

Section de l'Ingénieur

C. BOURLET

TRAITÉ

DES

BICYCLES ET BICYCLETTES.

GAUTHIER-VILLARS ET FILS

G. MASSON

ENCYCLOPÉDIE SCIENTIFIQUE DES AIDE-MÉMOIRES

COLLABORATEURS

Section de l'Ingénieur

MM.	MM.	MM.
Alain-Abadie.	Gossot (Comm ^t).	Minel (P.).
Alheilig.	Gouilly.	Minet (Ad.).
Armengaud jeune.	Grimaux.	Moëssard (Comm ^t).
Arnaud.	Grouvelle (Jules).	Moissan.
Bassot (Colonel)†.	Guenez.	Moissenet.
Baume-Pluvinel(dela).	Guillaume (Ch.-Ed.).	Monnier.
Bérard (A.).	Guye (Ph.-A.).	Moreau (Aug.).
Bergeron (J.).	Guyou (Comm ^t).	Naudin (Laurent).
Berthelot.	Hatt.	Ouvrard.
Bertin.	Hébert.	Perrin.
Biglia.	Hennebert (Cl).	Perrotin.
Billy (Ed. de).	Hérisson.	Picou (R.-V.).
Bloch (Fr.).	Hospitalier (E.).	Poulet (J.).
Blondel.	Hubert (H.).	Prud'homme.
Boire (Em.).	Hutin.	Rateau.
Boucheron (H.).	Jacométy.	Resal (J.).
Bourlet.	Jacquet (Louis).	Ricaud.
Candlot.	Jean (Ferdinand).	Rocques (X).
Caspari. †	Launay (de).	Rocques-Desvallées.
Charpy (G.).	Laurent (H.).	Rouché.
Clugnet.	Laurent (Th.).	Sarrau.
Croneau.	Lavergne (Gérard).	Sauvage.
Damour.	Léauté (H.).	Schloësing fils (Th.).
Dariès.	Le Chatelier (H.).	Schützenberger.
Deforges (Comm ^t).	Lecomte.	Seguela.
Delafond.	Leloutre.	Seyrig (T.).
Drzewiecki.	Lenicque.	Sidersky.
Dudebont.	Le Verrier.	Sinigaglia.
Duquesnay.	Lindet (L.).	Sorel (E.).
Durin.	Lippmann (G.).	Trillat.
Dwelshauvers-Dery.	Lumière (A.).	Urbain.
Fabre (Ch.).	Lumière (L.).	Vallier (Comm ^t).
Fourment.	Madamet (A.).	Vermand.
Fribourg (Comm ^t).	Magnier de la Source.	Viaris (de).
Frouin.	Marchena (de).	Vivet (L.).
Garnier. †	Margerie.	Wallon (E.).
Gassaud.	Matignon.	Widmann.
Gautier (Henri).	Meyer (Ernest).	Witz (Aimé).
Godard.	Michel-Lévy.	

ENCYCLOPÉDIE SCIENTIFIQUE

DES

AIDE - MÉMOIRE

PUBLIÉS

SOUS LA DIRECTION DE M. LÉAUTÉ, MEMBRE DE L'INSTITUT

BOURLET — Traité des bicycles et bicyclettes

1

*Ce volume est une publication de l'Encyclopédie
scientifique des Aide-Mémoire ; F. Lafargue, ancien
élève de l'École Polytechnique, Secrétaire général,
46, rue Jouffroy (boulevard Malesherbes), Paris.*

N° 113 B

ENCYCLOPÉDIE SCIENTIFIQUE DES AIDE-MÉMOIRE

PUBLIÉE SOUS LA DIRECTION

DE M. LÉAUTÉ, MEMBRE DE L'INSTITUT.

TRAITÉ DES BICYCLES ET BICYCLETTES

SUIVI D'UNE

APPLICATION A LA CONSTRUCTION

DES

VÉLODROMES

PAR

C. BOURLET

Ancien élève de l'École Normale Supérieure

Docteur ès-sciences Mathématiques

Professeur au Lycée Henri IV

PARIS

GAUTHIER-VILLARS ET FILS,

IMPRIMEURS-ÉDITEURS

Quai des Grands-Augustins, 55

G. MASSON, Éditeur

LIBRAIRE DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

Boulevard Saint-Germain, 15

(Tous droits réservés)

PRÉFACE

Les ouvrages sur la théorie mathématique du Bicycle et les applications qu'on peut en tirer sont, actuellement, peu nombreux. A notre connaissance, il n'en existe que *deux* et tous deux sont très succincts. Le premier en date est la *Théorie du Vélocipède*, de M. J. Macquorn Rankine qui a été traduite par Viollet et a paru à la librairie Gauthier-Villars, en 1870, dans la collection de l'abbé Moigno. C'est une petite brochure de 35 pages de texte qui contient les *rudiments* de la théorie de l'équilibre et de la direction et quelques notions sur le travail. Malgré ou peut-être à cause de sa brièveté, ce volume est encore fort intéressant à lire aujourd'hui comme le sont, d'ailleurs, tous les ouvrages du grand physicien anglais Rankine. Le second intitulé : *Essai théorique et pratique sur le véhicule bicycle*, a été présenté sous forme de mé-

moire, par M. Marchegay, au *Congrès de Lyon de 1873 de l'Association française pour l'avancement des Sciences*. Ce volume traite spécialement de l'ancien *vélocipède* et tend, comme conclusion, à prouver qu'on doit l'alléger et agrandir le diamètre de la roue motrice, ce qui conduit au grand *bicycle* actuel.

À part ces deux brochures déjà anciennes, puisque la plus récente remonte à vingt ans, il ne nous reste plus qu'à citer quelques articles de journaux récents. Personnellement, dans le courant des années 1892 et 1893, j'ai fait dans un journal spécial hebdomadaire *Le Cycle*, quelques articles sur la *Théorie mathématique du Cycle*. Ce sont ces articles qui m'ont conduit à écrire ce livre. Dans le commencement de l'année 1893, il a paru trois ou quatre articles dans le journal *La Nature* et dans la *Revue Scientifique (Revue Rose)*, relatifs à la dépense de travail d'un cycliste et à la résistance de l'air. J'ai cité ces articles, lorsqu'il y a eu lieu, dans le cours de cet ouvrage. Enfin, au commencement de cette année, ont paru dans le journal *La Bicyclette*, des articles fort ingénieux, signés du pseudonyme *l'Homme de la Montagne*.

Je me suis servi, autant que possible, de ces travaux antérieurs aux miens, mais, comme ils

sont peu étendus, j'ai été, dans la majorité des cas, livré à mes propres réflexions.

Lorsqu'on s'attaque ainsi à un sujet aussi peu traité que celui dont je me suis occupé, on risque fort de ne faire qu'un ouvrage imparfait. Aussi, dois-je demander d'avance à mes lecteurs de vouloir bien m'accorder leur indulgence pour les imperfections que peut contenir ce *Traité* et je leur serai très reconnaissant s'ils voulaient bien me signaler celles qu'ils pourront apercevoir. Mon but a été de calculer pour les constructeurs de bicyclettes ou les architectes de vélodromes des formules qui puissent leur servir et d'expliquer aux bicyclistes, curieux de connaître le *pourquoi* des choses, les raisons mécaniques de la possibilité de l'équilibre et de la marche en bicycle. Je me considérerai comme suffisamment récompensé de mes efforts si les applications développées dans ce volume ont pu être de quelque utilité *pratique*.

Après une INTRODUCTION qui contient des définitions de termes, des généralités et un tableau servant à calculer le développement et la multiplication d'une bicyclette, l'ouvrage est divisé en *trois parties* :

LA PREMIÈRE PARTIE est, à peu près, complètement théorique. Elle contient les conditions ana-

lytiques de l'équilibre, la discussion du maintien et du rétablissement de l'équilibre et l'étude de la direction.

Dans la SECONDE PARTIE, se trouve l'étude du travail dépensé par un cycliste et la description de procédés de mesure de ce travail dans les diverses conditions qui peuvent se présenter. La discussion des résultats conduit à des conclusions sur le choix d'une machine et à l'explication de certains résultats d'expérience.

Enfin, la TROISIÈME PARTIE contient toutes les formules relatives à la détermination de la forme de la surface d'une piste de vélodrome. Les formes de piste, actuellement employées, sont discutées et on montre que le virage qui donne les meilleurs résultats est le virage de forme *semi-circulaire*.

Le *Traité* contient, en outre, de nombreuses applications numériques qui donnent des exemples et indiquent la manière d'appliquer les formules établies.

Paris, le 4 Décembre 1894.

C. BOURLET.

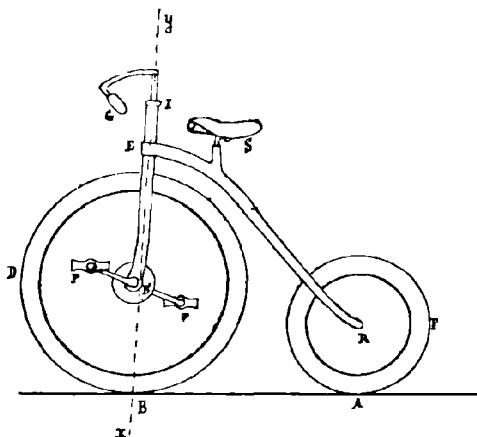
INTRODUCTION

Définitions de quelques termes. — L'emploi du bicycle comme moyen de locomotion rapide ayant pris depuis quelque temps une grande extension, nous croyons inutile de donner à nos lecteurs une description détaillée de cet appareil qu'il leur est facile de voir tous les jours. Nous nous contenterons de donner quelques définitions des termes que nous emploierons, pour éviter toute confusion.

Nous appellerons, d'une façon générale, *cycle*, un vélocipède à deux roues. De ces deux roues, qui sont placées l'une derrière l'autre, celle qui est à l'avant est mobile par rapport à l'ensemble de la machine et est appelée *roue directrice*, l'autre a un axe fixe par rapport à la machine, nous l'appellerons *roue fixe*. Un cycle est mis en mouvement par son cavalier qui, par un système de transmission convenable, anime une des deux

roues d'un mouvement de rotation : cette roue est appelée *roue motrice*. Il résulte, immédiatement, de là une distinction des cycles en deux espèces : les *bicycles* où la roue motrice est la roue d'avant qui, par suite, est, à la fois, mo-

Fig. 1



trice et directrice ; les *bicyclettes* dans lesquelles la roue motrice est la roue d'arrière.

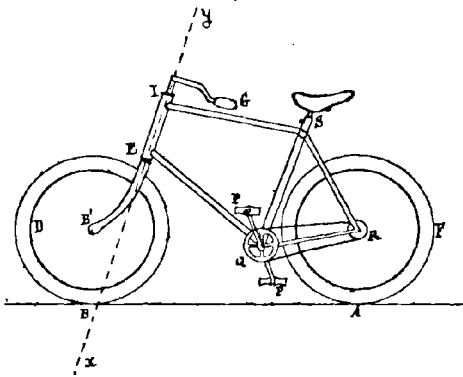
Au point de vue de la théorie générale, les bicycles et les bicyclettes ne présentent pas de différences essentielles et nous pourrons, dans la grande majorité des cas, faire une théorie d'ensemble des deux appareils, théorie qui permettra,

d'ailleurs, de les comparer. Nous exposerons la *théorie générale* sur un appareil *schématique*, type qui comprendra tous les cycles.

La pièce principale d'un cycle, celle à laquelle toutes les autres sont fixées, est ce qu'on appelle le *corps* ou encore le *cadre*.

Dans les bicycles, le *corps* a la forme générale d'un arc RSE (*fig. 1*). Dans les bicyclettes, le

Fig. 2



cadre affecte généralement la forme d'un pentagone RQEIS (*fig. 2*).

A l'arrière du cadre, en R, est fixé l'axe de la roue fixe F⁽¹⁾. En avant, le cadre est muni d'une

(1) Suivre en même temps sur les *fig. 1* et 2.

douille EI dans laquelle passe le *tube de direction*. Ce tube de direction est terminé, en bas, à la sortie de la douille, par une *fourche EB'* dans laquelle passe la roue directrice *D* dont l'axe est fixé à cette fourche en *B'*. A la sortie supérieure de la douille, le tube de direction porte le *gouvernail* ou *guidon* qui est un tube *G* sensiblement horizontal terminé par deux *poignées*, ou *manettes*, que le cycliste tient dans ses mains. Le cavalier est assis sur une selle *S* fixée au cadre dans la partie moyenne supérieure, il tient une poignée de chaque main et ses pieds reposent sur les *pédales P* qui sont adaptées à des *manivelles*.

Par un mouvement alternatif des pieds, le cycliste fait tourner les manivelles qui, par une *transmission* convenable, actionnent la roue motrice.

Le cadre d'une machine présente un plan de symétrie qui contient l'axe de la douille *EI*, le centre de la selle *S* et le centre *R* de la roue fixe *F*. Nous appellerons ce plan le *plan moyen* du cycle. Nous appellerons encore plan d'une roue, le plan perpendiculaire à l'axe de cette roue et passant par son milieu. Le plan de la roue fixe coïncide toujours avec le plan moyen ; le plan de la roue directrice est variable par rap-

port au plan moyen et, lorsqu'il coïncide avec lui, les deux poignées sont à égale distance du plan moyen, qui est alors un plan de symétrie pour l'appareil (abstraction faite de la chaîne et des engrenages dans la bicyclette).

Soient alors A et B, les points de contact des deux roues avec le sol. AB est ce que nous appellerons la *base* du cycle et la longueur AB, la *longueur* du cycle.

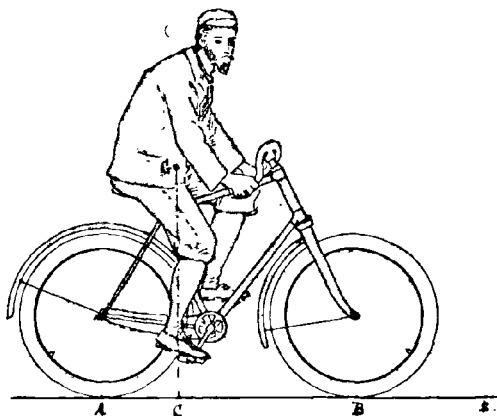
Nous supposerons, en général, que l'axe xy du tube de direction passe par le point de contact B de la roue directrice avec le sol; dans ces conditions, le point B est un point fixe du plan moyen, et la droite AB est la droite d'intersection du plan moyen avec le sol (supposé plan).

Nous supposerons, également, sauf exception, que le cavalier ne fait aucun mouvement *du torse* et reste toujours placé sur la machine de façon que le plan de symétrie de son corps coïncide avec le plan moyen. Le torse restera donc immobile par rapport au cadre : il n'y aura que les bras et les jambes qui feront les mouvements nécessaires à la direction et à la propulsion.

Dans ces conditions, le centre de gravité du cavalier sera sensiblement placé dans le plan

moyen et le centre de gravité total de l'ensemble du cavalier et de sa machine sera, très sensiblement, un point fixe de ce plan. Nous étudierons spécialement, quand cela sera utile, les modifications qui résulteraient de mouvements du torse. Appelons alors G (fig. 3) le centre de gravité de l'ensemble du cavalier et du cycle.

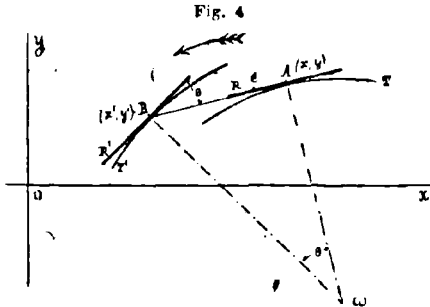
Fig. 3



nous désignerons sous le nom de *point central d'appui*, le pied C de la perpendiculaire abaissée du centre de gravité sur la base AB . Ce point C sera, dans les conditions précédentes, un point fixe de la base AB .

Traces des roues sur le sol. — Lorsqu'un

cycle est en mouvement, ses deux roues laissent sur le sol deux sillons, deux *traces*, qui sont les lieux géométriques des points de contact des roues avec le sol. Supposons le sol *plan* et soient A et B les points de contact de la roue fixe et de la roue mobile avec le sol (pris pour plan de la figure) (*fig. 4*). Soient AR et BR' les intersections des plans des deux roues avec le sol.



Comme AB est l'intersection du plan moyen avec le sol et que le plan de la roue fixe coïncide avec le plan moyen, AR coïncide, en direction, avec AB. Soit θ l'angle de BR' avec AB. Si on connaît la loi suivant laquelle le cavalier fait tourner son guidon, on connaîtra θ en fonction du temps; d'autre part, si on connaît la vitesse de la machine on connaîtra la vitesse du point A sur sa trace T, c'est-à-dire, qu'on connaîtra l'arc s

décrit par le point A sur la courbe T en fonction du temps ; par suite, on connaîtra θ en fonction de s . Supposons donc que θ soit une fonction connue de s , nous allons montrer que les traces T et T' des deux roues seront alors parfaitement déterminées. Nous pouvons, très approximativement, admettre que les droites AR et BR' sont tangentes en A et B aux traces T et T' et on voit alors que ces traces sont des courbes jouissant des propriétés suivantes : pour deux positions correspondantes des points A et B, la droite AB est tangente à la courbe T et a une longueur constante b égale à la longueur du cycle ; de plus, la tangente BR' en B fait un angle θ avec AB, qui est une fonction connue de l'arc s de la courbe T. — Soient x et y , les coordonnées du point A et x' , y' , celles du point B (par rapport à deux axes rectangulaires quelconques tracés dans le plan du sol). Soit s' , l'arc de la courbe T', on a, évidemment, les relations différentielles suivantes :

$$(1) \quad \left\{ \begin{array}{l} (x - x')^2 + (y - y')^2 = b^2 \\ \frac{dx}{x' - x} = \frac{dy}{y' - y} \\ \frac{dx}{ds} \cdot \frac{dx'}{ds'} + \frac{dy}{ds} \cdot \frac{dy'}{ds'} = \cos \theta \end{array} \right.$$

De ces relations on déduit, par des calculs faciles, les suivantes :

$$(2) \quad \begin{cases} ds = ds' \cos \theta \\ \left(\frac{d^2x}{ds^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2y}{ds^2}\right)^2 = \frac{\operatorname{tg}^2 \theta}{b^2} \\ \left(\frac{d^2x'}{ds'^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2y'}{ds'^2}\right)^2 = \frac{\sin^2 \theta}{b^2} \end{cases}$$

D'abord on déduirait aisément de ces formules les équations des courbes T et T' au moyen de quadratures. On aurait pour la courbe T :

$$(3) \quad \begin{cases} x = \int \cos \left(\frac{1}{b} \int \operatorname{tg} \theta ds \right) ds \\ y = \int \sin \left(\frac{1}{b} \int \operatorname{tg} \theta ds \right) ds \end{cases}$$

et des équations analogues pour la courbe T'.

Désignons par ρ et ρ' les rayons de courbure des courbes T et T' en A et B. Les formules (2) donnent immédiatement.

$$(4) \quad \rho = \frac{b}{\operatorname{tg} \theta}, \quad \rho' = \frac{b}{\sin \theta}.$$

Ces formules importantes montrent d'abord que lorsque θ reste constant ρ et ρ' restent constants. Donc, *lorsque l'angle θ dont on a tourné le guidon reste constant, les traces des roues sur le sol sont des cercles concentriques.*

En second lieu, ces formules nous donnent une construction géométrique du centre de courbure commun des deux traces.

Soit, en effet, ω (*fig. 4*) le point d'intersection des normales en A et B aux trajectoires : on a, dans le triangle rectangle $AB\omega$,

$$B\omega = \frac{AB}{\sin \theta} = \rho', \quad A\omega = \frac{AB}{\operatorname{tg} \theta} = \rho,$$

donc, on obtient le centre de courbure commun ω des traces des roues sur le sol en prenant le point de rencontre des perpendiculaires élevées en A et B aux droites d'intersection AR et BR' des plans des roues avec le sol.

Si θ est constamment nul, le cycle décrit une ligne droite, ce qui était presque évident, et si θ est accidentellement nul les deux traces T et T' ont *en même temps* un point d'inflexion.

Enfin, il résulte encore de là et de propositions cinématiques connues que ω est le centre instantané de rotation et, par suite, qu'à chaque instant les vitesses des différents points de la droite AB sont les mêmes que si cette droite était animée d'un mouvement de rotation autour du point ω .

Les résultats que nous venons d'énoncer seront, comme on le verra, dans la suite, de la plus grande utilité.

Multiplication dans les bicyclettes. — On appelle *multiplication* d'une bicyclette ou d'un bicycle multiplié le *diamètre de la roue motrice* d'un bicycle non multiplié qui avance autant que le cycle considéré pour un tour d'une manivelle ou pour un double coup de pédale.

On appelle *développement* d'une machine la longueur dont elle avance pour un double coup de pédale, c'est-à-dire pour un tour complet d'une manivelle. Il résulte de ces deux définitions que le *développement* est égal à la *multiplication multipliée* par $\pi = 3,14159$.

Dans les bicyclettes il est facile de calculer la multiplication et le développement lorsqu'on connaît le nombre des dents des deux pignons et le diamètre de la roue motrice. En effet :

Si n est le nombre des dents du grand pignon, c'est-à-dire de la roue dentée fixée à l'axe des manivelles, n' , le nombre des dents du petit pignon fixé à la roue motrice, et d , le diamètre de la roue motrice, la *multiplication* est égale à $\frac{nd}{n'}$ et le *développement* à $\pi \cdot \frac{nd}{n'}$. Pour éviter ces calculs à nos lecteurs, nous avons dressé le tableau suivant qui donne la multiplication et le développement dans les combinaisons les plus usitées de roues dentées et de roue motrice :

TABLEAU DE LA MULTIPLICATION
ET DU DÉVELOPPEMENT DANS LES BICYCLETTES

Nombre des dents		Diamètre de la roue motrice					
		0 ^m ,65		0 ^m ,70		0 ^m ,75	
		mult.	dév.	mult.	dév.	mult.	dév.
15	7	1 ^m ,39	4 ^m ,37	1 ^m ,50	4 ^m ,71	1 ^m ,60	5 ^m ,04
	8	1, 21	3, 83	1, 31	4, 13	1, 40	4, 41
	9	1, 08	3, 40	1, 16	3, 66	1, 25	3, 92
16	7	1, 48	4, 66	1, 60	5, 03	1, 71	5, 38
	8	1, 30	4, 08	1, 40	4, 40	1, 50	4, 71
	9	1, 15	3, 63	1, 24	3, 90	1, 33	4, 18
17	7	1, 57	4, 95	1, 70	5, 34	1, 82	5, 72
	8	1, 38	4, 34	1, 48	4, 67	1, 59	5, 01
	9	1, 23	3, 86	1, 32	4, 15	1, 41	4, 45
18	7	1, 67	5, 24	1, 80	5, 66	1, 92	6, 06
	8	1, 46	4, 60	1, 57	4, 95	1, 68	5, 30
	9	1, 30	4, 08	1, 40	4, 40	1, 50	4, 71
19	7	1, 76	5, 54	1, 90	5, 97	2, 03	6, 39
	8	1, 54	4, 85	1, 66	5, 22	1, 78	5, 59
	9	1, 37	4, 31	1, 47	4, 64	1, 58	4, 97
20	7	1, 85	5, 83	2, 00	6, 28	2, 14	6, 72
	8	1, 62	5, 10	1, 75	5, 50	1, 87	5, 88
	9	1, 44	4, 53	1, 55	4, 88	1, 66	5, 23
21	7	1, 95	6, 12	2, 10	6, 60	2, 25	7, 06
	8	1, 70	5, 35	1, 83	5, 77	1, 96	6, 18
	9	1, 51	4, 76	1, 63	5, 13	1, 75	5, 49

CHAPITRE PREMIER

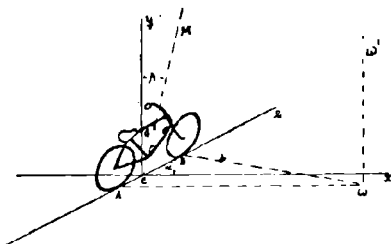
—

L'ÉQUILIBRE ET LA DIRECTION

Conditions analytiques de l'équilibre sur un sol horizontal. — Lorsqu'un cycle est en marche, on dit qu'il est *en équilibre* lorsque le plan moyen conserve une inclinaison constante par rapport au sol. Imaginons alors un système de trois axes rectangulaires entraînés avec la machine et qui sont les suivants : l'origine C de ces axes (*fig. 5*) est le *point central d'appui*, c'est-à-dire le pied de la perpendiculaire abaissée du centre de gravité G de l'ensemble du cycle et de son cavalier sur la base AB (pour plus de clarté nous n'avons pas représenté le cavalier dans la figure). L'axe Cz est la base AB, l'axe Cy la verticale du point C et l'axe Cx un axe perpendiculaire aux deux autres. Le plan xCy est donc un plan perpendiculaire au plan moyen

qu'il coupe suivant une droite CM qui contient le centre de gravité G . Le sol étant horizontal, le plan xCx coïncide avec le sol et l'angle $\alpha = MCx$ est l'angle du plan moyen avec le sol. Pour qu'il y ait équilibre il faut donc et il suffit que le cycle soit en équilibre *relatif* par rapport aux axes $Cxyz$. Soit, alors, ω le centre de courbure commun des traces des points A et B . Comme nous l'avons vu dans l'*Introduction*,

Fig. 5



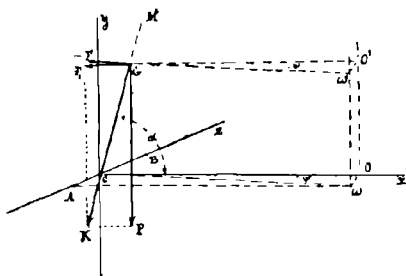
les vitesses des différents points de AB sont à chaque instant les mêmes que si cette droite était animée d'un mouvement de rotation autour du point ω . Il en résulte que le mouvement du trièdre $Cxyz$ est un mouvement de rotation autour d'un axe vertical $\omega\omega'$ passant par ω .

Pour écrire que le cycle est en équilibre relatif par rapport au trièdre $Cxyz$, il faut donc écrire, d'après les principes du mouvement relatif, qu'il

ya équilibre entre la pesanteur et les forces centrifuges. La pesanteur a pour résultante le poids GP de l'ensemble du cycle et de son cavalier et les forces centrifuges, une force GF dirigée suivant la droite $\omega'G$ perpendiculaire abaissée de G sur l'axe $\omega\omega'$ (fig. 6).

Soit GF_1 la projection de GF sur le plan Cxy ; pour qu'il y ait équilibre, il faut et il suffit que

Fig. 6



la résultante GK de GF_1 et de GP passe par le point G, c'est-à-dire que l'on ait

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{GP}{GF_1}.$$

Désignons par M la masse totale du cycle et de son cavalier; par g , l'accélération due à la pesanteur; par v , la vitesse du centre de gravité; par r , le rayon $\omega'G$ de la trajectoire du centre de gravité et, enfin, par ψ , l'angle de $\omega'G$ avec le plan

des xy , on aura :

$$\begin{aligned} GP &= Mg \\ GF_1 &= \frac{Mv^2}{r} \cos \psi. \end{aligned}$$

Remarquons tout de suite que, si on mène par ω' une perpendiculaire au plan $G\omega'\omega$ jusqu'à sa rencontre en O' avec le plan xy , GO' sera parallèle à Cx et on aura

$$GO' = \frac{r}{\cos \psi}.$$

Désignons, alors, GO' , par R , on aura :

$$GF_1 = \frac{Mv^2}{R}$$

c'est-à-dire que la force GF_1 est la force centrifuge qui serait développée si la rotation s'effectuait autour de l'axe vertical OO' au lieu de s'effectuer autour de $\omega\omega'$ et la condition d'équilibre est la même que si la rotation s'effectuait autour de OO' . Comme il est plus commode de considérer l'axe OO' nous remplacerons l'axe $\omega\omega'$ par celui-ci et nous appellerons la quantité R le *rayon de courbure de la trajectoire de G*. Cette expression est, d'ailleurs, justifiée car, comme l'angle ψ est, en général, très petit, R est très sensiblement égal à r et dans la pratique on pourra presque toujours les confondre. Avec ces notations la condition d'équilibre est

$$(I) \quad \lg \alpha = \frac{gR}{v^2}$$

mais cette condition n'est pas la seule. En effet, pour l'écrire nous avons supposé que l'adhérence de la machine avec le sol était parfaite et il n'en est rien. L'adhérence du cycle au sol résulte de ce qu'il y a un frottement de glissement latéral qui évite tout déplacement latéral tant que la machine ne s'incline pas trop. Mais dès que la machine s'incline trop, elle glisse latéralement, elle *chasse* ou encore elle *dérape*, pour employer les locutions cyclistes. En d'autres termes, il existe un angle limite φ que nous appellerons *angle de frottement* tel que, si l'angle d'inclinaison du plan moyen devient inférieur à φ , il y ait, nécessairement, glissement latéral. Donc, pour qu'il y ait réellement équilibre, il faut encore que l'angle α fourni par la formule (1) soit supérieur ou égal à φ . On devra donc avoir, en outre,

$$\alpha \geq \varphi \quad \text{ou} \quad \text{tg } \alpha \geq \text{tg } \varphi.$$

Posons :

$$\text{tg } \varphi = \frac{1}{f},$$

f est ce qu'on appelle le *coefficient de frottement de glissement latéral*. On devra donc avoir

$$\text{tg } \alpha \geq \frac{1}{f} \quad \text{ou} \quad \frac{gR}{v^2} \geq \frac{1}{f}$$

Le coefficient f dépend à la fois de la nature du bandage des roues et de la nature du sol.

En résumé, les conditions analytiques de l'équilibre sont les suivantes : il faut, d'abord, que le rayon R de la trajectoire et la vitesse v du centre de gravité vérifient l'inégalité

$$(II) \quad \frac{Rg}{v^2} \geq \frac{1}{f}$$

puis, cette inégalité étant remplie, l'angle α du plan moyen avec le sol sera donné par

$$(I) \quad \text{tg } \alpha = \frac{Rg}{v^2}$$

Remarque I. — Pour écrire nos conditions d'équilibre nous avons considéré le cycle comme complètement immobile par rapport aux axes $Cxyz$ sans tenir compte du mouvement de rotation des roues. Pour être tout à fait rigoureux il aurait fallu, évidemment, introduire ceci dans nos calculs, car on sait que lorsqu'une roue tourne autour d'un axe, cet axe présente une certaine résistance au déplacement. Cette résistance aurait pour effet, dans le cycle, d'augmenter sa stabilité, mais, dans les machines qu'on construit aujourd'hui on s'efforce de plus en plus à faire des roues légères; comme, d'ailleurs, la plus grande masse de ces roues est placée près de l'axe, les roues n'ont qu'un moment d'inertie très faible et, par suite, l'influence de la résistance de leurs axes est négligeable. Il nous suffira de retenir que le mouvement des roues aug-

mente la stabilité et qu'il l'augmente plus quand la vitesse est grande.

Remarque II. — En résolvant la condition (II) par rapport à R on a : $R \geq \frac{v^2}{gf}$ ceci nous montre qu'il y a une limite inférieure pour le rayon R , c'est-à-dire, qu'avec une vitesse donnée v on ne peut pas décrire un cercle de rayon inférieur à $\frac{v^2}{gf}$. Ce rayon minimum croît comme le carré de la vitesse. Donc, en grande vitesse, on ne peut décrire sur un sol horizontal que des cercles de très grands rayons, c'est pour cette raison qu'on ne peut pas faire des pistes de vélodromes horizontales et qu'on a dû relever les virages. Nous expliquerons à la fin de l'ouvrage, en détails, comment une telle piste devra être établie.

Le rayon minimum croît encore quand le coefficient de frottement f diminue. Ainsi, sur un sol mouillé, le coefficient f est très faible, c'est ce qui explique combien les cyclistes tombent facilement lorsqu'ils veulent tourner court, sans ralentir leur vitesse, sur un sol humide.

Lorsque le sol est glissant, il faudra donc, pour faire un virage court, ralentir suffisamment la vitesse pour que la quantité $\frac{gf}{v^2}$ tombe au-dessous du rayon du cercle qu'on veut décrire.

En résolvant, d'autre part, la condition (II) par rapport à v^2 on a :

$$v^2 \leq Rgf.$$

Il y a donc au contraire une limite supérieure pour la vitesse, c'est-à-dire qu'on ne peut décrire un cercle de rayon R qu'avec une vitesse inférieure à \sqrt{Rgf} , sur un sol horizontal. Ceci est l'expression mathématique du principe, bien connu des cyclistes : *Il faut ralentir aux virages.*

Remarque III. — Pour qu'on puisse se rendre compte des grandeurs de l'angle α , voici trois tableaux donnant les valeurs de cet angle pour des vitesses de 4, 6 et 8 mètres à la seconde, c'est-à-dire pour des vitesses d'environ 14^{km},400 ; 21^{km},600 et 28^{km},800 à l'heure. On verra la rapidité avec laquelle l'angle α décroît.

$v = 4^m$	}	$R = 1^m$	$\alpha = 31^\circ 30' 48''$
		$R = 5^m$	$\alpha = 71^\circ 56' 1''$
		$R = 10^m$	$\alpha = 80^\circ 44' 11''$
		$R = 100^m$	$\alpha = 89^\circ 2' 20''$
$v = 6^m$	}	$R = 1^m$	$\alpha = 15^\circ 14' 35''$
		$R = 5^m$	$\alpha = 53^\circ 43' 25''$
		$R = 10^m$	$\alpha = 69^\circ 50' 53''$
		$R = 100^m$	$\alpha = 87^\circ 53' 58''$
$v = 8^m$	}	$R = 1^m$	$\alpha = 8^\circ 42' 52''$
		$R = 5^m$	$\alpha = 37^\circ 28''$
		$R = 10^m$	$\alpha = 56^\circ 52' 47''$
		$R = 100^m$	$\alpha = 86^\circ 16' 2''$

Or, pour des raisons que nous donnerons plus tard, le coefficient de frottement moyen sur un sol sec est environ $f = 0,3$, ce qui donne pour l'angle $\varphi = 73^{\circ}18'$.

On voit, par suite, que, sur un sol horizontal, on ne peut pas décrire un virage de 10^m de rayon à une vitesse de 21 kilomètres à l'heure, mais que c'est possible à la vitesse de 14 kilomètres.

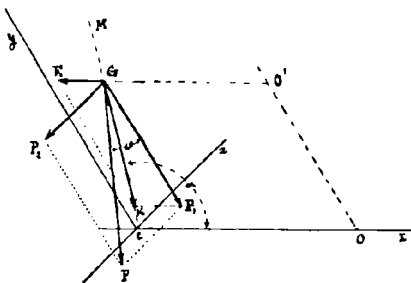
Voici un autre tableau indiquant les rayons minima qu'on peut décrire avec des vitesses données. Pour l'établir, nous avons supposé $f = 0,3$.

Vitesse à l'heure	Rayon minimum
7 ^{km} , 200	1 ^m , 35
10, 800	3, 05
14, 400	5, 45
18	8, 85
21, 600	12, 25
25, 200	16, 65
28, 800	21, 75
32, 400	27, 55
36	34
60	94, 40

De ce tableau on déduirait, facilement, les nombres correspondants pour une autre valeur de f . Ainsi on aurait les rayons minima pour $f = 0,6$, en divisant les nombres de ce tableau par 2.

D'ailleurs, si on lit ce tableau d'une autre façon, il donne les vitesses maxima avec lesquelles on peut décrire des virages de rayons donnés. Ainsi, par exemple, nous voyons que la vitesse maxima avec laquelle on peut décrire un virage de $12^m,25$, sur un sol horizontal, avec

Fig. 7



une machine dont le coefficient de frottement est 0,3, est 18 kilomètres à l'heure.

Conditions d'équilibre sur un sol quelconque. — Pratiquement, il n'y a que deux cas intéressants : celui où le cycliste gravit un plan suivant la ligne de plus grande pente, c'est le cas d'une route présentant des montées et des descentes, et celui où le cycliste suit la ligne de niveau d'une surface inclinée, c'est le cas d'un coureur sur piste, au virage.

1° Supposons le cycle roulant sur un plan in-

cliné et la base AB dirigée suivant la ligne de plus grande pente de ce plan (*fig. 7*). Considérons, comme toujours, les trois axes $Cxyz$ entraînés avec le cycle, Cz suivant AB, Cx perpendiculaire à Cz dans le plan du sol. Comme nous l'avons vu, au point de vue de l'équilibre, tout se passe comme si le trièdre $Cxyz$ tournait autour d'un axe oo' du plan xy parallèle à Cy . Soit GP le poids total du cycle monté. Pour qu'il y ait équilibre, il faut que la résultante de la force centrifuge GF_1 et de la projection GP_1 du poids sur le plan xy passe par C. C'est-à-dire, en appelant α l'angle GCx qui est l'angle du plan moyen avec le sol, il faut que l'on ait

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{GP_1}{GF_1}$$

or, si ω est l'angle du plan du sol avec le plan horizontal (ω est aussi l'angle de la verticale GP avec sa projection GP_1) on a :

$$GP_1 = GP \cdot \cos \omega = Mg \cos \omega.$$

D'ailleurs,

$$GF_1 = \frac{Mv^2}{R}$$

en conservant les notations précédentes.

Donc on doit avoir

$$(III) \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{gR}{v^2} \cdot \cos \omega$$

De plus, il faut toujours que l'angle α fourni par cette formule soit supérieur à l'angle de frottement φ , c'est-à-dire que l'on ait :

$$\operatorname{tg} \alpha \geq \operatorname{tg} \varphi$$

ou

$$(IV) \quad \frac{vR}{v^2} \cos \omega \geq \frac{1}{f}.$$

Les conditions analytiques de l'équilibre sont donc données par les formules (III) et (IV).

Si on compare la formule (III) à la formule (I) d'équilibre sur un plan horizontal, on voit que, comme $\cos \omega$ est plus petit que 1, les valeurs fournies par la formule (III) pour $\operatorname{tg} \alpha$ sont plus petites que celles données par la formule (I). Donc, *toutes choses étant égales d'ailleurs, la machine doit être plus inclinée à la montée ou à la descente qu'en terrain horizontal.* Le rayon minimum qu'on peut décrire avec une vitesse donnée v est d'après la formule (IV) : $\frac{v^2}{gf} \cdot \frac{1}{\cos \omega}$. *Ce rayon est donc plus grand que sur un sol horizontal.* De même, la vitesse maxima avec laquelle on peut décrire le rayon R est $\sqrt{fgR \cos \omega}$ et *cette vitesse maxima est plus petite que la vitesse correspondante sur un sol horizontal.*

Il faut remarquer que les conditions précé-

dentes s'appliquent aussi bien à la montée qu'à la descente, car, dans notre raisonnement, nous n'avons pas tenu compte du sens de progression de la machine. Pour la montée, il faudrait supposer que la machine va dans le sens de C vers z (*fig. 7*) et pour la descente, supposer le contraire. Le poids GP a deux composantes, l'une GP_1 , dans le plan xy qui est équilibrée par la force centrifuge GF_1 , l'autre GP_2 , parallèle à Cz et qui, suivant les cas, retarde ou accélère le mouvement de la machine.

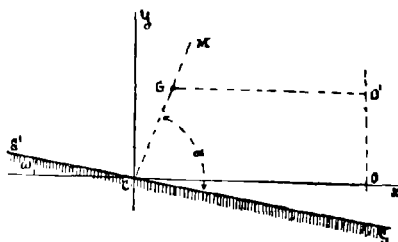
2° Etudions, maintenant, le cas d'un cycle qui suit les lignes de niveau d'une surface.

La base AB est alors horizontale. Je prends l'axe Cy vertical et le plan Cxz horizontal, Cz étant, comme toujours, la direction de AB . Soient CS , la trace du sol sur le plan xy (nous avons pris pour plan de la *fig. 8*, le plan xy , l'axe des z ne servant pas) et CM la trace du plan moyen qui contient le centre de gravité G (*fig. 8*). CS est la ligne de plus grande pente du sol, par suite, l'angle SCx est l'angle ω du sol avec l'horizon. Soit, enfin, oo' l'axe de rotation dans le plan xy . Il y a lieu de distinguer deux cas, suivant que oo' est du côté de la descente (*fig. 8*) ou du côté de la montée (*fig. 9*).

Supposons, d'abord, oo' du côté de la des-

cente, c'est-à-dire supposons que le cycle tourne du côté de la descente (fig. 8). On voit immédiatement que l'angle \widehat{GCx} joue le même rôle que l'angle α dans le cas du sol horizontal on a

Fig. 8



donc, en conservant toujours les mêmes notations ($R = GO'$)

$$\operatorname{tg} (\widehat{GCx}) = \frac{Rg}{v^2}$$

or,

$$\widehat{GCx} = \alpha - \omega$$

on doit donc avoir

$$(V) \quad \operatorname{tg} (\alpha - \omega) = \frac{Rg}{v^2}$$

condition à laquelle il faut toujours joindre la condition

$$\alpha \geq \varphi.$$

Mais, ici, il pourrait arriver que l'angle α , donné par la formule (V), soit plus grand que 90° , c'est-

à-dire que le cycle, tout en tournant vers la droite, soit incliné, par rapport au sol, vers la gauche. Par exemple, dans le cas où la machine décrit une ligne droite, R est infiniment grand et le plan moyen doit être vertical, CM a la direction Cy et le plan moyen est incliné vers la gauche. Il y a donc une nouvelle condition : il faut que l'angle S'CM soit aussi plus grand que φ , il faut donc avoir

$$180^\circ - \alpha \geq \varphi$$

ce qui donne pour α la double inégalité

$$\varphi - \omega \leq \alpha - \omega \leq 180^\circ - \varphi - \omega.$$

Si $\varphi + \omega$ est plus petit que 90° , la seconde inégalité est vérifiée, car $\alpha - \omega$ est toujours un angle au plus égal à 90° .

