallelis applicemus ut fecimus : quòd si autem istæ vires æquales sint illi, quâ tota Terra seu centrum sollicitatur, & contrariæ, hoc ipso Terræ motum curvilineum & in-



æquabilem, quippe qui ab iisdem viribus oritur, adimemus. Quare si insuper toti Terræ motum æqualem & contrarium illi, quo actu fertur, impressum concipiamus, obtinebimus totam Terram quiescentem, atque etiamnunc partes perinde agitabuntur & inter se commovebuntur, ac si nullas istiusmodi mutationes intulissemus. Quilibet autem facile percipiet, quantum ex hac reductione subsidium assequamur; multò enim facilius erit mutationes, quæ in ipsâ Terrâ accidunt, percipere atque explicare, si centrum Terræ constituitur immotum, quàm si totalis motus singularum partium motibus esset permixtus. Hanc ob rem istâ reductione quâ centrum Terræ in quietem redigitur, perpetuò utemur, quò Phænomena æstûs Maris, prouti in Terrâ immotâ sentiri debent, eliciamus; quippe qui est casus naturalis, ad quem omnes observationes sunt accommodatæ, omnes verò theoriæ accommodari debent.

FIG. III.

§. 24. Concipiatur nunc Terra tota tanquam globus *ADBE* urgeri ad Solem Lunamve in *S* existentem cuius vis absoluta seu ea, quam in distantia à centro suo *S* semidiametro Terræ æquali exerit, sit  $= S$ , distantia verò centri Terræ *C* ab *S* seu *CS* ponatur  $= a$ ; eritque vis acceleratrix, quâ tota Terra tanquam in *C* collecta sollicitabitur in directione *CS*,  $= \frac{S}{aa}$ . Contemplemur jam particu-

lam Terræ quamcunque *M* cuius situs ita sit definitus, ut sit  $CP = x$  &  $PM = y$ , existente *MP* normali ad *CS*; hinc igitur habebitur  $SP = a - x$  &  $SM = \sqrt{(a - x)^2 + y^2}$ . Vis igitur acceleratrix, quâ particula *M* versùs *S* pelletur, erit  $= \frac{S}{(a - x)^2 + y^2}$ ; à quâ cum auferri debeat vis, quâ tota Terra versùs *S* nititur, concipienda est particulæ *M* applicata vis  $= \frac{S}{aa}$  in directione *MN* ipsi *CS* parallela & opposita; quæ duæ vires particulam *M* æquè afficient ac si universa Terra quiesceret vel uniformiter in directum moveretur, qui casus ab illo non differt. Ex his igitur ambabus viribus conatus innotescet, quo particula *M* à vi ad *S*

directa de loco suo recedere annitetur : ad ipsum autem motum definiendum insuper vis gravitatis erit respicienda : & quia hæc particula non est libera , sed quaquaversus materiâ terrestri circumdata , investigari oportet , quantum ista materia effectum viribus sollicitantibus concedat.

§. 25. Quoniam autem in hoc capite nobis nondum est propositum in ipsum effectum ab his viribus oriundum inquirere , sed tantum conatum evolvere atque explorare ; diligentius perpendemus , cujusmodi vires ex combinatione harum potentiarum particulam  $M$  sollicitantium resultent. Hunc in finem resolvatur vis  $MS$  in duas laterales , quarum alterius directio parallela sit ipsi  $CS$ , altera verò in  $MP$  cadat : ex quo reperietur vis illa particulam  $M$  in directione  $MQ$  urgens =  $\frac{S(a-x)}{((a-x)^2+y^2)^{\frac{1}{2}}}$  ; altera verò vis in directione  $MP$  trahens =  $\frac{Sy}{((a-x)^2+y^2)^{\frac{1}{2}}}$ . Cùm autem

particula  $M$  insuper trahatur in directione  $MN$  vi =  $\frac{S}{aa}$ , tres istæ vires à Sole Lunave in  $S$  existente reducentur ad duas , quarum altera in directione  $MQ$  urgens erit =  $\frac{S(a-x)}{((a-x)^2+y^2)^{\frac{1}{2}}} - \frac{S}{a^2}$ , altera verò directionem habens  $MP$  =  $\frac{Sy}{((a-x)^2+y^2)^{\frac{1}{2}}}$ . Quare si rectæ  $MQ$  &  $MP$  his viribus

proportionales capiantur , & rectangulum  $MQOP$  compleatur exprimet diagonalis  $MO$  tam directionem quàm quantitatem vis ex tribus præcedentibus orta : erit autem anguli  $OMP$  tangens =  $\frac{a-x}{y} - \frac{((a-x)^2+y^2)^{\frac{1}{2}}}{a^2 y}$  ; quo cognito , si fiat ut  $MP$  ad  $MO$  ita  $\frac{Sy}{((a-x)^2+y^2)^{\frac{1}{2}}}$  ad quar-

tam , hæc ipsa quarta proportionalis erit vis particulam  $M$  in directione  $MO$  sollicitans , quæ oritur à vi ad  $S$  tendente.

§. 26. Ut autem istæ vires faciliùs cum gravitate naturali ; cujus directio est  $MC$ , conjungi queant , resolvantur ex  
in

in binas, quarum altera in ipsam directionem  $MC$  cadat, alterius verò directio sit  $MR$  normalis ad  $MC$ . Ad hoc commodissimè præstandum, resolvatur vis  $MS$  primùm in duas, quarum altera ut antè directionem habeat ipsi  $CS$  parallelam, alterius verò directio in ipsam  $MC$  incidat. Cùm igitur sit  $MC = \sqrt{(x^2 + y^2)}$ , erit prior vis  $= \frac{Sa}{((a-x)^2 + y^2)^{\frac{1}{2}}}$ ,

posterior verò  $= \frac{S\sqrt{(x^2 + y^2)}}{((a-x)^2 + y^2)^{\frac{1}{2}}}$ , quâ vis gravitatis augebitur.

At si à priori auferatur vis  $= \frac{S}{aa}$ , remanebit vis particu-

lam  $M$  in directione  $MQ$  sollicitans  $= \frac{Sa}{((a-x)^2 + y^2)^{\frac{1}{2}}} - \frac{S}{a^2}$ . Jam ex  $Q$  in  $CM$  productam demittatur perpendicularum  $QV$ , eritque ob similitudinem triangulorum  $QVM$  &  $MPC$  vis gravitati contraria secundùm directionem

$MV$  agens ex vi  $MQ$  orta  $= \frac{Sax}{((a-x)^2 + y^2)^{\frac{1}{2}}\sqrt{(x^2 + y^2)}} -$

$\frac{Sx}{a^2\sqrt{(x^2 + y^2)}}$ ; unde omninò particula  $M$  à vi ad  $S$  tendente

versùs  $C$  urgebitur vi  $= \frac{Sx}{a^2\sqrt{(x^2 + y^2)}} - \frac{S(ax - xx - yy)}{((a-x)^2 + y^2)^{\frac{1}{2}}\sqrt{(x^2 + y^2)}}$ .

Præterea verò eadem particula  $M$  in directione  $MR$  ad

$MC$  normali sollicitabitur vi  $= \frac{S ay}{((a-x)^2 + y^2)^{\frac{1}{2}}\sqrt{(x^2 + y^2)}} -$

$\frac{S y}{a^2\sqrt{(x^2 + y^2)}}$ .

§. 27. Tametsi istæ expressiones tantoperè sint compositæ; ut parum ex iis ad usum deduci posse videatur, tamen si consideremus distantiam Lunæ à Terra, multò magis autem distantiam Solis, vehementer excedere quantitatem Terræ, ac propterea quantitates  $x$  &  $y$ ; per approximationem factis commodas formulas ex iis derivare licebit. Cùm enim sit proximè  $\frac{1}{((a-x)^2 + y^2)^{\frac{1}{2}}} = (a^2 - 2ax + x^2 + y^2)^{-\frac{1}{2}} =$

$\frac{1}{a^2} + \frac{3(2ax - xx - yy)}{2a^3} + \frac{15(2ax - xx - yy)^2}{8a^4}$ , loco  $\frac{1}{((a-x)^2 + y^2)^{\frac{1}{2}}}$

Kk

fatis tutò substitui poterit  $\frac{1}{a^3} + \frac{3x}{a^4} + \frac{3(4xx - yy)}{2a^5}$ . Ex his autem obtinebitur vis, quâ particula  $M$  præter gravitatem à vi Solis sive Lunæ in  $S$  existentis ad centrum Terræ  $C$  in directione  $MC$  urgetur,  $= \frac{S(yy - 2xx)}{a^3\sqrt{(x^2 + y^2)}} + \frac{3Sx(3yy - 2xx)}{2a^4\sqrt{(x^2 + y^2)}}$

Præterea autem eadem particula  $M$  follicitabitur in directione  $MR$  ad  $MC$  normali, vi  $= \frac{3Sxy}{a^3\sqrt{(x^2 + y^2)}} + \frac{3Sy(4xx + yy)}{2a^4\sqrt{(x^2 + y^2)}}$   
 $= \frac{3Sy}{a^3\sqrt{(x^2 + y^2)}} \left( x + \frac{4xx - yy}{2a} \right)$ . Atque cùm in his formulis termini primi posteriores multis vicibus excedant, rem

crassiùs inspiciendo, particula  $M$  à vi Solis Lunæve secundùm  $MC$  urgebitur vi  $= \frac{S(yy - 2xx)}{a^3\sqrt{(x^2 + y^2)}}$ , in directione verò

$$MR \text{ vi} = \frac{3Sxy}{a^3\sqrt{(x^2 + y^2)}}.$$

§. 28. Ex his igitur postremis formulis intelligitur ab actione Solis sive Lunæ in  $S$  existentis gravitatem particulæ  $M$  augeri, si ejus situs respectu rectæ  $SC$  ita fuerit comparatus, ut sit  $yy > 2xx$  hoc est tangens anguli  $MCP > \sqrt{2}$  posito sinu toto  $= 1$ , contrà verò gravitatem diminui, si fuerit  $yy < 2xx$ . Quare cùm angulus cujus tangens est  $= \sqrt{2}$  contineat  $54^\circ, 45'$  circiter, si concipiatur circulus

FIG. IV. Terræ maximus quicumque  $ADBE$ , cujus planum per punctum  $S$  transeat, in eoque ducantur rectæ  $FCI$  &  $GCH$ , quæ cum rectâ  $SAB$  angulos constituent  $54^\circ 45'$ ; tùm omnes Terræ particulæ in spatiis  $FCH$  &  $GCI$  sitæ gravitatis naturalis augmentum accipient, reliquæ verò particulæ in spatiis  $FCG$  &  $HCI$  positæ decrementum gravitatis patientur. Atque hinc, quâcumque Terræ particulâ propositâ, definiri poterit, quantum ejus gravitas à Sole Lunæve in  $S$  existente vel augeatur vel diminuatur. Altera

FIG. III. verò vis, quâ particula  $M$  in directione horizontali  $MR$  urgetur, affirmativa erit, in eamque plagam, quæ in figura repræsentatur, verget, si quantitates  $x$  &  $y$  ambæ fuerint vel affirmativæ vel negativæ: contrariumque eveniet, si earum altera sit affirmativa, altera negativa. Quare si parti-

cula  $M$  sita fuerit vel in quadrante  $ACD$  vel  $ACE$ , tum vis horizontalis ad rectam  $CA$  tendet; contrà verò hæc vis ad radium  $CB$  dirigetur, si particula  $M$  sit vel in quadrante  $BCD$  vel  $BCE$  constituta. Ex quibus perspicitur effectus vel Solis vel Lunæ in ambo hemisphæria, superius scilicet  $DAE$  & inferius  $DBE$ , inter se esse ferè similes; quæ similitudo quoque in ipso æstu Maris observatur.

§. 29. Ponamus nunc particulam  $M$  in ipsâ Terræ superficie esse constitutam, eritque  $\sqrt{(x^2 + y^2)} = 1$  ob Terræ semidiametrum  $= 1$ . Quare si particula  $M$  fuerit posita in  $M$ , existente anguli  $ACM$  sinu  $= y$  & cosinu  $= x$ , ejus gravitas naturalis acceleratrix à Sole Lunâve in Saugabitur vi  $= \frac{S(y^2 - 2xx)}{a^3}$ , secundum horizontem autem

in directione  $MR$  urgebitur vi  $= \frac{3Sxy}{a^3}$ . Gravitas igitur maximè augebitur, si particula  $M$  posita fuerit in  $D$  vel  $E$ , quibus in locis punctum  $S$  in horizonte apparet; ibi verò gravitatis augmentum erit  $= \frac{S}{a^3}$ . In punctis autem  $A$  &  $B$ , quæ punctum  $S$  vel in suo zenith vel nadir positum habent, maximum deprehendetur gravitatis decrementum, quod scilicet erit  $= \frac{2S}{a^3}$ : ita ut maximum gravitatis decrementum duplò majus sit quàm maximum incrementum. Vis autem horizontalis  $\frac{3Sxy}{a^3}$  maxima evadet, si angulus  $ACM$  fuerit femirectus, id quod accidit in iis Terræ regionibus, in quibus punctum  $S$  conspicitur vel  $45^\circ$  gradibus supra horizontem elevatum, vel tantundem sub horizonte depressum latet: his igitur casibus ob  $xy = \frac{1}{2}$  fiet vis horizontalis  $= \frac{3S}{2a^3}$ . Hujus ergo vis effectus in hoc consistet, ut directio gravitatis mutetur, atque versùs rectam  $SC$  inclinetur angulo cujus tangens est  $= \frac{3S}{2a^3}$ , existente sinu toto  $= 1$ , quia gravitatem unitate designamus.

§. 30. Hæ itaque vires si satis essent magnæ, in ponderibus utique sentiri deberent, ac prior quidem gravitatem natu-

Kk ij

ralem vel augens vel diminuens in oscillationibus pendulorum animadverti deberet, eorum motum vel accelerando vel retardando; posterior verò vis situm pendulorum quiescentium verticalem de hoc situ deflecteret, atque ad horizontem inclinatum efficeret. Quoniam autem hujusmodi perturbationes non observamus, operæ pretium erit dilucidè monstrare vires illas tam esse exiguas, ut hi effectus sensus nostros omninò effugiant. Primùm igitur cùm pro Sole sit  $S = 227512$  atque  $a = 20620$ , erit  $\frac{S}{a^3} = \frac{1}{38535570}$ ; pro Luna autem quia est  $S = \frac{1}{40}$  &  $a = 60$ , erit  $\frac{S}{a^3} = \frac{1}{8640000}$ ; ex quo vis Lunæ plus quàm quater major est vi Solis, ceteris paribus; atque si Solis & Lunæ vires prorsùs conspirent, erit ex iis conjunctim  $\frac{S}{a^3} = \frac{1}{7057700}$  seu proximè  $= \frac{1}{7000000}$ . Hinc maxima gravitatis diminutio, quæ quidem oriri poterit, erit  $= \frac{1}{35000000}$ , maximum verò incrementum  $= \frac{1}{7000000}$ ; unde numerus oscillationum ejusdem penduli eodem tempore editarum, illo casu erit ut  $\sqrt{(1 - \frac{1}{35000000})}$  seu  $1 - \frac{1}{70000000}$ , hoc verò casu ut  $\sqrt{(1 + \frac{1}{70000000})}$  seu  $1 + \frac{1}{140000000}$ . Numeri ergo oscillationum ab eodem pendulo eodem tempore absolutarum, cùm gravitas maximè est diminuta, & cùm maximè est aucta, tenebunt rationem ut 13999998 ad 14000001, hoc est ut 4666666 ad 4666667; ex quo satis perspicitur differentiam hanc minimè percipi posse. Similis autem omninò est ratio alterius Phænomeni declinationis scilicet à situ verticali comparata, quæ numquam ad 5<sup>m</sup> exurgere potest.



## CAPUT TERTIUM.

*De Figura, quam vires cùm Solis tùm Lunæ Terræ inducere conantur.*

§. 31. **C**UM igitur in capite præcedente vires tam à Sole quam à Luna oriundas determinaverimus, quibus singulæ Terræ particulæ ad situm relativum cùm inter se tùm respectu centri, quod in hoc negotio tanquam quiescens consideratur, immutandum sollicitantur; ordo requireret, ut jam in ipsum motum, quo singulæ particulæ inter se commoveri debeant, inquireremus. Verùm cùm hæc investigatio sit altioris indaginis, atque opus habeat principiis mechanicis ad motum partium inter se respicientibus, qualia vix usquam adhuc reperiuntur; in hoc capite rem secundùm principia statica ulterius persequi pergamus, ac figuram determinemus, quam vires Solis & Lunæ cùm seorsim tùm etiam conjunctim inducere conantur. Hunc in finem Terram undequaque materiâ fluidâ seu aquâ cinctam contemplabimur, quò sollicitationibus obedire ac figuram iis convenientem actu induere queat. In hoc scilicet negotio Solem & Lunam pariter ac ipsam Terram quiescentes concipimus, ita ut inter se perpetuò eundem situm relativum conservent, quo pacto Terræ ab actionibus Solis ac Lunæ figura permanens mox induetur, quam tandiu retinebit, quoad idem situs relativus duret. Perspicuum autem est cognitionem hujus figuræ magno futuram esse adjumento ad ejusdem figuræ transmutationem definiendam, si tam Soli quam Lunæ motus tribuatur.

§. 32. Consideremus igitur primùm Terram in statu suo naturali, in quem se sola vi gravitatis composuit; in quo, cùm habitura sit figuram sphericam, representet circulus *ADBE* seu potius globus ejus rotatione ortus Terram, quam præterea undique aquâ circumfusam ponimus. Ver-

FIG. V.

K k iij

fetur jam Sol vel Luna in  $S$ , à cujus vi cùm gravitas naturalis tam in  $A$  quàm in  $B$  diminuatur, in  $D$  verò &  $E$  augetur, manifestum est Terram seu potiùs aquam illi circumfusam elevatum iri in  $A$  &  $B$ , contrà verò in  $D$  &  $E$  deprimi, idque eousque, quoad sollicitationes à Sole Lunàve in  $S$  oriundæ cum vi gravitatis ad æquilibrium fuerint reductæ. Sit itaque curva  $adbe$  ea figura, quæ circa axem  $ab$  rotata generet Terræ formam, quam à vi ad  $S$  directâ tandem recipiet, atque cùm aquæ nunc ponantur in æquilibrio constitutæ, necesse est ut directio media omnium sollicitationum, quibus singulæ Terræ particulæ in supremâ superficie sitæ urgentur, ad ipsam superficiem sit normalis. Quare si particulam quamcunque  $M$  spectemus; ea primum à gravitate naturali in directione  $MC$  urgetur deorsùm, idque vi, quam constanter ponimus  $= 1$ ; quippe quæ est ipsa gravitas in superficie Terræ, eò quòd elevatio vel depressio hujus particulæ distantiam ejus à centro Terræ, à quâ variatio gravitatis pendet, sensibilibiter non immutat. Deinde verò eadem particula  $M$  à vi in  $S$  existente sollicitatur duplici vi, quarum alterius directio in ipsam  $MC$  incidit, alterius verò in  $MR$  normalem ad  $MC$ . Quocirca trium harum virium mediam directionem incidere oportet in rectam  $MN$  normalem ad curvam  $aMd$ , quo ipso natura hujus curvæ determinabitur.

§. 33. Dubium hîc subnasci posset, quod cùm ad præsens institutum omnium virium, quibus singulæ particulæ sollicitantur, ratio haberi debeat, eam hîc negligamus, quæ à vi centrifugâ motûs Terræ diurni oritur, quippe quæ non solum non est infinitè parva, sed multis vicibus major, quàm vires quæ vel à Sole vel Lunâ resultant: sed quia hæc vis constantem producit effectum, Terræ scilicet figuram sphaeroidicam ad polos compressam, mutationem, quæ in Fluxu ac Refluxu Maris observatur, sensibilibiter afficere nequit. Deinde quamvis hîc figuram Terræ sphaericam ponamus, tamen in aberrationem præcipuè ab hac figurâ tam à Sole quàm Lunâ oriundam inquirimus: manifestum autem est,



quantum figura aquæ ob vires Solis Lunæ à sphericâ recedat, tantundem aquæ figuram admissio motu diurno Terræ à figurâ spheroidicâ esse discrepaturam. Quapropter in hoc negotio sufficere potest, si, Terrâ instar sphæræ perfectæ consideratâ, definiamus quantam differentiam in aquæ figurâ vires cùm Solis tùm Lunæ producant : hac enim determinatâ, si Terræ motus vertiginis restitatur, perspicuum erit totam figuram sub æquatore intumescere, sub polis autem subsidere ; ita tamen ut ubique eadem vel elevatio vel depressio aquæ à viribus Solis Lunæve maneat. Namque si ulla etiam varietas in æstu Maris à motu vertiginis Terræ proficiscatur, ea calculo monstrante nusquam major esse potest parte  $\frac{1}{289}$  æstûs totalis ; tantilla autem differentia notari non meretur, neque ob eam causam operæ præmium est tam complicatos & abstrusos calculos inire, ad quos perveniretur, si Terræ figura naturalis à sphericâ diversa poneretur, atque insuper vis centrifuga à motu vertiginis Terræ in computum duceretur.

§. 34. Ad curvam igitur  $aMdb$ , cui ea quæ ex altera parte axis  $ab$  similis est & æqualis, determinandam, ponatur vis absoluta sive Solis sive Lunæ in  $S$  existentis  $= S$ , distantia  $CS = a$ , ac ducta semiordinata  $MP$  vocetur  $CP = x$ , &  $PM = y$ . Ex præcedenti igitur capite habebitur vis, quâ punctum  $M$  vel à Sole vel Lunâ versùs  $C$  urgebitur  $= \frac{S(y y - 2 x x)}{a^3 \sqrt{(x x + y y)}}$ , insuper autem idem punctum  $M$  sollicitabitur in directione  $MR$  normali ad  $MC$  vi  $= \frac{3 S y x}{a^3 \sqrt{(x x - y y)}} + \frac{3 S y (4 x x - y y)}{2 a^4 \sqrt{(x x + y y)}}$ . Præter has verò vires punctum  $M$  gravitate naturali deorsum pellitur vi  $= 1$  secundum directionem  $MC$ , ita ut punctum  $M$  ab omnibus his viribus conjunctim in directione  $MC$  deorsum urgeatur vi  $= 1 + \frac{S(y y - 2 x x)}{a^3 \sqrt{(x x + y y)}}$  ubi ob  $1$  sequens terminus turò negligi potest, & in directione  $MR$  vi  $= \frac{3 S y x}{a^3 \sqrt{(x x + y y)}} = \frac{3 S y (4 x x - y y)}{2 a^4 \sqrt{(x x + y y)}}$ , quarum duarum virium si  $MN$  ponatur media directio,

prohibet per regulas compositionis motus anguli  $CMN$  tangens  $= \frac{3Sy(2ax + 4xx - yy)}{2a^4\sqrt{xx+yy} + 2S(yy - 2xx)}$ , quæ divisione actû institutâ, iisque terminis neglectis in quorum denominatoribus  $a$  plures quàm quatuor obtinet dimensiones, abit in hanc expressionem  $\frac{3Sxy}{a^3\sqrt{xx+yy}} + \frac{3Sy(4xx - yy)}{2a^4\sqrt{xx+yy}}$ , quæ est ea ipsa formula, quâ vis  $MR$  exprimebatur. Quocirca angulus  $CMN$  prorsùs non pendet ab auctâ minutâve gravitate, sed tantùm à vi horizontali singulis particulis in Terræ superficie sitis impressâ.

§. 35. Quoniam verò hæc ipsa media directio  $MN$  debet esse ad curvam  $aMd$  in puncto  $M$  normalis, erit subnormalis  $PN = -\frac{ydy}{dx}$  &  $CN = \frac{xdx + ydy}{dx}$ . Cùm igitur sit anguli  $MNP$  tangens  $= -\frac{dx}{dy}$  & anguli  $MCP$  tangens  $= \frac{y}{x}$ , erit horum angulorum differentia, hoc est anguli  $CMN$  tangens  $= \frac{ydy + xdx}{ydx - xdy}$ , quæ superiori expressioni, quâ hæc eadem tangens designabatur, æqualis posita pro curvâ quæsitâ  $aMdb$  sequentem præbebit æquationem  $\frac{ydy + xdx}{ydx - xdy} = \frac{3Sxy}{a^3\sqrt{xx+yy}} + \frac{3Sy(4xx - yy)}{2a^4\sqrt{xx+yy}}$ , ad quam integrandam ponimus  $\sqrt{xx+yy} = z = MC$ , & anguli  $MCA$  cosinum  $\frac{x}{\sqrt{xx+yy}} = u$ , unde fiet  $x = uz$  &  $y = z\sqrt{1-uu}$ , atque  $ydx - xdy = \frac{zzdu}{\sqrt{1-uu}}$ , itemque  $xdx + ydy = zdz$ . Hac autem factâ substitutione, æquatio inventa abit in hanc  $\frac{dz}{zz} = \frac{3Sudu}{a^3} + \frac{3Szd(5uu-1)}{2a^4}$ , cujus postremus terminus, qui ob parvitatem præ reliquis ferè evanescit, si abesset, foret integrale  $\frac{1}{c} - \frac{1}{z} = \frac{3Suu}{2a^3}$  seu  $z = c + \frac{3Scuu}{2a^3}$  proximè. Ponamus itaque completum integrale esse  $z = c + \frac{3Sc^2u^2}{2a^3} + \frac{3Sc^3V}{2a^4}$ , ac factâ applicatione reperietur  $V = \frac{5u^3 - 3u}{3}$ , ita ut habeatur  $z = c + \frac{3Scuu}{2a^3} + \frac{Sc^3u(5uu-3)}{2a^4}$ , quod

quod autem integrale proximè tantum satisfacit ; at mox alia via aperietur verum ipsius  $z$  valorem per  $u$  commodiùs & propiùs definiendi.

§. 36. Cùm autem soliditas sphæroidis , quod generatur ex conversione curvæ  $adb$  circa axem  $ab$ , æqualis esse debeat soliditati Sphærx radio  $CA = 1$  descriptæ , hinc constans quantitas  $c$  quæ per integrationem est ingressa , definietur : id quod commodissimè præstabitur , si utraque sphæroidis semissis , superior scilicet versùs  $S$  directâ , atque inferior seorsim investigetur. Quoniam igitur pro semissi superiori est  $CP = x = zu = cu + \frac{3Sc^2u^3}{2a^3} + \frac{Sc^3u^2(\gamma uu - 3)}{2a^4}$ , &  $MP^2 = y^2 = z^2(1-uu) = (1-uu)\left(cc + \frac{3Sc^2u^2}{a^3} + \frac{Sc^4u(\gamma uu - 3)}{a^4}\right)$ , erit  $\int yy dx$ , cui soliditas genita conversione spatii  $dCPM$  est proportionalis ,  $= c^3u - \frac{c^3u^3}{3} + \frac{\gamma Sc^4u^3}{2a^3} - \frac{3Sc^4u^5}{2a^3} - \frac{3Sc^5u^2}{a^4} + \frac{2\gamma Sc^5u^4}{4a^4} - \frac{\gamma Sc^5u^6}{2a^4}$ . Posito igitur  $u=1$ , prodibit superioris semissis ut  $\frac{2}{3}c^3 + \frac{Sc^4}{a^3} - \frac{Sc^5}{4a^4}$ . Simili modo cùm pro inferiori semissi sit  $Cac = z = c + \frac{3Sc^2u^2}{2a^3} - \frac{Sc^3u(\gamma u^2 - 3)}{2a^4}$ , erit ejus soliditas ut  $\frac{2}{3}c^3 + \frac{Sc^4}{a^3} + \frac{Sc^5}{4a^4}$ ; ex quibus totius sphæroidis soliditas erit ut  $\frac{4}{3}c^3 + \frac{2Sc^4}{a^3}$ . Quare cùm Sphærx radio  $= 1$  descriptæ soliditas pari modo definita , sit ut  $\frac{4}{3}$ , fiet  $1 = c^3 + \frac{3Sc^4}{2a^3}$ ; hincque  $c = 1 - \frac{S}{2a^3}$ . Quamobrem pro curvâ quæsità habebitur , hoc valore loco  $c$  substituto , ista æquatio  $z = 1 + \frac{S(3u^2 - 1)}{2a^3} + \frac{Su(\gamma uu - 3)}{2a^4}$ ; ex quâ natura istius curvæ luculenter cognoscitur.

§. 37. Hinc igitur perspicitur à Sole vel Lunâ in  $S$  existente aquam , cujus superficies antè erat in  $A$ , attolli in  $a$ , ita ut sit elevatio  $Aa = \frac{S}{a^3} + \frac{S}{a^4}$ ; atque in regione opposità  $B$ , aquam pariter elevari per spatium  $Bb = \frac{S}{a^3} - \frac{S}{a^4}$ : unde patet aquas in  $A$  &  $B$ , ad eandem ferè altitudinem

L I

elevari, cùm excessus superioris elevationis super inferiorem fit tantum  $\frac{2}{a^4} S$ , quod discrimen respectu totius elevationis vix est sensibile. Contrà verò in regionibus lateralibus  $D$  &  $E$ , aqua circumquaque æqualiter deprimetur, & quidem per intervallum  $Dd = Ee = \frac{S}{2a^3}$ ; ex quo ista depressio duplo minor est, quàm elevatio quæ in  $A$  &  $B$  accidit. In punctis præterea  $F$ ,  $G$ ,  $H$  &  $I$ , quæ à cardinalibus  $A$  &  $B$  distant angulo  $54^\circ 45'$ , quippe pro quo est  $3uu - 1 = 0$ , neque elevabitur aqua neque deprimetur, sed naturalem tenebit altitudinem. In loco autem Terræ quocumque  $M$  cognoscetur aquæ vel elevatio vel depressio ex angulo  $ACM$ , cujus cosinus  $u$  est sinus altitudinis sub quâ Sol vel Luna in  $S$  existens super horizonte conspicitur ab observatore in  $M$  constituto; hoc enim in loco aqua elevata erit supra naturalem altitudinem intervallo  $= \frac{S(3uu - 1)}{2a^3}$

+  $\frac{Su(5uu - 3)}{2a^4}$ : quæ expressio, si fit negativa, Maris depressionem indicat. Hic autem annotare non est opus, quòd si punctum  $S$  sub horizonte lateat, tum sinus depressionis maneat quidem  $u$ , sed negativè accipi debeat.

§ 38. Definiamus igitur primùm cùm elevationem tum depressionem, quæ à solâ vi Solis ubique terrarum produci deberet, si, uti ponimus, omnia in statu æquilibrii essent constituta. Quoniam itaque est  $S = 227512$  atque  $a = 20620$  semid. Terræ, si una Terræ semidiameter assumatur  $19695539$  pedum Paris. erit  $\frac{S}{a^3} = 0,5072$  ped. seu pauxillum excedet semipedem: valor autem  $\frac{S}{a^4}$  omnino erit quantitas evanescens & imperceptibilis. Hanc ob rem in regionibus sub Sole verticaliter sitis, quæ habeant Solem, vel in Zenith vel Nadir, aqua ultra altitudinem naturalem attolletur ad semipedem cum pollicis parte decimâ circiter; depressio autem maxima cadet in loca, quæ Solem in horizonte conspicient, ubi aqua ad quadrantem

pedis tantum deprimetur; ex quo totum discrimen, quod à Sole in altitudine aquæ naturali oritur, ad tres quartas pedis partes circiter affurget. Iste Solis effectus autem distantia tantum mediocri Solis à Terra est tribuendus: quòd si enim Sol versetur vel in apogæo vel perigæo, ejus effectus vel diminui vel augeri debet in ratione reciproca triplicata distantiarum Solis à Terra, quia pendet à valore  $\frac{S}{a^3}$ . Cùm igitur orbitæ Terræ excentricitas sit  $= \frac{1}{100000}$ , erit interval- lum *Aa* vel *Bb*, dum Sol in perigæo versatur, = 0, 5332 ped. sin autem Sol in apogæo sit constitutus, = 0, 4825 pedum; quorum differentia ad vicesimam pedis partem ascendit: valor autem medius est = 0, 5072, quem pro mediocri distantia Solis à Terra invenimus.

§. 39. Problema hoc, quod hucusque dedimus solutum, quodque maximi est momenti ad effectus cùm Solis tùm Lunæ in Mari elevando & deprimendo definiendos, Newtonus ne attingit quidem, sed aliam viam secutus, non solum indirectam sed etiam erroneam, invenit Mare à solâ vi Solis ad altitudinem duorum ferè pedum elevari debere; cùm tamen tam eandem vim Soli absolutam quàm eandem distantiam à Terra assumisset, quibus nos sumus usi. Conclufit autem hunc enormem effectum ex comparatione vis Solis seu valoris  $\frac{S}{a^3}$  cum vi Terræ centrifugâ à motu diurno ortâ, quâ Terra sub æquatore extenditur ac crassior redditur quàm sub polis; atque assumit elevationem aquæ à vi Solis ortam eandem tenere debere rationem ad incrementum Terræ sub æquatore à vi centrifuga factum, quàm teneat vis Solis ad vim centrifugam. Sed præterquam quòd hoc ratiocinium nimis infirmo superstruc- tum sit fundamento, nostrâ viâ directâ, quâ sumus usi, statim evertitur: ex ipsâ enim rei naturâ, nullis precariis as- sumtis principiis, elevationem aquarum à vi Solis oriundam directè & luculenter determinavimus; ac si ullum etiam dubium ob integrationem per approximationes tantum in- stitutum restaret, id mox tolletur, cùm infra idem problema

L I ij

aliâ methodo prorfus diversâ fumus refoluturi, congruentemque folutionem exhibituri.

§. 40. Quanvis autem ifte Solis effectus in Mari tam elevando quàm deprimendo non adeò certus & planus effe videatur ob parallaxin Solis, quam 10" affumimus, nondum accuratiffimè definitam; à quâ tam distantia Solis à Terra  $a$ , quàm æftimatio vis abfolutæ  $S$ , pendet: tamen firrem attentius perpendamus, comperiemus expreffionem  $\frac{S}{a^3}$  perpetuò eundem retinere valorem, quæcumque Soli parallaxis tribuatur: mutatâ enim parallaxi, valor litteræ  $S$  præcisè in eadem ratione, in quâ cubus distantia  $a^3$ , mutabitur. Per leges enim motûs firmissimè stabilitas patebit quantitatem  $\frac{S}{a^3}$  à solo tempore periodico Terræ circa Solem determinari, cujus quantitas accuratiffimè eft definita. Quod ut clariùs appareat, consideremus planetam quemcunque circa Solem in orbitâ ellipticâ revolventem, cujus femiaxis tranfverfus feu distantia à Sole media fit  $=a$ , vis autem Solis abfoluta  $=S$ , erit tempus periodicum femper ut  $\frac{a\sqrt{a}}{\sqrt{S}}$ ; quòd fi igitur tempus periodicum fit  $=t$ , erit  $t$  ut  $\frac{a\sqrt{a}}{\sqrt{S}}$  &  $\frac{S}{a^3}$  uti  $\frac{1}{t^2}$ . Ad valorem autem fractionis  $\frac{S}{a^3}$  abfolutè inveniendum, exprimatür  $a$  in femidiametris Terræ, atque in minutis fecundis dato tempore periodico  $t$ , erit femper  $t = \frac{5064^{\frac{1}{2}} a\sqrt{a}}{\sqrt{S}}$ ; ex quo prodit  $\frac{S}{a^3} = \frac{5064^{\frac{1}{2}} \cdot 5064^{\frac{1}{2}}}{t^2}$ , pofitâ unitate cùm pro gravitate naturali, tùm pro una Terræ femidiametro. At fi tempus Terræ periodicum feu annus fidereus in minutis fecundis exponatur, fiet  $t = 31558164$ , atque  $\frac{S}{a^3} = 0,50723$  ped. pofitâ femidiametro Terræ per obfervationes exactiffimas 19695539 ped. Parif. Reg. omnino uti antè invenimus.

§. 41. Simili modo ex superiori æquatione elevatio aquæ à vi Lunæ oriunda determinabitur; pofitâ enim vi Lunæ abfolutâ  $=L$ , poni oportet  $S=L$ , ejuſque valor proximè

erit  $= \frac{1}{40}$ , quem à Newtono repertum tantisper retinebimus, quoad verus valor per alia Phænomena accuratiùs definiatur. Quoniam itaque Lunæ à Terrâ mediocris distantia est  $= 60\frac{1}{2}$  femid. Terræ, erit  $\frac{S}{a^3} = L. 88, 94 \text{ ped.} = 2, 223 \text{ ped.}$  &  $\frac{S}{a^4} = L. 1, 47 = 0, 037 \text{ ped.}$  Cùm autem Lunæ excentricitas sit quasi  $\frac{S}{100000}$ , erit dum Luna in perigæo versatur  $\frac{S}{a^3} = L. 104, 44 \text{ ped.} = 2, 611 \text{ ped.}$  &  $\frac{S}{a^4} = L. 1, 82 = 0, 045 \text{ pedum.}$  At si Luna fuerit in apogæo, prodibit  $\frac{S}{a^3} = L. 75, 74 \text{ ped.} = 1, 893 \text{ ped.}$  &  $\frac{S}{a^4} = L. 1, 19 = 0, 030 \text{ pedum.}$  Ex his igitur si Luna à Terrâ mediocriter distet, erit aquæ elevatio  $Aa = L. 90, 41 \text{ ped.} = 2, 260 \text{ ped.}$  elevatio autem  $Bb = L. 87, 47 \text{ ped.} = 2, 187 \text{ pedum}$  : ac depressio ad latera  $Dd = Ee = L. 44, 47 \text{ pedum} = 1, 112 \text{ ped.}$  Pro perigæo verò Lunæ fiet  $Aa = L. 106, 26 \text{ ped.} = 2, 656 \text{ pedum}$  ;  $Bb = L. 102, 62 \text{ ped.} = 2, 565 \text{ pedum}$  ; atque  $Dd = Ee = L. 52, 22 = 1, 305 \text{ pedum.}$  Pro apogæo denique Lunæ habebitur  $Aa = L. 76, 93 \text{ ped.} = 1, 923 \text{ pedum}$ , &  $Bb = L. 74, 55 \text{ ped.} = 1, 864 \text{ pedum}$ , atque  $Dd = Ee = L. 37, 87 \text{ ped.} = 0, 947 \text{ pedum.}$

§. 42. Tameſi autem hac methodo non difficulter tam elevatio Maris quàm depressio quæ vel à Sole vel Lunâ seorsum gignitur, sit determinata, si quidem omnia ad statum quietis redacta concipiantur ; tamen nimium foret difficile ejusdem methodi ope easdem res definire, si Sol & Luna conjunctim agant. Quamobrem aliam methodum exponamus, cujus usus pro utroque casu æquè pateat ; quæ cùm à priori penitus sit diversa, simul ea, quæ jam sunt eruta atque à Newtonianis diversa deprehensâ, maximè confirmabit. Petita verò est hæc altera methodus ex eâ æquilibrii proprietate, quâ requiritur, ut omnes columnæ aquæ à superficie Terræ ad centrum pertingentes sint inter se æquiponderantes. Existente igitur vel Sole vel Lunâ in  $S$ , FIG. VI. cujus vis absoluta ponatur  $= S$ , & distantia  $SC = a$ , sit  $AC$   
 Ll iij

columna aquea à superficie Terræ  $A$  ad centrum  $C$  usque pertingens, quæ altitudo  $AC$  sit  $=h$ . Ponatur anguli  $ACS$  cosinus  $=u$ , qui simul erit sinus altitudinis sub qua punctum  $S$  à spectatore in  $A$  constituto super horizonte elevatum conspicitur; sumaturque intervallum quodcunque  $CM=z$ , & consideretur totius columnæ elementum  $Mm=dz$ . Hoc igitur elementum primò à gravitate deorsum versùs  $C$  urgebitur, cujus effectus, cum intra Terram pro variis distantis non satis constet, ponatur dignitati cuicunque distantiarum à centro putà ipsi  $z^n$  proportionalis: mox enim planum fiet exponentem  $n$  nil omnino determinaciones esse turbaturum. Urgebitur ergo elementum  $Mm$  versùs centrum  $C$  vi  $=z^n dz$ ; ex quo totius columnæ  $AC$  nifus deorsum à gravitate oriundus, erit  $=\frac{h^{n+1}}{n+1}$ .

§. 43. Præterea autem elementum  $Mm=dz$  à vi  $S$  sollicitabitur duplici modo, altero deorsum in directione  $MC$ , altero in directione ad illam  $MC$  normali, quæ posterior vis, cum pondus columnæ nequaquam afficiat, tunc negligetur, solaque prior considerabitur. Demisso autem ex  $M$  in  $CS$  perpendiculo  $MP$ , positisque  $CP=x$  &  $PM=y$ , erit  $\sqrt{(x^2+y^2)}=z$ , &  $x=uz$  atque  $y=z\sqrt{(1-uu)}$ . At ex §.27. vis, quæ particula  $Mm$  deorsum sollicitatur, est  $=\frac{S(yy-2xx)}{a^3\sqrt{(xx+yy)}} + \frac{3Sx(3yy-2xx)}{2a^4\sqrt{(xx+yy)}} = \frac{Sz(1-3uu)}{a^3} + \frac{3Suz^2(3-5uu)}{2a^4}$ . Quæ expressio per  $dz$  multiplicata, tumque integrata factò  $z=h$ , præbebit totius columnæ  $AC$  nifum à vi  $S$  oriundum  $=\frac{Sh^2(1-3uu)}{2a^3} + \frac{Sh^3u(3-5uu)}{2a^4}$ . Quocirca totius columnæ  $AC$  nifus deorsum tendens erit  $=\frac{h^{n+1}}{n+1} + \frac{Sh^2(1-3uu)}{2a^3} + \frac{Sh^3u(3-5uu)}{2a^4}$ ; qui cum in omnibus columnis debeat esse idem, æquabitur conatui, quo columna æqualis semidiametro Terræ  $1$  in statu naturali à solâ gravitate deorsum nititur, quæ vis est  $=\frac{1}{n+1}$ . Hinc igitur sequens emergit æquatio,  $1 = h^{n+1}$



$$+ \frac{(n+1)Sh^2(1-3uu)}{2a^3} + \frac{(n+1)Sh^3u(3-\zeta uu)}{2a^4}; \text{ ex quâ elicitur}$$

tur  $h = 1 + \frac{S(3uu-1)}{2a^3} + \frac{Su(\zeta uu-3)}{2a^4}$ , quæ est ea ipsa expressio, quam supra §. 36. alterâ methodo invenimus.

§. 44. Agant nunc vires ambæ ad Solem Lunamque directæ conjunctim; ac primò quidem designet  $S$  Solis vim absolutam,  $a$  ejus distantiam à Terra, &  $u$  sinum anguli, quo Sol supra horizontem est elevatus. Deinde sit simili modo pro Luna  $L$  ejus vis absoluta,  $b$  ejus distantia à Terrâ, atque  $v$  sinus altitudinis Lunæ super horizonte. Ex his igitur columna aquea  $AC = h$  tam vi propriæ gravitatis quàm à viribus Solis ac

$$\text{Lunæ conjunctim in centrum } C \text{ urgebitur vi} = \frac{h^{n+1}}{n+1} + \frac{Sh^2(1-3uu)}{2a^3} + \frac{Lh^2(1-3vv)}{2b^3} + \frac{Sh^3u(3-\zeta uu)}{2a^4} + \frac{Lh^3v(3-\zeta vv)}{2b^4},$$

quæ æqualis esse debet vi  $\frac{1}{n+1}$ . Ex hac autem æquatione

$$\text{resultat } h = 1 + \frac{S(3uu-1)}{2a^3} + \frac{L(3vv-1)}{2b^3} + \frac{Su(\zeta uu-3)}{2a^4} + \frac{Lv(\zeta vv-3)}{2b^4}.$$

Quocirca aqua in  $A$  supra situm naturalem, quem à solâ gravitate sollicitata obtineret, à viribus Solis ac Lunæ conjunctim sollicitantibus, elevabitur per intervallum  $= \frac{S(3uu-1)}{2a^3} + \frac{L(3vv-1)}{2b^3} + \frac{Su(\zeta uu-3)}{2a^4} + \frac{Lv(\zeta vv-3)}{2b^4}$ , ex qua expressione status aquæ vel elevationis vel depressionis ubique terrarum cognoscetur.

§. 45. Hanc posteriorem viam secuti, non solum actiones Solis ac Lunæ commodè conjungere potuimus, sed etiam nunc nobis licebit motus vertiginis Terræ, & vis centrifugæ inde ortæ, rationem habere; id quod methodo priore opus fuisset insuperabile. Ponamus enim altitudinem columnæ naturalem  $AC$ , quam habitura esset à vi gravitatis & vi centrifugâ simul, seu quod eodem redit, in figurâ Terræ sphæroidicâ compressâ, esse  $= f$ , altitudinem autem quam habebit accedentibus viribus Solis ac Lunæ esse  $= h$ ; atque manifestum est quantitates  $f$  &  $h$  quàm mini-

mè ab 1 discrepare. Cùm igitur utriusque columnæ  $f$  &  $h$  idem debeat esse nifus deorsùm, columnæ autem  $f$  in quam

sola gravitas & vis centrifuga agunt nifus sit  $= \frac{f^{n+1}}{n+1} - \alpha ff$ ,

denotante  $\alpha$  quantitatem à vi centrifugâ in  $A$  pendentem,

columnæ verò  $h$  nifus sit  $= \frac{h^{n+1}}{n+1} - \alpha h^2 + \frac{S h^2 (1-3uu)}{2a^3}$

$+ \frac{L h^2 (1-3vv)}{2b^3} + \frac{S h^3 u (3-5uu)}{2a^4} + \frac{L h^3 v (3-5v^2)}{2b^4}$ ; erit æquali-

tate factâ  $f^{n+1} - (n+1) \alpha ff = h^{n+1} - (n+1) \alpha h^2 +$   
 $\frac{(n+1) S h^2 (1-3uu)}{2a^3} + \frac{(n+1) L h^2 (1-3vv)}{2b^3} + \frac{(n+1) S h^3 u (3-5uu)}{2a^4}$

$+ \frac{L h^3 v (3-5vv)}{2b^4}$ . Ponatur  $h = f + s$ , erit ob  $\alpha$  quantitatem ve-

hementer parvam,  $a$  verò &  $b$  maximas,  $0 = f^n s +$   
 $\frac{S f^2 (1-3uu)}{2a^3} + \frac{L f^2 (1-3vv)}{2b^3} - 2 \alpha f s + \frac{S f s (1-3uu)}{a^3} +$

$\frac{L f s (1-3vv)}{b^3} + \frac{S f^3 u (3-5uu)}{2a^4} + \frac{L f^3 v (3-5vv)}{2b^4}$ , neglectis

terminis in quibus  $s$  plures obtinet dimensiones, ob summam

ipsius  $s$  parvitatem respectu ipsius  $f$ . Hinc itaque fiet  $s =$   
 $\frac{S (3uu-1)}{2a^3} + \frac{L (3vv-1)}{2b^3} + \frac{S f u (5uu-3)}{2a^4} + \frac{L f v (5vv-3)}{2b^4}$

$$f^{n-2} - \frac{2\alpha}{f} + \frac{S(1-3uu)}{a^3 f} + \frac{L(1-3vv)}{b^3 f}.$$

Quòd si porrò ponatur femiaxis Terræ per polos transiens

$= 1$ , erit ob æquilibrium  $\frac{f^{n+1}}{n+1} - \alpha ff = \frac{x}{n+1}$  &  $f = 1 + \alpha$ ,

ex quo denominator præcedentis fractionis ab unitate quàm

minimè discrepabit; sub ipso enim æquatore est  $\alpha = \frac{1}{578}$ ,

ubi quidem est maximum: unde erit omnino ut antè eleva-

tio aquæ à viribus Solis ac Lunæ orta supra altitudinem na-

turalem  $s = \frac{S(3uu-1)}{2a^3} + \frac{L(3vv-1)}{2b^3} + \frac{S u (5uu-3)}{2a^4} + \frac{L v (5vv-3)}{2b^4}$ ;

discrimen enim quod revera aderit, sensus omnino effugiet,

pendebitque simul à valore exponentis  $n$ .

## CAPUT QUARTUM.

*De Fluxu ac Refluxu Maris si aqua omni inertia careret.*

§. 46. **Q**UÆ in capite præcedente sunt tradita respiciunt hypothesin assumptam, quâ Solem ac Lunam respectu Terræ perpetuò eundem situm tenere posuimus; ibique præcipuè statum æquilibrii, ad quem oceanus à viribus Solis & Lunæ perducatur, determinavimus. Longè aliter autem se res habet, si tam Luna & Sol quàm Terra in motum collocentur, quo casu ob perpetuam sitûs relativi mutationem nunquam æquilibrium adesse poterit; cùm enim tempore opus sit, quo data vis datum corpus ad motum perducatur, duplici modo status oceani assignatus à vero discrepabit. Namque primò aquâ quovis momento in eum æquilibrii situm, quem vires sollicitantes intendunt, pervenire non poterit, sed tantum ad eum appropinquabit continuò; deinde etiamsi in ipsum æquilibrii situm perveniat, in eo tamen non acquiescet, sed motu jam concepto ulterius feretur, uti ex naturâ motûs abundè constat. Hujus autem utriusque aberrationis ratio in inertia aquæ est posita, quâ fit ut aqua nec subito in eum situm se conferat, in quo cum viribus datur æquilibrium, nec cùm hunc æquilibrii situm atigerit, ibi quiescat. Quocirca ne difficultatum multitudinem obruamur, aquam omni inertia carentem assumamus, hoc est istius indolis, ut non solùm quovis momento se in statum æquilibrii subito recipiat, sed ibi etiam omnem motum insitum deponendo permaneat, quamdiu iste situs viribus sollicitantibus conveniat. Hac itaque factâ hypothesi, perspicuum est aquam quovis temporis momento in eo ipso statu fore constitutam, qui secundùm præcepta capitis præcedentis positioni cùm Solis tum Lunæ respondeat.

§. 47. Ut igitur in hac hypothesi, quâ Mare vis inertiae expers ponimus, pro quovis loco ad quodvis tempus statum Maris quàm commodissimè definiamus, primùm fo-

M m.

lam Lunam considerabimus, cum in eâ præcipua æstus Maris causa contineatur, atque tam Fluxus quam Refluxus Maris à transitu Lunæ per meridianum computari soleat: quòd si enim Lunæ effectus innotuerit, non solum Solis effectus quoque mutatis mutandis colligetur, sed etiam effectus, qui ab ambobus luminaribus simul agentibus proficiscitur. Propositus igitur sit Terræ locus quicumque, cujus in cælo Zenith sit  $Z$ , horizon  $HQO$  &  $P$  polus borealis, ita ut arcus  $PO$  sit hujus loci elevatio poli, & circulus  $PZHNO$  meridianus. Sit porro  $MLK$  parallelus æquatori, in quo Luna jam motu diurno circumferatur, atque hoc momento reperiat Luna in  $L$ ; eritque tempus, quo Luna vel ex  $L$  ad meridianum  $M$  appellet, vel vicissim à meridiano ad  $L$  pertigit, ut angulus  $MPL$ , sive hoc tempus se habeat ad tempus unius revolutionis Lunæ, quod est 24 horarum 48', uti se habet angulus  $MPL$  ad quatuor rectos. Sit igitur anguli  $MPL$  cosinus  $= t$ , sinus elevationis poli  $PO$  seu sinus arcus  $PZ = p$ , cosinus  $= P$ , ac sinus declinationis Lunæ borealis  $= Q$ , qui idem est sinus distantie Lunæ à polo  $PL$ , hujus verò ipsius arcus sinus sit  $= q$ , cui simul cosinus declinationis Lunæ æquatur, atque ob sinum totum constanter positum  $= 1$ , erit  $Q^2 + q^2 = 1$ . Cum jam in triangulo spherico  $ZPL$  dentur arcus  $PZ$  &  $PL$  cum angulo  $ZPL$ , reperietur per Trigonometriam sphericam arcus  $ZL$  cosinus  $= tpq + PQ$ , qui simul est sinus altitudinis Lunæ supra horizontem, quem antè posuimus  $= v$ . Ex quibus erit  $v = tpq + PQ$ , &  $3vv - 1 = 3(tpq + PQ)^2 - 1$ , atque  $5vv - 3 = 5(tpq + PQ)^2 - 3$ ; qui valores in formulis præcedentis capitis substituti præbebunt statum Maris, hoc est vel elevationem vel depressionem, pro loco proposito ad tempus assignatum.

§. 48. Quòd si ergo Lunæ vis absoluta ponatur  $= L$ , ejusque à Terra distantia  $= b$ , erit intervallum, quo aqua supra statum naturalem elevabitur,  $= \frac{L(3(tpq + PQ)^2 - 1)}{2b^3}$   
 $+ \frac{L(tpq + PQ)(5(tpq + PQ)^2 - 3)}{2b^4}$ , quæ expressio si fit ne-

gativa, indicat aquam infra statum naturalem esse depresso-  
sam. Ponamus Lunam super horizonte seu versùs austrum  
per meridianum transire, quo casu erit  $t = 1$ ; hoc igitur  
tempore aqua supra statum naturalem erit elevata intervallo

$$= \frac{L(3(pq + PQ)^2 - 1)}{2b^3} + \frac{L(pq + PQ)(5(pq + PQ)^2 - 3)}{2b^4}. \text{ Con-}$$

trà verò dum Luna sub horizonte vel versùs boream  
ad meridianum appellit, fiet elevatio aquæ supra statum

$$\text{naturalem per intervallum} = \frac{L(3(PQ - pq)^2 - 1)}{2b^3} +$$

$$\frac{L(PQ - pq)(5(PQ - pq)^2 - 3)}{2b^4}, \text{ quoniam hoc casu sit } t = -1.$$

Tempore autem intermedio inter binos hos appulsus ad  
meridianum loci propositi, seu eo tempore quo angulus  
 $ZPL$  fit rectus, hoc est 6 horis 12' vel ante vel post tran-  
situm per meridianum ob  $t = 0$ , erit intervallum, quo

$$\text{aqua elevabitur,} = \frac{L(3P^2Q^2 - 1)}{2b^3} + \frac{LPQ(5P^2Q^2 - 3)}{2b^4}; \text{ quæ ex-}$$

pressio semper est negativa, ideoque indicat aquam infra  
statum naturalem consistere. Namque cum  $P$  ubique sit mi-  
nor unitate nisi sub ipsis polis, ac declinatio Lunæ nun-  
quam ad  $30^\circ$  assurgere possit, ex quo  $Q < \frac{1}{2}$  &  $QQ < \frac{1}{4}$ ,  
erit  $3P^2Q^2$  perpetuò unitate minor; ideoque illa expressio  
negativa.

§. 49. De ratione autem elevationis aquæ in genere ju-  
dicari licebit ex formulâ

$$\frac{L(3vv - 1)}{2b^3} + \frac{Lv(5vv - 3)}{2b^4}, \text{ seu}$$

cum posterior terminus vix sit sensibilis, ex solo priore  
 $\frac{L(3vv - 1)}{2b^3}$ . Ex hac autem expressione intelligitur aquæ

elevationem à sola elongatione Lunæ ab horizonte pen-  
dere, sive Luna sit super sive sub horizonte, retinet  
enim  $3vv - 1$  eundem valorem sive  $v$  sit affirmativum  
sive negativum. Deinde quia sit  $3vv - 1 = 0$  si Luna ab  
horizonte distet arcu  $35^\circ 16'$ , tum aqua in ipso statu natu-  
rali erit constituta, neque elevata neque depresso. Eleva-  
bitur ergo aqua, cum Luna ultra  $35^\circ 16'$  vel supra vel infra:

M m ij

horizontem versetur, è contrario autem deprimetur quando Lunæ ab horizonte distantia minor est quàm  $35^{\circ} 16'$ . Omnino autem aqua maximè erit depressa dum Luna ipsum horizontem occupat, hocque tempore infra situm naturalem subsidet intervallo  $\frac{L}{2b^3} = 1, 111$  pedum (§. 41.);

atque de hoc situ elevabitur recedente Lunâ ab horizonte five super five sub Terra. Hinc iis in regionibus, in quibus Luna oritur & occidit, tempore 24 hor. 48' Mare bis maximè erit depressa, bisque elevata; status scilicet depressionis incidet in appulsus Lunæ ad horizontem, status autem elevationis in appulsus Lunæ ad meridianum. At quibus in regionibus Luna nec oritur nec occidit, quoniam ibi Luna altero appulsu ad meridianum maximè, altero minimè ab horizonte distat, spatio 24 h. 48' aqua semel tantum elevabitur, semelque deprimetur: sub ipsis autem polis æstus Maris omnino erit nullus, diurnus scilicet; nam variatio declinationis sola statum Maris turbabit.

§. 50. Cùm igitur sub polis Terræ nullus sit Fluxus ac Refluxus Maris, sed aqua tantum aliquantulum ascendat descendatque, prout Luna vel magis ab æquatore recedit vel ad eum accedit; videamus etiam quomodo æstus Maris in aliis Terræ regionibus secundum nostram hypothesein debeat esse comparatus. Considerabimus autem præcipuè tres regiones, quarum prima posita sit sub ipso æquatore, secunda habeat elevationem poli 30 graduum, tertia verò 60 graduum. Quia igitur in his omnibus regionibus Luna oritur atque occidit, maxima depressio aquæ ubique erit eadem, scilicet per intervallum  $\frac{L}{2b^3}$  infra situm naturalem; eaque continget bis, quando nimirum Luna in ipso horizonte versatur. Ab hoc itaque statu maximæ depressionis elevationes Maris indicabimus & computabimus, spatiis assignandis, per quæ aqua attolletur dum Luna vel supra horizontem in *M* vel infra in *K* ad meridianum appellit, itemque dum ab utroque meridiano æqualiter distat, qui

locus sit *L* existente angulo *MPL* recto. Præterea tres quoque Lunæ situs in sua orbita contemplabimur, quorum primus sit, cùm Luna in ipso æquatore versatur, secundus cùm Luna habet declinationem borealem 20 graduum, tertius verò cùm Luna declinationem habet australem pariter 20 graduum. Denique in tabella sequente adscripsimus quantitatem anguli *MPQ*, ex quo tempus tam ortûs quàm occasûs Lunæ, quo aqua maximè est depressa, atque elevatio existit nulla, innotescit.

*In locis sub Æquatore sitis, est elevatio Maris, dum Luna versatur in*

	<i>M</i>	<i>L</i>	<i>K</i>	<i>ang. MPQ.</i>
Declinatio 0°	$\frac{3L}{2b^3} + \frac{2L}{2b^4}$	0	$\frac{3L}{2b^3} - \frac{2L}{2b^4}$	90°, 0'
Decl. boreal. 20°	$\frac{2,649L}{2b^3} + \frac{1,549L}{2b^4}$	0	$\frac{2,649L}{2b^3} - \frac{1,549L}{2b^4}$	90°, 0'
Decl. austr. 20°	$\frac{2,649L}{2b^3} + \frac{1,549L}{2b^4}$	0	$\frac{2,649L}{2b^3} - \frac{1,549L}{2b^4}$	90°, 0'

*Sub elevatione Poli 30°, erit Maris elevatio*

Declinatio 0°	$\frac{2,250L}{2b^3} + \frac{1,082L}{2b^4}$	0	$\frac{2,250L}{2b^3} - \frac{1,082L}{2b^4}$	90°, 0'
Decl. boreal. 20°	$\frac{2,909L}{2b^3} + \frac{1,880L}{2b^4}$	$\frac{0,087L}{2b^3} - \frac{0,156L}{2b^4}$	$\frac{1,239L}{2b^3} - \frac{0,154L}{2b^4}$	102°, 8'
Decl. austr. 20°	$\frac{1,239L}{2b^3} + \frac{0,154L}{2b^4}$	$\frac{0,087L}{2b^3} + \frac{0,156L}{2b^4}$	$\frac{2,909L}{2b^3} - \frac{1,880L}{2b^4}$	77°, 52'

*Sub elevatione Poli 60°, erit Maris elevatio*

Declinatio 0°	$\frac{0,740L}{2b^3} - \frac{0,125L}{2b^4}$	0	$\frac{0,740L}{2b^3} + \frac{0,125L}{2b^4}$	90°, 0'
Decl. boreal. 20°	$\frac{1,760L}{2b^3} + \frac{0,582L}{2b^4}$	$\frac{0,263L}{2b^3} - \frac{0,514L}{2b^4}$	$\frac{0,092L}{2b^3} + \frac{0,158L}{2b^4}$	129°, 5'
Decl. austr. 20°	$\frac{0,092L}{2b^3} - \frac{0,158L}{2b^4}$	$\frac{0,263L}{2b^3} + \frac{0,514L}{2b^4}$	$\frac{1,760L}{2b^3} - \frac{0,582L}{2b^4}$	50°, 55'

§. 51. Si quis jam ex hac tabulâ elevationem Maris supra statum maximæ depressionis in mensuris cognitis desi-

M m iij

nire voluerit, is loco fractionum  $\frac{L}{b^3}$  &  $\frac{L}{b^4}$  earum valores in pedibus Parisinis ex §. 41. substituatur, habitâ ratione distantiae Lunæ à Terrâ, prout ibidem est expositum. Consequuntur autem ex hac tabulâ multa egregia consuetaria, quæ verò nondum summo cum rigore ad experientiam examinari possunt, etiamsi jam insignis convenientia deprehendatur. Aquam enim adhuc omnis inertia expertent ponimus, perspicuum autem est, si aquæ inertia tribuatur, tum diversa omnino Phænomena oriri oportere. Quod si igitur hi assignati effectus jam cum observationibus planè consentirent, id potius theoriam everteret quàm confirmaret, cum aquam extra statum suum naturalem simus contemplati. Interim tamen satis tutò jam status Maris sub ipsis polis poterit definiri, qui etsi ad experientiam examinari non potest, tamen ipsâ ratione confirmabitur. Ac primò quidem sub polis nulla erit Maris mutatio diurna, cum Luna per totum diem eandem teneat ab horizonte distantiam, id quod ipsa quoque ratio dicitur, quia ibi non datur meridianus, à cuius appulsu æstus Maris alibi æstimari solet. Dabitur tamen his locis mutatio menstrua, atque aqua maximè erit humilis cum Luna in ipso æquatore versatur, quo quippe tempore perpetuò horizontem occupabit. Hinc porrò aqua sensim elevabitur prout Lunæ declinatio sive versùs boream sive versùs austrum augetur, donec tandem si declinatio fit maxima, per spatium 10 pollicum tantum eleuetur; quæ mutatio cum sit perquam lenta, ab inertia aquæ vix turbabitur.