Si $\varphi + \omega$ est plus grand que 90° , cette seconde inégalité n'est pas toujours vérifiée, par exemple, elle n'est pas vérifiée pour $\alpha - \omega = 90^\circ$, c'est-à-dire dans le cas de la marche en ligne droite, il y a non-seulement une limite inférieure, mais aussi une *limite supérieure* pour le rayon de courbure R.

Soit p la pente du plan : $p = \operatorname{tg} \omega$. Dire que $\varphi + \omega < 90^\circ$ c'est dire que

$$\operatorname{tg} \omega < \operatorname{cotg} \varphi$$

ou

$$v < f.$$

Donc 1° si p est plus petit que f , il y a deux conditions d'équilibre :

$$\operatorname{tg}(\alpha - \omega) \geq \operatorname{tg}(\varphi - \omega)$$

et

$$\operatorname{tg}(\alpha - \omega) = \frac{Rg}{v^2}.$$

2° Si p est plus grand que f , il y a 3 conditions

$$\operatorname{tg}(\varphi - \omega) \leq \operatorname{tg}(\alpha - \omega) \leq -\operatorname{tg}(\omega + \varphi)$$

et

$$\operatorname{tg}(\alpha - \omega) = \frac{Rg}{v^2}.$$

En résumé, il y a les deux cas suivants :

1° *Si la pente du plan est plus petite que le coefficient de frottement, on a deux conditions d'équilibre*

$$(VI) \quad \frac{Rg}{v^2} \geq \frac{1 - pf}{p + f}.$$

$$(V) \quad \operatorname{tg}(\alpha - \omega) = \frac{Rg}{v^2}.$$

2° *Si la pente du plan est plus grande que le coefficient de frottement, il y a trois conditions*

$$(VII) \quad \frac{1 - pf}{p + f} \leq \frac{Rg}{v^2} \leq \frac{1 + pf}{p - f}.$$

$$(V) \quad \operatorname{tg}(\alpha - \omega) = \frac{Rg}{v^2}.$$

Dans ce cas, on voit que si on avait

$$1 - pf < 0, \quad p > \frac{1}{f}$$

la première inégalité serait toujours vérifiée. Mais, dans la pratique, comme f est petit, $\frac{1}{f}$ est très grand, et on ne rencontre pas de pentes assez fortes pour remplir ces conditions.

De ces conditions on peut tirer les conclusions suivantes : *Lorsqu'un cycle décrit une ligne de niveau d'une surface, en tournant du côté de la pente, avec une vitesse v , le rayon de la courbe décrite ne peut être inférieur à*

$$\frac{v^2}{g} \cdot \frac{1 - pf}{p + f}.$$

Et, de plus, si la pente du plan est supérieure au coefficient de frottement f , ce rayon ne pourra pas être supérieur à

$$\frac{v^2}{g} \cdot \frac{1 + pf}{p - f}.$$

Ainsi sur un plan de forte pente on ne peut pas décrire, sans tomber, la ligne droite *de niveau*.

Il est bon de remarquer que le rayon minimum $\frac{v^2}{g} \cdot \frac{1 - pf}{p + f}$ est plus petit que le rayon minimum $\frac{v^2}{gf}$ correspondant au cas d'un sol horizontal et

que ce rayon minimum diminue lorsque la pente p du plan augmente.

En résolvant les inégalités (VI) et (VII) par rapport à v^2 on en conclut que *lorsqu'un cycle décrit une ligne de niveau, en tournant du côté de la pente et en décrivant une courbe de rayon R , sa vitesse doit être inférieure à*

$$\sqrt{\frac{Rg(p+f)}{1-pf}}$$

et si, de plus, la pente du plan est supérieure à f , cette vitesse doit être inférieure à

$$\sqrt{\frac{Rg(p-f)}{1+pf}}.$$

Ainsi, si dans un vélodrome la pente du virage est *très forte*, on ne pourra pas aller *lentement* sur la piste et il y aura une vitesse limite au-dessous de laquelle on ne pourra pas parcourir la piste sans tomber au virage.

Les conditions que nous venons d'établir nous seront, précisément, plus tard, de la plus grande utilité pour déterminer la pente à donner à un virage de piste.

Il nous reste, enfin, à examiner le cas où l'axe oo' est situé du côté de la montée, c'est-à-dire le cas où on tourne du côté où la surface monte (fig. 9).

Ce cas étant d'un intérêt pratique moindre nous l'examinerons plus rapidement.

On a, comme avant,

$$\operatorname{tg} (GCx) = \frac{Rg}{v^2}$$

en posant,

$$R = GO',$$

mais, ici,

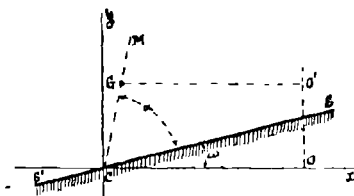
$$GCx = \alpha + \omega.$$

D'où la condition

$$(VIII) \quad \operatorname{tg} (\alpha + \omega) = \frac{Rg}{v^2}$$

L'angle $\alpha + \omega$, donné par cette formule, étant plus petit que 90° , l'angle α est aussi plus petit

Fig. 9



que 90° , il n'y a donc, ici, qu'une condition supplémentaire

$$\alpha \geq \varphi$$

c'est-à-dire

$$\alpha + \omega \geq \varphi + \omega.$$

Pour que cette inégalité puisse avoir lieu, il faut, d'abord que $\varphi + \omega$ soit un angle plus petit que 90° , d'où

$$\begin{aligned} \omega &< 90^\circ - \varphi \\ \operatorname{tg} \omega &< \operatorname{colog} \varphi, \quad p < f. \end{aligned}$$

Donc, *il est impossible de tourner du côté de la montée sur un sol dont la pente est supérieure au coefficient de frottement.*

Si, au contraire, la pente est inférieure au coefficient de frottement de glissement latéral, l'équilibre sera possible en tournant du côté de la montée, si on a :

$$(IX) \quad \frac{Rg}{v^2} \geq \frac{1 + pf}{f - p}$$

avec

$$(VIII) \quad \operatorname{tg}(\alpha + \omega) = \frac{Rg}{v^2}$$

La condition (IX) montre que, *dans le cas où l'équilibre est possible, le rayon minimum R qu'on peut décrire avec la vitesse v est :*

$$\frac{v^2}{g} \cdot \frac{1 + pf}{f - p}$$

Ce rayon minimum est plus grand que celui qui correspond au cas du sol horizontal. La vitesse maxima avec laquelle on peut décrire un rayon R est :

$$V \sqrt{\frac{Rg(f - p)}{1 + pf}}$$

elle est plus petite que dans le cas du sol horizontal.

En rapprochant, pour terminer, les résultats précédents du cas du sol horizontal, nous voyons que, lorsqu'on décrit une ligne de niveau sur le sol, la vitesse maxima pour faire un virage donné est plus grande quand on tourne du côté de la pente et plus petite quand on tourne du côté de la montée, que sur un sol horizontal; même dans ce dernier cas, il peut arriver que le virage soit impossible. Par suite, *il est plus facile de tourner vers la descente et plus difficile, quelquefois impossible, de tourner vers la montée.*

Considérons, par exemple, un cycliste qui fait un virage en suivant une route en dos d'âne. D'après ce que nous avons vu, s'il prend le bord de la route du côté où elle tourne (c'est-à-dire le plus petit tournant), il aura besoin de moins ralentir pour faire le virage que s'il prenait le milieu de la route. Au contraire, s'il prend le bord de la route opposé (c'est-à-dire le grand tournant), il devra ralentir plus qu'au milieu. Donc, le cycliste aura toujours avantage à prendre le tournant *le plus court*, qui est celui qui offrira le plus de sécurité. (Pour le raisonnement précédent nous n'avons pas tenu compte de la

variation du rayon du virage d'un bord de la route à l'autre, car en général cette variation est négligeable par rapport à ce rayon).

Les conclusions précédentes rendent encore aisément compte de ce fait que, lorsque la route est humide, il est très facile d'aller du milieu de la route à l'un des bords, mais qu'il est très difficile et quelquefois impossible de remonter, sans choir, du bord au milieu. Car, dans le premier cas, on tourne vers la descente et, dans le second cas, on tourne au contraire vers la montée.

Influence du vent sur les conditions d'équilibre. — Un vent latéral soufflant sur un cycle monté produit une pression latérale, sur l'ensemble, qui peut modifier les conditions de l'équilibre.

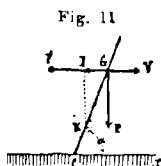
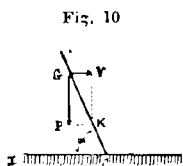
Nous nous contenterons d'indiquer, rapidement, comment on pourra tenir compte de cette pression.

Le vent aura pour effet de produire des pressions que nous pouvons remplacer, d'après des principes de statique connus, par deux forces : l'une appliquée au centre de gravité G , l'autre rencontrant la base AB et qui est annulée par la résistance de AB . La force appliquée au point G peut, elle-même, se décomposer en deux : l'une située dans le plan moyen et qui n'a pour effet

que de modifier la dépense de travail du cycliste, l'autre horizontale, située dans le *plan central*, c'est-à-dire dans le plan passant par le centre de gravité et le point central d'appui et perpendiculaire au plan moyen. C'est cette dernière force qui, seule, modifiera l'équilibre.

Supposons le sol horizontal et prenons pour plan de la figure le plan central. Soient GV , la composante du vent ; GP , le poids total du cycle et de son cavalier ; CG , la trace du plan moyen sur le plan de la figure et Cx , la trace du sol.

En marche rectiligne (fig. 10), le cycle doit



être en équilibre sous l'influence des deux forces GV et GP dont la résultante GK doit passer par C .

On a donc

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{GP}{GV}.$$

Soit K l'intensité de la force GV . On aura

$$(1) \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{Mg}{K}.$$

Le cycle, au lieu d'être vertical, sera donc incliné du côté du vent d'un angle α donné par la formule précédente.

En marche curviligne, soient R , le rayon de courbure de la trajectoire du centre de gravité et v , la vitesse du cycle, il faudra ajouter aux deux forces précédentes la force centrifuge

$$GF = \frac{Mv^2}{R}.$$

1° Si le vent souffle de façon à faire tomber le cycle du côté du centre de la courbe, GV et GF seront de sens contraire et auront une résultante GI égale à leur différence.

Si le vent est faible, $GV < GF$ et GI (fig. 11) est de même sens que GF , le cycle sera incliné du côté du centre d'un angle α tel que

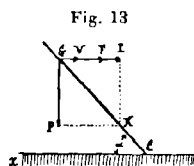
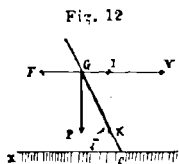
$$(2) \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{Mg}{\frac{Mv^2}{R} - K}.$$

Si le vent est très fort, on pourra avoir $GV > GF$ et GI est du sens de GV (fig. 12). Le plan moyen devra être incliné du côté opposé au centre de courbure d'un angle α donné par

$$(3) \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{Mg}{K - \frac{Mv^2}{R}}.$$

Comme cas limite, si $GF = GV$, le plan moyen serait vertical.

2° Si le vent pousse le cycle de façon à le faire tomber du côté opposé à celui du centre, les forces GF et GV seront de même sens, leur



résultante GI sera de même sens qu'elles et égale à leur somme (fig. 13).

Le plan moyen devra être incliné du côté du centre de rotation de l'angle α

$$(4) \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{Mg}{\frac{Mv^2}{R} + K} .$$

En examinant les formules (2), (3) et (4), on voit que l'angle α fourni par les formules (2) et (3) est plus grand que l'angle α donné par la formule (1) d'équilibre normal, et que l'angle α donné par la formule (4) est plus petit que l'angle correspondant dans les conditions normales.

Donc, *en résumé*, sous l'influence d'un vent latéral, le cycle, en marche rectiligne devra être incliné du côté du vent; en marche curviligne, lorsqu'on tourne du côté d'où vient le vent, le cycle devra être *plus* incliné que dans les con-

ditions normales, lorsqu'on tourne du côté contraire au vent, c'est-à-dire, de façon que le vent aide à la rotation, la machine devra être *moins* inclinée que dans les conditions normales et il pourra même arriver que le plan moyen soit vertical ou incliné du côté opposé à la courbure, dans le cas d'un vent très violent.

Rétablissement de l'équilibre au moyen du guidon. — Supposons que le cycle se déplace sur un sol horizontal en décrivant une ligne droite. Dans ces conditions, le plan moyen devra être vertical. Si, pour une cause quelconque, le plan moyen s'incline, brusquement, de façon à faire un angle α avec le sol, l'équilibre sera détruit.

D'après ce que nous avons vu, si cet angle α est plus petit que l'angle φ de frottement de glissement latéral, la machine *chassera* et la chute sera *inévitabile*. Mais, si l'angle α est plus grand que φ , d'après les conditions analytiques de l'équilibre, il suffira de tourner *instantanément* le guidon d'un angle tel que le rayon de courbure de la trajectoire du centre de gravité ait une valeur R vérifiant la relation

$$(I) \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{Rg}{v^2},$$

la concavité de la trajectoire étant tournée du

côté où le cycle penche. Donc, *théoriquement, pour rétablir l'équilibre rompu, il faudra tourner instantanément le guidon du côté de la chute d'un angle θ tel que la trajectoire du centre de gravité ait un rayon de courbure égal à*

$$\frac{r^2 \operatorname{tg} \alpha}{g}.$$

Cet angle θ est facile à calculer. En effet, on peut, sensiblement, confondre le rayon de la trajectoire du centre de gravité et celui de la trajectoire du point de contact A de la roue fixe avec le sol. Or, ce rayon est, comme nous savons (voir l'*Introduction*), égal à $\frac{b}{\operatorname{tg} \theta}$, b étant la longueur de la base du cycle. On devra donc avoir :

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{bg}{v^2 \operatorname{tg} \alpha}$$

Il est clair que le rétablissement sera d'autant plus facile que l'angle θ sera plus petit. Cette formule nous montre, alors, que pour une machine donnée et un écart d'un angle α donné, l'angle θ diminue quand la vitesse augmente. *Donc le rétablissement de l'équilibre est plus facile quand la vitesse est plus grande.*

Désignons par δ , la déviation du centre de gravité, c'est-à-dire la distance du centre de

gravité G à la verticale du point central d'appui C , et par l , la longueur GC , que nous nommerons la *hauteur* du cycle. On a évidemment

$$\delta = l \cos \alpha$$

et, par suite,

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{bg\delta}{v^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{l^2 - \delta^2}}$$

Cette nouvelle forme de la formule qui donne θ nous montre que, pour les mêmes valeurs de δ et de v , θ diminue quand b diminue ou quand l augmente. Donc, dans des conditions semblables, c'est-à-dire, pour la même vitesse et pour la même déviation, *le rétablissement sera plus aisé avec les machines courtes et hautes qu'avec les machines basses et longues*. Les bicycles ont donc l'avantage sur les bicyclettes.

Le rétablissement que nous venons d'étudier est tout à fait *théorique* mais n'est pas réalisable pratiquement. D'abord, parce qu'on ne peut pas tourner *instantanément* le guidon, et, en second lieu, parce qu'on ne pourra jamais le tourner *exactement* de l'angle θ nécessaire au rétablissement. D'ailleurs, pratiquement, le rétablissement est insuffisant, car il modifie la trajectoire du cycle, qui de rectiligne devient curviligne. Il faut, non seulement rétablir l'équi-

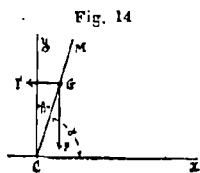
libre, mais, encore, conserver une trajectoire rectiligne et pour cela ramener le plan moyen vertical.

Voici, alors, comment on procédera : on tournera le guidon du côté de la chute, le cycle continuera à tomber pendant un certain temps, mais, si on tourne le guidon suffisamment vite, la force centrifuge développée sera bientôt assez grande pour arrêter la chute et si, de plus, on tourne le guidon un peu au-delà, la force centrifuge sera plus grande que la force nécessaire à l'équilibre. Le cycle sera tiré par une force horizontale qui le relèvera. Le cavalier exercé, dès que le relèvement commencera, redressera, en même temps, le guidon de façon que les plans des deux roues coïncident lorsque le plan moyen sera devenu vertical. Il reste à montrer que ces deux opérations sont *possibles*.

On voit qu'on peut scinder l'opération en deux : d'abord la *période du rétablissement* depuis l'instant où commence la chute jusqu'au moment où commence le relèvement, ensuite, la *période du redressement* jusqu'à l'instant où le plan moyen est à nouveau vertical.

Pour étudier ces deux périodes, considérons, comme d'ordinaire, un système de trois axes rectangulaires entraînés avec le cycle (*fig. 5*). L'ori-

gine C est le point central d'appui, Cz est la base AB, Cy est vertical et Cx est dans le plan du sol. Le centre de gravité G reste dans le plan xCy



que nous appelons le *plan central*. Nous étudierons le mouvement du centre de gravité G dans le plan central que nous prenons pour plan de la figure (fig. 14).

Soient α , l'angle GCx du plan moyen avec le sol et β , son complément.

1° Supposons que, la trajectoire étant rectiligne, le plan moyen ait l'inclinaison α_0 et qu'à cet instant le cavalier commence à tourner le guidon avec une vitesse angulaire ω . Prenons pour instant initial ($t = 0$) l'instant où commence la chute; de telle façon, que pour $t = 0$, on a $\alpha = \alpha_0$, $\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha_0$ et que la vitesse relative de G dans le plan central est nulle. — Au temps t l'angle θ aura la valeur ωt et le rayon R de la trajectoire, sera $\frac{b}{\text{tg } \omega t}$; par suite, la force centrifuge MF sera égale à $\frac{Mv^2}{b} \text{tg } \omega t$. Soit MK^2 le moment d'inertie de l'ensemble du cycle et de son cavalier (supposé immobile par rapport à la machine) par rapport à un axe passant par G et

parallèle à la base AB. On aura, pour déterminer le mouvement de G, l'équation

$$\frac{1}{2} d \left[M (l^2 + K^2) \left(\frac{d\beta}{dt} \right)^2 \right] = Mgl \sin \beta d\beta - \frac{Mv^2}{b} \cdot \operatorname{tg} \omega t. l \cos \beta d\beta$$

déduite du théorème des forces vives.

Cette équation simplifiée est

$$l' \frac{d^2\beta}{dt^2} = g \sin \beta - \frac{v^2}{b} \operatorname{tg} \omega t. \cos \beta$$

en posant

$$l' = l + \frac{K^2}{l}$$

(l' est de l'ordre de grandeur de l qui est la hauteur GC du cycle) nous intégrerons l'équation précédente d'une façon approchée.

Comme β et ωt seront des angles toujours petits, nous pouvons remplacer, approximativement, $\sin \beta$, $\cos \beta$ et $\operatorname{tg} \omega t$ par β , 1 et ωt . On aura, alors, pour le mouvement de G l'équation plus simple :

$$l' \frac{d^2\beta}{dt^2} = g\beta - \frac{\omega v^2}{b} \cdot t.$$

Posons, pour simplifier,

$$h = \sqrt{\frac{g}{l'}}, \quad U = \frac{\omega v^2}{bg} \sqrt{\frac{l'}{g}}.$$

L'intégrale de cette équation, telle que, pour $t = 0$,

$$\beta = \beta_0 = \frac{\pi}{2} - \alpha_0 \quad \text{et} \quad \left(\frac{d\beta}{dt}\right)_0 = 0,$$

est, en désignant par e la base des logarithmes népériens

$$\beta = \frac{\beta_0}{2} [e^{ht} + e^{-ht}] - \frac{U}{2} [e^{ht} - e^{-ht} - 2ht]$$

En égalant à zéro la dérivée de β , c'est-à-dire en cherchant la valeur de t pour laquelle la vitesse de G s'annule, on trouve, en écartant la solution $t = 0$, la solution

$$t_1 = \frac{1}{h} \cdot L \left(\frac{U + \beta_0}{U - \beta_0} \right).$$

On voit d'abord que, pour que la valeur de t_1 soit réelle, il faut que $U > \beta_0$, c'est-à-dire que

$$\omega > \frac{\beta_0 b g}{v^2} \sqrt{g'}$$

La valeur de t_1 est, alors, bien positive et il existe un instant t_1 de rétablissement. Mais, pour que le rétablissement se fasse *effectivement*, il faut encore que la valeur β_1 de l'angle β à l'instant t_1 soit plus petite que le complément $\frac{\pi}{2} - \varphi$ de l'angle de frottement. Or, on a :

$$\beta_1 = -\beta_0 + hUt_1 = -\beta_0 + U \cdot L \left(\frac{U - \beta_0}{U + \beta_0} \right).$$

Comme $\frac{\beta_0}{U}$ est plus petit que 1 on peut développer le logarithme en série et on a

$$\beta_1 = \beta_0 + \frac{2}{3} \cdot \frac{\beta_0^3}{U^2} + \frac{2}{5} \cdot \frac{\beta_0^5}{U^4} + \dots$$

Nous pouvons limiter le développement au second terme et, par suite, on doit avoir

$$\beta_0 + \frac{2}{3} \frac{\beta_0^3}{U^2} \leq \frac{\pi}{2} - \varphi$$

d'où

$$(1) \quad U \geq \beta_0 \sqrt{\frac{2 \beta_0}{3(\alpha_0 - \varphi)}}.$$

Comme il est facile de le vérifier, on a généralement

$$\frac{2 \beta_0}{3(\alpha_0 - \varphi)} > 1.$$

De telle façon que la condition (1) entraîne la condition

$$U > \beta_0.$$

Il résulte enfin de tout cela que le rétablissement est possible et qu'il suffit de tourner le guidon avec une vitesse angulaire ω telle que l'on ait

$$(2) \quad \omega \geq \frac{\beta_0 \cdot b g}{v^2} \sqrt{\frac{2 \beta_0 g}{3 l (\alpha_0 - \varphi)}}.$$

Il est clair que le rétablissement sera d'autant

plus aisé que la vitesse angulaire ω avec laquelle il *suffira* de tourner le guidon sera plus faible; car la main du cavalier sera d'autant plus sûre que ses mouvements seront moins précipités. Le rétablissement sera donc plus aisé lorsque le *minimum* de ω sera plus petit. L'inégalité (2) nous montre immédiatement que, toutes choses égales d'ailleurs, le minimum est inversement proportionnel au carré de la vitesse et par suite qu'il diminue quand la vitesse augmente. On peut donc dire que *l'aisance du rétablissement croît comme le carré de la vitesse*. Désignons par δ , le déplacement qu'avait subi le centre de gravité et par f , le coefficient de frottement. On aura, approximativement,

$$\frac{\pi}{2} - \alpha_0 = \beta_0 = \frac{\delta}{l} \quad \frac{\pi}{2} - \varphi = f.$$

La condition (2) devient donc :

$$(3) \quad \omega \geq \frac{\delta \cdot b g}{l v^2} \sqrt{\frac{2 \delta g}{3 l (f l - \delta)}}.$$

Cette nouvelle forme nous montre (comme l' varie dans le même sens que l) que le minimum de ω diminue quand b diminue et quand l augmente, δ restant constant. Donc, pour un même déplacement δ et pour la même vitesse v , *le rétablissement est plus aisé avec les machines*

courtes et hautes qu'avec les machines longues et basses. Nous sommes donc amenés aux mêmes conclusions que pour le rétablissement théorique instantané.

2° Le rétablissement ayant été obtenu, le guidon est tourné d'un certain angle $\theta_1 = \omega t_1$ et le cycle au lieu de décrire une ligne droite décrit un cercle. Il reste à le relever.

Le guidon étant tourné de l'angle θ_1 , la machine est inclinée d'un angle α_1 tel que :

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{bg}{v^2} \operatorname{cotg} \theta_1$$

ou, en désignant par β_1 l'angle du plan moyen avec la verticale ($\beta_1 = 90^\circ - \alpha_1$),

$$\operatorname{tg} \beta_1 = \frac{v^2}{bg} \operatorname{tg} \theta_1.$$

Pour redresser la machine, on tournera le guidon d'un angle un peu plus grand, de l'angle $\theta_1 + \varepsilon$, par exemple, la force centrifuge développée sera plus grande que la force nécessaire à équilibrer la pesanteur et la machine se redressera. Calculons le temps du redressement.

Le cycle est soumis à deux forces : son poids Mg et la force centrifuge $\frac{Mv^2}{b} \operatorname{tg} (\theta_1 + \varepsilon)$, laquelle,

puisque ε est petit, peut s'écrire : $\frac{Mv^2}{b} (\operatorname{tg} \theta_1 + \varepsilon)$ (¹).

L'équation du mouvement du centre de gravité dans le plan central sera

$$d \left[\frac{1}{2} M (l^2 + K^2) \left(\frac{d\beta}{dt} \right)^2 \right] =$$

$$= Mgl \sin \beta \, d\beta - \frac{Mv^2}{b} (\operatorname{tg} \theta_1 + \varepsilon) l \cos \beta \, d\beta$$

ou, en posant encore :

$$\frac{K^2 + l^2}{l} = l'$$

$$l' \frac{d^2\beta}{dt^2} = g \sin \beta - \frac{v^2}{b} (\operatorname{tg} \theta_1 + \varepsilon) \cos \beta.$$

Cette équation peut s'écrire d'une manière approchée, quand β est très petit :

$$l' \frac{d^2\beta}{dt^2} = g\beta - \frac{v^2}{b} (\operatorname{tg} \theta_1 + \varepsilon).$$

Comptons le temps à partir du commencement du redressement, pour $t = 0$ on devra avoir

$$\beta = \beta_1 \quad \text{et} \quad \frac{d\beta}{dt} = 0.$$

En remplaçant $\frac{v^2}{bg} \operatorname{tg} \theta_1$ par la quantité sensiblement égale β_1 on trouve pour β :

$$\beta = \beta_1 + \frac{v^2\varepsilon}{bg} - \frac{v^2\varepsilon}{2bg} \left[e^{\sqrt{\frac{g}{l'}} t} + e^{-\sqrt{\frac{g}{l'}} t} \right]$$

(¹) Il est inutile de parler de la force centrifuge composée qui disparaît dans les calculs.

On voit immédiatement, que $\frac{d\beta}{dt}$ est toujours négatif et que, par conséquent, β décroît. *Il y a donc relèvement.* On aura le temps T du redressement en cherchant la valeur de t pour laquelle β s'annule. On trouve alors

$$T = \sqrt{\frac{l'}{g}} L (1 + U + \sqrt{2U + U^2})$$

en posant :

$$U = \frac{b\eta\beta_1}{v^2\varepsilon}.$$

D'ailleurs, si on désigne par δ_1 la valeur du déplacement du centre de gravité au commencement du redressement, on a :

$$\beta_1 = \frac{\delta_1}{l}$$

et, par suite,

$$U = \frac{b\eta\delta_1}{lv^2\varepsilon}.$$

En développant T en série on trouve :

$$T = \frac{1}{v} \sqrt{\frac{b\delta_1 l'}{l\varepsilon}} + \frac{\sqrt{l'}}{l} A.$$

De cette formule on tire les conclusions suivantes : pour une machine donnée et pour un excès ε donné, le temps T sera d'autant plus court que la vitesse v sera plus grande. *Donc le redres-*

sement est plus rapide quand la vitesse est plus grande.

D'autre part, comme l' et l sont du même ordre de grandeur, le rapport

$$\frac{l'}{l} = 1 + \frac{K^2}{l^2}$$

varie peu d'une machine à l'autre, *donc la hauteur de la machine n'a pas d'influence sensible sur la rapidité du redressement.*

Enfin, T augmente quand b augmente, donc *le redressement est plus rapide* (toutes choses égales d'ailleurs) *dans les machines courtes que dans les machines longues.* Ceci explique pourquoi une *bicyclette-tandem* est plus difficile à diriger qu'une bicyclette ordinaire.

Stabilité d'une machine. — Une machine sera d'autant plus stable que les déplacements latéraux que pourra recevoir le centre de gravité *sans que la chute soit inévitable*, seront plus grands. Nous pourrons donc prendre, comme *mesure de la stabilité, la déviation latérale maxima que peut subir le centre de gravité, sur un sol horizontal, sans que le rétablissement soit impossible.* Or, comme nous l'avons vu, le rétablissement est toujours possible lorsque l'angle α du plan moyen avec le sol est su-

périeur à l'angle de frottement φ , c'est-à-dire lorsqu'on a :

$$\operatorname{tg} \alpha \geq \operatorname{tg} \varphi.$$

Or, si δ désigne la déviation du centre de gravité, c'est-à-dire sa distance à la verticale du point d'appui central et l , la hauteur du cycle, c'est-à-dire la distance du centre de gravité au point central d'appui, on a :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{l}{\delta}$$

comme, d'ailleurs, $\operatorname{tg} \varphi = \frac{1}{f}$, f étant le coefficient de frottement de glissement latéral, on en conclut qu'on doit avoir :

$$\delta \leq fl.$$

Donc la déviation maxima est fl . *Ce produit mesure donc la stabilité de la machine.*

Le coefficient f dépend de la nature du bandage de la roue et du sol. Il faudra qu'il soit le plus grand possible. C'est précisément pour augmenter la valeur de ce coefficient qu'on fait des bandages, dits *antidérapants*, dans lesquels la surface du bandage, au lieu d'être unie, est striée de lignes qu'on cherche à placer de telle sorte qu'elles n'augmentent pas sensiblement le coefficient de frottement de roulement tout en aug-

mentant le coefficient f de frottement de glissement latéral.

On voit, d'autre part, qu'à bandage égal, la stabilité d'une machine croît avec sa hauteur. Donc, toutes choses égales d'ailleurs, *les machines hautes sont plus stables que les machines basses.*

En rapprochant ce résultat de ceux qui précèdent on voit que dans les hauts bicycles la stabilité est plus grande et l'équilibre plus facile à rétablir que dans les bicyclettes. Ceci semble en contradiction avec l'expérience, car on sait qu'on a abandonné presque complètement les bicycles comme étant beaucoup plus dangereux que les bicyclettes. Cela tient à ce que la chute à craindre à bicycle n'est pas une chute *latérale* mais une chute *en avant*. La moindre pierre, rencontrée sur la route par la roue d'avant du bicycle (non multiplié) le fait basculer en avant et le cycliste tombe *sur la tête*, chute qui est presque impossible à bicyclette.

Calcul des réactions du sol quand il y a équilibre. — Un cycle *monté* étant en marche et en *équilibre*, soient Y et Y' les réactions du sol sur la machine aux points A et B de contact (*fig. 5*) Considérons, comme toujours, un système de trois axes $Cxyz$ entraînés avec le cycle

et soient $\Upsilon_x, \Upsilon'_x, \Upsilon_y, \Upsilon'_y, \Upsilon_z, \Upsilon'_z$, les projections des réactions Υ et Υ' sur ces axes. On aura ces réactions en écrivant qu'il y a équilibre relatif entre ces deux réactions, la pesanteur Mg et la force centrifuge $\frac{Mv^2}{R}$. Désignons pour cela par b , la base AB et par c , la distance AC du centre d'appui C au point de contact A de la roue fixe (fig. 5), on a :

$$\begin{aligned} \Upsilon_x + \Upsilon'_x - \frac{Mv^2}{R} &= 0 \\ \Upsilon_y + \Upsilon'_y - Mg &= 0 \\ \Upsilon_z + \Upsilon'_z &= 0. \\ c\Upsilon_y - (b - c)\Upsilon'_y &= 0 \\ -c\Upsilon_x + (b - c)\Upsilon'_x &= 0. \end{aligned}$$

Et la sixième équation d'équilibre fournirait précisément la condition d'équilibre (I) trouvée auparavant. De là, on tire :

$$(X) \quad \left\{ \begin{aligned} \Upsilon'_y &= \frac{c}{b} \cdot Mg, & \Upsilon_y &= \frac{b - c}{b} Mg \\ \Upsilon'_x - \frac{c}{b} M \frac{v^2}{R}, & \Upsilon_x &= \frac{b - c}{b} M \frac{v^2}{R} \\ \Upsilon_z + \Upsilon'_z &= 0. \end{aligned} \right.$$

Ces formules nous montrent que les deux composantes normales Υ_y et Υ'_y sont proportionnelles au poids total du cycle monté et chacune d'elle est proportionnelle à la distance de l'autre au point C. Les composantes Υ_x et Υ'_x perpendi-

culaires, dans le sol, à la base AB sont proportionnelles à la force centrifuge et de sens contraire à elle, c'est-à-dire dirigées du côté du centre de courbure.

Enfin, les deux composantes Y_x et Y'_x ne sont pas complètement déterminées, nous savons seulement que leur somme est nulle.

Ces composantes auraient seulement pour effet d'augmenter ou de diminuer le travail du cavalier. En réalité, leur somme n'est pas nulle, mais est une grandeur appréciable dirigée en sens inverse du mouvement, c'est-à-dire de B vers A. Cela tient au *frottement de roulement* dont nous n'avons pas tenu compte jusqu'ici parce qu'il n'influe pas sur l'équilibre et que nous n'aurons à faire entrer dans nos calculs que lorsqu'il s'agira d'évaluer le travail dépensé par le cycliste.

Équilibre sans les mains. — Lorsque le cavalier abandonne les mains, à *bicycle*, il ne cesse pas d'avoir une action *directe* sur la roue directrice car, cette roue étant, à la fois, directrice et motrice, il agit encore sur elle au moyen des pieds qui reposent sur les pédales. Dans ce cas, il suffira au cycliste pour se diriger, sans les mains, de faire, au moyen des pédales, avec ses pieds, ce qu'il aurait fait avec les mains au moyen du guidon.

A bicyclette, il n'en est plus de même. Lorsque le cavalier abandonne le guidon, il n'a plus aucune action *directe* sur la roue directrice. Il faut alors remarquer immédiatement que, si le point de contact B de la roue directrice avec le sol était exactement sur l'axe xy du tube de direction (*fig. 2*), comme nous l'avons supposé jusqu'ici, la direction serait folle et le cavalier n'aurait aucun moyen d'agir sur elle. En effet, l'ensemble de la roue directrice de sa fourche et du tube de direction ne serait soumis qu'à des forces appliquées sur l'axe de rotation même, forces qui, par suite, ne pourraient pas faire tourner le plan de la roue. Si, dans ces conditions, le plan de la roue directrice venait à tourner, le cavalier ne pourrait pas le ramener dans sa position primitive sans toucher au guidon. Si, au contraire, le point de contact B n'est pas exactement sur l'axe xy , la réaction r' du sol sur la roue au point B pourra faire tourner le plan de la roue directrice.

Cherchons d'abord quelle est la position qu'il faut donner au point de contact B de la roue directrice et quelle est la disposition que doit avoir l'axe de la direction pour que la roue directrice puisse obéir au cavalier dans de bonnes conditions.

1° Il faudra que le point B soit placé de telle façon que la roue directrice soit maintenue d'elle-même dans le plan moyen lorsque la marche est rectiligne. Il est aisé de voir, tout de suite, que, pour que cette condition soit remplie, il suffit que le point B soit *en arrière* de l'axe xy (fig. 2) de la direction. Prenons, en effet, pour plan de la

Fig. 15

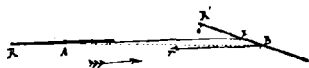


figure le plan du sol (fig. 15 et 16) et soient AR, BR' les traces des plans des

deux roues sur le sol. (Les fig. 15 et 16 sont en quelque sorte des projections du cycle sur le sol.) Soit I, le point d'intersection de l'axe xy de la direction avec le sol.

Le point I est un point fixe du plan moyen et, lorsque la roue directrice tourne autour de xy , le point B sort du plan moyen et BR' tourne autour de I. Le cycle marchant dans le sens de la

Fig. 16



flèche, la réaction a, à cause du frottement de roulement, une compo-

sante Br' , dans le plan du sol dirigée en sens inverse du mouvement. Supposons, alors, que, pour une cause quelconque, le plan de la roue directrice tourne d'un certain angle θ ; le point B

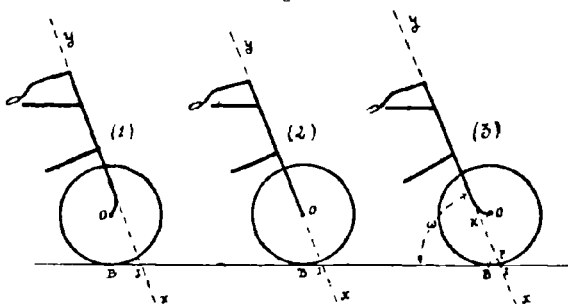
sortira du plan moyen et, à la seule inspection des *fig.* 15 et 16, on voit que si le point B (*fig.* 16) était *en avant* du point I, la réaction Br' aurait pour effet d'*augmenter* l'écart du point B et le plan de la roue directrice, au lieu de revenir vers le plan moyen, s'en écarterait de plus en plus. Au contraire (*fig.* 15), si le point B est *en arrière* du point I, la réaction Br' ramènera le point B dans le plan moyen et la roue directrice viendra d'elle-même se remettre en place.

2° Le point B étant ainsi placé en arrière, la roue directrice restera toujours dans le plan moyen lorsque le plan moyen sera vertical, et la machine décrira bien une ligne droite quand le plan moyen sera vertical. Mais il faut encore, pour que la marche soit possible, que le cavalier puisse effectuer un *virage*. Or, lorsque la machine tourne, il faut que le plan moyen soit incliné d'un certain angle et que le guidon soit tourné d'un angle convenable. Pour faire un virage ordinaire (les mains sur les poignées), le cavalier provoque l'inclinaison du plan moyen du côté du virage et, en même temps, tourne le guidon. Dans le cas présent, puisqu'il ne tient plus le guidon dans les mains, il faudra, pour que le virage soit possible, que, lorsque le plan

moyen s'incline, la roue directrice tourne d'elle-même du côté de la chute.

Le point B de contact de la roue directrice avec le sol étant en arrière du point d'intersection I de l'axe xy avec le sol (*fig. 17*), il peut y avoir trois dispositions possibles pour l'axe xy , à savoir les dispositions (1) (2) et (3) (*fig. 17*).

Fig. 17



Pour que, lorsque le plan moyen s'incline, la roue directrice tourne du côté de la chute, il faut que son centre de gravité soit *au-dessus* de l'axe de rotation xy . Parmi les trois dispositions (1) (2) et (3), la disposition (3) est *la seule* dans laquelle le centre O de la roue directrice soit *au-dessus* de l'axe xy , c'est donc la disposition qu'il faut adopter.

3° La disposition (3) adoptée, il faut remar-

quer que le point B, ne coïncidant plus avec le point I, comme nous l'avions supposé jusqu'ici, il en résulte que la droite AB ne reste pas dans le plan moyen lorsqu'on tourne le guidon, ou plutôt que le plan moyen subit un léger déplacement lorsqu'on tourne le guidon. Ainsi (fig. 15) lorsqu'on tourne la roue directrice à droite, le plan moyen qui avait pour trace la base AB est dévié sur la droite et a pour trace AI. Ce déplacement, comme on le voit, a pour effet de transporter le centre de gravité du côté où on tourne la roue et, par suite, il nuit au rétablissement de l'équilibre. Il faut donc que la disposition de l'axe soit telle que cette déviation soit faible. Par exemple, on peut assigner une limite supérieure que la déviation ne doit pas dépasser : soit ϵ . Désignons (fig. 17) par ω , l'angle d'inclinaison de l'axe xy ; par d , la distance OK du centre O de la roue directrice à cet axe. Supposons qu'on tourne la roue directrice d'un angle θ (fig. 15), le point B aura une position telle que sa distance $\rho = IB$ au point I sera donnée par la formule

$$\rho = \frac{r \cos \omega \cos \theta - d}{\sqrt{1 - \cos^2 \omega \cdot \cos^2 \theta}}$$

r étant le rayon de la roue directrice. Soit δ , la

déviation du point B, $\delta = BH$ (fig. 15), on aura

$$\delta = \rho \sin\theta = \frac{r \cos\omega \cdot \cos\theta - d}{\sqrt{1 - \cos^2\omega \cos^2\theta}} \sin\theta.$$

Lorsque θ croit à partir de zéro, la déviation δ croit depuis zéro jusqu'à un maximum, puis décroît pour reprendre la valeur zéro quand θ a la valeur θ_1 telle que

$$\cos\theta_1 = \frac{d}{r \cos\omega}$$

(cet angle θ_1 existe car, pour que l'axe xy ait la position (3) (fig. 17), il faut précisément que l'on ait $d < r \cos\omega$).