§. 52. Ex his verò iisdem formulis effectus à Sole oriundus non difficulter colligetur; tantum enim quantitates  $S$  &  $a$ , loco  $L$  &  $b$  substitui oportet, quo factò effectus Solis circiter quater minor reperietur quàm is qui à Lunâ oritur. Seorsim autem cum Solis tum Lunæ effectibus definitis, per conjunctionem simplicem effectus, quem amboluminaria conjunctim producant, determinabitur. Ponamus itaque primò Solem Lunamque in conjunctione versari,



id quod fit tempore novilunii ; tum igitur neglectâ Lunæ latitudine, Sol & Luna in eodem eclipticæ loco versabuntur, atque simul ad meridianum æquæ ac ad horizontem appellent. Quocirca manentibus superioribus denominationibus, erit quoque Solis declinationis sinus =  $Q$ , cosinus =  $q$ , ac pro angulo  $MPL$  cujus cosinus est =  $t$ , erit sinus altitudinis Solis pariter uti Lunæ =  $tpq + PQ$ . Ex quo dum ambo luminaria per meridianum versùs austrum transeunt, aquæ elevatio, quæ tum erit maxima, altitudinem naturalem superabit intervallo =  $\left(\frac{S}{2a^3} + \frac{L}{2b^3}\right) \left(3(pq + PQ)^2 - 1\right) + \frac{L(pq + PQ)}{2b^4} \left(5(pq + PQ)^2 - 3\right)$ , neglecto altero termino à vi Solis oriundo, cum sensus omnino effugiat. At dum ambo luminaria infra horizontem ad meridianum pertingunt, erit elevatio aquæ =  $\left(\frac{S}{2a^3} + \frac{L}{2b^3}\right) \left(3(PQ - pq)^2 - 1\right) + \frac{L(PQ - pq)}{2b^4} \left(5(PQ - pq)^2 - 3\right)$ . Maxima denique aquæ depressio incidet, quando luminaria vel oriuntur vel occidunt, eaque minor erit quàm altitudo aquæ naturalis intervallo =  $\frac{S}{2a^3} + \frac{L}{2b^3}$ . Cùm igitur  $\frac{S}{2a^3}$  sit circiter subquadruplum ipsius  $\frac{L}{2b^3}$ , in novilunio omnes effectus Lunæ suprâ recensiti quartâ sui parte augebuntur.

§. 53. In plenilunio omnia eodem se habere modoprehenduntur, quo in novilunio, quia enim tum Sol & Luna in oppositione versantur, erit declinatio Solis æqualis & contraria declinationi Lunæ, unde quidem pro Sole fit  $-Q$ , quod in novilunio erat  $+Q$ ; at cùm Sol secundùm ascensionem rectam à Lunâ distet  $180^\circ$ , erit hoc casu  $-t$ , quod antè erat  $+t$ , ex quo pro plenilunio habetur sinus altitudinis Solis =  $-tpq - PQ$ , qui pro novilunio erat =  $tpq + PQ$ , ex quo quadratum hujus sinûs utroque casu est idem, ideoque etiam eadem Phænomena in novilunio atque plenilunio. Deinde etiam hoc tempore

aqua maximè deprimetur, cùm luminaria ambo in horizonte versantur, tumque aqua humilior erit quàm in statu naturali intervallo  $= \frac{S}{2a^3} + \frac{L}{2b^3}$ . Ex hoc itaque situ donec Luna ad meridianum supra Terram appellit, aqua elevabitur per intervallum  $= 3(PQ + pq)^2 \left( \frac{S}{2a^3} + \frac{L}{2b^3} \right)$ , tantoque iterum subsidet usque ad Lunæ obitum; tum verò rursus elevabitur usque ad appulsum Lunæ ad meridianum infra horizontem, idque per spatium  $3(PQ - pq)^2 \left( \frac{S}{2a^3} + \frac{L}{2b^3} \right)$ , neglecto termino sequente quippe ferè insensibili. Cùm igitur sint  $PQ + pq$  &  $PQ - pq$  sinus distantiae Lunæ ab horizonte dum in meridiano versatur, erunt spatia per quæ aqua tempore pleniluniorum ac noviluniorum supra statum maximè depresso elevatur, in ratione duplicata sinuum distantiarum Lunæ ab horizonte, dum per meridianum transit. Nisi ergo vel Luna in ipso æquatore existat, vel Terræ locus sub æquatore sit situs, Fluxus Maris diurni ac nocturni erunt inæquales; luminaribus autem in æquatore extantibus, utraque aquæ elevatio fiet per spatium  $= 3pp \left( \frac{S}{2a^3} + \frac{L}{2b^3} \right)$ .

S. 54. Ut nunc in effectus, quos Sol & Luna in quadraturis siti conjunctim producant, inquiramus; ponamus, ne calculus nimium fiat prolixus, Solem in ipso æquatore versari, quoniam tum plerumque minimus æstus observatur. Hoc itaque casu Solis declinatio erit nulla, Lunæ verò maxima, quam neglectâ latitudine assumamus  $23^\circ 29'$ , cujus sinus sit  $= Q$ , cosinus  $= q$ , positâ hac declinatione boreali. Jam ponamus Lunam in meridiano in  $M$  versari, quo tempore Sol erit in horizonte; unde cùm aqua supra statum naturalem elevetur à Lunâ intervallo  $\frac{L(3(pq + PQ)^2 - 1)}{2b^3}$ , à Sole verò deprimatur intervallo  $\frac{S}{2a^3}$ , ab utrâque vi conjunctim elevabitur per spatium  $\frac{L(3(pq + PQ)^2 - 1)}{2b^3} - \frac{S}{2a^3}$ : at

dum.

dum Luna sub horizonte ad meridianum appellit, aqua elevabitur per spatium  $\frac{L(3(PQ-pq)^2-1)}{2b^3} - \frac{S}{2a^3}$ . Sumatur inter has ambas elevationes inæquales more solito medium, eritque elevatio aquæ media hac quadraturâ eveniens  $= \frac{L(3p^2q^2+3P^2Q^2-1)}{2b^3} - \frac{S}{2a^3}$ . Refluxus verò continget, cùm Luna horizontem attinget, quo tempore Sol in meridiano proximè versabitur, ex quo depressio totalis aquæ in Refluxu infra statum naturalem proximè erit  $= \frac{L}{2b^3} - \frac{S(3pp-1)}{2a^3}$ : quare à Fluxu usque ad subsequenter Refluxum aqua subsidet per intervallum  $= \frac{3L(p^2q^2+P^2Q^2)}{2b^3} - \frac{3Spp}{2a^3}$ .

§. 55. Quamvis motus Maris hoc modo assignatus ab inertîâ aquæ multum immutetur, tamen quia eandem ferè mutationem tam majoribus æstibus quàm minoribus infert, satis tutò assumere posse videmur spatia, per quæ aqua circa æquinoctia cùm tempore plenilunii sive novilunii, tùm etiam tempore quadraturarum actu ascendit, expressionibus inventis esse proportionalia. Quamobrem si in dato Terræ loco ex pluribus observationibus determinetur spatium medium, per quod Mare à Refluxu ad Fluxum ascendit, tempore æquinoctiorum, tam in pleniluniis noviluniisve quàm in quadraturis, eorum ratio ad eam quæ ex formulis consequitur, proximè accedere debet. Atque hinc ex definitâ hac ratione per observationes ratio poterit inventi inter vires Solis & Lunæ absolutas  $S$  &  $L$ , quæ est ipsa via quâ Newtonus est usus ad vim Lunæ absolutam definiendam, cùm vis Solis sit cognita: quod negotium, cùm à Newtono non satis accuratè sit pertractatum, nos id ex istis principiis expediemus. Exprimat igitur  $m : n$  rationem intervallorum eorum, per quæ Oceanus in dato Terræ loco, cum in syzygiis luminarium quàm quadraturis tempore æquinoctiorum, ascendendo descendendoque oscillatur; eritque  $m : n = 3pp \left( \frac{S}{2a^3} + \frac{L}{2b^3} \right) : \frac{3L(p^2q^2+P^2Q^2)}{2b^3}$ .

N n

—  $\frac{3SpP}{2a^3}$ ; ex qua elicitur ista proportio  $m \left( q^2 + \frac{P^2 Q^2}{p^2} \right) = n$ ;  
 $m + n = \frac{S}{a^3} : \frac{L}{b^3}$ ; ex qua cùm data sit vis à Sole orta  $\frac{S}{a^3}$ ,  
 deducetur vis à Lunâ oriunda  $\frac{L}{b^3}$  faltem proximè. Insti-  
 tuamus calculum pro observationibus in Portu Gratiaë  
 ( *Havre de Graces* ) factis, ex quibus diligenter inter se col-  
 latis pro ratione  $m : n$  prodit ista 17 : 11. Cùm igitur hujus  
 loci elevatio poli sit circiter  $50^\circ$ , erit  $P = \sin. 50^\circ$ , &  $Q = \sin.$   
 $23^\circ, 29'$ ; hincque  $qq + \frac{P^2 Q^2}{pP} = 1,0668$ : ex quo prodibit  
 $\frac{S}{a^3} : \frac{L}{b^3} = 7,1356 : 28$ ; ita ut vis Lunæ  $\frac{L}{b^3}$  sit ferè quadrupla  
 vis Solis  $\frac{S}{a^3}$ , uti jam Newtonus ex aliis observationibus  
 conclusit : atque hanc ob rem ipsius determinationem vis  
 Lunæ absolutæ  $L$  retinuimus.

§. 56. Si hæc, quæ de combinatione virium Lunam Solem-  
 que respicientibus sunt allata, attentius considerentur, mox  
 patebit maximos ætus menstruos in novilunia ac plenilunia  
 incidere debere ; his enim temporibus tam elevatio aquæ  
 quàm depressio à Luna oriunda à vi Solis maximè adju-  
 vatur, cùm eodem tempore, quo Luna aquam maximè  
 vel elevat vel deprimit, simul quoque Solis vis aquam  
 maximè vel elevet vel deprimat. In quadraturis autem hæ  
 duæ vires ferè perpetuò dissentiant, ac dum Luna aquam  
 maximè vel elevat vel deprimit, eodem tempore Sol con-  
 trarium exerit effectum, aquamque maximè vel deprimit  
 vel elevat, ex quo minimum discrimen inter quemque Flu-  
 xum ac subsequenter Reflexum observabitur, ætusque  
 erunt minimi. Quamobrem circa alias Lunæ phases ætus  
 Maris medium teneat inter maximum minimumque ne-  
 cesse est, quia tum vires Solis ac Lunæ nec omnino con-  
 spirant, nec sibi invicem adversantur. Per totum autem  
 annum quibus noviluniis pleniluniisque maximus eveniat  
 ætus, quibusque quadraturis minimus ætus respondeat,  
 absolute sine respectu ad situm loci habito definiri nequit.

Sub æquatore quidem ubi Luna, cùm est in æquatore, maximâ vi gaudet, dubium est nullum, quin æstus maximi in æquinoctia incidat, quando ambo luminaria in æquatore sunt posita, quæ eadem proprietas etiam in loca ab æquatore non multum distita competit : at in locis ab æquatore magis remotis æstus Maris, cùm Luna maximam habet declinationem, dantur quidem majores ex Tabula §. 50, verùm æstus mox subsequentes multo sunt minores. Quòd si autem inter binos æstus à Lunâ oriundos consequentes medium capiatur, patebit in regionibus 30°. ab æquatore remotis, quibus æstus est  $\frac{2,250}{2 b^3} L$  si Lunæ declinatio sit nulla, æstum Maris medium, cùm Luna habet declinationem 20 graduum, fore  $= \frac{2,074}{2 b^3} L$ , ideoque adhuc minorem quàm cùm Luna æquatorem tenet. Contrà verò sub elevatione poli 60 graduum, est æstus Maris, Lunâ versante in æquatore,  $= \frac{0,740}{2 b^3} L$ , æstus autem mediùs, cùm Lunæ declinatio est 20°, est  $= \frac{0,926}{2 b^3} L$ , ideoque major. Ex quo consequitur in regionibus polis vicinioribus æstus maximos, non in æquinoctia, sed potius circa solstitia, incidere debere, quâ quidem in re theoria nostra per experientiam mirificè confirmatur.

## C A P U T Q U I N T U M.

*De tempore Fluxûs ac Refluxûs Maris in eadem hypothesi.*

§. 57. **Q**UANTUM in præcedente capite, quo in quantitate æstus Maris præcipuè inquisivimus, etiam tempora, quibus tam Fluxus quàm Refluxus eveniat, jam indicavimus; tamen hoc capite istud argumentum fusiùs atque ad observationes accommodatè persequemur. Observationes enim, quæ circa æstum Maris institui solent, ad tria genera commodissimè referuntur; ad quorum pri-

N n ij

num pertinet Maris cùm elevatio maxima tùm maxima depressio, atque indicatur quantum quovis æstu aqua cùm ascendat tùm descendat. Ad secundum observationum genus numerari convenit eas, quæ ad tempus respiciunt, quibusque definitur, quoniam temporis momento ubivis terrarum aqua cùm summam teneat altitudinem tùm minimam. Tertium denique genus observationum ad ipsum motum Maris reciprocum spectat, iisque determinatur quantâ celeritate quovis temporis momento alterna Maris elevatio ac depressio absolvatur, sive momentanea mutatio, dum Mare à Fluxu ad Refluxum transit & vicissim, investigatur. Quibus tribus rebus cùm observationes convenientissimè instituantur, iisdem theoria atque explicatio phænomenorum commodissimè tractabitur. Ac primæ quidem & tertiæ partî pro nostrâ hypothesi in præcedentibus capitibus abundè satisfactum videtur.

§. 58. Quoniam autem à Maris inertîâ aliisque circumstantiis Maris motum turbantibus omnes cogitationes adhuc abstrahimus, manifestum est ubique terrarum, si sola Lunæ vis Mare agigaret, aquam maximè elevari debere cùm Luna ab horizonte longissimè fuerit remota, hoc est iis ipsis momentis quibus Luna per meridianum dati loci tam supra quàm infra Terram transit: sunt enim elevationes aquæ in duplicatâ ratione sinuum distantiarum Lunæ ab horizonte, ex quo simul successiva Maris commotio cognoscitur. Excipiuntur autem hinc, ut jam notavimus, loca polis Terræ proxima, quibus Luna vel non oritur vel non occidit; ibi enim altero Lunæ ad meridianum appulsu aqua debet esse summa, altero ima. Verùm de his locis non admodum erimus solliciti; cùm tam observationes sufficientes, quibus theoria proberetur, deficient; quàm ipse Maris motus indicatus rationi sit consentaneus, neque confirmatione indigeat. In Terræ locis ergo à polis satis remotis seu extra circulos polares sitis, quibus Luna intervallo 24 h. 48' tam oritur quàm obit, elevabitur Mare eodem temporis intervallo bis, totiesque deprimetur; atque

utraque maxima Maris altitudo continget, cùm Luna ad meridianum illius loci pervenit, minima verò cùm Luna horizontem attingit. Hinc igitur temporis intervallum inter binos aquæ Fluxus seu summas elevationes interjectum constanter erit 12 h. 24', ab anomaliis Lunæ mentem abstrahendo ; at tempus summæ depressionis, cùm respondeat appulsui Lunæ ad horizontem, inter binas elevationes æqualiter non interjacebit, sed alteri elevationi eò erit propius, quò major fuerit cùm loci propositi elevatio poli tum Lunæ declinatio, hoc est quò majus fuerit discrimen inter ortum obitumve Lunæ & circulum horarium sextum.

§. 59. Sed jungamus cum Lunâ vim Solis, ut nostræ conclusiones magis ad observationes perducantur. Ac primò quidem manifestum est tempore tam novilunii quàm plenilunii aquam maximè fore elevatam, quando Luna per meridianum loci transit, quippe quo momento etiam Sol ad eundem meridianum appellit, si quidem syzygia ipso meridie vel mediâ nocte celebratur. Quamobrem si novilunium pleniluniumve in ipsum meridiem incidat, ipso quoque meridiei momento maxima habebitur aquæ elevatio ; pariterque si id eveniat mediâ nocte, eodem ipso momento aqua maximam obtinebit elevationem. Verùm si conjunctio vel oppositio luminarium meridiem vel præcedat vel sequatur, tum Fluxus non in ipsum meridiem incidet, sed vel tardiùs vel citiùs veniet, quia Luna his casibus tantquam primaria æstûs causa vel post vel ante meridiem ad meridianum pertingit. Atque hinc eo die, in quem sive plenilunium sive novilunium incidit, facilè poterit definiri acceleratio vel retardatio Fluxûs respectu meridiei. Ponamus enim novilunium seu plenilunium celebrari  $n$  horis ante meridiem, unde cùm motus Lunæ mediis à Sole diurnus sit  $12^\circ$  circiter, ipso meridie Luna à meridiano jam distabit angulo horario  $\frac{n}{2}$  grad. versùs ortum, ex quo Luna post meridiem demum per meridianum transibit, elapsis  $\frac{n}{30}$  horis seu  $2n$  minutis primis. Sin autem novilunium ple-

N n iij

niluniumve accidat  $n$  horis post meridiem, tum Maris maxima elevatio  $2n$  minutis ante meridiem eveniet. Hæc autem momenta accuratissimè cognoscentur, si ad singulos dies transitus Lunæ per meridianum computentur; ac præterea tam ortus quàm occasus notetur, quippe quibus momenti maxima aquæ depressio respondet; majorem autem hujusmodi tabula afferet utilitatem, si insuper quovis die distantia Lunæ à Terrâ indicetur, quippe à quâ Lunæ effectus præcipuè pendet.

§. 60. Congruunt hæc jam apprimè cum observationibus, quibus constat, diebus novilunii vel plenilunii æstum Maris accelerari si novilunium pleniluniumve post meridiem accidat, contrà verò retardari. Quamvis enim ob aquæ inertiam maxima Maris elevatio non respondeat appulsui Lunæ ad meridianum, sed tardiùs eveniat, uti post docetur, tamen similibus casibus æqualiter retardabitur; pro termino igitur fixo, si ad observationes respiciatur, non sumi debet momentum meridiei, sed id momentum, quo si Lunæ cum Sole conjunctio vel oppositio in ipsum meridiem incidit, summa aquæ elevatio observatur. Hoc igitur momento notato, uti ab iis qui hujusmodi observationes instituunt fieri solet, si plenilunium noviluniumve vel ante vel post meridiem incidat, summa Maris elevatio vel tardiùs vel citiùs continget: & quidem si syzygia vera  $n$  horis vel ante meridiem eveniat vel post, tum Fluxus  $2n$  minutis vel tardiùs vel citiùs observari debet. Atque hæc est ea ipsa regula quam Celeb. Cassini in Mem. Academiæ Regiæ pro An. 1710, ex quamplurimis observationibus inter se comparatis derivavit; jubet scilicet numerum horarum, quibus conjunctio sive oppositio luminarium verum meridiem vel præcedit vel sequitur, duplicari, totidemque minuta prima ad tempus medium notatum, quo Fluxus evenire solet, vel addi vel ab eo subtrahi, quo verum Fluxus momentum obtineatur. Quoniam autem hæc correctio nititur motu Lunæ medio, perspicuum est eam correctione ulteriori opus habere à vero Lunæ



motu petitâ , quæ verò plerumque erit insensibilis , cùm summa aquæ elevatio non subito adfit , sed per tempus satis notabile duret.

§. 61. Nisi autem luminaria proxima sint vel conjunctioni vel oppositioni , maxima Maris elevatio non in ipsum Lunæ transitum per meridianum incidet. Quoniam enim Luna dum prope meridianum versatur , per aliquod tempus eandem altitudinem conservat , tantisper etiam Mare eandem elevationem retinebit ; & hanc ob rem si Sol interea sensibilibiter vel ab horizonte recedat , vel ad eundem accedat , vis Solis ad Mare elevandum vel crescet sensibilibiter , vel decrescet ; ex quo dum Luna prope meridianum existit , fieri potest , ut tamen mare etiamnum elevetur , vel adeò jam deprimatur à Sole. Ex his igitur perspicuum est summam Maris altitudinem tardiùs seu post transitum Lunæ per meridianum accidere debere , si eo tempore Sol ab horizonte recedat , id quod evenit diebus novilunium & plenilunium præcedentibus. Contrà autem si Luna post Solem per meridianum transeat , idque vel ante Solis ortum vel ante occasum ; tum , quia Mare in transitu Lunæ per meridianum à vi Solis jam deprimitur , maximam habuit altitudinem ante appulsum Lunæ ad meridianum , id quod contingit diebus novilunium pleniluniumve sequentibus. Quando autem Sol ipsum horizontem occupat , dum Luna in meridiano versatur , tum etiamsi distantia Solis horizonte perquam sit mutabilis , tamen cùm elevationis vis quadrato sinûs altitudinis Solis sit proportionalis , quod omnino evanescit , etiam hoc casu maxima aquæ elevatio in ipsum Lunæ per meridianum transitum incidet , hicque casus circa quadraturas luminarium locum habet.

§. 62. Ut igitur innotescat , quantum vires cùm Solis tum Lunæ ad Mare elevandum dato tempore vel crescant vel decrescant , dum ab horizonte aliquantillum vel recedunt , vel ad eundem accedunt , ponamus Solem Lunamve in *L* versari , atque inde ad punctum meridiani *M* progredi. Tempusculo ergo per angulum  $LPl = d\theta$  representato

FIG. VII

progredietur Luna vel Sol ex  $L$  in  $l$  atque ab horizonte removebitur intervallo  $Lh$ : ad quod inveniendum sit ut antè anguli  $MPL$  cosinus  $=t$ , & sinus  $=T$ , eritque ipse angulus  $LPl = d\theta = \frac{+dt}{\sqrt{(1-t^2)}} = \frac{dt}{T}$ , ex quo orietur anguli

$MPL$  cosinus  $=t + dt = t + T d\theta$ . Si jam ponatur sinus elevationis poli  $=P$ , sinus declinationis borealis puncti  $L = Q$ , nam si declinatio sit australis, sinus  $Q$  sumi debet negativè, cosinus verò respondententes sint  $p$  &  $q$ , reperietur sinus altitudinis  $L$  supra horizontem  $=v = tpq + PQ$ : punctique  $l$  sinus altitudinis  $v + dv = tpq + PQ + Tpq d\theta$ . Quocirca si Luna ponatur in  $L$ , cùm ejus vis ad Mare attollendum sit  $= \frac{L(3vv-1)}{2b^3}$ , erit hujus

vis incrementum tempuscule  $d\theta$  ortum  $= \frac{3Lv dv}{b^3} = \frac{3L(tpq + PQ)Tpq d\theta}{b^3}$ . At si Sol ponatur in  $L$ , ejus vis ad

Mare elevandum tempuscule  $d\theta$  capiet incrementum  $= \frac{3S(tpq + PQ)Tpq d\theta}{a^3}$ . Quamvis autem pro Sole & Lunâ

eidem angulo  $d\theta$  non æqualia tempora respondeant, tamen quia ea proximè ad rationem æqualitatis accedunt, sunt enim ut  $24$  ad  $24\frac{3}{4}$  seu ut  $32$  ad  $33$ , sine sensibili errore pro æqualibus haberi poterunt. Interim tamen si res accuratè definiri debeat, & vis Solis incrementum angulo  $d\theta$  acquisitum sit  $= \frac{3S(tpq + PQ)Tpq d\theta}{a^3}$ , erit vis Lunæ incrementum eodem tempuscule acceptum  $= \frac{32L(tpq + PQ)Tpq d\theta}{11b^3}$ .

Ex his intelligitur hæc incrementa tribus casibus evanescere, quorum primus evenit sub polis, quia ibi est  $p=0$ ; secundus, si punctum  $L$  in meridiano sit situm, tum enim sit  $T=0$ ; tertius denique locum habet, si punctum  $L$  in horizonte existat, ubi est  $tpq + PQ=0$ .

§. 63. Ponamus nunc Solem in  $L$  versari ac Lunam per meridianum jam transiisse, hocque momento maximè aquam esse elevatam; jam enim ostendimus dum Sol ab horizonte recedit, aquam summam incidere post transitum Lunæ per meridianum.

meridianum. Hoc ergo momento necesse est, ut decrementum vis Lunæ, quod tempusculo  $d\theta$  patitur, æquale sit incremento vis Solis eodem tempore accepto. Sit igitur anguli horarii ad polum sumti quo Luna jam à meridiano recessit, cosinus  $=n$ , sinus  $=N$ , atque sit Lunæ declinationis borealis sinus  $=R$ , cosinus  $=r$ , ex quibus orietur decrementum vis Lunæ tempusculo  $d\theta$  ortum  $=====$

$$\frac{3L(npr+PR)Npr d\theta}{b^2}, \text{ quod cùm æquale esse debeat incremento vis Solis eodem tempusculo nato } = \frac{3S(tpq+PQ)Tpd\theta}{a^3},$$

denotante  $Q$  sinum declinationis borealis Solis, &  $q$  ejus cosinum, habebitur hæc æquatio  $\frac{L(npr+PR)Nr}{b^3} = \frac{S(tpq+PQ)Tq}{a^3}$ ,

neglectâ fractione  $\frac{3}{33}$ , per quam incrementum vis Lunæ multiplicari deberet. Quoniam autem Luna à meridiano non procul distabit, poni poterit  $n=1$ , atque cùm sit proximè  $\frac{L}{b^3} = \frac{4S}{a^3}$ ,

$$\text{obtinebitur iste valor } N = \frac{Tq(tpq+PQ)}{4r(pr+PR)};$$

qui in tempus conversus dabit temporis spatium, quo aqua post transitum Lunæ per meridianum maximam altitudinem attingit. Sub æquatore ergo erit  $N = \frac{Ttqq}{4rr}$ , ob  $P=0$

&  $p=1$ ; quare si declinationes Luminarium vel negligantur vel æquales assumantur, ita ut sit  $qq=rr$ , fiet  $N = \frac{Tt}{4}$ , cujus expressionis valor extat maximus si angulus  $MPL$

fit  $45^\circ$ , quo casu erit  $N = \frac{1}{8}$ , & angulus respondens  $= 7^\circ, 11'$ ,

qui indicat aquam summam 30 minutis post transitum Lunæ per meridianum contingere debere: totidemque minutis aqua ante transitum Lunæ per meridianum maximè erit elevata, si Sol tum versùs occasum versetur angulo  $MPL =$  semirecto. Quamobrem si Luna ad meridianum appellat horâ nonâ sive matutinâ sive pomeridianâ, Fluxus demum post semihoram eveniet; at si horâ tertiâ appellat Luna ad meridianum, aqua summa 30' antè observabitur: in aliis verò Terræ regionibus ista aberratio magis est irregularis; interim tamen satis prope ex formulâ datâ per solam æstimationem potest definiri.

O o

§. 64. Quòd si autem hanc rem curatius investigare velimus, amborum Luminarium declinationes non pro arbitrio fingere licet, pendent enim à se mutuò maximè ob angulum horarium  $MPL$  inter ea interjectum datum: ut igitur pro datâ Lunæ phasi aberrationem maximæ aquæ elevationis à transitu Lunæ per meridianum determinemus, repræsentet nobis circulus  $ZBNC$  verticalem primarium,  $BC$  horizontem,  $ZN$  meridianum per dati loci Zenith  $Z$  & Nadir  $N$  ductum, atque æquator sit  $BAC$ , polus australis  $p$ , & ecliptica  $\pi \triangle \rightarrow$ . Constitutus nunc sit Sol in  $S$  & Luna in  $L$ , quæ modò per meridianum transierit, quo tempore ponimus aquam maximè esse elevatam. Ponamus porrò longitudinis Solis ab æquinoctio verno computatæ finum esse  $= F$ , cosinum  $= f$ ; Lunæ verò longitudinis finum esse  $= G$ , cosinum  $= g$ ; sitque inclinationis eclipticæ  $B \triangle \rightarrow$  sinus  $= M$ , cosinus  $= m$ . Ex his definientur declinationes cùm Solis tùm Lunæ, quarum sinus antè erant positi  $Q$  &  $R$ ; erit scilicet  $Q = FM$ ,  $R = GM$ ; hincque  $q = \sqrt{(1 - F^2 M^2)}$  &  $r = \sqrt{(1 - G^2 M^2)}$ . Deinde angulus  $SpL$  æqualis est angulo cujus tangens est  $\frac{mF}{f}$  demto angulo cujus tangens est  $\frac{mG}{g}$ ; hujus verò ejusdem anguli ob angulos  $SpZ$  &  $LpZ$  datos, quorum sinus sunt positi  $T$  &  $N$ , tangens quoque est  $\frac{nT + Nt}{nt - NT}$ , quæ tangens propter finum  $N$  valde parvum proximè est  $= \frac{T}{t} + \frac{N}{tt}$ . Ponatur autem  $K$  pro sinu anguli qui excessus est anguli habentis tangentem  $= \frac{mF}{f}$  super angulum cujus tangens est  $\frac{mG}{g}$ , &  $k$  pro cosinu, reperietur  $T = K - Nk$  &  $t = k + NK$  scripto  $1$  pro  $n$ : quibus valoribus substitutis prodibit  $N = \frac{Kq(kpq + PQ)}{4r(pr + rR) + (2k^2 - 1)pq^2 + kPQq}$ , ex æquatione  $N = \frac{Tq(tpq + PQ)}{4r(pr + PR)}$ , paragr. præced.

§. 65. Ponamus nunc Lunam in quadraturis versari ac primò quidem in primo post novilunium quadrante, ita ut

arcus  $LS$  futurus sit  $90^\circ$ , erit  $G=f$ , &  $g=-F$ , unde  $Q=MF$  &  $R=Mf$ , ex quibus prodibit  $K=\sin.$  (Atäg.  $\frac{mF}{f} - \text{Atäg.} \frac{-mf}{F}$ ) atque  $k$  ejusdem anguli cosinui æquabitur. Quare his tempestatibus aqua maximè erit elevata post transitum Lunæ per Meridianum, intervallo temporis quod in arcum æquatoris conversum dabit angulum cujus sinus erit  $N = \frac{Kq \ k p q + p Q}{4 \cdot (p + Pr) + (2k^2 - 1) p q^2 + k P Q}$ . Pro posteriore verò quadraturâ post novilunium, erit  $G=-f$  &  $g=F$ , unde erit  $Q=MF$  &  $R=-Mf$ , ex quibus fit ut antè  $K=\sin.$  (Atäg.  $\frac{mF}{f} - \text{Atäg.} \frac{-mf}{F}$ ) &  $k = \text{cosinui}$  respondenti. Ne autem hìc signa  $+$  &  $-$  calculum confundant, notari convenit  $K$  esse sinum arcûs, qui restat, si ascensio recta Lunæ subtrahatur ab ascensione rectâ Solis; atque  $k$  esse ejusdem arcûs cosinum. Ponamus exempli causâ Solem in initio Arietis versari, erit longitudo Solis  $= 0^\circ$ , seu  $360^\circ$ , & longitudo Lunæ  $=$  vel  $90^\circ$  vel  $270^\circ$ , unde fiet  $F=0$ ,  $f=1$ ,  $G=\overline{-}1$ , &  $g=0$ , atque  $Q=0$ . Præterea ascensio recta Solis est  $360^\circ$ , & ascensio recta Lunæ vel  $90^\circ$  vel  $270^\circ$ ; utroque casu ergo fit  $k=0$ , unde etiam prodit  $N=0$ ; quod idem evenit, si Sol versetur in initio Libræ. In utroque igitur æquinoctio, dum Luna in quadraturis versatur, aqua maximè erit elevata eo ipso momento, quo Luna ad meridianum appellit.

§. 66. Sit porrò Sol in solstitio æstivo, Luna verò in ultimo quadrante, erit longitudo Solis  $90^\circ$ , Lunæ verò  $= 0^\circ$ , unde fit  $F=1$ ,  $f=0$ ;  $G=0$ ,  $g=1$ , indeque  $Q=M$  &  $R=0$ ; itemque  $q=m$  &  $r=1$ . Solis verò ascensio recta habebitur  $90^\circ$ , Lunæ verò  $= 0^\circ$ , ex quo  $K=1$  &  $k=0$ . Hinc ergo fit  $N = \frac{mMP}{(4-m^2)p}$ . Pro primâ autem quadraturâ est longitudo Lunæ  $180^\circ$ , unde  $G=0$ ,  $g=-1$ , at ut antè  $F=1$ ,  $f=0$ ; ergo  $Q=M$ ,  $R=0$ , itemque  $q=m$  &  $r=1$ . Cùm igitur Lunæ ascensio recta sit  $180^\circ$ , erit  $K = \sin. -90^\circ = -1$ , &  $k=0$ , ex quibus fit  $N = \frac{-mMP}{(4-m^2)p}$ .