Pour que la déviation reste plus petite que ε il suffit que le maximum de δ soit plus petit que ε . Or, le maximum de δ est certainement plus petit que le produit du maximum de ρ par la plus grande valeur de $\sin\theta$ qui est $\sin\theta_1$, donc

$$\text{maximum de } \delta < \frac{r \cos\omega - d}{\sin\omega} \sin\theta_1.$$

Il suffit donc que l'on ait

$$(1) \quad \frac{r \cos\omega - d}{\sin\omega} \cdot \frac{\sqrt{r^2 \cos^2\omega - d^2}}{r \cos\omega} \leq \varepsilon.$$

D'autre part, pour que la réaction au point B agisse efficacement sur la roue directrice, il faut

que la distance BP, (fig. 17) (3), soit la plus grande possible ; or

$$BP = r \cos \omega - d.$$

Donc il faut que $\cos \omega$ soit le plus grand possible. On devra donc prendre la plus grande valeur de $\cos \omega$ vérifiant l'inégalité (1), c'est-à-dire qu'on devra prendre ω tel que l'on ait l'égalité

$(r \cos \omega - d)^2 (r^2 \cos^2 \omega - d^2) = \varepsilon^2 r^2 \cos^2 \omega \sin^2 \omega$
 $\cos \omega$ devra donc être la racine de l'équation

$$(2) \quad \left(\cos \omega - \frac{d}{r} \right)^3 \left(\cos \omega + \frac{d}{r} \right) - \\ - \frac{\varepsilon^2}{r^2} \cos^2 \omega (1 - \cos^2 \omega) = 0$$

qui est comprise entre $\frac{d}{r}$ et 1.

En résumé, pour que les conditions les plus favorables au lâche-mains soient remplies, il faudra que la disposition de l'axe xy de la fourche soit la disposition (3) (fig. 17) et que, r désignant le rayon de la roue directrice et d la distance de son centre O à l'axe xy, l'angle ω de cet axe xy avec le sol soit tel que $\cos \omega$ vérifie l'équation (2).

La distance d est déterminée par la condition que le centre de gravité de la direction totale (roue directrice, fourche et guidon) soit au-dessus de l'axe xy. On prendra pour d la plus pe-

tite valeur possible; d et r étant connus, ω sera donné par l'équation (2).

Ainsi, par exemple, prenons une machine pour laquelle

$$r = 35^{\text{cm}}, \quad d = 4^{\text{cm}}, 5;$$

si on veut que l'écart du point B ne surpasse pas 2 centimètres, on devra résoudre l'équation (2) en faisant

$$r = 35, \quad d = 4,5, \quad \varepsilon = 2$$

et on trouve environ

$$\omega = 75^{\circ}.$$

En prenant

$$\varepsilon = 3^{\text{cm}}, 5$$

on trouve environ

$$\omega = 68^{\circ}.$$

Or, l'angle en général adopté par les constructeurs est $67^{\circ}, 5$ (probablement parce que c'est les $3/4$ de l'angle droit). Il en résulte que, dans les bicyclettes que l'on construit actuellement, la déviation du point B ne dépasse pas 35 millimètres.

Cette déviation est, comme on le voit, faible et, par suite, ceci légitime la supposition que nous avons faite jusqu'ici : à savoir, que les points B et I coïncident, car l'erreur provenant de cette hypothèse est négligeable.

La roue directrice étant disposée de la façon la plus convenable, comme nous venons de l'indiquer, il nous reste à étudier de quelle manière le cavalier pourra *maintenir* et *rétablir* l'équilibre. Il est d'abord évident que le cavalier ne pourra modifier l'état de sa machine que par des mouvements du torse. D'après les principes de la mécanique, si le cavalier gardait le torse immobile, son centre de gravité resterait fixe par rapport à la machine et, machine et cavalier formeraient un système de forme invariable. Or, dans un tel système, on sait que les forces *intérieures* ne peuvent en rien modifier le mouvement du système. Par conséquent, si le torse du cavalier reste fixe par rapport à la machine, quelle que soit la violence ou l'inégalité des coups de pédale rien ne sera changé à l'état du système. S'il arrive souvent qu'un cavalier fait osciller sa machine à chaque coup de pédale, c'est qu'à chaque coup il incline le torse, il porte le corps du côté où il veut forcer. Lorsqu'on abandonne les manettes, il est difficile de pédaler sans aucun mouvement du torse, mais un cavalier exercé pourra constater, par expérience, que lorsque le haut du corps ne bouge pas, les inégalités de pression sur les pédales ne modifient pas l'équilibre. Ainsi, dans de telles conditions il est

très possible de marcher à bicyclette sans tenir le guidon et en ne pédalant que *d'un seul pied*.

Nous sommes alors amenés à étudier ce qui se passe lorsque le cavalier incline le haut du corps. En soumettant ceci au calcul on arrive à une équation différentielle, pour déterminer le mouvement du plan moyen, qui est compliquée. Nous nous contenterons de donner les conclusions qu'on peut en tirer.

1° Le plan moyen étant vertical (dans le lâche mains) si le cavalier incline le haut du corps d'un certain côté le plan moyen s'inclinera immédiatement *de l'autre*. Le cavalier prend point d'appui sur les pédales et s'il incline le torse vers la droite il avance les reins vers la gauche et il a l'impression de déplacer la selle d'un mouvement de reins vers la gauche. Ainsi, pour faire un virage d'un certain côté, le cavalier pourra ainsi provoquer l'inclinaison du plan moyen. Cette inclinaison, d'après la disposition de la roue directrice, fera tourner le plan de la roue directrice et le virage s'effectuera. (Le cavalier pendant le virage ramène le corps incliné du côté du virage.)

2° Si, pour une cause quelconque, l'équilibre est détruit et si le plan moyen est incliné d'un certain côté, vers la gauche par exemple, si le

cavalier incline le torse du côté de la chute, il l'augmente. S'il incline le torse du côté opposé à la chute il y a deux cas : s'il le fait *brusquement* il augmente la chute, s'il le fait *lentement* la chute, continue d'abord quelque temps, puis s'arrête et le plan moyen se relève. Il y a là un fait important à noter, le *même* mouvement, suivant qu'il est fait *lentement* ou *brusquement*, produit des effets contraires. Ceci explique la difficulté de l'équilibre sans les mains. Ce genre d'équilibre exige, de la part du cavalier, à bicyclette, une grande habitude de la machine et une certaine habileté. De ce qui précède, il résulte que si la machine tombe vers la gauche, le cavalier devra incliner le corps, doucement, vers la droite. D'ailleurs, d'après la disposition même de la machine, la roue directrice aura tourné du côté de la chute et il se développera une force centrifuge qui aidera au rétablissement de l'équilibre comme dans le cas de l'équilibre avec les mains. Une *bonne* machine se *redresse d'elle-même* et les mouvements du torse du cavalier *ne font que régler le redressement*.

De ce qui précède il résulte que l'équilibre et la direction d'une bicyclette sans tenir le guidon est une chose toujours délicate, mais que sa possibilité et son aisance dépendent surtout de la forme

de la machine et moins du cavalier. Il y a des machines avec lesquelles le *lâche-mains* est très aisé (celles dans lesquelles la disposition de la direction est celle que nous avons donnée), il y a, au contraire des machines avec lesquelles le *lâche-mains* est presque impossible.

Direction dans la marche en ligne droite. — D'après ce que nous avons vu, pour qu'un cycle décrive une ligne droite il faut que le plan de la roue directrice coïncide avec le plan moyen, c'est-à-dire qu'il faut que le cavalier tienne les poignées du guidon à égale distance du plan moyen : nous dirons que, dans ces conditions, le cavalier tient le guidon *droit*. De plus, comme il doit y avoir équilibre, le plan moyen doit être vertical.

Pratiquement, ces conditions théoriques sont presque impossibles à remplir d'une façon continue. Aussi, le cycliste, qui s'efforce à suivre une ligne droite, n'y arrive jamais d'une façon parfaite. Si la machine était mue d'une façon *continue*, par exemple par un moteur électrique qui transmettrait d'une manière uniforme un mouvement de rotation à la roue motrice, et, de plus, si elle roulait sur un sol *parfaitement* plan il n'y aurait aucune raison pour que le plan moyen s'incline, soit à gauche, soit à droite,

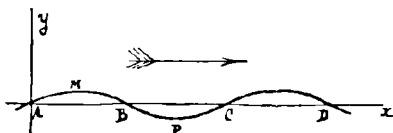
et, par suite, l'équilibre pourrait être maintenu en progressant suivant une ligne droite parfaite. Mais, en réalité, l'action du cavalier est *discontinue*; il presse alternativement sur une pédale et sur l'autre et il résulte de ces pressions alternatives, qui sont presque toujours accompagnées de mouvements du torse, que la machine oscille légèrement de gauche à droite. D'autre part, les inégalités du sol sont aussi des causes de perturbations de l'équilibre et, ainsi, pour ces deux raisons, le plan moyen ne reste pas vertical.

Sur une machine munie de bons bandages pneumatiques qui amortissent les chocs et en plaine ou en descente les efforts sur les pédales sont faibles et l'oscillation est presque nulle; mais aux montées où il faut *forcer* sur les pédales, le cavalier, pour peser de tout son poids sur les pédales, transporte son corps de gauche à droite et, surtout avec un cavalier peu exercé, les oscillations sont assez fortes. Pour que l'équilibre ne soit pas rompu, il faudra que le cycle décrive, au lieu d'une ligne droite, une courbe *sinusoïdale* serpentant autour de la ligne que le cavalier désire suivre, de telle façon, qu'à chaque instant, la courbure de la trajectoire soit telle que la force centrifuge équilibre le cycle.

Lorsque le cavalier presse sur la pédale droite,

par exemple, la machine est inclinée vers la droite et, pour que l'équilibre ne soit pas rompu, il faudra que la trajectoire du centre de gravité soit une courbe dont la concavité soit tournée vers la droite. Le cavalier pressera, ensuite, sur la pédale gauche et le cycle devra décrire une courbe dont la concavité sera tournée vers la gauche. Pendant le premier coup de pédale, la trajectoire sera un arc AB (*fig. 18*) tournant sa concavité vers la droite et, pendant le coup de pédale sui-

Fig. 18



vant, elle sera un second arc BC concave vers la gauche. La trajectoire est donc une courbe *harmonique* ABCD... qui serpente autour de la ligne Ax que le cavalier veut suivre. Le chemin AMBPC composé de deux oscillations successives correspond, *dans notre hypothèse*, à deux coups de pédale successifs, c'est-à-dire à une révolution complète de l'une des deux manivelles.

Les points A, B, C... d'inflexion sont les points qui correspondent aux instants où les pédales sont au point mort. Soit, alors, α la

multiplication de la machine, c'est-à-dire le *diamètre de la roue motrice du bicycle qui avance autant que le cycle donné pour un tour complet d'une manivelle*, à chaque tour d'une manivelle, le cycle avance de πa ($\pi = 3,14159$) et, par suite, la longueur de l'arc AMBPC qui sépare les deux *nœuds* A et C est égale à πa . La trajectoire du centre de gravité étant une courbe *harmonique*, si on prend pour axes de coordonnées Ax et une perpendiculaire Ay , l'équation de cette courbe sera, *sensiblement*, de la forme :

$$y = \delta \cdot \sin \left(\frac{2\pi x}{x_0} \right)$$

δ étant la déviation maxima. — Soit v la vitesse du cycle. Au bout du temps t , on aura, *sensiblement*, $x = vt$ et, x_0 étant l'abscisse du point C où la période recommence, on aura :

$$x_0 = \pi a.$$

Donc,

$$\frac{x}{x_0} = \frac{vt}{\pi a}$$

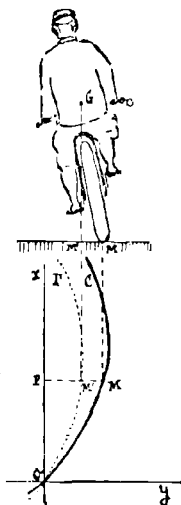
et, par suite,

$$y = \delta \sin \left(\frac{2vt}{a} \right).$$

Cette formule donne l'écart y du centre de

gravité en fonction du temps, dans l'hypothèse où les oscillations sont dues à l'alternance des

Fig. 19



coups de pédale et où la déviation maxima δ reste la même.

Il est clair que les traces des deux roues sur le sol suivent une loi analogue où il suffit de remplacer δ par une valeur convenablement choisie. Cherchons la relation qui existe entre les traces des roues sur le sol et la trajectoire du centre de gravité. Soient C (fig. 19), la trajectoire du point de contact de la roue fixe avec le sol; R, la projection de la trajectoire du centre de gravité G sur le sol. Supposons le point de contact de la roue fixe en M sur sa trajectoire C; comme la courbe C n'est pas rectiligne, le plan moyen ne sera pas vertical, mais sera incliné du côté de la concavité de la courbe C d'un angle α tel que

$$(1) \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{Rg}{v^2}.$$

La projection du centre de gravité sur le sol

sera un point M' , différent de M , situé du côté de la concavité de la courbe, c'est-à-dire plus près de la droite Ox que le point M . Nous pouvons, approximativement, supposer M' sur la perpendiculaire MP abaissée de M sur Ox ; on aura, alors, le point M' en diminuant l'ordonnée de M de la quantité MM' qui est précisément la déviation du centre de gravité. Soit $y = MP$ l'ordonnée de M , $y' = M'P$ l'ordonnée de M' on a :

$$y - y' = MM' = l \cos \alpha$$

l étant la hauteur MG du cycle, Or, α étant voisin de 90° on a, sensiblement,

$$\cos \alpha = \frac{v^2}{Rg}$$

R étant le rayon de courbure de la trajectoire du centre de gravité, c'est-à-dire de la courbe Γ ; et, l'équation de la courbe Γ étant comme nous l'avons vu,

$$y' = \delta \sin \left(\frac{2x}{a} \right)$$

on a, approximativement,

$$R = \frac{a^2}{4y'}$$

d'où

$$y - y' = \frac{4lv^2y'}{a^2g}$$

ce qui donne :

$$(1) \quad y' = \frac{y}{1 + \frac{4lv^2}{a^2g}}.$$

Relation qui permet de déduire la courbe Γ de la courbe C . De ce qui précède nous pouvons tirer les conclusions suivantes :

Les écarts du centre de gravité sont toujours plus faibles que ceux du point central d'appui ou du point de contact de la roue fixe.

La formule (1) nous montre, en outre, que y' diminue quand v augmente, donc, *avec une machine donnée, décrivant sur le sol une trace donnée, les écarts du centre de gravité diminuent quand la vitesse augmente.*

C'est à cela que tient cette impression que l'on a d'être beaucoup plus d'aplomb en vitesse qu'en allant lentement puisque, quand on va vite, les déplacements du buste sont moins considérables. Cette impression, malheureusement, est souvent très trompeuse, car la cause même qui fait que les déplacements du centre de gravité sont moins considérables fait aussi que la machine s'incline plus dans les oscillations successives et, par suite, a plus de tendance à *chasser* latéralement. Ainsi s'explique ce phénomène bien connu des pratiquants du cycle que, lors-

qu'on marche en vitesse, sur un sol glissant, c'est, le plus souvent, au moment où on s'y attend le moins, au moment où il semble que l'on est le plus d'aplomb, que la machine s'abat sous vous.

Dans les *bicycles* on a sensiblement $l = a$, car la hauteur de la machine est, à peu près, égale au diamètre de la roue motrice. Par suite,

$$\frac{4lv^2}{ga^2} = \frac{4v^2}{ga}$$

Cette quantité augmente quand a diminue. Donc, dans les *bicycles* les écarts du centre de gravité sont plus faibles avec les machines basses, à égalité de vitesse et de trajectoire. Au contraire, dans les *bicyclettes*, l est différent de a ; l reste à peu près le même pour toutes les bicyclettes et ce qui varie c'est la multiplication a .

Donc, dans les *bicyclettes* les écarts du centre de gravité sont plus faibles avec les machines à faible multiplication. Il en résulte que, pour aller lentement à bicyclette, on devra prendre une machine à faible multiplication qui oscillera moins. Ainsi, pour les pays montueux où on avance lentement, il y aura avantage à prendre des machines à faible multiplication au point de vue de l'oscillation. Nous verrons qu'il y a aussi avantage au point de vue du travail.

Enfin, comparons entre eux le bicycle et la bicyclette ; à vitesse égale avec le même développement (ce qui donne les mêmes valeurs pour v et a), la quantité $\frac{4lv^2}{ga^2}$ est plus grande dans le bicycle que dans la bicyclette, puisque l est plus grand. Donc à bicycle, le centre de gravité oscille moins qu'à bicyclette.

Direction dans un virage. — Lorsqu'un cycliste veut changer de direction en machine, c'est-à-dire passer d'une direction rectiligne à une autre direction rectiligne, il opère ce qu'on appelle un *virage*. A cet effet, le cavalier devra faire décrire à la machine une courbe de raccord entre ces deux directions. Cette courbe de raccord ne peut pas être un cercle, comme il est aisé de s'en rendre compte. En effet, pour qu'un cycle décrive un cercle (l'équilibre étant toujours maintenu) il faut, comme nous le savons, que le plan moyen fasse un angle convenable avec le sol (supposé horizontal). Or, lorsque le cycle décrit une ligne droite, le plan moyen est vertical il ne peut donc pas passer, *brusquement*, de la position verticale à une position inclinée. Il y aura, nécessairement, un temps appréciable pendant lequel la machine s'inclinera et, par suite, pendant lequel le cycle suivra une courbe qui ne sera ni une ligne droite ni un cercle.

Expliquons d'abord, sommairement, ce qui devra se passer et comment il faudra procéder. Supposons, pour fixer les idées, qu'on veuille faire un virage à gauche : le plan moyen devra s'incliner vers la gauche et, par suite, le cavalier devra *provoquer une chute vers la gauche*. En général, le cavalier provoquera cette chute en inclinant brusquement le corps vers la droite pour le ramener aussitôt vers la gauche. Le plan moyen s'inclinera, alors, vers la gauche et le cycliste tournera, en même temps, le guidon jusqu'à ce que le rayon de courbure de la courbe décrite ait atteint la grandeur du rayon du cercle qu'il faut décrire. A partir de ce moment, le cavalier maintiendra son guidon fixe et la machine décrira une circonférence. Lorsque la machine aura suffisamment tourné, le cycliste fera l'opération inverse : il ramènera, graduellement, le guidon droit en relevant le corps vers la droite pour reprendre la ligne droite. On voit donc, en résumé, que, dans le virage, le cycle décrira une courbe formée d'une *courbe de raccordement* de la ligne droite à la circonférence, puis d'une circonférence, puis d'un nouvel arc de raccordement pour reprendre la ligne droite. Il pourra même arriver qu'il n'y ait pas d'arc de cercle et, seulement, deux arcs de raccordement successifs.

Ce qu'il intéresse de connaître, c'est la forme de cet arc de courbe de *raccordement* de la ligne droite au cercle. Pour cela, nous supposons que le cavalier tourne le guidon d'un mouvement uniforme avec une vitesse angulaire connue ω et nous comptons le temps t à partir de l'instant où il commence le virage. Soit θ , l'angle dont a tourné le plan de la roue directrice au temps t on aura $\theta = \omega t$.

Soient v , la vitesse du cycle; s , l'arc de courbe décrit par le point de contact A de la roue fixe sur le sol, on a évidemment, $s = v.t$; donc

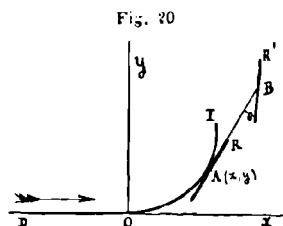
$$\theta = \frac{\omega}{v}.s.$$

Comme nous connaissons θ en fonction de l'arc s nous aurons immédiatement les équations de la trace de la roue fixe sur le sol en appliquant des formules trouvées précédemment (*Introduction, formules (3)*).

$$(1) \left\{ \begin{array}{l} x = \int_0^s \cos \left(\frac{1}{b} \int_0^s \operatorname{tg} \left(\frac{\omega}{v} s \right). ds \right). ds \\ y = \int_0^s \sin \left(\frac{1}{b} \int_0^s \operatorname{tg} \left(\frac{\omega}{v} s \right). ds \right). ds \end{array} \right.$$

En prenant pour origine des coordonnées 0,

dans le plan du sol, la position du point A au commencement du virage et pour axe Ox la direction rectiligne DO suivie précédemment par le cycle (*fig. 20*). Comme l'angle θ est petit nous



pourrions sensiblement remplacer $\operatorname{tg}\theta$ par θ c'est-à-dire $\operatorname{tg}\left(\frac{\omega}{v} s\right)$ par $\frac{\omega}{v} \cdot s$. Les formules (1) prennent alors la forme plus simple

$$(2) \quad \left\{ \begin{array}{l} x = \int_0^s \cos\left(\frac{\omega}{2bv} \cdot s^2\right) ds \\ y = \int_0^s \sin\left(\frac{\omega}{2bv} \cdot s^2\right) ds \end{array} \right.$$

qui donnent les coordonnées x et y du point A en fonction de l'arc s ou ce qui revient au même en fonction du temps, car : $s = vt$.

Posons

$$k = \sqrt{\frac{\pi b v}{\omega}}$$

et

$$s = kz$$

on aura, alors

$$(3) \quad \left\{ \begin{array}{l} x = k \int_0^z \cos\left(\frac{\pi}{2} z^2\right) dz \\ y = k \int_0^z \sin\left(\frac{\pi}{2} z^2\right) dz \end{array} \right.$$

et, ainsi, x et y sont exprimés en fonction d'une variable z telle qu'à chaque instant on a

$$(4) \quad \left\{ \begin{array}{l} s = kz, \\ t = \frac{k}{v} z, \\ R = \frac{k}{\pi} \cdot \frac{1}{z} \end{array} \right.$$

R étant le rayon de courbure de la trace de la roue fixe (rayon que nous pouvons toujours confondre avec le rayon de la trajectoire du centre de gravité).

Les formules (3) contiennent dans les seconds membres des intégrales dont on ne peut pas effectuer l'intégration en termes finis. Mais ces intégrales sont des intégrales qu'on rencontre dans

la théorie de la diffraction de la lumière et qui sont connues sous le nom d'*intégrales de Fresnel*. Fresnel a donné dans les *Annales de Chimie et de Physique* (2^e série, t. II, p. 289), une table des valeurs de ces intégrales pour des valeurs croissantes de z . On peut, ainsi, en se servant de ces tables, construire la courbe de raccordement point par point. Cette courbe, qui est la courbe qui jouit de la propriété qu'en chaque point le rayon de courbure est inversement proportionnel à l'arc, a été étudiée par M. Cornu, dans ses travaux d'optique, nous l'appellerons, dorénavant, *courbe de Cornu*. Cette courbe affecte une forme de spirale, mais il est bien clair que nous n'avons qu'à nous occuper d'un arc OI (*fig. 20*) de cette courbe à partir de O . Les formules (4) nous montrent que, quand t croît à partir de zéro, z croît aussi à partir de zéro et par suite le rayon de courbure R , d'abord infiniment grand, décroît et il arrivera un moment où il atteindra telle valeur que l'on voudra. Soit R_1 , le rayon du cercle que le cycliste veut arriver à décrire pour opérer le virage. R atteindra la valeur R_1 au temps t_1

$$t_1 = \frac{k^2}{\pi v} \cdot \frac{1}{R_1}$$

ou
$$t_1 = \frac{b}{\omega} \cdot \frac{1}{R_1}.$$

La longueur du virage étant déterminée, sur le sol, au temps t_1 on devra avoir parcouru un certain chemin *connu* s_1 et comme $s_1 = vt_1$ on aura

$$\omega = \frac{bv}{R_1 s_1}.$$

C'est la formule qui donne la vitesse angulaire ω avec laquelle il faut tourner le guidon pour faire un virage *donné* de longueur s_1 et de rayon R_1 connus. ω croît proportionnellement à la vitesse et à la longueur b de la machine. Il est évident que le virage sera d'autant plus facile qu'il faudra tourner le guidon plus lentement, on en conclut que

1° *Les virages sont, avec une machine donnée, plus difficiles en vitesse.*

2° *A égalité de vitesse, les virages sont plus faciles avec les machines courtes.*

Il ne faut pas oublier d'ajouter à tout cela que pour que le virage soit possible il faut encore que la vitesse v avec laquelle on fait le virage soit plus petite que la vitesse maxima avec laquelle on peut décrire une courbe de rayon R_1 .

$$v \leq \sqrt{R_1 g f}.$$

La courbe de raccordement — courbe de Cornu — que nous venons d'étudier, nous sera d'une grande utilité, plus tard, pour la détermination du plan de la piste d'un vélodrome.

CHAPITRE II

—

LE TRAVAIL ET SA MESURE

Les données numériques dont on dispose pour évaluer le travail d'un bicycliste sont encore très rares et, souvent, on est forcé d'avoir recours à des formules dont les coefficients numériques ont été mesurés dans des conditions analogues, mais dont l'application n'est pas toujours légitime, pour les cycles. Aussi ne ferons-nous des applications numériques que *sous toutes réserves* et en indiquant la source de nos renseignements. Nous donnerons des formules générales pour évaluer le travail et, d'autre part, les expériences qu'on pourra faire pour mesurer les coefficients numériques qui y figureront.

Le travail que produit un bicycliste sur un sol horizontal sert uniquement à vaincre les *résistances* qui s'opposent à sa marche. On peut classer ces résistances dans quatre catégories :

1° *Les résistances passives de la machine* : à savoir les frottements des billes dans les roulements, les frottements dans la chaîne de transmission, la raideur de cette chaîne et les chocs intérieurs.

2° *La résistance de roulement* qui est occasionnée par la rudesse du chemin.

3° *La perte de force vive due aux vibrations de la machine.*

4° *La résistance de l'air.*

Sur un sol incliné, il faudrait *ajouter* à ceci le travail nécessaire à l'élévation du poids total du cycle et de son cavalier dans le cas de la *montée* et, au contraire, *diminuer* le travail dû aux résistances de ce travail dans le cas de la *descente*.

Nous étudierons, d'abord, séparément, les quatre résistances.

Résistances passives de la machine. — La résistance provenant des frottements des billes dans les roulements est excessivement faible. *Macquorn Rankine* la suppose égale à 0,001 du poids total du cycle et du cavalier, mais il est très probable que dans les machines actuellement construites cette résistance est encore plus faible et négligeable vis-à-vis des autres résistances.

La résistance provenant de la *transmission*,

c'est-à-dire de la chaîne dans les bicyclettes, des engrenages dans les bicycles multipliés, est beaucoup plus considérable. La *raideur* de la chaîne est une constante qui dépend de son état de propreté. Chaque maillon, en quittant la roue dentée, frotte sur la dent et ce frottement est proportionnel à la tension de la chaîne qui est elle-même proportionnelle à la pression du pied sur la pédale. Ce frottement peut donc dépendre à la fois du poids total P et de la vitesse. Enfin, les maillons en engrenant donnent des chocs sur les dents. Dans une chaîne, bien construite, ces chocs sont faibles et, si on admet que chaque choc produit la même perte de force vive, comme le nombre des chocs est proportionnel à la vitesse, la perte de force vive occasionnée et, par suite, le travail nécessaire pour ces chocs pendant une seconde est proportionnel à la vitesse et de la forme Kv . Ceci équivaut donc à une résistance égale à K . Comme première approximation on pourrait supposer K indépendant de la vitesse et proportionnel au poids et, alors, la résistance totale passive de la machine serait de la forme kP , k désignant un coefficient constant et P le poids total. L'expérience seule pourra permettre de voir si k est indépendant de la vitesse ou si k en dépend. Nous mon-

trerons plus loin comment on pourra mesurer cette résistance de la chaîne.

Résistance au roulement. — D'après les expériences de *Morin*, la résistance au roulement est composée de deux termes, l'un constant, l'autre proportionnel à la vitesse.

Cette seconde partie est négligeable sur un sol uni, élastique, avec un bandage pneumatique ; mais sur un sol dur, ayant beaucoup d'aspérités, particulièrement sur les routes pavées, elle n'est plus négligeable, ce qui s'explique par les chocs réitérés que les roues éprouvent de la part des aspérités du sol, chocs qui occasionnent des pertes de force vive et qui sont plus forts lorsque la vitesse augmente.

Le terme constant est proportionnel au poids total P et, inversement, proportionnel au rayon des roues. Ainsi, si p est le poids supporté par une roue de rayon r , le frottement de roulement sera $k \frac{p}{r}$, k étant un coefficient numérique qui dépend de la nature du sol et du bandage de la roue. Soient alors b , la longueur du cycle, c'est-à-dire la distance des points d'appui des deux roues ; c , la distance du point central d'appui (pied de la perpendiculaire abaissée du centre de gravité sur la base) au point de contact de la roue d'arrière ; P , le poids total du cycle et de son cavalier.

Le poids supporté par la roue d'arrière sera $P \frac{c}{b}$ et celui supporté par la roue directrice $P \frac{b-c}{b}$, car ces poids sont égaux aux composantes r'_y et r_y des réactions (voir *Calcul des réactions*). La résistance au roulement (en négligeant le second terme) serait alors donnée par la formule

$$\rho = \frac{k}{b} P \left[\frac{c}{r} + \frac{b-c}{r'} \right]$$

r étant le rayon de la roue d'arrière et r' , celui de la roue directrice.

Dans un article paru dans le journal *La Nature* (1893) M. *Jacquot* suppose $k = 0,006$, ce qui donnerait les nombres suivants en supposant le poids total $P = 80^{\text{kg}}$.

Pour un *grand bicycle* où :

$$r' = 1^{\text{m}},35 \quad r = 0^{\text{m}},42 \quad \frac{c}{b} = \frac{1}{8}$$

$$\rho = 0,006 \left[\frac{10}{0,42} + \frac{70}{1,35} \right] = 0^{\text{kg}},454$$

Pour un *bicycle multiplié* où :

$$r' = 0^{\text{m}},90 \quad r = 0^{\text{m}},60 \quad \frac{c}{b} = \frac{33}{80}$$

$$\rho = 0,006 \left[\frac{33}{0,60} + \frac{47}{0,90} \right] = 0^{\text{kg}},643$$

et pour une *bicyclette* où :

$$r = r' = 0^m,70$$

$$\rho = \frac{0,006}{0,070} \times 80 = 0^{kg},685.$$

Ainsi, pour une bicyclette, la résistance au roulement serait donnée par la formule

$$\rho = 0,0085 \times P$$

P étant le poids total de la machine et du cavalier. Les quelques expériences que nous avons faites personnellement nous ont prouvé que cette formule serait très acceptable pour le roulement *sur route* avec pneumatique, mais trop forte pour le roulement sur piste, c'est-à-dire sur un sol parfaitement uni (bitume ou pavage en bois). Il est probable que la formule

$$\rho = 0,004 P$$

serait bien suffisante sur piste (avec pneumatiques).

Dans des expériences, faites sur route, dont nous parlerons plus loin, M. *Guye* (*Journal La Nature*, 1893) avait trouvé $k = 0,02$. Mais ces expériences ont été faites sur des routes légèrement humides, avec une machine de 24 kilogrammes munie de caoutchoucs *pleins*. Elles ne sont donc guère comparables à nos expériences avec des machines munies de pneumatiques,

sur des routes sèches. D'ailleurs, comme nous le montrerons, ces expériences n'étant pas comparables entre elles, on peut difficilement en tirer une conclusion de quelque valeur.

De nos expériences personnelles nous avons dégagé les conclusions suivantes :

Le tirage avec des bandages pneumatiques, est faible, indépendant de la vitesse sur une route sèche et il varie de

$$0,005 P \text{ à } 0,01 P$$

suivant la qualité de la route.

Avec des caoutchoucs pleins ou creux, le tirage dépend *probablement* de la vitesse. En tous cas il existe, dans la formule qui donne la résistance totale, un terme proportionnel à la vitesse de la forme Bv . Ce terme provient soit du tirage, soit de la force vive perdue dans les vibrations, et *il n'est pas possible d'établir une démarcation nette entre ces deux causes de résistance*. Quant à la partie *constante* de la résistance au roulement elle est, pour *une même route*, sensiblement égale au frottement de roulement d'un pneumatique.

Ceci met bien en évidence que la diminution de la résistance au roulement, obtenue par l'emploi des bandages pneumatiques, provient uniquement de ce que ces bandages servent comme

amortisseurs des chocs et des vibrations. Cela fait disparaître dans la résistance totale le terme proportionnel à la vitesse.

Force vive perdue dans les vibrations.

— Les chocs répétés, provenant des aspérités du sol sur les roues, entretiennent dans la machine un état vibratoire qui dépense une partie du travail moteur. La plupart des auteurs ont négligé de parler de cette perte de force vive et ont, à notre avis, commis une grosse erreur en faisant cet oubli pour évaluer le travail de machines *non munies de bandages pneumatiques*.

Nous n'avons, malheureusement, que de très faibles données pour évaluer cette perte de force vive.

Dans les expériences que nous avons faites, nous avons trouvé que la résistance totale d'une machine *munie de bandages pneumatiques* n'avait, sensiblement, pas de terme proportionnel à la vitesse, d'où il résulterait que (dans les limites de vitesse de nos expériences, c'est-à-dire au-dessous de 24 kilomètres à l'heure) la force vive perdue dans les vibrations est négligeable *sur une bonne route ou sur piste*.

Au contraire, avec une machine *munie de caoutchoucs pleins, même sur une bonne route*, cette perte de force vive n'est pas négligeable.

Nos résultats sont, d'ailleurs, tout à fait en concordance, à ce point de vue, avec les expériences suivantes qui, sans donner les *valeurs absolues* de ces pertes de force vive en donnent les *variations*.

Dans un article du journal anglais *The Cycle*, du commencement de l'année 1894, se trouve la description des expériences suivantes :

L'expérimentateur monta, successivement, *sur une même route, dans les mêmes conditions, avec la même vitesse* (21 kilomètres à l'heure) deux machines de *poids identiques* (environ 15 kilogrammes) l'une à bandages *pneumatiques*, l'autre à bandages de caoutchouc *plein*.

Dans ces expériences, il modifia en outre la selle et prit tantôt une selle à ressorts qui amortit les chocs et une selle de course sans ressorts; il modifia aussi sa manière de monter la machine qu'il monta tantôt en bon cavalier, tantôt en se laissant aller de tout son poids sur la selle. Dans ces conditions, le frottement des pièces de la machine, la résistance au roulement et la résistance de l'air restaient, très sensiblement, les mêmes, il n'y avait donc qu'une chose qui variait : c'est la *vibration* de la machine.

Sur la machine à caoutchoucs pleins, avec selle de course, et en se laissant aller de tout son

poids sur la selle, la vibration était évidemment la plus forte. C'est aussi le cas où la dépense de travail fut la plus grande.

L'expérimentateur recommença chaque expérience trois fois; il mesura, chaque fois, la dépense de travail et prit la moyenne des trois expériences.

Il y eut deux séries d'expériences aux environs de Londres, la première sur la route de *Regent-Park* à *Barnet* en passant par *Finchley* (route mauvaise), la seconde allant de *Regent-Park* à *Ditton* à travers *Richmond-Park* (bonne route). Dans les deux cas la distance parcourue fut environ de 43 kilomètres. Voici le tableau obtenu en comparant les dépenses de travail à la dépense la plus forte prise pour base (100) :

Dépenses de travail			Barnet	Ditton
Selle de course	en se laissant aller	plein	100	88,7
		pneumat.	84,3	78,1
	en montant légèrement	plein	99,8	88,3
		pneumat.	83,2	77,3
Selle à ressorts	en se laissant aller	plein	99,5	88,7
		pneumat.	83,1	77,6
	en montant légèrement	plein	98,9	86
		pneumat.	83,1	77,4

Les résultats de ce tableau sont très intéressants pour le sujet qui nous occupe et on peut en tirer d'importantes conclusions.

En comparant entre eux les nombres d'une même colonne on voit que le tableau donne les *variations* de la force vive perdue par les vibrations car, comme toutes les autres conditions restent les mêmes, la variation du travail total est égale à la variation du travail dépensé par les vibrations. Or, les résultats, pour la route de Barnet, montrent que le travail total a varié de 83,1 à 100 la variation de la force vive de vibration a donc été de 16,9, dont le rapport à 100 est environ un sixième. Donc, on peut assurer que, dans l'expérience où le travail a été 100, il y a, *au moins*, le sixième du travail qui était employé à entretenir la vibration. D'ailleurs, dans le cas où le travail était 83,1 la vibration n'était certainement pas nulle car, *même une machine munie d'un pneumatique*, vibre, certainement, sur une mauvaise route à la vitesse de 21 kilomètres à l'heure. Donc, le travail dépensé dans la vibration pour l'expérience 100, était égal au sixième du travail total *plus* le travail dans l'expérience 83,1, donc, *certainement*, plus grand que ce sixième. Pour les deux expériences Barnet et Ditton, le sol était, dans les deux cas, un

sol de macadam de nature analogue, et, comme, en outre, la distance (43 kilomètres) et la vitesse (21 kilomètres à l'heure) sont les mêmes, le frottement de roulement devait être à peu près le même. On peut donc, encore, très approximativement, rapprocher ces deux séries d'expériences. La variation du travail est alors de 77,4 à 100 et on voit que la variation est environ le quart du travail 100.

Donc, il y a des circonstances où le travail absorbé par la vibration est le quart du travail total. Ceci nous montre l'importance de cette résistance.

L'étude du tableau précédent montre, en outre, que, dans tous les cas, le travail est moindre avec le bandage pneumatique et, par conséquent, qu'il agit comme *anti-vibrateur*. De plus, si on regarde, d'une part, les nombres relatifs au plein et, d'autre part, les nombres relatifs au pneumatique, on verra que les écarts sont beaucoup plus grands de la série Barnet à la série Ditton dans le premier cas que dans le second. Donc, le bandage pneumatique *égalise les bonnes et les mauvaises routes*.

On voit, par ce qui précède, l'importance qu'il y a à amortir les vibrations, étant donné le rôle considérable qu'elles jouent dans la dépense de

travail. Les efforts des constructeurs devront donc porter surtout sur ce point. Il faudra donc que la machine soit *rigide*, ce qu'on obtiendra en augmentant la résistance à la flexion des tubes qui forment le cadre, ce qui nous conduit à préférer les *gros tubes*, à poids égal, *aux tubes étroits*. Les diverses pièces devront être parfaitement ajustées et les cônes de roulement et *surtout* la douille de direction ne devront pas avoir de jeu, car le plus léger jeu peut, par des transmissions de percussions, augmenter sensiblement la vibration.

Enfin, il est clair qu'on devra préférer le bandage pneumatique. Au premier abord, ce bandage paraît présenter un désavantage sur le plein et le creux, parce qu'il doit, probablement, donner un frottement de roulement un peu plus considérable, mais à cause de sa déformabilité le bandage pneumatique se *moule* sur les aspérités du sol et il en résulte que, sur mauvaise route, il amortit les chocs des aspérités et diminue la portion du frottement de roulement qui varie avec la vitesse. Pour que les vibrations soient bien amorties par le bandage il faut qu'il ne soit pas trop élastique, c'est-à-dire qu'il faut que la roue ne rebondisse pas trop. Il semble, alors, qu'il y a là une in-

compatibilité car, d'une part, pour que le frottement de roulement ne soit pas trop considérable, il faut que le bandage ne s'écrase pas trop et, d'autre part, pour qu'il amortisse bien les vibrations, il faut qu'il ne soit pas trop gonflé. Au fond, cette difficulté n'est qu'apparente. Pour la lever, il suffit en effet qu'on gonfle les bandages suffisamment pour s'écraser *légèrement* sous la pression qu'ils supportent. Il en résulte que plus la pression sera forte, plus on devra gonfler le bandage. Dans un cycle, il y a avantage à *charger* la roue motrice, c'est-à-dire à faire porter la plus grande partie du poids sur la roue motrice, pour qu'elle roule sans glisser, c'est-à-dire pour qu'elle ne *patine* pas. Dans ces conditions, la roue motrice devra avoir un bandage *très gonflé* et, au contraire, la roue directrice devra avoir un bandage *peu gonflé*. Il y aurait intérêt à faire des expériences pour mesurer le travail lorsque les pneumatiques sont diversement gonflés, pour connaître quel est l'état exact de gonflement pour lequel le travail est minimum.

L'importance de la vibration donne la raison pour laquelle les coureurs se débarrassent de tous les accessoires : frein, garde-crotte, etc. On dit généralement que cette suppression a

pour but d'alléger la machine. Ce serait une raison ridicule et la vraie raison est que tous ces accessoires, plus ou moins bien ajustés, entrent en vibration dans une course rapide et augmentent sensiblement la vibration totale.

Pour terminer, remarquons que, lorsqu'une roue est peu chargée, elle tend toujours à rebondir sur le sol, ce qui augmente la vibration. Il ne faut donc pas exagérer la charge de la roue motrice aux dépens de l'autre. Sur bonne route, à bicyclette, la roue directrice saute peu, mais sur mauvaise route elle sautera beaucoup si elle est peu chargée. Il en résulte *que, sur une mauvaise route, le cycliste fera bien, pour diminuer les vibrations, de pencher le corps en avant pour augmenter la charge de la roue directrice.*

Résistance de l'air calme. — La résistance de l'air varie essentiellement avec la forme du corps qui se meut dans l'air. Cette résistance se compose, en général, de deux termes, l'un constant et l'autre, proportionnel au carré de la vitesse ; elle est, d'ailleurs, proportionnelle à l'aire de la surface qui rencontre l'air.

Des expériences de MM. Piobert, Morin et Didion sur la résistance éprouvée par des plans minces se déplaçant perpendiculairement à leur

plan il résulte que la résistance peut être représentée par la formule

$$R = S [0,036 + 0,084v^2]$$

où v désigne la vitesse en mètres par seconde ; S , la surface du plan en mètres carrés et R , la résistance en kilogrammes.

Si le mouvement n'était pas uniforme, il faudrait ajouter ou retrancher dans la parenthèse le terme $0,164j$, j désignant l'accélération, suivant que le mouvement est accéléré ou retardé.

D'après Poncelet, on admet que, dans le cas de vitesses ne dépassant pas 9 mètres à la seconde, on peut considérer la résistance comme proportionnelle au carré de la vitesse et prendre la formule

$$R = 0,084.S.v^2.$$

Mais ces nombres sont applicables à des *plans minces* et un cycliste n'est guère comparable à un plan.

Lorsqu'on remplace le plan par une surface convexe de même section droite avançant *la convexité en avant*, la résistance diminue. Ainsi, d'après Didion : pour un projectile sphérique on a :

$$R = 0,027S.v^2$$

résistance qui est plus de *trois* fois moins grande,

et pour un plan incliné faisant un angle de α degrés avec la direction du mouvement on a :

$$R = \frac{\alpha}{90} \cdot S [0,036 + 0,084v^2]$$

c'est-à-dire que la résistance est diminuée dans le rapport de α à 90 [S étant la surface du plan].

Au contraire, si la surface avance la *concavité* en avant, la résistance est plus grande. Ainsi, toujours d'après Didion, lorsqu'un parachute tombe la résistance est égale à la résistance d'un plan de même projection horizontale multipliée par 1,936 ; si, au contraire, le parachute tombe *renversé* la résistance est multipliée par 0,768.

On voit, d'après ces exemples, que la résistance de l'air est éminemment variable et qu'elle dépend, de la position du coureur, de sa taille, de la forme de ses vêtements. Si les vêtements du coureur sont flottants, les creux formeront des surfaces concaves augmentant la résistance. Si, au contraire, les vêtements sont bien ajustés, si le cycliste penche la tête en avant comme une proue destinée à fendre l'air, si son torse est bien immobile sur la machine, s'il suit bien la ligne droite, le coefficient de la résistance sera notablement diminué et il en résultera de grandes différences dans le travail dépensé.

Des nombres fournis par les expériences de

M. Guye dont nous avons déjà parlé il résulterait que la résistance de l'air était donnée, dans ses expériences, par la formule

$$R = 0,029.v^2.$$

Or, si on suppose le vélocipédiste de 1^m,65 de taille ayant une largeur moyenne de 0^m,40, sa surface est de 0^{m²},66. La position inclinée sur la machine réduira cette surface et nous pourrons la supposer, approximativement, égale à 0^{m²},5. On déduirait alors de la formule précédente la formule

$$R = 0,058.S.v^2.$$

Il résulterait donc de ces expériences que le coefficient de résistance de l'air pour un bicycliste serait environ 0,06. C'est, d'ailleurs, un nombre assez probable.

Les expériences que nous avons faites nous-même nous ont amené à une conclusion analogue et nous avons trouvé que la résistance de l'air était *en moyenne* représentée par la formule.

$$R = 0,03.v^2$$

ce qui donne :

$$R = 0,06.S.v^2.$$

Ceci n'est qu'une formule *moyenne*, car la forme du cavalier et sa manière de se tenir en machine peuvent influencer sur le coefficient. Ainsi,

TABLEAU DE LA RÉSISTANCE MOYENNE DE L'AIR

Vitesse en kilomètres à l'heure	Résistance en kilogrammes
8	0,14
9	0,18
10	0,22
11	0,27
12	0,32
13	0,38
14	0,44
15	0,51
16	0,58
17	0,65
18	0,73
19	0,81
20	0,90
21	0,99
22	1,08
23	1,19
24	1,29
25	1,40
26	1,52
27	1,64
28	1,76
29	1,89
30	2,02
31	2,16
32	2,30
33	2,45
34	2,60
35	2,79

pour deux cavaliers *présentant à peu près la même surface à l'air*, nous avons trouvé pour l'un, qui était de proportions moyennes,

$$R = 0,031v^2$$

tandis que le second plus élancé, a donné

$$R = 0,028.v^2$$

Pour qu'on puisse se rendre compte des variations et de l'importance de la résistance de l'air, nous avons fait le calcul avec la formule moyenne

$$R = 0,03.v^2$$

pour les vitesses de 8 à 35 kilomètres à l'heure (voir le tableau de la page précédente).

Dans le record du mille anglais établi par Johnston, la vitesse du coureur était de 13^m,8 à la seconde. Si Johnston avait couru *sans coupe-vent*, la résistance de l'air aurait été de 5^{kg},7. Pression vraisemblablement trop forte, car il est probable que la surface S que Johnston présentait à l'air était plus faible que 0^m²,5.

Résistance de l'air en mouvement. —

Les expériences qui ont été faites sur la résistance de l'air *calme* sont déjà, comme nous l'avons vu, peu nombreuses. Dans le cas de l'air en mouvement ces expériences sont encore plus rares et on ne peut dire que des choses approximatives.

Supposons d'abord le cas simple d'un cycliste marchant exactement *contre* le vent. Soient v , la vitesse du cycliste et v' , la vitesse du vent. Le cycliste a alors, relativement à l'air, une vitesse *relative* égale à $v + v'$ et on peut, comme première approximation, dire que tout se passe comme si le cycliste se mouvait dans un air calme à la vitesse $v + v'$ et la résistance de l'air serait, alors, donnée par la formule :

$$R = K (v + v')^2$$

K étant le coefficient de résistance de l'air calme.

En prenant notre nombre on aurait

$$R = 0,03 (v + v')^2.$$

Ainsi, un bicycliste marchant à la vitesse de 18 kilomètres à l'heure contre un vent de 5 mètres à la seconde éprouverait la même résistance de la part de l'air que s'il marchait à une vitesse double, c'est-à-dire de 36 kilomètres à l'heure. La résistance serait donc 4 fois plus grande. Une simple *brise* qui correspond à un vent ayant une vitesse de 2 mètres à la seconde augmente la vitesse relative du cavalier par rapport à l'air de 8 kilomètres à l'heure et, par conséquent, tout se passe comme si le cycliste marchait dans un air calme avec une vitesse de 8 kilomètres à l'heure en plus. Ainsi, à la vitesse

de 20 kilomètres à l'heure, la résistance serait (d'après le tableau précédent) de 1^{kg},76 au lieu de 0^{kg},90 qu'elle serait en air calme. La résistance, comme on le voit, est *doublée*. Ainsi, une simple brise double le travail dû à la résistance de l'air lorsqu'on marche à 20 kilomètres à l'heure. On voit déjà, par ces exemples, combien le vent augmente la résistance de l'air. Mais, il y a plus, dans les exemples précédents nous avons supposé que le coefficient K était égal au coefficient de résistance de l'air calmé. Or, les quelques expériences faites sur la résistance du vent ont montré que le coefficient de l'air calme n'était *pas suffisant* et que dans la formule

$$R = K (v + v')^2$$

il fallait prendre pour K un nombre *supérieur* au coefficient de l'air calme. Les exemples précédents seraient donc encore *au-dessous* de la réalité.

Supposons, en second lieu, que le cycliste marche *dans le sens exact* du vent. Dans ce cas le vent le pousse et la résistance est diminuée. Il y a, alors, deux cas à distinguer :

Si la vitesse v du cycliste est *plus grande* que la vitesse v' du vent, le cycliste éprouvera encore une *résistance*, mais sa vitesse relative par rap-

port à l'air ne sera plus que $v - v'$ et la résistance sera donnée par la formule

$$R = K (v - v')^2$$

En particulier si $v = v'$ c'est-à-dire si le cycliste marche à la vitesse du vent, la résistance de l'air sera nulle et le travail nécessaire à la propulsion sera exactement égal au travail nécessaire à vaincre les résistances de frottement et de vibration. Ici encore, comme dans le cas précédent, il faudra prendre pour K un nombre égal ou *supérieur* au coefficient de l'air calme.

Si la vitesse v du cycliste est *plus petite* que la vitesse v' du vent, il n'éprouvera plus aucune résistance de la part de l'air et, au contraire, sera *poussé* par le vent. Dans ce cas, le vent a, *par rapport au cycliste*, une vitesse *relative* égale à $v' - v$. Il ne faudrait pas en conclure, hâtivement, que la poussée du vent est égale à la résistance qu'éprouverait le cycliste dans un air calme à la vitesse $v' - v$. En effet, dans le cas où le cycliste éprouve une résistance, la surface frappée par l'air est la face d'avant qui présente de nombreuses *concavités* ; au contraire, lorsque le cycliste est poussé par le vent l'air frappe la face d'arrière qui, à cause de la courbure du dos du cycliste, présente une *convexité* au vent.

Dans ce second cas le coefficient de résistance est donc beaucoup plus faible que dans le premier. La poussée du vent sera donc donnée par une formule de la forme

$$R = K' (v' - v)^2$$

où le coefficient K' sera certainement plus petit que le coefficient K précédent. On pourra, par exemple, sensiblement, prendre comme pour les sphères :

$$K' = 0,027S \text{ (Didion)}$$

et, comme $S = 0^m^2,5$ à peu près, on aurait, environ,

$$K' = 0,013$$

La poussée du vent serait donc *deux* fois plus petite que la résistance de l'air calme à la vitesse $v' - v$.

Examinons, maintenant, le cas d'un vent soufflant latéralement.

Supposons, d'abord, que le vent souffle latéralement mais en sens contraire de la marche du cycliste. Soit α l'angle de la direction du vent et de la direction du cycliste. La vitesse v' du vent pourra se décomposer en deux, l'une égale à $v' \cos \alpha$ directement opposée au cycliste, l'autre $v' \sin \alpha$ normale à la direction du cavalier. La vi-

tesse relative du cavalier par rapport à l'air est, alors, $v + v' \cos \alpha$ et la résistance serait

$$K (v + v' \cos \alpha)^2.$$

Mais ce n'est pas tout. Le vent en frappant, latéralement, le cavalier, augmente la pression latérale de l'air sur celui-ci et il en résulte que le *frottement* du cavalier dans l'air ou, plus exactement, que le frottement de la couche d'air qu'il entraîne sur l'air ambiant est augmentée. Ce frottement est proportionnel à la pression latérale, qui est elle-même proportionnelle au carré de la composante normale $v' \sin \alpha$ du vent. De telle façon qu'il faut ajouter à la résistance précédente un terme proportionnel à $v'^2 \sin^2 \alpha$. La résistance totale de l'air pourra donc être représentée, *vraisemblablement*, par une formule de la forme

$$R = K (v + v' \cos \alpha)^2 + h v'^2 \sin^2 \alpha$$

K et h étant deux coefficients numériques et K étant, probablement, voisin du coefficient de résistance de l'air calme. Dans le cas d'un vent soufflant exactement *de flanc*, $\alpha = 90^\circ$ et on aurait

$$R = K v^2 + h v'^2$$

Ainsi, *même en coupant la direction du vent*

à angle droit, la résistance est plus grande que dans l'air calme.

Supposons, maintenant, que le vent souffle latéralement, mais dans le sens de la marche. Soit encore α , l'angle de la direction du vent et de la direction du cavalier. La vitesse relative du cycliste par rapport à l'air est alors $v - v' \cos \alpha$, en supposant $v > v' \cos \alpha$, et la résistance est :

$$R = K (v - v' \cos \alpha)^2 + h.v'^2 \sin^2 \alpha$$

Cette résistance n'est pas toujours plus petite que la résistance Kv^2 en air calme : elle ne l'est que si α est au-dessous d'une certaine limite facile à déterminer. On voit donc que la résistance de l'air n'est diminuée par l'effet du vent que si le vent souffle par derrière et sous un angle suffisamment petit.

Ceci explique ce fait bien connu des cyclistes que lorsqu'il y a du vent on croit toujours, ou presque toujours, l'avoir en face. Car, comme nous venons de le voir, même un vent soufflant par derrière, mais de flanc, peut encore gêner, c'est-à-dire augmenter la résistance de l'air.

Enfin, dans le cas d'un vent assez fort et assez incliné pour que $v' \cos \alpha$ soit plus grand que v et soufflant de dos, on a :

$$R = - K (v' \cos \alpha - v)^2 + hv'^2 \sin^2 \alpha.$$

Lorsque cette formule donnera pour R une valeur négative, c'est qu'il y aura *pous-ée* au lieu de *résistance*.

Nous n'insisterons pas sur le cas d'un vent soufflant latéralement, car il figure dans les formules un terme dont le coefficient h ne nous est pas connu, même approximativement.

Travail sur un sol horizontal. — Il résulte de tout ce qui précède que la résistance à vaincre par un cycliste sur un sol horizontal, en air calme, est donnée par une formule de la forme

$$(1) \quad R = A + Bv + Cv^2$$

v étant la vitesse du cycle. Les coefficients A et B dépendent du poids total P du cycle et de son cavalier et sont, approximativement, proportionnels à ce poids. Quant au terme Cv^2 , il provient à peu près uniquement de la résistance de l'air et, alors, le coefficient C est proportionnel à la surface S que le cycliste offre à l'air. On peut alors écrire :

$$(2) \quad R = P(\alpha + \beta v) + KSv^2.$$

Le travail nécessaire pour parcourir une distance x à la vitesse *constante* v est alors :

$$\tau = (A + Bv + Cv^2)x.$$

On voit immédiatement que ce travail croît avec

la vitesse et, par suite, que le travail nécessaire pour parcourir une distance *donnée* x *croît avec la vitesse* avec laquelle on l'a parcourue. Si la vitesse v au lieu d'être constante est variable, le travail dépensé dans le temps t est :

$$\mathcal{E} = \int_0^t (A + Bv + Cv^2) v dt$$

et l'espace parcouru :

$$x = \int_0^t v dt.$$

Le problème qui se pose alors immédiatement, est celui qui consiste à chercher la loi de variation de la vitesse avec laquelle on doit parcourir un espace *donné* x , *de niveau*, pour que le travail dépensé *dans un temps donné* t soit *minimum*. Il faut donc chercher pour quelle fonction v du temps le travail \mathcal{E} est minimum, x et t *restant fixes*. Le calcul des variations appliqué à l'intégrale qui donne \mathcal{E} montre que v doit être *constante* et égale à $\frac{x}{t}$. On en tire cette conclusion importante que : *c'est en marchant d'un mouvement UNIFORME qu'on fera la plus petite dépense de travail pour parcourir un chemin de niveau donné dans un temps donné*.

C'est ce qui explique pourquoi les coureurs

cherchent toujours à avoir un *train très régulier*, car c'est dans ce cas qu'ils ont la plus faible dépense de travail. Le rôle des *entraîneurs* dans une course est, précisément, de régler la vitesse du coureur et de lui éviter la fatigue cérébrale nécessaire pour maintenir la régularité du train.

Pour avoir les grandeurs numériques des coefficients A, B et C (ou α , β et K dans la seconde formule), il faudra faire des expériences que nous décrirons plus loin et on pourra, en outre, séparer dans la résistance R la partie qui revient à chacune des résistances que nous avons énumérées.

M. Guye (Journal *la Nature*, 1893) a fait *trois* expériences dans les conditions suivantes : il s'abandonnait sur sa machine, les pieds levés des pédales, sur une route de pente connue. Au bout d'un certain temps la machine prenait un mouvement uniforme. Dans ces conditions, le travail de la résistance est exactement égal au travail de la pesanteur qui est facile à évaluer. La machine qui a servi à ces expériences était une bicyclette, d'ancien modèle, ayant deux ans de service, pesant 24 kilogrammes et à caoutchoucs pleins. Le poids total du cycle et du cavalier était de 80 kilogrammes. En reliant ces

trois expériences par une formule à *deux* termes on trouve

$$R = 2,41 + 0,029 v^2$$

en kilogrammes. En mettant en évidence le poids P total cette formule donnerait

$$R = P \times 0,03 + 0,029 v^2.$$

A priori, comme nous le montrerons plus tard, cette formule est *inacceptable*, car on en concluerait que sur *toute pente inférieure à 0,03 la machine ne pourrait pas rouler toute seule*, ce qui est ridicule. Ceci tient à ce que les expériences de M. Guye ne sont pas comparables entre elles et que, d'ailleurs, le terme en v n'est pas négligeable.

Nos expériences personnelles nous ont conduit à cette conclusion très nette qu'il n'y a qu'avec les machines munies de pneumatiques, que le terme en v peut être négligé. Dans les machines munies de caoutchoucs pleins ou creux, le coefficient B, dans l'expression

$$R = A + Bv + Cv^2$$

de la résistance totale, est loin d'être petit.

Sur une même route, avec le même cavalier, les coefficients A et C sont sensiblement les mêmes pour toutes les machines.

A, varie de $P \times 0,01$ à $P \times 0,005$, C est tou-

jours voisin de 0,03. Ce qui varie d'une machine à l'autre, c'est le coefficient B.

Pour les *pneumatiques* on peut prendre *sensiblement* $B = 0$ sur *bonne* route, mais avec les machines munies de bandages *creux* ou *pleins*, B n'est plus négligeable et on peut même difficilement assigner une valeur à ce coefficient car, sur une même route, avec la même machine et le même cavalier, il peut varier *par la manière de monter du cycliste* ou *par la nature de la selle*, comme cela ressort d'ailleurs clairement des expériences que nous avons citées à propos de la perte de force vive dans les vibrations.

Nous n'entrerons pas ici dans des détails de description de nos expériences. Nous donnerons plus loin la description des expériences à faire pour mesurer le travail dépensé : ce sont des expériences analogues que nous avons faites. Nous ne donnerons les résultats que pour une machine munie de pneumatiques car, pour les autres, les résultats *moyens* sont trop problématiques.

Sur *bonne route*, la résistance est en moyenne donnée par

$$(1) \quad R = P \times 0,009 + 0,03 v^2$$

Sur *sol de piste*

$$(2) \quad R = P \times 0,004 + 0,03 v^2.$$

(v étant la vitesse en mètres par secondes)

En mettant en évidence la surface S offerte par le cycliste à l'air, on aurait

$$(3) \quad \text{sur route : } R = 0,009 P + 0,06 S.v^2$$

$$(4) \quad \text{sur piste : } R = 0,004 P + 0,06 S.v^2$$

(Voir le tableau numérique de la p. 121 qu'on peut déduire de ces formules, en supposant le poids total P du cavalier et de la machine égal à 80 kilogrammes).

Il est clair que les nombres de ce tableau ne doivent pas être pris d'une *façon absolue*. Ce ne sont que des applications numériques d'une formule moyenne. Il est probable qu'il donne des nombres *trop forts* pour les *grandes vitesses* car il suppose que la résistance de l'air suit la même loi tout le temps. Or il est certain qu'un coureur qui marche à une vitesse de 35 kilomètres à l'heure se place dans une position telle que la résistance de l'air est diminuée. Ainsi, si la surface qu'il présente à l'air est $0^{\text{m}^2},35$ au lieu de $0^{\text{m}^2},5$ le travail diminuera environ du tiers. Pour évaluer ce travail avec quelque exactitude il faudra, dans chaque cas particulier, appliquer la formule (3) ou la formule (4) en donnant à P et à S les valeurs convenables.

Influence du poids de la machine sur le travail. — Un grand nombre de cyclistes prétendent que le poids de la machine a une très

TABLEAU DE LA RÉSISTANCE ET DU TRAVAIL
SUR SOL HORIZONTAL

Vitesse en kilomètres à l'heure	Résistance en kilogrammes		Travail par heure en tonno-mètres	
	Route	Piste	Route	Piste
8	0,86	0,56	7,08	4,48
9	0,90	0,60	8,10	5,40
10	0,94	0,64	9,40	6,40
11	0,99	0,69	10,89	7,59
12	1,04	0,74	12,48	8,88
13	1,10	0,80	14,30	10,40
14	1,16	0,86	16,24	12,04
15	1,23	0,93	18,45	13,95
16	1,30	1,00	20,80	16,00
17	1,37	1,07	23,29	18,19
18	1,45	1,15	26,10	20,50
19	1,53	1,23	29,07	23,37
20	1,62	1,32	32,40	26,40
21	1,71	1,41	35,91	29,61
22	1,80	1,50	39,60	33,00
23	1,91	1,61	43,93	37,03
24	2,01	1,71	48,24	41,04
25	2,12	1,82	53,00	45,50
26	2,24	1,94	58,14	50,44
27	2,36	2,06	63,72	55,62
28	2,48	2,18	69,44	61,04
29	2,61	2,31	75,69	66,99
30	2,74	2,44	82,20	73,20
31	2,88	2,58	89,28	79,98
32	3,02	2,72	96,64	87,04
33	3,17	2,87	104,61	94,71
34	3,32	3,02	112,88	102,68
35	3,51	3,21	122,85	112,35
36	3,70	3,40	133,20	122,40
37	3,87	3,57	143,19	132,09
38	4,04	3,74	153,52	142,12
39	4,22	3,92	164,58	152,88
40	4,40	4,10	176,00	164,00

grande influence sur le travail et tiennent à avoir des machines très légères, souvent au détriment de la solidité. Nous croyons donc intéressant d'étudier l'influence de la variation du poids de la machine sur le travail à effectuer. Soit P , le poids total du cycliste et de la machine : la résistance sera donnée par la formule

$$R = Px + Kv^2$$

en négligeant le terme en v , qui est généralement très petit. Supposons qu'on augmente le poids de la machine de ϖ , le poids total augmente de ϖ et la résistance augmentera de $\varpi.x$. Le rapport de l'accroissement du travail au travail total sera égal au rapport de l'accroissement de la résistance à la résistance totale. Ce sera donc :

$$m = \frac{\varpi.x}{Px + Kv^2}.$$

Lorsque v est petit, c'est-à-dire quand la vitesse est très petite le rapport m est à peu près égal à $\frac{\varpi}{P}$ et lorsque v croît, m décroît, donc :

1° *La fraction dont le travail augmente pour un accroissement du poids de la machine est toujours plus petite que le rapport de l'accroissement du poids au poids total.*

Ainsi, pour un homme adulte, P est environ égal à 80 kilogrammes. Donc, pour un accrois-

sement de poids de 1 kilogramme, le travail augmente *de moins* du $\frac{1}{80}$ de sa valeur.

Pour un enfant pesant 45 kilogrammes sur une machine de 12 kilogrammes on a $P = 57$ kilogrammes et le travail augmente *de moins* du $\frac{1}{57}$ de sa valeur pour une augmentation de poids de 1 kilogramme.

2° *La fraction dont le travail augmente, pour un accroissement de poids donné de la machine, diminue quand la vitesse augmente.*

C'est-à-dire que l'augmentation *relative* du travail est plus petite quand la vitesse est grande. On arrive donc à cette conclusion qui, au premier abord, paraît paradoxale, que, plus on va vite, moins on s'aperçoit de la lourdeur de la machine.

Pour donner des exemples, nous avons calculé m pour quelques vitesses sur piste et sur route en prenant les deux formules qui nous ont déjà servi :

$$R = P \times 0,009 + 0,06 Sv^2 \text{ (route)}$$

$$R = P \times 0,004 + 0,06 Sv^2 \text{ (piste)}$$

d'abord pour un *homme* :

$$P = 80 \text{ kilogrammes, } S = 0^{\text{m}^2},5$$

et puis, pour un *enfant* :

$$P = 57 \text{ kilogrammes, } S = 0^{\text{m}^2},4$$

Ce qui donne le tableau suivant :

Vitesse en kilomètres à l'heure	m			
	Homme		Enfant	
	Route	Piste	Route	Piste
10	$\frac{1}{104}$	$\frac{1}{160}$	$\frac{1}{77}$	$\frac{1}{80}$
20	$\frac{1}{180}$	$\frac{1}{330}$	$\frac{1}{140}$	$\frac{1}{247}$
30	$\frac{1}{304}$	$\frac{1}{610}$	$\frac{1}{246}$	$\frac{1}{485}$
40	$\frac{1}{488}$	$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{394}$	$\frac{1}{817}$

Ce tableau montre que l'augmentation du poids de la machine de 1 kilogramme n'entraîne qu'une augmentation *relative* toujours *assez faible*. C'est surtout dans les grandes vitesses et sur piste que cette augmentation est la *moins sensible*. On est alors en droit de se demander si, réellement, il y a un si grand avantage à alléger *outré mesure* les machines au détriment de leur solidité. D'ailleurs, il faut ajouter qu'il est clair que si on diminue le poids de la machine on *diminue* aussi sa *rigidité* et, par suite, on *augmente les vibrations*. Il pourrait arriver que cette augmentation de vibrations (d'où il

résulterait l'introduction d'un terme en v dans la résistance) produise une perte de force vive qui compense et, au-delà, le travail gagné par la diminution de poids de la machine et cela *surtout sur route*. Nous croyons donc que les touristes, les routiers, ceux, en un mot, qui se servent de la bicyclette comme d'un moyen de transport pratique, feront bien de ne pas suivre les conseils de certains constructeurs trop hardis et de ne pas prendre une machine trop légère. Un routier devra d'abord chercher une machine *rigide* et *solide* ayant, cela va sans dire, des roulements bien finis, en acier bien trempé, sans trop se préoccuper du poids. Il n'y perdra pas au point de vue de la dépense de travail, il y gagnera certainement en sécurité et sa machine fera un long service.

Nous sommes bien étonné que les constructeurs n'aient pas encore pu quitter cette routine déplorable qui consiste à construire un type *uniforme* de machines routières qui doit servir pour *tout le monde*, pour les enfants, les adultes et les hommes faits.

Le poids et la résistance d'une machine devraient être proportionnés à la corpulence du cavalier. Il devrait exister plusieurs modèles de routières. Par exemple, le n° 1 pour les poids au-dessous de 60 kilogrammes; n° 2, de

60 à 75 kilogrammes ; n° 3, de 75 à 90 kilogrammes ; et n° 4, pour les cavaliers de plus de 90 kilogrammes. Ainsi, pour donner un exemple de cette incurie des constructeurs, il suffit de dire que, pendant longtemps, on a fabriqué les *tandems* destinés à recevoir deux cavaliers avec les *mêmes tubes* et les *mêmes pneumatiques* que les bicyclettes à une personne. Aussi les accidents graves ont été fréquents. On n'a pas encore pu trouver une *triple* dont le pneumatique résiste à la route, car on n'a jamais pensé que le bandage qui doit supporter trois personnes doit avoir des parois plus épaisses que celui qui n'en supporte qu'une et cela pour pouvoir être plus gonflé.

Travail sur un sol incliné. — Lorsqu'un cycliste marche sur une route en pente, le travail nécessaire à la propulsion est égal au travail nécessaire, à la même vitesse, sur sol horizontal, augmenté ou diminué du travail nécessaire à élever ou à abaisser le poids total du cycliste et de sa machine à la hauteur dont il est monté ou descendu.

1° *Cas de la montée.* — Soient P , le poids du cavalier et de sa machine ; p , la pente de la route. Lorsque la machine parcourt un mètre le cycliste s'élève de p fractions de mètres et, par

suite, le travail nécessaire à élever le cycliste est Pp (en kilogrammètres si P est évalué en kilogrammes). Soit R , la résistance sur sol horizontal, le travail *par mètre* sera :

$$R + Pp$$

et le travail *par seconde*, la vitesse étant v est :

$$\mathfrak{E}_s = (R + Pp)v.$$

or, comme nous le savons :

$$R = P(\alpha + \beta v) + K Sv^2$$

d'où

$$\mathfrak{E}_s = [P(p + \alpha + \beta v) + K Sv^2]v.$$

Le travail est donc le même que si la résistance était augmentée de la quantité constante Pp . Avec une machine munie de pneumatiques on a sensiblement, $B = 0$ et en prenant les nombres que nous avons déjà adoptés on aurait *sur route à la montée* :

$$\mathfrak{E}_s = [P(p + 0,009) + 0,06 Sv^2]v.$$

Pour qu'on puisse se rendre compte de la variation du travail sur route suivant les diverses montées pour les pentes de 0,01 à 0,08, c'est-à-dire de 1 à 8 centimètres par mètre, nous avons supposé, comme toujours, $P = 80$ kilogrammes et $S = 0^m^2,5$, et nous avons fait le calcul du travail *par mètre* et *par heure*, ce qui donne les deux tableaux suivants :

TABLEAU DU TRAVAIL PAR MÈTRE
SUR ROUTE MONTANTE

Vitesses en kilo- mètres à l'heure	Travail par mètre en kilogrammètres pour les montées de pente								
	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08
8	0,86	1,66	2,46	3,26	4,06	4,86	5,66	6,46	7,26
9	0,90	1,70	2,50	3,30	4,10	4,90	5,70	6,50	7,30
10	0,94	1,74	2,54	3,34	4,14	4,94	5,74	6,54	7,34
11	0,99	1,79	2,59	3,39	4,19	4,99	5,79	6,59	7,39
12	1,04	1,84	2,64	3,44	4,24	5,04	5,84	6,64	7,44
13	1,10	1,90	2,70	3,50	4,30	5,10	5,90	6,70	7,50
14	1,16	1,96	2,76	3,56	4,36	5,16	5,96	6,76	7,56
15	1,23	2,03	2,83	3,63	4,43	5,23	6,03	6,83	7,63
16	1,30	2,10	2,90	3,70	4,50	5,30	6,10	6,90	7,70
17	1,37	2,17	2,97	3,77	4,57	5,37	6,17	6,97	7,77
18	1,45	2,25	3,05	3,85	4,65	5,45	6,25	7,05	7,85
19	1,53	2,33	3,13	3,93	4,73	5,53	6,33	7,13	7,93
20	1,62	2,42	3,22	4,02	4,82	5,62	6,42	7,22	8,02
21	1,71	2,51	3,31	4,11	4,91	5,71	6,51	7,31	
22	1,80	2,60	3,40	4,20	5,00	5,80	6,60	7,40	
23	1,91	2,71	3,51	4,31	5,11	5,91	6,71	7,51	
24	2,01	2,81	3,61	4,41	5,21	6,01	6,81	7,61	
25	2,12	2,92	3,72	4,52	5,32	6,12	6,92	7,72	
26	2,24	3,04	3,84	4,64	5,44	6,24	7,04	7,84	
27	2,36	3,16	3,96	4,76	5,56	6,36	7,16	7,96	
28	2,48	3,28	4,08	4,88	5,68	6,48	7,28	8,08	
29	2,61	3,41	4,21	5,01	5,81	6,61	7,41		
30	2,74	3,54	4,34	5,14	5,94	6,74	7,54		
31	2,88	3,68	4,48	5,28	6,08	6,88	7,68		
32	3,02	3,82	4,62	5,42	6,22	7,02	7,82		
33	3,17	3,97	4,77	5,57	6,37	7,17	7,97		
34	3,32	4,12	4,92	5,72	6,52	7,32			
35	3,51	4,31	5,11	5,91	6,71	7,51			

TABLEAU DU TRAVAIL DÉPENSÉ PAR HEURE
SUR ROUTE MONTANTE

Vitesse en kilo- mètres par heure	Travail par heure en tonne-mètres pour les montées de pente								
	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08
8	7,1	13,5	19,9	26,3	32,7	39,1	45,5	51,9	58,3
9	8,1	15,3	22,5	29,7	36,9	44,1	51,3	58,5	65,7
10	9,4	17,4	25,4	33,4	41,4	49,4	57,4	65,4	73,4
11	10,9	19,7	28,5	37,3	46,1	54,9	63,7	72,5	81,3
12	12,5	22,1	31,7	41,3	50,9	60,5	70,1	79,7	89,3
13	14,3	24,7	35,1	45,5	55,9	66,3	76,7	87,1	97,5
14	16,2	27,4	38,6	49,8	61,0	72,2	83,4	94,6	105,8
15	18,5	30,5	42,5	54,5	66,5	78,5	90,5	102,5	114,5
16	20,8	33,6	46,4	59,2	72,0	84,8	97,6	110,4	123,2
17	23,3	36,9	50,5	64,1	77,7	91,3	104,9	118,5	
18	26,1	40,5	54,9	69,3	83,7	98,1	112,5	126,9	
19	29,1	44,3	59,5	74,7	89,9	105,1	110,3		
20	32,4	48,4	64,4	80,4	96,4	112,4			
21	35,9	52,7	69,5	86,3	103,1	119,9			
22	39,6	57,2	74,8	92,4	110,0				
23	43,9	62,3	80,7	99,1	117,5				
24	48,2	67,4	86,6	105,8	125,0				
25	53,0	73,0	93,0	113,0					
26	58,1	78,9	99,7	120,5					
27	63,7	85,3	106,9						
28	69,4	91,8	114,2						
29	75,7	98,9	122,1						
30	82,2	106,2							
31	89,3	114,1							
32	96,6	122,2							
33	104,6								
34	112,9								
35	122,9								

Dans ces deux tableaux les nombres de la colonne zéro contiennent des nombres que nous avons déjà calculés et qui figurent dans un tableau précédent. Ils donnent le travail sur route horizontale. Nous avons jugé inutile de calculer les nombres lorsque ceux-ci dépassaient des limites peu vraisemblables. Ainsi, dans le second tableau, nous n'avons pas inscrit les nombres où le travail dépasse 120 tonne-mètres.

Les nombres du second tableau sont très grands et si on pouvait les admettre à la lettre ils donneraient des renseignements fort intéressants sur le travail qu'un homme est capable de produire dans une heure. Comme nous l'avons déjà dit, les nombres sont, probablement, trop forts pour les grandes vitesses à cause de la façon spéciale avec laquelle les coureurs se tiennent en machine. Dans les vitesses au-dessous de 25 kilomètres à l'heure ils sont tout à fait vraisemblables et ils prouvent, alors, que la bicyclette est un des meilleurs transformateurs du travail humain. Ainsi, sur une route horizontale, le cavalier dépense 32 400 kilogrammètres à l'heure à la vitesse de 20 kilomètres à l'heure, ce qui est une vitesse très ordinaire et qu'un bicycliste moyen pourrait soutenir pendant plusieurs heures.

En comparant les nombres du second tableau, on serait tenté de faire des rapprochements et de tirer des déductions sur les vitesses qu'un bicycliste pourrait soutenir sur des côtes données. Ainsi, par exemple, en faisant une dépense de 50 tonne-mètres par heure, un bicycliste marcherait sur route horizontale à 24 kilomètres à l'heure; sur la pente 0,01 à 20 kilomètres; sur la pente 0,02 à 17 kilomètres; sur la pente 0,03 à 14 kilomètres, etc., sur la pente 0,05 à 10 kilomètres à l'heure. On serait tenté d'en conclure qu'un bicycliste capable de marcher à 24 kilomètres à l'heure en plaine serait capable *sans plus de fatigue* de gravir une côte de 1 centimètre par mètre à 20 kilomètres à l'heure, etc., une côte de 5 centimètres par mètre à 10 kilomètres à l'heure. Or, tous les cyclistes savent fort bien qu'un cavalier capable de mener pendant une heure le train de 25 kilomètres à l'heure sur route plate sans être trop fatigué, serait fourbu après avoir gravi une côte de 5 centimètres par mètre pendant un quart d'heure au train de 10 kilomètres à l'heure. Nous expliquerons ce paradoxe plus loin et nous montrerons que ce qu'il faut comparer *ce n'est point le travail total* mais le *travail par coup de pédale* ou, ce qui revient au même, la *pression sur la pédale*.

2° *Cas de la descente.* — Avant d'étudier le travail à la descente, nous ferons la remarque suivante :

La résistance sur le sol horizontal étant donnée par la formule

$$R = P\alpha + P\beta v + K S v^2$$

(P étant le poids total du cycliste et de la machine ; S , la surface que le cavalier offre à l'air ; v , la vitesse et α , β , K , des coefficients numériques), il en résulte que la résistance est toujours supérieure à $P\alpha$. Par suite, si la pente p est plus petite que le coefficient α , la composante Pp du poids, qui aide à la propulsion de la machine, dans la descente, sera toujours plus petite que la résistance R et le cavalier sera obligé de *presser* sur les pédales pour faire avancer la machine de façon à vaincre la résistance *qui reste* $R - Pp$.

Mais si, au contraire, la pente p est plus grande que α , pour une valeur suffisamment petite de v , la résistance R sera plus petite que la composante Pp de la pesanteur, et, si le cavalier ne veut pas que le mouvement s'accélère, il devra *peser* ou *retenir* sur les pédales pour empêcher la vitesse de s'accroître. Il devra donc effectuer un travail pour compenser la force accélératrice $Pp - R$.

Si maintenant, *dans ce cas* ($p > \alpha$), le cycliste abandonne les pédales, la machine prendra d'abord

un mouvement accéléré et il arrivera finalement un moment où la résistance R , allant en augmentant, finira par atteindre la valeur $P\rho$. A cet instant, la force accélératrice sera nulle et la machine prendra un mouvement uniforme (¹). Nous appellerons *vitesse limite pour la pente p* la vitesse V à laquelle la machine marchera lorsqu'elle aura pris le mouvement uniforme. Cette *vitesse limite est donc la vitesse à laquelle le travail de la résistance est exactement égal au travail de la pesanteur* (c'est la mesure de cette vitesse limite qui servait, dans les expériences de M. Guye, à déterminer le travail).

(¹) Il faut remarquer que, *théoriquement*, le mouvement sera *tout le temps accéléré*. *Théoriquement* la vitesse de la machine tend *asymptotiquement* vers la vitesse limite V ; c'est-à-dire que le mouvement tend à devenir uniforme sans jamais l'être.

L'équation du mouvement de la machine abandonnée à elle-même est, en effet :

$$\frac{P}{g} \frac{dv}{dt} = P(p - \alpha) - Ksv^2 = KS(V^2 - v^2)$$

V , étant la vitesse limite; g , l'accélération de la pesanteur. Ce qui donne en intégrant :

$$\frac{V + v}{V - v} = e^{Qt}$$

Q , étant une constante positive. On voit alors que, pour t infini v tend vers V .

Mais, pratiquement, v se rapproche assez vite de V pour qu'au bout d'un temps relativement court on puisse considérer la vitesse limite comme atteinte.

Pour la vitesse limite V on a donc

$$KSV^2 + \alpha P = pP \quad (B = 0)$$

d'où

$$V = \sqrt{\frac{P(p - \alpha)}{KS}}$$

Prenons, comme d'habitude,

$$\alpha = 0,009 \quad KS = 0,03.$$

Donc pour que la machine marche, sans l'aide du cavalier il faudra, d'abord, que la pente soit supérieure à 0,009, c'est-à-dire qu'elle ait plus de 9 millimètres par mètre et s'il en est ainsi la vitesse limite sera

$$V = \sqrt{\frac{P(p - 0,009)}{0,03}}.$$

En appliquant cette formule, on trouve les résultats suivants pour $P = 80$ kilogrammes.

Pente	Vitesse limite	
	en mètres par seconde	en kilomètres par heure
0,01	1,60	5,7
0,02	5,40	19,4
0,03	7,50	27,1
0,04	9,10	33,2
0,05	10,50	37,8
0,06	11,70	42,1

On voit, alors, que, dans le cas où la pente p est supérieure au coefficient α , il faut distinguer deux cas, suivant que le cycliste marche avec une vitesse supérieure ou inférieure à la vitesse limite.

Si le cycliste veut marcher à une vitesse *supérieure* à la vitesse limite de la pente, il devra *presser* sur les pédales, car la résistance R sera plus grande que la composante accélératrice Pp du poids. Le travail à effectuer *par seconde* sera, alors, donné par la formule

$$\tau_r = [P(\alpha - p + \beta v) + K S v^2].v$$

où $v > V$.

D'ailleurs, dans le cas où p est plus petit que α , cette formule sera applicable pour *toutes* les vitesses.

Dans le cas, au contraire, où le cycliste veut marcher à une vitesse *inférieure* à la vitesse limite V relative à la pente ($p > \alpha$), il est forcé de *peser* sur les pédales, c'est-à-dire d'arrêter le mouvement en *retenant* les pédales, ce qui l'oblige à faire un travail inverse qui, *par seconde*, est donné par la formule

$$\tau_r = [P(p - \alpha - \beta v) - K S v^2].v$$

où $v < V$.

Si on convient de considérer comme *néglatif* le travail à effectuer lorsque le travail sert à *rete-*

nir les pédales, on aura, pour représenter le travail, la formule *unique*

$$\varepsilon_r = [P(\alpha - p + \beta v) + K S v^2].v.$$

Lorsque le nombre fourni par cette formule sera négatif, cela indiquera que le travail est effectué en *retenant* les pédales.

En prenant nos coefficients habituels (1), on aurait pour le *travail par mètre*

$$\varepsilon_m = P(0,009 - p) + 0,03 v^2$$

et pour le *travail par seconde*

$$\varepsilon_s = [P(0,009 - p) + 0,03 v^2].v.$$

P désignant le poids total du cycliste et de sa machine; v , la vitesse et p , la pente de la descente.