O o ij

Quoniam autem est  $4 > m^2$ , dum Sol in solstitio æstivo versatur maxima aquæ elevatio in ultimâ quadraturâ continget post Lunæ transitum per meridianum supra Terram, priore verò quadraturâ ante hunc transitum, hæcque æquatio eò erit major, quò major fuerit elevatio poli; sub æquatore enim omnino evanescit. Sit poli elevatio  $45^\circ$ , fietque his regionibus  $N = \frac{Mm}{4-m^2}$ ; quare cùm sit  $M$  sinus  $23^\circ, 29'$ , prodibit  $N =$  sinuì anguli  $6^\circ, 33'$ , qui in tempus conversus dat  $26'$ . In primâ igitur quadraturâ totidem minutis ante transitum Lunæ per meridianum aqua maximè erit elevata, in ultimâ verò quadraturâ tot minutis post transitum. Contrarium evenit si vel Luna sub Terra ad meridianum appellat, vel Sol in solstitio hyemali versetur. Ex his igitur formulis, si tabulæ adhibeantur, non erit difficile pro quovis loco Terræ ad quodvis tempus definire, quantum maxima aquæ elevatio transitum Lunæ per meridianum vel præcedere vel sequi debeat; cujusmodi supputationes maximam etiam afferent utilitatem, quando etiam inertiae aquæ ratio habebitur.

§. 67. Quoniam igitur satis est expositum, quo momento Mare maximè sit elevatum, maximam quoque Maris depressionem definire aggrediamur. Ac primò quidem manifestum est, si sola Luna Mare agitaret, tum minimam aquæ altitudinem observatum iri, eo ipso momento, quo Luna in horizonte versetur: atque hinc perspicuum est, idem usvenire debere, si Sol eodem momento quoque in horizonte existat, id quod accidit cùm noviluniis tum pleniluniis. Præterea verò etiam ima aqua respondebit situi Lunæ in horizonte, si eo tempore Sol meridianum occupet, quia tum vis Solis per notabile temporis intervallum neque augetur nec diminuitur, etiamsi tum aqua non tantum deprimatur, quàm circa novilunia ac plenilunia. Ponamus igitur, quò reliquos casus evolvamus, dum Luna horizontem occupat, Solem ab horizonte removeri; hoc ergo casu aqua jam elevabitur, ex quo necesse est imam aquam

ante adventum Lunæ ad horizontem extitisse, contra verò si dum Luna in horizonte versatur, Sol ad horizontem appropinquet, aqua tardiùs scilicet post appulsum Lunæ ad horizontem continget. Ponamus itaque Lunam ante ortum sub horizonte  $Hh$  in  $\odot$  adhuc versari, Solemque in  $\ominus$  esse positum, unde ad meridianum  $PZH$  progrediatur, hocque ipso momento aquam maximè esse depressam. Necessè igitur est, ut decrementum momentaneum vis Lunæ ad Mare movendum æquale sit incremento momentaneo vis Solis. Ad hanc æqualitatem declarandam sit anguli  $\odot PO$  ad polum sumti, distantiam Lunæ à suo ortu  $O$  indicantis, sinus  $=V$  & cosinus  $=v$ , qui ob angulum  $\odot PO$  valde parvum tutò sinui toti  $r$  æqualis concipi potest. Invento ergo angulo hoc  $\odot PO$  seu arcu æquatoris illi respondente, eoque in tempus converso, constabit quanto temporis intervallo ima aqua appulsum Lunæ ad horizontem præcedat: idem verò calculus tam ad Lunæ occasum quàm ad accessionem Solis ad horizontem facillè accommodabitur.

FIG. IX.

§. 68. Positis nunc  $Ava$  æquatore ac  $\approx v \Omega$  ecliptica, sit elevationis poli  $Ph$  sinus  $=P$ , cosinus  $=p$ ; sinus declinationis Lunæ borealis  $\odot L=R$ , cosinus  $=r$ ; ex quibus fiet anguli  $APO$  cosinus  $=\frac{-PR}{pr}$ , quia Lunæ, cùm in horizontem  $O$  pervenit, altitudo evanescit. Cùm igitur anguli  $APO$  sinus sit  $=\frac{\sqrt{(p^2r^2 - P^2R^2)}}{pr} = \frac{\sqrt{(1 - P^2 - R^2)}}{pr} = \frac{\sqrt{(pp - RR)}}{pr}$  erit anguli  $AP \odot$  sinus  $=\frac{v\sqrt{(pp - RR)} - VPR}{pr}$ , & cosinus  $=\frac{-vPR - V\sqrt{(pp - RR)}}{pr}$ , unde emergit decrementum momentaneum vis Lunæ  $=\frac{3LV\sqrt{(pp - RR)}(\sqrt{(pp - RR)} - VPR)d\theta}{b^3} = \frac{3LV(pp - RR)d\theta}{b^3}$ , ob  $v=1$  &  $V$  valde exiguum. Sit porrò Solis declinationis borealis  $\odot S$  sinus  $=Q$  & cosinus  $=q$ , atque anguli  $AP \ominus$  sinus  $=T$ , cosinus  $=t$ , erit vis Solis incrementum momentaneum  $=\frac{3S(tpq + PQ)Tpqd\theta}{a^3}$ .

O o iij

quod illi vis Lunæ decremento æquale est ponendum, si quidem Maris altitudo hoc tempore est minima. Quare cùm sit ferè  $\frac{L}{b^3} = \frac{4S}{a^3}$ , ista habebitur æquatio  $4V(pp-RR) = Tpq(tpq + PQ)$ , quæ præbet  $V = \frac{Tpq(tpq + PQ)}{4(pp-RR)}$ : cùm igitur hoc pacto innotescat angulus  $OP$ , is in tempus conversus dabit temporis spatium, quo summa Maris depressio ante ortum Lunæ contingit. At si punctum  $O$  designet Lunæ occasum, idem angulus præbebit tempus post Lunæ occasum, quo Mare maximè deprimetur. Intelligitur ex formulâ inventâ quibus casibus ima aqua in ipsum appulsum Lunæ ad horizontem incidat; hoc scilicet primò evenit, si  $T=0$ , hoc est si Sol in meridiano versetur, deinde si  $tpq + PQ=0$ , id est si Sol quoque horizontem occupet; quos binos casus jam notavimus.

§. 69. Sit locus noster Terræ sub æquatore situs, seu elevatio poli nulla, erit  $P=0$ , &  $p=1$ , unde efficitur  $V = \frac{Trqq}{4(1-RR)} = \frac{Trqq}{4rr}$ ; in qua formula cùm  $q$  &  $r$  denotent cosinus declinationum Solis ac Lunæ, non multum inter se discrepabunt; ponamus enim alteram declinationem esse maximam, alteram verò minimam seu  $=0$ , erit tamen continuè ratio minor quàm  $1 : \sqrt{\frac{3}{4}}$ , ex quo fractio  $\frac{qq}{rr}$  semper intra hos limites  $\frac{4}{3}$  &  $\frac{3}{4}$  continebitur. Quòd si ergo hanc ab æqualitate aberrationem negligamus, id quod tutò facere possumus, quia rem tantum prope definire conamur, habebitur  $V = \frac{Tr}{4} = \frac{2Tr}{8}$ . Denotat autem  $2Tr$  sinum dupli anguli horarii quo Sol à meridiano distat, & hanc ob rem ad momentum maximæ depressionis aquæ assignandum, videndum est quâ diei horâ Luna ad horizontem appellat, hujusque temporis vel à meridie vel mediâ nocte intervallum capiatur, atque in arcum æquatoris convertatur. Hujus deinde arcus vel anguli sumatur duplum, hujusque dupli sinus, cujus pars octava præbebit sinum anguli, qui in tempus conversus dabit temporis intervallum, quo ima aqua



Lunæ appulsum ad horizontem vel præcedit vel sequitur; id quod ex notatis circumstantiis discernere licet. Sic si Luna horâ 9 matutinâ adoriatur, erit tempus usque ad meridiem 3 horarum, angulusque respondens 45°, cujus dupli sinus est ipse sinus totus, cujus pars octava fit sinus anguli 7°, 11', cui tempus respondet ferè 30 minutorum, tantum itaque ima aqua ortum Lunæ præcedet.

§. 70. Ut hæc ad datum Lunæ cum Sole aspectum accommodari queant, ponamus longitudinis Solis  $\gamma \odot$  sinum esse  $=F$ , cosinum  $=f$ ; Longitudinis verò Lunæ  $\gamma \odot$  sinum esse  $=G$ , cosinum  $=g$ ; atque inclinationis eclipticæ  $\Omega \gamma a$  sinum  $=M$ , cosinum  $=m$ . His positis erit  $Q=MF$ , &  $R=MG$ ; atque ascensionis rectæ Solis  $\gamma S$  tangens reperietur  $=\frac{mF}{f}$ , Lunæ verò ascensionis rectæ  $\gamma L$  tangens  $=\frac{mG}{g}$ . Subtrahatur ascensio recta Solis ab ascensione rectâ Lunæ, & differentiæ sinus sit  $=K$ , cosinus  $=k$ . Cum igitur anguli  $\odot P \odot$  sit sinus  $=K$  & cosinus  $=k$ , anguli verò  $AP \odot$  sinus  $=\frac{\sqrt{(pp-RR)}-\sqrt{PR}}{pr}$  ob  $v=1$ , & cosinus  $=\frac{-PR-\sqrt{(pp-RR)}}{pr}$ , erit anguli  $AP \odot$  sinus  $=T=\frac{(k+Kv)\sqrt{(pp-RR)}-kPRv+KPR}{pr}$  & cosinus  $t=\frac{(K-kv)\sqrt{(pp-RR)}-KPRv-kPR}{pr}$ ; quibus valoribus substitutis, simulque sinu  $V$  tanquam valde parvo considerato, reperietur sinus  $V=\frac{(KPR+k\sqrt{(pp-RR)})q(Kq\sqrt{(pp-RR)}-kPRq+PQr)}{4rr(pp-RR)}$ .

Sub æquatore autem, quo fit  $P=0$ ,  $V=\frac{Kkqq}{4rr}$ : ex quo pro æquatore regula superior à distantia Solis à meridiano petita simul ad differentiam ascensionalem Solis & Lunæ potest accommodari, ita ut maneat invariata. Sed ad præsens institutum, quo tantum veritatem causæ Fluxûs ac Refluxûs Maris exhibitæ declarare annitimur, non opus est hæc pluribus persequi, quippe quæ potissimum ad accuratissimas æstûs marini tabulas supputandas pertinent, quæ res in pro-

---

---

## C A P U T S E X T U M.

*De vero æstu Maris, quatenus à Terris non turbatur.*

§. 71. **Q**UÆ hæcenus ex viribus Solis ac Lunæ circa æstum Maris fusiùs deduximus, eâ hypothesi nituntur assumptâ, quâ aquam inertiam expertem posuimus: quamobrem non est mirandum si plerique effectus assignati cum Phænomenis minùs congruant, atque adeo pugnare videantur; quòd si enim inter se prorsus convenirent, theoria non solùm non eo consensu confirmaretur, sed potiùs omnino subverteretur, cùm quilibet facillè agnoscat ob aquæ inertiam determinationibus exhibitis ingentem mutationem inferri debere. Quæ autem ex deductis conclusionibus maximè ab experientia dissentiunt, potissimum quantitatem elevationis aquæ ac temporis momentum, quo tam summa Maris elevatio quàm ima depressio contingere solet, respiciunt. Nusquam enim ubi quidem Mare est liberum atque apertum, tam exiguum discrimen inter Fluxum ac Reflexum in aquæ altitudine observatur, quale in præcedentibus definivimus, quatuor scilicet pedum tantum; quæ elevatio insuper tamen maxima est deprehensa, ac tum solùm oriunda, quando tam regio prope æquatorem est sita, quàm vires luminarium inter se maximè conspirant. Experientiâ namque constat, plerisque in locis, si æstus contingat maximus, aquam non solùm ad altitudinem duplo majorem, sed etiam quadruplam, imò nonnullis in locis adeo decuplam attolli; quanquam hæc enormis elevatio non soli inertiam aquæ, sed maximam partem vicino continenti ac littorum situi est tribuenda, uti in sequenti capitè clarissimè monstrabitur. Deinde etiam quod ad tempus attinet, nusquam illis ipsis momentis, quæ assignavimus,

mus, Fluxus ac Refluxus unquam contingunt, nec etiam tempestatibus hîc definitis Fluxus maximi vel minimi, sed ubique tardiùs evenire constanter observantur; cujus quidem retardationis causa in ipsâ aquæ inertîâ posita esse primâ etiam fronte perspicitur.

§. 72. Quantumvis autem agitatio Maris in præcedentibus capitibus determinata ab observationibus dissentiat, tamen complures circumstantiæ sese jam præbuerunt experientiæ tantopere consentaneæ, ut ampliùs dubitare omnino nequeamus, quin in viribus Solem Lunamque respicientibus, quas non temerè assumimus, sed aliunde existere demonstravimus, vera & genuina ætûs Maris causa contineatur. Hanc ob rem jam meritò suspicari licet, dissensiones quæ inter theoriam nostram, quatenus eam assumptæ hypothesi superstruximus, & experientiam intercedunt, ab aquæ inertîâ aliisque circumstantiis, quarum nullam adhuc rationem habuimus, proficisci. Quocirca si omnia inertiarum ratione habitâ ad observationes propiùs accedant, id quidem nostræ theoriæ maximum afferet firmamentum, atque simul omnes alias causas, quæ præter has vel sunt prolatae vel proferri possunt, excludet, irritasque reddet. Cùm igitur consensum hujus theoriæ cum Phænomenis, mox simus evidentissimè ostensuri, quæstioni ab Inclytâ Academiâ propositæ ex asse satisfecisse jure nobis videbimur: cùm non solum nullas vires imaginarias effinxerimus, sed etiam virium Lunam Solemque respicientium existentiam aliunde dilucidè evicerimus. Neque verò in hoc negotio cum plerisque Anglorum ad qualitates occultas sumus delapsi, verùm potius causam istarum virium modo rationali & legibus motûs consentaneo in vorticibus constituimus, quorum formam atque indolem luculenter explicare possemus; idque fecissemus, nisi ab aliis cùm jam satis esset expositum, tum etiam ab Illustrissimâ Academiâ in præsentè quæstione non requiri videatur.

§. 73. Dum igitur hætenus aquæ omnem inertiam cogitatione ademimus, ipsi ejusmodi qualitatem affinximus;

P p

qua viribus sollicitantibus subitò obsequeretur, seque in instanti in eum statum reciperet, in quo cum viribus in æquilibrio consisteret; hocque pacto aquam non solùm subitò omnis motûs capacem posuimus, sed etiam ita comparatam, ut quovis momento omnem pristinum motum amittat. Longè aliter autem res se habet, si inertię ratio in computum ducatur; hæc enim efficit ut primò aqua non subitò se ad eum situm componat, quem vires intendunt, sed pedetentim per omnes gradus medios ad eum accedat; deinde verò eadem inertia in causa est, quòd aqua, cùm in statum æquilibrii pervenerit, ibi non acquiescat, sed ob motum insitum ultrà progrediatur, quoad omnem motum à potentiis renitentibus amittat. Ex quo perspicuum est, admisâ inertîâ aquæ, à potentiis sollicitantibus motum omnino diversum actu imprimi debere ab eo, quem reciperet, si inertîâ privata esset; cujus discriminis ratio exemplo corporis penduli commodè ob oculos poni potest. Ponamus enim corpus pendulum  $OC$  ob gravitatem situm tenens verticalem, à vi quapiam in latus secundùm directionem  $CM$  sollicitari. Si nunc hoc pendulum inertîâ careret, seu ejusmodi esset indolis, cujus aquam hæctenus sumus contemplati, tum subitò situm  $OM$  acciperet, in quo hæc vis cum gravitate æquilibrio teneret. At cùm pendulum inertîâ præditum consideratur, post aliquod demum tempus elapsum ad situm  $OM$  perveniet: ac deinde quia motu accelerato eò pertingit, ibi non quiescet, sed ultrà excurrat, putà in  $N$  usque, ita ut spatium  $CN$  ferè sit duplo majus spatio  $CM$ , prouti calculus clarè indicat. Propter inertiam igitur pendulum primùm tardiùs vi sollicitanti obtemperat, atque à situ æquilibrii recedit; deinde verò etiam magis recedit, majoremque excursionem conficit, quàm si inertîâ careret; quæ sunt eæ ipsæ duæ res, in quibus theoria antè exposita ab experienciâ maximè dissentire deprehensa est.

FIG. X.

§. 74. Si nunc istud penduli exemplum ad nostrum casum ætatis Maris transferamus, primò ingens similitudo in

situ penduli verticali ac statu Maris naturali, quem obtinet remotis potentiis externis, observatur. Nam quemadmodum pendulum, si in quamcunque plagam de situ verticali declinetur, propriâ vi gravitatis se in eundem recipit, ita etiam aqua, si ex situ suo æquilibrîi depellatur, vi gravitatis se ad eundem componit, ac præterea pariter ac pendulum oscillationes peragit, cujusmodi oscillationum casus in aqua observati passim inveniuntur expositi. Deinde etiam simili modo, quo pendulum, Mare quò magis ex situ suo naturali fuerit deturbatum, eò majorem habebit vim sese in situm æquilibrîi restituendi. Quòd si igitur Mare à viribus externis, Solis scilicet ac Lunæ, mox elevetur mox deprimatur, necesse est ut inde motus oscillatorius seu reciprocus oriatur æstui Maris omnino similis, qui autem per leges motûs difficulter definiri queat accuratè quidem; nam verò proximè, hoc non adeo erit difficile. Dux autem sunt res, quæ absolutam ac perfectam totius motûs determinationem summopere reddunt difficilem, quarum altera physicam spectat, atque in ipsâ fluidorum naturâ consistit, quorum motus difficulter ad calculum revocatur, præcipuè si quæstio sit de amplissimo Oceano, qui aliis in locis elevetur, aliis verò deprimatur. Altera autem difficultas in ipsâ analysi est posita; eò quòd iste motus Maris reciprocus prorsus sit diversus ab omnibus oscillationibus à Mathematicis adhuc consideratis: vires enim Lunæ ac Solis Mare sollicitantes neque à situ corporis oscillantis, neque ab ejus celeritate pendent, uti id usuvenit in omnibus oscillationum casibus etiam nunc expositis, sed eæ vires à situ luminarium respectu Terræ, ideoque à tempore determinantur, cujusmodi oscillationes nemo adhuc, quantum quidem constat, calculo subjecit.

§. 75. Quòd quidem ad priorem difficultatem physicam attinet, res hoc quidem tempore ferè desperata videtur; quamquam enim ab aliquo tempore theoria motûs aquarum ingentia sit affectuta incrementa, tamen ea potissimum motum aquarum in vasis & tubis fluentium respiciunt, neque vix ullum commodum inde ad motum Oceani definiendum deri-

P p ij

Fig. XI. variopotes. Quamobrem in hoc negotio aliud quicquam præstare non licet, nisi ut hypothesibus effingendis, quæ à veritate quàm minimè abluant, tota quæstio ad considerationes purè geometricas & analyticas revocetur: alteram autem difficultatem mathematicam, etiam si difficillimis integrationibus sit involuta, tamen feliciter superare confidimus. Considero scilicet superficiem aquæ  $RS$ , quæ hoc in situ æquilibrium teneat cum reliqua aqua, remotis viribus externis; his verò accedentibus alternis vicibus attollatur in  $A$ , deprimaturque in  $B$ . Quòd si igitur aqua in  $M$  usque sit depressa, atque externæ vires Solis ac Lunæ subito cessarent, tum vi gravitatis propriæ conaretur sese elevare usque in situm  $RS$  naturalem, isteque conatus eò erit major, quò majus fuerit spatium  $CM$  quo à situ naturali distat. A veritate itaque non multum recedemus, si hanc vim ipsi spatio  $MC$  ponamus proportionalem: quamobrem posito spatio  $MC = s$ , erit vis, quæ aquæ superficiem in  $M$  usque depressam attollet  $= \frac{s}{g}$ , quæ hypothesis ad veritatem eò propiùs accedit, quòd sponte indicat, si aquæ superficies supra  $C$  jam sit elevata, tum vim fieri negativam, adeoque aquam deprimere. Præterea verò eadem hypothesis confirmatur pluribus phænomenis aquæ nisum respicientibus, ita ut de ejus veritate ampliùs nullum dubium superfit.

§. 76. Ponamus jam aquam in  $M$  constitutam urgeri à solâ Lunâ, atquè ut calculus per se molestus minus habeat difficultatis, sit locus  $C$  sub ipso æquatore situs, Lunæque declinatio nulla, ex quo Luna in circulo maximo per loci zenith transeunte æquatore scilicet circumferetur: sit  $EGFH$  iste circulus, cujus radius ponatur  $= 1$ , atque  $EF$  repræsentet horizontem, &  $G$  zenith. Positis his, sit Luna in  $T$  dum Maris superficies versatur in  $M$ , ita ut  $PT = y$  exprimat sinum altitudinis Lunæ super horizonte; unde vis Lunæ Mare attollens erit  $= \frac{L(3yy-1)}{2b^3} = \frac{3yy-1}{h}$ , posito brevilitatis gratiâ  $h$  pro  $\frac{2b^3}{L}$ . Hanc ob rem ergo superficies

Maris in  $M$  duplici vi attolletur scilicet vi,  $= \frac{s}{g} + \frac{3yy-1}{h}$ .

Quòd si ergo ponamus aquam in  $M$  jam habere motum sursum directum, cujus celeritas tanta sit quanta acquiritur lapsu gravis ex altitudine  $v$ , arque spatium  $Mm = -ds$  tempusculo infinitè parvo absolvatur, habebitur per principia motûs  $dv = -ds \left( \frac{s}{g} + \frac{3yy-1}{h} \right)$ . Ponamus porrò tempus ab ortu lunæ in  $E$  jam elapsum, quod arcui  $ET$  est proportionale, esse  $= z$ , quæ littera ipsum arcum  $ET$  simul denotet, erit  $y = \sin. z$  scilicet sinui arcûs  $z$ , hoc enim modo sinus ac cosinus arcuum sumus indicaturi: unde oriatur  $1 - 2yy = \cos. 2z$ , atque  $3yy - 1 = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} \cos. 2z$ , hincque  $dv = -ds \left( \frac{s}{g} + \frac{1}{2h} - \frac{3}{2h} \cos. 2z \right)$ .

§. 77. Cùm igitur elementum temporis sit  $= dz$ , erit ex naturâ motûs  $dz = -\frac{ds}{\sqrt{v}}$ , atque  $v = \frac{ds^2}{dz^2}$ ; unde sumto elemento  $dz$  pro constante, fiet  $dv = \frac{2dsdds}{dz^2} = -ds \left( \frac{s}{g} + \frac{1}{2h} - \frac{3}{2h} \cos. 2z \right)$ , atque  $2dds + \frac{sdz^2}{g} + \frac{dz^2(1-3\cos.2z)}{2h} = 0$ , quæ æquatio duas tantum continet variables  $s$  &  $z$ ; & propterea si debito modo integretur, indicabit situm seu statum aquæ ad quodvis tempus. Quoniam autem hæc æquatio est differentialis secundi gradûs, atque insuper arcus & sinus arcuum continet, faciliè intelligitur ejus integrationem minus esse obviam; interim tamen cùm alterius variabilis  $s$  plus una dimensione nusquam adsit, ea per methodos mihi familiares tractari poterit. Soleo autem, quoties ejusmodi occurrunt, initio eos terminos in quibus altera variabilis  $s$  omnino non inest, rejicere; unde hæc consideranda venit æquatio  $2dds + \frac{sdz^2}{g} = 0$ , quæ per  $ds$  multiplicata fit integrabilis, existente integrali  $ds^2 + \frac{ssdz^2}{2g} = edz^2$  ob  $dz$  constans. Hinc porrò elicitur  $dz = \frac{ds\sqrt{2g}}{\sqrt{(2sg-ss)}}$ , atque  $\frac{z}{\sqrt{2g}} =$  arcui cujus sinus est  $\frac{s}{\sqrt{2cg}}$ , ex quo obtinetur

P p iij

$s = \sqrt{2cg} \cdot \sin. \frac{z}{\sqrt{2g}}$ . Cognito autem hoc valore, idonea nascitur substitutio facienda pro æquatione propositâ  $2dds + \frac{sdz^2}{g} + \frac{dz^2(1-3\cos. 2z)}{2h} = 0$ ; fiat enim  $s = u \sin. \frac{z}{\sqrt{2g}}$ , erit  $ds = du \sin. \frac{z}{\sqrt{2g}} + \frac{udz}{\sqrt{2g}} \cos. \frac{z}{\sqrt{2g}}$ , atque  $dds = ddu \sin. \frac{z}{\sqrt{2g}} + \frac{2dudz}{\sqrt{2g}} \cos. \frac{z}{\sqrt{2g}} - \frac{udz^2}{2g} \sin. \frac{z}{\sqrt{2g}}$ . Quibus valoribus substitutis emerget ista æquatio  $2ddu \sin. \frac{z}{\sqrt{2g}} + \frac{4dudz}{\sqrt{2g}} \cos. \frac{z}{\sqrt{2g}} + \frac{dz^2(1-3\cos. 2z)}{2h} = 0$ , in qua hoc commodè accidit, ut ipsa variabilis  $u$  non insit, sed tantum ejus differentialia.

§. 78. Quòd si ergo ponatur  $du = pdz$ , erit  $ddu = dpdz$ , & æquatio nostrâ transibit in sequentem differentialem primi gradûs tantum,  $2dp \sin. \frac{z}{\sqrt{2g}} + \frac{4pdz}{\sqrt{2g}} \cos. \frac{z}{\sqrt{2g}} + \frac{dz(1-3\cos. 2z)}{2h} = 0$ : quæ integrabilis reddi invenitur, si multiplicetur per quantitatem quampiam ex  $z$  & constantibus compositam, eò quòd  $p$  plures una dimensiones habet nusquam. Ad integrationem autem absolvendam notandum est hujus æquationis  $dp + pZdz = \Sigma dz$ , in qua  $Z$  &  $\Sigma$  functiones quascunque ipsius  $z$  denotent, integrale esse  $e^{\int Z dz} p = \int e^{\int Z dz} \Sigma dz$ . Reductâ autem nostrâ æquatione ad hanc formam, habetur  $dp + \frac{2pdz \cos. \frac{z}{\sqrt{2g}}}{\sqrt{2g} \cdot \sin. \frac{z}{\sqrt{2g}}} = \frac{dz(3\cos. 2z - 1)}{4h \sin. \frac{z}{\sqrt{2g}}}$ , ideoque

que  $Z dz = \frac{2dz \cos. \frac{z}{\sqrt{2g}}}{\sqrt{2g} \cdot \sin. \frac{z}{\sqrt{2g}}} = \frac{2 \text{diff.} \sin. \frac{z}{\sqrt{2g}}}{\sin. \frac{z}{\sqrt{2g}}}$ ; atque hinc  $\int Z dz = 2 \log. \sin. \frac{z}{\sqrt{2g}}$ ; &  $e^{\int Z dz} = \left( \sin. \frac{z}{\sqrt{2g}} \right)^2$ . Ex his sequitur integrale nostræ æquationis  $p \left( \sin. \frac{z}{\sqrt{2g}} \right)^2 = \frac{1}{4h} \int dz \sin. \frac{z}{\sqrt{2g}} (3 \cos. 2z - 1) = \frac{3}{4h} \int dz \sin. \frac{z}{\sqrt{2g}} \cos. 2z - \frac{1}{4h} \int dz$



$\int dz \sin. \frac{z}{\sqrt{2g}}$ , ad quas integrationes perficiendas notetur esse  
 $\int dz \sin. az = C - \frac{1}{a} \cos. az$ , atque  $\int dz \sin. az. \cos. cz = C$   
 $\frac{C \sin. az. \sin. cz - a \cos. az. \cos. cz}{a^2 - c^2}$ : ex his itaque conficietur  $p \left( \sin. \frac{z}{\sqrt{2g}} \right)^2$   
 $= C + \frac{\sqrt{2g}}{4h} \cos. \frac{z}{\sqrt{2g}} \frac{\left( 2 \sin. \frac{z}{\sqrt{2g}} \cdot \sin. 2z + \frac{1}{\sqrt{2g}} \cos. \frac{z}{\sqrt{2g}} \cdot \cos. 2z \right)^2}{\left( \frac{1}{2g} - 4 \right) 4h}$  atq

que  $p = \frac{C}{\left( \sin. \frac{z}{\sqrt{2g}} \right)^2} + \frac{\sqrt{2g} \cdot \cos. \frac{z}{\sqrt{2g}}}{4h \left( \sin. \frac{z}{\sqrt{2g}} \right)^2}$   
 $\frac{\left( 4g \sin. \frac{z}{\sqrt{2g}} \sin. 2z + \sqrt{2g} \cdot \cos. \frac{z}{\sqrt{2g}} \cos. 2z \right)^2}{4h(1-8g) \left( \sin. \frac{z}{\sqrt{2g}} \right)^2}$ .

S. 79. Cùm autem posuiffemus  $du = p dz$ , erit  $u =$

$\int p dz = \int \frac{C dz}{\left( \sin. \frac{z}{\sqrt{2g}} \right)^2} + \int \frac{dz \sqrt{2g} \cdot \cos. \frac{z}{\sqrt{2g}}}{4h \left( \sin. \frac{z}{\sqrt{2g}} \right)^2} \frac{3}{4h} \int dz$   
 $\frac{\left( 4g \sin. \frac{z}{\sqrt{2g}} \sin. 2z + \sqrt{2g} \cdot \cos. \frac{z}{\sqrt{2g}} \cos. 2z \right)^2}{(1-8g) \left( \sin. \frac{z}{\sqrt{2g}} \right)^2}$ . Hæ autem formu-

læ omnes sunt absolutè integrabiles; prodibitque  $u =$

$D - \frac{C \sqrt{2g} \cdot \cos. \frac{z}{\sqrt{2g}}}{\sin. \frac{z}{\sqrt{2g}}} - \frac{g}{2h \sin. \frac{z}{\sqrt{2g}}} + \frac{3g \cos. 2z}{2h(1-8g) \sin. \frac{z}{\sqrt{2g}}}$ ; ex

quo tandem resultat  $s = u \sin. \frac{z}{\sqrt{2g}} = D \sin. \frac{z}{\sqrt{2g}} + C \cos.$

$\frac{z}{\sqrt{2g}} - \frac{g}{2h} + \frac{3g \cos. 2z}{2h(1-8g)}$ , quæ est æquatio generalis ad quod-

vis tempus  $z$  statum aquæ, seu distantiam ejus supremæ

superficiæ à  $C$  indicans, ubi constantes  $C$  &  $D$  ex dato

Maris statu ad datum tempus definiri oportet.

Quòd si igitur ponamus motum aquæ jam ad uniformita-

tem esse deductum, ita ut aqua omnibus diebus, quando

Luna in  $T$  versatur, in eodem loco  $M$  versetur, necesse erit ut valor ipsius  $s$  maneat idem, etsi arcus  $z$  integrâ peripheriâ  $2\pi$  vel ejus multiplo augeatur. At posito  $z + 2\pi$  loco  $z$ , terminus  $\cos. 2z$  manet quidem invariatus, at  $D \sin.$

$$\frac{z}{\sqrt{2g}} + C \cos. \frac{z}{\sqrt{2g}} \text{ fit } = D \sin. \frac{z+2\pi}{\sqrt{2g}} + C \cos. \frac{z+2\pi}{\sqrt{2g}}, \text{ quæ}$$

æqualitas adesse non potest nisi vel  $\frac{1}{\sqrt{2g}}$  fit numerus integer, vel  $C \& D = 0$ . Cùm itaque  $g$  determinari non liceat, quia jam est datum, ponendum erit  $C = 0$  &  $D = 0$ , ita ut ista habeatur æquatio  $s = \frac{-g}{2h} + \frac{3g \cos. 2z}{2h(1-8g)}$ , ex qua facillimè ad quodvis tempus status Maris cognoscetur: valores scilicet affirmativi ipsius  $s$  dabunt situm aquæ infra situm naturalem  $C$ , negativi verò supra  $C$ .