Comme applications numériques, nous donnons les valeurs du travail par mètre et par heure, dans le cas où $P = 80$ kilogrammes, dans les deux tableaux suivants :

(1) Si on avait pris la formule de M. Guye (*Journal la Nature*, 1893), on aurait $\alpha = 0,03$ et on en conclurait qu'à partir de la pente 0,03, c'est-à-dire de 3 centimètres par mètre, une bicyclette ne roulerait pas *toute seule* à la descente. Or, une pente de 3 centimètres par mètre est déjà une pente assez forte et une expérience banale montrera que si on s'abandonne sur une pente de 2 centimètres par mètre *seulement*, on atteint en *pneumatique* une vitesse voisine de 20 kilomètres à l'heure. Cette raison à elle seule suffit pour condamner la formule de M. Guye.

TABLEAU DU TRAVAIL DÉPENSÉ PAR MÈTRE, SUR ROUTE
A LA DESCENTE

Vitesse en kilo- mètres à l'heure	Travail par mètre, en kilogrammètres, pour les descentes de pente							
	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07
8	0,86	+ 0,06	- 0,74	- 1,54	- 2,34	- 3,14	- 3,94	- 4,74
9	0,90	0,10	- 0,70	- 1,50	- 2,30	- 3,10	- 3,90	- 4,70
10	0,94	0,14	- 0,66	- 1,46	- 2,26	- 3,06	- 3,86	- 4,66
11	0,99	0,19	- 0,61	- 1,41	- 2,21	- 3,01	- 3,81	- 4,61
12	1,04	0,24	- 0,56	- 1,36	- 2,16	- 2,96	- 3,76	- 4,56
13	1,10	0,30	- 0,50	- 1,30	- 2,10	- 2,90	- 3,70	- 4,50
14	1,16	0,36	- 0,44	- 1,24	- 2,04	- 2,84	- 3,64	- 4,44
15	1,23	0,43	- 0,37	- 1,17	- 1,97	- 2,77	- 3,57	- 4,37
16	1,30	0,50	- 0,30	- 1,10	- 1,90	- 2,70	- 3,50	- 4,30
17	1,37	0,57	- 0,23	- 1,03	- 1,83	- 2,63	- 3,43	- 4,23
18	1,45	0,65	- 0,15	- 0,95	- 1,75	- 2,55	- 3,35	- 4,15
19	1,53	0,73	- 0,07	- 0,87	- 1,67	- 2,47	- 3,27	- 4,07
20	1,62	0,82	+ 0,02	- 0,78	- 1,58	- 2,38	- 3,18	- 3,98
21	1,71	0,91	+ 0,11	- 0,69	- 1,49	- 2,29	- 3,09	- 3,89
22	1,80	1,00	+ 0,20	- 0,60	- 1,40	- 2,20	- 3,00	- 3,80
23	1,91	1,11	+ 0,31	- 0,49	- 1,29	- 2,09	- 2,89	- 3,69
24	2,01	1,21	+ 0,41	- 0,39	- 1,19	- 1,99	- 2,79	- 3,59
25	2,12	1,32	+ 0,52	- 0,28	- 1,08	- 1,88	- 2,68	- 3,48
26	2,24	1,44	+ 0,64	- 0,16	- 0,96	- 1,76	- 2,56	- 3,36
27	2,36	1,56	+ 0,76	- 0,04	- 0,84	- 1,64	- 2,44	- 3,24
28	2,48	1,68	+ 0,88	+ 0,08	- 0,72	- 1,52	- 2,32	- 3,12
29	2,61	1,81	+ 1,01	+ 0,21	- 0,59	- 1,39	- 2,19	- 2,99
30	2,74	1,94	+ 1,14	+ 0,34	- 0,46	- 1,26	- 2,06	- 2,86
31	2,88	2,08	+ 1,28	+ 0,48	- 0,32	- 1,12	- 1,92	- 2,72
32	3,02	2,22	+ 1,42	+ 0,62	- 0,18	- 0,98	- 1,78	- 2,58
33	3,17	2,37	+ 1,57	+ 0,77	- 0,03	- 0,83	- 1,63	- 2,43
34	3,32	2,52	+ 1,72	+ 0,82	+ 0,02	- 0,78	- 1,58	- 2,38
35	3,51	+ 2,71	+ 1,91	+ 1,11	+ 0,21	- 0,59	- 1,39	- 2,19

TABLEAU DU TRAVAIL DÉPENSÉ PAR HEURE, SUR ROUTE
À LA DESCENTE

Vitesse en kilo- mètres à l'heure	Travail par heure, en tonne-mètres pour les descentes de pente								
	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08
8	7,1	0,7	-5,7	-12,1	-18,5	-24,9	-31,3	-37,7	-44,1
9	8,1	0,9	-6,3	-13,5	-20,7	-27,9	-35,1	-42,3	-49,5
10	9,4	1,4	-6,6	-14,6	-22,6	-30,6	-38,6	-46,6	-54,6
11	10,9	2,1	-6,7	-15,5	-24,3	-33,1	-41,9	-50,7	-59,5
12	12,5	2,9	-6,7	-16,3	-25,9	-35,5	-45,1	-54,7	-64,3
13	14,3	3,9	-6,5	-16,9	-27,3	-37,7	-48,1	-58,5	-68,9
14	16,2	5,0	-6,2	-17,2	-28,4	-39,6	-50,8	-62,0	-73,2
15	18,5	6,5	-5,5	-17,5	-29,5	-41,5	-53,5	-65,5	-77,5
16	20,8	8,0	-4,8	-17,6	-30,4	-43,2	-56,0	-68,8	-81,6
17	23,3	9,7	-3,9	-17,5	-31,1	-44,7	-58,3	-71,9	-85,5
18	26,1	11,7	-2,7	-17,1	-31,5	-45,9	-60,3	-74,7	-89,1
19	29,1	13,9	-1,3	-16,5	-31,7	-46,9	-62,1	-77,3	-92,5
20	32,4	16,4	+0,4	-15,6	-31,6	-47,6	-63,6	-79,6	-95,6
21	35,9	19,1	+2,3	-14,4	-31,4	-48,2	-65,0	-81,8	-98,6
22	39,6	22,0	+4,4	-13,2	-30,8	-48,4	-66,0	-83,6	-101,2
23	43,9	25,5	+7,1	-11,3	-29,7	-48,1	-66,5	-85,9	-104,3
24	48,2	29,0	+9,8	-9,4	-28,6	-47,8	-67,0	-86,2	-105,4
25	53,0	33,0	+13,0	-7,0	-27,0	-47,0	-67,0	-87,0	-107,0
26	58,1	37,3	+16,5	-4,3	-25,1	-45,9	-66,7	-87,5	-108,3
27	63,7	42,1	+20,5	-1,1	-22,7	-44,3	-65,9	-87,5	-109,1
28	69,4	47,0	+24,6	+2,2	-20,2	-42,6	-65,0	-87,4	-109,8
29	75,7	52,5	+29,3	+6,1	-17,1	-40,3	-63,5	-86,7	-109,9
30	82,2	58,2	+34,2	+10,2	-13,8	-37,8	-61,8	-85,8	-109,8
31	89,3	64,5	+39,7	+14,9	-9,9	-34,7	-59,5	-84,3	-109,1
32	96,6	71,0	+45,4	+19,8	-5,8	-31,4	-57,0	-82,6	-108,2
33	104,6	78,2	+51,8	+25,4	-1,0	-27,4	-53,8	-80,2	-106,6
34	112,9	85,7	+58,5	+31,3	+4,1	-22,3	-49,5	-76,7	-103,9
35	122,9	94,9	+66,9	+38,9	+10,9	-16,3	-43,5	-70,7	-97,9

Dans ces deux tableaux nous avons marqué une barre au point où la vitesse est limite et où le travail cesse d'être négatif pour devenir positif. Il n'y a que pour les pentes 0,02, 0,03 et 0,04 que la vitesse limite est comprise entre 8 et 35 kilomètres à l'heure. Pour la pente 0,01 la vitesse limite étant environ 6 kilomètres à l'heure, il faut toujours presser sur la pédale pour marcher à une vitesse supérieure à 8 kilomètres. Au contraire, pour les pentes à partir de 0,05, la vitesse limite étant supérieure à 35 kilomètres, il faut toujours retenir.

Le second tableau, qui donne le travail par heure, met en évidence un fait intéressant. Lorsqu'on lit une colonne de travaux négatifs de bas en haut, on voit que le travail *résistant* pour une pente déterminée va, *d'abord en croissant*, atteint un maximum pour décroître ensuite et devenir nul pour la vitesse limite correspondant à cette pente. Ceci étonne au premier abord, car il semble que plus on veut aller lentement, plus on est forcé de faire de grands efforts pour retenir la machine. Si on regarde le premier tableau on voit qu'effectivement le travail *résistant par mètre* est d'autant plus grand qu'on veut aller plus lentement, mais, pour le travail *par heure*, il n'en est pas de même, car pour obtenir

ce travail il faut multiplier le travail par mètre par la distance parcourue pendant l'heure. Lorsque la vitesse augmente, le travail par mètre diminue, mais la distance parcourue dans une heure augmente et le produit ne diminue pas mais passe par un maximum. Dans le second tableau nous avons marqué d'un astérisque les travaux négatifs maxima pour les diverses pentes. Il est facile de déterminer la vitesse pour laquelle le travail par heure est maximum. En effet, on a pour le travail par seconde

$$\mathfrak{E}_r = [P(\alpha - p) + KS.v^2]v$$

(en supposant $\beta = 0$). Pour que ce travail soit maximum il faut que l'on ait

$$P(\alpha - p) + 3KSv^2 = 0$$

(en égalant à zéro la dérivée de \mathfrak{E}_r par rapport à v). Ce qui donne pour la vitesse pour laquelle le travail résistant est maximum

$$v = \sqrt{\frac{P(p - \alpha)}{3KS}}.$$

Or, comme nous l'avons vu, la vitesse limite V correspondant à la pente p est

$$V = \sqrt{\frac{P(p - \alpha)}{KS}}$$

donc on a

$$v = \frac{V}{\sqrt{3}}.$$

Donc, la vitesse pour laquelle le travail résistant est maximum est égale à la vitesse limite divisée par $\sqrt{3}$.

En prenant nos coefficients numériques, on a le tableau suivant :

Pente	Vitesse de travail maximum	
0,02	11,2	} kilomètres à l'heure
0,03	15,6	
0,04	18,8	
0,05	21,7	
0,06	24,2	
0,07	26,6	
0,08	28,5	

Ce résultat de calcul est, d'ailleurs, bien en concordance avec les résultats des observations qu'ont faites tous les cyclistes. Tous ceux qui ont un peu pratiqué le cycle savent, en effet, qu'à la descente il ne faut pas se *laisser emballer* au risque de ne plus pouvoir arrêter la machine sans frein. Il y a là une double raison : la première est que, quand la vitesse croît, le travail nécessaire pour arrêter la machine ou plutôt pour maintenir l'allure de la machine, augmente et peut devenir trop considérable ; la seconde est que, lorsque la vitesse devient très grande, les jambes, entraînées par les pédales à une allure

très rapide, ne peuvent plus donner l'effort nécessaire en sens inverse.

Travail par coup de pédale, choix de la multiplication. — Lorsqu'on connaît le travail nécessaire pour faire avancer la machine d'un mètre, il est facile d'en déduire le travail *par coup de pédale*. A chaque coup de pédale, la machine avance d'une quantité égale à la *moitié du développement* puisque, pour deux coups de pédale consécutifs, un de chaque pied, chaque manivelle fait un tour complet. Nous savons qu'on appelle *multiplication* d'une machine le diamètre de la roue motrice d'un grand bicycle (non multiplié) qui avance autant, par coup de pédale, que la machine donnée. Donc, si a est la multiplication, πa est de développement ($\pi = 3,14159\dots$). Le travail par coup de pédale \mathfrak{E}_c se déduit donc du travail par mètre \mathfrak{E}_m , par la formule

$$\mathfrak{E}_c = \frac{\pi}{2} \cdot a \cdot \mathfrak{E}_m.$$

En nous servant des nombres calculés précédemment, pour le travail par mètre, nous avons calculé le tableau suivant qui donne le travail par coup de pédale sur *route horizontale* pour les multiplications variant de 1^m,30 à 1^m,70, qui sont les multiplications extrêmes usitées.

TABLEAU DU TRAVAIL PAR COUP DE PÉDALE

Vitesse en kilomètres à l'heure	Travail par coup de pédale (en kilogrammètres) sur route horizontale, pour les multiplications				
	1 ^m ,30	1 ^m ,40	1 ^m ,50	1 ^m ,60	1 ^m ,70
8	1,75	1,89	2,02	2,16	2,29
9	1,84	1,98	2,12	2,26	2,40
10	1,93	2,07	2,22	2,36	2,51
11	2,02	2,18	2,33	2,48	2,64
12	2,12	2,29	2,45	2,61	2,77
13	2,24	2,42	2,59	2,76	2,93
14	2,37	2,55	2,73	2,91	3,10
15	2,51	2,70	2,90	3,09	3,27
16	2,65	2,86	3,06	3,27	3,47
17	2,79	3,01	3,22	3,44	3,66
18	2,96	3,19	3,41	3,64	3,87
19	3,12	3,37	3,60	3,84	4,08
20	3,30	3,56	3,81	4,07	4,32
21	3,49	3,76	4,03	4,30	4,56
22	3,67	3,98	4,24	4,53	4,80
23	3,91	4,20	4,50	4,80	5,10
24	4,10	4,42	4,73	5,02	5,38
25	4,33	4,66	4,99	5,33	5,66
26	4,57	4,93	5,28	5,63	5,98
27	4,82	5,19	5,56	5,93	6,30
28	5,06	5,45	5,84	6,23	6,62
29	5,33	5,74	6,15	6,56	6,97
30	5,60	6,03	6,46	6,89	7,32
31	5,88	6,33	6,79	7,24	7,69
32	6,17	6,64	7,12	7,59	8,06
33	6,47	6,97	7,47	7,97	8,47
34	6,78	7,30	7,82	8,34	8,87
35	7,17	7,72	8,27	8,82	9,37

De ce tableau, par un calcul facile, on pourra déduire le travail pour toutes les pentes possibles. En effet, on sait que, lorsqu'on gravit une rampe de pente p , le travail par mètre augmente de Pp , P étant le poids total de la machine et de son cavalier. Par suite, le travail, par coup de pédale, augmente de $Pp \frac{\pi a}{2}$. En d'autres termes, ce travail augmente *par centimètre de rampe* de $\frac{\pi}{2} \cdot a \cdot P \times 0,01$. Dans nos exemples nous avons toujours supposé $P = 80$ kilogrammes. Ce qui nous donne, alors, le tableau suivant :

ACCROISSEMENT DU TRAVAIL PAR COUP DE PÉDALE
(EN KILOGRAMMÈTRES)
POUR UN CENTIMÈTRE DE RAMPE

Multiplications	1 ^m ,30	1 ^m ,40	1 ^m ,50	1 ^m ,60	1 ^m ,70
Accroissement	1kgm,63	1kgm,76	1kgm,88	2kgm,01	2kgm,13

De ces tableaux, par un calcul élémentaire, on pourra déduire le travail nécessaire par coup de pédale pour gravir une pente donnée à une vitesse donnée.

Il suffira, pour cela, de prendre dans le second petit tableau le nombre correspondant à la multiplication de la machine, de le multiplier

par le nombre de centimètres par mètre de la rampe et d'y ajouter le travail par coup, sur route plate à la vitesse donnée, qui sera fourni par le premier grand tableau. Ainsi, par exemple, pour gravir une pente de 3 centimètres par mètre, sur une machine de multiplication 1^m,50 à la vitesse de 18 kilomètres à l'heure, il faut, par coup de pédale, un travail de

$$3,41 + 3 \times 1,88 = 9,05 \text{ kilogrammètres.}$$

La considération du travail *par coup de pédale* est du plus grand intérêt pour comparer les efforts du bicycliste dans diverses circonstances et pour prévoir ce dont un bicycliste donné est capable. Un bicycliste ne peut donner sur la pédale, d'après sa force physique personnelle, qu'une pression ne dépassant pas une limite qui est l'effort maximum que ses muscles sont capables de fournir. D'ailleurs, pour qu'il n'y ait pas *courbature*, il faut encore que cet effort, qui sera répété souvent, ne soit pas l'effort maximum mais ait une valeur moyenne convenable.

Comme ce travail par coup de pédale est, sensiblement, proportionnel à l'effort *moyen* du pied sur la pédale, ceci revient à dire que, pour que le bicycliste puisse parcourir une route donnée avec une vitesse donnée, il faut que le

travail par coup de pédale ne dépasse pas une certaine valeur limite, variable avec chaque individu et caractéristique de ce cavalier. Il faut ajouter, immédiatement, qu'il y a aussi une limite pour le nombre des coups de pédale que le bicycliste peut donner par heure. Pour que le cavalier puisse, à chaque coup de pédale, donner l'effort nécessaire *posément*, il faut qu'entre deux efforts consécutifs il y ait un intervalle de temps, assez grand, dont la longueur dépend du cavalier.

Un bicycliste moyen peut atteindre, sans grande difficulté, la vitesse de 22 à 23 kilomètres à l'heure *en terrain plat* sur une machine ayant une multiplication de 1^m,50. Or, à 23 kilomètres à l'heure, il faut environ 10 000 coups de pédale par heure. On peut donc admettre, qu'en moyenne, un cycliste *peut donner* 10 000 coups de pédale à l'heure, soit environ 3 coups par seconde (deux d'un pied et un de l'autre),

D'ailleurs, *en forçant*, un bicycliste routier ordinaire peut atteindre la vitesse de 28 à 29 kilomètres à l'heure *sur route horizontale* avec la multiplication de 1^m,70 ; d'où on concluerait, d'après le tableau précédent, qu'il est capable de donner près de 7 kilogrammètres par coup de pédale *sans courbature*.

Admettons donc, *pour faire des exemples*, que le nombre maximum de coups de pédale à l'heure est de 10 000 et le travail maximum par coup de pédale 7 kilogrammètres.

Voici, d'abord, le tableau des vitesses que le cycliste peut acquérir avec 10 000 coups de pédale à l'heure.

Multipliation. . . .	1 ^m ,3	1 ^m ,4	1 ^m ,5	1 ^m ,6	1 ^m ,7
Vitesse en kilomètres pour 10 000 coups . .	20 ^{km} ,4	22 ^{km}	23 ^{km} ,5	25 ^{km} ,1	26 ^{km} ,7

Il en résulte qu'un cycliste routier ordinaire ne dépasse pas les vitesses indiquées sur ce tableau.

L'expérience a appris à tous les cyclistes que lorsque le nombre de coups de pédale ne dépasse pas une limite trop élevée (ici nous admettons 10 000 coups à l'heure) la *courbature* (et non pas la fatigue) ne dépend pas du nombre de coups de pédale donnés, mais surtout de l'effort qu'il a fallu faire à chaque coup de pédale.

L'exercice journalier, l'*entraînement*, n'augmente pas, sensiblement, la *force* du muscle, mais augmente dans ce muscle la faculté de répéter un plus grand nombre de fois le même effort. La *force* du muscle dépend de la constitu-

tion physique du cycliste; l'entraînement a pour effet, moins de développer la force du muscle que de l'habituer à se *nourrir* plus vite, à réparer plus rapidement les pertes subies par le travail. Le résultat de l'entraînement est donc de développer chez le cycliste la faculté de donner un plus grand nombre de coups de pédale par heure et de soutenir ce train pendant plus longtemps.

Si, pour gravir une rampe, le cycliste est forcé de donner, par coup de pédale, un travail supérieur à son travail maximum, les muscles des jambes, forcés de donner des efforts supérieurs à l'effort dont ils sont capables *avec aisance*, seront courbaturés, raidis et se refuseront rapidement à tout travail.

En partant de ce principe que la courbature du muscle (entraîné) *dépend surtout du travail par coup de pédale* et moins du travail total, on pourra faire des comparaisons. Ainsi, par exemple, sur une machine ayant une multiplication de 1^m,40, un cycliste dépense à peu près le même travail par coup de pédale, c'est-à-dire donne à peu près la même pression sur la pédale.

A 25	kilomètres à l'heure en plaine		
A 17	" "	sur une rampe de 0,01	
A 6	" "	sur une rampe de 0,02	

Le cycliste ne sera donc pas plus *courbaturé* après avoir parcouru en une heure :

25 kilomètres en plaine

17 " " sur une montée de 1^{cm} par mètre

6 " " sur une montée de 2^{cm} par mètre

Et cependant, dans le premier cas, il a dépensé 53 tonne-mètres, dans le second 37 et dans le troisième 14 (d'après nos tableaux antérieurs) pendant l'heure.

Pour faire une comparaison classique, comparons le cycliste à une machine, par exemple à une machine actionnant un marteau-pilon. Les organes de la machine ont des résistances calculées de façon qu'elle puisse soulever un pilon de 7 tonnes, par exemple, et donner, au maximum, 1 000 coups par heure. La machine pourra donc, *sans se fausser* et sans une différence d'usure sensible, actionner un pilon de 5 tonnes à 800 coups, 500 coups ou 300 coups par heure. La seule différence sera dans la *dépense de combustible* qui sera dans les trois cas dans le rapport de 8 à 5 et à 3. Mais si on voulait faire mouvoir un pilon de 9 tonnes, même très lentement, les pièces, n'étant pas assez résistantes, se fausseraient, les axes gripperaient. Dans la machine humaine la courbature des membres, l'essoufflement correspondent au faussement des pièces et

la fatigue générale, l'appétit, correspondent à la dépense de combustible dans la machine à vapeur. Un cycliste, au point de vue du travail, est donc caractérisé par deux constantes. L'une qui est l'effort maximum qu'il peut donner sur la pédale ou plutôt le *travail* maximum qu'il peut fournir par coup de pédale, à toute allure, sans courbature; cette constante ne peut guère être modifiée par le cycliste, elle dépend de sa constitution physique et de son âge bien plus que de son état d'entraînement. L'autre constante est le *travail maximum total* que peut donner un cycliste, sans prendre de repos, celle-ci dépend de la *forme* du veloceman, de son état d'entraînement et varie essentiellement avec l'*entraînement*. La première constante donne la *vitesse* que peut acquérir le cycliste sur une machine de multiplication connue en gravissant une côte donnée; la seconde constante indiquera le *temps* que le cycliste pourra soutenir cette allure.

De ce qui précède, il résulte qu'il y a une pente maxima qu'un cycliste ne peut pas gravir sans donner par coup de pédale un travail supérieur au travail maximum qu'il peut donner *avec aisance*. D'ailleurs, pour que l'équilibre puisse être conservé, il faut que le cycliste ne marche pas trop lentement. Supposons, par exemple, que la

plus petite vitesse du cycliste soit 8 kilomètres à l'heure. La pente la plus forte que pourra gravir ce cycliste sera celle pour laquelle, à la vitesse de 8 kilomètres à l'heure, il lui faudra dépenser le maximum de travail par coup de pédale qu'il peut donner sans courbature. D'après ce que nous avons dit, sur une pente de k centimètres par mètre, le travail par coup de pédale, pour la multiplication de 1^m,30, est, à la vitesse de 8 kilomètres à l'heure,

$$1,75 + k. 1,63 \text{ kilogrammètres}$$

par suite, la pente maxima que pourra gravir, sans efforts extraordinaires, un cycliste moyen dont le maximum est 7 kilogrammètres, est donnée par

$$1,75 + k. 1,63 = 7$$

d'où on tire

$$k = \frac{7 - 1,75}{1,63} = 0,032.$$

Par un calcul analogue, on calculerait toutes les pentes maxima et on a le tableau suivant :

Multiplication . . .	1 ^m ,30	1 ^m ,40	1 ^m ,50	1 ^m ,60	1 ^m ,70
Pente maxima. . .	0,032	0,030	0,027	0,024	0,022

Comme on le voit, la pente maxima décroît rapidement lorsque la multiplication augmente. Ainsi le bicycliste qui gravira *sans essoufflement* une côte de 3 centimètres par mètre sur une machine de $1^m,40$ de multiplication, à la vitesse de 8 kilomètres à l'heure sera essoufflé et courbaturé pour gravir la même côte, avec la même vitesse sur une machine de $1^m,60$ de multiplication. La pente maxima qu'un cycliste peut gravir sur une machine donnée dépend essentiellement de la première constante de ce cycliste et est, par conséquent, très variable suivant les sujets. — Les coureurs qui sont en général, des hommes spécialement charpentés et qui ont des muscles solides, pourront prendre de fortes multiplications et, cependant, gravir, sans efforts extraordinaires, les côtes les plus raides de nos routes. Un *bon coureur* peut probablement donner *au moins* 10 kilogrammètres par coup de pédale, ce qui donne, pour sa pente maxima, *avec une multiplication de* $1^m,70$, 0,038. Il pourra donc, sans être essoufflé, sans efforts extraordinaires, gravir toutes les côtes jusqu'à 4 centimètres par mètre, avec une multiplication de $1^m,70$. D'ailleurs, il ne faudrait pas comparer un *coureur* à un *routier*. Le but du coureur étant d'arriver coûte que coûte, il

donne son maximum d'efforts au risque d'être complètement fourbu après la course. Le routier doit, au contraire, chercher à couvrir la distance qu'il veut parcourir sans faire d'efforts inusités et sans dépasser une fatigue raisonnable. Les rampes de 2 et 3 centimètres par mètre sont assez fréquentes sur nos routes, les rampes dépassant 4 centimètres sont rares et, en général, courtes, on peut donc dire qu'un routier sera dans de bonnes conditions s'il peut gravir aisément toutes les rampes jusqu'à 3 centimètres par mètre.

Notre tableau montre que ceci n'a lieu que si la multiplication est égale à $1^m,40$ ou plus petite. Ceci nous conduit donc à considérer la multiplication de $1^m,40$ comme la meilleure pour un routier moyen dans un pays qui n'est pas trop accidenté.

La multiplication de $1^m,50$ serait encore acceptable, mais les multiplications de $1^m,60$ et $1^m,70$ seraient beaucoup trop fortes. Avec la multiplication de $1^m,30$ à $1^m,40$ le cycliste pourra atteindre facilement en plaine ou à la descente la vitesse de 23 kilomètres à l'heure, ce qui est déjà une vitesse très raisonnable et il y aura peu de côtes qu'il ne pourra pas enlever. Un grand nombre de cyclistes, surtout les jeunes

gens, voulant imiter les coureurs, prennent des machines qui leur permettent d'atteindre des vitesses très grandes en plaine, aussi les voit-on rarement sur route parce qu'ils sont forcés de mettre pied à terre aux moindres côtes. Le véritable touriste, le routier, celui qui se sert de sa machine soit pour faire un voyage, soit pour faire un service journalier, ne devra prendre qu'une machine solide rigide, et n'ayant pas plus de $1^m,40$ de multiplication.

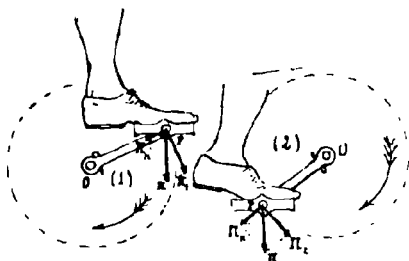
Dans les pays accidentés, les pays de montagne, il faudra prendre des multiplications encore plus faibles. Ainsi, avec une multiplication de $1^m,20$, un routier moyen pourrait faire une grande partie des routes de la Suisse.

Pression du pied sur la pédale. — La pression Π que le pied exerce sur la pédale est normale à cette pédale qui, à cause de sa mobilité autour de son axe, prend toujours une direction telle qu'il en soit ainsi. La direction de cette pression Π dépend, ainsi, de la position de la jambe par rapport à la manivelle. On peut toujours décomposer Π en deux forces, l'une Π_t dirigée normalement à la manivelle, c'est-à-dire tangentielllement à la circonférence décrite par l'axe de la pédale (*fig. 21*), l'autre Π_n dirigée suivant la direction de la manivelle et, par suite, nor-

male à la circonférence décrite par la pédale. La composante Π_t seule sert à actionner la machine, c'est-à-dire est seule *utile*. L'autre Π_n est détruite par la fixité de l'axe O de la manivelle et ne fait qu'augmenter le frottement de cet axe.

Le pied peut alors avoir deux positions : l'une, la position (1) (*fig. 21*), dans laquelle la

Fig. 21

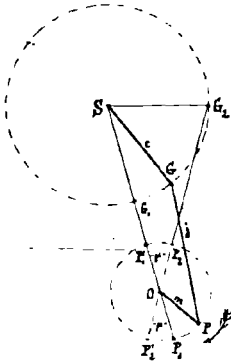


composante utile Π_t est dirigée dans le sens où doit tourner la manivelle, l'autre, la position (2), dans laquelle la composante Π_t serait dirigée en sens inverse et, par suite, contrarierait le mouvement de la manivelle. Ce n'est que dans la position (1) que le pied doit *presser* sur la pédale ; dans la position (2) il doit *suivre* le mouvement de la pédale sans *presser* sur elle. On passe de la position (1) à la position (2) et, inversement, en passant par deux positions limites qu'on ap-

pelle les *points morts* pour lesquelles la composante Π_t est nulle et, par suite, pour lesquelles

la direction de la jambe est dans le prolongement de la manivelle.

Fig. 22



Pour raisonner nous ferons une figure schématique (*fig. 22*). Soient O, l'axe de la manivelle OP; S, la selle ou, plus exactement, l'articulation de la cuisse. Le genou G décrira une circonférence de centre S et le pied P ou plutôt l'axe de la

pédale P décrit une circonférence de centre O dans le sens de la flèche. Un cycliste doit régler la position S de la selle de façon que, la jambe étant étendue, le pied se trouve au point mort le plus bas.

Donc, la jambe étant étendue, le pied sera en P_1 et le genou en G_1 sur SO. Prenons les notations suivantes :

Longueur de la cuisse : $SG = c$;

Longueur de la jambe : $GP = j$;

Longueur de la manivelle : $OP = m$;

Distance de la selle au pédalier : $SO = l$;

De la façon dont la selle est réglée on a :

$$SG_1 + G_1P_1 = SO + OP_1$$

c'est-à-dire :

$$c + j = l + m = K.$$

K étant la longueur totale de la jambe et de la cuisse étendues. Pour le second point mort, le genou occupe la position G_2 la plus élevée de façon que la direction G_2P_2 de la jambe soit dans le prolongement de la manivelle OP_2 . On voit alors que le pied ne pourra presser sur la pédale que de P_2 en P_1 (dans le sens de la flèche) et lorsque la pédale remontera de P_1 en P_2 le pied devra la suivre sans presser. Les deux pédales sont, à chaque instant, diamétralement opposées de telle façon que quand l'une des pédales est en P_1 l'autre est en P'_1 (fig. 22). Lorsque la première pédale va de P_1 en P'_2 la seconde va de P'_1 en P_2 et aucune des deux pédales ne sera dans une position pour laquelle le pied puisse presser. Donc, lorsque l'une des pédales va de P_1 en P'_2 ou de P'_1 en P_2 , le cycliste ne peut avoir aucune action propulsive sur sa machine ; il y a un *temps mort*, pendant lequel la machine marche toute seule, en vertu de sa vitesse acquise. Le problème qui se pose est de chercher à rendre ce temps mort le moins nuisible.

Soit μ , l'angle $\widehat{P_2OP'_1}$ que nous appellerons l'angle mort. Le triangle SG_2O donne la valeur de cet angle

$$\operatorname{tg} \left(\frac{1}{2} \mu \right) = \sqrt{\frac{m(c-m)}{K \cdot j}}.$$

Pour un cavalier donné, K , j et c sont des constantes : l'angle μ sera donc maximum en même temps que le produit $m(c-m)$ ce qui a lieu pour

$$m = c - m, \quad \text{d'où} \quad m = \frac{c}{2}.$$

Donc, la machine qui donne à un cycliste le plus grand angle mort est celle pour laquelle la longueur de la manivelle est égale à la moitié de la longueur de la cuisse.

La longueur de la manivelle devra, en conséquence, être ou plus petite ou plus grande que $\frac{c}{2}$. Or, la longueur m de la manivelle est limitée par la condition que le cavalier doit toujours poser aisément son pied sur la pédale. L'angle de la jambe et de la cuisse ne peut pas tomber au-dessous d'une certaine limite et, pour que le cycliste suive commodément le mouvement de la pédale, il faut, à peu près, que cet angle reste supérieur à 70° . Il faudra donc que l'angle minimum $\widehat{SG_2O}$ de la jambe et de la cuisse soit au moins égal à

70°. Ceci donne, en prenant, approximativement $j = c$, la condition

$$m \leq \frac{c}{2}.$$

Donc, la longueur de la manivelle doit être au plus égale à la moitié de la longueur de la cuisse du cycliste. Ainsi, chez un homme moyen la longueur de la cuisse est environ de 40 centimètres ; par conséquent, la longueur de la manivelle ne devra pas dépasser 20 centimètres.

Reste maintenant à choisir dans l'intervalle de 0 à $\frac{c}{2}$ (0^{cm} à 20^{cm}) quelle est la longueur de la manivelle qui donne les meilleures conditions. Pour cela nous allons calculer la pression moyenne utile du pied sur la pédale et nous chercherons dans quelles conditions elle est *minima*. Dans un coup de pédale, le pied, en pressant, parcourt l'arc P_2P_1 du cercle décrit par la pédale (*fig. 22*), par suite, si la composante utile Π_1 était constante, son travail serait égal à son produit par la longueur de cet arc, c'est-à-dire à

$$\Pi_1 (180 - \mu) \frac{\pi \cdot m}{180}$$

($\pi = 3,14159\dots$) μ étant évalué en degrés. Ce travail qui sert à la propulsion de la machine devra être égal au travail par coup de pédale.

Donc, si on désigne par \mathcal{E}_c le travail par coup de pédale, on aura l'égalité

$$\Pi_t (180 - \mu) \frac{\pi m}{180} = \mathcal{E}_c$$

d'où

$$(1) \quad \Pi_t = \frac{180 \mathcal{E}_c}{(180 - \mu) \cdot m \cdot \pi}$$

formule qui donne la *pression moyenne utile*.

Il est clair que les conditions seront les plus favorables lorsque cette pression moyenne sera la plus petite possible pour produire un travail \mathcal{E}_c donné. Il faudra donc choisir m de façon que

$$(180 - \mu) \cdot m$$

soit maximum, μ étant l'angle mort donné par la formule

$$\operatorname{tg} \left(\frac{\mu}{2} \right) = \sqrt{\frac{m(c-m)}{K \cdot j}}$$

K , c et j étant des constantes connues qui dépendent du cavalier. Dans un homme de taille moyenne

$$c = 40^{\text{cm}} \quad j = 45^{\text{cm}} \quad K = 85^{\text{cm}}$$

Il faudrait donc trouver la valeur de m plus petite que 20 centimètres qui rende $(180 - \mu) m$ maximum, sachant que

$$\operatorname{tg} \frac{\mu}{2} = \sqrt{\frac{m(40 - m)}{3825}}$$

Or, lorsqu'on fait croître m de 0 à $\frac{c}{2}$ on s'aperçoit que le produit $(180 - \mu) m$ croît constamment, on est donc amené à la conclusion qu'il faut prendre $m = \frac{c}{2}$. Il y a là un ennui, car il se trouve que, précisément, la longueur de manivelle qui donne la *plus petite* pression moyenne est celle qui donne le *plus grand* angle mort.

Sur piste le temps mort n'est pas gênant, car la machine a toujours assez d'élan, par conséquent on devra chercher à rendre la pression moyenne la plus petite possible sans s'occuper du point mort, on devra donc prendre une *manivelle longue* de 20 à 22 centimètres (ce qui compensera un peu la forte multiplication).

Sur route, principalement aux côtes, le point mort est très gênant et, comme le temps mort (toutes choses égales d'ailleurs) est proportionnel à l'angle mort, on devra (sans cependant augmenter outre mesure la pression moyenne) prendre une manivelle plus courte : 16 à 18 centimètres (ce qui, d'ailleurs, nécessite encore une fois de plus une multiplication faible pour que la pression moyenne ne soit pas trop forte).

La formule (1) nous donne la pression utile moyenne pour produire un travail donné par coup de pédale, mais ce n'est pas, il s'en faut,

la pression *exacte* du pied sur la pédale. La pression Π du pied sur la pédale est la résultante de cette pression *utile* et de la pression Π_n suivant la direction de la manivelle qui est une pression *perdue*. Le travail réel du cycliste est donc plus grand que le travail exactement nécessaire à la propulsion, travail que nous avons calculé jusqu'ici. Nous appellerons *rendement* d'un cycliste le rapport du travail utile au travail qu'il aurait produit si la pression toute entière du pied était employée utilement. Le *rendement* d'un cycliste dépend absolument de son habileté et de son habitude de la machine. Un cycliste habile sait, en faisant mouvoir l'articulation du pied d'une façon convenable, s'arranger de façon que la pédale soit, pendant presque toute l'action du pied, dans la direction de la manivelle. De plus, il faut que le pied qui repose sur la pédale montante ne presse aucunement sur la pédale, car sans cela le pied qui monte contrarie le mouvement du pied qui presse et augmente inutilement le travail de celui-ci. Une des plus grandes difficultés pour bien monter à bicyclette est de savoir bien donner le coup de pédale, c'est-à-dire d'avoir un *bon rendement*. La supériorité d'un bicycliste exercé sur un novice réside autant dans la qua-

lité du coup de pédale que dans l'entraînement. Il y aurait une série d'expériences fort intéressantes et fort instructives à faire pour comparer entre eux les *rendements* des divers coureurs ou pour comparer les rendements de routiers plus ou moins exercés. Cette comparaison pourrait être faite, très aisément, au moyen de la pédale dynamométrique de MM. Maillard et Bardon que nous décrirons, sommairement, plus loin.

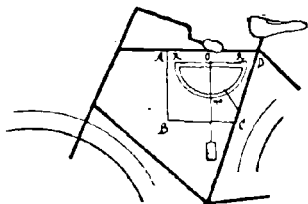
Appareils de mesure. — Dans les expériences pour mesurer le travail, on a besoin de mesurer trois quantités différentes : *la pente d'une route, la vitesse de la machine et le travail utile du pied*. Nous décrirons, d'abord, les instruments qu'on peut employer à cet effet.

1° *Pour mesurer la pente* d'une route le meilleur moyen et le plus sûr est d'employer le procédé topographique au moyen d'un niveau et d'une mire graduée. Si on veut faire des expériences *précises* il n'y a même pas d'autre procédé à choisir. Mais un cycliste qui se déplace sur sa machine ne peut pas emporter avec lui les instruments encombrants de la topographie. Voici, alors, un certain nombre de moyens qu'on peut employer pour avoir une valeur *approximative* de la pente.

Lorsque la route est bordée de maisons on peut se servir des lignes générales d'une maison qui sont toujours à peu près horizontales. On mesure la longueur de la maison et la différence des distances au sol des deux extrémités d'une même ligne horizontale; en divisant cette différence par la longueur de la maison on a la pente.

Comme second procédé on peut se servir d'un appareil rudimentaire que tout cycliste peut cons-

Fig. 23



truire lui-même.

On installe, dans l'intérieur du cadre de la machine (fig. 23) une planchette ABCD de façon que son plan coïncide, aussi

exactement que possible, avec le plan moyen. Sur cette planchette on fixe un rapporteur RR' de façon que la ligne O, 90 soit à peu près verticale quand la machine est sur un sol horizontal, et au centre O du rapporteur on fixe une aiguille. Pour mesurer une pente on place la machine dans la direction de la pente, on suspend à l'aiguille O un fil à plomb et on vérifie, d'abord, que le plan moyen est bien vertical en s'arrangeant de façon que le fil à plomb ne frotte pas

sur la planchette mais ne s'en écarte pas non plus. On lit alors sur le rapporteur l'angle marqué par le fil, puis on retourne la machine *bout pour bout* de façon que la roue directrice vienne prendre la position qu'occupait la roue motrice et vice-versa. On recommence l'opération. On fait la différence des deux angles lus dans les deux opérations et la *moitié* de cette différence est l'*angle d'inclinaison* de la route sur l'horizon. Connaissant l'angle d'inclinaison, on a la pente en prenant la tangente trigonométrique de cet angle. Pour éviter des calculs à nos lecteurs, nous donnons, ci-dessous, un petit tableau des pentes qui correspondent à un angle d'inclinaison donné.

Angle d'inclinaison	Pente
17'	0,005
35'	0,01
52'	0,015
1°9'	0,02
1°26'	0,025
1°44'	0,03
2°	0,035
2°18'	0,04
2°35'	0,045
2°52'	0,05
3°10'	0,055
3°27'	0,06

Cette méthode ne donne pas une grande approximation. Ainsi, avec un rapporteur de 20 centimètres de diamètre donnant le demi-degré, c'est-à-dire les 30 minutes, on peut apprécier l'angle à une demi-division près, c'est-à-dire à 15 minutes près; comme on divise par deux, l'erreur est d'environ 7' à 8', ce qui donne pour la pente une erreur de 2 à 3 millimètres par lecture. Il faut, en outre, dans l'application de la méthode, avoir bien soin que la machine repose sur une partie de la route bien nivelée.