§. 80. Cognito autem spatio  $s$  per tempus  $z$ , celeritas quodque Maris quâ in  $M$  ascendit reperietur ex æquatione  $dz = \frac{-ds}{\sqrt{v}}$ , erit enim  $\sqrt{v} = \frac{-ds}{dz} = \frac{3g \sin. 2z}{h(1-8g)}$ , quæ expressio ipsi celeritati, quâ aquæ superficies, dum in  $M$  versatur, elevatur, est proportionalis: hæc ergo celeritas aquæ semper est ut sinus dupli arcûs  $ET$ , vel etiam ut sinus dupli temporis, quo Luna à transitu per meridianum abest, tempore scilicet in arcum æquatoris converso. Hinc igitur celeritas aquæ erit nulla si Luna fuerit vel in  $E$  vel in  $G$ , vel in  $F$  vel in  $H$ , hoc est, vel in horizonte vel in meridiano: quare cùm his temporibus aqua vel maximè sit elevata vel maximè depressa, unâ Lunæ revolutione aqua bis elevabitur, bisque deprimetur, ideoque bini Fluxus bini-que Refluxus contingent. Aqua quidem maximè erit de-pressa iis ipsis momentis, quibus Luna ad horizontem appellit, tum enim fit  $\cos. 2z = 1$ ; atque spatium  $CB$  erit  $= s = \frac{g(1+4g)}{2(1-8g)}$ ; at maxima elevatio incidet in ipsos Lunæ transitus per meridianum, quibus est  $\cos. 2z = -1$ : ac tum altitudo  $CA$  erit  $= -s = \frac{g(2-4g)}{h(1-8g)}$ . Quanquam autem hæc momenta cum experientiâ non satis conveniunt, tamen

tamen ea hypothefi affumtæ planè congruunt, qua pofuimus Lunam folam agere, ac perpetuò in ipfo æquatore verfari, ex quo æftus fe tandem ad summam regularitatem componat necesse eft. Quòd fi enim Lunæ declinatio ponatur variabilis, atque Sol inſuper agat, æftus jam formati perpetuò turbabuntur, ex quo ob æquabilitatem continuò ſublata effectus tardiores neceſſariò confequi debebunt. Præterea quoque nullam adhuc motûs Maris horizontalis habuimus rationem, cùm enim aqua ad æſtum formandum motu horizontali progredi debeat, perſpicuum eſt hinc retardationem in æſtu oriri oportere.

§. 81. Si aqua, uti in præcedentibus capitibus poſuimus, inertiam careret, tum foret ex æquatione primâ  $dv = -ds$   $\left(\frac{s}{g} + \frac{3yy-1}{h}\right)$  perpetuò  $s = \frac{g(1-3yy)}{h}$ , quia aqua tum quovis momento cum viribus follicitantibus in æquilibrio conſiſteret. Maxima igitur depreſſio etiam tum Lunæ horizontali reſponderet, cùm eſt  $y = 0$ , foretque ſpatium depreſſionis  $CM = \frac{g}{h}$ ; maxima verò elevatio, quæ circa Lunæ appulſum ad meridianum continget, fiet per ſpatium  $CN = \frac{2g}{h}$  ob  $y = 1$ . Quare ſi aqua inertiam careret, foret ſpatium  $MN$ , per quod aqua motu reciproco agigaretur,  $= \frac{3g}{h}$ ; inertiam autem admiffâ agitationes perficientur in ſpatio majore  $AB = \frac{3g}{h(1-8g)}$ , cujus exceſſus ſuper ſpatium  $MN$  erit  $= \frac{24gg}{h(1-8g)}$ . Quantitas itaque æſtûs pendet à valore litteræ  $g$ , qui quidem ſemper eſt affirmativus; nam ſi foret  $g = 0$ , quod evenit ſi gravitatis vis eſſet infinite magna reſpectu virium Lunæ & Solis, tum etiam nullus æſtus oriretur; deinde quò magis  $8g$  ad 1 accedit, eò major prodibit æſtus, qui adeo in infinitum excreſcere poſſet ſi foret  $8g = 1$ , hoc quippe caſu vis Lunæ gravitatem ſuperaret, omneſque aquas ad Lunam attraheret; quod autem fieri non poteſt, multo minus autem eſſe po-

Qq

test  $8g > 1$ , quod tamen si eveniret, maxima elevatio ap-  
pulsui Lunæ ad horizontem, maximaque depressio Lunæ  
meridianum occupanti responderet.

§. 82 Cùm igitur aqua, si inertiam careret, agitetur per spa-  
tium  $MN = \frac{3g}{h}$ , supra autem §. 41. eadem hac hypo-  
thesi, qua tam locus quàm Luna in æquatore ponitur,  
aquam elevari supra libellam per spatium 2, 260 pedum,  
infra eam verò deprimi spatio 1, 112 pedum, erit  $\frac{3g}{h} =$   
3, 372 pedum, ideoque  $\frac{g}{h} = 1, 124$  pedum  $= 1 \frac{1}{8}$  pedum.

Quoniam verò valor ipsius  $g$  cum unitate comparatur,  
ideo venit, quòd tempus per ipsum arcum circuli cujus ra-  
dius est  $= 1$  expressimus: hinc itaque valor ipsius  $g$  res-  
pectu unitatis definitur tempore eodem modo expresso,  
quo aqua in  $M$  usque depressa solâ vi gravitatis se in  $C$  ressi-  
tueret, quod tempus ex circumstantiis facilè poterit assimari:  
prohibet autem per calculum tempus hujus restitutionis  $=$   
 $\frac{\pi}{2} \sqrt{2g}$ , denotante  $\pi$  semiperipheriam circuli radium  $= 1$   
habentis, seu tempus duodecim horarum Lunarium. Quòd si  
igitur restitutio ponatur actu fieri tempore  $\frac{12}{n}$  horarum, erit  
 $\frac{\pi}{n} = \frac{\pi \sqrt{2g}}{2}$ , &  $g = \frac{2}{nn}$ , ex quo perspicuum est, quòd citius  
aqua se propriam suam vi restituere valeat, eò minùs excessurum  
esse spatium  $AB$  spatium  $MN$ . Cùm autem de hac restitutio-  
ne non satis tutò judicare queamus, præstabit ex observa-  
tionibus rationem spatii  $AB$  ad  $MN$  proximè assumere. Si  
enim ponamus esse  $AB = 2 MN$ , erit  $\frac{3}{1-8g} = 6$ , erit  
 $g = \frac{2}{16}$ ; sin autem sit  $AB = 3 MN$ , fiet  $\frac{3}{1-8g} = 9$  &  
 $g = \frac{2}{12}$ : at posito  $AB = 4 MN$ , erit  $g = \frac{2}{32}$ . Quoniam  
igitur aqua ob inertiam ferè duplo majus spatium absol-  
vere poni potest, assumamus  $g = \frac{2}{36}$  seu  $n = 6$ , ita ut  
aqua propria vi gravitatis tempore circiter 2 horarum in  
statum naturalem se restituere valeat. Posito autem  $g = \frac{1}{18}$

fiet  $\frac{3}{1-8g} = 5, 4$ ; spatiumque  $AB = 6$  ped. proximè. Ne autem tractatio nimis fiat specialis, retineamus litteram  $n$ , cujus valorem esse circiter 6 vel 5 notasse sufficiet, qui valor satis propè ad æstimationem accedit: ita ut sit  $g = \frac{2}{nn}$  &  $AB = \frac{3nn}{nn-16} \cdot \frac{2}{8}$  pedum: unde satis patet  $n$  necessariò esse debere  $> 4$ , eritque adeo vel 5 vel 6.

§. 83. Tentemus nunc idem hoc problema in sensu latiori, ac ponamus regionis  $C$  elevationis poli sinum esse  $= P$ , cosinum  $= p$ ; Lunæ verò declinationis borealis sinum esse  $= Q$ , cosinum  $= q$ ; Lunamque super Terra jam per meridianum transiisse, ab eoque distare angulo horario  $= z$ , ita ut  $z$  ut antè tam tempus quàm arcum circuli radii  $= 1$  designet; quòd si nunc arcus  $z$  cosinus ponatur  $= t$ , erit sinus altitudinis Lunæ super horizonte  $= t p q + P Q$ ; ideoque vis Lunæ Mare elevans  $= \frac{L}{2b^3} (3(t p q + P Q)^2 - 1) = \frac{3p^2q^2tt + 6pqPQt + 3P^2Q^2 - 1}{h}$ , posito ut antè  $\frac{L}{2b^3} = \frac{1}{h}$ . Quoniam verò est  $t = \cos. z$  erit  $2tt - 1 = \cos. 2z$  &  $tt = \frac{1 + \cos. 2z}{2}$ , ex quo vis Lunæ ad Mare elevandum habebitur  $= \frac{3p^2q^2 \cos. 2z}{2h} + \frac{6pqPQ \cos. z}{h} + \frac{3p^2q^2 + 6P^2Q^2 - 2}{2h}$ . Ponamus nunc superficiem aquæ in  $M$  versari, existente  $CM = s$ , & celeritatem ejus quâ actu ascendit debitam esse altitudini  $v$ , erit  $dv = -ds \left( \frac{s}{g} + \text{vi Lunæ} \right)$ , cùm verò sit  $dz = \frac{-ds}{v}$  seu  $v = \frac{-ds}{dz} =$  ipsi celeritati ascensus; erit  $v = \frac{ds^2}{dz^2}$  atque  $dv = \frac{2ds ds}{dz}$ , posito  $dz$  constante: hinc igitur emerget ista æquatio  $2dds + dz^2 \left( \frac{s}{g} + \frac{3p^2q^2 + 6P^2Q^2 - 2}{2h} + \frac{6pqPQ \cos. 2z}{h} + \frac{3p^2q^2 \cos. 2z}{2h} \right)$  relationem inter tempus  $z$  & statum Maris  $s$  continens.

§. 84. Quòd si nunc hæc æquatio eodem modo tractetur, quo superior, ea pariter bis integrari posse deprehendetur, integra-  
Q q ij

tionibus autem singulis debito modo absolutis, & constantibus ita determinatis ut motus aquæ fiat uniformis, reperietur

$$s = \frac{-g(3p^2q^2 + 6P^2Q^2 - 2)}{2h} - \frac{6gpqPQ \cos. z}{h(1-2g)} - \frac{3gp^2q^2 \cos. 2z}{2h(1-8g)}$$

$$\text{ac celeritas ascensus } \sqrt{v} = \frac{-ds}{dz} = \frac{-6gpqPQ \sin. z}{h(1-2g)} -$$

$$\frac{3gp^2q^2 \sin. 2z}{h(1-8g)}. \text{ Cùm autem sit } \sin. 2z = 2 \sin. z \cos. z, \text{ ce-}$$

leritas duobus casibus evanescit, quorum primus est si  $\sin. z = 0$ , alter si  $\cos. z = \frac{-PQ(1-8g)}{pq(1-2g)}$ ; illi casus dabunt aquam

summam, hi verò imam. Hinc igitur patet aquam summam

contingere debere iis ipsis momentis, quibus Luna per meridianum transit, imam verò non tum, cùm Luna horizontem attingit; namque Luna horizontem attingit, si

est  $\cos. z = \frac{-PQ}{pq}$ , aqua verò est ima si est  $\cos. z =$

$$\frac{-PQ(1-8g)}{pq(1-2g)} = \frac{-5PQ}{8pq} \text{ posito } g = \frac{1}{8}. \text{ Hic autem idem est}$$

notandum quod supra, scilicet nos posuisse motum aquæ esse uniformem seu quotidie sui similem, Lunamque in eclip-tica locum tenere fixum, seu saltem suam declinationem non variare. Quoniam verò ob variabilitatem declinationis Lunæ, itemque ob actionem Solis, iste motus perpetuò turbatur, atque insuper motûs Maris horizontalis nulla adhuc habita est ratio, facile intelligitur, tam Fluxus quàm Reflexus tardiùs venire debere, quàm quidem ex his formulis sequitur.

§. 85. Bini ergo unâ Lunæ revolutione contingent Fluxus, alter si Luna super horizonte ad meridianum appel-lit, alter si sub Terra; priori casu est  $\cos. z = 1$ , &  $\cos. 2z = 1$ , hoc itaque tempore Mare supra libellam C eleva-

bitur per spatium  $\frac{g(3p^2q^2 + 6P^2Q^2 - 2)}{2h} + \frac{3gp^2q^2}{2h(1-8g)} +$

$\frac{6gpqPQ}{h(1-2g)}$ . Dum autem Luna sub horizonte meridia-

num attingit, tum aqua elevabitur per spatium  $====$

$\frac{g(3p^2q^2 + 6P^2Q^2 - 2)}{2h} + \frac{3p^2q^2}{2h(1-8g)} - \frac{6gpqPQ}{h(1-2g)}$ , propter

cof.  $z = -1$  at cof.  $2z = 1$  hoc casu : harum igitur altitudinum differentia est  $= \frac{12gppqPQ}{hc(1-2g)}$ ; atque Mare in transitu Lunæ per meridianum supra horizontem altiùs elevatur, si declinatio Lunæ sit borealis; contrà verò si declinatio fuerit australis, major Maris elevatio respondebit appulsui Lunæ ad meridianum infra horizontem. Lunâ verò in ipso æquatore versante, ambo Fluxus inter se erunt æquales. Ratione autem elevationis poli, horum binorum Fluxuum successivorum inæqualitas erit maxima sub elevatione poli  $45^\circ$ , pro his enim regionibus fit  $pP$  maximum; atque in aliis regionibus eò minor erit inæqualitas, quò magis fuerint à latitudine  $45^\circ$  remotæ. Mare autem maximè deprimetur, si fuerit cof.  $z = \frac{-PQ(1-8g)}{pq(1-2g)}$ ; quo valore substituto, reperietur aqua infra libellam  $C$  subsidere per spatium  $= \frac{3gp^2q^2}{2h(1-8g)} - \frac{g(3p^2q^2 + 6P^2Q^2 - 2)}{2h} + \frac{3gP^2Q^2(1-8g)}{h(1-2g)^2}$ ; omnino igitur aqua in æstu movebitur per spatium  $= \frac{3gp^2q^2}{h(1-8g)} + \frac{6gpqPQ}{h(1-2g)} + \frac{3gP^2Q^2(1-8g)}{h(1-2g)^2}$ , quorum signorum ambiguum superius  $+$  valet si Luna super horizonte, alterum verò  $-$  si Luna sub horizonte in Fluxu meridianum attingit.

§. 86. Si aqua inertiam careret, tum superiore Lunæ transitu per meridianum elevaretur supra libellam  $C$  per spatium  $= \frac{3(pq + PQ)^2 - 1}{h} g$ , inferiori verò transitu per meridianum elevaretur ad altitudinem  $\frac{3(pq - PQ)^2 - 1}{h} g$ , quarum altitudinum discrimen est  $= \frac{12gpqPQ}{h}$ ; ita ut discrimen admittens inertiam majus sit parte circiter octava, quam idem discrimen si inertia tollatur. Maximè autem deprimetur aqua sublatâ inertiam, si fuerit cof.  $z = \frac{-PQ}{pq}$ , tumque infra libellam erit constituta intervallo  $= \frac{g}{h}$ ; ex quo spatium, per quod æstus Maris fit sublatâ inertiam, prodit  $=$

Qq iii

$\frac{3p^2q^2 + 3P^2Q^2 + 6pqPQ}{h}g$ ; cùm igitur idem spatium con-  
 cessâ inertîâ, sit  $= \frac{3gp^2q^2}{h(1-8g)} + \frac{6gpqPQ}{h(1-2g)} + \frac{3gP^2Q^2(1-8g)}{h(1-2g)^2}$ ;  
 erit excessus hujus spatii super illud  $= \frac{24g^2p^2q^2}{h(1-8g)} -$   
 $\frac{12g^2P^2Q^2(1+g)}{h(1-2g)^2} + \frac{12g^2pqPQ}{h(1-2g)}$ . Fieri ergo potest ut spa-  
 tium, in quo æstus Maris continetur, majus sit sublatâ iner-  
 tiâ, quàm si ea aquæ tribuatur, id quod eveniet si  $\frac{P^2Q^2(1+g)}{(1-2g)^2}$   
 $\triangleright \frac{2p^2q^2}{1-8g}$  vel  $\frac{PQ}{pq} \triangleright \frac{(1-2g)\sqrt{2}}{\sqrt{(1+g)(1-8g)}}$ , hoc est,  $\frac{PQ}{pq} \triangleright \sqrt{\frac{256}{95}}$ , po-  
 sito  $g = \frac{1}{18}$ ; quod verò si evenit, Luna ne quidem ad horizon-  
 tem in cursu diurno attingit, ac propterea aquam non de-  
 primit. Ex quo sequitur æstum ubique ab inertîâ aquæ auge-  
 ri: erit autem ad usum magis accommodatè spatium  $AB$ ,  
 per quod Mare agitatur, ita expressum ut sit  $AB =$   
 $\frac{3g}{h(1-8g)} \left( pq + \frac{PQ(1-8g)}{1-2g} \right)^2$ , ubi signorum ambiguo-  
 rum superius transitum Lunæ per meridianum super ho-  
 rizonte, inferius verò sub horizonte respicit.

§. 87. Cùm sit  $\frac{3g}{h} = 3,372$  pedum, Lunâ mediocrem  
 à Terrâ distantiam tenente, atque  $g$  sit circiter  $\frac{2}{25}$  vel  $\frac{1}{18}$ ;  
 erit posito  $g = \frac{2}{25}$  spatium  $AB = \frac{25}{9} \left( pq + \frac{3}{7}PQ \right)^2$ , 3,  
 372 ped. at factò  $g = \frac{1}{18}$  erit spatium  $AB = \frac{2}{5} \left( pq + \frac{5}{8}PQ \right)^2$ .  
 3,372 ped. Ex his colligitur æstum fore maximum pro  
 eadem elevatione poli, si fuerit tangens declinationis Lu-  
 næ  $= \frac{3}{7} \frac{P}{p}$  casu  $g = \frac{2}{25}$ , vel  $= \frac{5}{8} \frac{P}{p}$  casu  $g = \frac{1}{18}$ : horum au-  
 tem casuum prior veritati magis videtur consentaneus, at-  
 que hanc ob rem valorem  $g = \frac{2}{25}$  retineamus: hinc igitur  
 sequitur sub æquatore æstum fore maximum si Luna nullam  
 habeat declinationem, atque simul pro quaque regione  
 declinatio Lunæ poterit assignari, cui maximum æstus res-  
 pondeat; uti ex adjecto laterculo apparet:



Elevatio Poli. Declinatio ☽	Elevatio Poli. Declinatio ☽	Elevatio Poli. Declinatio ☽
0°. 0°, 0'	30°. 13°, 54'	60°. ———
5°. 2°, 8'	35°. 16°, 42'	65°. ———
10°. 4°, 19'	40°. 19°, 46'	70°. ———
15°. 6°, 33'	45°. 23°, 11'	75°. ———
20°. 8°, 52'	50°. 27°, 3'	80°. ———
25°. 11°, 18'	55°. maxima.	85°. ———

In locis ergo ultra 45°. ab æquatore remotis æstus erit maximus, si Luna maximam obtineat declinationem, si quidem fuerit  $g = \frac{2}{5}$ ; ac si per observationes constet cuiusnam Lunæ declinationi maximus æstus respondeat, tum inde valor litteræ  $g$  innotescet: quoniam autem sub elevatione poli 50°. æstus maximi nondum maximæ declinationi respondere observantur, ponamus id evenire sub elevatione poli 60°, reperietur  $\frac{1-8g}{1-2g} = \frac{1}{4}$  atque  $g = \frac{1}{10}$ , unde ipsius  $g$  tutò hi limites constitui posse videntur  $\frac{1}{10}$  &  $\frac{1}{8}$ ; ex hac verò hypothefi valor  $\frac{1}{10}$  multo propiùs ad veritatem accedit; interim tamen etiamnum nil definimus, sed observationes hunc in finem sollicitè institutas expectamus.

§. 88. Quòd si autem ponamus  $g = \frac{1}{10}$ , tum bini æstus successivi, dum Luna in maximâ declinatione versatur, eò magis ad æqualitatem perducentur, quò ipso theoria ad experientiam propiùs accedit; cùm enim sit horum binorum æstuum major ad minorem uti  $(pq + \frac{PQ(1-8g)}{1-2g})^2$  ad  $(pq - \frac{PQ(1-8g)}{1-2g})^2$ , hæc ratio eò propiùs ad æqualitatem accedet, quò minor fuerit fractio  $\frac{1-8g}{1-2g}$ , fit autem hæc fractio  $= \frac{1}{4}$  si ponatur  $g = \frac{1}{10}$ . Hac itaque hypothefi erit quantitas æstus majoris  $= (pq + \frac{1}{4}PQ)^2$ . 16, 86 ped. minoris verò  $= (pq - \frac{1}{4}PQ)^2$ . 16, 86 ped. At inter hos binos æstus aqua humillima non medium interjacet, sed minori est vicinior, neque tamen tantâ inæqualitate binos

Fluxus dirimit, quàm fieret, ſi ima aqua Lunæ horizontali reſponderet. Si enim tempus medium inter binos Fluxus ponatur  $z$ , erit cof.  $z = 0$ , at temporis, quo Reflexus Fluxum majorem infequitur, cofinus eſt  $= \frac{-PQ}{4pq}$ , ejuſque ergo intervalli à tempore medio ſinus eſt  $= \frac{PQ}{4pq}$ , quæ expreſſio adeo ſub elevatione poli  $60^\circ$ , pro maxima Lunæ declinatione  $28^\circ$ , tantum fit  $= \text{ſin. } 13^\circ$ , unde Reflexus à tempore inter Fluxus medio circiter  $54'$  aberrabit: minor verò erit aberratio, quò propiùs cùm regio Terræ tùm Luna ad æquatorem verſentur, id quod cum experientiâ mirificè convenit. Quoniam autem hæc ex valore ipſius  $g$  aſſumto conſequuntur, imprimis notari oportet, litteram  $g$  non poſſe abſolutè determinari, ſed ejus quantitatem, quippe quæ mobilitatem totius oceani ſpectat, cùm ab extenſione tùm etiam profunditate Maris pendere; ex quo variis in locis hæc eadem littera  $g$ , varias ſignificationes fortietur.

§. 89. Ex ſolutiõne horum duorum problematum, quæ quidem in ſe ſpectata non ſolum ſunt attentione digna, ſed etiam cùm analyſin tùm etiam motûs ſcientiam amplificat, quamvis ea caſum propoſitum non penitus exhauriant, tamen motus in præcedentibus capiùbus definitus multò magis cum experientiâ conciliatur, id quod theoriæ noſtræ jam inſigne addit firmamentum. Simili autem modo viſ à Sõle profecta cum inertia aquæ poteſt conjungi, atque æſtus Maris definiri, quatenus à ſolâ vi Solis oritur, quibus duobus effectibus conjungendis judicare licebit, quantus æſtus quovis tempore & quovis loco debeat evenire. In hoc quidem capite cogitationes adhuc ab omnibus obſtaculis à Terrâ & littoribus oriundis proſus abſtrahimus, atque univerſam Terram undiquaque aquâ circumfuſam ponimus; ex quo regulas hinc natas præcipuè cum ejuſmodi obſervationibus, quæ in ampliffimo oceano apud exiguas inſulas ſunt inſtitutæ, conferri conveniet. Quoniam autem nondum motûs aquæ progreſſivi, quo  
alternativè

alternativè ad loca, in quibus Fluxus & Refluxus accidit, progreditur & recedit, rationem habuimus, necesse est ut etiam hunc motum & Phænomena inde orta contemplerur. Ac primò quidem facilè intelligitur, cùm ob inertiam aquæ tum etiam alia impedimenta motui opposita, aquam tam tardiùs elevari quàm deprimi oportere, quàm ex allatis hactenus consequitur: unde Fluxus non ad transitus Lunæ per meridianum contingit, sed aliquanto ferius evenient, omnino ur̄i experientia testatur.

§. 90. Hæc autem retardatio præcisè ad calculum revocari non potest, quia à motu aquæ ejusque profunditate plurimum pendeat, prouti etiam videmus in diversis locis eam vehementer esse diversam, atque aliis locis Fluxum contingere post Lunæ culminationem tribus horis nondum elapsis, aliis verò locis plus quàm duodecim horis tardiùs venire, quæ quidem insignis retardatio terrarum positioni est adscribenda; interim tamen hinc sufficienter constat motum Maris admodum posse impediri. Pro eodem verò loco satis luculenter perspicitur, quò major atque altior Fluxus evenire debeat, eò tardiùs eundem accidere oportere. Quòd si enim æstus contingat infinitè parvus, dubium est nullum, quin is statò tempore adveniat, cùm impedimentis hoc casu ne locus quidem concedatur agendi: unde dilucidè sequitur æstus eò tardiùs advenire debere, quò sint majores. Atque hoc ipsum experientia confirmat, quâ constat æstus majores, qui circa novilunia ac plenilunia contingunt, tardiùs insequi transitum Lunæ per meridianum, quàm æstus minores, qui circa quadraturas contingunt. Cùm enim Luna in quadraturis circiter 6 horis tardiùs respectu Solis per meridianum transeat, quàm in syzygiis, æstus tamen non 6 horis tardiùs, sed tantum circiter  $5\frac{1}{4}$  horis tardiùs accidit. Videtur verò etiam calculus, qui pro utraque vi Solis ac Lunæ conjunctim institui potest simili modo, quo pro solâ vi Lunæ fecimus, ejusmodi retardationem majorem in syzygiis quàm in quadraturis indicare, etiamsi eum ob summas difficultates ad finem per-

Rr

ducere non valuerimus ; interim tamen satis planum est præcipuam ejus causam in ipsâ naturâ aquæ esse quærendam. Hæc autem allata ratio retardationis à Flamstedio maximè probatur , quippe qui observavit maximam retardationem non tam syzygiis luminarium , neque minimam quadraturis respondere , sed iis tempestatibus , quibus æstus soleant esse maximi & minimi , id quod demum post syzygias & quadraturas contingit.

§. 91. Ad hanc autem Fluxuum à syzygiis ad quadraturas accelerationem , respectu transitûs Lunæ per meridianum , ac retardationem à quadraturis ad syzygias , plurimum quoque vis Solis conferre videtur. Suprà enim jam indicavimus post syzygias Fluxum transitum Lunæ per meridianum antecedere debere , ob Solem tum jam versùs horizontem declinantem ; unde etiam , stabilitâ inertia , diebus novilunia ac plenilunia sequentibus æstus Maris citiùs insequi debet transitum Lunæ per meridianum , quàm in ipsis syzygiis , id quod etiam observationes mirificè confirmant ; inter Fluxum enim quintum & sextum post syzygias retardatio respectu Solis tantum 17 minut. apprehenditur , cùm tamen Luna 24 retardetur. Hanc ob rem à Sole determinatur æstus ad actionem virium magis exactè sequendam , quæ determinatio cùm daret usque ad quadraturas , mirum non est , quòd æstus tum respectu Lunæ citiùs contingant , magisque ad calculum accedant. Contrarium evenit in progressu à quadraturis ad syzygias , quo tempore æstus à Sole continuo retardantur ; hocque necessariò efficitur , ut tandem in ipsis syzygiis Fluxus tardiùs insequatur Lunæ culminationem quàm in quadraturis. Hanc autem rationem cum magnitudine æstûs jungendam esse putamus ad hæc phænomena perfectè explicanda , sæpissimè enim in hac quæstione plures causæ ad eundem effectum producendum concurrunt ; hoc autem est idipsum quod calculus ille summopere implicatus & molestus quasi per transfennam ostendere visus est.

§. 92. Quò autem tam de his Phænomenis quàm reliquis

certius & solidius judicare queamus, ipsum motum progressivum, quem aqua ab æstu recipit, investigabimus. Cùm enim aqua eodem loco nunc elevetur nunc subsidat, necesse est ut priori casu aqua aliunde affluat, posteriori verò ab eodem loco defluat, unde nomina Fluxus ac Refluxus originem traxerunt. Repræsentet igitur tempore quocunque figura  $ADBE$  statum aquæ totam Terram ambientis, ita ut in locis  $A$  &  $B$  aqua maximè sit elevata, in locis verò mediis ab  $A$  &  $B$  æquidistantibus, maximè depressa. Post aliquod tempus transferatur æstus summus ex  $A$  &  $B$  in  $a$  &  $b$ , sitque  $aDbE$  figura aquæ Terram circumdantis: hoc igitur tempore necesse est, ut à parte oceani  $DF$  defluerit aquæ copia  $FAMDmf$ , in partem verò  $FE$  tantundem aquæ affluerit, portio scilicet  $FaNEne$ : simili modo portio  $EG$  decrevit copiâ aquæ  $EPBGgp$ , portioque  $GD$  augmentum accepit  $GbQDqd$ . Si nunc ponamus portionem  $FMm$  transire in locum  $FNn$ , ac portionem  $EPp$  in  $ENn$  deferri, satis clarè motum aquæ progressivum intelligere licebit. Cùm enim motus aquæ summæ  $A$  fiat ab ortu in occasum, aqua quæ circa  $A$  versus orientem scilicet ab  $M$  ad  $N$  usque est sita, in occasum movebitur; similiterque ea quæ huic è diametro est opposita & spatium  $PQ$  occupat. Contrà verò reliqua aqua in  $MQ$  &  $NP$  contenta in ortum promovebitur. Verùm celeritas ubique non erit eadem; in punctis enim  $M, N, P$  &  $Q$  quippe limitibus inter motus versus ortum & obitum, celeritas erit nulla, deinde ab  $M$  usque ad  $F$  crescet ubique ita ut incrementa celeritatis in punctis mediis ut  $A$  sint differentiis  $Af$  proportionalia: ab  $F$  verò usque ad  $N$  celeritas decrescere debet, & decrementum celeritatis in  $e$  erit ut  $ae$ ; similique modo comparatus erit motus in reliquis portionibus figuræ propositæ.

FIG. XII.

§. 93. Si hæc diligentius prosequamur ac punctum  $a$  ipsi  $A$  proximum ponamus, reperiemus in loco quocunque  $M$  fore intervallum  $Mm$  sinui dupli anguli  $MCA$  proportionale. Quare si anguli  $ACM$  sinus ponatur  $= x$ , cosinus

R r ij

$= y$ , ac celeritas quam aqua in  $M$  habet, versùs occasum  $= u$ , erit  $du$  ut  $2xy$ . Cùm autem elementum arcùs  $AM$  sit ut  $\frac{dx}{y}$ ; nam figuram instar circuli considerari licet: erit

$du$  ut  $2x dx$ , atque  $u$  proportionale erit ipsi  $2xx - 1$  ejusmodi adjecta constante, ut ubi  $Mm$  est maximum, ibi celeritas evanescat. Hanc ob rem erit celeritas in loco quocunque  $M$ , quam aqua versùs occidentem habebit, uti cosinus dupli anguli  $MCA$ . Maxima igitur aquæ celeritas versùs occidentem erit in iis locis, in quibus aqua maximè est elevata; huicque celeritati æqualis est ea, quæ aqua in locis ubi maximè est depressa, versùs orientem promovetur; si quidem hæc in circulo fieri concipiamus, nam in sphæra motus aliquantum diversus erit, sed tamen hinc intelligi poterit. At in locis quæ ab  $A$  &  $B$  45 grad. distant, ob cosinum dupli anguli  $= 0$ , aqua omnino nullum habebit motum horizontalem. Ex his igitur non solum motus aquæ progressivus cognoscitur, quo alterna elevatio ac depressio producitur, sed etiam luculenter perturbationes, quæ à Terris, littoribus atque etiam à fundo Maris proficisci possunt, perspiciuntur. Ceterum quanquam sectio nostra plana  $ADBE$  æquatorem solum denotare videtur, tamen eadem ad parallelum quemvis significandum satis commodè adhiberi potest: quin etiam motus pro sphæra hinc satis distinctè colligi poterit, operæ enim pretium non judicamus, per solidorum introductionem banc rem cognitu tantò difficiliorem reddere.