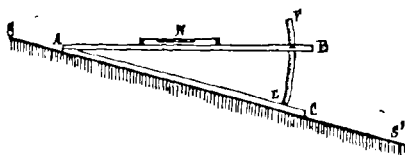
Les constructeurs ont imaginé des appareils plus ou moins compliqués, fondés sur le même principe, mais tous ne donnent guère plus d'approximation que l'appareil rudimentaire que nous venons de décrire.

Le procédé précédent présente ce défaut que, la bicyclette ne reposant qu'en deux points sur le sol, s'il y a un creux ou une bosse en l'un des points, cela fausse la mesure. C'est pour éviter cet inconvénient qu'on a imaginé le *déclivomètre*. Le déclivomètre se compose de 2 planchettes AB et AC articulées en A (*fig. 24*). On pose l'une AC sur le sol SS' et l'autre AB porte un niveau à bulle d'air N. On amène la planchette AB à devenir horizontale et on mesure l'angle BAC qui est l'angle d'inclinaison. On lit la valeur de cet

angle sur un arc gradué FE ou *plutôt* les divisions de l'arc FE portent les valeurs de la pente correspondante. C'est un appareil facile à emporter et qui donne des lectures rapides.

Enfin ajoutons, pour terminer, que, lorsqu'on dispose d'une bonne carte contenant des courbes de niveau ou des cotes exactes, on pourra calculer la pente de la route entre deux points en divisant

Fig. 24



la différence des cotes des deux points par leur distance qu'on mesure sur la carte avec l'échelle.

2° Dans la *mesure des vitesses* on peut avoir à mesurer soit une vitesse *uniforme* ou moyenne pendant un temps assez long, soit à mesurer une vitesse à *un moment donné*.

Lorsqu'on marche d'un mouvement uniforme, le meilleur moyen consiste à compter le nombre de coups de pédale ou, plus exactement, le nombre de tours de manivelle que la machine effectue dans un temps donné. On connaît très exactement le *développement* de sa machine, il suffit pour cela de mesurer le diamètre de la roue mo-

trice et de compter le nombre des dents des deux pignons on aura, par un calcul facile, ou en se reportant au tableau que nous avons donné dans l'*Introduction*, le développement. On comptera, par exemple, le nombre de tours effectués par une pédale dans un temps donné, dans 10 secondes, par exemple, on connaîtra ainsi, en multipliant ce nombre par le développement, le chemin parcouru et, par suite, la vitesse à la seconde.

On a imaginé les appareils les plus variés et les plus compliqués pour mesurer la vitesse.

Le *vélographe* est un instrument inscripteur qui inscrit sur un cercle de papier une courbe qui indique la variation de la vitesse pendant tout un trajet. C'est un instrument qui pourra être utile pour connaître la vitesse à un moment donné et sa variation d'une façon *approximative*. L'*entraîneur automatique* est un appareil qui est sous les yeux du cycliste et lui indique, à chaque instant, sa vitesse. C'est un appareil qui ne peut guère servir qu'aux coureurs *sur piste* pour maintenir un train régulier, sur route les secousses de la machine rendant les lectures difficiles. Ce n'est pas un instrument pouvant donner quelque précision ; il indique la vitesse à un demi-kilomètre près par heure. Le nom-

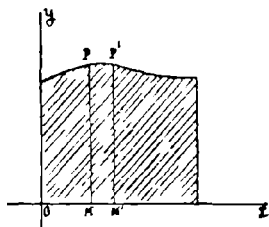
bre des instruments de ce genre est considérable, les uns donnent la vitesse à un moment donné avec une faible approximation, les autres donnent une vitesse *moyenne* dans un temps suffisamment court, mais aucun ne donne une mesure de quelque précision, pour un espace de temps de quelques secondes, ce qui est nécessaire dans nos expériences. Au fond, le comptage des coups de pédale est encore le procédé le plus précis, de beaucoup (1).

3° *Pour mesurer le travail* d'un cycliste, il n'existe, à notre connaissance, qu'un appareil précis c'est la *pédale dynamométrique* de MM. Maillard et Bardon. Dans cet appareil on mesure, à chaque instant, la pression du pied sur la pédale et la composante utile de cette pression. Pour avoir le *travail utile* dépensé, le travail nécessaire à la propulsion, il suffira de faire la somme des produits de la composante utile par les chemins parcourus, c'est-à-dire par les arcs correspondants de la circonférence décrite par l'axe de la pédale. Pour cela, on portera en abscisses sur une feuille de papier les longueurs d'arcs parcourus

(1) On pourrait cependant imaginer un appareil, de haute précision, pour mesurer les vitesses, analogue à celui dont on se sert pour mesurer les vitesses des projectiles.

rus et en ordonnées les pressions correspondantes (fig. 25), l'aire comprise entre la courbe ainsi obtenue et l'axe ox donnera le travail. Ainsi, par exemple, si, pendant que la manivelle a tourné de l'angle $\Delta\theta$, la pression utile était Π , on porte une

Fig. 25



longueur MM' égale à $m\Delta\theta$ sur ox (m , longueur de la manivelle) et une longueur MP égale à Π en ordonnée ; l'aire du rectangle $MPP'M'$ sera le travail pendant cet instant.

— On mesurera les pressions en kilogrammes et le chemin parcouru en mètres et l'aire donnera le travail en kilogrammètres. On mesurera l'aire au planimètre ou par un procédé algébrique.

Le principe de la pédale dynamométrique est le suivant : le pied, au lieu de reposer directement sur la pédale, repose sur une plaque qui est séparée de la pédale par des ressorts à boudin. La quantité dont ces ressorts à boudin enfoncent, pour une pression déterminée, est, sensiblement, proportionnelle à cette pression. Une tige latérale fixée perpendiculairement à la plaque suit le mouvement de cette plaque et, par conséquent,

monte ou descend de la même quantité que cette plaque. Un premier appareil enregistreur inscrit, à chaque instant, la quantité dont cette tige enfonce, ce qui donne une mesure de la pression *totale* du pied sur la pédale. La tige porte à son extrémité un tourillon, muni d'un galet, qui se déplace dans une glissière. Cette glissière est elle-même mobile en restant toujours parallèle à la manivelle. Par suite, cette glissière se déplace dans une direction perpendiculaire à la manivelle et la quantité dont elle se déplace mesure la projection du déplacement de la tige sur une direction perpendiculaire à la manivelle et, par suite, mesure une quantité proportionnelle à la projection de la pression du pied sur une perpendiculaire à la manivelle. Le déplacement de la glissière mesure donc la *pression utile*. Un second appareil enregistreur inscrit à chaque instant le déplacement latéral de la glissière et ainsi, on a un appareil qui inscrit à la fois la pression *totale* et la pression *utile*. En calculant le travail de la pression utile, on aura le travail nécessaire à la propulsion, en calculant le travail qu'aurait effectué le cavalier si toute la pression du pied avait été utile et en prenant le rapport avec le travail précédent, on aura le *rendement* du cycliste. — La pédale dynamométrique est, on le voit, un

appareil de mesure précieux ; ajoutons, pour terminer, que, pour que les mesures puissent être faites convenablement, il faut que la machine ne soit pas trop cahotée, c'est-à-dire que la route soit *bonne*.

Expériences de mesure du travail. — Comme nous l'avons vu, le travail par mètre ou, ce qui revient au même, la résistance totale que le cycliste doit vaincre est donnée par une formule de la forme

$$R = A + Bv + Cv^2 \text{ (sur sol horizontal)}$$

où v désigne la vitesse (en mètres par seconde, par exemple). Il s'agit de mesurer les coefficients A, B, C , qui sont des coefficients numériques et de voir comment ces coefficients varient lorsqu'on modifie les conditions.

L'expérience la plus précise à faire est la suivante : Un cavalier donné, avec une machine donnée, parcourt, dans un air calme, avec une vitesse *uniforme* connue, une route horizontale. La machine est munie d'une *pédale dynamométrique* et on mesure le travail dépensé dans la propulsion, c'est-à-dire le travail de la composante *utile* de la pression du pied, lorsqu'on a parcouru une distance connue. En divisant le travail total par la distance on a le travail par

mètre. On recommence plusieurs fois la même expérience à *la même* vitesse (par exemple trois fois) et on prend comme nombre correspondant à cette vitesse la moyenne des nombres obtenus. On fait ainsi plusieurs séries d'expériences à des vitesses différentes et on obtient les valeurs du travail par mètre à ces vitesses. On fera, par exemple, des mesures aux vitesses de 10, 12, 14, 16, 18 et 20 kilomètres à l'heure, c'est-à-dire aux vitesses de 2^m,77 ; 3^m,33 ; 3^m,88 ; 4^m,44 ; 5^m et 5^m,55 à la seconde. On aura les valeurs correspondantes du travail par mètre par les mesures précédentes. Supposons, par exemple, qu'on ait trouvé 0^{kg},95 ; 1^{kg},903 ; 1^{kg},09 ; 1^{kg},31 ; 1^{kg},45 et 1^{kg},60 ; on devra pouvoir déterminer A, B et C de façon à vérifier les six égalités

$$\left\{ \begin{array}{l} 0,95 = A + B \cdot 2,77 + C (2,77)^2 \\ 1,03 = A + B \cdot 3,33 + C (3,33)^2 \\ 1,19 = A + B \cdot 3,88 + C (3,88)^2 \\ 1,31 = A + B \cdot 4,44 + C (4,44)^2 \\ 1,45 = A + B \cdot 5 \quad + C 5^2 \\ 1,60 = A + B \cdot 5,55 + C (5,55)^2 \end{array} \right.$$

Dans les expériences très précises, on emploie, pour calculer ainsi les coefficients, une méthode excellente due à Cauchy. Ici il sera plus simple de remplacer les équations deux à deux par leur

somme et il ne restera plus que 3 équations pour déterminer les trois inconnues A, B, C. Si on voulait avoir une formule ayant plus de généralité, il faudrait faire un plus grand nombre d'expériences et à des vitesses *plus échelonnées*, par exemple, aller jusqu'à 28 ou 30 kilomètres à l'heure, si possible.

Le procédé que nous venons de décrire est le procédé le plus scientifique, celui qui donne les meilleurs résultats car, outre que le travail sera bien ainsi mesuré *dans les conditions où se trouve le cycliste d'ordinaire*, il permettra de faire toujours les expériences sur *la même route*. Le second procédé, que nous allons donner, a, au contraire, ce défaut de donner une mesure du travail dans des conditions qui ne sont pas exactement les conditions où se trouve le cycliste d'ordinaire et oblige, en outre, de changer de route pour chaque série d'expériences. Or, lorsqu'on change de route, on change le frottement de roulement et les expériences ne sont plus aussi comparables entre elles que dans le cas précédent. Aussi, dans le second mode, faudra-t-il chercher à prendre des routes aussi semblables que possible au point de vue du terrain. Par contre, tandis que le premier procédé exige un appareil spécial dynamométrique *qui est d'un*

maniement délicat, celui que nous allons exposer ne nécessite aucun instrument spécial et est à la portée de tous les cyclistes.

Ce second procédé est le procédé de M. Guye (Journal *La Nature*, 1893). Il consiste à mesurer la vitesse limite V qu'acquiert une machine lorsqu'on l'abandonne sur une descente. Nous avons vu, en effet (voir *Travail sur sol incliné*), que lorsqu'on abandonne les pédales dans une descente, suffisamment forte pour que la machine puisse rouler toute seule, la machine finit par prendre un mouvement uniforme, et nous avons appelé *vitesse limite* la vitesse V de ce mouvement uniforme. Lorsque la vitesse V est atteinte, le travail par mètre (en kilogrammètres) ou, ce qui revient au même, la résistance R (en kilogrammes) est exactement égale à Pp , P étant le poids total du cycliste et de sa machine et p , la pente de la descente. Voici alors comment on procède :

On se transporte sur une *bonne* route ayant une descente *régulière, assez longue*. On mesure, d'abord, la pente p de cette descente ; puis, on s'abandonne sur cette descente, les pieds levés des pédales, et on observe le mouvement des pédales. Lorsque le mouvement est régulier, on compte le nombre de coups de pédale dans un

temps déterminé, 10 secondes par exemple, et on en déduit la vitesse limite V , comme nous l'avons expliqué. Si on avait un *entraîneur automatique* il suffirait de suivre l'aiguille et de lire son indication lorsqu'elle aurait pris une position fixe. Mais ce second procédé donnera la vitesse moins exactement. On a, ainsi, le travail par mètre Pp à une vitesse V . En recommençant cette expérience sur différentes routes de pentes différentes, on aura ainsi des couples de nombres qui fourniront des équations pour calculer les coefficients A , B et C comme dans le cas précédent. Ce mode d'expérimentation pourrait être très dangereux pour le cavalier sur les fortes descentes et il sera, en tous cas, très prudent de ne l'employer que sur une machine munie d'un frein pour pouvoir arrêter la machine en cas de danger. Pour que ces expériences donnent des résultats convenables, il faudra que le cavalier ait soin de se tenir, autant que possible, sur sa machine dans une position semblable à celle qu'il a d'ordinaire lorsque les pieds actionnent les pédales. Malgré cela on ne mesure pas exactement le travail utile, c'est-à-dire le travail, nécessaire à la propulsion, qu'aurait dépensé le cycliste s'il avait gravi la côte en sens inverse car, de cette façon, les pieds ne reposant pas sur les pédales, la

chaîne *n'est pas tendue* et a un travail presque nul. Par conséquent ce qu'on mesure c'est le travail moins celui de la chaîne. Il faut, d'ailleurs, remarquer que, comme le travail de la chaîne est faible, l'erreur ainsi commise n'est pas très forte.

En combinant les deux procédés on pourra en déduire un moyen de mesurer le travail de la chaîne et voici comment : On se place au haut d'une pente connue et on s'abandonne, les pieds levés des pédales ; on mesure la vitesse limite V et la pente p . Ceci fait, on remontera la même côte en sens inverse avec *la même vitesse* V et on mesurera le travail par mètre au moyen de la pédale dynamométrique. Dans le premier cas le travail par mètre sera Pp , et dans le second cas il sera égal au *double* de Pp *augmenté du travail de la chaîne*. Donc, du travail dans le second cas on retranchera le double de Pp et on aura le travail de la chaîne par mètre.

Les deux procédés précédents nous permettent de calculer les coefficients A, B, C de la formule.

$$R = A + Bv + Cv^2$$

dans des conditions déterminées. En faisant varier ces conditions et en recommençant les expériences on pourra étudier l'influence de telle

ou telle variation sur le travail. Ainsi, en conservant la même machine, mais en la chargeant de poids connus, on pourra, en établissant les formules correspondant à chacun des cas, étudier l'influence de la variation du poids. Les termes de R qui varieront avec le poids seront ceux qui proviennent des roulements intérieurs et du frottement de roulement. Les autres proviendront de la résistance de l'air. On séparera, ainsi, ces deux parties. On pourra faire des expériences sur des sols variés, modifier la nature du bandage des roues, etc. Au point de vue de la construction des machines et de la qualité des divers pneumatiques, on pourrait avoir des renseignements très précieux. On marcherait ainsi sûrement dans la voie du progrès et on pourrait juger dans la masse des inventions nouvelles celles qui réalisent un progrès réel au lieu de marcher à tâtons comme on le fait depuis longtemps.

CHAPITRE III

—

CONSTRUCTION D'UNE PISTE DE VÉLODROME

La *piste* d'un *vélodrome* (terrain de courses pour cycles) est une bande de terrain en général d'une largeur moyenne de 8 mètres ayant la forme d'une courbe fermée. Le terrain entouré par la piste est ce qu'on appelle la *pelouse*. La piste a deux *bords* l'un, le *bord intérieur*, qui entoure la pelouse qu'on appelle la *corde*; l'autre, le *bord extérieur*, qui est la *barrière* (fig. 26). Comme la piste n'est pas en ligne droite, il y a une certaine incertitude pour mesurer sa longueur, car le chemin est évidemment plus long lorsqu'on suit la *barrière* que lorsqu'on suit la *corde*. Un coureur cherche, évi-

demment, sur piste, à suivre toujours le chemin le plus court et, par conséquent, à se tenir le plus près possible de la *corde* ; il est donc naturel de prendre, comme mesure de la longueur de la piste la longueur d'une ligne voisine de la corde. D'après les règlements anglais, qui ont été presque généralement adoptés, la longueur de la piste est mesurée à 0^m,45 de la corde pour les pistes servant à la fois pour tricycles et bicyclettes et à 0^m,30 de la corde pour les pistes servant, exclusivement, pour les courses à bicyclettes et bicyclettes. Nous appellerons *ligne de foi*, la ligne suivant laquelle on mesure la longueur de la piste : la *corde* sera alors une ligne intérieure, parallèle, distante de 0^m,30 et la *barrière* en sera distante d'une longueur arbitraire qui dépend de la largeur qu'on veut donner à la piste.

La *forme* d'une *bonne* piste devra remplir les conditions suivantes :

1° On devra pouvoir la parcourir à *n'importe quelle allure*. Or, comme les vitesses les plus grandes obtenues, en course sur piste, n'ont guère dépassé 50 kilomètres à l'heure, la *forme* de la piste devra être telle qu'on puisse la parcourir, sans danger, à des vitesses variant de 0 à 60 kilomètres à l'heure.

2° Le plan de la piste devra comporter deux parties : des *lignes droites* et des *virages* et les lignes droites devront être les plus longues possibles, car c'est dans la ligne droite que la course est la plus facile.

Il résulte, tout de suite, de ce qui précède, que le sol de la piste ne peut plus être horizontal aux virages. Nous savons, en effet, que, sur un sol horizontal, on ne peut faire un virage donné qu'avec une vitesse inférieure à une vitesse *maxima* facile à calculer. Il en résulterait qu'on ne pourrait faire le virage qu'en *ralentissant*. D'autre part, nous avons vu que la vitesse maxima augmentait quand le sol, au lieu d'être horizontal, était incliné de façon que la pente descende vers le centre de la courbe. On est donc amené à cette conclusion que la piste, au virage, au lieu d'être horizontale, devra avoir la forme d'une cuvette.

Pour connaître la forme exacte de la piste, on devra donc, d'abord, déterminer la forme de la *ligne de foi* ; puis, calculer la *pente* en chaque point. Nous commencerons par donner les formules pour la pente.

Calcul de la pente du sol aux virages.
— Soient R , le rayon de courbure du virage en

un point et V , la vitesse maxima que peut atteindre un coureur. Nous avons vu (Chap. I) qu'à la vitesse V , on ne peut pas décrire sur un sol horizontal une courbe d'un rayon inférieur à $\frac{V^2}{gf}$, f étant le coefficient de frottement de glissement latéral d'un cycle et g , l'accélération due à la pesanteur ($g = 9^m,80$ par seconde). Si le rayon R est supérieur à $\frac{V^2}{gf}$ le sol pourra être horizontal.

Donc :

En tous les points de la piste où le rayon de courbure est supérieur à $\frac{V^2}{gf}$ le sol devra être horizontal.

En prenant $V = 60$ kilomètres à l'heure, c'est-à-dire $V = 16^m,66$ à la seconde, et $f = 0,3$, on trouve

$$\text{rayon minimum} = \frac{V^2}{gf} = 94^m,40.$$

Ainsi une piste qui n'aurait que des virages de 100 mètres de rayon pourrait être horizontale.

Si le rayon R est inférieur à $\frac{V^2}{gf}$ la piste devra être en pente. Or, nous avons vu (Chap. I) que, si p désigne la pente au virage, la vitesse

maxima avec laquelle on peut décrire le virage est :

$$\sqrt{\frac{Rg(p+f)}{1-pf}}$$

Donc la pente p devra être telle que l'on ait

$$\sqrt{\frac{Rg(p+f)}{1-pf}} \geq V$$

et il suffira que l'on prenne p de façon que

$$\frac{Rg(p+f)}{1-pf} = V^2$$

ce qui donne :

$$(1) \quad p = \frac{\frac{V^2}{Rg} - f}{1 + f \frac{V^2}{Rg}}$$

Telle est la formule qui donne la *pente* de la piste au point où le rayon est R . Elle donne bien pour la pente une valeur positive si R est supérieur à $\frac{V^2}{gf}$. *Pratiquement*, pour faire le calcul, on posera

$$(2) \quad \left\{ \begin{array}{l} \operatorname{tg} \varphi = f \quad \operatorname{tg} \psi = \frac{V^2}{Rg} \\ \text{et on aura} \\ p = \operatorname{tg} (\psi - \varphi). \end{array} \right.$$

D'ailleurs $(\psi - \varphi)$ est l'angle d'inclinaison du virage sur l'horizon ⁽¹⁾.

Nous avons fait le calcul de p , pour diverses valeurs du rayon R et en supposant $V = 16^m,66$ (à la seconde) et $f = 0,3$, et nous avons obtenu le tableau suivant :

$f = 0,3$ $V = 60^{km}$ à l'heure		
R	p	$\psi - \varphi$
20 ^m	0,7831	38°4'
25	0,6204	31°49'
30	0,5018	26°39'
35	0,4095	22°16'
40	0,3306	18°36'
45	0,2710	15°29'
50	0,2275	12°49'
55	0,1829	10°22'
60	0,1506	8°31'
65	0,1198	6°50'
70	0,0933	5°20'
75	0,0696	3°59'
80	0,0486	2°47'
85	0,0299	1°43'
90	0,0133	0°46'

(1) φ n'a pas ici la même signification que dans le Chap. I. Cet angle φ est le complément de celui du Chap. I.

Nous n'avons pas à calculer la pente, pour un rayon supérieur à $94^m,40$ puisque, dans notre hypothèse ($V = 16^m,66$, $f = 0,3$) pour les rayons supérieurs à cette valeur le sol doit être horizontal.

Lorsque le rayon R est faible la pente devient comme on le voit très forte. Il est clair que, si on prenait une valeur moins grande pour V , on aurait des pentes moins fortes. Ainsi, par exemple, si on supposait la vitesse maxima des coureurs de 45 kilomètres à l'heure, soit $V = 12^m,50$, on aurait ($f = 0,3$), les nombres suivants :

$V = 45^{\text{km}} \text{ à l'heure}$		$f = 0,3$
R	p	$\psi - \varphi$
20 ^m	0,401	21°52'
30	0,199	11°17'
50	0,017	0°59'

et pour un rayon supérieur à 53 mètres la piste serait horizontale.

D'autre part, les nombres de ces deux tableaux seraient encore abaissés si le coefficient de frottement f était plus grand.

186 CONSTRUCTION D'UNE PISTE DE VÉLODROME

Par exemple, voici les tableaux qu'on aurait pour $f = 0,5$.

$V = 60 \text{ km à l'heure}$		$f = 0,5$
R	p	$\psi - \varphi$
20 ^m	0,5366	28°13'
25	0,4033	21°58'
30	0,3019	16°48'
35	0,2201	12°25'
40	0,1539	8°45'
45	0,0986	5°38'
50	0,0515	2°58'
55	0,0084	0°29'

$V = 45 \text{ km à l'heure}$		$f = 0,5$
R	p	$\psi - \varphi$
20 ^m	0,212	12°
30	0,025	1°25'

Dans le cas de $f = 0,5$, en supposant la vitesse maxima de 60 kilomètres à l'heure, pour un rayon supérieur à 55 mètres, le sol devrait être horizontal.

En voyant les différences énormes entre les pentes, suivant qu'on suppose la vitesse maxima V égale à 45 kilomètres ou à 60 kilomètres à l'heure, on est amené d'abord à cette conclusion qu'il sera bon de faire deux espèces de pistes dans les cas où on ne pourra pas faire une *bonne* piste, pouvant servir pour toutes les vitesses.

Les *pistes pour courses de fond*, où on pourra prendre $V = 45$ kilomètres ou même égal à 40 kilomètres qui seront *relativement* peu relevées et les *pistes pour les courses de vitesse* pour lesquelles on prendra $V = 60$ kilomètres et qui seront très relevées. Cette distinction s'impose, d'ailleurs, pour une autre raison : comme nous le verrons à l'instant, lorsqu'une piste est *trop relevée on ne peut pas la parcourir lentement*. Or, dans une course de fond il faut pouvoir aller lentement, ce qui souvent ne serait pas possible sur une piste faite pour les grandes vitesses.

Si on compare, maintenant, les tableaux où $f = 0,3$ à ceux où $f = 0,5$, on verra, à cause de l'abaissement de la pente qui est très notable, quelle importance il y aura à ce que le sol de la piste soit bien adhérent à la roue. Sur une piste couverte où le coefficient f ne varie pas on pourra donc relever beaucoup moins les virages

que dans une piste découverte qui est sujette à être mouillée.

Revenons, maintenant, un peu sur nos pas. La pente p donnée par la formule (1) est calculée de façon qu'on puisse faire le virage à la vitesse V . Or, nous savons (Chap. I) que si la pente p est plus faible que le coefficient f il n'y a pas de limite inférieure pour la vitesse et, par suite, on pourra faire le virage aussi lentement qu'on voudra. Mais si p est plus grand que f , il y a une limite inférieure et on ne peut pas faire le virage avec une vitesse inférieure à

$$\sqrt{\frac{Rg(p-f)}{1+pf}}.$$

Or, pour qu'une piste soit *tout à fait bonne*, il faut qu'on puisse la parcourir à *toute allure*, il faut donc qu'elle n'ait pas de pente supérieure au coefficient de frottement et que p fourni par la formule (1) soit plus petit que f , ce qui donne

$$\frac{\frac{V^2}{Rg} - f}{1 + f \frac{V^2}{Rg}} < f$$

d'où

$$(3) \quad R \geq \frac{V^2}{g} \frac{1-f^2}{2f}$$

et, comme $f = \operatorname{tg} \varphi$,

$$R \geq \frac{V^2}{g} \operatorname{cotg} (2\varphi)$$

Donc, dans une bonne piste, le rayon de courbure d'un virage ne devra jamais être inférieur à : $\frac{V^2}{g} \frac{1-f^2}{2f}$.

Ainsi, pour une bonne piste de vitesse, où $V = 60$ kilomètres à l'heure, $f = 0,3$, le rayon minimum sera $42^m,95$, pour $f = 0,5$, il ne serait plus que de $21^m,25$. Pour une piste de fond, où $V = 45$ kilomètres à l'heure, le rayon minimum serait beaucoup plus faible ; ainsi pour $f = 0,3$, le rayon minimum serait de $24^m,18$, pour $f = 0,5$ il serait de $11^m,97$.

Il arrive souvent, qu'à cause de l'exigüité du terrain dont on dispose, on ne peut pas faire les virages larges. Dans de telles conditions, il faut choisir et faire : ou une piste de fond à virages peu relevés sur laquelle on pourra aller lentement mais qu'on ne pourra pas parcourir en grande vitesse ; ou une piste de vitesse à virages très relevés mais qu'on ne pourra pas parcourir lentement. Dans ce dernier cas, il y aura des virages qu'on ne pourra faire qu'avec une vitesse supérieure à une vitesse minima. Ainsi, dans une piste de vi-

tesse ($V = 16^m,66$, $f = 0,3$) qui aurait un virage de 20 mètres, ce virage devrait avoir une pente de 0,78, d'après notre tableau, et on ne pourrait pas faire ce virage avec une vitesse inférieure à $8^m,75$ par seconde, ou à 31 kilomètres à l'heure environ. Ce qui serait la condamnation de cette valeur du rayon. D'ailleurs, en prenant $V = 12^m,50$, c'est-à-dire en prenant la vitesse maxima de 45 kilomètres à l'heure et $f = 0,3$, on tombe aussitôt à la vitesse minima de $1^m,75$, à la seconde, soit environ 6 kilomètres à l'heure; d'ailleurs, la pente du virage ne serait que 0,40. La majorité des pistes qu'on a faites jusqu'ici, ont été établies pour des vitesses maxima de 45 kilomètres à l'heure, il en résulte que dans de telles pistes le rayon du virage pourrait avoir, sans grand inconvénient, un rayon de 20 mètres.

Nous n'avons donné les tableaux et les nombres qui précèdent que *pour fournir des exemples* et pour qu'on puisse se rendre compte des variations de la pente dans les diverses hypothèses. Il est clair que, dans une application pratique, il faudra reprendre tous ces calculs en appliquant les formules (2). Dans ces formules on prendra pour V , la vitesse maxima qu'on jugera convenable et pour f , le coefficient de frot-

tement d'un cycle sur le sol dont est formée la piste. La grande difficulté qui se présente ici c'est de connaître le coefficient f . Pour une piste couverte, f sera sensiblement constant et assez grand. Mais dans une piste en plein air, f sera variable avec le temps et, les jours de pluie, f sera notablement diminué. Nous allons montrer quels moyens on pourrait employer pour mesurer f . Pour les pistes couvertes on mesurera f sur un terrain *sec*; pour les pistes en plein air il faudra mesurer f sur un sol *humide*, c'est-à-dire dans les conditions où il est le plus faible.

Mesure du coefficient de frottement de glissement latéral. — Lorsqu'on aura choisi un sol de piste, pour mesurer le coefficient f de frottement, on construira une aire plane horizontale d'essai avec la matière qu'on voudra employer, on tracera sur cette aire un cercle dont le rayon ρ sera, par suite, connu. Un cycliste montant une machine munie d'un *indicateur de vitesse* décrira le cercle avec une vitesse croissante jusqu'à ce que l'équilibre soit rompu. Soit alors v la vitesse du cycle au moment où l'équilibre est rompu, ρ sera le rayon minimum qu'on peut décrire à la vitesse v et on aura, par suite, la relation

$$\rho = \frac{v^2}{gf}$$

d'où on tirera

$$f = \frac{v^2}{g\rho}.$$

Pour que l'expérience ne soit pas dangereuse, le cavalier devra monter une machine basse, de façon à pouvoir mettre rapidement pied à terre, et on devra, en outre, choisir ρ assez petit pour que la vitesse v ne soit pas trop considérable.

L'expérience que nous venons de décrire est difficile à faire et on pourrait se demander s'il ne serait pas possible de déterminer le coefficient f d'une façon *statique*. On pourrait, en effet, faire des expériences analogues à celles de Coulomb pour mesurer le frottement du caoutchouc, qui sert pour les bandages, sur le sol, mais le nombre ainsi trouvé pour f serait, probablement, loin d'être exact car, d'une part, on ne serait pas placé dans les conditions de la réalité et, d'autre part, le coefficient f qui figure dans nos formules n'est pas, à proprement parler, le coefficient de frottement *des roues*, mais le coefficient *de la machine* : c'est l'inverse de la tangente de l'angle minimum que le plan moyen peut faire avec le sol, lorsque la machine est en mouvement. Une expérience *statique* pour mesurer cet angle donnerait probablement une valeur trop forte pour f .

Si on a déjà construit des pistes avec le sol qu'on veut employer, l'expérience journalière de cette première piste pourra servir utilement pour connaître f . Il pourra arriver trois cas :

1° *La piste construite est bonne.* Dans ce cas, les relevages étant bons, il suffira d'en faire de semblables. Ainsi, la piste de Courbevoie était relevée de 20 centimètres par mètre pour un virage de 32 mètres. Cette piste était *bonne* pour des vitesses qui n'ont pas dépassé 45 kilomètres à l'heure. Donc, pour $V = 12,50$, $p = 0,2$, on avait $R = 32$ mètres. En portant, dans l'égalité

$$(1) \quad p = \frac{V^2 - Rgf}{Rg + V^2 f}$$

ces valeurs de p , V et R , on en tire

$$f = 0,3$$

on en conclut que, sur le terrain de la piste de Courbevoie le coefficient f était au moins égal à 0,3. C'est pour cela que nous avons, souvent, dans nos exemples, pris $f = 0,3$.

2° *La piste n'est pas assez relevée.* Dans ce cas, il y a des chutes. Si on a, approximativement, la vitesse v à laquelle il y a eu chute en un point du virage, dont on connaît le rayon R et la pente p , on connaîtra encore dans la formule (1) tout sauf f , ce qui permettra d'en tirer f .

3° Si la piste est trop relevée, il y aura une vitesse *minima* au-dessous de laquelle on ne pourra pas faire les virages. On déterminera cette vitesse minima v et, d'après ce que nous savons (Chap. I), on aura

$$v^2 = \frac{Rg(p - f)}{1 + pf},$$

formule où on connaîtra tout sauf f et qui, par suite, donnera f .

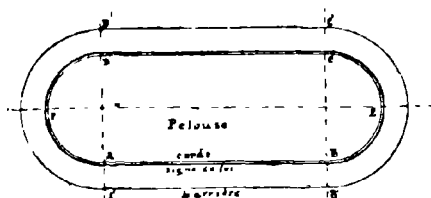
Détermination de la ligne de foi. — La *ligne de foi* d'une piste, qui est la ligne suivant laquelle on compte la *longueur* de la piste, est celle qui est suivie par les coureurs qui serrent la corde de près. Pour que le coureur ne fasse pas de travail inutile en montées et descentes, cette ligne devra être une courbe fermée *horizontale*.

Si on disposait d'un terrain assez vaste pour pouvoir donner à la ligne des courbures très grandes, il suffirait de prendre pour la ligne de foi une ligne telle qu'en un point quelconque le rayon de courbure soit supérieur à $\frac{V^2}{gf}$ et, alors, on pourrait prendre le sol *horizontal*. Dans la réalité on ne dispose que de terrains limités et, alors, la courbure des virages de la ligne de foi

ne peut pas être assez grande pour remplir les conditions précédentes. On est donc forcé de relever les virages.

Dans toutes les pistes qu'on construisait autrefois et dans la grande majorité de celles qu'on construit encore maintenant, la ligne de foi (le plan de la piste si on veut) se composait de deux lignes droites AB et CD (fig. 26) raccordées par deux arcs de cercle BEC et DFA. Cette disposition est éminemment défectueuse et présente les

Fig. 26



plus graves inconvénients, voici pourquoi : D'après nos calculs, nous avons montré que pour un rayon donné un virage doit être relevé de façon à avoir une pente déterminée, donnée par la formule (1) (*Calcul de la pente*). Il en résulte que tout le long du virage BEC le sol devra être relevé d'un certain angle. Au contraire, dans les lignes droites AB et CD le sol doit être

horizontal. Donc, au point exact où la ligne droite cesse et où le cercle commence, le sol devra *brusquement* cesser d'être horizontal pour devenir incliné. Pratiquement, ceci n'est pas possible, car il faudrait qu'aux lignes AA', BB', CC', DD' il y ait de véritables tranchées, des coupures brusques de terrain. Pour lever cette difficulté les architectes des pistes, au lieu de faire ce qui était raisonnable, à savoir de modifier la courbure de la piste aux points de raccordement de façon que la pente puisse monter graduellement, ont imaginé une sorte de compromis des plus fâcheux. Au passage de la ligne droite au cercle ils ont *relevé la ligne droite* un peu avant le passage et ont un peu *moins relevé* le cercle qu'il ne le fallait de façon à faire une montée graduelle de la pente. On a ainsi une piste *qui a une ligne droite relevée* lorsqu'elle doit être *horizontale* et *un virage qui n'est pas assez relevé* au point de raccordement. Les effets de cette disposition fâcheuse ne se sont pas fait attendre et on voit, constamment, les coureurs faire des chutes graves *toujours à la sortie ou à l'entrée du virage*. Pour remédier à cet état de choses, on chercha à se rapprocher le plus possible du passage brusque du sol horizontal au sol incliné et on construisit des pistes qui ont un renflement

brusque de terrain, une sorte de bosse. Les coureurs peu habitués à la piste sont gênés par cette bosse et, au contraire, ceux qui connaissent la piste tirent parti de ce renflement pour prendre de l'élan à la sortie du virage.

Ce n'est, enfin, que dans ces derniers temps, qu'on a fini par penser que l'on devait abandonner la forme *circulaire* pour les virages. On a construit des pistes à virages elliptiques (comme celle de Lille) ou à virages paraboliques. Nous montrerons, en effet, plus loin que de telles pistes peuvent être bonnes si elles sont bien disposées mais, à notre avis, ce que nous proposons est encore préférable : c'est le virage *semi-circulaire*.

Pour lever la difficulté d'une façon rationnelle il faudra que la ligne de foi, au début du virage, ait un rayon de courbure très grand, assez grand pour que ce rayon soit égal ou supérieur à $\frac{V^2}{g}$, c'est-à-dire au rayon limite. Pour ce rayon la pente correspondante est nulle. La courbure de la ligne de foi devra, ensuite, aller en croissant et la pente correspondante augmentera, alors, *graduellement*. On pourra, à volonté prendre deux dispositions ou bien prendre une courbe dont le rayon de courbure aille

constamment en décroissant de B jusqu'au point E (*fig. 26*), extrémité du grand axe de la piste, pour reprendre ensuite les mêmes valeurs, en sens inverse, de E en C ; ou bien, ne faire croître la courbure que jusqu'en un certain point pour continuer ensuite le virage par un arc de cercle de même courbure. Un virage elliptique dans lequel l'arc BEC serait une *demi-ellipse* ayant pour petit axe BC pourrait remplir les conditions du premier cas, pourvu que le rayon de courbure en B soit supérieur au rayon limite $\frac{V^2}{gf}$; mais, ce qui nous semble encore le meilleur, c'est de choisir pour l'arc de courbe BE une courbe dont le rayon de courbure infiniment grand en B va en décroissant jusqu'en E. Il y a une *infinité de courbes* qui pourraient remplir ces conditions mais, parmi toutes celles qu'on pourrait choisir, celle qui paraît la plus rationnelle est, précisément, celle que la machine décrit naturellement lorsqu'on fait un virage sur sol horizontal. Cette courbe, que nous avons étudiée, que nous avons nommée *courbe de Cornu* a des équations assez compliquées, mais, comme nous le montrerons, elle donnera lieu à des calculs de détermination *très simples*. Nous appellerons *virage rationnel* un virage dans lequel la courbe

BE est une portion de courbe de Cornu. Nous étudierons trois dispositions de virages.

1° Le *virage rationnel*;

2° Le *virage semi-circulaire*, dans lequel l'arc BE se compose d'une portion de courbe de Cornu suivie d'un arc de cercle;

3° Les *virages elliptique et parabolique*.

Ligne de foi d'un virage rationnel. — D'après ce que nous avons vu dans le Chap. I (*direction dans un virage*) la courbe décrite par un cycle dans un virage ou *courbe de Cornu*, a pour équations

$$(4) \quad \left\{ \begin{array}{l} x = k. I_z \\ y = k. J_z \\ s = kz \\ R = \frac{k}{\pi} \cdot \frac{1}{z} \\ \alpha = \frac{\pi}{2} \cdot z^2 \end{array} \right.$$

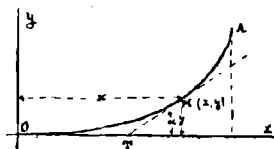
en posant, pour abrégier

$$(5) \quad \left\{ \begin{array}{l} I_z = \int_0^z \cos \left(\frac{\pi}{2} z^2 \right) \cdot dz \\ J_z = \int_0^z \sin \left(\frac{\pi}{2} z^2 \right) \cdot dz \end{array} \right.$$

200 CONSTRUCTION D'UNE PISTE DE VÉLODROME

où k désigne une constante numérique, x et y , les coordonnées d'un point de la courbe rapportée à deux axes rectangulaires Ox et Oy (fig. 27), exprimées en fonction d'un paramètre z . Quand on donne à z des valeurs croissantes de 0 à 1 le point M de la courbe de coordonnées x , y décrit un arc OA d'abord tangent en O à Ox et tel

Fig. 27



qu'en A la tangente soit parallèle à Oy . C'est cet arc de courbe OA que, dans un virage rationnel, on devra prendre comme moitié du virage. Dans les formules (4), s désigne l'arc OM compté à partir de O , R le rayon de courbure au point M et α l'angle de la tangente MT avec l'axe Ox .

Les intégrales I_z et J_z qui sont les intégrales de Fresnel ont été calculées par Fresnel, puis, par Gilbert (*Mémoires couronnés de l'Académie des Sciences de Bruxelles*, t. XXXI, p. 1, 1863). Voici le tableau de leurs valeurs d'après Gilbert :

TABLEAU A

z	I_z	J_z
0	0	0
0,1	0,0999	0,0005
0,2	0,1999	0,0042
0,3	0,2994	0,0141
0,4	0,3975	0,0334
0,5	0,4923	0,0647
0,6	0,5811	0,1105
0,7	0,6597	0,1721
0,8	0,7230	0,2493
0,9	0,7648	0,3398
1,0	0,7799	0,4383

Avec ce tableau on fera, *très aisément*, tous les calculs pour déterminer la ligne de foi dans un virage rationnel.