§. 94. Eò minus autem hujus accuratæ inquisitioni insistemus, quòd celeritas progressiva insuper à profunditate maris pendeat. Quòd si enim ponamus  $mn$  jam esse Maris fundum, ita ut profunditas Maris in  $M$  major non esset quàm  $Mm$ , tum isti aquæ tantus motus inesse deberet, quo ea, dum Fluxus ex  $A$  in  $a$  transit, ex situ  $nFMm$  in situm  $mFNn$  transferri posset. Hic autem motus quamvis sit difformis & per totam massam inæquabilis, tamen si tota translatio spectetur, totus motus ex spatio à centro

gravitatis interea percurſo eſt æſtimandus. Hoc igitur caſu, quo Terræ ſuperficiem ſolidam ad  $mn$  uſque perſtingere ponimus, reperietur centrum gravitatis maſſæ  $nFMm$  ferè æquè celeriter promoveri debere ac punctum  $A$ , ex quo ejus celeritas tanta eſſe deberet, qua tempore unius horæ ſpatium ferè 15 graduum percurrere poſſet, quæ celeritas utique foret enormis ac ſtupenda. At ſi Mari profunditatem majorem tribuamus, ſcilicet ad  $\mu v$  uſque, tum illa celeritas multò fiet minor, decreſcet namque in eadem ratione in qua profunditas creſcit. Cùm igitur celeritas Maris, quæ antè in ſe ſpectata inventa eſt coſinui dupli anguli  $MCA$  proportionalis, eò fiat minor, quò majorem Mare habeat profunditatem, tenebit ea in quoque loco rationem compoſitam ex ratione directâ coſinûs dupli anguli  $MCA$  atque ex inverſâ profunditatis.

§. 95. Datur autem alius modus celeritatem Maris horizontalem, poſitâ ſcilicet ubique profunditate eâdem, determinandi, qui tamen etiam ad diverſas profunditates patet, ſi cum ratione inveniendâ jungamus reciprocorum profunditatum uti fecimus; deduciturque hic modus ex motu Maris verticali, quo modò aſcendit modò deſcendit, qui jam ſuprà eſt definitus. Primò enim manifeſtum eſt, ſi Mare ubique eâdem celeritate, (poſitâ profunditate ubique æquali) in eandem plagam promoveretur, tum etiam altitudinem manſuram eſſe eandem ubique, neque ullam mutationem in elevatione aquæ orturam eſſe. At ſi aqua motu inæquali progrediatur, manifeſtum eſt iis in locis, ubi celeritas diminuitur, aquam turgere atque adeo elevari debere, quoniam plus aquæ affluit quàm deſluit; contrà verò ubi celeritas aquæ creſcat, ibi aquam ſubſidere oportere. Quare cùm elevatio & depreſſio Maris à motûs progreſſivi horizontalis inæqualitate pendeat, licebit pro quovis loco hanc inæqualitatem definire, ex motu aſcensûs & deſcensûs cognito. Cùm enim celeritas aſcensûs ſit decremento celeritatis progreſſivæ æqualis, celeritas deſcensûs verò incremento celeritatis progreſſivæ, ex dato motu verticali ratio-

R r iij

motûs horizontalis definiri poterit. Invenimus autem suprâ §. 84, si Luna à meridiano versûs occasum jam recessit angulo  $z$ , hoc est cùm regio proposita ab ea, in qua aqua est summa, versûs orientem secundùm longitudinem distet angulo  $z$ , fore celeritatem quâ aqua ascendit  $\text{=====}$

$$\frac{-6g p q P Q \sin. z}{h(1-2g)} - \frac{3g p^2 q^2 \sin. 2z}{h(1-8g)}.$$

Quare cùm huic celeritati ascensûs proportionale sit decrementum motûs horizontalis, erit ipsa celeritas horizontalis versûs occasum ut

$$\frac{g(3p^2 q^2 + 6P^2 Q^2 - z)}{2h} + \frac{6g p q P Q \cos. z}{h(1-2g)} + \frac{3g p^2 q^2 \cos. 2z}{2h(1-8g)};$$

hujus enim differentiale negativè sumtum & per  $dz$  divisum dat ipsam celeritatem ascensûs. Quoniam autem hæc expressio simul exhibet spatium, quo Mare supra libellam elevatur, erit celeritas Maris in quovis loco versûs occidentem proportionalis elevationi supra libellam, & inversè profunditati Maris, quæ est vera regula pro motu Maris, tam verticali quàm horizontali, definiendo; atque ita priori modo insufficienti superfedere potuissimus.

§. 96. Consideremus ergo motum, quo aqua tam verticaliter quàm horizontaliter promovetur à Fluxu usque ad Refluxum, indeque ad sequentem Fluxum, idque sub æquatore, dum Luna pariter in æquatore versatur: erit itaque celeritas ascensûs ut  $-\sin. 2z$ , celeritas autem horizontalis versûs occasum ut  $15 \cos. 2z + 1$  posito  $g = \frac{1}{10}$ , cui expressioni simul altitudo aquæ supra libellam est proportionalis. Quòd si ergo superficies Terræ seu perimenter æquatoris in 24 partes æquales dividatur, atque in locis  $A$  &  $B$  aqua sit maximè elevata, in  $C$  &  $D$  verò minimè, numeri 1, 2, 3, &c. designabunt ea Terræ loca in quibus ante unam vel duas vel tres vel &c. horas lunares aqua maximè fuit elevata, tribuendo uni horæ Lunari 62 minuta. In Tabulâ ergo annexâ exhibetur motus tam verticalis, quàm horizontalis, ad singulas horas post Fluxum elapsas.

FIG. XIII.



<i>Hora post Fluxum.</i>	<i>Celeritas Maris verticalis.</i>	<i>Celeritas Maris horizontalis.</i>
0	0,000 descendit.	1,067 in occasum.
1	0,500 descendit.	0,927 in occasum.
2	0,860 descendit.	0,567 in occasum.
3	1,000 descendit.	0,067 in occasum.
4	0,860 descendit.	0,432 in ortum.
5	0,500 descendit.	0,792 in ortum.
6	0,000 ascendit.	0,932 in ortum.
7	0,500 ascendit.	0,792 in ortum.
8	0,860 ascendit.	0,432 in ortum.
9	1,000 ascendit.	0,067 in occasum.
10	0,860 ascendit.	0,567 in occasum.
11	0,500 ascendit.	0,927 in occasum.
12	0,000 descendit.	1,067 in occasum.

Facile autem intelligitur pro regionibus ab æquatore remotis, præcipuè si Luna habeat declinationem, tum utrumque motum magis fore irregularem, atque mox ascensum citius absolvi mox verò descensum; totus autem motus facilius ex ipsis formulis datis cognoscetur. Hic denique profunditatem ubique eandem posuimus; quòd si enim esset diversa, motus horizontalis simul rationem inversam profunditatis tenebit.

§. 97. Denique antequam hoc caput finiamus, notari oportet, neque maximos æstus iis ipsis temporibus evenire posse, quibus vires Solis & Lunæ maximè vigent, nec minimos æstus tum, cùm vis à Luna & Sole nata est debilissima, sed aliquanto tardiùs. Æstùs enim magnitudo non solum à quantitate virium sollicitantium pendet, uti id usuveniret, si aqua inertia careret, sed insuper à motu jam antè concepto. Quòd si enim antè Mare omnino quievisset,

tum primus certè æstus oriundus admodum futurus esset exilis, etiamsi vires sollicitantes essent maximæ ; sequentes verò æstus continuò crescerent, donec tandem post tempus infinitum magnitudinem assignatam obtinerent, si quidem vires sollicitantes idem robur perpetuò servarent : atque hoc idem evenire debet, si æstus præcedentes tantum fuerint minores, quàm is qui viribus sollicitantibus convenit. Quare cùm æstus novilunia ac plenilunia præcedentes sint minores, ii quidem his temporibus ab auctis viribus augebuntur, non verò subito totam suam quantitatem consequentur, atque hanc ob rem æstus etiamnum post syzygias augmenta accipient, donec ob tum secutura virium decremента, æstus iterum decrefcere incipiant. Ita tempore noviluniorum & pleniluniorum non tam ipsi æstus quàm incrementa eorum censenda sunt maxima, quatenus scilicet æstus præcedentes maximè deficiunt, ab iis qui sequi deberent ; ex quo manifestum est non illos æstus, qui in ipsis syzygiis luminarium contingunt, esse maximos, sed sequentes esse majores. Hocque idem intelligendum est de æstibus minimis, qui non in ipsas quadraturas incidunt, sed tardiùs sequuntur : unde ratio luculenter perspicitur, cur æstus tam maximi quàm minimi non ipsis syzygiarum & quadraturarum tempestatibus respondeant, sed seriùs observentur, tertii scilicet demum vel quarti post hæc tempora.



CAPUT

## CAPUT SEPTIMUM.

*Explicatio præcipuorum Phænomenorum circa Æstum  
Maris observatorum.*

§. 98. **I**N præcedentibus capitibus fusiùs exposuimus effectus, qui in Mari à viribus illis duabus, quarum altera versùs Lunam est directà, altera versùs Solem, produci debent; eosque cùm per calculum analyticum, tum per solida ratiocinia ita determinavimus, ut de eorum existentia dubitari omnino non liceat, si quidem illæ vires admittantur. At verò istas vires in mundo existere non solum per alia phænomena evidentissimè probavimus, sed etiam earum causam physicam assignavimus, quam in binis vorticibus, quorum alter circa Solem, alter circa Lunam sit constitutus, posuimus, quippe quæ est unica ratio cùm gravitatem tum etiam vires, quibus planetæ in suis orbitis circa Solem continentur, explicandi. Quin etiam hæc ipsa phænomena internam vorticum structuram & indolem commonstrarunt; ob eaque vortices ita comparatos esse statuimus, ut vires centrifugæ decrescant in duplicatâ ratione distantiarum à centris eorundem. Quare cùm in his viribus nihil gratuitò assumserimus, si effectus ex iis oriundum phænomenis æstûs Maris conveniant, certissimè nobis persuadere poterimus, in assignatis viribus veram æstûs Maris causam contineri; absolumque omnino fore, si causam æstûs Maris in aliis viribus imaginariis anquirere vellemus. Quamobrem in hoc capite constituimus omnes effectus, qui in superioribus capitibus sparsim sunt eruti, conjunctim & ordine proponere, summumque eorum consensum cum experienciâ declarare. Quoniam autem nondum impedimentorum à littoribus terrisque oriundorum rationem habuimus, facillè intelligitur, hinc excludi adhuc debere ejusmodi anomalias æstûs Maris, quæ evidentissimè

S f

à Terris contingentibus ortum habeant, cujusmodi sunt æstus vel vehementer enormes vel vix sensibiles, uti in Mari Mediterraneo, vel insignes retardationes eorum, quibus rebus explicandis sequens caput ultimum destinavimus: ita in hoc capite tantum ea æstus Maris phænomena explicanda suscipimus, quæ in portibus amplissimum oceanum respicientibus vel insulis observari solent in oceano sitis.

§. 99. Si omnes proprietates, quibus Fluxus ac Refluxus Maris præditus esse observatur, distinctè enumerare atque exponere velimus, deprehendemus eas ad tres classes revocari debere. Ad primam scilicet classem referenda sunt phænomena, quæ in uno æstu in se spectato conspiciuntur, cum ratione temporis tum etiam ratione quantitatis; hæcque phænomena commodissimè sub varietatibus diurnis comprehendi possunt, quatenus ea se offerunt observatori, qui per integrum tantum diem observationes instituit, neque ea cum aliis phænomenis aliis temporibus occurrentibus comparat. Secunda classis complectitur varietates menses, quæ sese observatori per integrum mensem æstum Maris contemplanti offerunt, quorum pertinent æstus maximi minimique, item retardationes modò majores modò minores. Tertia denique classis comprehendit varietates annuas ac plusquam annuas, quæ sequuntur vel varias Lunæ à Terra distantias, vel Solis; vel etiam luminarium declinationem. Hanc ob rem phænomena uniuscujusque classis recensebimus, atque quomodo singula cum theoriâ traditâ congruant, ostendemus. Hic verò, ut jam est monitum, à perturbationibus quæ à Terris ac littoribus provenire possunt, animum prorsus abstinemus, eas sequenti capiti reservantes. Multò minùs verò ad ventum hinc respicimus, quo æstus Maris cum ratione magnitudinis tum temporis plurimum affici observatur; sed tantum ejusmodi phænomena explicare hinc conabimur, quæ memoratis perturbationibus minimè sint obnoxia.

§. 100. Quod igitur ad primam classem attinet, præci-

puum Phænomenum in hoc consistit, quòd ubique in amplissimo oceano quotidie bini Maris Fluxus seu elevationes, binique Refluxus seu depressiones observentur, atque tempus inter binos Fluxus successivos circiter 12 h. 24' deprehendatur. Huic verò Phænomeno, si ulli alii, per theoriam nostram plenissimè est satisfactum, ubi ostendimus maximam aquæ elevationem deberi transitui Lunæ per meridianum tam supra quàm infra Terram: ex quo cum Luna unâ revolutione diurnâ bis ad ejusdem loci meridianum appellat intervallo temporis circiter 12 hor. 24', necessariò sequitur unâ revolutione Lunæ circa Terram binos Fluxus tanto tempore à se invicem distitos oriri debere, quemadmodum hoc ipsum calculus tam pro hypothesi aquæ inertîæ carentis, quàm admîssâ inertîâ, clarissimè indicavit. Simul autem ex iisdem determinationibus intelligitur sub ipsis polis nullum omnino æstum dari diurnum, in regionibus verò à polis non procul remotis, ubi luminaria vel non oriuntur vel non occidunt, quotidie unum tantum Fluxum unicumque Refluxum contingere debere; quæ consequentia theorîæ, etsi observationibus nondum factis est comprobata, tamen quia ex iisdem principiis sequitur quæ institutis observationibus satisfaciant, nulli amplius dubio subjecta videtur. In locis autem æquatori propioribus, quibus quotidie bini Fluxus totidemque Refluxus eveniunt, momentum, quo aqua maximè deprimitur non factis exactè medium interjacere observatur inter Fluxuum momenta, sed mox priori mox posteriori est propius, quod Phænomenum cum nostrâ theoriâ apprimè congruit; ostendimus enim momentum Refluxûs non exactè tempori medio inter Fluxus respondere, nisi vel locus situs sit sub æquatore, vel Lunæ declinatio fuerit nulla, sed modò priori modò posteriori Fluxui esse propius.

§. 101. Secundum Phænomenum huc redit, ut ubique locorum Fluxus post transitum Lunæ per meridianum venire observetur, idque aliquot horarum spatio, in portibus versùs apertum oceanum patentibus. Nam in regionibus

S f ij

quæ cum oceano non liberrimè communicantur, sed ad quas aqua juxta littora deferri debet, multo tardiùs æstus advenit, quæ retardatio si ferè ad 12 horas ascendit, in causa esse solet, ut hujusmodi in locis Fluxus ante transitum Lunæ per meridianum venire videatur. Ita ad Portum Gratiaè videri posset Fluxus 3 horis Lunæ culminationem antecedere, cùm tamen, re benè consideratâ, à præcedente culminatione oriatur, atque adeo eam 9 ferè horis demum sequatur, uti apparebit si æstuum momenta, quæ successivè ad littora Britanniaè minoris & Normanniaè observantur continuoque magis retardantur, attentius inspiciantur. Deberet quidem ubique Fluxus in ipsos Lunæ transitus per meridianum incidere, imò quandoque ob Solem præcedere, non solum demtâ inertia, sed etiam eâ positâ, si tantum aquæ motus verticalis spectetur; at si etiam motûs horizontalis ratio habeatur, tum dilucidè ostendimus Fluxum perpetuò retardari, ac demum post Lunæ transitum per meridianum evenire debere. Tempus quidem hujus retardationis, cùm sit admodum variabile pluribusque circumstantiis subjectum, non definivimus, interim tamen id ex §. 82. colligi poterit, remotis externis impedimentis: cùm enim invenerimus aquam propria vi gravitatis sese in situm æquilibrii recipere tempore  $\frac{1}{2}$  horarum, ac numerum  $n$  esse circiter 5 vel 6, manifestum est tanto etiam tempore opus esse, quo aqua eum situm quem vires intendunt, induat, ex quo Fluxus circiter 2 horas vel  $2\frac{1}{2}$  hor. post transitum Lunæ per meridianum contingere debet, id quod cum observationibus in oceano libero institutis egregiè convenit; hancque idcirco præcipuam hujus retardationis causam meritò assignamus.

§. 102. Tertium Phænomenon suppeditat æstûs magnitudo, quæ autem tam diversis locis quàm diversis tempestatibus maximè est mutabilis. Interim tamen exceptis enormibus illis æstibus, qui nonnullis in portibus observari solent, reliqui cum nostrâ Theoriâ egregiè consentiunt; inertia enim sublatâ invenimus sub æquatore maximum.

æstum fore per spatium circiter 4 pedum, ab inertia autem hoc intervallum augeri ita ut duplo, vel triplo, vel etiam quadruplo & plus fiat majus, prout valor ipsius  $g$  (vid. §. 82.) minor fuerit vel major, quippe qui à facultate oceani sese propriâ suâ vi in statum æquilibrîi restituendî pendet; ex quo sub æquatore spatium per quod maximus æstus agitatur ad 8, 12, 16 & plures pedes exurgere potest. In regionibus autem ab æquatore remotis invenimus magnitudinem æstûs tenere rationem duplicatam cosinum elevationis poli, unde sub elevatione poli  $45^\circ$ , magnitudo æstûs circiter duplo erit minor quàm sub ipso æquatore; cujus veritas in locis à littoribus aliquot milliaria remotis per experientiam eximè comprobatur. Deprehenditur enim ubique in locis à littoribus remotis æstus multò minor quàm ad littora; cujus discriminis causa in sequenti capite dilucidè indicabitur. Quinetiam in medio Mari plerumque æstus adhuc minor observatur, quàm hæc regula requirit; id autem ostendetur à non satis amplâ oceani extensione secundum longitudinem proficisci, quemadmodum in oceano Atlantico qui versùs occidentem littoribus Americæ, versùs orientem verò littoribus Africæ & Europæ terminatur, quæ amplitudo non est satis magna, ut integram æstûs quantitatem suscipere queat.

§. 103. Quartum Phænomenon varietates menstruas respicit, atque ostendit æstus, qui circa plenilunia & novilunia contingunt, inter reliquos ejusdem mensis esse maximos, æstus verò circa quadraturas luminarium minimos; quæ inæqualitas cum theoria nostra ad amissim quadrat. Cùm enim æstus Maris non solum ab ea vi, quæ vortici Lunam ambienti competit, oriatur, sed etiam à vi Solem spectante pendeat, quæ ceteris paribus circiter quadruplo minor est vi Lunæ, manifestum est æstum Maris maximum esse debere, si ambæ vires inter se conspirent, atque aquam simul vel elevent vel deprimant, id quod accidere ostendimus tam pleniluniis quàm noviluniis. Deinde simili modo, quoniam istæ vires inter se maximè discrepant in quadraturis,

Sf iij

quibus temporibus dum aqua à Luna maximè elevatur, simul à Sole maximè deprimitur ac vicissim, perspicuum est iisdem temporibus æstum minimum esse debere. Præterea verò ipsum discrimen cum theoria exactè convenit; in pluribus enim portibus æstus maximos & minimos ad calculum revocavimus, atque ex relatione eorum relationem inter vires Lunæ ac Solis investigavimus; hincque perpetuò eandem ferè rationem inter vires Solis ac Lunæ absolutas elicuimus, quemadmodum id fecit Newtonus ex observationibus Bristolii & Plymouthi, nos verò in Portu Gratix institutis, conclusionibus mirificè inter se congruentibus: qualis consensus profectò expectari non posset, si theoria veritati non esset consentanea. Neque etiam aliæ theoriæ adhuc productæ, cujusmodi sunt Galilæi, Wallisii atque Cartesii, qui causam in pressione Lunæ collocavit, huic phænomeno perfectè satisfaciunt, sed potius prorsus evertuntur.

§. 104. Quintum Phænomenon in hoc consistat, quòd unius mensis intervallo maximi æstus non sint ii, qui novilunia ac plenilunia proximè insequuntur, sed sequentes tertii scilicet circiter vel quarti, similique intervallo æstus minimi demum post quadraturas contingunt. Hujus autem Phænomeni ratio in §. 97. fusiùs est exposita, ubi ostendimus, cum æstus ante syzygias incidentes essent minores, maximam vim à Sole & Lunâ ortam non subito æstum maximum producere valere, sed tantum Mare ad eum statum sollicitare. Cum igitur post syzygias vis æstum efficiens sensibiliter non decrescat, æstus etiamnum post hoc tempus incrementa capiet, atque ideo demum post syzygias fiet maximus; similisque est ratio diminutionis æstum, quæ etiamnum post quadraturas contingere debet, ita ut æstus minimi demum post quadraturas eveniant. Hujusmodi autem retardationes effectuum à viribus in mundo existentibus provenientium quotidie abundè experimur: ob similem enim rationem singulis diebus maximum calorem non in ipso meridie sentimus, etiamsi hoc tempore vis Solis



calegaciens sine dubio fit maxima, sed demum aliquot horis post meridiem, atque propter eandem causam neque solstitii æstivi momento maximus calor annuus sentitur, neque tempore solstitii hyberni frigus summum, sed utrumque notabiliter tardiùs.

§. 105. Sextum Phænomenon in hoc ponimus, quòd momenta Fluxuum tempore syzygiarum multo strictiùs ordinem tenere observantur, quàm circa quadraturas. Hic verò ante omnia animadvertendum est præcipuam sensibilem anomaliam in momentis æstuum inde originem trahere, quòd hæc momenta ex tempore solari atque à vero meridie seu transitu Solis per meridianum soleant computari, cum ea potiùs à transitu Lunæ per meridianum pendeant. Quòd si autem ad has observationes tempus lunare à transitu Lunæ per meridianum computandum adhibeatur, irregularitates apparentes maximam partem evanescent, hoc verò multo magis in fluxibus circa syzygias quàm quadraturas: in quadraturis enim quoniam, dum Luna per meridianum transit, Sol non semper in horizonte versatur, sed vel ad horizontem demum accedit vel jam ab eo recedit, necesse est ut illo casu Fluxus citiùs, hoc verò tardiùs contingat: quod discrimen cum partim ab elevatione poli partim à declinatione luminarium pendeat, momenta Fluxuum in quadraturis magis irregularia reddit: interim tamen habitâ harum circumstantiarum ratione satis propè definiri potest. Circa tempora Fluxuum autem, qui in noviluniis ac pleniluniis incidunt, hæc sola correctio seu reductio ad transitum Lunæ per meridianum omnem ferè anomaliam tollit, quorsum spectat regula à celeb. Cassino in Mem. 1710 tradita, qua pro totidem horis, quibus plenilunium seu novilunium vel ante meridiem vel post incidit, totidem bina minuta ad tempus Fluxûs medium vel addere vel ab eo subtrahere jubet, quippe quæ ex motu Lunæ est petita. Interim tamen hac correctioe adhibita aliqua anomalia superesse deprehenditur, cujus autem ratio ex nostra theoria sponte sequitur. Quando enim syzygia ante meridiem celebratur,

tum dum Luna per meridianum transit, Sol jam ante eum est transgressus, atque ideo jam horizonti appropinquant, ex quo necesse est ut Fluxus citiùs eveniat, quàm prima regula sola adhibita indicat. Atque etiam idem in tabulis Fluxuum Dunkerquæ & in Portu Gratiæ observatorum, Mem. 1710. inferis, manifestò conspicitur: quando enim novilunium pleniluniumve pluribus horis ante meridiem accidit, tum Fluxus citiùs advenisse observatur, quàm calculus Cassinianus indicabat; contrà verò tardiùs si syzygiæ demum pluribus horis post meridiem inciderint, cujus majoris retardationis causa in Sole tum adhuc ab horizonte recedente est quærenda.

§. 106. Septimum Phænomenon suppeditat diversa retardatio Fluxuum in syzygiis luminarium & quadraturis respectu appulsûs Lunæ ad meridianum; tardiùs scilicet ubique locorum Fluxus, qui in syzygiis contingunt, insequuntur culminationem Lunæ, quàm ii, qui circa quadraturas veniunt. Hujus autem Phænomeni duplex causa potest assignari, quarum prima à solâ quantitate æstuum petitur, quia enim æstus syzygiarum multò sunt majores quàm æstus quadraturarum, consentaneum videtur illos tardiùs venire quàm hos. Altera verò causa quæ hoc Phænomenon multò distinctiùs explicat, nullique dubio locum relinquit, nostræ theoriæ omnino est propria, priorique longè est præferenda. Ponamus enim  $t$  esse tempus, quo in noviluniis ac pleniluniis Fluxus post appulsam Lunæ ad meridianum venire solet; sequentibus igitur diebus hoc tempus  $t$  continuò diminuetur, quia tum Sol, dum Luna in meridiano versatur, Mare jam deprimit; quæ diminutio cum duret ferè usque ad quadraturas, necesse est ut his temporibus Fluxus multò citiùs post culminationem Lunæ sequantur, viribusque sollicitantibus magis obtemperent, uti hoc fusiùs §. 91. explicavimus, unde tempus retardationis in quadraturis tantum erit  $t - \theta$ . Post quadraturas autem Sol exerit contrarium effectum, atque adventum Fluxûs continuò magis retardat, idque æquali modo, quo antè acceleraverat, ex quo usque ad sequentem

quentem syzygiam intervallum  $t - \theta$  iterum ad  $t$  usque augebitur. Hujusque Phænomeni solius explicatio sufficere posset ad veritatem theoriæ nostræ evincendam, cum id omnibus aliis theoriis explicatu sit insuperabile; neque à nemine adhuc saltem probabilis ejus causa sit assignata.

§. 107. Octavum Phænomenon petamus ex inæqualitate duorum Fluxuum sese immediatè insequentium, quorum alter transitui Lunæ superiori per meridianum respondet, alter inferiori, quæ inæqualitas maximè observatur in regionibus ab æquatore multum remotis, ac tum, cum Lunæ declinatio est maxima. Theoria quidem declarat Lunam, etiamsi in ipso æquatore versetur, tamen majori vi gaudere ad Mare movendum, quando super horizonte meridianum attingit, quàm infra horizontem; at discrimen adeo sub æquatore tam est exiguum, ut vix in sensus occurrere queat, integrum enim digitum non attingit (§. 41.); atque in regionibus ab æquatore remotis fit multò minus. Vera igitur hujus Phænomeni ratio in altitudine Lunæ meridianâ seu distantîâ ab horizonte continetur; hinc enim sequitur quò major fuerit differentia inter distantias Lunæ ab horizonte, dum per meridianum transitum super horizonte tum sub horizonte, eò majorem esse debere differentiam inter binos Fluxus successivos, ex quo perspicuum est istam differentiam versùs polos continuò crescere debere, si quidem Luna habeat declinationem. Quòd si ergo Luna habuerit declinationem borealem, tum in regionibus septentrionalibus Fluxus erit major qui transitum Lunæ per meridianum superiorem sequitur, alter verò sequens, qui transitui inferiori respondet, minor. Contrà autem si Lunæ declinatio fuerit australis, appulsui Lunæ ad meridianum superiori Fluxus succedet minor, inferiori verò major; hancque differentiam Flamstedius observavit diligenter, nullumque est dubium, quin ea per copiosissimas observationes, quas Academia Celeberrima Regia Parisina collegit, omnino confirmetur. In hoc autem negotio indoles Fluxuum probè est inspicienda, quoniam aliquibus in portibus tantopere retardantur, ut sequentibus Lunæ transitibus per meridianum

T i

sint propiores, quàm illi, cui suam originem debent; ita Dunkerquæ circa syzygias Fluxus circiter meridie observari solet, neque verò illi ipsi transitui Lunæ per meridianum est tribuendus qui eodem tempore fit, sed præcedenti, prouti successiva retardationis incrementa ad littora Galliæ & Belgii borealia evidentissimè testantur. Quare si verbi gratiâ Dunkerquæ quis hujusmodi observationes perlustrare voluerit, is quemque Fluxum non cum transitu Lunæ per meridianum proximo comparet, sed cum eo qui propemodum 12 horis antè contigit; alioquin enim contraria Phænomena esset deprehensus.

§. 108. Commodus hîc nobis præbetur locus explicandi transitum à binis æstibus, qui quotidie in regionibus extra circulos polares fitis eveniunt, ad singulos æstus, qui secundùm theoriam nostram in regionibus polaribus contingere debent. Quoniam enim theoria nostra monstrat, in zonis temperatis & torridâ quotidie duos Fluxus observari debere, in zonis frigidis autem unum tantum, transitio subitanea à binario ad unitatem maximè mirabilis ac paradoxa videri posset. Sed quia si Fluxus bini successivi inter se sunt inæquales, Refluxus aquæ seu maxima depressio Fluxui minori est vicinior, bini æstus quoque successivi ratione temporis inter se erunt inæquales, si quidem voce æstus intelligamus motum aquæ à summâ elevatione ad imam depressionem usque, ac vicissim. Quò magis itaque ab æquatore versùs polos recedatur, eò major deprehendetur inter binos æstus successivos inæqualitas, cùm ratione magnitudinis tum temporis, major enim diutiùs durabit quàm minor, ambo verò simul ubique absolventur tempore 12 horarum, cum 24' circiter: quòd si itaque in eas regiones usque perveniatur, in quibus Luna utraque vice vel super horizonte vel sub horizonte meridianum attingit, æstus minor omnino evanescet, solusque major supererit, qui tempus 12 h. 24' adimplebit. Ex quibus perspicuum est, si Luna habeat declinationem, inæqualitatem binorum æstuum successivorum ad polos accedendo continuò fieri majorem,

atque tandem minorem omnino evanescere debere, quod cum evenit, bini æstus in unum coalescunt.

§. 109. Explicatis anomaliis æstus Maris menstruis, pervenimus ad anomalias annuas vel plusquam annuas, ac nonum quidem Phænomenon desumimus ex variatione æstus, quæ à diversis Lunæ à Terra distantis proficiscitur. Observantur enim æstus ubique majores ceteris paribus, in iisdem scilicet luminarium aspectibus iisdemque declinationibus, si Luna in suo perigæo versetur, minores verò, Lunâ in apogæo existente. Egregiè autem hæc conveniunt cum nostrâ theoriâ, qua demonstravimus Lunæ vires ad Mare movendum decrescere in triplicata ratione distantiarum Lunæ à Terra: quòd si igitur Luna versetur in perigæo Fluxus debebunt esse majores, quàm si Luna apogæum occupat. Præterea etiam tabula quam Celeb. Cassini in Mem. 1713. pro diversis Lunæ à Terra distantis ex plurimis observationibus Brestiæ institutis collegit, satis accuratè cum theoriâ nostrâ conspirat, etiamsi enim pro Luna perigæa minorem elevationem aquæ tribuat, quàm ista ratio requireret, tamen discrimen valde est exiguum: quin etiam facilè concedetur Lunam perigæam totum suum effectum non tam citò consequi posse, quem tandem consequeretur, si Luna perpetuò in perigæo versaretur. Aliter autem Luna apogæa est comparata, quæ ad diminuendum æstum Maris tendit, cum enim Mare ob inertiam & impedimenta ipsum ad diminutionem æstus sit proclive, sine ullâ resistantiâ Luna in apogæo constituta effectum suum exeret. Huc etiam pertinet, quod pariter Celeb. Cassini se observasse testatur, similem differentiam etsi multò minorem à variis Solis à Terrâ distantis produci, id quod nostræ theoriæ non solum est consentaneum, sed inde etiam ipsa quantitas hujus differentiæ potest definiri.