Le nombre k sera déterminé par la *longueur* que l'on veut donner au virage. Supposons, par exemple, qu'on veuille établir une piste d'un kilomètre de tour. On pourra prendre deux lignes droites de 300 mètres chacune et deux virages ayant chacun 200 mètres de longueur. La moitié du virage aura donc 100 mètres. Or, le point A (*fig. 27*) est obtenu pour $z = 1$, par suite, comme pour $z = 1$, $s = k$, la longueur de l'arc OA est précisément égale à k . *Le coefficient k est donc égal à la moitié de la longueur du virage.*

Ainsi, dans l'exemple précédent, il faudrait prendre $k = 100$. En multipliant alors tous les nombres I_z et J_z du Tableau (A) par 100, on aura les coordonnées de onze points de l'arc OA de O en A, distants de 10 mètres en 10 mètres sur l'arc OA, exprimées en *mètres*. En chacun des points on aura, *très simplement*, le rayon de courbure par la formule

$$R = \frac{100}{3,1416} \times \frac{1}{z}$$

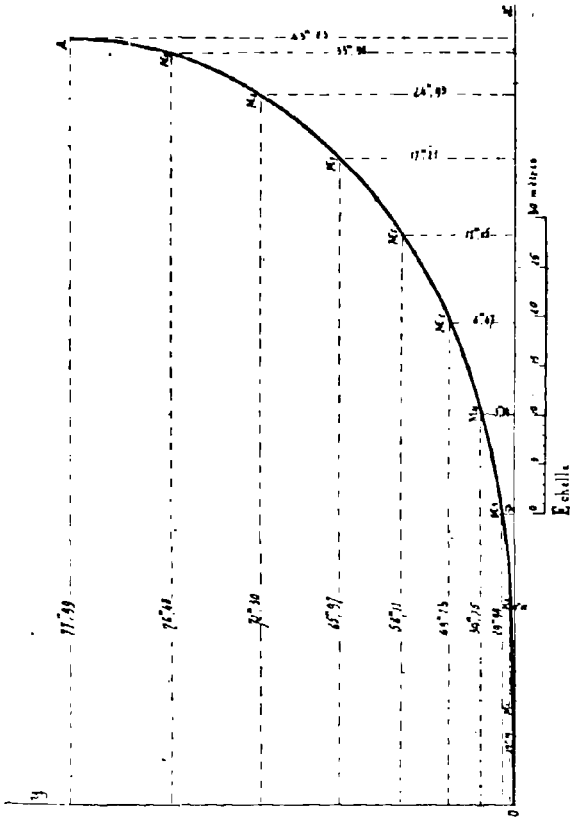
en donnant à z les valeurs de 0,1 à 1,0.

La *fig.* 28 donne la forme exacte de l'arc de courbe OA avec les 9 points intermédiaires $M_1, M_2, M_3, \dots, M_9$, correspondant aux valeurs de z : 0,1 ; 0,2 ; 0,3 ; ... 0,9.

Comme nous l'avons expliqué plus haut, pour qu'une piste soit *bonne* il faut qu'on puisse la parcourir à toute allure, aussi vite et *aussi lentement* qu'on le voudra, et pour cela il faut que le rayon de courbure en chacun de ses points reste inférieur à un rayon limite donné par la formule (3) (*Calcul de la pente*). Or, le point A ($z = 1$) est le point de l'arc OA où le rayon de courbure est le plus petit et égal à $\frac{k}{\pi}$, donc il

Fig. 28

COURBE DE CORNU, LONGUEUR : 100 MÈTRES



faudra, pour que la piste soit *bonne*, que $\frac{k}{\pi}$ soit plus grand ou égal à ce rayon limite. Ainsi, dans le cas *courant* où la vitesse limite V est 50 kilomètres à l'heure (13^m,88 à la seconde) et où $f = 0,3$ le rayon limite, est, environ, 30 mètres. Ce rayon limite est calculé de façon qu'on puisse même rouler à la vitesse *zéro*. Pratiquement, sur une piste, on ne roule pas à une vitesse *excessivement faible* et on peut admettre qu'il y a une limite inférieure pour la vitesse. Ceci permet d'abaisser *un peu* le rayon minimum. Avec le rayon 30 mètres on aurait pour k environ 90. Nous pourrions, alors, prendre comme minimum de k une valeur inférieure environ 80. Ainsi, dans les conditions *normales* ($V = 50$ kilomètres, $f = 0,3$) *la longueur d'un virage rationnel pour une bonne piste ne devra pas être inférieure à 160 mètres*. Nous avons fait le calcul complet des coordonnées des points du demi-virage, des rayons de courbure et des *pentés correspondantes* calculées au moyen de la formule (1) pour les deux cas d'un virage de 200 mètres et de 160 mètres, en supposant la vitesse limite $V = 50$ kilomètres (à l'heure) et $f = 0,3$, ce qui donne les deux tableaux des p. 206 et 207.

En examinant ces deux tableaux, on verra

que, comme la courbe au début a un rayon de courbure très grand, la pente, à l'entrée du virage, reste, sur une longueur assez notable, *nulle*. Ainsi, dans le premier cas (virage de 200 mètres) les 50 premiers mètres du virage sont en terrain horizontal et dans le second cas (virage de 160 mètres) ce sont, environ, les trente premiers mètres pour lesquels le sol est horizontal. Ces parties horizontales des virages s'ajoutent aux lignes droites et les *prolongent*. Dans les deux cas, il n'y a environ que sur une longueur de 100 mètres que le virage total est relevé.

Il arrive très souvent qu'on dispose d'une bande de terrain *déterminée*, la largeur de la pelouse, c'est-à-dire la distance des deux lignes droites est alors *fixée* par la largeur du terrain. C'est, alors, cette condition qui servira à déterminer k . Pour une valeur donnée de k la largeur de la pelouse est égale au double de l'ordonnée du point A. La distance des deux lignes droites est donc donnée par la formule

$$d = k \times 0,8766.$$

Si donc d est déterminé on aura k par l'égalité

$$k = \frac{d}{0,8766}.$$

VIRAGE DE 200 MÈTRES DE LONGUEUR

Points	Coordonnées		Rayon de courbure	Pente
	x	y		
O	0	0	∞	0
M ₁	9 ^m ,99	0 ^m ,05	318 ^m ,30	0
M ₂	19, 99	0, 42	159, 25	0
M ₃	29, 94	1, 41	106, 10	0
M ₄	39, 75	3, 34	79, 57	0
M ₅	49, 23	6, 47	63, 66	0,0078
M ₆	58, 11	11, 05	53, 05	0,063
M ₇	65, 97	17, 21	45, 47	0,101
M ₈	72, 30	24, 93	39, 79	0,169
M ₉	76, 48	33, 98	35, 37	0,219
A	77, 99	43, 83	31, 83	0,267

Distance de deux points consécutifs sur la ligne de foi = 10 mètres.
 Rayon de pente zéro = 65^m,53.
 Le relèvement commence entre les points M₄ M₅ au point pour lequel $x = 0,486$.
 Distance des deux lignes droites = 87^m,66.

Pour que la piste soit *bonne* il faudra que la valeur trouvée pour k soit supérieure à 80, ce qui nécessite qu'on dispose d'une largeur de pelouse d'au moins 70 mètres.

Si la valeur trouvée pour k est inférieure à 80 on ne pourra plus faire une piste bonne dans

VIRAGE DE 160 MÈTRES DE LONGUEUR

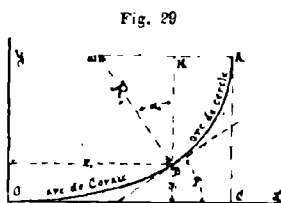
Points	Coordonnées		Rayon de courbure	Pente
	x	y		
O	0	0	∞	0
M ₁	7 ^m ,99	0 ^m ,04	254 ^m ,84	0
M ₂	15, 99	0, 33	127, 40	0
M ₃	23, 95	1, 13	84, 88	0
M ₄	31, 80	2, 67	63, 66	0,0078
M ₅	39, 38	5, 18	50, 93	0,077
M ₆	46, 49	8, 84	42, 44	0,143
M ₇	52, 78	13, 77	36, 38	0,197
M ₈	57, 84	19, 94	31, 83	0,267
M ₉	61, 18	27, 18	28, 30	0,326
A	62, 39	35, 06	25, 46	0,383

Distance de deux points consécutifs, sur la ligne de foi = 8 mètres.
 Rayon de pente zéro = 65^m,53.
 Le relèvement commence entre les points M₃ et M₁ au point pour lequel $x = 0,388$.
 Distance des deux lignes droites = 70^m,12.

tous les cas et il faudra choisir et faire, soit une piste de courses de vitesse à virages très relevés en calculant les virages pour $V = 50$ ou 60 kilomètres (à l'heure), soit une piste de courses de fond en calculant les virages pour $V = 40$ ou 45 kilomètres à l'heure. Dans le premier cas, on

ne pourrait pas parcourir la piste lentement et, dans le second cas, on ne pourrait pas atteindre des vitesses considérables.

Ligne de foi d'un virage semi-circulaire — Dans le virage *rationnel*, que nous venons de décrire, la ligne de foi du virage est toute entière une *courbe de Cornu*. Dans le virage *semi-circulaire* la ligne de foi se compose d'une portion de courbe de Cornu continuée par un cercle. Dans ce cas, la courbe de Cornu ne sert



que comme courbe de *raccordement* de la ligne droite au cercle. Ce virage, comme nous le montrerons tout à l'heure est meilleur que le

virage *rationnel* et nous n'avons étudié à fond le virage *rationnel* que parce que cette étude est d'une grande utilité dans les calculs du virage *semi-circulaire*.

Soit OB (*fig. 29*) l'arc de courbe de Cornu qui commence le virage et supposons que le point B soit le point de la courbe de Cornu qui correspond à la valeur z_1 du paramètre z (voir les formules (4) et (5) du paragraphe précédent). Le rayon de courbure R_1 en B est donné

par la formule

$$R_1 = \frac{k}{\pi} \frac{1}{z_1}$$

et l'angle α_1 que fait la tangente en B avec Ox est :

$$\alpha_1 = \frac{\pi}{2} z_1^2.$$

Au point B, la courbe OB est continuée par le cercle *osculateur*, c'est-à-dire par le cercle tangent en B et ayant même rayon de courbure (et, par suite, même centre de courbure ω) que la courbe en B. Pour construire graphiquement le centre ω de ce cercle, on porte sur la normale en B une longueur B ω égale à R_1 . On aura la moitié du virage en arrêtant le cercle au point A où la tangente AC est parallèle à Oy. Il est facile, alors, de calculer tous les éléments du virage.

L'angle A ω B est le complément de l'angle α_1 et, par suite, est égal à $\frac{\pi}{2} (1 - z_1^2)$; la longueur de l'arc de cercle AB est donc

$$\text{arc AB} = R_1 \cdot \frac{\pi}{2} (1 - z_1^2) = k \cdot \frac{1 - z_1^2}{2z_1}$$

La longueur totale du demi-virage est donc la somme des deux arcs OB et AB et, par suite, égale à

$$kz_1 + k \cdot \frac{1 - z_1^2}{2z_1} = k \cdot \frac{1 + z_1^2}{2z_1}.$$

Comme la quantité $1 + \frac{z_1^2}{2z_1}$ est toujours plus grande que 1, cette expression nous montre que la longueur du demi-virage est plus grande que k , c'est-à-dire plus grande que la longueur du demi-virage *rationnel* qu'on aurait obtenu en prenant la courbe de Cornu tout entière. La substitution de l'arc BA à la courbe de Cornu, *allonge* par conséquent le virage. Ceci semble, au premier abord, un inconvénient, mais il faut remarquer que le virage semi-circulaire ainsi obtenu atteint des pentes beaucoup moins élevées que le virage rationnel. Car à partir du point B la courbure devenant constante, la pente devient constante. Ceci n'est pas une comparaison raisonnable et nous montrerons plus loin tous les avantages du virage *semi-circulaire*.

Pour déterminer la position du point ω on peut calculer les longueurs BH et ω H (*fig.* 29) et on a :

$$BH = R_1 \cos z_1 = \frac{k}{\pi z_1} \cdot \cos \left(\frac{\pi}{2} z_1^2 \right)$$

$$\omega H = R_1 \sin z_1 = \frac{k}{\pi z_1} \cdot \sin \left(\frac{\pi}{2} z_1^2 \right)$$

La distance du point A à l'axe Ox est alors

$$AC = BH + y_1 = k \left[\frac{1}{\pi z_1} \cos \left(\frac{\pi}{2} z_1^2 \right) + J_{z_1} \right]$$

y_1 désignant l'ordonnée du point B. La largeur de la pelouse, c'est-à-dire la distance des deux lignes droites est le double de AC. En résumé, on a le tableau de formules suivant :

Angle de la tangente en B avec Ox :

$$\alpha_1 = \frac{\pi}{2} z_1^2.$$

Longueur de l'arc de courbe :

$$OB = kz_1.$$

Longueur de l'arc de cercle BA :

$$l = k \frac{1 - z_1^2}{2 z_1}.$$

Longueur totale du virage :

$$L = k \frac{1 + z_1^2}{z_1}.$$

Rayon du cercle BA :

$$R_1 = \frac{k}{\pi z_1}$$

$$BH = \frac{k}{\pi z_1} \cos \left(\frac{\pi}{2} z_1^2 \right)$$

$$\omega H = \frac{k}{\pi z_1} \sin \left(\frac{\pi}{2} z_1^2 \right).$$

Distance des 2 lignes droites :

$$d = 2k \left[\frac{1}{\pi z_1} \cos \left(\frac{\pi}{2} z_1^2 \right) + J_{z_1} \right].$$

Dans ces formules, il reste quelque chose d'in-

déterminé, c'est le choix de z_1 qui reste au gré du constructeur. z_1 une fois déterminé on choisira k de façon que le virage remplisse les conditions désirées, par exemple, de façon que le virage ait une longueur donnée ou de façon que la pelouse ait une largeur donnée. En général, on ne dispose que d'un terrain limité et la largeur de la pelouse, c'est-à-dire la distance d des deux lignes droites est *déterminée*. On devra évidemment choisir z_1 de façon que le virage soit le plus *large* possible, c'est-à-dire de façon que R_1 soit le plus grand possible. Il est facile de voir que, pour une valeur *donnée* de d , R_1 *décroit quand z_1 croît*. On est donc amené à cette conclusion qu'il faut prendre pour z_1 la plus petite valeur possible. Mais, d'autre part, pour que la piste soit *douce* il faut que le passage du sol horizontal au sol incliné ne se fasse pas trop brusquement, il faudra donc prendre pour z_1 une valeur *petite*, mais telle que la longueur de l'*arc de raccordement* OB soit assez grand pour que le relèvement se fasse doucement. Il nous semble qu'il faudra prendre pour z_1 des valeurs comprises entre 0,3 et 0,6. Plus la largeur de pelouse dont on dispose sera grande plus on pourra prendre pour z_1 des valeurs petites.

Pour éviter à nos lecteurs des calculs, nous

TABLEAU DES NOMBRES FONDAMENTAUX D'UN VIRAGE SEMI-CIRCULAIRE

Nombres fondamen- taux	Valeur de α_1				
	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
x_1	k. 0,2994	k. 0,3975	k. 0,4923	k. 0,5811	k. 0,6597
y_1	k. 0,0141	k. 0,0334	k. 0,0647	k. 0,1105	k. 0,1721
α_1	8° 6'	14° 24'	22° 30'	32° 24'	44° 6'
l	k. 1,5166	k. 1,0500	k. 0,7500	k. 0,5333	k. 0,3643
L	k. 3,6332	k. 2,9000	k. 2,5000	k. 2,2666	k. 2,1285
R_1	k. 1,0610	k. 0,7957	k. 0,6366	k. 0,5305	k. 0,4547
BH	k. 1,0504	k. 0,7708	k. 0,5881	k. 0,4479	k. 0,3265
ωH	k. 0,1495	k. 0,1979	k. 0,2436	k. 0,2842	k. 0,3164
d	k. 2,1290	k. 1,6084	k. 1,3056	k. 1,1168	k. 0,9972

214 CONSTRUCTION D'UNE PISTE DE VÉLODROME

avons fait les calculs des nombres fondamentaux α_1 , l , L , R_1 , BII , ωII et d pour les valeurs de α_1 de 0,3 à 0,7, ce qui nous donne le tableau de la p. 213 dans lequel x_1 et y_1 désignent les coordonnées de B tirées du Tableau A des valeurs des intégrales I_1 et J_2 .

Voici, maintenant, comment, avec l'aide de ce tableau, on déterminera les éléments du virage. Supposons, par exemple, qu'on dispose d'un terrain qui permette de prendre deux lignes droites distantes de 70 mètres, comme cela a lieu pour le vélodrome de la Seine. Il faudra alors déterminer k de façon que d ait la valeur 70. Voici alors le tableau des diverses valeurs de k qu'on trouve suivant qu'on prend pour α_1 les valeurs de 0,3 à 0,7 :

α_1	k	Longueur de l'arc OB	} $d = 70$ mètres
0,3	32 ^m ,88	9 ^m ,86	
0,4	43, 52	17, 50	
0,5	53, 61	26, 80	
0,6	62, 68	37, 61	
0,7	70, 20	49, 14	

Nous avons placé dans ce tableau les valeurs de la longueur de l'arc de raccordement OB correspondantes. Pour que la pente ne s'élève pas

trop rapidement, il faut que cet arc de raccordement ne soit pas trop court. Il faut que la longueur de cet arc soit proportionnée à la pente maxima qui est atteinte en B. Dans le cas présent, la pente maxima qu'on atteindra sera environ 0,25. Si on veut qu'en moyenne, dans le raccordement, la pente ne monte pas plus de 1 centimètre par mètre parcouru sur la piste, il faut que l'arc OB ait au moins 30 mètres de longueur. La plus petite valeur de z_1 répondant à cette condition est, dans notre tableau 0,6. Nous sommes donc conduit à prendre 0,6 pour la valeur de z_1 . La valeur de z_1 ainsi fixée, on termine le calcul en donnant à k la valeur 62,68 dans la ligne 0,6 du tableau précédent ce qui donne :

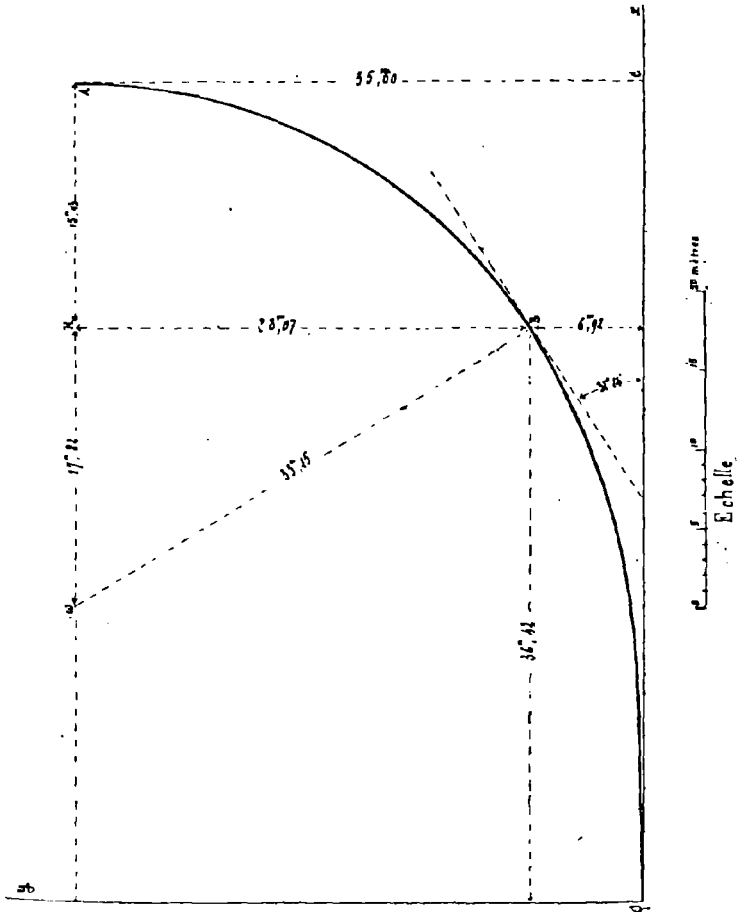
$$\begin{array}{l} \text{Coordonnées de B } \left\{ \begin{array}{l} x_1 = 36^{\text{m}},420 \\ y_1 = 6,925 \\ z_1 = 32^{\circ},24' \\ l = 33^{\text{m}},42 \\ L = 142,07 \\ R_1 = 33,25 \\ BH = 28,075 \\ \omega H = 17,817 \\ \text{arc OB} = 37,61 \\ d = 70^{\text{m}} \\ k = 62,68 \\ z_1 = 0,6. \end{array} \right. \end{array}$$

Nous avons représenté dans la *fig. 30* le demi-virage *semi-circulaire* ainsi obtenu.

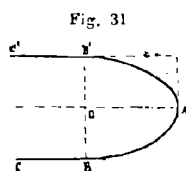
Les nombres précédents suffisent pour montrer la supériorité du virage *semi-circulaire* sur le virage *rationnel*. En effet, nous avons vu que pour $k = 80$ on obtient un virage rationnel pour lequel d est aussi environ égal à 70 mètres (voir le second tableau du paragraphe précédent), mais ce virage a 160 mètres de longueur au lieu de 142 mètres qu'a le virage *semi-circulaire* et, chose plus désagréable, le rayon minimum du virage est de $25^m,46$, tandis que celui du virage que nous venons de calculer est de $33^m,25$. Le virage *semi-circulaire à égalité de largeur de pelouse*, donne un virage *plus court et plus large*, c'est-à-dire *moins relevé* que le virage *rationnel*. La partie circulaire *corrige* dans le virage rationnel ce qu'il y a de *défectueux* dans la partie où le rayon de courbure décroît.

Ligne de foi d'un virage elliptique ou parabolique. — Un virage elliptique se compose d'une *demi-ellipse* BAB' (*fig. 31*) dont le grand axe coïncide, en direction, avec le grand axe de la piste et dont les sommets B et B' du petit axe sont les points de raccord avec les lignes droites CB et $C'B'$. Le calcul des dimensions de l'ellipse est facile. En effet, d'abord la distance BB' qui

Fig. 30
LIGNE DE FOI D'UN VIRAGE SEMI-CIRCULAIRE



est la distance d des deux lignes droites est connue. On connaît donc le petit axe $2b$ de l'ellipse qui est égal à d . Le grand axe $2a$ sera déterminé



par la condition qu'au point B le rayon de courbure de l'ellipse doit être égal au rayon minimum $\frac{V^2}{gf}$ qu'on peut décrire à la vitesse maxima V , sur sol horizontal, de façon que la pente en B soit nulle. Or, le rayon de courbure en B est $\frac{a^2}{b}$, on doit donc avoir

$$\frac{a^2}{b} = \frac{V^2}{gf} \quad \text{d'où} \quad a^2 = b \frac{V^2}{gf}$$

et comme :

$$b = \frac{d}{2},$$

on a :

$$a = V \sqrt{\frac{d}{2gf}}$$

(g est l'accélération due à la pesanteur et f , le coefficient de frottement de glissement latéral d'un cycle). Pour que la piste soit *bonne*, il faudra que la valeur du rayon de courbure en A qui est $\frac{b^2}{a}$ ne soit pas inférieure au rayon mini-

mum que doit avoir un bon virage. Ce rayon minimum étant $\frac{V^2}{g} \frac{1-f^2}{2f}$, on doit avoir :

$$\frac{d^2}{4V} \sqrt{\frac{2gf}{d}} \geq \frac{V^2}{g} \frac{1-f^2}{2f}$$

ce qui donne

$$d \geq \frac{V^2}{gf} \sqrt[3]{2(1-f^2)^2}.$$

Sur un terrain pour lequel d serait inférieur à cette limite on ne pourrait pas construire une bonne piste à virage elliptique. Il faudrait, alors, comme nous l'avons expliqué, opter entre la piste pour vitesse ou la piste pour fond.

Par exemple, si on prend $d = 70$ mètres, $V = 50$ kilomètres à l'heure, ($V = 13^m,88$ à la seconde) et $f = 0,3$, on trouve :

$$b = 35 \text{ mètres} \quad a = 47^m,89.$$

Le rayon de courbure au point A serait alors

$$\frac{b^2}{a} = 25^m,58,$$

ce qui exigerait, dans les hypothèses faites, une pente de 0,38 au point A. Si on compare ces nombres à ceux du virage rationnel de 160 mètres que nous avons calculé précédemment et qui donne la même valeur pour d , on voit que le rayon minimum est le même dans les deux cas :

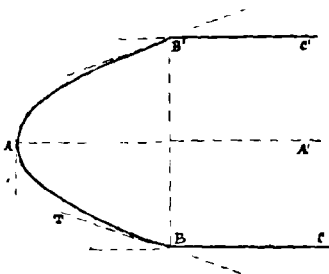
pour le virage rationnel il est $25^m,46$ et ici $25^m,58$. On en conclut que le virage *elliptique* donnera un virage analogue à celui que donne le virage *rationnel*. Il ne vaut donc pas mieux et n'aurait sur lui que le désavantage de donner lieu à des calculs beaucoup plus compliqués, car les calculs des longueurs d'arcs d'ellipse et des rayons de courbure seraient beaucoup plus pénibles.

Je ne dirai que quelques mots sur le virage *parabolique*.

Un virage parabolique se compose d'une portion d'arc de parabole BAB' (*fig. 32*) dont l'axe AA' coïncide, en direction, avec l'axe de la piste. Comme dans une parabole il n'y a aucun point où la tangente est parallèle à l'axe, les lignes droites en B et B' *ne se raccordent pas* avec la parabole. Il y a, alors, une cassure légère dans le tracé de la ligne de foi en B et B' . Ainsi la tangente BT en B à la parabole ne se trouve pas dans le prolongement exact de la ligne droite BC mais fait avec elle un angle très petit. Pratiquement, on peut s'arranger de façon que cet angle soit assez petit pour que cela ne gêne pas. D'ailleurs, si on tient absolument à ce que le raccord soit exact, on peut légèrement retoucher la parabole en B , mais, alors, cela revient à prendre un

virage elliptique ; ou bien, incurver légèrement les lignes droites et les remplacer par des arcs de cercle de très grand rayon. Une discussion plus approfondie de ce virage nous amènerait à la conclusion qu'il donne des résultats analogues, plutôt moins bons que le virage elliptique et le virage rationnel. Comme ceux-ci sont inférieurs au virage semi-circulaire, il en est, *a fortiori*,

Fig. 32



de même pour le virage parabolique. Le virage *semi-circulaire* reste donc, à notre avis, le meilleur virage.

Remarquons, pour terminer, qu'on pourrait construire des virages semi-circulaires dans lesquels la courbe de raccordement de la ligne droite au cercle, au lieu d'être un arc de courbe de Cornu serait un arc d'ellipse ou de toute autre courbe analogue. Cela donnerait aussi de *très*

bons résultats. Nous ne proposons de préférence l'arc de courbe de Cornu que parce qu'il donne des calculs *simples*.

Coupe d'une piste. — Dans la ligne droite, la pente d'une piste doit être nulle. Donc, dans les lignes droites et aux points du virage où le rayon de courbure est supérieur au rayon minimum $\frac{V^2}{fg}$, le sol de la piste sera un *plan horizontal*. En un point du virage où le rayon de courbure est plus petit que $\frac{V^2}{gf}$, la piste doit avoir une pente p dont la valeur est déterminée en fonction du rayon de courbure de la ligne de foi par la formule (1) que nous avons donnée plus haut.

$$(1) \quad p = \frac{\frac{V^2}{Rg} - f}{1 + f \cdot \frac{V^2}{Rg}}.$$

La forme de la piste au virage est alors telle que sa *coupe* par un plan vertical normal, en un point de la ligne de foi, à cette ligne, soit une *droite* dont la pente est donnée par la formule (1) où R désigne le rayon de courbure de la ligne de foi. On voit, que, dans ces conditions, la surface de la piste est une surface réglée, engendrée par une droite qui se meut en restant normale à la ligne de foi et en ayant

une pente donnée par la formule (1). Le long de la portion circulaire du virage, si on prend un virage semi-circulaire, la pente de la droite restera constante et, par suite, elle engendrera un cône de révolution. Donc, la surface de la piste est un plan horizontal dans les lignes droites, un cône de révolution à axe vertical dans les parties circulaires des virages et, le long des courbes de raccordement, elle se compose d'une surface réglée gauche qui sert de raccordement du plan horizontal au cône. Dans la piste, telle que nous la concevons, cette surface de raccordement est en concordance avec la ligne de foi, de telle façon qu'en chacun de ses points la pente est bien celle qui correspond au rayon de courbure de la ligne de foi. C'est cette concordance qui manque dans les pistes à virages complètement circulaires et qui rend l'entrée et la sortie des virages si dangereux.

Avec tout ce qui précède, il sera facile de faire l'épure de la surface de la piste.

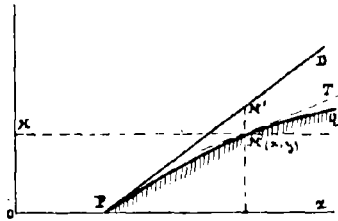
1° On déterminera dans le plan horizontal du terrain, dont on dispose, la ligne de foi de la piste. Deux lignes droites reliées par deux virages semi-circulaires. Le calcul des éléments de la ligne de foi donnera le rayon de courbure en chacun de ses points ;

2° en chaque point de la ligne de foi on mène la normale *dans son plan*. Dans le plan vertical passant par cette normale, on trace une droite rencontrant la ligne de foi et ayant la pente p calculée par la formule (1). Sur cette droite, on portera à partir de la ligne de foi *vers l'intérieur* de la courbe une longueur de 30 centimètres. Tous les points ainsi obtenus formeront une ligne qui est la *corde*. La corde n'est pas alors une ligne *plane*. Dans le virage, elle est située *un peu* au-dessous du plan *horizontal* de la ligne de foi. On portera dans l'autre sens une longueur, constante ou non, égale à la largeur qu'on voudra donner à la piste et on aura ainsi une suite de points qui formeront la *barrière*. La largeur d'une piste est absolument au gré de l'architecte. Elle peut être uniforme sur tout le parcours ou variable. Fréquemment, on donne une plus grande largeur à la ligne droite qui sert à l'*arrivée*.

Comme nous venons de le dire, en général, la *coupe* de la piste par un plan vertical normal à la ligne de foi est une *droite*. *Théoriquement* il ne devrait pas en être ainsi car, à mesure qu'on se rapproche de la *barrière*, en suivant la normale à la ligne de foi, le rayon de courbure de la piste augmente et, par conséquent, la pente

devrait diminuer au lieu de rester constante comme cela a lieu lorsque la coupe est une droite. *Pratiquement*, lorsque le rayon du virage est assez grand, cela n'a pas d'inconvénient et on peut, sans nuire à la qualité de la piste, prendre cette forme de coupe, mais lorsqu'on construit une piste à virages très courts il sera très utile et presque nécessaire de ne pas prendre une ligne droite. Nous allons calculer quelle doit être la

Fig. 33



coupe de la piste dans ce cas. Soient P, un point de la ligne de foi ; PO, la normale horizontale en ce point à la ligne de foi et O, le centre de courbure de cette ligne. Prenons pour plan de la figure (fig. 33) le plan vertical passant par PO et soit PQ, la coupe de la piste qui est la courbe qu'il s'agit de déterminer. .

Soit Oy, la verticale qui passe en O et désignons OP par Ox. Cherchons l'équation de la courbe PQ par rapport aux axes Ox et Oy. La

pende p , en un point d'une piste, est donnée, comme nous savons, par la formule

$$p = \frac{V^2 - Rgf}{Rg + V^2f}$$

posons $\frac{V^2}{g} = a$, on aura

$$(1) \quad p = \frac{a - Rf}{af + R}$$

R étant le rayon de courbure. Soit alors M , un point de la courbe PQ de coordonnées x et y . Le rayon de courbure de la ligne de niveau de la piste en M sera la distance $MH = x$ de M à la verticale Oy du centre O de la ligne de foi en P dans la partie circulaire de la ligne de foi. Le rayon de courbure en M est donc égal à x . La pente de la tangente MT en M est $\frac{dy}{dx}$. On devra donc avoir,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{a - f \cdot x}{af + x}$$

en appliquant l'égalité (1). Cette équation est l'équation différentielle de la courbe PQ . En intégrant, on a

$$y = a(1 + f^2)L \left[\frac{af + x}{af + R} \right] - f \cdot (x - R)$$

R désignant le rayon de courbure de la ligne de foi en P

$$R = OP.$$

Si on avait pris une ligne droite pour coupe de la piste, cette ligne droite aurait été la tangente PD en P, à PQ, qui a pour équation

$$y = \frac{a - Rf}{af + R} (x - R).$$

Calculons la distance MM' dont on a abaissé la droite PD au point M' pour obtenir le point M. Pour cela il faut faire la différence des ordonnées de M et M' et on trouve

$$\begin{aligned} MM' = a(1 + f^2) & \left[\frac{1}{2} \left(\frac{x - R}{af + R} \right)^2 - \right. \\ & \left. - \frac{1}{3} \left(\frac{x - R}{af + R} \right)^3 + \dots \right] \end{aligned}$$

(en développant le logarithme L en série).

Posons $x - R = u$ et on a, *approximativement*,

$$(2) \quad MM' = \frac{a(1 + f^2)}{2(af + R)^2} u^2$$

or, u est la différence entre le rayon de courbure en M' et le rayon en P. La formule (2) donne donc la quantité MM' dont on doit abaisser la droite PD en un point M' distant du point P de la ligne de foi de u .

Lorsque le rayon R de la ligne de foi est grand le coefficient de u^2 est petit et MM' est toujours

petit, c'est ce qui légitime ce que nous avons avancé en disant que, quand le virage est *large*, on peut prendre pour coupe une *droite*. Mais si R est petit, il n'en est plus de même et on *devra* faire la correction.

Ainsi, pour $V = 50$ kilomètres à l'heure ($V = 13^m,88$ à la seconde), on a *environ*

$$a = \frac{V^2}{g} = 21.$$

Si $f = 0,3$, on a

$$MM' = \frac{23}{2(6,3 + R)^2} u^2.$$

Par exemple, en un point d'une piste où le rayon de courbure serait 16 mètres et où la largeur serait 8 mètres, à *la barrière*, on aurait $u = 8$ mètres, d'où

$$MM' = \frac{23}{2(22,3)^2} \times 64 = 1^m,4.$$

Il faudrait donc abaisser, à *la barrière*, la ligne droite PD de $1^m,40$ environ. Ce ne serait pas négligeable comme on le voit. Dans les virages courts la coupe de la piste ne devra pas être une ligne droite, par conséquent, mais une ligne *convexe* PQ, obtenue en abaissant la ligne droite d'une longueur MM', en chacun de ses points, fournie par la formule (2). La surface de la piste

dans la partie circulaire, au lieu d'être un cône, aura l'aspect d'une surface à bords évasés comme un saladier. En tous cas, il faudra toujours se rendre compte, quand on construira une piste, si la coupe peut être une ligne droite. Nous croyons que même dans les pistes à virages assez larges, la piste ne pourrait que gagner à cette correction de la coupe qui permettrait aux coureurs de monter plus facilement à la barrière dans les virages.

TABLE DES MATIÈRES

	Pages
PRÉFACE	5
INTRODUCTION	8
Définitions de quelques termes	8
Traces des roues sur le sol	14
Multiplication dans les bicyclettes	19
Tableau numérique donnant la multiplication et le développement d'une bicyclette	20

CHAPITRE PREMIER

L'équilibre et la direction

Conditions analytiques de l'équilibre sur un sol horizontal	21
Conditions d'équilibre sur un sol quelconque	30
Influence du vent sur les conditions d'équilibre.	42
Rétablissement de l'équilibre au moyen du guidon	46
Stabilité d'une machine	58
Calcul des réactions du sol quand il y a équi- libre.	60
Équilibre sans les mains	62
Direction dans la marche en ligne droite	74
Direction dans un virage	82

CHAPITRE II

Le travail et sa mesure

	Pages
Résistances passives de la machine	90
Résistance au roulement	92
Force vive perdue dans les vibrations	96
Résistance de l'air calme	103
" " en mouvement	103
Travail sur un sol horizontal	115
Influence du poids de la machine sur le travail .	120
Travail sur un sol incliné, montée et descente .	126
" par coup de pédale, choix d'une multi- plication	142
Pression du pied sur la pédale, choix de la lon- gueur de la manivelle	154
Appareils de mesure	163
Expériences de mesure du travail	172

CHAPITRE III

Construction d'une piste de vélodrome

Définitions	179
Calcul de la pente du sol aux virages	181
Mesure du coefficient de frottement de glisse- ment latéral	191
Détermination de la ligne de foi	194
Ligne de foi d'un virage rationnel	199
" " semi-circulaire	208
" " elliptique ou parabo- lique	216
Coupe d'une piste	222

VIENT DE PARAÎTRE :

LEÇONS SUR LES
MALADIES NERVEUSES

(Salpêtrière, 1893-1894.)

Par **E. BRISSAUD**

Professeur agrégé à la Faculté de médecine de Paris

Médecin de l'hôpital St-Antoine

Recueillies et publiées par **Henry MEIGE**

1 vol. gr. in-8°. avec 240 figures (schémas et photographies). **18 fr.**

Ce livre traite des sujets les plus intéressants et les plus nouveaux de la neuropathologie. Il mérite d'être consulté par tous ceux qui désirent se tenir au courant des récents travaux cliniques ou anatomo-pathologiques sur les maladies nerveuses. Il sera lu avec fruit par les étudiants comme par les praticiens, qui y trouveront non seulement des descriptions symptomatologiques excellentes, mais encore des exposés anatomiques d'une grande clarté. Et il sera lu avec plaisir, car les descriptions les plus arides y sont présentées avec une forme littéraire très soignée. Un grand nombre de figures en facilitent encore la compréhension, les unes schématisant les détails anatomiques, les autres reproduisant les photographies des types cliniques les plus caractéristiques.

Chaque leçon est précédée d'un sommaire détaillé et une table analytique placée à la fin du volume permet de le consulter rapidement.

LIBRAIRIE G. MASSON, 120, BOULEVARD SAINT-GERMAIN, PARIS,

CLINIQUE MÉDICALE DE LA CHARITÉ

LEÇONS & MÉMOIRES

Par le professeur **POTAIN**

et ses collaborateurs

Ch. A. François-Franck

Professeur suppléant au Collège de France

E. Suchard

Chef de laboratoire d'anatomie pathologique

H. Vaquez

Chef de clinique à la Faculté de Médecine

P. J. Teissier

Interne des Hôpitaux de Paris

1 fort vol. in-8° de 1,060 p. avec nombreuses fig. dans le texte. 30 fr.

Ce volume contient tout d'abord des *leçons* du professeur, recueillies par M. VAQUEZ. Celles qui ont été choisies se rapportent toutes aux maladies du cœur. — Le reste du livre est composé de travaux et de recherches poursuivis dans le service : deux mémoires de M. POTAIN (*des souffles cardio-pulmonaires et du choc de la pointe du cœur*), sont la démonstration complète de certains points de la séméiologie cardiaque. — M. VAQUEZ a donné un mémoire sur la *Phlébite des membres*; M. TEISSIER a rédigé les *Rapports du rétrécissement mitral pur avec la tuberculose*; M. SUCHARD a fourni un intéressant travail sur la *Technique des autopsies cliniques*. — Enfin, M. FRANÇOIS-FRANCK a rédigé un très important mémoire, *l'Analyse de l'action expérimentale de la digitaline*. — L'ensemble de ce volume forme donc un tout traitant tout spécialement des maladies du système circulatoire.

TRAITÉ

DES MALADIES DES YEUX

Par Ph. PANAS

Professeur de clinique ophtalmologique à la Faculté de Médecine
Chirurgien de l'Hôtel-Dieu — Membre de l'Académie de Médecine

2 vol. gr. in-8° avec 453 fig. et 7 pl. coloriées, cartonnés. . . 40 fr.

Dans cet ouvrage, l'auteur s'est attaché à donner d'une façon concise l'état actuel de la science ophtalmologique en prenant pour base la clinique sans négliger l'enseignement et les recherches de laboratoire. — Le premier volume comprend l'anatomie, la physiologie, l'embryologie, l'optique et la pathologie du globe de l'œil. — Le second contient ce qui a trait à la musculature, aux paupières, aux voies lacrymales, à l'orbite et aux sinus cranio-faciaux; le tout envisagé au point de vue de l'anatomie, de la physiologie et de la pathologie. En un mot, essentiellement pratique, ce livre s'adresse autant aux étudiants qu'aux ophtalmologues de profession.

VIENT DE PARAÎTRE :

ÉTUDE

SUR LE

BILHARZIA HÆMATOBIA

ET LA

BILHARZIOSE

Par MM.

LORTET

Doyen de la Faculté de Médecine
de Lyon

VIALLETON

Professeur agrégé à la Faculté de Médecine
de Lyon

Chargés par M. le Ministre de l'Instruction publique d'une mission
scientifique en Egypte (1893-1894).

1 vol. in-8° des *Annales de l'Université de Lyon*, avec planches
et figures dans le texte 10 fr.

MM. LORTET et VIALLETON ont eu l'occasion de pouvoir étudier en Egypte, c'est-à-dire là où elle est endémique, une terrible affection parasitaire, la bilharziose. Leur travail, très complet, et qui comprend toute une série de dessins et de planches remarquables, n'est pas seulement intéressant pour les anatomistes et les anatomo-pathologistes au point de vue scientifique ; il a pour la France un intérêt tout spécial. La Bilharziose a fait, en effet, de nombreuses victimes à Toulon, à Marseille, à Paris et à Lyon, chez des militaires ou des civils ayant séjourné en Tunisie, ainsi que dans quelques parties chaudes de l'Algérie.