§. 110. Denique decimum Phænomenon sese nobis contemplandum offert, quo vulgò statui solet æstus tam noviluniorum quàm pleniluniorum, qui contingant circa æquinoctia, ceteris esse majores, etiamsi observationes hanc re-

T t ij

gulam non penitus confirmant; quamobrem videamus quomodo æstus ceteris paribus comparatus esse debeat pro diversis Lunæ declinationibus. Ac primò quidem ex nostrâ theoriâ constat (§. 87.) æstus dum Luna in æquatore versatur, maximos esse non posse, nisi in locis sub ipso æquatore sitis; atque eodem loco tabellam adjecimus, ex qua patet, cuinam Lunæ declinationi maximi æstus respondeant. Ita pro elevatione poli  $50^\circ$ , æstus maximi incidunt Lunæ declinationi  $27^\circ$ , si quidem  $g$  ponatur  $= \frac{2}{25}$ ; at posito  $g = \frac{1}{10}$ , quod probabilius videtur, prodit Lunæ declinatio maximum æstum producens circiter  $16^\circ$ , id quod mirificè convenit cum observationibus ad Littora Galliæ Septentrionalia institutis, quibus constat maximos fyzygiarum æstus mensibus Novembri & Februariò accidere solere, quibus temporibus Luna ferè assignatam obtinet declinationem. At quod fortè illi regulæ, quâ Lunæ in æquatore versanti maximi æstus adscribi solet, ansam præbuisse videtur, est modus æstum quantitates definiendi peculiaris ac satis perversus; cùm enim crederent plerique observatores causis alienis tribuendam esse inæqualitatem, quæ inter binos æstus successivos intercedat, veram aquæ elevationem accuratiùs definire sunt arbitrati, si fumerent medium inter binos Fluxus successivos. Quòd si autem hoc modo quique æstus æstimentur, tum utique maximi æstus in æquinoctia incidere observabuntur, id quod etiam nostræ theoriæ maximè est conforme, exceptis tantum regionibus polis vicinioribus. Cùm enim positis sinu elevationis poli  $= P$ , cosinu  $= p$ , sinu declinationis Lunæ  $= Q$ , cosinu  $= q$ , major æstus fiat per spatium  $\frac{3g}{h(1-8g)} \left( pq + \frac{PQ(1-8g)}{1-2g} \right)^2$ , minor verò per spatium  $= \frac{3g}{h(1-8g)} \left( pq - \frac{PQ(1-8g)}{1-2g} \right)^2$ ; (§. 86.) erit per hunc æstum Maris mensurandi modum quantitas æstus  $= \frac{3g}{h(1-8g)} \left( p^2 q^2 + \frac{(1-8g)^2 P^2 Q^2}{(1-2g)^2} \right) = \frac{3g}{h(1-8g)} \left( p^2 - p^2 Q^2 + \frac{(1-8g)^2 P^2 Q^2}{(1-2g)^2} \right)$ ; ex qua expræ

sione perspicitur maximos æstus ubique, si quidem modo recensito mensurentur, Lunæ in ipso æquatore degenti respondere, nisi sit  $\frac{(1-8g)^2 P^2}{(1-2g)^2} > p^2$ , hoc est nisi tangens elevationis poli major sit quàm  $\frac{1-2g}{1-8g}$ : his scilicet regionibus etiam Luna declinans ab æquatore majores æstus producet. At si ponatur  $g = \frac{2}{25}$ , prodit elevatio poli, ubi regula prolata fallere incipit,  $66^\circ$ ; sin autem ponatur  $g = \frac{1}{18}$ , fit elevatio poli major quàm  $58^\circ$ ; at posito  $g = \frac{1}{10}$ , provenit poli elevatio  $76^\circ$ . Cùm igitur in locis polis tam vicinis observationes institui non soleant, satis tutò affirmare licet, maximos æstus menstruos accidere circa æquinoctia, si quidem quantitas æstus quotidie mensuretur per medium arithmeticum inter spatia, quæ duo æstus successivi conficiunt.

§. III. Quid nunc aliud de theoriâ nostrâ sit sentiendum, nisi eam veram & genuinam æstus Maris causam, qualis ab Illustrissima Academia Regia in proposita quæstione desideratur, in se complecti, non videmus? Non solum enim omnia Phænomena, quæ in æstu Maris observantur, clarè & distinctè explicavimus, sed etiam existentiam actualent earum virium, quibus hos effectus adscribimus evidentissimè demonstravimus; ex quo efficitur causam à nobis assignatam, non tantum omnibus Phænomenis satisfacere, sed etiam esse unicam quæ cum verâ consistere queat. Quòd si enim quispiam alias vires excogitet, quibus æquè omnia Phænomena explicare posset, etiamsi hoc fieri posse minimè concedamus, ejus certè explicatio subitò concideret & everteretur à viribus nostræ theoriæ, quas aliunde in mundo existere abundè constat; quoniam ab illis viribus imaginariis hisque realibus conjunctim effectus duplicatus consequi deberet, quem experientia averfatur. Nunc igitur nobis summo jure asserere posse videmur, veram æstus Maris causam in duobus vorticibus esse positam, quorum alter circa Solem, alter circa Lunam agitetur, atque uterque ejus sit indolis, ut vires centrifugæ decrescant in duplicata ratione distantiarum à centrîs utriusque vorticis: quæ proprietas obti-

netur, si celeritas materiæ subtilis gyrantis in quoque vortice teneat rationem reciprocam subduplicatam distantiarum. Neque verò hi duo vortices ad libitum sunt excogitati, sed ille qui Solem circumdat est is ipse, qui omnes planetas in suis orbitis continet; alter verò Lunam circumdans, etsi ejus vis nisi in æstu Maris non sentitur, tamen sine ulla hæsitatione admitti potest, cum certò constet Terram, Jovem ac Saturnum similibus vorticibus esse cinctas, unde ejusmodi vortices nulli omnino corpori mundano denegari posse videntur. Parcìus quidem hìc materiã de vorticibus tractavimus, etiamsi in illis veram æstus Maris causam ponamus; hoc autem de industria fecimus, cum hoc argumentum jam toties sit tractatum ac ferè exhaustum; neque nobis persuadere possumus, si hac occasione doctrinam de vorticibus etiam meliùs, quàm etiamnum à quoquam est factum, expediremus, ob eam rem præmium nobis tributum iri.

---

## C A P U T O C T A V U M.

### *De Æstus Maris perturbatione à Terris ac littoribus oriundâ.*

§. 112. **P**ERVENIMUS tandem ad ultimam nostræ disquisitionis partem, quæ præcipua est, in qua Theoriam expositam ad statum telluris, in quo revera reperitur, debito modo accommodabimus. Hactenus enim, quò ardua ista disquisitio facilior redderetur, ab omnibus circumstantiis externis quibus effectus à viribus Solis ac Lunæ oriundis vel turbari vel determinatu difficiliores reddi possent, cogitationem abstraximus. Primò scilicet non solum totam Terram ex aqua conflata posuimus, sed etiam inertiam aquæ mente sustulimus, ut eò pauciores res in computum ducendæ superessent. Deinde inertix quidem habuimus rationem, ac præcedentes determinaciones debito



modo correximus ; verùm totam Terram aquâ undiquaque circumfusam assumimus , seu etiamnum anomalias à Terris oriundas negleximus. Nunc itaque nostra theoria eò est perducta , ut nihil ampliùs adjicere necesse foret , si quidem ætus Maris à Terris littoribusque sensibilibiter non afficeretur ; nisi forè anomalix quædam à ventis oriundæ commemorari deberent , quæ autem motu aquæ perspecto facilè dijudicantur , atque ad omnes theorias æquè pertinent. Quamobrem ultimum hoc caput destinavimus explicationi Phænomenorum quorundam singularium , quorum causa non tam in ipsâ aquâ viribusque eam sollicitantibus , quàm in Terrâ continenti littoribusque est quærenda : hac enim parte absolutâ nihil ampliùs restare videtur , quod vel ad Theoriæ nostræ confirmationem , vel ad omnium Phænomenorum adæquatam explicationem desiderari queat. Quamvis enim Illustrissima Academia totum hoc argumentum non penitùs exhauriri jubeat , cùm adhuc nonnullas quæstiones de eodem in posterum proponere constituisset , tamen quia hoc tempore vera causa physica desideratur , veritatem nostræ theoriæ non satis confirmari arbitramur , nisi ejus convenientiam cum omnibus Phænomenis dilucidè ostenderemus , cùm si vel unicum Phænomenon refragaretur , eo ipso tota theoria subverteretur ; quam ob causam prolixitatem nostræ tractationis , atque transgressionem limitum præscriptorum nobis sine difficultate condonatum iri confidimus.

§. 113. Primùm autem perspicuum est motum Maris horizontalem quo vel versùs orientem vel occidentem progreditur , ob Terram interpositam non solum perturbari , verùm etiam quandoque prorsus impediri debere. Suprà enim ostendimus , si tota Terra aquâ esset circumfusa , tum ubique ad Fluxum formandum aquam ab oriente advehi debere , ante refluxum autem versùs ortum defluere. Quòd si ergo oceanus versùs orientem Terris terminetur , fieri omnino nequit tempore Fluxûs ad hæc littora aqua ab oriente affluat , quo ipso cursus aquæ naturalis penitùs impiedietur. Quo-

niam autem vires Solis ac Lunæ nihilominus his in regionibus Mare attollere conantur, effectum consequi non poterunt, nisi aqua ab occidente afferatur: sic quando ad littora Europæ aqua à viribus Solis ac Lunæ elevatur, aqua ab occidente eò deferatur necesse est, ab iis scilicet regionibus, ubi aqua eodem tempore deprimitur; quod idem fieri debet ad littora Africæ & Americæ occidentalia. Contrà verò ad littora Asiæ & Americæ orientalia aqua naturali motu feretur, atque in Fluxu ab oriente adveniet, in Refluxu verò versùs orientem recedet. Vires namque Solis ac Lunæ motum aquæ horizontalem non per se determinant, sed eatenus tantum, quatenus aliis in locis aquam attollunt, aliis verò eodem tempore deprimunt; atque aqua ob propriam gravitatem eum feligit motum, quo facillimè à locis quibus deprimitur, ad loca quibus attollitur promoveatur: quamobrem iste motus maximè à Terris oceanum includentibus determinetur necesse est. Hinc igitur perspectâ positione littorum cujusvis Maris facilè definiri poterit, à quam plagâ aqua in Fluxu venire, quorsumque in Refluxu decedere debeat, si modò elevationes & depressiones aquæ per totum Mare attentè considerentur: tota enim hæc quæstio pertinebit ad hydrostaticam.

§. 114. Cùm igitur ad littora Europæ aqua elevari nequeat, nisi affluxus ab occidente fiat copiosus, ad littora quæ versùs occidentem respiciunt aqua directè ab occidente adveniet, quæ autem littora ad aliam plagam sunt disposita, aquæ cursus versùs orientem directus inflectetur juxta littora, priusquam eò pertingat, omnino uti inspectio mapparum docebit. Quoniam verò iste aquæ juxta littora Fluxus tantam celeritatem, quantam habet Luna, recipere nequit, necesse est, ut Fluxus ad littora magis ad orientem sita tardiùs advehatur. Hæc autem versùs littora orientiora retardatio maximè perspicua est in portibus Galliæ, Belgii, Angliæ & Hiberniæ; cùm enim ad ostia fluviorum Garumnæ & Ligeris, quæ versùs oceanum amplissimum patent, tempore pleniluniorum ac noviluniorum Fluxus adveniat horâ tertiâ pomeridianâ,

pomeridianâ, quæ retardatio naturalis cenferi potest, neque littoribus adhuc turbata ; hinc aqua demum ad littora Britanniae minoris ac Normanniae progreditur ; atque idcirco his in regionibus Fluxus tardiùs evenire observantur. Sic ad Portum S. Malo tempore syzygiarum Fluxus demum horâ sextâ sequitur, ad ostia verò Sequanæ usque ad horam nonam retardatur : atque ita porro retardatio augetur, donec tandem in freto Gallico Dunkerquæ & Ostendæ mediâ nocte incidat. Ex hac verò retardatione innotescit celeritas aquæ, quâ juxta littora progreditur, eaque tanta deprehenditur quâ unâ horâ spatium circiter 8 miliarium conficiat. Denique aqua tantam fere viam absolvere debet usque ad Dublinum, quantam ad fretum Gallicum, ex quo Fluxus etiam Dublini horâ circiter decimâ pomeridianâ observari solet. Atque simili modo retardatio Fluxuum ad littora aliarum regionum sine ullâ difficultate explicari poterit.

§. 115. Quod autem ad quantitatem æstûs Maris ad littora attinet, facillè intelligitur æstum Maris ad littora majorem esse debere, quàm in medio mari. Primò enim aqua cum impetu ad littora allidit, ex quo allapsu solo jam intumescencia oriri debet. Deinde quoniam aqua eâdem celeritate, quam habebat in oceano, ubi maxima est profunditas, progredi conatur, ad littora locaque vadosa vehementer inturgescet, tantum enim fere aquæ ad littora affertur, quantum sufficeret ad spatium, quod Terra occupat, inundandum. Tertiò iste aquæ affluxus in sinibus vadosis multò adhuc magis increscere debet, eò quòd aqua his in locis jam multum appulsa ad latera diffluere nequit, si quidem sinus directè versùs eam plagam pateat, unde aqua advehitur. Ex his igitur non solum ratio patet, cur aqua fere ubique ad littora ad multo majorem altitudinem eleveretur, quàm in medio Mari, sed etiam cur Bristolii tantæ enormis Fluxus circa syzygias luminarium observetur ; cum enim in hac regione littus sit valdè sinuosus ac vadofus, aqua maximâ vi appellitur, neque ob sinuositatem

V u

tam citò diffluere potest. Atque ex his principiis non erit difficilè rationem inconfuetorum æstuum, qui passim in variis portibus animadvertuntur, indicare atque explicare; quamobrem hujus generis Phænomenis explicandis diutiùs non immoramur, cùm consideratio littorum & Fluxûs aquæ eò sponte quasi manuducat.

§. 116. Quamvis autem tam Affluxus aquæ ex oceano Atlantico, quàm Refluxus per fretum Galliam ab Anglia dirimens, ingenti fiat celeritate, tamen cùm versùs Belgium fœderatum Mare mox vehementer dilatetur, ab isto alterno Fluxu ac Refluxu altitudo Maris in oceano Germanico sensibilibiter mutari nequit. Atque hanc ob causam statui oportet, in hoc Mari æstum proficisci maximam partem ab affluxu & refluxu aquæ circa Scotiam, ubi communicatio hujus Maris cum oceano Atlantico multo major patet; quam sententiam magnopere confirmat ingens æstum retardatio ad littora Belgii & Angliæ orientalia observata, ad Ostia scilicet Thamisidis pertingit Fluxus elapsis jam duodecim horis post transitum Lunæ per meridianum, atque ad Londinum usque tribus fere horis tardiùs defertur; quod Phænomenon consistere non posset si aqua per fretum Gallicum solum moveretur, cùm jam in ipso freto duodecim horis retardetur Fluxus. Interim tamen negari non potest quin communicatio Maris Germanici cum oceano Atlantico per fretum Gallicum æstum quodammodo afficiat, atque Fluxum qui circa Scotiam advehitur vel adjuvet vel turbet, prout hi ambo motus ad Mare elevandum ac deprimendum vel magis inter se conspirent vel minus. Simul autem hinc intelligitur æstum Maris ex oceano Atlantico neque cum Mari Mediterraneo neque cum Mari Baltico communicari posse, cùm intervallo sex horarum per freta Herculea & Oresundica tantum aquæ in hæc maria neque affluere queat neque inde refluere, ut sensibilis mutatio in altitudine aquæ oriri queat. Quamobrem in istiusmodi maribus quæ à vasto oceano tantum angustis fretis separantur, æstus omnino nullus contingere potest, nisi forte talia maria Terris inclusa ipsa tam

sint ampla, ut vires Solis ac Lunæ æstum peculiarem in iis producere queant; qua de re mox videbimus.

§. 117. Quemadmodum autem vidimus in Mari Germanico duplicem extare æstum, quorum alter, qui quidem longè est minor, per fretum Gallicum, alter circa Scotiam advehitur ex eodem oceano Atlantico: ita propter singularem littorum quorundam situm mirabilia Phænomena in æstu Maris evenire possunt. Quòd si enim littus quodpiam ita fuerit comparatum, ut æstus in id duplici viâ vel ex eodem oceano, vel ex diversis communicetur, ratione temporis, quo bini isti æstus adveniunt insignes discrepantiæ oriri poterunt. Nam si per utramque viam Fluxus eodem tempore advehatur, atque adeo simul Refluxus congruant, æstus multo majores existere debebunt. Sin autem eo tempore, quo per alteram viam Fluxus advenit, ex alterâ viâ Refluxus incidat, tum æstus omnino destruetur si quidem per utramque viam aqua æquali vel affluat vel defluat. Ad hoc verò non sufficit ut ambæ viæ sint æquales, sed etiam requiritur ut bini æstus successivi sint æquales, id quod evenit si Luna vel non habeat declinationem, vel litus in æquatore fuerit positum. Quòd si autem eadem duplici communicatione positâ, tam Luna habeat declinationem, quàm littus notabiliter ab æquatore sit remotum, tum ob inæqualitatem binorum æstuum sese insequentium, Fluxus majores ex alterâ viâ advenientes, superabunt Refluxus minores eodem tempore per alteram viam factos, atque hoc modo in tali littore singulis diebus non bini Fluxus, sed unus tantum accidet; hancque rationem allegat Newtonus æstus illius singularis Tunquini observati, ubi si Luna in æquatore versatur nullus æstus apprehenditur, sin autem Luna habeat declinationem unicus tantum unâ Lunæ revolutione circa Terram. Nos autem mox hujus mirabilis Phænomeni aliam magis naturalem nostræque theoriæ conformem indicabimus causam.

§. 118. Hactenus æstum Maris, quemadmodum in amplissimo oceano à viribus ad Lunam ac Solem tendentibus

Vu ij

producatur, atque vario littorum situ cùm ratione quantitatis tùm retardationis diversimodè turbetur, sumus contemplati, neque necesse esse duximus ventorum Marisque cursuum priorum rationem habere, cùm satis pronum sit perspicere, quomodo his rebus æstus Maris tam augeri vel diminui, quàm accelerari vel retardari debeat. Superest igitur ut exponamus, quomodo in satis amplo tractu Maris, qui ab oceano vel omnino est sejunctus, vel per angustum tantum canalem conjunctus, peculiaris æstus à viribus Lunæ ac Solis produci queat. Perspicuum enim est si talis tractus secundùm longitudinem ultra 90 gradus pateat, æstum pari modo generari debere, ac in amplissimo oceano, qui totam tellurem ambire ponitur. Nam quoniam extensio tanta est, ut vires Lunæ & Solis in eo tractu simul maximam ac minimam aquæ altitudinem inducere queant, necesse est etiam, ut aqua alio in loco tantum elevantur, inque alio tantum deprimatur, quantum fieret, si iste tractus omnino non esset terminatus. At si iste tractus tam fuerit parvus ut singulæ partes æqualibus fere viribus simul vel attollantur vel deprimantur, nulla sensibilis mutatio oriri poterit. Aqua enim uno in loco attolli nequit nisi in alio subsidat & contrà, si quidem eadem aquæ copia in eo tractu perpetuò conservetur. Atque hæc est ratio ut in Mari Baltico, Caspio, Nigro, aliisque minoribus lacubus nullus omnino æstus deprehendatur.

§. 119. Quòd si autem istiusmodi Maris tractus tantum spatium occupet, ut vires attollentes & deprimentes in extremitatibus sensibilibiter differant, tum necesse est ut non solum aqua in altero extremo elevantur in alteroque deprimatur, sed etiam ut differentia inter aquæ altitudines tanta sit, quanta in aperto oceano eidem virium differentie refpondet. Quamobrem definiri conveniet, quanta differentia in diversis Terræ locis eodem tempore in altitudinibus aquæ à viribus Lunæ ac Solis produci queat. Ne autem calculus nimium fiat prolixus, solam Lunæ vim in computum ducebimus, quippe quæ vim Solis multum excedit; & quoniam

effectu Lunæ cognito facile est Solis effectum æstimando vel adicere vel auferre. Repræsentet ergo  $PLpl$  superficiem Terræ cujus poli sint  $P$  &  $p$ , atque  $M$  &  $N$  sint duo termini in eodem Maris tractu assumti, in quibus quantum Maris altitudo quovis tempore differat, sit investigandum. Repræsentet porro  $Ll$  parallelum, in quo Luna moveatur hoc tempore, sitque Luna in  $L$ ; atque exprimet angulus  $LPM$  tempus, quod post Lunæ transitum per meridianum termini  $M$  est præterlapsum, angulus verò  $LPN$  tempus post transitum Lunæ per meridianum alterius termini  $N$ . Duëtis autem circulis maximis  $PM$  &  $PN$ , erit arcus  $PM$  complementum latitudinis loci  $M$ , arcus  $PN$  verò loci  $N$ ; angulus verò  $MPN$  dabit differentiam longitudinis locorum  $M$  &  $N$ ; quæ proinde omnia ponuntur cognita.

FIG. XIV.

§. 120. Ducantur jam ex loco Lunæ  $L$  ad terminos  $M$  &  $N$  circuli maximi  $LM$  &  $LN$ , exhibebuntque isti arcus complementa altitudinum, quibus hoc tempore Luna in locis  $M$  &  $N$  supra horizontem elevata conspicitur. Ponatur arcûs  $PL$  sinus =  $q$ , cosinus =  $Q$ , erit  $Q$  sinus declinationis borealis Lunæ, si quidem  $Q$  habeat valorem affirmativum, ac  $P$  polum borealem denotet. Deinde ponatur arcûs  $PM$  sinus =  $p$ , cosinus =  $P$ , erit  $P$  sinus elevationis poli pro loco  $M$ ; similique modo sit arcûs  $PN$  sinus =  $r$  & cosinus =  $R$ , ita ut  $R$  sit sinus elevationis poli loci  $N$ : denique sit anguli  $MPN$  sinus =  $M$  & cosinus =  $m$ , anguli verò  $LPM$  sinus =  $T$ , cosinus =  $t$ ; unde erit anguli  $LPN$  cosinus =  $mt - MT$ . Ex his per trigonometriam sphericam reperietur sinus altitudinis Lunæ supra horizontem loci  $M$  seu cosinus arcûs  $LM = tqp + QP$ : pro loco  $N$  verò erit altitudinis Lunæ sinus =  $(mt - MT)qr + QR$ . Quare si ut supra vis absoluta ad Lunam urgens ponatur =  $L$  & distantia Lunæ à Terra =  $b$ , erit altitudo ad quam aqua in  $M$  elevari deberet =  $\frac{L(3(tpq + PQ)^2 - 1)}{2b^3}$ , & altitudo ad quam aqua in  $N$  ele

deberet =  $\frac{L(3((mt - MT)qr + QR)^2 - 1)}{2b^3}$ , utroque casu supra

V u iij

libellam naturalem. Si ergo illa expressio hanc excedat, aqua in  $M$  altiùs erit elevata quàm in  $N$  intervallo  $\frac{3L}{2b^3} \left( (tpq + PQ)^2 - (mt - MT)qr + QR \right)^2$ , hæcque expressio, quando fit negativa, indicabit, quanto aqua in  $N$  altiùs consistat quàm in  $M$ . In hoc verò negotio inertiam aquæ negligimus, quoniam tantum proximè Phænomena hujusmodi casibus oriunda indicare annitimur; si enim hanc materiam perfectè evolvere vellemus, integro tractatu foret opus.

§. 121. Ponamus tractum nostrum Maris ab oriente  $N$  versùs occidentem  $M$  sub eodem parallelo extendi, ita ut elevatio poli in locis  $M$  &  $N$  sit eadem; erit adeo  $R = P$ , &  $r = p$ . Transeat nunc Luna per meridianum loci  $M$  supra Terram ita ut sit  $T = 0$ ,  $t = 1$ ; hoc ergo tempore magis erit elevata in  $M$  quàm in  $N$  intervallo  $\frac{3L}{2b^3} \left( (pq + PQ)^2 - (mpq + PQ)^2 \right) = \frac{3L}{2b^3} \left( M^2 p^2 q^2 + 2(1 - m)pqPQ \right)$ . At quando Luna per meridianum loci  $N$  supra Terram transit, aqua tantundem magis erit elevata in  $N$  quàm in  $M$ . Ex quo sequitur, dum Luna à meridiano loci  $N$  ad meridianum loci  $M$  progreditur, aquam in  $M$  sensim elevari per spatium  $\frac{3Lpq}{2b^3} \left( M^2 pq + 2(1 - m)PQ \right)$ , interea verò in  $N$  tantundem subsidere. Sin autem Luna infra Terram à meridiano loci  $N$  ad meridianum loci  $M$  progrediatur, aqua in  $M$  elevabitur interea per spatium  $= \frac{3Lpq}{2b^3} \left( M^2 pq - 2(1 - m)PQ \right)$ , per tantumque spatium aqua in  $N$  subsidet. Ponamus nunc angulum  $LP M$  esse  $90$  graduum, seu quæstionem institui, cum Luna jam ante sex horas meridianum loci  $M$  sit transgressa, atque obtinebitur differentia inter aquæ altitudines in locis  $M$  &  $N$   $= \frac{3L}{2b^3} \left( P^2 Q^2 - (PQ - Mpq) \right) = \frac{3Lpq}{2b^3} \left( 2MPQ - M^2 pq \right)$ . Sex autem horis, antequam Luna ad meridianum loci  $M$  appellit, aqua in  $N$  magis erit elevata quàm in  $M$  in-



tervallo  $= \frac{3Lpq}{2b^3} (2MPQ + M^2pq)$ . Sequuntur hæc si inertia aquæ negligatur ; at inertiâ admiffâ ex præcedentibus fatis clarum est, cùm has differentias majores esse debere, tùm tempora mutationum tardiùs sequi debere.

§. 122. Quoniam verò in hoc Maris tractu perpetuò eadem aquæ quantitas contineri debet, necesse ut quantum aquæ unâ parte supra libellam attollatur, tantundem ea in reliquâ parte infra libellam deprimatur. Quò igitur hinc altitudinem Maris quovis loco exactè determinemus, ponamus tractum nostrum secundùm longitudinem terminari binis meridianis  $PM$  &  $PN$ , secundùm latitudinem verò binis parallelis  $MN$  &  $mn$ , positâque Lunâ in  $L$  sit sinus  $PL = q$ , cosinus  $= Q$ ; sinus  $LP M = T$ , cosinus  $= t$ . Porro sit sinus arcus  $PM = p$ , cosinus  $= P$ , sinus  $Pm = r$ , cosinus  $= R$ , atque anguli  $MPN$  sinus  $= M$  & cosinus  $= m$ . Præterea sit elevatio in  $M$  dum Luna in  $L$  versatur, supra libellam  $= a$ , ita ut hoc loco suprema aquæ superficies à centro Terræ distet intervallo  $= 1 + a$ , unde cùm sinus altitudinis Lunæ in  $M$  sit  $= tpq + PQ$ , erit gravitatio to-

tius columnæ aquæ ab  $M$  ad centrum Terræ  $= \frac{(1+a)^{n+1}}{n+1} + \frac{L(1-3(tpq+PQ)^2)}{2b^3} = \frac{1}{1+n} + a + \frac{L(1-3(tpq+PQ)^2)}{2b^3}$ ,

prouti suprâ §. §. 43. & 44. demonstravimus. Consideretur jam locus quicumque  $X$  in nostro tractu, in quo aqua supra libellam sit elevata spatio  $= \phi$ ; ac ducto per hunc locum meridiano  $PR$ , sit anguli  $LPR$  sinus  $= X$ , cosinus  $= x$ ; arcus  $PX$  sinus  $= z$  & cosinus  $= Z$ , unde gravitatio columnæ aqueæ ex  $X$  ad centrum Terræ pertingentis erit  $= \frac{1}{1+n}$

$+ \phi + \frac{L(1-3(xqz+QZ)^2)}{2b^3}$ . Cùm igitur hæc gravitatio æqualis esse debeat illi, oriatur  $\phi = a + \frac{3L}{2b^3} ((xqz + QZ)^2 - (tpq + PQ)^2)$ , ex quâ formulâ si modò constaret elevatio aquæ in  $M$ , simul innotesceret elevatio vel depressio in quovis loco  $X$ .

§. 123. Cum ergo in  $X$  aqua supra libellam elevetur spatium  $\phi$ , in elemento tractus infinite parvo  $XYyx$ , plus in-erit aquæ, quàm in statu naturali, & quidem quantitas  $XY \cdot Xx \cdot \phi$ , cujus elementi integrale per totum tractum sumtum debet esse = 0, ex quo valor ipsius  $\alpha$  innotescet. Erit autem angulus  $RPr = \frac{dX}{x}$ , hincque arculus  $Xx = \frac{zdX}{x}$ , at elementum  $XY = \frac{dZ}{z}$ , ex quo infinite parvum rectangulum  $XYyx = \frac{dXdZ}{x}$ , in quo ergo excessus aquæ supra statum naturalem est =  $\frac{\phi dXdZ}{x} = \frac{dX}{x} \left( \alpha dZ + \frac{3LdZ}{2b^3} \left( (xqz + QZ)^2 - (tpq + PQ)^2 \right) \right)$ , quæ formula bis debet integrari. Ponatur primò  $X$  constans, & integratione absolutâ reperietur in elemento  $RSsr$  excessus aquæ supra statum naturalem =  $\frac{dX}{x} \left( \alpha (R - P) + \frac{3L}{2b^3} \left( q^2 x^2 (R - P) - \frac{x^2 q^2}{3} (R^3 - P^3) - \frac{2xQq}{3} (r^3 - p^3) + \frac{Q^2}{3} (R^3 - P^3) - (tpq + PQ)^2 (R - P) \right) \right)$ . Integretur hæc formula denuo ut integrale ad totum tractum  $MNnm$  extendatur, prodibitque incrementum aquæ, quod toti tractui accessisse oporteret, =  $\alpha (R - P) A \sin. M + \frac{3L}{2b^3} \left( \frac{q^2 (3(R - P) - (R^3 - P^3))}{6} (Mm (1 - 2TT) - 2M^2Tt) + \frac{2Qq(r^3 - p^3)}{3} (T - Mt - mT) + \frac{q^2 (R - P)}{2} A \sin. M + \frac{(3Q^2 - 1)(R^3 - P^3)}{6} A \sin. M - (tpq + PQ)^2 (R - P) A \sin. M \right)$ , quæ adeo quantitas debet esse = 0; unde oritur  $\alpha = \frac{3L(tpq + PQ)^2}{2b^3} + \frac{L(1 - 3Q^2)(R^2 + PR + P^2)}{4b^3} - \frac{3Lq^2}{4b^3} + \frac{3L}{2b^3(R - P) A \sin. M} \left( \frac{q^2 (3(R - P) - (R^3 - P^3))}{6} (2M^2Tt - Mm(1 - 2TT)) + \frac{2Qq(p^3 - r^3)}{3} (T - Mt - mT) \right)$ .

§. 124. Cognitâ igitur verâ elevatione aquæ in  $M$  supra libellam,

libellam, quam antè posuimus =  $\alpha$ , hinc intelligetur vera aquæ elevatio supra libellam in loco quocunque  $X$ . Ponatur enim sinus anguli  $MPX = S$  & cosinus =  $s$ , erit  $\sin. LPR = X = Ts + tS$  &  $x = ts - TS$ , manentibusque arcûs  $PX$  sinu =  $z$  & cosinu =  $Z$ , erit elevatio aquæ in

$$X = \alpha + \frac{3L}{2b^3} \left( (ts - TS) qz + QZ \right)^2 - \frac{3L}{2b^3} (tpq + PQ)^2;$$

quare loco  $\alpha$  valore invento substituto, reperietur aqua in  $X$  supra libellam attolli actu per spatium =

$$\frac{3L}{2b^3} \left( (ts - TS) qz + QZ \right)^2 + \frac{L(1 - 3Q^2)(R^2 + PR + P^2)}{4b^3}$$

$$- \frac{3Lq^2}{4b^3} + \frac{3L}{2b^3(R - P)A \sin. M} \left( \frac{q^2(3(R - P) - (R^3 - P^3))}{6} \right.$$

$$\left. (2M^2Tt - Mm(1 - 2TT)) + \frac{2Qq(p^3 - r^3)}{3} (T - Mt - mT) \right).$$

Quòd si ergo ponatur tractus noster ita augeri ut totam tellurem ambiat, orietur casus jam supra tractatus; quoniam enim fit  $MN = 360^\circ$ , seu  $A \sin. M = 2\pi$  denotante  $1 : \pi$  rationem diametri ad peripheriam, erit  $M = 0$  &  $m = 1$ : præterea verò quia  $M$  in polum australem  $p$ ,  $m$  verò in borealem  $P$  incidit, erit  $p = 0$ ,  $P = -1$ ,  $r = 0$  &  $R = +1$ : si hi valores substituantur, prodibit elevatio aquæ in  $X = \frac{L}{2b^3} \left( 3 \left( (ts - TS) qz + QZ \right)^2 - 1 \right)$ , quæ expressio, quia  $ts - TS$  denotat cosinum anguli  $LPX$  atque  $(ts - TS) qz + QZ$  sinum altitudinis Lunæ supra horizontem in  $X$ , cum superioribus formulis exactissimè convenit: si quidem terminus  $\frac{L}{b^4}$  negligatur. Hæc verò eadem ipsa expressio quoque emergit, si tantum alterum hemisphærium vel boreale vel australe ponatur aquâ totum circumfusum, manent enim omnia ut antè, nisi quòd fiat  $p = 1$  &  $P = 0$ : utroque enim casu fit  $R^2 + PR + P^2 = 1$ ; ultimusque terminus ob  $M = 0$  utroque casu evanescit.

§. 125. Ponamus nunc tractum Maris secundum longitudinem  $MN$  usque ad  $180$  gradus extendi, erit  $M = 0$  &  $m = -1$  &  $A \sin. M = \pi$ , denotat enim  $A \sin. M$  semper arcum circuli, qui mensura est anguli  $MPN$ : hinc

$X_x$

si brevitatis gratiâ ponatur sinus anguli, quo Luna in  $X$  supra horizontem elevata apparet,  $=v$ , erit aquæ elevatio in  $X$  supra libellam  $= \frac{3L v^2}{2 b^3} + \frac{L(1-3QQ)(R^2+PR+P^2)}{4 b^3}$

$- \frac{3Lqq}{4 b^3} + \frac{2LTQq(p^3-r^3)}{(R-P)b^3\pi}$ . Ponamus porro integrum hemisphærium  $LP/p$  aquâ esse circumfusum, fiet  $p=0$ ,  $P=-1$ ,  $r=0$  &  $R=1$ ; unde elevatio aquæ in  $X$  erit  $= \frac{L(3v^2-1)}{2 b^3}$ , omnino ac si tota Terra aquâ cincta esset;

uti in præcedentibus capitibus posuimus, vel quod eodem redit, dummodo omnis aqua super Terra mutuam habeat communicationem satis amplam. Quòd si autem tractus noster Maris tantum ad æquatorems usque porrigatur à polo  $P$ , ita ut quartam superficiem terrestri partem solum obtegat, tum erit  $p=1$ ,  $P=0$ ,  $r=0$  &  $R=1$ , hoc itaque casu aqua in  $X$  elevabitur ad altitudinem  $= \frac{L(3v^2-1)}{2 b^3} +$

$\frac{2LTQq}{\pi b^3}$ : ex quo perspicitur hoc casu elevationem in  $X$  majorem fore, quàm si tota Terra aquâ esset circumdata; si expressio  $TQq$  habeat valorem affirmativum, minorem verò si  $TQq$  habeat valorem negativum. Sed limites huic quæstioni præscripti non permittunt hinc plura consectaria deducere, cùm debita evolutio satis amplum tractatum requirat, neque theoria ulteriori confirmatione indigeat. Quocirca coronidis loco duos tantum casus evolvemus, quorum altero latitudo tractûs ponetur infinitè parva, altero verò longitudo: quippe qui ad phænomena quædam singularia explicanda infervire poterunt.

§. 126. Ponamus igitur latitudinem  $Mm$  infinitè esse parvam, seu  $R=P$  &  $r=p$ , reperietur aquæ in  $X$  elevatio supra libellam  $= \frac{3L v^2}{2 b^3} + \frac{3L(P^2-q^2-3P^2Q^2)}{4 b^3} +$

$\frac{3Lpq}{2 b^3 A \sin. M} \left( \frac{pq}{2} (2M^2Tt - Mm(1-2TT)) + 2PQ(T - Mt - mT) \right)$ . Consideremus autem elevationem in  $M$ , ubi cùm sit  $v=tpq + PQ$ , erit ea  $\underline{\underline{\underline{\underline{\underline{\quad}}}}}$

$\frac{3Lpq(2tpq+4tPQ-pq)}{4b^3} + \frac{3Lpq}{4b^3 \text{A sin. } M} (pq(2M^2Tt - Mm(1-2TT))) + 4PQ(T-Mt-mT)$ . Transeat nunc Luna per meridianum loci  $M$  supra Terram; erit  $T=0$ , &  $t=1$ , atque elevatio in  $M$  prodibit  $\frac{3Lpq(pq+4PQ)}{4b^3} - \frac{3Lpq}{4b^3 \text{A sin. } M} (Mmpq+4MPQ)$ ; at si per eundem meridianum infra Terram transeat, erit aquæ elevatio  $\frac{3Lpq(pq-4PQ)}{4b^3} - \frac{3Lpq}{4b^3 \text{A sin. } M} (Mmpq-4MPQ)$ .

Quòd si autem Luna versùs ortum à meridiano distet angulo horario 90 graduum, seu circiter 6 horis ante appulsum Lunæ ad meridianum in  $M$  superiorem, erit  $T=-1$ , &  $t=0$ , unde elevatio erit  $\frac{-3Lp^2q^2}{4b^3} + \frac{3Lpq}{2b^3 \text{A sin. } M} (pqMm-2PQ(1-m))$ ; sex verò horis post transitum Lunæ per meridianum loci  $M$  versùs occasum, erit altitudo aquæ in  $M$  supra libellam  $\frac{-3Lp^2q^2}{4b^3} + \frac{3Lpq}{2b^3 \text{A sin. } M} (2pqMm-2PQ(1+m))$ .

§. 127. Tribuamus huic tractui longitudinem 90 graduum; ut sit  $M=1$ ,  $m=0$ , &  $\text{A sin. } M = \frac{\pi}{2}$ , unde oritur elevatio aquæ in  $M = \frac{3Lpq(2tpq+4tPQ-pq)}{4b^3} + \frac{3Lpq}{2\pi b^3} (2pqTt+4PQ(T-t))$ . Quæ si etiam declinatio Lunæ ponatur  $= 0$ , fiet  $\frac{3Lp^2q^2(2tt-1)}{4b^3} + \frac{3Lp^2q^2Tt}{\pi b^3}$  existente  $q=1$ , unde apparet maximam elevationem non accidere cùm Luna per meridianum loci  $M$  transit, sed tardiùs, & quidem si dupli anguli  $MPM$  sinus fuerit  $= \frac{2}{\pi}$ , hoc est ferè unâ horâ post transitum Lunæ per meridianum, hoc igitur casu Fluxus in  $M$  unâ ferè horâ tardiùs observetur, quàm si tota Terra aquâ esset circumfusa. Dum autem Luna per meridianum superius transit, erit elevatio  $\frac{3Lpp}{4b^3}$ , quæ etiam valet si Luna infra Terram meridia-

in horizonte versatur, erit aquæ depressio  $= -\frac{3Lpp}{4b^3}$ . Unde intelligitur in tali Maris tractu pariter quotidie binos Fluxus totidemque Refluxus accidere debere, atque æstum propemodum fore similem æstui generali, nisi quòd majoribus anomaliis sit obnoxius, præcipuè si Luna habeat declinationem.

§. 128. Hinc explicari potest ratio æstus, qui in Mari Mediterraneo observatur, & qui in ipso hoc Mari generatur. Cùm enim longitudo hujus Maris ne 60 quidem gradus attingat, æstus erunt multò minores; decrescunt enim si cùm longitudo diminuatur, tum elevatio poli augeatur. Quòd si ergo in his formulis angulus  $MPN$  ponatur fere 60 graduum, atque elevatio poli debita introducatur, reperientur quidem æstus bini quotidie evenire debere, qui autem futuri sint multò minores, quàm in medio Mari, & pluribus anomaliis subjecti, quas quidem omnes ex formulis traditis definire licebit. Quoniam ergo tam exigui æstus à ventis & cursu aquæ, qui in hoc Mari notabilis deprehenditur, vehementer turbantur, ad pleraque Littora hujus Maris vix usquam æstus regularis observabitur. Excipi autem debet Mare Adriaticum, quod cùm sinum formet amplum, advenientem aquam meliùs colliget, atque elevationem multò sensibiliorem patietur, à quo æstus Maris Venetiis observatus originem habet. Tametsi enim Mare Mediterraneum non solum fatis amplam habeat latitudinem, sed etiam vehementer inæqualem, tamen ejusmodi marium æstus admodum exquisitè ex præsentis casu, quo latitudinem omnino negligimus, colligi potest, quia extensio Maris in longitudinem præcipuam causam æstuum binorum singulis diebus evenientium continet, neque extensio latitudinis multum conferat.

§. 129. Ponamus nunc tractus nostri Maris longitudinem evanescere, totumque tractum in eodem meridiano  $Pp$  ab  $M$  usque ad  $N$  extendi, ita ut sit  $M=0$ ,  $m=1$ ; sinus autem elevationis poli in  $M$  sit  $=P$ , cosinus  $=p$ , in  $N$

FIG. XVII.

verò sit sinus elevationis poli =  $R$ , cosinus =  $r$ . Ex his si Luna in  $L$  versetur, ob  $A$  sin.  $M = M$ , erit in  $M$  elevatio aquæ supra libellam =  $\frac{3L(tpq + PQ)^2}{2b^3} + \frac{L(1-3Q^2)(P^2 + PR + R^2)}{4b^3}$   
 $- \frac{3Lq^2}{4b^3} + \frac{L}{4b^3} (q^2(3 - P^2 - PR - RR)(2TT - 1) - \frac{4Qqt(p^3 - r^3)}{R - P}) = \frac{L}{2b^3} (ttqq - QQ)(R^2 + PR - 2P^2) + \frac{2Qqt(3PPR + r^3 - 3P^2p - p^3)}{R - P}$ .

Quòd si nunc ponatur alter terminus  $N$  ultra æquatorem versùs austrum situs, ita ut sinus elevationis poli australis in  $N$  duplo major sit quàm sinus elevationis borealis in  $M$ , seu  $R = -2P$  &  $r = \sqrt{1 - 4P^2}$ , erit  $R^2 + PR - 2P^2 = 0$ , atque elevatio aquæ in  $M$  supra libellam erit =  $\frac{LQqt}{3b^3P} (9P^2p + p^3 - r^3)$ . Ex hac igitur formulâ sequitur, si Lunæ declinatio sit nulla seu  $Q = 0$ , tum nullum omnino æstum in  $M$  observari debere. Quòd si autem Luna habeat borealem, tum ad transitum Lunæ per meridianum superiorem aquam attolli ad spatium =  $\frac{LQq}{2b^3P} (9P^2p + p^3 - r^3)$ ; at dum Luna in alterutro circulo horario sexto versetur, tum aquam ad libellam naturalem fore constitutam; Lunâ autem infra horizontem ad meridianum appellente, aquam infra libellam depressum iri per spatium =  $\frac{LQq}{2b^3P} (9P^2p + p^3 - r^3)$ ; contrarium denique fore æstum, si Luna habeat declinationem australem. In tali igitur Maris tractu quotidie semel tantum aqua affluet, semelque refluet, si quidem Luna habeat declinationem; nam si Luna æquatorem occupat, æstus omnino erit nullus.

§. 130. Ex hoc casu aptissimè explicari posse videtur Phænomenon illud æstûs singularis, qui in portu Tunquini ad Batsham observatur, ubi omnino ut in præsentè casu dum Luna in æquatore versatur, Mare nullum æstum sentit, at dum Luna removetur ab æquatore vel versùs boream vel versùs austrum, quotidie aqua semel tantum affluit semelque refluit, prorsus ut calculus monstravit; scilicet si Lunæ declinatio fuerit borealis, aqua versùs Lunæ occasum, hoc est

post transitum Lunæ per meridianum super horizonte, affluit, versùs ortum verò defluit, quæ retardatio ab inertia aquæ & motu ad littora provenire intelligitur ut suprâ. Contrâ verò si Lunæ declinatio sit australis, aqua deprimitur Lunâ ad occasum inclinante, Lunâ autem oriente, attollitur : quæ Phænomena apprimè conveniunt cum casu modò exposito. Est præterea elevatio poli Tunquini  $20^{\circ} 50'$ , borealis, atque Mare utrinque cùm peninsulis tùm insulis ab utroque oceano Pacifico & Indico fere prorsus separatur, saltem ut libera communicatio non adsit : præterea hic idem Maris tractus, qui versùs boream ad littora regni Tunquini terminatur, extenditur ultra æquatorem ad gradus circiter 45, cujus latitudinis sinus circiter duplo major est, quàm sinus latitudinis borealis  $20^{\circ}, 51'$  : Quocirca ex his circumstantiis per nostram Theoriam eadem ipsa singularia Phænomena æstûs Maris observari debent, quæ actu observantur : atque hoc modo si ullum adhuc dubium circa nostram theoriam reliquum fuisset, id resolutione hujus mirabilis Phænomeni funditùs sublatum iri confidimus.

## F I N I S.

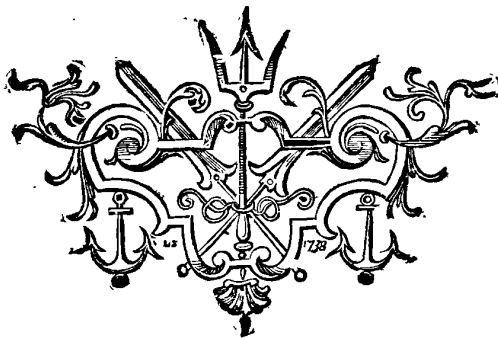




Fig. 1.

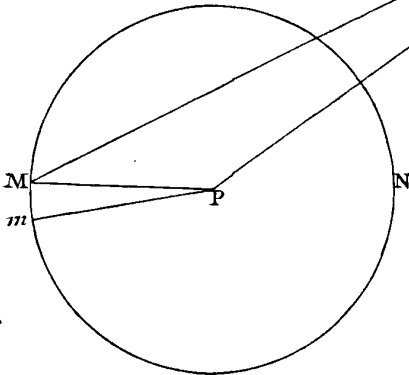


Fig. 2.

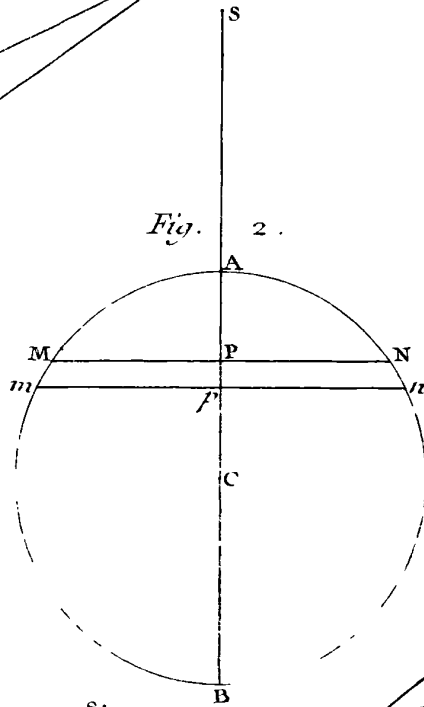


Fig. 3.

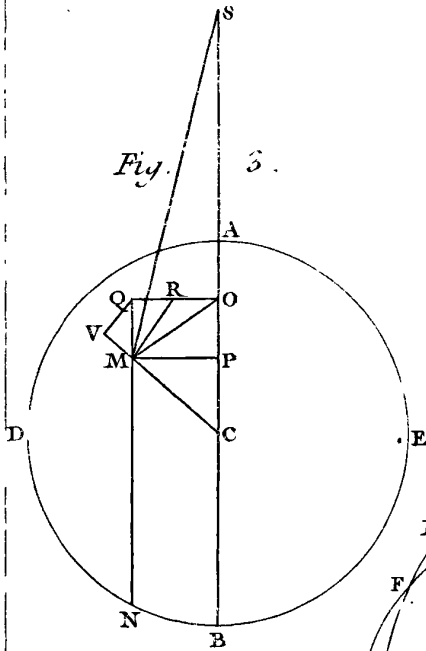


Fig. 4

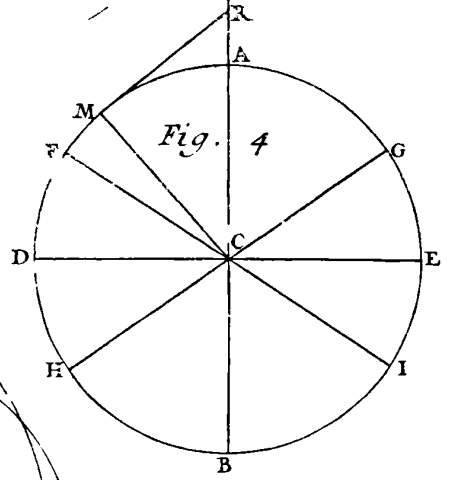


Fig. 5

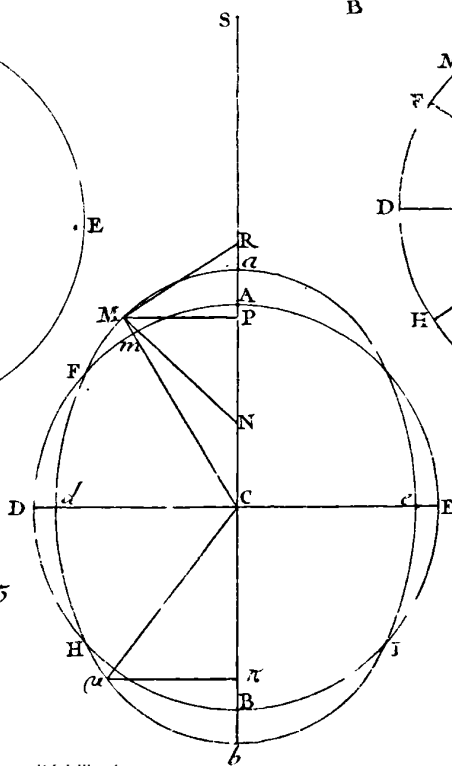








Fig. 10.

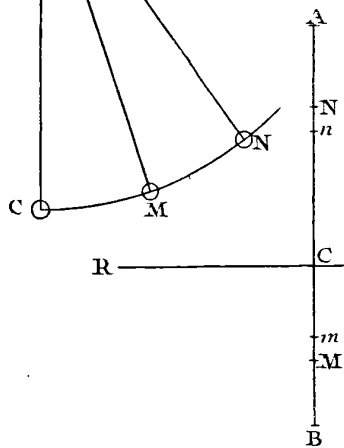


Fig. 11.

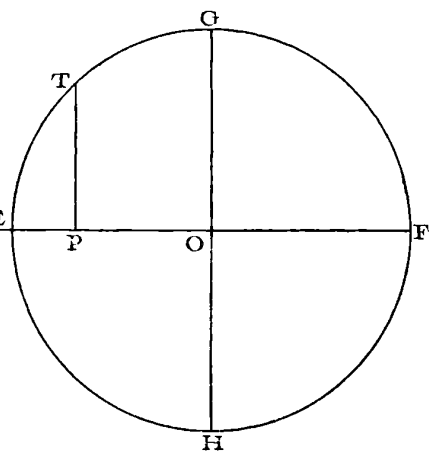


Fig. 12.

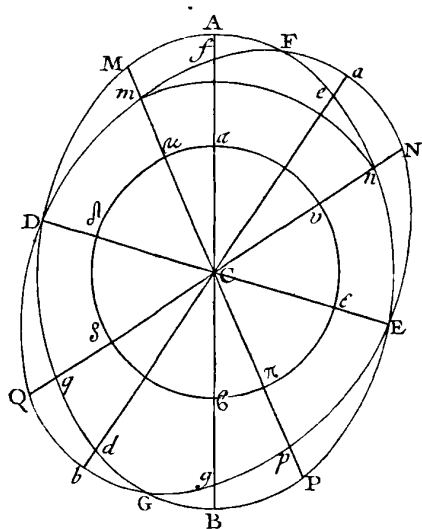
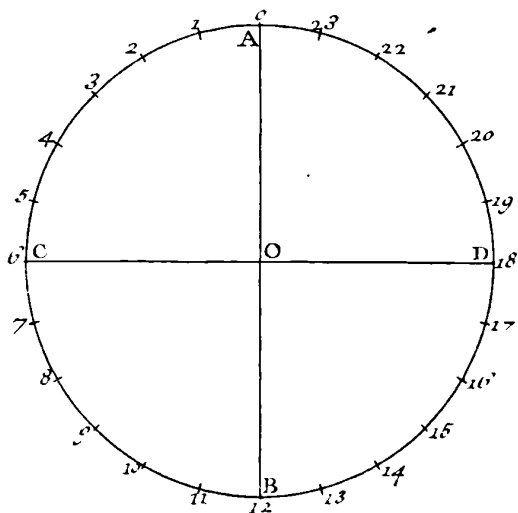


Fig. 13.





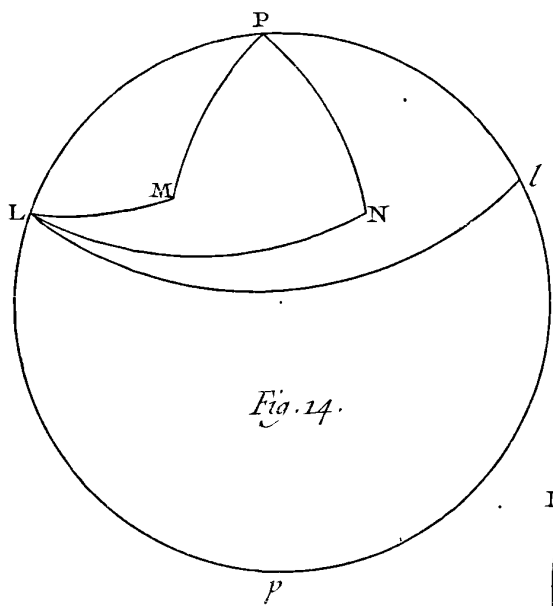


Fig. 14.

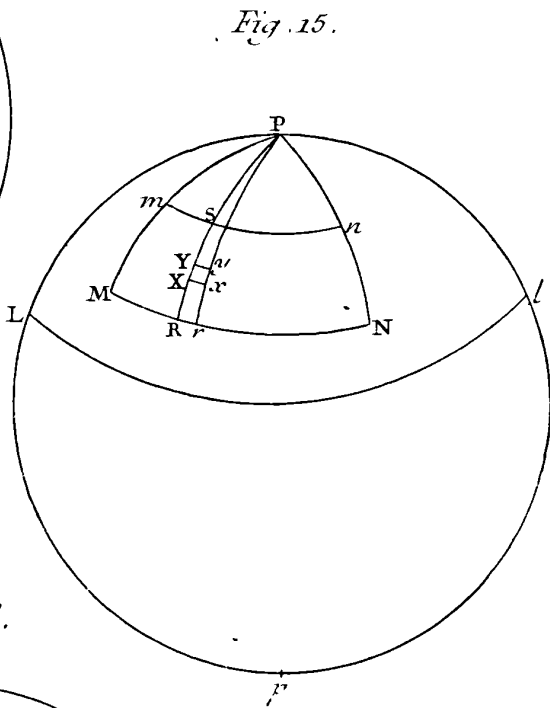


Fig. 15.

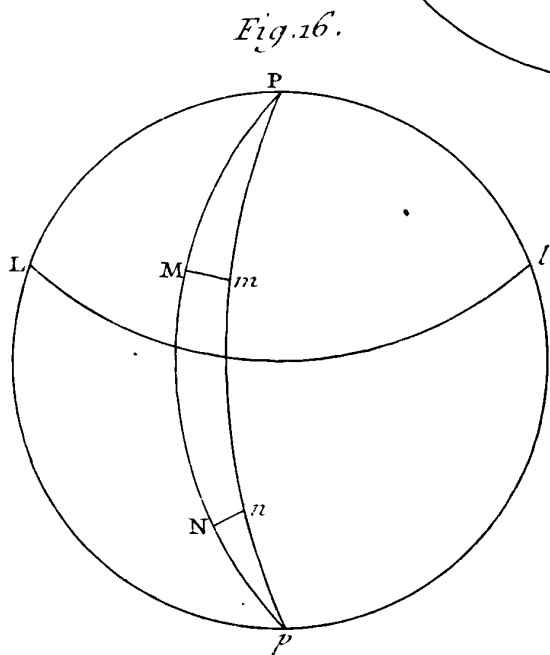


Fig. 16.





## PRIVILEGE DU ROY.

**L**OUIS, par la grace de Dieu, Roi de France & de Navarre : A nos amés & féaux Confeillers, les Gens tenans nos Cours de Parlement, Maîtres des Requêtes ordinaires de notre Hôtel, grand Conseil, Prevôt de Paris, Baillifs, Sénéchaux, leurs Lieutenans Civils, & autres nos Justiciers, qu'il appartiendra, SALUT. Notre ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES Nous a très-humblement fait expofer, que depuis qu'il Nous a plû lui donner par un Règlement nouveau de nouvelles marques de notre affection, Elle s'est appliquée avec plus de soin à cultiver les Sciences, qui font l'objet de ses exercices; enforte qu'outre les Ouvrages qu'elle a déjà donnés au Public, Elle seroit en état d'en produire encore d'autres, s'il Nous plaifoit lui accorder de nouvelles Lettres de Privilège, attendu que celles que Nous lui avons accordées en date du six Avril 1693. n'ayant point eû de tems limité, ont été déclarées nulles par un Arrêt de notre Conseil d'Etat, du 13 Août 1704. celles de 1713. & celles de 1717. étant aussi expirées; & désirant donner à notredite Académie en corps & en particulier, & à chacun de ceux qui la composent, toutes les facilités & les moyens qui peuvent contribuer à rendre leurs travaux utiles au Public, Nous avons permis & permettons par ces Présentes à notredite Académie, de faire vendre ou débiter dans tous les lieux de notre obéissance, par tel Imprimeur ou Libraire qu'elle voudra choisir, *Toutes les Recherches ou Observations journalieres, ou Relations annuelles de tout ce qui aura été fait dans les assemblées de notredite Académie Royale des Sciences; comme aussi les Ouvrages, Mémoires, ou Traités de chacun des Particuliers qui la composent, Et généralement tout ce que ladite Académie voudra faire paroître, après avoir fait examiner lesdits Ouvrages, Et jugé qu'ils sont dignes de l'impression;* & ce pendant le tems & espace de quinze années consécutives, à compter du jour de la date desdites Présentes. Faisons défenses à toutes sortes de personnes de quelque qualité & condition qu'elles soient, d'en introduire d'impression étrangère dans aucun lieu de notre obéissance: comme aussi à tous Imprimeurs-Libraires, & autres, d'imprimer, faire imprimer, vendre, faire vendre, débiter ni contrefaire aucun desdits Ouvrages ci-dessus spécifiés, en tout ni en partie, ni d'en faire aucuns extraits, sous quelque prétexte que ce soit, d'augmentation, correction, changement de titre, feuilles même séparées, ou autrement, sans la permission expresse & par écrit de notredite Académie, ou de ceux qui auront droit d'Elle, & ses ayans cause, à peine de confiscation des Exemplaires contrefaits, de dix mille livres d'amende contre chacun des Contrevenans, dont un tiers à Nous, un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, l'autre tiers au Dénonciateur, & de tous dépens, dommages & intérêts: à la charge que ces Présentes seront enregistrées tout au long sur le Registre de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris, dans trois mois de la date d'icelles; que l'impression desdits Ouvrages sera faite dans notre Royaume & non ailleurs, & que notredite Académie se conformera en tout aux Réglemens de la Librairie, & notamment à celui du 10 Avril 1725. & qu'avant que de les expofer en vente, les Manuscrits ou Imprimés qui auront servi de copie à l'impression desdits Ouvrages, seront remis dans le même état, avec les Approbations & Certificats qui en auront été donnés, es mains de notre très-cher & féal Chevalier Garde des Sceaux de France, le sieur Chauvelin; & qu'il en sera ensuite remis deux Exemplaires de chacun dans notre Bibliothèque publique, un dans celle de notre Château du Louvre, & un dans celle de notre très-cher & féal Chevalier Garde des Sceaux de France le sieur Chauvelin: le tout à peine de nullité des Présentes; du contenu desquelles vous mandons & enjoins

gnons de faire jouir notredite Académie ; ou ceux qui auront droit d'Elle & ses ayans cause , pleinement & paisiblement , sans souffrir qu'il leur soit fait aucun trouble ou empêchement : Voulons que la Copie desdites Présentes qui sera imprimée tout au long au commencement ou à la fin desdits Ouvrages, soit tenue pour dûement signifiée , & qu'aux Copies collationnées par l'un de nos amés & féaux Conseillers & Secretaires foi soit ajoutée comme à l'Original : Commandons au premier notre Huissier ou Sergent de faire pour l'exécution d'icelles tous actes requis & nécessaires , sans demander autre permission , & nonobstant clameur de Haro , Chartre Normande & Lettres à ce contraires : Car tel est notre plaisir. Donné à Fontainebleau le douzième jour du mois de Novembre , l'an de grace mil septcent trente-quatre , & de notre Regne le vingtième. Par le Roi en son Conseil. Signé, S A I N S O N.

*Registré sur le Registre VIII. de la Chambre Royale & Syndicale des Libraires & Imprimeurs de Paris, num. 792, fol. 775. conformément aux Réglemens de 1723. qui font défenses, Art. IV. à toutes personnes de quelque qualité & condition qu'elles soient, autres que les Libraires & Imprimeurs, de vendre, débiter & faire afficher aucuns Livres pour les vendre en leur nom, soit qu'ils s'en disent les Auteurs ou autrement, & à la charge de fournir les Exemplaires prescrits par l'Art. CVIII. du même Règlement. A Paris le 15 Novembre 1734. G. MARTIN, Syndic.*

L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES a cédé aux Sieurs GABRIEL MARTIN, COIGNARD & GUERIN l'aîné Libraires à Paris la jouissance du Privilege general par elle obtenu le 12. Novembre 1734. pour l'impression des Pieces qui ont remporté le Prix de ladite ACADEMIE, & pour celles qui le remporteront dans la suite. A Paris ce 3. Juin 1740.

Signé FONTENELLE, Secretaire perpetuel de l'Académie Royale des Sciences.