Après le travail de MM. LORTET et VIALLETON, le *Bilharzia hæmatobia* est décrit et connu d'une façon définitive dans son anatomie, comme dans l'histoire de son évolution pathologique.

SYMPTOMATOLOGIE
ET
ANATOMIE PATHOLOGIQUE
DES
MALADIES DE LA PEAU

Par MM.

LELOIR

Professeur à la Faculté de Médecine
de Lille

E. VIDAL

Médecin de l'Hôpital Saint-Louis

Un Atlas de 54 planches grand in-8° tirées en couleur et accompagnées d'un texte explicatif 70 francs

NOTA. — L'ouvrage devra être accompagné d'un traité descriptif, publié par ordre alphabétique (ACHROMIE-FAVUS) qui n'a pas été continué à la suite de la mort de M. E. VIDAL. Les 380 pages publiées sont remises gratuitement aux acquéreurs de l'Atlas.

TRAITÉ THÉORIQUE ET PRATIQUE
D'HYDROTHÉRAPIE MÉDICALE

Par le Dr F. BORTEY, médecin de l'établissement de Divonne, ancien interne des hôpitaux de Paris et de la Salpêtrière, 1 vol. in-8°. 10 fr.

Extrait de l'Introduction. — L'Hydrothérapie ne se compose pas exclusivement de l'instrumentation et des appareils employés dans les établissements spéciaux. Elle possède comme moyens d'action une foule de procédés différents et variés que l'on peut mettre en œuvre non seulement dans un établissement, mais encore au domicile même des malades ; et « hydrothérapie » n'est pas uniquement synonyme de « douches », ainsi que beaucoup le croient.

C'est dans le but d'étudier, d'une façon aussi pratique que possible, les divers procédés de la méthode hydrothérapique, les actions thérapeutiques qu'ils déterminent et les indications auxquelles ils répondent, que nous avons écrit ce livre. Nous espérons avoir éclairci, dans une certaine mesure, les obscurités ou les points douteux qui règnent encore sur l'interprétation théorique des effets de l'hydrothérapie ou sur les applications pratiques de la méthode.



REVUE DES SCIENCES

Et de leurs Applications aux Arts et à l'Industrie

Journal Hebdomadaire Illustré

RÉDACTEUR EN CHEF

Gaston TISSANDIER

*

Succès de

S

Recettes et Procédés Utiles

Récréations Scientifiques

Actualités Scientifiques

Boîte aux Lettres

43 VOLUMES

PUBLIÉS

Vingt-trois Années de

Les Abonnements et Renouvellements sont reçus

à la Librairie G. MASSON

120, BOULEVARD ST-GERMAIN, PARIS

Un an : Paris, 20 fr. Départements, 25 fr. Union postale, 26 fr.

Six mois — 10 fr. — 12 fr. 50 — 13 fr.

PRIX

d'Abonnements :

Le Numéro : 50 Centimes

*

LIBRAIRIE G. MASSON, 120, BOULEVARD ST-GERMAIN, PARIS

PRÉPARATION A L'ÉCOLE SPÉCIALE MILITAIRE DE SAINT-CYR

PRECIS
DE GÉOGRAPHIE

A l'usage des candidats à l'École spéciale Militaire de Saint-Cyr

PAR

Marcel DUBOIS

Professeur de Géographie coloniale à la
Faculté des lettres de Paris

Camille GUY

Ancien élève de la Sorbonne, Professeur
agrégé de Géographie et d'Histoire

UN TRÈS PETIT VOLUME IN-8^o

Avec nombreuses cartes, croquis et figures dans le texte

Broché. . . 12 fr. 50 — Relié. . . 14 fr.

Ce nouvel ouvrage est une adaptation des connaissances géographiques à la première éducation militaire qu'on exige des candidats à Saint-Cyr et qui les prépare à la Géographie que nos officiers leur enseigneraient plus tard à l'École avec une supériorité incontestée.

Le **Précis de Géographie** reste fidèle à la méthode que les Maîtres et les Élèves apprécient dans les ouvrages antérieurs de M. Marcel Dubois. C'est le livre d'une classe vraiment spéciale et orientée dans une direction déterminée faisant la part de l'éducation large et libérale du futur officier sans jamais négliger la préoccupation immédiate de l'examen.

PRECIS
D' HISTOIRE
MODERNE ET CONTEMPORAINE

A l'usage des candidats à l'École spéciale Militaire de Saint-Cyr

Par F. CORRÉARD

Professeur au lycée Charlemagne

Un volume in-8 de 800 pages. Broché. 10 fr. 50 Relié. 12 fr.

En rédigeant cet ouvrage l'auteur a eu constamment présente à l'esprit l'indication suivante qui figure en tête du programme des conditions d'admission à l'École de Saint-Cyr. « Le programme de l'examen d'histoire et de géographie a été rapproché, autant que possible, du programme d'enseignement des lycées pour éviter que les candidats ne se croient obligés à se donner une préparation trop spéciale et nuisible par là même à leur éducation intellectuelle. Les candidats doivent, avant toutes choses, faire preuve de connaissances générales et réfléchies en histoire. L'examen ne portera pas sur les menus détails de l'histoire des guerres ». En conséquence l'auteur, suivant la méthode employée dans les précédents ouvrages, s'est attaché d'abord à choisir et à caractériser les faits et les personnages significatifs, puis à marquer la suite et l'enchaînement des événements. Pour les opérations militaires mentionnées dans le programme, il s'est efforcé de faire comprendre le sens et le but soit des campagnes, soit des batailles, en évitant les considérations trop techniques qui supposent des connaissances que les candidats n'auront que plus tard.

TRAITÉ ÉLÉMENTAIRE DE CHIMIE

Par **M. TROOST**

Membre de l'Institut
Professeur à la Faculté des Sciences de Paris

Deux Éditions sont simultanément en Vente :

10 ^e édition, notation en équivalents. 1 volume in-8, avec 506 figures	8 fr.	11 ^e édition, notation atomique. 1 vol. in-8, avec nombreuses figures	8 fr.
---	-------	--	-------

G U I D E

POUR LES

MANIPULATIONS CHIMIQUES

Par **M. KNOLL**

Préparateur au lycée Louis-le-Grand

1 vol. in-12, avec gravures 1 fr.

LEÇONS ÉLÉMENTAIRES

DE

CHIMIE MODERNE

Par **M. WURTZ**

Membre de l'Institut, professeur à la Faculté des Sciences de Paris

1 vol. in-18, avec 433 figures 9 fr.

TRAITÉ ÉLÉMENTAIRE D'ÉLECTRICITÉ

Par **M. JOUBERT**

2^e Édition, 1 vol. petit in-18 avec 374 figures 8 fr.

LIBRAIRIE GAUTHIER-VILLARS ET FILS
Envoi franco contre mandat-poste ou valeur sur Paris

COURS DE PHYSIQUE

DE
L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE

PAR M. J. JAMIN

QUATRIÈME ÉDITION

AUGMENTÉE ET ENTIÈREMENT REFONDUE,

PAR

M. BOUTY,

Professeur à la Faculté des Sciences de Paris.

Quatre Tomes in-8, de plus de 4000 pages, avec 1587 figures et 14 planches sur acier, dont 2 en couleur; 1885-1891. (OUVRAGE COMPLET) 72 fr.

On vend séparément :

TOME I. — 9 fr.

- (*) 1^{er} fascicule. — *Instruments de mesure. Hydrostatique*; avec 150 fig. et 1 planche 5 fr.
2^e fascicule. — *Physique moléculaire*; avec 93 figures 4 fr.

TOME II. — CHALEUR. — 15 fr.

- (*) 1^{er} fascicule. — *Thermométrie. Dilatations*; avec 98 fig. 5 fr.
(*) 2^e fascicule. — *Calorimétrie*; avec 48 fig. et 2 planches 5 fr.
3^e fascicule. — *Thermodynamique. Propagation de la chaleur*; avec 47 figures 5 fr.

TOME III. — ACOUSTIQUE; OPTIQUE. — 22 fr.

- 1^{er} fascicule. — *Acoustique*; avec 123 figures. 4 fr.
(*) 2^e fascicule. — *Optique géométrique*; avec 139 figures et 3 planches. 4 fr.
3^e fascicule. — *Étude des radiations lumineuses, chimiques et calorifiques; Optique physique*; avec 249 fig. et 5 planches, dont 2 planches de spectres en couleur 14 fr.

(*) Les matières du programme d'admission à l'École Polytechnique sont comprises dans les parties suivantes de l'Ouvrage : Tome I, 1^{er} fascicule ; Tome II, 1^{er} et 2^e fascicules ; Tome III, 2^e fascicule.

LIBRAIRIE GAUTHIER-VILLARS ET FILS

TOME IV (1^{re} Partie). — ÉLECTRICITÉ STATIQUE ET DYNAMIQUE. — 13 fr.

- 1^{er} fascicule. — *Gravitation universelle. Électricité statique; avec 155 fig. et 1 planche* 7 fr.
 2^e fascicule. — *La pile. Phénomènes électrothermiques et électrochimiques; avec 161 fig. et 1 planche* 6 fr.

TOME IV. — (2^e Partie). — MAGNÉTISME; APPLICATIONS. — 13 fr.

- 3^e fascicule. — *Les aimants. Magnétisme. Electromagnétisme. Induction; avec 240 figures.* 8 fr.
 4^e fascicule. — *Météorologie électrique; applications de l'électricité. Théories générales; avec 84 fig. et 1 pl.* 5 fr.

TABLES GÉNÉRALES.

Tables générales, par ordre de matières et par noms d'auteurs, des quatre volumes du Cours de Physique. In-8; 1891 60 c.

Des suppléments destinés à exposer les progrès accomplis viendront compléter ce grand Traité et le maintenir au courant des derniers travaux.

ANDRIEU (Pierre), Chimiste agronome. — *Le vin et les vins de fruits. Analyse du moût et du vin. Vinification. Sucrage. Maladies du vin. Etude sur les levures de vin cultivées. Distillation.* In-8 de 380 pages, avec 78 figures; 1894. 6 fr. 50

ARNOUX (Gabriel), ancien Officier de Marine. — *Essais de Psychologie et de Métaphysique positives. — Arithmétique graphique. — Les espaces arithmétiques hypermagiques.* Grand in-8, avec figures et 1 planche en couleur; 1894. Papier Hollande, 12 fr., Vêlin. 6 fr.

BARILLOT (Ernest), Expert-Chimiste près les Tribunaux, Membre de la Société chimique de Paris. — *Traité de Chimie légale. Analyse toxicologique. Recherches spéciales.* In-8, avec figures; 1894. 6 fr. 50

BOUSSAC, inspecteur général des Postes et Télégraphes. — *Construction des lignes électriques aériennes. (Ecole Professionnelle supérieure des Postes et Télégraphes).* Ouvrage complété par E. MASSIN, ingénieur des Télégraphes. Grand in-8, avec 201 figures; 1894. 6 fr. 50

GIRARD (Aimé). — *Recherches sur la culture de la pomme de terre industrielle et fourragère. 2^e édition. Un volume de texte grand in-8 avec figures et Atlas contenant 6 belles planches en héliogravure; 1891* 8 fr.

On vend séparément :

Texte. 3 fr. 75 | Atlas 5 fr.

HERZBERG (Wilhelm), Directeur du Bureau Royal d'Analyse des papiers à Berlin. — *Analyse et essais des papiers, suivis d'une Etude sur les papiers destinés à l'usage administratif en Prusse (Normal-Papier), par Carl Hoffmann, Ingénieur civil, Directeur de la Papier Zeitung.* Ouvrage avec figures et 2 planches; 1894. 5 fr.

MANNHEIM (Le Colonel A.), Professeur à l'Ecole Polytechnique. — *Principes et Développements de la Géométrie cinématique. Ouvrage contenant de nombreuses applications à la théorie des surfaces.* In-4, avec 186 figures; 1894. 25 fr.

LIBRAIRIE GAUTHIER-VILLARS ET FILS

ENCYCLOPÉDIE

DES TRAVAUX PUBLICS
ET ENCYCLOPÉDIE INDUSTRIELLE

FONDÉES PAR

M. M.-C. LECHALAS

Inspecteur général des Ponts et Chaussées

APPERT (Léon) et HENRIVAUX (Jules), Ingénieurs. — **Verre et Verrerie**. Grand in-8° de 460 pages, avec 130 figures et un Atlas de 14 planches; 1894 (E. I.). 20 fr.

Historique. — Classification. — Composition des agents physiques et chimiques. — Produits réfractaires. — Fourneaux de verrerie. — Combustibles et Verres ordinaires. — Glaces et produits spéciaux. — Verre de Bohême. — Cristal. — Verres d'optique. — Phares. — Strass. — Email. — Verres colorés. — Mo-sique. — Vitraux. — Verres durs. — Verres malléables. — Verres durcis par la trempe. — Etude théorique et pratique des défauts du verre.

BRICKA (C.), Ingénieur en chef des Ponts et Chaussées, Ingénieur en chef de la voie et des bâtiments aux Chemins de fer de l'Etat. — **Cours de Chemins de fer**, professé à l'École nationale des Ponts et Chaussées. 2 beaux volumes grand in-8, se vendant séparément. (E. T. P.)

TOME I : *Etudes. — Construction. — Voie et appareils de voie*. Avec 326 figures, 1894 20 fr.

TOME II : *Matériel roulant et Traction — Exploitation technique. — Tarifs. — Dépenses de construction et d'exploitation. — Régime des concessions. — Chemins de fer de systèmes divers*. Avec 177 figures; 1894 20 fr.

L'émminent ingénieur Sévère, qui a longtemps professé le Cours de Chemins de fer à l'École des Ponts et Chaussées, avait fait autographier ses Leçons; mais cet Ouvrage est épuisé depuis longtemps, — et d'ailleurs, si grande qu'ait été sa valeur, il ne serait plus au courant des progrès réalisés depuis cette époque. Aussi M. Bricka a-t-il rendu un service signalé à tous ceux qui s'intéressent à l'art de l'Ingénieur en publiant l'Ouvrage considérable que nous annonçons et qui contient non seulement les matières du cours oral, mais beaucoup de questions et bien des détails que les Leçons ne peuvent donner.

Cette œuvre émane d'un homme qui a beaucoup fait, beaucoup vu faire, et qui maintenant dirige l'un des grands services des Chemins de fer de l'Etat, en même temps qu'il enseigne à nos futurs ingénieurs la plus difficile des parties de leur art. C'est dire qu'elle apporte une puissante contribution à toutes les questions relatives aux Chemins de fer.

CRONEAU (A.), Ingénieur de la Marine, Professeur à l'École d'application du Génie maritime. — **Architecture navale. — Construction pratique des navires de guerre**. 2 volumes gr. in-8° se vendant séparément (E. T. P.)

TOME I : *Plans et devis. — Matériaux. — Assemblages. — Différents types de navires. — Charpente. — Revêtement de la coque et des ponts*. Gr. in-8, avec 305 fig. et un Atlas de 11 pl. in-4°, dont deux en trois couleurs; 1894. 18 fr.

LIBRAIRIE GAUTHIER-VILLARS ET FILS

Tome II : Compartimentage. — Cuirassement. — Pavols et garde-corps. — Ouvertures pratiquées dans la coque, les ponts et les cloisons. — Pièces rapportées sur la coque. — Ventilation. — Service d'eau. — Gouvernails. — Corrosion et milieux. — Poids et résistance des coques. Grand in-8, avec 359 figures; 1894. 15 fr.

DENFER (J.). Architecte, Professeur à l'École Centrale. — **Architecture et constructions civiles. — Couvertures des édifices.** — Ardoises, tuiles, métaux, matières diverses, cheneaux et descentes. Grand in-8 de 469 pages, avec 423 figures; 1893. (E. T. P.). 20 fr.

M. Denfer est connu par les grands travaux qu'il a exécutés à Paris et en province et par le succès de ses ouvrages précédents : *Maçonnerie; Charpente en bois et menuiserie.*

La *Couverture des édifices* est une de ces monographies de spécialités destinées à rester longtemps classiques, tant elles sont complètes, claires, bien illustrées de dessins exacts pouvant servir dans les applications. Elle se divise en huit chapitres dont voici les titres :

CHAP. I : *Considérations générales.* — CHAP. II : *Couvertures en ardoises.* — CHAP. III : *Couvertures en pierres, ciments et asphaltes.* — CHAP. IV : *Couvertures en tuile.* — CHAP. V : *Couvertures en verre.* — CHAP. VI : *Couvertures métalliques.* — CHAP. VII : *Couvertures en matériaux ligneux.* — CHAP. VIII : *Gouttières, cheneaux et accessoires de couverture.*

DENFER (J.). Architecte, professeur à l'École Centrale. — **Architecture et constructions civiles. — Charpenterie métallique. Menuiserie en fer et serrurerie.** — 2 beaux volumes se vendant séparément. (E. T. P.).

Tome I : Généralités sur la fonte, le fer et l'acier. — Résistance de les matériaux. — Assemblages des éléments métalliques. — Chainages, linteaux et poteaux. — Planchers en fer. — Supports verticaux. Colonnes en fonte. Poteaux et piliers en fer. Grand in-8 de 584 pages avec 479 figures; 1894. 20 fr.

Tome II : Pans métalliques. — Combles. — Passerelles et petits ponts. — Escaliers en fer. — Serrurerie. (Fermelements des charpentes et menuiseries. Paratonnerres. Clôtures métalliques. Menuiserie en fer. Serres et vérandas). Grand in-8, de 626 pages, avec 571 figures; 1895. 20 fr.

GOUILLY (Alexandre), Ingénieur des Arts et Manufactures, Répétiteur du mécanique appliqués à l'École Centrale. — **Éléments et organes des machines.** Grand in-8, de 406 pages avec 710 figures; 1894 (E. L.) 12 fr.

Généralités. La fonte et les principes du moulage. L'acier et le fer fondu. Le fer, cuivre, zinc, étain, nickel, plomb, bronzes, laiton. Le bois, cuir, caoutchouc, lubrifiants, etc. Rivure, boulons, écrous et vis. Vis à bois et à métaux, tirefonds, clavettes. Assemblages des bois et ferrures, assemblages des tuyaux. Robinets. Valves, clapets, soupapes, ventouses. Appareils de graissage. Généralités sur les machines à vapeur. Cylindres et presse-étoupe. Pistons et tiges de pistons, bielles. Balancier et parallélogramme de Watt. Manivelles, excentriques, arbres, engrenages, poulies, volants. Mécanismes de modifications de mouvements, paliers, axes. Travail des forces, rendement des machines, formulaire pour le calcul des organes des machines.

GUIGNET (Ch.-Er), Ingénieur (École Polytechnique), Directeur des teintures aux Manufactures nationales des Gobelins et de Beauvais; **DOMMER (F.),** Ingénieur des Arts et manufactures, Professeur à l'École de Physique et de Chimie industrielles de la ville de Paris, et **GRANDMOUGIN (E),** Chimiste, Ancien préparateur à l'École de Chimie de Mulhouse. — **Industries textiles Blanchiment et apprêts. Teinture et impression. Matières colorantes.** Un volume grand in-8 de 656 pages, avec 320 figures et échantillons de tissus imprimés; 1895. 30 fr.

Cet important ouvrage, avec 320 figures dans le texte, et un choix d'échantillons de tissus, s'adresse surtout aux industriels; mais il sera aussi très apprécié par ceux qui désirent connaître l'état actuel des grandes industries textiles. Rien n'a été négligé par les auteurs pour donner une idée aussi exacte que possible des merveilleuses machines récemment créées pour le traitement des fibres textiles à l'état brut ou sous la forme de file et de tissu. L'emploi des matières colorantes nouvelles est décrit avec tous les détails nécessaires pour guider les praticiens.

LIBRAIRIE GAUTHIER-VILLARS ET FILS

HENRY (Ernest), Inspecteur général des Ponts et Chaussées, Directeur du personnel du Ministère des Travaux-Publics. — **Ponts sous-rails, Ponts-routes à travées métalliques indépendantes, Formules, Barèmes et Tableaux. Calculs rapides des moments fléchissants et efforts tranchants pour les ponts supportant des voies ferrées de largeur normale, des voies de un mètre, des routes et chemins vicinaux.** Grand in-8, avec 267 figures; 1894. 20 fr.

Cet ouvrage a pour but de supprimer les recherches, les calculs ou les épurés qui comportent actuellement la détermination des moments fléchissants et des efforts tranchants. Les charges roulantes prévues, tant pour les ponts sous-rails que pour les ponts-routes, sont celles qui ont été prescrites par le règlement ministériel du 29 août 1891. Les moments fléchissants et les efforts tranchants sont fournis, suivant les cas, soit par des formules simples ou des constructions faciles, soit par des tableaux qui les donnent tout calculés, à des intervalles égaux au dixième de la longueur de la poutre, pour des portées variant de mètre en mètre jusqu'à 100^m, en ce qui concerne les chemins de fer à voie large, et jusqu'à 75^m en ce qui concerne les chemins de fer à voie de 1^m ainsi que les voies de terre.

LECHALAS (Georges), Ingénieur en chef des Ponts et Chaussées. — **Manuel de droit administratif. Services des Ponts et Chaussées et des chemins vicinaux.** 2 volumes grand in-8, se vendant séparément. (E. T. P.).

TOME I : Notions sur les trois pouvoirs. Personnel des Ponts et Chaussées. Principe d'ordre financier. Travaux intéressant plusieurs services. Expropriations. Dommages et occupations temporaires; 1889. 20 fr.

TOME II (1^{re} PARTIE) : Participation des tiers aux dépenses des travaux publics. Adjudications. Fournitures. Régie. Entreprises. Concessions; 1883. 10 fr.

BIBLIOTHÈQUE PHOTOGRAPHIQUE

La Bibliothèque photographique se compose d'environ 200 volumes et embrasse l'ensemble de la Photographie considérée au point de vue de la science, de l'art et des applications pratiques.

À côté d'ouvrages d'une certaine étendue, comme le *Traité* de M. Davanne, le *Traité encyclopédique* de M. Fabre, le *Dictionnaire de Chimie photographique* de M. Fourtier, la *Photographie médicale* de M. Londe, etc., elle comprend une série de monographies nécessaires à celui qui veut étudier à fond un procédé et apprendre les tours de main indispensables pour le mettre en pratique. Elle s'adresse donc aussi bien à l'amateur qu'au professionnel, au savant qu'au praticien.

LIBRAIRIE GAUTHIER-VILLARS ET FILS

EXTRAIT DU CATALOGUE.

- Courrèges (A.), Praticien.** — *Ce qu'il faut savoir pour réussir en Photographie.* Petit in-8; 1894 2 fr. 50
- Davanne.** — *La Photographie. Traité théorique et pratique.* 2 beaux volumes grand in-8, avec 234 figures et 4 planches spécimens. 32 fr.
Chaque volume se vend séparément 16 francs
- Fabre (C.), Docteur ès sciences.** — *Traité encyclopédique de Photographie.* 4 beaux volumes gr. in-8, avec plus de 700 figures et 2 planches; 1889-1891 48 fr. »
Chaque volume se vend séparément 14 fr.
- Tous les trois ans, un Supplément, destiné à exposer les progrès accomplis pendant cette période, viendra compléter ce Traité et le maintenir au courant des dernières découvertes.
- Premier Supplément triennal (A).** Un beau volume grand in-8 de 400 pages, avec 176 figures; 1892. 14 fr.
Les 5 volumes se vendent ensemble 60 fr.
- Ferret (l'abbé).** — *La Photogravure sans Photographie.* In-18 jésus; 1894. 4 fr. 25
- Fourtier (H.).** — *Dictionnaire pratique de Chimie photographique,* contenant une *Étude méthodique des divers corps usités en Photographie,* précédé de *Notions usuelles de Chimie* et suivi d'une Description détaillée des *Manipulations photographiques.* Grand in-8, avec figures; 1892 8 fr. »
- Fourtier (H.).** — *Les lumières artificielles en Photographie.* Étude méthodique et pratique des différentes sources artificielles de lumière suivie de recherches inédites sur la puissance des photopondres et des lampes au magnésium. Grand in-8° avec 19 figures et 8 planches; 1895. 3 fr.
- Fourtier (H.), Bourgeois et Bucquet.** — *Le Formulaire glasseur du Photo-club de Paris.* Collection de formules sur fiches, renfermées dans un élégant cartonnage et classées en trois parties: *Phototypes, Photonopies et Photocalques, Notes et Renseignements divers,* divisées chacune en plusieurs Sections.
- Première Série; 1892. 4 fr.
 Deuxième série; 1894 3 fr. 50
- Horsley-Hinton.** — *L'art photographique dans le paysage.* Étude et pratique. Traduit de l'anglais par H. COLARD. Grand in-8, avec 11 planches, 1894 3 fr.
- Trutat (E.).** — *La Photographie en montagne.* In-18 jésus, avec figures et 1 planche; 1894 2 fr. 75
- Vidal (Léon).** — *Traité de Photolithographie. Photolithographie directe et par voie de transfert. Photozincographie. Photocollographie. Autographie. Photographie sur bois et sur métal à graver. — Tours de main et formules diverses.* In-18 jésus, avec 25 figures, 2 planches et spécimens de papiers autographiques; 1893. 6 fr. 50

LIBRAIRIE GAUTHIER-VILLARS ET FILS

Envoi franco contre mandat-poste ou valeur sur Paris

Appell (Paul), Membre de l'Institut. — **Traité de Mécanique rationnelle.** (Cours de Mécanique de la Faculté des Sciences). 3 volumes grand in-8, se vendant séparément.

TOME I : *Statique. Dynamique du point*, avec 178 fig. ; 1893. 16 fr.
TOME II et TOME III : *(sous presse)*.

Brisse (Ch.). — **Cours de géométrie descriptive à l'usage des Elèves de l'Enseignement secondaire moderne.** Grand in-8, avec 345 figures ; 1895 7 fr.

Chappuis (J.), Professeur de Physique générale à l'École Centrale, et **Barget (A.)**, Docteur ès sciences, attaché au laboratoire des Recherches physiques de la Sorbonne. — **Leçons de Physique générale.** Cours professé à l'École Centrale des Arts et Manufactures et complété suivant le programme de la Licence ès sciences physiques. 3 volumes grand in-8 se vendant séparément.

TOME I : *Instruments de mesure. Chaleur.* Avec 175 figures ; 1891. 13 fr.
TOME II : *Electricité et Magnétisme.* Avec 305 figures ; 1891. 13 fr.
TOME III : *Acoustique. Optique ; Electro-optique.* Avec 193 figures ; 1892 10 fr.

Gautier (Henri), et **Charpy (Georges)**, Anciens élèves de l'École Polytechnique, Docteurs ès-Sciences. — **Leçons de Chimie, à l'usage des élèves de Mathématiques spéciales.** 2^e édition entièrement refondue (notation atomique). Gr.in-8, avec 92 fig. ; 1894. 9 fr.

Garçon (Jules). — **La pratique du teinturier.** 3 volumes in-8, se vendant séparément.

TOME I : *Les méthodes et les essais de teinture. Le succès en teinture* ; 1893. 3 fr. 50
TOME II : *Le matériel de teinture avec 245 figures* 10 fr.
TOME III : *Les recettes et procédés spéciaux de teintures.* (S. P.).

Janet (Paul), Professeur à la Faculté des Sciences de Grenoble. — **Premiers principes d'électricité industrielle.** *Piles. Accumulateurs. Dynamos. Transformateurs.* in-8, avec 173 fig. ; 1893. . 6 fr.

Niewenglowski (B.), Professeur de Mathématiques au Lycée Louis-le-Grand, Membre du Conseil supérieur de l'Instruction publique. — **Cours de Géométrie analytique,** à l'usage des Elèves de la classe de Mathématiques spéciales et des Candidats aux Ecoles du Gouvernement. 3 volumes grand in-8, avec de nombreuses figures.

TOME I : *Sections coniques* ; 1894 10 fr.
TOME II : *Construction des courbes planes. Compléments relatifs aux coniques*, 1895. (Sous presse.)
TOME III : *Géométrie dans l'espace avec une Note sur la transformation des figures* ; par E. Borel. (En prép.)

Witz (Aimé). — **Problèmes et calculs pratiques d'électricité.** — (L'ÉCOLE PRATIQUE DE PHYSIQUE). in-8, avec 51 figures ; 1893. 7 fr. 50

TRAITEMENT DE LA TUBERCULOSE PULMONAIRE

DE LA PLEURÉSIE D'ORIGINE TUBERCULEUSE
ET DES BRONCHITES AIGUES ET CHRONIQUES
par le

GAIACOL IODOFORMÉ SÉRAFON

Et le Gaiacol-Eucalyptol iodoformé Sérafon

En solutions pour injections hypodermiques
et en capsules pour l'usage interne

PRÉPARATION ET VENTE EN GROS : Société Française de Produits Pharmaceutiques, 9 et 11, rue de la Perle, Paris.

ALIMENTATION

DES

MALADES

PAR LES

POUDRES

DE

Viande

ADRIAN

La **POUDRE de BIFTECK ADRIAN** (garantie pure viande de bœuf français) est aussi inodore et insipide qu'il est possible de l'obtenir en lui conservant les principes nutritifs de la viande. C'est exactement de la chair musculaire privée de son eau, gardant sous un volume très réduit et sous un poids quatre fois moindre, toutes ses propriétés nutritives, et chose importante, n'ayant rien perdu des principes nécessaires à l'assimilation de l'aliment.

*Se vend en facons de 250 500 gr.
et 1 kil.*

La **POUDRE DE VIANDE ADRIAN**, d'un prix moins élevé que la poudre de bifeck, ce qui en permet l'emploi aux malades peu fortunés est garantie pure viande de bœuf d'Amérique.

bottes de 250, 500 gr. et 1 kil.

LA

QUASSINE ADRIAN

essentiellement différente de toutes celles du commerce, est la SEULE dont les effets réguliers aient été constatés. Elle excite l'APPÉTIT, développe les FORCES, combat efficacement les **DYSPEPSIES ATONIQUES**, les **COLIQUES HÉPATIQUES** et **NÉPHRÉTIQUES**. (Bulletin général de thérapeutique, 15 novembre 1882).

Dragées contenant 25 milligrammes de Quassine amorphe.
Granules - - 2 - - Quassine cristallisée.

ANÉMIE

Dans les cas de CHLOROSE et d'ANÉMIE rebelles aux moyens thérapeutiques ordinaires les préparations à base

CHLOROSE

D'HÉMOGLOBINE SOLUBLE

DE V. DESCHIENS

Épuisement

ont donné les résultats les plus satisfaisants. Elles ne constipent pas, ne noircissent pas les dents et n'occasionnent jamais de maux d'estomac comme la plupart des autres ferrugineux.

Se vend sous la forme de

Affaiblissement

**SIROP, VIN, DRAGÉES
ET ÉLIXIR**

général

préparés par ADRIAN et Cie, 9 rue de la Perle, Paris.

CAPSULES

TERPINOL ADRIAN

Le TERPINOL, à les propriétés de l'essence de Térébenthine dont il dérive, mais il est plus facilement absorbé et surtout très bien toléré, ce qui le rend préférable.

Il n'offre pas, comme l'essence de Térébenthine, l'inconvénient grave de provoquer chez les malades des nausées, souvent même des vomissements.

Le TERPINOL est un diurétique et un puissant modificateur des sécrétions catarrhales (bronches, reins, vessie).

Le TERPINOL ADRIAN s'emploie en capsules de 20 centigrammes (3 à 6 par jour).

TRAITEMENT de la SYPHILIS par les PILULES DARDENNE

POLY-IODURÉES SOLUBLES

SOLUBLES dans tous les liquides servant de boisson (Eau, lait, - café vin, bière, etc.) elles peuvent être prises en pilules ou transformées par les malades, en solutions ou en sirops, au moment d'en faire usage.

Premier type (type faible)

(Syphilis ordinaire 2^e et 3^e années)

2 pilules par jour correspondent à une cuillerée à soupe de Sirop de Gibert.

Quatrième type (type fort)

(accidents tertiaires, viscéraux et cutanés)

8 pilules par jour correspondent à un centig. bi-iodure de mercure et à 4 grammes iodure de potassium.

Vente en Gros : Société Française de Produits Pharmaceutiques,
9 et 11 rue de la Perle, PARIS.

ENCYCLOPÉDIE SCIENTIFIQUE DES AIDE-MÉMOIRE

DIRIGÉE PAR M. LÉAUTÉ, MEMBRE DE L'INSTITUT

Collection de 300 volumes petit in-8 (30 à 40 volumes publiés par an)

CHAQUE VOLUME SE VEND SÉPARÉMENT : BROCHÉ, 2 FR. 50; CARTONNÉ, 3 FR.

Ouvrages parus

Section de l'Ingénieur

- R.-V. PICOU.** — Distribution de l'électricité. — I. Installations isolées. II. Usines centrales.
- A. GOULLY.** — Transmission de la force par air comprimé ou rarefié.
- DEQUESNAY.** — Résistance des matériaux.
- DWELSHAUVERS-DERY.** — Étude expérimentale calorimétrique de la machine à vapeur.
- A. MADAMET.** — Tiroirs et distributeurs de vapeur.
- MAGNIER DE LA SOURCE.** — Analyse des vins.
- ALHEILIG.** — Recette, conservation et travail des bois.
- AIMÉ WITZ.** — Thermodynamique à l'usage des Ingénieurs.
- LINDET.** — La bière.
- TH. SCHLESING fils.** — Notions de chimie agricole.
- SAUVAGE.** — Divers types de moteurs à vapeur.
- LE CHATELIER.** — Le Grisou.
- MADAMET.** — Détente variable de la vapeur. Dispositifs qui la produisent.
- DUDEBOUT.** — Appareils d'essai des moteurs à vapeur.
- CRONFAU.** — Canon, torpilles et cuirasse.
- H. GAUTIER.** — Essais d'or et d'argent.
- LECOMTE.** — Les textiles végétaux.
- ALHEILIG.** — Corderie. Cordages en chanvre et en fils métalliques.
- DE LAUNAY.** — Formation des gîtes métallifères.
- BERTIN.** — État actuel de la marine de guerre.
- FERDINAND JEAN.** — L'industrie des peaux et des cuirs.
- BERTHELOT.** — Traité pratique de calorimétrie chimique.
- DE VIARIS.** — L'art de chiffrer et déchiffrer les dépêches secrètes.
- MADAMET.** — Epures de régulation.
- GUILLAUME.** — Unités et étalons.
- KIDMANN.** — Principes de la machine à vapeur.
- AINEL (P.).** — Électricité industrielle.

Section du Biologiste

- FAISANS.** — Maladies des organes respiratoires. Méthodes d'exploration. Signes physiques.
- MAGNAN et SÉRIEUX.** — Le délire chronique à évolution systématique.
- AUVARD.** — Gynécologie. — Séméiologie génitale.
- G. WEISS.** — Technique d'électrophysiologie.
- BAZY.** — Maladies des voies urinaires. — Urètre. Vessie.
- WURTZ.** — Technique bactériologique.
- TROUSSFAU.** — Ophtalmologie. Hygiène de l'œil.
- FÉRÉ.** — Epilepsie.
- LAVFRAN.** — Paludisme.
- POLIN et LABIT.** — Examen des aliments suspects.
- BERGONIE.** — Physique du physiologiste et de l'étudiant en médecine. Actions moléculaires, Acoustique, Électricité.
- AUVARD.** — Menstruation et fécondation.
- MÉGNIN.** — Les acariens parasites.
- DEMELIN.** — Anatomie obstétricale.
- CUENOT.** — Les moyens de défense dans la série animale.
- A. OLIVIER.** — La pratique de l'accouchement normal.
- BERGÉ.** — Guide de l'étudiant à l'hôpital.
- CHARRIN.** — Les poisons de l'organisme. Poisons de l'urine.
- ROGER.** — Physiologie normale et pathologique du foie.
- BROCC et JACQUET.** — Précis élémentaire de dermatologie. — I. Pathologie générale cutanée. II. Maladies en particulier.
- HANOT.** — De l'endocardite aiguë.
- WEILL-MANTOU.** — Guide du médecin d'assurances sur la vie.
- LANGLOIS.** — Le lait.
- DE BRUN.** — Maladies des pays chauds. — I. Maladies climatériques et infectieuses. II. Maladies de l'appareil digestif, des lymphatiques et de la peau.
- BROCA.** — Le traitement des ostéoarthrites tuberculeuses des membres chez l'enfant.

ENCYCLOPÉDIE SCIENTIFIQUE DES AIDE-MÉMOIRE

Ouvrages parus et en cours de publication

Section de l'ingénieur

LAVEY G. — Machines.
 LARTIER — Falais.
 NAUJON — Falais de veris.
 BINAGLIA. — Accidents de chemin de fer.
 L. LAURENT. — Théorie des jeux de hasard.
 GUNZEL. — Découverte de la porcelaine au feu de moufle.
 VERMONT. — Moteurs à gaz et à pétrole.
 M. ER (Ernest). — L'utilité publique et la propriété privée.
 WALLON. — Objets photographiques.
 BLANCHON. — Eau sous pression.
 DE LUNAY. — Statistique générale de la production métallurgique.
 CROUSSE. — Construction du navire.
 DE MARCHENA. — Machines frigorifiques.
 PRODHOMME. — Teinture et impressions.
 ALHEIG. — Construction et résistance des machines à vapeur.
 SORTU. — La rectification de l'alcool.
 P. MINEL. — Electricité appliquée à la marine.
 DWELSHAUVERS-DERY. — Étude expérimentale dynamique de la machine à vapeur.
 AIME WITZ. — Les moteurs thermiques.
 DE BILLY. — Fabrication de la fonte.
 P. MINEL. — Régulation des moments des machines électriques.
 HENNEBERT C. — La ventilation.
 CASTANI. — Compteur de marine.
 HENNEBERT C. — Les torpilles sèches.
 LOUIS JACQUET. — La fabrication des caux de vie.
 L. HENRIOT et CRONAU. — Appareils accessoires des chaudières à vapeur.
 O. SURET. — Traité de bicyclettes et vélocycles.
 L. LAURENT et A. BÉRARD. — Transmission par câbles métalliques.
 L. BAUME PLUVINEL. — La théorie des procédés photographiques.
 L. BAUME PLUVINEL. — Les marées.
 L. BAUME PLUVINEL. — Matières colorantes.
 L. BAUME PLUVINEL (E.). — Les compteurs électriques.
 L. BAUME PLUVINEL. — La sucrerie.
 L. BAUME PLUVINEL et OUVRARD. — Le nickel.
 L. BAUME PLUVINEL. — La perspective.
 L. BAUME PLUVINEL. — La fonderie.
 L. BAUME PLUVINEL. — Statique graphique.
 L. BAUME PLUVINEL et DERRANGES. — Géodésie.
 HENNEBERT C. — Boudins à feu.
 C. VALIER. — Balistique.
 SORTU. — La distillation.
 L. BAUME PLUVINEL. — Le fonctionnement des machines à vapeur.

Section du Biologiste

DU CAZAL ET CATRIN. — Médecine légale.
 LAPERRONNE. — Maladies puerpérales et des membranes extérieures de l'œuf.
 KORNBERG. — Application de la graphie aux sciences naturelles.
 BEAUCOURT. — Le microscope à applications.
 LESAGE. — Le Choléra.
 LANNELONGUE. — La Tuberculose chirurgicale.
 CORNIVIN. — Production de lait.
 J. CHATIN. — Anatomie comparée.
 CASTEX. — Hygiène de la voix parlée, chantée.
 MAGNAN ET SARRIUS. — Paralyse génitale.
 CUENOT. — L'influence du milieu sur les animaux.
 MERKLEN. — Maladies du cœur.
 G. ROCHÉ. — Les grandes pêches maritimes modernes de la France.
 OLIVIER. — La régénération des os et les résections sous-périostées.
 L. TULLER. — Pus et suppuration.
 CRIEMAN. — Le cancer.
 ARISTIDE GAUTIER. — La chimie de la cellule vivante.
 MEGNIN. — La faune des cadavres.
 SÉGLAS. — Le déire des négatifs.
 STANISLAS MUNIER. — Les mésozoïtes.
 GRÉHANT. — Les az du sang.
 NOCARD. — Les Tuberculoses animales et la Tuberculose humaine.
 MOUSSOU. — Maladies congénitales du cœur.
 BERTRAND. — Les prairies naturelles et temporaires.
 OLLIER. — Les grandes résections de articulations.
 BAZY. — Troubles fonctionnels des voies urinaires.
 ETIENNE. — Les nouvelles méthodes de diagnostic.
 FÉLIX. — Influence du procédé de tuberculose.
 BUDIN. — Thérapie des obstructions.
 DASTRE. — La Digestion.
 AIME GIRARD. — Le bœuf à sucre.
 NAPIAS. — Hygiène industrielle et professionnelle.
 GOMBAULT. — Pathologie du tube digestif.
 LEGROUX. — Anatomie du tube digestif.
 MARCHANT. — Anatomie du système nerveux du cerveau.
 BRault. — Anatomie des artères.
 GAMALEIA. — La digestion procédant.
 ARLOING. — Mécanisme de la digestion.
 E. M. PERRIER. — Le système digestif.